

國 立 交 通 大 學

土 木 工 程 學 系
碩 士 論 文

DEM 解析度對大地起伏模式之影響
Effect of the resolution of DEM on geoid accuracy

研 究 生：呂誌強

指 導 教 授：黃金維

中 華 民 國 九 十 三 年 六 月

DEM 解析度對大地起伏模式之影響

Effect of the resolution of DEM on geoid accuracy

研 究 生：呂誌強

Student : Chih-Chiang Lu

指導教授：黃金維

Advisor : Dr. Cheinway Hwang

國立交通大學

土木工程學系



Submitted to Department of Civil Engineering
College of Engineering
National Chiao Tung University
in Partial Fulfillment to the Requirements
for the Degree of Master
In
Civil Engineering
June 2004
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

DEM 解析度對大地起伏模式之影響

學生：呂誌強

指導教授：黃金維 博士

國立交通大學土木工程學系

摘要

本文先利用農委會提供之台灣地區數值地形資料製作一 3 秒網格解析度之 DEM，經修正後 DEM 在水準點及衛星控制點高程與實測高程差值之標準偏差約 4 公尺。再以去除-回復技術配合最小二乘配置法，並結合全球大地位模式 EGM96、本文所製作之 DEM、衛星測高資料與台灣地區六組重力觀測資料，考慮剩餘地形模型理論計算台灣地區 3"×3" 解析度大地起伏模式，並同時計算 30"×30" 與 2'×2' 之大地起伏模式，比較 DEM 解析度對大地起伏模式之影響。計算成果顯示本文所計算 3"×3" 解析度之大地起伏模式精度除中部山區外皆優於過去 30"×30" 大地起伏模式，在北部濱海路線標準偏差約 6cm，在中橫與山區標準偏差約 30cm，在東部測試路段標準偏差約 9cm。修正後之 3 秒解析度大地起伏模式其標準偏差在所有測試路線均降至 12cm 以下。同時亦使用本文所計算 3"×3" 解析度之大地起伏模式解算得垂線偏差，並以土測局在玉山施測的正高測量與 GPS 測高成果為基準，來比較經垂線偏差改正後的橢球高與 GPS 測高成果的差異是否改善，結果發現在垂線偏差值較大之地區進行三角高程測量時，若加入垂線偏差改正，將有助於橢球高精度之提升，未改正垂線偏差之成果與 GPS 高差平均差 4.1cm，而改正後之成果平均僅差 1.4cm，其中有兩段經垂線偏差改正後與 GPS 高差完全相同。

Effect of the resolution of DEM on geoid accuracy

Student : Chihchiang Lu Advisor : Dr. Cheinway Hwang

Institute of Civil Engineering
National Chiao Tung University

Abstract

A digital terrain model on a $3'' \times 3''$ grid has been determined in the Taiwan area. The standard deviation of the difference between modeled heights and measured heights at leveling benchmarks and satellite control points are about 4 m. A geoid model on a $3'' \times 3''$ grid has been determined in the Taiwan area, using the remove-restore technique and least-squares collocation. The computations involve the EGM96 geopotential model as the long wavelength field, and the DEM models of Taiwan, satellite altimeter data, and gravity data. Geoid models resulting from the uses of the $3'' \times 3''$, $30'' \times 30''$ and $2' \times 2'$ DEM models are evaluated to see the effect of DEM resolution on geoid accuracy. The comparison of the $3'' \times 3''$ geoid model with the GPS/leveling-derived undulations yield standard deviations of 6.1 cm in the northern coastal line, 8.9 cm in the eastern coastal line, 31.6 cm on a route at the center of the Central Range, and 15.5 cm on a route at southern part of the Central Range. With corrections received from the geoidal heights at first-order benchmarks, the comparison of the refined $3'' \times 3''$ geoid model with the GPS/leveling-derived undulations yields standard deviations less than 12 cm at the four evaluation profiles. Deflections of the vertical (DOV) from this geoid model improve the accuracy of


trigonometric leveling. With DOV correction the comparison of trigonometric and GPS heightings yields a RMS difference of less than 2 cm.



誌謝

兩年的碩士研究生涯告一段落，即將離開學校投入軍旅展開人生的另一階段，這兩年中我學到許多知識與經驗，也拓展了人際關係，相信在未来這都將是美麗的回憶也會對我的人生有所幫助。

感謝恩師黃金維教授在學業以及生活上的照顧與提攜，尤其在研究過程中許多做學問的方法、態度與觀念的指導使我獲益良多，在此僅向恩師致上最誠摯的敬意與感激。感謝組上陳春盛教授、史天元教授與李振燾教授於課業上的指導。感謝口試委員成功大學曾清涼教授與國防大學中正理工學院張嘉強教授的指正與寶貴意見，使本論文更臻完善。



感謝成功大學余致義老師與陳國華學長、內政部黃鉅富學長以及中正理工學院黃立信學長，在論文研究過程提供資料與協助，使本論文能順利完成。感謝博士班學長姊成機、榮寬、豫麒、大綱、宇伸、于宣、自強、廷融、志敏、弘基以及已經畢業的碩士班學長瑞其、小林、大頭、榮傑、文鏈、小蜜、莉雪、南松、宗儒、宗展、鴻謙、美利、蕙菁與暉俊在生活上與學業上的幫助，使我兩年的研究生活更多采多姿。感謝這兩年來一同喜怒哀樂、求學、出遊的伙伴宣昶、米粉、宜珊、BOSS、介嵐哥、勇者、虎爛、阿福、福利與小支，因為有你們這兩年的研究生活留下更多美好回憶。感謝研究室學弟妹貓哥、祐廷、展鵬與佩珊的打氣與鼓勵，多謝你們的幫忙。感謝好友銘謙在平常生活上的打氣與鼓勵，還有很多朋友，謝謝你們。

最後，感謝我親愛的父母，讓我在求學的過程中無後顧之憂，謝謝一同成長、玩耍的妹妹和弟弟，幫我抒解研究生活中產生的壓力。在此，謹以本論文獻給我摯愛的雙親，共同分享這份喜悅。

目 錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
誌謝.....	iv
目錄.....	v
表目錄.....	vii
圖目錄.....	viii
第一章 緒論.....	1
1-1 研究動機.....	1
1-2 文獻回顧與研究方法.....	2
1-3 論文架構.....	3
第二章 台灣地區數值高程模型.....	5
2-1 數值高程模型介紹.....	5
2-2 台灣地區數值地形資料與 DEM 網格之組成.....	7
2-3 DEM 精度評估與修正.....	9
2-3-1 精度評估資料.....	9
2-3-2 DEM 評估結果.....	9
2-3-3 修正後之 DEM.....	13
第三章 重力資料及計算大地起伏之原理.....	18
3-1 重力資料.....	18
3-2 去除-回復技術.....	27
3-3 大地位模式.....	29

3-3-1	大地位模式理論.....	29
3-3-2	全球大地位模式 EGM96.....	33
3-3-3	全球大地位模式 CHAMP and GRACE Gravity Model.....	33
3-4	剩餘地形模型理論.....	34
3-5	最小二乘配置法.....	37
3-6	週邊填零測試.....	40
第四章	大地起伏模式成果分析.....	44
4-1	大地起伏模式成果與測試資料.....	44
4-2	全省大地起伏模式精度評估.....	45
第五章	DEM 解析度對大地起伏模式之影響與大地起伏模式之應用.....	50
5-1	DEM 解析度對大地起伏模式之影響.....	50
5-2	高山大地起伏模式評估.....	54
5-3	垂線偏差改正對三角高程測量之影響.....	55
第六章	以水準點觀測之大地起伏修正重力水準面.....	60
6-1	重力水準面修正方法.....	60
6-2	重力水準面修正結果.....	61
第七章	結論與建議.....	64
	參考文獻.....	66
	附錄一.....	70
	附錄二.....	72
	作者簡歷.....	73

表 目 錄

表 2-1	一、二等水準點上實測高程與 DEM 高程之差異統計值.....	10
表 2-2	一、二等衛星控制點上估計正高與 DEM 正高值的差異統計值.....	10
表 2-3	水準點與衛星控制點上原始高程與修正後 DEM 高程之差值統計.....	17
表 3-1	RTM 效應重力異常值之填零差異統計表.....	41
表 3-2	RTM 效應大地起伏之填零差異統計表.....	41
表 4-1	3"×3" 大地起伏網格與實測大地起伏差異統計表.....	46
表 4-2	黃 (2001) 大地起伏網格與實測大地起伏差異統計表.....	46
表 5-1	本文製作 30"×30" 大地起伏網格與實測大地起伏差異統計表.....	51
表 5-2	本文製作 2'×2' 大地起伏網格與實測大地起伏差異統計表.....	51
表 5-3	玉山地區重力大地起伏值與實測大地起伏值比較表.....	54
表 5-4	水準高差、GPS 高差與三角高程高差之差值比較表.....	58
表 6-1	修正後之 3"×3" 大地起伏網格與實測大地起伏差異統計表.....	61
表 6-2	修正後之 30"×30" 大地起伏網格與實測大地起伏差異統計表.....	61
表 6-3	修正後之 2'×2' 大地起伏網格與實測大地起伏差異統計表.....	62

圖 目 錄

圖 1-1	大地起伏、橢球高與正高之關係圖.....	1
圖 2-1	以最小曲率法產生之 DEM 圖.....	8
圖 2-2	一等一、二級水準點上實測正高與 DEM 正高之差異分佈圖.....	11
圖 2-3	一、二等衛星控制點上估計正高值與 DEM 正高之差異分佈圖.....	11
圖 2-4	一等一二級水準點上 DEM 誤差值與高程關係圖.....	12
圖 2-5	衛星控制點上 DEM 誤差值與高程關係圖.....	12
圖 2-6	DEM 高程誤差之等值圖.....	14
圖 2-7	水準點上實測正高與修正後 DEM 正高差值圖.....	15
圖 2-8	衛星控制點估計正高與修正後 DEM 正高差值圖.....	15
圖 2-9	台灣本島及周圍海域地形圖.....	16
圖 3-1	衛星測高資料分佈圖.....	20
圖 3-2	第一組重力資料分佈圖.....	21
圖 3-3	第二組重力資料分佈圖.....	22
圖 3-4	第三組重力資料分佈圖.....	23
圖 3-5	第四組重力資料分佈圖.....	24
圖 3-6	第五組重力資料分佈圖.....	25
圖 3-7	第六組重力資料分佈圖.....	26
圖 3-8	大地起伏計算流程圖.....	28
圖 3-9	剩餘地形模型改正圖.....	34
圖 3-10	RTM 效應之重力異常值填零與未填零之差值等值圖.....	42
圖 3-11	RTM 效應之大地起伏填零與未填零之差值等值圖.....	43
圖 4-1	長波長大地起伏值.....	47

圖 4-2	殘餘大地起伏值.....	47
圖 4-3	短波長大地起伏值.....	47
圖 4-4	台灣新大地起伏 (3 秒網格) 等值圖.....	48
圖 4-5	內政部測試點位分佈圖.....	49
圖 5-1	台灣大地起伏 (30 秒網格) 等值圖.....	52
圖 5-2	台灣大地起伏 (2 分網格) 等值圖.....	53
圖 5-3	玉山正高測量選點位置圖.....	55
圖 5-4	大地起伏與垂線偏差關係圖.....	56
圖 5-5	玉山正高測量點位路程高度關係圖.....	58
圖 5-6	三角高程測量幾何圖.....	59
圖 6-1	篩選後之一等二級與部分一等一級水準點位分佈圖.....	63



第一章 緒論

1-1 研究動機

由於 GPS 測橢球高之精度日益精進，加上在大區域測量工作時，GPS 測量較水準測量省時省力，可說是經濟且精確的空間定位方法，故 GPS 有逐漸取代水準而行正高測量之趨勢，此法稱為 GPS 測高，利用 GPS 測量所得之高度為旋轉橢球體上的橢球高 (h)。但 GPS 測高之最大困難處乃在於精密大地水準面之取得。

大地水準面乃高程測量之垂直基準，為傳統水準測量結果正高 (H) 的起算面，橢球高與正高兩者之基準並不一致，兩者之間的差值即為大地起伏值 (N) (geoid undulation)。當測區的垂線偏差值不大時，大地起伏與橢球高、正高之間的關係，如圖 1-1，可以表示為：

$$N = h - H \quad (1-1)$$

因此得知精確的大地起伏值，便可將 GPS 所測得之橢球高與正高做直接的轉換。若能以數值地形資料與重力測量數據，結合一密合於台灣地區重力場的全球大地位模式建立精確的大地起伏模式，提供相關領域研究使用是本文的研究動機。

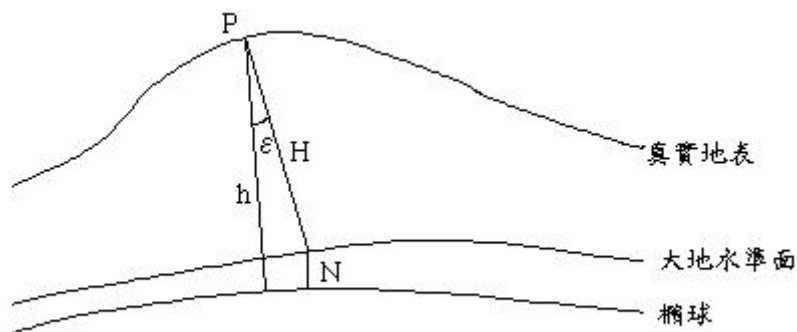


圖 1-1 大地起伏、橢球高與正高之關係圖

1-2 文獻回顧與研究方法

近年來常被大地測量界學者應用於計算大地起伏的方法有：Molodensky 法、最小二乘配置法 (least squares collocation, LSC)、Stokes' 積分公式和以 deflection-geoid 公式推求大地起伏 (Hwang, 1998) 等。Molodensky 理論是研究地球表面形狀問題，利用地表面上各種觀測數據確定真實地球形狀，引入似地球表面的概念，以此為邊界面，直接以地面重力異常為邊值解算進而確定高程異常 (height anomaly)，理論上不需要重力化算和避開 Stokes 理論需要做地殼密度假設的缺陷，不過此理論捨棄了大地水準面這一個具有重要地球物理意義的物裡面，而似大地水準面不是水準面，也沒有任何物理意義，雖然大地水準面與似大地水準面 (co-geoid) 兩者間理論上存在著轉換關係，但此一轉換卻又需要地殼密度的假設。最小二乘配置法的優點是可以同時處理不同類型的觀測數據 (如重力異常、垂線偏差、大地起伏等)，而且可以顧及觀測資料的誤差，其缺點為需解算大型矩陣 $(C_{ll} + C_{mm})$ 的求逆 (矩陣階數與資料點數相同，見 3-5 節) (Moritz, 1980)。

Stokes 理論假設大地水準面內部包含了所有的質量，亦即大地水準面外部無質量存在，因此必須將外部的地形質量移去，不同的移去方式對應著不同的重力化算，不論利用何種方式移去地形質量都將對大地水準面產生間接影響，所以按 Stokes 公式計算得之大地水準面將產生間接效應。Stokes' 積分公式之二維平面快速傅立葉轉換 (Schwarz et al., 1990) 是將 Stokes 公式利用平面座標表示的捲積形式，再運用捲積定理進行快速傅立葉轉換計算，此法可大幅提升計算的效益，但計算精度要求公分級甚至厘米級時，簡單的 Stokes 平面近似公式則不宜採用。Haagmans et al. (1993) 提出的一維球面捲積的嚴密計算法可以對 Stokes 積分公式的球面捲積進行精確且快速的計算，此法計算公式嚴謹且所得結果精確，但由於需對所有平行圈逐條進行整個區域的計算，其全部的計算工作量要比二維平面快速傅立葉轉換大。Deflection-geoid 公式推求大地起伏則可由垂線偏差的東西、南北分量計

算大地起伏 (Hwang, 1998)。

本文以去除-回復技術 (Remove-Restore Technique) 配合最小二乘配置法，並結合全球大地位模式 EGM96、農委會提供的台灣地區數值地形資料、衛星測高資料與台灣地區六組重力觀測資料，考慮剩餘地形模型 (residual terrain model, RTM) 理論計算台灣地區 $3'' \times 3''$ 解析度大地起伏模式，並同時計算 $30'' \times 30''$ 與 $2' \times 2'$ 之大地起伏模式，比較 DEM 解析度對大地起伏模式之影響；另外，為了比較此大地起伏模式的精度是否較過去為佳，本文選擇黃 (2001) 所計算得之 $30'' \times 30''$ 大地起伏成果作為比較，針對成果進行分析比較。同時亦使用本文所計算 $3'' \times 3''$ 解析度之大地起伏模式解算得垂線偏差，並以土測局在玉山施測的 GPS 測高成果為基準，來比較經垂線偏差改正後的橢球高與 GPS 測高成果的差異是否改善。

1-3 論文架構



本論文共分六章，各章之內容安排如下：

第一章：緒論，旨在說明本論文的研究動機、文獻回顧與研究方法，並說明本論文的架構。

第二章：介紹數值高程模型與本文所使用的台灣地區數值地形資料，並組成一台灣地區數值地形模型，評估其精度與修正後供後續計算大地起伏模式使用。

第三章：說明本文蒐集、使用的六組重力資料與使用的全球大地位模式，以及最小二乘配置法原理、剩餘地形模型理論與去除回復技術等。

第四章：針對本文 $3' \times 3'$ 大地起伏模式進行精度評估，測試點位資料為內政部提供，分佈於台灣地區的北部、東部、中部與南部地區，另外針對西南沿海地區進行評估。

第五章：針對 DEM 解析度對大地起伏模式之影響進行分析評估，同時分析垂線偏差改正對正高值精度之影響。

第六章：將本文製作之大地起伏模式以水準點觀測之大地起伏修正重力水準面。

第七章：總結敘述本論文的結論與建議。



第二章 台灣地區數值高程模型

2-1 數值高程模型介紹

數值地形模型 (Digital Terrain Model, DTM) 是在一個任意座標系統中選擇大量已知的 X,Y,Z 的座標點位對連續地面的一個簡單的統計表示 (Miller and Laflamme, 1958)。自從 DTM 的概念提出後，相繼出現許多相近的概念，如：英國使用的 DGM (Digital Ground Model)、德國使用的 DHM (Digital Height Model) 與美國使用的 DEM 等。數值高程模型 (Digital Elevation Model, DEM) 一詞源自於美國地質調查署 (U.S. Geological Survey, USGS) 所生產的一種規則網格式的高程資料，Burrough and McDonell(1998)提出 DEM 為僅包含高度資料的資料陣列，為表示某部分地球地形的量化模型。狹義的來說，數值高程模型是以 X,Y,Z 三維座標來表現地形特性；廣義而言則是指任何以數值或數位方式來表示地表特性的資料模式。

DEM 數據包含平面位置和高程數據，其資料來源一般可分為三種：數化現有地形圖資料、地面實測、航照影像測量，獲取初步資料後再以內插加密的方式獲得計算區域之地形模型。DEM 內插就是根據鄰近參考點的高程推求待定位點上的高程值，其內插加密之目的在於推估未直接觀測之地表位置的高程值 (Clarke, 1982)，但由於地表的連續性並不完整，因此目前尚無一種內插加密方式可提供完全的解決方法。內插的演算方法有很多種，按內插點的分佈範圍，可以將內插分為整體內插、分塊內插和逐點內插三種 (李和朱，1999)。

目前常見的數值地形模型是以有限的樣本點之高度來表現地形起伏，可區分為點的模式和線的模式。其中點的模式依其高程取樣點的分佈，可分為不規則三

角網及規則網格；線的資料亦有縱剖面與橫剖面之分，前者並不普遍，後者為數值等高線，為傳統地形圖常採用的模式。這三種模式事實上也代表著不同的抽樣方式，分別介紹如下：

(1) 不規則三角網 (Triangulated Irregular Network, TIN): 在 1978 年由 Peucker et al.(1978)提出，是以鄰近點所圍成的三角形來表示地形起伏，所以是利用面的形式來表現地形。一個 TIN 包含了節點 (node)、線段 (segment) 和面 (facet)，節點是 TIN 的基本元素，線段則由相鄰兩節點連接而成，三條相鄰線段組成一個面，每個節點都需要實際量測。此法可避免產生如同規則網格般產生多餘的資料儲存以及數值等高線法的低效率，對於地形劇烈變化處有容易表現的優點，在取樣時相對於其他兩法較具彈性，地形變化緩和的地區可以減少觀測三角形，變化複雜的地區則需要密集取樣。

(2) 規則網格 (Regular Grid): 是在一組正交的網格上量取每個網格的高度值，產生一個規則的矩陣高程結構，點和點之間的距離即代表資料解析度的高低。由於規則網格的演算法容易設計且容易跟遙測影像資料結合，故為現今最為常用的資料格式。但此法取樣時並未考慮地形的複雜度，在平坦和地形變化劇烈的地方都以同樣的距離取樣，造成平坦地區取樣資料累贅或地形變化劇烈處取樣疏漏，為此法最大缺點。

(3) 數值等高線 (Digital Contour): 一般是由傳統紙製地形圖數化而來，將地形上相同高度的點位依等高線間距以線段連接起來，與傳統紙製地圖不同的是，在電腦中儲存的等高線是由一連串點位所組成，而非連續曲線，因此此種資料模式是以一連串的 X、Y 座標值加上對應的高程值來表現地形。等高線具有每一等高線為一封閉曲線、不能相交、等高線密度反應坡度的陡緩等特性，但其格式不利於電腦分析應用，通常僅用於資料暫存或轉換的格式。

2-2 台灣地區數值地形資料與 DEM 網格之組成

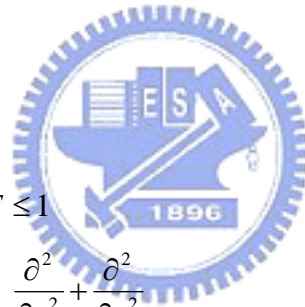
本文使用的台灣地區數值地形資料屬於規則網格資料，資料來源是由農林航空測量所經由航照圖實測之 40 公尺平面解析度 DEM 萃取出平面解析度為 80 公尺的點位資料，原始座標系統為 TWD67 座標系統。本文利用 GMT 軟體之內插程式 (Wessel and Smith, 1999) 進行內插加密製成網格檔以及繪出台灣數值地形模型。先將點位座標由 TWD67 轉為 TWD97 後，讀入座標轉換後之成果以 GMT 軟體之"surface"指令進行內插加密，並給定輸出網格大小，內插時高程 z 必須滿足下列偏微分方程式：

$$(1-T) \times L(L(z)) + T \times L(z) = 0 \quad (2-1)$$

其中

T : tension factor, $0 \leq T \leq 1$

L : Laplace 運算子，即 $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$



當 $T = 0$ 時，(2-1)式提供了最小曲率解(minimum curvature solution)； $T = 1$ 時，(2-1)式提供一諧和面解(harmonic surface solution)，將無區域極值出現，詳細內容見林 (2002)。

本文採用網格大小為 3 秒(相當於 90 公尺平面解析度)，根據黃 (2003) 之結論，利用最小曲率法製作之 DEM 成果優於諧和面法所製作之 DEM，因此本文採用最小曲率法來進行內插建立網格。製作 DEM 之詳細內容見黃 (2003)。圖 2-1 即為最小曲率法產生之 DEM 圖(3 秒網格)。

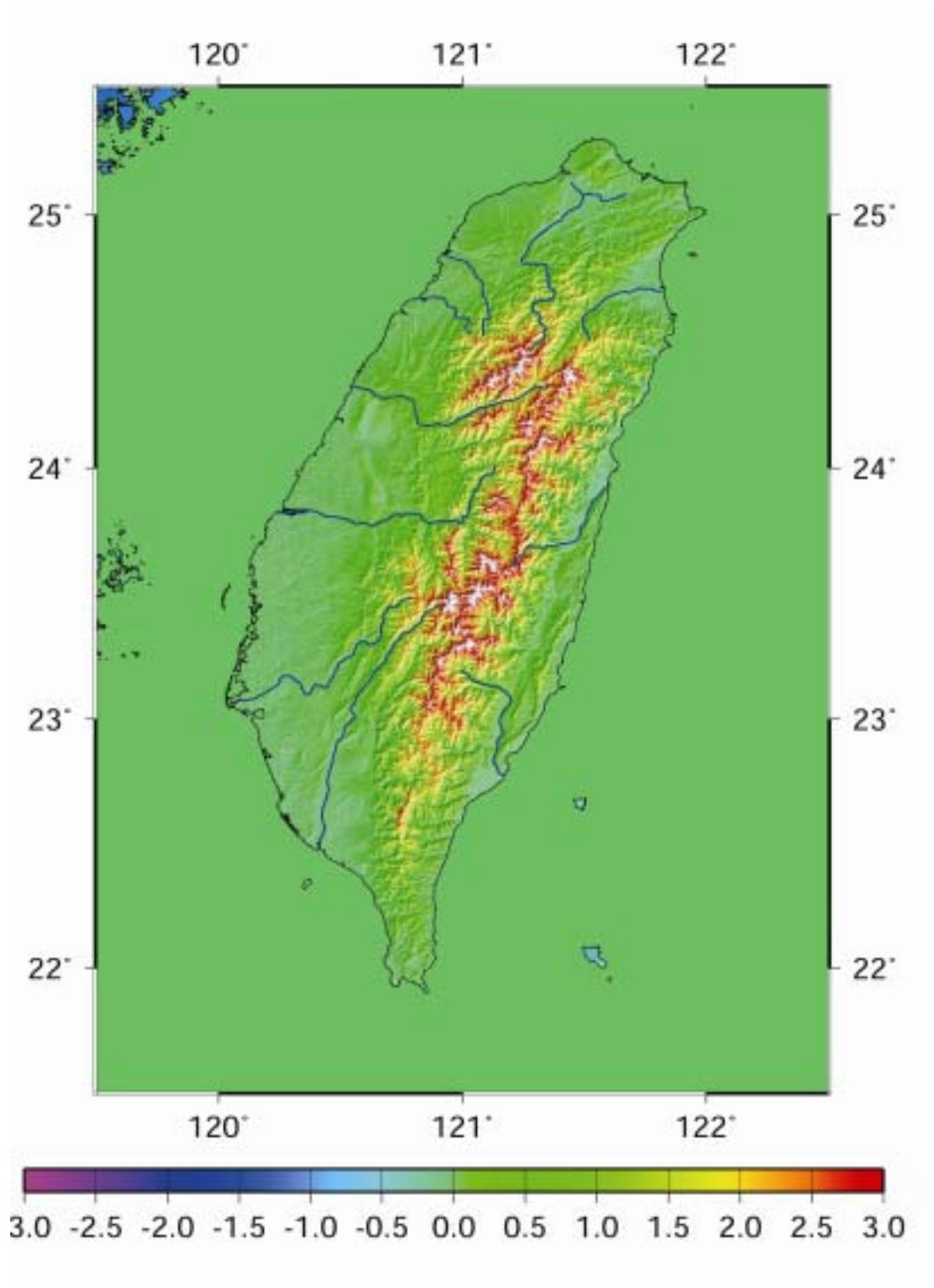


圖 2-1 以最小曲率法產生之 DEM 圖(3 秒網格), 單位: km

2-3 DEM 精度評估與修正

2-3-1 精度評估資料

本文以台灣地區一、二等衛星控制點（僅使用本島點位而剔除位於外島的點位，篩選後共有 675 點）及一等一級水準點（共 1010 點）與一等二級水準點（剔除與一等一級重複之點位，篩選後共 1092 點）之高程評估 DEM 之精度。按 DEM 高程之定義，評估時所用之高程應為正高。但衛星控制點只有橢球高而無正高。因此本文利用黃（2003）所發展之程式，可求得衛星控制點之正高，轉換精度之標準偏差小於 30cm，詳細方法與橢球高轉正高之精度統計見黃（2003）。

2-3-2 DEM 精度評估結果

接下來以兩組資料評估 DEM 精度，兩組資料內容如下：

第一組：一等一、二級水準點的實測正高值。

第二組：一、二等衛星控制點的實測橢球高值（已推估其正高值）

第一組實測正高與 DEM 正高之差異如圖 2-2，差異值的統計如表 2-1。由圖 2-2 及表 2-1 可看出，差值平均約 0.684 公尺，高程差值最大約正負 50 公尺。第二組估計正高與 DEM 正高之差異如圖 2-3，差異值的統計如表 2-2，其高程差值約 13.7 公尺，最大差值超過 80 公尺。圖 2-4、圖 2-5 分別為第一組資料之差值與第二組資料之差值與高程關係圖，由此二圖可看出，在水準點上實測正高與 DEM 正高之差值與高程的相關性較高（相關係數 0.40），而在衛星控制點上差值與點位所在位置的高程相關性較低（相關係數僅 0.28）。綜合上述的各高程差異圖表可知，在衛星控制點上的差異值較水準點上之差異值大。部分原因可能是當初以航測方法產生高程時，在高程控制部分，水準點位的高程可提供精度較佳之控制，而在

沒有水準點之處，高程控制只能仰賴高程精度較差的三角點，故造成非水準點附近的 DEM 資料精度明顯較差。位於山區之點位亦可能因為 DEM 控制精度不佳產生偏差。由圖 2-5 亦可看出正差值偏多，可能存有系統性誤差。

表 2-1 一等一、二級水準點上實測高程與 DEM 高程之差異統計值（單位：公尺）

	最小曲率法 DEM
最大	46.784
最小	-49.456
平均	0.684
標準差	7.447

表 2-2 一、二等衛星控制點上估計正高與 DEM 正高值的差異統計值（單位：公尺）

	最小曲率法 DEM
最大	81.707
最小	-7.648
平均	13.737
標準差	13.243

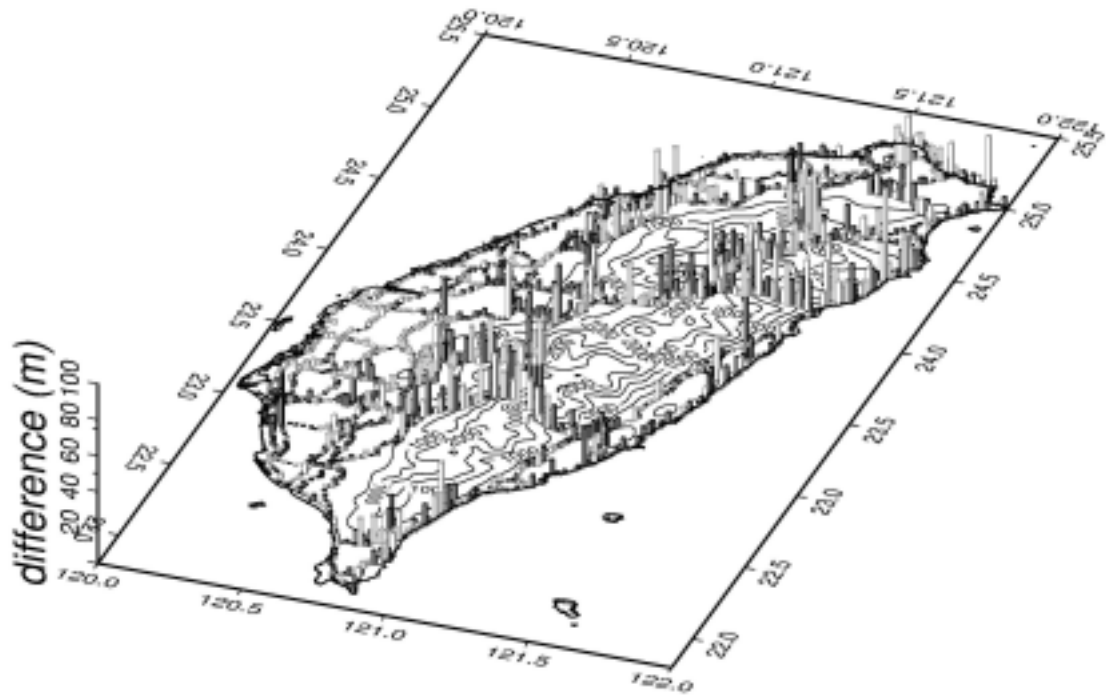


圖 2-2 一等一、二級水準點上實測正高與 DEM 正高之差異分佈圖，其中灰色為正值，白色為負值。圖底為高程等高線（間隔 500 公尺）

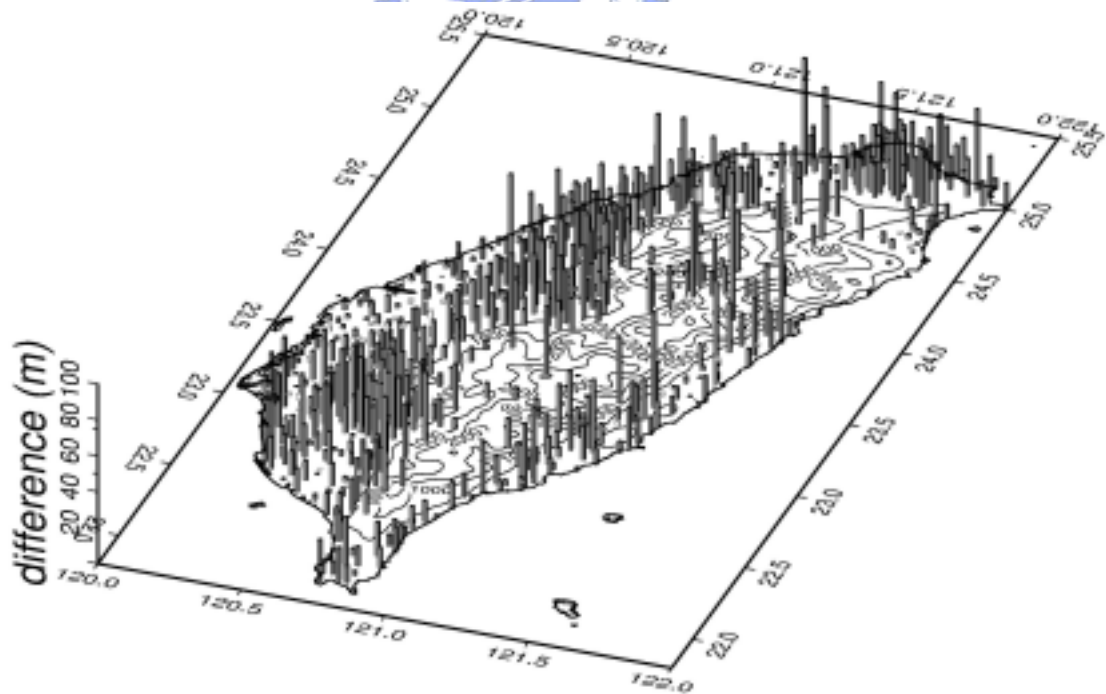


圖 2-3 一、二等衛星控制點上估計正高值與 DEM 正高之差異分佈圖，其中灰色為正值，白色為負值。圖底為高程等高線(間隔 500 公尺)

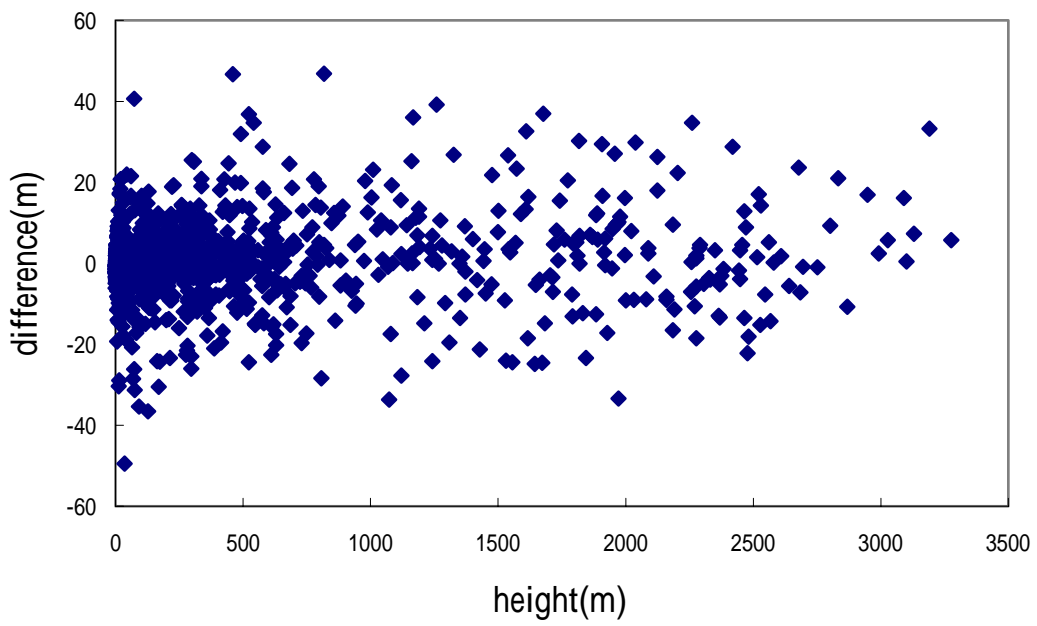


圖 2-4 一等一二級水準點上 DEM 誤差值與高程關係圖 (相關係數 0.40)

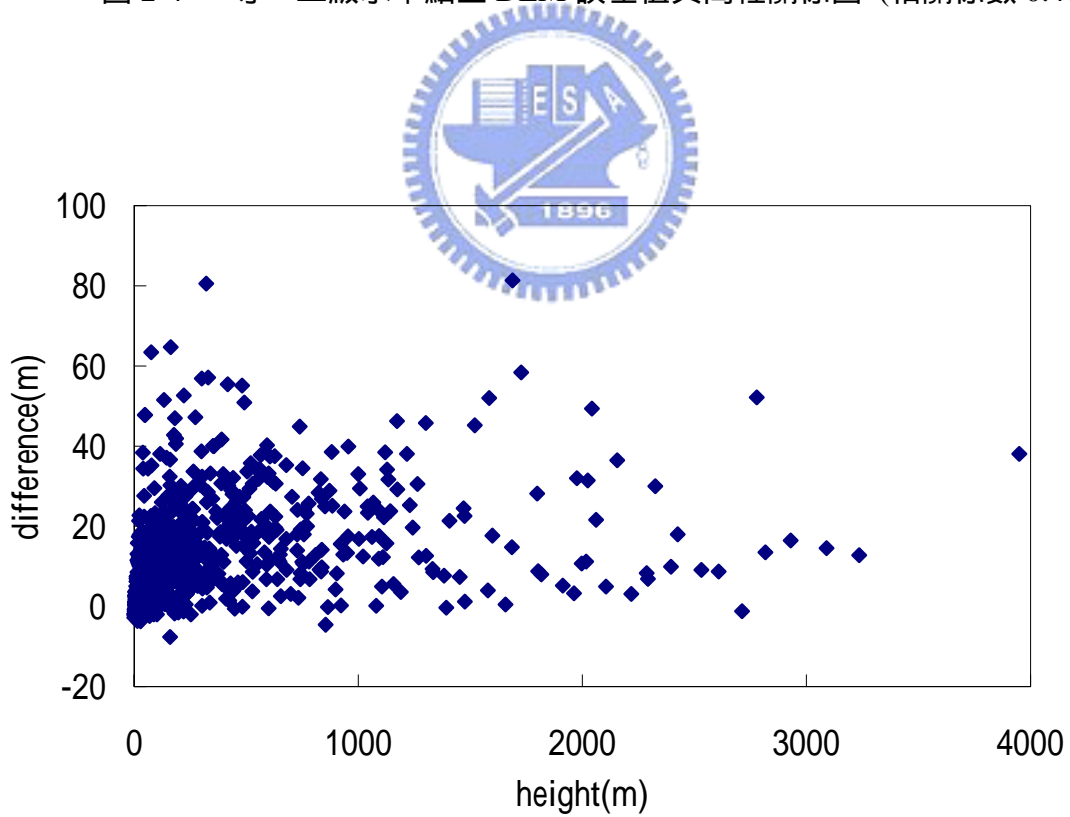


圖 2-5 衛星控制點上 DEM 誤差值與高程關係圖 (相關係數 0.28)

2-3-3 修正後之 DEM

由以上的分析可知原始的 DEM 含有大小不同的誤差。因為水準點及衛星控制點以面狀均勻地分佈於台灣全區，故本文利用此面狀的誤差修正原始的 DEM。首先，將水準及衛星控制點上的實測高程與 DEM 高程的差異值利用 GMT 軟體之“surface”指令以 (2-1) 式之諧和面法，即 $T=1$ ，組成一平滑的 DEM 修正面（此面含修正值），再將此修正面加到原始的 DEM 而產生一修正過的 DEM，修正面之等值圖見圖 2-6，由圖中可看出修正量較大之區域大多位於山區。使用諧和面法的原因乃為獲取長波長面狀的高程修正量，而非含細部變化高頻的修正量。表 2-3 為在水準點及衛星控制點上原始高程與修正後 DEM 高程之差異統計，由此表可知，不論在水準點或衛星控制點上，差異均變小，且在水準點及衛星控制點的差異之標準偏差已一致（約 4 公尺），表示全區的 DEM 高程誤差接近一致。圖 2-7 顯示水準點上修正後 DEM 高程誤差分佈，大致而言，誤差約與高程成正比，因此在中橫，南橫公路處，高程誤差較大，在西部平原高程誤差較小。圖 2-8 顯示衛星控制點上修正後 DEM 高程誤差，其誤差分佈的形式約與水準點者相似。圖 2-7 與 2-8 均顯示在花東地區仍有若干點的差異較大，原先在蘇花公路上較大的差異已大幅降低。

將此一修正後的台灣本島陸地 DEM，配合國家海洋科學研究中心 (<http://www.ncor.ntu.edu.tw/>) 提供的海底地形網格資料（解析度為 $2' \times 2'$ ），組成一個台灣本島及周邊海域之海陸 DEM，範圍為北緯 21.5° 25.5° ，東經 119.5° 122.5° （見圖 2-9）。



圖 2-6 DEM 修正面之等值圖，等值線間隔為 5m

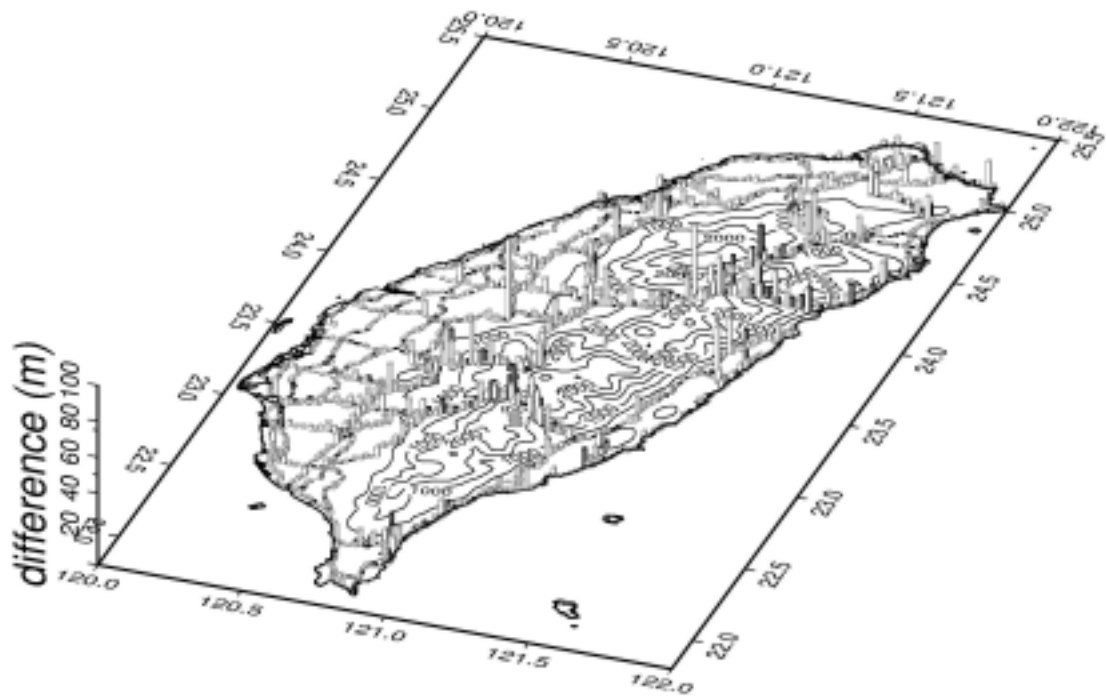


圖 2-7 水準點上實測正高與修正後 DEM 正高差值圖，其中灰色為正值，白色為負值。圖底為高程等高線（間隔 500 公尺）

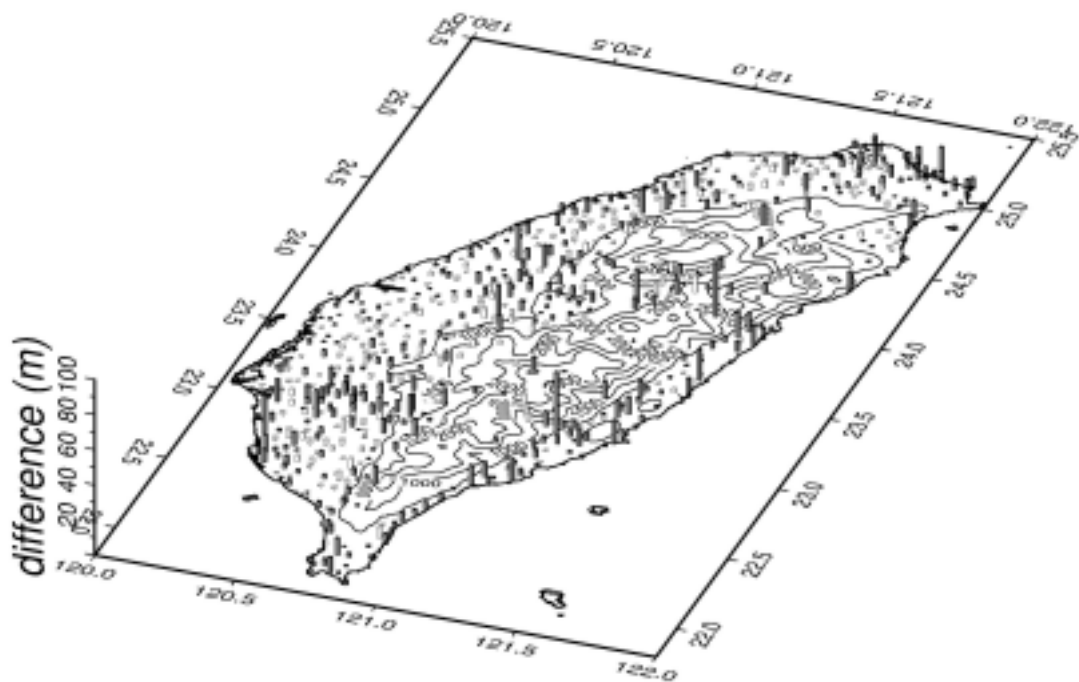


圖 2-8 衛星控制點估計正高與修正後 DEM 正高差值圖，其中灰色為正值，白色為負值。圖底為高程等高線(間隔 500 公尺)

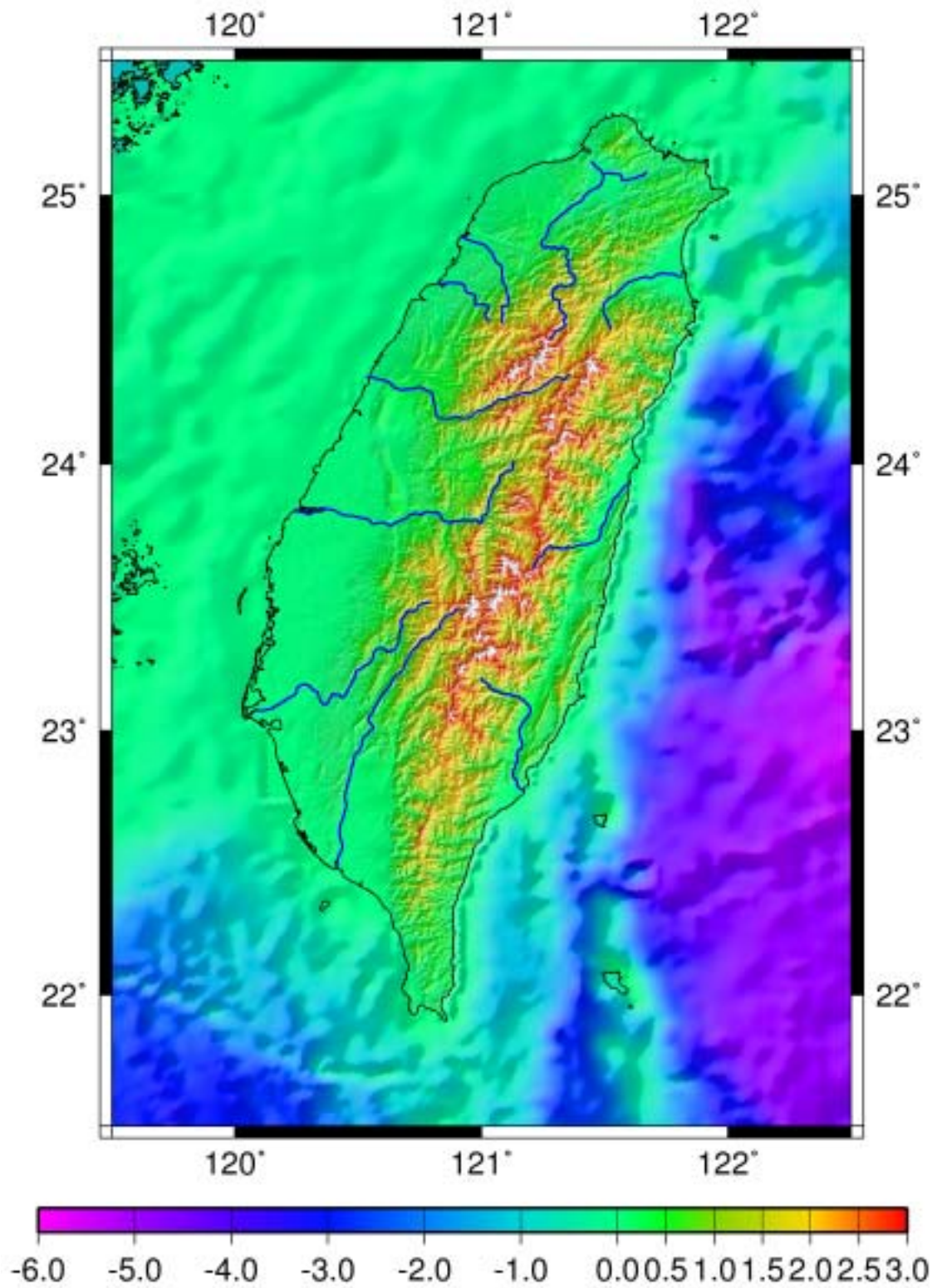


圖 2-9 台灣本島及周圍海域地形圖，單位：km

表 2-3 水準點與衛星控制點上原始高程與修正後 DEM 高程之差值統計 (單位：公尺)

	一等級、一等級水準點	一、二等衛星控制點
最大值	22.814	34.27
最小值	-46.989	-12.11
平均值	-1.148	1.356
標準差	4.074	4.328



第三章 重力資料及計算大地起伏之原理

3-1 重力資料

台灣地區陸上重力資料、船測重力資料與衛星測高資料間會有系統誤差和座標系統不一致的問題存在，因此在使用前必須經過處理改正將所有資料化算至同一座標系統，並將系統誤差減至最小。衛星測高資料取自交通大學，點位分佈如圖 3-1。本文共蒐集六組台灣地區重力資料，各組重力資料詳細內容見黃（2003），重力資料處理詳細內容見郭（1998）、黃和王（2002）。

第一組重力資料是中央研究院地球科學研究所為研究台灣地區地殼及上部地函構造所測得之重力資料（Yen et al., 1990; Yen et al., 1995）。施測點位包含既有的水準點、三角點及五千或一萬分之一航照圖的標高點，共 603 個分佈均勻的重力觀測點，其中 308 個測點分佈於資料較為缺乏山區。此組資料內容包含施測點位之經度、緯度及自由空間重力異常值，點位分佈如圖 3-2。此組重力點之坐標系統為 TWD67，其坐標及高程取自內政部公佈之三角點及水準點高程。若點位無平面坐標者，則自地形圖推算之。

第二組重力資料是中國測量學會以 LCR- G 型重力儀於 1986 年 10 月至 1988 年 6 月間測得（黃金維等, 1998），資料內容包含點位之經度、緯度、高程、地表重力值和自由空間重力異常值，共有 276 點，其中有兩點資料或有平面坐標位置之錯誤，因此將其刪除而剩下 274 點，圖 3-3 即為此組重力點位分佈圖。

第三組重力資料為中國測量學會於 1997 年至 1999 年間，在台灣地區沿水準路線施測水準點重力而得，一共有 747 點。此組資料內容包含施測點位之經度、緯度、正高、地表重力值和自由空間重力異常值，圖 3-4 即為此組重力點位分佈圖。

第四組重力資料為內政部在一等一級水準點上實施重力測量而得，共含 6 個絕對重力點、10 個一等重力點及 1010 個一等一級水準點之重力值。施測時使用 LCR- G 型重力儀，點位重力值平均標準偏差為 0.07mgal。圖 3-5 為本組重力資料點位分佈圖。詳細資訊見黃（2001）。

第五組重力資料為內政部提供在在二等二級水準點上實施重力測量而得，施測時使用 LCR- G 型重力儀，經篩選後剩 1092 個點(分佈見圖 3-6)，新設點位水準點上的重力值之平均精度為 0.071mgal，最大之重力標準偏差則為 0.14mgal。詳細資訊見陳(2003)。

第六組重力組資料為台灣環海船測重力資料。本文分析的船測重力資料主要是取自英國牛津大學之重力資料庫，而較靠近岸邊之船測重力資料主要取自 Hsu et al. (1998)。圖 3-7 之海上位置資料即為此組重力點位分佈圖，本組資料內容包含所有點位之經度、緯度、重力異常及施測時間。



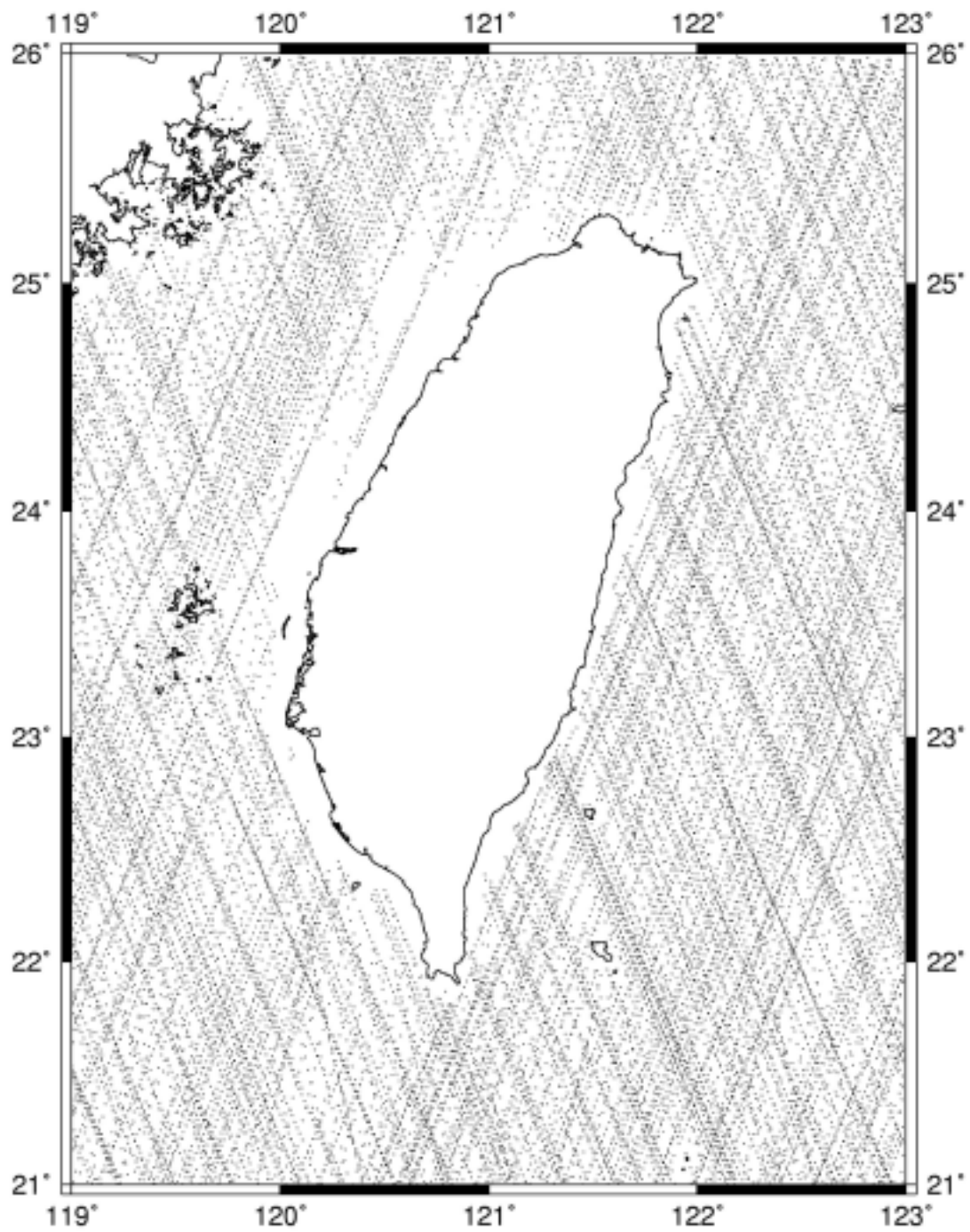


圖 3-1 衛星測高資料分佈圖

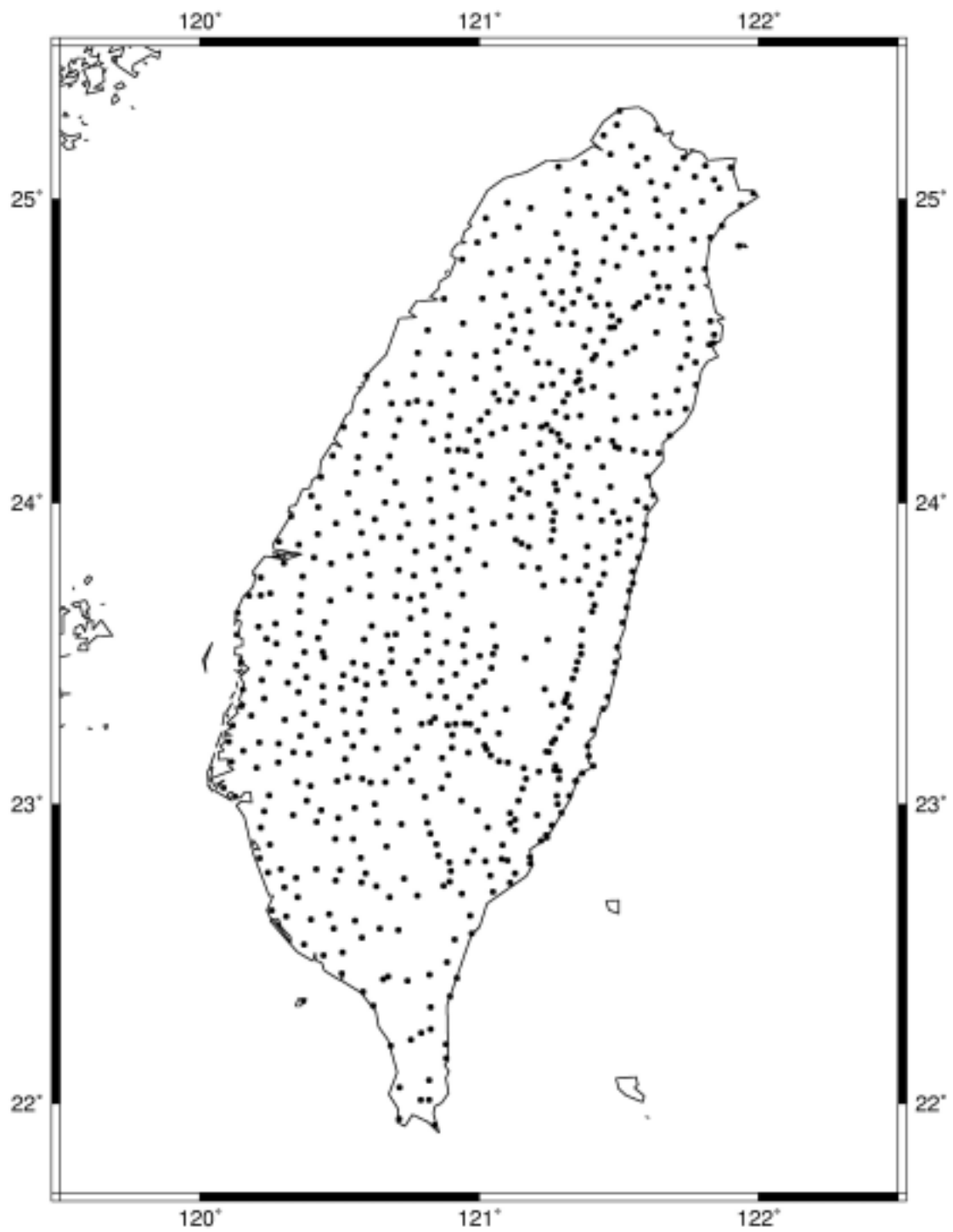


圖 3-2 第一組重力資料分佈圖，係中研院於 1980 至 1987 年施測之 603 個重力觀測點

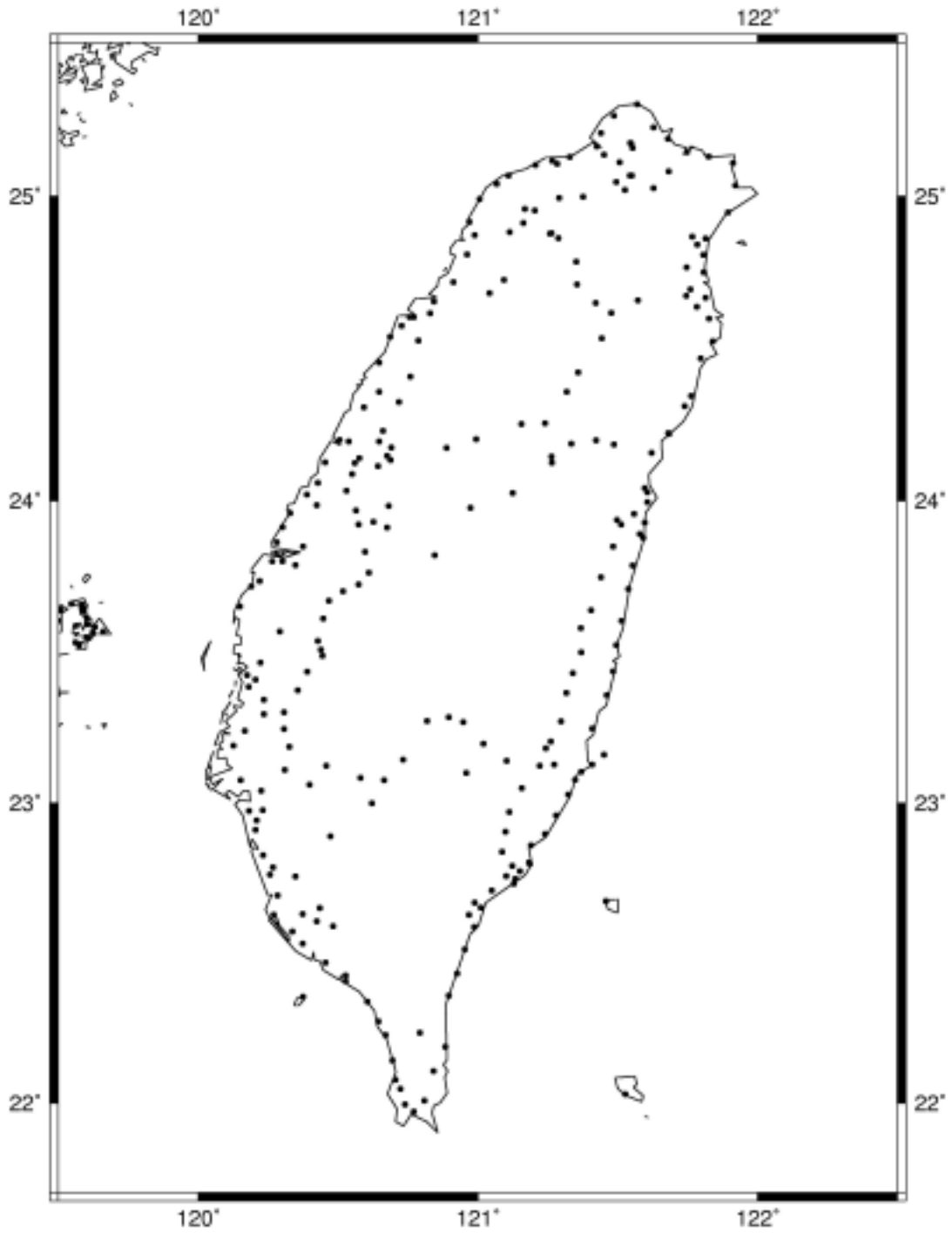


圖 3-3 第二組重力資料分佈圖，係中國測量學會於 1986 至 1988 年施測之 276 個重力觀測點

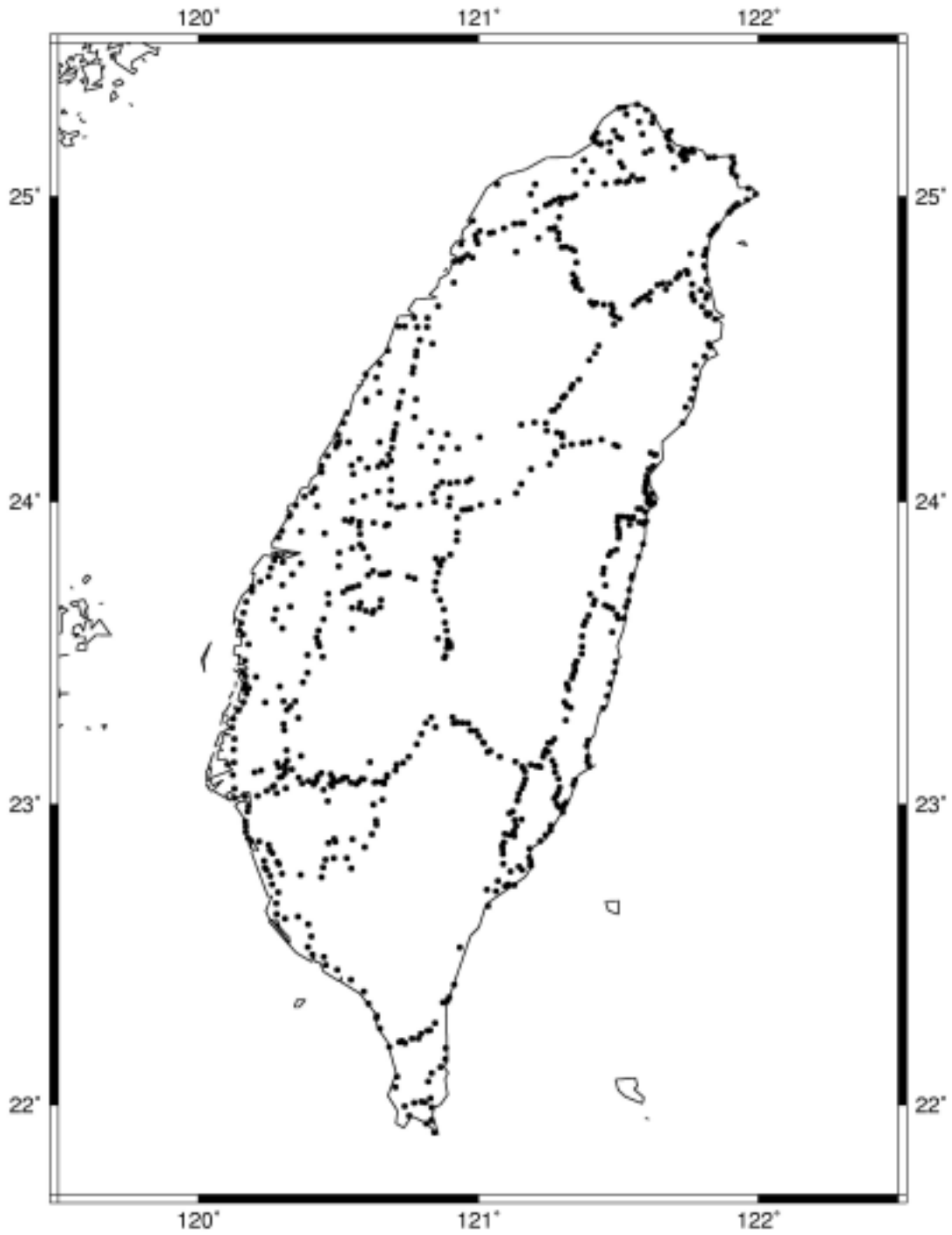


圖 3-4 第三組重力資料分佈圖，中國測量學會於 1997 至 1999 年施測之 747 個重力觀測點

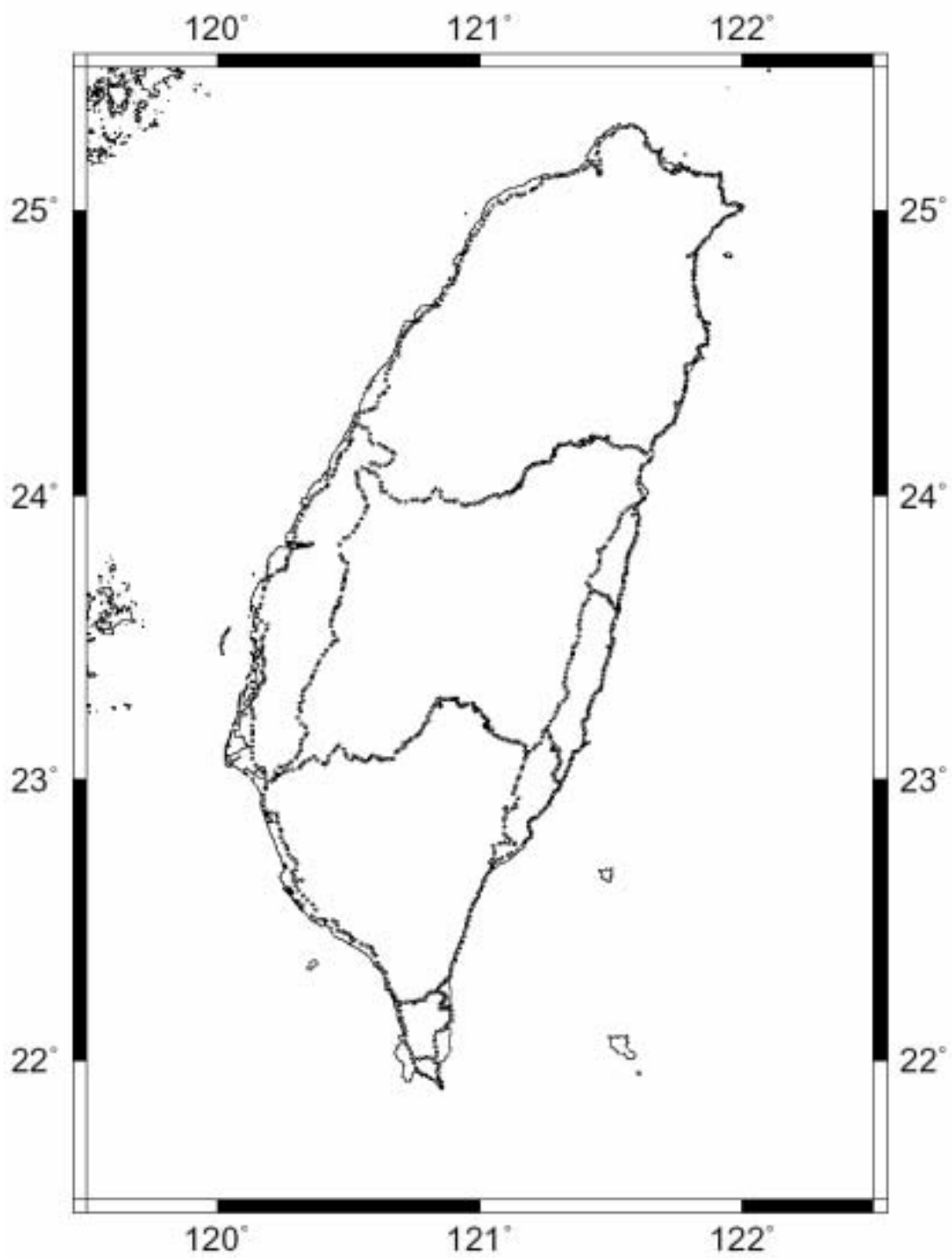


圖 3-5 第四組重力資料分佈圖，內政部於 2000 至 2001 年施測之 1010 個重力觀測點



圖 3-6 第五組重力資料分佈圖，內政部於 2002 至 2003 年施測之一等二級重力觀測點（篩選後 1092 點）

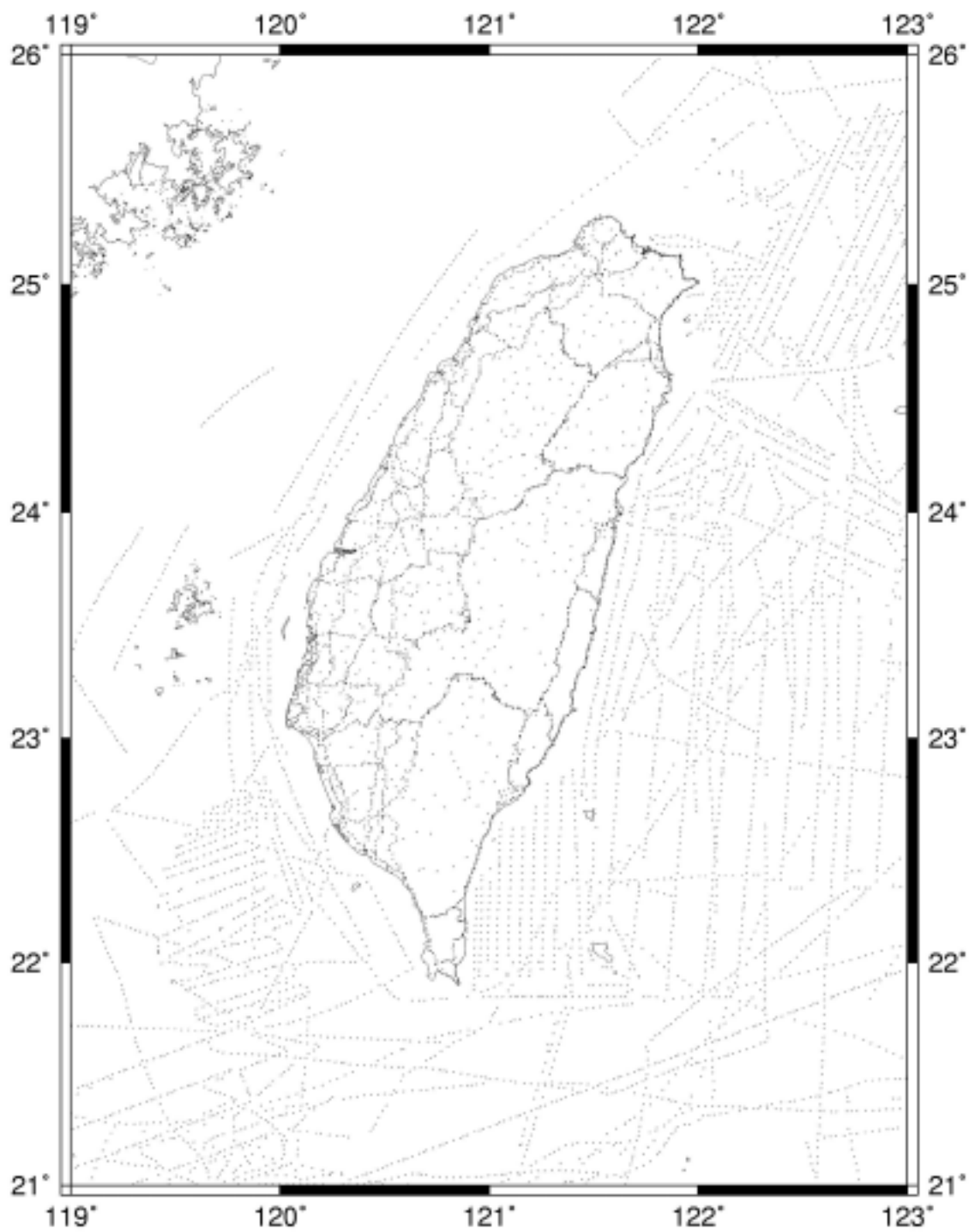


圖 3-7 第六組重力資料船測重力點及所有陸上重力點位(第一至第五組資料)分佈圖

3-2 去除-回復技術 (remove-restore technique)

在大地起伏計算的方法中有一種去除-回復技術 (remove-restore technique)，此類型的方法結合積分法、球諧展開式與配置法的優點，克服各自的缺點，如 Forsberg et al. (1981) 利用位模型計算長波長分量，利用一個平均高程面的剩餘地形模型計算地形效應的短波長分量，再以 Stokes 公式對兩者的殘差計算中波長分量。

重力異常值 Δg (觀測值) 可被分解為三個部分分別計算，即由全球擾動位模式計算得到的長波長重力異常值，地形效應 (短波長) 重力異常值與殘餘重力 (中波長) 異常值。大地梯度亦同樣可分解為相對應的三個部分 (Hwang, 1997; Hwang, 2003)。首先計算殘餘重力異常值與殘餘大地梯度 (由衛星測高資料計算而得)：

$$\Delta g_{res} = \Delta g - \Delta g_{EGM96} - \Delta g_{RTM} \quad (3-1)$$

$$e_{res} = e - e_{EGM96} - e_{RTM} \quad (3-2)$$

其中 Δg_{res} 、 Δg 、 Δg_{EGM96} 、 Δg_{RTM} 分別為殘餘重力異常值、觀測重力異常值、長波長重力異常值與地形效應重力異常值。 e_{res} 、 e 、 e_{EGM96} 、 e_{RTM} 則為相對應之水準面梯度。

大地起伏 N 亦同樣分解為三個部分分別計算，即長波長分量、短波長分量與殘餘部分之中波長分量。長波長分量可用一個適當的全球擾動位模式計算得到；短波長分量可利用數值地形模型 (DEM) 計算得到；殘餘部分 (中波長) 分量由則可由殘餘重力異常以最小二乘配置法計算得到。最後所得之大地起伏可表示為：

$$N = N_{res} + N_{EGM96} + E_{RTM} \quad (3-3)$$

其中 N_{res} 、 N_{EGM96} 、 N_{RTM} 分別為殘餘大地（中波長）起伏、長波長大地起伏與地形效應（短波長）之大地起伏。圖 3-8 為大地起伏計算流程圖。

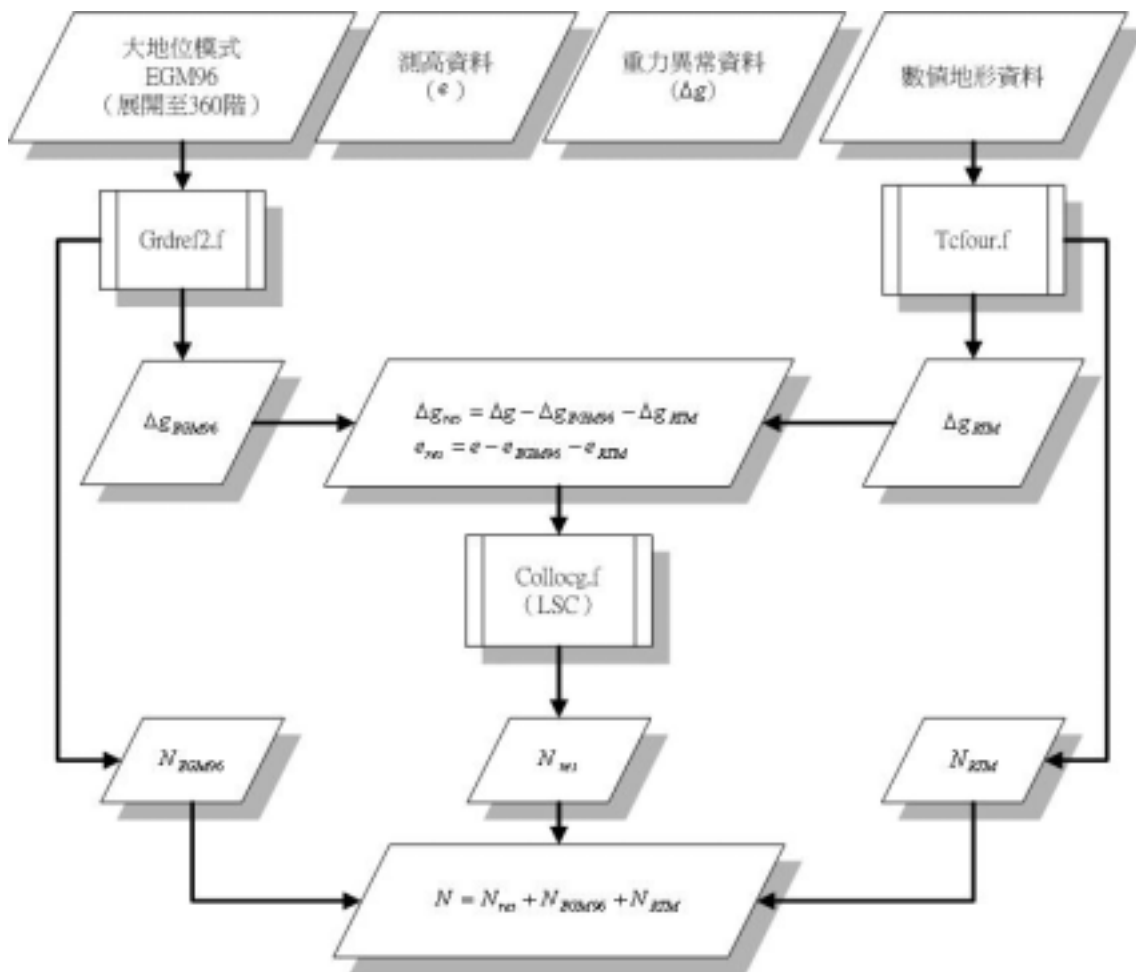


圖 3-8 本文大地起伏計算流程圖

3-3 大地位模式

地球重力場模型，是一個逼近地球外部引力位在無窮遠處收斂至零值的調和函數，通常展開成一個形式為橢球諧函數的無窮級數，此一級數展開係數的集合就定義為一個相應之地球重力場模型。為了確定地球重力場，通常把衛星大地測量與地面重力測量利用球諧係數展開式的球諧係數結合起來，衛星觀測的結果提供重力場整體的狀況，而地面資料則提供細部情形。由於所有需要的重力場函數皆可由給定的地球重力場模型中推導，使得重力場模型在重力場領域的研究和應用具有很高的價值（李等，2003）。

3-3-1 大地位模式理論

地球引力位函數是表現地球重力場的基本函數，在整個空間中引力位 V 具有連續性， V 的一階導數，即力的分量在空間中也呈現連續性；但二階導數則不然，在那些質量變化不連續的點上，二階導數呈現不連續性。因為引力位 V 必須滿足 Poisson 方程式：

$$\Delta V = -4\pi G\rho \quad (3-4)$$

其中

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \text{，稱為 Laplace 運算子}$$

G ：萬有引力常數

ρ ：密度

在地球外部，一般視為完全真空的空間，密度 ρ 為零，因此 (3-4) 式變為：

$$\Delta V = 0 \quad (3-5)$$

此即為拉普拉斯方程式 (Laplace's Equation), 它的解為諧函數。因此地球外部引力位為諧函數, 內部則符合 Poisson 方程式。

若選取地球質心為座標原點, 主慣性軸為座標軸, 則 (3-5) 式之解 (外部引力位 V) 為 (Heiskanen and Moritz, 1985):

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \right] \quad (3-6)$$

由於地球參考旋轉橢球體具有對稱性, 因此其正常引力位 V' 可表示為:

$$V'(r, \theta, \lambda) = \frac{GM'}{r} \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \bar{C}'_{n0} \bar{P}_{n0}(\cos \theta) \right] \quad (3-7)$$

因為採用旋轉對稱橢球體, 故 (3-7) 所有 \bar{S}'_{nm} 都為零, \bar{C}'_{n0} 則只有在 $m=0$ 且 n 為偶數時不為零。

其中

M : 地球質量

M' : 參考橢球體質量, 一般視地球質量與參考橢球體質量相等

a : 參考橢球體之長半徑

r : 地心距離

λ 、 θ : 地心經度與極距

\bar{C}_{nm} 、 \bar{S}_{nm} 、 \bar{C}'_{n0} ：分別為完全正規化之地球引力位球諧係數與完全正規化之參考橢球體引力位球諧係數，

\bar{P}_{nm} ：完全正規化之 Legendre 函數

由於假設地球參考旋轉橢球體的質量與地球質量相等，所以引力位和正常引力位中的零階球諧函數項相等；又假設地球參考旋轉橢球體的質心與地球的質心重合，並採用主慣性軸座標系統，則引力位與正常引力位的球諧函數展開式中均沒有一階球諧函數的各項。(Heiskanen and Moritz, 1985)

設地球重力位為 W ，參考橢球之正常重力位為 U ，擾動位之定義為同一點上重力位與正常重力位之差值。則擾動位 T 可表示為：

$$T = W - U = V - V' \quad (3-8)$$



由於正常重力位之值與實際重力位非常接近，因此擾動位實際上是一個微小量。

將 (3-6)(3-7) 代入 (3-8) 式中，可得到擾動位模型的球諧展開式：

$$T(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n \left(\bar{C}_{nm}^* \cos m\lambda + \bar{S}_{nm}^* \sin m\lambda \right) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \quad (3-9)$$

式中

$$\bar{C}_{nm}^* = \bar{C}_{nm}, (m \neq 0)$$

$$\bar{C}_{n0}^* = \bar{C}_{n0} - \bar{C}'_{n0}, (n = \text{even}, m = 0)$$

$$\bar{C}_{n0}^* = \bar{C}_{n0}, (n = \text{odd}, m = 0)$$

$$\bar{S}_{nm}^* = \bar{S}_{nm}$$

重力異常值和擾動位間存在下列關係式：

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2}{r}T \quad (3-10)$$

則

$$\Delta g(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r^2} \sum_{n=2}^{\infty} (n-1) \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n \left(\bar{C}_{nm}^* \cos m\lambda + \bar{S}_{nm}^* \sin m\lambda \right) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \quad (3-11)$$

則大地起伏可利用 Bruns 公式表示為：(為正常重力)

$$N(r, \theta, \lambda) = \frac{T(r, \theta, \lambda)}{\gamma} \quad (3-12)$$



將 (3-9) 代入 (3-12) 可得

$$N(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r\gamma} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n \left(\bar{C}_{nm}^* \cos m\lambda + \bar{S}_{nm}^* \sin m\lambda \right) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \quad (3-13)$$

地球重力場的特點是長波長分量佔大部分，地形與地殼的擾動質量所產生的中、短波長分量次之，短波長（地形）最小（李等，2003）。單純利用衛星觀測資料可求得地球引力場的低階球諧係數，從 1980 年代到 1990 年代開始，以衛星軌道追蹤資料、地面重力觀測數據與衛星測高數據相聯合的方法求解高階重力場模型，中、短波長分量主要由地面重力資料及地形資料推求而得。

目前全球已有多套展開至 360 階之全球大地位模式可供使用，如 OSU91A、

EGM96 等，其分辨率相當於解算至半波長 $\frac{180^\circ}{360}$ (約 50 公里)，因 EGM96 較 OSU91A 較密合於台灣地區的重力場 (崔和柏, 1997; 郭, 1998)，因此本文採用 EGM96 全球大地位模式來計算長波長大地起伏，(3-11) 與 (3-13) 計算之結果即為長波長的重力異常與大地起伏。

3-3-2 全球大地位模式 EGM96

美國國防製圖局 (NIMA, the National Imagery and Mapping Agency) 美國太空總署 (GSFC, the NASA Goddard Space Flight Center) 和俄亥俄州立大學 (OSU, the Ohio State University) 共同合作發展的一套地球重力位至 360 階的球諧係數模型，這個新的球諧係數模型稱為 Earth Gravitation Model 1996 (EGM96)。EGM96 (Lemoine et al., 1998) 包含地形改正資料及 TOPEX/POSEIDON (T/P) ERS-1 與 GEOSAT 的衛星測高資料，還有大量的衛星追蹤資料包含 SLR (Satellite laser ranging) GPS、TDRSS (NASA's Tracking and Data Relay Satellite System) 法國的 DORIS 和美國海軍的 TRANET 都卜勒追蹤系統。EGM96 最後的解包含三部分：(1)階次達到 70 階的解。(2)從 71 359 階的對角方陣解。(3)360 階的正定解。

3-3-3 全球大地位模式 CHAMP and GRACE Gravity Model

全球大地位模式 Grace Gravity Model 01 (GGM01) 在 2003 年 7 月 21 日發佈，此模型是利用 GRACE 任務期間中的 111 天 (日期橫跨 2002 年 4 月至 11 月) 所獲得之飛行資料，分析計算而得。在長波長分量可比以前所有地球重力場模型精確 10 50 倍。GGM01S 可提供至 120 階的解，GGM01S 結合衛星軌道追蹤資料、地球表面重力資料與海面測高資料解算得之 GGM01C 則可提供至 200 階的解。最新的 GGM02S 單純使用 GRACE 任務的飛行資料可提供至 160 階的解，結合地面重力資料與平均海面高程資料之 GGM02C 可提供至 200 階的解。由於現階段僅提供至 200 階的解，故本文並未使用此一模式。

3-4 剩餘地形模型理論 (Residual Terrain Model, RTM)

計算短波長地形質量效應之大地起伏與重力異常，最常用的有剩餘地形模型 (Residual Terrain Model, RTM) 理論與 Helmert 第二壓縮理論 (Helmert Second Method of Condensation) 等。為配合第二章製作之 DEM 本文採用剩餘地形模型理論計算短波長之大地起伏與重力異常，RTM 理論在考慮地形質量化算的效應時，僅考慮地表至參考地形面數間之高頻地形質量效應，如圖 3-9，計算出大地起伏、重力異常與大地梯度之 RTM 效應後，在於原始觀測資料中扣除 RTM 效應之重力異常與大地梯度。本文使用之實際地形面為第二章所製作之 3 秒網格解析度之 DEM，參考地形面則為利用 GMT 軟體將 3 秒網格解析度之 DEM 以 " filter " 指令製作成 1 分網格解析度之 DEM。

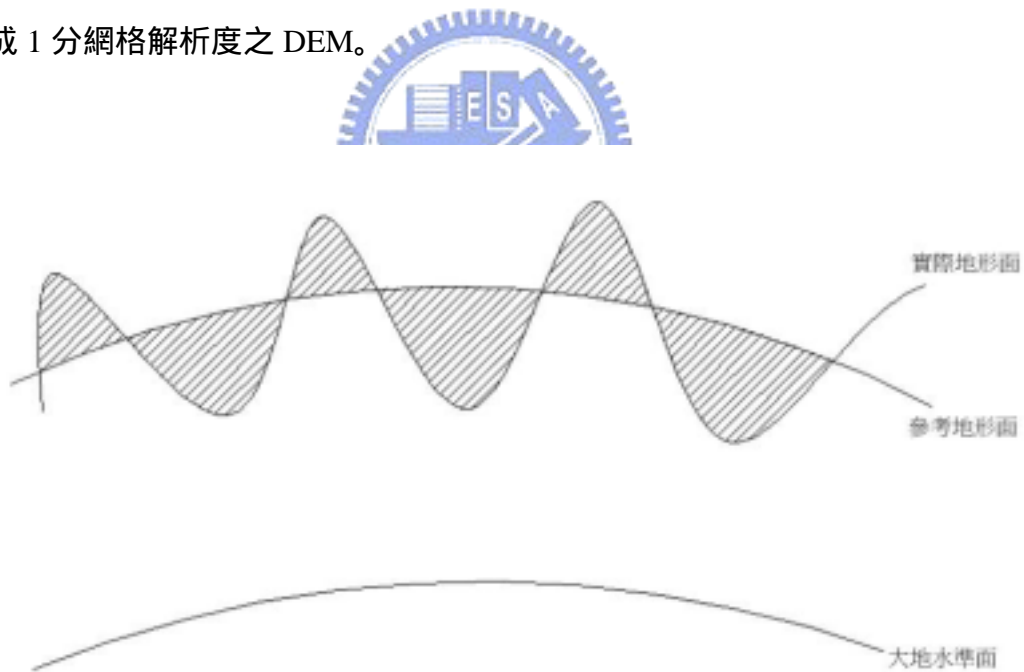


圖 3-9 剩餘地形模型改正圖，斜線部分即為剩餘地形

本文計算剩餘地形效應理論對大地起伏、重力異常、垂線偏差之效應所採用公式為(Hwang, 1997)：

(1) 大地起伏

$$\begin{aligned}
 N_{RTM}(x_p, y_p) &= \frac{G}{\gamma} \int_E \frac{\rho(x, y)(h(x, y) - h_r(x, y))}{\sqrt{(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2}} d_x d_y \\
 &= \frac{G}{\gamma} [\rho(h - h_r)] * \frac{1}{r} = \frac{G}{\gamma} \rho_1 \left[(\bar{h} - \bar{h}_r) * \frac{1}{r} \right]
 \end{aligned} \tag{3-14}$$

其中

E : 為 x - y 平面之積分定義域

γ : 正常重力

ρ : 地質密度, ρ_1 是陸地地質密度 2.67 g cm^{-3} , ρ_2 是海洋地質密度 1.03

g cm^{-3}

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

x_p 、 y_p : 欲求大地起伏之點位座標

$*$: 捲積運算子, 表示面積分之運算

h 、 h_r : 分別為計算點位之實際高程與參考面高程, 而且

$$(\bar{h}, \bar{h}_r) = \begin{cases} (h, h_r), & \text{在陸地上} \\ \rho_2 / \rho_1 (h, h_r), & \text{在海洋上} \end{cases} \tag{3-15}$$

上式兩高程稱為約化高程 (於海中, 此高程為負值)。

(2) 重力異常

$$\Delta g_{RTM}(x_p, y_p) = 2\pi G\rho_1(\bar{h} - \bar{h}_r) - c(x_p, y_p) \quad (3-16)$$

其中 $C(x_p, y_p)$ 為地形改正，可用下式表示

$$c(x_p, y_p) = \frac{1}{2} G\rho_1 \left[\hat{h}^2 * \frac{1}{r^3} - 2\hat{h}_p \left(\hat{h} * \frac{1}{r^3} \right) + \hat{h}_p^2 F \right] \quad (3-17)$$

$$(\hat{h}, \hat{h}_p) = \begin{cases} (h, h_p), & \text{在陸地上} \\ \sqrt{\rho_2/\rho_1} (h, h_p), & \text{在海洋上} \end{cases} \quad (3-18)$$

$$F = \int_E \frac{1}{r^3} d_x d_y \quad (3-19)$$

(3-17) 式可用於計算地形改正，於海洋上則可計算實際地形與參考地形間質量所產生的重力效應。



(3) 垂線偏差值

垂線偏差值之幾何意義為大地起伏值之梯度（但符號相反），其 RTM 效應為

$$\begin{pmatrix} c_\xi \\ c_\eta \end{pmatrix} = -\frac{G\rho_1}{\gamma} \left[(\bar{h} - \bar{h}_r) * \begin{pmatrix} y/r^3 \\ x/r^3 \end{pmatrix} \right] \quad (3-20)$$

其中 c_ξ 為垂線偏差在子午圈方向的分量， c_η 為垂線偏差在卯酉圈方向的分量。重力垂線偏差值是大地水準面上某點的重力方向與通過該點至平均地球橢球體表面之面法線間的夾角，因此垂線偏差除大小之外還必須指出偏離的方向，這就需要至少用垂線偏差在兩個方向的投影來描述，一般取子午線方向的分量與卯酉圈方向的分量。在 Laplace 站亦提供天文方位角與大地方位角轉換之用，而天文座標與

大地座標間的轉換亦需垂線偏差 (Heiskanen and Moritz, 1985)。

3-5 最小二乘配置法 (least squares collocation, LSC)

最小二乘配置法起源於根據已知點位重力異常來推估 (內插和外推) 未知點位重力異常的最小二乘推值法。Krarup (1969) 將此法發展為用於不同類型的觀測 (如重力異常和垂線偏差) 來推估擾動重力場中的元素，如大地起伏和擾動位等。後來 Moritz (1980) 提出了帶有非隨機參數的最小二乘配置法。最小二乘配置法可結合各類型的大地測量數據以推算地球形狀及其外部的重力場，但實際運用時，參與解算之數據的數量受到矩陣大小的限制，因為大矩陣的求逆是非常困難的，因此必須選擇有代表性的觀測數據，以減少計算量。

根據 Moritz (1980) 依帶有雜訊之 LSC 方法，則大地起伏可以表示為：

$$N = C_{sl} (C_{ll} + C_{mm})^{-1} l \quad (3-21)$$

其中

s : 訊號 (預估值)，此為大地起伏

l : 觀測量，此為重力異常值與垂線偏差分量 ξ 和 η

C_{sl} : 訊號與觀測量之協變方矩陣 (covariance matrix)

C_{ll} : 觀測量與觀測量之協變方矩陣

C_{mm} : 隨機雜訊之協變方矩陣，為一對角線矩陣，其對角線元素為誤差變方

最小二乘配置法應用的關鍵是求訊號和觀測量的協變方，由於重力異常值、垂線偏差、大地起伏與擾動位等都是相互聯繫的，其中最基本的是擾動位，因此

只要知道擾動位的協變方，便可以據此推出其他量的協變方。相關理論見 Moritz (1980)。

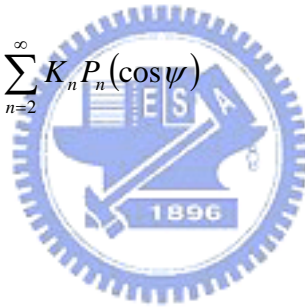
假設 $T(P)$ 和 $T(Q)$ 是空間中 P 點與 Q 點的擾動位，則協變方函數 $K(P, Q)$ 可定義為

$$K(P, Q) = M\{T(P)T(Q)\} \quad (3-22)$$

式中 $M\{\}$ 是求平均值的運算子。若 P 點與 Q 點都在半徑為 R 的球面上，則協變方函數為 P、Q 兩點球面距離 ψ 的函數，可用 $K(\psi)$ 表示，又擾動位可用球諧函數表示，因此在 $r = R$ 之球面上， $K(\psi)$ 亦可表示為 (Moritz, 1980)：

$$K(\psi) = \text{cov}(T(P), T(Q)) = \sum_{n=2}^{\infty} K_n P_n(\cos \psi) \quad (3-23)$$

式中



P_n : n 階之 Legendre 函數

$$K_n = \sum_{m=0}^n \left(\bar{a}_{nm}^2 + \bar{b}_{nm}^2 \right), \quad \bar{a}_{nm} \text{ 與 } \bar{b}_{nm} \text{ 為完全正規化之球諧函數，且 } \bar{a}_{nm} = \frac{GM}{R} \bar{C}_{nm}^*,$$

$$\bar{b}_{nm} = \frac{GM}{R} \bar{S}_{nm}^* \quad (\text{Hwang, 1996})$$

利用協變方傳播公式可求得重力異常之協變方函數 $C(P, Q)$ (Moritz, 1980)：

$$C(P, Q) = \text{cov}(\Delta g(P), \Delta g(Q)) = \sum_{n=2}^{\infty} C_n \left[\frac{R^2}{rr'} \right]^{n+2} P_n(\cos \psi) \quad (3-24)$$

式中

$$C_n = \left(\frac{n-1}{R} \right)^2 K_n \quad (3-25)$$

則 (3-21) 式中 C_{sl} 與 C_{ll} 各元素可由大地起伏、重力異常、垂線偏差與擾動位之關係推導而得，詳見 Moritz (1980)、Hwang and Parsons (1995) 以及 Tscherning and Rapp (1974)。

考慮本文使用之資料，本文所採用的最小二乘配置法公式為 (Hwang, 1997)：

$$N_{res} = \begin{pmatrix} C_{N\Delta g} & C_{Ne} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{\Delta g} + D_{\Delta g} & C_{\Delta ge} \\ C_{e\Delta g} & C_e + D_e \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Delta g_{res} \\ e_{res} \end{pmatrix} \quad (3-26)$$

其中

$C_{N\Delta g}$ ：為大地起伏與重力異常之間關係所構成的協變方矩陣

C_{Ne} ：為大地起伏與水準梯度之間關係所構成的協變方矩陣

$C_{\Delta g}$ ：為重力異常的協變方矩陣

$C_{\Delta ge}$ 、 $C_{e\Delta g}$ ：為重力異常和水準梯度之間關係所構成的協變方矩陣

C_e ：為水準梯度的協變方矩陣

$D_{\Delta g}$ 、 D_e ：分別為重力異常與水準梯度之隨機雜訊變方的對角矩陣，本文採

用陸地之重力雜訊為 1 mgal，船測重力為 4.21 mgal，衛星測高資料則依 Hwang (1997) 表一之資料，表一之資料見附錄二，詳可見 Hwang (1997)。

e ：為水準梯度

使用最小二乘配置法必須採用去除-回復技術，因為最小二乘配置法理論上要求處理的重力場訊號（不論是預估的或是實際觀測的）都要滿足其期望值（均值）為零。對所有類型的重力場觀測資料，在組成 C_{sl} 和 C_{ll} 之前，首先要利用一個全球大地位模式（如 EGM96）移去觀測值中的長波長分量，接著移去地形改正（短波長分量），最後再以前兩步所得之殘餘觀測量透過最小二乘配置法進行解算。然後要對解算的結果進行回復，即加上移去的對應量，才能獲得最後的大地起伏成果。

3-6 週邊填零測試 (Zero-padding)

(3-14)、(3-16) 與 (3-20) 式僅為 RTM 效應的第一階近似公式，實際計算時本文採用 Forsberg (1984) 所發展的程式 "tcfour"，此程式計算 $\frac{1}{r}$ 、 $\frac{1}{r^3}$ 、 $\frac{x}{r^3}$ 與 $\frac{y}{r^3}$ 時是採用 FFT 方法。



在不連續的捲積理論中，其假設輸入的訊號為週期性的，但實際應用時真實資料通常是沒有週期性重複的，在此種狀況下進行捲積會產生「邊際效應」(edge effects)，即捲積後成果的前面部分，會受捲積前真實資料後段部分的影響，使計算成果有損壞的情形。為了避免產生邊際效應，本文採取對輸入的資料建立一緩衝區 (buffer zone) 填入零值 (Press et al., 1992)。本文在 x、y 方向皆填入 50% 的零值。表 3-1 與表 3-2 分別為不同解析度之 RTM 效應之重力異常值與大地起伏填零與未填零之差值統計，圖 3-9 與圖 3-10 為 30"×30" 解析度之 RTM 效應之重力異常值與大地起伏填零與未填零之差值等值圖，由圖中可明顯看出差值皆分佈於網格邊緣，且有等值線穿越台灣北部地區濱海地區，再對照表 4-1、表 5-1 與表 5-2 北部濱海路線之大地起伏值統計結果，發現該測試路線之標準偏差值約 5.6cm，但均方根值卻超過 35cm 以上，可能是在填零修正後仍有些微邊際效應之影響。

表 3-1 RTM 效應重力異常值之填零差異統計表 (單位：mgal)

	3" × 3"	30" × 30"	2' × 2'
mean	2.81897	2.0919	2.53298
std	72.4275	21.9611	23.8853
rms	72.4824	22.0605	24.0181
max	6522.4	632.317	150.684
Min	-1735.28	-169.165	-70.5844

表 3-2 RTM 效應大地起伏之填零差異統計表 (單位：公尺)

	3" × 3"	30" × 30"	2' × 2'
mean	0.0196391	0.038494	0.206585
std	0.0604658	0.112731	0.79977
rms	0.0635752	0.119121	0.825984
max	0.571282	0.899476	4.03134
Min	-0.361801	-0.339807	-1.53089

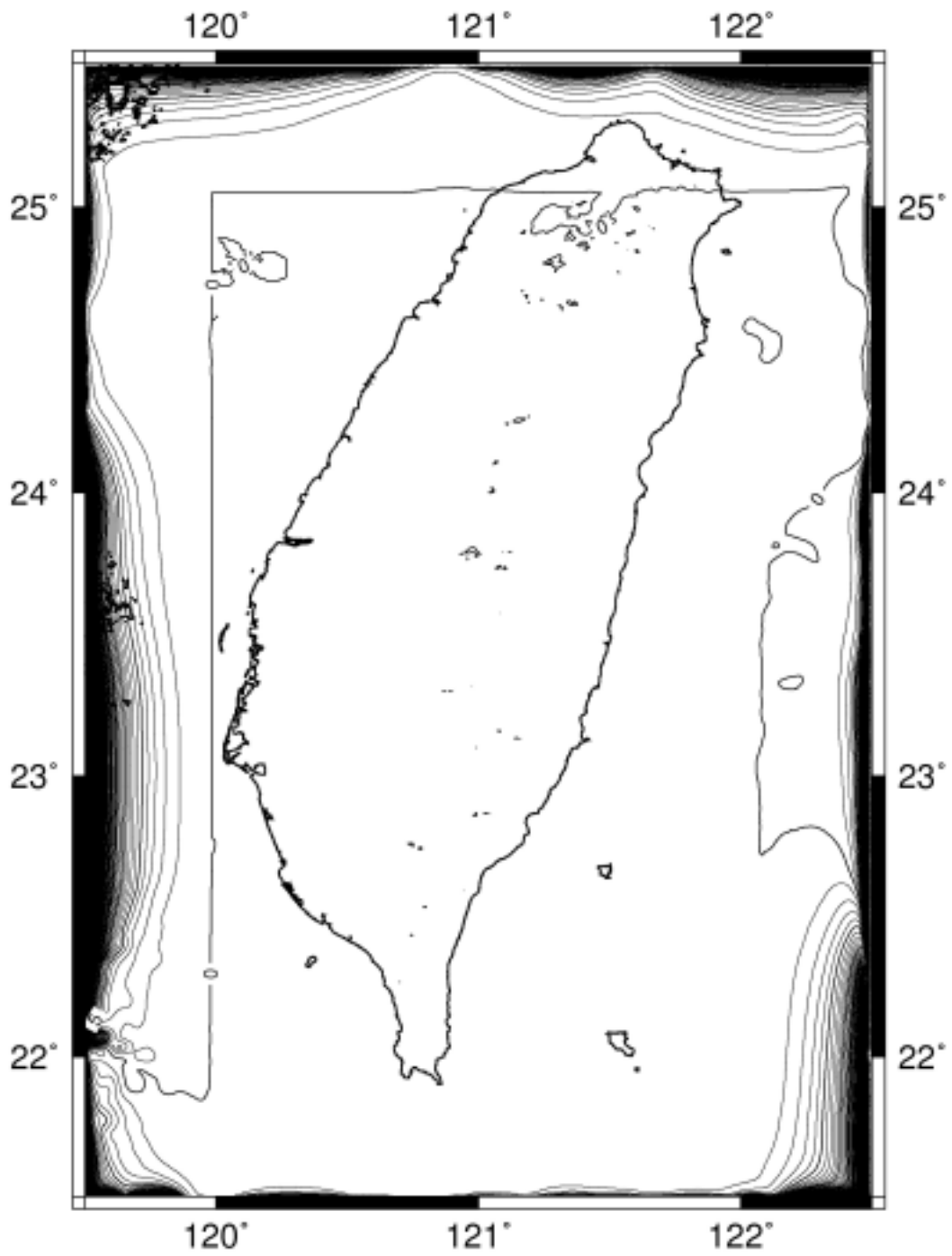


圖 3-10 RTM 效應之重力異常值填零與未填零之差值等值圖，等值線間隔 5mgal

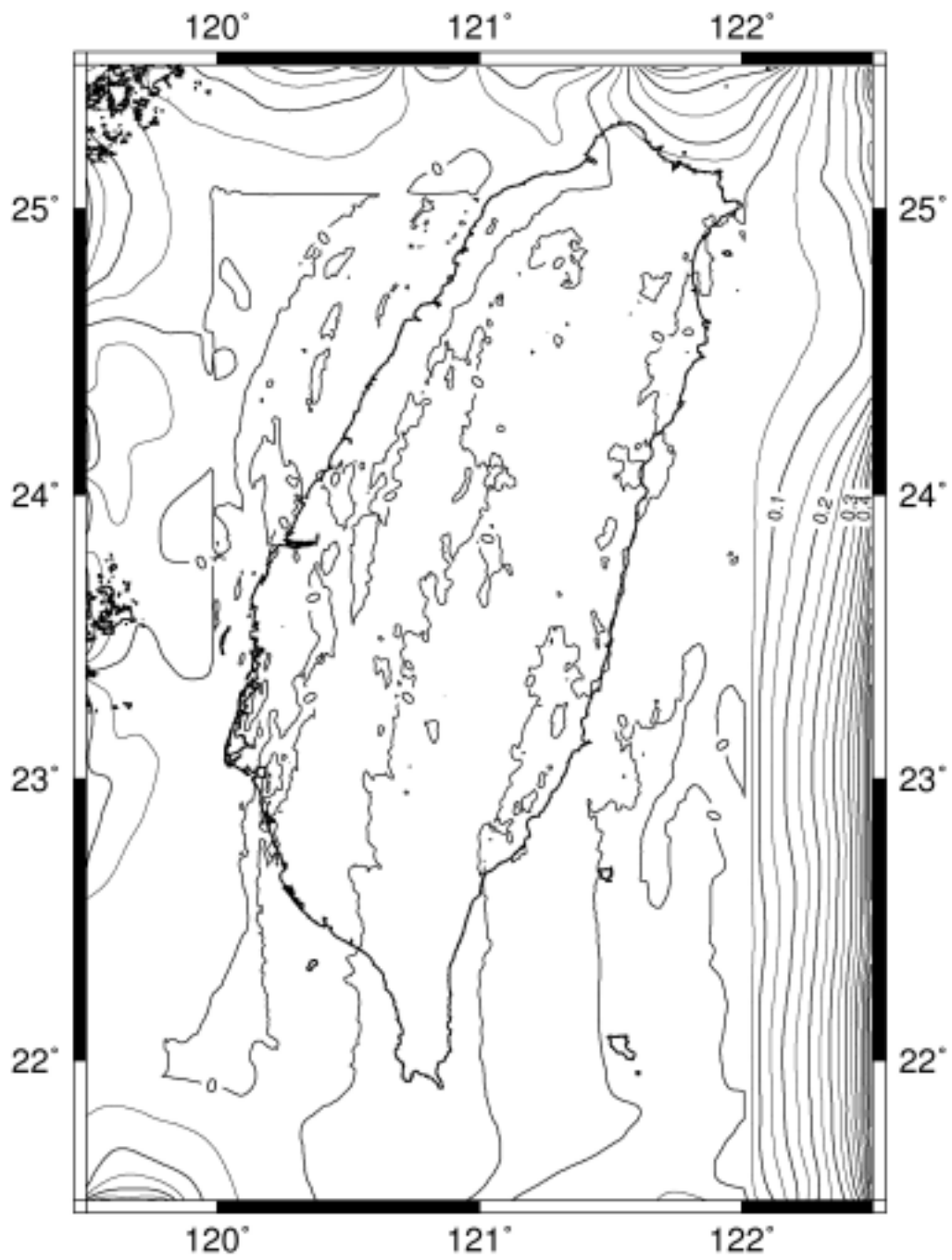


圖 3-11 RTM 效應之大地起伏填零與未填零之差值等值圖，等值線間隔 0.05m

第四章 大地起伏模式成果分析

4-1 大地起伏模式成果與測試資料

本文以去除-回復技術配合最小二乘配置法，並結合全球大地位模式 EGM96、農委會提供的台灣地區數值地形資料、衛星測高資料與台灣地區六組重力觀測資料，考慮剩餘地形模型理論計算台灣地區大地起伏模式，為配合第二章所製作之 DEM，所製作之大地起伏模式為 3"×3" 網格，涵蓋範圍介於東經 119.5° 至 122.49°，北緯 21.5° 至 25.5°。結合全球大地位模式可確保大地起伏在長波長部分無系統偏差，RTM 理論則能改善地形效應的誤差。計算 RTM 效應時採用 Forsberg (1984) 所發展之程式 "tcfour"，此程式利用快速傅立葉轉換之原理計算，並利用一個參考高程面的剩餘地形模型計算地形效應的短波長分量。為了消除捲積時產生的邊際效應，本文在 x、y 方向皆填入 50% 的零值，參考高程面以第二章所製作之數值地形網格資料利用 50 公里濾波距離的中值濾波 (median filter) 處理製作，長波長大地起伏值、殘餘大地起伏值與短波長大地起伏值見圖 4-1~圖 4-3。台灣地區 3"×3" 解析度大地起伏模式見圖 4-4。

為了測試所計算得的大地起伏精度，本文將以內政部所提供的測試點位，來檢核精此大地起伏精度。內政部所提供的測試點位可分為四段測試路線，總計三十九點，其中包括三十八個一等一級水準點、與一個二等衛星控制點，各點之點名、點號及種類之對應見附錄一。四段測試路線依序分佈於台灣北部、東部、中部、南部四處，依序為第一段為北部濱海路線，分佈在台北縣北部，由埤息社區沿台 2 線由台北縣往西至宜蘭縣橋板湖；第二段為台 9 線花東路段，分佈在花蓮縣，由吉安新站開始，沿台 9 線往南至富里節點；第三段為中橫路段，分佈在南投縣、花蓮縣，由草屯節點開始，沿台 14 線、台 8 線往西至大禹嶺節點；第四段為南橫路段，分佈在台南縣市、高雄縣，由台南節點開始，沿台 20 線往西至高雄縣。點位分佈狀況如圖 4-5 所示。以上四段測試路線全部以 24 小時的長時間 GPS 衛星定位測量作業，由於南部測試段中的點位 S809 是二等衛星控制點，並無水準

測得之正高，故此點省略之，並不利用它來檢核大地起伏精度。

4-2 全省大地起伏模式精度評估

由本文所計算得之台灣地區 3"×3" 解析度大地起伏模式所推求得之大地起伏值在此稱為「重力大地起伏」，將各測試點位之實測大地起伏之值與重力大地起伏相減得到兩者之差值，實測大地起伏之值與重力大地起伏差值之統計成果如表 4-1 所示。為了比較此一大地起伏模式的精度是否較過去佳，吾人選擇黃（2001）所計算得之 30 秒大地起伏模式作為比較，計算四段測試路線上實測大地起伏與在此網格的重力大地起伏的差值，如表 4-2 所示。在黃（2001）計算的大地起伏模式中，DEM 資料採用的是由美國國防製圖局（Defense Mapping Agency of USA, DMA）編修之全球數值圖圖庫中取數化等高線資料所製成台灣地區 30 秒解析度的網格資料，且重力資料並無最新一等二級的重力值。由表 4-1 及 4-2 可知，本文所製作的大地起伏模式在北部濱海路線，標準偏差由 2001 年的 8.0 公分降至 6.1 公分；在台 9 線花東路段，標準偏差由 2001 年的 14.0 公分降至 8.9 公分；在中橫路段，標準偏差由 2001 年的 25.8 公分升至 31.6 公分；在南橫路段，標準偏差由 2001 年的 22.2 公分降至 15.5 公分。

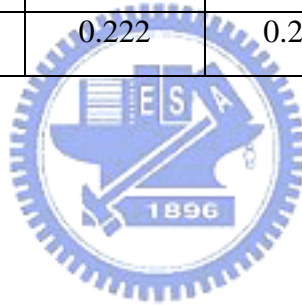
中部路段測試結果較差可能原因為 DEM 精度不佳。由於原始數值地形資料之座標系統為 TWD67，於中央山脈的部分區域資料並不完整且有系統誤差，加上當初 DEM 在山區取樣高程時，該高程可能包含樹高，使得利用此 DEM 製作之短波長大地起伏產生偏差，因而導致最後結果亦產生偏差。

表 4-1 3"×3" 大地起伏網格與實測大地起伏差異統計表 (單位：公尺)

	平均	標準偏差	最大值	最小值	均方根(rms)
北部濱海路線	0.346	0.061	0.423	0.244	0.351
台 9 線花東路段	-0.037	0.089	0.049	-0.224	0.092
中橫路段	0.029	0.316	0.425	-0.371	0.301
南橫路段	0.162	0.155	0.257	-0.234	0.218

表 4-2 黃 (2001) 大地起伏網格與實測大地起伏差異統計表 (單位：公尺)

	平均	標準偏差	最大值	最小值	均方根(rms)
北部濱海路線	0.191	0.080	0.303	0.072	0.206
台 9 線花東路段	0.048	0.140	0.218	-0.215	0.142
中橫路段	-0.142	0.258	0.212	-0.535	0.283
南橫路段	-0.025	0.222	0.204	-0.486	0.210



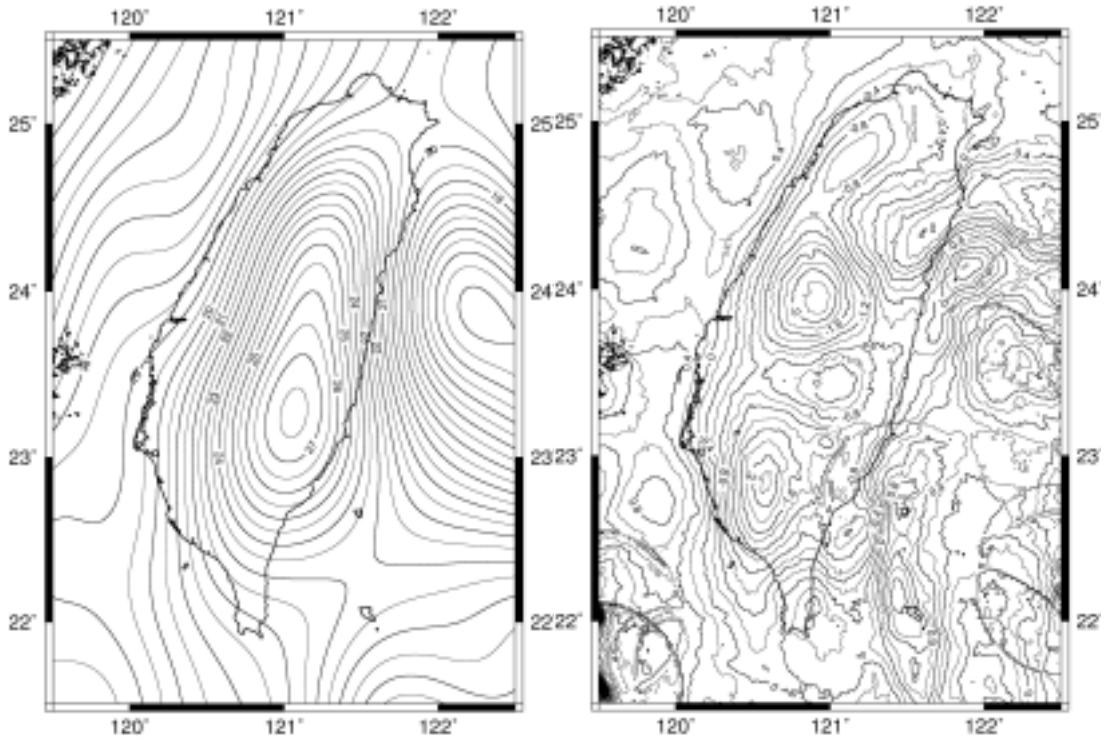


圖 4-1 長波長大地起伏值

圖 4-2 殘餘大地起伏值

等值線間隔：0.5m

等值線間隔：0.2m

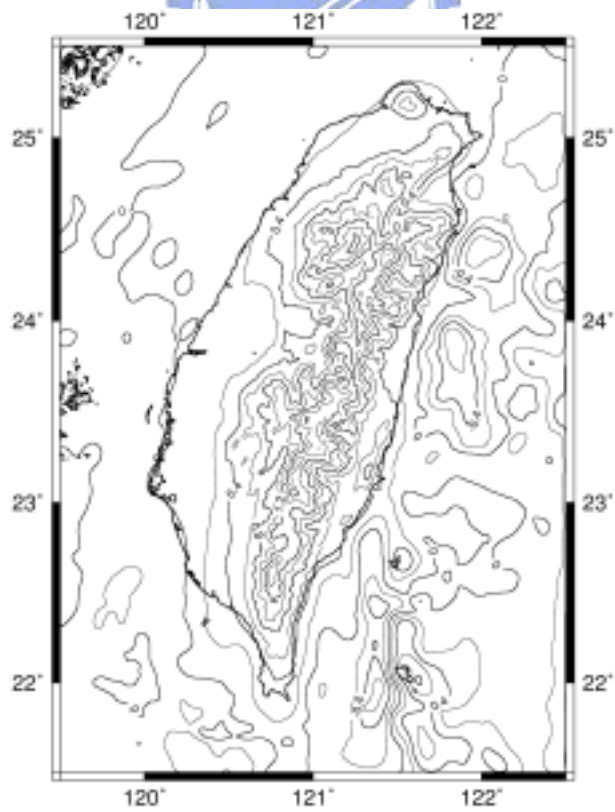


圖 4-3 短波長大地起伏值，等值線間隔：0.2m

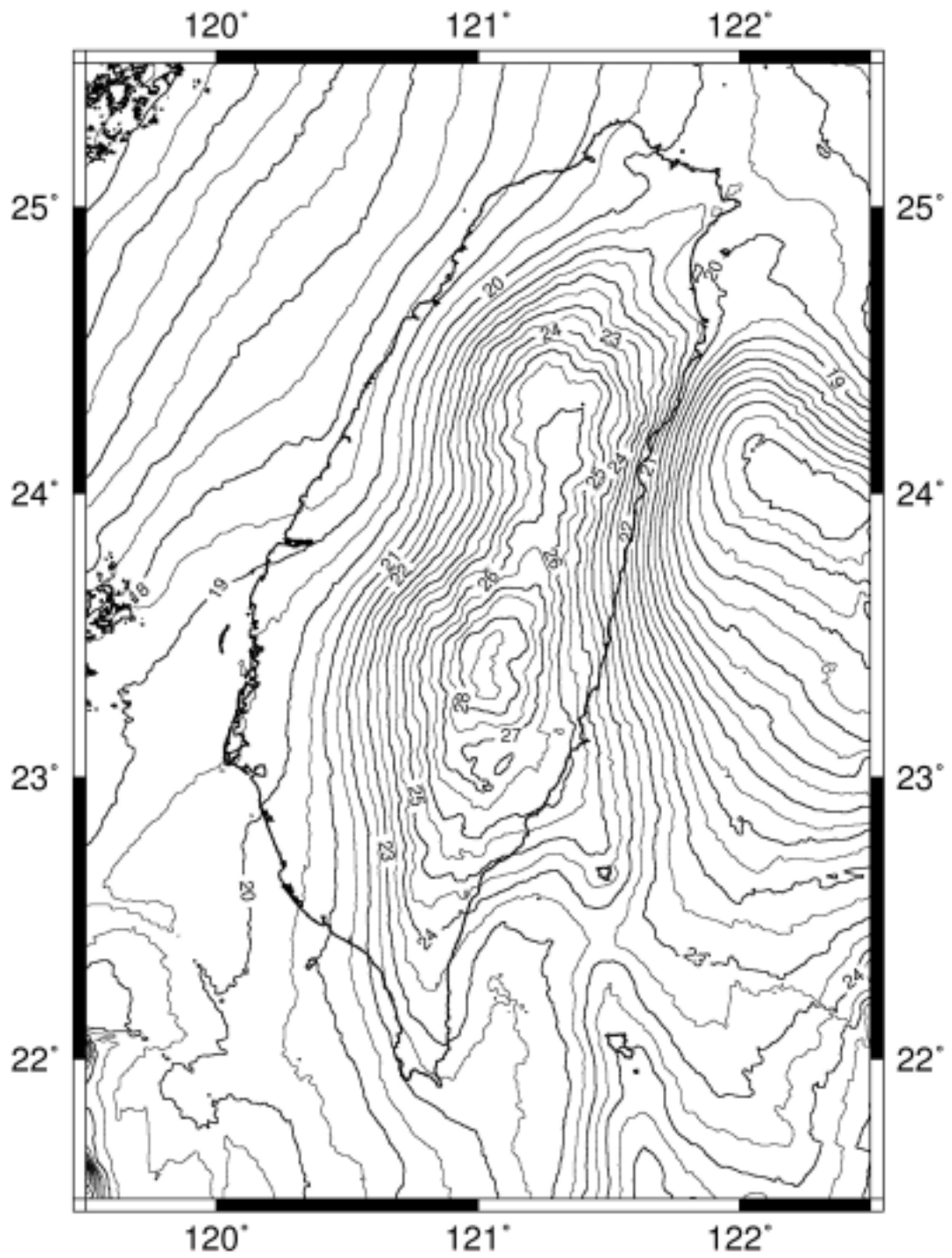


圖 4-4 台灣新大地起伏（3 秒網格）等值圖，等值線間隔 0.5m

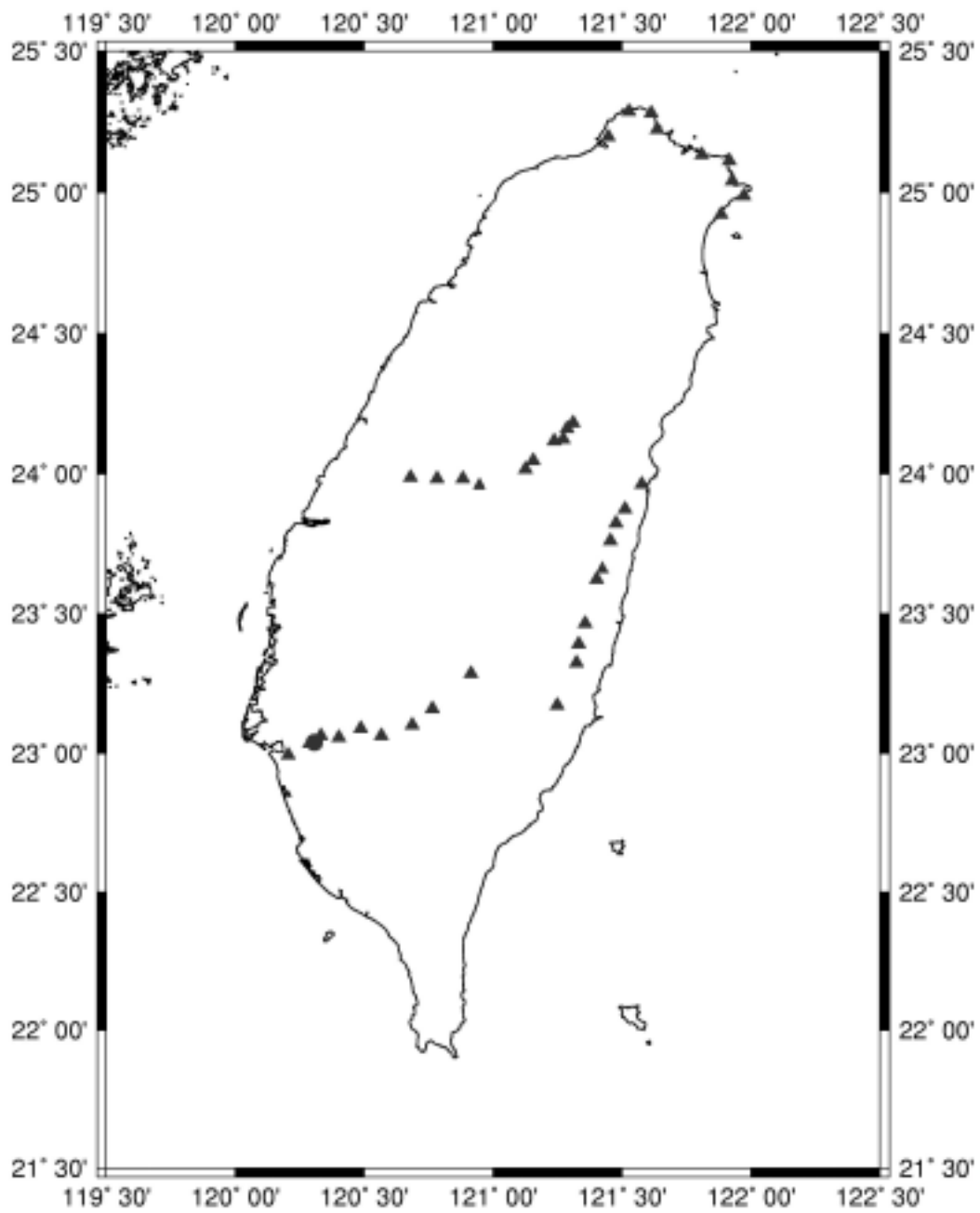


圖 4-5 內政部測試點位分佈圖

第五章 DEM 解析度對大地起伏模式之影響與大地起伏模式之應用

5-1 DEM 解析度對大地起伏模式之影響

根據 Smith (1992) 之結論，較高解析度之 DEM 可以在短波長部分提供較準確之地形效應改正成果，本文將進一步探討較高解析度之 DEM 是否亦能對大地起伏模式之計算提供較佳成果。本文在此除了第二章所製作之解析度為 $3'' \times 3''$ 之 DEM 網格外，亦同時製造了解析度為 $30'' \times 30''$ 與 $2' \times 2'$ 之 DEM 網格，並分別利用計算相對應之大地起伏模式。

最後計算得之 $30'' \times 30''$ 與 $2' \times 2'$ 大地起伏模式，同樣以第四章內政部所提供之測試路線比較其精度，表 5-1 與表 5-2 及分別為 $30'' \times 30''$ 與 $2' \times 2'$ 大地起伏模式之統計成果，圖 5-1 與圖 5-2 分別為其大地起伏值之等值圖。同時比較表 4-1 與表 5-1 表 5-2 可以發現， $3'' \times 3''$ 解析度之大地起伏模式在東部地區精度最佳，其餘部分之精度次於 $30'' \times 30''$ 解析度之大地起伏模式，但相差不多， $2' \times 2'$ 解析度之大地起伏模式精度最差。整體而言利用較高解析度之 DEM 所計算之大地起伏模式的確可以提供較佳之精度。

$30'' \times 30''$ 解析度之大地起伏模式之結果在北部濱海路線、中橫與南橫路線結果優於 $3'' \times 3''$ 解析度之大地起伏模式可能原因是受到 DEM 精度不佳之影響，雖然在測試路線之點位上 $3'' \times 3''$ 秒網格 DEM 之高程精度優於 $30'' \times 30''$ 網格之 DEM，但在處理高頻之 RTM 效應時可能由於 $30'' \times 30''$ 解析度之 DEM 網格仍較 $3'' \times 3''$ 解析度之 DEM 網格貼近真實地形，因此造成 $3'' \times 3''$ 解析度之 RTM 效應的大地起伏與重力異常值結果較差，進而影響最後之大地起伏模式。

表 5-1 本文製作 30"×30" 大地起伏網格與實測大地起伏差異統計表 (單位:公尺)

	平均	標準偏差	最大值	最小值	均方根(rms)
北部濱海路線	0.370	0.053	0.446	0.291	0.373
台 9 線花東路段	0.009	0.100	0.128	-0.161	0.096
中橫路段	0.076	0.292	0.421	-0.302	0.287
南橫路段	0.175	0.129	0.253	-0.162	0.213

表 5-2 本文製作 2'×2' 大地起伏網格與實測大地起伏差異統計表 (單位:公尺)

	平均	標準偏差	最大值	最小值	均方根(rms)
北部濱海路線	0.417	0.064	0.519	0.345	0.421
台 9 線花東路段	-0.192	0.215	0.105	-0.478	0.280
中橫路段	-0.357	0.569	0.524	-0.993	0.647
南橫路段	0.081	0.285	0.290	-0.519	0.281

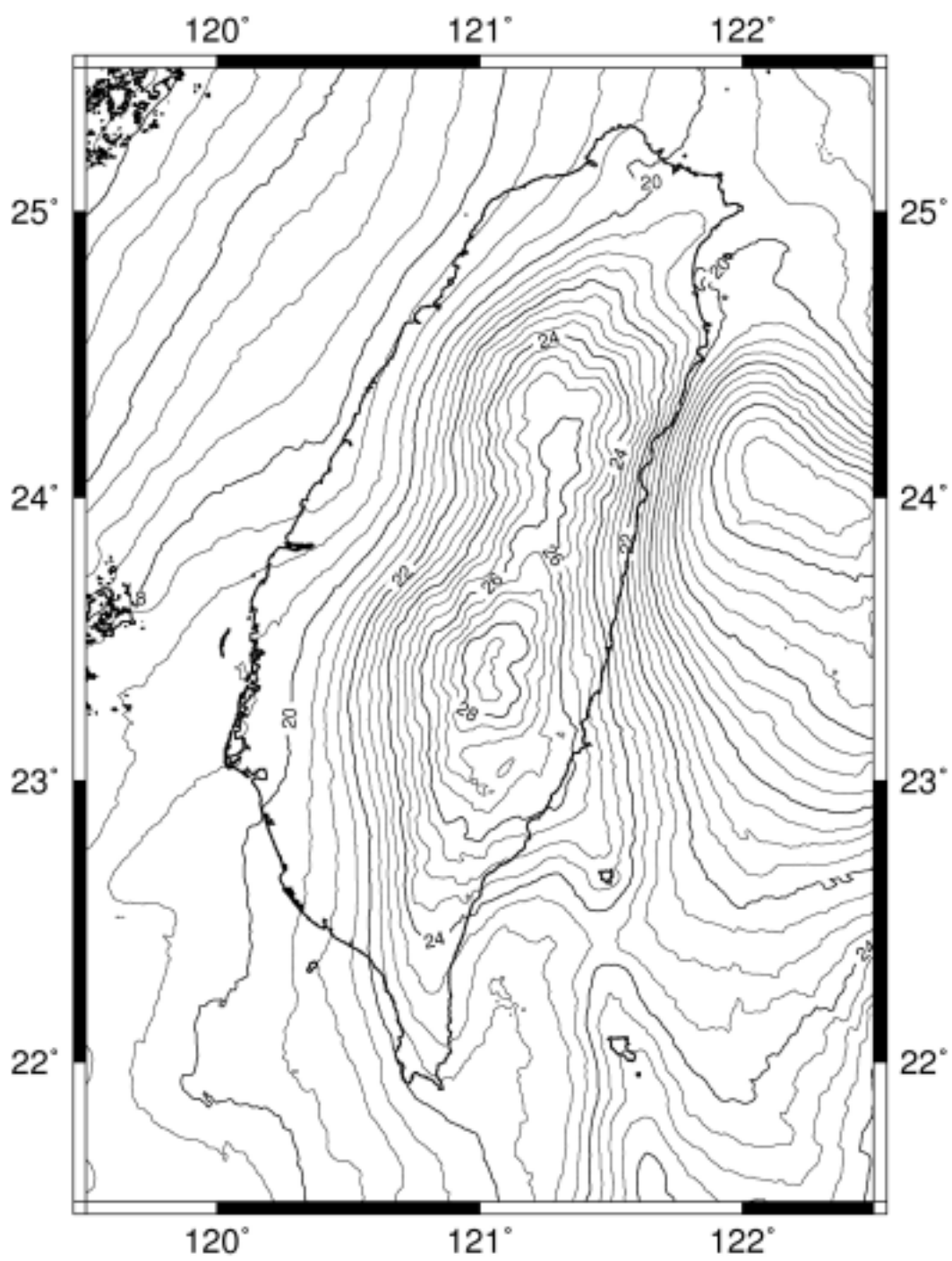


圖 5-1 台灣大地起伏 (30 秒網格) 等值圖，等值線間隔 0.5m

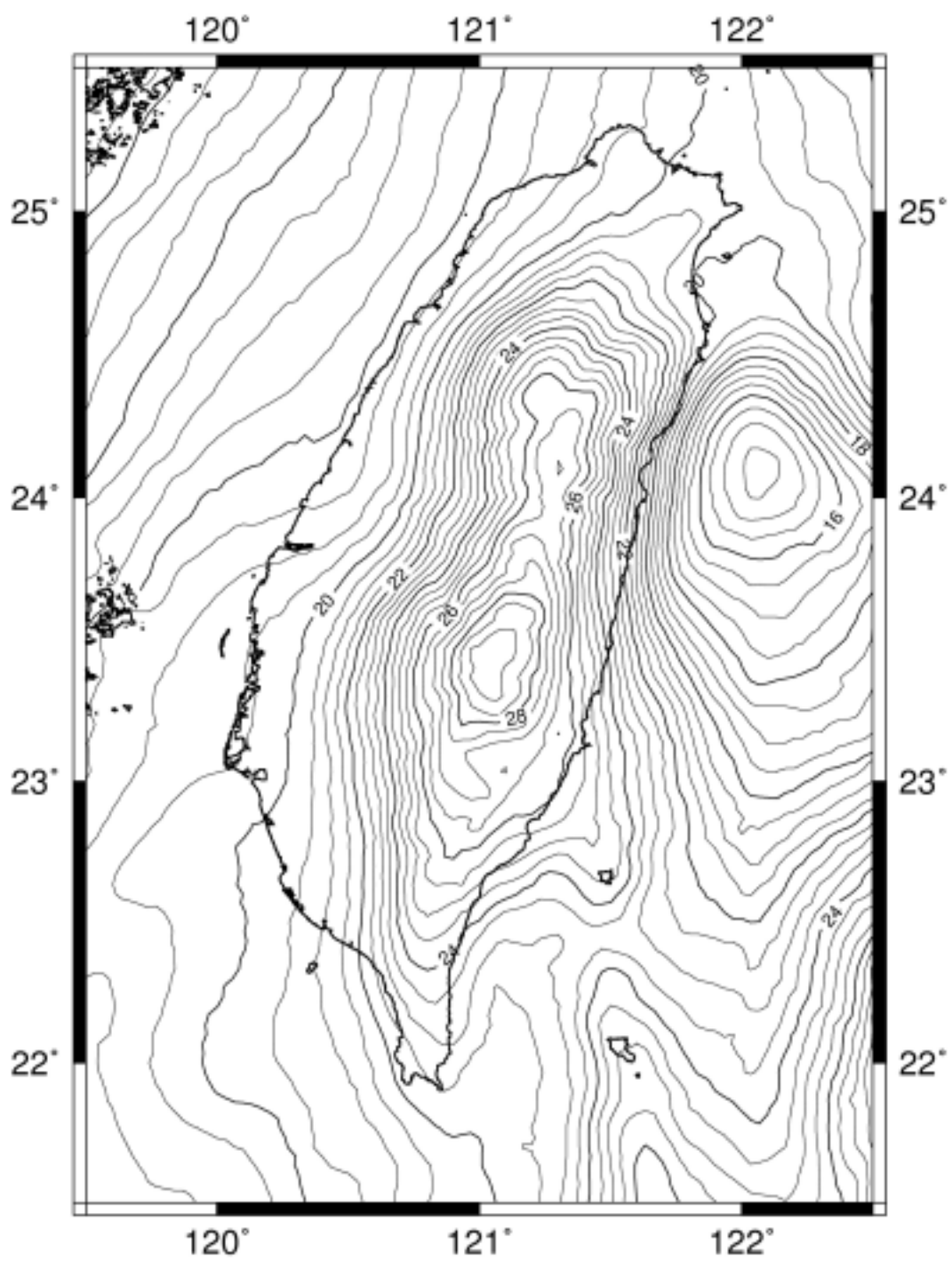


圖 5-2 台灣大地起伏 (2 分網格) 等值圖，等值線間隔 0.5m

5-2 高山大地起伏模式評估

測試點位採用內政部土地測量局於 2003 年進行玉山正高測量時亦辦理 GPS 測量之水準點位，正高選點點位分佈見圖 5-3，選擇點位為 X121、YS04、YS05、YS06、YS10、YS11、YS12、YS16、YS17 與 S026 共計 10 點做為測試點位，測試結果如表 5-3 所示，其中 Case1、Case2 與 Case3 分別表示 3"×3"、30"×30" 與 2'×2' 解析度之大地起伏模式。由表 5-3 可知 30"×30" 之成果最佳，3"×3" 次之，2'×2' 最差。

表 5-3 玉山地區重力大地起伏值與實測大地起伏值比較表（單位：公尺）

	平均	標準偏差	最大值	最小值	均方根(rms)
Case 1 (3"×3")	-0.627	0.252	-0.312	-1.018	0.671
Case 2 (30"×30")	-0.547	0.242	-0.244	-0.923	0.594
Case 3 (2'×2')	-1.189	0.295	-0.828	-1.634	1.222

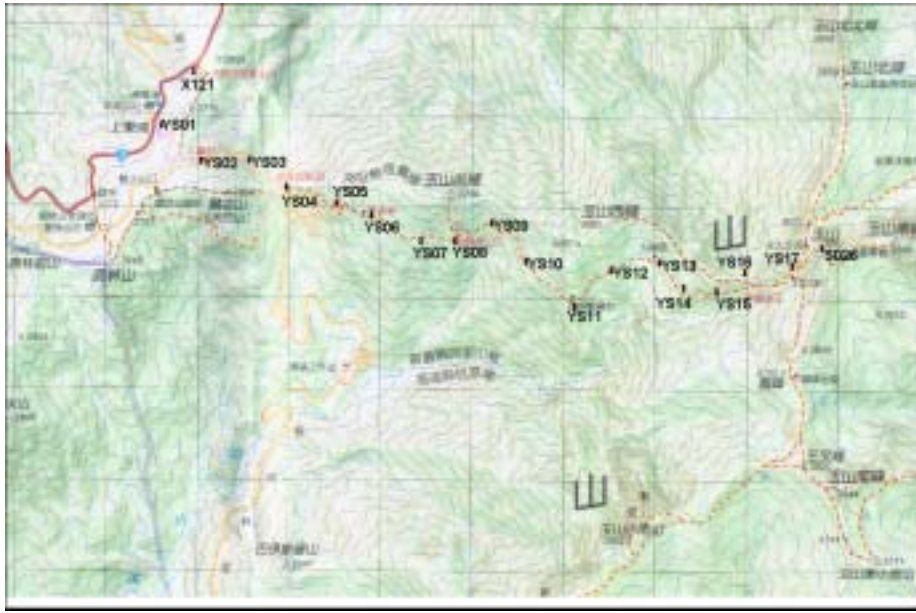


圖 5-3 玉山正高測量選點位置圖

5-3 垂線偏差改正對三角高程測量之影響

垂線偏差是地表面上任一點鉛垂線與橢球面法線之間的夾角，如圖 5-4 所示， ε 為垂線偏差， dN 為大地起伏差值， dS 為距離。由圖 5-4 之關係，垂線偏差可以下式表示：

$$\varepsilon = -\frac{dN}{dS} \quad (5-1)$$

則垂線偏差在南北與東西方向的分量可以表示為

$$\xi = -\frac{\partial N}{\partial y}, \text{ 在南北方向分量} \quad (5-2)$$

$$\eta = -\frac{\partial N}{\partial x}, \text{ 在東西方向分量} \quad (5-3)$$

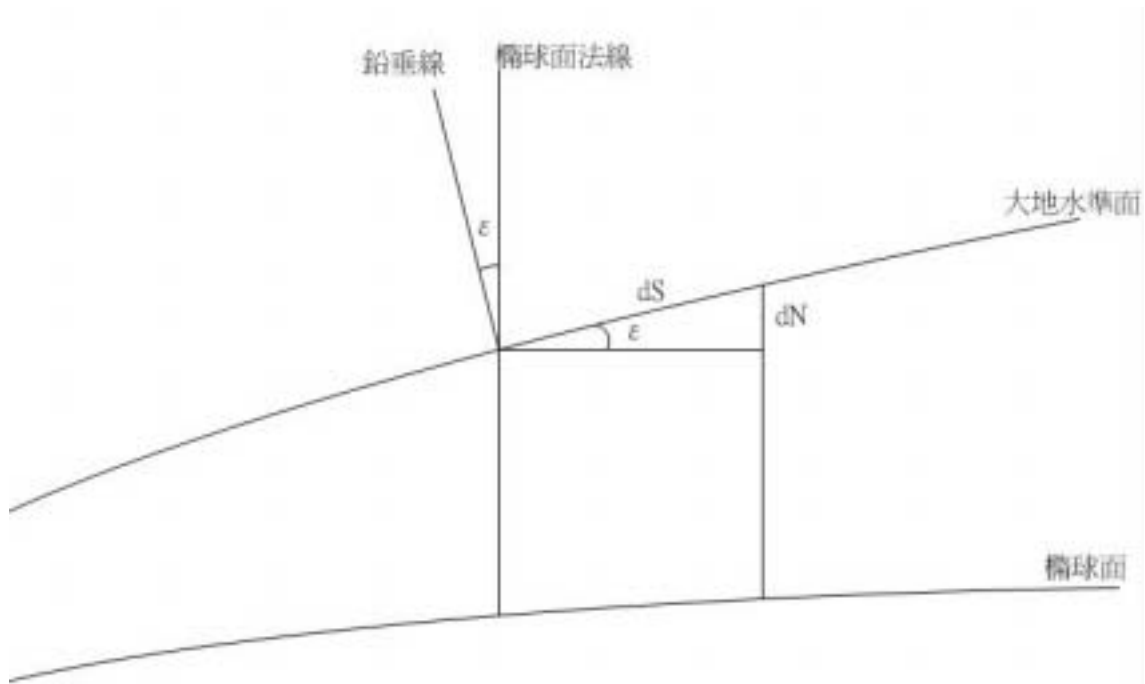


圖 5-4 大地起伏與垂線偏差關係圖



內政部土地測量局在 2003 年進行玉山正高測量時，同時在部分路段進行三角高程測量，圖 5-5 為玉山正高測量點位路程與高度關係圖。其中 YS04-YS05、YS11-YS12、YS16-YS17 與 YS17-S026 四個路段實施三角高程測量。由於每段距離皆小於 1 公里，因此橢球高差可以下式表示：

$$\Delta h = s \cos Z + i - z + C_r + C_c \quad (5-1)$$

其中

s ：斜距，經氣壓改正

Z ：天頂距

i 、 z ：分別為儀器高與覘標高

C_r ：大氣折光改正，採用近似公式 $C_r = 0.16 \times \left(\frac{s^2}{2R} \right)$ ， $R \approx 6371km$ 為地球平均

半徑

C_c ：地球曲率改正，採用近似公式 $C_c = \frac{s^2}{2R}$

如圖 5-6 所示，已知 P_1 和 P_2 兩點的天頂距 Z'_1 和 Z'_2 ，兩點高程分別為 h_1 與 h_2 ，以及垂線偏差分量 ε_1 和 ε_2 ， ε_1 和 ε_2 為垂線偏差在 P_1P_2 方向線上的分量，可由下列二式表示 (Heiskanen and Moritz, 1985)：

$$\varepsilon_1 = \xi_1 \cos \alpha + \eta_1 \sin \alpha \quad (5-2)$$

$$\varepsilon_2 = \xi_2 \cos \alpha + \eta_2 \sin \alpha \quad (5-3)$$

其中， α 為 P_1P_2 的方位角； ξ 、 η 分別為子午圈（南北）及卯酉圈（東西）方向的垂線偏差分量。



三角高程測量所得到的天頂距 Z'_1 和 Z'_2 為天文天頂距，是以鉛垂線為基準，因此必須化算為橢球天頂距，也就是以橢球的法線為基準，依圖 5-6 所示，要將測量得到的天頂距改正成為橢球天頂距可利用下列二式 (Heiskanen and Moritz, 1985)：

$$Z_1 = Z'_1 + \varepsilon_1 = Z'_1 + \xi_1 \cos \alpha + \eta_1 \sin \alpha \quad (5-4)$$

$$Z_2 = Z'_2 - \varepsilon_2 = Z'_2 - \xi_2 \cos \alpha - \eta_2 \sin \alpha \quad (5-5)$$

將 (5-4) 與 (5-5) 改正後之天頂距代入 (5-1) 式計算，即可得到各段橢球高差。表 5-4 為水準高差、GPS 高差與三角高程高差之差值比較表，表中「三角高程高差 1」為土測局計算成果，其成果未經垂線偏差改正；「三角高程高差 2」為

利用 3"×3" 解析度大地起伏模式之成果所求得之垂線偏差，加入各點位改正後之計算成果，利用 3"×3" 解析度大地起伏模式所求得之垂線偏差成果與利用 30"×30" 解析度大地起伏模式所求得之垂線偏差成果加入各點改正後之計算成果相同。由表 5-4 可以看出加入垂線偏差後之三角高程高差成果優於未加入垂線偏差者。在 YS04-YS05 與 YS11-YS12 兩段結果與 GPS 高差相同，YS16-YS17 僅差 0.8cm，但在 YS17-S026 不如未加改正垂線偏差之原因可能為垂直角過大與天氣狀況不佳使往返斜距在改正後依舊相差約 1 公尺所致。

表 5-4 水準高差、GPS 高差與三角高程高差之差值比較表（單位：公尺）

起迄點號	水準高差	GPS 高差	三角高程高差 1	三角高程高差 2
X121-YS04	-3.274	-2.996		
YS04-YS05	94.241	94.301	94.223	94.301
YS05-YS06	91.501	91.562		
YS10-YS11	79.031	79.117		
YS11-YS12	62.627	62.635	62.624	62.635
YS16-YS17	205.068	205.080	205.033	205.088
YS17-S026	320.403	320.311	320.339	320.359

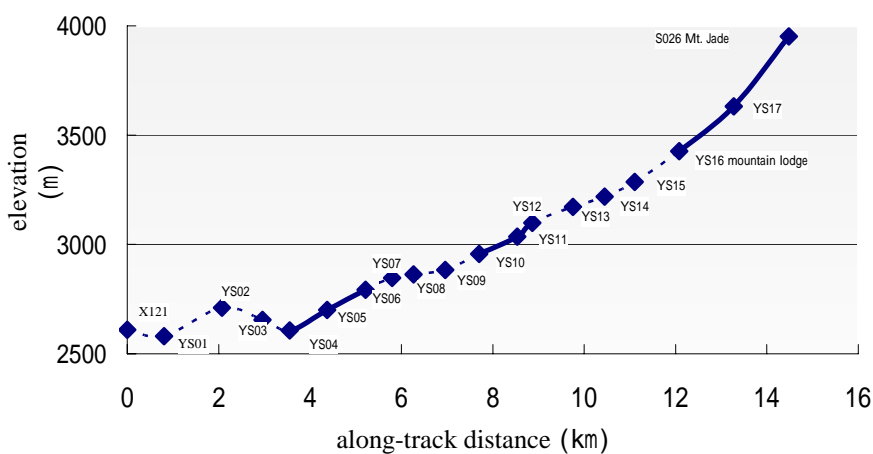


圖 5-5 玉山正高測量點位路程高度關係圖

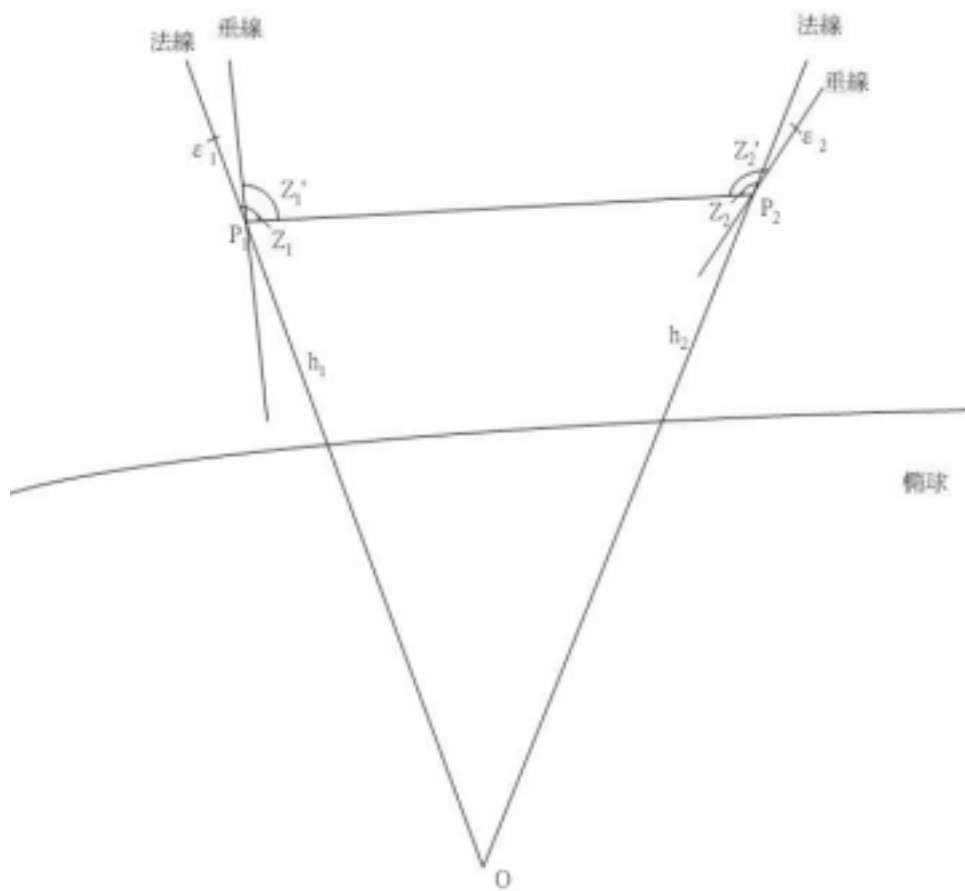


圖 5-6 三角高程測量幾何圖

第六章 以水準點觀測之大地起伏修正重力水準面

6-1 重力水準面修正方法

由第四、五章的結果可知所計算之大地起伏模式在北部平原地區存在約 56cm 左右誤差，在中橫與南橫山區則存在約 15~56cm 左右誤差，在東部則存在 8~22cm 左右誤差，因此本文將利用水準點觀測資料修正原先之大地起伏模式。

本文以內政部提供之一等二級水準點（篩選後共 1053 點）之實測正高、橢球高資料計算得實際之大地起伏，由於一等二級水準點在本文篩選後在東部無修正點位分佈，因此加入分佈於東部之 250 個一等一級水準點位，用以修正之點位總計 1303 點，點位分佈如圖 6-1 所示，並分別計算這些點位在 $3'' \times 3''$ 、 $30'' \times 30''$ 與 $2' \times 2'$ 解析度之大地起伏模式上之重力大地起伏，將實際大地起伏與重力大地起伏的差值利用第二章製作 DEM 修正面之方法，以 GMT 軟體之 "surface" 指令利用諧和面法製作一修正面，再將此修正面加到原先的大地起伏模式而得一修正後之大地起伏模式。此一修正方式僅只用於修正大地起伏模式，而大地起伏模式仍須以本文第三章之方法或其他方法（如 Molodensky 法、Stokes' 積分公式等）製作以做為修正之起始值。利用此法之優點在於位於修正點位附近之大地起伏值之精度可獲得改善，但在無修正點位分佈、修正點位分佈不均勻處以及地形變化劇烈之山區，此方法亦可能造成較修正前大之偏差。

6-2 重力水準面修正結果

本文先以原先內政部提供之四條測試路線進行評估，此四段路線之測試點位為一等一級水準點，不屬於前一節製作修正面時採用之點位，測試結果如表 6-1 至 6-3，由結果可以發現在 3 秒與 30 秒解析度之大地起伏模式部分，四條測試路線之標準偏差與均方根值均有改善，尤以中橫路段改善最多，標準偏差由原先約 30cm 降至 10cm 以下。在 2 分解析度大地起伏部分，標準偏差除北部濱海路線外，其餘測試路線均有改善，而均方根值則全部均有改善，北部濱海路線的標準偏差較原先差之原因可能是因為濱海公路上並無修正點位分佈，再加入修正面修正後使得原先較佳之成果變差。



表 6-1 修正後之 3"×3" 大地起伏網格與實測大地起伏差異統計表 (單位：公尺)

	平均	標準偏差	最大值	最小值	均方根(rms)
北部濱海路線	-0.041	0.056	0.021	-0.147	0.067
台 9 線花東路段	0.011	0.037	0.057	-0.046	0.037
中橫路段	-0.065	0.117	0.088	-0.262	0.129
南橫路段	0.019	0.074	0.161	-0.129	0.073

表 6-2 修正後之 30"×30" 大地起伏網格與實測大地起伏差異統計表 (單位：公尺)

	平均	標準偏差	最大值	最小值	均方根(rms)
北部濱海路線	-0.041	0.057	0.019	-0.153	0.067
台 9 線花東路段	0.006	0.033	0.052	-0.041	0.032
中橫路段	-0.070	0.133	0.104	-0.278	0.144
南橫路段	0.019	0.067	0.160	-0.090	0.066

表 6-3 修正後之 2' × 2' 大地起伏網格與實測大地起伏差異統計表 (單位：公尺)

	平均	標準偏差	最大值	最小值	均方根(rms)
北部濱海路線	-0.059	0.076	0.028	-0.215	0.093
台 9 線花東路段	-0.012	0.028	0.014	-0.059	0.029
中橫路段	-0.258	0.267	0.039	-0.634	0.361
南橫路段	0.029	0.064	0.104	-0.108	0.067



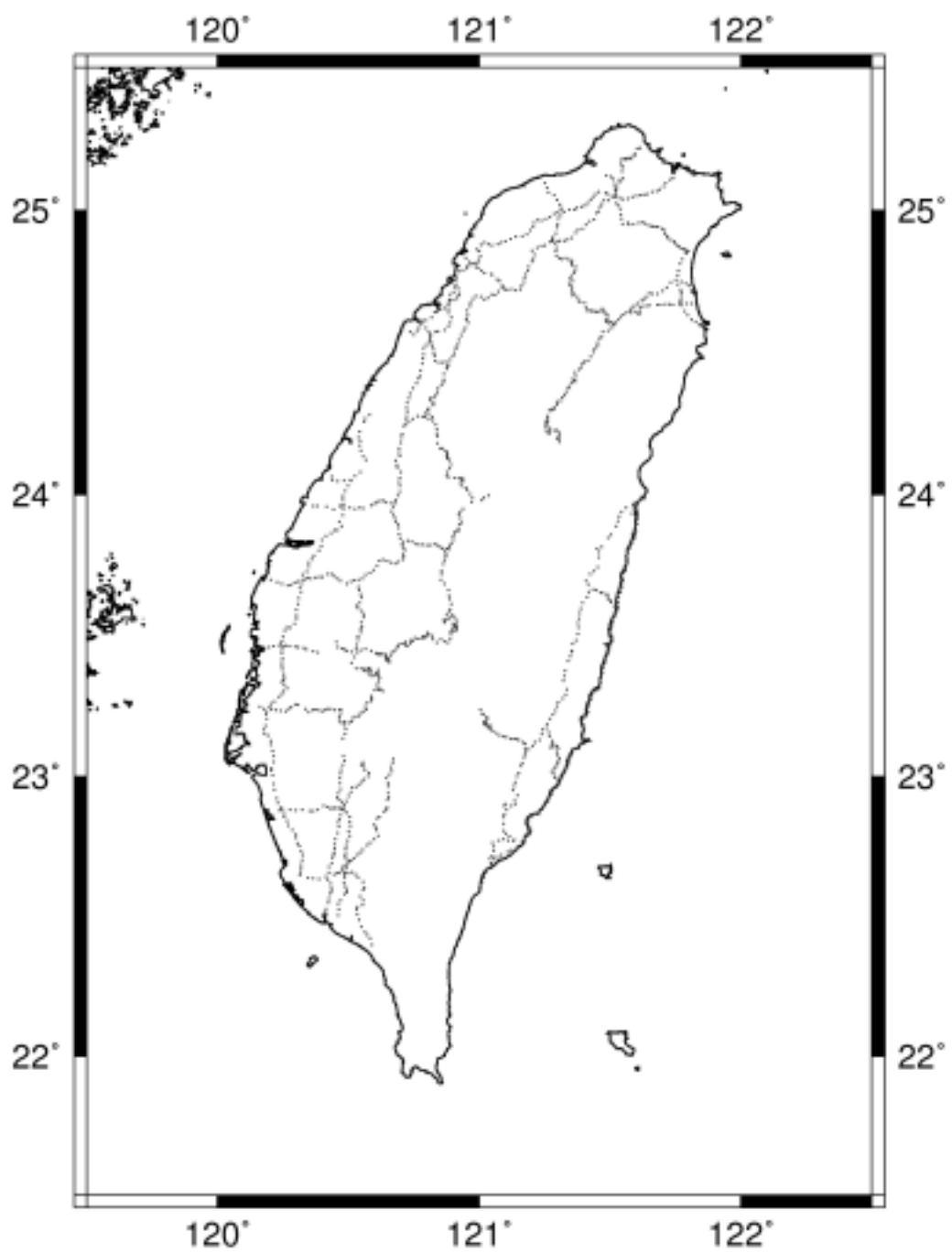



圖 6-1 篩選後之一等二級與部分一等一級水準點位分佈圖

第七章 結論與建議

綜合本文研究過程與分析成果，歸納出下列幾點結論與建議：

- (1) 本文以去除-回復技術配合最小二乘配置法，並結合全球大地位模式 EGM96、農委會提供的台灣地區數值地形資料、衛星測高資料與台灣地區六組重力觀測資料，考慮剩餘地形模型理論所計算之台灣地區 3"×3" 解析度大地起伏模式除中部山區之測試路段外均優於過去 30"×30" 大地起伏模式，且精度均有顯著提升。在北部濱海路線，標準偏差由 2001 年的 8.0 公分降至 6.1 公分；在台 9 線花東路段，標準偏差由 2001 年的 14.0 公分降至 8.9 公分；在中橫路段，標準偏差由 2001 年的 25.8 公分升至 31.6 公分；在南橫路段，標準偏差由 2001 年的 22.2 公分降至 15.5 公分。
- (2) 使用較高解析度之 DEM 網格亦可對大地起伏模式之精度產生提升之效果，在平地改善程度有限，但在地形起伏劇烈的山區則有較顯著的改善，本文所製作之 2'×2' 大地起伏網格在中橫與南橫路段，標準偏差分別 56.9 公分與 28.5 公分，3"×3" 大地起伏網格則只有 31.6 公分與 15.5 公分。但 3 秒解析度與 30 秒解析度之大地起伏模式無顯著差異。
- (3) 本文以去除-回復技術將大地起伏計算分為三部分計算，長波長部分可由一適當的全球擾動位模式計算獲得，短波長分量可利用數值地形模型 (DEM) 計算得到；殘餘部分 (中波長) 分量由則可由殘餘重力異常以最小二乘配置法計算得到。因此若要提升大地起伏成

果之精度除可從提高 DEM 之解析度與精度著手外，亦需同時由求取一較佳化之之全球擾動位模式，以及獲取數目更多、分佈更均勻且精度佳之重力點位著手。

- (4) 在垂線偏差較大區域進行三角高程測量時，宜加入垂線偏差改正，以提升測量成果的精度。
- (5) 利用本文第六章之方法可修正大地起伏模式之成果，在 3 秒與 30 秒解析度之大地起伏模式部分，四條測試路線之標準偏差與均方根值均有改善。在 2 分解析度大地起伏部分，標準偏差除北部濱海路線外，其餘測試路線均有改善，而均方根值則均有改善。利用此法之優點在於位於修正點位附近之大地起伏值之精度可獲得改善，但在無修正點位分佈、修正點位分佈不均勻處以及地形變化劇烈之山區，此方法亦可能造成較修正前大之偏差。
- (6) 現階段本文使用之 DEM 為農航所提供之平面解析度 40 公尺萃取為平面解析度 80 公尺之點位資料，未來內政部將進行地面解析度 5 公尺之 DEM 之工作，可能有助於大地起伏模式精度之提升。
- (7) 未來若能以大規模之重力測量，如空載重力，增加重力測量點位的數量與均勻分佈的程度，尤其在重力資料點位缺乏與分佈不均的山區，對於大地起伏模式精度之提升有很大助益。
- (8) 高精度、高解析度之 DEM 網格對地形效應的改正量與大地起伏模式之提升皆有幫助，但並非絕對或全面性的提升，在此一主題相關研究並不多，相關探討將可做為往後的研究方向之一。

參考文獻

- 李志林，朱慶，1999，數字高程模型，武漢大學出版社，武漢。
- 李建成，陳俊勇，寧津生，晁定波，2003，地球重力場逼近理論與中國 2000 似大地水準面的確定，武漢大學出版社，武漢。
- 林廷融，2002，中華衛星二號取像區域之參考網格系統及地理資訊系統建立，國立交通大學碩士論文，新竹。
- 胡明城，魯福，1993，現代大地測量學上冊，測繪出版社，北京。
- 胡明城，魯福，1994，現代大地測量學下冊，測繪出版社，北京。
- 徐欣瑩，1997，以多衛星測高資料計算全球海域大地起伏及其應用，國立交通大學碩士論文，新竹。
- 郭重言，1998，台灣重力網平差及重力資料應用，國立交通大學碩士論文，新竹。
- 郭俊義，1994，物理大地測量學基礎，武漢測繪科技大學出版社，武漢。
- 陳春盛，2003，一等二級水準點上實施重力測量工作報告書，內政部。
- 崔國強，柏茂青，1997，一維球面快速傅利葉轉換法計算台灣地區大地起伏之研究，測量工程，第三十九卷，第三期，pp. 19-33。
- 黃金維、郭重言、儲慶美、甯方璽，1998，台灣重力網平差及重力資料整合，測量工程，第 40 卷，第三期，pp. 71-82。
- 黃金維，陳春盛，李振燾，2001，一等一級水準點上實施重力測量工作報告書，內政部。
- 黃金維，王成機，2002，台灣新自由空間重力異常網格，測量工程，第四十四卷，

第二期， pp. 1-22。

黃金維，2003，台灣地區大地起伏模式精度評估報告書，內政部。

劉蕙菁，2003，應用重力法推求台灣最佳大地起伏模型之研究，國立交通大學碩士論文，新竹。

賴進貴，1994，數值地形模型比較之研究，國立台灣大學地理學系地理學報，17，pp. 87-100。

Clarke, A. L., 1982, Interpolation of Grid Digital Elevation Models from Digitized Contours, The Ohio State University, Columbus.

Forsberg, R. and C. C. Tscherning, 1981, The Use of Height Data in Gravity Field Approximation by Collocation, Journal of Geophysical Research, 86(B9), pp. 7843-7854.

Forsberg, R., 1984, A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field modeling, Rep. 355, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus.

GRACE Home Page. <http://www.csr.utexas.edu/grace/>

Haagmans, R., E. de Min and M. Von Gelderen, 1993, Fast Evaluation of Convolution Integrals on the Sphere Using 1D FFT, and a Comparison With Existing Methods for Stokes' Integral, Manuscripta Geodaetica, 18, pp. 227-241.

Heiskanen, W. and H. Moritz, 1985, Physical Geodesy, reprint, Institute of Physical Geodesy, Tech. University of Graz, Austria.

Hsu, S. K., C. S. Liu, C. T. Shyu, S. Y. Liu, J. C. Sibuet, S. Lallemand, C. Wang and D. Reed, 1998, New Gravity and Magnetic Anomaly Maps in the Taiwan-Luzon Region and their Preliminary Interpretation, TAO 9, pp. 509-532.

Hwang, C. and B. Parsons, 1995, Gravity anomalies derived from Seasat, Geosat, ERS-1 and Topex/Poseidon altimeter and ship gravity: a case study over the Reykjanes Ridge, Geophysical Journal International, 122, pp. 551-568.

- Hwang, C., 1996, A Study of the Kuroshio's Seasonal Variabilities Using an Altimetric-gravimetric Geoid and TOPEX/POSEIDON Altimeter Data, *Journal of Geophysical Research*, 101(C3), pp. 6313-6336.
- Hwang, C., 1997, Analysis of some systematic errors affecting altimeter-derived sea surface gradient with application to geoid determination over Taiwan, *Journal of Geodesy*, 71(2), pp. 113-130.
- Hwang, C., 1998, Inverse Vening Meinesz formula and deflection-geoid formula: applications to the predictions of gravity and geoid over the South China Sea, *Journal of Geodesy*, 72(5), pp. 304-312.
- Krarpup, T., 1969, A Contribution to the Mathematical Function of Physical Geodesy, Pub. No 44, Danish Geodetic Institute, Copenhagen.
- LCR, 1997, Instruction Manul for Lacoste & Romberg, Inc., Model G land gravity meter. Lacoste & Romberg Inc., Austin, Texas.
- Lemoine, F. G. et al., 1998, The Development of the Joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model (EGM96), NASA Tech. Rep.: NASA/TP-1998-206861, Greenbelt.
- Miller, C. L. and R. A. Laflamme, 1958, The Digital Terrain Model-Theory and application, *Photogrammetric Engineering*, 24(3), pp.433-442.
- Moritz, H., 1980, *Advanced Physical Geodesy*, Abacus Press, New York.
- Press, W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling and B. P. Flannery, 1992, *Numerical Recipes in Fortran: The Art of Scientific Computing*, 2nd ed., Cambridge University Press, New York.
- Rapp, R. H. and J. Y., Cruz, 1986, The Representation of the Earth's Gravitational Potential in a Spherical Harmonic Expansion to Degree 250, Rep. No. 372, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus.

Schwarz, K. P., M. G. Sideris, and R. Forsberg, 1990, The Use of FFT Techniques in Physical Geodesy, *Geophysical Journal International*, 100, pp. 485-514.

Smith, D. A., 1992, The Use of High Resolution Height Data in the Computation of High Precision Geoid Undulations on the Island of Maui, Rep. No. 424, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus.

Torge, W., 1980, *Geodesy*, Walter de Gruyter, Berlin.

Torge, W., 1989, *Gravimetry*, Walter de Gruyter, Berlin.

Tscherning, C. C. and R. H. Rapp, 1974, Closed Covariance Expressions for Gravity Anomalies, Geoid Undulations and Deflections of the Vertical Implied by Anomaly Degree Variance Models, Rep. 208, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus.

Wessel, P. and W. H. F. Smith, 1999. The generic mapping tools (GMT) technical reference and cookbook, Univ. of Hawaii, U.S.A.

Yen, H. Y., Y. H. Yeh, C. H. Lin, G. K. Yu and Y. B. Tsai, 1990, Free-Air Gravity Map of Taiwan and Its Applications, TAO 1, pp.143-156.

Yen, H. Y., Y. H. Yeh, C. H. Lin, K. J. Chen, Y. B. Tsai, 1995, Gravity Survey of Taiwan. *Journal of Physical Earth*, 43, pp.685-696.

附錄一 大地起伏模式測試點位各點之點號 點名及種類對照表

點號	點名	種類
2010	埤島社區	一等一級水準點
2018	白沙灣	一等一級水準點
2023	水流宮	一等一級水準點
2043	忠孝宮	一等一級水準點
2052	龍洞港	一等一級水準點
2057	鹽寮海濱公園	一等一級水準點
2065	鶯歌石	一等一級水準點
2072	橋板湖	一等一級水準點
9106	吉安新站	一等一級水準點
9112	壽豐車站	一等一級水準點
9115	溪口社區	一等一級水準點
9120	公路公園	一等一級水準點
9128	大興	一等一級水準點
9138	舞鶴北迴公園	一等一級水準點
9143	太平溪橋	一等一級水準點
9147	玉里大橋	一等一級水準點
C013	雙冬	一等一級水準點
C021	茅埔	一等一級水準點
C038	凌雲山莊	一等一級水準點
C045	清境農場	一等一級水準點
C056	鳶峰	一等一級水準點
C060	雪地救護站	一等一級水準點

C065	小風口	一等一級水準點
J005	開運橋	一等一級水準點
J008	玉新加油站	一等一級水準點
J012	湖底橋	一等一級水準點
J019	四埔橋	一等一級水準點
J025	供德宮	一等一級水準點
J035	妙通寺	一等一級水準點
J043	桃源鄉運動場	一等一級水準點
J063	134K	一等一級水準點
S809	新化地政事務所	二等衛星控制點
X004	光復節點	一等一級水準點
X006	埔里節點	一等一級水準點
X015	金山節點	一等一級水準點
X115	草屯節點	一等一級水準點
X210	台南節點	一等一級水準點
X301	大禹嶺節點	一等一級水準點
X306	富里節點	一等一級水準點

附錄二 衛星測高資料使用於誤差分析與大地起伏

衛星任務	資料來源	Ave. cycles and period	Instrument noise of SSH (cm)	Estimated noise of SSG (μrad)	Semimajor axis (m)
Seasat	OSU	-	5.0	10.5	6378137
Geosat/ERM	OSU	22, 1 yr	1.1	2.2	6378136.3
Geosat/GM	NOAA	-	5.0	10.5	6378137
ERS-1/35d	CERSAT	18, 1.5 yr	0.7	1.5	6378137
ERS-1/GM	NOAA	-	3.0	6.3	6378137
T/P	AVISO	36, 1 yr	0.3	0.7	6378136.3



作者簡歷

作者：呂誌強

籍貫：台灣省高雄縣

生日：民國 69 年 7 月 4 日

E-mail：cclu.cv91g@nctu.edu.tw

學歷：台北市立建國高級中學畢業

國立成功大學測量工程學系畢業

國立交通大學土木工程學系測量及空間資訊組碩士班肄業

