

### 第三章 多測站點雲資料疊合及地理座標轉換

地面光達技術雖然有其工程測量上的優勢，但同時也衍生出幾個主要問題，仍待找出解決的方法，如掃描儀本身之率定、點雲資料的品質檢核與結構化、多測站點雲資料的連結與疊合、掃描座標系及大地座標系間的轉換關係等問題。

點雲資料品質的部分可由兩個觀點來探討：精度與可用性。各點量測精度的品質，大多已在出廠前做過多次的檢定，可在相關產品的網頁上獲得資訊；實際可用性的品質，則在於所獲得的點雲資料能否正確地描述待測物的幾何資訊，且可容易地被使用者所使用，進而加值應用 (Bornaz et al., 2002)。

本章主要針對多測站點雲資料的連結與疊合及座標轉換進行探討，並對於三維資料之主要疊合方法進行回顧及實例測試。

#### 3-1 多測站點雲資料疊合及座標轉換問題

因各種地面光達均有最大量測距離之限制 (表 1-3)，對於土木工程應用而言，待測物 (如建物、崩塌地) 往往是非常大且表面之幾何結構大多是複雜的，所以從一個觀測位置通常並無法完全觀測完整的物體表面，需要結合數站之掃描資料，方能將不同面向的點雲資料 (point cloud) 接合成一個完整的三維模型。故在進行實際掃描作業前，應視觀測對象先做好詳細之測量規劃，包括考慮距離限制架設掃描測站、相鄰測站間應有大量的重疊區以便於後續疊合之用、視待測物表面複雜度決定掃描密度及連結點雲資料的共軛點設置。

地面光達除記錄待測物表面的三維資訊外，也同時記錄每個觀測點之平均反射率 (或稱回訊強度, intensity)；但在進行工程測量作業時，所觀測的物體往往是低反射率的材質 (如泥土、石頭)，若只單以「自然點」作為共軛點，不另外佈設具有高反射率的規標作為點雲資料之連結點，對於後續點雲資料連結時會造成困難及使得疊合精度降低。目前所知的點雲連結方法有四：共軛面轉換法、磁性規標控制點法、測站後視稜鏡法、及曲面匹配法 (曾及史, 2003)。

不同測站之點雲資料連結後，仍須再經過一嚴密之剛體轉換，方能將原先不同座標系之點雲資料轉換至一個相同之座標系統。

### 3-2 點雲資料疊合

三維資料之定義為空間中一群具有三維座標  $(x, y, z)$  之點位，透過三維座標之描述，可得知點位在空間中分佈之情形，又可稱為距離影像 (range image)，而點雲資料的型態即為此種資料型態。

距離影像的疊合在電腦繪圖及逆向工程中，為重要的一部份，距離影像經過疊合後，才能將不同面向的影像整合 (integrate, merge) 成一個完整的 3D 模型。而疊合的目的，主要在求得兩個不同面向 (view) 間距離影像的轉換關係，包含了一個旋轉矩陣及一個平移向量，故整個疊合過程即是在求得最佳的轉換關係。疊合的方法一般大多以 ICP (Iterative closest point) 演算法為基本架構，再由其中進行改良或變化，而達到使轉換關係最佳化的結果。本節中將針對 ICP 演算法及其改良方法進行探討。

距離影像 (range image) 疊合的研究，在許多不同領域上皆被廣泛的討論，例如機械工業設計上的逆向工程作業、電腦繪圖中的 3D 模型重建、醫學上利用不同病患間的一種器官組織影像進行校準，以協助醫療人員進行病情的變化判斷或是人體功能的研究 (蔡明倫，2001)。

Chen & Medioni (1992) 將重建一 3D 模型物體的流程，分為以下三個步驟：

1. 取得資料
2. 將不同視角的資料進行疊合
3. 整合所有的距離影像

由於一完整的物體是由不同面向 (view) 的距離影像所組合而成，故在進行重建工作前，須先取得該物體不同面向的距離影像，進而利用疊合的技術求得每個面向影像間的轉換關係，最後再將不同面向的影像合併成一個完整的三維模型，故疊合的最主要目的在於求得不同面向影像間的轉換關係。

而疊合的方法，大多以 Besl & McKay (1992) 所提出的 ICP (Iterative closest

point) 演算法為基礎，ICP 法用於三維資料 (3D shapes) 疊合或校準之用途，利用求取兩組資料間最短距離的概念，找出兩組資料間最佳的對應關係，並經由反覆迭代過程，來縮小疊合誤差以得到最佳轉換關係。

### 3-2-1 三維轉換

表示三維空間中物體旋轉的方式主要有兩種，一為利用已知三軸的旋轉角度求得其旋轉矩陣，再將原先的點座標乘上此旋轉矩陣即可得到新的座標位置；另一種則是以四元子轉換來表示其旋轉矩陣，分別介紹如下。

#### 1. 依三軸旋轉

假設原先座標為  $(x, y, z)$  經轉換過的新座標為  $(x'', y'', z'')$ ，而  $\omega - \phi - \kappa$  分別是以 X-Y-Z 三軸為中心之旋轉角度而其數學關係如下：

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & \sin \omega \\ 0 & -\sin \omega & \cos \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = M_\omega \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

$$\begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = M_\phi \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

$$\begin{bmatrix} x''' \\ y''' \\ z''' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \kappa & \sin \kappa & 0 \\ -\sin \kappa & \cos \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = M_\kappa \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

$$Y = M_\kappa M_\phi M_\omega X = MX \quad (3-4)$$

$$Y = [x''' \ y''' \ z''']^t, \quad X = [x \ y \ z]^t \quad (3-5)$$

$$M = \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \kappa & \cos \omega \sin \kappa + \sin \omega \sin \phi \cos \kappa & \sin \omega \sin \kappa - \cos \omega \sin \phi \cos \kappa \\ -\cos \phi \sin \kappa & \cos \omega \cos \kappa - \sin \omega \sin \phi \sin \kappa & \sin \omega \cos \kappa + \cos \omega \sin \phi \sin \kappa \\ \sin \phi & -\sin \omega \cos \phi & \cos \omega \cos \phi \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

## 2. 四元子 (Quaternion) 旋轉

轉換矩陣  $M$  除以式(3-6)表示外,掃描資料常以四元子表示其轉換矩陣,ICP演算法之旋轉矩陣也以四元子表示。

四元子 (quaternion) 的觀念是由 William Rowan Hamilton 於 1843 年所提出,利用數學上複數 (complex numbers) 的觀念,發展出四元子的概念。所謂四元子為具有四個分量的實數:  $q_0 + iq_1 + jq_2 + kq_3$ , 並有其獨立之運算法則; 四元子的發現為向量代數和向量分析的建立奠定了基礎, 主要用以描述 3D 空間中物體的運動情形 (Kuipers, 1999)。

### A. 四元子的定義

四元子的標準表示法:  $q = q_0 + n = q_0 + iq_1 + jq_2 + kq_3$  (3-7)

其中  $i$ 、 $j$ 、 $k$  分別為三軸的單位向量, 其中  $q_0, q_1, q_2, q_3$  均為實數。  $q_0$  又稱為實部 (scalar part/real part),  $iq_1 + jq_2 + kq_3$  稱為向量部 (vector part) 或純部 (pure part); 四元子滿足加法與乘法運算, 但乘法不具有交換性 ( $q_1q_2 \neq q_2q_1$ )。

例如:

$$\begin{aligned} p &= p_0 + ip_1 + jp_2 + kp_3 = p_0 + m \\ q &= q_0 + iq_1 + jq_2 + kq_3 = q_0 + n \\ p + q &= (p_0 + q_0) + i(p_1 + q_1) + j(p_2 + q_2) + k(p_3 + q_3) \end{aligned} \quad (3-8)$$

加法運算時, 實部與實部相加, 向量部與向量部相加。此外, 當進行乘法運算時, 需先注意到  $i$ 、 $j$ 、 $k$  的性質。

$$\begin{aligned} i^2 &= j^2 = k^2 = ijk = -1 \\ ij &= k = -ji, \quad jk = i = -kj, \quad ki = j = -ik \end{aligned} \quad (3-9)$$

故當  $p$ 、 $q$  相乘時, 我們可以經由整理得到下列的式子:

$$\begin{aligned} pq &= (p_0 + ip_1 + jp_2 + kp_3)(q_0 + iq_1 + jq_2 + kq_3) \\ &= p_0q_0 - (p_1q_1 + p_2q_2 + p_3q_3) + p_0(iq_1 + jq_2 + kq_3) \\ &\quad + q_0(ip_1 + jp_2 + kp_3) + i(p_2q_3 - p_3q_2) + j(p_3q_1 - p_1q_3) \\ &\quad + k(p_1q_2 - p_2q_1) \end{aligned} \quad (3-10)$$

其中  $p_1q_1 + p_2q_2 + p_3q_3$  為  $p$ 、 $q$  兩者向量部的內積，而  $i(p_2q_3 - p_3q_2) + j(p_3q_1 - p_1q_3) + k(p_1q_2 - p_2q_1)$  為  $p$ 、 $q$  之外積。

即若  $a = (a_1, a_2, a_3)$  和  $b = (b_1, b_2, b_3)$

$$\text{則 } a \cdot b = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 \quad (3-11)$$

$$a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = i(a_2b_3 - a_3b_2) + j(a_3b_1 - a_1b_3) + k(a_1b_2 - a_2b_1) \quad (3-12)$$

將上式整理後可得：

$$pq = p_0q_0 - m \cdot n + p_0n + q_0m + m \times n \quad (3-13)$$

若將  $pq$  改以矩陣形式表示：

$$\begin{aligned} pq &= r = r_0 + r_i = r_0 + ir_1 + jr_2 + kr_3 \\ r_0 &= p_0q_0 - p_1q_1 - p_2q_2 - p_3q_3 \\ r_1 &= p_0q_1 + p_1q_0 + p_2q_3 - p_3q_2 \\ r_2 &= p_0q_2 - p_1q_3 + p_2q_0 + p_3q_1 \\ r_3 &= p_0q_3 + p_1q_2 - p_2q_1 + p_3q_0 \end{aligned} \quad (3-14)$$

$$\begin{bmatrix} r_0 \\ r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_0 & -p_1 & -p_2 & -p_3 \\ p_1 & p_0 & -p_3 & p_2 \\ p_2 & p_3 & p_0 & -p_1 \\ p_3 & -p_2 & p_1 & p_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$

## B. 四元子之性質

### I. 共軛四元子

由式 3-7 可知，標準之四元子表示法為：

$$q = q_0 + n = q_0 + iq_1 + jq_2 + kq_3 \quad (3-15)$$

因四元子是基於複數的觀念而來，所以其共軛四元子可表示為：

$$q^* = q_0 - n = q_0 - iq_1 - jq_2 - kq_3 \quad (3-16)$$

且有下列之數學關係：

$$(pq)^* = q^* p^* \quad (3-17)$$

$$q + q^* = (q_0 + n) + (q_0 - n) = 2q_0 \quad (3-18)$$

q 的長度（或稱大小）可表示成：

$$N(q) = \sqrt{q^* q} \quad (3-19)$$

$$\begin{aligned} N^2(q) &= (q_0 - n)(q_0 + n) \\ &= q_0 q_0 - (-n) \cdot n + q_0 n + (-n) q_0 + (-n) \times n \\ &= q_0^2 + n \cdot n \\ &= q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = |q|^2 \end{aligned} \quad (3-20)$$

其中  $n \times n = 0$

由上可知 q 之長度為  $(q_0, q_1, q_2, q_3)$  平方和之平方根，即：

$$N(q) = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} = \sqrt{|q|^2} \quad (3-21)$$

## II. 逆四元子

若為一個非零之四元子 (non-zero quaternion)，則有其反解 (inverse) 存在，定義為：

$$q^{-1} q = q q^{-1} = 1 \quad (3-22)$$

此時，等號兩邊同乘於一個共軛四元子  $q^*$ ，則得到：

$$q^{-1} q q^* = q^* q q^{-1} = q^* \quad (3-23)$$

又  $N^2(q) = q q^*$ ，代入 3-23 式，則：

$$q^{-1} = \frac{q^*}{q q^*} = \frac{q^*}{N^2(q)} = \frac{q^*}{|q|^2} \quad (3-24)$$

若 q 為一單位四元子（即  $q = 1 + 0$ ），則  $N^2(q) = 1$ ，代入 3-24 式可得：

$$q^{-1} = q^* \quad (3-25)$$

## III. 四元子轉換

定義  $w = q v q^*$ ，其中 v 為一具有三軸向量之元素，即  $v = 0 + v$ ，利用四元子

進行轉換，而得到一個新的三軸向量  $w$ ，數學式可表示為：

$$w = qvq^* = (q_0 + n)(0 + v)(q_0 - n) = (2q_0^2 - 1)v + 2(q \cdot v)q + 2q_0(q \times v) \quad (3-26)$$

若改以矩陣方式表示則為：

$$(2q_0^2 - 1)v = \begin{bmatrix} (2q_0^2 - 1) & 0 & 0 \\ 0 & (2q_0^2 - 1) & 0 \\ 0 & 0 & (2q_0^2 - 1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

$$2(q \cdot v)q = \begin{bmatrix} 2q_1^2 & 2q_1q_2 & 2q_1q_3 \\ 2q_1q_2 & 2q_2^2 & 2q_2q_3 \\ 2q_1q_3 & 2q_2q_3 & 2q_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (3-27)$$

$$2q_0(q \times v) = \begin{bmatrix} 0 & -2q_0q_3 & 2q_0q_2 \\ 2q_0q_3 & 0 & -2q_0q_1 \\ -2q_0q_2 & 2q_0q_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

將式 3-27 中矩陣相加之後可得， $w = qvq^* = Qv$ ：

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2q_0^2 - 1 + 2q_1^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2q_0^2 - 1 + 2q_2^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & 2q_0^2 - 1 + 2q_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (3-28)$$

式 3-28 即為由四元子所組成之  $(3 \times 3)$  旋轉矩陣。

當以  $\omega$ - $\phi$ - $\kappa$  來分別代表 x-y-z 三軸的旋轉角度時，其組成之旋轉矩陣往往是非唯一解和非線性的，且需要起始值，故可改以四元子組成之旋轉矩陣來代替；因四元子是以三軸向量為基礎來建立其數學關係式，其表示法為唯一，不須考慮旋轉角度在不同象限時卻可能有同樣解的情形，避免了有非唯一解的可能性。

### 3-2-2 ICP 演算法架構

ICP (Iterative Closest Point) 反覆最近點演算法，是由 Besl & McKay (1992) 所提出，提供一個具精度且計算有效率的疊合方法，用以處理 3D shape (包含自由型態的曲線及表面)，可處理六個自由度的資料；可用來疊合或校準之 shape 可以是點集合、線段集合、三角形集合、曲線或曲面等不同的幾何資料

結構，點雲資料主要是以「點集合」的型態組成。其主要的概念基於尋找一幾何實體上與一特定點之最近點，以反覆迭代的方式，逐漸縮小兩組資料間的距離，以最小化其疊合誤差。因此，依照物體的幾何形狀複雜度，給定適當的起始旋轉及平移參數，藉由每次迭代的過程，最小化兩組資料間的距離均方差函數（mean-square distance metric）。

用來疊合的兩組資料為 data shape 和 model shape，其中”data”shape P 是可移動的，用來與”model”shape X 進行最佳的疊合（或校準），此兩組資料以上述允許的資料型態所構成。注意的是若 data shape 不是以點資料的型態表示時，需先將其改變成以點集合的型態表示。 $N_p$  定義為在 data shape 中點的總數，而  $N_x$  則為在 model shape 中點、線段或三角形的總數。利用尋找最近點的方式求得兩組資料之對應點，在兩組資料間距離為最短的條件下，求其轉換關係，而得到一組最小平方（least-square）的幾何轉換矩陣，包含一個旋轉矩陣及平移向量，經過反覆迭代計算，更新轉換參數及計算新的對應點，逐漸將兩組資料疊合在一起。

可定義 data shape 中的每點  $\bar{p}$  與 model shape X 的距離函數 d 如下：

$$d(\bar{p}, X) = \min_{x \in X} \|\bar{x} - \bar{p}\| \quad (3-29)$$

又在 model shape X 中會存在一點，與  $\bar{p}$  有最短距離關係，將其定義為  $\bar{y}$ ，所以可用下式表示：

$$d(\bar{p}, \bar{y}) = d(\bar{p}, X), \quad \bar{y} \in X \quad (3-30)$$

所以將 Y 定義為上述最近點之集合，且 C 為該最近點之運算元，依其定義以下式表示：

$$Y = C(P, X) \quad (3-31)$$

data shape 之點集合以  $P = \{\bar{p}_i\}$  表示，model shape 之點集合以  $X = \{x_i\}$  表



示。而  $\bar{\mu}_p$ 、 $\bar{\mu}_x$  分別為 P 及 X 的重心：

$$\bar{\mu}_p = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \bar{p}_i \quad \bar{\mu}_x = \frac{1}{N_x} \sum_{i=1}^{N_x} \bar{x}_i \quad (3-32)$$

其均方根目標函數 (mean square objective function) 為：

$$f(\bar{q}) = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \left\| \bar{x}_i - R(\bar{q}_R) \bar{p}_i - \bar{q}_T \right\|^2 \quad (3-33)$$

而 P 與 X 的互協方差矩陣 (cross-covariance matrix)  $\Sigma_{px}$  可表示如下：

$$\Sigma_{px} = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \left[ (\bar{p}_i - \bar{\mu}_p)(\bar{x}_i - \bar{\mu}_x)^t \right] = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \left[ \bar{p}_i \bar{x}_i^t \right] - \bar{\mu}_p \bar{\mu}_x^t \quad (3-34)$$

令  $A_{ij} = (\Sigma_{px} - \Sigma_{px}^T)_{ij}$  及  $\Delta = [A_{23} \quad A_{31} \quad A_{12}]^T$ ，則可得到一 4x4 矩陣  $Q(\Sigma_{px})$

$$Q(\Sigma_{px}) = \begin{bmatrix} \text{tr}(\Sigma_{px}) & \Delta^T \\ \Delta & \Sigma_{px} + \Sigma_{px}^T - \text{tr}(\Sigma_{px}) I_3 \end{bmatrix} \quad (3-35)$$

其中 I 為一 3x3 之單位矩陣，對應於  $Q(\Sigma_{px})$  中最大特徵值之特徵向量，為最佳之旋轉向量  $\bar{q}_R$ 。

其中  $\bar{q}_R$  為單位四元子向量：

$$\bar{q}_R = [q_0 \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3]^t \quad (3-36)$$

$$q_0 \geq 0 \quad \text{and} \quad q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1 \quad (3-37)$$

則由  $\bar{q}_R$  所組成之旋轉矩陣可以下列 3x3 矩陣表示之：

$$R = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1 q_2 - q_0 q_3) & 2(q_1 q_3 + q_0 q_2) \\ 2(q_1 q_2 + q_0 q_3) & q_0^2 + q_2^2 - q_1^2 - q_3^2 & 2(q_2 q_3 - q_0 q_1) \\ 2(q_1 q_3 - q_0 q_2) & 2(q_2 q_3 + q_0 q_1) & q_0^2 + q_3^2 - q_1^2 - q_2^2 \end{bmatrix} \quad (3-38)$$

而其平移向量則可寫為：

$$\bar{q}_T = \bar{\mu}_x - R(\bar{q}_R) \bar{\mu}_p \quad (3-39)$$

則完整的疊合向量  $\vec{q}$  可表示為下式：

$$\vec{q} = [\vec{q}_R \mid \vec{q}_T]^T \quad (3-40)$$

所以  $\vec{q}(p)$  代表 data shape P 經疊合向量  $\vec{q}$  轉換後所得到的新位置，可表示為下式：

$$P_{k+1} = \vec{q}(P_k) \quad (3-41)$$

### 3-2-3 ICP 演算法流程

設起始 data shape  $P_0 = P$ ，起始疊合向量矩陣  $\vec{q}_0 = [1, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$ ， $k=0$  ( $k$  為迭代次數)，依序執行下列四個步驟，直到前後兩次迭代的距離均方差值小於一門檻值  $\tau$  時即停止迭代，此時最後一次疊合的成果即為完整轉換。

1. 計算其最近點： $Y_k = C(P_k, X)$ ， $C$  為最近點之運算元， $k$  為第  $k$  次迭代的結果。
2. 計算疊合向量： $(\vec{q}_k, d_k) = Q(P_0, Y_k)$
3. 進行疊合動作： $P_{k+1} = \vec{q}_k(P_0)$ 。
4. 反覆迭代，直到  $d_{k+1} - d_k < \tau$ ， $\tau > 0$ ，才停止。

$$d_k = f(\vec{q}) = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \|x_{ik} - R(\vec{q}_{kR})\vec{p}_{i0} - \vec{q}_{kT}\|^2 \quad (\text{距離均方差函數}) \quad (3-42)$$

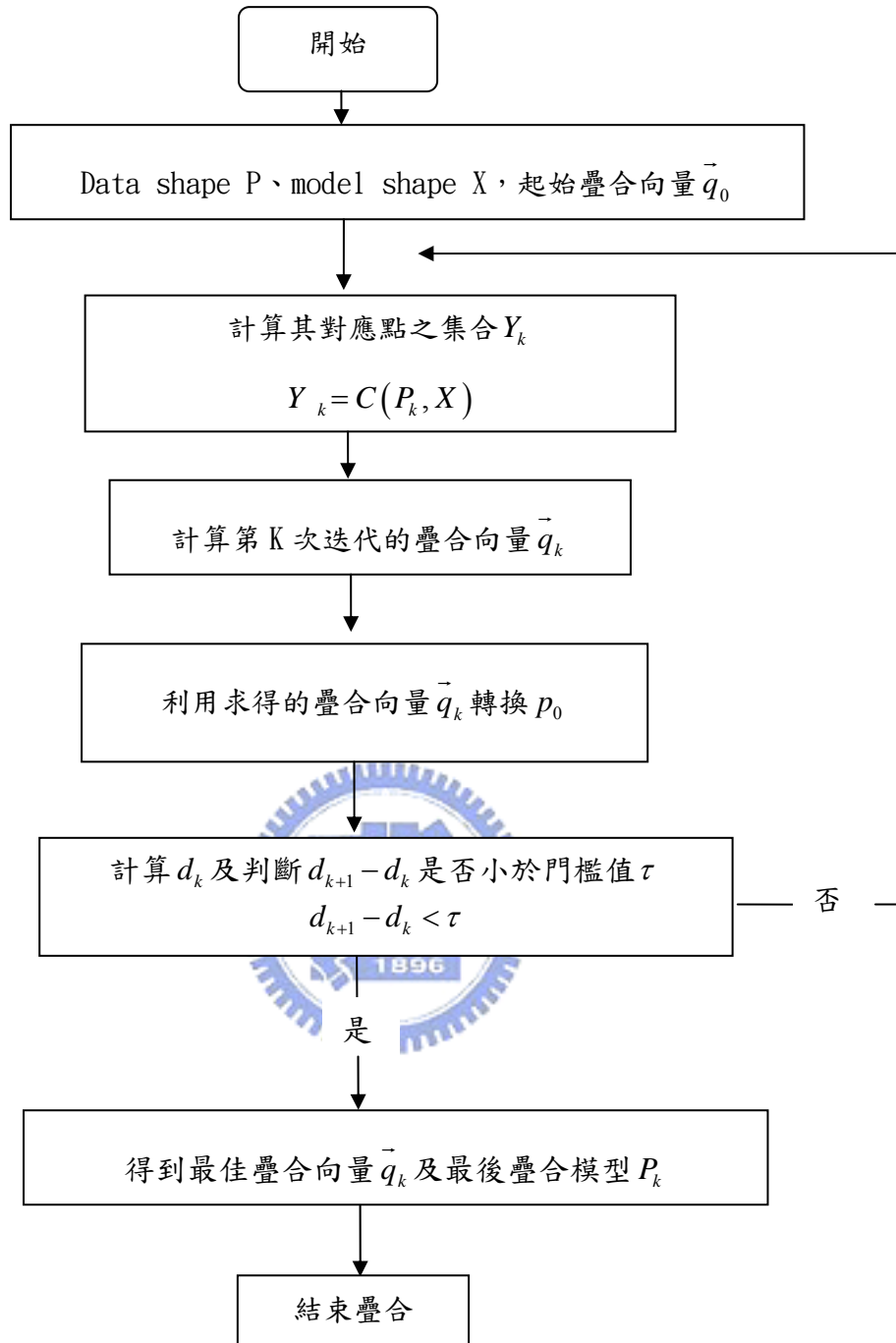


圖 3- ICP 演算法流程

ICP 演算法之優點：

1. 可以處理不同型態的資料結構，如：點集合、線段集合、三角形集合、曲線或曲面。
2. 不需要經過物體表面特徵粹取的過程，直接求點與點間的最短距離，其概念比較直接易懂。

ICP 演算法之缺點：

1. 最後距離均方差值  $d_k$  會收斂到一個區域最小值 (local minimum)，並不一定可以得到整體最小值 (global minimum)，所以必須給定一個良好的起始值，才不至於使疊合成果掉入區域最小值；因此 Besl & Mckay (1992) 建議可利用給定不同的初始值 (即為不同的旋轉矩陣及平移向量)，從不同的初始值所得到的區域最小值中，找出一組最小，可將其視為整體最小值。
2. data shape 的資料必須是 model shape 的子集合。
3. 會因非重疊區的粗差 (outlier) 而造成疊合過程的誤差。

### 3-2-4 改良 ICP 法的疊合方法

Chen & Medioni (1992) 以距離影像進行研究，首要解決的問題是求得兩不同面向距離影像間的轉換關係。假設起始近似轉換關係已知，其轉換關係可透過掃描儀的設置位置求得，也就是說經近似疊合過後，再進一步求得更精準之轉換關係。Chen & Medioni (1992) 不採取以往求點與點間最短距離的方法，而是改以計算點與平面之間的最短距離，如此一來不需先尋找點與點間的對應關係，有效地縮短點與平面間的距離。因此，對整體最佳化而言 (此處指的是所有距離值總和的最小值) 可更快達到目標。

其計算點與平面間距離的示意圖 (圖 3-2) 如下：P、Q 為兩組 surface，由 P 上一點作一法線延伸到 Q 上，在與 Q 交點的位置做一切平面，求該切平面與 P 上一點的最短距離。 $T^{k-1}$  為第 k-1 次迭代所得到之轉換矩陣，在均質座標系 (homogeneous coordinate) 中，T 以下式表示之：

$$T = T(\alpha, \beta, \gamma, t_x, t_y, t_z) = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma & \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma & t_x \\ \sin \alpha \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma & t_y \\ -\sin \beta & \cos \beta \sin \gamma & \cos \beta \cos \gamma & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-43)$$

分別代表該 range image 的六個自由度，即為三個旋轉角 ( $\alpha, \beta, \gamma$ ) 和三個

平移參數  $(t_x, t_y, t_z)$ 。

其最短距離函數  $e^k$  為：

$$e^k = \sum_{i=1}^N \|T^k p_i - q_j^k\|^2, \text{ with } q_j^k = q \mid \min_{q \in Q} \|T^{k-1} p_i - q\| \quad (3-44)$$

其中  $p_i \in P, q_j \in Q, T^{k-1}$  為第  $k-1$  次迭代所得到之轉換矩陣,  $k$  為迭代次數

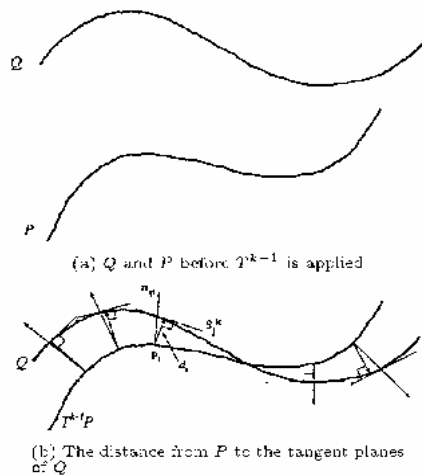


圖 3-2(a)兩組 surface P、Q(b)  $T^{k-1}P$  與 Q 間的最短距離示意圖(Chen & Medioni, 1992)

同時 Chen & Medioni (1992) 也引入控制點的觀念，在 P 上以規則網格的形式選取控制點，以代替 P 上全部的點，節省計算的時間。除此之外，Chen & Medioni (1992) 也提出一個整體疊合 (Global Registration) 的概念，不採用以往的方法，以一個接一個的 range image 逐漸進行疊合，而是把全部經過處理的 views 一次進行合併的動作，求其最佳轉換關係，盡量避免可能的疊合誤差的累積。

在進行最短距離的計算前，必須先找到兩組資料間的對應點，這個動作往往是最耗費時間的過程，故 Masuda et al. (1996) 提出以 k-d tree 的方法來加速對應點的搜尋，以節省計算時間。

Turk & Levoy (1994) 不採用位在 mesh 邊界上的點，如圖 3-3 中之 mesh A，其位於邊界上之點使得 mesh B 上之頂點在找尋其對應點時，容易發生錯誤，

虛線並非兩 mesh 間之最短距離，造成精度不佳的疊合結果。

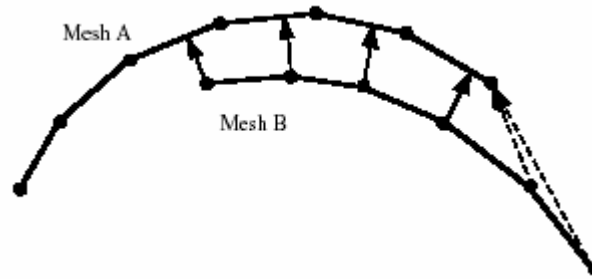


圖 3-3 邊界點造成找尋對應點時發生誤差 (Turk & Levoy, 1994)

此外在尋找對應點的過程中加入距離門檻值的概念，限制兩對應點間的距離，距離過遠的對應點則剔除不用，因為當距離過遠時不易找到其對應點，經實驗發現，當距離門檻值為兩倍掃描密度 (spacing) 時，其疊合的成果最佳。

Masuda et al. (1996) 及 Masuda & Yokoya (1994) 利用 LMS (least median square; 最小中值二乘法) 使得點與點法更加穩健 (robust)，而不受非重疊區之 noise 及假匹配等粗差的影響。

Pulli (1999) 在尋找對應點的方法上，採用最近點 ICP 法加上約制條件。第一個約制是，假定兩點間之法向量差值小於 45 度時，才進行匹配 (matching)；二為若其最近對應點位於 mesh 之邊界上時，也不進行匹配。另外有兩個供匹配的最大允許距離門檻值，一為動態，一為固定。首先，動態門檻值是以百分比的形式  $P\%$  表示，定義為：經過前兩個約制條件的篩選後，保留下多少數量匹配點的比例，可以有效地濾除掉假點 (spurious point)， $P\%$  應當可適當地反映出兩個 mesh 間重疊部分的匹配點數目。第二步，設定固定門檻值濾除掉匹配距離過遠的點對。起初，固定門檻值應取較大，允許大部分的點進行匹配，但之後應減小至符合其掃描精度。當固定門檻值減小時，其動態門檻值應該增加，表示其對應點間的距離都極為接近，且都位於重疊區內。

其方法為位於第一個 mesh 中的一群點，在符合固定門檻值及其兩點間法向量差值小於 45 度的條件，在第二個 mesh 中求其最近點。若此點也不在邊界上，則進行匹配，最後可得到一  $P\%$ ，代表有多少比率之成功匹配點。當疊合

成果較好時，固定門檻值應減小，此時動態門檻值應該會增加。

而在校準時，Pulli (1999) 則採用點與平面法，原因有二：

1. 比起點與點法，點與平面法收斂速度較快。因為在平面上，大部分在重疊區上或接近重疊區的點都可以找到一個近似合適的匹配點。且點與點法較容易受到 noise 影響而使得匹配結果不佳；此外，當每個點在尋其對應點時，同時對應點之切平面也會是該點的最佳匹配點。最後，點與點法是一點找尋另一個表面上離散的最近點，而點與平面卻是在一個連續的線性表面上，求其最近點。兩種方法求取最短距離時之示意圖 (圖 3-4) 如下：



圖 3-4 (a) 點與點法 (b) 點與平面法 (Pulli, 1999)

2. 點與平面法在第一次校準後可得到較佳成果。雖然在一群點中尋找最近點會比在一個表面 (a triangle mesh) 上尋找最近點來得快。但點與點法容易受到掃描過程中不均勻的掃描密度影響，而點與平面法則較不受到影響，此時點與平面法的校準精度會較佳。

但並無法確定點與平面法一定優於點與點法，例如當掃描物體是圓球或圓柱時，校準後的成果點與平面並不一定比點與點好；此外，點與點法可加入匹配顏色的約制，這在點與平面中就不容易做到。

除此之外，因兩組相鄰的 views 疊合時，其收斂速度比多面向疊合 (multiview registration) 快，故 Pulli (1999) 先以兩組相鄰 views 之疊合結果作為後續多面向疊合時的約制，節省了在疊合過程中所需的記憶體空間，而能同時處理大量的疊合計算。最後，可不需假設起始轉換關係而得到一整體疊合的成果，而且這種方法可有效地將校準誤差均勻地散佈在每個 meshes 間，所以

可避免掉入區域最小值。

而多面向疊合失敗的兩種主要情形有 (Pulli, 1999)：

1. 沒有一組剛體轉換關係可同時校準全部的 views，可能的原因有在掃描的過程中待測物或掃描儀被移動，或是掃描儀事前的率定工作不完全，仍有系統誤差存在。
2. 若其兩組 views 之重疊區 (overlap) 是平滑區或為單一曲率時，很難得到一組好的疊合成果。從另外的角度來看，當起始疊合不正確時，可容易地發現其錯誤而略過這個重疊區。

### 3-3 以 Scanalyze 進行疊合實例分析

#### 3-3-1 實例資料-竹東崩塌整治地

以竹東中豐路旁已整治崩塌地為例，實驗區範圍如圖 3-5 所示；由於崩塌地點接近河流溪谷，視野與地點均不開闊，故可擺設掃描儀的地點與目標物大約距離 80 公尺，同時佈設六個規標作為連結不同測站點雲資料之共軛點 (圖 3-5 所示)，並利用 GPS 觀測計算出每個規標之大地座標 (TWD97)，以利於在完成點雲資料連結後進行座標轉換之用，掃描資料數據如表 3-1。



圖 3-5 實驗區範圍及規標佈設位置



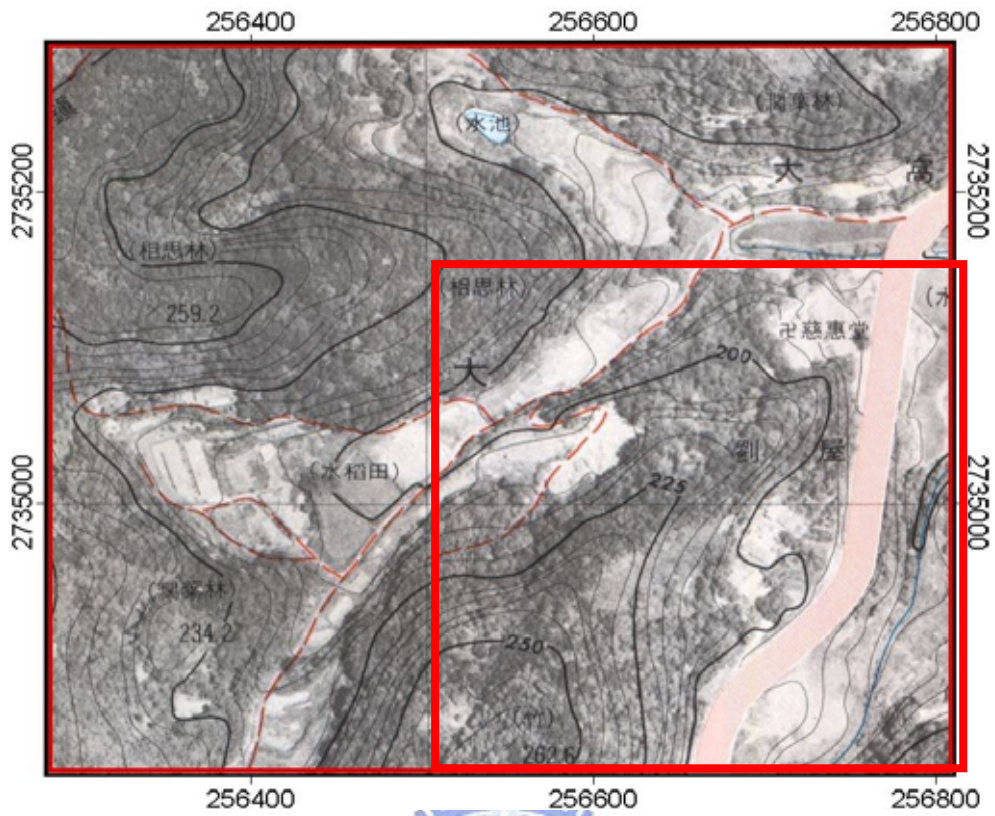
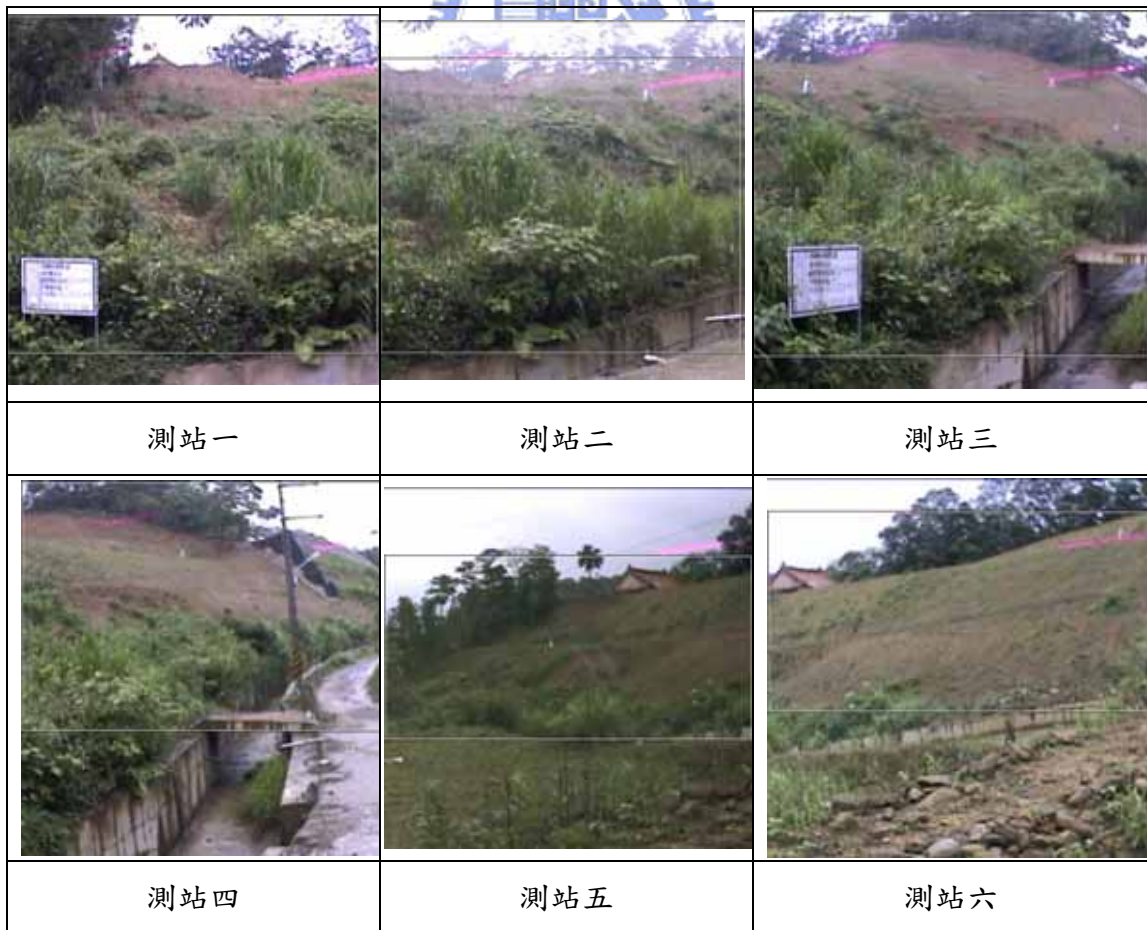


圖 3-6 實驗區位置示意圖 (TWD67 座標系)



		
測站七	測站八	測站九
		
測站十	測站十一	測站十二
		
測站十三		

圖 3-7 各測站掃描影像

表 3-1 各測站掃描資料數據

測站編號	掃描距離 (m)	掃描線總數	每條掃描線之 掃描點總數	掃描資料大 小 (MB)	掃描點取樣 間隔(mm)
一	30	1080	1032	13.8	19
二	26	776	816	7.85	20
三	40	1080	1032	13.8	25
四	52	1047	1393	18	24
五	60	601	1032	7.68	38
六	59	625	1032	7.99	37
七	53	1030	1393	17.7	25
八	47	1030	1393	17.7	22
九	27	756	816	7.64	21
十	42	1031	1032	13.1	26
十一	65	1162	1393	20	31
十二	56	588	1032	7.52	35
十三	67	456	1393	7.87	32

### 3-3-2 實驗流程

#### A. 選取共軛點

利用所佈設的六個規標作為共軛點來連結點雲資料，將兩個不同測站的點雲資料，連結成為近似同一參考座標系；透過連結的過程，可得到一初始的轉換矩陣，以利後續進行 ICP 法疊合時，可獲得較佳之疊合成果，這是由於 ICP 演算法須有良好的起始值方能得到較佳之疊合成果。

#### B. 以 ICP 法進行疊合

此處採用點對點的方法尋找對應點以進行不同測站間點雲資料的疊合，同時有以下兩個限制條件，目的在使得疊合成果更精準。

- I. 在尋找對應點的過程中加入距離門檻值的概念，限制兩對應點間的距離，距離過遠的對應點則剔除不用，此處設定門檻值為 5mm。
- II. 不採用位在 mesh 邊界上的點，如圖 3-3 中之 mesh A，其位於邊界上之點使得 mesh B 上之頂點在找尋其對應點時，容易發生錯誤，虛線並非兩 mesh 間之最短距離，造成精度不佳的疊合結果。

### 3-3-3 實驗成果

#### A. 疊合精度比較表

以下為實驗區 13 個測站間的疊合精度比較表，S2S1 代表固定測站 1 不動，測站 2 以測站 1 為基準進行疊合動作。

$$d_k = f(\vec{q}) = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \left\| \vec{x}_{ik} - R(\vec{q}_{kR}) \vec{p}_{i0} - \vec{q}_{kT} \right\|^2 \quad (\text{距離均方差函數}) \quad (3-45)$$

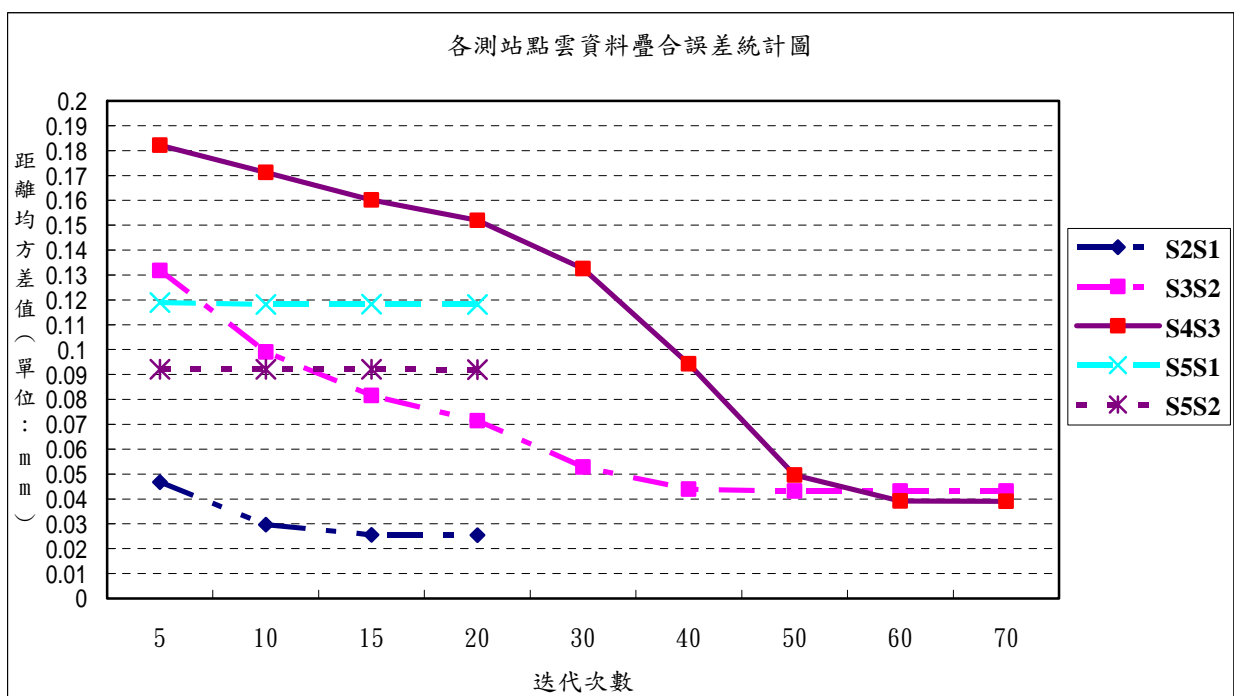


圖 3-8 測站 2、3、4、5 疊合距離均方差值統計圖

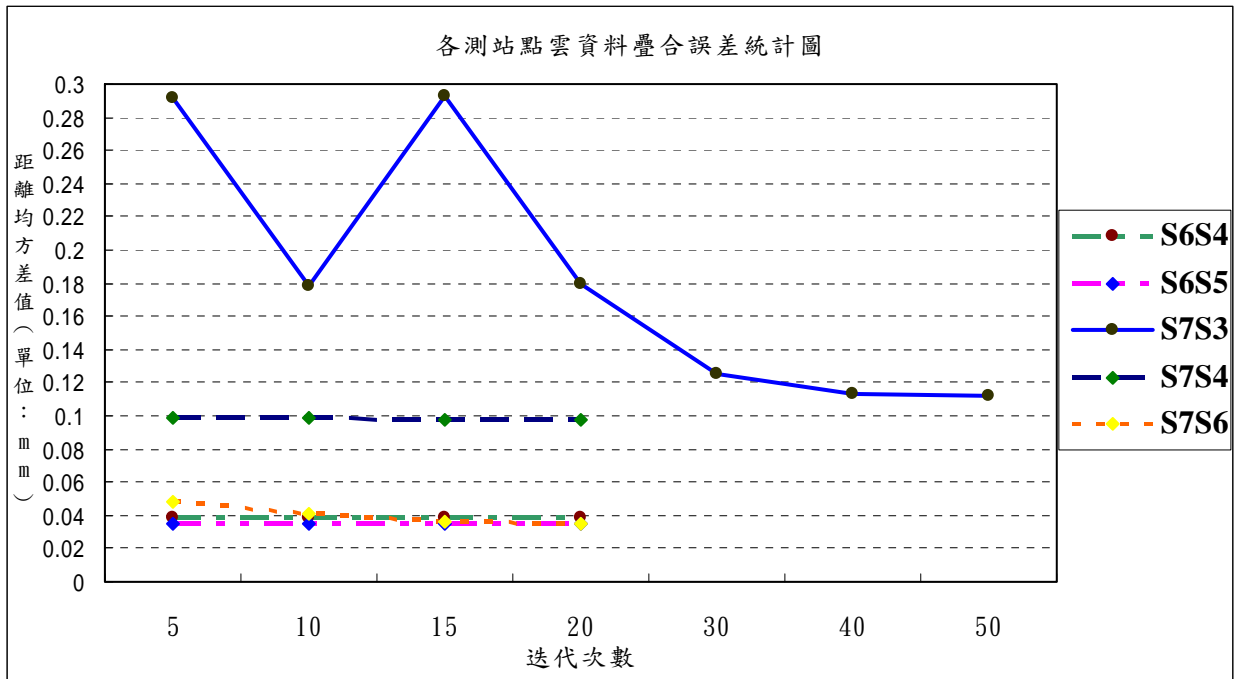


圖 3-9 測站 6、7 疊合距離均方差值統計圖

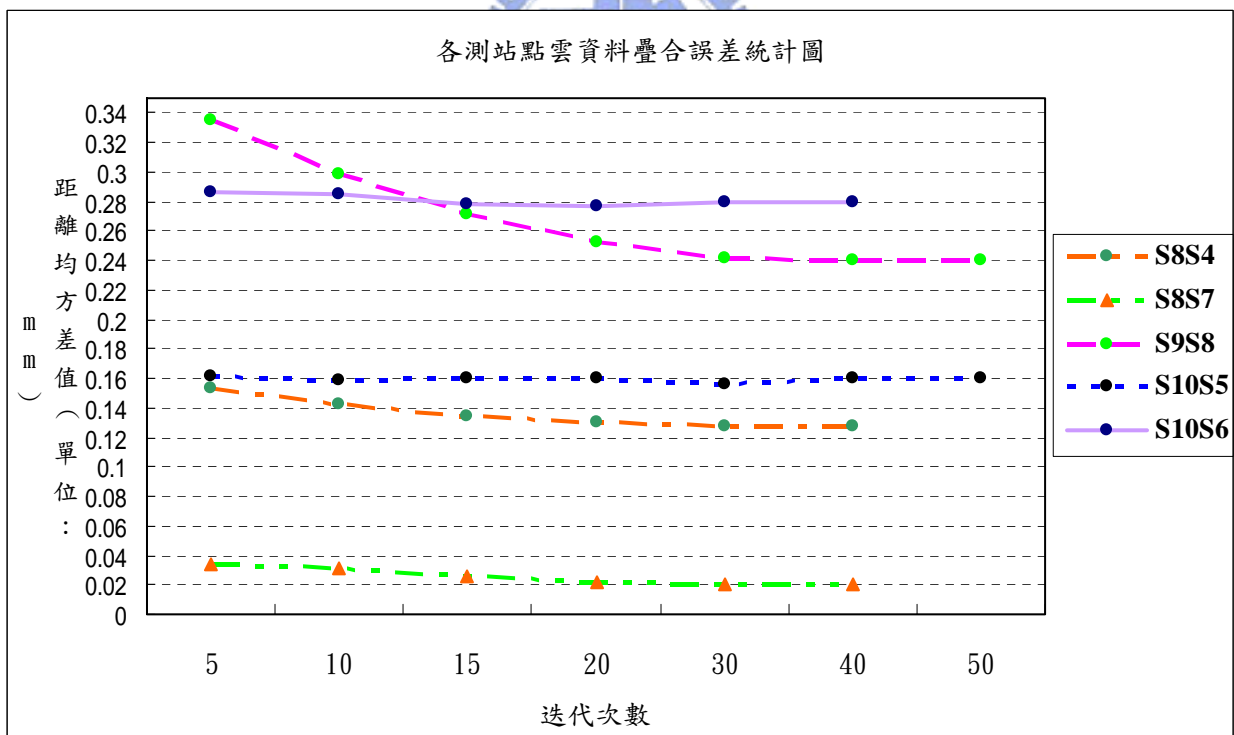


圖 3-10 測站 8、9、10 疊合距離均方差值統計圖

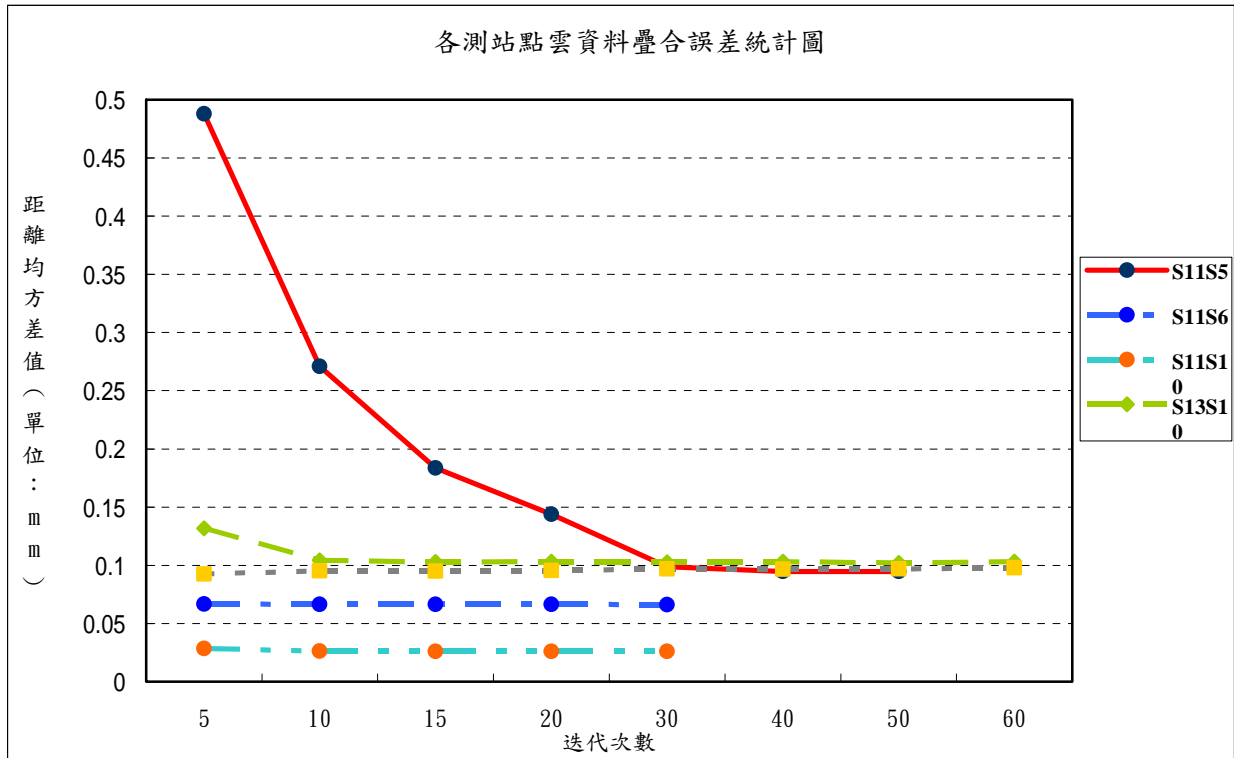
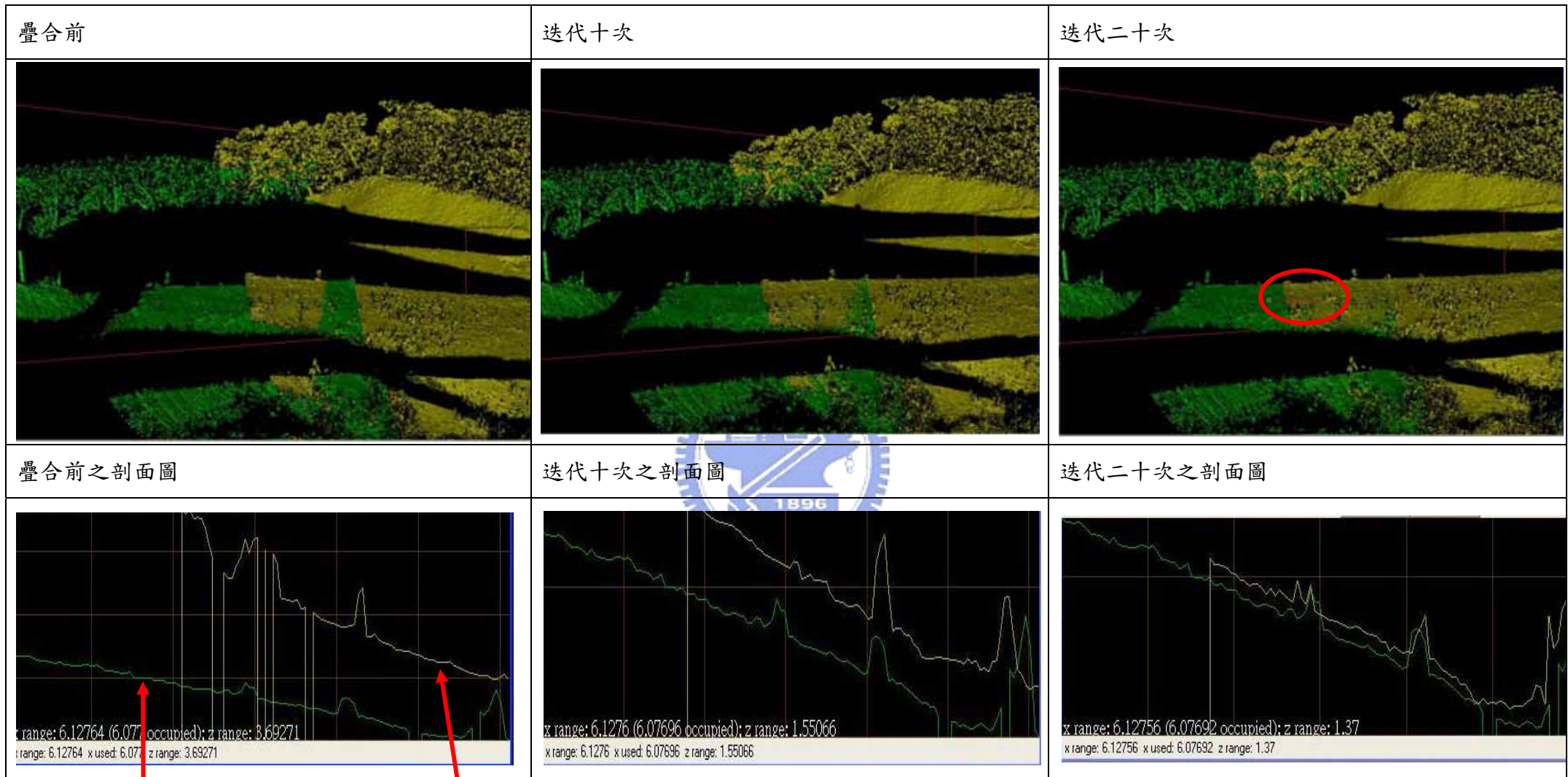


圖 3- 11 測站 11、12、13 疊合距離均方差值統計圖

### B. 疊合成果圖

以測站二為基準固定不動，疊合測站三為例，依迭代次數不同，逐次畫出疊合成果圖及剖面圖，測站二以綠色、測站三以黃色表示，紅色圈選處為剖線位置（圖 3-12、3-13）。



測站二 (綠)

測站三 (黃)

圖 3-12 迭代過程變化圖一

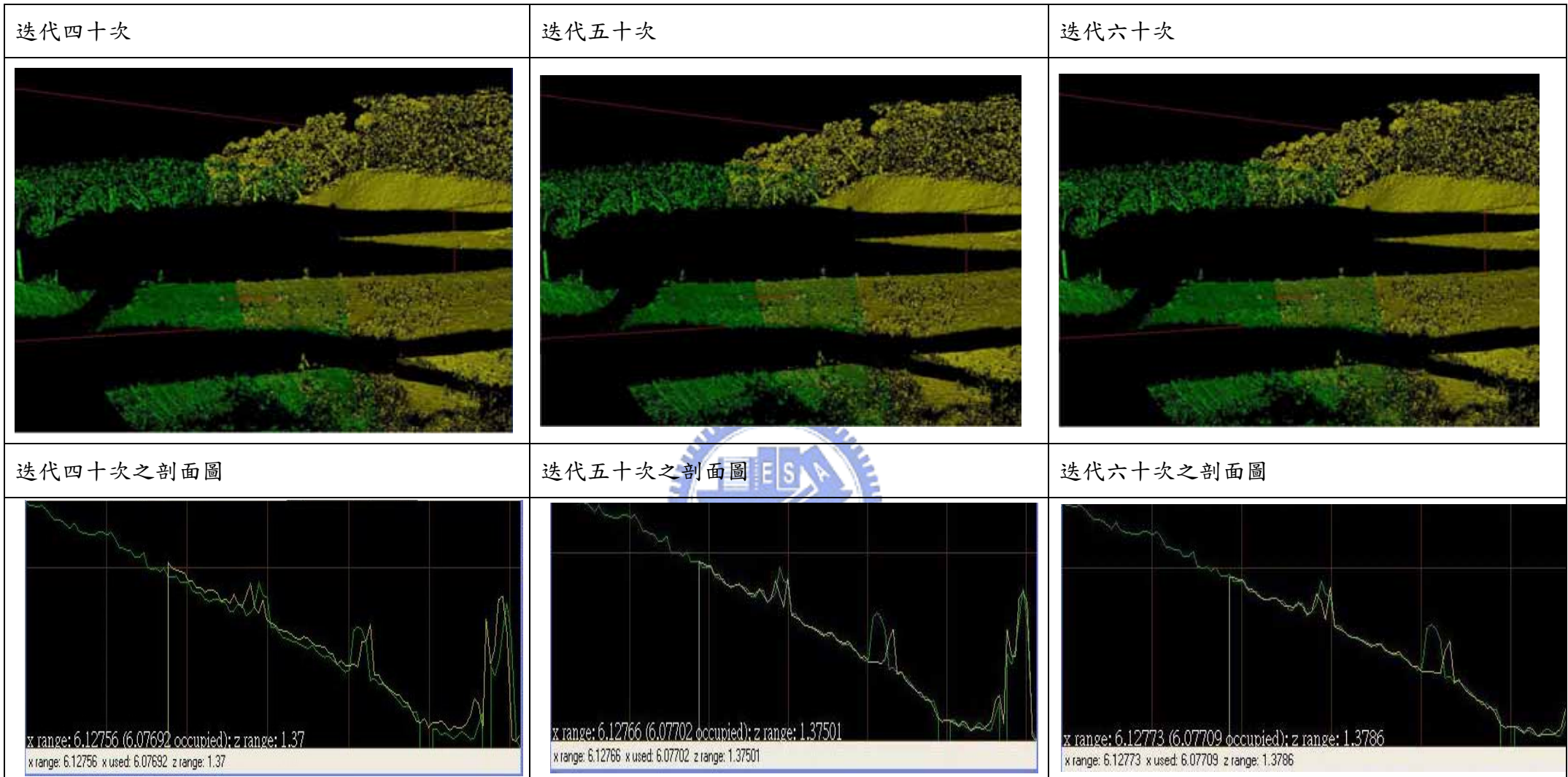


圖 3- 13 迭代過程變化圖二



由圖 3-12 及圖 3-13 可清楚看到，隨迭代次數的增加，兩個不同測站間的點雲資料逐漸疊合成一個完整之表面，由剖面圖也可清楚看出，不同點雲資料間的距離逐漸靠近，而收斂成一最小值（圖 3-8, S3S2 折線），圖 3-14 為全部測站之疊合成果圖。

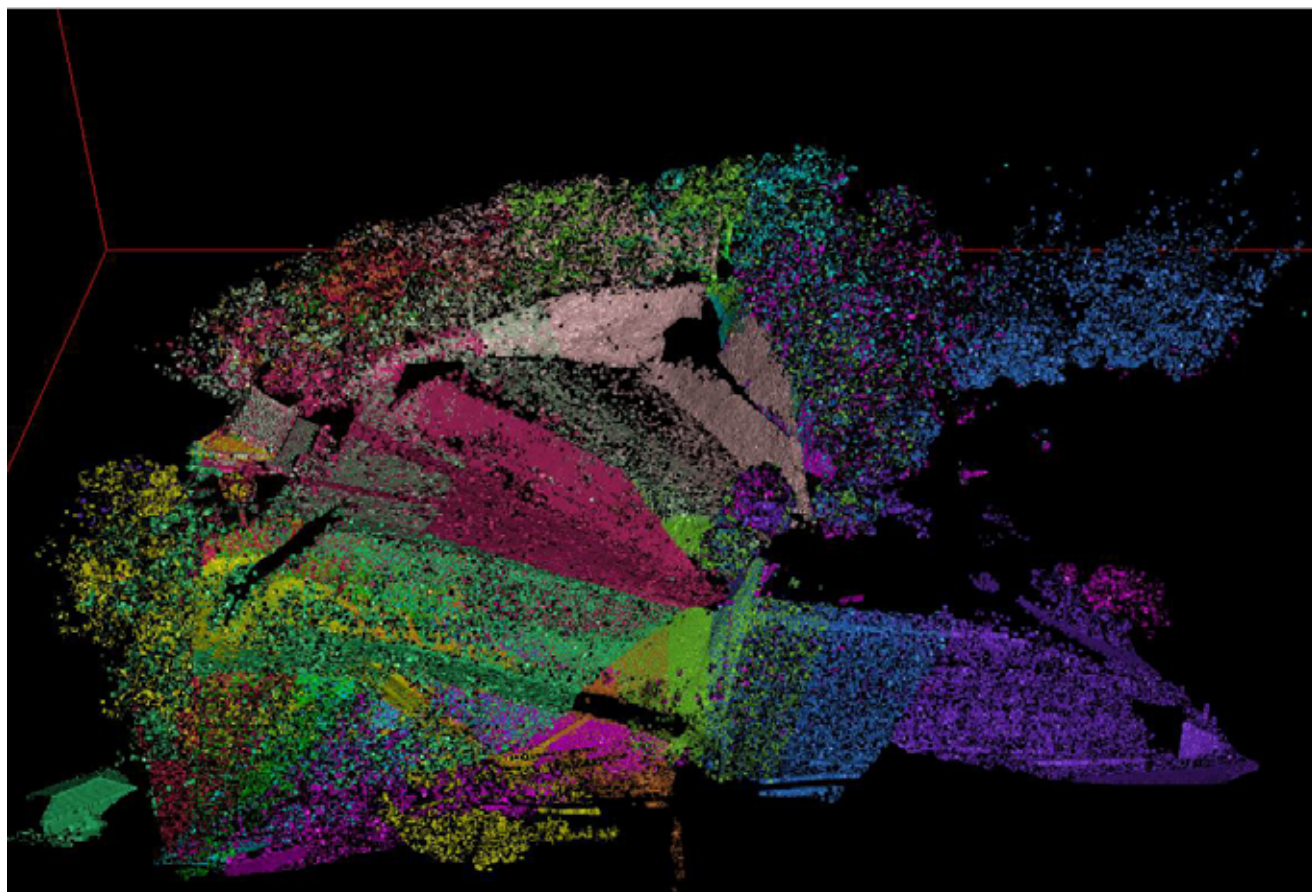


圖 3-14 試驗區整體疊合成果

### 3-4 掃描座標系與物空間座標系轉換

在三維空間中，若有一個兩組卡氏座標系之共同點，假設其轉換關係為線性轉換，數學式如下(Rapp, 1993)：

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \\ a_{30} \end{bmatrix} \quad (3-46)$$

其中上式包含十二個未知參數  $a_{ij}$  ( $i=1,2,3$  ;  $j=0,1,2,3$ )，兩不同座標系中之座標  $(x,y,z)$  及  $(X,Y,Z)$ 。

若考慮到其三維座標為正交轉換關係時，則 (3-46) 式未知參數需滿足下面之條件式：

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}^{-1} \quad (3-47)$$

將 (3-47) 式之條件式代入 (3-48) 式可將十二參數約化成六參數的形式：

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = R(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \quad (3-48)$$

其中六參數為三個旋轉參數 $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$ 與三個平移參數 $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$

此時若兩不同座標系間有一尺度上的差異，則考慮其尺度因子 $S$ ，而成七參數之正交座標轉換，數學式如 (3-49) 所示：

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = S \cdot R(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \quad (3-49)$$

故在不考慮網形變形的理想情況下，利用七參數即可做三維空間的座標轉換，其七參數為一個尺度因子、三個旋轉參數及三個平移參數。常使用的模式有 Bursa-Wolf 模式與 Molodensky-Badekas 模式(Rapp, 1993)。

#### 1. Bursa-Wolf 模式

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + S \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (3-50)$$

其中 $S$ 為其尺度因子， $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$ 為旋轉參數及 $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ 為平移參數。

## 2. Molodensky-Badekas 模式

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \\ z_m \end{bmatrix} + S \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_m \\ y - y_m \\ z - z_m \end{bmatrix} \quad (3-51)$$

其中： $(x_m, y_m, z_m)$  為  $(x, y, z)$  座標系統之重心座標：

$$x_m = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad y_m = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}, \quad z_m = \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{n}$$

而掃描儀座標系與物空間座標系之關係可表示如圖 3-15，其中 S 為掃描儀的位置，P 點為待測點的位置，O 點為物空間座標系的原點。 $\rho$  為 S 到 P 之間的距離， $\alpha$  為 S 與 P 點之間的垂直角， $\theta$  為其水平角（掃描座標系中）。由掃描座標系轉換到物空間座標系的數學式可寫成如 (3-49)，其旋轉矩陣如 (3-6) 所示，利用三個或三個以上的物空間已知控制點座標進行轉換 (Lichti et al., 2002)。

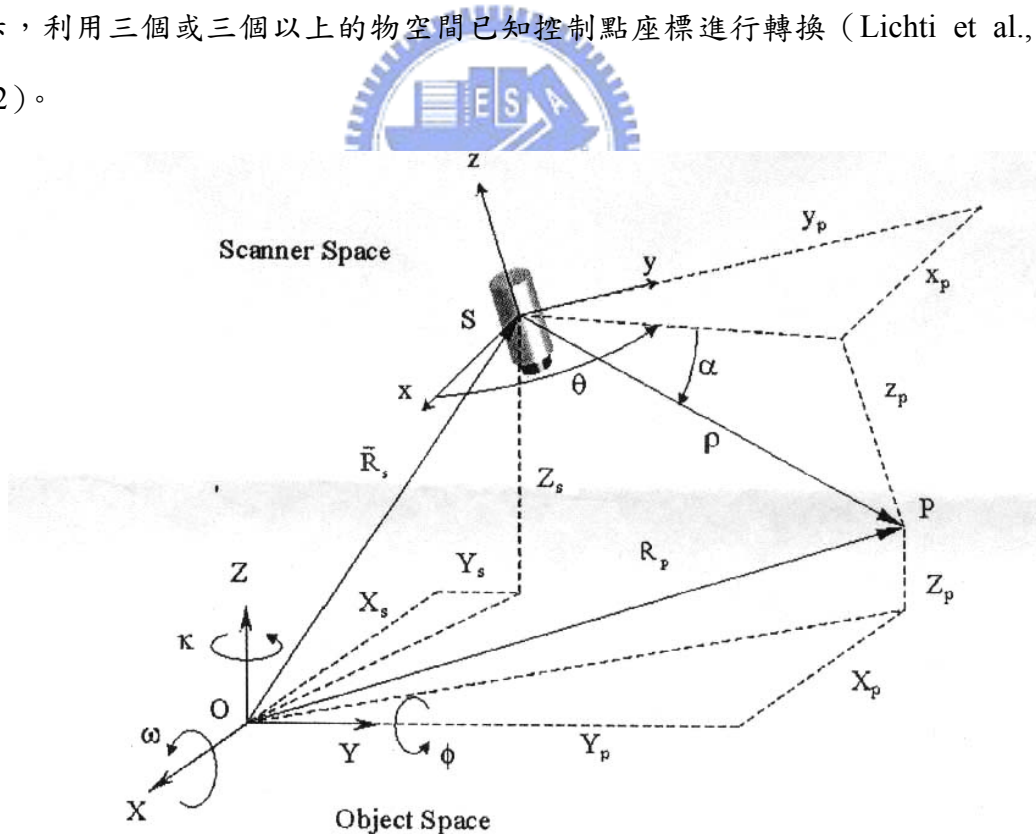


圖 3-15 掃描儀座標系與物空間座標系之關係圖 (Lichti et al., 2002)