

## 第五章 求解地球重力場模型

CHAMP 等重力衛星的發射，把衛星重力測量的技術與精度向前邁進了一大步。影響人造衛星求解重力模型的因素，包含衛星的高度要低，因越低的衛星對重力場越敏感；衛星軌跡須全球性均勻的分佈，因極溝(Polar Gap)地區重力值無法直接觀測，需利用地面重力測量資料或極地區域航空重力測量資料來補充；非保守力的影響，在低軌道的衛星中，空氣阻力是一個很主要的擾動，且難有好的模型的來模擬(朱聖源、施闢，2003)。CHAMP 衛星針對上述問題設計特點是衛星高度低、傾角接近 90 度、軌道為均勻分佈，載具裝有加速儀可直接量測衛星表面受力的影響。

由人造衛星來求解重力場模型有兩種可行方法，分別是一步法、兩步法(朱聖源、施闢，2003)，所謂的一步法是用 LEO 和地面站的原始觀測數據，同時求解衛星軌道和重力場模型，需要解算大量的參數(GPS 衛星軌道、LEO 軌道、EOP 參數等)，計算工作量巨大，對硬體的要求也相對的提高；而兩步法是先定衛星軌道，接著再解算重力場模型，本章重點即是針對 CHAMP 衛星採用兩步法進行地球重力場模型的解算。

### 5-1 CHAMP 衛星軌道

因本文求解地球重力場模型是選擇兩步法，所以需要CHAMP的衛星軌道數據，而此資料是由德國Muenchen技術大學(TUM, Technical University of Munich)所提供，Muenchen技術大學的Svehla D.博士利用運動學原理由星載GPS相位原始數據對CHAMP衛星進行軌道求解，CHAMP軌道解算結果與2002年1175GPS周的

SLR(Satellite Laser Ranging)定軌結果比較(圖5-1)，其軌道差異之標準差為23mm (Svehla and Rothacher, 2003)。

選取2002年11月18日-20日三天的軌道資料，繪製三天的衛星軌跡圖(圖5-2)，由圖中可看到在南、北極有空白的區域，此一現象即是所謂的極溝。

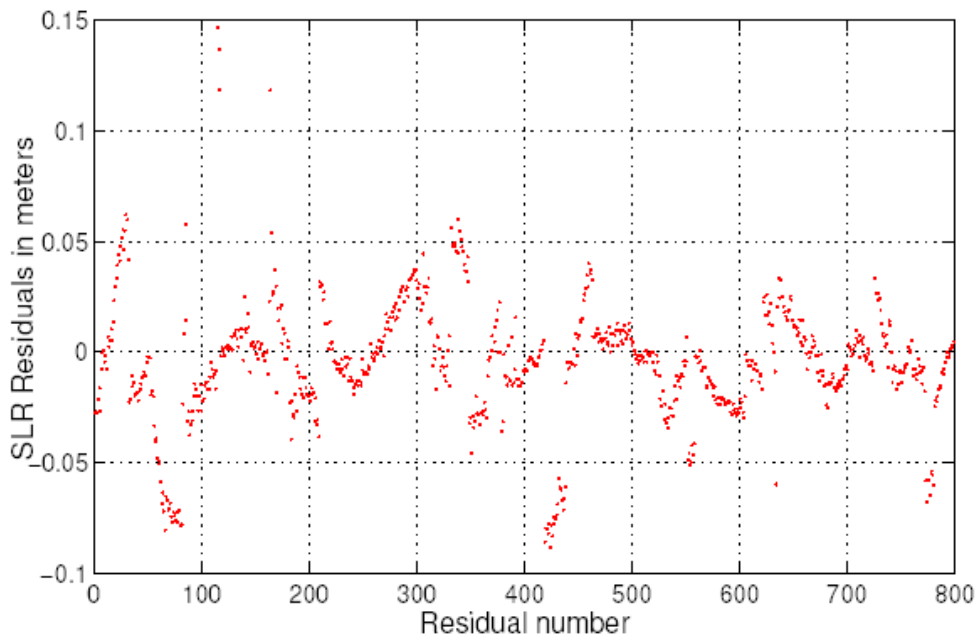


圖5-1 CHAMP軌道解算結果與SLR的比較

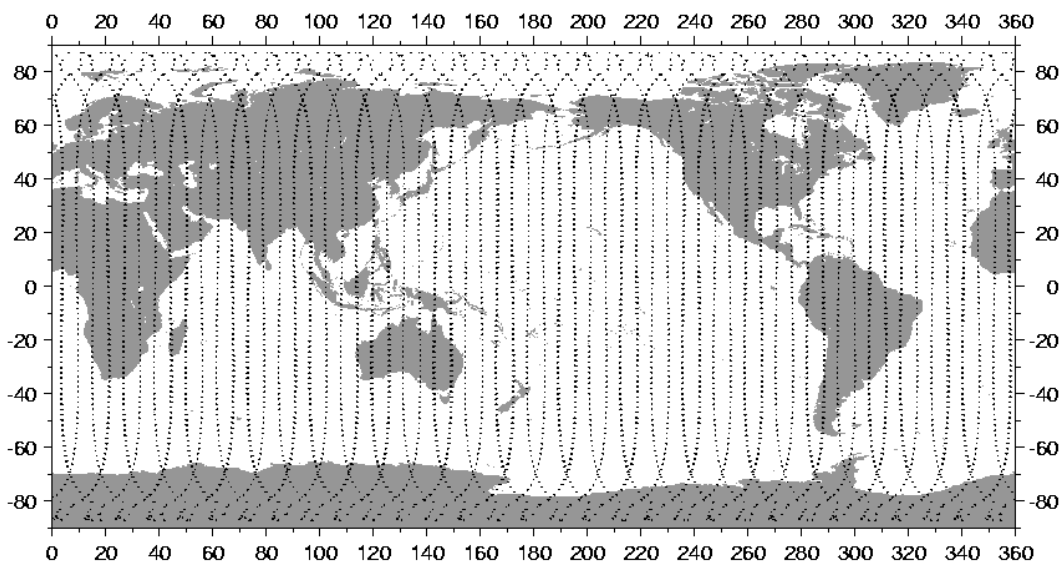


圖 5-2 衛星軌跡圖

## 5-2 重力場模型解算

本文自 Svehla D.博士所提供之一年 CHAMP 軌道資料，選取 2002 年 11 月 18 日-20 日三天數據以 EGM96 為初始值來解算地球重力場模型，最後由 GEODYN 軟體解得之重力場模型 NCTU 將與 GGM01S 進行比較。表 5-1 為 GEODYN 步驟 GIIS 之 CHAMP 衛星定軌參數設定。在解算的過程中發現經驗參數的設定可左右解算精度，所以在軌道的徑向(radial)、沿軌方向(Along-trace)和軌道法向(Cross-track)解算加速度模型，且於三天的計算期間每一個小時即解算一個空氣阻力係數。

表 5-1 CHAMP 衛星定軌參數

Model	Reference	
慣性系	J2000	
行星星曆	JPL DE200	
極移	IERS	
參考橢球	$a_e = 6378136.3m$ $1/f = 298.257$	
多體攝動	太陽、月亮、金星、火星、水星、土星、木星、天王星、海王星、冥王星	
海潮、固體潮、極潮	EGM96	
$GM_e$	$396800.4415km^3 / s^2$	
大氣模型	MSIS Empirical Drag model	
地球輻射	ALBEDO	
光速	$299792458.0ms^{-1}$	
太陽輻射係數	1.0	
經驗加速度	5 階	9 參數模型/3hour
	25 階	9 參數模型/3hour
	60 階	9 參數模型/2hour
	70 階	9 參數模型/2hour
空氣阻力係數	1 係數值/hour	

### 5-3 重力場模型解算結果

利用重力場模型真值 GGM01S 分別求出與 EGM96 和本文解得之重力場模型 NCTU 的差異，其差異量則是以大地起伏和重力異常來表達。圖 5-3~圖 5-8 為 EGM96、GGM01S 和 NCTU 70 階的大地起伏和大地起伏等值圖；圖 5-9~圖 5-14 為 EGM96、GGM01S 和 NCTU 70 階的重力異常和重力異常等值圖，圖 5-15~圖 5-18 為 GGM01S 與 EGM96、GGM01S 與 NCTU 70 階的大地起伏差值圖和差值等值圖；圖 5-19~圖 5-22 為 GGM01S 與 EGM96、GGM01S 與 NCTU 70 階的重力異常差值圖和差值等值圖。

表 5-2、表 5-3 為 GGM01S 與 EGM96、GGM01S 與 NCTU 分別 5 階、25 階、60 階、70 階的大地起伏差值統計結果；表 5-4、表 5-5 為 GGM01S 與 EGM96、GGM01S 與 NCTU 分別 5 階、25 階、60 階、70 階的重力異常差值統計結果。比較 GGM01S 與 EGM96、GGM01S 與 NCTU 兩組的大地起伏差值統計結果(表 5-2)(表 5-3)，從表中的均方根值可知 GGM01S 與 NCTU 在各階的差值皆比 GGM01S 與 EGM96 的差值小，表示所解算的 NCTU 比 EGM96 更接近重力場模型真值，也證明本文所解算的 NCTU 相較於 EGM96 其精度確實有改善，再由 GGM01S 與 EGM96、GGM01S 與 NCTU 兩組的重力異常差值統計結果(表 5-4)(表 5-5)來比較，同樣顯示上述之結果。

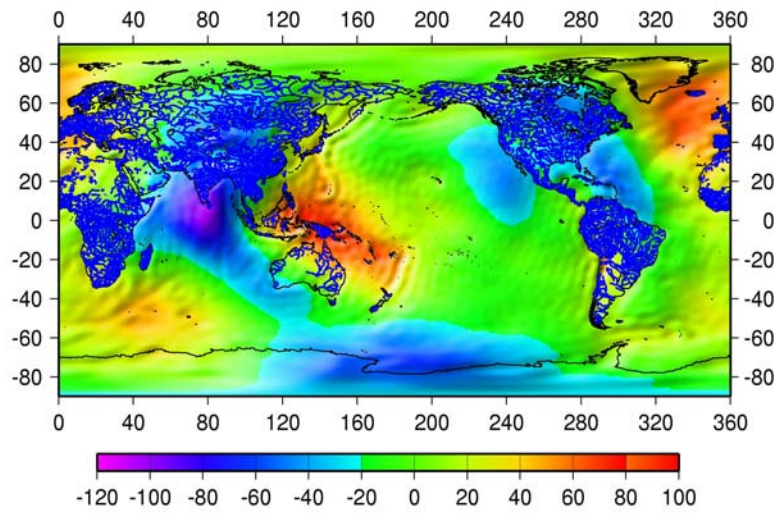


圖 5-3 EGM96(70 階)大地起伏 單位：m

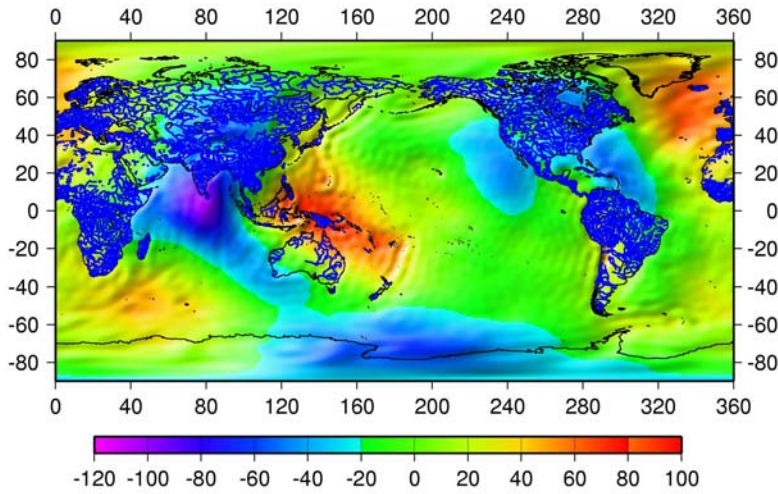


圖 5-4 GGM01S(70 階)大地起伏 單位：m

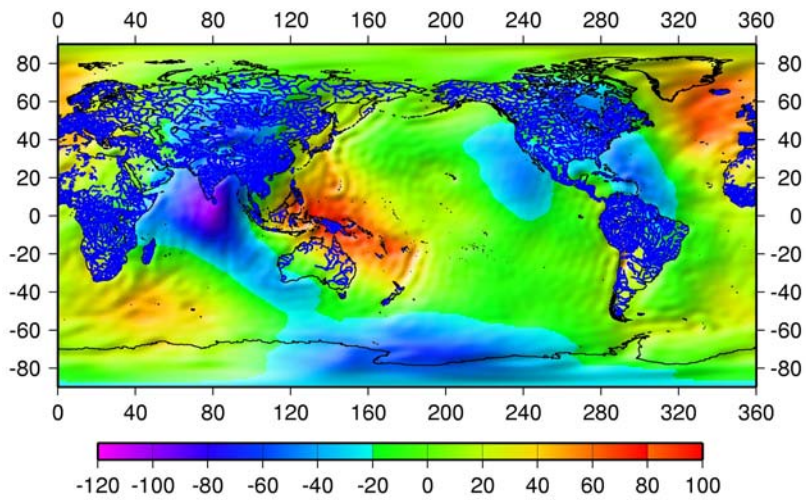


圖 5-5 NCTU(70 階)大地起伏 單位：m

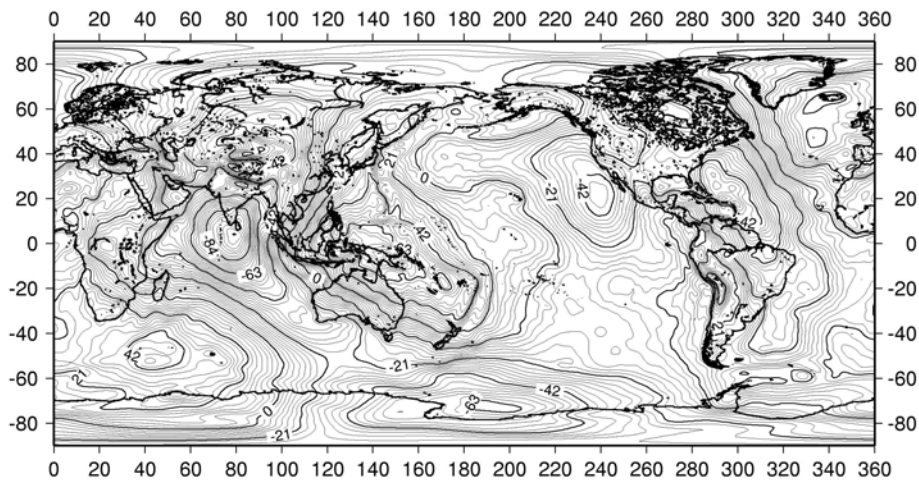


圖 5-6 EGM96(70 階次)大地起伏等值線 單位：m

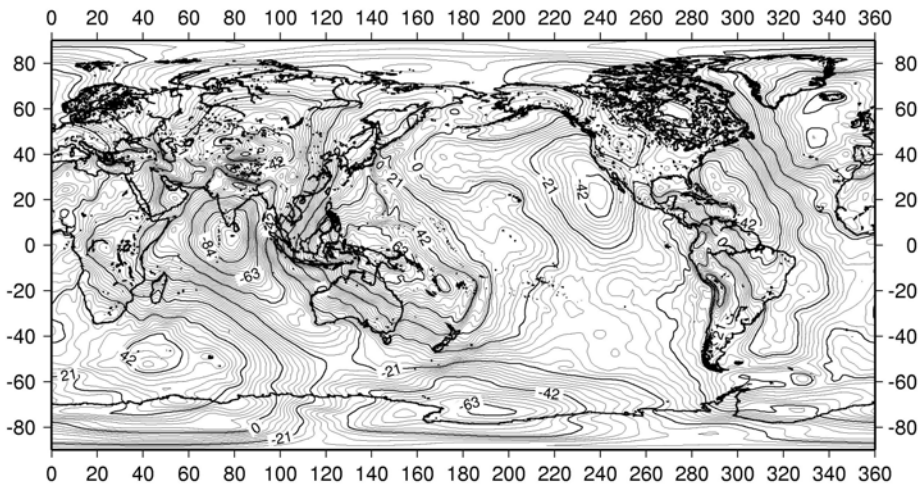


圖 5-7 GGM01S(70 階次)大地起伏等值線 單位：m

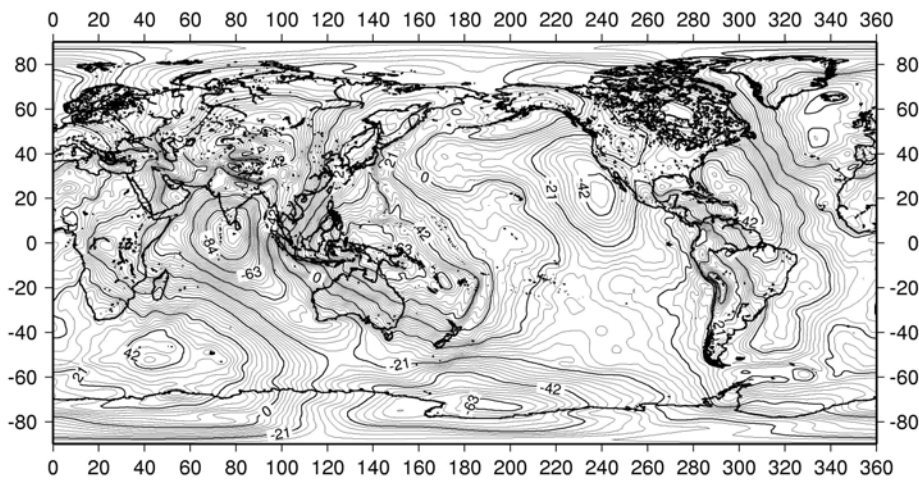


圖 5-8 NCTU(70 階次)大地起伏等值線 單位：m

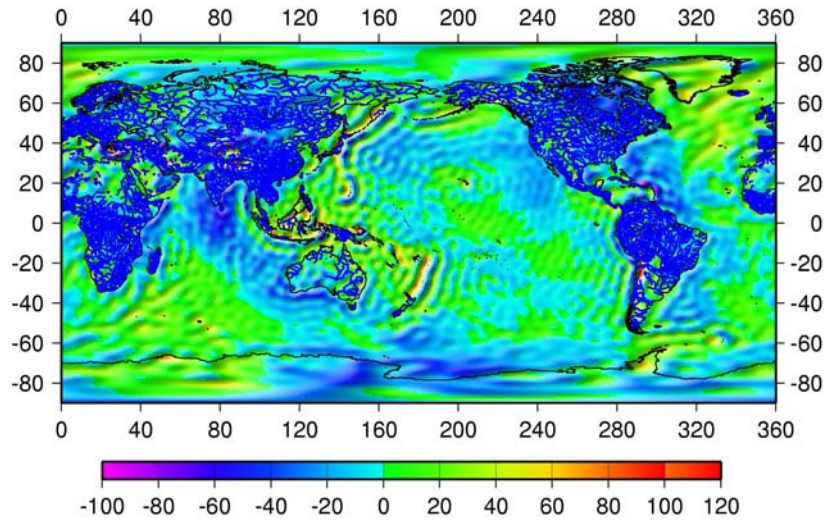


圖 5-9 EGM96(70 階次)重力異常等值線 單位：magl

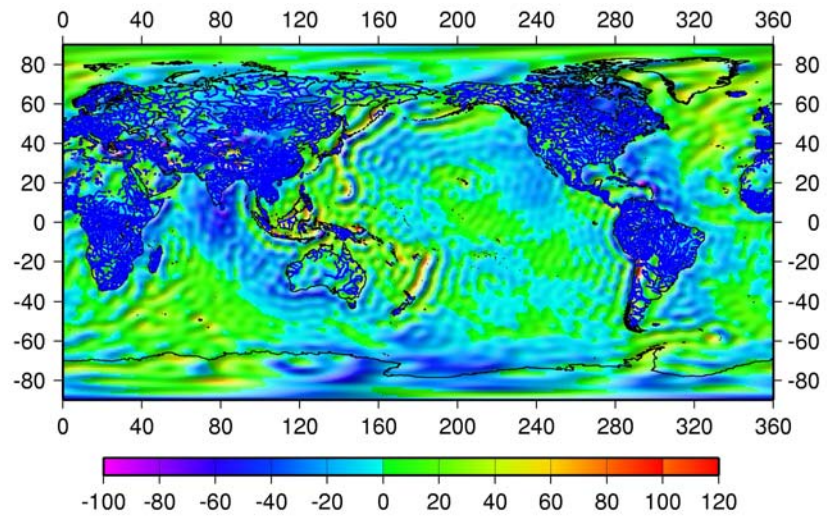


圖 5-10 GGM01S(70 階次)重力異常等值線 單位：magl

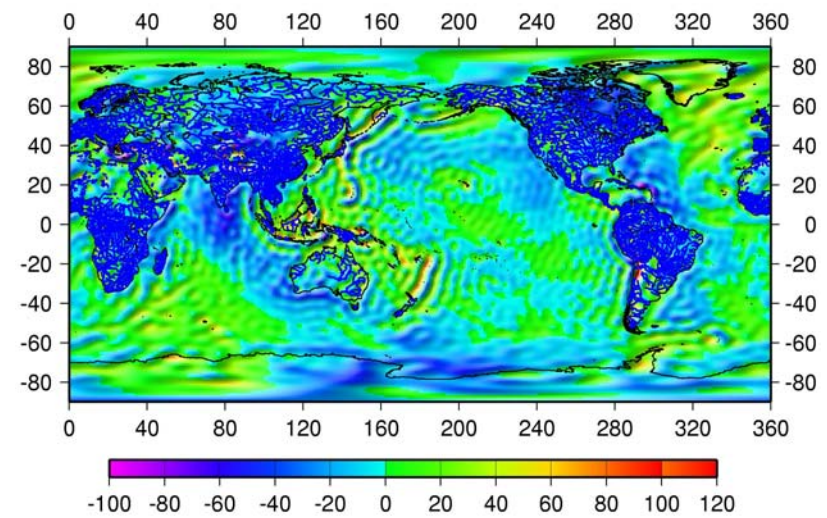


圖 5-11 NCTU(70 階次)重力異常等值線 單位：magl

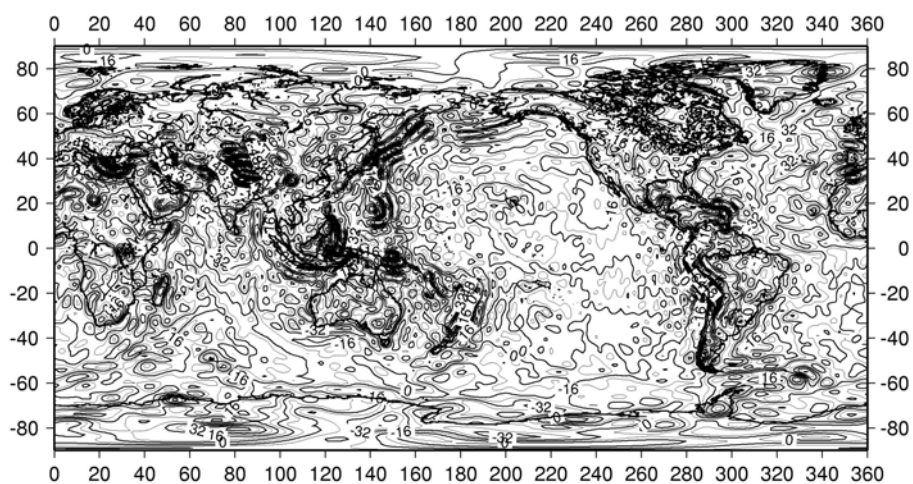


圖 5-12 EGM96(70階次)重力異常等值線 單位：magl

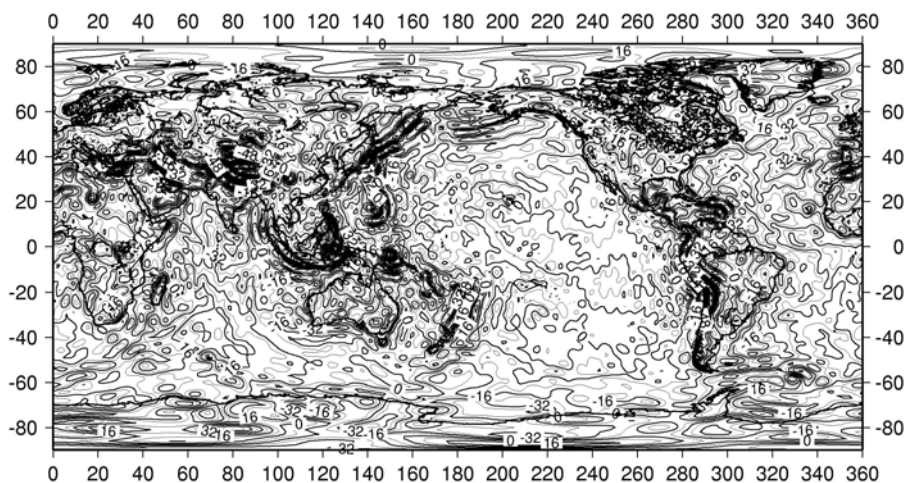


圖 5-13 GGM01S(70階次)重力異常等值線 單位：magl

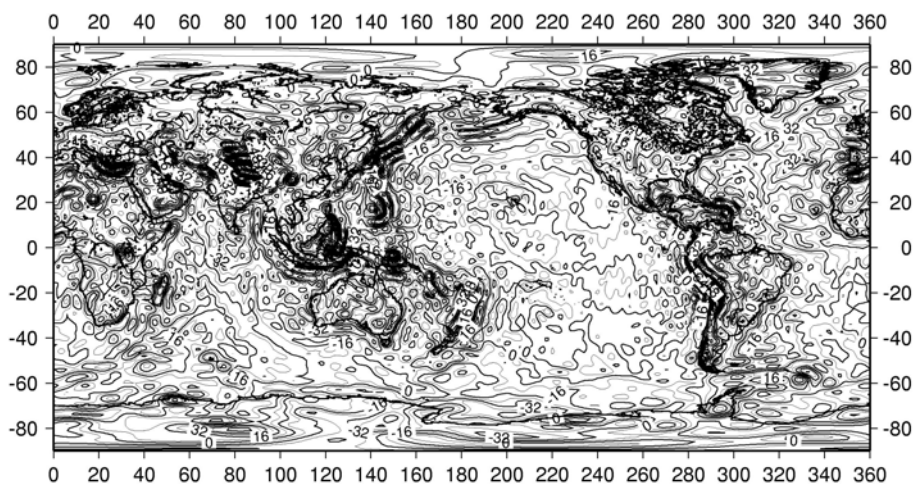


圖 5-14 NCTU(70階次)重力異常等值線 單位：magl



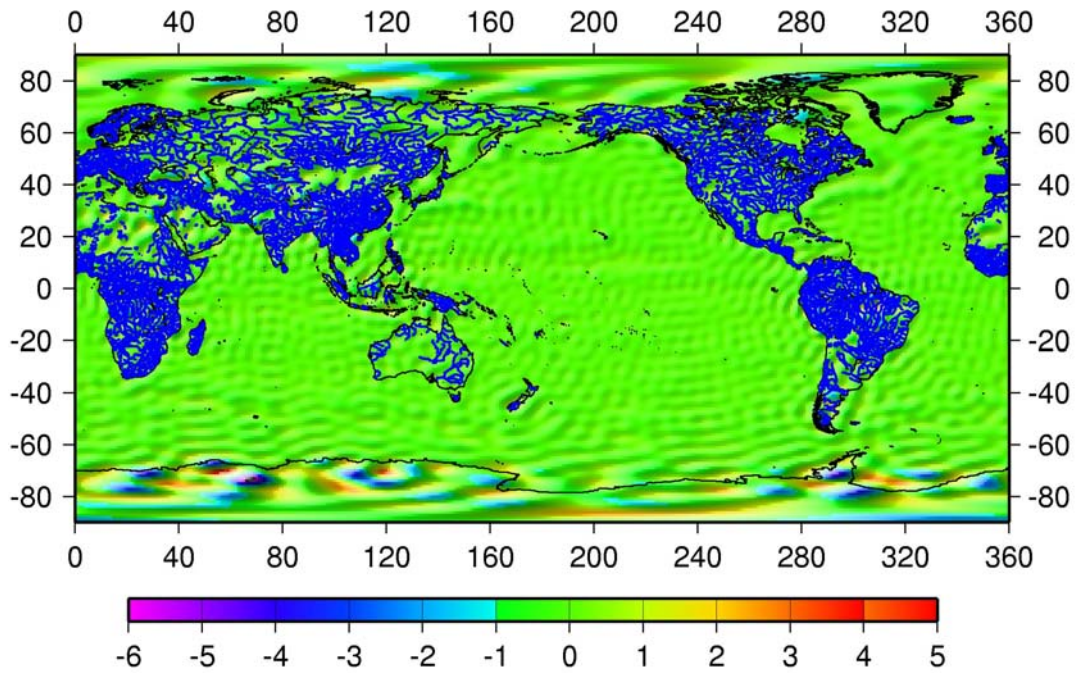


圖 5-15 GGM01S(70 階)與 EGM96(70 階)的大地起伏差值 單位：m

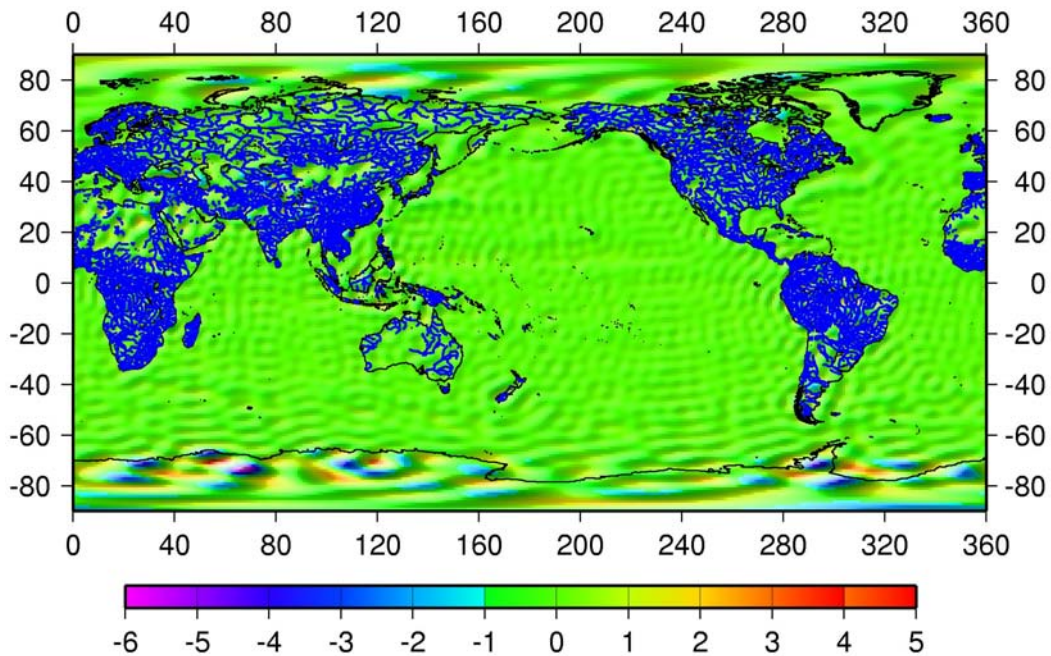


圖 5-16 GGM01S(70 階)與 NCTU(70 階)的大地起伏差值 單位：m

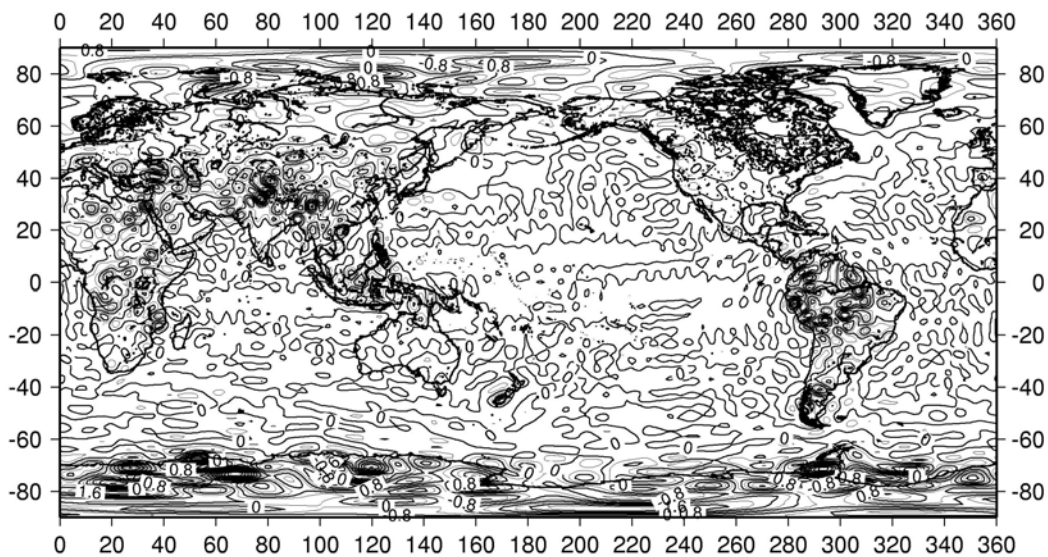


圖 5-17 GGM01S(70 階)與 EGM96(70 階)的大地起伏差值等值線 單位：m

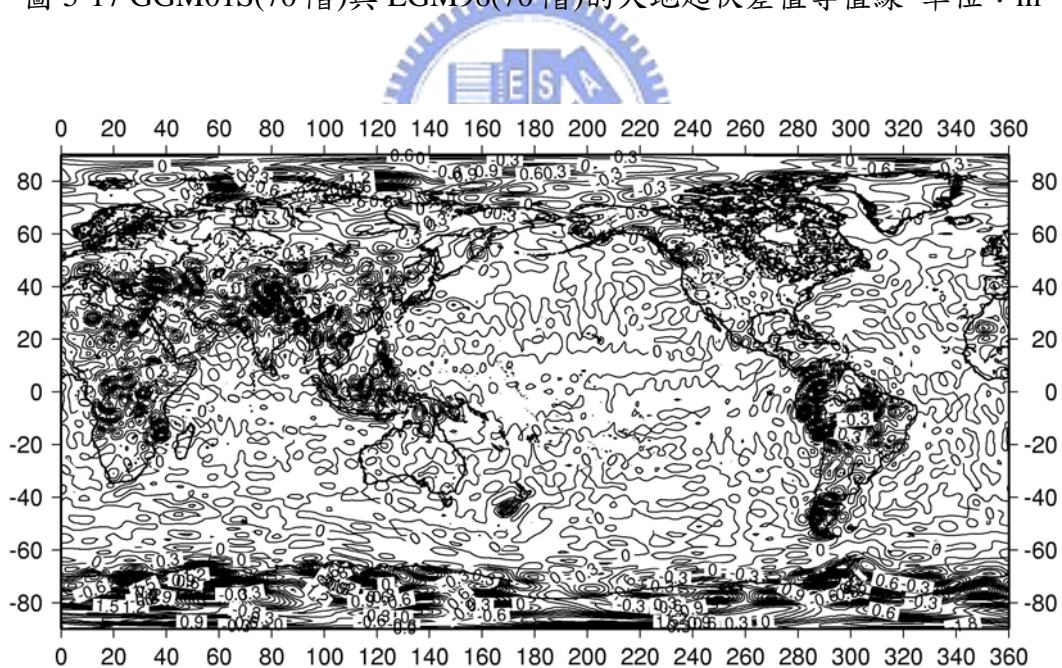


圖 5-18 GGM01S(70 階)與 NCTU(70 階)的大地起伏差值等值線 單位：m

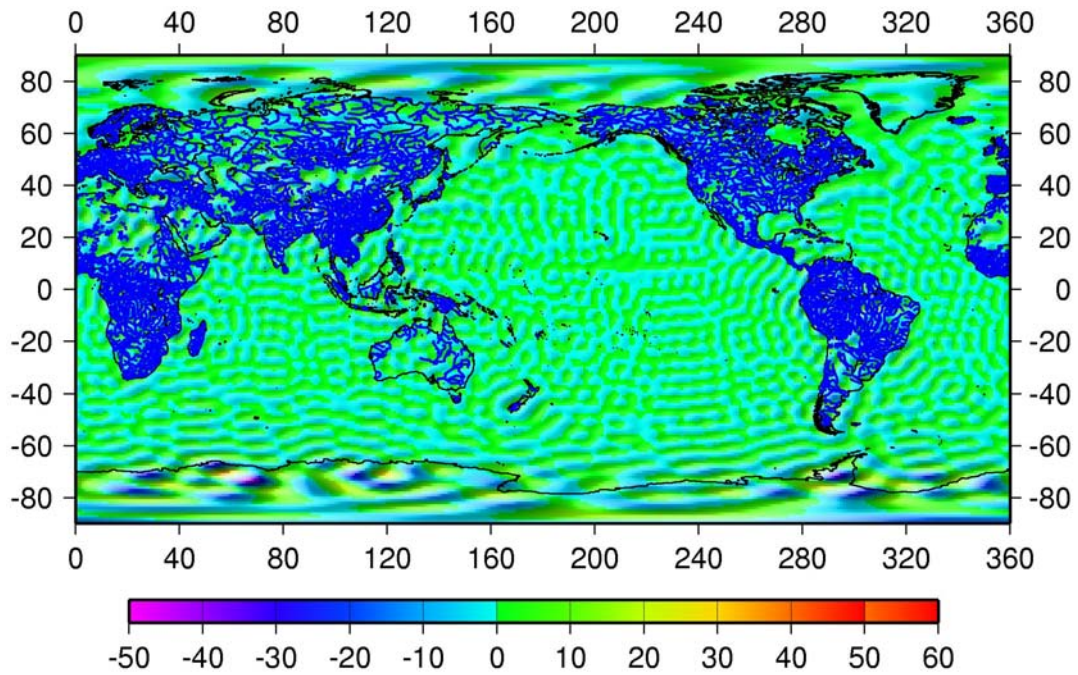


圖 5-19 GGM01S(70 階)與 EGM96(70 階) 的重力異常差值 單位：magl

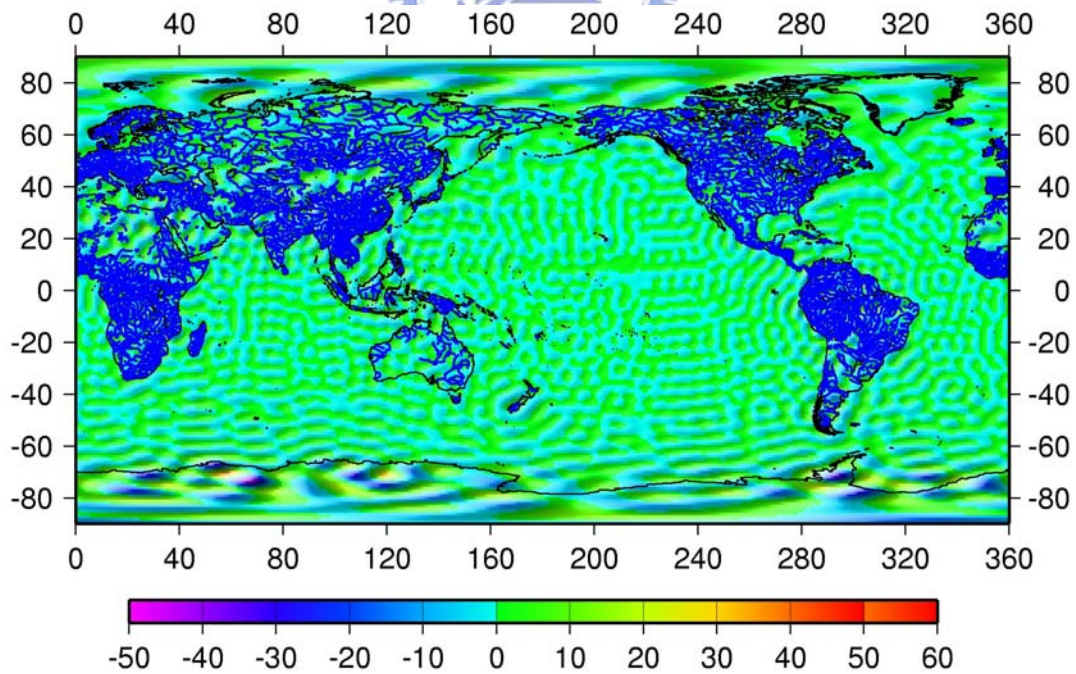


圖 5-20 GGM01S(70 階)與 NCTU(70 階)的重力異常差值 單位：magl

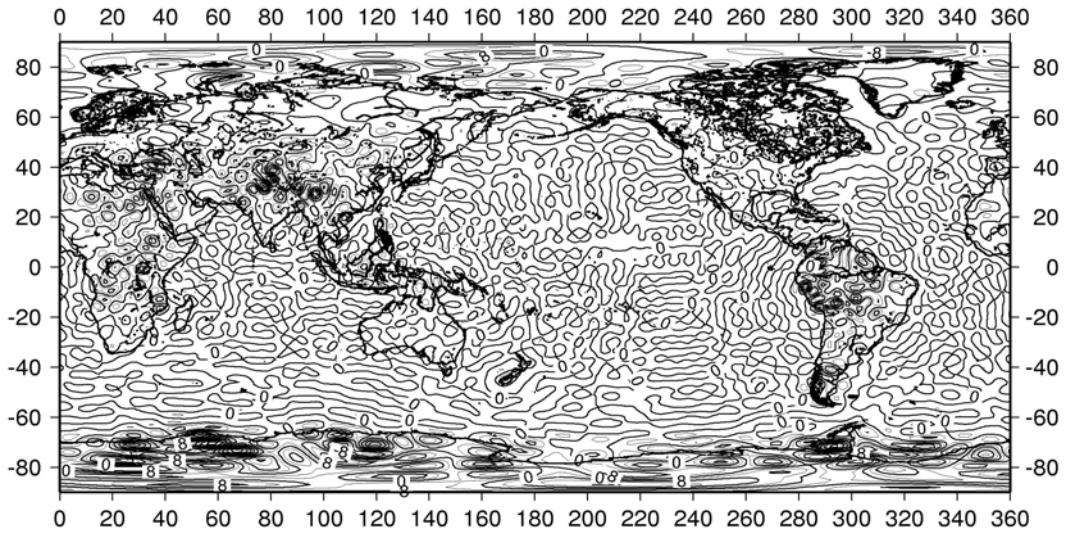


圖 5-21 GGM01S(70 階)與 EGM96(70 階)的重力異常差值等值線 單位：magl

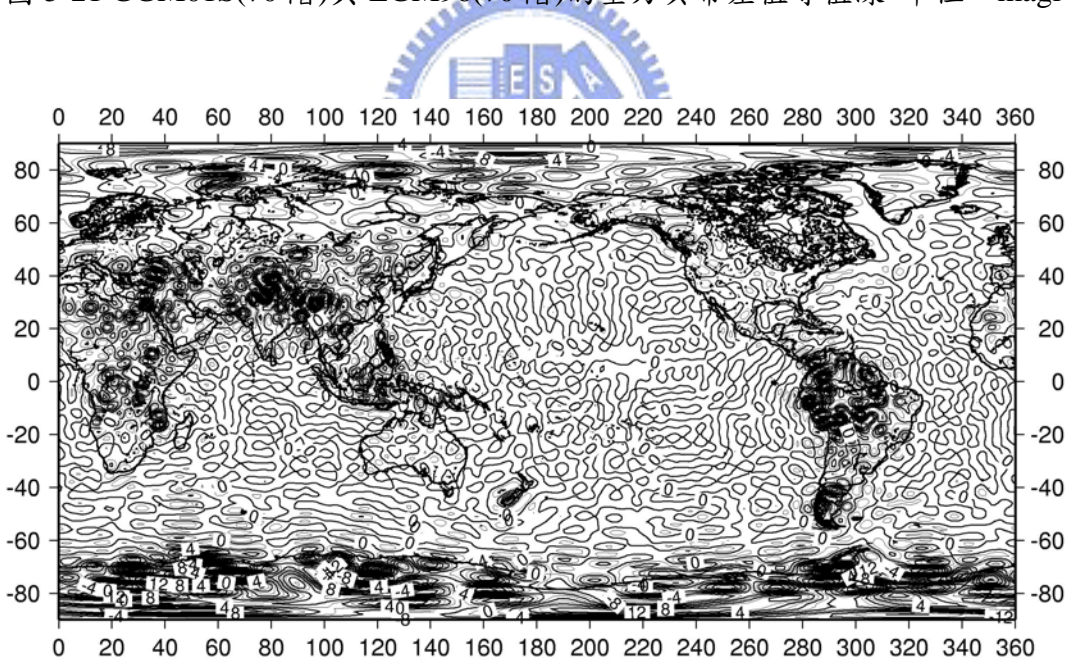


圖 5-22 GGM01S(70 階)與 NCTU(70 階)的重力異常差值等值線 單位：magl

表 5-2 GGM01S 與 EGM96 大地起伏差值統計結果 單位：m

GGM01S v.s EGM96	MAX Difference		MIN Difference		MEAN	STDEV	RMS
	Lon(deg)	Lat(deg)	Lon(deg)	Lat(deg)			
5 階	170	3	24	-79	-0.0128	0.0282	0.0309
	0.0488						
25 階	107	-8	68	-71	-0.0014	0.1073	0.1081
	0.3469						
60 階	55	-71	68	-73	-0.0157	0.4465	0.4468
	3.1182						
70 階	56	-71	68	-73	-0.0172	0.5124	0.5127
	4.0976						

表 5-3 GGM01S 與 NCTU 大地起伏差值統計結果 單位：m

GGM01S v.s NCTU	MAX Difference		MIN Difference		MEAN	STDEV	RMS
	Lon(deg)	Lat(deg)	Lon(deg)	Lat(deg)			
5 階	168	4	299	-82	-0.0125	0.0278	0.0305
	0.0471						
25 階	108	-8	68	-71	-0.0108	0.0938	0.0944
	0.3377						
60 階	58	-70	68	-73	-0.0127	0.3807	0.3809
	3.2034						
70 階	57	-71	68	-73	-0.0141	0.4406	0.4350
	4.23218						

表 5-4 GGM01S 與 EGM96 重力異常差值統計結果 單位：mgal

GGM01S v.s EGM96	MAX Difference			MIN Difference		MEAN	STDEV	RMS)
	Lon(deg)	Lat(deg)		Lon(deg)	Lat(deg)			
5 階	173	4	0.0151	16	68	-0.0019	0.0058	0.0060
	Lon(deg)	Lat(deg)		Lon(deg)	Lat(deg)			
25 階	147	69	1.1703	68	-71	-1.2995	0.3130	0.3130
	Lon(deg)	Lat(deg)		Lon(deg)	Lat(deg)			
60 階	58	-70	23.4842	68	-73	-30.5182	2.9606	2.9606
	Lon(deg)	Lat(deg)		Lon(deg)	Lat(deg)			
70 階	57		34.1649	67		-44.389	3.8246	3.8248
	Lon(deg)	Lat(deg)		Lon(deg)	Lat(deg)			

表 5-5 GGM01S 與 NCTU 重力異常差值統計結果 單位：mgal

GGM01S v.s NCTU	MAX Difference			MIN Difference		MEAN	STDEV	RMS
	Lon(deg)	Lat(deg)		Lon(deg)	Lat(deg)			
5 階	171	6	0.0139	295	-76	-0.0142	0.0055	0.0058
	Lon(deg)	Lat(deg)		Lon(deg)	Lat(deg)			
25 階	100	66	0.9478	68	-71	-1.1006	0.2704	0.2704
	Lon(deg)	Lat(deg)		Lon(deg)	Lat(deg)			
60 階	58	-70	23.7865	67	-73	-26.4977	2.6621	2.6621
	Lon(deg)	Lat(deg)		Lon(deg)	Lat(deg)			
70 階	57		33.9492	67		-39.7095	3.4752	3.4325
	Lon(deg)	Lat(deg)		Lon(deg)	Lat(deg)			

本文於解算重力場模型的過程中要求輸出 CHAMP 衛星軌道數據，所以於表 5-6 給出 CHAMP 之 TUM 軌道與本文解算之軌道於各階數的差異量，此處之 TUM 軌道意指德國 Muenchen 技術大學所提供之 CHAMP 軌道，由表中可看出所求解的重力場模型當階數越低時其均方根值越大，此原因為解算低階的重力模型時無法吸收高頻率的軌道誤差，而導至階數越低所得到的軌道誤差越大，從軌道誤差最小的 70 階中，又以 X 方向的差異量最小為 0.991 公尺。圖 5-23、圖 5-24、圖 5-25 是解算 70 階重力場模型所得到 TUM 軌道與本文軌道於三方向之差異圖，X、Y、Z 三方向最大差異量分別為 2.305 公尺、5.379 公尺、5.203 公尺。

表 5-6 CHAMP 之 TUM 軌道與本文解算軌道差異量之統計 單位：m

階數		MEAN	STDEV	MAX	MIN	RMS
5 階	x	0.704	1.694	7.300	-4.483	1.834
	y	0.787	3.810	9.506	-7.545	3.890
	z	0.022	2.834	9.955	-9.252	2.843
25 階	x	0.704	1.694	7.300	-4.483	1.346
	y	0.787	3.810	9.506	-7.545	3.464
	z	0.022	2.834	9.955	-9.252	2.634
60 階	x	-0.010	1.000	2.305	-2.006	1.024
	y	0.018	3.331	5.379	-5.489	3.357
	z	-0.012	2.451	5.203	-5.044	2.449
70 階	x	-0.010	1.000	2.305	-2.006	0.991
	y	0.018	3.331	5.379	-5.489	3.319
	z	-0.012	2.451	5.203	-5.044	2.445

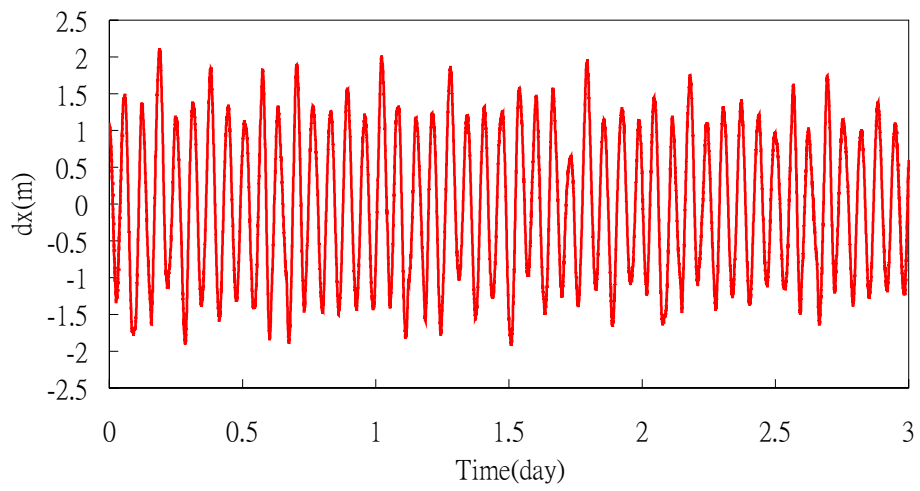


圖 5-23 CHAMP 之 TUM 軌道與本文解算軌道於 X 方向之差異圖

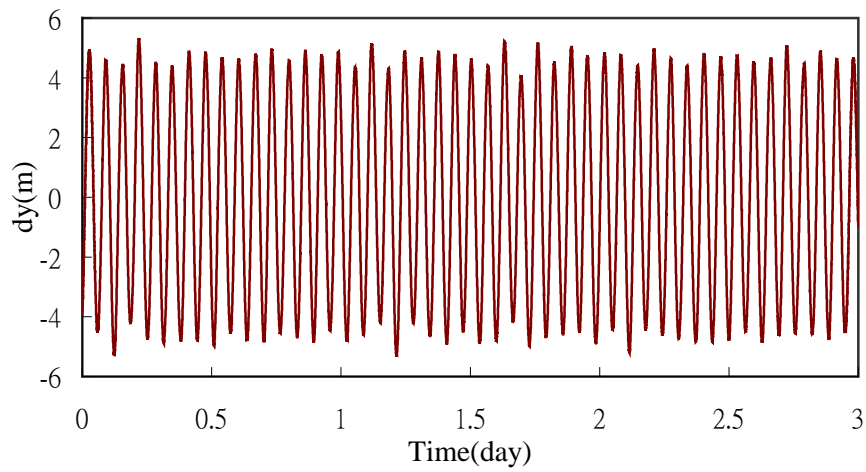


圖 5-24 CHAMP 之 TUM 軌道與本文解算軌道於 Y 方向之差異圖

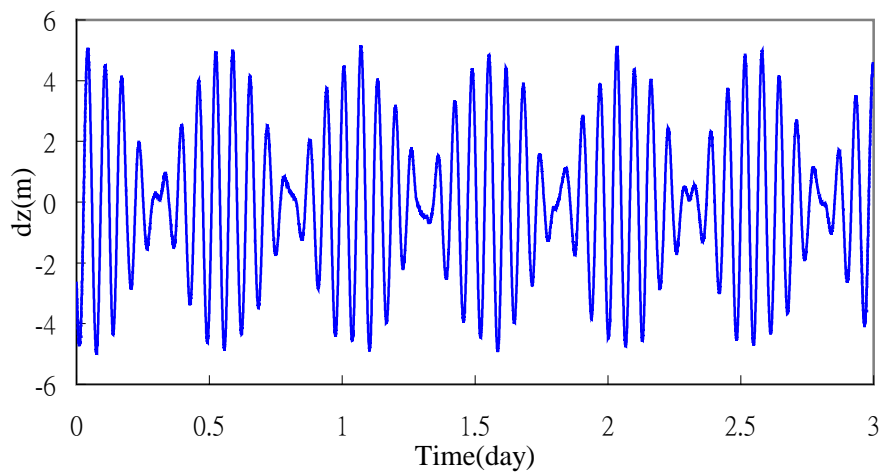


圖 5-25 CHAMP 之 TUM 軌道與本文解算軌道於 Z 方向之差異圖