

國 立 交 通 大 學

土 木 工 程 學 系
碩 士 論 文

空載重力觀測系統



研 究 生：施 亘 昶

指 導 教 授：黃 金 維

中 華 民 國 九 十 三 年 六 月

空載重力觀測系統

Measurment System of Airborne Gravity

研 究 生：施 亘 昶

Student：Hsuan-Chang Shih

指 導 教 授：黃 金 維

Advisor：Dr. Cheinway Hwang

國立交通大學

土木工程學系



Submitted to Department of Civil Engineering
College of Engineering
National Chiao Tung University
in Partial Fulfillment to the Requirements
for the Degree of Master
In
Civil Engineering
June 2004
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

空載重力觀測系統

研究生：施亘昶

指導教授：黃金維

國立交通大學土木工程學系

摘要

在本論文的工作中，發展了一套適用於台灣地區空載重力測量的空載重力測量軟體，而台灣地區空載重力測量計畫中將使用一台 LaCoste air/sea 空載重力儀與一台 Beechcraft 雙螺旋槳飛機，關於此重力儀與飛機的特性於本論文中詳細說明。飛機承載重力儀在空中的軌跡是由 GPS 觀測量以動態定位的放式求解得，而飛機的速度與加速度則是先計算一多項式並使之符合於飛機的軌跡後以數值微分的方式求得。吾人利用飛機的速度與位置來計算 *Eötövös* 效應的改正部分，而重力儀的觀測量修正需要飛機垂直方向的加速度。在本論文中，使用一個時間相關的方式來偵測 GPS 時間與重力儀時間之間的常差，GPS 時間是較為準確的並應為相對應於重力儀觀測量之時間。由於 GPS 所決定的飛機軌跡含了高頻的變化，因此我們使用一高斯濾波器來降低雜訊。經由兩條長度各約 30km 與 60km 基線的 GPS 靜態觀測資料，吾人測試了 GPS 動態定位軟體與濾波器的處理後，結果顯示兩條基線的加速量在經過濾波處理過後，皆能達到 mgal 的精度，符合空載重力測量的要求。經整合 GPS 定位模組、重力值約化模組、時間常差偵測模組後便完成了未來將使用於台灣地區空載重力測量計畫的軟體。

Measurement System of Airborne Gravity

Student : Hsuan-Chang Shih

Advisor : Dr. Cheinway Hwang

Department of Civil Engineering
National Chiao Tung University

Abstract

In this work, a computer package for airborne gravimetry is developed for airborne gravity survey in Taiwan. The LaCoste air/sea System II gravimeter and a Beechcraft airplane will be used in Taiwan's airborne gravity missions, and their characteristics are presented. The trajectory of the aircraft carrying the gravimeter is determined using GPS observations in a kinematic positioning approach. The velocities and accelerations of the aircraft are determined by numerical differentiations that are based on a polynomial fitting of the trajectory. The velocities and positions of the aircraft are used to compute the *Etövös* effect. The vertical components of acceleration are needed to correct for the measurements from the gravimeter. A time-correlation approach is used to determine the shift between the GPS time and the gravimeter time. The GPS time is more accurate and is used to tag the gravity measurements. The raw trajectory as determined by GPS contains high-frequency variations, which are reduced by a Gaussian filter. Two static baselines of 30 km and 60 km in length are used to test the GPS positioning software and the effect of filtering. The results show that, at both baselines the accuracy of filtered accelerations is at mgal level and satisfies the need of airborne gravity reduction. The GPS positioning module, the gravity reduction module and the time-shift module are integrated in a computer package that will be used in future airborne gravity missions in Taiwan.

致謝

在測量的這一個領域中，將近六年了，一路上走來都希望自己能有所成長，如今總算是完成了研究所的課業，研究生的生涯也正式的告一段落，而在交大的這兩年研究生涯中，真的是學習到了很多知識，不單只是課程上的知識，還有面對人生的態度與做學問該有的嚴謹方式，因為計畫的關係認識了更多了人後，讓我學了不少人與人間的相處之道，相信未來這些都會對我有所幫助。繞了一大圈，博士班終於備取到了，雖然研究生的生涯結束了，不過還有更艱苦的路要走，我一定還要更努力才是最重要的事。

感謝恩師黃金維教授於學業、研究及生活上的照顧與提攜，尤其在做學問的方法、態度與觀念的指導使我獲益良多，在此僅向恩師致上最誠摯的敬意與感激。感謝陳春盛教授、史天元教授及李振燾教授於課業上的指導。感謝口試委員中央大學吳究教授與國防大學中正理工學院張嘉強教授的指正與寶貴意見，使本論文更臻完善。

這一路走來要感謝的人很多，感謝成功大學楊名教授在論文研究的過程中提供之協助。感謝博士班學長成機、榮寬、豫麒、大綱、宇伸、于宣、自強、廷融、志敏、弘基、進賢及已經畢業的碩士班學長瑞其、小林、大頭、榮傑、小蜜、莉雪、南松、鉅富、宗儒、宗展、鴻謙、美利、蕙菁與暉俊在生活上與學業上的幫助，使我兩年的研究生涯過得相當的充實。還要感謝這兩年來我最重要的同窗們，大雄、米粉、珊姐、介嵐哥、BOSS、勇者、阿福、福利、小支、虎濫哲，因為有你們才有我這兩年多采多姿的生活，雖然谷關溫泉在 72 水災後毀了，但是美好的回憶還是長存我們的心中阿！等大家都事業有成，還可以再計畫重遊，大家都要努力。還要感謝學弟妹貓哥、祐廷、展鵬、佩珊、阿達、粘、印淞，還有我的朋友詩媛、怡君、紹平、阿蓮、dabby、女朋友依雯與她的爸媽，你們對我都很重要。

最後，感謝我最愛的父母，讓我無後顧之憂的求學，謝謝你們。在此將此論文獻給所有的關心我的人，沒有你們就沒有現在的我。

目錄

中文摘要.....	
英文摘要.....	
致謝.....	
目錄.....	
圖目錄.....	
表目錄.....	
第一章 緒論.....	1
1-1 前言.....	1
1-2 研究動機.....	4
1-3 研究方法.....	5
1-4 論文架構.....	5
第二章 GPS 全球定位系統.....	7
2-1 GPS 定位原理.....	7
2-2 GPS 觀測量.....	8
2-2-1 虛擬距離觀測量.....	8
2-2-2 載波相位觀測量.....	9
2-3 誤差來源及誤差消除.....	11
2-4 GPS 相對定位.....	13
2-4-1 一次差分.....	13
2-4-2 二次差分.....	14
2-4-3 三次差分.....	14
2-5 雙頻載波相位觀測量的線性組合.....	15
2-6 整數週波未定值求解方法.....	17
2-6-1 未定值函數法.....	17
2-6-2 快速未定值求解法.....	18
2-6-3 最小二乘未定值搜尋法.....	19

2-6-4 OTF 相位未定值解演算法.....	19
第三章 空載重力測量基本原理及儀器設備.....	22
3-1 坐標系統.....	22
3-1-1 協議坐標系統.....	22
3-1-2 協議慣性坐標系統.....	24
3-1-3 區域坐標系統.....	25
3-2 空載重力測量起源與基本原理.....	26
3-3 空載重力儀.....	32
3-4 空載重力飛機.....	35
第四章 空載重力測量系統架構及演算法之設計.....	37
4-1 GPS 動態定位系統.....	37
4-1-1 OTF 週波未定值演算.....	37
4-2 重力儀觀測值解算流程.....	41
4-3 重力值約化系統架構.....	42
4-4 GPS 作業注意事項.....	48
4-5 空載重力作業程序.....	48
第五章 重力值約化系統測試分析.....	50
5-1 速度與加速度精度分析.....	50
5-2 偵測重力儀與 GPS 時間的常差.....	59
第六章 結論與建議.....	61

圖目錄

圖 1-1 台灣本島及周圍海域地形圖.....	2
圖 1-2 目前台灣島及周圍海域蒐集的重力資料分布圖.....	3
圖 1-3 全球定位系統相對定位方法分類圖.....	4
圖 2-1 GPS 定位基本概念圖.....	7
圖 2-2 空中一次差示意圖.....	13
圖 2-3 地面一次差示意圖.....	14
圖 2-4 二次差分示意圖.....	14
圖 2-5 搜尋空間網格示意圖.....	17
圖 3-1 地心地固坐標系統與天球固定坐標系統之關係圖.....	23
圖 3-2 純量式(上)與向量式空載重力儀觀測概念圖.....	30
圖 3-3 空載重力測量的各種儀器裝備及於飛機中之空間配置.....	31
圖 3-4 空載重力儀.....	34
圖 3-5 IMU 測量元件.....	34
圖 3-6 空載重力測量飛機.....	35
圖 4-1 GPS 動態定位系統架構圖.....	41
圖 4-2 高斯濾波模式示意圖.....	45
圖 4-3 重力值約化系統架構圖.....	46
圖 4-4 模擬飛機飛行時之側視圖.....	47
圖 4-5 模擬飛機飛行時之俯視圖.....	47
圖 5-1 Lidar 測量地面主站分佈圖.....	51
圖 5-2 第一組觀測資料編號 2110 之移動站的 n 方向速度量變化圖.....	53
圖 5-3 第一組觀測資料編號 2110 之移動站的 e 方向速度量變化圖.....	53
圖 5-4 第一組觀測資料編號 2110 之移動站的 u 方向加速度量變化圖.....	53
圖 5-5 第二組觀測資料的移動站 nctu 之 n 方向速度量變化圖.....	54
圖 5-6 第二組觀測資料的移動站 nctu 之 e 方向速度量變化圖.....	54
圖 5-7 第二組觀測資料的移動站 nctu 之 u 方向加速度量變化圖.....	54

圖 5-8 存在一時間常差 100 秒的兩個訊號示意圖.....60

圖 5-9 Time shift 程式輸出檔案.....60



表目錄

表 2-1 整數週波未定值求解方法比較表.....	21
表 3-1 WGS84 參數及常數.....	23
表 3-2 L&R Air-Sea Gravity System II 規格簡介.....	33
表 3-3 純量式、向量式重力儀的比較.....	33
表 3-4 DHC-6 與 BE-350 飛機簡介.....	36
表 4-1 GPS 廣播星曆之內容.....	38
表 4-2 GPS 衛星位置計算表.....	38
表 4-3 GPS 動態定位主站列表.....	49
表 4-4 飛機定位的精度需求.....	50
表 5-1 第一組觀測資料原始的 n 方向、e 方向速度量和 u 方向加速量的標準偏差表.....	55
表 5-2 第二組觀測資料原始的 n 方向、e 方向速度量和 u 方向加速量的標準偏差表.....	55
表 5-3 第一組觀測資料全部時間段下於不同的濾波罩窗大小處理後之 n 方向、e 方向速度量與 u 方向加速度的標準偏差表.....	55
表 5-4 第一組觀測資料的第 2000-5600 秒部分於不同的濾波罩窗大小處理後之 n 方向、e 方向速度量與 u 方向加速度的標準偏差表.....	56
表 5-6 第二組觀測資料全部時間段下於不同的濾波罩窗大小處理後之 n 方向、e 方向速度量與 u 方向加速度的標準偏差表.....	57
表 5-7 第二組觀測資料的第 100-4400 秒部分於不同的濾波罩窗大小處理後之 n 方向、e 方向速度量與 u 方向加速度的標準偏差表.....	58

第一章 緒論

1-1 前言

重力是由地球內部和其他星體所產生的引力，與地球自轉所產生的離心力組合而成(Torge, 1989)，研究地球的重力場，進而了解地球內部與外部的質量分佈，一直是大地測量及地球物理學家主要課題，因為地球重力場可以反推地球內部物質的分佈與遷移。在大地測量領域，地球重力場是確定高程座標、研究地球形狀的主要資訊；在地球物理領域，利用地球重力場觀測資料可以探勘地下礦藏資源，能夠分析地震成因；在海洋學領域，重力場資訊能夠輔助推求海洋洋流和環流運動；地球重力場資訊在國防應用領域也有著極其重要的作用。由此可知重力測量的重要性不可言喻。然而受限於複雜的地勢，重力測量工作往往難以在崎嶇的山地實行，致使山區的重力資料不足，造成大地起伏計算、地球科學研究上的精度限制。克服此限制的最佳技術是空載重力測量，因其有不受地形限制的優點。

台灣本島高山居多，如圖 1-1 所示，四周環海，故重力測量工作遲遲未有重大發展，近二十年來，歷經中油、中研院、中國測量學會、內政部及國外研究單位以陸測與船測方式收集超過 8000 點的重力值(陸地約 3500 點，海上近 5000 點)，如圖 1-2 所示。然而這些點位有相當部份位於水準點上，密度不均，尤其在山區及海面上資料更是缺乏參考(黃, 2001)。故以台灣的地理環境而言，補強測量重力點位密度之最適合技術即為空載重力測量。

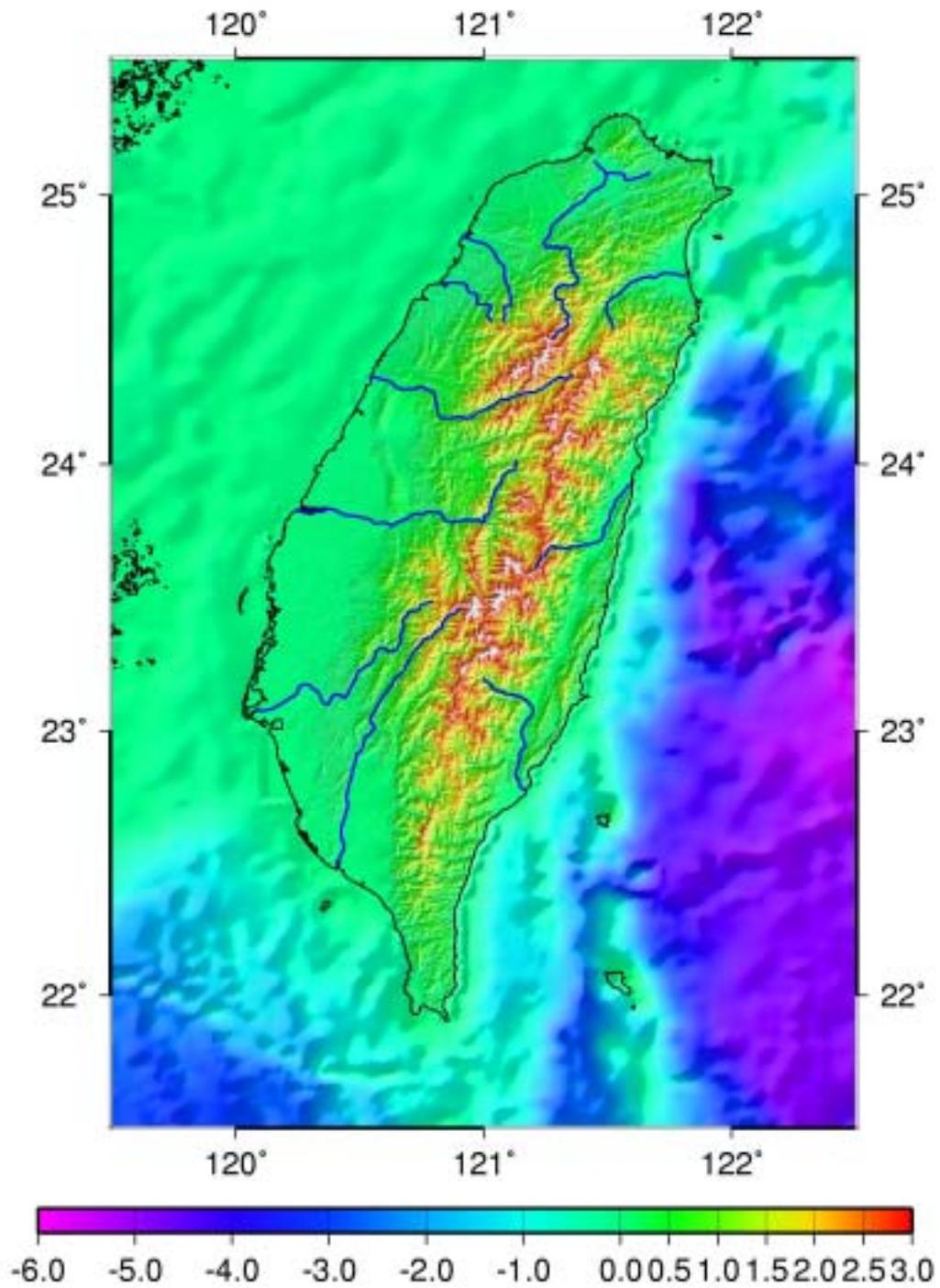


圖 1-1 台灣本島及周圍海域地形圖(單位:km)(黃, 2003)

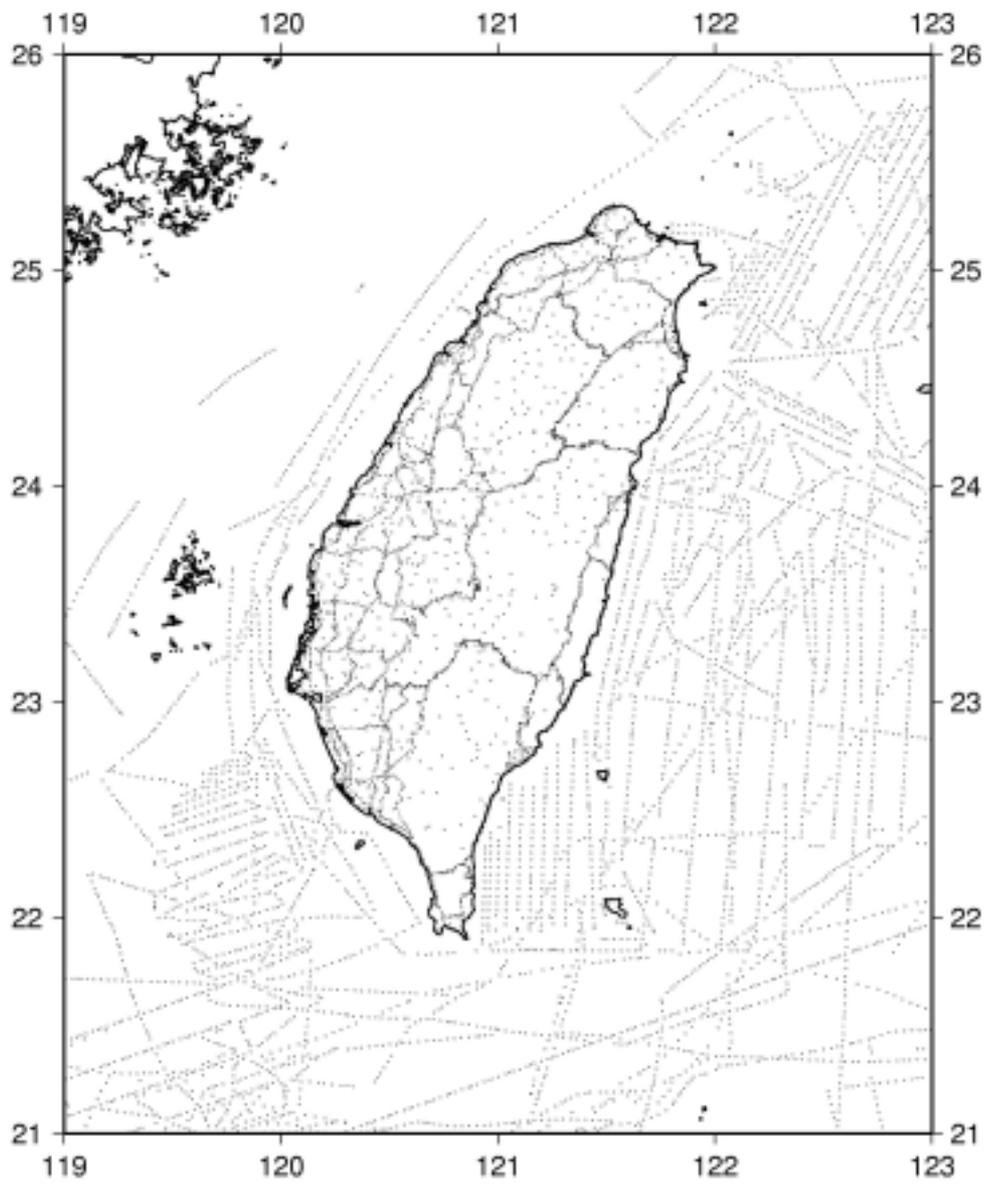


圖 1-2 目前台灣島及周圍海域蒐集的重力資料分布圖(黃，2003)

1-2 研究動機

利用空中載具(飛機)承載重力儀測量重力的技術，由於飛機速度甚快，來自飛機之加速度及與速度相關的 *Etövös* 效應所產生的噪聲，相較於欲求得之重力訊號而言，噪聲為重力訊號的數十倍大，因此飛機之位置、速度、加速度必須精確測得，否則重力儀即使非常準確，亦無法獲得精確之重力。其中最大的挑戰即在於求得飛機的速度、加速度部分(Kennedy et al. , 2002)。

近年來，隨著全球定位系統(Global Positioning System, GPS)定位技術的發展進步，目前 GPS 已被大量的應用在控制點測量上，改變了傳統的地面測量方法。隨著 GPS 定位技術的進步，GPS 的觀測方式也從靜態測量(static)、快速靜態(rapid static)、虛擬動態(pseudo-kinematic)、半動態(semi-kinematic)到目前的即時動態觀測(real-time kinematic)，演進的過程如圖 1-3 所示，這樣的技術上的演進已使得 GPS 成為高精度定位及導航之不可或缺的工具。利用更成熟的演算法，我們已經可以使用 GPS 達到公分級的即時動態定位。因此，我們可以將此 GPS 衛星即時動態定位系統為基礎，使用於空載重力的系統中做為飛機的即時動態定位，並藉此求得更精確的飛機速度和加速度，並使得利用空中載具(飛機)測量重力不再是遙不可及。

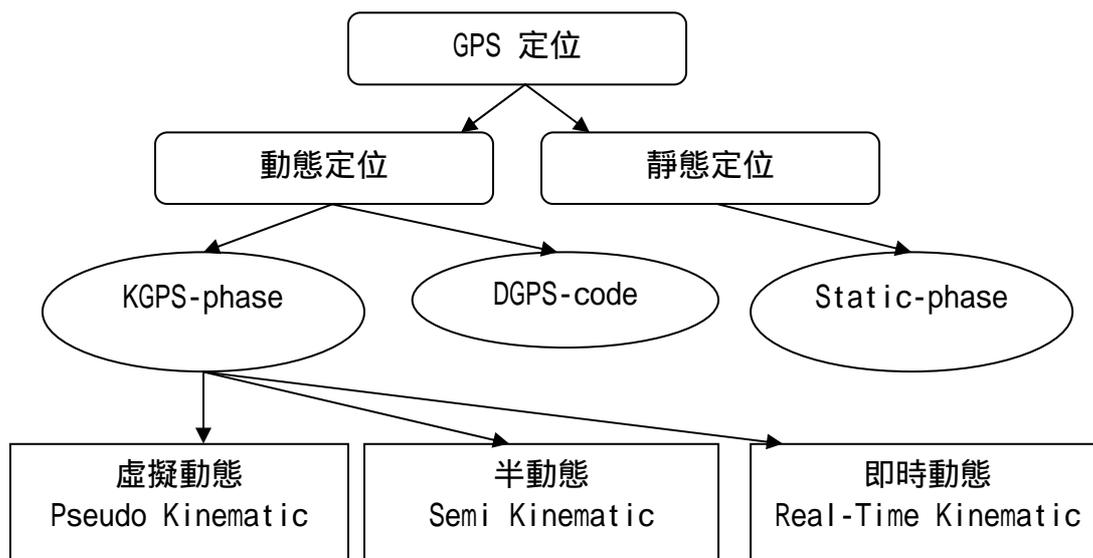


圖 1-3 全球定位系統相對定位方法分類圖(楊，1997)

1-3 研究方法

由於近年來 GPS 動態定位技術的進步，已經可以藉此求得精確的飛機速度和加速度，也使得空載重力測量具有可行性，配合 2004 年將於台灣地區實施之空載重力測量計畫，內政部已於 2003 年底購買一台 LaCoste & Romberg Air-Sea Gravity System II 重力儀。本論文的目的即是在該計畫實施之前，建構一可適用於空載重力測量的軟體，擬以國立成功大學測量工程學系 楊名教授所提供的 GPS 動態定位軟體做為飛機的定位軟體，並開發重力約化部份的軟體，設計實驗模擬空載重力測量之實施情形並分析成果，做為後續空載重力測量實施之參考。

1-4 論文架構

本論文最主要的特點，即是整合 GPS 動態定位系統與重力值觀測系統，建立一適用於空載重力測量的系統，並模擬空載重力測量實施的情形，並提供空載重力測量的作業程序等注意事項，本論文的架構如下：

第一章：緒論

說明空載重力測量的優點、研究空載重力測量的動機與研究方法

第二章：GPS 全球定位系統

在本章將說明 GPS 定位的基本原理、GPS 的觀測量、誤差來源、相對定位、觀測量的線性組合及整數週波未定值的求解過程與求解方法的比較。

第三章：空載重力測量基本原理

在本章中將對空載重力測量過程當中所使用到的坐標系統，作簡短的說明，並詳細的描述空載重力測量的基本原理，然後介紹重力儀的種類並比較其不同點，並介紹本次將使用於台灣地區空載重力測量所使用的飛機。

第四章：空載重力測量系統架構

在本章將說明 GPS 動態定位系統和重力值觀測系統的各別解算流程與如何整合兩個系統形成一個完整的空載重力測量系統，與吾人使用於此系統中的關鍵技術等，最後說明 GPS 作業注意事項、GPS 主站位置與空載重力作業程序。

第五章：實驗成果與分析

在本章中，首先將分析不同的基線長度經過不同的罩窗大小之濾波處理後的速度量與加速度量的精度，最後測試此重力值約化系統中，為了找出重力儀觀測時間相對於 GPS 時間的常差而設計的 Time shift 程式是否能正確找出時間的常差

第六章：結論與建議



第二章 GPS 全球定位系統

近十年來，隨著全球定位系統定位建置完成，使得傳統的地面測量方式產生了很大的改變，隨著相關的觀測技術與求解技術的進步，不需要長時間觀測也能達到精準的定位成果，已使得 GPS 的應用層面更為廣泛，可利用於導航等即時性定位導向。本章將說明 GPS 定位的基本原理、GPS 的觀測量、誤差來源、相對定位、觀測量的線性組合及整數週波未定值的求解過程。

2-1 GPS 定位原理

GPS 的定位方法是由空間中任意一個位置的接收器接收由 GPS 衛星所發射的電磁波信號，並計算接收器與衛星間的距離，利用距離量測的方式求解接收器所在位置的空間坐標。GPS 衛星軌道所參考的坐標系統為協議坐標系統(Conventional Terrestrial System, CTS)，或稱為地心地固坐標系統(Earth-Center Body-Fixed Coordinate System)，為三維卡式直角坐標系統。為了求解接收器所在位置的三個未知坐標量，需要接收三顆以上的衛星訊號，同時由星曆資料計算每顆衛星的三維坐標，在此衛星的坐標可視為已知控制點，在利用距離交會的方式決定接收器的坐標。由於接收器所採用的石英鐘與衛星的銻(Cs)原子鐘並非同步，存在著一個時差，因此需要接收四顆以上的衛星訊號才能求解接收器的坐標，此為 GPS 單點定位的基本原理，若衛星數量大於四顆，則使用最小二乘法加以求解，如圖 2-1 所示。

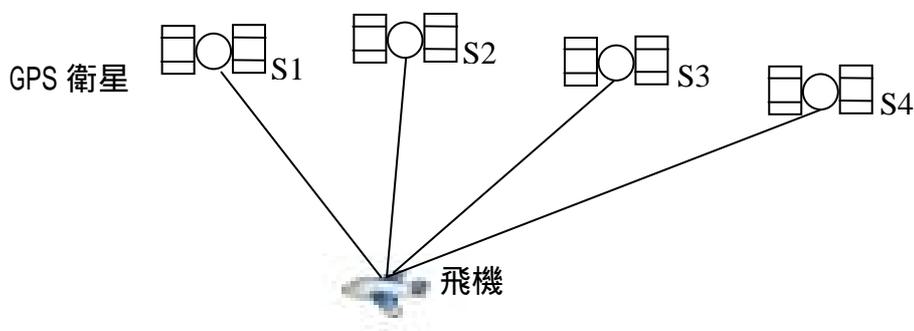


圖 2-1 GPS 定位基本概念圖

2-2 GPS 觀測量

GPS 提供了兩種不同型態的觀測量：虛擬距離觀測量(pseudo-range)和載波相位觀測量(carrier phase)，於不同的應用。

2-2-1 虛擬距離觀測量

虛擬距離觀測量的基本原理是由衛星依據自己的時錶所發射出的一組二位元的數據碼，經過傳播後由接收器接收，而接收器本身也同時依據自己的時錶產生一組結構相同的二位元數據碼，進一步將這兩組數據碼做相關比對，當這兩組訊號達最大相關時，即可得到一個時間的延遲量 τ (time shift)，將此延遲量乘上光速，就可以得到衛星到接收器的距離，數學上表示如下(Seeber, 1993)：

$$P = c \cdot \tau \quad (2-1)$$

式中 P ：虛擬距離

c ：光速

τ ：時間延遲量。

上述的情況是在衛星和接收器兩者的時錶為完全同步的情形下，為一理想的狀態，事實上衛星和接收器的時錶之間並非完全同步，而且訊號傳輸的過程中，經過了電離層和對流層對訊號的影響，由上述方式求得之距離並非衛星和接收器間的真实距離，稱為虛擬距離觀測量，將此虛擬距離觀測量加入電離層與對流層的修正，可得到衛星與接收器間的真实距離，由衛星 k 和接收器 i 所組成的數學式表示如下(Goad and Yang, 1997)：

$$P_{i,1}^k = \rho_i^k + c \cdot (dt_i - dT^k) + T_i^k + \frac{I_i^k}{f_1^2} + b_{i,2} + e_{i,1}^k \quad (2-2)$$

$$P_{i,2}^k = \rho_i^k + c \cdot (dt_i - dT^k) + T_i^k + \frac{I_i^k}{f_2^2} + b_{i,3} + e_{i,2}^k \quad (2-3)$$

式中 $P_{i,1}^k$ 、 $P_{i,2}^k$ 是 L_1 、 L_2 頻率的虛擬距離觀測量(以公尺為單位)

ρ_i^k 是衛星和接收器間的幾何距離(以公尺為單位)

$\frac{I_i^k}{f^2}$ 是與頻率相關的 first-order 電離層效應影響量

T_i^k 是與頻率相關的對流層效應影響

dT^k 是 k 衛星的時鐘誤差(以秒為單位)

dt_i 是 i 接收器的時鐘誤差(以秒為單位)

c 是真空中之光速(公尺/秒)

e 是觀測量的雜訊項

$b_{i,2}$ 、 $b_{i,3}$ 是接收器內部頻率的偏差量(interchannel bias terms)，若觀測量在瞬間被觀測得到，此項可視為零。

GPS 電碼觀測量可分為 C/A 碼與 P 碼，前者調致於 L1 載波，後者調致於 L1 與 L2 載波，然而精度較高的 P 碼受到 AS(anti-spoofing)效應影響成為 Y 碼，一般使用者無法取得密碼由 Y 碼求解得 P 碼，僅能使用精度較低的 C/A 碼，因此虛擬距離觀測通常用於輔助 L1、L2 載波相位觀測量求解週波未定值。

2-2-2 載波相位觀測量

載波相位觀測量即是由量測載波的相位來求解衛星到接收器的距離，GPS 在 L1 和 L2 載波的波長分別為 19.03 公分及 24.42 公分，若依據接收器內部電子相位量測精度為訊號波長的 1%，則相位觀測量的精度可達公釐級(曾和儲，1999)，因此，在高精度的環境要求下，大部分皆採載波相位觀測量的模式。

由於無法得知載波從衛星發射時瞬間的相位，因此接收器在接收到訊號的瞬間所得到的僅是一個載波波長的小數部分，自衛星到接收器間的整數週波個數並無法得知，為求得正確的距離，產生了整數週波未定值的求解問題。求解得整數週波未定值之後，在觀測量為連續的情況下，此整數週波未定值維持固定的整數個數，直到發生週波脫落(cycle slip)，就必須要重新搜尋新的整數週波未定值，因此整數週波未定值求解的正確與否，將是影響載波相位觀測量求解和成果精度的關鍵。

載波由衛星傳送至接收器的過程中，同樣地受到電離層和對流層的影響，再加上整數週波未定值的求解問題，因此增加了載波觀測量解算過程的困難度，這是使用載波觀測量的缺點，由衛星 k 和接收器 i 所組成的數學式表示如下(Goad and Yang, 1997)：

$$\Phi_{i,1}^k = \rho_i^k - \frac{I_i^k}{f_1^2} + T_i^k + \lambda_1 N_{i,1}^k + c \cdot (dt_i - dt^k) + \lambda_1 \cdot (\varphi_1(t_0) - \varphi^k(t_0))_1 + \varepsilon_{i,1}^k \quad (2-4)$$

$$\Phi_{i,2}^k = \rho_i^k - \frac{I_i^k}{f_2^2} + T_i^k + \lambda_2 N_{i,2}^k + c \cdot (dt_i - dt^k) + \lambda_2 \cdot (\varphi_1(t_0) - \varphi^k(t_0))_2 + b_{i,1} + \varepsilon_{i,2}^k \quad (2-5)$$

式中 $\Phi_{i,1}^k$ 、 $\Phi_{i,2}^k$ 是 L_1 、 L_2 頻率的相位觀測量(以公尺為單位)

ρ_i^k 是衛星和接收器間的幾何距離(以公尺為單位)

$\frac{I_i^k}{f^2}$ 是與頻率相關的 first-order 電離層效應影響量

T_i^k 是與頻率相關的對流層效應影響

dt^k 是 k 衛星的時鐘誤差(以秒為單位)

dt_i 是 i 接收器的時鐘誤差(以秒為單位)

c 是真空中之光速(公尺/秒)

$N_{i,1}^k$ 、 $N_{i,2}^k$ 是 $\Phi_{i,1}^k$ 、 $\Phi_{i,2}^k$ 的整數相位未定值

$\lambda_i (\varphi_1(t_0) - \varphi^k(t_0))_i$ 是 L_1 、 L_2 頻率上在接收器和衛星的相位值的小數部分

($i=1,2$)。

ε 是觀測量的雜訊項

$b_{i,1}$ 是接收器內部頻率的偏差量(interchannel bias terms)。

2-3 誤差來源及誤差消除

在 GPS 觀測中，由訊號的產生、傳送到接收的這一個過程，有許多的誤差來源，其中影響觀測精度的主要誤差項目為衛星時錶誤差、衛星軌道誤差、電離層延遲誤差、對流層延遲誤差、接收器時鐘誤差、天線相位中心改正及多路徑延遲誤差，若能針對這些誤差做適當的修正，降低其影響量，即可以提高定位的精度。本節將針對這些誤差量進行討論。

(1) 衛星時鐘誤差

GPS 衛星雖採用高精度的時鐘，但經過長時間的使用後，無可避免的在時間記錄上有著些許的誤差，一般均維持在 1 ms 之內(周和易，1994)，接著藉由 GPS 系統地面追蹤站長時間追蹤計算，故可將時鐘之偏移量精確求出並傳回衛星，再傳播到接收器以用來改正時錶誤差，經過改正過後衛星彼此間的誤差約在 20ns 以內，此部分的殘差，可以使用差分定位法將其消除。

(2) 衛星軌道誤差

GPS 衛星星曆分為精密星曆和廣播星曆。精密星曆(precise ephemeris)是根據 GPS 地面監控站實測數據，經過嚴密的動力法軌道計算、處理而得的，可提供之衛星位置精度約 10 公分，最適用於精確的定位，缺點是必須等到觀測後 1-2 週方可取得，但在即時定位的應用層面上，必須使用廣播星曆，為每兩個小時更新一次的預估軌道參數，精度約 20~50 公分，因此必須使用差分定位方式，有效的減弱此項誤差。

(3) 電離層延遲誤差

GPS 訊號為一種電磁波，在經過電離層時會產生延遲的現象，使訊號傳播的路徑產生變化，其影響量與電磁波的頻率、電離層電子含量有關。欲減少此項誤差影響，可透過雙頻觀測、建立電離層延遲模式或觀測量差分的方式。

(4) 對流層延遲誤差

GPS 訊號在經過對流層時亦會產生延遲的現象，影響量的大小主要與大氣溫度、壓力、溼度和高度有關，可透過建立對流層延遲的模式加以改正或以觀測量

差分的方式有效地減弱此誤差項。

(5) 相位中心改正

相位中心是天線盤接收衛星訊號的位置，通常會隨著天線設計特性、訊號入射角度、方位及訊號頻率不同而與其物理中心位置並不一致(唐進賢，1999)。相位中心在高程上的影響量可從數公釐到數公分(徐博賢等，1998)，一般多採用相同的天線盤，使差異量得以相消。

(6) 接收器時鐘誤差

一般接收器內的時鐘為石英鐘，對於時間量測的準確性遠不如 GPS 衛星的原子鐘，無可避免的與 GPS 時間存在著一個時間差，稱為接收器時鐘誤差，為有效地消除此項誤差量，可以利用觀測量差分的方式，或將此量當成未知參數與坐標分量一併求解。

(7) 多路徑延遲誤差

在對空通視不良的環境下，接收儀除了直接接收由衛星來的訊號，還有可能接受到由附近其他物體所反射的訊號，而引起天線相位中心的變化。就空載重力的使用環境而言，地面接收站需挑選視空良好的位置，移動站由於位於飛機，因此可將此誤差減至最小。



2-4 GPS 相對定位

若使用單點定位的方式，由於上一個小節提到的誤差量的影響，將會使得定位精度大幅降低，一般所採用的方式是同時架設至少兩部接收器，一部架設於已知點上視為主站，其餘接收器架設在待求點位上，利用觀測量求差的方式減低上述的誤差量的影響，求解待定點的位置，此方式稱為相對定位。

差分方式一般可分為一次差分(single-difference)、二次差分(double-difference)及三次差分(triple-difference)，但是差分法也有其優缺點如下：

優點：觀測量差分可有效的減少大量誤差，如軌道誤差、時錶誤差。

缺點：觀測量差分會減少原始觀測量數目，造成差分後觀測量間的相關性，若某些誤差無法由差分方式完全消除，然而一般在差分過後被忽略，將使得觀測量之誤差量的增加。

2-4-1 一次差分

針對欲消除的誤差來源，可將一次差分分為空中一次差和地面一次差，前者用於消除接收器時錶誤差，多應用於單點定位時，後者用於消除衛星的時錶誤差，通常使用於相對定位時。

(1) 空中一次差

在相同時刻 t ，接收器同時接收不同衛星的訊號，將兩組觀測量彼此之間求差即可得到空中一次差，如圖 2-2。

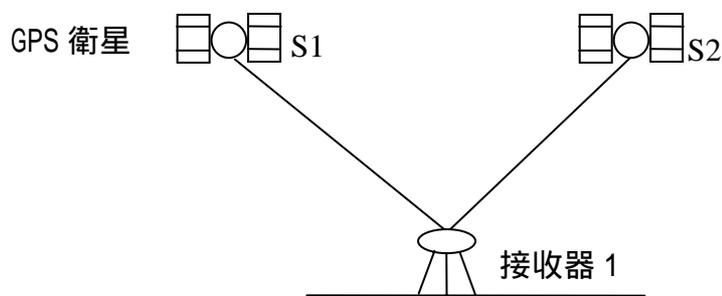


圖 2-2 空中一次差示意圖

(2) 地面一次差

在相同的時刻 t ，在基線兩端的接收器收到來自相同衛星的訊號，將兩組觀測量相減求差即可得到地面一次差，如圖 2-3。

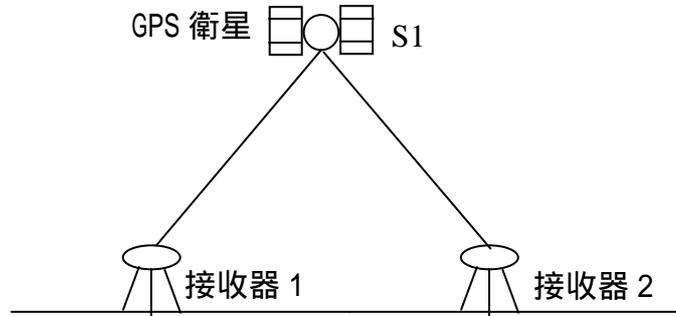


圖 2-3 地面一次差示意圖

2-4-2 二次差分

在相同的時刻 t ，在基線兩端的接收器同時接收兩顆衛星的訊號，可藉由地面一次差及空中一次差組成二次差分，藉由二次差分可以同時消除衛星時錶誤差和接收器的時錶誤差，如圖 2-4。

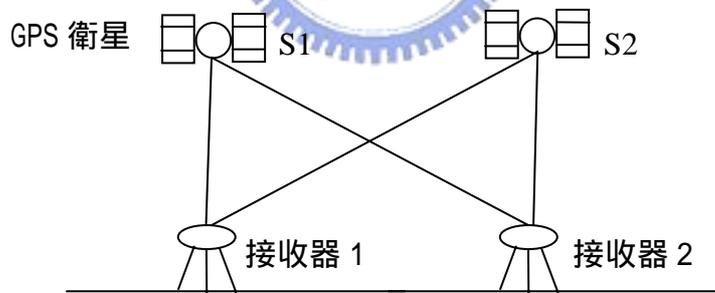


圖 2-4 二次差分示意圖

2-4-3 三次差分

在沒有週波脫落的情形下，將相鄰兩個時刻的二次差觀測量求差，即可得到三次差觀測量，可以消除衛星時錶誤差、接收器時錶誤差及載波相位觀測量中的整數週波未定值，所以在求解待定點坐標時，可利用三次差後求出坐標的近似值做為待定點的起始坐標，若在三次差分後仍然有整數週波未定值的存在，則表示這兩個時刻間發生過週波脫落，因此可用於偵測週波脫落。

2-5 雙頻載波相位觀測量的線性組合

在本節將介紹由 GPS 所發射之 L1 和 L2 載波之間的線性組合，理論上此兩個頻率觀測量的線性組合可以有無限多種，為了符合某一特定的目的，通常會對這兩個觀測量做特定方式的線性組合，在此小節中僅對較常使用到的線性組合做討論。

(1) 無電離層線性組合 L3

無電離層線性組合的主要目的，是藉由在 L1 及 L2 上的載波觀測量的線性組合，消除觀測量中的電離層誤差項。根據式(2-4)、(2-5)的載波相位觀測數學式，將電離層項消除的推導過程如下：

$$\begin{aligned}
 & f_1^2 \cdot \Phi_{i,1}^k - f_2^2 \cdot \Phi_{i,2}^k \\
 &= f_1^2 \cdot \left(\rho_i^k - \frac{I_i^k}{f_1^2} + T_i^k + \lambda_1 N_{i,1}^k + c \cdot (dt_i - dt^k) + \varepsilon_{i,1}^k \right) \\
 & \quad - f_2^2 \cdot \left(\rho_i^k - \frac{I_i^k}{f_2^2} + T_i^k + \lambda_2 N_{i,2}^k + c \cdot (dt_i - dt^k) + \varepsilon_{i,2}^k \right)
 \end{aligned} \tag{2-6}$$

由式(2-6)可得知電離層的誤差項已被消除

$$f_1^2 \cdot \left(-\frac{I_i^k}{f_1^2} \right) - f_2^2 \cdot \left(-\frac{I_i^k}{f_2^2} \right) = 0 \tag{2-7}$$

將式(2-6)經整理過後可得：

$$\begin{aligned}
 L3 &= \alpha_3 \cdot \Phi_{i,1}^k + \beta_3 \cdot \Phi_{i,2}^k \\
 &= \rho_i^k + T_i^k + c \cdot (dt_i - dt^k) + \alpha_3 \cdot \lambda_1 N_{i,1}^k + \beta_3 \cdot \lambda_2 N_{i,2}^k + \alpha_3 \cdot \varepsilon_{i,1}^k + \beta_3 \cdot \varepsilon_{i,2}^k
 \end{aligned} \tag{2-8}$$

式中 $\alpha_3 = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}$, $\beta_3 = \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}$ 。

經過此線性組合過後，新觀測量中的未定值項將不再具有整數特性(張毓偉，

2000)。

(2) 無幾何距線性組合 L4

將 L1 和 L2 觀測量做此種線性組合, 主要目的是消除觀測量中的幾何距離 ρ_i^k , 同時也能夠消除觀測量中的對流層影響項 T_i^k , 其數學式如下:

$$L4 = \Phi_{i,1}^k - \Phi_{i,2}^k = \lambda_1 \cdot N_{i,1}^k - \lambda_2 \cdot N_{i,2}^k - \frac{I_i^k}{f_1^2} + \frac{I_i^k}{f_2^2} + \varepsilon_{i,1}^k - \varepsilon_{i,2}^k \quad (2-9)$$

(3) 寬巷線性組合 L5

此組合之目的是為了組成一波長大於 L1 和 L2 頻率的波長, 且週波未定值項具整數特性的載波觀測量, 經由此組合過後的寬巷載波觀測量波長為 86 公分, 常被使用來做為整數週波未定值的搜尋之用途, 可加快求解速度, 其數學式如下:

$$\begin{aligned} L5 &= \frac{\lambda_5}{\lambda_1} \Phi_{i,1}^k - \frac{\lambda_5}{\lambda_2} \Phi_{i,2}^k \\ &= \left[\rho_i^k + c \cdot (dt_i - dt^k) + T_i^k \right] - \lambda_5 \cdot \left(\frac{f_1}{c} \cdot \frac{I_i^k}{f_1^2} - \frac{f_2}{c} \cdot \frac{I_i^k}{f_2^2} \right) \\ &\quad + \lambda_5 \cdot (N_{i,1}^k - N_{i,2}^k) + \lambda_5 \cdot (\varepsilon_{i,1}^k - \varepsilon_{i,2}^k) \end{aligned} \quad (2-10)$$

式中 $\lambda_5 = \frac{c}{f_1 - f_2} = 86 \text{ cm}$ 。

(4) 窄巷線性組合 L6

此組合之目的是為了組成一波長小於 L1 和 L2 頻率的波長, 且週波未定值項具整數特性的載波觀測量, 其數學式如下:

$$\begin{aligned} L6 &= \frac{\lambda_6}{\lambda_1} \Phi_{i,1}^k + \frac{\lambda_6}{\lambda_2} \Phi_{i,2}^k \\ &= \left[\rho_i^k + c \cdot (dt_i - dt^k) + T_i^k \right] - \lambda_6 \cdot \left(\frac{f_1}{c} \cdot \frac{I_i^k}{f_1^2} - \frac{f_2}{c} \cdot \frac{I_i^k}{f_2^2} \right) \end{aligned}$$

$$+ \lambda_6 \cdot (N_{i,1}^k + N_{i,2}^k) + \lambda_6 \cdot (\varepsilon_{i,1}^k - \varepsilon_{i,2}^k) \quad (2-11)$$

式中 $\lambda_6 = \frac{c}{f_1 + f_2} = 10.7 \text{ cm}$ 。

2-6 整數週波未定值求解方法

在要求高精度的情況下，就必須採用相對定位(Relative)的方法，同時採用精度較高的載波相位觀測量，對於 GPS 動態定位而言，定位成果輸出又必須要符合即時性質，因此如何能快速且正確求解載波相位觀測量中的整數週波未定值，一直是近十年來學者致力研究的方向，其常用的方法可分為以下四類：

2-6-1 未定值函數法

未定值函數法是在真值可能存在的空間中，建立一個立方體的搜尋空間，因此需根據一近似解來建立此搜尋空間，通常根據近似解的中誤差 $\sigma((\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2)/3 = \sigma^2)$ ，以近似解坐標為中心，對 X、Y、Z 三軸各取 $\pm 2\sigma$ 做為立方體之範圍，再將立方體細分為若干小立方體，則每個小立方體角落都可能為正確的待定位點坐標，因此只要細分的程度夠，必有網格點最貼近真值。將每個網格點逐一代入未定值函數中，由函數值判斷正確的點位坐標。下圖為搜尋空間的示意圖，圖中線段 AB 為一條基線，A 點為主站，B 點為待定位的近似坐標，網格點為可能的正確待求點位坐標：

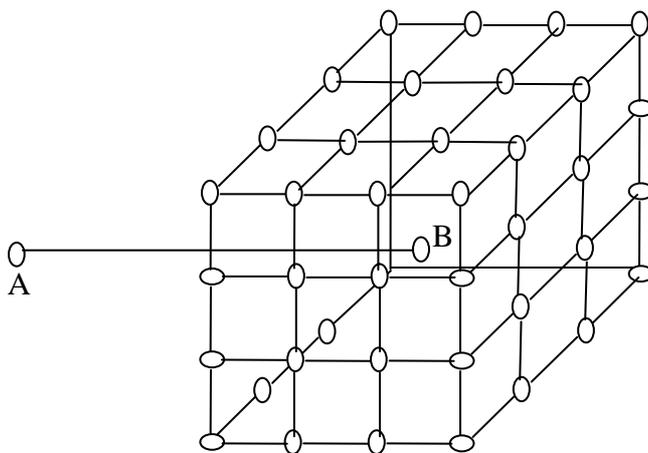


圖 2-5 搜尋空間網格示意圖

未定值函數的定義數學式如下：

$$A(X,Y,Z) = \sum_{k=1}^{n_e} \sum_{j=1}^{n_s} \sum_{l=1}^2 \cos\{2\pi[\phi_{obs}^{kjl}(X_0Y_0Z_0) - \phi_{calc}^{kjl}(XYZ)]\} \quad (2-12)$$

式中 $A(X,Y,Z)$ ：未定值函數

ϕ_{obs}^{kjl} 、 ϕ_{calc}^{kjl} ：移動站二次差相位觀測量之觀測值與計算值

(X_0, Y_0, Z_0) ：觀測之坐標值

(X, Y, Z) ：計算之坐標值

j：衛星數 $j=1 \sim n_s$

k：觀測之時刻(epoch) $k=1 \sim n_e$

l：觀測之頻率(L1、L2)。

由上式未定值函數的定義可得知，將搜尋空間的每個網格點代入計算後，所得的函數值為最大者即為正確的待定點坐標(曾和儲，1999)。

2-6-2 快速未定值求解法

快速未定值求解法是由 Frei and Beutler(1990)所提出來的，其概念是以平行濾波為基礎(盧金胡，1995)，其主要的計算步驟如下：

- (1) 計算載波相位的浮動解(Float solution)
 - a. 估計每一個二次差的未定值實數解
 - b. 計算殘差及後驗變方因數
 - c. 以後驗變方因數為參數協變方矩陣的權

- (2) 選擇未定值組合進行測試
 - a. 選擇落在真估值信心範圍內個別得整數未定值來形成可能整數解的組合
 - b. 剔除未定值組合中，未定值配對的差值超出實際未定值估值差信心範圍外的未定值組合

- (3) 計算每一個未定值的固定解
 - a. 計算固定解、變方因數和協變方矩陣參數
- (4) 以最小變方因數對固定解做統計測試
 - a. 測試固定解和浮動解是否不相衝突
 - b. 以常態分佈測試變方因數(變方因數的 χ^2 測試)
 - c. 比較最小和次小的變方因數

2-6-3 最小二乘未定值搜尋法

根據加拿大 Calgary 大學的 Erickson(1992)所提出的整數搜尋法，其求解步驟如下(盧金胡，1995)：

- (1) 計算電碼的解及定義搜尋空間
由電碼求得起始點位的坐標並計算其精度後，定義搜尋空間。
- (2) 定義被測試未定值組合
尋找落在搜尋空間內的觀測量之未定值範圍，然後以此主要的觀測量計算固定解，利用來計算次要的觀測量的未定值。
- (3) 計算每一個未定值組合的固定解和變方因數
- (4) 以一個界定值來測試每個未定值組合所得之變方因數，通過界定值的未定值組再經過最小二乘計算，再比較最小和次小的變方因數。

2-6-4 OTF 相位未定值解演算法

由於近年來對於 GPS 的即時性動態定位的需求，而產生了此種在動態狀態下求解相位未定值的方法，稱之為 On-The-Fly(OTF)相位未定值解算法，此種演算法僅需一至幾筆觀測資料，即能夠求解相位未定值，充分的滿足動態定位的需求，也是本文所討論之空載重力測量系統中的 GPS 動態定位系統所採用的主要演算法。

OTF 相位未定值解演算法的基本精神，是認為待定點的三個坐標分量，只要

三個二次差觀測方程式恰可求解，即至少需要四顆衛星恰可求解出移動站相對於主站的三個基線分量 dx 、 dy 、 dz (Hatch, 1990)，然後建立搜尋空間快速求得所有衛星的相位未定值，再代入所有衛星觀測量進行最小二乘平差，求得相位觀測量的改正值和後驗變方因子，然後選擇最大和最小的後驗變方因子進行統計的測試來決定正確的相位未定值(楊名, 1997)，其主要的步驟如下 (Goad and Yang, 1994):

- (1) 形成雙頻觀測量線性組合
- (2) 建立相位未定值的搜尋範圍
- (3) 決定正確的相位未定值

有關 OTF 相位未定值解法的較詳細解算過程，將於本論文之第四章中做較為詳細的討論。OTF 相位未定值解法能否快速且正確求解相位未定值，除了演算法之外，主要還是受到大氣層中的電離層、對流層、基線長短、觀測衛星顆數多寡、多路徑效應、週波多落等因素的影響，而且必須採用雙頻觀測量。

由表 2-1 可得知，就搜尋範圍而言，未定值函數法是利用網格點做為搜尋目標，並非採用未定值的組合，所以無週波脫落的問題，缺點是搜尋時間較長，而其他方法利用未定值組合做為搜尋範圍，因此具有週波脫落的偵測問題。就觀測時間而言，則以最小二乘未定值搜尋法為最短。就容許連續定位方面，未定值函數法為對位置作搜尋，無法傳遞未知值，而快速未定值求解法是以統計概念計算，收斂比較慢，以最小二乘未定值搜尋法和 OTF 未定值搜尋法最適合於連續定位。

表 2-1 整數週波未定值求解方法比較(Erickson , 1992)

方法 條件	未定值函數法	快速未定值求 解法	最小二乘未定值 搜尋法	OTF 相位未 定值解演算 法
起始位 置	電碼	載波實數解	電碼	電碼
搜尋 範圍	網格點	未定值組	未定值組	未定值組
搜尋空 間	$K\sigma_x \times K\sigma_y \times K\sigma_z$ (由電碼解得)	$K \times \sigma \times n_j$ 載波實數解得	$K\sigma_x \times K\sigma_y \times K\sigma_z$ (由電碼解得)	$K \times \sigma \times n_j$ 由電碼解
試驗數 目	網格搜尋 DD 交會點	$N_i - N_j$ 及 $K \times \sigma \times n_j$ 由載波實數解	DD 交會點	DD 交會點
界定值	$\text{Cos}(\text{obs-calc})$ >0.7 (註 1)	無	$\hat{\sigma}_0^2 < \text{界定值}$	$ \text{obs-calc} $ <dyn.ratio
選擇標 準	最大值	最小的 $\hat{\sigma}_0^2$	最小的 $\hat{\sigma}_0^2$	$ \text{obs-calc} $
接受標 準	最大和次大 的比值	最小和次小 的比值	最小和次小 的比值	最小者
觀測時 間	瞬時求解	1~5 分鐘	瞬時求解	瞬時求解
容許連 續定位 與否	否	否	是	是
容許週 波脫落 與否	是	否	否	否

註 1：詳見(2-12)式

第三章 空載重力測量基本原理及儀器設備

由於空載重力測量的過程中，並非所有的觀測量皆在相同的坐標系統下取得，因此坐標系統間的轉換，在整個空載重力測量的觀測資料解算過程扮演著關鍵的角色，在本章節中將對空載重力測量過程當中所使用到的坐標系統，作簡短的說明，並詳細的描述空載重力測量的基本原理，然後介紹重力儀的種類並比較其特點。

3-1 坐標系統

在一個完整的空載重力測量的過程中，各個觀測量皆是在自己的參考坐標系統下得到觀測值，為瞭解算的這些不同坐標系統下的觀測資料，必須將這些觀測資料皆轉換至相同的坐標系統下，以有利於求解。在測量過程中會使用到的坐標系統共分為 3 種：慣性坐標系統(i-frame)、地心地固坐標系統(e-frame)及區域坐標系統(n-frame)，以下對這些使用到的坐標系統作簡短說明：

3-1-1 協議坐標系統

GPS 所使用的坐標系統，是美國國防部在 1984 年定義的全球坐標系統，稱為 WGS84 大地坐標系統，為一地心地固坐標系統，此一坐標系統包含了一個三維卡式直角坐標系統與一個參考橢球體。此坐標系統之原點在地球的質量中心，Z 軸與 IERS(International Earth Rotation Service)所定義的慣用地球北極(Conventional Terrestrial Pole, CTP)方向相平行，X 軸與 IERS 所定義之零子午圈相平行之參考子午面與 CTP 赤道平面之交線方向，Y 軸則為與 X 軸垂直並在赤道面上，形成一右旋的地心地固直角坐標系統。由 WGS84 所提供的參考橢球體的相關參數如表 3-1 所示，而地心地固坐標系統與天球固定坐標系統間的關係，則如圖 3-1 所示。

表 3-1 WGS84 參數及常數(Seeber, 1993)

參數及常數	符號	數值
長半徑	a	$6378137 \pm 2m$
地球引力常數	GM	$(3986005 \pm 0.6) \times 10^8 m^3 s^{-2}$
正規化之第二階引力係數	$C_{2,0}$	$(-484.16685 \pm 0.00130) \times 10^{-6}$
地球自轉角速度	ω	$(7292115 \pm 0.1500) \times 10^{-11} rads^{-1}$
真空中之光速	c	$299792458 \pm 1.2ms^{-1}$
扁率	f	$1/298.257223563$

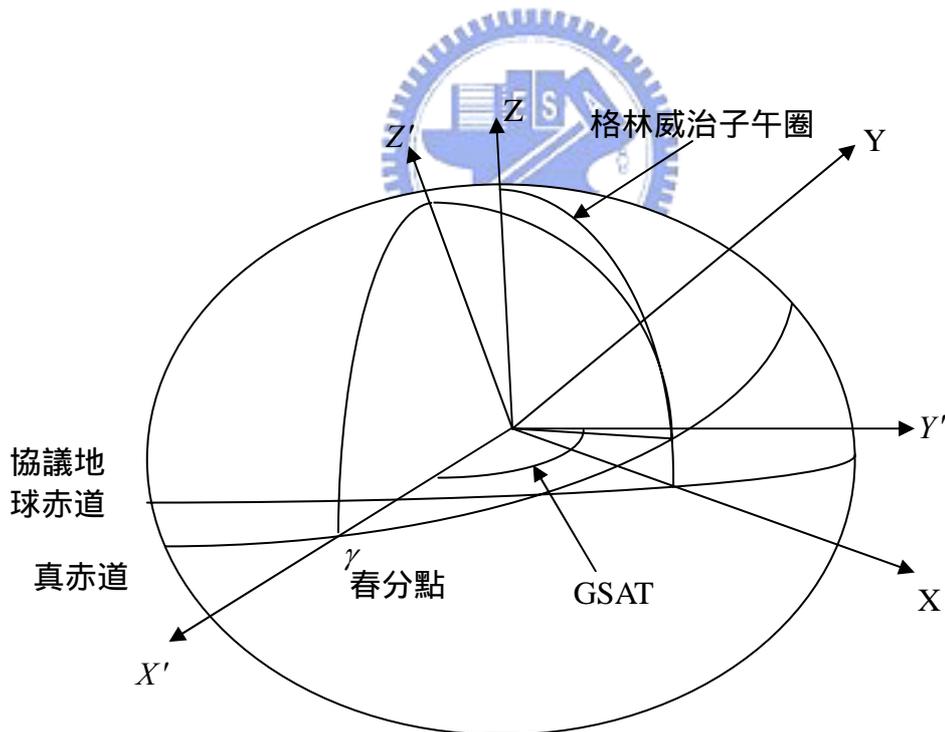


圖 3-1 地心地固坐標系統(X,Y,Z)與天球固定坐標系統(X',Y',Z')之關係圖

3-1-2 協議慣性坐標系統

由重力儀測得之觀測量為重力和儀器每單位質量所受之力的總合，重力屬於引力，因此可知是屬於慣性坐標系統下的觀測量，慣性坐標系統乃符合牛頓運動定律的原則，一般稱為協議的慣性坐標系統(Conventional Inertial System, CIS)，或稱為恆參考坐標系統(Inertial Frame, I-Frame)，亦稱為天球固定坐標系統(Space-Fixed Coordinate System)。

協議慣性坐標系統是由 IAU(International Astronomical Union)之決定，從 1984 年 1 月 1 日起的一新天文參考坐標系統，稱之為 FK5，在 FK5 的系統中，包含了新的歲差及章動模式與新的 GMST 和 GAST，坐標系統的原點位於地球質量中心，以西元 2000 年 1 月 1 日 12 時(儒略日第 2451545 天)之平赤道及平春分點為參考基準，亦稱為 J2000，Z 軸方向由地心指向平赤道面之北極，X 軸方向由地心指向平春分點，Y 軸與 Z 軸、X 軸正交，構成一右旋坐標系統(Seeber, 1993)。

協議的慣性坐標系統的參考時刻為西元 2000 年 1 月 1 日之格林威治正午，與協議坐標系統間的轉換必需要知道歲差、章動、極運動與格林威治視恆星時，方能組成兩者之間的轉換矩陣，轉換公式如下(Mortiz and Mueller, 1987):

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{CTS} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{N} \cdot \mathbf{P} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{CIS} \quad (3-1)$$

式中 P 為歲差(Precession)矩陣

N 為地球旋轉(Nutation)矩陣

S 為極運動與格林威治視恆星時形成的矩陣

下標 CTS 為協議坐標系統下的坐標

下標 CIS 為協議慣性坐標系統下的坐標。

3-1-3 區域坐標系統

由 GPS 定位解算得之定位點坐標為 WGS84 坐標系下之三維坐標 (x,y,z) 或表示為緯度，經度，橢球高 (ϕ, λ, h) ，計算上雖然便利，但是與平常測量時的使用空間概念不合，為了能夠清楚的了解待定點的空間關係，就須將 WGS84 坐標系統轉換到以主站為原點的區域地平卡式直角坐標系統(Cartesian Local Level System)，其三軸之方向分別為 n、e 及 u，其中 n 軸指向北方，e 指向東方，u 軸指向橢球法線方向。由 WGS84 坐標系統轉換至區域坐標系統的轉換公式如下(Seeber, 1993)：

$$\begin{bmatrix} \Delta n \\ \Delta e \\ \Delta u \end{bmatrix}_n = S_2 \cdot R_2(\phi - 90^\circ) \cdot R_3(\lambda - 180^\circ) \cdot \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

式中 $S_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

ϕ 為原點的大地緯度

λ 為原點的大地經度

$(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ 為地固坐標系統下待定點與原點的坐標分量

$(\Delta n, \Delta e, \Delta u)$ 為區域坐標系統下待定點與原點的坐標分量

A 為此坐標轉換過程之轉換矩陣。



3-2 空載重力測量起源與基本原理

空載重力測量是以飛機空載重力儀，求出地面重力值的技術，早在 1960 年代已有學者提出(Thompson and LaCoste, 1960)，但因飛機速度甚快，在當時無法精確確定出其位置及加速度而未被實際為測量重力之用。直到 1990 年初，GPS 定位技術逐漸成熟後，才被開始大量測試而臻成熟。空載重力儀分純量式(scalar type)及向量式(vector type)兩種。純量式重力儀只量測在飛機位置之垂線方向重力分量，使用儀器一般以船載重力儀改裝而成，純量式重力儀的精度頗高，可低於 1mgal 的精度；向量式重力儀乃由慣性導航系統(INS)發展而成，於 1990 年代啟始於加拿大的卡加利(Calgary)大學測量系，其原理為利用 INS 中的慣性測量儀(IMU)量測飛機飛行所受到三維的加速度(含飛機加速度及離心加速度)，因而稱向量式重力儀。向量式重力儀精度較差，約 3-4mgal，但可同時觀測三維之重力分量，因而理論上同一點上向量式之觀測量為純量式之三倍(圖 3-2)，更詳細的介紹將於 3-3 節討論。

在實施空載重力測量時所需要的裝備如圖 3-4(Forsberg et al., 2003)，飛機基本配備為重力儀、GPS 接收儀、GPS 天線、INS 慣性測量儀，若是向量式空載重力測量，則重力儀與 INS 慣性測量儀合而為一，有時空載重力測量會搭配雷射掃描、測海面高等技術，則此時機腹會裝置雷射掃描儀(Laser Scanner)或測高儀(Altimeter)(圖 3-4(b))，其結果可用於近岸大地水準面及海流的測定。

由空載重力測量得之觀測量分別是在不同的坐標系統，因此必須先瞭解系統間的轉換關係，坐標系統間的轉換決定於旋轉矩陣，以下列由地心地固坐標系統(e-frame)與慣性坐標系統(i-frame)間的旋轉矩陣及地心地固坐標系統(e-frame)與導航坐標系統(n-frame)(Jekeli, 2001)：

從地心地固坐標系統(e-frame)旋轉至慣性坐標系統(i-frame)間的旋轉矩陣：

$$\mathbf{R}_e^i = \begin{bmatrix} \cos(Gast) & -\sin(Gast) & 0 \\ \sin(Gast) & \cos(Gast) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

式中 $Gast$ 為與格林威治視恆星時的時角

從地心地固坐標系統(e-frame)旋轉至導航坐標系統(n-frame)間的旋轉矩陣：

$$\mathbf{R}_e^i = \begin{bmatrix} -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

式中 φ 為大地緯度

λ 為大地經度。

由式(3-3)、(3-4)可得在導航坐標系統下的相對旋轉速度：

$$\mathbf{\Omega}_{ie}^n = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{ie} \sin \varphi & \omega_{ie} \cos \varphi \\ \omega_{ie} \sin \varphi & 0 & 0 \\ \omega_{ie} \cos \varphi & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

和

$$\mathbf{\Omega}_{en}^n = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\lambda} \sin \varphi & \dot{\lambda} \cos \varphi \\ \omega_{ie} \sin \varphi & 0 & \dot{\varphi} \\ \omega_{ie} \cos \varphi & -\dot{\varphi} & 0 \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

根據牛頓第二定律，物體受到的加速度與物體所受到的力成正比，與質量成反比，因此由重力儀觀測得之觀測量在慣性系統(i-frame)下表達成如下形式：

$$\mathbf{a}^i = \ddot{\mathbf{r}}^i = \mathbf{g}^i + \mathbf{f}^i \quad (3-7)$$

式中 \mathbf{a} 為 platform 單位質量的加速度

\mathbf{g} 為 platform 單位質量所受之重力

\mathbf{f} 為 platform 單位質量所受到的力

上標 i 表示在慣性坐標系統下

將式(3-3)投影至導航坐標系統下，可得到以下的關係，必須注意的是上式中 $\mathbf{a}^i = \ddot{\mathbf{r}}^i$ 只有在慣性坐標系統下才成立：

$$\begin{aligned}
\mathbf{a}^n &= \bar{\mathbf{g}}^n + \mathbf{f}^n \\
&= \mathbf{R}_c^n (\mathbf{g}^e + \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{r}^e) + \mathbf{f}^n \\
&= \mathbf{g}^n + \mathbf{R}_c^n \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{r}^e + \mathbf{f}^n
\end{aligned} \tag{3-8}$$

式中 上標 n 表示在導航坐標系統下

上標 e 表示在地心地固坐標系統下

$\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \cdot \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \cdot \mathbf{r}^e$ 為地球重力場的離心力項。

將式(3-8)重新整理過後可得到下式：

$$\mathbf{g}^n = \mathbf{a}^n - \mathbf{R}_c^n \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{r}^e - \mathbf{f}^n \tag{3-9}$$

而式(3-9)中的 $\mathbf{a}^n - \mathbf{R}_c^n \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{r}^e$ 項，吾人可由 GPS 觀測量獲得，因此將式(3-9)重新整理過後可得到在導航坐標系統下的向量式空載重力測量的觀測模式如下 (Schwarz and Li, 1996)，導航坐標系統則如圖 3-3 所示：

$$\mathbf{g} = \dot{\mathbf{v}} - \mathbf{f} + (2\boldsymbol{\Omega} + \mathbf{P}) \cdot \mathbf{v} \tag{3-10}$$

式中 \mathbf{g} 為導航坐標系統下的重力向量

\mathbf{v} 為導航坐標系統下飛機速度向量

$\dot{\mathbf{v}}$ 為導航坐標系統下飛機加速度向量

$\boldsymbol{\Omega}$ 為地球自轉的角速度矩陣

\mathbf{P} 為飛機飛行的角速度矩陣

\mathbf{f} 為重力儀(IMU)量得之加速度向量

(3-10)式中的 $(2\boldsymbol{\Omega} + \mathbf{P}) \cdot \mathbf{v}$ 項是屬於 *Etövös* 改正，*Etövös* 效應是當飛機對地球做旋轉時，會產生的離心加速度與 Coriolis 加速度(科氏力)，進而影響重力的量測值 (Torge, 1989)，故此效應的影響必須去除。更詳細的 *Etövös* 改正可參考(Harlan, 1968)。因此，將(3-10)式依照導航坐標系統的三軸方向(n,e,u)展開後，可得到向量式觀測在這三軸方向上的重力分量 (g_n, g_e, g_u) ，若只考慮垂直方向的重力分量，即純量式重力觀測模式，則(3-13)式為所需的純量式空載重力測量的觀測方程式：

$$g_n = \dot{v}_n + f_n + \left[2w_e \cos \phi + \frac{v_e}{R_N + h} \right] \cdot \tan \phi \cdot v_e + \frac{v_n v_u}{R_M + h} \quad (3-11)$$

$$g_e = \dot{v}_e + f_e + \left[2w_e \cos \phi + \frac{v_e}{R_N + h} \right] \cdot [v_u + v_n \tan \phi] \quad (3-12)$$

$$g_u = \dot{v}_u + f_u - \left[2w_e \cos \phi + \frac{v_e}{R_N + h} \right] v_e - \frac{v_n^2}{R_M + h} \quad (3-13)$$

式中 g_n 為導航坐標系統下沿 n 方向的重力值，向北為正

g_e 為導航坐標系統下沿 e 方向的重力值，向東為正

g_u 為導航坐標系統下沿 u 方向的重力值，向上為正

\dot{v}_n 為導航坐標系統下沿 n 方向加速度

\dot{v}_e 為導航坐標系統下沿 e 方向加速度

\dot{v}_u 為導航坐標系統下沿 u 方向加速度

f_n 為純量式重力儀量得沿 n 方向加速度

f_e 為純量式重力儀量得沿 e 方向加速度

f_u 為純量式重力儀量得沿 u 方向加速度

v_e 為飛機沿 e 方向速度分量

v_n 為飛機沿 n 方向速度分量

R_N, R_M 為卯酉、子午圈曲率半徑

w_e 為地球自轉角速度

ϕ 為緯度

由(3-13)式中可知，雖然 f_u 之量測精度甚高，但其他改正項(除 f_u 外)亦必須具高精度，才能求得精確的沿 u 方向重力分量 g_u ，而改正項要達到高精度的前提是飛機之位置、速度、加速度必須精確求得，在 GPS 出現之前，這點非常難做到。然而獲得改正後的空中重力值後，整個系統的內部精度可由進行交叉點分析(crossover analysis)評估得，而系統的外部精度可與既有重力值比較得到，其詳細的探討於本論文中並無討論。

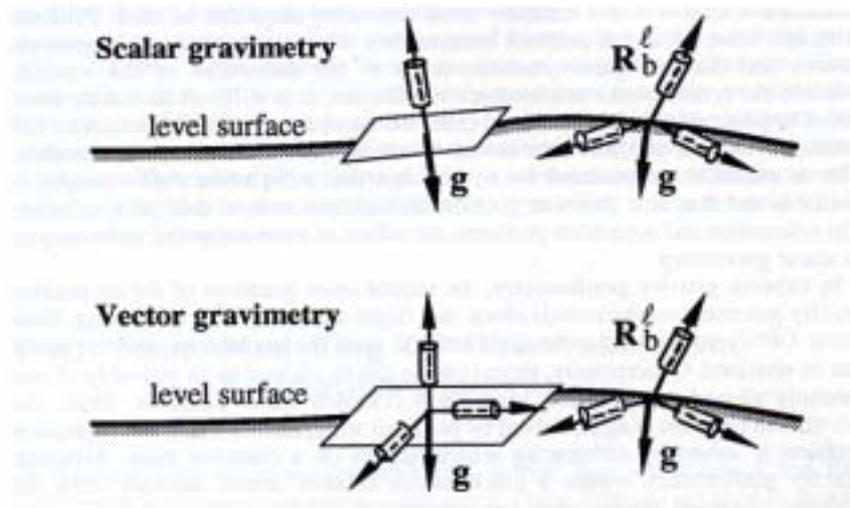


圖 3-2 純量式(上)與向量式空載重力儀觀測概念圖。

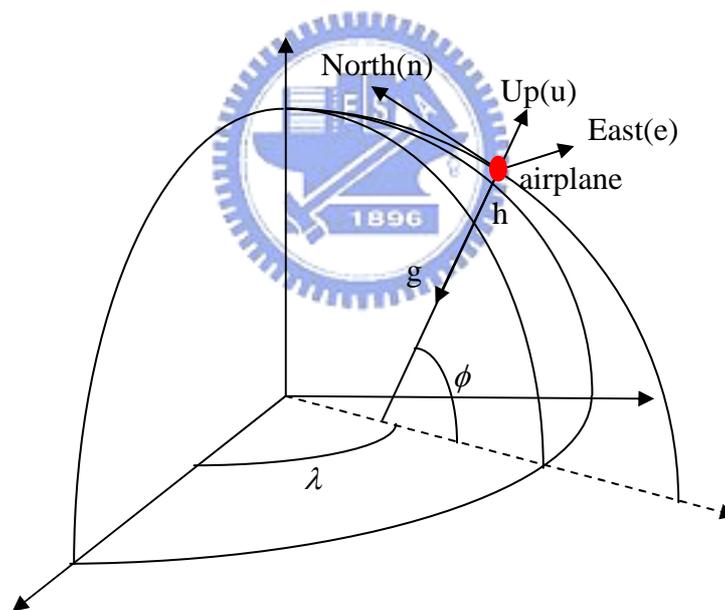


圖 3-3 導航坐標系統示意圖



圖 3-4(a) 飛機內部配置

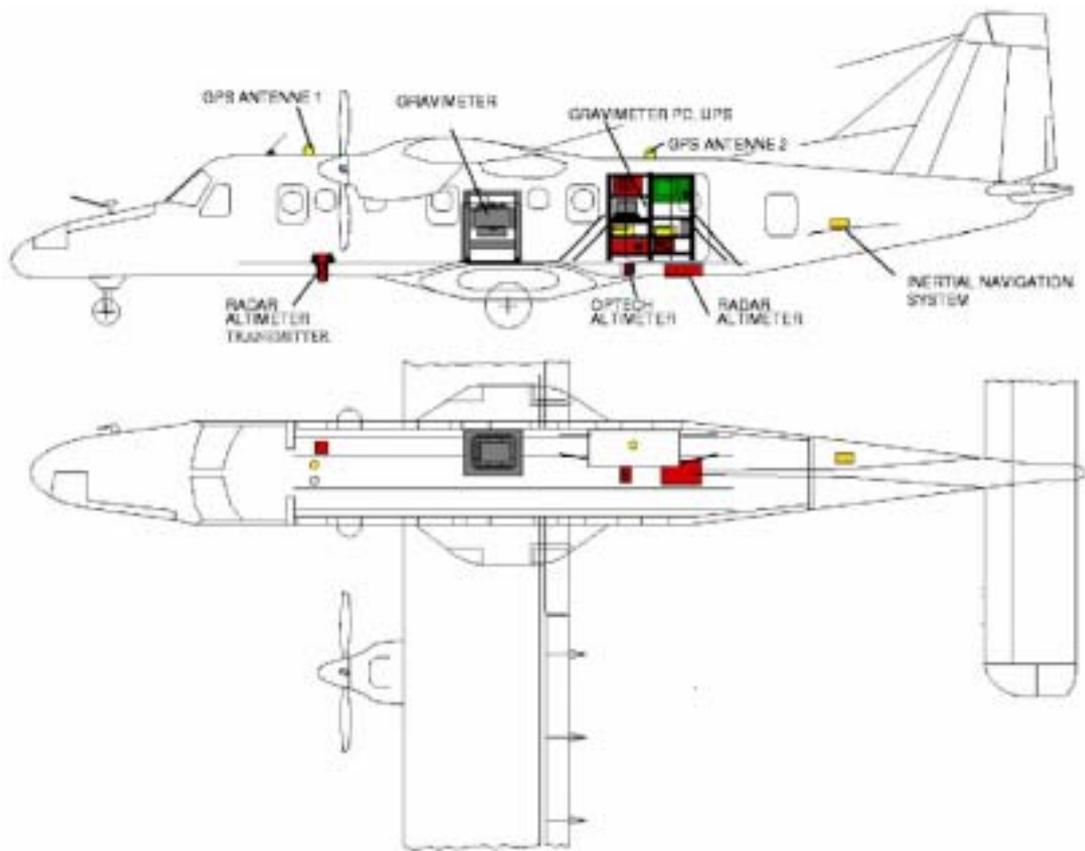


圖 3-4(b) 飛機儀器配置圖

圖 3-4 空載重力測量的各種儀器裝備及於飛機中之空間配置圖

3-3 空載重力儀

在 3-2 節提到，空載重力儀分純量式與向量式兩種，目前用於空載重力的純量式重力儀，以 LaCoste & Romberg 出產居多，包括 S-99 type(圖 3-5(a))與 Air-Sea type 等，目前 LaCoste & Romberg 已出產出新一代相對重力儀，名為 L&R Air-Sea Gravity System II(圖 3-5(b))，這部儀器也是預計今年使用於台灣地區空載重力測量的儀器，這是一台專門用於船測或空載測量的儀器，能於高速行進時收集到高精度的重力值。

L&R Air-Sea Gravity System II 基於零長彈簧感測器技術上，同時包含先進的電子系統、易操作的軟體和獨立感應平臺設備。且它提供的性能是目前其他穩固平臺系統所比不上的，性能特色有科技中最先進的飛機加速度計、緊密結合的數位控制系統和現代化的數位濾波器，現代化的數位濾波器可提供增強精確度與提高可靠度。以下是 L&R Air-Sea Gravity System II 的規格簡單介紹(表 3-2)，此儀器最高的施測頻率可達 100Hz，若在一高速飛行的飛機內裝置 L&R Air-Sea Gravity System II，假設飛機時速 400 公里，在 100Hz 的頻率下，平均約每飛行 1 公尺，就能測得一筆重力值，但由於必須配合 GPS 定位的頻率，故往往僅採用 0.5Hz 或 1Hz。

向量式重力儀是利用 INS 導航系統中的慣性測量元件(Inertial Measurement Unit, IMU)來量出重力值，IMU 有兩個主要的元件，陀螺儀(Gyroscope)(圖3-6(a))和加速儀(Accelerometer) (圖3-6(b))，陀螺儀可用來定出載具的姿態(pitch, roll, heading)，加速儀則可測出三個方向的加速度(即重力)，其測量原理可參考Jekeli(2001)或邱(2002)。陀螺儀和加速儀一般體積都很小，故向量式重力儀的體積較純量式重力儀小得多。表3-3是兩種重力儀的比較(Wei and Schwarz, 1998)。由表中可看出向量式重力儀雖然精度較低，但在尺寸大小、儀器價格、電力供應等方面均較純量式重力儀佔優勢。

表3-2 L&R Air-Sea Gravity System II規格簡介(LaCoste & Romberg Website)

觀測資料記錄頻率	1Hz(可調整)
最高頻率	100Hz
輸出介面	RS-232
解析度	0.01 mGal
統計可靠度	0.05 mGal
精度	<0.01 mGal
操作時溫度	0° C to 40° C
貯藏溫度	-30° C to 50° C
電力供應	240 watts(avg) , 450 watts(max)
尺寸	71 x 56 x 84 cm
重量	116 kg

表3-3 純量式、向量式重力儀的比較

	測量精度	儀器尺寸	電力供應	儀器價格
純量式重力儀	較高	較大	較多	較貴
向量式重力儀	較低	較小	較少	較低



(a)



(b)

圖 3-5 空載重力儀, 其中(a)L&R S-99 重力儀 (b) L&R Air-Sea Gravity System II 重力儀



(a)



(b)

圖 3-6 IMU 測量元件, (a)陀螺儀 (b)加速儀。由圖可看出陀螺儀與銅板一般大

3-4 空載重力測量飛機

由於空載重力測量所需的儀器設備、人力並不算多，故一般飛行用的飛機以中小型為主，最常見的是螺旋槳飛機。DHC-6“雙水獺”(Twin Otter airplane)，如圖 3-7 是歐洲實施空載重力最常用的機型，它是加拿大 De Havilland 飛機公司（現屬加拿大龐巴迪公司）研製的雙發渦輪螺旋槳式多用途短距起落輕型運輸機，其中為了計算飛機飛行時的姿態角或預防 GPS 接收器故障，故在飛機上架設多個 GPS 天線，機頂、機尾、機翼等處，均架設天線，如圖 3-7 黑圈部分。由於國內目前並無空載重力專用飛機，故將以航測飛機改裝使符合空載重力測量用途，預計西元 2004 年將用於台灣空載重力測量的飛機，機型為 BE-350，是美國 BEECHCRAFT 公司研發製造。採用兩具 PT-6A-50A TURBO PROPELLER 發動機，馬力為 1050 HP×2。座艙可容納照相機×2，組員 6，遙感測儀×1，使用燃油種類為 JP-4 或 JP-5。最大空速可達 487 公里/小時，可飛達 35000 呎的高度。有關飛機的相關資訊見表 3-4。



圖 3-7 空載重力測量飛機，DHC-6“雙水獺”

表 3-4 DHC-6 與 BE-350 飛機簡介

飛機性能項目	BE-350	DHC-6
飛機長度	14.22m	15.77m
機身高度	4.37m	5.94m
翼寬	17.65m	19.81m
最大續航時間	4.7H	7.09H
最大起飛重量	6849.21kg	5670.00kg
最大載油量	1637.91kg	1446.00kg
最大航程	3763.00km	1700.00km
空機重量	4644.31kg	3363.00kg

第四章 空載重力測量系統架構及演算法之設計

在一個完整的空載重力測量的施測過程中，觀測資料共分為兩個種類，一為 GPS 觀測資料，另一為重力儀觀測資料。然而一個完整的空載重力測量系統也可分為兩個部分，一為 GPS 動態定位系統，用於提供飛機的位置，另一為重力值約化系統，由飛機的位置計算飛機的速度量與加速度量，並結合重力儀觀測資料，求解空間中該點的重力值或重力異常值。在本章中將針對這兩個系統的各別解算流程並整合兩個系統形成一個完整的空載重力測量系統，最後並說明空載重力測量時之 GPS 作業注意事項與空載重力測量作業程序。

4-1 GPS 動態定位系統



相對於靜態定位而言，動態定位的意思就是希望能夠在待定點為運動狀態下求解其位置，對空載重力測量而言，吾人必須知道每一個觀測時刻載具之位置，進一步求解載具之速度及加速度，因此必須利用 GPS 採取動態定位的方式求解載具的位置，其中最關鍵的部分，即在於快速的求解 GPS 載波相位觀測量中的整數週波未定值，吾人選擇 OTF 週波未定值演算法做為 GPS 動態定位系統中求解整數週波未定值的方法。GPS 動態定位系統架構則如圖 4-1 所示。

4-1-1 OTF 週波未定值演算法

在要求較高定位精度的情況下，就必須採用相對定位(Relative)的方法，同時採精度較高的載波相位觀測量。相對定位是指移動站坐標的決定乃以相對於某一已知坐標之主站的方式。至於載波相位觀測量因具有非常小的偶然誤差，非常適合用於精確的定位，然而卻具有載波相位未定值(Phase Ambiguity or 相位模糊度)的問題(楊，1997)。因此，載波相位未定值的求解速度及正確性將是影響動態定位的關鍵。在此使用 OTF 演算法做為我們載波相位未定值求解之方法。

將四個二次差分方程式組成如下之矩陣形式：

$$\begin{bmatrix} R_1 \\ \Phi_1 \\ R_2 \\ \Phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & \lambda_1 & 0 \\ 1 & (f_1/f_2)^2 & 0 & 0 \\ 1 & -(f_1/f_2)^2 & 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \rho^* \\ I \\ f_1^2 \\ N_1 \\ N_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{R1} \\ \varepsilon_{\Phi1} \\ \varepsilon_{R2} \\ \varepsilon_{\Phi2} \end{bmatrix} \quad (4-1)$$

(4-1)式含有 4 個未知數 N_1 、 N_2 、 ρ^* 、 I/f^2 ，其中只要保持觀測過程沒有斷訊 N_1 、 N_2 不會隨時間改變，由此一線性系統可組成 $N_1 - N_2$ 的估計值，稱為寬巷估值，其在全部的觀測量中具有最小的標準偏差值。

$$N_1 - N_2 = K_1 + \varepsilon_{K1} \quad (4-2)$$

式中 K_1 為寬巷相位未定值的濾波估值取最接近的整數

ε_{K1} 為 K_1 的誤差。

在利用無幾何距離線性組合：

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \lambda_1 \cdot N_1 - \lambda_2 \cdot N_2 - \frac{I}{f_1^2} + \frac{I}{f_2^2} + \varepsilon_{\Phi1} - \varepsilon_{\Phi2} \quad (4-3)$$

因為 $f_1/f_2 = 77/60$ ，因此可簡化(4-3)式，

$$60 \cdot N_1 - 77 \cdot N_2 = K_2 + \varepsilon_{K2} \quad (4-4)$$

式中 K_2 為無幾何距相位未定值的濾波估值取最接近的整數

ε_{K1} 為 K_2 的誤差。

根據式(4-10)、(4-12)可求得 N_1 、 N_2 的估計值：

$$\hat{N}_2 = \frac{60K_1 - K_2}{17}$$

$$\hat{N}_1 = \hat{N}_2 + K_1 \quad (4-5)$$

由(4-5)式可知，如果能精確觀測 K_1 、 K_2 ，即誤差項為零，便可以輕易求得整數解 N_1 、 N_2 。若誤差項不為零，則任一組整數 K_1 、 K_2 代入不一定可求得整數的 N_1 、 N_2 ，因此可允許 K_1 的誤差範圍在 ± 2 cycle、 K_2 的誤差範圍在 ± 6 cycle，在這麼多整數的 K_1 、 K_2 的組合當中，可求得僅有一組 K_1 、 K_2 可求解出整數的 N_1 、 N_2 。

建立搜尋空間快速求得所有衛星的相位未定值，再代入所有衛星觀測量進行最小二乘平差，求得相位觀測量的改正值和後驗變方因子，然後選擇最大和最小的後驗變方因子進行統計的驗證來決定正確的相位未定值(楊，1997)。

經由以上演算法計算後，我們便能快速求解得主站和移動站的 GPS 天線間的基線向量，進而快速求得飛機的位置向量，在此我們可得到飛機的緯度量，經度量與橢球高。

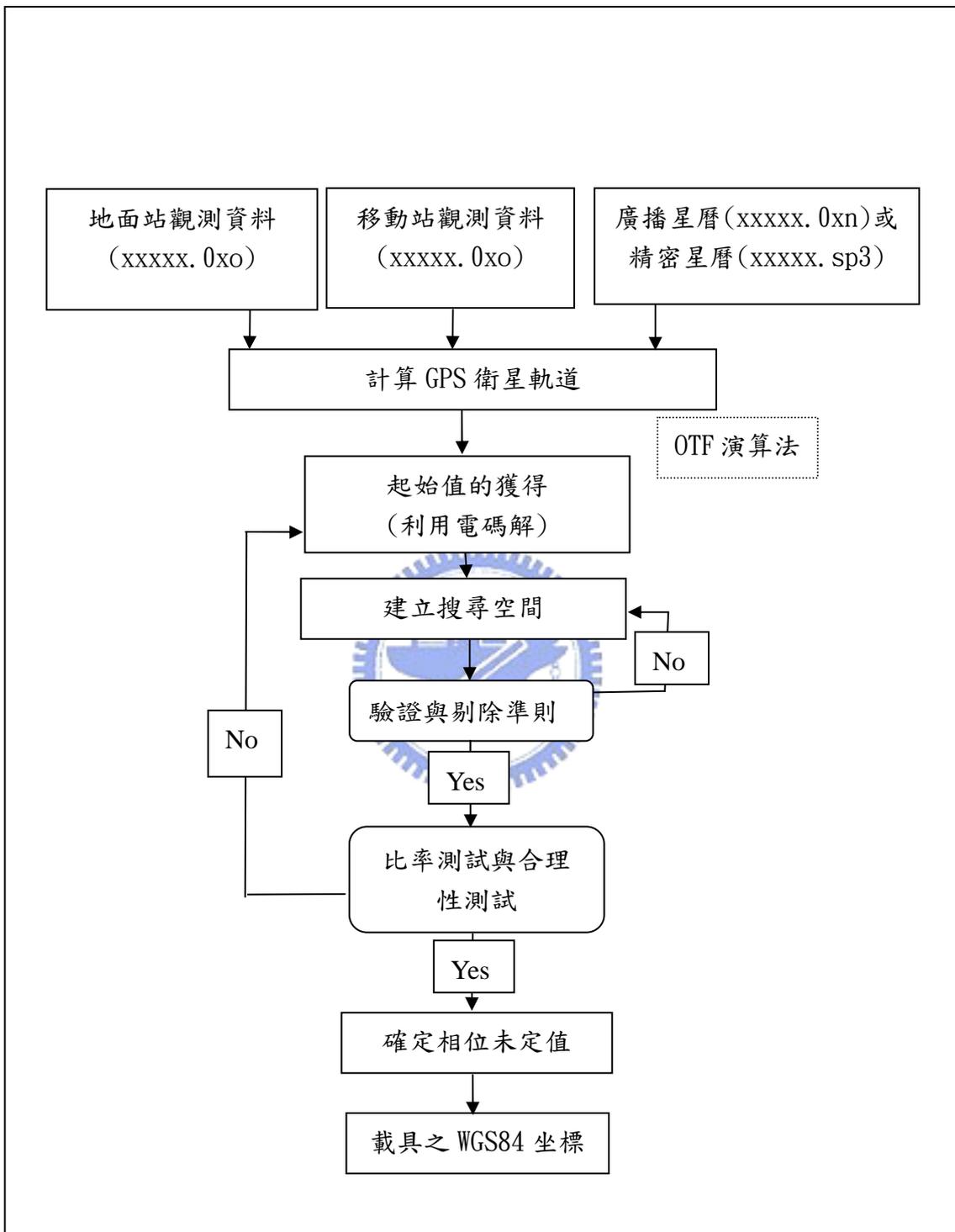


圖 4-1 GPS 動態定位系統架構圖

4-2 重力儀觀測值解算流程

根據上一個章節的空載重力測量基本原理的說明後，吾人已經可以得知由純量式空載重力儀觀測得在導航坐標系統下沿 u 方向的重力值 g_u ，如公式(3-13)所示，但導航坐標系統下 u 軸所指方向與重力方向正好相反，因此必須將(3-13)式重新整理使符合重力方向(向下為正)，即可以得到該點之重力值 g ，其觀測方程式如下：

$$g = -g_u$$

$$= f_z - \ddot{h} + \left[2w_e \cos \phi + \frac{v_e}{R_N + h} \right] v_e + \frac{v_n^2}{R_M + h} \quad (4-6)$$

式中 f_z 為重力儀觀測得沿重力方向的加速度，其中 $f_z = -f_u$

\ddot{h} 為飛機之垂直方向加速度，其中 $\dot{h} = \dot{v}_u$ 。

若(4-6)式中的重力儀觀測值 f_z 為絕對重力觀測，則由(4-6)式所得之重力值 g ，即為在橢球高 h 之絕對重力值，但空載重力儀屬於相對式重力儀，即其所觀測得之重力值 f_z 為相對於空載重力儀在地面上絕對重力點的觀測值 f_{z_0} ，換言之，由(4-6)式所得之重力值 g ，並非在橢球高 h 之絕對重力值，因此尚需要將空載重力儀於地面上絕對重力點的觀測值與機場的絕對重力點之重力值加入(4-6)式中，以求得空間中該點之真實重力值，經整理後可得下述之觀測方程式：

$$g = (f_z - f_{z_0}) - \ddot{h} + \delta g_{Eotvos} + g_0 \quad (4-7)$$

式中 g_0 為機場之絕對重力點重力值

f_{z_0} 為空載重力儀於絕對重力點之讀數

f_z 為重力儀於空間中該點的觀測值

\ddot{h} 為飛機之垂直方向加速度

$$\delta g_{Eotvos} = \left[2w_e \cos \phi + \frac{v_e}{R_N} \right] v_e + \frac{v_n^2}{R_M} \text{ 為科氏力改正項}$$

換言之，吾人可由(4-7)式的重力值觀測方程式，推求在橢球高為 h 之重力異常值，如以下之數學模式(Olesen, 2003)：

$$\Delta g = (f_z - f_{z_0}) - \ddot{h} + \delta g_{Eotvos} + g_0 - \left[\gamma_0 + \frac{\partial \gamma}{\partial h} \cdot (h - N_{local}) + \frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} \cdot (h - N_{local})^2 \right] \quad (4-8)$$

式中 γ_0 為空間中該點之經緯度位置於正常重力場之正常重力值

N_{local} 為該點的經緯度位置之大地起伏值

h 為橢球高



4-3 重力值約化系統架構

在經過上述兩個小節的說明過後，吾人可以很清楚的了解，一個完整的空載重力測量過程必須整合重力儀觀測資料與 GPS 動態定位資料，因此在本小節中，將會詳細的講解如何將這兩個資料結合，形成一完整的重力值約化系統。重力值約化系統架構如圖 4-2 所示。

重力值約化系統中較為重要的部分有位置修正、坐標轉換、微分處理、濾波處理和找出重力儀觀測時間相對於 GPS 時間的時間偏差量，吾人將與此一一說明各項處理所使用的基本原理。

(1) 位置修正

由於 GPS 動態定位系統所提供的為 GPS 天線位置 (ϕ_a, λ_a, h_a) ，因此必須將此位置修正至重力儀位置 (ϕ_g, λ_g, h_g) 。圖 4-3 為模擬飛機飛行時之側視圖，圖 4-4 為模擬飛機飛行時之俯視圖，由圖 4-3 與圖 4-4 可得到天線位置與重力儀位置的關係，經過推導後得到由天線位置修正至重力儀位置的數學公式如下：

$$\begin{aligned}\phi_{g,0} &= \phi_{a,0} + \Delta\phi \\ &= \phi_{a,0} + \frac{(S \cdot \cos \alpha_{p,0} - h \cdot \sin \alpha_{p,0}) \cdot \cos \alpha_{g,0}}{R}\end{aligned}\quad (4-9)$$

$$\begin{aligned}\lambda_{g,0} &= \lambda_{a,0} + \Delta\lambda \\ &= \lambda_{a,0} + \frac{(S \cdot \cos \alpha_{p,0} - h \cdot \sin \alpha_{p,0}) \cdot \sin \alpha_{p,0}}{R \cdot \cos \phi_{a,0}}\end{aligned}\quad (4-10)$$

$$h_{g,0} = h_{a,0} - S \cdot \sin \alpha_{p,0} - h_{offset} \cdot \cos \alpha_{p,0}\quad (4-11)$$

(2) 微分處理

利用程式語言 Fortran 的 IMSL 資料庫所提供的微分副程式(DERIV/DDERIV)加以撰寫改編，使之可利用於我們所需的用途。此微分程式的原理為將資料組成一個多項式 $f(x)$ 後，對此多項式做一次微分得 $f'(x)$ 或二次微分得 $f''(x)$ ，在代入變數 x 之值後，即可得多項式於變數 x 時之一次微分數值或二次微分數值。

吾人利用此程式將飛機所在坐標的三個分量 (x,y,z) 個別進行 1 次微分、2 次微分的處理，可以得到在地固坐標系統下 (x,y,z) 的速度量 $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ 及加速度量 $(\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$ 。

(3) 坐標轉換

利用由前一個步驟所得之飛機之三維速度量 $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ 、加速度量 $(\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$ ，透過坐標系統轉換的方式轉換至飛機的區域坐標系下，即可得在飛機區域坐標系下沿 n,e,u 方向的速度量、加速度量。在我們將飛機之三維速度量 $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ 、加速度量 $(\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$ 經過坐標轉換方式得到飛機區域坐標系下之三維速度 $(\dot{n}, \dot{e}, \dot{u})$ 及三維加速度 $(\ddot{n}, \ddot{e}, \ddot{u})$ ，其轉換的過程意涵等同於從地固坐標系統(Conventional Terrestrial System, CTS)轉換至區域坐標系統的過程。因此我們可以得到如下之轉換公式：

$$\begin{bmatrix} \dot{n} \\ \dot{e} \\ \dot{u} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} \quad ; \quad \begin{bmatrix} \ddot{n} \\ \ddot{e} \\ \ddot{u} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{Z} \end{bmatrix} \quad (4-12)$$

式中 $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ 為地固坐標系統下之速度量

$(\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$ 為地固坐標系統下之加速度量

$(\dot{n}, \dot{e}, \dot{u})$ 為區域坐標系統下之速度量

$(\ddot{n}, \ddot{e}, \ddot{u})$ 為區域坐標系統下之加速度量

\mathbf{A} 為此坐標轉換過程之轉換矩陣，詳見(3-2)式。

在求解得到由地固坐標系統(CTS, Conventional Terrestrial System)轉換至地區坐標系統的轉換矩陣後，我們將飛機之三維速度量 $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ 、加速度量 $(\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$ 乘此坐標轉換矩陣後可得飛機區域坐標系下沿 n,e,u 方向的速度量、加速度量。

(4) 濾波處理

由前一個步驟所得飛機區域坐標系下沿 n,e,u 方向的速度量、加速度量，於吾人所建立的重力值約化系統中，吾人僅將其中沿 n,e 方向的速度量與沿 u 方向的加速度量經過一高斯濾波的處理後，原因為(4-6)式中的修正項僅與沿 n,e 方向的速度量與沿 u 方向的加速度量有關，所使用的高斯濾波數學模式如下：

$$f(k) = \left[\sum_{i=i_{\min}}^{i_{\max}} (wt(i) \times y(i)) \right] / \sum_{i=i_{\min}}^{i_{\max}} wt(i) \quad (4-14)$$

式中 $wt(i) = \exp(-(ds/\sigma)^2)$
 $ds = x(k) - x(i)$

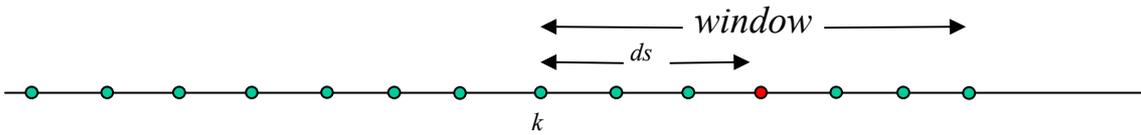


圖 4-2 高斯濾波模式示意圖

(5) 找出重力儀觀測時間相對於 GPS 時間的時間偏差量

根據 Olesen(2003)空載重力測量時飛機的垂直方向加速度與重力儀之觀測值為高相關，為了找出重力儀觀測時間相對於 GPS 時間的常差(shift)，首先計算出兩訊號在遲滯 τ 時之相關度，其數學模式如下：

$$Z(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) \cdot s_2(t + \tau) dt, \tau = 0, 1, 2, \dots, (n-1) \cdot \Delta T \quad (4-15)$$

式中 $s_1(t)$ 為第一個訊號於 t 時刻的相位

$s_2(t + \tau)$ 為第二個訊號於 $t + \tau$ 時刻的相位

n 為總筆數

ΔT 為觀測間隔。

當(4-14)式中，讓 $Z(\tau)$ 為最大者之 τ 值即為所求之常差。

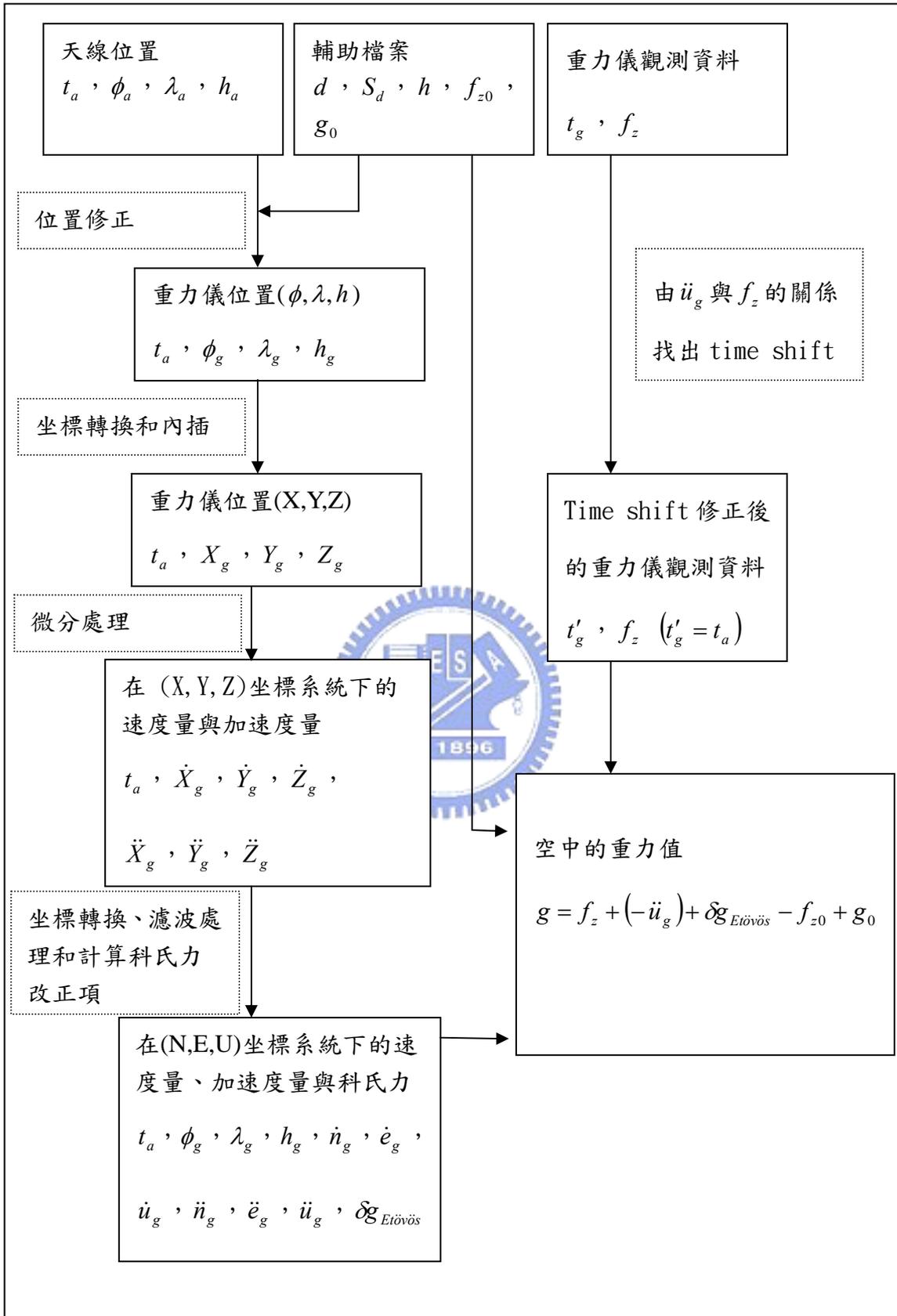


圖 4-2 重力值約化系統架構圖

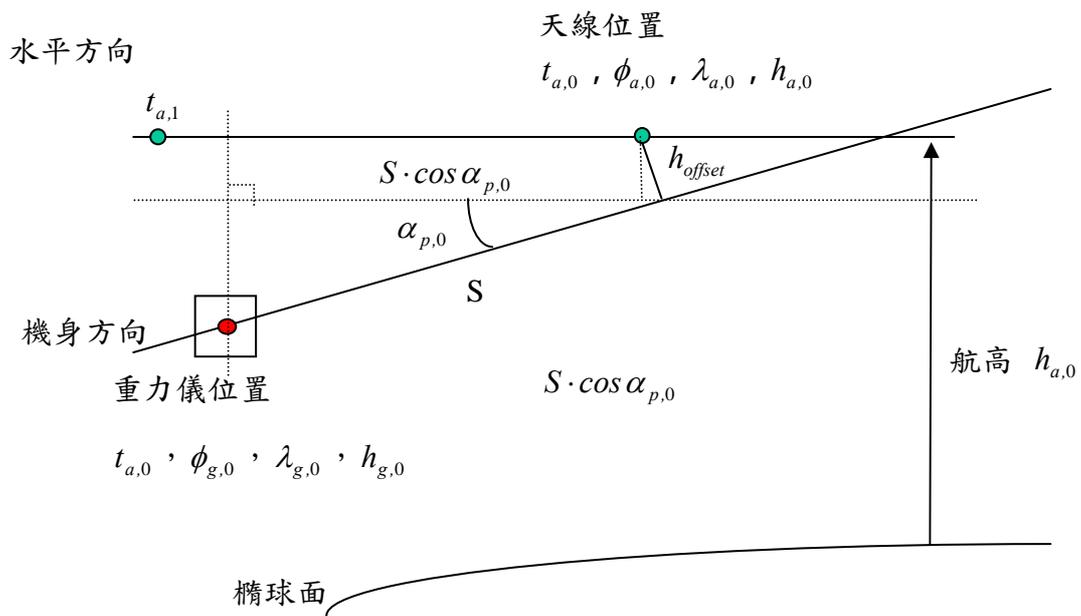


圖 4-3 模擬飛機飛行時之側視圖

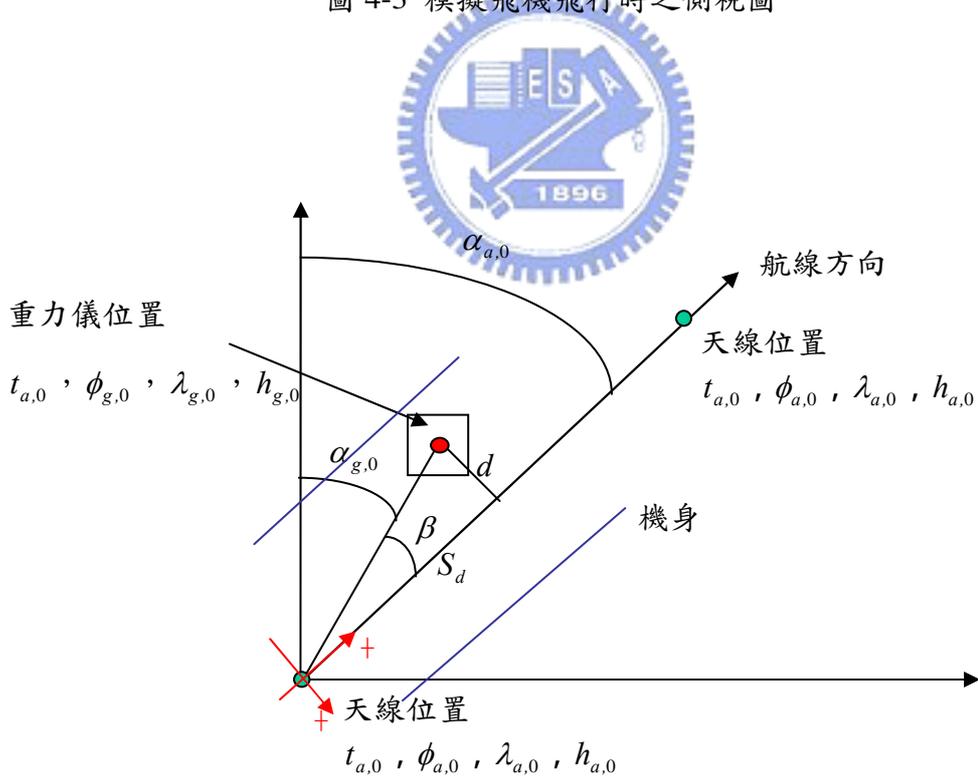


圖 4-4 模擬飛機飛行時之俯視圖

4-4 GPS 作業注意事項

動態 GPS 定位測量之程序不同於一般 GPS 靜態測量之程序，因此探討動態 GPS 定位測量之主站位置與移動站設置的方式，以做為日後實際作業之參考。

(1) 主站位置之選擇

主站必須是已知坐標的控制點，周圍環境必須對空通視良好，及仰角 10 度以上無遮蔽物。此次台灣地區空載重力測量所選擇的主站之位置如表 4-3 所示。

(2) 飛機 GPS 天線位置之選擇

飛機上 GPS 移動站之天線必須裝置在對空通視良好之處，而我們使用的飛機是將天線安裝在機背上，所以並無通視上的問題。天線的安裝必須在飛機上挖洞，由於考量飛機結構安全問題，因此天線的位置必須經過飛機結構工程師確認沒有問題之後，才能在該位置進行安裝。由於我們所使用的飛機僅安裝了一個天線，因此安裝分訊器(splitter)將天線接收訊號分離至兩部 GPS 接收儀，為用來檢驗定位精度的一可行方法且能防止儀器損壞造成無觀測資料。

4-5 空載重力作業程序

完整的空載重力測量作業程序如下所列之步驟：

1. 於機場建立一重力基準點，此重力基準點可由最近之重力點引測。
2. 以相對重力儀(如 GRAVITON-EG)觀測重力基準點與飛機上 LCR 空載重力儀之間的相對重力，此步驟僅需施測一次，目的為求得飛機停放位置與重力基準點間的相對重力。
3. 飛機起飛後，觀測飛行經過地區與起飛點之相對重力。
4. 降落後，在飛機停放的位置上，此時並不把空載重力儀關機，而是使其繼續觀測達 30 分鐘以上，以求得其最穩定的讀數。

5. 以 GPS 資料後處理計算飛機之位置、速度、加速度而改正步驟 3 測得之相對重力。
6. 以步驟 3,4,5 求得之空中的重力值與現有重力(地面重力經向上延續後)比較以偵測粗差。
7. 依步驟 3~6 完成所有航線，再進行交叉點平差分析。
8. 向下延續重力到適當的地面高度以為後續之應用。

表 4-3 GPS 動態定位主站列表

名稱	編號	地心地固坐標系統下之坐標
水湳機場站	7803	(-2968166.2744,5008620.4250,2596236.7407)
陽明山站	ymsm	(-3024807.5842,4921747.1613,2696033.6580)
北港站	Pkgm	(-2951343.5090,5049506.4590,2535725.4330)
墾丁站	kdnm	(-3028999.6338,5084820.6365,2369241.4009)
鳳林站	flnm	(-3048091.3511,4983134.4170,2552645.0155)
太麻里站	tman	(-3034565.1975,5048871.0503,2437550.6962)

第五章 重力值約化系統測試分析

吾人根據上述第四章所建立的空載重力測量系統架構理論，已整合了由 GPS 動態定位系統的輸出資料與重力儀的觀測資料，完成一重力值約化系統。由吾人所建立的重力值約化系統有兩個主要關鍵技術部分：

- (1) 求解精確的飛機速度量與加速度量
- (2) 濾波處理技術
- (3) 找出重力儀觀測時間相對於 GPS 時間的常差

若能證明吾人所建立的重力值約化系統能提供精確的飛機速度量、加速度量與找出正確的重力儀觀測時間相對於 GPS 時間的常差，則可證明此重力值約化系統可適用於空載重力測量的實施，因此在本章中，首先將分析不同的基線長度經過不同的罩窗大小之濾波處理後的速度量與加速度量的精度，最後測試此重力值約化系統中，為了找出重力儀觀測時間相對於 GPS 時間的常差而設計的 Time shift 程式是否能正確找出時間的常差。

5-1 速度與加速度精度分析

於本小節中共有兩組觀測資料，第一組觀測資料為民國九十三年四月二十日，由中興測量公司施測 Lidar 之地面站觀測資料，共有 6 個地面站，使用的 GPS 接收儀器為 TRIMBLE 4000SSI 雙頻 GPS 接收儀，天線型號為 TRIMBLE Zephyr Geodetic，觀測資料的頻率為 1Hz，其地面主站的編號與分佈位置如圖 5-1 所示。吾人選擇由編號 1019 為主站，編號 2110 為移動站，以此兩個地面站組成一長度為 30 公里的基線，採用精密星曆以動態方式求解移動站的位置，並計算移動站的速度量與加速度量。

第二組觀測資料為民國九十三年六月七日，由內政部提供的陽明山衛星追蹤站觀測資料，使用 AOA BENCHMARK 雙頻 GPS 接收儀，天線型號為 AOAD/M_T，與吾人於新竹交通大學所架設之 GPS 接收站，使用 TRIMBLE 4700 雙頻 GPS 接收儀，天線型號為 TRIMBLE MICRO CENTERED L1/L2，觀測資料頻率為 1Hz，吾人以陽明山(ymsm)追蹤站為主站，交通大學(nctu)站為移動站，以此兩個地面站組

成一長度為 72 公里的基線，使用廣播星曆求解移動站位置、速度量與加速度量。

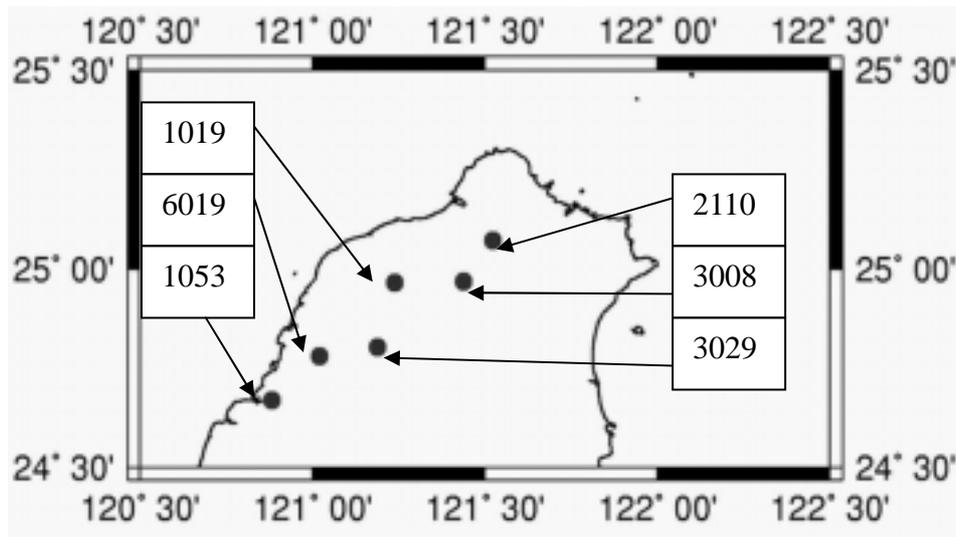


圖 5-1 Lidar 測量地面主站分佈圖

為模擬空載重力測量之實施情形，雖然觀測資料為靜態觀測，吾人以動態方式求解此靜態觀測資料，並利用吾人所建立的重力值約化系統求解移動站的 n 方向、e 方向速度量與 u 方向加速度量，為何僅針對 n 及 e 方向的速度量和 u 方向的加速度量做求解，其原因為重力值觀測方程式(詳見(4-6)式)，僅與 n 方向、e 方向速度量與 u 方向加速度量有關，而利用靜態觀測資料求解的速度量與加速度量其理論值為零，因此若經過求解得移動站的速度量與加速度量與理論值相去甚遠，則可充分證明由吾人建立的重力值約化系統所生產的速度與加速度為錯誤的。

由第一組觀測資料經過 GPS 動態定位系統與重力值約化系統的處理後，可得到第一組觀測資料編號 2110 之移動站的 n 方向速度量變化圖，如圖 5-2，e 方向速度量變化圖，如圖 5-3，u 方向加速度量變化圖，如圖 5-4。而第二組觀測資料的移動站(nctu)，其 n 方向速度量變化，如圖 5-5 所示，e 方向速度量變化圖，如圖 5-6，u 方向加速度量變化，如圖 5-7。橫軸為 GPS 觀測時刻(epoch, 秒)，縱軸為速度量(m/s)或加速度量(m/s^2)。

由於為靜態觀測，因此可以從圖 5-2 至 5-7 發現，無論是 n 方向或 e 方向速度量與 u 方向加速度量，其量值皆相當小，近似於理論值，即靜態觀測時速度量與

加速度量應為零，表 5-1 與表 5-2 所示為第一組觀測資料與第二組觀測資料未經過濾波處理的 n 方向、e 方向速度量與 u 方向加速度量的標準偏差值。

由圖 5-2 至 5-4 可以發現第一組觀測資料的速度量與加速度量於兩個時間段發生較大的跳動情形，而由圖 5-5 至 5-7 也可發現第二組觀測資料有一個時間段發生不穩定的情形，其原因可能為此時段下之 GPS 觀測資料品質不佳導致產生不穩定的情形，為了探討此原因對於速度量與加速度量的精度影響，吾人在此將觀測資料進行分割，首先分析由全部時段的觀測資料並且經過不同罩窗大小的濾波處理後，統計所求解之 n 方向、e 方向速度量與 u 方向加速度量的標準偏差，接著由觀測資料中選取資料品質較佳的時段，並以不同罩窗大小的濾波處理，統計此時之 n 方向、e 方向速度量與 u 方向加速度量的標準偏差。根據上述的方式，吾人於第一組觀測資料中挑選了資料品質較佳的兩個時段，而第二組觀測資料則選取了一個時段，濾波的罩窗部分則選擇最小 60 秒至最大 600 秒的罩窗。

吾人將第一組觀測資料全部時間段的 n 方向、e 方向速度量與 u 方向加速度量經過不同的濾波罩窗大小處理後，並假設飛機時速為 300 km/hr，將濾波的罩窗大小化算為相近的地面解析度大小，把濾波後所得的 n 方向、e 方向速度量與 u 方向加速度量的標準偏差整理於表 5-3，而吾人所挑選的第一組觀測資料的另外兩個時間段各為第一組觀測時間的第 2000-5600 秒與第 6000-9486 秒，此兩個時間段的 n 方向、e 方向速度量與 u 方向加速度量的標準偏差分別為表 5-4 與表 5-5。

由於第二組觀測資料，僅發生了一次的跳動情形，因此除了計算全部時間段的 n 方向、e 方向速度量與 u 方向加速度量經過不同的濾波罩窗大小處理後，並將所得的 n 方向、e 方向速度量與 u 方向加速度量的標準偏差整理於表 5-6，另外挑選了一個時間段為第二組觀測時間的第 100-4400 秒，此時間段下並無發生跳動情形，並將分析成果整理於表 5-7。

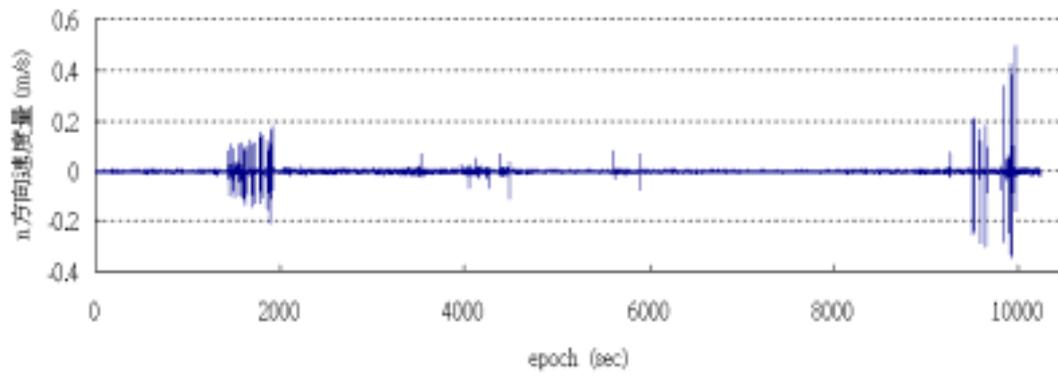


圖 5-2 第一組觀測資料編號 2110 之移動站的 n 方向速度量變化圖

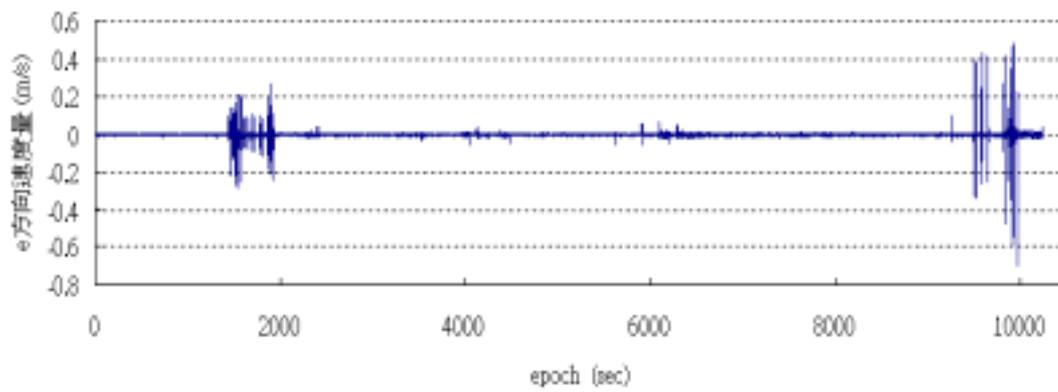


圖 5-3 第一組觀測資料編號 2110 之移動站的 e 方向速度量變化圖

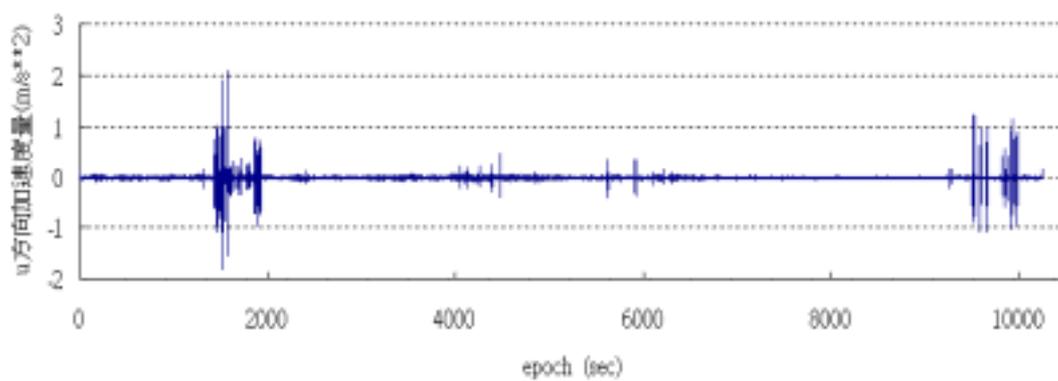


圖 5-4 第一組觀測資料編號 2110 之移動站的 u 方向加速度量變化圖

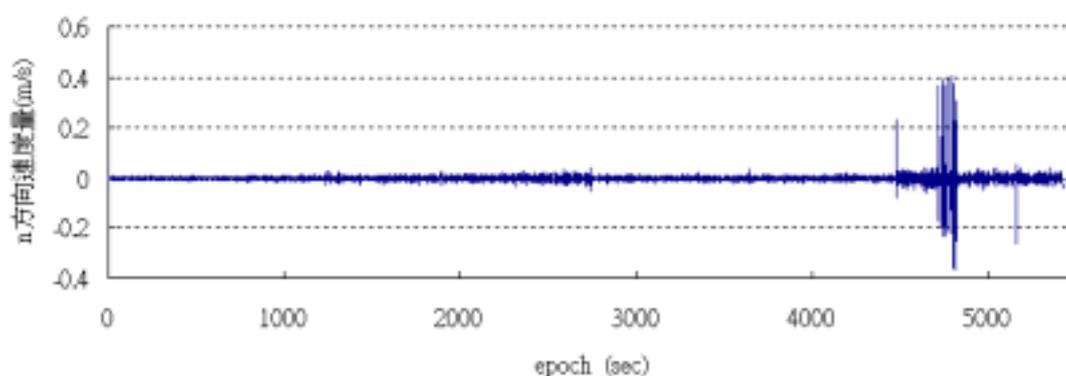


圖 5-5 第二組觀測資料的移動站 nctu 之 n 方向速度量變化圖

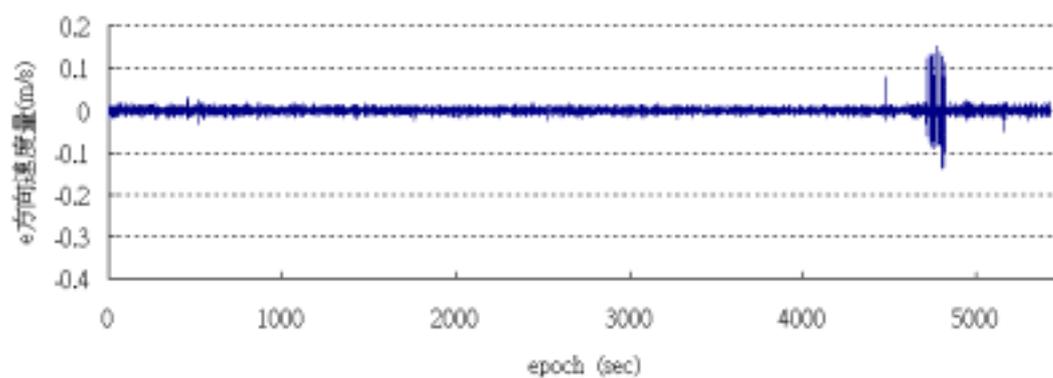


圖 5-6 第二組觀測資料的移動站 nctu 之 e 方向速度量變化圖

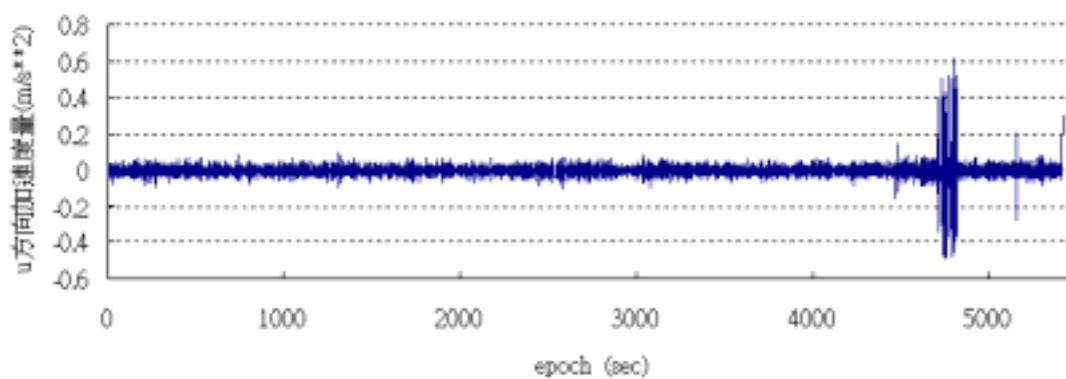


圖 5-7 第二組觀測資料的移動站 nctu 之 u 方向加速度量變化圖

表 5-1 第一組觀測資料原始的 n 方向、e 方向速度量和
u 方向加速度的標準偏差表

使用的觀測 資料時段	n 方向速度量 標準偏差(m/s)	e 方向速度量 標準偏差(m/s)	u 方向加速度量 標準偏差(m/s ²)
全部觀測時段下	0.018976	0.026880	0.093744
第 2000-5600 秒	0.005876	0.004409	0.027946
第 6000-9486 秒	0.003495	0.005502	0.015992

表 5-2 第二組觀測資料原始的 n 方向、e 方向速度量和
u 方向加速度的標準偏差表

使用的觀測 資料時段	n 方向速度量 標準偏差(m/s)	e 方向速度量 標準偏差(m/s)	u 方向加速度量 標準偏差(m/s ²)
全部觀測時段下	0.024270	0.010212	0.042001
第 100-4400 秒	0.007150	0.006054	0.024255

表 5-3 第一組觀測資料全部時間段下於不同的濾波罩窗大小處理後之 n 方向、e 方
向速度量與 u 方向加速度的標準偏差表

濾波罩窗 大小(sec)	相當於地面解 析度(m)	n 方向速度量 標準偏差(m/s)	e 方向速度量 標準偏差(m/s)	u 方向加速度 量標準偏差 (m/s ²)
60	5000	0.000821	0.001195	0.003423
80	6667	0.000633	0.000935	0.002638
100	8333	0.000524	0.000764	0.002200
200	16667	0.000304	0.000474	0.000810
300	25000	0.000242	0.000388	0.001085

400	33333	0.000211	0.000326	0.000900
500	41667	0.000191	0.000279	0.000784
600	50000	0.000178	0.000245	0.000712

表 5-4 第一組觀測資料的第 2000-5600 秒部分於不同的濾波罩窗大小處理後之 n 方向、e 方向速度量與 u 方向加速度量的標準偏差表

濾波罩窗大小(sec)	相當於地面解析度(m)	n 方向速度量標準偏差(m/s)	e 方向速度量標準偏差(m/s)	u 方向加速度量標準偏差(m/s^2)
60	5000	0.000731	0.000671	0.000302
80	6667	0.000557	0.000488	0.000180
100	8333	0.000455	0.000388	0.000130
200	16667	0.000254	0.000238	0.000078
300	25000	0.000184	0.000179	0.000073
400	33333	0.000143	0.000147	0.000091
500	41667	0.000116	0.000130	0.000120
600	50000	0.000097	0.000120	0.000149

表 5-5 第一組觀測資料的第 6000-9486 秒部分於不同的濾波罩窗大小處理後之 n 方向、e 方向速度量與 u 方向加速度量的標準偏差表

濾波罩窗大小(sec)	相當於地面解析度(m)	n 方向速度量標準偏差(m/s)	e 方向速度量標準偏差(m/s)	u 方向加速度量標準偏差(m/s^2)
60	5000	0.000447	0.000698	0.000191
80	6667	0.000319	0.000499	0.000119

100	8333	0.000247	0.000386	0.000134
200	16667	0.000128	0.000204	0.000100
300	25000	0.000099	0.000146	0.000309
400	33333	0.000089	0.000115	0.000280
500	41667	0.000083	0.000095	0.000242
600	50000	0.000079	0.000081	0.000209

表 5-6 第二組觀測資料全部時間段下於不同的濾波罩窗大小處理後之 n 方向、e 方向速度量與 u 方向加速度量的標準偏差表

濾波罩窗大小 (sec)	相當於地面解析度(m)	n 方向速度量 標準偏差 (m/s)	e 方向速度量 標準偏差 (m/s)	u 方向加速度 量標準偏差 (m/s ²)
60	5000	0.000614	0.000421	0.001645
80	6667	0.000533	0.000372	0.001296
100	8333	0.000533	0.000346	0.001092
200	16667 m	0.000400	0.000248	0.000621
300	25000 m	0.000333	0.000199	0.000400
400	33333 m	0.000285	0.000167	0.000285
500	41667 m	0.000250	0.000143	0.000218
600	50000 m	0.000225	0.000126	0.000177

表 5-7 第二組觀測資料的第 100-4400 秒部分於不同的濾波罩窗大小處理後之 n 方向、e 方向速度量與 u 方向加速度量的標準偏差表

濾波罩窗大小 (sec)	相當於地面解 析度(m)	n 方向速度量 標準偏差 (m/s)	e 方向速度量 標準偏差 (m/s)	u 方向加速度 量標準偏差 (m/s ²)
60	5000	0.000271	0.000198	0.000045
80	6667	0.000225	0.000166	0.000026
100	8333	0.000201	0.000148	0.000017
200	16667	0.000162	0.000110	0.000008
300	25000	0.000151	0.000095	0.000015
400	33333	0.000143	0.000092	0.000023
500	41667	0.000135	0.000084	0.000028
600	50000	0.000129	0.000078	0.000031

由表 5-1 與表 5-2 可以發現觀測資料品質對於速度量與加速度量精度的影響，在針對第一組觀測資料進行統計分析時，若將品質不佳的部分不納入統計分析樣本，則無論在 n 方向、e 方向速度量或 u 方向加速度量的精度皆有提升，其中 u 方向加速度量的精度約改善了 70%，而從第二組觀測資料同樣的可以發現將品質不佳部分不予以統計時，無論在 n 方向、e 方向速度量或 u 方向加速度量的精度皆有提升。因此可以得知 GPS 觀測資料品質的好壞，會直接的影響空載重力測量時求解飛機之速度量與加速度量的精度，也會影響到空載重力測量成果。

接著觀察表 5-3 至 5-7 後，不難發現其中經過濾波處理後之 n 方向與 e 方向的速度量精度約可達 10^{-4} m/s，而 u 方向加速度量的精度約可達 $10^{-4} \sim 10^{-5}$ m/s²，若表示為重力單位則約為 10~1mgal，其中以濾波的罩窗為 200~400 秒時，u 方向加速度量精度通常可達到一最佳精度值，而當濾波罩窗大於 400 後，則產生小幅度的震盪現象，此說明了濾波處理的罩窗大小有一個極限。若比較表 5-1 與表 5-3、

5-4 或 5-5 可以發現濾波處理前後，於 u 方向加速度量的精度，可由原始的精度約 10^{-2} 提升至 $10^{-4} \sim 10^{-5}$ ，即由 1000mgal 以上提升至 10~1mgal 的等級，若換算為重力單位則經過濾波的處理後約為濾除了 4000~2000 mgal 的量。

若根據基線的長短分析求解得的速度量與加速度量精度，則發現並沒有符合理論值於較短之基線有較好的精度，其原因可能為 GPS 觀測資料的品質不佳、GPS 接收儀儀器的問題或是 GPS 接收儀架設的環境等誤差的影響造成本小節之實驗於短基線的速度量與加速度量精度較差。

5-2 偵測重力儀與 GPS 時間常差

由於重力儀每一筆觀測資料的時間紀錄為根據重力儀上電腦的時間，而 GPS 定位資料的時間為 GPS 時，此兩個時間系統於空載重力施測時，無可避免的會產生非同步的現象，即此兩個時間系統存在著一常差，一般認為 GPS 時較為準確，因此吾人必需找出重力儀觀測時間相對於 GPS 時間的常差。

吾人於所建立的重力值約化系統中已完成一 Time shift 程式用於尋找此一常差量，其基本原理已於第四章中說明，在本小節中將測試此程式是否能正確找出此常差量，吾人首先建立一組訊號，吾人於此稱之為訊號一，訊號一的來源為取至緯度 22 度至 26 度沿著經度 121 度的重力異常訊號，而訊號二為由訊號一複製而來，但將其往前平移 100 秒，即訊號二與訊號一的時間常差為 100 秒，如圖 5-8 所示，而經過讀入此兩組訊號後，Time shift 程式輸出的檔案，如圖 5-9 所示。因此可以證明本重力值約化系統可成功地找出此常差。

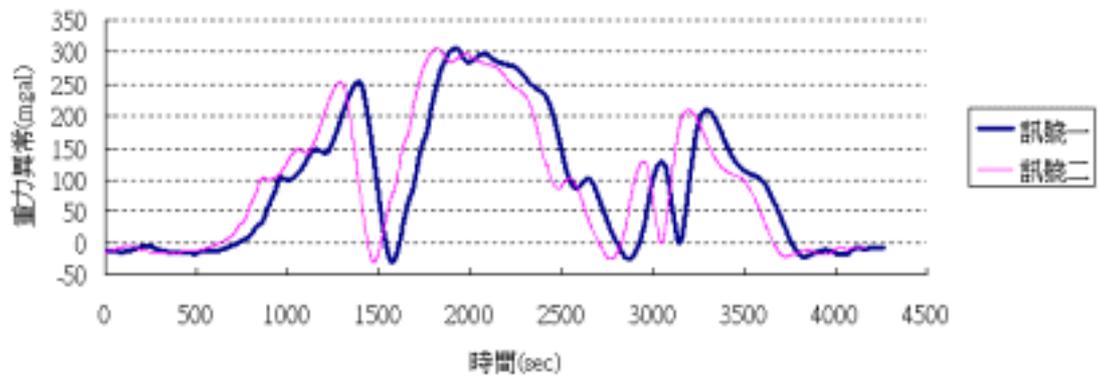


圖 5-8 存在一時間常差 100 秒的兩個訊號示意圖

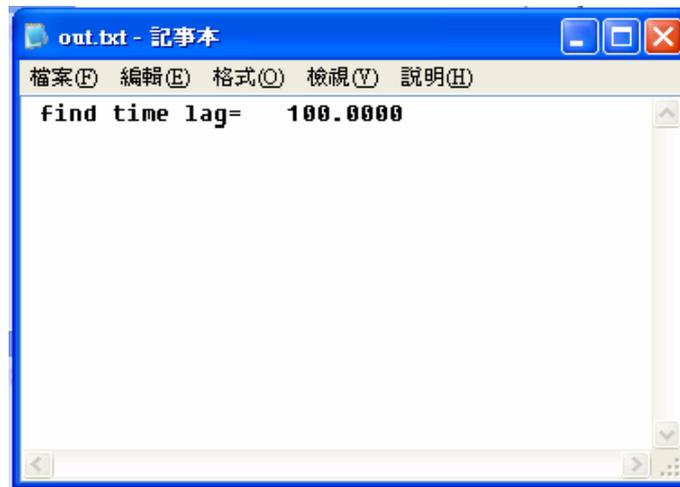


圖 5-9 Time shift 程式輸出檔案

第六章 結論與建議

綜合本文研究過程與計算成果，歸納出下列幾點結論與建議：

一、 在本論文當中所採用的 GPS 動態定位系統，其求解過的過程當中對於衛星訊號經過大氣層時應做的對流層改正與電離層改正，僅利用二次差分的方式做消減，並無建立模式改正其影響量，若欲求得更精確的定位成果，建議建立電離層與對流層的改正部分，以使得 GPS 動態定位有更好的成果展現。

二、 由第五章的實驗結果可以發現，GPS 觀測資料的品質好壞會直接的反應在飛機之速度量與加速度量的精度，進而影響空載重力測量的成果，換言之，GPS 成為了空載重力測量成敗的關鍵，因此施測空載重力測量時，必需先測試所使用的 GPS 接收儀，並確認其運作狀態良好，最好能使用多部天線與 GPS 接收儀，若只有一個天線，怎建議使用分歧器(splitter)將天線訊號分離至兩部 GPS 接收儀，一方面可用於檢核定位精度，另一方面則為避免因 GPS 接收儀故障，必需重飛的情形發生。

三、 針對所使用的濾波罩窗大小的部分，於實驗後發現濾波罩窗選擇 200 至 400 秒，其 u 方向的加速度量標準偏差一般為最小，若加上觀測資料品質良好，則精度約可達 $10^{-5} \sim 10^{-6} m/s^2$ 。然而由實驗中發現濾波的罩窗若大於 400 秒後，則 u 方向的加速度量精度呈現震盪，因此建議濾波罩窗的選擇為 200 或 300 秒。

四、 對於濾波前後的資料發現，經過濾波的處理後，相當將原本密集且具有較大雜訊的資料於較大的解析度下重新計算取樣，可由原始的精度約 10^{-2} 提升至 $10^{-4} \sim 10^{-5}$ ，即由 1000mgal 提升至 10~1mgal 的等級。

五、 由第五章所得到的實驗結果發現，由短基線求解之速度量與加速度量精度，並沒有比較長基線時來得好，主要原因可能為 GPS 觀測資料的品質或是 GPS 接收儀的架設環境有關，建議可測試更長的基線或更短的基線。

六、 經過第五章的測試後，可初步的證實吾人所建立的重力值約化軟體，已成功整合了 GPS 動態定位系統輸出資料與重力儀觀測資料，應可適用於空載重力測量

的施測。

七、由於本篇論文完成時，台灣地區空載重力測量計畫尚未開始實施，因此僅能針對系統的各個部分做個別測試模擬，期待空載重力測量計畫實施後，能使用一完整的 GPS 觀測資料與重力儀觀測資料，做一個更為完整的測試。



參考文獻

王煒函，2001，GPS 結合 GLONASS 衛星單一時刻雙頻觀測量之即時動態定位研究，國立成功大學碩士論文，台南。

邱俊榮，2001，INS/GPS 空載重力測量之研究 - 以直接求差法估計重力，國立成功大學碩士論文，台南。

余致義，1994，GPS 衛星即時動態測量系統的設計和試驗，測量工程，第 36 卷，第三期，pp. 23-40。

李振燾，2003，GPS 衛星定位技術課程講義，國立交通大學，新竹。

周忠謨、易杰軍，1994，GPS 衛星測量原理與應用，測繪出版社，北京。

唐進賢，1999，中距離(10-50 公里)GPS 即時動態定位演算法之研究，國立成功大學碩士論文，台南。

孫連水，1997，即時動態 GPS 測量應用於控制測量與戶地測量之研究，國立成功大學碩士論文，台南。

張毓偉，2000，GPS 多主站中距離單一時刻即時動態定位，國立成功大學碩士論文，台南。

徐博賢、張仁均、朱森，1998，GPS 精密定位時接收儀天線相位中心之校正，第二屆兩岸測會學術研討會暨第十七屆測量學術及應用研討會論文集，台南，pp.67-76。

葉文凱，1995，C/A 電碼距離二次差之導航定位精度分析，國立成功大學碩士論文，台南。

黃金維，2001，一等一級水準點上實施重力測量工作報告書，內政部。

黃金維，2003，空載重力測量分析評估工作期末報告書，內政部。

楊名，1997，公分級 GPS 衛星即時動態定位系統，測量工程，第 39 卷，第四期，pp.1-18

盧金胡，1994，動態 GPS 衛星測量之載波相位未定值搜尋演算法，國立成功大學碩士論文，台南。

曾清涼,儲慶美，1999，GPS 衛星測量原理與應用，國立成功大學衛星資訊中心。

楊晉添，1993，寬巷法及未定值函數法 GPS 衛星靜態快速測量之研究，國立成功大學碩士論文，台南。

A. V. Olesen，2003，Improved Airborne Scalar Gravimetry for Regional Gravity Field Mapping and Geoid Determination，Technical report，24，Kort&Matrikelstyrelsen，National Survey and Cadastre，Denmark.

Britting, K. R.，1971，Inertial Navigation Systems Analysis，WILEY INTERSCIENCE，a Division of John Wiley & Sons Inc，pp.11-43.

Bell, R. E., V. A. Childers, R. A. Arko, D. D. Blankeship and J. M. Brozena，1999，Airborne gravity and precise positioning for geologic applications，J. Geophys. Res.，104，pp.15281-15292.

Erickson, C.，1992，An Analysis of Ambiguity Resolution Techniques for Rapid Static GPS Surveys Using Single Frequency Data，Proceedings of Fifth International Technical Meeting of Satellite Division of The Institute of Navigation，pp453-462.

Feri, E. and G. Beutler，1990，Rapid Static Positioning Based on the Fast Ambiguity Resolution Approach: the Alternative to Kinematic Positioning，Proceedings of Second International Symposium on Precise Positioning with Global Positioning System，pp.1196-1216.

Forsberg, R., A. V. Olesen, K. Keller, M. Moller , 2003 , Airborne Gravity Survey of Sea Areas around Greenland and Svalbard 1999-2001 , Technical report , 18 , Kort&Matrikelstyrelsen , National Survey and Cadastre , Demark.

Forsberg, R. and A. V. Olesen , 2003 , Airborne Gravity Survey of Foxe Basin, Nunavut, 2002 , Technical report , 22 , Kort&Matrikelstyrelsen , National Survey and Cadastre , Demark.

Goad, C. C. and M. Yang , 1997 , A new approach to precision airborne GPS positioning for photogrammetry, Photo. Gram. Eng. Rem. Sens., 63, pp.1067-1077.

Harlan, R. , 1968 , Eötvös corrections for airborne gravimetry , J. geophys. Res. , 73 , pp.4675-4679.

Hatch, R. , 1990 , Instantaneous Ambiguity Resolution , Kinematic Systems in Geodesy, Surveying, and Remote Sensing , IAG Symposium No.107 , Banff , Canada , pp.285-295.

Han, S. and Rizos, C. , 1997 , Comparing GPS Ambiguity Resolution Techniques , GPS World , Vol. 8 , iss.10 , pp.54-60.

Jekeli, C. , 2001 , Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications , Walter de Gruyter , Berlin.

King, R. W. , E. G. Master , CX. Rizos and A. Stolz , 1985 , Survey with GPS , School of Surveying , Univ. of New South , Australia.

Kennedy, S. L., A. M. Bruton and K. P. Schwarz , 2002 , Improving DGPS accelerations for airborne gravimetry : GPS carrier phase accelerations revisited , IAG 2001 symposia , Session B3 , Budapest.

LaCoste & Romberg company's home page: <http://www.lacosteromberg.com/>.

L&R Air-Sea Gravity System II , 2003 , Model “S” Air-Sea Dynamic Gravity Meter System
 , LaCoste & Romberg instruction manual.

Moritz, H. and I.I. Mueller , 1987 , Earth Rotation ,Theory and Observation , Frederick
Ungar Publishing Co. , New York.

Seeber, G. , 1993 , Satellite Geodesy:Foundations,Methods,and Application , Walter de
Gruyter , Berlin , New York.

Schwarz, K. P., and Y. C. Li , 1996 , What can airborne gravimetry contribute to geoid
determination? , J. Geophys. Res. , 101 , pp.17873-17881.

Thompson, L. and L. LaCoste , 1960 , Aerial gravity measurements , J. geophys. Res. ,
65 , pp.305-322.

Torge, W. , 1989 , Gravimetry, de Gruyter, Berlin.

Wei, M. and K. P. Schwarz , 1998 , Flight test results from a strapdown airborne gravity
system , J. Geod. , 72 , pp.323-332.

Yang M. , Goad C. C. and Schaffrin,Burkhard , 1994 , Real-time On-the-fly Ambiguity
Resolution Over Short Baselines in the Presence of Anti-Spoofing , ION GPS-94 , Salt
Lake City , Utah , September 20-23,pp.519-525.

作者簡歷

作者：施亘昶

籍貫：台灣省台北縣

生日：民國 69 年 9 月 2 日

地址：台北縣汐止市勤進路 12 巷 24 號 2F

E-mail：flex0902@ms56.hinet.net

學歷：國立交通大學土木工程學系測量與空間資訊組碩士肄業
國立成功大學測量工程學系
台北市立華江高級中學

