

第四章 殘餘強度應力解析

4.1 理想彈塑性材料之扭力與扭轉角關係

實心圓柱試體在承受扭力時，其斷面所受剪應力並不均勻。中空圓柱試體扭轉時，雖然斷面所受剪應力仍不均勻，但其壁厚若夠薄，剪應力可視為接近均佈，實心圓柱試體、中空圓柱試體其剪應變與半徑的關係如下：

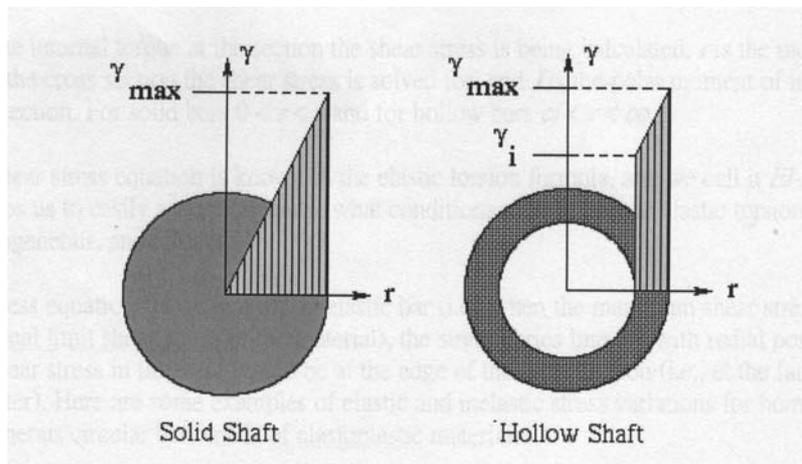


圖 4.1 實心、中空圓柱試體剪應變與半徑關係圖(Gere, 1997)

剪應變定義如下：

$$\gamma = \rho d\phi / dx \quad (4.1)$$

γ : 剪應變

ρ : 元素距圓心距離

$d\phi$: 單位長度下的扭轉角

dx : 單位長度

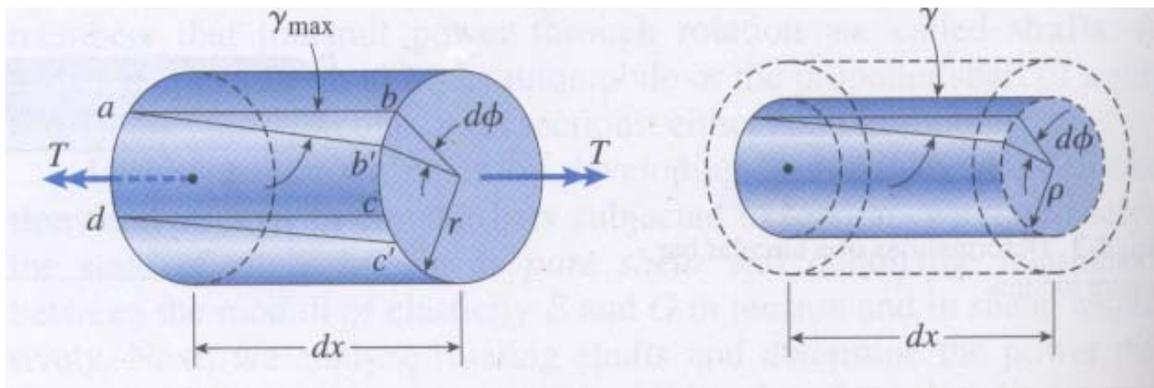


圖 4.2 剪應變之定義(Gere, 1997)

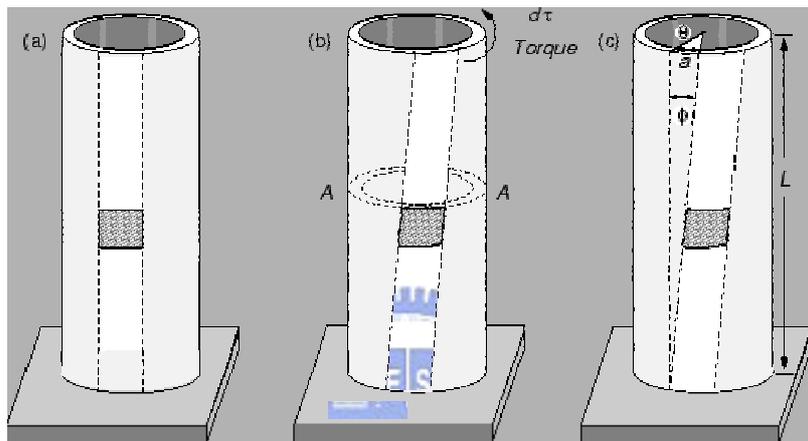


圖 4.3 中空試體之側向變形(Gere, 1997)

中空試體受扭力時其剪應變與半徑關係：

$$\gamma = \rho\theta = (\rho/r)\gamma_{\max} \quad (4.2)$$

γ : 剪應變

ρ : 元素距圓心距離

θ : $d\phi/dx$

$d\phi$: 單位長度下的扭轉角

dx : 單位長度

γ_{\max} : 最大剪應變

實心圓柱試體由於中心與外緣之扭轉角度皆相同，中心至外緣各點剪應變勢必不同，剪應力當然也不均勻，材料在線彈性階段之剪應力如下：

$$\tau = G\gamma \quad (4.3)$$

τ ：元素所在位置承受之剪應力

G ：剪力模數

γ ：剪應變

圖 4.4 代表理想完全彈塑性材料之應力—應變關係圖；圖 4.5 為理想彈塑性材料受扭剪下，實心斷面之應力—應變發展狀況；圖 4.6 為理想彈塑性材料受扭剪下，中空斷面之應力—應變發展狀況。圖 4.7 為扭力—扭轉角關係圖。剪應力之發展均由外而內降伏。

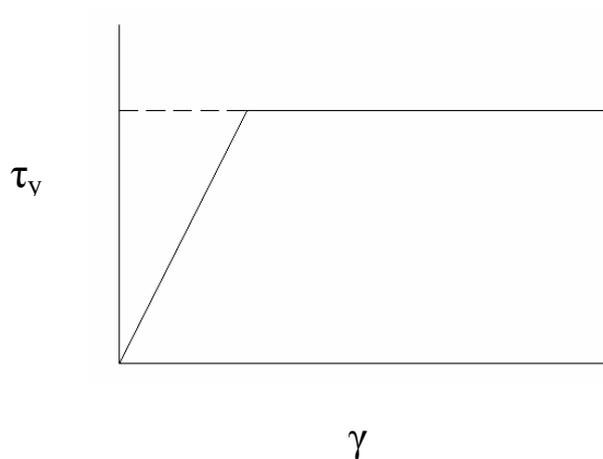


圖 4.4 理想完全彈塑性材料應力—應變曲線：

橫座標為工程剪應變、縱座標為剪應力

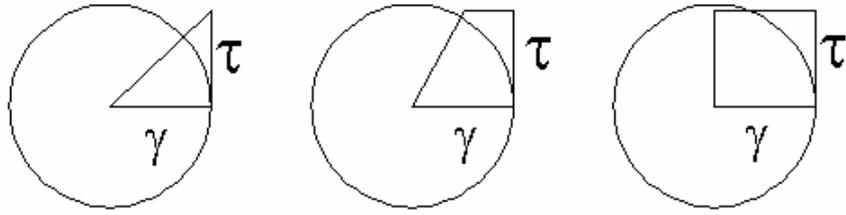


圖 4.5 實心斷面剪應力發展 (由外而內降伏)

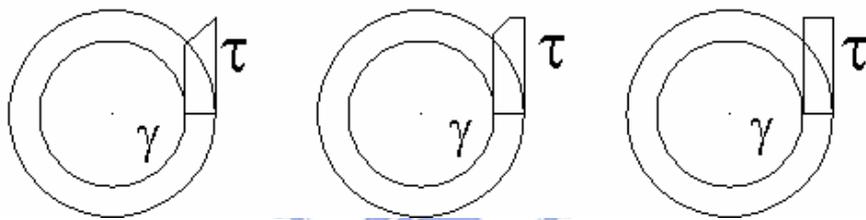


圖 4.6 中空斷面剪應力發展 (由外而內降伏)

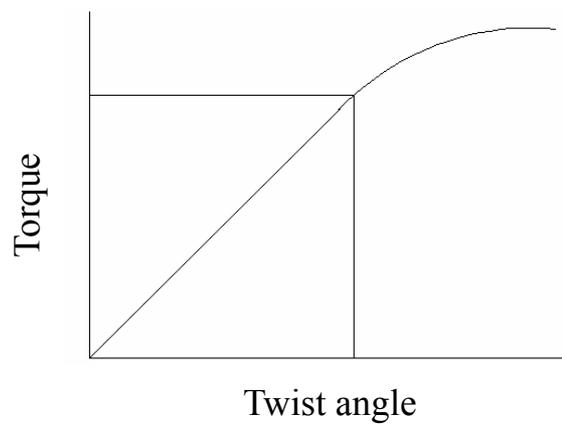


圖 4.7 理想彈塑性材扭力—扭轉角關係圖。

4.2 軟岩之扭力與扭轉角關係

由於本研究的軟岩為乾燥狀態下取樣，含水量常低於 1% 以下，因此尖峰強度明顯。軟岩應變軟化特性亦明顯（殘餘剪力強度小於 80% 尖峰剪力強度），故扭力—扭轉角關係圖較類似如圖 4.8 所示。

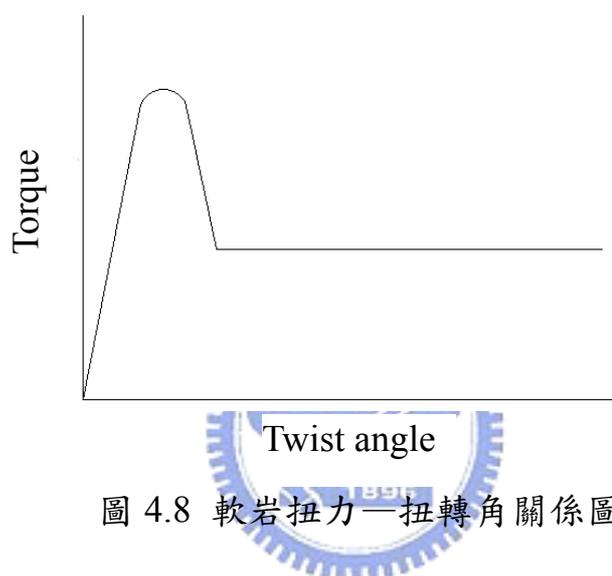


圖 4.8 軟岩扭力—扭轉角關係圖

4.3 軟岩殘餘剪力強度解析方法

當扭轉角度達一定程度後，中空試體的橫截面剪應力即可視為均勻分佈且達到殘餘剪應力強度，此時將使扭力趨於穩定值，依此穩定後之扭力值即可反算得殘餘剪力強度。尖峰剪力強度可以利用尖峰的扭矩值反算其範圍，其應力變化可參見圖 4.6。公式 (4.4) 為計算降伏扭矩 T_y 的公式；公式 (4.5) 為計算極限扭矩 T_u 的公式

$$T_y = \frac{\tau_y I_p}{r_o} \quad (4.4)$$

$$T_u = \frac{2\pi(r_o^3 - r_i^3)\tau_y}{3} \quad (4.5)$$

可利用極限扭矩 T_u 解得降服強度 τ_y ，再帶回公式得降伏扭矩 T_y ，利用
扭力－扭轉角查得扭轉角，轉換成應變而得彈性段。

4.4 試體因尺寸造成的應力誤差

以新竹縣寶山第二水庫右側壩墩砂岩，平均內徑為 4.0cm，平均
外徑為 7.2cm，試體長度為 10cm，柏松比為 0.27。可仿照 Sada 使用
第二章薄殼解公式(Roark and Young,1975)，公式 (2.8) 解出試體因
內外徑而造成最大剪應力與平均剪應力的誤差為 18%，再利用表
2.4、表 2.5 可得試體因端板效應而造成的應力誤差為：



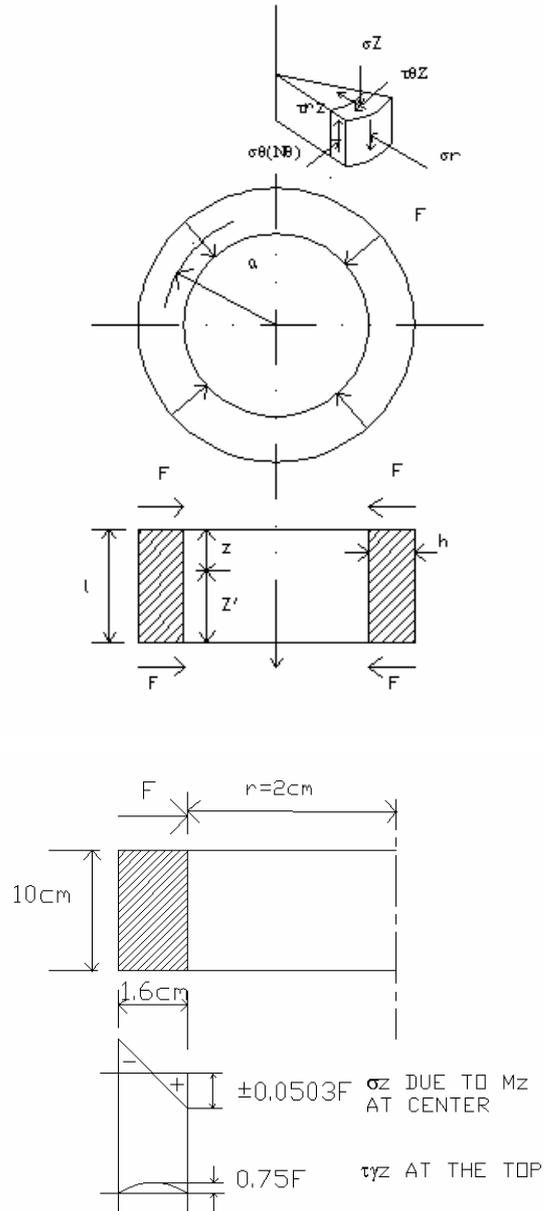


圖 4.9 試體因端板效應而造成的應力誤差

$$\begin{aligned}
 (N_\theta)_{\text{ends}} &= 3.4836 F \text{ kg/cm} \\
 (N_\theta)_{\text{center}} &= -0.3397 F \text{ kg/cm} \\
 (M_z)_{\text{center}} &= -0.0215 F \text{ kg/cm} \\
 (\sigma_z)_{\text{ends}} &= 2.1173 F \text{ kg/cm} \\
 (\sigma_z)_{\text{center}} &= -0.2123 F \text{ kg/cm} \\
 (\tau_{rz})_{z=0} &= 0.75 F \text{ kg/cm} \\
 (\tau_{rz})_{z=l/4} &= -0.1623 F \text{ kg/cm} \\
 (\sigma_z)_{r_i, r_o \text{ center}} &= \pm 0.0503 F \text{ kg/cm}
 \end{aligned}$$