

國立交通大學

電控工程研究所

碩士論文

應用順滑模控制技術於電子楔擠式煞車器之輸

出追蹤研究

Study of Output Tracking for Electronic Wedge

Brake via Sliding Mode Control Technique

研究生：陳弘儒

指導教授：梁耀文 博士

中華民國一百零一年七月

應用順滑模控制技術於電子楔擠式
煞車器之輸出追蹤研究

**Study of Output Tracking for Electronic Wedge
Brake via Sliding Mode Control Technique**

研究生：陳弘儒

Student : Hung-Ju Chen

指導教授：梁耀文 博士

Advisor : Dr. Yew-Wen Liang



A Thesis

Submitted to Institute of Electrical Control Engineering
College of Electrical Engineering and Computer Science

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master

in

Electrical and Control Engineering

July 2012

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百零一年七月

應用順滑模控制技術於電子楔擠式煞車器之輸出追蹤研究

研究生：陳弘儒

指導教授：梁耀文 博士

國立交通大學電控工程研究所



本論文探討應用順滑模控制(Sliding Mode Control)技術於電子楔擠式煞車器(Electronic Wedge Brake)之輸出追蹤研究。論文中應用順滑模控制對於匹配型的系統之不確定性或外在干擾具有穩健性的性質，使電子楔擠式煞車器有穩健的煞車控制。然後進一步將此設計應用至車輛煞車系統，並根據控制律設計的需求，設計出微分估測器，將控制系統中所需要的微分資訊，即時估測後回傳給控制器使用，讓順滑模控制器可以切換合適的控制律。最後，模擬結果顯示應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，可以提供煞車力道，讓車輛在短時間內達到穩定煞車的效果。

Study of Output Tracking for Electronic Wedge Brake via Sliding Mode Control Technique

Student : Hung-Ju Chen

Advisor : Dr. Yew-Wen Liang

Institute of Electrical and Control Engineering
National Chiao Tung University



This thesis discusses the output tracking issues of electronic wedge brake (EWB) via sliding mode control (SMC) technique, because the SMC scheme has the advantage of robustness to matched type uncertainties and/or external disturbances. Furthermore, the EWB with the SMC control is applied to vehicle braking control, and an estimator is also presented to estimate the derivative information that required for the SMC controller. Simulation results demonstrate the benefits of the robust scheme, and the EWB with the SMC control generates the brake torque to make the vehicle has the stable braking performance.

誌謝

首先我要感謝我的指導教授梁耀文博士，感謝老師在課業與研究上的細心指導，在閒暇之餘也不忘分享珍貴的人生經驗，豐富我的專業知識，也同時啟發我的心靈，省思更多待人處世的道理，讓我受益良多。感謝所有指導過我的老師們，也感謝口試委員廖德誠博士、鄭治中博士和陳俊宏博士，對於我的論文給予寶貴的建議與指正，讓本論文得以更趨完善。

接下來我要感謝 906 實驗室裡所有陪伴過我的夥伴們，徐勝均學長、林立岡學長、鄭旭志學長、陳智強學長、吳榮人學長與徐君豪學長，感謝你們在我遇到困難與心情低落時，能適時地給予協助與鼓勵打氣，感謝同學鈞鈞與仰靚，兩年來在學業與生活上彼此的幫助，感謝學弟詠鈞、俊宇、國欽與逸庭，還有未來的學弟妹靜怡、韋銘、竣民與修維，感謝有你們的陪伴，讓 906 實驗室的生活氣氛更加融洽。

最後，也是最重要的，我要感謝我的家人，爸爸、媽媽、哥哥與女友雅淳，感謝你們的支持、鼓勵與照顧，讓我可以無後顧之憂，勇往直前，順利完成研究所的學業，謝謝你們，謹將此論文獻給你們。

陳弘儒 謹識

中華民國一百零一年七月

新竹 交通大學

目錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
誌謝	iii
目錄	iv
圖目錄	v
表目錄	vii
第 1 章 緒論.....	1
1.1 研究背景與動機.....	1
1.2 論文架構.....	3
第 2 章 預備知識.....	4
2.1 順滑模控制器之設計.....	4
2.2 微分估測器之設計.....	9
2.3 四輪車輛動態介紹.....	12
2.4 電子楔擠式煞車器.....	15
2.4.1 楔擠式煞車器運作原理.....	15
2.4.2 模型架構與動態分析.....	16
第 3 章 電子楔擠式煞車器之控制.....	19
3.1 問題描述.....	20
3.2 順滑模控制律設計.....	21
3.3 模擬結果.....	24
第 4 章 應用順滑模控制技術於電子楔擠式煞車器之輸出追蹤研究.....	32
4.1 問題描述與流程圖.....	33
4.2 順滑模穩健性控制律之設計.....	34
4.3 微分估測器之設計.....	36
4.3.1 微分估測器之模擬結果.....	38
4.4 車輛煞車控制模擬結果.....	49
第 5 章 結論與未來研究方向.....	56
5.1 結論.....	56
5.2 未來研究方向.....	57
參考文獻.....	58

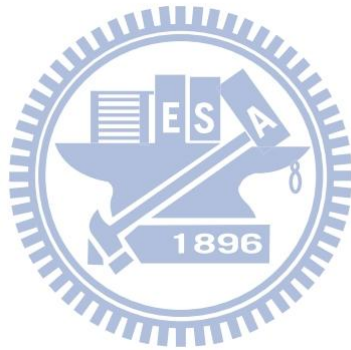
圖目錄

圖 1.1	控制方塊流程圖.....	3
圖 2.1	順滑模控制示意圖.....	4
圖 2.2	切跳 (chattering) 現象示意圖.....	7
圖 2.3	應用邊界層的順滑變數運作模式.....	8
圖 2.4	飽和函數(Saturation Function)與符號函數(Sign Function)比較圖	8
圖 2.5	跟蹤微分器的解以曲線族方式表示圖.....	11
圖 2.6	估測器的運作原理.....	11
圖 2.7	四輪車輛模型.....	12
圖 2.8	楔擠式煞車器運作原理.....	15
圖 2.9	電子楔擠式煞車器之架構.....	16
圖 2.10	楔塊受力圖.....	16
圖 3.1	應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道 $y_d = F_B^* = 1500(N)$ 的追蹤軌跡	25
圖 3.2	應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道 $y_d = F_B^* = 1500(N)$ 的追蹤誤差	25
圖 3.3	應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道 $y_d = F_B^* = 1500(N)$ 的順滑變數.....	26
圖 3.4	應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道 $y_d = F_B^* = 1500(N)$ 的控制力道.....	26
圖 3.5	應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道 $y_d = F_B^* = \sin(100t)(N)$ 的追蹤軌跡.....	27
圖 3.6	應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道 $y_d = F_B^* = \sin(100t)(N)$ 的追蹤誤差	28
圖 3.7	應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道 $y_d = F_B^* = \sin(100t)(N)$ 的順滑變數.....	28
圖 3.8	應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道 $y_d = F_B^* = \sin(100t)(N)$ 的控制力道.....	29
圖 3.9	應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道 $y_d = F_B^* = \cos(t) + 0.1\sin(10t) + 0.05\cos(20t)(N)$ 的追蹤軌跡	30
圖 3.10	應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道 $y_d = F_B^* = \cos(t) + 0.1\sin(10t) + 0.05\cos(20t)(N)$ 的追蹤誤差	30
圖 3.11	應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道 $y_d = F_B^* = \cos(t) + 0.1\sin(10t) + 0.05\cos(20t)(N)$ 的順滑變數.....	31
圖 3.12	應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道	

	$y_d = F_B^* = \cos(t) + 0.1\sin(10t) + 0.05\cos(20t)$ (N) 的控制力道	31
圖 4.1	利用(4.11)式微分估測器估測 $0.5\sin(2t)$ 的 一次與二次微分訊號的追蹤軌跡.....	39
圖 4.2	利用(4.11)式微分估測器估測 $0.5\sin(2t)$ 的 三次與四次微分訊號的追蹤軌跡.....	39
圖 4.3	利用(4.11)式微分估測器估測 $0.5\sin(2t)$ 的 一次與二次微分訊號的追蹤誤差.....	40
圖 4.4	利用(4.11)式微分估測器估測 $0.5\sin(2t)$ 的 三次與四次微分訊號的追蹤誤差.....	40
圖 4.5	利用(4.11)式微分估測器估測 $\cos(3t)$ 的 一次與二次微分訊號的追蹤軌跡.....	41
圖 4.7	利用(4.11)式微分估測器估測 $\cos(3t)$ 的 一次與二次微分訊號的追蹤誤差.....	42
圖 4.8	利用(4.11)式微分估測器估測 $\cos(3t)$ 的 三次與四次微分訊號的追蹤誤差.....	43
圖 4.9	利用(4.11)式微分估測器估測 $\sin(t) + 0.01\sin(10t)$ 的 一次與二次微分訊號的追蹤軌跡.....	44
圖 4.10	利用(4.11)式微分估測器估測 $\sin(t) + 0.01\sin(10t)$ 的 三次與四次微分訊號的追蹤軌跡.....	44
圖 4.11	利用(4.11)式微分估測器估測 $\sin(t) + 0.01\sin(10t)$ 的 一次與二次微分訊號的追蹤誤差.....	45
圖 4.12	利用(4.11)式微分估測器估測 $\sin(t) + 0.01\sin(10t)$ 的 三次與四次微分訊號的追蹤誤差.....	45
圖 4.13	利用(4.11)式微分估測器估測 $\cos(10t)$ 的 一次與二次微分訊號的追蹤軌跡.....	46
圖 4.14	利用(4.11)式微分估測器估測 $\cos(10t)$ 的 三次與四次微分訊號的追蹤軌跡.....	47
圖 4.15	利用(4.11)式微分估測器估測 $\cos(10t)$ 的 一次與二次微分訊號的追蹤誤差.....	47
圖 4.16	利用(4.11)式微分估測器估測 $\cos(10t)$ 的 三次與四次微分訊號的追蹤誤差.....	48
圖 4.17	全車煞車模擬的系統狀態變數 V_x, V_y	52
圖 4.18	全車煞車模擬的系統狀態變數 Ω, δ_{sat}	52
圖 4.19	全車煞車模擬的系統狀態變數 $\lambda_{fl} - \lambda_{fl}^*, \lambda_{fr} - \lambda_{fr}^*$	53
圖 4.20	全車煞車模擬的系統狀態變數 $\lambda_{rl} - \lambda_{rl}^*, \lambda_{rr} - \lambda_{rr}^*$	53
圖 4.21	全車煞車模擬的左前輪與右前輪之 EWB 所提供的煞車力道.....	54
圖 4.22	全車煞車模擬的左後輪與右後輪之 EWB 所提供的煞車力道.....	54

表目錄

表 2.1 電子楔擠式煞車器模型的各符號代表意義.....	17
表 4.1 車輛模擬參數.....	49
表 4.2 布克哈特輪胎模型在乾地下的參數.....	49



第 1 章 緒論

1.1 研究背景與動機

有許多性能指標可以用來評比車輛行駛所提供的功能性，例如由動力性能指標，可以評斷車輛加速能力或是上坡能力等驅動性能，由操作性能指標可以評斷車輛在行駛中的操作穩定性，由制動性能指標可以評斷車輛在行駛中，進行煞車時是否能提供有效且安全的制動能力。隨著科技日新月異，汽車工業也突飛猛進地成長中，強悍的工業研發與設計能力為現今的車輛提供越來越大的馬力，但如何同時提升汽車行駛的安全性，一直是汽車工業發展中很重要的研究課題之一，因此車輛的制動性能由於行車安全的考量，便成為很重要的研究領域。汽車具有良好的制動性能是安全駕駛的保證，也是汽車動力性能得以很好發揮的前提，現今科技也有許多提升車輛制動能力的機制，最耳熟能詳的，例如防鎖死煞車系統 A.B.S.(Anti-lock Brake System)，可藉由調整制動卡鉗的施力程度，讓車輛持續提供最大的煞車力道，並在縮短煞車距離的同時，避免車輪因為煞車鎖死，產生側滑或是失去轉向能力等危險情況。

另一方面，雖然工業的發展進步十分快速，但近幾年來，由於石化能源的減少以及民眾對於環境保護的重視，能源危機的議題與永續發展的觀念，促使許多以石化能源為主要燃料的工業產品，皆因此逐漸轉型成以較乾淨環保的電力為主要能源，電動車 EVs(Electric Vehicles)便是其中一項因應環境議題與能源危機所開發出來的產品。電動車的優點很多，由文獻[1]-[3]可得知，電動車具有以下若干項優點：(1)馬達產生的轉矩快速且精準、(2)驅動馬達因為其輕巧的體積，所

以可以安裝於四個車輪上、(3)可以很精確的知道驅動馬達的轉矩大小。

而由於目前以電力為主要能源的電動車，因為電能轉換成動能的轉換效率尚未有較突出的表現，因此過重的裝置會因為增加車體的載重負荷，嚴重影響車輛的動力性能，以車輛的制動系統為例，傳統的液/油壓式煞車系統的重量與體積，相對就太過於笨重且龐大，而不適合用於電動車的制動系統設計。在車輛制動系統的研究領域中，電子楔擠式煞車器 EWB(Electronic Wedge Brake)是由德國的汽車機械電子產品開發商西門子威迪歐公司(Siemens VDO)，所推出一種新式的車用電子煞車系統，有別於傳統煞車系統，電子楔擠式煞車器有更小的裝置體積，並且其制動裝置是以電子驅動元件設計[14]，所以更適合用於電動車的制動系統。隨著電子科技的進步，存在於日常生活中的電子裝置也越來越多，例如電動車就是一種未來的發展趨勢，但是當許多產品皆以電子化的設計方式在生產運作時，值得研究的便是這些系統的運作穩定性，以應用電子楔擠式煞車器為制動系統的電動車為例，若是因為電子元件遭遇雜訊干擾而造成車輛的制動功能失靈，便有可能釀成可怕的车禍，造成生命財產的損失，因此如何確保系統運作的穩定性，成為了一個很重要的研究課題。

針對系統實施一個良好的控制律設計，便能保證其運作的穩定性，順滑模控制技術 SMC(Sliding Mode Control)擁有響應快速，設計簡單，以及對系統的不確定性或外在干擾具有穩健性(robustness)等優點[17]-[23]，是一種具穩健性的控制設計方法，並且藉由適當地選取控制器的參數設定，設計者可以調整系統輸出追蹤理想值的收斂速度，因此設計上較有彈性。而在控制器設計當中，有時候會有某些資訊無法直接取得，造成控制器設計的困難，因此加入估測器的搭配使用，就能讓控制目的更便於達成；追蹤微分器 TD(Tracking Differentiator)或是擴張狀態估測器 ESO(Extended State Observer)皆是有不錯效果的估測器[4]，適合用於估測未知函數的多次微分。

本論文針對電子楔擠式煞車器採用順滑模控制做控制律的設計，並進一步搭配微分估測器的使用，將控制律應用至電動車的車輛制動系統。車輛控制方塊流

程圖如圖 1.1 所示，其中 S.M.C.為順滑模控制(Sliding Mode Control)，E.W.B.為電子楔擠式煞車器(Electronic Wedge Brake)，H.O.D.為高階微分器(High Order Differentiator)，以及 $\alpha = fl, fr, rl, rr$ 分別代表左前輪(front-left)、右前輪(front-right)、左後輪(rear-left)、右後輪(rear-right)：

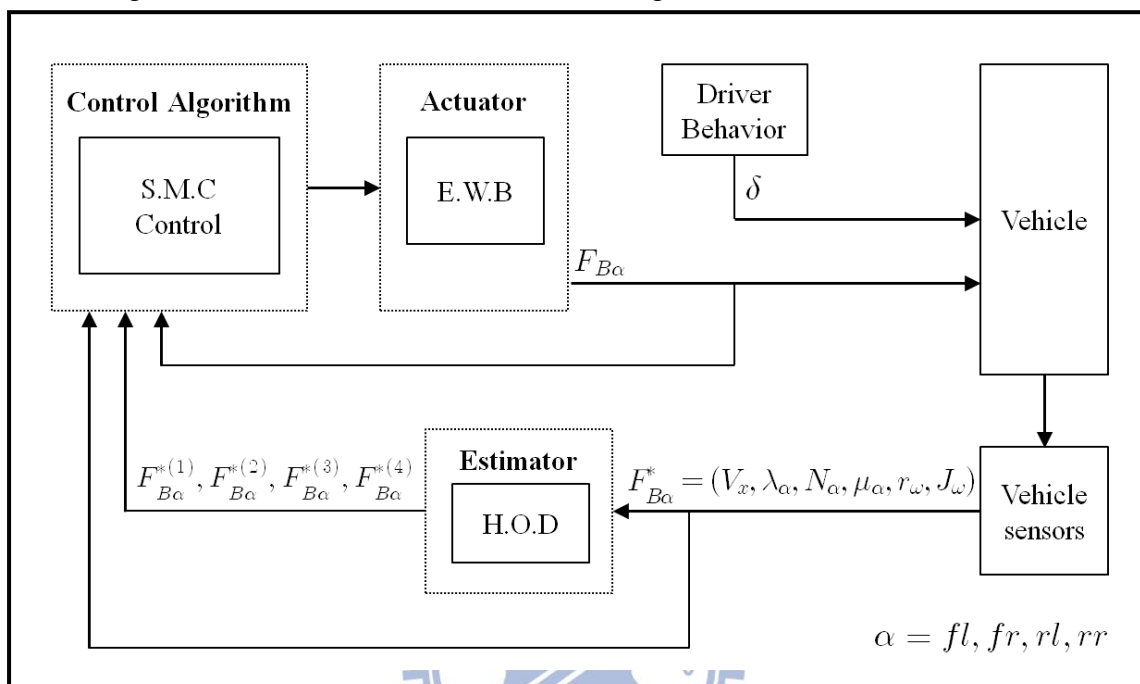


圖 1.1 控制方塊流程圖

1.2 論文架構

本論文架構如下：第二章為預備知識，在此章節本論文會介紹順滑模控制之理論、微分估測器、四輪車動態模型以及電子楔擠式煞車器。本論文在第三章會針對電子楔擠式煞車器採用順滑模控制設計，並藉由模擬結果顯示其煞車力道能在有限時間內追蹤理想的煞車力道。在第四章為應用順滑模控制技術搭配微分估測器的電子楔擠式煞車器於車輛煞車控制，首先設計控制律，並根據需求加入微分估測器，用以搭配控制器設計中，未知函數的微分估測，且藉由模擬結果顯示其估測性能。結合控制器與估測器後，本論文將第三章之針對電子楔擠式煞車器的穩健性控制設計方法，延伸應用於電動車的全車煞車模型，並以模擬結果顯示其良好的制動性能。第五章提出結論與未來研究方向。

第 2 章 預備知識

2.1 順滑模控制器之設計

順滑模控制(Sliding Mode Control, SMC)是一種非線性控制方法，藉由不連續的控制輸入，迫使系統狀態在有限時間內，被推向預先設計好的順滑面(sliding surface)上，並因為順滑面的特性，使得系統狀態會持續保持在上面，且沿著順滑面向平衡點移動。當順滑函數為零時，代表系統上到了順滑面，此時狀態軌跡沿著順滑面滑行的運動方式我們稱之為順滑模態(sliding mode)，示意圖如圖 2.1：

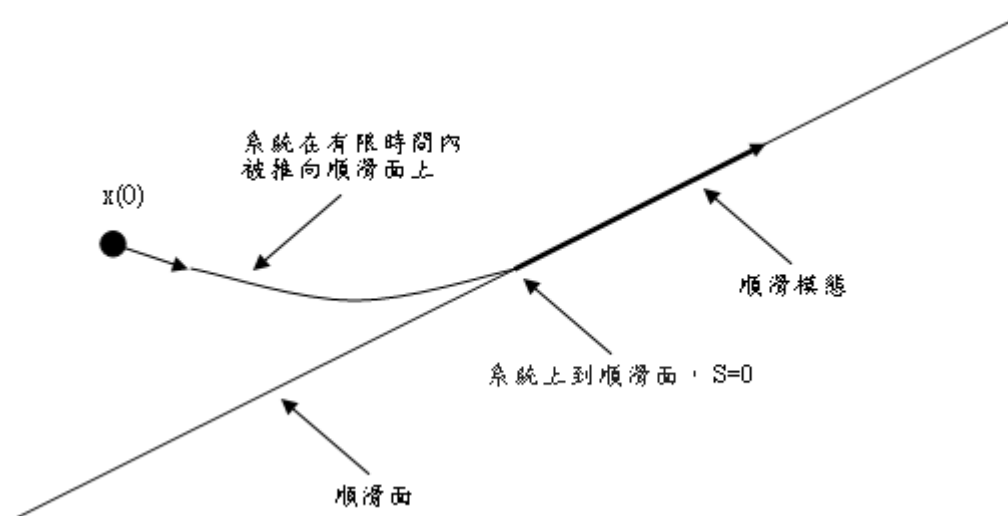


圖 2.1 順滑模控制示意圖

順滑模控制器的設計流程主要分成兩個步驟[4]-[7]：首先是選取適當的順滑面，當系統狀態維持在此順滑面上時會產生設計者所要的表現，其次是決定控制律，使得系統狀態能在有限時間內被推上順滑面並且保持在順滑面上。

一般來說，順滑模控制的順滑面通常會設計成線性的順滑函數，而系統狀態在順

滑面上時的動態階數則會比原始系統的階數要少，也因此減輕了設計的複雜度。

下面主要說明此控制律的設計。

本論文考慮一非線性動態系統如下：

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_O(\mathbf{x}) + G_O(\mathbf{x})\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{h}_O(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (2.1)$$

其中 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ 為狀態變數， $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^m$ 為控制輸入， $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^p$ 為系統輸出， $\mathbf{f}_O(\mathbf{x}) \in \mathbf{R}^n$ ， $G_O(\mathbf{x}) \in \mathbf{R}^{n \times m}$ 以及 $\mathbf{h}_O(\mathbf{x}) \in \mathbf{R}^p$ 為平滑函數。首先假設系統(2.1)的相對階數(relative degree)為 (k_1, \dots, k_p) ，也就是對 y_i 微分 k_i 次 ($i = 1 \dots p$) 才會出現控制輸入 \mathbf{u} ，對 y_i 微分 j 次， $j < k_i$ 不會有控制輸入 \mathbf{u} 的出現，接著我們定義系統輸出以及輸入-輸出關係等式(input-output relation equation)如下：

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1^{(k_1)} \\ \vdots \\ y_p^{(k_p)} \end{pmatrix} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + G(\mathbf{x})\mathbf{u} + \mathbf{d} \quad (2.2)$$

其中 $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^p$ 為系統輸出， $\mathbf{f}: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^p$ 以及 $G: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^{p \times m}$ ， $\mathbf{d} \in \mathbf{R}^p$ 為匹配型(matched type)的系統之不確定性(uncertainty)或外在干擾(external disturbance)所造成的擾動(perturbation)。考慮 $m = p$ ，並假設 $G(\mathbf{x})$ 在 $\mathbf{x} \neq 0$ 的情況下為一個非奇異(Nonsingular)矩陣。設計控制律的目的在於，使系統輸出追蹤參考輸出(reference output)，意即 $\mathbf{y} \rightarrow \mathbf{y}_d$ ，其中 $\mathbf{y}_d = (y_{d1} \dots y_{dp})^T$ 為參考輸出軌跡，另外定義輸出誤差 $e_i(t)$ 及順滑面 $s_i(t) = 0, i = 1 \dots p$ ，分別為：

$$e_i(t) = y_i(t) - y_{di}(t), \quad i = 1, \dots, p \quad (2.3)$$

$$s_i(t) \triangleq e_i^{(k_i-1)}(t) + a_{i(k_i-1)} e_i^{(k_i-2)}(t) + \dots + a_{i2} \dot{e}_i(t) + a_{i1} e_i(t) = 0 \quad (2.4)$$

其中 a_{ij} ， $i = 1, \dots, p$ ， $j = 1, \dots, k_i - 1$ ，為選取的參數使得(2.4)之線性齊次微分方程式所對應的特徵多項式 $\mathbf{P}(\lambda) = \lambda^{k_i-1} + a_{i(k_i-1)} \lambda^{k_i-2} + \dots + a_{i2} \lambda + a_{i1}$ 為赫威茲多項式(Hurwitz polynomials)，也就是其極點皆在複數平面的左半平面。

接下來我們參考文獻[8]設計順滑模控制律 \mathbf{u}_0 和 \mathbf{u}_1 ，其中 \mathbf{u}_0 用來消除 $\dot{\mathbf{s}} \triangleq (\dot{s}_1 \dots \dot{s}_p)$ 中的確定項(deterministic terms)，而 \mathbf{u}_1 則用來補償 $\dot{\mathbf{s}}$ 中的不確定項，使得系統在控制律 $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_1$ 下滿足對所有 i ， $s_i(t)\dot{s}_i(t) \leq -\eta_i|s_i|$ 且 $\eta_i > 0$ 之條件。此條件能保證系統狀態在有限時間到達順滑面[8]，且從此保持在順滑面上。此外， η_i 可決定系統狀態到達順滑面之時間，且 η_i 越大，系統狀態越快到達順滑面。

將(2.4)式微分獲得 \dot{s}_i 如下：

$$\dot{s}_i(t) \triangleq e_i^{(k_i)}(t) + a_{i(k_i-1)} e_i^{(k_i-1)}(t) + \dots + a_{i2} e_i^{(2)}(t) + a_{i1} \dot{e}_i(t) \quad (2.5)$$

將(2.2)式代入(2.5)式中可獲得 \mathbf{u}_0 如下：

$$\mathbf{u}_0 = \begin{pmatrix} u_{01} \\ \vdots \\ u_{0m} \end{pmatrix} = -G(\mathbf{x})^{-1} \begin{pmatrix} f_1(\mathbf{x}) - y_{1d}^{(k_1)} + a_{1(k_1-1)} e_1^{(k_1-1)}(t) + \dots + a_{11} \dot{e}_1(t) \\ \vdots \\ f_p(\mathbf{x}) - y_{pd}^{(k_p)} + a_{p(k_p-1)} e_p^{(k_p-1)}(t) + \dots + a_{p1} \dot{e}_p(t) \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

將 $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_1$ 及(2.6)式代入(2.5)式，可得：

$$\dot{s}_i(t) = \sum_{j=1}^m g_{ij}(\mathbf{x}) u_{1j} + d_i \quad (2.7)$$

將(2.7)等號兩邊同乘 $s_i(t)$ 得(2.8)式：

$$s_i(t)\dot{s}_i(t) = s_i(t) \left\{ \sum_{j=1}^m g_{ij}(\mathbf{x}) u_{1j} + d_i \right\} \quad (2.8)$$

其中 $g_{ij}(\mathbf{x})$ 為 $G(\mathbf{x})$ 的 (i, j) -元素，然後假設 $|d_i| \leq \rho_i(\mathbf{x}, t)$ ， $\rho_i(\mathbf{x}, t) > 0$ ，

並選擇 \mathbf{u}_1 如下：

$$\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} u_{11} \\ \vdots \\ u_{1m} \end{pmatrix} = -G(\mathbf{x})^{-1} \begin{pmatrix} (\rho_1 + \eta_1) \mathbf{sgn}(s_1) \\ \vdots \\ (\rho_p + \eta_p) \mathbf{sgn}(s_p) \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

將(2.9)代入(2.8)可得到：

$$\begin{aligned}
 s_i(t)\dot{s}_i(t) &= -s_i(t)(\rho_i + \eta_i)\mathbf{sgn}(s_i) + s_i(t)d_i \\
 &\leq -s_i(t)(\rho_i + \eta_i)\mathbf{sgn}(s_i) + s_i(t)(\rho_i) \\
 &\leq -|s_i(t)|(\rho_i + \eta_i)\mathbf{sgn}(s_i) + |s_i(t)|(\rho_i) \\
 &\leq -\eta_i|s_i(t)|.
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

由於 $s_i^2 = |s_i|^2$ ，因此 $2s_i\dot{s}_i = 2|s_i|\frac{d}{dt}|s_i|$ ，

所以(2.10)式可改寫為 $|s_i|\frac{d}{dt}|s_i| \leq -\eta_i|s_i|$ ，也就是 $\frac{d}{dt}(|s_i|) \leq -\eta_i$ 。

由以上推導可發現 $|s_i|$ 對時間的變化率都小於或等於 $-\eta_i$ ，這代表系統狀態會在有限時間內上到順滑面上，而且當 η_i 越大，系統狀態上到順滑面的速度也會越快。

以上完成 \mathbf{u}_1 之設計。最後完整的控制律 $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_1$ 為(2.6)和(2.9)的總和。

由於順滑模控制的 \mathbf{u}_1 使用符號函數(Sign Function)來設計，所以系統狀態會因為符號函數的特性，造成順滑模控制若在高頻做切換的動作時，產生”切跳(chattering)”現象，如下圖：

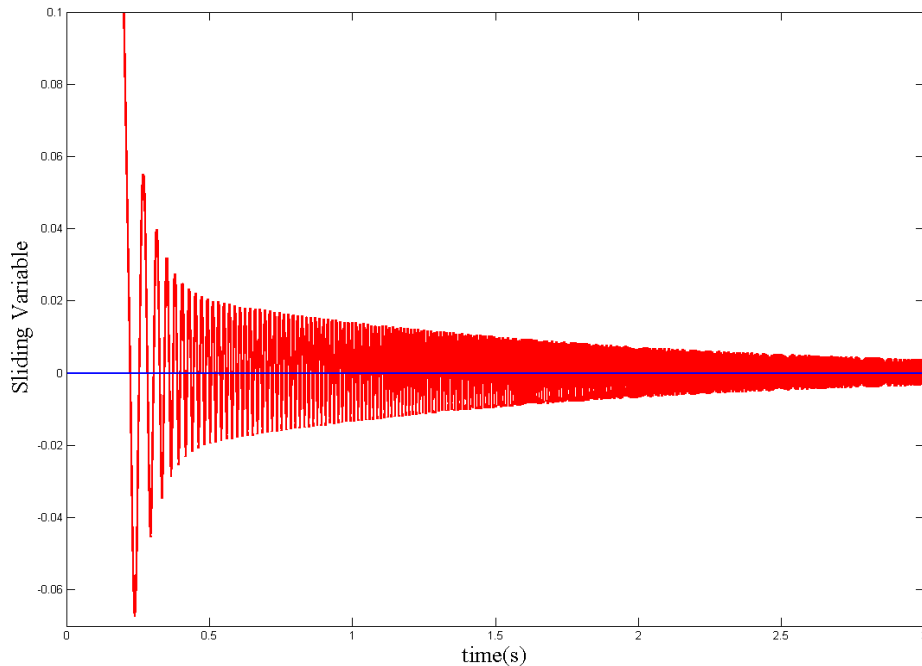


圖 2.2 切跳 (chattering) 現象示意圖

由於切跳現象會產生不必要的能量消耗，在[9]提出邊界層(boundary layer)的設計概念，用以減輕切跳現象，應用邊界層的順滑變數運作模式如下：

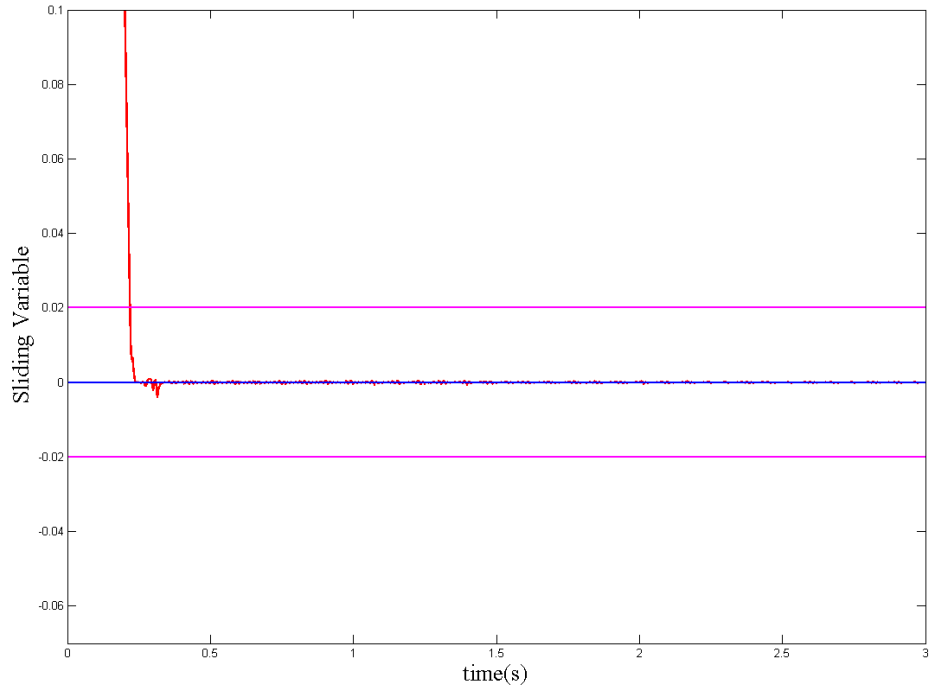


圖 2.3 應用邊界層的順滑變數運作模式

其方法是利用飽和函數 (Saturation Function) 取代原來的符號函數 (Sign Function)，則切跳現象即可被大幅改善，下圖飽和函數內的 ϵ 即為邊界層的設定範圍。

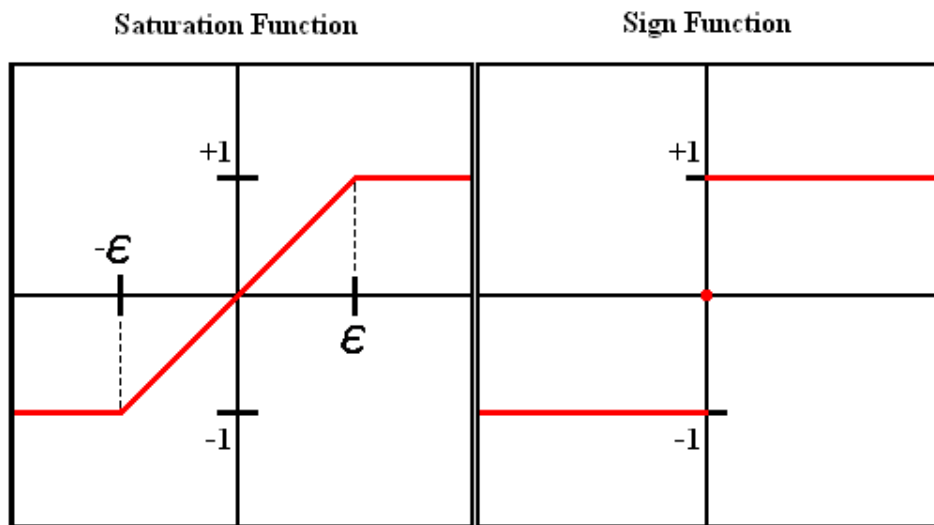


圖 2.4 飽和函數(Saturation Function)與符號函數(Sign Function)比較圖

2.2 微分估測器之設計

由於在控制器的設計中，某些系統資訊有可能會無法直接獲得，所以需要加入估測器的協助，以本論文所遇到的狀況為例，車輛期望的煞車力道之導數，便是控制器需要卻無法直接獲得的資訊，因此本論文加入微分估測器來協助估測控制器所需要的資訊。微分估測器，或稱跟蹤微分器(Tracking Differentiator, TD)，一般而言有線性或非線性兩種不同的型態。

參考文獻[10]，考慮一個二階微分方程如下：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) \end{cases} \quad (2.11)$$

假設(2.11)式中的 $f(x_1, x_2)$ 可使得此二階動態方程式的所有解皆有界(bounded)且滿足(2.12)式

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} x_2(t) = 0 \quad (2.12)$$

那麼對任意有界的分段連續訊號 $v(t), t \in [0, \infty]$ 和任意 $T > 0$ ，微分方程

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = r^2 f(x_1 - v(t), \frac{x_2}{r}) \end{cases} \quad (2.13)$$

的解的第一個分量 $x_1(r, t)$ ，將滿足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^T |x_1(r, t) - v(t)| dt = 0 \quad (2.14)$$

也就是說隨著參數 r 的增大， $x_1(r, t)$ 會在任意有限時間內，充分地逼近輸入訊號 $v(t)$ ，因此，我們可以把 $x_1(r, t)$ 的微分 $\dot{x}_1(r, t) = x_2(r, t)$ 當作輸入訊號 $v(t)$ 的微分訊號。

參考文獻[10]，考慮一個二階積分器串聯型系統：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u, |u| \leq u_{max} \end{cases} \quad (2.15)$$

以原點為終點的最短時間最佳控制律為(2.16)式[30]

$$u(x_1, x_2) = -u_{max} \text{sign}\left(x_1 + \frac{x_2|x_2|}{2u_{max}}\right) \quad (2.16)$$

將(2.16)式代入(2.15)可得到

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -u_{max} \text{sign}(x_1 + \frac{x_2|x_2|}{2u_{max}}) \end{cases} \quad (2.17)$$

(2.17)式滿足(2.12)式，因此本論文選取一種跟蹤微分器的型式如下：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -u_{max} \text{sign}[(x_1 - v_0(t)) + \frac{x_2|x_2|}{2u_{max}}] \end{cases} \quad (2.18)$$

其中 $v_0(t)$ 為輸入訊號。此系統解的分量 $x_1(t)$ ，在 $|x_1| \leq u_{max}$ 的限制之下，將最快地追蹤輸入訊號 $v_0(t)$ ，而且 u_{max} 越大，追蹤的速度也越快。很顯然的，當 $x_1(t)$ 充分地接近 $v_0(t)$ 時，可以把解的另一個分量 $x_2(t) = \dot{x}_1(t)$ 當成輸入訊號 $v_0(t)$ 的近似一次微分。

接下來我們分析(2.17)式的系統狀態軌跡，當 $x_1 + \frac{x_2|x_2|}{2u_{max}} < 0$ 與 $x_1 + \frac{x_2|x_2|}{2u_{max}} > 0$ 時，

(2.17)式可分別寫成(2.19)-(2.20)式：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = +u_{max} \end{cases} \quad (2.19)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -u_{max} \end{cases} \quad (2.20)$$

為了方便分析，以下我們個別討論系統(2.19)-(2.20)之狀態軌跡，將(2.19)式表示成狀況一： $x(t) = +u_{max}$ ，(2.20)式表示成狀況二： $x(t) = -u_{max}$ 並做以下推導。

狀況一： $x(t) = +u_{max}$

首先對 $x(t)$ 積分一次得到(2.21)式 $\dot{x}(t) = u_{max}t + a$ (2.21)

將(2.21)式整理後得(2.22)式 $t = \frac{\dot{x}(t)-a}{u_{max}}$ (2.22)

然後再對(2.21)式積分一次得 $x(t) = \frac{1}{2}u_{max}t^2 + at + b$ (2.23)

最後將(2.22)式代入(2.23)式整理後可得 $x(t) = \frac{1}{2}u_{max}\dot{x}^2(t) + c$ (2.24)

其中 $c = (b - \frac{a^2}{2u_{max}})$ ，且 a, b, u_{max} 為常數(constant)。

狀況二： $x(t) = -u_{max}$ ，

一樣可以透過同上述的推導模式得到 $x(t) = -\frac{1}{2}u_{max}\dot{x}^2(t) + c$ (2.25)

其中 $c = (b + \frac{a^2}{2u_{max}})$ ，且 a, b, u_{max} 為常數(constant)。

由上述推導我們可以觀察出，(2.24)式所代表的系統狀態軌跡會於 (x, \dot{x}) 平面上形成一組開口向右的拋物線曲線族，而(2.25)式所代表的系統狀態軌跡會於 (x, \dot{x}) 平面上形成一組開口向左的拋物線曲線族，如圖 2.5 所表示，而系統狀態軌跡至多切換一次，最後會沿著切換線收斂至原點[30]，如圖 2.6 所示。

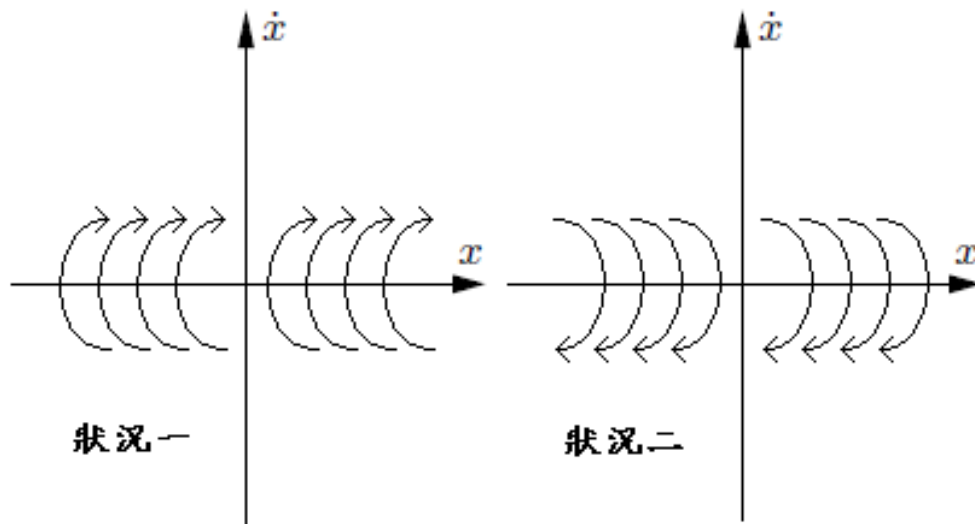


圖 2.5 跟蹤微分器的解以曲線族方式表示圖

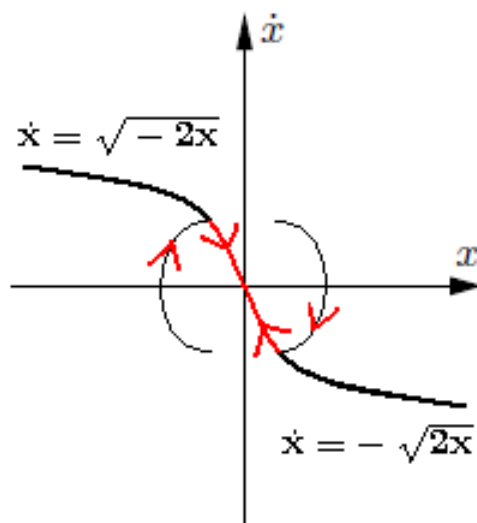


圖 2.6 估測器的運作原理

2.3 四輪車輛動態介紹

本論文參考文獻[26]的四輪車輛動態模型，為了簡化問題，我們只考慮偏航平面（yaw plane）的動態。四輪車輛模型如下圖所示：

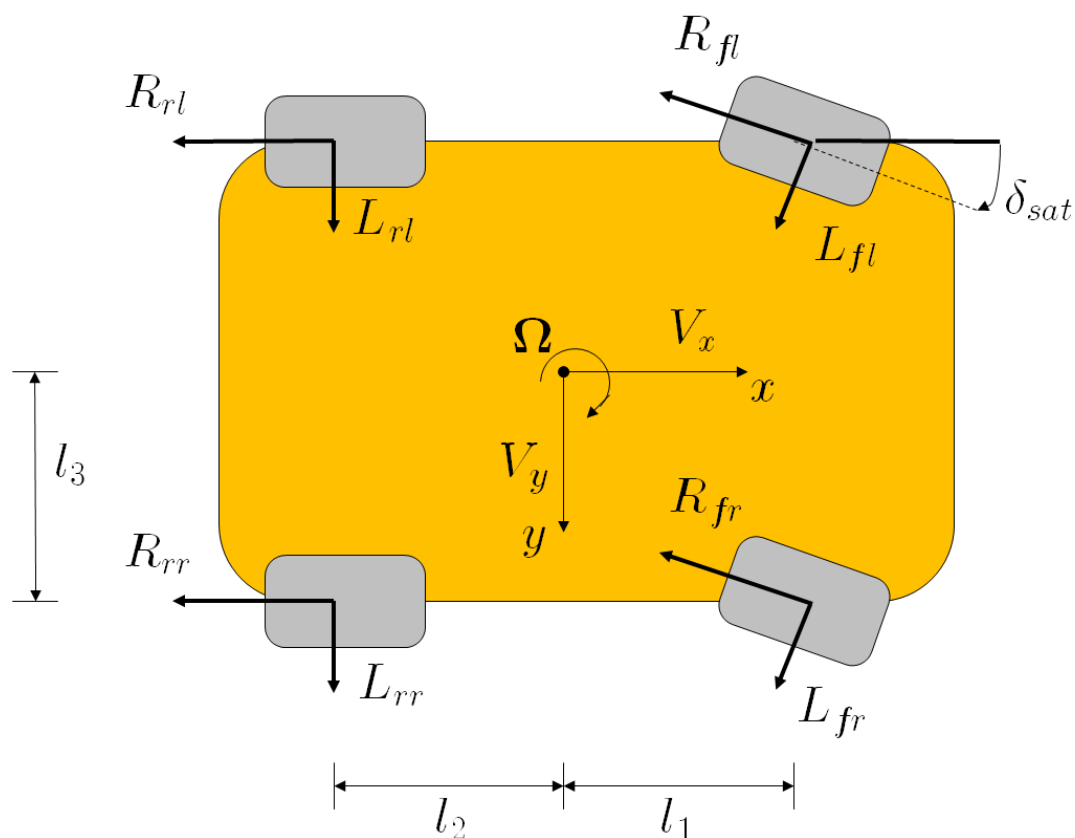


圖 2.7 四輪車輛模型

四輪車輛的中心點為車輛的重心（CG：center of gravity），以中心點為起點，朝車頭方向為正向的 x 座標，朝車子右手邊方向為正向的 y 座標， V_x 和 V_y 分別為車子速度在 x 座標以及 y 座標上的分量， Ω 為 z 座標上（與 yaw plane 垂直）的旋轉角速度， R_α 與 L_α ， $\alpha = fl, fr, rl, rr$ ，分別代表輪胎的縱向力與側向力， $\alpha = fl, fr, rl, rr$ 表示車子的左前輪、右前輪、左後輪以及右後輪的位置， l_1 、 l_2 分別為車子中心點到前輪、後輪的垂直距離， l_3 為車子中心點到左右輪胎座標的垂直距離。

四輪車輛的動態方程式如(2.26)-(2.30)所示：

$$\dot{V}_x = \frac{F_x}{m} + \Omega \cdot V_y \quad (2.26)$$

$$\dot{V}_y = \frac{F_y}{m} + \Omega \cdot V_x \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} I_{zz} \cdot \dot{\Omega} = & (-R_{fl} \cdot s\delta_{sat} + L_{fl} \cdot c\delta_{sat}) \cdot l_1 + (-R_{fr} \cdot s\delta_{sat} + L_{fr} \cdot c\delta_{sat}) \cdot l_1 \\ & + (-R_{fl} \cdot c\delta_{sat} - L_{fl} \cdot s\delta_{sat}) \cdot l_3 + (R_{fr} \cdot c\delta_{sat} + L_{fr} \cdot s\delta_{sat}) \cdot l_3 \\ & + (-R_{rl} \cdot l_3 - L_{rl} \cdot l_2) + (R_{rr} \cdot l_3 - L_{rr} \cdot l_2) \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\dot{\lambda}_\alpha = \frac{V_x \cdot (1 - \lambda_\alpha)}{V_x} + \frac{r_\omega \cdot T_\alpha - \mu_\alpha \cdot r_\omega^2 \cdot N_\alpha}{V_x \cdot J_\omega}, \alpha = fl, fr, rl, rr \quad (2.29)$$

$$\tau \cdot \dot{\delta} = -\delta + \delta_c \quad (2.30)$$

其中， m 為四輪車的總質量， I_{zz} 為車體垂直方向上的轉動慣能（moment of inertia）， c 和 s 分別為 $cosine$ 和 $sine$ 的運算式， λ_α 為輪胎的滑移率， ω_α 為輪胎轉速， r_ω 為輪胎半徑， J_ω 為輪胎轉動慣量（inertia moment of wheel）， μ_α 為輪胎-路面的摩擦力， T_α 為煞車力矩， τ 為時間常數， δ （steering wheel angle）

為我們希望的輪胎操作轉角，而 δ_{sat} 為輪胎操作轉角的實際輸出，定義為：

$$\delta_{sat} = \frac{\pi}{16} \text{ if } \delta > \frac{\pi}{16} \quad ; \quad \delta_{sat} = -\frac{\pi}{16} \text{ if } \delta < -\frac{\pi}{16} \quad ;$$

$\delta_{sat} = \frac{\pi}{16} \cdot \sin(\delta) \text{ if } -\frac{\pi}{16} < \delta < \frac{\pi}{16}$ [28]， δ_c 為控制輸入，其他相關表示式如下：

$$F_x = (-R_{fl} \cdot c\delta_{sat} - L_{fl} \cdot s\delta_{sat}) + (-R_{fr} \cdot c\delta_{sat} - L_{fr} \cdot s\delta_{sat}) - R_{rl} - R_{rr} \quad (2.31)$$

$$F_y = (-R_{fl} \cdot s\delta_{sat} + L_{fl} \cdot c\delta_{sat}) + (-R_{fr} \cdot s\delta_{sat} - L_{fr} \cdot c\delta_{sat}) + L_{rl} + L_{rr} \quad (2.32)$$

$$L_{fl} = C_{fl} \cdot \left(\delta_{sat} - \frac{V_y + \Omega l_1}{V_x + \Omega l_3} \right) \quad (2.33)$$

$$L_{fr} = C_{fr} \cdot \left(\delta_{sat} - \frac{V_y + \Omega l_1}{V_x - \Omega l_3} \right) \quad (2.34)$$

$$L_{rl} = C_{rl} \cdot \left(\frac{l_2 \cdot \Omega - V_y}{V_x + l_3 \cdot \Omega} \right) \quad (2.35)$$

$$L_{rr} = C_{rr} \cdot \left(\frac{l_2 \cdot \Omega - V_y}{V_x - l_3 \cdot \Omega} \right) \quad (2.36)$$

$$R_\alpha = \mu_\alpha \cdot N_\alpha, \alpha = fl, fr, rl, rr. \quad (2.37)$$

$$N_{fl} = \frac{m \cdot g \cdot l_2}{2 \cdot (l_1 + l_2)}, N_{fr} = \frac{m \cdot g \cdot l_2}{2 \cdot (l_1 + l_2)}, \quad (2.38)$$

$$N_{rr} = \frac{m \cdot g \cdot l_1}{2 \cdot (l_1 + l_2)}, N_{rl} = \frac{m \cdot g \cdot l_1}{2 \cdot (l_1 + l_2)} \quad (2.39)$$

輪胎-路面的摩擦力 μ_α 如(2.40)式所示：

$$\mu_\alpha = [c_1 \cdot (1 - e^{-c_2 \lambda_\alpha}) - c_3 \cdot \lambda_\alpha] \cdot e^{-c_4 \lambda_\alpha V_x} \quad (2.40)$$

其中 c_1, c_2, c_3, c_4 的數值選取參考文獻[27]。

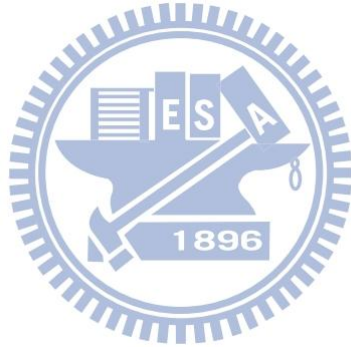
本論文只考慮車輛煞車時的行為，所以滑移率的公式如(2.41)式所示：

$$\lambda_\alpha = \frac{V_x - r_w \omega_\alpha}{V_x}, \alpha = fl, fr, rl, rr \quad (2.41)$$

而輪胎轉速 ω_α 的微分如(2.42)式所示：

$$\dot{\omega}_\alpha = \frac{\mu_\alpha r_w N_\alpha - T_\alpha}{J_\omega}, \alpha = fl, fr, rl, rr \quad (2.42)$$

藉由對(2.41)式微分，並代入(2.42)式，即可得到動態方程式(2.29)式。



2.4 電子楔擠式煞車器

電子楔擠式煞車器(Electronic Wedge Brake)，由德國的汽車機械電子產品開發商西門子威迪歐公司(Siemens VDO)所提出的一種新式車用電子煞車器，藉由控制其楔塊的位置，便能將車輛的動能轉換成有效的制動力，而且因為 EWB 的運作原理，所產生的自我增強煞車力，可以大幅減少輸入能源的需求，因此 EWB 能用很小的電力來操作，也有較小的體積與質量，有別於以往慣用的車用煞車模組，EWB 更適合用於電動車之線傳煞車(brake-by-wire)設計。

2.4.1 楔擠式煞車器運作原理

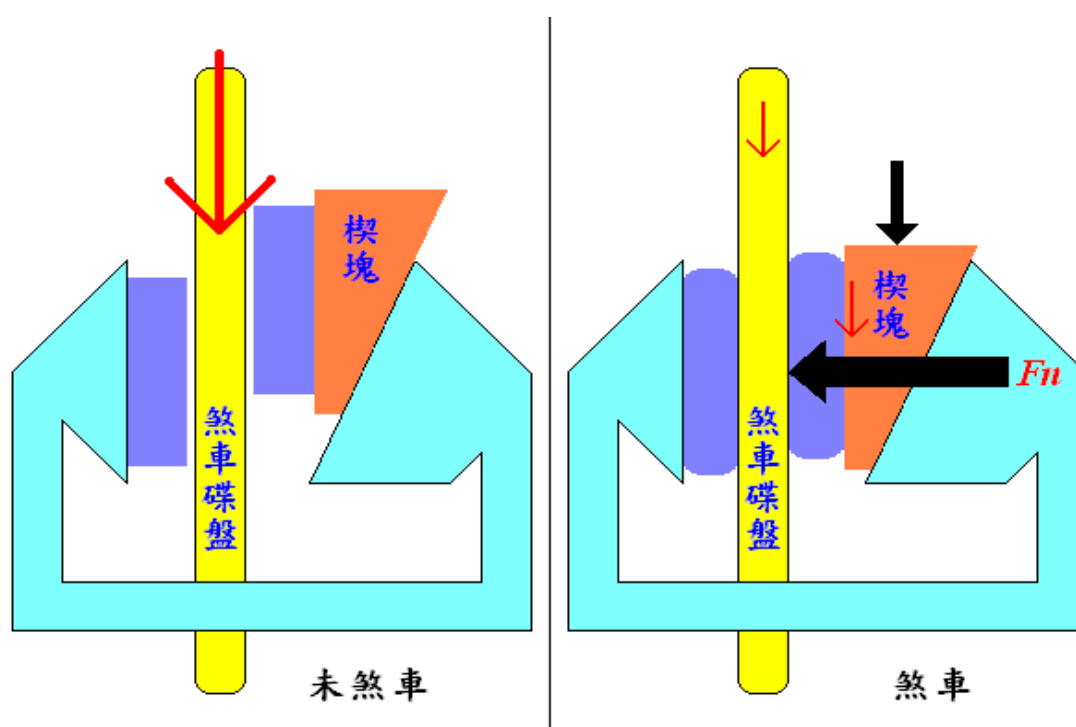


圖 2.8 楔擠式煞車器運作原理[13]

由圖 2.8 可以清楚了解，楔擠式煞車器進行煞車時，當楔塊被推入並且接觸到煞車碟盤時，轉動的煞車碟盤會順勢帶給楔塊一個同方向的施力，造成楔塊與煞車碟盤會在接觸後，快速緊密地貼合，產生自我增強式的煞車力道，有別於傳統的直推式的煞車必須持續地給予煞車力道，楔擠式煞車很明顯有更佳效率的煞車運作模式。

2.4.2 模型架構與動態分析

參考[14]所提供的電子楔擠式煞車器之簡化模型如圖 2.9：

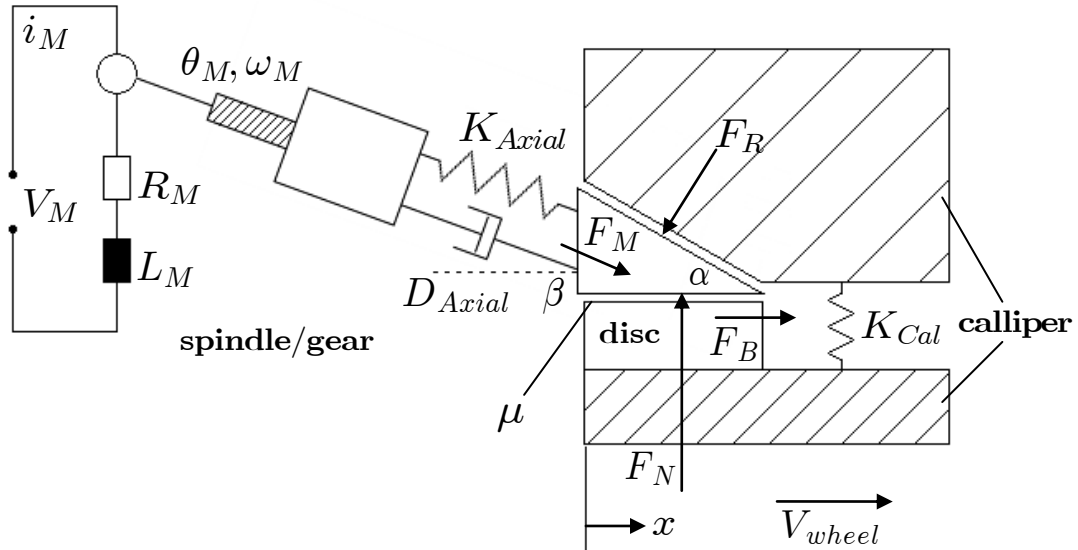


圖 2.9 電子楔擠式煞車器之架構

為了方便分析，本論文考慮”楔塊插入的角度”等於”馬達的施力方向於楔塊上的夾角”的情況，也就是考慮 $\alpha = \beta$ 的情況。

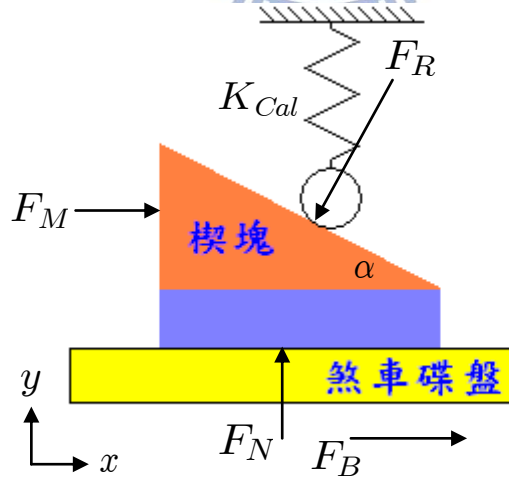


圖 2.10 楔塊受力圖[15][16]

正向力為：

$$F_N = K_{Cal} \cdot x_w \cdot \tan \alpha \quad (2.43)$$

其中 x_w 為楔塊的 x 軸向位置。

假設煞車碟盤正在旋轉，由庫倫摩擦模型可推得煞車力道為：

$$F_B = \mu F_N = \mu K_{Cal} \cdot x_w \cdot \tan\alpha \quad (2.44)$$

而整個動態模型可描述如下[14]：

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_w = \mathbf{A}\mathbf{x}_w + \mathbf{b}u \\ y = \mathbf{c}\mathbf{x}_w \end{cases} \quad (2.45)$$

其中

$$\mathbf{x}_w = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)^T = (x_w, v_w, \theta_M, \omega_M, i_M)^T,$$

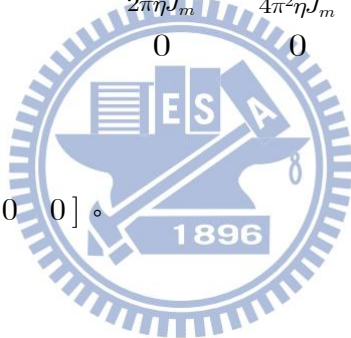
$$y = F_B,$$

u 為控制輸入，輸出 $y = F_B$ 為電子楔擠式煞車器所提供的煞車力道，

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-[K_{Axial} + (\tan\alpha - \mu)K_{Cal} \cdot \tan\alpha]}{m_w} & \frac{-D_{Axial}}{m_w} & \frac{LK_{Axial}}{2\pi m_w} & \frac{LD_{Axial}}{2\pi m_w} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{LK_{Axial}}{2\pi\eta J_m} & \frac{LD_{Axial}}{2\pi\eta J_m} & \frac{-L^2 K_{Axial}}{4\pi^2\eta J_m} & -\left(\frac{L^2 D_{Axial}}{4\pi^2\eta J_m} + \frac{d_M}{J_m}\right) & \frac{k_M}{J_m} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-k_M}{L_M} & \frac{-R_M}{L_M} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b} = \left[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \frac{1}{L_M}\right]^T$$

$$\mathbf{c} = [\mu K_{Cal} \cdot \tan\alpha \ 0 \ 0 \ 0 \ 0].$$

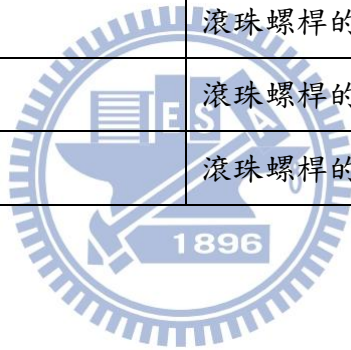


各符號分別代表的意義，詳述於表 2.1：

表 2.1 電子楔擠式煞車器模型的各符號代表意義

V_M	馬達的電壓
i_M	馬達的電流
R_M	電阻
L_M	電容
θ_M	馬達的轉角
ω_M	馬達的角速度
K_{Axial}	勁度係數
D_{Axial}	阻尼係數

α	楔塊插入的角度
β	馬達的施力方向於楔塊上的夾角
μ	楔塊對煞車碟盤的摩擦係數
F_M	馬達的施力
F_R	施加於楔塊的反作用力
F_N	施加於楔塊的正向力
F_B	煞車力道
K_{Cal}	卡鉗的剛度
m_W	楔塊的重量
x_W	楔塊的 x 軸向位置
η	滾珠螺桿的傳動效率
L	滾珠螺桿的旋進係數
J_m	滾珠螺桿的轉動慣量



第 3 章 電子楔擠式煞車器之控制

電子楔擠式煞車器是一種全新概念的煞車系統，藉由其特殊的煞車運作模式，搭配電子控制與馬達驅動的煞車元件，因此有更快的反應時間、更小的裝置體積與更少的能源消耗，卻同樣可以達到足夠的制動性能。隨著電子科技的進步與能源危機的逼近，許多綠能科技也因此蓬勃發展，電動車也是其中一項重要的發明，而相較於較笨重龐大的傳統的液/油壓式煞車裝置，有著上述特色的電子楔擠式煞車器因此更適合用於電動車的制動設計。在電子科技日新月異的現代生活中，因為有越來越多的重要設施或設備，皆是以電子化的概念所設計出來的，所以電子裝置的運作穩定性或是抗干擾能力，便是很受到重視的議題，倘若這些電子裝置在運作中遭遇雜訊干擾或是系統內部不穩定性的影響，有可能會因為運作失誤或異常，造成生命財產的損失，以應用電子楔擠式煞車器為制動系統的電動車為例，便有可能因為車輛制動系統的功能失靈，而發生可怕的车禍或是其他不可預期的元件損傷。

而順滑模控制有反應快速、對系統的不確定性或外在干擾具有穩健性、以及設計方式容易實現等若干項優點，所以很適合用於設計具穩健性的控制系統，目前也有許多文獻採取順滑模控制來解決相關的控制問題[17]-[23]，因此本論文針對電子楔擠式煞車器採用順滑模控制的設計方式，用以達到穩健性控制的目的。

3.1 問題描述

2.4.2 節所提出的電子楔擠式煞車器之動態模型可敘述如下：

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_w = A\mathbf{x}_w + \mathbf{b}u \\ y = \mathbf{c}\mathbf{x}_w \end{cases}$$

其中

$$\mathbf{x}_w = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)^T = (x_w, v_w, \theta_M, \omega_M, i_M)^T,$$

$$y = F_B,$$

u 為控制輸入，輸出 $y = F_B$ 為電子楔擠式煞車器所提供的煞車力道。

且

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-[K_{Axial} + (\tan\alpha - \mu)K_{Cal} \cdot \tan\alpha]}{m_w} & \frac{-D_{Axial}}{m_w} & \frac{LK_{Axial}}{2\pi m_w} & \frac{LD_{Axial}}{2\pi m_w} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{LK_{Axial}}{2\pi\eta J_m} & \frac{LD_{Axial}}{2\pi\eta J_m} & \frac{-L^2 K_{Axial}}{4\pi^2 \eta J_m} & -\left(\frac{L^2 D_{Axial}}{4\pi^2 \eta J_m} + \frac{d_M}{J_m}\right) & \frac{k_M}{J_m} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-k_M}{L_M} & \frac{-R_M}{L_M} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b} = \left[0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{1}{L_M} \right]^T$$

$$\mathbf{c} = [\mu K_{Cal} \cdot \tan\alpha \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

本章節的主要目的為，針對電子楔擠式煞車器設計一個順滑模控制器，使得輸出 $y = F_B$ ，也就是電子楔擠式煞車器所提供的煞車力道，可以追蹤到理想的煞車力道，意即 $(y - y_d)$ 的值會趨近於零， y_d 為理想的煞車力道。

為了方便分析，本論文將 $A, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 矩陣以下列的方式表示：

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{b} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad b_5]^T \quad (3.2)$$

$$\mathbf{c} = [c_{w1} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (3.3)$$

其中 a_{ij} 表示矩陣 A 之第 (i, j) 分量。

3.2 順滑模控制律設計

將 3.1 節中(3.1)-(3.3)代入(2.45)後並乘開：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4 + a_{45}x_5 \\ \dot{x}_5 = a_{54}x_4 + a_{55}x_5 + b_5u \end{cases} \quad (3.4)$$

$$y = c_{w1}x_1 = F_B \quad (3.5)$$

為了達到控制目的，我們定義參考輸出(Reference output)為理想的煞車力道 $y_d = F_B^*$ ，接著定義輸出誤差為：

$$e(t) = (y - y_d) = (F_B - F_B^*). \quad (3.6)$$

然後對(3.6)微分，並利用(3.4)式推導出輸入-輸出關係等式(input-output relation equation)，推導結果如下，其中 $e^{(n)}$ 代表對 e 微分 n 次：

$$e^{(1)} = c_{w1}x_2 - y_d^{(1)} \quad (3.7)$$

$$e^{(2)} = c_{w1}\xi_1 - y_d^{(2)} \quad (3.8)$$

$$e^{(3)} = c_{w1}\xi_4 - y_d^{(3)} \quad (3.9)$$

$$e^{(4)} = c_{w1}\xi_5 - y_d^{(4)} + (c_{w1}a_{24}a_{45}b_5)u \quad (3.10)$$

$$\text{其中 } \xi_1 \triangleq (a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4) \quad (3.11)$$

$$\xi_2 \triangleq (a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4 + a_{45}x_5) \quad (3.12)$$

$$\xi_3 \triangleq (a_{54}x_4 + a_{55}x_5) \quad (3.13)$$

$$\xi_4 \triangleq (a_{21}x_2 + a_{22}\xi_1 + a_{23}x_4 + a_{24}\xi_2) \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \xi_5 \triangleq & (a_{21}a_{22} + a_{24}a_{41})x_2 + (a_{21} + a_{22}a_{22} + a_{24}a_{42})\xi_1 \\ & + (a_{22}a_{23} + a_{24}a_{43})x_4 + (a_{23} + a_{22}a_{24} + a_{24}a_{44})\xi_2 + (a_{24}a_{45})\xi_3 \end{aligned} \quad (3.15)$$

由(3.10)我們得到系統的輸入-輸出關係等式，相對階數為4。

然後我們令 $e_1 \triangleq e$, $e_2 \triangleq e^{(1)}$, $e_3 \triangleq e^{(2)}$, $e_4 \triangleq e^{(3)}$:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = e_3 \\ \dot{e}_3 = e_4 \\ \dot{e}_4 = c_{w1}\xi_5 - y_d^{(4)} + (c_{w1}a_{24}a_{45}b_5)u \end{cases} \quad (3.16)$$

根據第 2.1 節順滑模控制設計方式，我們首先需要選取一個合適的順滑面，使得系統狀態在被推上順滑面後，會持續保持在上面，且沿著順滑面向平衡點移動。

在這裡我們選取順滑面為：

$$s = e_4 + c_{p1}e_3 + c_{p2}e_2 + c_{p3}e_1 = e^{(3)} + c_{p1}e^{(2)} + c_{p2}e^{(1)} + c_{p3}e = 0 \quad (3.17)$$

其中 c_{p1} , c_{p2} , c_{p3} 為選取的參數，使得(3.17)式之線性齊次微分方程式的特徵多項式為赫威茲多項式(Hurwitz polynomials)。

接著設計控制律 u_0 和 u_1 ，使得系統狀態在有限時間內上到順滑面，並且持續保持在順滑面上。對(3.17)做微分：

$$\begin{aligned} \dot{s} &= e^{(4)} + c_{p1}e^{(3)} + c_{p2}e^{(2)} + c_{p3}e^{(1)} \\ &= c_{w1}(\xi_5 + c_{p1}\xi_4 + c_{p2}\xi_1 + c_{p3}x_2) - (y_d^{(4)} + c_{p1}y_d^{(3)} + c_{p2}y_d^{(2)} + c_{p3}y_d^{(1)}) \\ &\quad + (c_{w1}a_{24}a_{45}b_5)u. \end{aligned} \quad (3.18)$$

令

$$\begin{aligned} u_0 &= \left(\frac{1}{c_{w1}a_{24}a_{45}b_5}\right)(y_d^{(4)} + c_{p1}y_d^{(3)} + c_{p2}y_d^{(2)} + c_{p3}y_d^{(1)}) \\ &\quad - \left(\frac{1}{a_{24}a_{45}b_5}\right)(\xi_5 + c_{p1}\xi_4 + c_{p2}\xi_1 + c_{p3}x_2) \end{aligned} \quad (3.19)$$

而另一個控制律 \mathbf{u}_1 是為了使系統狀態在有限時間內被推向順滑面，並與 \mathbf{u}_0 共同作用使得系統狀態持續保持在順滑面上，參考順滑模控制的設計方式，令 $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_1$ 代入(3.18)，我們可以將 \mathbf{u}_1 設計為：

$$\mathbf{u}_1 = -(\delta + \eta) \text{sgn}(s) \quad (3.20)$$

其中 $\delta \geq 0$ 且 $\eta > 0$ ，則系統便會滿足下式：

$$s\dot{s} < -\eta|s| \quad (3.21)$$

其中 $\eta > 0$ 。

(3.21)式代表我們可以保證系統狀態在有限時間內被推向順滑面上。為了減緩切跳現象(chattering)，我們將(3.20)內的符號函數 $\text{sgn}(s)$ 以飽和函數 $\text{sat}(s)$ 替換，並設定順滑層邊界寬度(boundary layer width)為 $\varepsilon > 0$ ，飽和函數 $\text{sat}(s)$ 的定義如下：

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} +1 & s > \varepsilon \\ \frac{s}{\varepsilon} & -\varepsilon \leq s \leq \varepsilon \\ -1 & s < -\varepsilon \end{cases} \quad (3.22)$$

最後完成完整的控制律為 $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_1$ 。

針對(3.6)所設計的控制律 $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_1$ ，將代回原本的電子楔擠式煞車器的動態系統(3.4)與(3.5)來做模擬驗證。

3.3 模擬結果

本章節利用 Matlab 程式，模擬應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道 $y_d = F_B^*$ 的結果，電子楔擠式煞車器之參數選取自[15]，並且由模擬結果顯示，應用順滑模控制設計的電子楔擠式煞車器，可藉由適當調整控制律之參數，快速追蹤理想的煞車力道。

為展示所設計之追蹤控制律之效能，我們考慮如下三種情況：情況一為 $y_d = F_B^* = 1500(N)$ ，情況二為 $y_d = F_B^* = \sin(100t)(N)$ ，情況三為 $y_d = F_B^* = \cos(t) + 0.1\sin(10t) + 0.05\cos(20t)(N)$ 。每一個情況中，系統對應(3.17)式之線性齊次微分方程式的特徵多項式的根，分別再考慮以下兩種條件：
條件一：根位於 $-20, -20, -20$ ，也就是選擇 $c_{p1} = 60, c_{p2} = 1200, c_{p3} = 8000$ 。
條件二：根位於 $-30, -30, -30$ ，也就是選擇 $c_{p1} = 90, c_{p2} = 2700, c_{p3} = 27000$ 。
用以檢視系統狀態收斂速度的不同。模擬圖中， F_B^* 代表理想的煞車力道值， $F_{B1}, F_{B2}, (F_{B1} - F_B^*), (F_{B2} - F_B^*), S_1, S_2, u_{p1}, u_{p2}$ 分別代表選擇條件一與條件二時，系統的實際輸出煞車力道、輸出誤差值、順滑變數與控制輸入。

情況一： $y_d = F_B^* = 1500(N)$

控制器參數設定：

$$\delta = 0.00002, \eta = 0.000002, \varepsilon = 5,$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(0) &= [x_1(0), x_2(0), x_3(0), x_4(0), x_5(0)]^T = [x_w(0), v_w(0), \theta_M(0), \omega_M(0), i_M(0)]^T \\ &= [0, 0, 0, 0, 0]^T. \end{aligned}$$

由圖 3.1 的追蹤軌跡與圖 3.2 的追蹤誤差，可看出電子楔擠式煞車器的控制輸出 F_{B1}, F_{B2} ，在有限時間內可以追蹤到理想的煞車力道 $y_d = F_B^* = 1500(N)$ ，並且根據條件一與條件二的不同，其狀態收斂速度也有所不同。由圖 3.3 可以看到順滑變數在有限時間內上到零後，就持續保持在零附近，圖 3.4 可以看到控制輸入的運作模式。

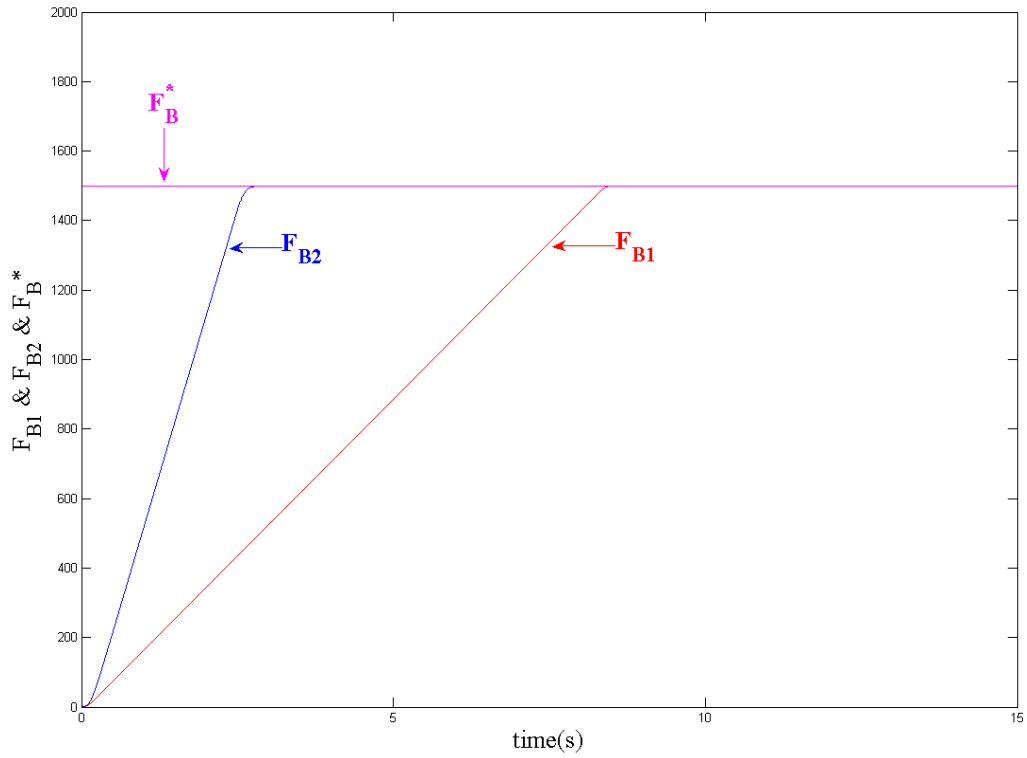


圖 3.1 應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道

$$y_d = F_B^* = 1500(N) \text{ 的追蹤軌跡}$$

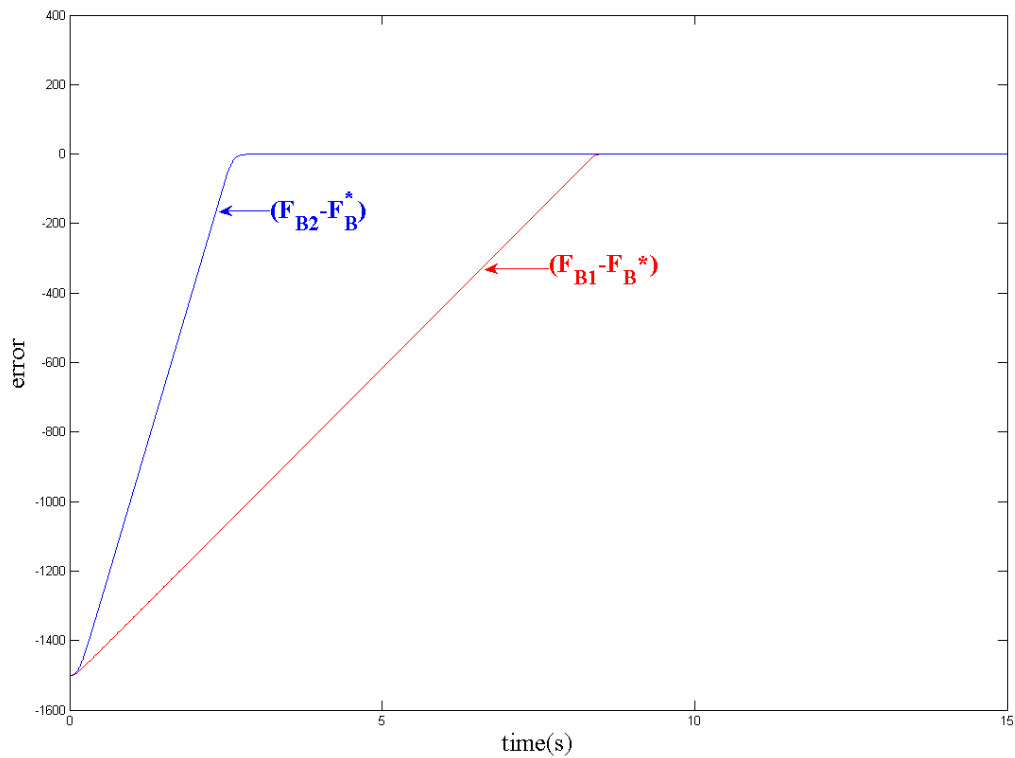


圖 3.2 應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道

$$y_d = F_B^* = 1500(N) \text{ 的追蹤誤差}$$

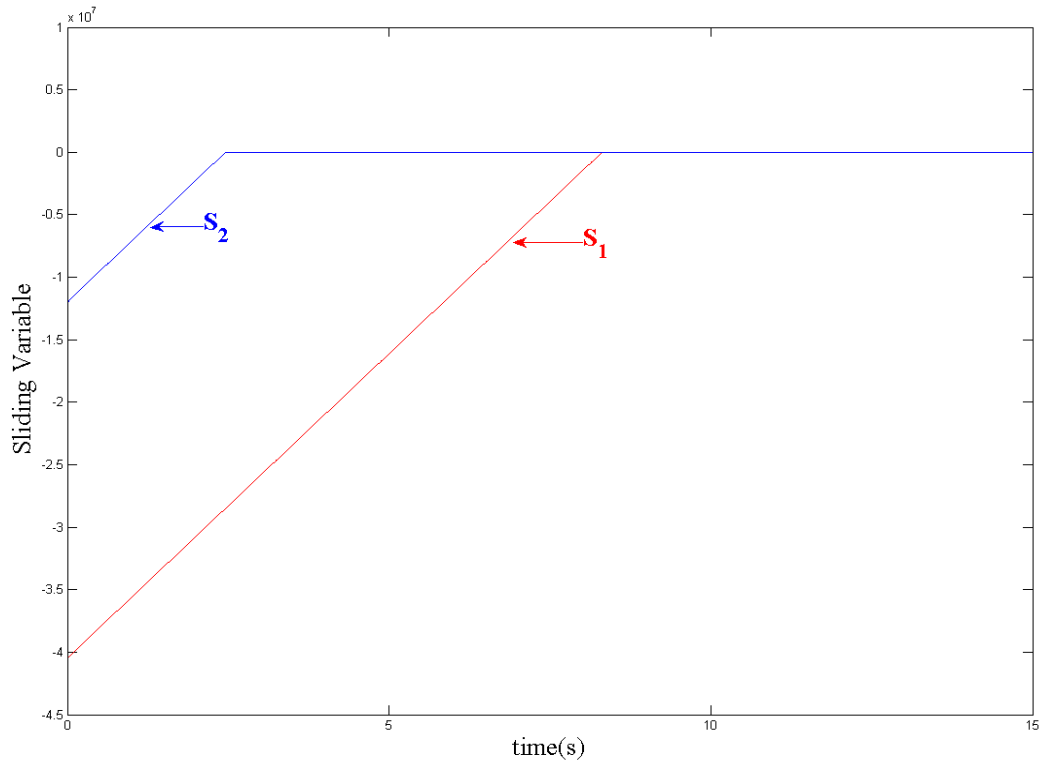


圖 3.3 應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道

$$y_d = F_B^* = 1500(N) \text{ 的順滑變數}$$

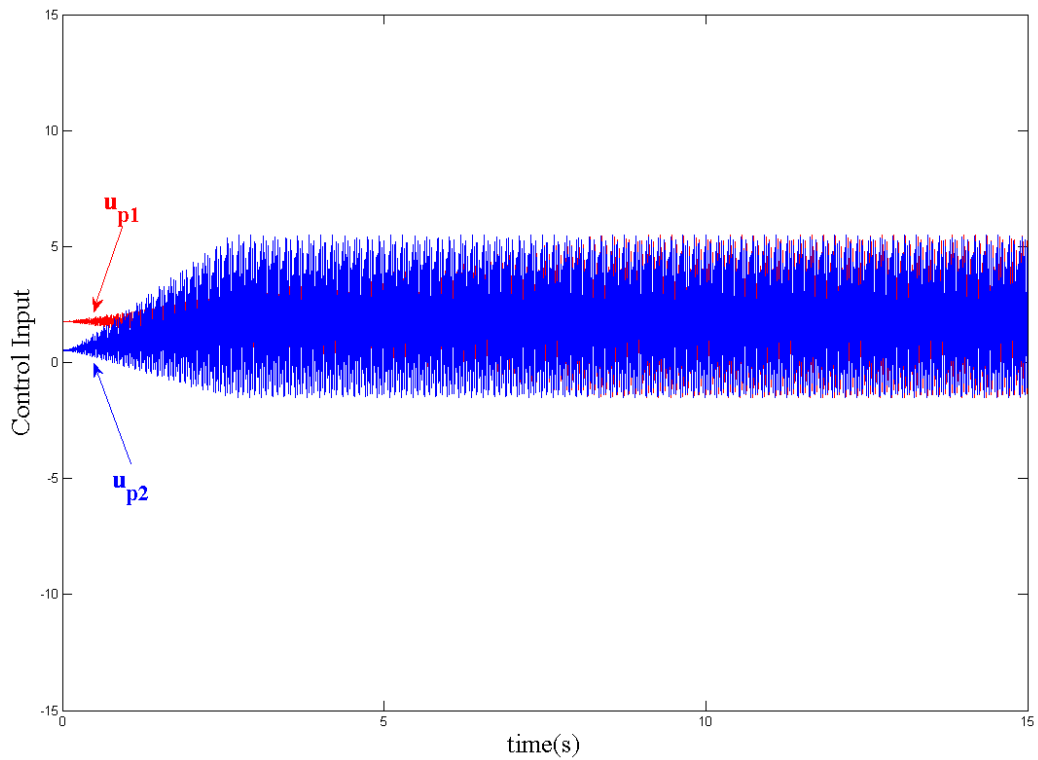


圖 3.4 應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道

$$y_d = F_B^* = 1500(N) \text{ 的控制力道}$$

情況二： $y_d = F_B^* = \sin(100t)(N)$

控制器參數設定：

$\delta = 0.00002$ ， $\eta = 0.000002$ ， $\varepsilon = 5$ ，

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(0) &= [x_1(0), x_2(0), x_3(0), x_4(0), x_5(0)]^T = [x_w(0), v_w(0), \theta_M(0), \omega_M(0), i_M(0)]^T \\ &= [0, 0, 0, 0, 0]^T.\end{aligned}$$

我們將理想煞車力道設為一時變函數 $y_d = F_B^* = \sin(100t)(N)$ ，由圖 3.5 的追蹤軌跡與圖 3.6 的追蹤誤差，一樣可以看出系統有不錯的輸出追蹤性能，模擬圖也看出，當系統對應(3.17)式之線性齊次微分方程式的特徵多項式的根的實部越負，則系統狀態的收斂速度越快。由圖 3.7 同樣也可以看出控制力道會隨著時間做切換，使得順滑變數的值(圖 3.8)在有限時間內趨近於零後，就持續保持在零附近。

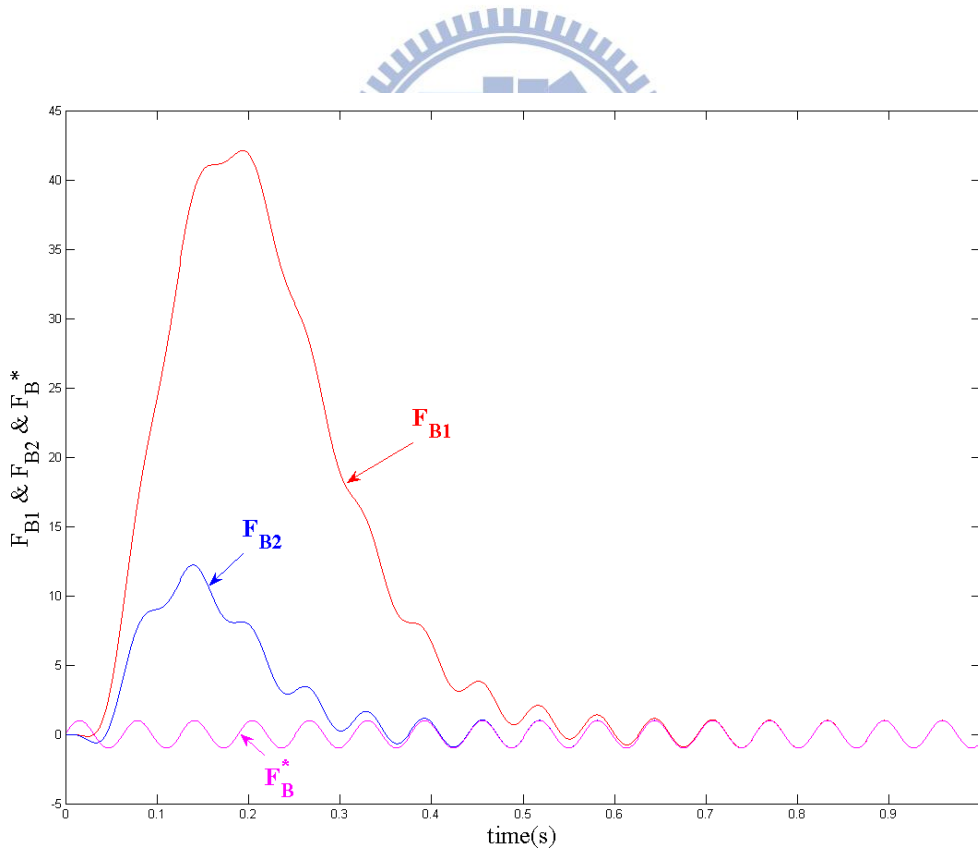


圖 3.5 應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道

$y_d = F_B^* = \sin(100t)(N)$ 的追蹤軌跡

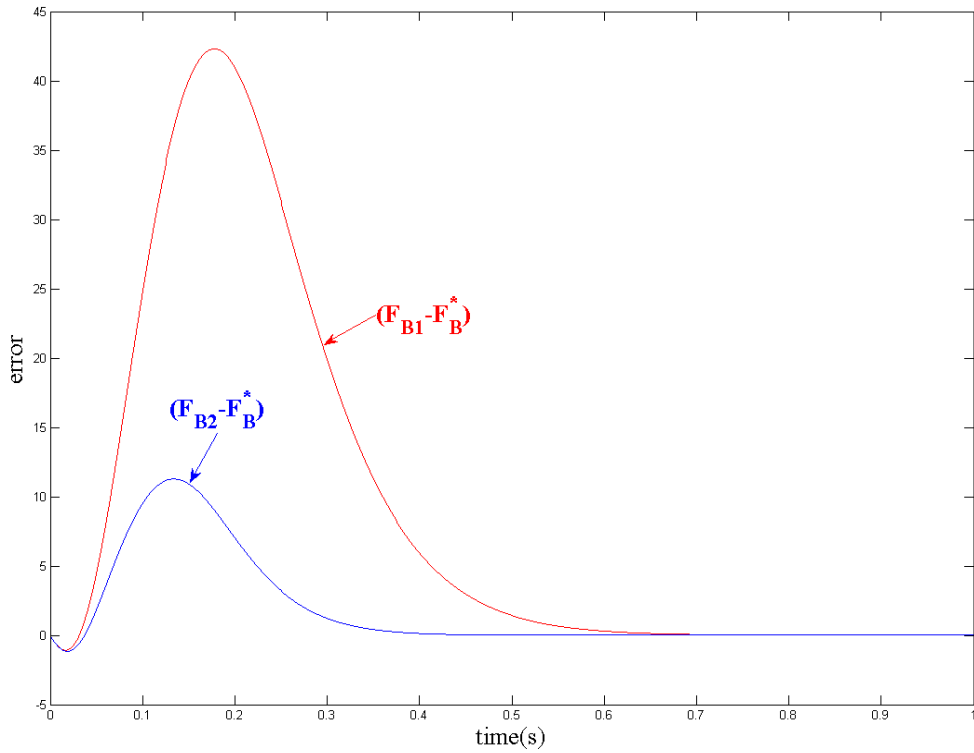


圖 3.6 應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道

$$y_d = F_B^* = \sin(100t)(N) \text{ 的追蹤誤差}$$

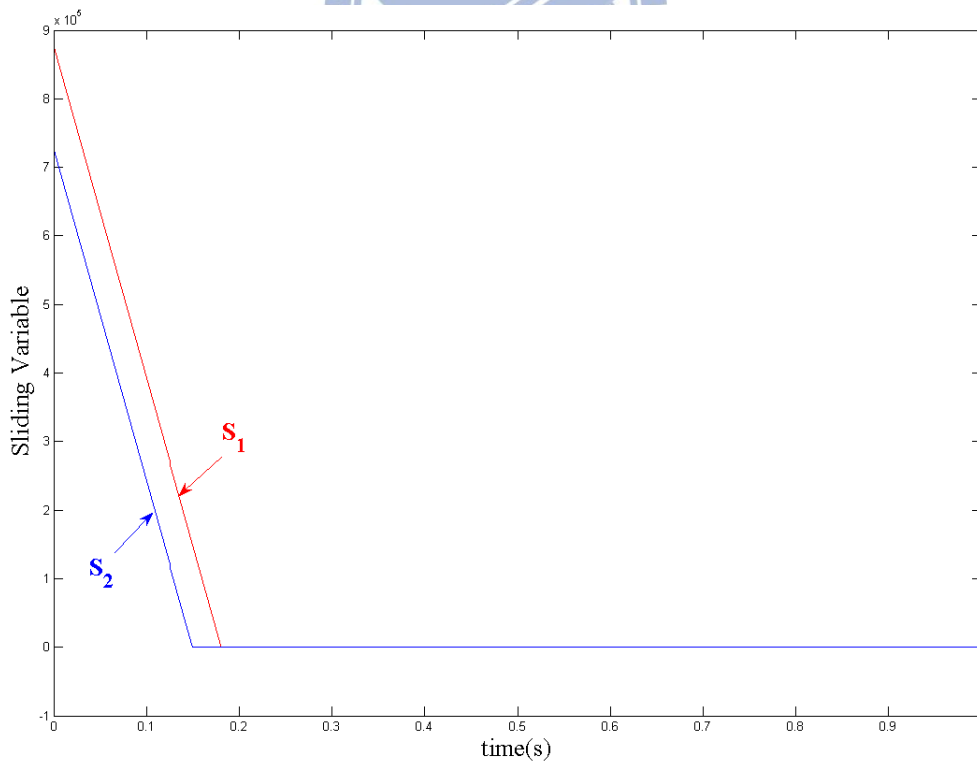


圖 3.7 應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道

$$y_d = F_B^* = \sin(100t)(N) \text{ 的順滑變數}$$

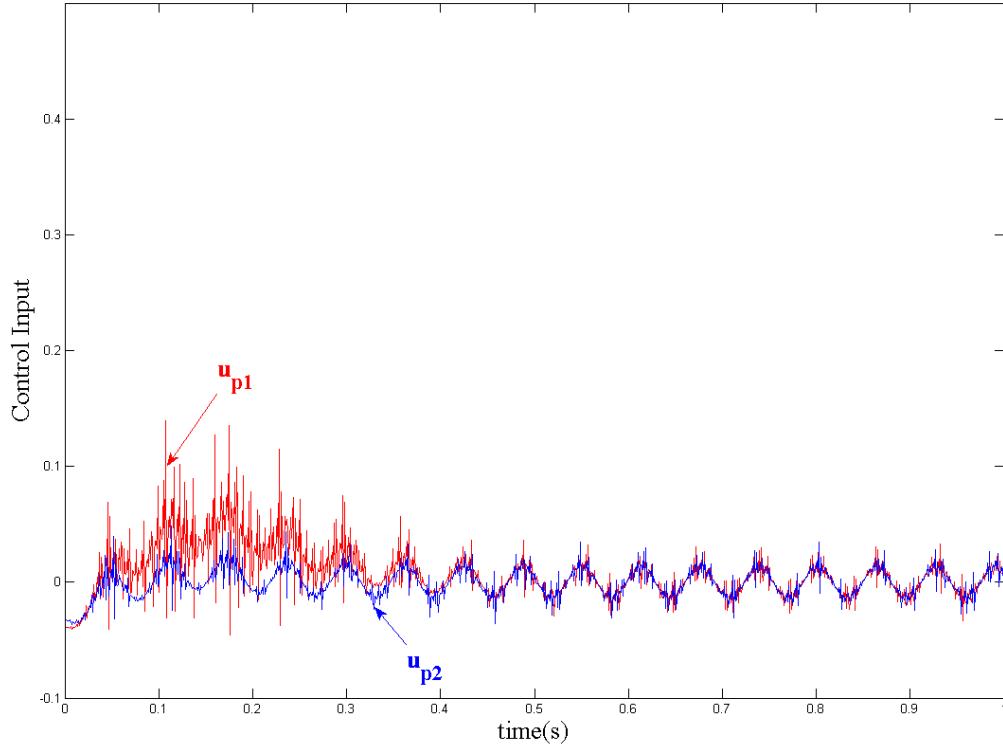


圖 3.8 應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道

$$y_d = F_B^* = \sin(100t)(N) \text{ 的控制力道}$$

情況三： $y_d = F_B^* = \cos(t) + 0.1\sin(10t) + 0.05\cos(20t)(N)$

控制器參數設定：

$$\delta = 0.00002, \eta = 0.000002, \varepsilon = 5,$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(0) &= [x_1(0), x_2(0), x_3(0), x_4(0), x_5(0)]^T = [x_w(0), v_w(0), \theta_M(0), \omega_M(0), i_M(0)]^T \\ &= [0, 0, 0, 0, 0]^T. \end{aligned}$$

第三次模擬我們考慮追蹤一個三弦波合成的函數，由圖 3.9 的追蹤軌跡與圖 3.10 的追蹤誤差可以看出，系統輸出一樣可以在有限時間內追蹤到理想的煞車力道，且系統對應(3.17)式之線性齊次微分方程式的特徵多項式的根有所不同，則系統狀態的收斂速度也有所不同，根的實部越負，系統狀態的收斂速度越快，而圖 3.11 顯示順滑變數在很短的時間內就收斂至零附近，圖 3.12 為控制力道。

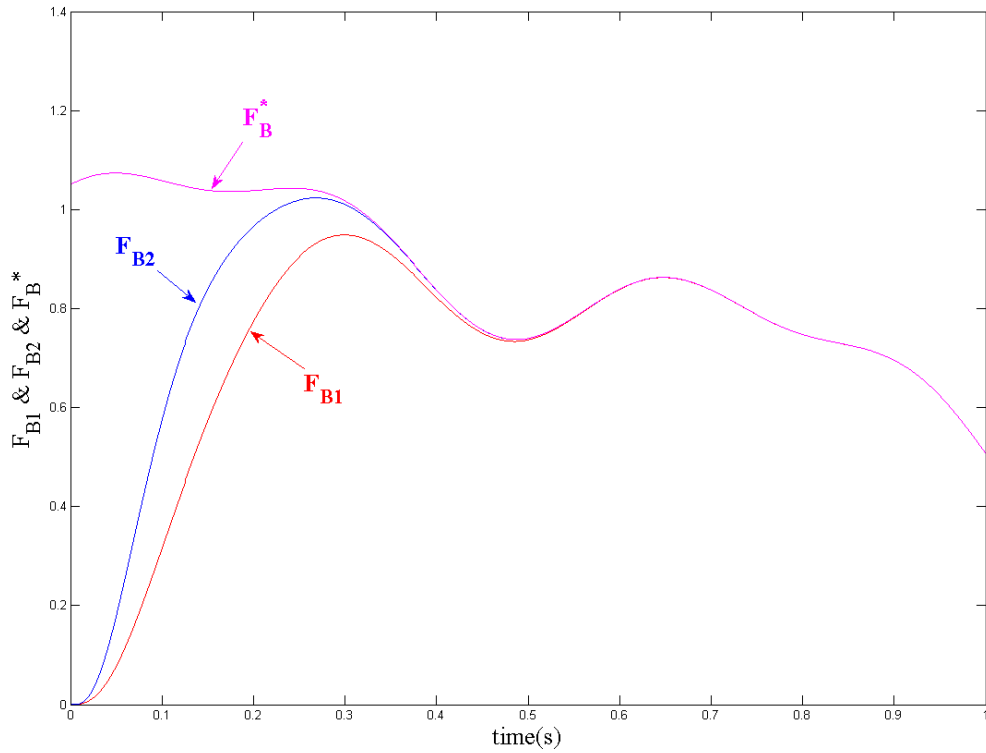


圖 3.9 應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道 $y_d = F_B^* = \cos(t) + 0.1\sin(10t) + 0.05\cos(20t)(N)$ 的追蹤軌跡

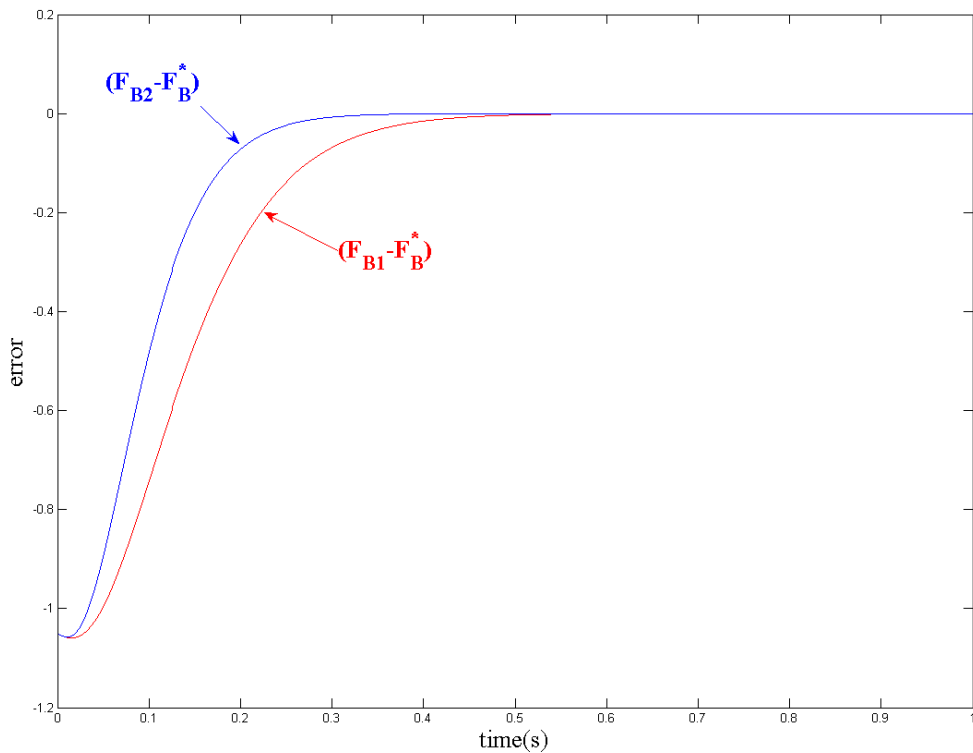


圖 3.10 應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道 $y_d = F_B^* = \cos(t) + 0.1\sin(10t) + 0.05\cos(20t)(N)$ 的追蹤誤差

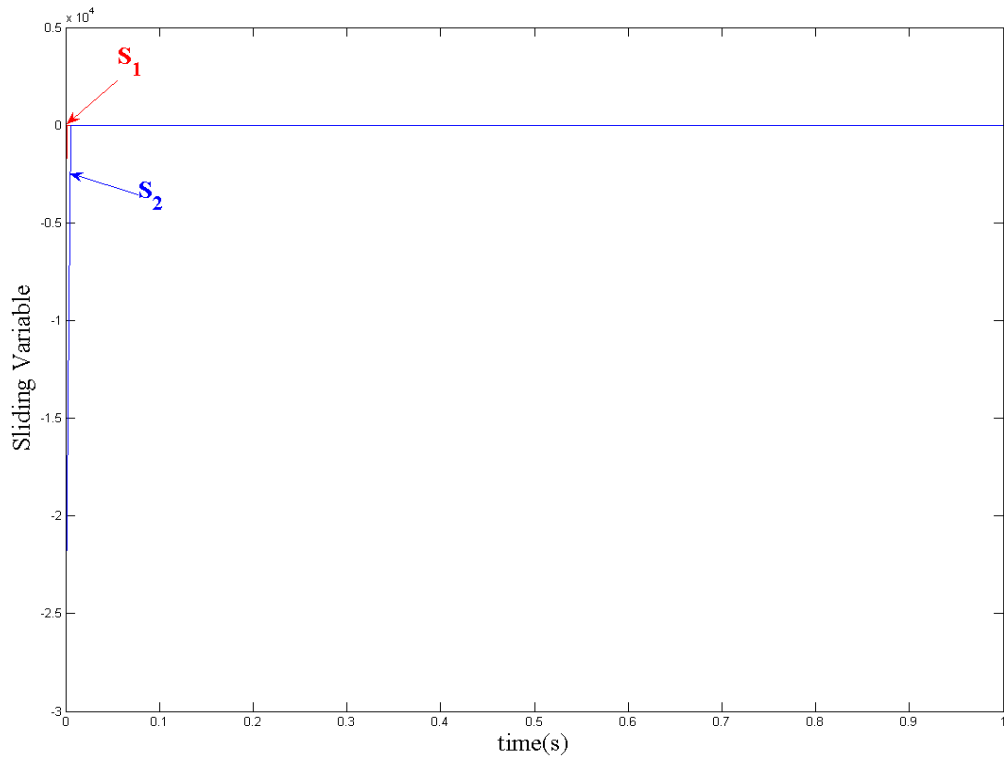


圖 3.11 應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道 $y_d = F_B^* = \cos(t) + 0.1\sin(10t) + 0.05\cos(20t)(N)$ 的順滑變數

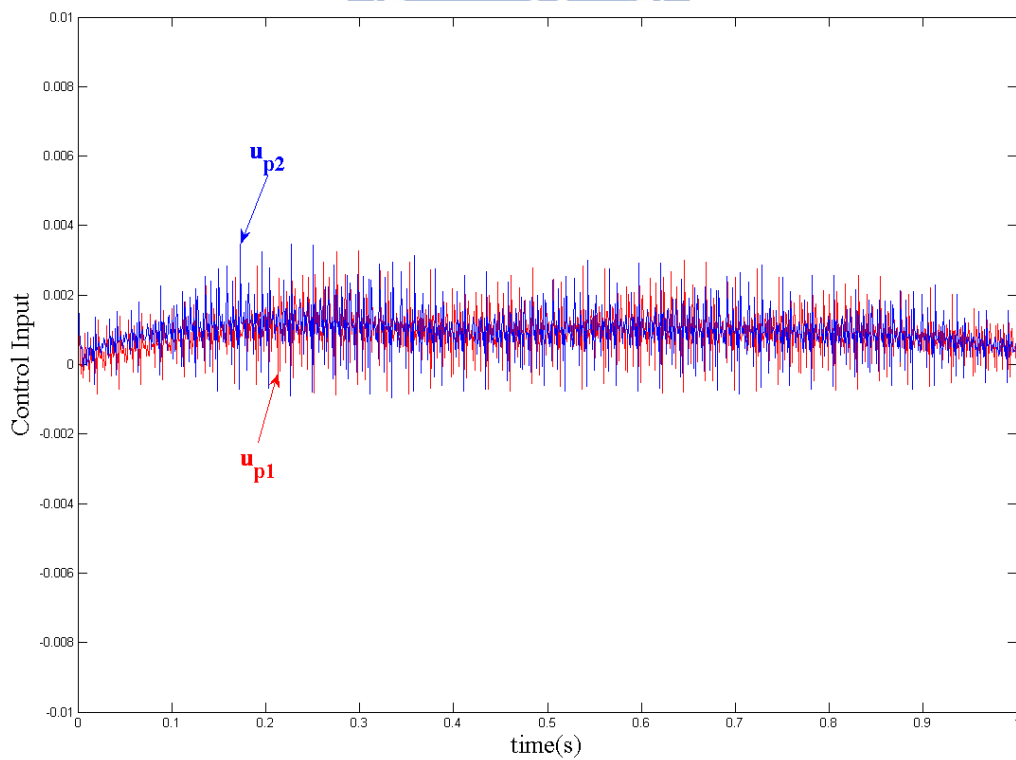


圖 3.12 應用順滑模控制之電子楔擠式煞車器，追蹤理想煞車力道 $y_d = F_B^* = \cos(t) + 0.1\sin(10t) + 0.05\cos(20t)(N)$ 的控制力道

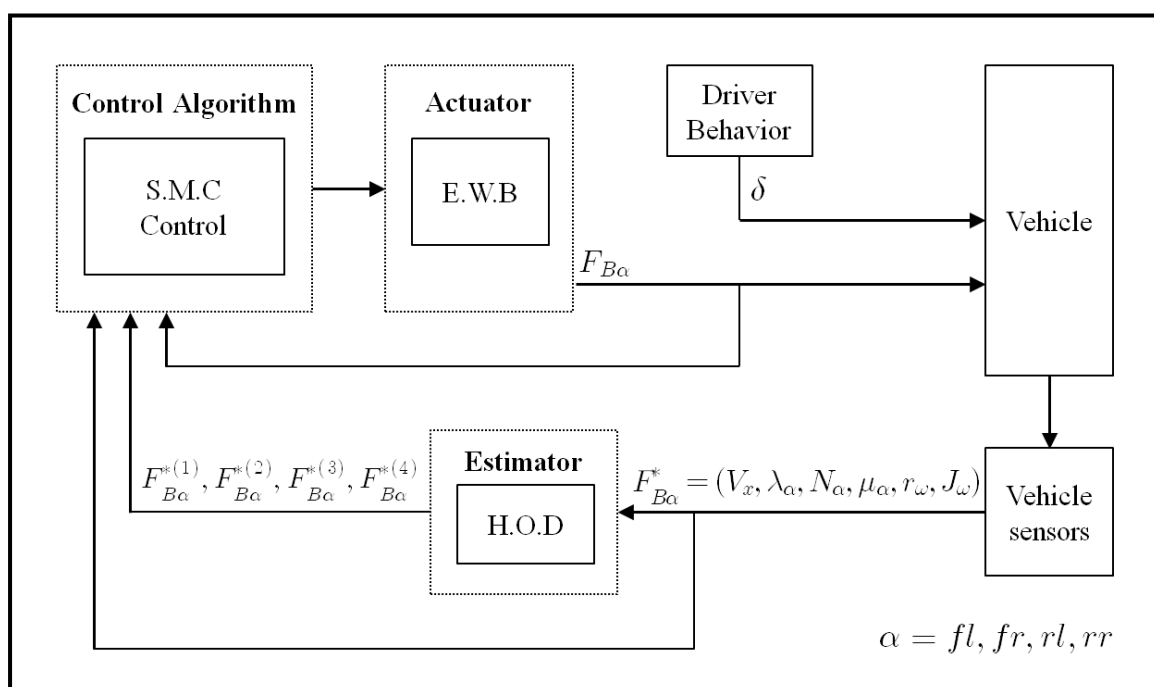
第 4 章 應用順滑模控制技術於電子楔擠式煞車器之輸出追蹤研究



本論文第 3 章以模擬結果顯示，應用順滑模控制技術的電子楔擠式煞車器，能藉由適當地調整控制器之參數設定，使煞車系統能快速且精準追蹤到期望的煞車力道，並同時擁有抵抗匹配型的系統之不確定性或外在干擾的能力。由於汽車工業中，車輛的制動性能為一項相當重要的安全性評比指標，因此本章節以設計電動車之制動系統為預想，考慮將應用順滑模控制技術的電子楔擠式煞車器，進一步設計於四輪車輛之煞車系統，並根據控制器設計中相關資訊的擷取需求，額外設計微分估測器以搭配使用，最後以 Matlab 模擬程式，模擬應用順滑模控制技術搭配微分估測器的電子楔擠式煞車器於車輛煞車控制之結果，將顯示上述設計可為車輛達到良好的制動效果。

4.1 問題描述與流程圖

考慮本論文 2.3 節所介紹的四輪車輛動態，其中有八個狀態變數 $[V_x, V_y, \Omega, \delta, \lambda_{fl}, \lambda_{fr}, \lambda_{rl}, \lambda_{rr}]^T$ ，以及五個控制輸入 $[\delta_c, T_{fl}, T_{fr}, T_{rl}, T_{rr}]^T$ 。為了讓車輛在煞車過程當中，可以達到最大的煞車力道，本論文參考文獻[24]，在煞車模擬中讓車輛的滑移率 $\lambda_\alpha, \alpha = fl, fr, rl, rr$ 追蹤最佳的滑移率 $\lambda_\alpha^*, \alpha = fl, fr, rl, rr$ ，則車輛在煞車的過程中，理論上可以達到最大的煞車力道，同時擁有防鎖死煞車的性能。首先在四輪車輛端，我們以狀態相依黎卡提方程 (State-Dependent Riccati Equation，簡稱 SDRE)[25],[28]來設計四輪所需之煞車控制律，藉由其應用線性二次調節器 (Linear Quadratic Regulator，簡稱 LQR)，計算出四輪所對應的最佳煞車力道 $T_\alpha = F_{B\alpha}^*, \alpha = fl, fr, rl, rr$ [29]，然後利用微分估測器將最佳煞車力道 $T_\alpha = F_{B\alpha}^*, \alpha = fl, fr, rl, rr$ 的一到四次微分 $F_{B\alpha}^{*(1)}, F_{B\alpha}^{*(2)}, F_{B\alpha}^{*(3)}, F_{B\alpha}^{*(4)}, \alpha = fl, fr, rl, rr$ 估測出來，並傳給針對四輪之電子楔擠式煞車器所設計的順滑模控制器使用，最後電子楔擠式煞車器對車輛提供適當的煞車力道，達到煞車的目的。以下為系統運作流程圖：



4.2 順滑模穩健性控制律之設計

在 3.2 節已經推導過針對電子楔擠式煞車器所設計的控制律，但在 3.2 節的推導中，參考輸出 $y_d = F_B^*$ 以及其一到四次微分 $y_d^{(1)}, y_d^{(2)}, y_d^{(3)}, y_d^{(4)}$ 皆假設為已知訊號，但實際上在全車的煞車模擬中，只有 $y_d = F_B^*$ 為已知訊號，剩餘的資訊則需要搭配估測器的使用才可得知，所以針對電子楔擠式煞車器所設計的控制律必須有所修正。

考慮輸出誤差如(3.6)式，即

$$e(t) = (y - y_d) = (F_B - F_B^*).$$

如同 3.2 節的推導步驟，一樣對(3.6)式微分，並利用(3.4)式推導出輸入-輸出關係等式，但由於參考輸出的一到四次微分是經由微分估測器所估測得來的數值，理論上會有誤差，故將(3.7)-(3.10)修改如(4.1)-(4.4)式，其中 $e^{(n)}$ 代表對 e 微分 n 次：

$$e^{(1)} = c_{w1}x_2 - (\hat{y}_d^{(1)} + \Delta y_d^{(1)}) \quad (4.1)$$

$$e^{(2)} = c_{w1}\xi_1 - (\hat{y}_d^{(2)} + \Delta y_d^{(2)}) \quad (4.2)$$

$$e^{(3)} = c_{w1}\xi_4 - (\hat{y}_d^{(3)} + \Delta y_d^{(3)}) \quad (4.3)$$

$$e^{(4)} = c_{w1}\xi_5 - (\hat{y}_d^{(4)} + \Delta y_d^{(4)}) + (c_{w1}a_{24}a_{45}b_5)u \quad (4.4)$$

其中 $\hat{y}_d^{(1)}, \hat{y}_d^{(2)}, \hat{y}_d^{(3)}, \hat{y}_d^{(4)}$ 為參考輸出的一到四次微分的實際估測值，而 $\Delta y_d^{(1)}, \Delta y_d^{(2)}, \Delta y_d^{(3)}, \Delta y_d^{(4)}$ 為參考輸出一到四次微分的估測誤差值，我們將估測誤差值視為等同於匹配型系統之不確定性與外在干擾，其他相關係數如(3.11)-(3.15)所示，由(4.4)我們得到系統的輸入-輸出關係等式，相對階數為 4。

然後我們令 $e_1 \triangleq e$, $e_2 \triangleq e^{(1)}$, $e_3 \triangleq e^{(2)}$, $e_4 \triangleq e^{(3)}$, 其中 $e^{(n)}$ 代表對 e 微分 n 次：

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = e_3 \\ \dot{e}_3 = e_4 \\ \dot{e}_4 = c_{w1}\xi_5 - (y_d^{(4)} + \Delta y_d^{(4)}) + (c_{w1}a_{24}a_{45}b_5)u \end{cases} \quad (4.5)$$

根據順滑模控制器的設計步驟，首先選取順滑面為：

$$s = e_4 + c_{p1}e_3 + c_{p2}e_2 + c_{p3}e_1 = e^{(3)} + c_{p1}e^{(2)} + c_{p2}e^{(1)} + c_{p3}e = 0 \quad (4.6)$$

其中 c_{p1} , c_{p2} , c_{p3} 為選取的參數，使得(4.6)之線性微分方程式的特徵多項式為赫威茲多項式(Hurwitz polynomials)。

接著對(4.6)式微分：

$$\begin{aligned} \dot{s} &= e^{(4)} + c_{p1}e^{(3)} + c_{p2}e^{(2)} + c_{p3}e^{(1)} \\ &= c_{w1}(\xi_5 + c_{p1}\xi_4 + c_{p2}\xi_1 + c_{p3}x_2) - (y_d^{(4)} + c_{p1}y_d^{(3)} + c_{p2}y_d^{(2)} + c_{p3}y_d^{(1)}) \\ &\quad + (c_{w1}a_{24}a_{45}b_5)u - (\Delta y_d^{(4)} + c_{p1}\Delta y_d^{(3)} + c_{p2}\Delta y_d^{(2)} + c_{p3}\Delta y_d^{(1)}) \end{aligned} \quad (4.7)$$

首先我們取 \mathbf{u}_0 補償 $\dot{s}(t)$ 中的確定項，即

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_0 &= \left(\frac{1}{c_{w1}a_{24}a_{45}b_5}\right)(y_d^{(4)} + c_{p1}y_d^{(3)} + c_{p2}y_d^{(2)} + c_{p3}y_d^{(1)}) \\ &\quad - \left(\frac{1}{a_{24}a_{45}b_5}\right)(\xi_5 + c_{p1}\xi_4 + c_{p2}\xi_1 + c_{p3}x_2) \end{aligned} \quad (4.8)$$

接下來設計控制律 \mathbf{u}_1 ，補償匹配型的系統之不確定性或外在干擾，並使得系統狀態能在有限時間內上到順滑面上。令 $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_1$ 代入(4.7)，且考慮系統的不確定性或外在干擾，我們將 \mathbf{u}_1 設計為：

$$\mathbf{u}_1 = -(\delta + \eta)sgn(s) \quad (4.9)$$

其中 $\delta \geq |(c_{w1}a_{24}a_{45}b_5) \cdot (\Delta y_d^{(4)} + c_{p1}\Delta y_d^{(3)} + c_{p2}\Delta y_d^{(2)} + c_{p3}\Delta y_d^{(1)})|$ 且 $\eta > 0$ ，為了

避免切跳現象，我們以飽和函數 $sat(s)$ 取代 sgn 函數， $sat(s)$ 的定義如(3.22)。

藉由以上的設定，則系統便會滿足 $s\dot{s} < -\eta|s|$ ， $\eta > 0$ ，最後完成完整的控制律為 $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_1$ ，因此保證系統狀態能在有限時間內被推向順滑面，並持續保持在順滑面上。

如同第三章的設計方式，針對(3.6)所設計的控制律 $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_1$ ，將代回原本的電子楔擠式煞車器的動態系統(3.4)與(3.5)來做模擬驗證。

4.3 微分估測器之設計

在 2.2 節我們曾經介紹一種跟蹤微分器的型式如(2.18)式所示，可以用來估測待估測函數的一次微分，但因為本論文在控制器的設計中，需要的資訊為待估測函數的一到四次微分，所以我們將(2.18)式延伸推導成我們所需要的，高階微分估測器的型式，並稍做修改以改善其估測性能。

由(2.18)式：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -u_{max} \text{sign}((x_1 - v_0(t)) + \frac{x_2|x_2|}{2u_{max}}) \end{cases}$$

我們知道此系統解的分量 $x_1(t)$ ，將最快地追蹤輸入訊號 $v_0(t)$ ，因此當 $x_1(t)$ 充分接近 $v_0(t)$ 時，可以把解的另一個分量 $x_2(t) = \dot{x}_1(t)$ 當成輸入訊號 $v_0(t)$ 的近似一次微分，因此我們將此架構延伸推導成以下的動態方程式：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -r \text{sign}((x_1 - v_0(t)) + \frac{x_2|x_2|}{2r}) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -r \text{sign}((x_3 - x_2) + \frac{x_4|x_4|}{2r}) \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = -r \text{sign}((x_5 - x_4) + \frac{x_6|x_6|}{2r}) \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = -r \text{sign}((x_7 - x_6) + \frac{x_8|x_8|}{2r}) \end{cases} \quad (4.10)$$

由(2.18)的運作原理，我們對於(4.10)同樣也可以有類似推論：當此系統解的分量 $x_1(t)$ 充分接近 $v_0(t)$ 時，另一個分量 $x_2(t) = \dot{x}_1(t)$ 則可以看成輸入訊號 $v_0(t)$ 的近似一次微分，而當分量 $x_3(t)$ 充分接近 $x_2(t)$ 時，由於 $x_2(t) = \dot{x}_1(t)$ 可以看成輸入訊號 $v_0(t)$ 的近似一次微分，所以分量 $x_4(t) = \dot{x}_3(t) = \dot{x}_2(t)$ 則又可以看成輸入訊號 $v_0(t)$ 的近似二次微分，因此類推，當分量 $x_5(t)$ 充分接近 $x_4(t)$ 時，分量 $x_6(t) = \dot{x}_5(t) = \dot{x}_4(t)$ 可以看成輸入訊號 $v_0(t)$ 的近似三次微分，當分量 $x_7(t)$ 充分接近 $x_8(t)$ 時，分量 $x_8(t) = \dot{x}_7(t) = \dot{x}_6(t)$ 可以看成輸入訊號 $v_0(t)$ 的近似四次微分。最後我們將(4.10)式中的符號函數 sign 以飽和函數 sat 取代，並參考[10]做適當修改：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -r_1^4 \text{sat}_1\left(\left(x_1 - v_0(t)\right) + \frac{x_2|x_2|}{2r_1^4}\right) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -r_2^4 \text{sat}_2\left(\left(x_3 - x_2\right) + \frac{x_4|x_4|}{2r_2^4}\right) \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = -r_3^4 \text{sat}_3\left(\left(x_5 - x_4\right) + \frac{x_6|x_6|}{2r_3^4}\right) \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = -r_4^4 \text{sat}_4\left(\left(x_7 - x_6\right) + \frac{x_8|x_8|}{2r_4^4}\right) \end{cases} \quad (4.11)$$

(4.11)為本論文所選用的微分估測器的形式，藉由適當的調整 r_1, r_2, r_3, r_4 的大小與飽和函數邊界層 $\text{sat}_1, \text{sat}_2, \text{sat}_3, \text{sat}_4$ 的寬度，理論上 x_2, x_4, x_6, x_8 則會分別追蹤輸入訊號 $v_0(t)$ 的一次微分、二次微分、三次微分與四次微分。

4.3.1 微分估測器之模擬結果

本章節以 Matlab 模擬程式，模擬(4.11)式的微分估測器之估測效果，其中 $v_{(1)}, v_{(2)}, v_{(3)}, v_{(4)}$ 與 $v_{(1)}^*, v_{(2)}^*, v_{(3)}^*, v_{(4)}^*$ 分別代表輸入訊號 $v_0(t)$ 的實際值的微分一到四次的值與估測值的微分一到四次的值，為展示所設計之微分估測器之估測性能，我們考慮如下四種情況：情況一為 $v_0(t) = 0.5\sin(2t)$ ，情況二為 $v_0(t) = \cos(3t)$ ，情況三為 $v_0(t) = \sin(t) + 0.01\sin(10t)$ ，情況四為 $v_0(t) = \cos(10t)$ 。



情況一： $v_0(t) = 0.5\sin(2t)$

估測器(4.11)之參數設定： $\mathbf{x}(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 。

飽和函數的邊界層設定： $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 20$ ，
 $sat_1 = 0.0005$ ， $sat_2 = 0.005$ ， $sat_3 = 0.05$ ， $sat_4 = 0.5$ 。

第一個模擬考慮一振幅較小弦波訊號，模擬圖 4.1 和圖 4.2 中，由上而下分別為估測訊號追蹤實際訊號的情況，模擬圖 4.3 和圖 4.4 中，由上而下則分別為估測訊號與實際訊號的誤差值，由模擬圖可以很清楚的看出，估測訊號皆能以很快的速度追蹤實際微分訊號，僅在微分四次的估測訊號，有較明顯的誤差。

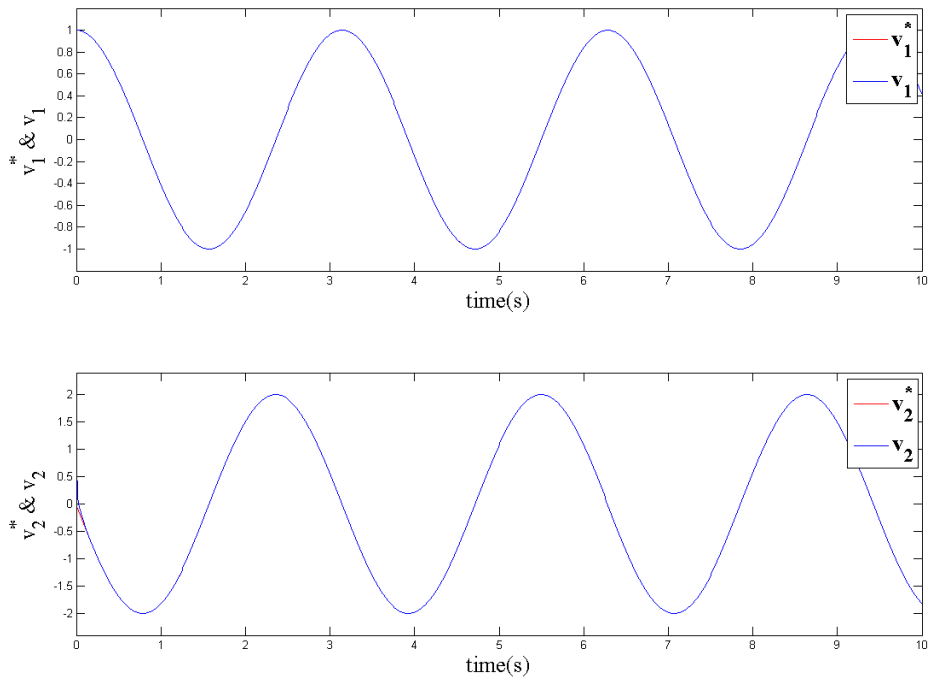


圖 4.1 利用(4.11)式微分估測器估測 $0.5\sin(2t)$ 的一次與二次微分訊號的追蹤軌跡

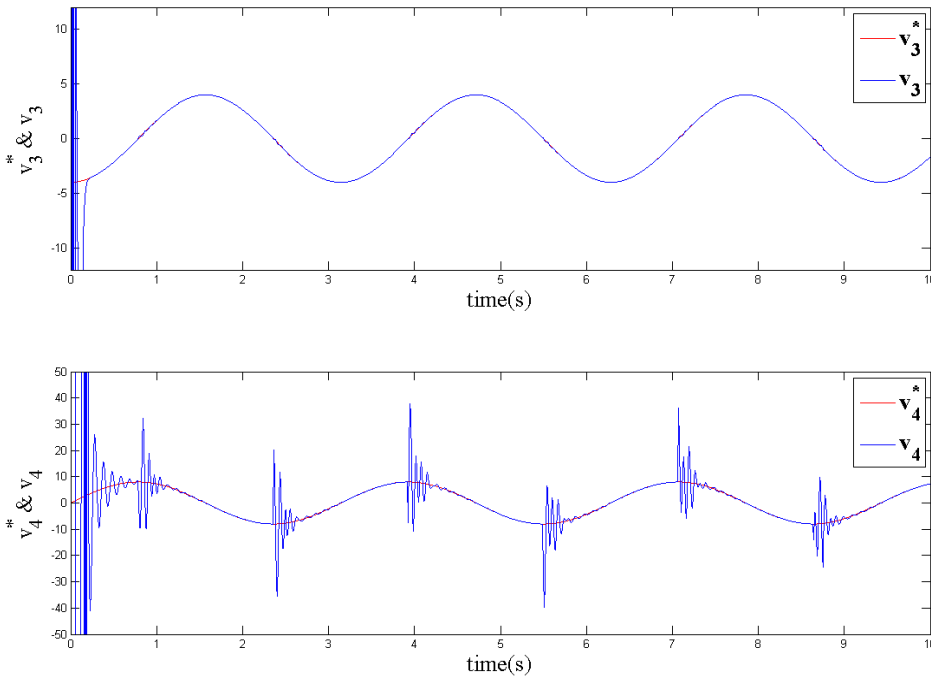


圖 4.2 利用(4.11)式微分估測器估測 $0.5\sin(2t)$ 的三次與四次微分訊號的追蹤軌跡

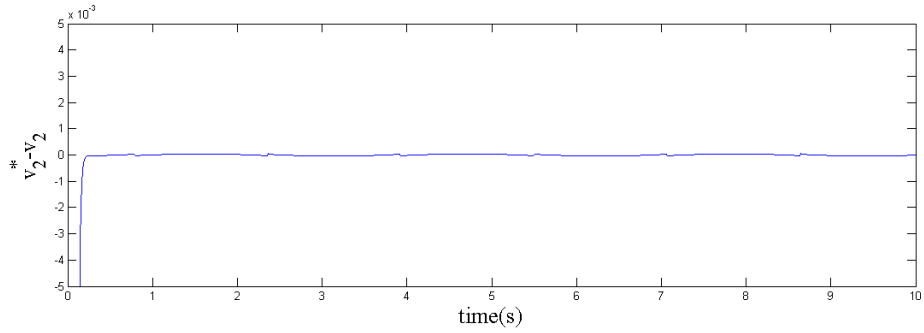
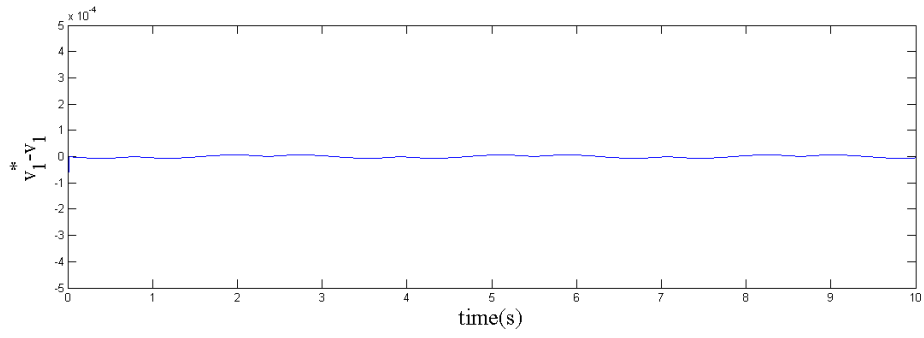


圖 4.3 利用(4.11)式微分估測器估測 $0.5\sin(2t)$ 的一次與二次微分訊號的追蹤誤差

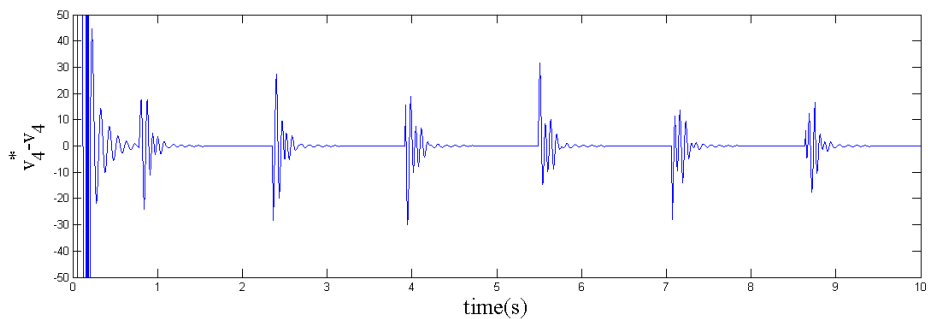
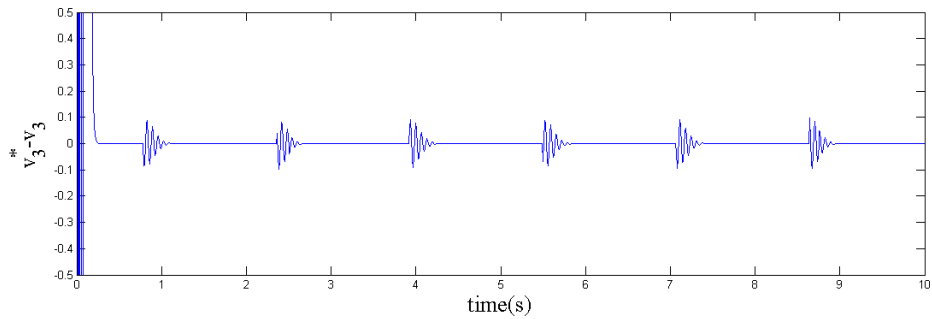


圖 4.4 利用(4.11)式微分估測器估測 $0.5\sin(2t)$ 的三次與四次微分訊號的追蹤誤差

情況二： $v_0(t) = \cos(3t)$

估測器(4.11)之參數設定： $\mathbf{x}(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 。

飽和函數的邊界層設定： $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 20$ ，
 $sat_1 = 0.0005$ ， $sat_2 = 0.005$ ， $sat_3 = 0.05$ ， $sat_4 = 0.5$ 。

第二個模擬考慮一較高頻的弦波訊號，由模擬圖 4.5 到圖 4.8，一樣可以看出如同第一個模擬的結果，估測訊號很快速的追蹤實際訊號，但在微分三次與微分四次開始會有較明顯的估測誤差。

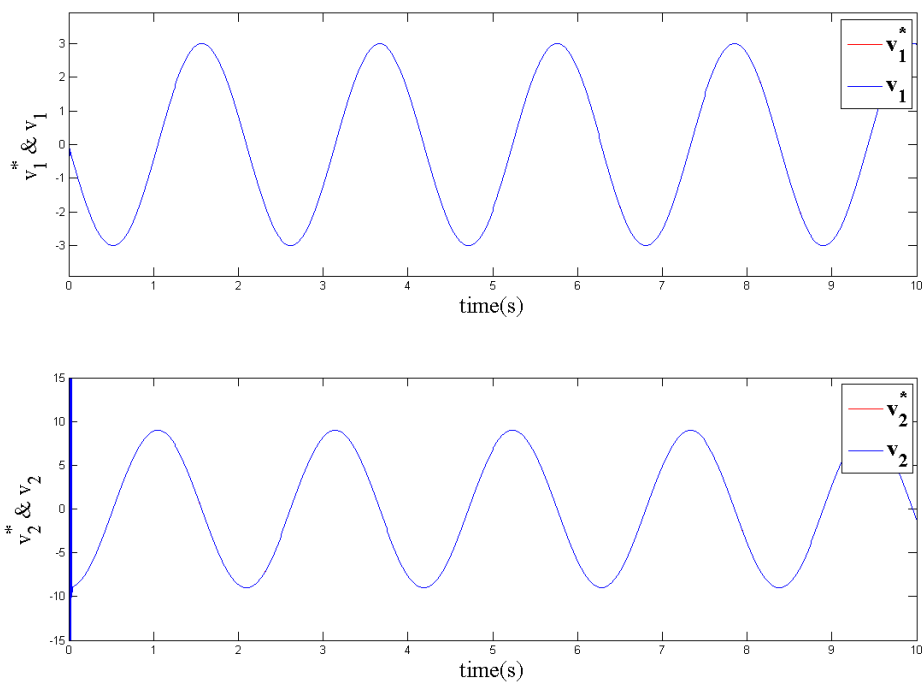


圖 4.5 利用(4.11)式微分估測器估測 $\cos(3t)$ 的
一次與二次微分訊號的追蹤軌跡

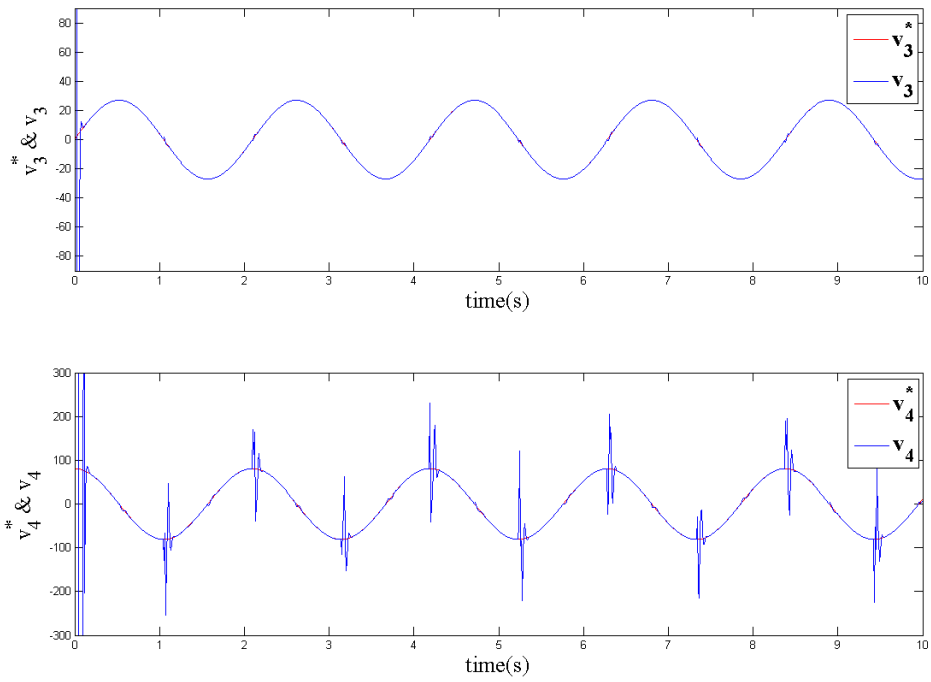


圖 4.6 利用(4.11)式微分估測器估測 $\cos(3t)$ 的
三次與四次微分訊號的追蹤軌跡

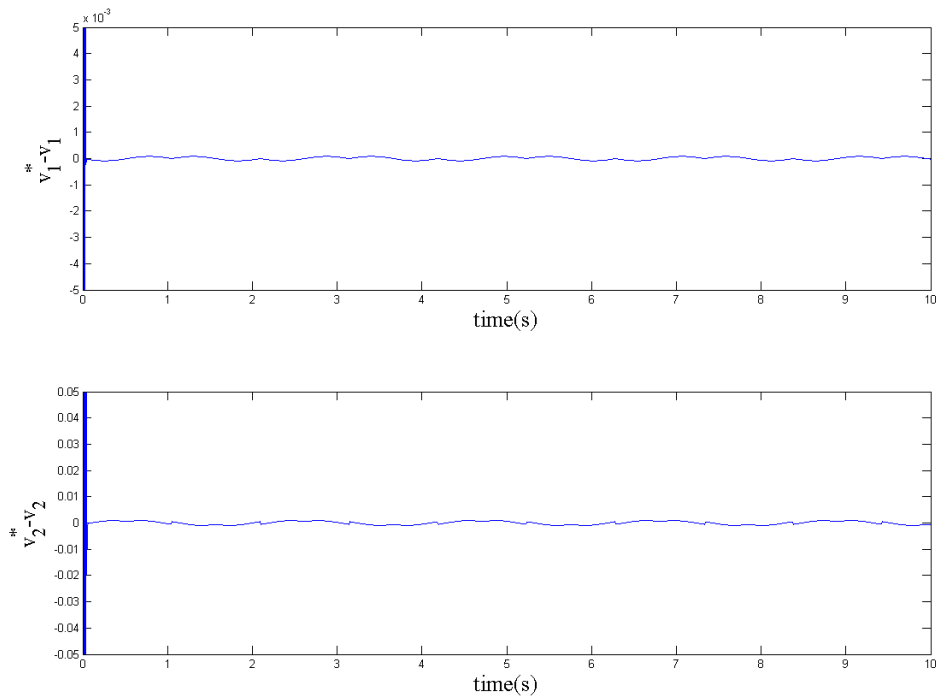


圖 4.7 利用(4.11)式微分估測器估測 $\cos(3t)$ 的
一次與二次微分訊號的追蹤誤差

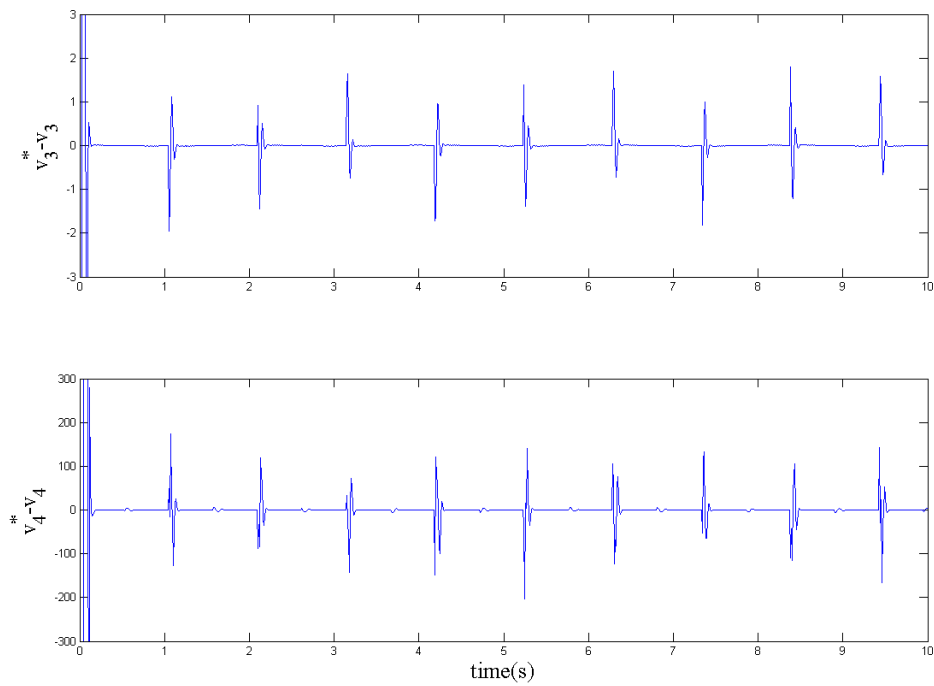


圖 4.8 利用(4.11)式微分估測器估測 $\cos(3t)$ 的
三次與四次微分訊號的追蹤誤差

情況三： $v_0(t) = \sin(t) + 0.01\sin(10t)$

估測器(4.11)之參數設定： $\mathbf{x}(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 。

飽和函數的邊界層設定： $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 20$ ，
 $sat_1 = 0.0005$ ， $sat_2 = 0.005$ ， $sat_3 = 0.05$ ， $sat_4 = 0.5$ 。

第三個模擬考慮一帶有微小高頻弦波訊號的混合弦波函數，由模擬圖 4.9 到圖 4.12 可以觀察出，此次模擬與前兩次的模擬結果相比較，因為估測誤差相對較小，所以估測函數追蹤實際值的效果較良好。

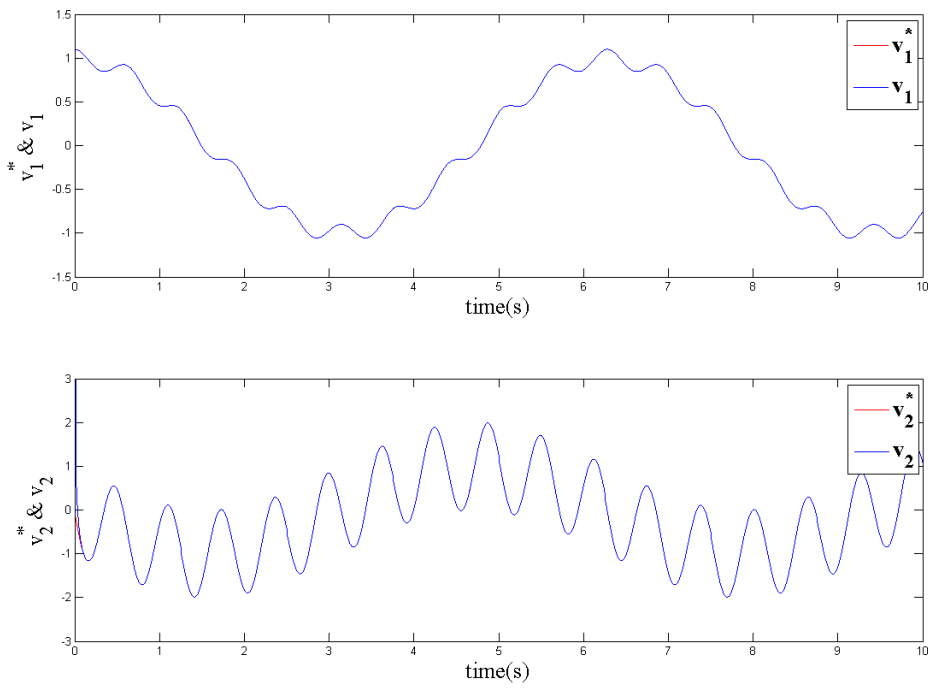


圖 4.9 利用(4.11)式微分估測器估測 $\sin(t) + 0.01\sin(10t)$ 的一次與二次微分訊號的追蹤軌跡

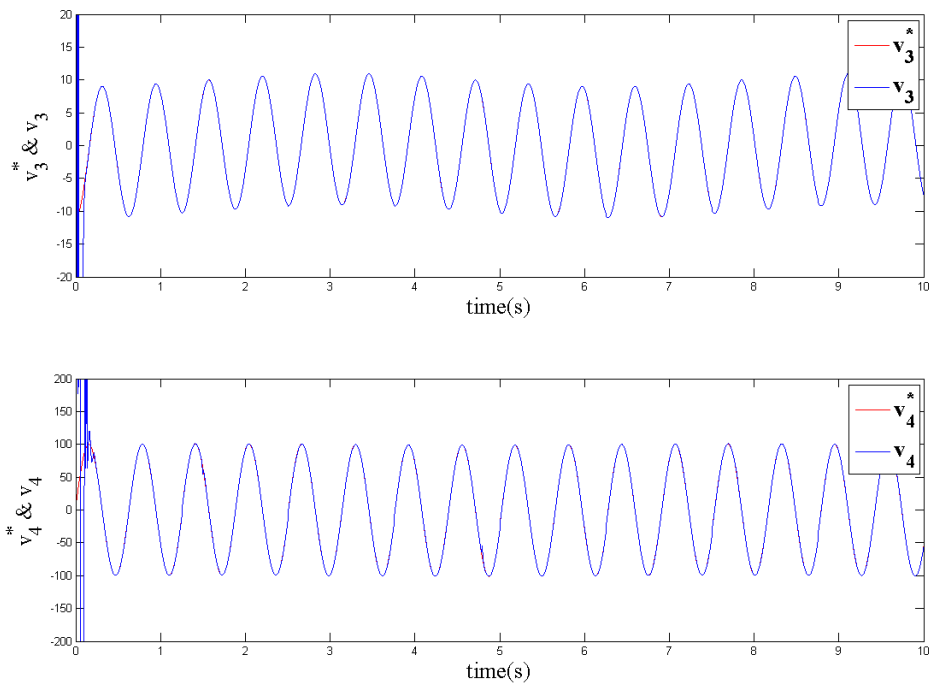


圖 4.10 利用(4.11)式微分估測器估測 $\sin(t) + 0.01\sin(10t)$ 的三次與四次微分訊號的追蹤軌跡

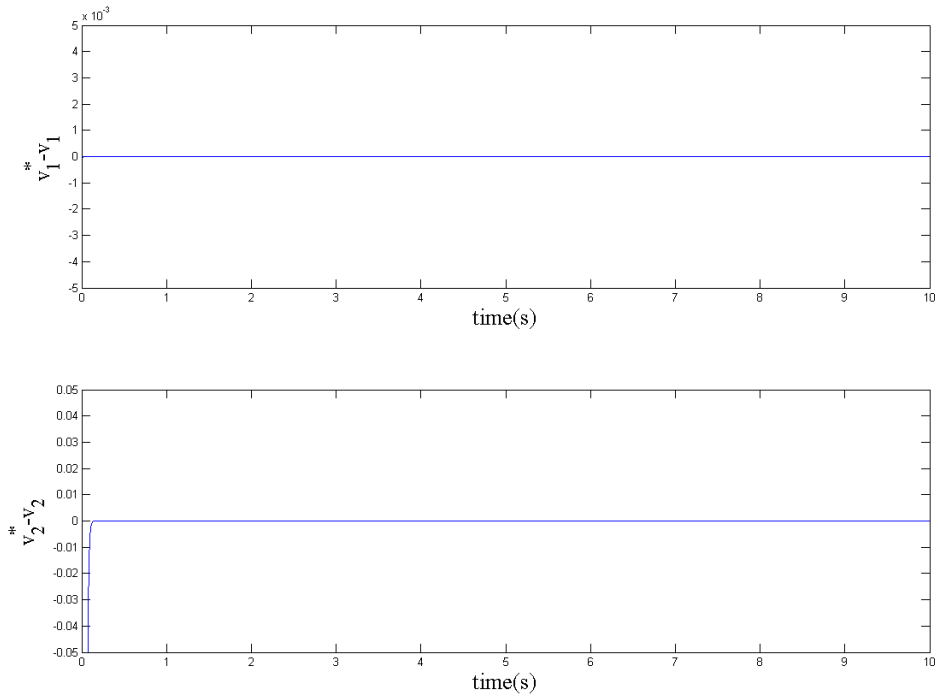


圖 4.11 利用(4.11)式微分估測器估測 $\sin(t) + 0.01\sin(10t)$ 的一次與二次微分訊號的追蹤誤差

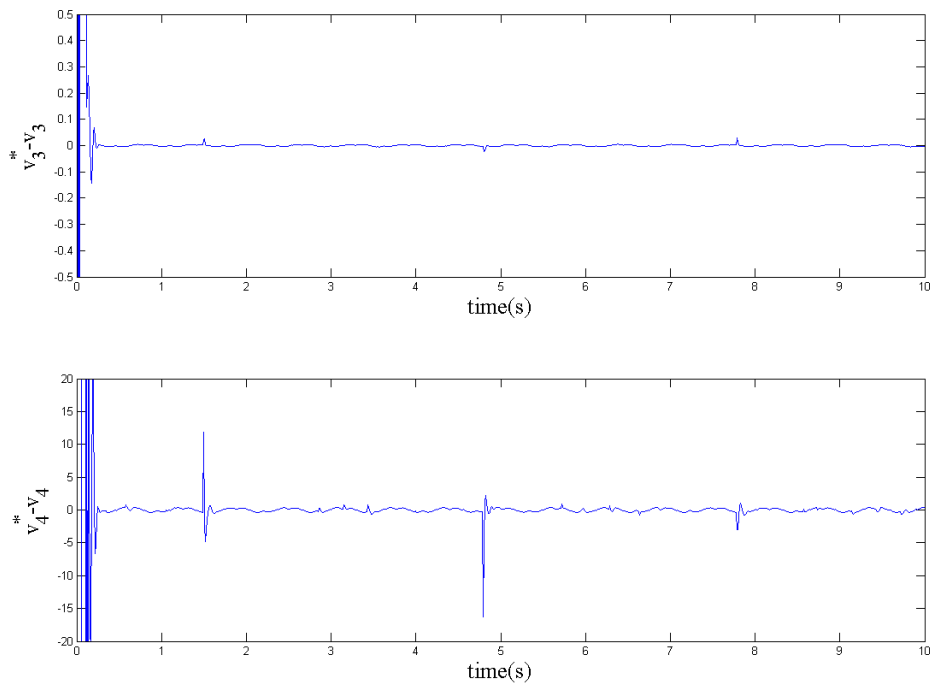


圖 4.12 利用(4.11)式微分估測器估測 $\sin(t) + 0.01\sin(10t)$ 的三次與四次微分訊號的追蹤誤差

情況四： $v_0(t) = \cos(10t)$

估測器(4.11)之參數設定： $\mathbf{x}(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 。

飽和函數的邊界層設定： $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 20$ ，
 $sat_1 = 0.0005$ ， $sat_2 = 0.005$ ， $sat_3 = 0.05$ ， $sat_4 = 0.5$ 。

第四次估測模擬我們選擇一較前述高頻之弦波訊號，圖 4.13 與圖 4.14 顯示其微分訊號的追蹤軌跡，而由圖 4.15 與 4.16 的微分訊號追蹤誤差圖，可以觀察出，微分一次與微分二次的訊號，其追蹤效果尚可接受，但微分三次與微分四次的訊號，相較之下有較大的追蹤誤差，追蹤效果不佳。

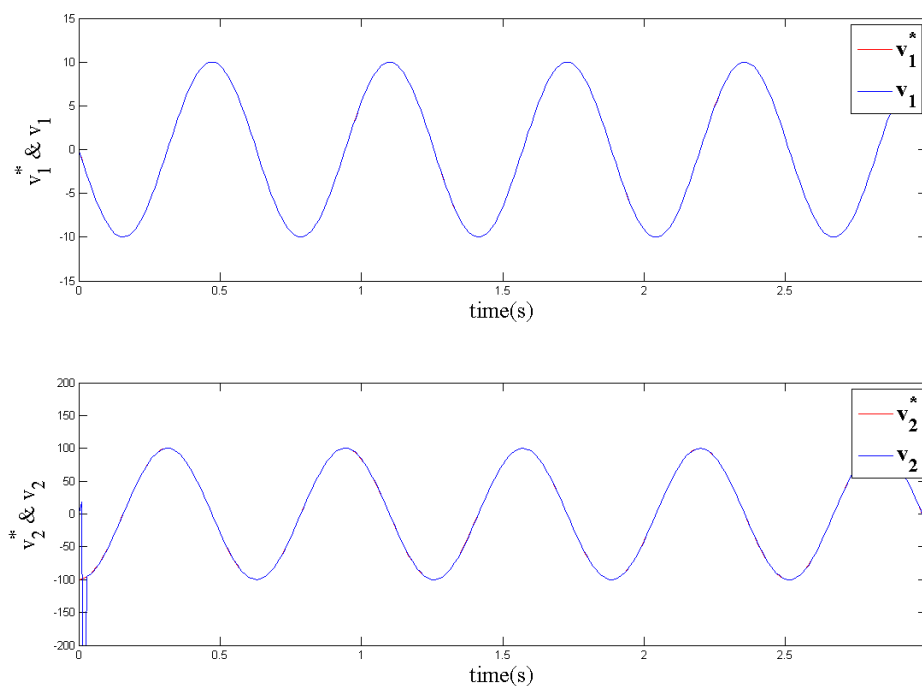


圖 4.13 利用(4.11)式微分估測器估測 $\cos(10t)$ 的
一次與二次微分訊號的追蹤軌跡

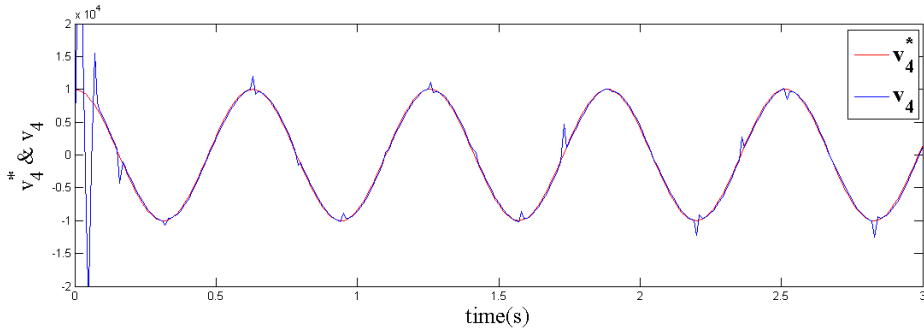
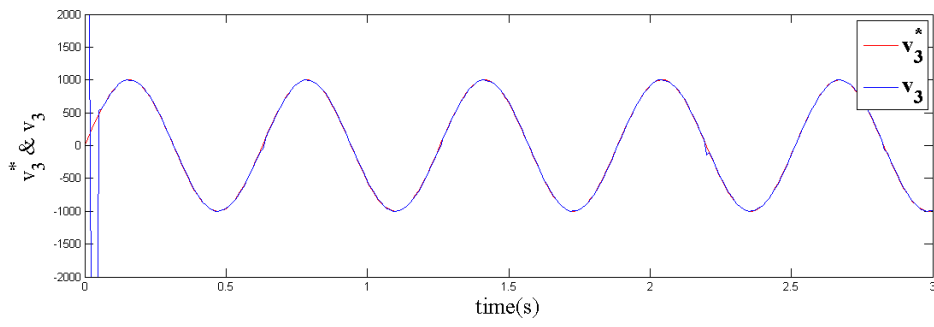


圖 4.14 利用(4.11)式微分估測器估測 $\cos(10t)$ 的
三次與四次微分訊號的追蹤軌跡

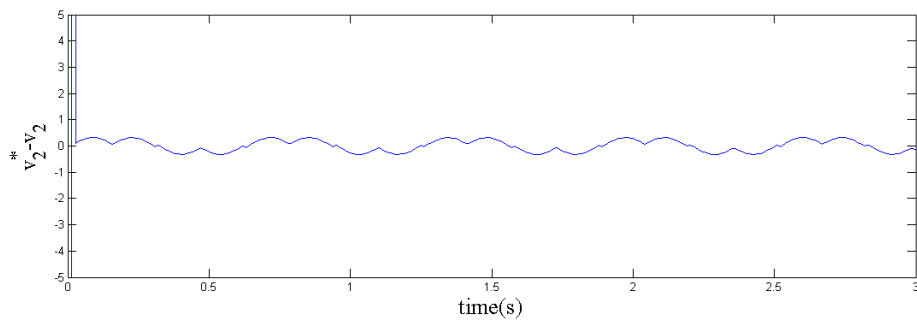
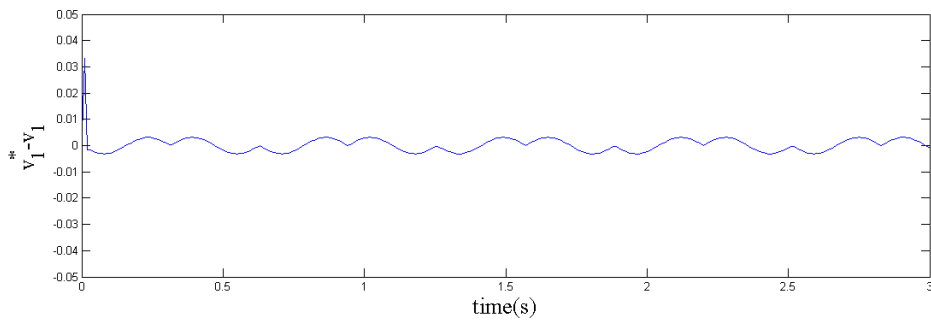


圖 4.15 利用(4.11)式微分估測器估測 $\cos(10t)$ 的
一次與二次微分訊號的追蹤誤差

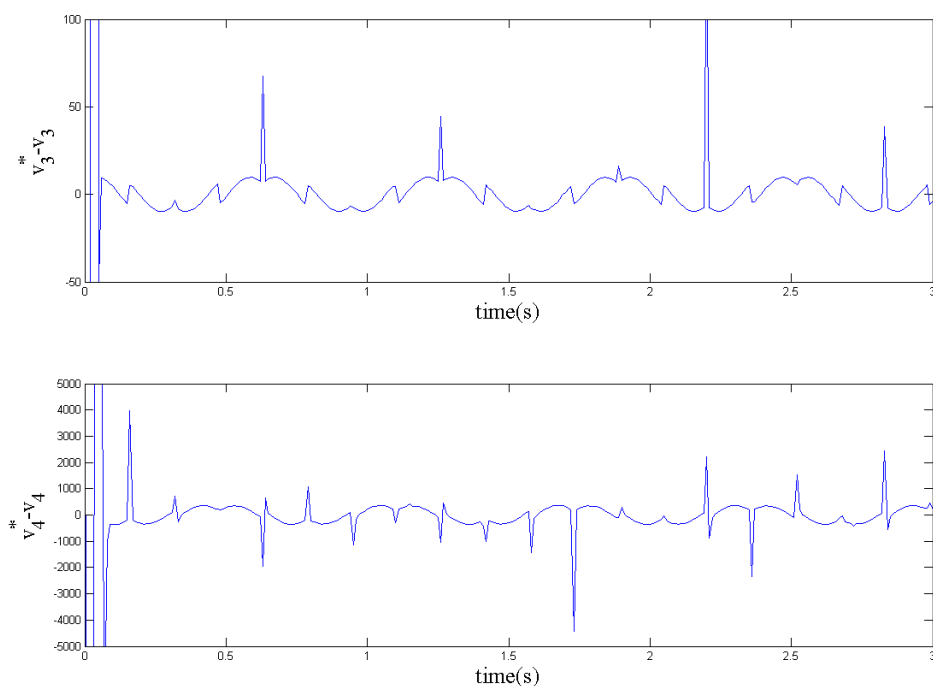


圖 4.16 利用(4.11)式微分估測器估測 $\cos(10t)$ 的

三次與四次微分訊號的追蹤誤差

(4.11)式的微分估測器，在適當地選取其系統參數後，便能有較好的微分估測效果，而輸入訊號的種類也是影響估測效果的一個很重要的原因，由上列四個模擬結果我們可以觀察出，高頻弦波訊號經過微分後，因為微分的性質，會使得其量值呈現倍數成長，所以會增加估測困難度，估測誤差也會較大，理論上可藉由適當地調整 r 值的大小，來降低估測誤差，而邊界層的設定，則可以加快估測的速度。但實際上的模擬結果顯示，太過高頻的訊號，還是有可能因為其訊號的特性，讓其估測訊號高階微分的結果，無法有很精準的表現。由第三個模擬結果顯示，雖然輸入訊號內有高頻訊號，但因為其比例只佔整個訊號的一小部分，所以在高階訊號微分估測上並沒有太大的誤差。由第四個模擬結果可以看出，當輸入訊號為一個高頻訊號時，微分的估測結果顯示其高階微分訊號追蹤效果並不佳，其主要原因就是因為高頻訊號在微分後，因為微分特性造成其量值成倍數成長，進而增加估測難度。

4.4 車輛煞車控制模擬結果

在全車煞車模擬中，本論文參考文獻[26]選取車輛的相關參數如下：

表 4.1 車輛模擬參數

參數(單位)	符號	數值
車子質量(kg)	m	1300
車子中心點到前輪軸之垂直距離(m)	l_1	1.25
車子中心點到後輪軸之垂直距離(m)	l_2	1.25
車子中心點到左右輪胎座標的垂直距離(m)	l_3	0.8
車體垂直方向上的轉動慣量(kgm ²)	I_{zz}	2000
輪胎半徑(m)	r_ω	0.3
輪胎的轉動慣量(kgm ²)	J_ω	0.3
左前輪的過彎剛性(N/rad)	C_{fl}	40000
右前輪的過彎剛性(N/rad)	C_{fr}	40000
左後輪的過彎剛性(N/rad)	C_{rl}	40000
右後輪的過彎剛性(N/rad)	C_{rr}	40000
時間常數	τ	0.3

道路狀況假設為乾路面並參考布克哈特輪胎模型[27]：

表 4.2 布克哈特輪胎模型在乾地下的參數

c_1	1.2801
c_2	23.99
c_3	0.52
c_4	0.02

其他系統參數設定：

$\mathbf{x}_v(0)$ 代表車輛之狀態變數的初始值。 $\mathbf{x}_{ob,\alpha}(0), \alpha = fl, fr, rl, rr$ 代表四個車輪上的微分估測器之狀態變數的初始值，選用(4.11)式之微分估測器動態模型。

$\mathbf{x}_{w,\alpha}(0), \alpha = fl, fr, rl, rr$ 代表四個車輪上的電子楔擠式煞車器之狀態變數的初始值，選用(3.4)式之電子楔擠式煞車器動態模型。

$$\text{車輛端： } \mathbf{x}_v(0) = [V_x, V_y, \Omega, \delta, \lambda_{fl}, \lambda_{fr}, \lambda_{rl}, \lambda_{rr}]^T = [30, 0, 0, 10^{-4}, 0, 0, 0, 0]^T$$

$$\lambda_{\alpha}^* = 0.15, \alpha = fl, fr, rl, rr$$

左前輪之微分估測器端：

$$\mathbf{x}_{ob,fl}(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

$$r_1 = 20, \ r_2 = 20, \ r_3 = 30, \ r_4 = 40,$$

$$sat_1 = 0.0005, \ sat_2 = 0.005, \ sat_3 = 0.05, \ sat_4 = 0.5。$$

左前輪之電子楔擠式煞車端：

$$\mathbf{x}_{w,fl}(0) = [x_w(0), v_w(0), \theta_M(0), \omega_M(0), i_M(0)]^T = [0, 0, 0, 0, 0]^T,$$

$$\delta = 50000, \ \eta = 5000, \ \varepsilon = 1000,$$

$$c_{p1} = 3000, \ c_{p2} = 3000000, \ c_{p3} = 1000000000。$$

右前輪之微分估測器端：

$$\mathbf{x}_{ob,fr}(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

$$r_1 = 20, \ r_2 = 20, \ r_3 = 30, \ r_4 = 40,$$

$$sat_1 = 0.0005, \ sat_2 = 0.005, \ sat_3 = 0.05, \ sat_4 = 0.5。$$

右前輪之電子楔擠式煞車端：

$$\mathbf{x}_{w,fr}(0) = [x_w(0), v_w(0), \theta_M(0), \omega_M(0), i_M(0)]^T = [0, 0, 0, 0, 0]^T,$$

$$\delta = 50000, \ \eta = 5000, \ \varepsilon = 1000,$$

$$c_{p1} = 3000, \ c_{p2} = 3000000, \ c_{p3} = 1000000000。$$

左後輪之微分估測器端：

$$\mathbf{x}_{ob,rl}(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

$$r_1 = 20, \ r_2 = 20, \ r_3 = 30, \ r_4 = 40,$$

$$sat_1 = 0.0005, \ sat_2 = 0.005, \ sat_3 = 0.05, \ sat_4 = 0.5。$$

左後輪之電子楔擠式煞車端：

$$\mathbf{x}_{w,rl}(0) = [x_w(0), v_w(0), \theta_M(0), \omega_M(0), i_M(0)]^T = [0, 0, 0, 0, 0]^T,$$

$$\delta = 50000, \ \eta = 5000, \ \varepsilon = 1000,$$

$$c_{p1} = 3000, \ c_{p2} = 3000000, \ c_{p3} = 1000000000。$$

右後輪之微分估測器端：

$$\mathbf{x}_{ob,rr}(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

$$r_1 = 20, \ r_2 = 20, \ r_3 = 30, \ r_4 = 40,$$

$$sat_1 = 0.0005, \ sat_2 = 0.005, \ sat_3 = 0.05, \ sat_4 = 0.5。$$

右後輪之電子楔擠式煞車端：

$$\mathbf{x}_{w,rr}(0) = [x_w(0), v_w(0), \theta_M(0), \omega_M(0), i_M(0)]^T = [0, 0, 0, 0, 0]^T,$$

$$\delta = 50000, \ \eta = 5000, \ \varepsilon = 1000,$$

$$c_{p1} = 3000, \ c_{p2} = 3000000, \ c_{p3} = 1000000000。$$

模擬狀況為四輪車以每秒 30 公尺的初始車速(V_x)，於乾燥的路面上進行煞車，實際的煞車力道會由裝置於四個輪子上的電子楔擠式煞車器所提供。

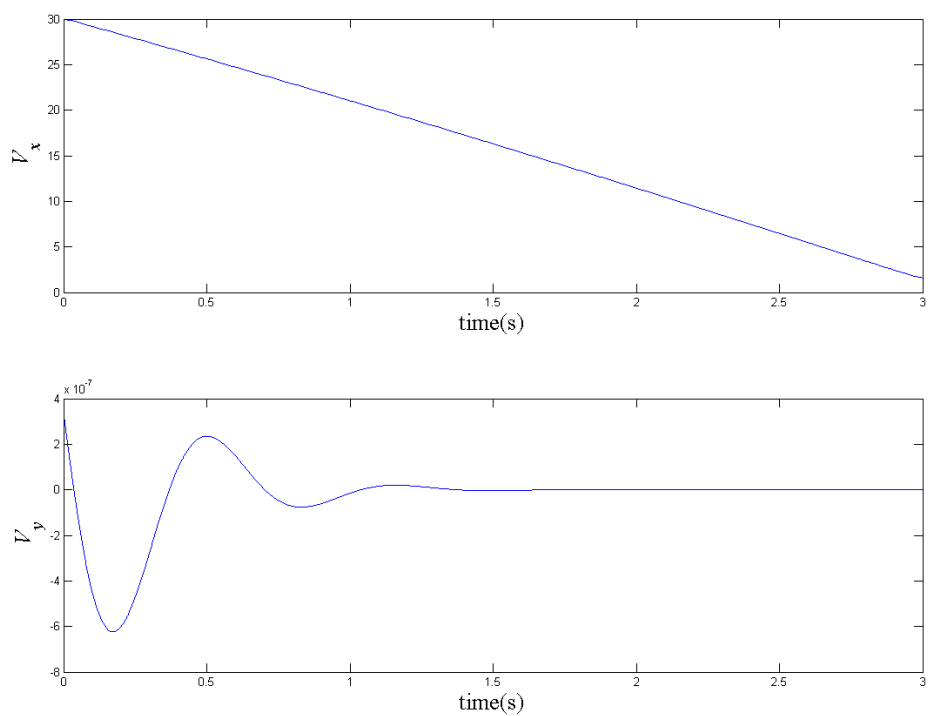


圖 4.17 全車煞車模擬的系統狀態變數 V_x, V_y

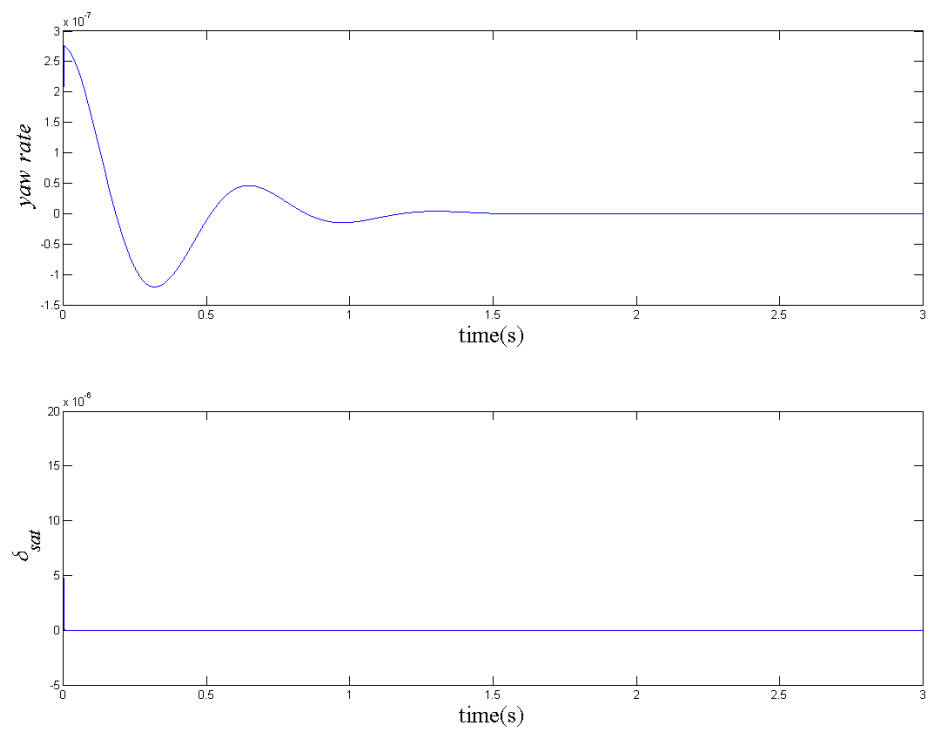


圖 4.18 全車煞車模擬的系統狀態變數 Ω, δ_{sat}

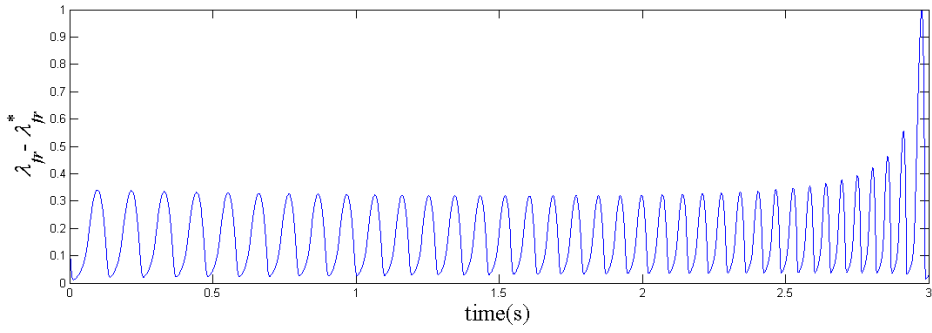
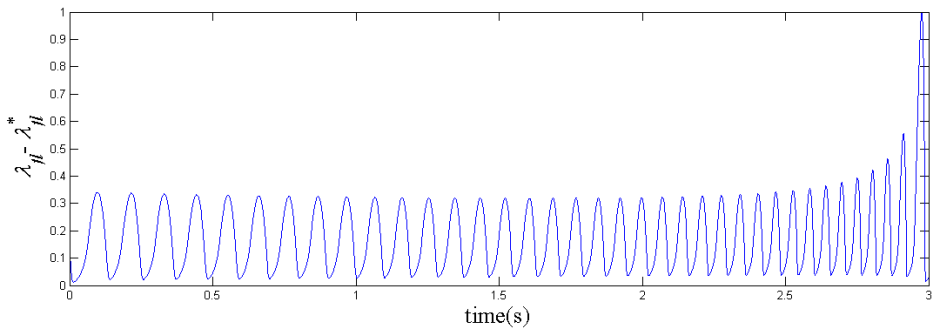


圖 4.19 全車煞車模擬的系統狀態變數 $\lambda_{fl} - \lambda_{fl}^*$, $\lambda_{fr} - \lambda_{fr}^*$

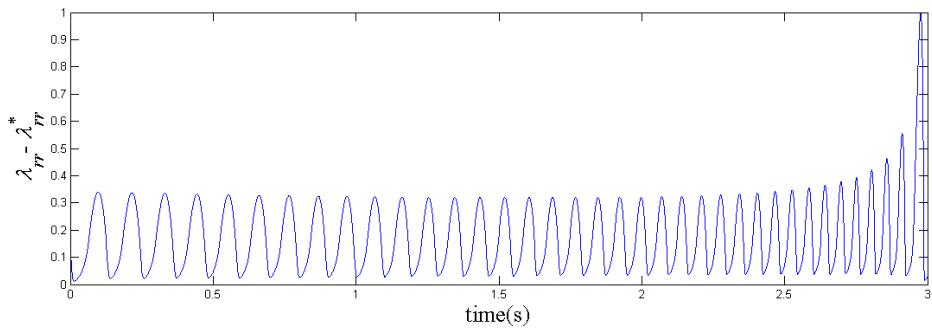
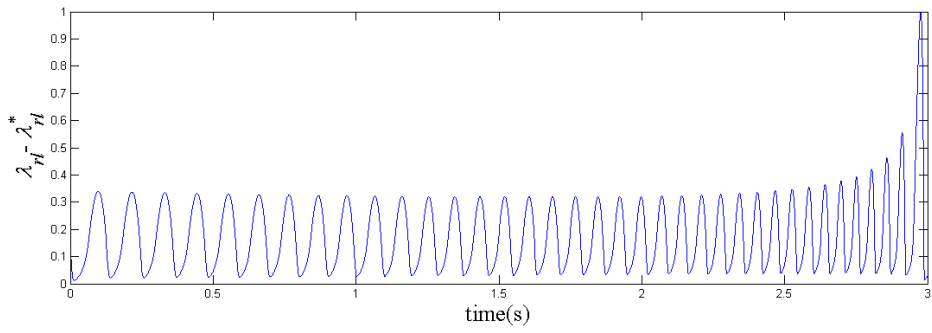


圖 4.20 全車煞車模擬的系統狀態變數 $\lambda_{rl} - \lambda_{rl}^*$, $\lambda_{rr} - \lambda_{rr}^*$

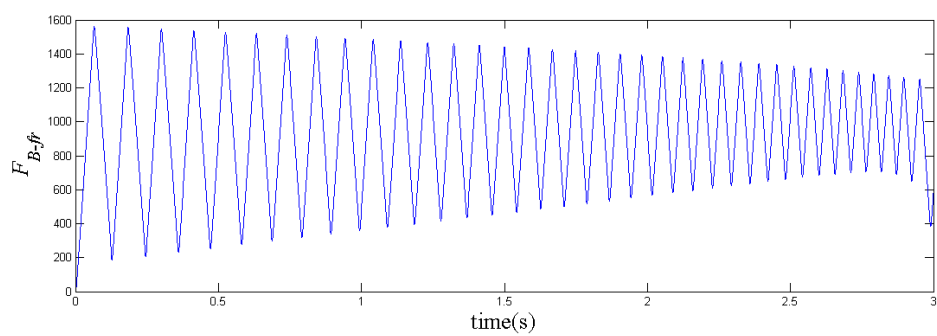
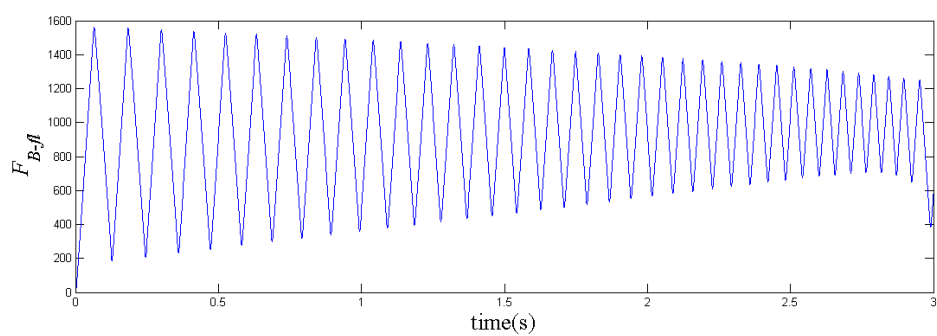


圖 4.21 全車煞車模擬的左前輪與右前輪之 EWB 所提供的煞車力道

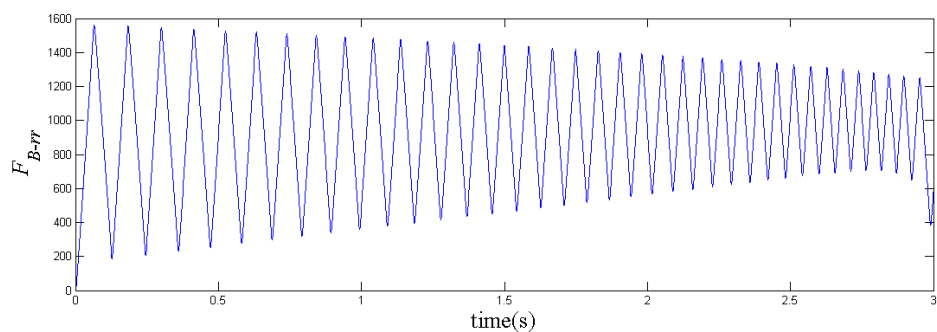
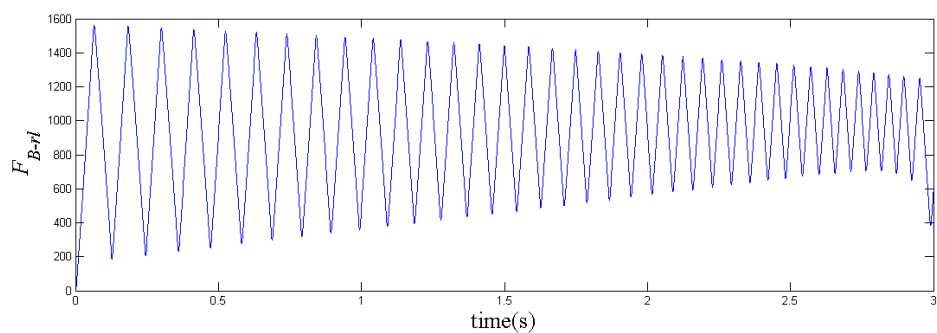
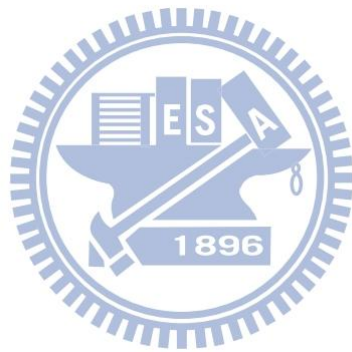


圖 4.22 全車煞車模擬的左後輪與右後輪之 EWB 所提供的煞車力道

由模擬結果圖 4.17 可以觀察出，車輛在 3 秒之內由秒速 30 公尺(相當於時速 108 公里)，煞車至接近停止的車體速度，並且由 V_y 、yaw rate 及 δ_{sat} 的模擬圖 4.18 可發現，在車輛快速煞車的過程中，車體仍然保有穩定的性能，並沒有發生嚴重偏轉之類的危險情況，但由模擬圖 4.19 與 4.20 也可以發現，車輛的滑移率在煞車期間，並沒有辦法一直順利地追蹤理想滑移率值，由模擬圖 4.21 與 4.22 的四輪之電子楔擠式煞車器所提供的煞車力道，可看出相對應的煞車反應，因此若是能夠改善此現象，則車輛的制動性能應該可以有更好的提升。



第 5 章 結論與未來研究方向

5.1 結論

在本篇論文中，我們首先將 SMC 應用於電子楔擠式煞車器上，藉由適當的調整控制器的參數，讓煞車器可以迅速地追蹤理想的煞車力道，並因為 SMC 的特性，使得系統同時保有抵抗匹配型的系統之不確定性或外在干擾的穩健性能，在第四章我們將以 SMC 控制的電子楔擠式煞車器，應用至車輛的煞車模擬，並根據控制器的設計需求，首先提出一種微分估測器的型式，且由模擬結果，顯示此微分估測器有一定性能的估測表現，最後將其應用至控制器的設計，目的讓電子楔擠式煞車器去追蹤理想的煞車力道，而模擬結果顯示，以 SMC 控制的電子楔擠式煞車器可以提供煞車力道，讓車輛在短時間內達到穩定煞車的效果，但實際模擬結果也顯示，車輛的輪胎滑移率無法穩定地追蹤理想的滑移率值，若是可以藉由其他改良設計方式，讓滑移率可以穩定地追蹤理想的滑移率值，則車輛應該能有更好的煞車性能表現。

5.2 未來研究方向

1. 本論文提出一種微分估測器的設計方式，由模擬結果顯示，其對於高頻訊號的高階微分估測效果並不佳，如何能改善其估測性能，例如藉由改良其估測器的型式，或是有效的調整系統參數，使其估測效果有更好的表現，是一門值得研究的議題。
2. 由於第四章的控制器設計方式，是藉由讓以 SMC 控制的電子楔擠式煞車器，追蹤車輛理想的煞車力道，來達成控制目的，因此無法直接保證車輛的滑移率可以持續追蹤理想的滑移率值，所以若是能直接針對追蹤理想的滑移率值做設計，或許能讓車輛的煞車性能有進一步的改善。
3. 本論文第四章的車輛煞車模擬，只考慮標稱(nominal)的情況，也就是考慮四個輪子的煞車器皆是正常運作，煞車性能沒有損壞或是退化的現象，因此未來的研究方向也可以考慮朝可靠度(reliability)的研究方向去進行，也就是考慮煞車器有損壞或是煞車性能退化的情況。

參考文獻

- [1] E. Esmailzadeh, A. Goodarzi, G. R. Vossoughi, “Optimal yaw moment control law for improved vehicle handling,” *Mechatronics*, pp. 659-675, 2003.
- [2] F. Li, J. Wang, and Z. Liu, “Motor torque based vehicle stability control for four-wheel-drive electric vehicle,” *IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*, pp. 1596-1601, 2009.
- [3] Y. Hori, “Future vehicle driven by electricity and control—research on four-wheel-motored "UOT Electric March II",” *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 51, pp. 954-962, 2004.
- [4] W. Junmin and R. G. Longoria, “Combined Tire Slip and Slip Angle Tracking Control for Advanced Vehicle Dynamics Control Systems,” in *Decision and Control, 2006 45th IEEE Conference on*, pp. 1733-1738, 2006.
- [5] V. Utkin, “Variable structure systems with sliding modes,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 22, pp. 212-222, 1977.
- [6] V. I. Utkin, *Sliding modes in control and optimization*, Springer-Verlag Berlin, 1992.
- [7] R. A. DeCarlo, S. H. Zak, and G. P. Matthews, “Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 76, pp. 212-232, 1988.
- [8] Y.-W. Liang, L.-W. Ting, and L.-G. Lin, “Study of Reliable Control via an Integral-Type Sliding Mode Control Scheme,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, No. 8, pp. 3062-3068, 2012.
- [9] J.-J. E. Slotine and S. S. Sastry, “Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces, with application to robot manipulators,” *Int. J. Control*, vol. 38, pp. 465-492, 1983.

- [10] 韓京清, “自抗擾控制技術-估計補償不確定因素的控制技術,” 國防工業, p. 56-60, 2008.
- [11] T. R. Gawade, S. Mukherjee, and D. Mohan, “Six-degree-of-freedom three-wheeled-vehicle model validation,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part D-Journal of Automobile Engineering*, vol. 219, pp. 487-498, Apr 2005.
- [12] R. Marino, S. Scalzi, G. Orlando, and M. Netto, “A nested PID steering control for lane keeping in vision based autonomous vehicles,” in *American Control Conference, 2009. ACC '09.*, pp. 2885-2890, 2009.
- [13] H. Hartmann, M. Schautt, A. Pascucci, B. Gombert, “eBrake-the mechatronic wedge brake,” *20th Annual Brake Colloquium And Exhibition*, SAE Paper, 2002-01-2582, 2002.
- [14] J. Fox, R. Roberts, C. Baier-Welt, L. M. Ho, L. Lacraru, B. Gombert, “Modeling and Control of a Single Motor Electronic Wedge Brake,” *SAE World Congress & Exhibition*, SAE Paper 2007-01-0866, 2007.
- [15] 莊財裕, 楔擠式電子機械制動器之模式分析與控制法, 碩士論文, 國立台灣大學電機資訊學院電機工程學研究所, 2007.
- [16] 曾建誌, 磁流變液應用於新型楔型塊煞車系統之設計分析, 碩士論文, 國立台灣科技大學研究所, 2008.
- [17] M. Amodeo, A. Ferrara, R. Terzagli, and C. Vecchio, “Wheel slip control via second-order sliding-mode generation,” *IEEE Trans. Intelligent Transportation Systems*, vol. 11, pp. 122-131, 2010.
- [18] W.-J. Cao and J.-X. Xu, “Nonlinear integral-type sliding surface for both matched and unmatched uncertain systems,” *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 49, pp. 1355-1360, 2004.
- [19] F. Castanos and L. Fridman, “Analysis and design of integral sliding manifolds

- for systems with unmatched perturbations,” *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 51, pp. 853-858, 2006.
- [20] M. Canale, L. Fagiano, A. Ferrara, and C. Vecchio, “Comparing internal model control and sliding-mode approaches for vehicle yaw control,” *IEEE Trans. Intelligent Transportation Systems*, vol. 10, pp. 31-41, 2009.
- [21] Y.-W. Liang and S.-D. Xu, “Reliable control of nonlinear systems via variable structure scheme,” *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 51, pp. 1721-1726, 2006.
- [22] Y.-W. Liang, S.-D. Xu, C.-L. Tsai, “Study of VSC reliable designs with application to spacecraft attitude stabilization,” *IEEE Trans. Control Systems Technology*, vol. 15, pp. 332-338, 2007.
- [23] Y.-W. Liang, S.-D. Xu, L.-W. Ting, “T-S model-based SMC reliable design for a class of nonlinear systems,” *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 56, no. 9, pp. 3286-3295, 2009.
- [24] A. Harifi, A. Aghagolzadeh, G. Alizadeh, and M. Sadeghi, “Designing a sliding mode controller for slip control of antilock brake systems,” *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 16, issue 6, pp. 731-741, 2008
- [25] T. Cimen, “State-Dependent Riccati Equation (SDRE) Control: A Survey,” in: *Proc. of the 17th IFAC world congress*, Seoul, Korea, July, vol.17 pp. 3761-3775, 2008.
- [26] W. D. Xiang, P. C. Richardson, C.M. Zhao, and S. Mohammad, “Automobile brake-by-wire control system design and analysis,” *IEEE Trans. Vehicular Technology*, vol.57, pp. 138-145, 2008.
- [27] L. Li, F.-Y. Wang, and Q. Zhou, “Integrated longitudinal and lateral tire/road friction modeling and monitoring for vehicle motion control,” *IEEE Trans. Intelligent Transportation Systems*, vol. 7, pp. 1-19, 2006.

- [28] T. Acarman, “Nonlinear optimal integrated vehicle control using individual braking torque and steering angle with on-line control allocation by using state-dependent Riccati equation technique,” *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 47, pp. 155-177, 2009.
- [29] Y.-W. Liang, Yuan-Tin Wei, Der-Cherng Liaw, Chiz-Chung Cheng and Li-Gang Lin, “A Study of SDRE and ISMC Combined Scheme with Application to Vehicle Brake Control,” *SICE Annual Conference 2010*, p. 497-502, 2010.
- [30] D. E. Kirk, *Optimal control theory: An introduction*, Dover publications, 2004.

