

第二章 理論基礎

2-1 GPS 相對定位理論

全球定位系統 (Global Positioning System, GPS) 在近十年來於世界各地廣泛地使用著，由於 GPS 的作業快速、方便且高精度，因此 GPS 定位技術已普遍應用於工程測量、地籍測量、汽車導航、地殼監測以及地體動力學等領域。GPS 不僅可得到平面座標，同時還有垂直坐標，因此亦經常應用在垂直系統之監測與測量，如垂直基準之測量與補強、驗潮站之監測、大地起伏差之測量、垂直變形之監測等；但 GPS 高程精度相較於水平精度普遍來說約略遜 2~3 倍。【Chen et al., 2002】



由於全球定位系統 (Global Positioning System, GPS) 自一九七八年發射第一顆試驗衛星以來，歷經二十餘年的研究，無論在硬體或軟體方面皆有長足的進步。而在進行 GPS 觀測的過程中所得到的觀測數據，會因為某些原因而導致品質不符合需求。這些誤差在經過許多學者的多年研究下，已可經由數學模式使其影響降至最低。【陳春盛、劉美利，2003】

GPS 衛星接收儀所記錄的相位觀測量中含有各種誤差，如衛星軌道誤差 (Orbit Error)、衛星及接收儀時錶誤差 (Clock Error)、電離層延遲誤差 (Ionospheric Delay)、對流層延遲誤差 (Tropospheric Delay)、固定站座標誤差 (Fixed Station Error)、週波脫落 (Cycle Slips)、整數週波未定值 (Integer Cycle Ambiguity)、雜訊及多路徑效應 (Multipath Effect)、天線相位中心變化誤差

(Antenna Phase Center Variation) 等。這些誤差於相對定位 (圖 2-1) 時，在每個測站的相位觀測量中也依然存在，但是若兩測站若採取同步觀測，則上述的大部份誤差在進行基線向量計算時，因誤差大小相同而對消，或因相似而絕大部份已減小，使得殘留下來的誤差已大大減少。GPS 相對定位簡單的說，就是求解兩測站之間相對位置的一種定位方法，其目的就是從已知坐標之參考點推求出未知點的坐標。

GPS 衛星定位的主要誤差按其來源可以分為以下三類：

一、與衛星相關的誤差

1. 軌道誤差：由衛星星曆計算出衛星在空間中的位置與衛星的實際位置之差稱為衛星軌道誤差，目前即時廣播星曆的軌道三維綜合誤差可達 10~20m。
2. 衛星時鐘誤差：衛星是根據本身的震盪器產生一組電磁波，雖採用了高精度的鈹鐘，但仍會與 GPS 時間系統有著微小的誤差，可經由空中一次差消除衛星時鐘誤差。由廣播星曆的時鐘差方程計算出來的衛星時鐘誤差一般可達 10~20 ns，引起等效距離誤差小於 6 m。
3. 衛星幾何中心與相位中心偏差：相位中心是天線盤接收衛星訊號的位置，隨著天線設計、方位、訊號入射角度及訊號頻率不同而與幾何中心不一致。衛星幾何中心與相位中心偏差對高程方向的影響量較大，可以經由各廠牌天線盤提供的數據計算出相位中心差。

二、與接收儀相關的誤差

1. 接收儀位置誤差：即接收機相位中心與待測物體目標中心的偏差，一般可事先確定。
2. 接收儀時鐘誤差：接收儀通常採用較便宜的石英鐘，其準確性較GPS衛星來的低，可使用地面一次差來消除接收儀時鐘誤差。接收儀時鐘與標準的GPS系統時間之差，一般可達 10^{-5} - 10^{-6} 秒。
3. 接收儀通道誤差：信號經過處理通道時引起的延時和附加的雜訊誤差。
4. 多路徑誤差：接收儀除了接收由衛星傳來的訊號，還以可能收到周圍環境所反射的訊號，構成同一訊號的多個路徑入射天線相位中心，可以用choke-ring等方法減弱其影響。
5. 觀測量誤差：C/A碼虛擬距離偶然誤差，約為1-3 m，P碼虛擬距離偶然誤差，約為0.1-0.3 m，相位觀測值的等效距離誤差，約為2 mm。

三、與大氣傳輸有關的誤差

1. 電離層延遲誤差：50~1000 km的高空大氣被太陽高能粒子轟擊後電離，即產生大量自由電子，造成GPS訊號所經過的路線距離不等於衛星到接收儀的實際幾何距離而產生傳播延遲，一般白天強夜晚弱，可導致載波天頂方向最大50 m左右的延遲量。一般利用相對定位組成差分量測而言，在兩測站距離較短時可以有效的消除大部分的影響量；當基線較長時，可利用雙頻觀測量組成無電離層線性組合消去一階項之影響。
2. 對流層延遲誤差：由於含水汽和乾燥空氣的大氣介質中傳播引起的訊號傳

播延時，其影響隨衛星高度角、時間季節和地理位置的變化而變化，與訊號頻率無關，不能用雙頻載波予以消除，但可有效地用模型加以削弱。

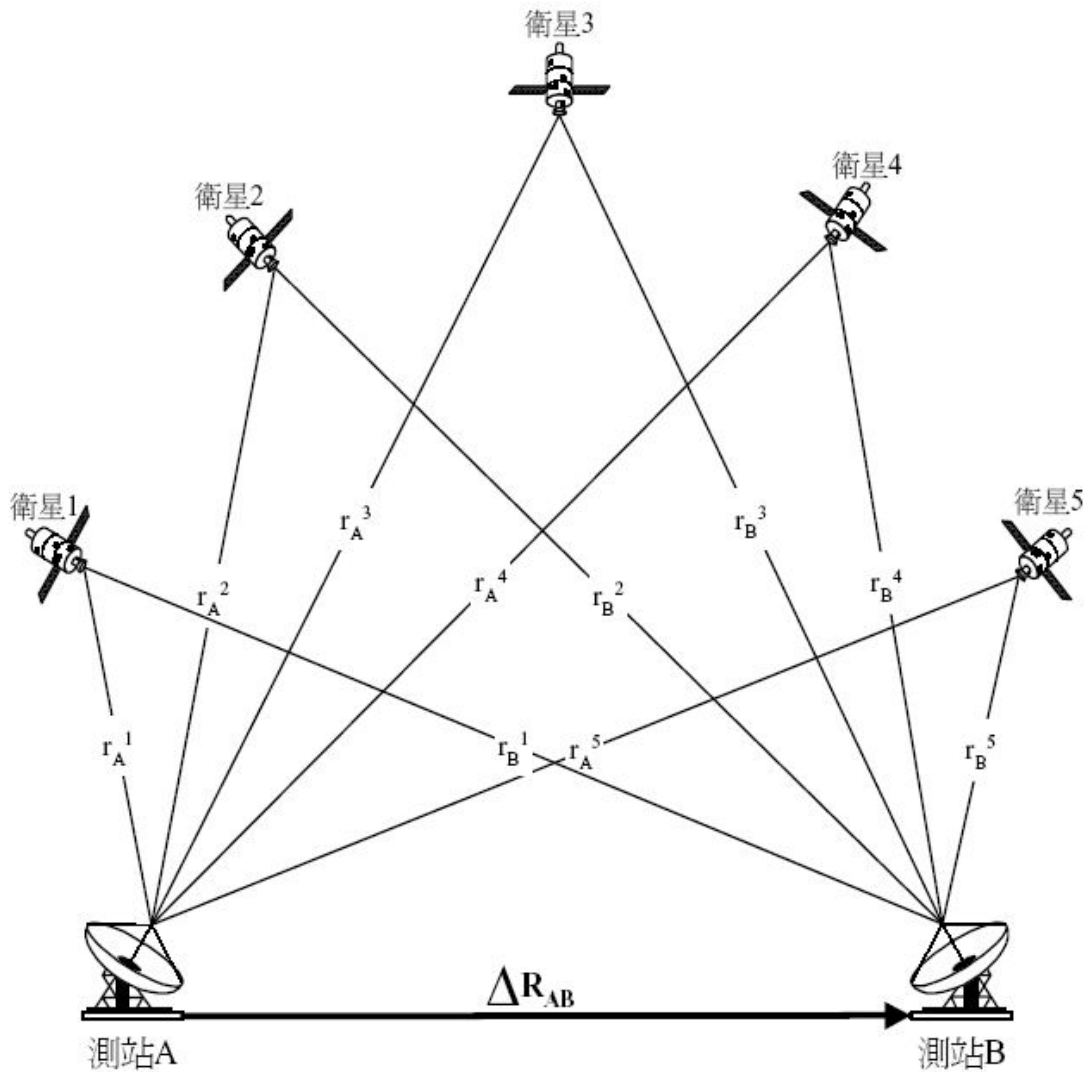


圖 2-1 GPS 衛星相對定位

假設在某一坐標系中參考測站A的位置向量 R_A 為已知，若可利用GPS衛星決定出在相同坐標系中兩點間的基線向量 ΔR_{AB} ，而根據向量方程式：

$$R_B = R_A + \Delta R_{AB}$$

則可求得在相同坐標系中未知測站B的位置向量 R_B ，其中：

$$R_A = R^j - e_A^j r_A^j \quad (2-1)$$

$$R_B = R^j - e_B^j r_B^j \quad (2-2)$$

$$\Delta R_{AB} = R_B - R_A = \begin{bmatrix} X_B - X_A \\ Y_B - Y_A \\ Z_B - Z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X_{AB} \\ \Delta Y_{AB} \\ \Delta Z_{AB} \end{bmatrix} = e_A^j r_A^j - e_B^j r_B^j \quad (2-3)$$

R^j ：為各衛星之位置向量（已知）

e_A^j 、 e_B^j ：為各衛星之單位向量

r_A^j ：為測站A至各衛星之距離

r_B^j ：為測站B至各衛星之距離

j ：為衛星編號，例如：1、2、3.....



相對定位最有效的方法是在參考點與未知點間作同時觀測，『同時』的意義
乃是指參考點與未知點必須有足夠相同時段的觀測時間。而在解算基線向量時，
常將原始的相位觀測量進行線性組合而產生新的準觀測量。其主要目的為藉由差
分過程來抵銷大部份的系統性誤差，用以提昇求解精度。【曾清涼、儲慶美，1999】

GPS 相對定位的優點及缺點：

1. 可消除或減弱一些具有系統性的誤差，如衛星和接收儀的時錶誤差、衛星星曆的誤差、大氣折射誤差等。
2. 可減少平差計算中未知數的數量。
3. 原始觀測量原本是獨立的，但經過差分之後，將使得各觀測量間擁有相關性，這種相關性在平差計算中不應被忽視。

4. 在平差計算中，差分法將使得觀測方程式的數目明顯的減少。在差分的過程中不可避免的將損失一些觀測數據。因此，應用原始觀測量的非差分模型，進行高精度相對定位的研究亦有其應用之價值。

2-2 RTK 定位理論

單一參考站 RTK 是利用兩部儀器，一部為參考站，另一部為移動站，透過無線電設備的傳輸，將參考站之載波相位觀測量傳送給移動站，移動站在接收到來自參考站與本身儀器所接收之載波相位資料組成測成二次差觀測量後，經由 OTF (On-the-Fly) 週波未定值搜尋法快速解算週波未定值，之後利用差分定位的概念，再計算移動站之瞬時坐標，意即移動站可在純動態環境下任一時刻求解相位未定值(如圖 2-2 所示)。然而由於軌道誤差、電離層、對流層延遲誤差、多路徑效應和雜訊等因素的影響，使得 GPS 原始觀測資料中存在系統誤差，從而使即時動態 GPS 技術的應用在某種程度上受到了限制。為了保證達到一定的定位精度，在實際應用過程中往往要求移動站與參考站間的距離不能太長 (≤ 10 km)。

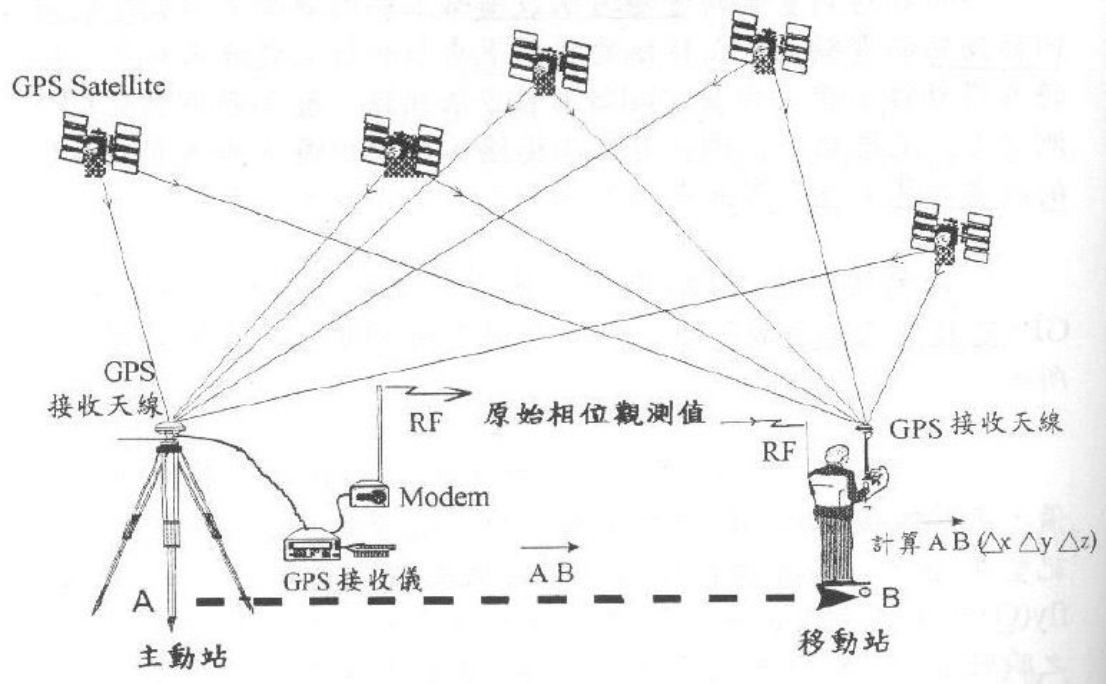


圖 2-2 傳統 RTK 架構【曾清涼、儲慶美，1999】

所謂 OTF 是泛指接收儀能在移動的狀態下，正確求解相位未定值之演算法。由於 OTF 瞬間解算相位未定值技術之發展，使得 GPS 動態定位成為可行。主要有三個因素，首先是 GPS 衛星架構已建置完成，任一時刻任一地點都能接收 5~10 顆衛星。其次是民用接收儀在 AS 政策下，仍能突破技術提供全波長的 L1 和 L2 載波觀測量。再來則是接收儀解碼技術進步，C/A 碼雜訊較之前降低 2 等級。

為了達到近似即時性的要求，必須採用數理統計或 Kalman 濾波等先進演算法來加快搜尋過程。OTF 相位未定值解法能否迅速且正確求解相位未定值其影響因素，除演算法本身的特性外，尚有基線長短、衛星數目、參考站的個數、較低的多路徑效應、求解時刻的衛星幾何分佈、使用雙頻全波長觀測量與否、是否有太多的週波脫落發生等因素。

2-3 國內外相關研究

電離層、對流層延遲誤差隨著移動站與參考站間的距離加長而增加，而週波未定值之解算成功率則隨距離的增加而降低，根據國內外近年來的研究顯示，利用區域內多個參考站（Multi Reference Station）組成的 GPS 網絡來估計該區域內的 GPS 誤差模型可以減少軌道誤差、電離層、對流層延遲誤差等因素的影響、增加週波未定值解算能力、提高 RTK 作業範圍和提高解算成果的精度和可靠性。從目前國內外學者的研究中整理出幾個適用於基線長度 30 km 以上的相關理論，包括加拿大 Calgary 大學研發的 NetAdjust 演算法作為多參考站（Multi Reference Station）RTK 定位使用【Raquet，1998】，利用區域改正參數（Area Correction Parameters）加以計算移動站附近的虛擬參考站（Virtual Reference Station）的相關資料【Seeber，2000】和成功大學衛星資訊研究中心曾清涼教授提出的“e-gps”網絡 RTK 技術【曾清涼，2003】，都可以在較長基線的情況下提供公分級的的定位精度。以下為國內外學者所提出相關理論之簡介。

2-3-1 多參考站 RTK

多參考站 RTK 由數個參考站組成，參考站須架設在已知高精度坐標的點位上，透過網路或通訊設備的連結將參考站接收的大量數據資料傳送到一個控制中心經由運算力強大的電腦集中處理計算，計算得各參考站相關誤差的改正量，並利用最小二乘配置理論預估移動站的誤差量，以 RTCM 格式傳輸給移動站，精確的解算出移動站坐標，可實現於基線距離達到 50-70 公里的監測網中進行公分

級精度即時定位的功能。

加拿大 Calgary 大學發展的 NetAdjust 演算法作為多參考站 RTK 定位技術之應用，NetAdjust 演算法是以平差後之觀測量減幾何距之二次差分值等於零(幾何距乃經由星曆資料得知的衛星位置和已知精確坐標參考站間之距離)為條件，根據線性誤差變方最小 (Linear Minimum error Variance)，也就是以最小二乘配置 (Least Squares collocation) 理論估計各參考站及移動站載波相位觀測量的改正量，再將改正後的參考站觀測量及移動站的改正量傳送給移動站進行 RTK 解算。【Raquet，1998】

2-3-2 虛擬參考站

使用多個參考站組成的 GPS 網絡來估計該區域內的 GPS 誤差模型，可以提供區域內的移動站 GPS 誤差即時內插的資訊，移動站所得到的並非某一個參考站的資料，而是經由 GPS 網絡模擬出位於移動站附近的虛擬參考站的觀測數據，此種技術稱為虛擬參考站 (VRS，Virtual Reference Station)。

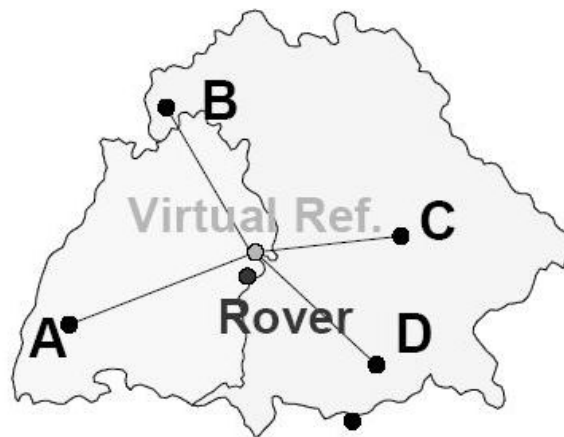


圖 2-3 GPS 網絡

由數個 GPS 參考站連續接收衛星資料，經過網路或其他通訊設備與控制計算中心連接，控制計算中心彙整所有主站接收的資料，產生區域改正參數資料庫，以計算出任一移動站附近之虛擬參考站的相關資料【Seeber, 2000】。在數個參考站組成的 GPS 網絡中，只須將移動站所接收之觀測資料，透過通訊設備傳回控制計算中心，控制計算中心便會將資料加以計算處理，使移動站可以獲得虛擬參考站之模擬觀測量，進而求得移動站之坐標。由於模擬出的虛擬參考站位於移動站附近，該虛擬參考站的觀測數據和移動站觀測數據的誤差模型有高相關性，經過差分處理後可以提高定位精度，就如同短基線定位求解。

首先，通過即時通訊資料傳輸 (GSM) 並採用大部分的接收儀都支援的標準 NMEA 格式將 GPS 移動站的大致位置發送給正在運行總控軟體的控制中心。控制中心得到移動站的位置後，計算出相應的 RTCM 改正資料併發送給移動站。移動站一旦收到控制中心發過來的資訊，立即就能解算出更高精度的差分 GPS 解(以保證在利用給定參考站改正模型去改正大氣和星曆誤差時具有足夠的位置精度，差分 GPS 的定位結果可達到 ± 1 米的精度，這足以保證模擬整個參考站網覆蓋區域內大氣和星曆誤差並正確應用)，並更新自己的位置，然後把新的位置再次發送給控制中心，然後總控軟體又可計算新的 RTCM 改正，該過程就相當於產生一個位於移動站附近的“虛擬參考站”，最後，控制中心將通過即時通訊資料傳輸 (GSM) 將 RTK 的綜合 RTCM 資訊發送出去給移動站用戶定位使用。形成一個新的、看不見的、虛無的參考站 RTCM 資料流程的技術就是所謂的“虛擬

參考站”技術。【張小紅、何良華，2002】

2-3-3 “e-gps”之網絡RTK技術

由成功大學衛星資訊研究中心曾清涼教授提出“e-gps”之網絡RTK技術，以VRS技術為基礎，利用多個參考站所組成的GPS網絡來評估該區域內的GPS誤差模型，以提供該區域內用戶端使用，用戶端將會收到加入即時內插的系統誤差的虛擬參考站觀測數據。【曾清涼，2003】

利用即時動態濾波估計求解參考站間之週波未定值及系統誤差正量，以卡曼濾波作為動態估計的工具，包括了參數隨時間改變狀態的動態方程式和修正動態方程式所預估參數的觀測方程式。

$$x_{k+1}(-) = \varphi_{k+1,k} \cdot x_k(+) + w_k, w_k \sim N(0, Q_k) \quad (2-4)$$

$$z_{k+1} = H_{k+1} \cdot x_{k+1} + v_k, v_{k+1} \sim N(0, R_{k+1}) \quad (2-5)$$

式(2-4)為動態方程式(dynamic equation)

式(2-5)為觀測方程式(observation equation)

z：觀測量

x：未知參數

(+)：參數的更新

(-)：參數的預估

k, k+1：表示第k個時刻和第k+1個時刻

$\varphi_{k+1,k}$ ：狀態移轉矩陣 (state transition matrix)

H：設計矩陣（design matrix）

w：濾波器的系統誤差

v：觀測量的殘差

使用二次差的觀測量作為參數估計的依據。當經過濾波估計和適當方式解算出GPS網絡中所有二次差週波未定值整數解後，以繼續建立系統誤差模型。當所需最少參考站數目為3個時，可選用雙線性曲面來代表區域中不同地點系統誤差的變化量。

由已知的虛擬參考站坐標和衛星軌道配合系統誤差改正量，可組成兩站之間的二次差虛擬觀測量，如下所示

$$\Phi_{MS,VRS}^{a,b} = \rho_{MS,VRS}^{a,b} + \Delta_{VRS} + \lambda N_{MS,VRS}^{a,b} = \Phi_{MS}^a - \Phi_{MS}^b - \Phi_{VRS}^a + \Phi_{VRS}^b \quad (2-6)$$

a, b：表示不同的衛星

MS, VRS：表示主參考站和虛擬參考主站

$\rho_{MS,VRS}^{a,b}$ ：幾何距離

Δ_{VRS} ：系統誤差改正量

當求得虛擬參考站的虛擬觀測量後和移動站的觀測量組成二次差分觀測量，因為兩站間的距離很短，中間的對流層和電離層誤差是高相關性可經由組二次差觀測量時消除，此時利用OTF相位未定值解算法進行短基線動態定位，可以快速的解算出整週波未定值和移動站每一時刻的坐標值。

2-4 三維雷射掃描

2-4-1 三維雷射掃描原理

基本原理依三維雷射掃描儀量測原理不同主要可分為時間差量測

(Time-of-Flight) 和三角法 (triangulation) 兩種。

時間差量測 (Time-of-Flight)，由雷射掃描儀發射出脈衝雷射光到物體表面，再接收經由物體表面反射回來的訊號，計算往返時間長度，求得雷射掃描儀與待測點之間的距離 (圖 2-4)。採用此種方法的掃描儀比起三角 (triangulation) 法可測量較遠的距離，但在近距離時，精度卻顯得較差。一般而言，誤差仍隨著距離增加而增。

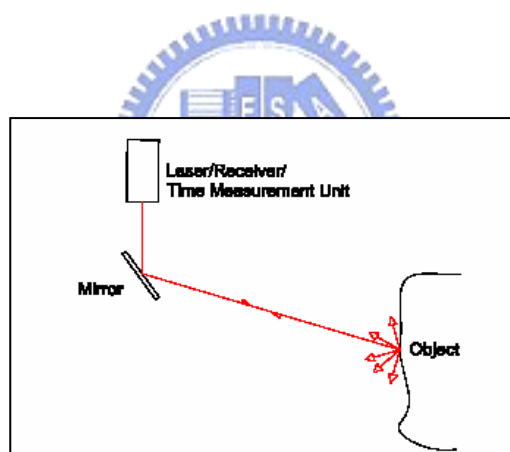


圖 2-4 時間差量原理測示意圖

三角法 (triangulation) 利用三角形幾何關係求得距離。先由掃描儀發射雷射光到待測物體表面，經由入射光與反射光之間的夾角，利用在基線另一端之相機接收物體反射之訊號，且雷射光源與 CCD 之間的基線長度經率定已知，經由三角形幾何關係推求雷射掃描儀與待測物體之間之距離 (圖 2-5)。採用此種方法的 3D 雷射掃描儀在近距離 (小於 2 m) 的精度較時間差系統為佳，其最大測距

範圍也較短，測距精度與本身基線長度有關。

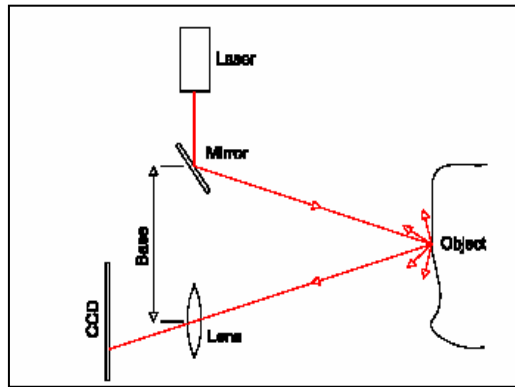


圖 2-5 三角法:單相機原理示意圖

另外一種三角法是採用兩台各自架設在基線兩端的相機，接收經待測物體反射之訊號，計算雷射掃描儀與物體間之距離（圖 2-6）。

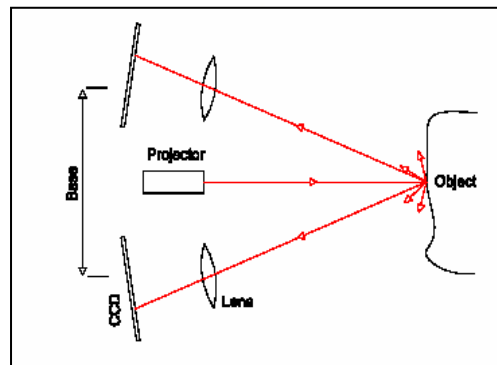


圖 2-6 三角法:雙相機原理示意圖

2-4-2 三維雷射掃描儀

三維雷射掃描儀（3D Laser Scanner）利用雷射測距之原理，由儀器本身發出雷射光束，接觸到物體表面後反射再接收所反射之訊號。經由相位或脈衝時間差之計算，可推得斜距，再配合掃描角度，可計算出掃描儀中心至物點之三維坐標差，並可同時記錄回訊強度值；若已知測站的三維坐標、或欲量測的標的物具有足夠的控制點坐標，則可換算推求每一掃描點之三維大地坐標。

雷射掃描儀的優點在於能在短時間內快速地獲得物體表面大量的點雲資料，可充分描述一個面，點雲中的每個點都有其三維坐標值，更具經濟效益且節省時間。相較於傳統的測量技術（詳見表 2-1），如全測站經緯儀、GPS，僅能提供有限的點位坐標資訊，雷射掃描儀可以提供大量之點位資料，進而詳實描述待測物之表面。此外，掃描儀不需人員到達可能會發生危險的地方，如崩塌地、礦坑、等地點，避免人員意外的發生以安全地進行變形監測，對於必須把握時間性的監測而言，為一有效率且安全的方法。特別是在緊急災難發生時，能否即時地製作出地形圖，對於災區重建、災害預防而言都是極為重要的工作。【郭朗哲等，2003】



表 2-1 傳統測量方法與 3D 雷射掃描儀之比較【郭朗哲等，2003】

測量方法	一般測量方法				3D雷射掃描系統
	全測站		航空攝影測量	GPS	地面光達
	具反射稜鏡	不具反射稜鏡			
儀器型號	TCA 1800 (Leica)	Rec Elta RL (Zeiss)	6008 metric (Rollei)	Trimble 4000SSI (Trimble)	LMS Z210 (Riegl)
測量媒介	近紅外光		可見光	衛星	近紅外光
測量方式	主動		被動	被動	主動
資料收集方式	直接		間接	直接	直接
測量限制	夜間仍可行		夜間無法觀測	至少需接收到五顆衛星之訊號	夜間仍可行
測量精度	2mm+2ppm (around 4mm 1km ahead)	5mm+3ppm (100m about 5mm)	1mm to several CMs	2cm+2ppm (against base line)	±2.5cm
測量距離	2500m	150m	NA	Around 1 km	350m
測量效率	10pts/hr		NA	10pts/hr	10 ⁶ pts/hr
備註				RTK	無須反射稜鏡