

2.4 承載力分析方法

基礎承載力理論依基底材料的不同，可區分為土壤與岩石兩大方面。本研究所討論之膠結不良砂岩，性質有別於硬岩，同時也具土壤的特性，為土壤與岩石間之過渡材料，對於其承載行為須同時考慮脆性及塑性特性，故現有基礎承載力之相關理論並不完全適用，本節將回顧關於土壤及岩石之承載力理論，亦就現有之理論及相關實驗，瞭解當基礎置於邊坡頂部時，不同退縮距離對承載力之影響。

2.4.1 基礎置於水平地表之承載力分析

基礎置於水平地表之承載力研究發展較早，由其對於基底材料為土壤之研究亦較為完備，依據考慮假設條件的不同，極限承載力推估公式大致上可分為：

1. 極限平衡法(Limit Equilibrium Methods)
2. 極限分析法(Limit Analysis Methods)
3. 初始破壞法(Incipient Failure Methods)

2.4.1.1 土壤中淺基礎之承載力理論分析

1. 極限平衡法

此法又稱為塑性平衡法，假設一個任意破壞的機制，此機制由一些滑動面的排列和適當的破壞準則所構成，藉著確保其構成要素及完整的機制的靜態平衡條件，藉著檢查一些不同的機制可以找出一個最具關鍵性的極限平衡破壞荷重。極限平衡法就是由一假設的破壞機制與靜態平衡條件所組成。以下整理出一般常用承載力理論：

(a) Terzaghi (1944)

以 Prandtl(1921)的承載理論假設加以修正提出目前常使用之土壤淺基礎(基礎埋置深度小於基礎寬度)承載力公式，假設條件如下：

- i. 基底下為均質等向之土壤。
- ii. 基礎底部為粗糙，即是基底與土壤間有摩擦力，基礎無側向位移。

- iii. 土壤受長條型基礎荷重作用下達到破壞，產生全面剪力破壞，即土壤開始產生塑性變形。
- iv. 基底下楔型體 (Rankine 主動壓力區 I，如圖 2.12 所示) 隨基礎滑動且處於彈性平衡狀態，滑動面(AC 及 BC)與水平面夾 ϕ 角。
- v. 如圖 2.12 所示，滑動區為 Rankine 主動壓力區 I ($\triangle ABC$)、幅射區 II ($\triangle BCE$ 、 $\triangle ACD$ 滑動線為對螺旋線 ($r = r_0 e^{w \tan \phi}$) 構成) 及 Rankine 被動土壓力區 III ($\triangle BD_1F'$ 、 $\triangle ADF$ 滑動線為直線所構成，且與水平面夾 $(45^\circ - \phi/2)$)
- vi. 基底以上剪力忽略，如圖 2.12 所示之線段(A'A、B'B、AF 及 BF') 之摩擦力不計。
- vii. 基底以上之覆土重以均佈載重 $q = \gamma D$ 代替。

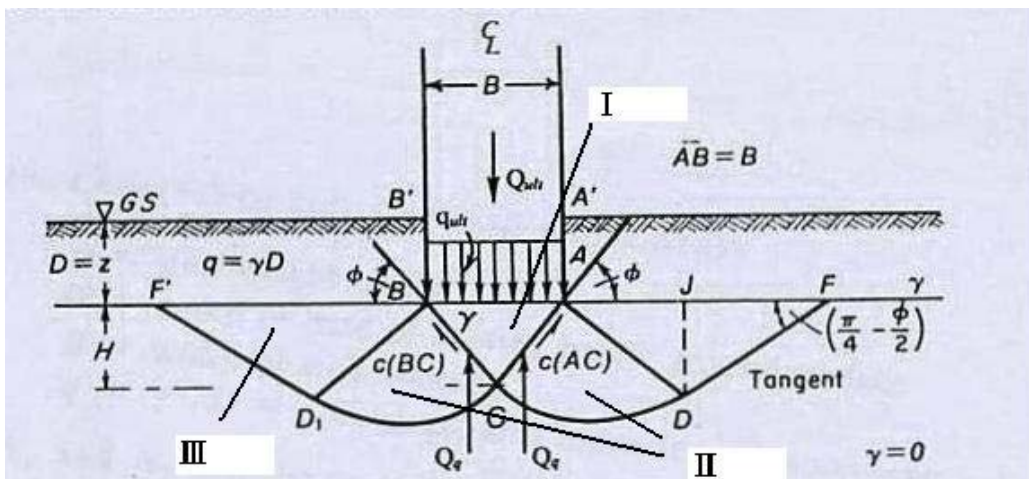


圖 2.12 Terzaghi 之基礎承載模式示意圖(Terzaghi, 1943)

其條形淺基礎之承載力公式如下：

$$q_{ult} = \frac{\gamma B}{2} N_\gamma + c N_c + q_q N_q$$

$$N_q = \frac{a^2}{a \cos^2(45 + \phi/2)}$$

$$a = e^{(0.75\pi - \phi/2) \tan \phi}$$

$$N_c = (N_q - 1) \cot \phi$$

$$N_\gamma = \frac{\tan \phi}{2} \left(\frac{K_{p\gamma}}{\cos^2 \phi} - 1 \right)$$

N_c 、 N_q 、 N_γ 為承載力因數，詳如表 2.8

表 2.8 Terzaghi 承载力因数 (Terzaghi, 1943)

Terzaghi's Bearing Capacity Factors

ϕ	N_c	N_q	N_γ	ϕ	N_c	N_q	N_γ	ϕ	N_c	N_q	N_γ
0	5.70	1.00	0.00	17	14.60	5.45	2.18	34	52.64	36.50	38.04
1	6.00	1.1	0.01	18	15.12	6.04	2.59	35	57.75	41.44	45.41
2	6.30	1.22	0.04	19	16.57	6.70	3.07	36	63.53	47.16	54.36
3	6.62	1.35	0.06	20	17.69	7.44	3.64	37	70.01	53.80	65.27
4	6.97	1.49	0.10	21	18.92	8.26	4.31	38	77.50	61.55	78.61
5	7.34	1.64	0.14	22	20.27	9.19	5.09	39	85.97	70.61	95.03
6	7.73	1.81	0.20	23	21.75	10.23	6.00	40	95.66	81.27	115.31
7	8.15	2.00	0.27	24	23.36	11.40	7.08	41	106.81	93.85	140.51
8	8.60	2.21	0.35	25	25.13	12.72	8.34	42	119.67	108.75	171.99
9	9.09	2.44	0.44	26	27.09	14.21	9.84	43	134.58	126.50	211.56
10	9.61	2.69	0.56	27	29.24	15.90	11.60	44	151.95	147.74	261.60
11	10.16	2.98	0.69	28	31.61	17.81	13.70	45	172.28	173.28	325.34
12	10.76	3.29	0.85	29	34.24	19.98	16.18	46	196.22	204.19	407.11
13	11.41	3.63	1.04	30	37.16	22.46	19.13	47	224.55	241.80	512.84
14	12.11	4.02	1.26	31	40.41	25.28	22.65	48	258.28	287.85	650.87
15	12.86	4.45	1.52	32	44.04	28.52	26.87	49	298.71	344.63	831.99
16	13.68	4.92	1.82	33	48.09	32.23	31.94	50	347.50	415.14	1072.80



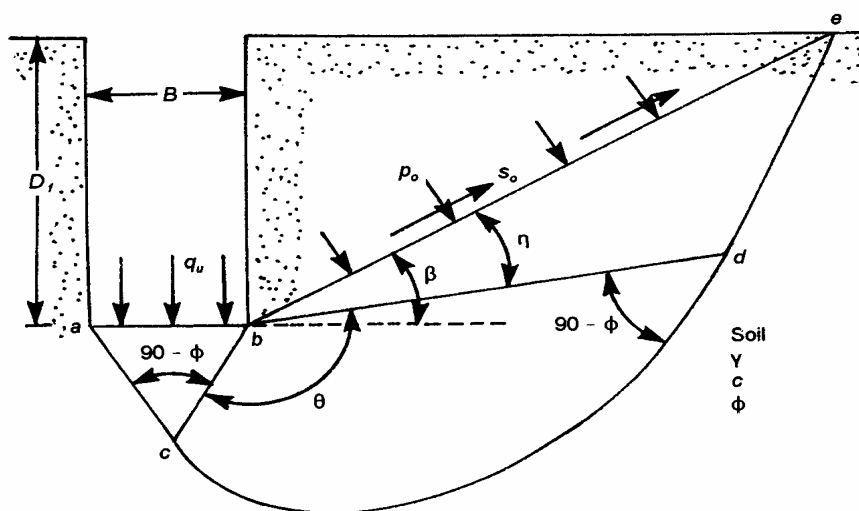
(b) Meyerhof (1951)

圖 2.13 為 Meyerhof 理論之破壞圖形，Meyerhof 提出類似 Terzaghi(1943)之承载力公式，但包含了 N_q 項的形狀因數 s_q 、深度因數 d_i 、傾斜因數 i_i ，但其中最大不同之處為土體破壞滑動面延伸至地表，考慮滑動面上摩擦力的結果將使承载力大於 Terzaghi(1943)公式。

其公式如下：

$$\text{Vertical load: } q_{ult} = cN_c s_c d_c + \bar{q}N_q s_q d_q + 0.5\gamma B' N_\gamma s_\gamma d_\gamma$$

表 2.9 及 2.10 為 Meyerhof 理論之相關承载力因數



Slip line fields for a rough continuous foundation

圖 2.13 Meyerhof (1951,1963) 理論之破壞圖形

表 2.9 Meyerhof 理論之承載力因數 (Bowles,1996)

Bearing-capacity factors for the Meyerhof, Hansen, and Vesic bearing-capacity equations

Note that N_c and N_q are the same for all three methods; subscripts identify author for N_γ

ϕ	N_c	N_q	$N_{\gamma(H)}$	$N_{\gamma(M)}$	$N_{\gamma(V)}$	N_q/N_c	$2 \tan \phi(1 - \sin \phi)^2$
0	5.14*	1.0	0.0	0.0	0.0	0.195	0.000
5	6.49	1.6	0.1	0.1	0.4	0.242	0.146
10	8.34	2.5	0.4	0.4	1.2	0.296	0.241
15	10.97	3.9	1.2	1.1	2.6	0.359	0.294
20	14.83	6.4	2.9	2.9	5.4	0.431	0.315
25	20.71	10.7	6.8	6.8	10.9	0.514	0.311
26	22.25	11.8	7.9	8.0	12.5	0.533	0.308
28	25.79	14.7	10.9	11.2	16.7	0.570	0.299
30	30.13	18.4	15.1	15.7	22.4	0.610	0.289
32	35.47	23.2	20.8	22.0	30.2	0.653	0.276
34	42.14	29.4	28.7	31.1	41.0	0.698	0.262
36	50.55	37.7	40.0	44.4	56.2	0.746	0.247
38	61.31	48.9	56.1	64.0	77.9	0.797	0.231
40	75.25	64.1	79.4	93.6	109.3	0.852	0.214
45	133.73	134.7	200.5	262.3	271.3	1.007	0.172
50	266.50	318.5	567.4	871.7	761.3	1.195	0.131

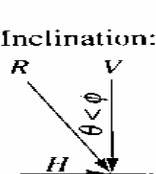
* = $\pi + 2$ as limit when $\phi \rightarrow 0^\circ$.

Slight differences in above table can be obtained using program BEARING.EXE on diskette depending on computer used and whether or not it has floating point.

表 2.10 Meyerhof 理論之形狀因數 s_q 、深度因數 d_i 、傾斜因數 i_i
(Bowles,1996)

Shape, depth, and inclination factors for the Meyerhof bearing-capacity equations

Factors	Value	For
Shape:	$s_c = 1 + 0.2K_p \frac{B}{L}$	Any ϕ
	$s_q = s_\gamma = 1 + 0.1K_p \frac{B}{L}$	$\phi > 10^\circ$
	$s_q = s_\gamma = 1$	$\phi = 0$
Depth:	$d_c = 1 + 0.2 \sqrt{K_p} \frac{D}{B}$	Any ϕ
	$d_q = d_\gamma = 1 + 0.1 \sqrt{K_p} \frac{D}{B}$	$\phi > 10$
	$d_q = d_\gamma = 1$	$\phi = 0$
Inclination:	$i_c = i_q = \left(1 - \frac{\theta^\circ}{90^\circ}\right)^2$	Any ϕ
	$i_\gamma = \left(1 - \frac{\theta^\circ}{\phi^\circ}\right)^2$	$\phi > 0$
	$i_\gamma = 0$ for $\theta > 0$	$\phi = 0$



Where $K_p = \tan^2(45 + \phi/2)$..

θ = angle of resultant R measured from vertical without a sign; if $\theta = 0$ all $i_i = 1.0$.

B, L, D = previously defined

(c).Hansen's bearing capacity theory(1970)

Hansen 將早期 Meyerhof (1951)的式子延伸擴充，除了考慮基礎的形狀、深度之外，更考慮了基礎的傾斜與地面坡度的因素。適用於任何 D/B，即淺基礎或是深基礎皆適用：

$$q_{ult} = cN_c s_c d_c i_c g_c b_c + \bar{q}N_q s_q d_q i_q g_q b_q + 0.5\gamma B'N_\gamma s_\gamma d_\gamma i_\gamma g_\gamma b_\gamma$$

when $\psi=0$

$$\text{use } q_{ult} = 5.14s_u \left(1 + s'_c + d'_c - i'_c - b'_c - g'_c\right) + \bar{q}$$

$$N_q = e^{\pi \tan \phi} \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2}\right)$$

$$N_c = (N_q - 1) \cot \phi$$

$$N_\gamma = 1.5(N_q - 1) \tan \phi$$

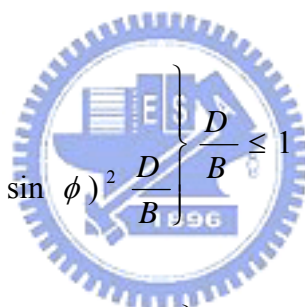
適用於任何 D/B，即淺基礎或是深基礎皆適用：

$$d_c = 1 + 0.4 \frac{D}{B}$$

$$d_q = 1 + 2 \tan \phi (1 - \sin \phi)^2 \frac{D}{B}$$

$$d_c = 1 + 0.4 \tan^{-1} \frac{D}{B}$$

$$d_q = 1 + 2 \tan \phi (1 - \sin \phi)^2 \tan^{-1} \frac{D}{B}$$



$$\left. \begin{array}{l} d_c = 1 + 0.4 \tan^{-1} \frac{D}{B} \\ d_q = 1 + 2 \tan \phi (1 - \sin \phi)^2 \tan^{-1} \frac{D}{B} \end{array} \right\} \frac{D}{B} > 1$$

(d).Vesic's bearing capacity theory(1973,1975b)

以與 Hansen 所提出的式子一樣，只有承載力因子 N_γ 是不同的。

$$q_{ult} = cN_c s_c d_c i_c g_c b_c + \bar{q}N_q s_q d_q i_q g_q b_q + 0.5\gamma B'N_\gamma s_\gamma d_\gamma i_\gamma g_\gamma b_\gamma$$

當 $\psi=0$

$$\text{則 } q_{ult} = 5.14s_u \left(1 + s'_c + d'_c - i'_c - b'_c - g'_c\right) + \bar{q}$$

由表 2.11、表 2.12、表 2.13 以及圖 2.14 所示，可概略描述 Hansen 以及 Vesic' 承載力理論的異同之處。

表 2. 11 Hansen & Vesic'承載力理論之形狀、深度影響因數比較關係
(Bowles,1996)

Shape and depth factors for use in either the Hansen (1970) or Vesic (1973, 1975b) bearing-capacity equations. Use s'_c, d'_c when $\phi = 0$ only for Hansen equations. Subscripts H, V for Hansen, Vesic, respectively.

Shape factors	Depth factors
$s'_{c(H)} = 0.2 \frac{B'}{L'} \quad (\phi = 0^\circ)$	$d'_c = 0.4k \quad (\phi = 0^\circ)$
$s_{c(H)} = 1.0 + \frac{N_q}{N_c} \cdot \frac{B'}{L'}$	$d_c = 1.0 + 0.4k$
$s_{c(V)} = 1.0 + \frac{N_q}{N_c} \cdot \frac{B}{L}$	$k = D/B \text{ for } D/B \leq 1$
$s_c = 1.0 \text{ for strip}$	$k = \tan^{-1}(D/B) \text{ for } D/B > 1$
	$k \text{ in radians}$
$s_{q(H)} = 1.0 + \frac{B'}{L'} \sin \phi$	$d_q = 1 + 2 \tan \phi (1 - \sin \phi)^2 k$
$s_{q(V)} = 1.0 + \frac{B}{L} \tan \phi$	$k \text{ defined above}$
for all ϕ	
$s_{\gamma(H)} = 1.0 - 0.4 \frac{B'}{L'} \geq 0.6$	$d_\gamma = 1.00 \quad \text{for all } \phi$
$s_{\gamma(V)} = 1.0 - 0.4 \frac{B}{L} \geq 0.6$	

Notes:

1. Note use of "effective" base dimensions B', L' by Hansen but not by Vesic.
2. The values above are consistent with either a vertical load or a vertical load accompanied by a horizontal load H_B .
3. With a vertical load and a load H_L (and either $H_B = 0$ or $H_B > 0$) you may have to compute two sets of shape s_i and d_i as $s_{i,B}, s_{i,L}$ and $d_{i,B}, d_{i,L}$.

表 2. 12 Hansen 承載力理論之傾斜、地面及基底因數(Bowles, 1996)

Table of inclination, ground, and base factors for the Hansen (1970) equations.

Inclination factors	Ground factors (base on slope)
$i'_c = 0.5 - \sqrt{1 - \frac{H_i}{A_f C_a}}$	$g'_c = \frac{\beta^\circ}{147^\circ}$
$i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1}$	$g_c = 1.0 - \frac{\beta^\circ}{147^\circ}$
$i_q = \left[1 - \frac{0.5H_i}{V + A_f c_a \cot \phi} \right]^{\alpha_1}$ $2 \leq \alpha_1 \leq 5$	$g_q = g_\gamma = (1 - 0.5 \tan \beta)^5$
	Base factors (tilted base)
$i_\gamma = \left[1 - \frac{0.7H_i}{V + A_f c_a \cot \phi} \right]^{\alpha_2}$	$b'_c = \frac{\eta^\circ}{147^\circ} \quad (\phi = 0)$
$i_\gamma = \left[1 - \frac{(0.7 - \eta^\circ/450^\circ)H_i}{V + A_f c_a \cot \phi} \right]^{\alpha_2}$ $2 \leq \alpha_2 \leq 5$	$b_c = 1 - \frac{\eta^\circ}{147^\circ} \quad (\phi > 0)$ $b_q = \exp(-2\eta \tan \phi)$ $b_\gamma = \exp(-2.7\eta \tan \phi)$ η in radians

Notes:

1. Use H_i as either H_B or H_L , or both if $H_L > 0$.
2. Hansen (1970) did not give an i_c for $\phi > 0$. The value above is from Hansen (1961) and also used by Vesic.
3. Variable c_a = base adhesion, on the order of 0.6 to 1.0 \times base cohesion.
4. Refer to sketch for identification of angles η and β , footing depth D , location of H_i (parallel and at top of base slab; usually also produces eccentricity). Especially note V = force *normal* to base and is not the resultant R from combining V and H_i .

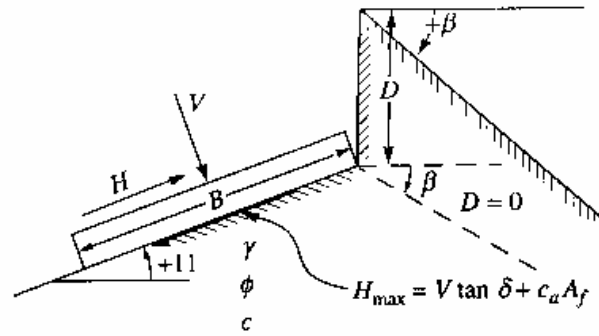
表 2.13 Vesic'承載力理論之傾斜、地面及基底因數(Bowles, 1996)

Table of inclination, ground, and base factors for the Vesić (1973, 1975b) bearing-capacity equations. See notes below and refer to sketch for identification of terms.

Inclination factors	Ground factors (base on slope)
$i'_c = 1 - \frac{mH_i}{A_f c_a N_c} \quad (\phi = 0)$	$g'_c = \frac{\beta}{5.14} \quad \beta \text{ in radians}$
$i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1} \quad (\phi > 0)$	$g_c = i_q - \frac{1 - i_q}{5.14 \tan \phi} \quad \phi > 0$
$i_q, \text{ and } m \text{ defined below}$	$i_q \text{ defined with } i_c$
$i_q = \left[1.0 - \frac{H_i}{V + A_f c_a \cot \phi} \right]^m$	$g_q = g_\gamma = (1.0 - \tan \beta)^2$
	Base factors (tilted base)
$i_y = \left[1.0 - \frac{H_i}{V + A_f c_a \cot \phi} \right]^{m+1}$	$b'_c = g'_c \quad (\phi = 0)$
$m = m_B = \frac{2 + B/L}{1 + B/L}$	$b_c = 1 - \frac{2\beta}{5.14 \tan \phi}$
$m = m_L = \frac{2 + L/B}{1 + L/B}$	$b_q = b_\gamma = (1.0 - \eta \tan \phi)^2$

Notes:

1. When $\phi = 0$ (and $\beta \neq 0$) use $N_\gamma = -2 \sin(\pm\beta)$ in N_γ term.
2. Compute $m = m_B$ when $H_i = H_B$ (H parallel to B) and $m = m_L$ when $H_i = H_L$ (H parallel to L). If you have both H_B and H_L use $m = \sqrt{m_B^2 + m_L^2}$. Note use of B and L , not B' , L' .
3. Refer to Table sketch and Tables 4-5a,b for term identification.
4. Terms N_c , N_q , and N_γ are identified in Table 4-1.
5. Vesić always uses the bearing-capacity equation given in Table 4-1 (uses B' in the N_γ term even when $H_i = H_L$).
6. H_i term ≤ 1.0 for computing i_q , i_γ (always).



For: $L/B \leq 2$ use ϕ_{tr}

$L/B > 2$ use $\phi_{ps} = 1.5\phi_{tr} - 17^\circ$

$\phi_{tr} \leq 34^\circ$ use $\phi_{tr} = \phi_{ps}$

δ = friction angle between
base and soil ($.5\phi \leq \delta \leq \phi$)

$A_f = B'L'$ (effective area)

c_a = base adhesion (0.6 to 1.0c)

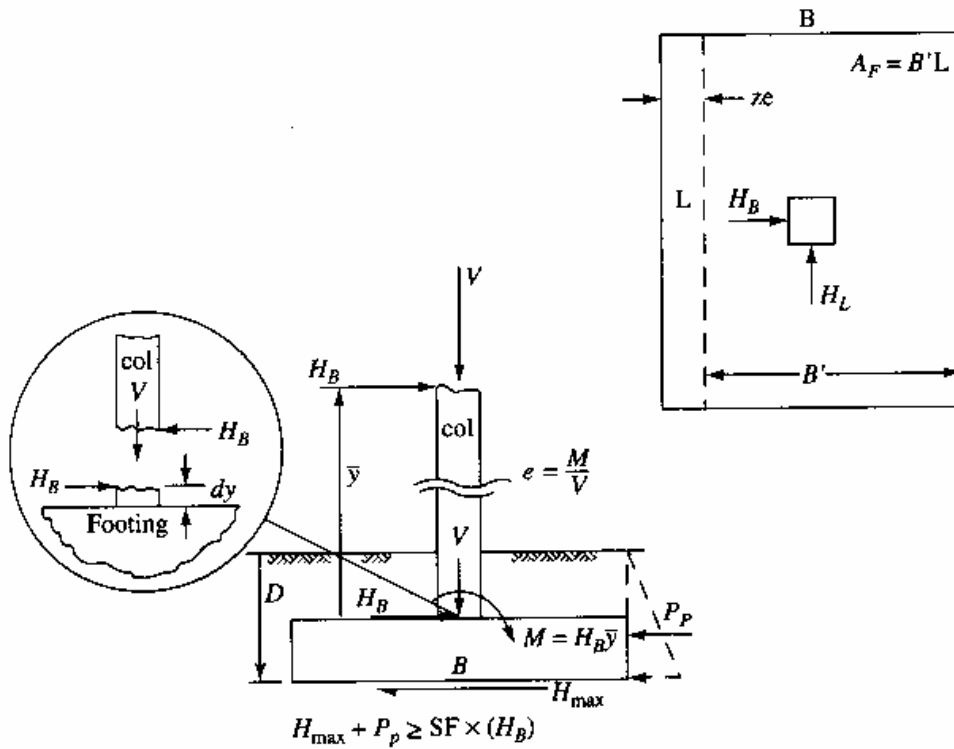
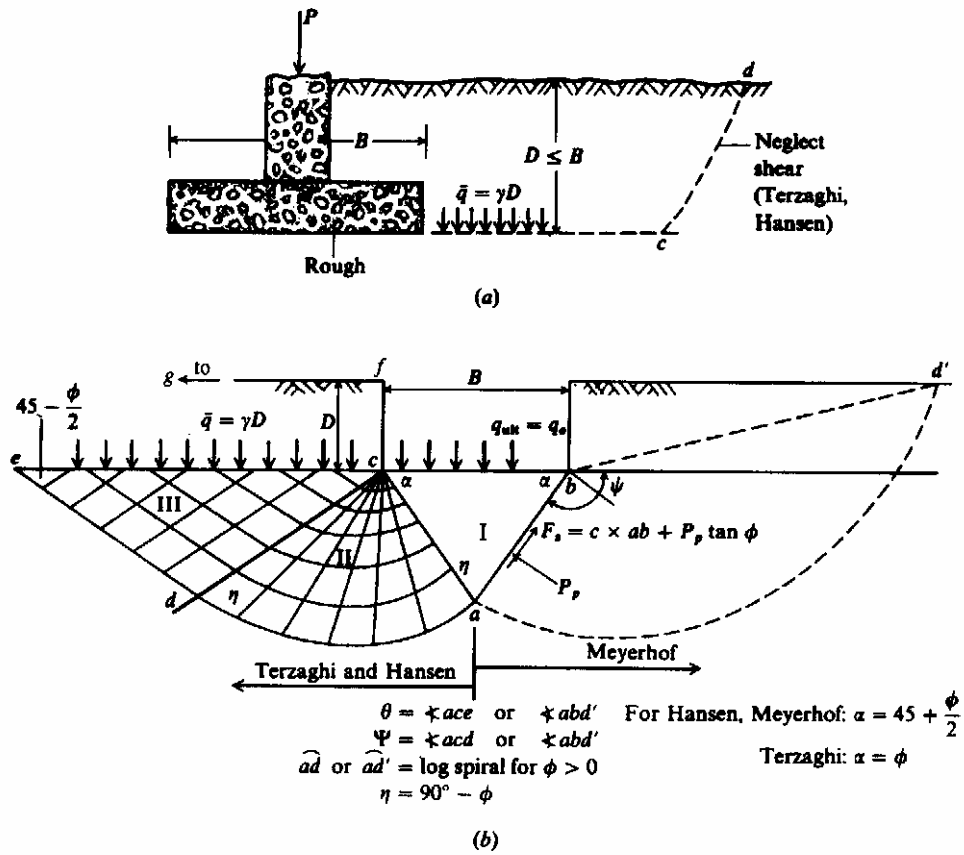


圖 2.14 Hansen & Vesic' 承载力理論之傾斜、地面及基底因子之示意圖

(Bowles, 1996)

Bowles(1996)將以上四人的基礎承載模式加以整理如圖 2.15 所示:



(a) Shallow foundation with rough base defined. Terzaghi and Hansen equations of Table 4-1 neglect shear along cd ; (b) general footing-soil interaction for bearing-capacity equations for strip footing—left side for Terzaghi (1943), Hansen (1970), and right side Meyerhof (1951).

圖 2.15 Bowles(1996)整理之基礎承載模式示意圖

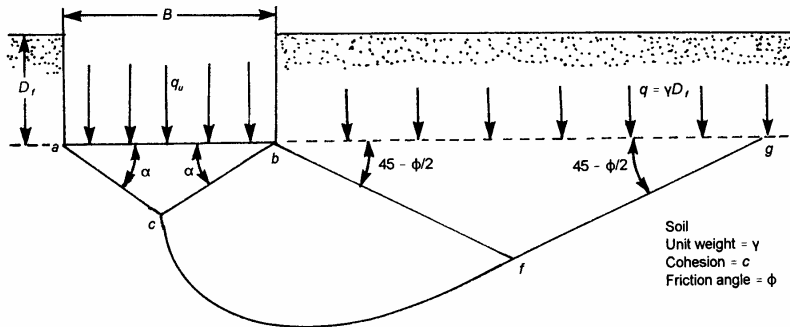
(f). Hu's bearing capacity theory (1964)

Hu 以 Terzaghi 的理論作為發展的基礎(圖 2.16)，他認為 α 為一函數

$$\alpha = f(\gamma, \psi, q)$$

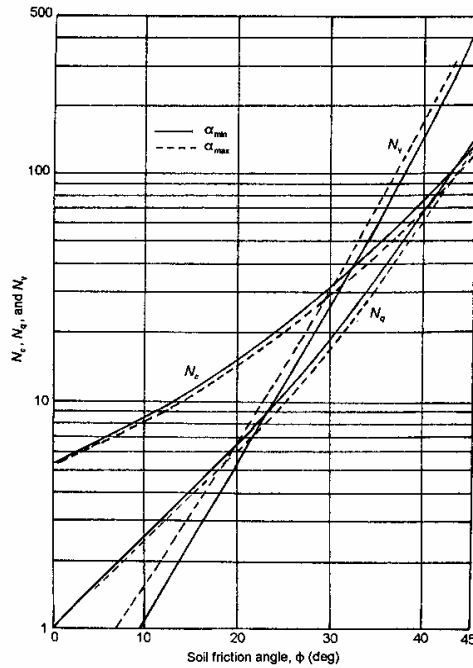
$$\text{且 } \psi < \alpha_{\min} < 45 + \psi/2 ; \alpha_{\max} = 45 + \psi/2$$

承載力係數 N_c 、 N_q 、 N_γ 如圖 2.17 所示：



Failure surface in soil at ultimate load for a continuous rough rigid foundation as assumed by Terzaghi

圖 2.16 Hu (1964)承載力理論之破壞模式



Hu's bearing capacity factors

圖 2.17 Hu (1964)承載力係數 N_c 、 N_q 、 N_γ

以 Rankine、Bell、Casagrande&Fadum、Prandtl、Terzaghi 及 Meyerhof 等人所提之承載力公式主要假設土體為全面剪力破壞(complete shear failure) 並且土體之承載力為剪力阻抗模式，這些假設對於局部漸進式破壞(Local progressive failure)或是崩裂式破壞(cracking failure)並不適用。另外，其承載力之 N_q 作用地表面上超載重所引起之摩擦阻抗因子忽略土體內部摩擦效應對於承載力有低估的現象。



2. 極限分析法

極限分析法依上限與下限定理(Upper and Lower bound theorem)，可得到破壞載重之上限值與下限值，若上下限值相同時，即為真實之承載力值。

上限定理需滿足動態容許速度場(kinematically admissible velocity field)條件，首先必須假設符合變形相容條件(Compatible)，且於最可能滑動面所產生之應變方向，亦需滿足降伏條件與塑性流準則(Plastic Flow Rule)。利用破壞時外力對此破壞機構所作之功不小於內能消散率之上限定理要求，可求出承載力等未知量之上限值及對應的破壞機構。於上述假設條件中必須滿足速度邊界條件、應變與速度諧和條件，因為只考慮破壞變形組態與能量之消散，因此土體不需處於平衡狀態。

下限定理則著重基礎承載力之下限值，首先於靜態允許應力場(statically admissible stress field)條件，滿足平衡條件、受力幾何邊界並遵行破壞準則，其所得之承載力小於或等於真實極限承載力。相關極限分析法所滿足關係圖如圖 2.18 所示。

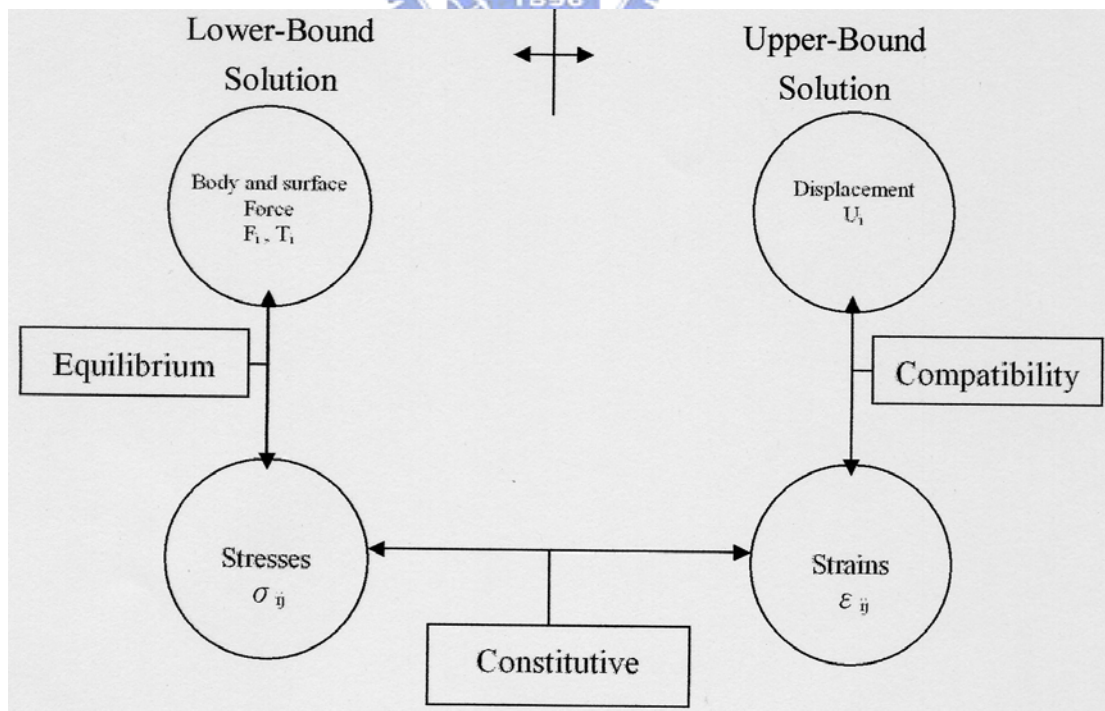


圖 2.18 上限定理與下限定理關係圖(Chen & Drucker, 1968)

極限分析法能有效預測土壤或岩石之極限承載力，更可計算複雜之非均質、非等向或具張裂行為之地質材料的承載能力。Chen (1975)假設基礎材料破壞時為圓弧滑動，以極限分析法計算單層及雙層之非均質非等向性土體的極限承載力。Reddy & Venkatakrishna (1982)採用 Prandtl(1921)提出的土體破壞滑動面，以上限定理求得長條型基礎座落於非均質非等向性土體之極限承載力。Solan (1988)提出經由有限元素法及線性編制法(linear programming)計算於下限定理求得平面應變條件下之承載力，其研究成果應證以下限定理經由嚴謹的數值分析可得較接近真實解之承載力值。Solan & Kleeman (1995)以上限定理求解均質及非均質複合土體之極限承載力。



2.4.1.2 岩石中淺基礎之承载力理論分析

1. 極限平衡法

以類似土壤之極限平衡方法，且考慮岩石脆性或張裂的特性。

(a) Bell (1915)

Bell 考慮岩石自重，以塑性平衡方程式，針對岩盤中的長條基礎，配合 Mohr-Coulomb 破壞準則，求得岩石基礎承载力，其公式為：

$$q_a = \frac{C_{f1}cN_c + C_{f2} \frac{1}{2} B\gamma_r N_\gamma + \gamma DN_q}{FS}$$

$$N_c = N_\phi^{\frac{1}{2}} (N_\phi + 1)$$

$$N_\gamma = 0.5 N_\phi^{\frac{1}{2}} (N_\phi^2 - 1)$$

$$N_q = N_\phi^2$$

D、B：基礎深度與寬度

C_{f1} 、 C_{f2} ：形狀因子（表 2.14）



表 2.14 Bell 承载公式形狀因子對照表（Wyllie 1992）

Correction factors for foundation shapes ($L = \text{length}, B = \text{width}$)		
Foundation shape	C_{f1}	C_{f2}
Strip ($L/B > 6$)	1.0	1.0
Rectangular		
$L/B = 2$	1.12	0.9
$L/B = 5$	1.05	0.95
Square	1.25	0.85
Circular	1.2	0.7

(b)Ladanyi (1968)

假設岩體破壞時類似 Bell(1915)提出之楔形剪力破壞，岩體滿足 Fairhurst 破壞準則(Fairhurst, 1964)以極限平衡方法求得極限承載力。

$$q_0 = \left\{ 4(n+1)^{0.5} / [1 + (n+1)^{0.5}] \right\} \cdot \sigma_c$$

其中， q_0 為極限承載力、 n 為岩石單壓強度與單拉強度比值、 σ_c 為岩石單壓強度。

(c)Ladanyi & Roy (1971)

假設基底下岩石具有兩組裂面，如圖 2.19 所示。以相同 Ladanyi (1968)所假設之破壞滑動面並考慮裂面上之剪力阻抗，以極限平衡分析法求其極限承載力。

$$q_0 = \left[\sigma_{3A} N_{\phi_1} + \left(\frac{c_1}{\tan \phi_1} \right) (N_{\phi_1} - 1) \right]$$

若地表加載荷重 $q_s = 0$:

$$\sigma_{3A} = \left(\frac{\gamma B}{2 \tan \psi_1} \right) N_{\phi_2} + \left(\frac{c_2}{\tan \phi_2} \right) (N_{\phi_2} - 1)$$

若地表加載荷重 $q_s > 0$:

$$\sigma_{3A} = \left(q_s + \frac{\gamma B}{2 \tan \psi_1} \right) N_{\phi_2} + \left(\frac{c_2}{\tan \phi_2} \right) (N_{\phi_2} - 1)$$

$$N_{\phi_1} = \tan^2(45^\circ + \phi_1/2)$$

$$N_{\phi_2} = \tan^2(45^\circ + \phi_2/2)$$

其中， q_0 為極限承載力、 c 為裂面之凝聚力、 B 為基礎寬度、 ψ 為裂面之傾角、 ϕ 為裂面摩擦角、 γ 為岩石單位重，足標 1 及 2 代表裂面 1 及裂面 2。

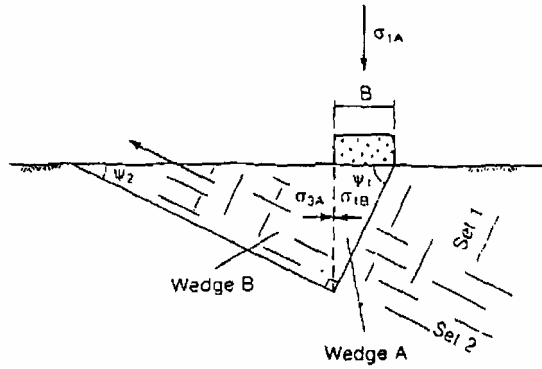


圖 2.19 具兩組裂面基礎破裂機制示意圖(Ladanyi & Roy, 1971)

(d) Pell & Turner (1980)

Pell & Turner (1980)觀察模型試驗結果，利用類似 Ladanyi(1968)的極限平衡分析法並考慮岩石脆性性質，假設基礎下方岩石只剩下較低的殘餘強度，其公式如下：

$$q_0 = \sigma_c \tan^2(45 + \phi_r/2) = \sigma_c \cdot K_p$$

q_0 為極限承载力、 ϕ_r 為岩石殘餘摩擦角、 σ_c 為岩石單壓強度。

(e) Goodman (1989)

Goodman 考慮圖 2.10 a-c 之破壞模式，一條形基礎下方岩體受壓向兩側伸展，導致岩體兩側產生輻射狀裂縫，基礎下方破裂岩體強度如圖 2.20 下方之破壞包絡線，受壓岩體兩側裂縫較少之岩體強度為圖 2.20 上方之破壞包絡線，支承基礎下方岩體（圖 2.20 中區域 A）之最大水平圍壓為 P_h ， P_h 可由圖 2.20 中區域 B 岩體之單壓強度求得，由圖 2.20 可得一均質、不連續的岩盤承载力，此承载力之下限為岩體之單壓強度，其公式如下：

$$q_f = q_u(N_\phi + 1)$$

$$N_\phi = \tan^2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right)$$

q_u ：單壓強度

ϕ ：內摩擦角

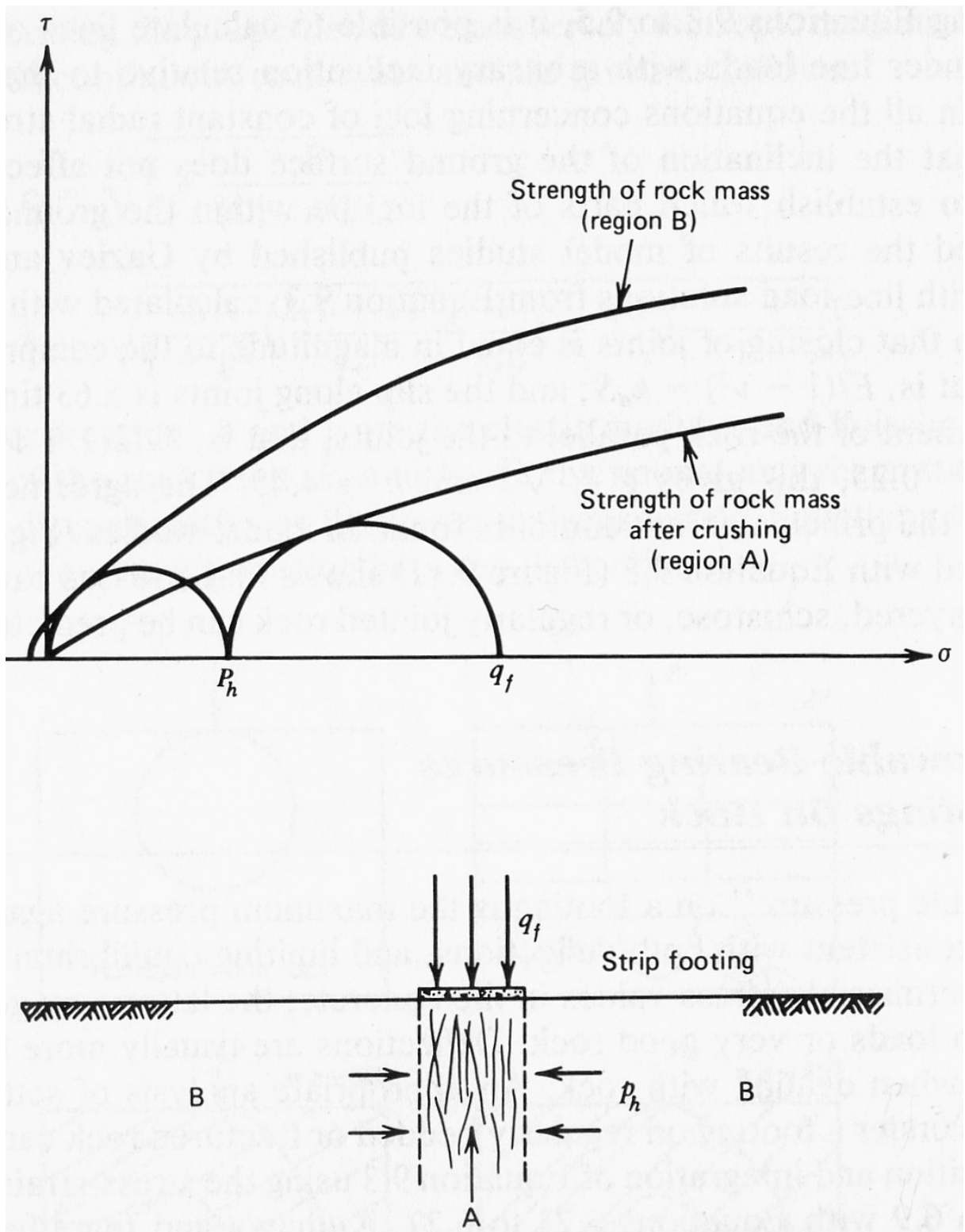


圖 2.20 岩石承載力分析示意圖 (Goodman, 1989)

(f)Wyllie (1992)

Wyllie(1992)觀察多孔隙岩石(Porous Rock)、縝密裂縫型岩石(Closely Fractured Rock)和軟弱岩石(Very Weak Rock)之破壞模式及應力莫耳圓(如圖 2.18 所示)，類似 Bell(1915)推導方式假設長條型基礎下之岩石破壞面為兩個破壞區域，分別為主動破壞區 A 及被動區 B(如圖 2.21(a)所示)。將兩個破壞區域之應力狀態假設如三軸壓縮試驗，配合 Hoek-Brown 強度破壞準則(如圖 2.22(b)所示)可評估非完整岩石之基礎承載力，公式與假設條件如下：

- i. 假設基礎下岩石破壞面以直線構成。
- ii. 兩破壞契型塊介面間之剪力阻抗不計。
- iii. 岩石自重忽略。

當 $q_s = 0$

$$q_a = \frac{C_{f1} s^{0.5} \sigma_{u(s)} \left[1 + (ms^{-0.5} + 1)^{0.5} \right]}{F}$$

當 $q_s > 0$

$$q_a = \frac{C_{f1} \left[(m\sigma_{u(r)}\sigma'_3 + s\sigma_{u(r)}^2)^{0.5} + \sigma'_3 \right]}{F}$$

m 、 s 為 Hoek-Brown 破壞準則之岩體性質； F 為安全因素； $\sigma_{u(r)}$ 為岩石之單壓強度； q_s 為地表超載； σ'_3 為 $\sigma'_3 = (m\sigma_{u(r)}q_s + s\sigma_{u(r)}^2)^{0.5} + q_s$ ； C_{f1} 為 Sower(1970)所提之基礎形狀因子(表 2.15)。

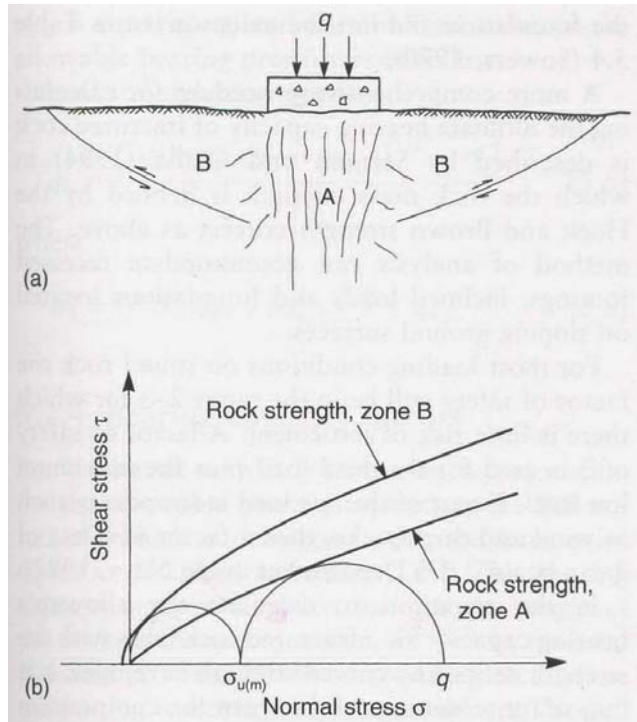


圖 2.21 (a)岩石破壞模式,(b)岩石強度莫耳圓示意圖(Wyllie, 1999)

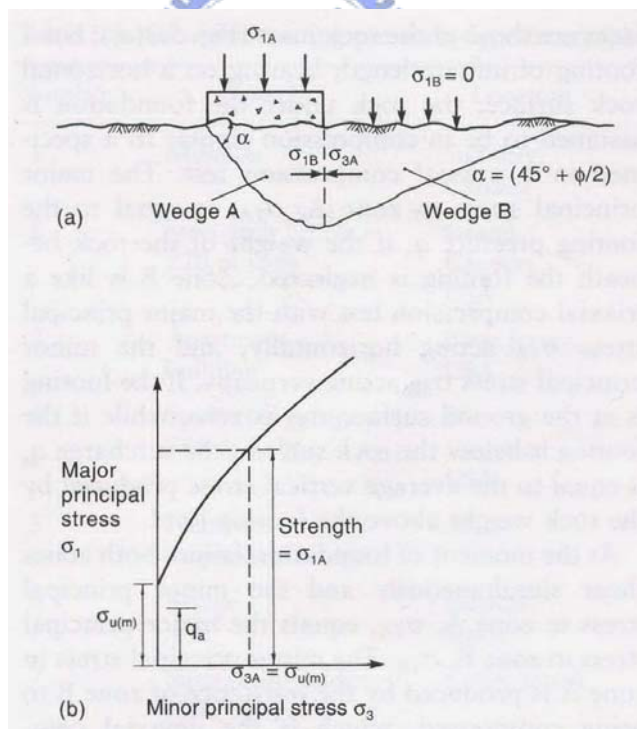


圖 2.22 (a)假設岩石破壞面示意圖,(b)配合 Hoek-Broen 破壞準則應力莫耳圓(Wyllie, 1999)

表 2.15 Wyllie 承載公式之修正因子(Wyllie, 1992)

Correction factors for foundation shapes ($L = \text{length}$, $B = \text{width}$)		
<i>Foundation shape</i>	C_{f1}	C_{f2}
Strip ($L/B > 6$)	1.0	1.0
Rectangular		
$L/B = 2$	1.12	0.9
$L/B = 5$	1.05	0.95
Square	1.25	0.85
Circular	1.2	0.7



2. 極限分析法

極限分析能計算複雜之材質特性或不同地表幾何狀態的極限承載能力，為近來廣泛發展的分析方法。

(a) Hill (1950)

以假設破壞滑動面為剛性塊體 $\triangle AOC$ 、對數螺旋線組成扇形 $\triangle ACD$ 及楔形體 $\triangle ADE$ 所組成 (如圖 2.23 所示)。以上限定理分析，考慮外功所作的功率等於岩體滑動時內能消耗率並忽略基底材料自重，求得極限承載力公式。

$$q_u = cB \cot \phi \left[e^{\pi \tan \phi} \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) - 1 \right]$$

其中， q_u 為極限承載力、 ϕ 為岩石摩擦角、 c 為岩石凝聚力、 B 為基底寬度。

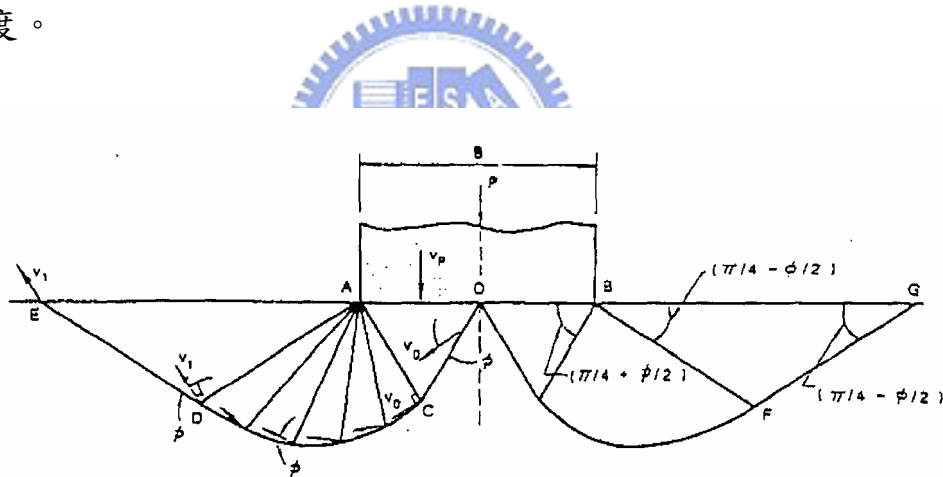


圖 2.23 Hill(1950)假設基底岩石破壞機制示意圖

(b) Chen & Drucker (1969)

對於混凝土及岩石塊體破壞機制的觀察，提出長條型基礎座落於岩石之承載理論。假設岩石為完全彈塑性材料，滿足考慮材料張力強度的修正莫爾庫倫破壞準則，遵循諧合流法則以極限分析法，利用不同之邊界定理，可求出介於上限解及下限解之間的真實解。

上限解：

假設基腳為剛性，考慮如圖 2.24 之張裂破壞型態，利用修正之 Coulomb 破壞準則，導出上限解如下：

$$q_u = f_t \left[\frac{H}{a} \tan(2\alpha + \phi) - 1 \right]$$

$$\cot \alpha = \tan \phi + \sec \phi \left\{ 1 + \frac{(H/a) \cos \phi}{(f_c/f_t)[(1 - \sin \phi)/2] - \sin \phi} \right\}$$

其中， q_u 為極限承载力、 ϕ 為岩石摩擦角、 f_c 及 f_t 分別為岩石單壓及單拉強度、 H 為基底高度、 a 為基底寬度的一半。

下限解：

假設三角形應力場如圖 2.25 所示，下限定理是由靜態容許應力場 (statically admissible stress field) 計算極限承载力，故考慮 ABD 之力平衡條件，採用修正之 Coulomb 破壞準則，便能利用圖解法求出極限承载力之下限解。

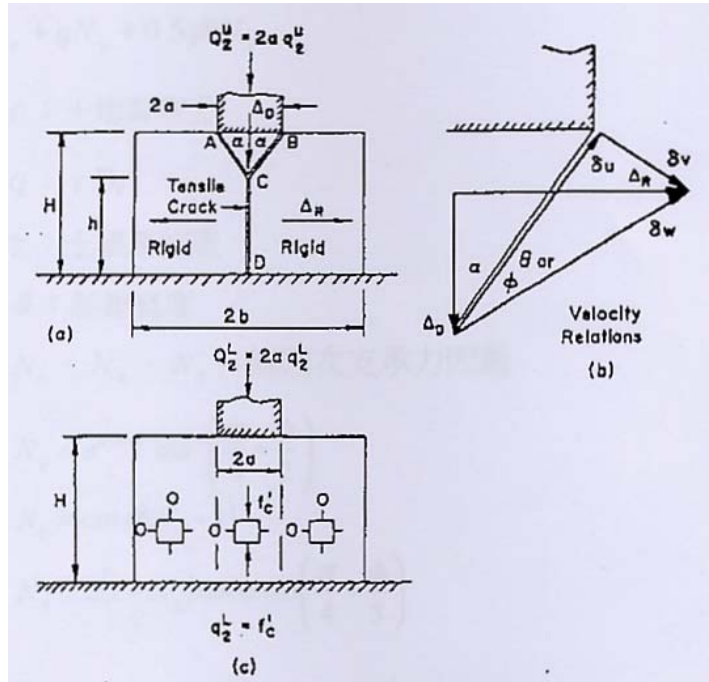


圖 2.24 假設岩石張裂破壞模式示意圖(Chen & Drucker, 1969)

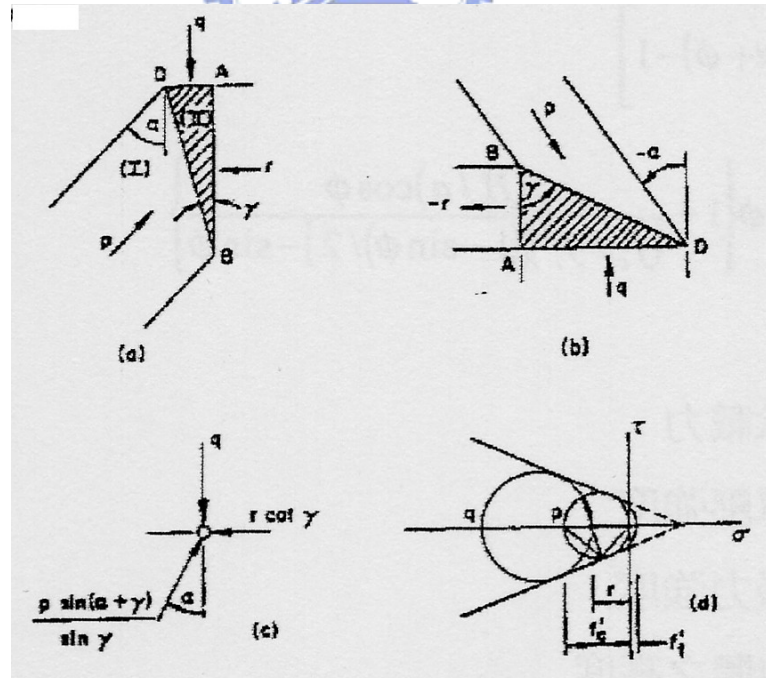


圖 2.25 三角應力場求解下限解之示意圖(Chen & Drucker, 1969)

(C) 葉贊育(1993)

提出橫向等向性岩石之長條型基礎承載力解析公式，利用滑動線法與應力平衡方程式配合修正適合異向性岩石之 Hoek-Brown 破壞準則，推求承載力與破壞時之滑動線。其理論假設如下：(葉贊育，1993)

- i. 岩體為均質材料，分析時不考慮岩體自重。
- ii. 滑動破壞區內之各點均達屈伏強度。
- iii. 因岩石應度強故假設材料行為為完全塑性體。
- iv. 塑性區內材料行為滿足協合流動法則。
- v. 假設為平面應變狀態且岩體之彈性對稱面之走向與分析平面垂直。
- vi. 屈服函數(yield function)之各參數，僅單軸抗壓強度與岩層面傾角有關($\sigma_c = \sigma_c(\psi)$)。

其應力應變於莫耳圓上幾何關係配合(圖 2.26)Hoke-Brown 破壞準則，並遵循諧和流法則利用平衡方程式，求解得基礎下之破壞時滑動線。公式通解如下：

$$\sigma_{m2} - \sigma_{m1} = -\int_{\psi_1}^{\psi_2} \lambda_i d\psi \quad \text{沿 i 滑動線}$$
$$\sigma_{m2} - \sigma_{m1} = -\int_{\psi_1}^{\psi_2} \lambda_j d\psi \quad \text{沿 j 滑動線}$$

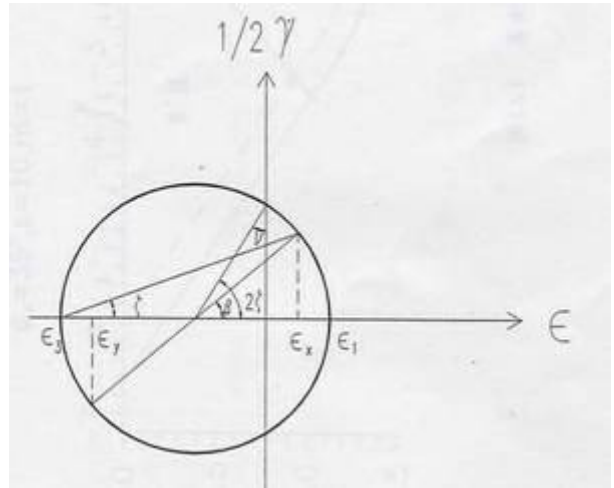
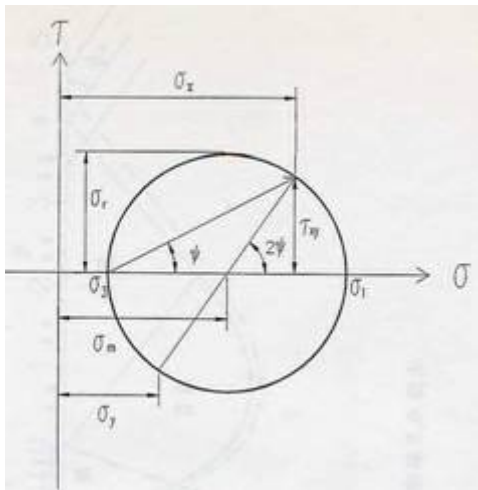
其中：

$$A = \frac{1}{4} \left\{ m\sigma_c (\sigma_m - \sigma_r) + s\sigma_c^2 \right\}^{\frac{1}{2}} m\sigma_c$$

$$B = \frac{1}{8} \left\{ m\sigma_c (\sigma_m - \sigma_r) + s\sigma_c^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sigma_r} \left\{ m(\sigma_m - \sigma_r) + 2s\sigma_c \right\} \frac{\partial \sigma_c}{\partial \psi}$$

其中， m 、 s 為 Hoke-Brown 岩體參數； σ_m 為平均主應力 ($\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$)； σ_r 為最大剪應力 ($\sigma_r = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$)； σ_c 為岩石無為單壓強度 ($\sigma_c(\psi)$)； ψ 為最大主應力與 x 軸之夾角

其特徵方程式配合各種不同地表形狀、不同邊界條件下之岩石之基礎承載公式，如圖 2.27、2.28、2.29、2.30 所示。



(a)應力莫耳圓示意圖

(b)應變莫耳圓示意圖

圖 2.26 莫耳圓應力應變示意圖(葉贊育, 1993)

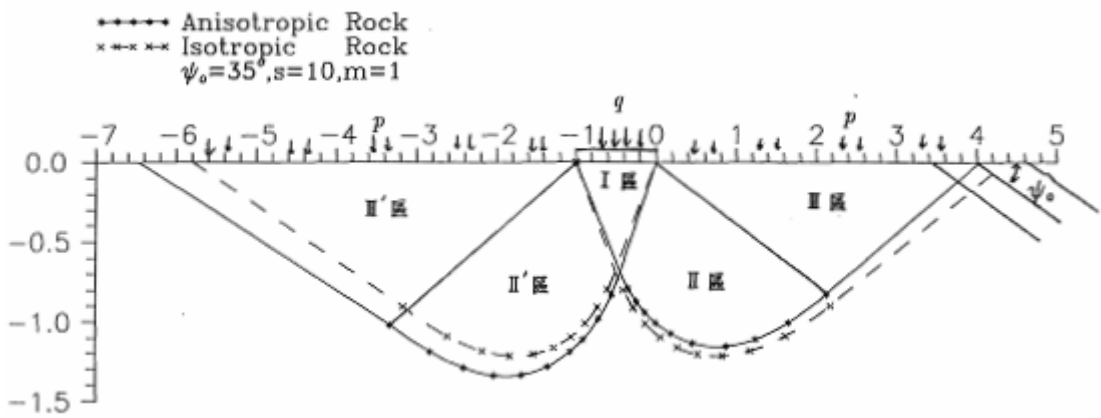


圖 2.27 水平基礎破壞時滑動曲線示意圖(葉贊育, 1993)

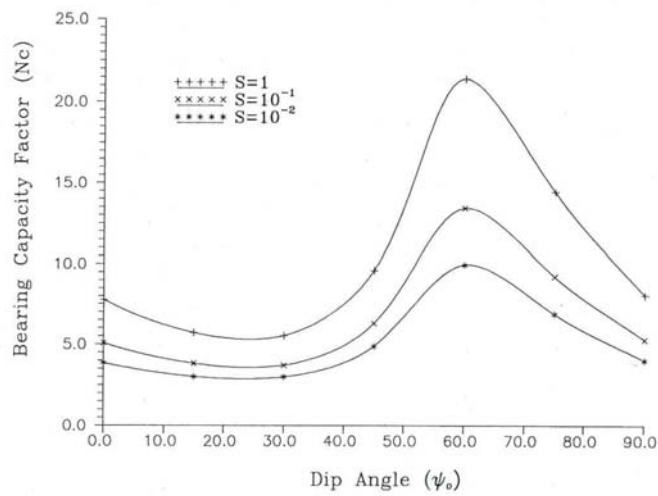


圖 2.28 水平基礎承載因數與岩石面傾角關係圖(葉贊育, 1993)

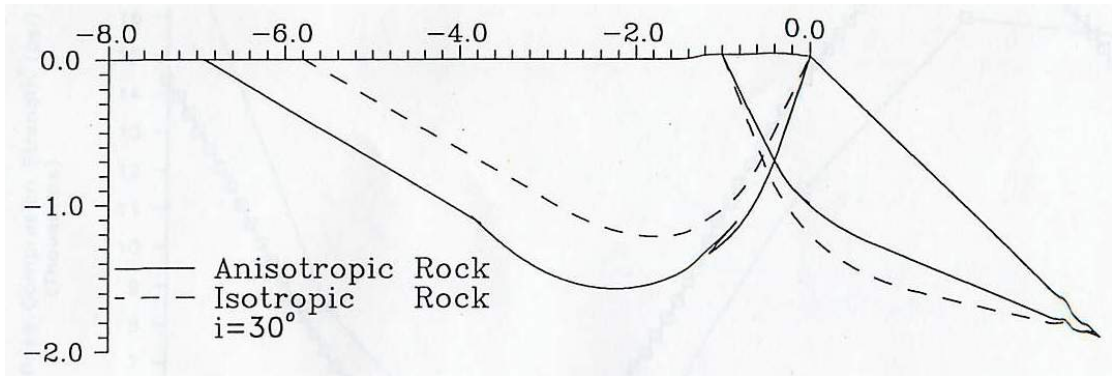


圖 2.29 坡地地形與水平遞交接觸破壞滑動示意圖(葉贊育，1993)

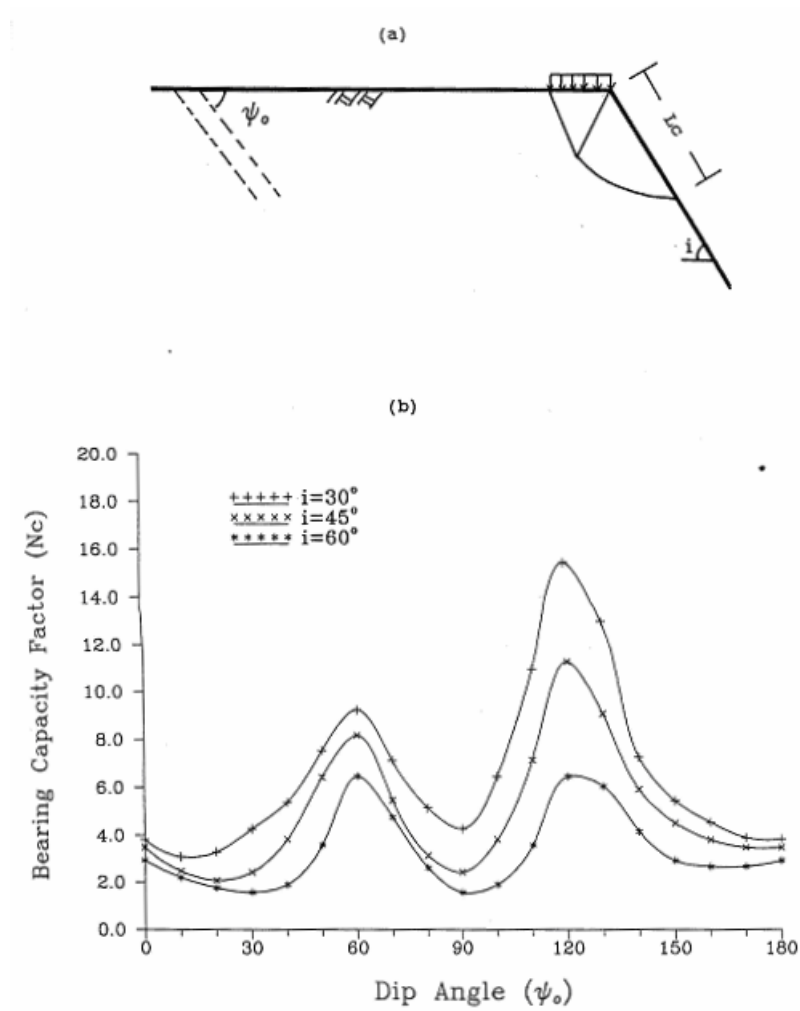


圖 2.30 山坡地形之承载力因數與坡面角與地層傾角關係
(葉贊育，1993)

3. 初始破壞法

此法之目的在於基礎荷重影響下，基礎材料某點發生破壞之極限承載壓力。針對脆性材料如硬岩，根據 Griffith(1921)破壞理論說明當微裂縫存在於材料中，受到張力應力作用時導致微裂縫邊界產生應力集中狀態，若所受應力大於材料本身之張力強度時裂縫開始傳播，而隨著裂縫橫斷面長度增加而造成應力集中增加，如此循環最後材料因裂縫傳遞過程中而導致破壞(Coates and Gyenge, 1966)。因此證明假設初始破壞與極限破壞為同一時間發生之正確性，即破壞應力狀態下材料將於裂縫開始產生後隨即造成不穩定裂縫傳播。對於之前研究發現，應用初始破壞法預測硬岩或軟岩之極限承載力是不適合的，除非於分析時考慮適當之裂縫條件與裂縫閉合所產生之強度，才可得到良好之預測。(Choi, 1984)

Ladanyi&Nguyen(1966)假設為長條形且完全柔性基礎：，利用 Griffith 破壞準則求出：

Griffith 破壞準則

$$Q_f = 2.17\sigma_c$$

修正 Griffith 破壞準則

$$Q_f = \frac{\left\{ \left(\frac{\pi}{2} \right) (1 - \sin \phi) \right\} \cdot \sigma_c}{\left[\cos \phi - \left(\frac{\pi}{2} - \phi \right) \sin \phi \right]}$$

其中， Q_f 為基礎極限承載力、 σ_c 為岩石單壓強度、 ϕ 為岩石摩擦角

Coates(1981)假設為長條形且剛性基礎，利用 Griffith 破壞準則求出：

$$Q_f = 3\pi \cdot \sigma_c \cdot \left(\frac{y}{B} \right)^{0.5} \left(1 - \frac{y}{B} \right)^{0.5}$$

其中， Q_f 為基礎極限承載力、 σ_c 為岩石單壓強度、 y 為岩石裂縫至基腳邊緣之距離、 B 為基礎寬度。

此初始破壞法適合非常脆性岩石，故對於軟岩基礎之適用性與否值得進行討論研究之。

