

第六章 重力場模型低階係數時變研究

地球重力場是地球質量分佈的表現，為地球的一種物理屬性，表徵地球內部、表面或外部各點所受地球重力作用的空間。但地球質量會因為地核振蕩、板塊運動、海平面變化、大氣、地殼的冰期後回彈等現象不斷的改變和重新分佈(Torge, 1989)，根據地球重力場的分佈，可以研究地球內部結構、地球形狀等，並進一步尋找地球變化的動力學和物理學原因。發生全球質量位移時會影響地球引力場球諧函數模型，低階球諧係數表現出地球質心位置與扁率的變化。

6-1 CHAMP 軌道資料求解低階重力球諧係數之時間變化

前一章提到 CHAMP 軌道資料是由德國 Muenchen 技術大學的 Svehla D. 博士所提供，日期為 2002 年 3 月 11 日-2003 年 3 月 10 日共一年的軌道資料，數據時間隔為 30 秒，原始資料為地固座標系統(Conventional Inertial System, CTS)。

因考慮到硬體的效能和 GEODYN 軟體的功能，所以篩選每月三天為一組，計 12 組的軌道資料(表 6-1)，分別求取 5 階、10 階低階次的重力球諧係數。關於 GEODYN 步驟 GIIS 之 CHAMP 衛星定軌參數設定見表 6-2。

地球非球形引力擾動可分為帶諧擾動和田諧擾動。其中，二階帶諧係數 J_2 的量級為 10^{-3} ，其他高階帶諧項影響都要比二階帶諧項小得多，所以在考慮地球非球形引力的攝動影響時，取 J_2 和 J_3 這兩項就足夠。

低階帶諧係數 J_n 可經由下列公式(6-1)(Kaula, 1996)轉換得到，求得之二階帶諧係數 J_2 可表達地球形狀為越趨近圓形或越趨近扁形的變化。

$$J_n = -C_{n0} = -\sqrt{2n+1}\bar{C}_{n0} \quad (6-1)$$

式中

n：階次(degree)

C_{20} ：球諧係數

\bar{C}_{20} ：完全正規化(Fully Normalized)球諧係數

求出 12 組的軌道資料，選取每一組的 J_2 、 J_3 減去平均值，得 J_2 和 J_3 的時間變化，圖 6-1、圖 6-2 為分別利用 5 階和 10 階重力球諧係數所解算之結果，其中可看出兩個階次的 J_2 、 J_3 時間變化圖形相似，皆有趨近季節性的變化，於夏季月份曲線走勢向上升，但因求解資料時間較短變化不顯著。

表 6-1 CHAMP 衛星軌道資料分組表

Data Number	GPS Week	MJD	Start-End date(year-month-day)
1	1158	52351-52353	2002-03-18 to 2002-03-20
2	1162	52382-52384	2002-04-18 to 2002-04-20
3	1167	52412-52414	2002-05-18 to 2002-05-20
4	1171	52443-52445	2002-06-18 to 2002-06-20
5	1175	52473-52475	2002-07-18 to 2002-07-20
6	1179	52504-52506	2002-08-18 to 2002-08-20
7	1184	52535-52537	2002-09-18 to 2002-09-20
8	1188	52565-52568	2002-10-18 to 2002-10-20
9	1193	52596-52598	2002-11-18 to 2002-11-20
10	1197	52626-52628	2002-12-18 to 2002-12-20
11	1201	52657-52659	2003-01-18 to 2003-01-20
12	1206	52688-52690	2003-02-18 to 2003-02-20

表 6-2 CHMPA 衛星定軌參數

Model	Reference
慣性系	J2000
行星星曆	JPL DE200
參考重力場	EGM96
極移	IERS
參考橢球	$a_e = 6378136.3m$ $1/f = 298.257$
多體攝動	太陽、月亮、金星、火星、水星、土星、 木星、天王星、海王星、冥王星
海潮、固體潮、極潮	EGM96
GM_e	$396800.4415km^3/s^2$
大氣模型	MSIS Empirical Drag model
地球輻射	ALBEDO
光速	$299792458.0ms^{-1}$
太陽輻射係數	1.0
經驗加速度	9 參數模型/1hour
空氣阻力係數	1 係數值/1hour

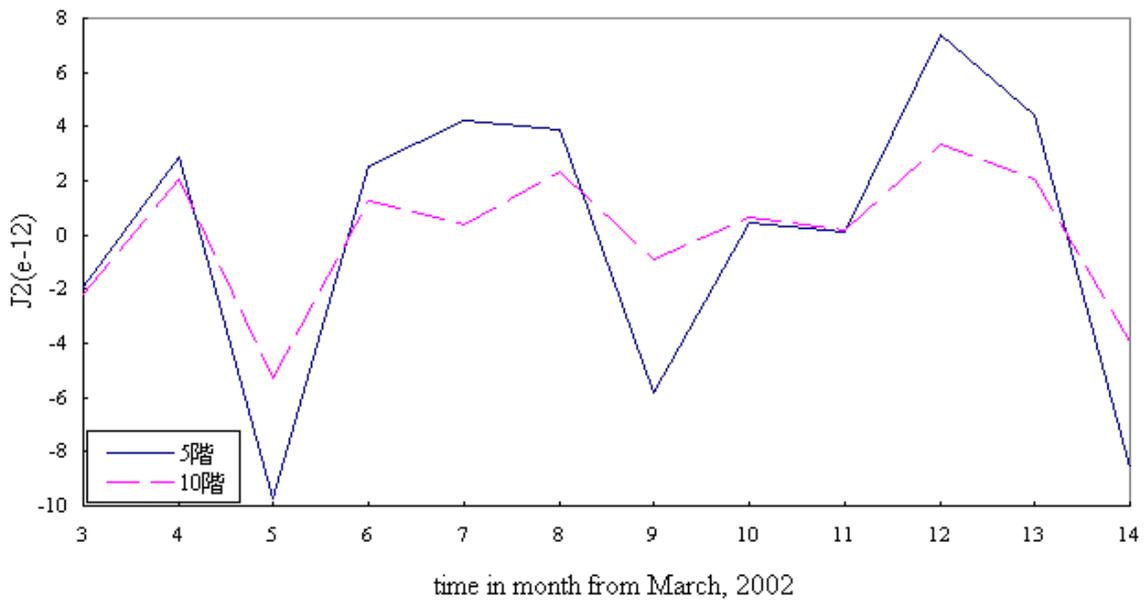


圖 6-1 J_2 時間變化

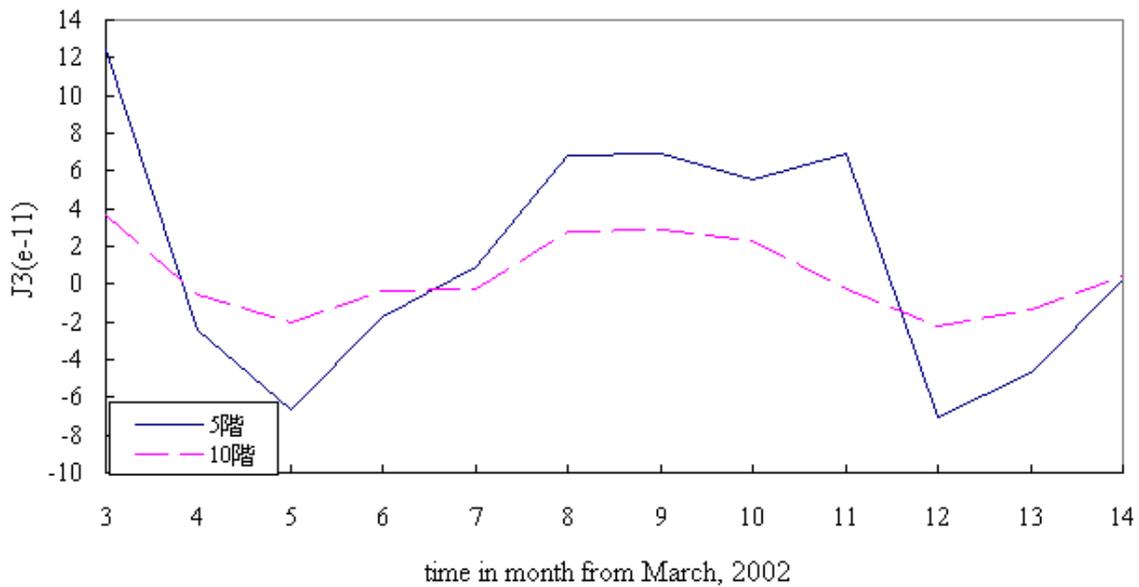


圖 6-2 J_3 時間變化

6-2 地心運動



國際地球參考框架(ITRF, International Terrestrial Reference Frame) 為利用分佈在全球的觀測站採用衛星雷射測距(SLR, Satellite Laser Ranging)、超長基線干涉(VLBI, Very Long Baseline Interferometry)和 GPS 全球定位系統等觀測資料所決定, 目前由國際地球自轉服務(IERS, International Earth Rotation Service)提供相關資訊(McCarthy, 1996)。

每一個 ITRF 包括在某曆元 t_0 時刻的一組觀測站的三維座標及其變化速率, 參考系的原點為 t_0 時刻地球質量中心, 此時地球引力場的一階項的變化為零, 即 $C_{10} = C_{11} = S_{11} = 0$ 。把固連於地殼上的一組觀測站坐標系的原點稱為地心, 由於整個地球包括了大氣圈、水圈和固體地球, 把這一系統的質量中心稱為質心, 在 t_0 時刻作為封閉系統的整個地球, 質心是不動的; 當地球的某一部分運動(例如: 板塊運動、地震、冰後地殼回彈等), 將產生地心相對質心的地心運動, 因此對於某一

地球參考系來說在 t_0 時刻地心和質心可以重合，但 $t > t_0$ 後地心與質心則發生不重合(吳斌，彭碧波，許厚澤，1999)，地心運動會直接反應於地球引力場的一階項變化，即 $C_{10} \neq C_{11} \neq S_{11} \neq 0$ 。地心變化與一階係數之關係如下(Montenbruck and Gill，2000) (Heiskanen and Moritz，1967)(郭金運，2004)。

$$\begin{aligned} C_{10} &= \frac{dz}{R} = \sqrt{3}\bar{C}_{10} \\ C_{11} &= \frac{dx}{R} = \sqrt{3}\bar{C}_{11} \\ S_{11} &= \frac{dy}{R} = \sqrt{3}\bar{S}_{11} \end{aligned} \tag{6-2}$$

經整理得

$$\begin{aligned} dx &= RC_{11} = \sqrt{3}R\bar{C}_{11} \\ dy &= RS_{11} = \sqrt{3}R\bar{S}_{11} \\ dz &= RC_{10} = \sqrt{3}R\bar{C}_{10} \end{aligned} \tag{6-3}$$



式中

dx 、 dy 、 dz ：X、Y、Z 三方向之地心變化

C_{10} 、 C_{11} 、 S_{11} ：一階項的球諧係數

\bar{C}_{10} 、 \bar{C}_{11} 、 \bar{S}_{11} ：一階項完全正規化(Fully Normalized)球諧係數

R：地球平均半徑(約 6371km)

一階項球諧係數 C_{11} 、 S_{11} 、 C_{10} 經公式 6-3 計算可得 X、Y、Z 三方向之地心變化如表 6-3，各自繪出三方向之地心運動時間變化圖(圖 6-3)(圖 6-4)(圖 6-5)，圖中顯示 5 階和 10 階的一階球諧係數曲線走勢差異性不大。

表 6-3 X、Y、Z 三方向之地心變化 單位：cm

日期	5 階			10 階		
	dx	dy	dz	dx	dy	dz
2002-03	1.265	0.821	-0.193	0.690	0.565	-0.054
2002-04	1.328	0.364	-0.078	0.895	0.353	-0.003
2002-05	1.515	0.341	0.004	1.048	0.644	0.200
2002-06	0.856	0.568	-0.092	0.712	0.549	-0.038
2002-07	1.061	0.999	0.027	0.566	0.653	-0.025
2002-08	1.798	0.661	0.273	1.010	0.613	0.079
2002-09	1.050	0.245	0.276	0.612	0.519	0.072
2002-10	0.821	0.151	0.232	0.683	0.427	0.077
2002-11	0.847	0.731	-0.064	0.569	0.517	-0.013
2002-12	1.614	0.761	-0.289	0.842	0.614	-0.081
2003-01	1.153	0.462	-0.202	0.692	0.573	-0.063
2003-02	0.878	0.664	0.002	0.676	0.512	-0.001

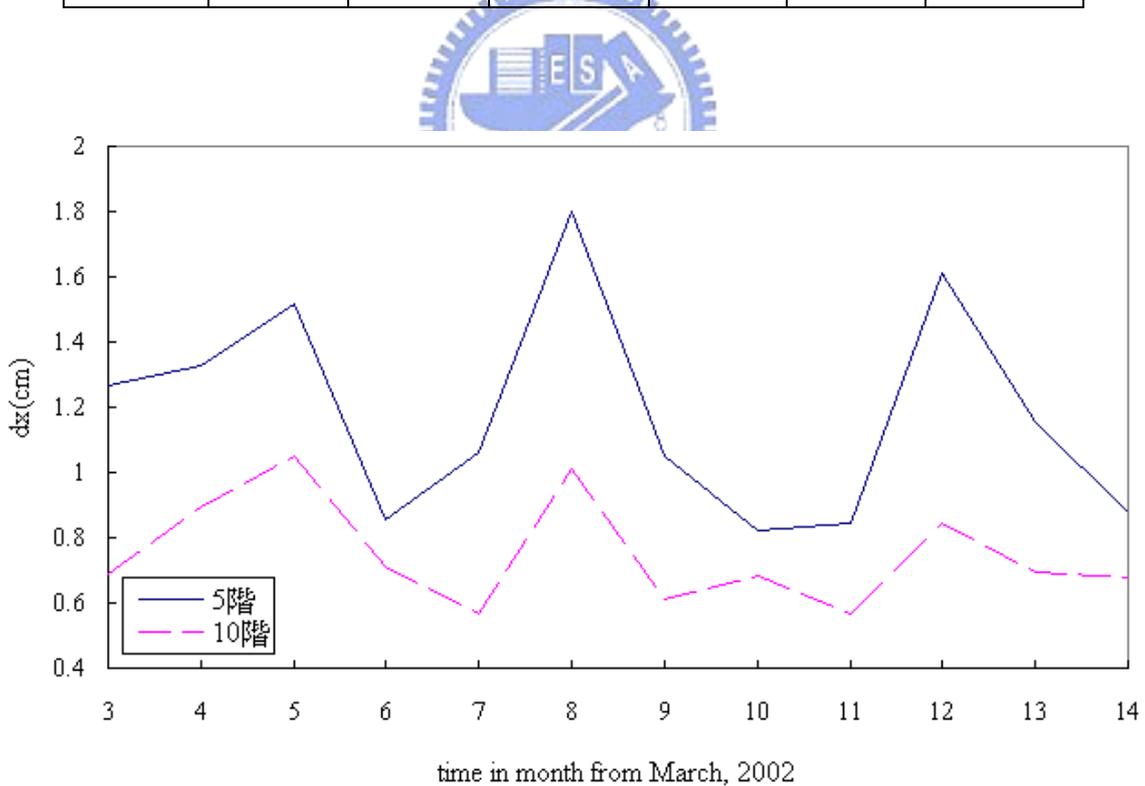


圖 6-3 X 方向地心運動

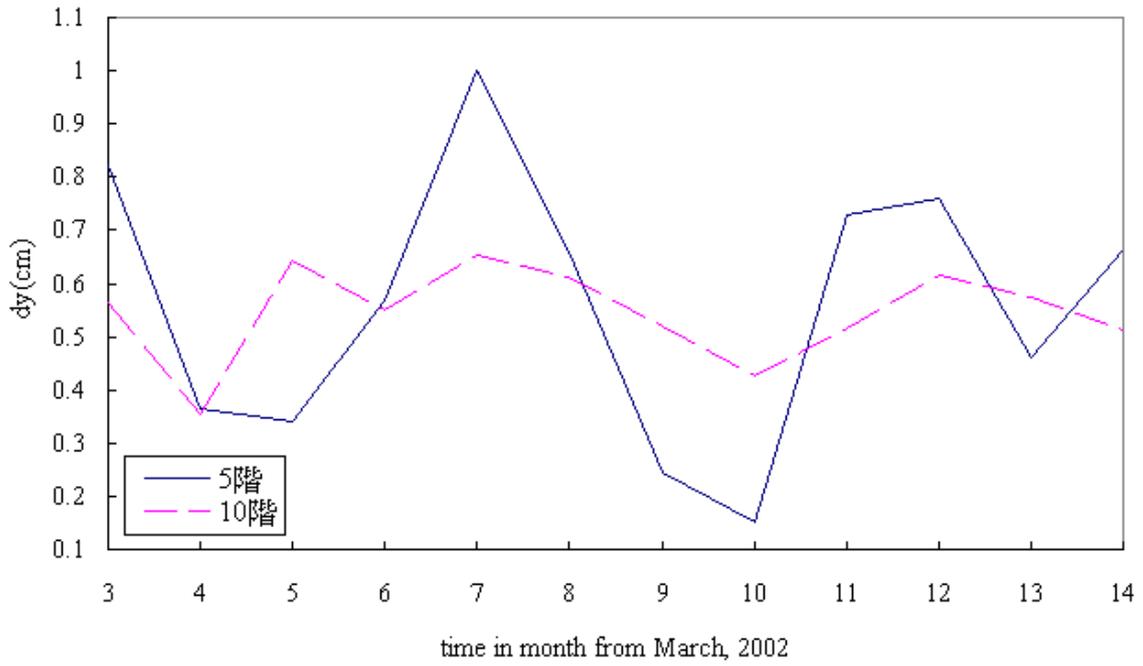


圖 6-4 Y 方向地心運動

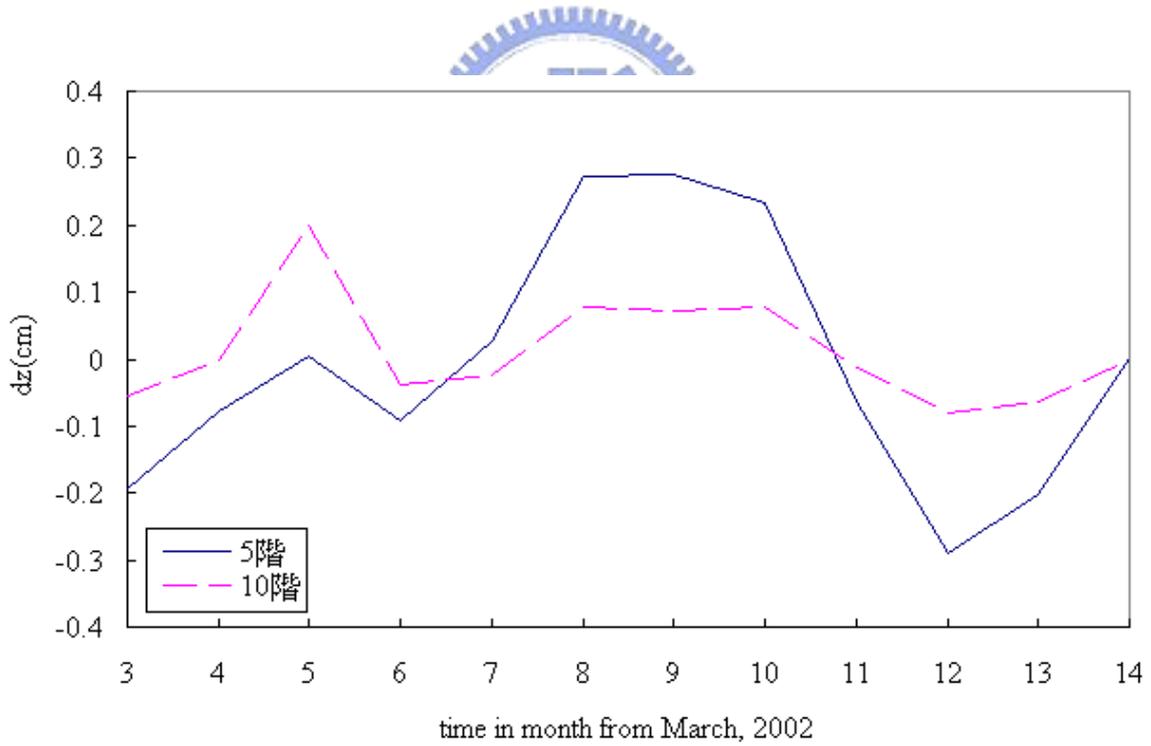


圖 6-5 Z 方向地心運動