

國立交通大學

電控工程研究所

碩士論文

以最佳化擊球參數實現可指定落點之擊球機器人

Realization of a Robot to Hit a Ball to a Designated Location
with Optimal Ball-Batting Parameters

研究生：楊昌謀

指導教授：蕭得聖 博士

中華民國一百零一年九月

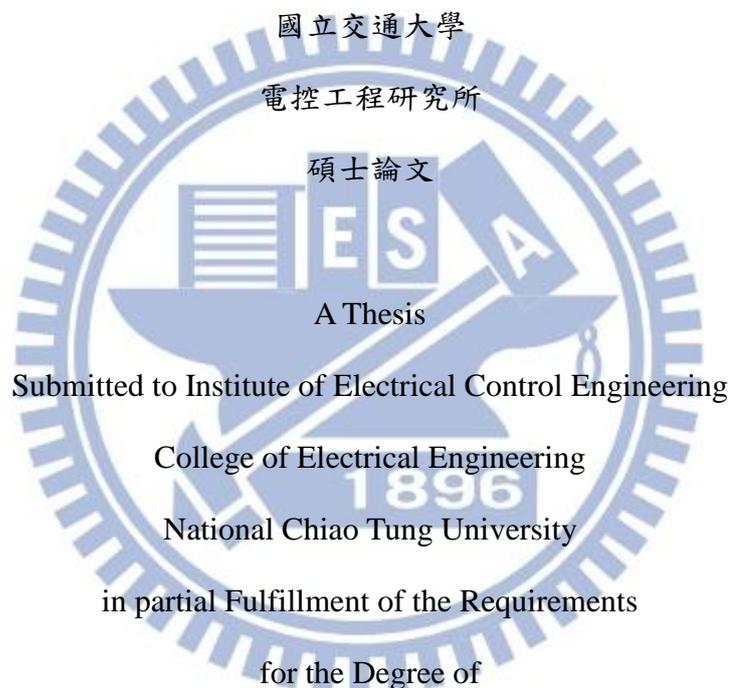
以最佳化擊球參數實現可指定落點之擊球機器人
Realization of a Robot to Hit a Ball to a Designated Location
with Optimal Ball-Batting Parameters

研究生：楊昌謀

指導教授：蕭得聖 博士

Student : Chang-Mou Yang

Advisor : Dr. Te-Sheng Hsiao



Master

In

Electrical Control Engineering

September 2012

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百零一年九月

以最佳化擊球參數實現可指定落點之擊球機器人

學生：楊昌謀

指導教授：蕭得聖 博士

國立交通大學電控工程研究所

摘要

本研究使用高速雙眼視覺系統辨識投球者所投出的球，並使用球體飛行模型預測飛行軌跡，再利用最佳化方法求解擊球參數，搭配自行設計的四軸機械手臂，可控制球擊出後的飛行落點。

在高速雙眼視覺系統中，可辨識高速飛行下之球體，再透過相機校正以及立體視覺，可將球體位置從二維影像平面轉換到三維空間，並且利用切換影像處理區域以及程式的平行化運算，來提高影像處理速度，實現短時間內之即時運算，並考慮更接近真實的球體飛行模型，首先分析球體在空中之受力，並建構一考慮重力以及空氣阻力的影響之球體飛行模型，使用 Extended Kalman Filter 估測較精準之初始位置及速度代入模型即可疊代出未來之球體飛行位置及速度，而在機械手臂方面，推導出機械手臂動態模型，使用參數估測法求得手臂未知參數，並設計控制器來控制手臂，使手臂可以追隨所設定之軌跡位置以及速度，在擊球時間點到達擊球點以及達到所需的擊球速度。

最後，整合碰撞模型以及球體擊出至指定落點之各種條件，並用一最佳化方法求解擊球參數，再透過 RS232 將擊球參數傳輸至高效能數位訊號處理器來即時規劃軌跡與擊球，可達到使擊出之球達到指定之落點之目標。

Realization of a Robot to Hit a Ball to a Designated Location with Optimal Ball-Batting Parameters

Student : Chang-Mou Yang

Advisor : Dr. Te-Sheng Hsiao

Department of Electrical and Control Engineering
National Chiao Tung University

ABSTRACT

This thesis is dedicated to the design and implementation of a four-joint robot in order to bat a flying ball to a designated location. The ball-batting robot uses a high-speed binocular vision system to identify the position of a ball in the 3D space.

A flight model which takes into account the influence of gravity and air resistance is constructed to predict the ball's flying trajectory by extended Kalman filtering.

Then the flight model is integrated with the collision model such that the contact point and the contact time for accomplishing the ball-batting task can be obtained by solving a constrained optimization problem.

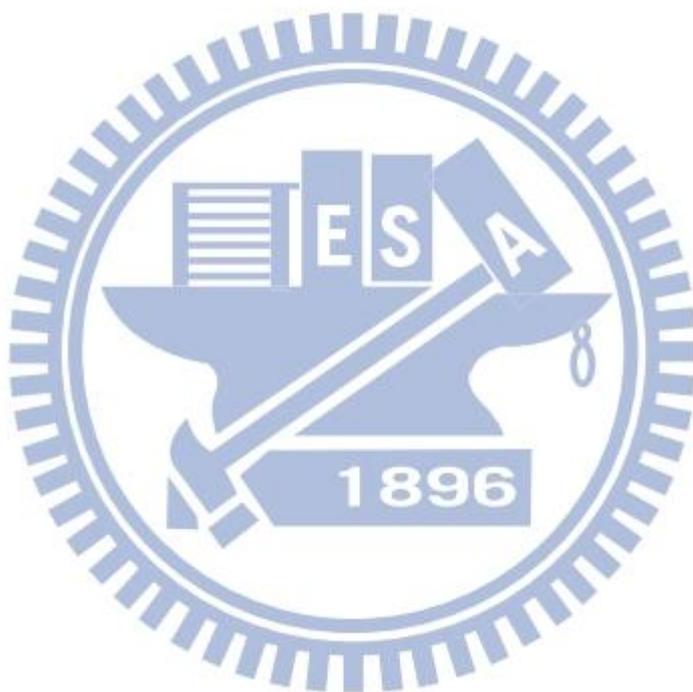
Through RS232 communication, the predicted contact point and the desired velocity of the racket are sent from the image processing unit (a personal computer) to the motion controller (a high-performance DSP processor) of the robot for path planning. Then the robot is commanded to hit the ball on the predicted contact point and time with desired velocity and orientation.

目錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
目錄	iii
圖目錄	vi
表目錄	viii
符號表	ix
第一章 緒論	1
1.1 研究動機	1
1.2 研究目的	2
1.3 論文貢獻	2
第二章 相關研究	4
第三章 影像處理	8
3.1 顏色辨識	9
3.2 侵蝕	11
3.3 縮減處理時間	12
3.4 立體視覺	13
第四章 預測球體飛行軌跡	16
4.1 球體飛行軌跡模型	16
4.2 使用 EKF(Extend Kalman Filter)估測初始速度	18
第五章 擊球理論	21

5.1 擊球前-擊球時間點範圍.....	22
5.2 擊球碰撞瞬間.....	23
5.2.1 碰撞模型.....	23
5.2.2 擊球點關係式.....	27
5.3 球擊出-飛至目標點.....	31
5.4 使用最佳化方法求解擊球點.....	32
5.5 擊球點速度.....	34
5.6 拍子轉動角度.....	35
第六章 機械手臂控制與路徑規劃.....	37
6.1 機械手臂設計.....	38
6.2 動力學模型.....	39
6.3 計算力矩控制器.....	43
6.4 手臂 D-H model.....	44
6.5 運動學與逆運動學.....	45
6.5.1 運動學.....	45
6.5.2 逆運動學.....	46
6.6 路徑規劃.....	49
第七章 實驗結果與分析.....	50
7.1 硬體設備.....	50
7.2 座標系統.....	52
7.3 機械手臂平台.....	54
7.3.1 參數估測.....	54

7.3.2 計算力矩控制器.....	58
7.4 人類擊球實驗.....	59
7.5 擊球實驗結果與討論.....	60
第八章 結論與未來展望.....	69
8.1 結論.....	69
8.2 未來展望.....	70
參考文獻.....	71



圖目錄

圖 2.1 中國科學院自動化研究所之乒乓球擊球機器人設計	5
圖 2.2 日本石川教授棒球擊球機械手臂	5
圖 2.3 網球機器人之側面及背面	5
圖 2.4 浙江大學智能系統與控制研究所所建構之乒乓球機器人	6
圖 3.1 影像處理流程圖	8
圖 3.2 HSV 色彩示意圖	9
圖 3.3 HSV 法左眼(左)與右眼(右)彩色影像	10
圖 3.4 HSV 灰階影像	10
圖 3.5 取閾值後的 H 和 S 影像	11
圖 3.6 AND H 和 S 的二元影像	11
圖 3.7 集合 A(左)與結構元素 B(中)與侵蝕後結果(右)	12
圖 3.8 左眼(左)與右眼(右)影像經過侵蝕處理	12
圖 4.1 球體在空中飛行之受力圖	16
圖 4.2 分別使用空氣阻力模型及拋物線模型之軌跡預測圖	20
圖 4.3 空氣阻力模型之三維位置誤差圖	20
圖 4.4 拋物線模型之三維位置誤差圖	20
圖 5.1 以等加速度曲線近似軌跡估測之結果	22
圖 5.2 拍子座標系示意圖	23
圖 5.3 手臂座標系與拍子座標系示意圖	29
圖 5.4 拍子轉動前後示意圖	36

圖 6.1 手臂各部位示意圖	37
圖 6.2 機械手臂示意圖	39
圖 6.3 機械手臂 D-H model	45
圖 6.4 機械手臂幾何圖解 θ_1	47
圖 6.5 機械手臂幾何圖解 θ_2 、 θ_3	47
圖 7.1 硬體設備	52
圖 7.2 相機座標與手臂座標示意圖	53
圖 7.3 參數估測第一軸(上)與第二軸(中)和第三軸(下)輸入電壓	56
圖 7.4 參數估測第一軸(上)與第二軸(中)與第三軸(下)轉動的角度	57
圖 7.5 三軸估測角度及實際角度圖	58
圖 7.6 三軸估測角速度及實際角速度圖	59
圖 7.7 擊球實驗 1	62
圖 7.8 擊球實驗 1 側拍	62
圖 7.9 擊球實驗 1 正拍	63
圖 7.10 擊球實驗 2	64
圖 7.11 擊球實驗 2 側拍	65
圖 7.12 擊球實驗 2 正拍	65
圖 7.13 擊球實驗 3	66
圖 7.14 擊球實驗 3 側拍	67
圖 7.15 擊球實驗 3 正拍	67
圖 7.16 擊球實驗機率結果圓餅圖	68

表目錄

表 1 D-H Model 中之指定參數.....	44
表 2 馬達與齒輪機構參數.....	51
表 3 機械手臂硬體參數.....	51
表 4 使用參數估測法所估測出之 19 組參數.....	57
表 5 人類擊球實驗之擊球率.....	60
表 6 實驗 1 手臂控制誤差分析.....	61
表 7 實驗 1 球體飛行軌跡估測誤差分析.....	61
表 8 實驗 2 手臂控制誤差分析.....	63
表 9 實驗 2 球體飛行軌跡估測誤差分析.....	64
表 10 實驗 3 手臂控制誤差分析.....	66
表 11 實驗 3 球體飛行軌跡估測誤差分析.....	66

符號表

$A \ominus B$	A 被 B 侵蝕
f	焦距
D	左眼與右眼視差
B	左眼與右眼光學中心線的距離
$(X^{arm}, Y^{arm}, Z^{arm})$	手臂座標系
$(X^{camera}, Y^{camera}, Z^{camera})$	相機座標系
$(X^{pad}, Y^{pad}, Z^{pad})$	拍子座標系
$(P_x^{camera}, P_y^{camera}, P_z^{camera})$	相機座標系中三方向位置
(P_x, P_y, P_z)	手臂座標系中三方向位置
(u_L, v_L)	左眼影像座標系
(u_R, v_R)	右眼影像座標系
(u_{l0}, v_{l0})	左眼影像平面中心點
(u_{r0}, v_{r0})	右眼影像平面中心點
u_l	左眼影像平面中橫向座標位置
v_l	左眼影像平面中縱向座標位置
u_r	右眼影像平面中橫向座標位置
v_r	右眼影像平面中縱向座標位置
t_i	第 i 個擷取時間點

l_1	上臂長度
l_2	下臂長度
θ_1	機械手臂第一軸旋轉角度
θ_2	機械手臂第二軸旋轉角度
θ_3	機械手臂第三軸旋轉角度
θ_4	機械手臂第四軸旋轉角度
t_a	球體飛入擊球區域之時間點
t_b	球體飛出擊球區域之時間點
t_{hit}	擊球時間
t_f	擊球點至目標點飛行時間
$(P_{x-hit} \ P_{y-hit} \ P_{z-hit})$	擊球點位置
$(P_{x-d} \ P_{y-d} \ P_{z-d})$	目標點位置
$(P_{x-f} \ P_{y-f} \ P_{z-f})$	擊球後 t_f 秒球體位置
V_{bat}	手臂座標系中球拍速度
V_{bat}^{pad}	拍子座標系中球拍速度
$(v_x \ v_y \ v_z)$	球體飛來三方向速度
$(v'_x \ v'_y \ v'_z)$	球體被擊出後三方向速度

第一章 緒論

1.1 研究動機

機器人自 1970 年開始，已大量運用於工業製造生產上，例如：汽車、機械與半導體等產業。經過數十年的科技發展，智慧型機器人的感測、認知、控制與通訊技術愈趨成熟，能夠與人類互動的智慧型機器人將不再是一個夢想。

機器人運動控制的設計與分析部分，目前已達到成熟的階段，結合機器視覺後，更可做到與人類之間的互動，例如使用機器人從事各式球類運動。近幾年來有關於擊球機器人的相關研究有逐漸增多的趨勢，各大機器人展中也都可以看到擊球機器人的身影。

在擊球機器人領域中，包含各式的球類運動，例如：桌球、網球、高爾夫球等，但大部分研究目的皆為擊球，著重的目標為擊球率的提升，對於擊球後球的飛行軌跡並未多加著墨。而我們可以看到各項的球類運動中都會要求選手練習控制球體擊出後的軌跡，技巧純熟的職業棒球選手亦能控制打擊後球的落點，於是我們希望讓擊球機器人也可以具備擊中指定目標點的能力。

首先就技術層面而言，要擊中飛行中的球體，需先使用影像追蹤快速運動的球體，再利用球體飛行模型預測球體接下來的飛行軌跡，而擊球至指定目標，則須探討擊球瞬間球與拍子或球棒碰撞之間的關係和考慮擊球前後球體的飛行軌跡，並且找出一個可以滿足各種關係的擊球位置，而球與機械手臂必須在預計的擊球時間點，同時抵達預計的擊球位置，其中機械手臂通過擊球位置時的速度與姿態亦須非常精準地控制。

本研究即在開發與整合這些相關技術，具有學術研究的價值。擊球機器人亦有生活當中的應用性，例如可在稱為國球的棒球運動上，應用於棒球練習場提供運動選手訓練使用，或在親子活動中增加娛樂效果，亦具備商業價值。

1.2 研究目的

本研究目的在於使用自行設計的四軸機械手臂，將投球者投出的球，利用機械手臂將球擊到所設定的位置，達成擊球至指定位置的目的。

本研究主要分為四個部份，第一部份為視覺系統，使用雙眼攝影機來追蹤快速飛行的球體，將輸入影像經過影像處理，可得知球體在影像中的位置，並使用立體視覺將二維影像中的位置轉換成三維空間位置，達成追蹤飛行中的球體的目的，並且計算出球體飛行的軌跡。

第二部份為預測球體飛行軌跡，由於在擊球的任務中，如何準確的預測球體飛行軌跡是非常重要的，於是我們使用了更加精確的球體飛行模型來使得預測的飛行軌跡更加接近真實球體的飛行。

第三部份為擊球理論，因為本研究需要擊球至指定的目標，因此要建立碰撞模型，並推導出拍子速度與碰撞前後球速之間的關係，並且還須考慮擊球前後的球體飛行軌跡，根據這些關係找出擊球點以及擊球時間點，使擊球後球的飛行軌跡通過所設定的目標點，達成擊球至指定位置的目的。

第四部份為機械手臂系統，由於擊球的時間相當短暫，為了使手臂能即時到達擊球點，必須設計可高速轉動的四軸機械手臂機構，並且估測出手臂動態模型參數，利用控制器來控制四軸機械手臂，使手臂能精準的跟隨所規劃的軌跡位置以及速度，讓機械手臂能即時到達擊球點。

1.3 論文貢獻

本論文為一延續性之研究，是由[1]延續下來，在之前的系統中存在某些因素會影響擊中目標的成功率，第一個因素為影像擷取速度太慢，第二個因素為球體飛行模型的不準確，第三個因素為擊球瞬間拍子會產生震盪及旋轉，無法提供足夠的正向力完成擊球，根據以上三點本論文提出相對應的修正方法。

第一個因素為影像擷取相機，在之前的系統中使用的是 48fps(frame per second) 的相機，而球體飛行時間約 0.5 秒，約只能擷取到 30 個球體的位置，對於球體飛行預測來說這樣的資訊非常不足，於是在本論文中改用 200fps 的高速相機做影像擷取，可使得每次投球都能抓到約 100 個球體位置，不僅會讓球體飛行預測得更準確，也會讓機械手臂有更多的反應時間可以擊球。

第二個因素為球體飛行模型，先前研究僅考慮重力影響，故球體飛行軌跡為一拋物線，但其結果與實驗數據有頗大誤差。本論文多考慮了空氣阻力對球體的影響，使球體飛行軌跡之預測更準確。而將飛行模型更改之後，原先的求解擊球點方法就變得不可行，因為考慮空氣阻力的飛行模型只能用疊代法算出預測的軌跡，而此模型又是複雜的非線性方程式，無法求得軌跡的解析解。故在此將求解擊球點問題轉化為一最佳化問題之求解，並完整的考慮所有相關的限制條件，包含碰撞模型以及擊球前後的飛行軌跡關係，再選定適合的成本函數，使用 Sequential Quadratic Programming (SQP) 法求解最佳化問題，即可找到符合所有關係式的最佳擊球點，由於我們希望最佳化方法可以更容易求解，也就是需要更多的自由度，於是將在先前系統之中固定的參數「打擊後的飛行時間 t_f 」當成最佳化變數之一以 SQP 法求解，亦即本論文之方法毋須事先指定 t_f ，使擊球後的飛行軌跡有更多的選擇，因此可從中選取使成本函數最小化之軌跡。

第三個因素為拍子，由於在先前的系統，考慮到馬達的負荷故選用較小型的步進馬達做為控制拍子的馬達，但會造成「擊球瞬間拍子會產生震盪及旋轉」的問題，故在本論文中改選用「激磁最大靜止轉矩」數值高達 $3N\cdot m$ 的步進馬達，經過實驗測試可以有效的提供足夠的正向力而不會因為球的撞擊而產生旋轉及劇烈震盪。

本論文之貢獻在於改善這三個會影響擊球成功率的因素，並一一克服改善這些因素中所遇到的困難，在最後能將擊球至目標率成功提升至 13.75%。

第二章 相關研究

本章描述與擊球機器人相關的研究，先介紹基於各種球類所建構之擊球機器人，並比較各種擊球機器人之特點，再討論擊球機器人所需具備之能力，並討論與球體飛行模型相關之文獻，最後敘述本研究之特色。

利用機械視覺整合機械手臂來執行擊球動作的相關研究範圍相當廣泛，其中包含各式的球類運動，如乒乓球、棒球以及網球等。[2][3]使用雙眼視覺系統搭配五個自由度的乒乓球機器人擊球，其機構如圖 2.1。其中 XYZ 三軸使用直線之滑軌而 SP 兩軸則使用旋轉機構。[3]利用事先反覆擊打的學習機制，讓經過學習的乒乓球機器人，可將球擊打過球網到達對面的球桌，但卻只能在特定的速度下達成。[4][5]是棒球擊球機器手臂，使用攝影機與機械手臂，可偵測投球者所投出的球，並且在即時系統中控制手臂擊球，如圖 2.2。[6]則是網球機器人，使用單眼攝影機配合遺傳演算法來辨識球體位置，並控制機械手臂及輪子完成擊球，如圖 2.3，[7]為一仿人之乒乓球機器人，其根據高速視覺系統的特點設計出一套乒乓球三維飛行以及碰撞模型的軌跡分析，實作上可連續擊打乒乓球 6~8 回合，如圖 2.4。

基於各種球類所建構之擊球機器人會根據球類的特性不同而有不同的設計，例如棒球擊球機器人只需要模擬真實棒球選手在打擊區定點擊球之狀態，故基座常用固定在地之機構，而乒乓球機器人的打擊範圍需要涵蓋整個球桌，故基座部分常使用滑軌來達成，球拍部分則是使用旋轉機構實現，而網球機器人則需要搭配高速移動之裝置來將擊球範圍增加。

技巧純熟的球類運動選手可以將球回擊至有利得分的區域，因此不管是根據哪種球類所建構之擊球機器人，其目標除了擊中球之外，也希望具有控制擊出後的球的落點之能力，在[1][2][5]中都有討論到如何達成此目標。在[2]中使用簡單的反彈公式以及鏡面反射原理來計算乒乓球拍之回球速度，[5]中則使用動量守恆以及角動量守恆推導出一碰撞模型，[1]則在此碰撞模型之基礎上加入一控制項，使機械手臂可控制擊出後之球速。

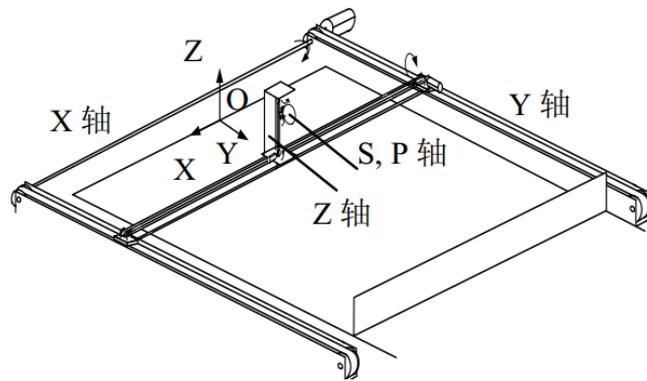


圖 2.1 中國科學院自動化研究所之乒乓球擊球機器人設計



圖 2.2 日本石川教授棒球擊球機械手臂

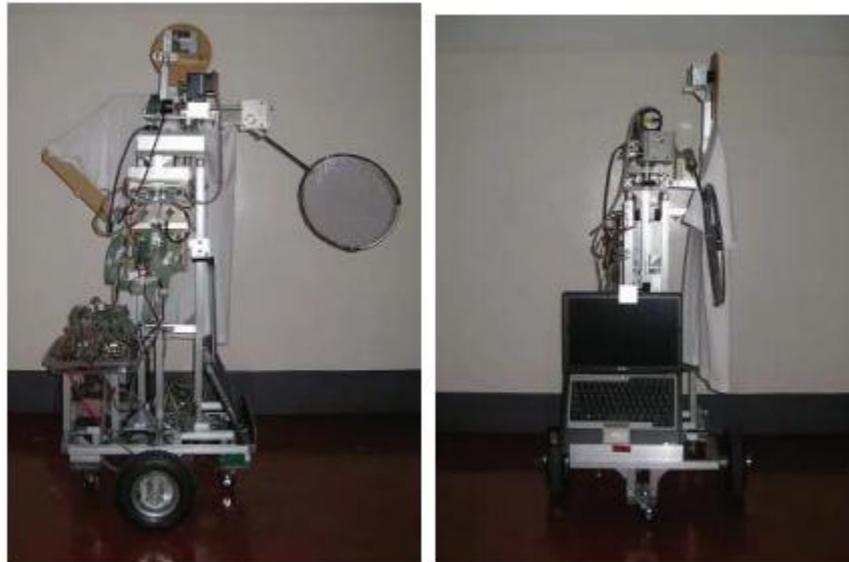


圖 2.3 網球機器人之側面及背面



圖 2.4 浙江大學智能系統與控制研究所所建構之乒乓球機器人

為了成功擊中球與控制球擊出後的落點，必需準確預測球體的飛行軌跡。在相關的文獻中，[8]中針對於球體在空中飛行所受之力與力矩之模型做詳細的研究，並對於球體之飛行軌跡、速度、加速度與角速度以及週遭氣流之影響有非常詳細之討論，但相關之方程式過於複雜難以求解。[1]僅討論重力對球體飛行的影響，故所得軌跡為拋物線。雖然易於計算，但與實際軌跡差距頗大，造成擊球命中目標之成功率偏低。[9][10][11]使用有考慮空氣阻力之球體飛行模型來預測關於乒乓球機器人中的球體飛行軌跡，但在[10]中所考慮之反彈模型為一階線性近似，其參數是由實驗獲得，而[11]還設計一非線性輸出回授觀測器使得預測之球體飛行及反彈軌跡可以更加精準，但其缺點為其模型只考慮兩個維度，而以上之研究由於球體角速度難以量測，故皆將角速度所造成之影響忽略。

在有考慮角速度的部分則有[12]使用有標記的球體並使用影像處理的方式估測角速度，並使用考慮角速度之飛行及反彈模型，能更進一步的縮小反彈後的飛行軌跡誤差，[13]中則是推導出球體飛行速度與角速度的關係式，並使用 Least square method 求出球體飛行角速度，在角速度的估測方面可以達到一定的精準度。

由以上文獻分析發現，對於球體飛行軌跡之預測，至少要考慮空氣阻力之影響才足以達成擊球任務。若能加入球體角速度之資訊，則軌跡可以更加精準。然而以上之文獻皆只討論到飛行軌跡的精準度，並無將考慮空氣阻力之球體模型與擊球時的反彈模型結合討論，更遑論去控制球拍(或球棒)之揮動使球體經打擊後能夠落在指定位置。而此問

題之困難處包括(1)加入空氣阻力作用的球體飛行方程式缺乏解析解，僅能以疊代方式預測未來軌跡。(2)擊球時球體與球拍皆同時在運動，必須精準預測球體在空間中的軌跡與控制球拍位置，使兩者可同時到達預測落點。(3)若欲指定擊球落點，還需根據球體擊出後的軌跡、期望的落點位置與碰撞模型，反推球拍之速度與角度。此外，擊球位置與時間也需依此計算，因為並非在任意位置擊中球，都能讓球飛到指定落點。另外在實現時，尚需考慮機器人的反應時間與球拍揮動速度上的物理限制，故此問題極具挑戰性。

本研究將基於[1]中所推導出之擊球理論，並考慮更接近真實的球體飛行模型，且使用高速攝影機做影像擷取以獲得更多的球體飛行資訊，使飛行軌跡估測更精確，而最終使用自行建構之擊球機器人驗證擊球率。



第三章 影像處理

在達到擊球至指定目標之目的前，要先使用雙眼相機模擬人眼視覺，利用影像處理來追蹤球在飛行中的位置，並且標定其座標位置。

在此章前半部介紹所使用的影像處理方法，輸入影像後，再使用 HSV 顏色辨識，可將影像轉為黑白二元影像，使球體顯示出來，此時畫面仍有一些小雜訊，故使用侵蝕可以將這些小雜點濾除，最後再使用辨識物體常用的邊緣偵測，把球體輪廓標示出來，找出目標物輪廓最外圍的四邊的點，取其中間值即可得到目標物中心點的位置。在處理速度方面，為了達到高速並且不降低解析度情況下，當影像成功追蹤時，採用局部小畫面的方式。整體影像處理流程如圖 3.1，此流程圖的每一個部份，都會在以下章節有詳細介紹。



圖 3.1 影像處理流程圖

在此章後半部，利用立體視覺，可將二維影像座標轉換成三維相機座標，經過座標轉換即可將相機座標換成手臂座標，就可以得到每一時間點球體在手臂座標系中的位置。

3.1 顏色辨識

顏色辨識的方法有許多種，例如：RGB 法、向量法、HSV 法...等，本論文採用 HSV 法做顏色辨識，因為這種方法較不容易受光線亮度影響。

HSV 法是根據色彩的三個屬性：色相、飽和度和明度來確定顏色的一種方法。色度 (H) 是色彩的基本屬性，也就是平常所說顏色的名稱，如黃色、紅色等，取 0~360 度的數值，飽和度 (S) 是指色彩的純度，越高色彩越純，相對的越低則逐漸變灰，取 0~100% 的數值，明度 (V) 也叫做亮度，也是取 0~100% 的數值。其色彩示意圖如圖 3.2 所示

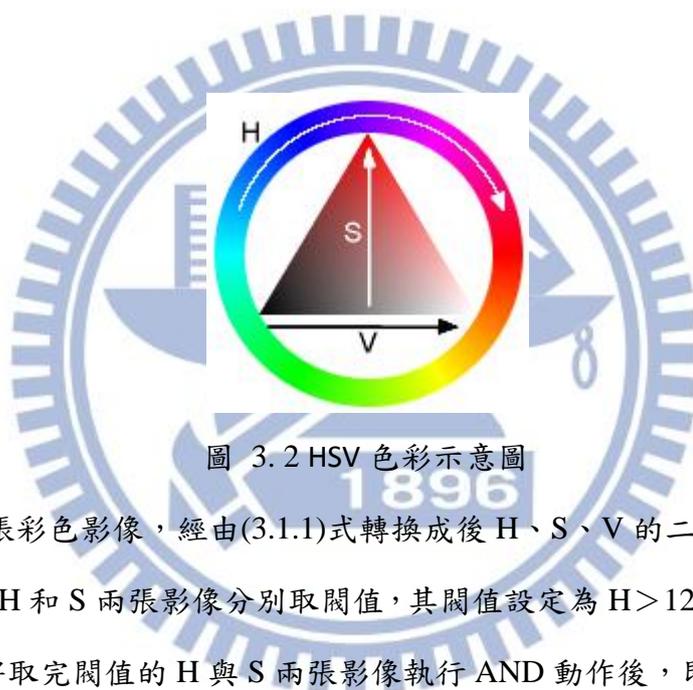


圖 3.2 HSV 色彩示意圖

將輸入的兩張彩色影像，經由(3.1.1)式轉換成後 H、S、V 的二維灰階影像，如圖 3.4 所示，將中的 H 和 S 兩張影像分別取閾值，其閾值設定為 $H > 127$ 、 $H < 20$ 、 $S > 180$ ，如圖 3.5 所示，將取完閾值的 H 與 S 兩張影像執行 AND 動作後，即可得到兩張二元影像，如圖 3.6 所示。

$$H = \begin{cases} (6 + \frac{G-B}{Max-Min}) \times 60^\circ, & \text{if } R = Max \\ (2 + \frac{B-R}{Max-Min}) \times 60^\circ, & \text{if } G = Max \\ (6 + \frac{R-G}{Max-Min}) \times 60^\circ, & \text{if } B = Max \end{cases}$$
$$S = \frac{MAX - MIN}{MAX} \tag{3.1.1}$$
$$V = MAX$$



圖 3.3 HSV 法左眼(左)與右眼(右)彩色影像

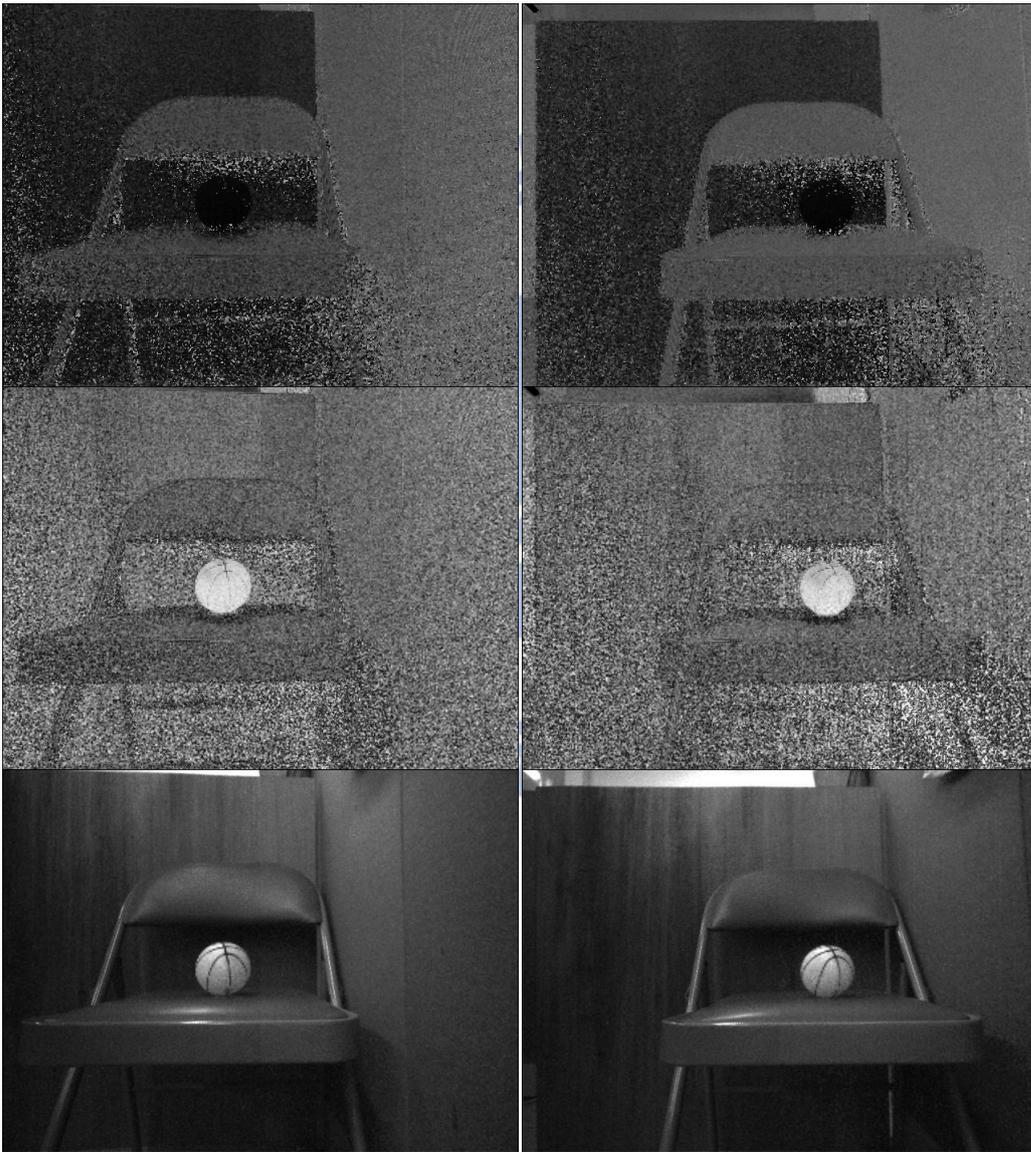


圖 3.4 HSV 灰階影像

其中左列為左眼影像右列為右眼影像，由上至下分別為 H、S、V

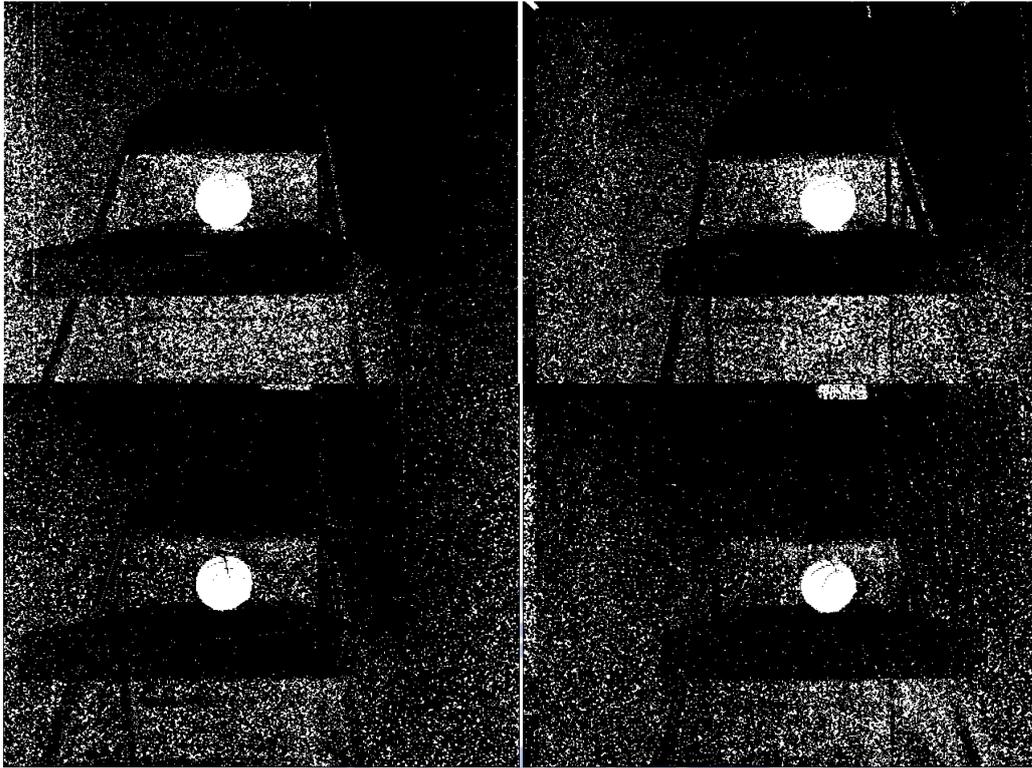


圖 3.5 取閾值後的 H 和 S 影像

其中左列為左眼影像右列為右眼影像，上排為 H 影像，下排為 S 影像



圖 3.6 AND H 和 S 的二元影像

3.2 侵蝕

當 A 和 B 為 Z^2 中的兩個集合， A 被 B 的侵蝕表示為 $A \ominus B$ ，數學表示法為

$$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \subseteq A\} \quad (3.2.1)$$

其中 B 稱為結構元素， $(B)_z$ 表示為對其原點平移 z 單位

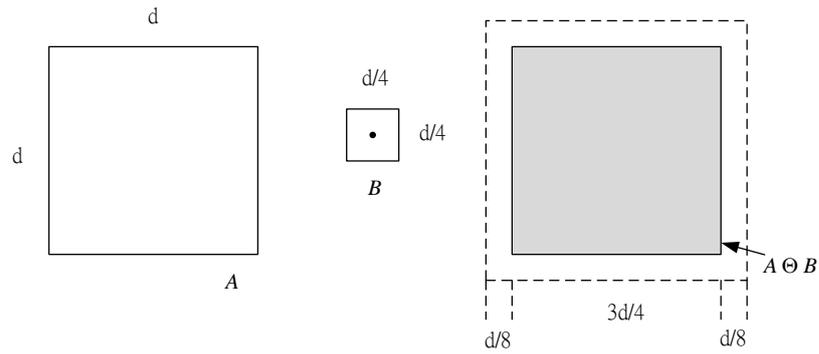


圖 3.7 集合 A(左)與結構元素 B(中)與侵蝕後結果(右)

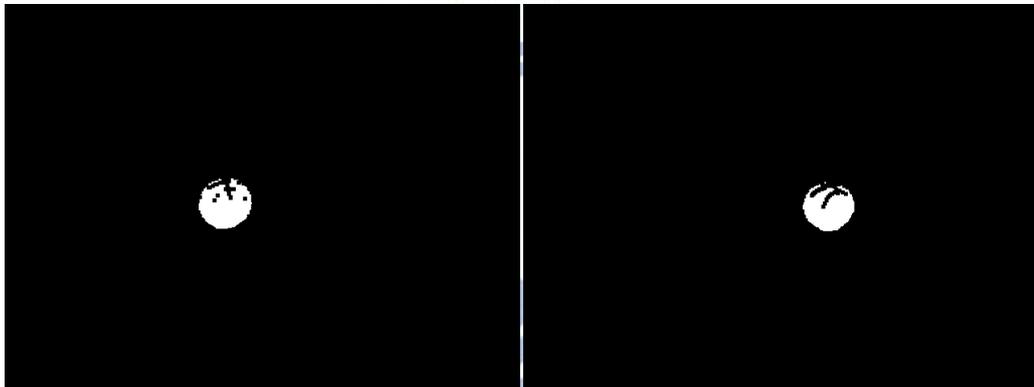


圖 3.8 左眼(左)與右眼(右)影像經過侵蝕處理

3.3 縮減處理時間

在影像擷取過程中，相機擷取影像的速度為 200 fps，相當於每經 5 毫秒(ms)就會輸入兩張 640×480 大小的影像，在這麼短的時間內，單單只考慮影像處理部分就很難處理完如此大量的影像資訊，為了不讓影像流失，採取兩種方法來縮減影像處理的時間，第一種方法從電腦程式方面下手，使用 OpenMP (Open Multi-Processing)[14]多執行緒程序設計做平行運算，可同時處理左眼影像與右眼影像，使處理時間縮短一半。

第二種方法則是採用減少 ROI(region of interest)的範圍，也就是小畫面處理。在相機開啟後，會先以 640×480 大小的影像去搜尋目標物，當前一張的雙眼影像皆擷取到目標物位置後，縮減 ROI 的範圍，並且將此目標物中心點設定為新的 ROI 中心點，可使

小畫面隨著目標物移動處理區域。由於目標物在縱向位置變化較大，故將小畫面的 ROI 設定為 100×300 的大小，如此一來可讓目標物一直處於小畫面內，又可大量減少運算時間。ROI 切換簡易流程如圖 3.9，其中用一旗標判斷是否進入小畫面，而旗標之預設值為 0 也就是預設為大畫面。

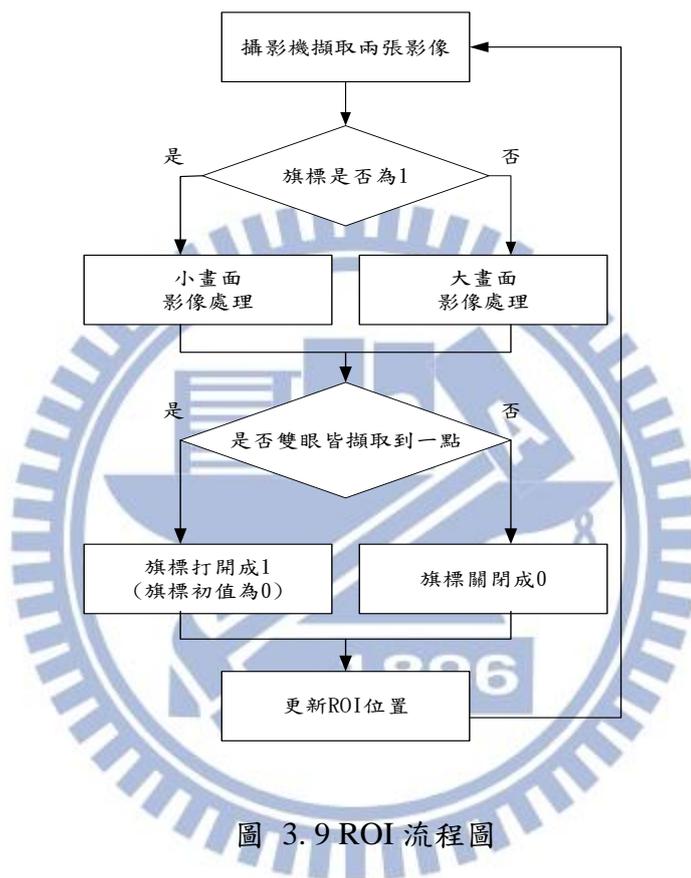


圖 3.9 ROI 流程圖

3.4 立體視覺

相機座標中的點 $P^{camera} (P_x^{camera}, P_y^{camera}, P_z^{camera})$ 對應到左右眼影像上分別為 (u_l, v_l) 和 (u_r, v_r) ，而立體視覺(stereo vision)是利用幾何關係，用影像上左右兩眼的視差(disparity)來算出景深 (depth)，圖 3.10 為立體視覺的示意圖。

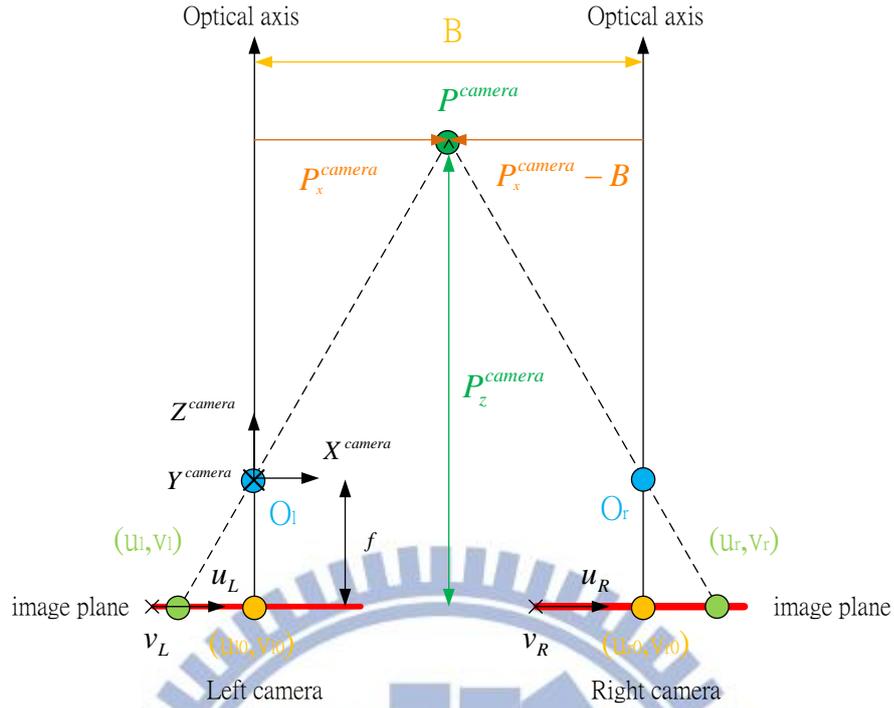


圖 3.10 立體視覺示意圖

其中 O_l 與 O_r 為左眼與右眼相機中心， (u_{l0}, v_{l0}) 與 (u_{r0}, v_{r0}) 分別為左右眼影像中心， B (base line) 為左右眼相機光學中心線的距離， X^{camera} 、 Y^{camera} 與 Z^{camera} 為相機座標， u_r 、 v_r 、 u_l 、 v_l 為左右眼影像座標

由圖 3.10 可看出兩個相似三角形的幾何關係，可列出(3.7.1)式與(3.7.2)式

$$u_l - u_{l0} = \frac{(-f) * P_x^{camera}}{P_z^{camera}} \quad (3.4.1)$$

$$u_r - u_{r0} = \frac{(-f) * (P_x^{camera} - B)}{P_z^{camera}} \quad (3.4.2)$$

而兩眼的視差為 $D = (u_r - u_{r0}) - (u_l - u_{l0})$ ，可推出(3.4.3)式，即可算出景深 P_z^{camera}

$$P_z^{camera} = \frac{f * B}{D} \quad (3.4.3)$$

此時算出景深後，由於相機座標原點為左眼相機中心點，再利用另外兩個相似三角形的幾何關係，推出(3.4.4)與(3.4.5)式

$$P_x^{camera} = \frac{P_z^{camera} * (u_l - u_{l0})}{-f} \quad (3.4.4)$$

$$P_y^{camera} = \frac{P_z^{camera} * (v_l - v_{l0})}{-f} \quad (3.4.5)$$

利用立體視覺可將二維影像座標轉換為三維相機座標，不過在輸入影像大小為640×480的解析度，當估測物體距離太遠時，其位置變化量在影像上的不到一個像素，此時即無法估測出其距離，因此，此方法有其極限在，不過就目前所使用的範圍大約在1~3公尺之間，其精準度在可接受的範圍內。



第四章 預測球體飛行軌跡

在第三章之中可由影像處理得到在飛行時每個時間點球體的位置，而為了之後的運算方便，先將球體的位置從相機座標系轉換到空間中一個固定的座標系，此座標系即為機械手臂座標系 $X^{arm} - Y^{arm} - Z^{arm}$ ，其中 Z^{arm} 為從機械手臂中心垂直向上之向量，而球體是朝 X^{arm} 方向投擲。有關機械手臂坐標系將在 6.1 節中會有詳細的介紹。

在擊球機器人的任務中，如何準確的預測球體飛行軌跡與打擊率有非常直接的關係，但在許多文獻中只考慮了重力對球體的影響卻忽略其他在球體上的作用力，進而造成了球體飛行軌跡預測的不準確，尤其在球體高速飛行時更為明顯，故在此我們多考慮了空氣阻力對於球體的影響，可以使得預測出來的軌跡更貼近真實飛行軌跡。

4.1 球體飛行軌跡模型

如圖 4.1 所示，球體在空中飛行時共受四種力作用，分別是重力 F_g 、浮力 F_b 、空氣阻力 F_d 與馬格努斯力 (Magnus Force) F_m 。

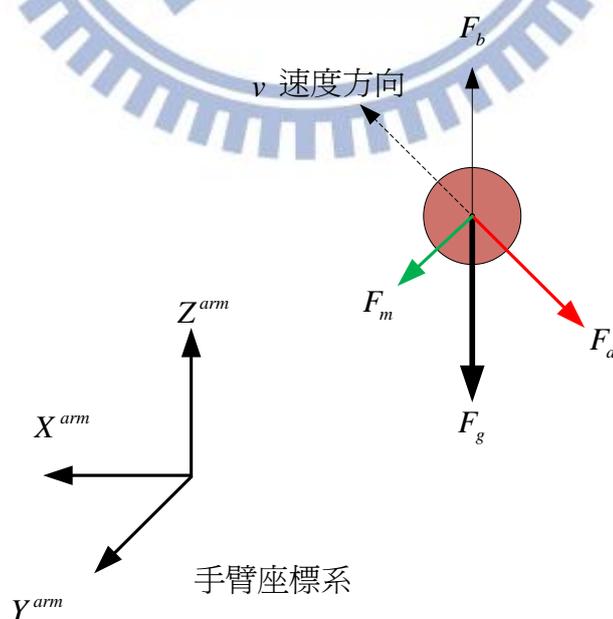


圖 4.1 球體在空中飛行之受力圖

重力可寫成下列形式，其中 \mathbf{g} 為只在 Z^{amm} 方向有大小 $-9.81m/s^2$ 的向量， m 為球體質量。

$$\mathbf{F}_g = m\mathbf{g} \quad (4.1.1)$$

浮力等於球體在空氣中所佔之空氣重，而 m_b 為與球體同樣體積空氣之質量，具有以下形式

$$\mathbf{F}_b = -m_b\mathbf{g} \quad (4.1.2)$$

球體在飛行中的空氣阻力大小正比於其速度的平方，而空氣阻力之方向與其速度方向相反，具有以下形式[15]

$$\mathbf{F}_d = -\frac{1}{8}C_D\rho_a\pi D^2\|\mathbf{v}\|\mathbf{v} \quad (4.1.3)$$

其中 ρ_a 為空氣密度約為 $1.29kg/m^3$ ， D 為球體直徑約為 10 公分， C_D 為空氣阻力係數，為一無因次之係數，對於球體來說約為 0.4。

馬格努斯力則是正比於球體飛行速度與旋轉速度的外積，其形式如下

$$\mathbf{F}_m = \frac{1}{8}C_m\rho_a\pi D^3\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{v} \quad (4.1.4)$$

其中 C_m 為馬格努斯力係數，也為一無因次之係數，一般的球體之 C_m 約為 1。

由於浮力與球體的體積相關，又球體的體積很小，故在此將浮力省略，並可以將其餘三力整理成球體的加速度 \mathbf{a} 。

$$\mathbf{a} = \mathbf{g} - k_d\|\mathbf{v}\|\mathbf{v} + k_m\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{v} \quad (4.1.5)$$

其中

$$k_d = \frac{C_D\rho_a\pi D^2}{8m} \quad (4.1.6)$$

$$k_m = \frac{C_m\rho_a\pi D^3}{8m} \quad (4.1.7)$$

實驗使用的球體質量 m 約為 16 公克，代入上述的係數來計算可以得到 k_d 約為 0.15，而 k_m 約為 0.012，由於球體飛行角速度對於飛行軌跡的影響很小，並且難以估側，故在此處將馬格努斯力對球體所造成的影響忽略，則(4.1.5)式可以簡化為下式

$$\mathbf{a} = \mathbf{g} - k_d \|\mathbf{v}\| \mathbf{v} \quad (4.1.8)$$

又可將(4.1.8)式離散化寫成以下形式

$$\mathbf{v}_k = \mathbf{v}_{k-1} + \begin{bmatrix} -k_d \|\mathbf{v}_{k-1}\| & 0 & 0 \\ 0 & -k_d \|\mathbf{v}_{k-1}\| & 0 \\ 0 & 0 & -k_d \|\mathbf{v}_{k-1}\| \end{bmatrix} \mathbf{v}_{k-1} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} T_s \quad (4.1.9)$$

而位置又等於速度的積分，可以整理出位置與速度的離散化關係式

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k-1} + \mathbf{v}_{k-1} T_s \quad (4.1.10)$$

只要能夠得到正確的 k_d 、 \mathbf{P}_0 、 \mathbf{v}_0 就可以用(4.1.9)式及(4.1.10)式疊代求得球體飛行時任何時刻的位置及速度。

4.2 使用 EKF(Extend Kalman Filter)估測初始速度

由於上述之疊代式需要較精確的初始速度，但單純由影像觀測到的目標點位置來做差分得到速度會有誤差，又由於(4.1.9)式為一非線性方程式，故在此使用「拓展型卡曼濾波器」(Extend Kalman Filter)來估測出較精確的初始速度。

先將系統整理成 EKF 的標準型式如下

$$\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} \quad (4.2.1)$$

$$\mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (4.2.2)$$

$$\text{其中 } \mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} P_{xk} & P_{yk} & P_{zk} & v_{xk} & v_{yk} & v_{zk} \end{bmatrix}^T \quad (4.2.3)$$

$$f(\mathbf{x}_{k-1}) = \begin{bmatrix} P_{xk-1} + v_{xk-1}T_s \\ P_{yk-1} + v_{yk-1}T_s \\ P_{zk-1} + v_{zk-1}T_s \\ v_{xk-1} - k_d v_{xk-1} \sqrt{v_{xk-1}^2 + v_{yk-1}^2 + v_{zk-1}^2} T_s \\ v_{yk-1} - k_d v_{yk-1} \sqrt{v_{xk-1}^2 + v_{yk-1}^2 + v_{zk-1}^2} T_s \\ v_{zk-1} - k_d v_{zk-1} \sqrt{v_{xk-1}^2 + v_{yk-1}^2 + v_{zk-1}^2} T_s - gT_s \end{bmatrix} \quad (4.2.4)$$

$$h(\mathbf{x}_k) = [P_{xk} \quad P_{yk} \quad P_{zk}]^T \quad (4.2.5)$$

其中 v_k 為量測雜訊而 w_k 為處理雜訊，皆假設為均值為 0 之高斯雜訊具有相對應的共變異數矩陣 R_k , Q_k ，其中 R_k 可以藉由觀察多次實驗之誤差量獲得而 Q_k 需要由多次試驗調整出適當的值，讓估測結果可以更好，在實驗中所使用之 R_k 為 3×3 之對角矩陣，藉由實驗可獲得三方向之位置量測誤差皆在 0.05 之內，故 R_k 之值皆給定為 0.05，而 Q_k 為 6×6 之對角矩陣，經多次調整後發現將值皆設為 0.01 可以得到較佳之結果，而在計算時將 T_s 設為影像擷取之時間也就是 5 ms。

由實驗可以得約經過 30 次的遞迴之後估測的球體可以收斂至接近真實的球體位置，於是將第 30 次遞迴的位置及速度當做初始位置及速度並利用 (4.1.9) 式及 (4.1.10) 式疊代，即可預測未來球體的位置與速度。

由於在許多文獻中是使用拋物線模型來做軌跡估測，故在此用其與空氣阻力模型做比較，拋物線模型是只考慮重力對球體的影響，而將其他方向的位置用時間的一次項做近似，圖 4.2 為使用某一次實驗的影像抓取之目標物位置分別使用空氣阻力模型及拋物線模型做軌跡預測之三維座標圖，兩種方法皆是用影像所得之前 30 點(所需時間約 0.15 秒)做出整條軌跡的估測，而圖 4.3 及 圖 4.4 則是將預測出來之三維座標減去影像抓取之三維座標所得之誤差做圖，其中絕對誤差為三個方向誤差之平方相加開根號，可以看出空氣阻力模型與拋物線模型比較誤差明顯減小，絕對誤差大約在 4 公分以內，而擊球用的拍子為 16 公分的正方形，故此誤差在可以接受的範圍之內

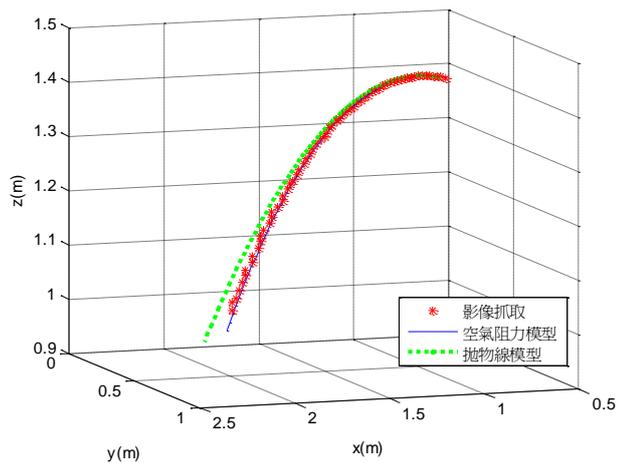


圖 4.2 分別使用空氣阻力模型及拋物線模型之軌跡預測圖

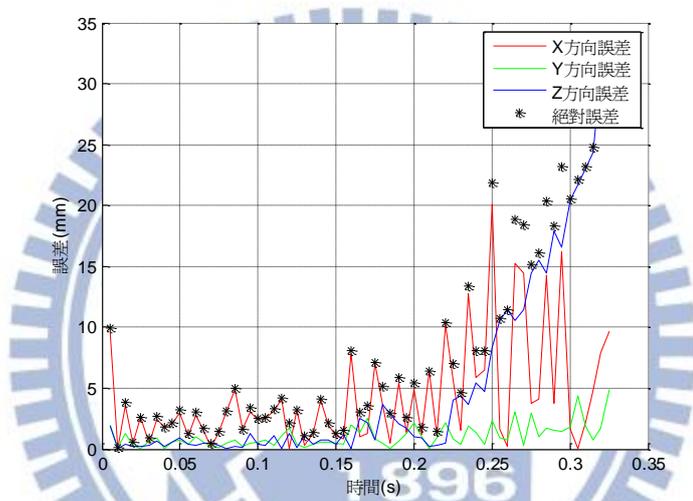


圖 4.3 空氣阻力模型之三維位置誤差圖

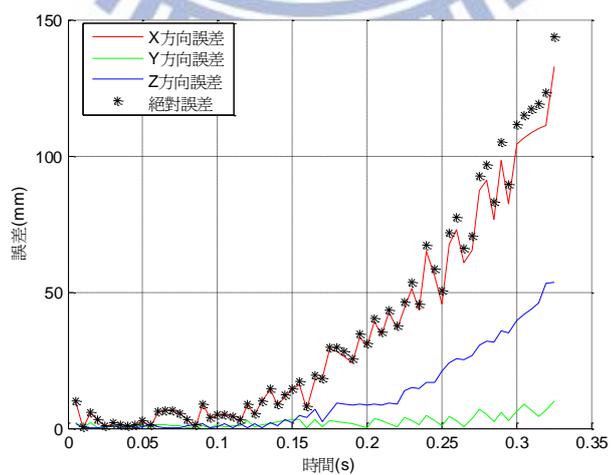


圖 4.4 拋物線模型之三維位置誤差圖

第五章 擊球理論

有關整個擊球的過程可以分為三個部分，第一個部分為擊球前，第二個部分為擊球碰撞瞬間，而第三個部分為擊球後，所以在這一章的目的就是將此三個部分的條件一一列出並找出一個適當的擊球點以符合這三個部分的各種條件，以達成擊球至定點的目標。

在第一個擊球前的部分，是利用上一章的球體飛行模型來預測球體飛行的軌跡，並且將球體飛行軌跡通過擊球區域的部分求出，可列出擊球時間點的範圍。

第二部分擊球碰撞瞬間則是探討擊球瞬間球與球拍之間的碰撞關係，藉由物體碰撞的物理特性以及在某些假設下，可在拍子座標系上推出碰撞模型，也就可以得到碰撞前後球的速度關係式。

第三個部分是球擊出後，在這裡也使用前一章提到的球體飛行模型來預測球擊出後的飛行軌跡，而此部分的目標是希望球體能在指定擊球點以擊出速度飛出後可以通過目標點。

將以上三個部分的條件都列出，可以發現皆為難解的非線性方程式，沒有辦法得到符合全部條件的解析解，故在此使用一最佳化方法 Sequential quadratic programming (SQP) 求解，將上列之條件式當作最佳化方法中的限制，並選取適當的成本函數求解，而使用 SQP 方法找到符合全部限制的解即是擊球點。

得到擊球點之後還需要算出所需的球拍速度以及拍子轉動角度，由於機械手臂的軌跡規劃的輸入是三軸的角度以及角速度，因此利用逆運動學將擊球點轉為三軸角度，以及球拍速度轉為三軸角速度，將以上資訊傳送至 DSP 板，進而利用第六章所介紹的控制器以及軌跡規劃來驅動機械手臂，使機械手臂順利將球擊到指定位置。

5.1 擊球前-擊球時間點範圍

由於要解出飛行軌跡與擊球區域的邊界交點，故先將上一章球體飛行軌跡預測所預測出來的軌跡近似為一條等加速度的曲線，可以用(5.1.1)式來表示。

$$\begin{cases} P_x = c_{x0} + c_{x1}t + c_{x2}t^2 \\ P_y = c_{y0} + c_{y1}t + c_{y2}t^2 \\ P_z = c_{z0} + c_{z1}t + c_{z2}t^2 \end{cases} \quad (5.1.1)$$

其中的 $c_{x0}, c_{x1}, c_{x2}, c_{y0}, c_{y1}, c_{y2}, c_{z0}, c_{z1}, c_{z2}$ 參數可使用(5.1.1)式配合 Least square method 求出，用此方法近似球體的位置之優點為可以將其簡化為一條時間 t 的函式，可以方便之後的運算。雖然實際飛行應為一變加速度運動而非等加速度，但可從圖 5.1 中看出近似之誤差非常小，最大誤差約在兩公釐以內。

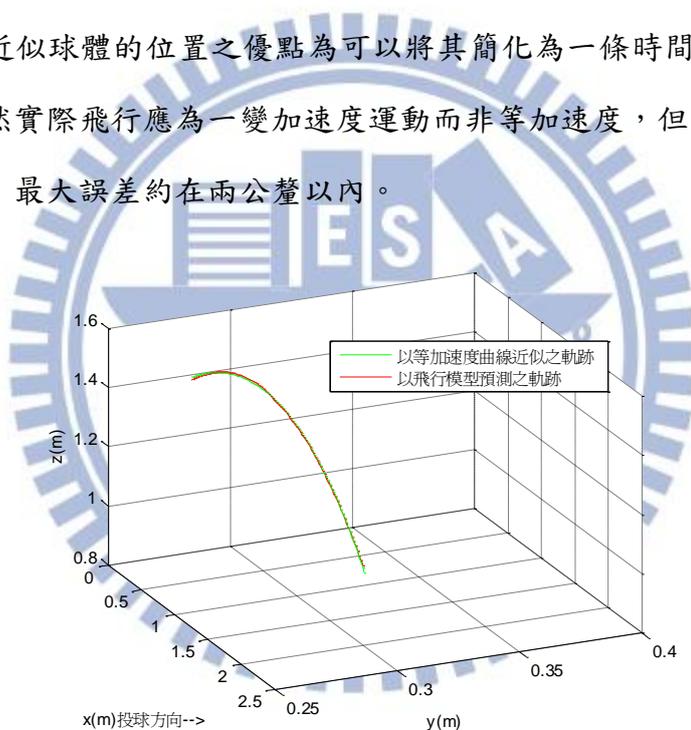


圖 5.1 以等加速度曲線近似軌跡估測之結果

而機械手臂工作區的邊界可參考第六章的手臂機構，由(5.1.2)式表示

$$P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 = (l_1 + l_2)^2 \quad (5.1.2)$$

其中 l_1 與 l_2 分別為上下手臂之長度。將(5.1.1)式代入(5.1.2)式即可得到以下(5.1.3)式

$$(c_{x0} + c_{x1}t + c_{x2}t^2)^2 + (c_{y0} + c_{y1}t + c_{y2}t^2)^2 + (c_{z0} + c_{z1}t + c_{z2}t^2)^2 - (l_1 + l_2)^2 = 0 \quad (5.1.3)$$

其中 $c_{x0}, c_{x1}, c_{x2}, c_{y0}, c_{y1}, c_{y2}, c_{z0}, c_{z1}, c_{z2}, l_1, l_2$ 皆為已知，故在實作上可使用牛頓法來求解，可以得到球體飛行軌跡通過機械手臂工作區域的邊界時間點，分別是進入時間 t_a 及飛出時間 t_b ，故可以得到這部分的條件(5.1.4)式，也就是擊球時間點 t_{hit} 必須要在 t_a 與 t_b 之間。

$$t_b > t_{hit} > t_a \quad (5.1.4)$$

5.2 擊球碰撞瞬間

5.2.1 碰撞模型

考慮一個球拍與一個球體在拍子座標系上的碰撞模型，故此小節的推導皆在拍子座標系上進行，假設拍面初始位置與上下兩臂同平面，其座標原點位於拍子中心點， X^{pad} 軸方向為上臂末端點順著下臂朝向拍子中心點， Z^{pad} 軸方向為垂直拍面，也是拍面法向量，當手臂四軸角度皆為零度時，往 $-Y^{arm}$ 方向為正， Y^{pad} 軸方向則由右手定則決定，拍子座標系如圖 5.2 所示。

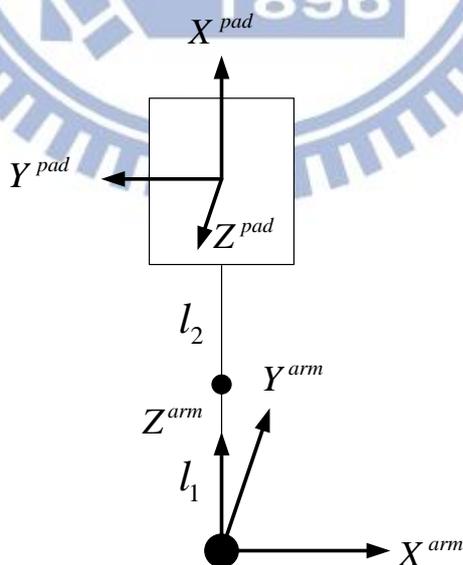


圖 5.2 拍子座標系示意圖

在推導碰撞模型前，首先做一些假設

假設一：在機械手臂的控制與移動下，裝置在機械手臂末端的拍子為一個剛體，不會因為碰撞而造成拍子的震盪，導致碰撞的能量損失在拍子的震盪中

假設二：碰撞點為拍子的中心點

假設三：擊球點瞬間球拍質心速度 V_{bat}^{pad} 在 X^{pad} 與 Y^{pad} 方向之分量為零，只在 Z^{pad} 方向有速度，因此球拍速度只會影響球在撞擊後 Z^{pad} 方向的速度

假設四：球與球拍碰撞時，球在碰撞點上不會滑動

碰撞前球的速度為 v ，碰撞後的球速為 v' ，球的質量為 m ，碰撞前的球拍質心速度為 V_{bat} ，球拍質量為 M 。在整個碰撞過程中，可將球的動量變化分為垂直拍面的動量 F 以及平行拍面的動量 R ，如(5.2.1)式。

$$m(v' - v) = F + R \quad (5.2.1)$$

$$\text{其中 } F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m(v'_z - v_z) \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} m(v'_x - v_x) \\ m(v'_y - v_y) \\ 0 \end{bmatrix}$$

由於碰撞點與拍子質心皆位於球拍中心點，因此基於假設三的設定，球拍質心速度並未對球產生外力矩，故可將角動量變化寫成(5.2.2)與(5.2.3)式，其中 ω 與 ω' 分別是碰撞前與碰撞後球的角速度， I 為轉動慣量， d 為球心朝向撞擊點的向量， a 為球的半徑，故兩者關係為 $a = \|d\|$ 。

$$I(\omega' - \omega) = d \times R \quad (5.2.2)$$

$$\mathbf{d} \times \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -a \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} m(v'_x - v_x) \\ m(v'_y - v_y) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} am(v'_y - v_y) \\ -am(v'_x - v_x) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.2.3)$$

經過整理後，可得到碰撞後的角速度，如(5.2.4)式所示

$$\boldsymbol{\omega}' = \begin{bmatrix} \omega_x + \frac{ma}{I}(v'_y - v_y) \\ \omega_y - \frac{ma}{I}(v'_x - v_x) \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (5.2.4)$$

撞擊後平行拍面的球速可由撞擊後球的角速度與半徑做外積所獲得，並將(5.2.4)式的角速度帶入(5.2.5)式即可獲得與(5.2.6)式。

$$\mathbf{v}'_T = \boldsymbol{\omega}' \times \mathbf{d} \quad (5.2.5)$$

其中 \mathbf{v}'_T 為撞擊後平行拍面的球速

$$\mathbf{v}'_T = \begin{bmatrix} a\omega_y - \frac{ma^2}{I}(v'_x - v_x) \\ -a\omega_x - \frac{ma^2}{I}(v'_y - v_y) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.2.6)$$

將(5.2.6)式移項，並將所使用的空心球 $I = \frac{2}{3}ma^2$ 代入，如(5.2.7)式所示。由於所使

用的球半徑 a 為 0.05 公尺，而 v_x 與 v_y 的係數比 a 大了兩個數量級，故可忽略掉 ω_x 與 ω_y 所造成的影響，如(5.2.8)式所示。

$$\mathbf{v}'_T = \begin{bmatrix} \frac{2}{5} \left(a\omega_y + \frac{3}{2}v_x \right) \\ \frac{2}{5} \left(-a\omega_x + \frac{3}{2}v_y \right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.2.7)$$

$$\mathbf{v}'_T = \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{v} \quad (5.2.8)$$

(5.2.8)式已經顯示出碰撞前後在 X^{pad} 與 Y^{pad} 方向的速度關係，基於假設三，球拍的速度指向 Z^{pad} 方向，因此可將問題簡化成 Z^{pad} 方向一維的正向碰撞問題，並找出在 Z^{pad} 方向碰撞後球的速度與碰撞前球的速度以及球拍的速度之間的關係式。首先定義 e_A (collision efficiency) 為最後球的速度與一開始球的速度比例關係，如(5.2.9)式所示，其中 $v^{*'}$ 與 v^* 皆為純量。

$$e_A = \frac{v^{*'}}{v^*} = \frac{v'_z - V_{bat-z}}{V_{bat-z} - v_z} \quad (5.2.9)$$

將(5.2.9)式移項後可得到(5.2.10)式

$$v'_z = -e_A v_z + (1 + e_A) V_{bat-z} \quad (5.2.10)$$

在 Alan M. Nathan 的論文[16]中提到，恢復係數 e (coefficient of restitution) 與 e_A 之間的關係可藉由 H. Brody 的論文[17]推導出，其關係如(5.2.11)式所示

$$e_A = \frac{e - r_m}{1 + r_m} \quad (5.2.11)$$

$$\text{其中 } r_m = \frac{m}{M}$$

將(5.2.11)式代入(5.2.10)可得到(5.2.12)式，也就是在碰撞理論中 Z^{pad} 方向的關係式，並且將球拍速度整理進碰撞理論中，增加一個可控制項。在此篇論文碰撞點為球拍中心點，也是球拍質心的位置，且此位置為機械手臂的末端點，故機械手臂末端速度即為球拍的質心速度，並且在一開始的假設中，球拍為一個剛體，故可將利用(5.2.13)式將 e 求

出[18]，將球從空中垂直落下，其中 h_{drop} 為球放下的高度， $h_{rebound}$ 為與球拍接觸後彈起來的高度，在實際實驗中 $e=0.648$ 。

$$v'_z = \left(\frac{r_m - e}{1 + r_m} \right) v_z + \left(\frac{1 + e}{1 + r_m} \right) V_{bat-z} \quad (5.2.12)$$

$$e = \sqrt{\frac{h_{rebound}}{h_{drop}}} \quad (5.2.13)$$

最後整合(5.2.8)式與(5.2.12)式後即可得到完整的碰撞模型，如(5.2.14)式。基於假設三， $V_{bat} = [0 \ 0 \ V_{bat-z}]^T$ ，故(5.2.12)等號右邊第二項可寫成 $(1+e)/(1+r_m)V_{bat}$ 。

$$v' = \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{5} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r_m - e}{1 + r_m} \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 + e}{1 + r_m} \end{bmatrix} V_{bat} \quad (5.2.14)$$

由此可以看到要符合碰撞模型需要知道擊球瞬間前球速 v 、擊球瞬間拍速 V_{bat} 、以及擊出後球速 v' ，而球擊出後之飛行軌跡則與擊出後球速 v' 以及擊出後的球體飛行時間為 t_f 有關，但機械手臂擊球所需之參數為路徑規劃時的手臂揮擊時間 t'_{hit} ，擊球點位置 $[P_{x-hit} \ P_{y-hit} \ P_{z-hit}]$ ，擊球瞬間拍速 V_{bat} 以及第四軸角度 θ_4 。

於是我們希望可以藉由一些擊球時所需符合的關係式，求解出相對應的擊球結果 v' 、 t_{hit} 以及 t_f ，再利用所求出之擊球結果並經由其中的轉換關係推導出機械手臂擊球所需之擊球參數。

5.2.2 擊球點關係式

經過碰撞模型的推導後可得知，碰撞後的球，在 X^{pad} 及 Y^{pad} 方向速度會呈現 0.6 倍

的關係，而在 Z^{pad} 方向則是與恢復係數以及球拍速度有關，為了將球擊到指定目標點，必須找出正確的擊球點以及擊球的姿勢，才能使碰撞前後球的速度方向與碰撞模型相符合。由於碰撞的關係式是建立在拍子座標上，而球的飛行軌跡以及擊球後球的飛行軌跡則是建立在機械手臂座標上，所以首先定義一個轉換矩陣 E ，將碰撞關係式藉由 E 矩陣從拍子座標系轉換到手臂座標系，其轉換關係如下：

$$E = [e_1 \quad e_2 \quad e_3] \quad (5.2.15)$$

$$\mathbf{v} = E\mathbf{v}^{pad} \quad (5.2.16)$$

將上一小節推導出來的碰撞前後的速度關係式(5.1.14)，移項後可以獲得

$$\mathbf{v}^{pad'} - \frac{3}{5}\mathbf{v}^{pad} = \alpha_b * \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.2.17)$$

$$\text{其中 } \alpha_b = -\frac{3}{5}v_z^{pad} + \frac{r_m - e}{1 + r_m}v_z^{pad} + \frac{1 + e}{1 + r_m}V_{bat-z}^{pad} \quad (5.2.18)$$

將(5.2.17)式等號左右兩側同時藉由(5.2.16)式轉換至手臂座標系，可得到(5.2.19)式

$$\mathbf{v}' - \frac{3}{5}\mathbf{v} = \alpha_b * e_3 \quad (5.2.19)$$

將(5.2.19)式左右各與 e_1 做內積，即可得到(5.2.20)式，此式即為擊球點關係式。

$$\left(\mathbf{v}' - \frac{3}{5}\mathbf{v} \right) \cdot e_1 = (\alpha_b * e_3) \cdot e_1 = 0 \quad (5.2.20)$$

在(5.2.20)式子中，首先要求出 e_1 ，而其手臂座標系與拍子座標系轉換示意圖如下

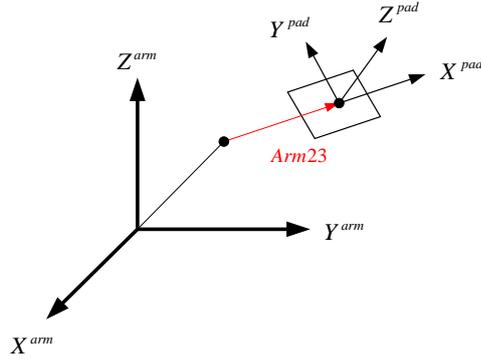


圖 5.3 手臂座標系與拍子座標系示意圖

$Arm23$ 為第三軸順著下臂朝向第四軸的向量，從圖 5.3 可看出，在手臂座標系中的 $Arm23$ 即為拍子座標系中 X^{pad} 軸方向的向量，因此可推出(5.2.21)式

$$\frac{Arm23}{\|Arm23\|} = E * \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.2.21)$$

將(5.2.21)右邊乘開後即可得到(5.2.22)式

$$e_I = \frac{Arm23}{\|Arm23\|} \quad (5.2.22)$$

因此可將擊球關係式全部以手臂座標系來表示，擊球關係式可寫成

$$\left(\mathbf{v}' - \frac{3}{5}\mathbf{v} \right) \cdot Arm23 = 0 \quad (5.2.23)$$

由於(5.2.23)式中的變數繁多而我們希望將擊球關係式中的變數簡化，故在此將擊球點關係式改成以手臂座標系來表示，主因為轉換成手臂座標系才能將擊球關係式表式成擊球時間 t_{hit} 的函式，在此將第四章球體飛行軌跡預測之結果代入，由於在第四章所使用之方程式為一離散疊代方程式，故無法表示成單一函數之函式，故將所計算出之軌跡近似成一條等加速度的曲線並寫出擊球點的方程式

$$\begin{cases} P_{x-hit} = c_{x0} + c_{x1}t_{hit} + c_{x2}t_{hit}^2 \\ P_{y-hit} = c_{y0} + c_{y1}t_{hit} + c_{y2}t_{hit}^2 \\ P_{z-hit} = c_{z0} + c_{z1}t_{hit} + c_{z2}t_{hit}^2 \end{cases} \quad (5.2.24)$$

其中 $c_{x0}, c_{x1}, c_{x2}, c_{y0}, c_{y1}, c_{y2}, c_{z0}, c_{z1}, c_{z2}$ 為已知的軌跡參數，只有 t_{hit} 為未知參數

而擊球前球的速度也可以藉由第三章的球體飛行模型求出，近似成 t_{hit} 的一次方的函式

$$\begin{cases} v_x = c_{x1} + 2c_{x2}t_{hit} \\ v_y = c_{y1} + 2c_{y2}t_{hit} \\ v_z = c_{z1} + 2c_{z2}t_{hit} \end{cases} \quad (5.2.25)$$

將 v 表示成擊球時間 t_{hit} 的函數後，接下來就要將 **Arm23** 轉換成 t_{hit} 的函數，在這裡

使用逆運動學將擊球點轉換成三軸角度，逆運動學將會在第七章詳細介紹。

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \tan^{-1} \left(\frac{P_{y-hit}}{P_{x-hit}} \right) \\ \theta_2 &= \tan^{-1} \left(\frac{P_{z-hit}}{\sqrt{P_{x-hit}^2 + P_{y-hit}^2}} \right) \mp \cos^{-1} \left(\frac{l_1^2 - l_2^2 + P_{x-hit}^2 + P_{y-hit}^2 + P_{z-hit}^2}{2l_1 \sqrt{P_{x-hit}^2 + P_{y-hit}^2 + P_{z-hit}^2}} \right) \\ \theta_3 &= \pm 180 \mp \cos^{-1} \left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - (P_{x-hit}^2 + P_{y-hit}^2 + P_{z-hit}^2)}{2l_1 l_2} \right) \end{aligned} \quad (5.2.26)$$

利用運動學將上臂末端位置表示出來，如(5.2.27)式所示，而下臂末端則是擊球點位置，兩者相減後即為 **Arm23** 向量，如(5.2.38)式所示

$$\begin{aligned} Arm2_x &= l_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\ Arm2_y &= l_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \\ Arm2_z &= l_1 \sin \theta_2 \end{aligned} \quad (5.2.27)$$

$$Arm23 = \begin{bmatrix} P_{x-hit} - l_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\ P_{y-hit} - l_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \\ P_{z-hit} - l_1 \sin \theta_2 \end{bmatrix} \quad (5.2.28)$$

先將(5.2.28)轉換成正弦以及餘弦的型式，如(5.2.29)式，將(5.2.29)式代入(5.2.28)式，

即可將 **Arm23** 表示成 t_{hit} 的函數(5.2.30)式。

$$\begin{aligned}
\sin \theta_1 &= \frac{P_{y-hit}}{\sqrt{P_{x-hit}^2 + P_{y-hit}^2}} \\
\cos \theta_1 &= \frac{P_{x-hit}}{\sqrt{P_{x-hit}^2 + P_{y-hit}^2}} \\
\sin \theta_2 &= \frac{P_{z-hit}}{2l_1} \mp \frac{\sqrt{P_{x-hit}^2 + P_{y-hit}^2}}{\sqrt{P_{x-hit}^2 + P_{y-hit}^2 + P_{z-hit}^2}} \sqrt{1 - \frac{P_{x-hit}^2 + P_{y-hit}^2 + P_{z-hit}^2}{4l_1^2}} \\
\cos \theta_2 &= \frac{\sqrt{P_{x-hit}^2 + P_{y-hit}^2}}{2l_1} \pm \frac{P_{z-hit}}{\sqrt{P_{x-hit}^2 + P_{y-hit}^2 + P_{z-hit}^2}} \sqrt{1 - \frac{P_{x-hit}^2 + P_{y-hit}^2 + P_{z-hit}^2}{4l_1^2}}
\end{aligned} \tag{5.2.29}$$

$$\begin{aligned}
Arm23 &= \begin{bmatrix} \frac{P_{x-hit}}{2} \mp l_1 P_{x-hit} P_{z-hit} \sqrt{\frac{4l_1^2 - (P_{x-hit}^2 + P_{y-hit}^2 + P_{z-hit}^2)}{4l_1^2 (P_{x-hit}^2 + P_{y-hit}^2) (P_{x-hit}^2 + P_{y-hit}^2 + P_{z-hit}^2)}} \\ \frac{P_{y-hit}}{2} \mp l_1 P_{y-hit} P_{z-hit} \sqrt{\frac{4l_1^2 - (P_{x-hit}^2 + P_{y-hit}^2 + P_{z-hit}^2)}{4l_1^2 (P_{x-hit}^2 + P_{y-hit}^2) (P_{x-hit}^2 + P_{y-hit}^2 + P_{z-hit}^2)}} \\ \frac{P_{z-hit}}{2} \pm l_1 \sqrt{\frac{(P_{x-hit}^2 + P_{y-hit}^2) (4l_1^2 - (P_{x-hit}^2 + P_{y-hit}^2 + P_{z-hit}^2))}{4l_1^2 (P_{x-hit}^2 + P_{y-hit}^2 + P_{z-hit}^2)}} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{5.2.30}$$

推導至此我們可以將擊球點關係式(5.2.23)式之變數簡化為只剩 v'_x, v'_y, v'_z 及 t_{hit} 四個變數，在(5.2.26)，(5.2.29)與(5.2.30)中之正負號為機械手臂之上手與下手兩組解，故(5.2.23)式也有上手與下手兩種形式。

5.3 球擊出-飛至目標點

第三部份是球擊出的部份，我們希望可以列出球擊出經過一定飛行時間後球體飛至目標點的關係式，於是先設定三維空間中的一點 $\begin{bmatrix} P_{x-d} & P_{y-d} & P_{z-d} \end{bmatrix}$ 為目標點及擊出後的球體飛行時間為 t_f ，並將上一節的擊球點 $\begin{bmatrix} P_{x-hit} & P_{y-hit} & P_{z-hit} \end{bmatrix}$ 做為初始位置及擊球後的球速 $v' = \begin{bmatrix} v'_x & v'_y & v'_z \end{bmatrix}$ 當作初始速度代入第四章中的飛行模型(4.1.9)式及(4.1.10)式，將 T_s 設定為0.001s，並將擊球飛出時間 t_f 除0.001s就可以得到遞迴次數，於是我們可以得到遞迴 t_f 時間之終點位置 $\begin{bmatrix} P_{x-f} & P_{y-f} & P_{z-f} \end{bmatrix}$

可以列出以下限制條件

$$\begin{aligned} P_{x-d} - P_{x-f} &= 0 \\ P_{y-d} - P_{y-f} &= 0 \\ P_{z-d} - P_{z-f} &= 0 \end{aligned} \quad (5.3.1)$$

而擊出後的球體飛行時間具有以下限制

$$t_f > 0 \quad (5.3.2)$$

由於 $[P_{x-hit} \quad P_{y-hit} \quad P_{z-hit}]$ 可以表示成 t_{hit} 的函式(5.2.24)式，故以上的關係式共包含五個變數 $v_x', v_y', v_z', t_{hit}$ 及 t_f 。

5.4 使用最佳化方法求解擊球點

先將以上三個部份所得到的關係式整理一下，在等式部份有(5.2.23)式及(5.3.1)式分別代表擊球瞬間以及擊出後飛至目標點的關係，而不等式部份則有(5.1.4)式及(5.3.2)式分別代表擊球時間點與擊出後飛行時間的範圍，由於先前選定的變數為 $v_x', v_y', v_z', t_{hit}$ 及 t_f 五個，但等式的關係式只有 4 條，故無法解出唯一解，故必須要使用最佳化方法來求解，而等式部分皆為難解的非線性方程式，故我們可以將此問題當做一 NLP(Nonlinear Programming)來做處理，並使用求解 NLP 常使用的 SQP 方法來求解[19]。

在此簡介一下 SQP(序列二次規劃法)，SQP 方法主要的思路是利用原來非線性規劃問題的有關資訊來構造一個簡單的近似最佳化問題，通過求解它來對當前的疊代點做修正，主要用一系列的線性規劃或是二次規劃來逐次逼近原先的非線性規劃問題，SQP 方法的一般形式為：

$$\begin{aligned} \min \quad & f(\mathbf{u}) \\ \text{st.} \quad & h(\mathbf{u}) = 0 \\ & g(\mathbf{u}) \geq 0 \end{aligned} \quad (5.4.1)$$

設 \mathbf{u}_k 為當前非線性規劃問題的疊代點，藉由求解二次規劃子問題如下

$$\begin{aligned} \min \quad & \nabla f(\mathbf{u}_k)^T d + \frac{1}{2} d^T H_k d \\ \text{st.} \quad & h(\mathbf{u}_k) + \nabla h(\mathbf{u}_k)^T d = 0 \\ & g(\mathbf{u}_k) + \nabla g(\mathbf{u}_k)^T d \geq 0 \end{aligned} \quad (5.4.2)$$

可以得到本次搜索方向 \mathbf{d}_k ，再經過 line search 得到步長 α_k ，而 H_k 為正定矩陣為此問題之 Lagrangian 函數(5.4.3)在疊代點 \mathbf{u}_k 處之 Hessian 矩陣之近似，而 λ 與 σ 為 Lagrange multipliers，而下一個疊代點 \mathbf{u}_{k+1} 可由(5.4.4)式求出。

$$L(\mathbf{u}, \lambda, \sigma) = f(\mathbf{u}) - \lambda^T g(\mathbf{u}) - \sigma^T h(\mathbf{u}) \quad (5.4.3)$$

$$\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{u}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k \quad (5.4.4)$$

但一般的 SQP 方法並沒有保證疊代點的可行性，會使得計算時疊代點出現虛數而無法繼續計算，於是使用 FSQP(Feasible SQP)方法來求解[20]，FSQP 方法可以保證每次的疊代點都是可行點，也就是每次都疊代點都符合所有限制條件，使用此 FSQP 方法即可求得擊球點。

而除了以上提出的限制條件之外，還需要決定成本函數 $f(x)$ ，由於我們希望可以讓「手臂擊球所需要的馬達轉動速度」降低以便讓機械手臂較快速且容易達到指定的擊球速度，又球擊出之速度與「手臂擊球所需要的馬達轉動速度」有一定的關係，故我們選定球擊出速度的平方和為成本函數。

而實作上使用[21]中的 CFSQP(C code for Feasible Sequential Quadratic Programming)來求解擊球點，使用者只需要提供成本函數、變數的邊界值及所有限制條件就可藉由 CFSQP 求解擊球點，在此將所有輸入函數列出，而其中的變數為先前提過的 $v'_x, v'_y, v'_z, t_{hit}$ 及 t_f 共五個。

$$\begin{aligned}
f(\mathbf{u}) &= v_x'^2 + v_y'^2 + v_z'^2 \\
h_1(\mathbf{u}) &= \left(\mathbf{v}' - \frac{3}{5} \mathbf{v} \right) \cdot \mathbf{Arm23} \\
h_2(\mathbf{u}) &= P_{x-d} - P_{x-f} \\
h_3(\mathbf{u}) &= P_{y-d} - P_{y-f} \\
h_4(\mathbf{u}) &= P_{z-d} - P_{z-f} \\
t_f &> 0 \\
t_a &> t_{hit} > t_b
\end{aligned} \tag{5.4.5}$$

而在上一節有提到(5.2.23)式有上手及下手兩種形式，故將 $h_1(\mathbf{u})$ 分別代入上手及下手兩種形式，並分別用兩次 SQP 方法來求解，如上下手都有找到解，會選擇手臂旋轉角度最小的解來做為擊球點。

5.5 擊球點速度

由於解出來的擊球參數有 $v_x', v_y', v_z', t_{hit}$ 及 t_f 五個資訊，故我們要藉由這五個資訊得到在擊球點時機械手臂需要達到的三軸角速度，觀察(5.2.19)式可發現，由於 e_3 為單位向量，故 e_3 與 α_b 可表示成(5.5.1)式與(5.5.2)式

$$e_3 = \frac{\mathbf{v}' - \frac{3}{5} \mathbf{v}}{\left\| \mathbf{v}' - \frac{3}{5} \mathbf{v} \right\|_2} \tag{5.5.1}$$

$$\alpha_b = \left\| \mathbf{v}' - \frac{3}{5} \mathbf{v} \right\|_2 \tag{5.5.2}$$

將(5.2.18)代入(5.5.2)式，即可整理出球拍在拍子座標系上的質心速度。

$$V_{bat-z}^{pad} = \frac{1+r_m}{1+e} \left(\left\| \mathbf{v}' - \frac{3}{5} \mathbf{v} \right\|_2 + \left(\frac{3}{5} - \frac{r_m-e}{1+r_m} \right) v_{ball-z}^{pad} \right) \tag{5.5.3}$$

利用假設三與(5.5.3)式，把球拍速度轉換到手臂座標系上。

$$\mathbf{V}_{bat}^{arm} = \frac{1+r_m}{1+e} \left(\left\| \mathbf{v}' - \frac{3}{5}\mathbf{v} \right\|_2 + \left(\frac{3}{5} - \frac{r_m-e}{1+r_m} \right) v_{ball-z}^{pad} \right) \frac{\left(\mathbf{v}' - \frac{3}{5}\mathbf{v} \right)}{\left\| \mathbf{v}' - \frac{3}{5}\mathbf{v} \right\|_2} \quad (5.5.4)$$

利用座標轉換矩陣 $E^{-1}\mathbf{v} = \mathbf{v}^{pad}$ ，且 $E^{-1} = E^T$ ，可推出 $e_3 \cdot \mathbf{v} = v_z^{pad}$ ，代入(5.5.4)式可得

$$\mathbf{V}_{bat} = \frac{1+r_m}{1+e} \left(\left\| \mathbf{v}' - \frac{3}{5}\mathbf{v} \right\|_2 + \left(\frac{3}{5} - \frac{r_m-e}{1+r_m} \right) \frac{\left(\mathbf{v}' - \frac{3}{5}\mathbf{v} \right) \cdot \mathbf{v}}{\left\| \mathbf{v}' - \frac{3}{5}\mathbf{v} \right\|_2} \right) \frac{\left(\mathbf{v}' - \frac{3}{5}\mathbf{v} \right)}{\left\| \mathbf{v}' - \frac{3}{5}\mathbf{v} \right\|_2} \quad (5.5.5)$$

由(5.5.1)式可得知球拍，在擊球點這個時刻於手臂座標系上的速度向量，由於球拍的中心點為下臂的末端，故等同於機械手臂末端點在手臂座標上的速度向量，因此需將此速度向量轉成三軸的角速度，才能規劃軌跡的末端速度。

利用第六章的運動學可透過輸入三軸角度，轉換成手臂座標系中的空間位置，將(6.5.3)式對角度微分，可整理出(5.5.6)式，角速度與末端點速度的關係式

$$\mathbf{A} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{P}_z \end{bmatrix} \quad (5.5.6)$$

其中 A 矩陣中變數有 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 、 l_1 及 l_2 皆為已知，故將擊球點三軸的角度代入 A 矩陣，機械手臂末端點速度代入等式右邊，即可算出三軸所需的角速度，如(5.5.7)式所示

$$\dot{\theta}_{hit} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{V}_{bat} \quad (5.5.7)$$

5.6 拍子轉動角度

當找出擊球點以及擊球時間點後，接下來必須找出拍子的轉動角度，使拍子座標系可旋轉到正確的角度，才能讓碰撞前後球的速度關係符合所設定的速度方向。

假設拍面的初始位置與上下兩臂同平面，拍面的法向量可用手臂座標中的原點順著

上臂到第二軸的向量與原點到擊球點的向量做外積來表示，如圖 5.4 所示，使用數學式子表示如(5.6.1)，其中之 θ_1 及 θ_2 請參考 6.1 節之機械手臂設計以及圖 6.2。

$$\mathbf{Pad}_0 = \begin{bmatrix} P_{x-hit} \\ P_{y-hit} \\ P_{z-hit} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} l_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\ l_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \\ l_1 \sin \theta_2 \end{bmatrix} \quad (5.6.1)$$

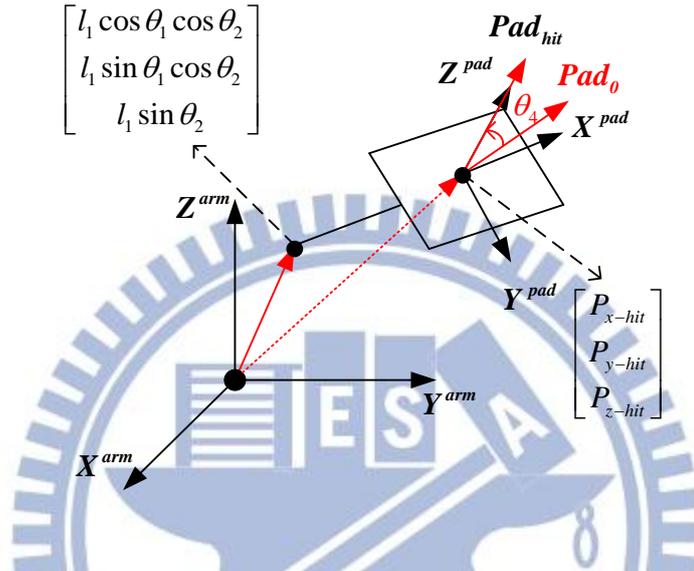


圖 5.4 拍子轉動前後示意圖

球拍轉動後的拍面法向量即為 Z^{pad} ，利用座標轉換關係式加上(5.2.19)式可推得(5.6.2)式

$$\mathbf{Pad}_{hit} = E\mathbf{Z}^{pad} = E \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{e}_3 = \frac{\mathbf{v}' - \frac{3}{5}\mathbf{v}}{\left\| \mathbf{v}' - \frac{3}{5}\mathbf{v} \right\|_2} \quad (5.6.2)$$

因此拍子轉動的角度即為此兩個向量的夾角，可用餘弦定理來算出此夾角，如(5.6.3)式所示。

$$\theta_4 = \cos^{-1} \left(\frac{\mathbf{Pad}_0 \cdot \mathbf{Pad}_{hit}}{\left\| \mathbf{Pad}_0 \right\| \left\| \mathbf{Pad}_{hit} \right\|} \right) \quad (5.6.3)$$

第六章 機械手臂控制與路徑規劃

本章介紹自行設計的四軸機械手臂平台，主要分為兩個部分來介紹，第一部分首先介紹機械手臂平台的設計概念與目的，接著介紹機械手臂系統中包含的動力學模型以及馬達模型，並將兩個模型結合整理出完整機械手臂的動態模型。第二部分則是為了讓機械手臂依照所設定的擊球軌跡順利動作，利用計算力矩控制器來操控機械手臂，並規劃路徑使手臂移動到要擊打的位置以及所需的速度，其中包含相關的 D-H model 以及運動學和逆運動學。

本論文所使用之機械手臂包含兩臂(link)、球拍(racket)與四個軸(joint)。肩膀(shoulder)連接基座與上臂，由第一二軸構成；手肘(elbow)連接上臂與下臂，由第三軸所構成；手腕(wrist)連接下臂與拍子，由第四軸所構成。由於擊球點位於拍子中心點，且第四軸只用於轉動拍子，不會影響擊球點動態，故第四軸選擇步進馬達，使用開迴路控制，故於本章節的所有推導皆使用前三軸，並不包含第四軸。手臂各部位名稱示意圖如下：

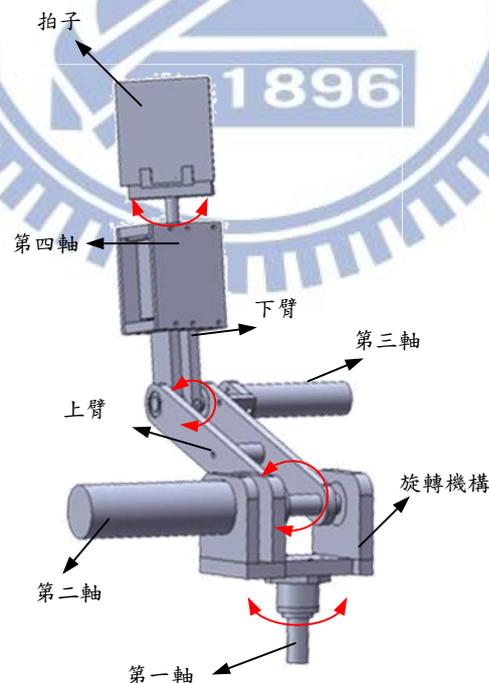


圖 6.1 手臂各部位示意圖

6.1 機械手臂設計

本研究建構的實驗平台為機械手臂，主要目的為擊球，因此設計類似於人體的肩膀以及手肘，在肩膀部分裝有兩顆直流馬達，分別可對上臂做旋轉及俯仰兩種動作，手肘部分裝有一顆直流馬達，可對下臂做俯仰動作，此三顆直流馬達末端皆裝有編碼器可量測轉動角度，由於擊球點設定在拍子的中心點，故最後在下臂末端裝置一顆步進馬達，專門用來轉動拍面，如圖 6.1 手臂各部位示意圖所示之第四軸部分。

在此章使用到手臂座標系，其原點為上臂的旋轉中心點， Z^{arm} 軸為垂直底座的高度，向上為正。 X^{arm} 軸平行於基座平面，方向為自相機左眼中心點指向 Z^{arm} 軸， Y^{arm} 軸方向則由右手定則決定。手臂的初始位置位於 θ_1 、 θ_2 與 θ_3 皆為零度的位置，也就是平行 Z 軸的姿勢。 l_1 與 l_2 分別為機械手臂的上臂與下臂，其長度皆為 26 公分，因為人體的上臂以及下臂大約為此長度。

由於第一軸馬達架設在基座上，第二軸馬達架設在第一軸的旋轉機構上，而第三軸馬達架設在上臂，故 m_1 為第一軸旋轉機構以及第二軸馬達的質量， m_2 為上臂與第三軸馬達的質量， m_3 為下臂與第四軸馬達的質量， l_{c1} 、 l_{c2} 與 l_{c3} 為上述的質量中心點， I_1 、 I_2 與 I_3 則是質量中心點對於旋轉軸的轉動慣量，角度 θ_1 為原點朝向下臂末端點在 XY 平面投影點的延伸與 X 軸的角度，角度 θ_2 是從 Z 軸往上臂方向的夾角，角度 θ_3 是從上臂的延伸方向往下臂方向的夾角。

由於這是一隻擊球機械手臂，對於手臂移動速度上有相當程度的要求，故主要採用密度 2.7 公噸/立方米的鋁合金所構成，主要目的為減輕重量，使馬達可更快速移動手臂，其餘承受重量的部分則用較堅固的中碳鋼材質，並在旋轉關節部份裝置軸承，承受重量並降低旋轉所產生的摩擦力。在馬達的挑選方面，馬達負載重量並不輕且離馬達旋轉軸有段距離，因此以馬達扭力(torque)為基本考量，盡量挑選扭力大轉速高且重量輕的馬達，

之後再選擇適當的齒輪機，利用齒輪機會將馬達的扭力提升，但是馬達轉速則相對會降低，因此選擇一個適當的齒輪機，使馬達可提供足夠的扭力且達到所預期的轉速。

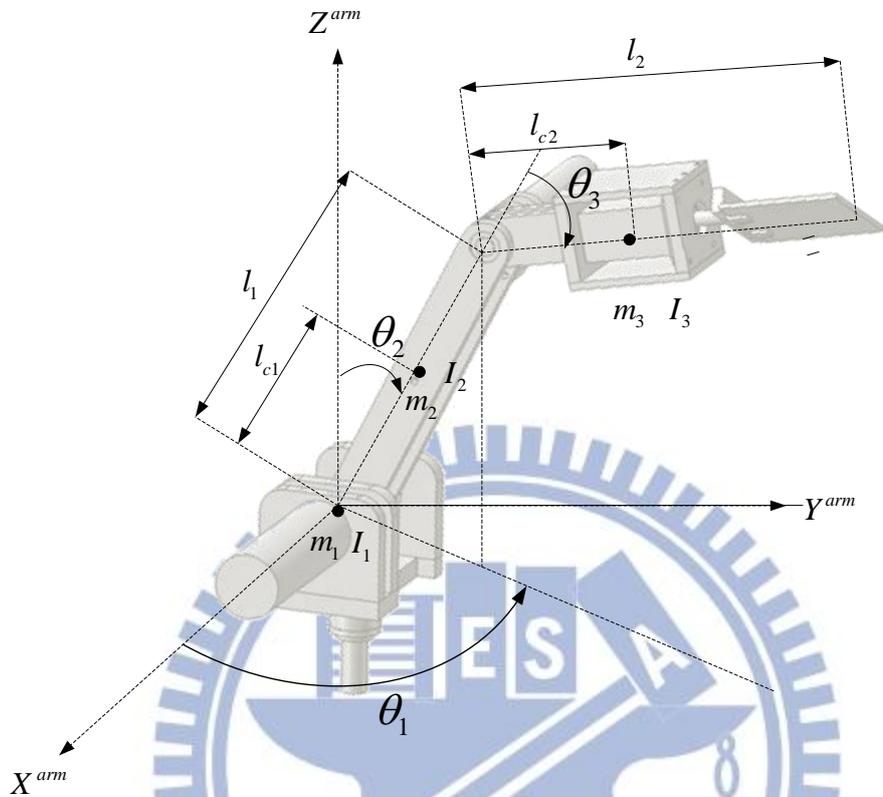


圖 6.2 機械手臂示意圖

6.2 動力學模型

考慮如圖 6.2 機械手臂示意圖所示的機械手臂，經由 Lagrangian Equation[22]推導可得到機械手臂的動力學方程式，如(6.2.1)式

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) + F(\dot{\theta}) + B(\dot{\theta}) = \tau \quad (6.2.1)$$

其中 θ 為機械手臂前三軸的轉動角度， $M(\theta)$ 代表手臂的質量慣性矩陣， $C(\theta, \dot{\theta})$ 為向心力與柯氏力項矩陣，以上兩個矩陣皆為 3×3 矩陣， $G(\theta)$ 為重力項向量， $B(\dot{\theta})$ 為摩擦力項向量，以上兩個皆為 3×1 的向量， τ 為致動器傳至三軸上的扭力。另外，在此處假設摩擦力 $B(\dot{\theta})$ 為庫倫摩擦力與黏滯摩擦力，黏滯摩擦力為黏滯摩擦力係數 b 乘上角速度，庫倫摩擦力為庫倫摩擦力係數 f_c 乘上角速度的方向性，摩擦力係數皆設為常數。

在此系統中，已知狀態為可量測之角度 θ ，而未知狀態則為角速度 $\dot{\theta}$ 。動力學模型的動態方程式可表示成下列型式：

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ M(\theta)^{-1} [\tau(t) - C(\theta, \dot{\theta}) - G(\theta) - B(\dot{\theta})] \end{bmatrix} \quad (6.2.2)$$

接下來考慮致動器部分，本研究機台前三軸所使用的致動器裝置是由三顆直流有刷馬達來直接驅動並傳送扭力，為了使控制更加精準以及動力學模型的完整性，將馬達的物理參數一併考慮進動力學模型之中。

一般使用二階線性微分方程式來表示其電氣機械等效電路，進而推導出馬達電樞的輸入電壓 v 與輸出力矩 τ 之間的動態方程式，如(6.2.3)所示

$$J_m \ddot{\theta} + f_m \dot{\theta} + \frac{K_a K_b}{R_a} \dot{\theta} + \frac{\tau}{r^2} = \frac{K_a}{r R_a} v \quad (6.2.3)$$

其中

J_m ：轉子的轉動慣量($kg-m^2$)

K_a ：馬達力矩常數($N-m/A$)

K_b ：反電動勢常數($V-s/rad$)

R_a ：電樞電阻(Ω)

f_m ：轉子的摩擦係數($N-m$)

τ ：在齒輪組後的負載軸力矩($N-m$)，即為機械手臂之力矩

θ ：負載軸的角度(rad)

r ：齒輪減速比率

V ：電樞電壓(V)

若考慮此系統為三軸機械手臂，則可由(6.2.3)推得下式

$$J\ddot{\theta} + F\dot{\theta} + \frac{\tau}{r^2} = KV \quad (6.2.4)$$

其中

$$J = \begin{bmatrix} J_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & J_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & J_{m3} \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} \left(\frac{K_a}{R_a}\right)\frac{1}{r_1} & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{K_a}{R_a}\right)\frac{1}{r_2} & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{K_a}{R_a}\right)\frac{1}{r_3} \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} f_{m1} + \left(\frac{K_a K_b}{R_a}\right) & 0 & 0 \\ 0 & f_{m2} + \left(\frac{K_a K_b}{R_a}\right) & 0 \\ 0 & 0 & f_{m3} + \left(\frac{K_a K_b}{R_a}\right) \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} f_1 & 0 & 0 \\ 0 & f_2 & 0 \\ 0 & 0 & f_3 \end{bmatrix}$$

將(6.2.4)式帶入(6.2.1)式，即可得到完整的動力學模型，如(6.2.5)式所示

$$\left(\frac{M(\theta) + r^2 J}{r^2 K}\right)\ddot{\theta} + \frac{C(\theta, \dot{\theta})}{r^2 K}\dot{\theta} + \frac{G(\theta)}{r^2 K} + \frac{F(\dot{\theta})}{r^2 K} + B(\dot{\theta}) = V \quad (6.2.5)$$

最後將(6.2.5)式重寫，得到(6.2.6)式的型式

$$\bar{M}(\theta)\ddot{\theta} + \bar{C}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + \bar{G}(\theta) + \bar{F}(\dot{\theta}) + \bar{B}(\dot{\theta}) = V \quad (6.2.6)$$

其中

$$\bar{M}_{11}(\theta) = \frac{1}{K_1 r_1^2} \left(m_1 l_{c1}^2 \sin^2(\theta_2) + m_2 l_{c2}^2 \sin^2(\theta_2 + \theta_3) + m_2 l_1^2 \sin^2(\theta_2) \right) + \frac{J_{m1}}{K_1}$$

$$\bar{M}_{22}(\theta) = \frac{1}{K_2 r_2^2} \left(m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_1^2 + 2m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_3) + I_2 + I_3 \right) + \frac{J_{m2}}{K_2}$$

$$\bar{M}_{33}(\theta) = \frac{1}{K_3 r_3^2} \left(m_2 l_{c2}^2 + I_3 \right) + \frac{J_{m3}}{K_3}$$

$$\bar{M}_{23}(\theta) = \frac{1}{K_2 r_2^2} \left(m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_3) + I_3 \right)$$

$$\bar{M}_{32}(\theta) = \frac{1}{K_3 r_3^2} \left(m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_3) + I_3 \right)$$

$$\bar{M}_{12}(\theta) = \bar{M}_{13}(\theta) = \bar{M}_{21}(\theta) = \bar{M}_{31}(\theta) = 0$$

$$\bar{C}_{11}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{1}{K_1 r_1^2} \begin{pmatrix} m_1 l_{c1}^2 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 + m_2 l_{c2}^2 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2 + \theta_3) \dot{\theta}_2 \\ + m_2 l_{c2} l_1 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2) \dot{\theta}_2 + m_2 l_1^2 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 \\ + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2) \dot{\theta}_3 \\ + m_2 l_{c2}^2 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2 + \theta_3) \dot{\theta}_3 \end{pmatrix}$$

$$\bar{C}_{12}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{1}{K_1 r_1^2} \begin{pmatrix} m_1 l_{c1}^2 \cos(q_2) \sin(q_2) \dot{\theta}_1 + m_2 l_{c2}^2 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2 + q_3) \dot{\theta}_1 \\ + m_2 l_{c2} l_1 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2) \dot{\theta}_1 + m_2 l_1^2 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1 \\ + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1 \end{pmatrix}$$

$$\bar{C}_{13}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{1}{K_1 r_1^2} (m_2 l_{c2}^2 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2 + \theta_3) + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2)) \dot{\theta}_1$$

$$\bar{C}_{21}(\theta, \dot{\theta}) = -\frac{1}{K_2 r_2^2} \begin{pmatrix} m_1 l_{c1}^2 \sin(\theta_2) \cos(\theta_2) + m_2 l_{c2}^2 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2 + \theta_3) \\ + m_2 l_1^2 \sin(\theta_2) \cos(\theta_2) + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2) \\ + m_2 l_{c2} l_1 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2) \end{pmatrix} \dot{\theta}_1$$

$$\bar{C}_{22}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{1}{K_2 r_2^2} (-m_2 l_{c2} l_1 \sin(\theta_3) \dot{\theta}_3)$$

$$\bar{C}_{23}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{1}{K_2 r_2^2} (-m_2 l_{c2} l_1 \sin(\theta_3) \dot{\theta}_2 - m_2 l_{c2} l_1 \sin(\theta_3) \dot{\theta}_3)$$

$$\bar{C}_{31}(\theta, \dot{\theta}) = -\frac{1}{K_3 r_3^2} (m_2 l_{c2}^2 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2 + \theta_3) + m_2 l_{c2} l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2)) \dot{\theta}_1$$

$$\bar{C}_{32}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{1}{K_3 r_3^2} m_2 l_{c2} l_1 \sin(\theta_3) \dot{\theta}_2$$

$$\bar{C}_{33}(\theta, \dot{\theta}) = 0$$

$$\bar{G}(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{K_2 r_2^2} [-m_1 g l_{c1} \sin(\theta_2) - m_2 g l_1 \sin(\theta_2) - m_2 g l_{c2} \sin(\theta_2 + \theta_3)] \\ -\frac{1}{K_3 r_3^2} m_2 g l_{c2} \sin(\theta_2 + \theta_3) \end{bmatrix}$$

$$\bar{F}(\dot{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{f_{c1} \text{sign}(\dot{\theta}_1)}{K_1 r_1^2} \\ \frac{f_{c2} \text{sign}(\dot{\theta}_2)}{K_2 r_2^2} \\ \frac{f_{c3} \text{sign}(\dot{\theta}_3)}{K_3 r_3^2} \end{bmatrix}, \quad \bar{B}(\dot{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{K_1 r_1^2} (b_1 + r_1^2 f_1) \dot{\theta}_1 \\ \frac{1}{K_2 r_2^2} (b_2 + r_2^2 f_2) \dot{\theta}_2 \\ \frac{1}{K_3 r_3^2} (b_3 + r_3^2 f_3) \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

6.3 計算力矩控制器

計算力矩控制器主要分為線性部分與非線性部分，利用參數估測所取得的模型參數值，帶入控制法則內消除掉非線性部分。其控制法則如下：

$$V = \bar{M}(\theta) \left[\ddot{\theta}_d + K_v \dot{\tilde{\theta}} + K_p \tilde{\theta} \right] + \bar{C}(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} + \bar{G}(\theta) + \bar{F}(\theta) + \bar{B}(\dot{\theta}) \quad (6.3.1)$$

其中 $\tilde{\theta} = \theta_d - \theta$ 表示為角度的誤差

將(6.2.6)式帶入(6.3.1)式，可得到：

$$\bar{M}(\theta) \ddot{\theta} = \bar{M}(\theta) \left[\ddot{\theta}_d + K_v \dot{\tilde{\theta}} + K_p \tilde{\theta} \right] \quad (6.3.2)$$

因為 $\bar{M}(\theta)$ 為正定矩陣，故可將(6.3.2)式簡化成(6.3.3)式。

$$\ddot{\tilde{\theta}} + K_v \dot{\tilde{\theta}} + K_p \tilde{\theta} = 0 \quad (6.3.3)$$

將非線性部分消除後，剩下的(6.3.3)式即為線性控制器的部分，由此式可看出控制器主要利用角度誤差以及角速度的誤差來做控制，其中 K_v 與 K_p 為對稱正定矩陣。將(6.3.3)式表示成狀態方程式，如(6.3.4)式所示

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\theta} \\ \dot{\tilde{\theta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\theta}} \\ -K_v \dot{\tilde{\theta}} - K_p \tilde{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K_v & -K_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta} \\ \dot{\tilde{\theta}} \end{bmatrix} \quad (6.3.4)$$

在實現此控制器時，可透過一些調整 PD 參數的經驗法則來設定 K_v 與 K_p 的值，增益調太小，會造成角度誤差太大的情況，而將增益調太大則會導致馬達飽和而產生震動的現象，故必須在效能以及穩定性之間取得一個適當的平衡點。

6.4 手臂 D-H model

由 6.3 節所介紹的控制器可看出，要將機械手臂到達空間中的指定位置，只需要輸入所想要的角度、角速度以及角加速度後，控制器即可算出致動器所需的電壓，驅動馬達轉動手臂到達所想要的位置。

在此使用機器人學中常用來表示機構各軸關係的 D-H model，此表示方式是由 Jaques Denavit 與 Richard S. Hartenberg 兩位所提出的，主要將機器人的參數由 6 個縮減為 4 個，可方便表示以及運算。其中機器人中的 6 個參數，分別為對機械手臂座標中的 X^{arm} 、 Y^{arm} 、 Z^{arm} 軸旋轉的角度，以及對三軸平移的位置，其中此機械手臂座標採用右手座標系統，故其旋轉方向皆以逆時針為正。將上述的 6 個參數簡化成 d 、 a 、 α 、 θ 此 4 個參數，其中 d 代表兩軸垂直線的距離， a 是手臂的長度， α 是兩軸旋轉軸歪斜角度的差值，最後 θ 是兩軸旋轉所造成的角度差值。在 D-H model 中，通常會將旋轉軸用 z 表示。從圖 6.2 機械手臂圖可推出表 1 的 D-H model，又如圖 6.3 所示。

表 1 D-H Model 中之指定參數

Joint	d	a	α	θ
Joint1	0	0	90	θ_1
Joint2	0	l_1	0	θ_2
Joint3	0	l_2	0	θ_3

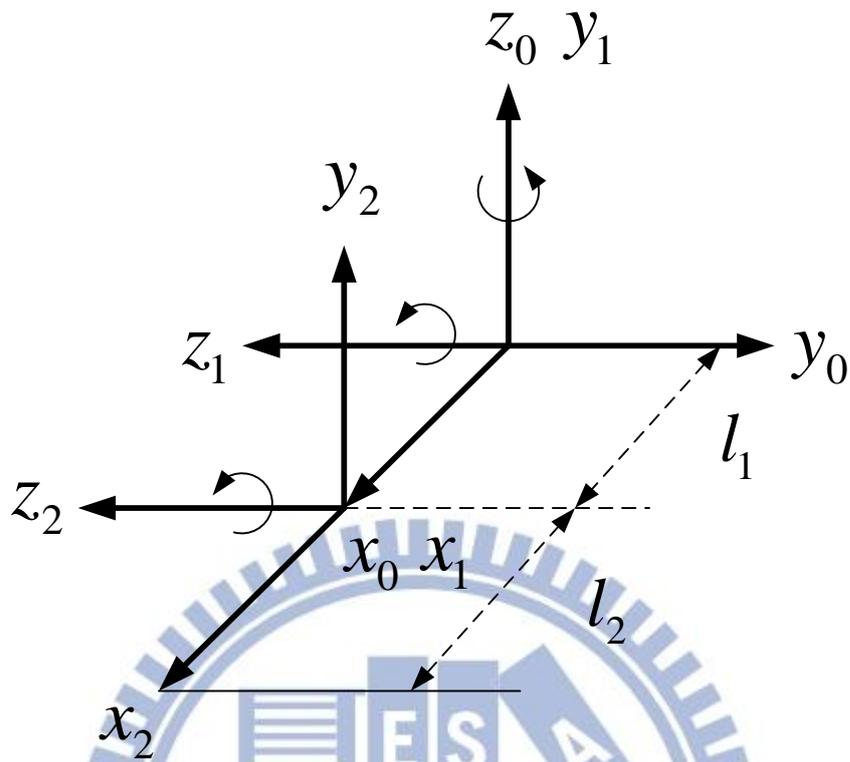


圖 6.3 機械手臂 D-H model

6.5 運動學與逆運動學

6.5.1 運動學

利用 6.4 節所提到的 D-H model，可將兩軸之間的關係用旋轉矩陣以及平移矩陣來表示，先對 z 軸旋轉 θ 度並沿著 z 軸平移 d 長度，再沿著 x 軸平移 a 長度並對 x 軸旋轉 α 角度，其表式方法如下(6.5.1)式所示

$$T_n = Rot(z, \theta) Trans(0, 0, d) Trans(a, 0, 0) Rot(x, \alpha)$$

$$T_n = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \cos \alpha & \sin \theta \sin \alpha & a \cos \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \cos \alpha & -\cos \theta \sin \alpha & a \sin \theta \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.5.1)$$

由上一節所推出的 D-H model，可以得到三軸分別的座標轉換矩陣，再將三軸矩陣座標相乘後，可藉由輸入各軸轉動的角度，取得機械手臂末端在機械手臂座標系中的座標位置，詳細矩陣內容列於下

$$\begin{aligned}
 T &= T_1 \times T_2 \times T_3 \\
 &= \\
 &\begin{bmatrix} \cos \theta_1 (\cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3) & -\cos \theta_1 (\cos \theta_2 \sin \theta_3 + \sin \theta_2 \cos \theta_3) \\ \sin \theta_1 (\cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3) & -\sin \theta_1 (\cos \theta_2 \sin \theta_3 + \sin \theta_2 \cos \theta_3) \\ \cos \theta_2 \sin \theta_3 + \sin \theta_2 \cos \theta_3 & \cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.5.2) \\
 &\begin{bmatrix} \sin \theta_1 & l_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 + l_2 \cos \theta_1 (\cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3) \\ -\cos \theta_1 & l_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + l_2 \sin \theta_1 (\cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3) \\ 0 & l_1 \sin \theta_2 + l_2 (\cos \theta_2 \sin \theta_3 + \sin \theta_2 \cos \theta_3) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

其座標位置為

$$\begin{aligned}
 P_x &= l_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 + l_2 \cos \theta_1 (\cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3) \\
 P_y &= l_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + l_2 \sin \theta_1 (\cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3) \\
 P_z &= l_1 \sin \theta_2 + l_2 (\cos \theta_2 \sin \theta_3 + \sin \theta_2 \cos \theta_3)
 \end{aligned} \quad (6.5.3)$$

6.5.2 逆運動學

由於控制器的輸入是三軸的角度，故算出手臂座標系中的擊球點後，必須將此位置經由逆運動學轉換成三軸的角度。

在此使用幾何圖解法， θ_1 圖解法如圖 6.4 所示：

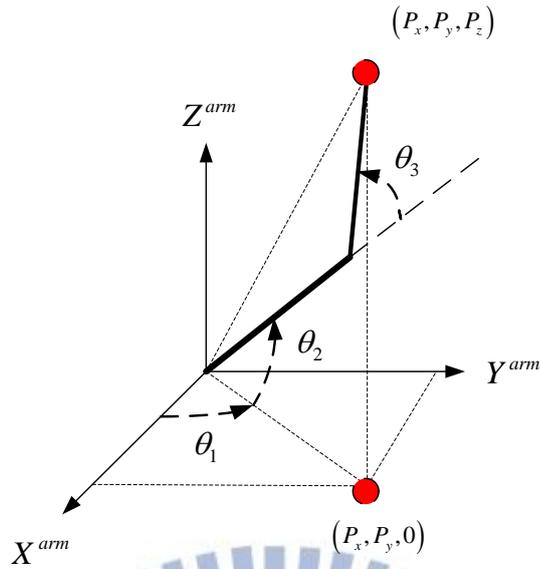


圖 6.4 機械手臂幾何圖解 θ_1

θ_1 為原點到 P 點在 X^{arm} 、 Y^{arm} 平面上的投影點的延伸與 X^{arm} 軸之間的夾角，其中 P 點在 X^{arm} 、 Y^{arm} 平面上的投影點為 $(P_x, P_y, 0)$ ，故

$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{P_y}{P_x}\right) \quad (6.5.4)$$

θ_2 與 θ_3 的圖解法如圖 6.5 所示

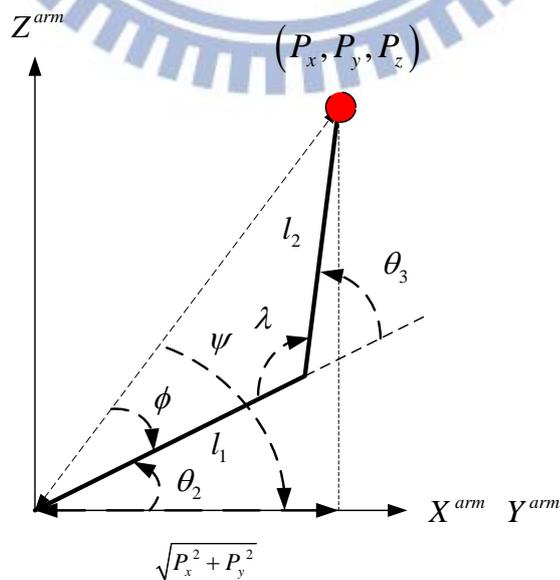


圖 6.5 機械手臂幾何圖解 θ_2 、 θ_3

利用餘弦定理可求出 ϕ 、 ψ 與 λ

$$\phi = \cos^{-1} \left(\frac{l_1^2 + P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - l_2^2}{2l_1 \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}} \right) \quad (6.5.5)$$

$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{P_z}{\sqrt{P_x^2 + P_y^2}} \right) \quad (6.5.6)$$

$$\lambda = \cos^{-1} \left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - (P_x^2 + P_y^2 + P_z^2)}{2l_1 l_2} \right) \quad (6.5.7)$$

由於手臂的姿勢可分為正手與反手，其示意圖如下：

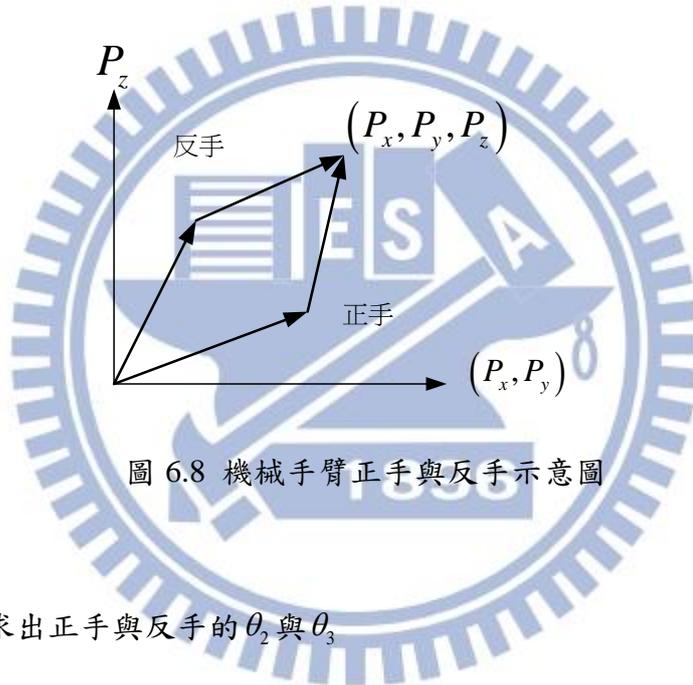


圖 6.8 機械手臂正手與反手示意圖

最後可分別求出正手與反手的 θ_2 與 θ_3

$$\theta_2 = \psi \mp \phi = \tan^{-1} \left(\frac{P_z}{\sqrt{P_x^2 + P_y^2}} \right) \mp \cos^{-1} \left(\frac{l_1^2 + P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - l_2^2}{2l_1 \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}} \right) \quad (6.5.8)$$

$$\theta_3 = \pm 180 \mp \lambda = \pm 180 \mp \cos^{-1} \left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - (P_x^2 + P_y^2 + P_z^2)}{2l_1 l_2} \right) \quad (6.5.9)$$

由逆運動學所推出的三軸角度可看出，正手與反手的姿勢以及三軸角度的正轉與反轉，從空間中的一點經由逆運動學後，總共可以獲得 16 組不同的角度，不過由於機械

手臂在第一軸與第二軸連接處有旋轉盤，故上臂無法橫跨過去，因此第二軸最大角度範圍為-40~220 度，而在第三軸與第二軸之間有連接軸，下臂無法橫跨，因此第三軸最大角度的範圍為-75~225 度，經過這些避障條件後，再加上第一軸旋轉角度選擇移動最小的限制後，最後只剩下兩組角度，分別為正手與反手各一組。

6.6 路徑規劃

經過上一小節所介紹的逆運動學後，可以將空間中的點轉換成三軸角度，接下來利用三次多項式來描述角度與時間的關係，其關係式如(6.6.1)式所示

$$c_3t^3 + c_2t^2 + c_1t + c_0 = \theta \quad (6.6.1)$$

三次多項式中總共有四個未知數，因此將初始位置的角度與角速度和末端位置的角度與角速度以及終止時間，此五個已知的係數帶入，即可求得三次多項式的係數。擊球時之軌跡規劃為從初始位置到達擊球點的位置，將已知的 $\theta(0) = \theta_i$ 、 $v(0) = \dot{\theta}_i$ 、 $\theta(t'_{hit}) = \theta_{hit}$ 、 $\dot{\theta}(t'_{hit}) = \dot{\theta}_{hit}$ 、 t'_{hit} 帶入三次式中寫成矩陣形式如(6.6.2)式，其中 t'_{hit} 為將最佳化方法所解出之擊球時間扣除計算以及傳輸之剩餘給予手臂揮擊之時間。

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ t_{hit}^3 & t_{hit}^2 & t_{hit} & 1 \\ 3t_{hit}^2 & 2t_{hit} & 1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} c_3 \\ c_2 \\ c_1 \\ c_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_i \\ \dot{\theta}_i \\ \theta_{hit} \\ \dot{\theta}_{hit} \end{bmatrix} \quad (6.6.2)$$

第七章 實驗結果與分析

在此章節會將前面介紹的影像視覺系統與機械手臂系統整合，在實驗平台上實現擊球理論，並且會介紹相關的硬體設備與座標系統、影像與機械手臂相關的實驗，以及分析最後的擊球實驗結果。

7.1 硬體設備

主要的硬體設備分為影像與機械手臂兩個部份，首先介紹影像部份，使用雙眼攝影機並在個人電腦 PC 上做處理以及運算，其設備規格如下：

PC 部分

核心處理器	: Intel 生產的 i7-2600K 超頻 4.3GHz
快取記憶體 RAM	: 6G
顯示卡	: ASUS EAH4850
硬碟	: WD1002FAEX-00Z3A0
作業系統	: win7 64 位元

雙眼攝影機部份

雙眼攝影機	: 汎叻公司生產的 FR200 GigE 高速相機
影像速度	: 彩色 200FPS
解析度	: 640×480
焦距	: 3mm
雙眼距離	: 50cm

機械手臂部分，機構為自行設計，前三軸上裝有齒輪機構的直流馬達以及量測角度的編碼器，第四軸裝置解析度 0.1 度的步進馬達。前兩軸編碼器採用每轉一圈(360 度)可產生 1024 個脈衝數目的 AB 相電壓型編碼器，透過 DSP 板的週邊電路 QEP(Quadrature Encoder Pulse)解碼，第三軸採用 1000 個脈衝數目的編碼器，由於 DSP 板只有兩個 QEP，故使用外接解碼器再利用 GPIO 讀入 DSP 板獲得角度。

本實驗採用數位訊號處理器(DSP)為德州儀器(TI)所開發的 TMS320F28335，此晶片含有 150MHz 的核心時脈以及 PWM、QEP 等週邊功能，其取樣時間為 10 ms，由於 DSP 板的輸出與輸入電壓為 3.3V，因此使用升壓 IC(SN74HC540N)將電壓升至 5V 才能輸入驅動器，降壓 IC(SN75173N)將編碼器輸出的 5V 電壓訊號降至 3.3V 輸入至 DSP 板。馬達參數與硬體參數如下表 2 與表 3：

表 2 馬達與齒輪機構參數

	馬達種類	工作電壓(Volts)	齒輪比	轉速(rpm)	扭力(N·m)
第一軸	直流馬達	48	1 : 81	86.42	14.9
第二軸	直流馬達	48	1 : 81	86.42	14.9
第三軸	直流馬達	24	1 : 111	72.52	9.44
第四軸	步進馬達	24	1:18	100	3

表 3 機械手臂硬體參數

硬體參數	數值	單位
上臂長度(l_1)	0.26	m
下臂長度(l_2)	0.26	m
上臂重量	1.151	Kg
下臂重量	1.243	Kg

整體的硬體流程為：當雙眼攝影機拍攝到影像後，經由 GigE 介面將影像傳輸至電腦，在電腦上做影像處理以及計算擊球點，並將擊球點資訊經由 RS232 傳輸至 DSP 板，在 DSP 板上控制機械手臂並且規劃手臂路徑，當規劃完手臂路徑後，控制器會算出馬達所需電壓，發送 PWM 訊號經過升壓電路後輸入至驅動器，並且將轉動角度藉由編碼器，經過降壓電路後輸入至 DSP 板取得，其硬體設備與流程如下圖 7.1：

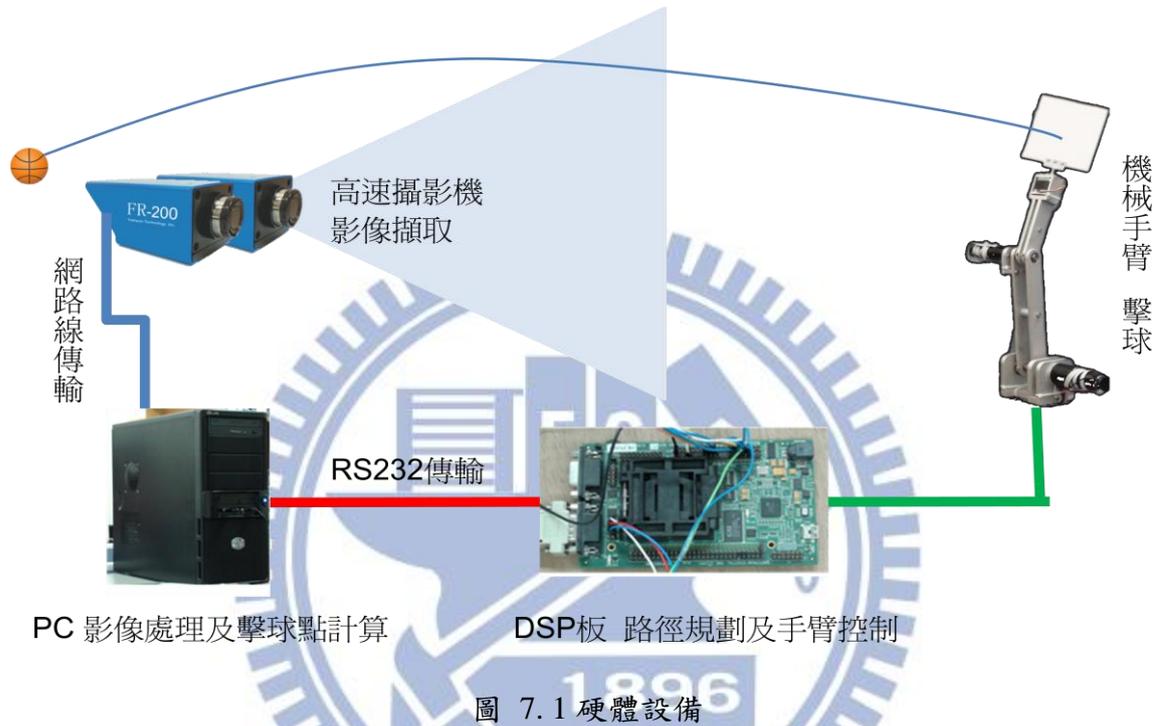


圖 7.1 硬體設備

7.2 座標系統

本研究總共有三個座標系，在前面幾章皆有介紹，在此小節會介紹各個座標系之間的關係，首先介紹手臂座標系，因為實際在做軌跡估測以及擊球點計算時，皆會統一先轉到手臂座標系為基準點再做運算。手臂座標系中的原點設置在上臂旋轉中心點， X^{arm} 軸平行於基座平面，方向為自相機左眼中心點指向 Z^{arm} 軸， Z^{arm} 軸方向為垂直底座的高度，向上為正， Y^{arm} 軸方向則由右手定則決定，拍子座標系的原點位於裝置在下臂末端的拍子中心點， X^{pad} 軸方向為上臂末端點順著下臂朝向拍子中心點， Z^{pad} 軸方向為垂

直拍面的拍面法向量，當手臂四軸角度皆為零度時，往 $-Y^{arm}$ 方向為正， Y^{pad} 軸方向由右手定則決定。拍子座標系可藉由在第五章所定義的轉換矩陣 E 矩陣，將拍子座標系轉換成手臂座標系。

第三個座標系為相機座標系，其原點設置在相機左眼中心點， X^{camera} 軸為相機左眼中心點朝向右眼中心點的方向， Y^{camera} 軸方向為相機左眼中心點朝向地面， Z^{camera} 軸則由右手定則決定，相機座標系原點在手臂座標系中的座標為 $[-350 \quad -29 \quad 46]$ ，其轉換關係如(7.2.1)式，三個座標系示意圖如圖 7.2 所示，相機座標原點距離地板 124.5 公分，機械手臂座標原點距離地板 78.5 公分，上面兩個座標系原點在地板的投影點距離 350 公分。

$$\begin{bmatrix} X^{arm} \\ Y^{arm} \\ Z^{arm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^{camera} \\ Y^{camera} \\ Z^{camera} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -350 \\ -29 \\ 46 \end{bmatrix} \quad (7.2.1)$$

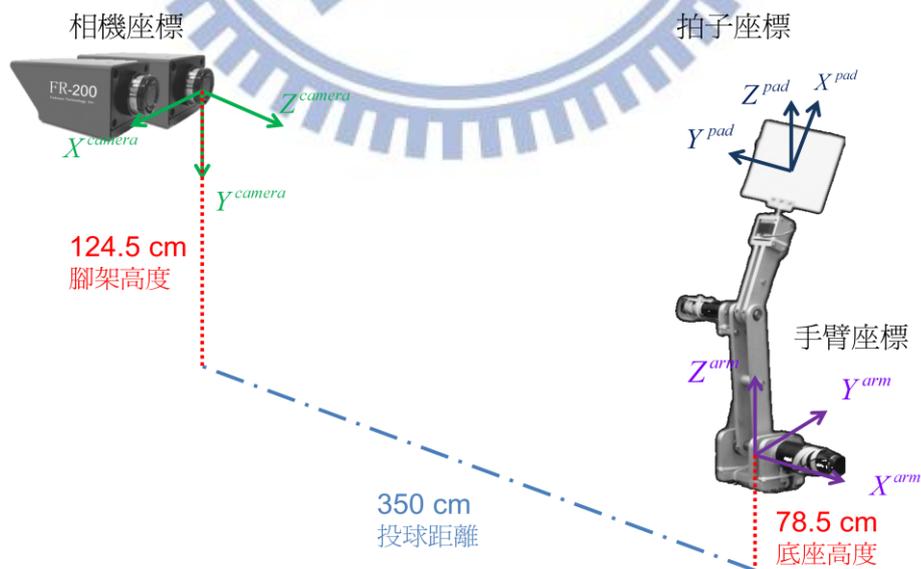


圖 7.2 相機座標與手臂座標示意圖

7.3 機械手臂平台

7.3.1 參數估測

由於計算力矩控制器需要精準的動力學模型，才能將控制器中的非線性項消除，因此必須使用參數估測來估測模型參數，有了硬體平台的參數以及第四章介紹的完整動力學模型後，即可將動力學模型轉成參數線性化式子，使用最小平方參數估測法來做模型的參數估測。將(4.2.6)式改寫成線性參數化的型式：

$$\Phi(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})\Theta = V \quad (7.3.1)$$

其中 Θ 為欲求之未知參數，由於第一軸與第二軸使用相同馬達，故其馬達參數皆相同，可從(6.2.6)式中簡化整理出 19 組未知參數：

$$\begin{aligned} \Theta_1 &= \frac{1}{K_1 r_1^2} (m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2) & \Theta_{11} &= \frac{1}{K_1 r_1^2} (b_3 + r_3^2 f_3) \\ \Theta_2 &= \frac{1}{K_1 r_1^2} m_2 l_{c2}^2 & \Theta_{12} &= \frac{f_{c2}}{K_1 r_1^2} \\ \Theta_3 &= \frac{1}{K_1 r_1^2} m_2 l_{c2} l_1 & \Theta_{13} &= \frac{1}{K_3 r_3^2} m_2 l_{c2}^2 \\ \Theta_4 &= \frac{1}{K_1 r_1^2} I_1 + \frac{J_{m1}}{K_1} & \Theta_{14} &= \frac{1}{K_3 r_3^2} m_2 l_{c2} l_1 \\ \Theta_5 &= \frac{1}{K_1 r_1^2} (b_1 + r_1^2 f_1) & \Theta_{15} &= \frac{1}{K_3 r_3^2} I_3 + \frac{J_{m3}}{K_3} \\ \Theta_6 &= \frac{f_{c1}}{K_1 r_1^2} & \Theta_{16} &= \frac{1}{K_3 r_3^2} I_3 \\ \Theta_7 &= \frac{1}{K_1 r_1^2} I_2 + \frac{J_{m1}}{K_1} & \Theta_{17} &= \frac{1}{K_3 r_3^2} m_2 l_{c2} \\ \Theta_8 &= \frac{1}{K_1 r_1^2} I_3 & \Theta_{18} &= \frac{1}{K_3 r_3^2} (b_3 + r_3^2 f_3) \\ \Theta_9 &= \frac{1}{K_1 r_1^2} (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) & \Theta_{19} &= \frac{f_{c3}}{K_3 r_3^2} \\ \Theta_{10} &= \frac{1}{K_1 r_1^2} m_2 l_{c2} \end{aligned}$$

接著使用最小平方方法的公式即可求得估測值：

$$\hat{\Theta} = (F^T F)^{-1} F^T X \quad (7.3.2)$$

$$\text{其中 } F = \begin{bmatrix} \Phi(\theta_m(1), \dot{\theta}_m(1), \ddot{\theta}_m(1)) \\ \vdots \\ \Phi(\theta_m(N), \dot{\theta}_m(N), \ddot{\theta}_m(N)) \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} V_m(1) \\ \vdots \\ V_m(N) \end{bmatrix}$$

下標 m 表示其為測量值，大寫 N 表示其為第 N 筆的實驗資料， $\hat{\Theta}$ 是估測到的參數

從(7.3.1)式中可發現， $\Phi(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$ 中的角度 θ 可從編碼器量測得到，角速度 $\dot{\theta}$ 可用角度差分得到，而角加速度 $\ddot{\theta}$ 在實驗中量測不到，因此使用一組濾波器 $H(s) = \frac{\alpha}{s + \beta}$ ，其脈衝響應為 $h(t) = \alpha e^{-\beta t}$ ，將(6.2.6)兩側同時與 $h(t)$ 做迴旋積分(convolution)可得：

$$\begin{aligned} V_f &= h(t) * V(t) \\ &= h(t) * \left[\bar{M}(\theta(t)) \ddot{\theta}(t) + \bar{C}(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \dot{\theta}(t) + \bar{G}(\theta(t)) + \bar{F}(\dot{\theta}(t)) + \bar{B}(\dot{\theta}(t)) \right] \\ &= h(t) * \left[\frac{d}{dt} (\bar{M}(\theta(t)) \dot{\theta}(t)) - \dot{\bar{M}}(\theta(t)) \dot{\theta}(t) \right] \\ &\quad + h(t) * \left[\bar{C}(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \dot{\theta}(t) + \bar{G}(\theta(t)) + \bar{F}(\dot{\theta}(t)) + \bar{B}(\dot{\theta}(t)) \right] \\ &= h(t) * \frac{d}{dt} (\bar{M}(\theta(t)) \dot{\theta}(t)) \\ &\quad + h(t) * \left[\bar{C}(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \dot{\theta}(t) + \bar{G}(\theta(t)) + \bar{F}(\dot{\theta}(t)) + \bar{B}(\dot{\theta}(t)) - \dot{\bar{M}}(\theta(t)) \dot{\theta}(t) \right] \end{aligned} \quad (7.3.3)$$

令 $\bar{M}(\theta) \dot{\theta}$ 為 $u(t)$ ，對其做拉式轉換：

$$h(t) * \dot{u}(t) \xrightarrow{L} H(s) (sU(s) - u(0)) = [sH(s) - h(0)]U(s) + h(0)U(s) - H(s)u(0) \quad (7.3.4)$$

再將上式做反拉式轉換並帶回(7.3.3)，即可消除加速度項

$$\begin{aligned}
V_f &= h(t) * V(t) \\
&= \dot{h}(t) * (\bar{M}(\theta(t))\dot{\theta}(t)) + h(0) \cdot \bar{M}(\theta(t))\dot{\theta}(t) - h(t) \cdot \bar{M}(\theta(0))\dot{\theta}(0) \\
&+ h(t) * [\bar{C}(\theta(t), \dot{\theta}(t))\dot{\theta}(t) + \bar{G}(\theta(t)) + \bar{F}(\dot{\theta}(t)) + \bar{B}(\dot{\theta}(t)) - \dot{\bar{M}}(\theta(t))\dot{\theta}(t)] \quad (7.3.5) \\
&= \Phi_f(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \Theta
\end{aligned}$$

將(7.3.5)式代入最小平方參數估測法中即可得到最佳近似解 $\hat{\Theta}$ 。依據上述的方式，輸入 5Hz 以下多個弦波所組成的電壓訊號，其主要的目的是使得輸入訊號包含多種頻率，能夠提供充分的資訊，使得在用參數估測法時，矩陣 $\Phi_f(\theta(t), \dot{\theta}(t))$ 為滿秩(full rank)，故反矩陣 $(\Phi_f^T(\theta(t), \dot{\theta}(t))\Phi_f(\theta(t), \dot{\theta}(t)))^{-1}$ 存在。輸入電壓訊號如圖 7.3 所示，由於在做參數估測時，無法控制手臂角度，機械手臂會因為機構限制，導致上臂或下臂撞到基座或是下臂撞到上臂，為了防止撞擊造成參數估測不準，當第二軸與第三軸量測到大於機構限制的角度時，會輸入反向全電壓將手臂拉回。估測結果如表 4。

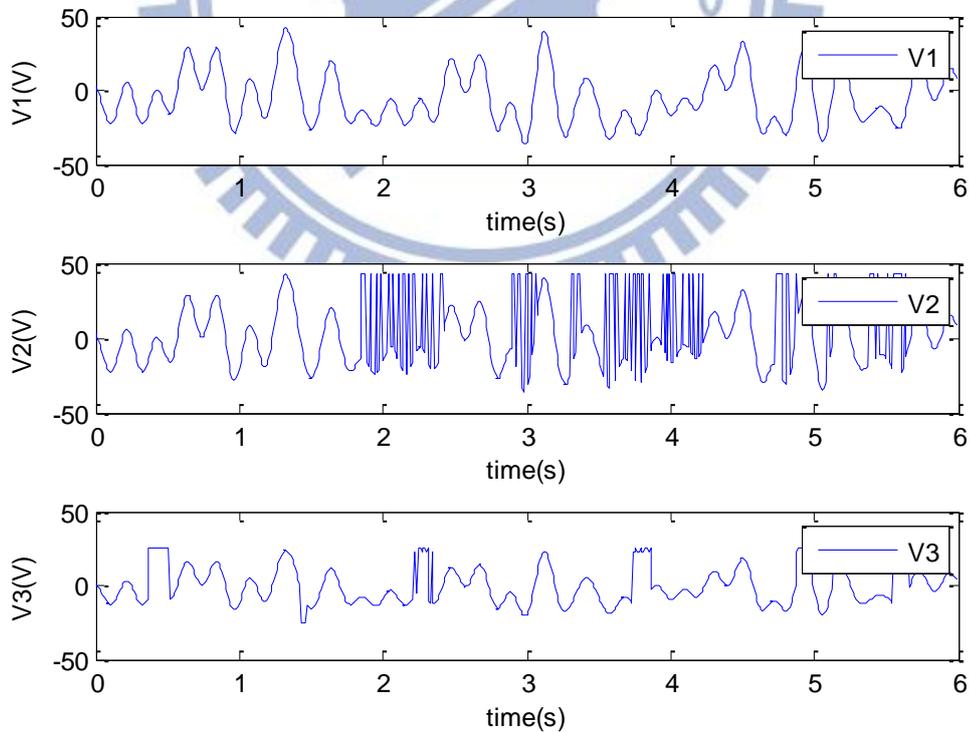


圖 7.3 參數估測第一軸(上)與第二軸(中)和第三軸(下)輸入電壓

表 4 使用參數估測法所估測出之 19 組參數

19 組 參數	Θ_1	Θ_2	Θ_3	Θ_4	Θ_5	Θ_6	Θ_7	Θ_8	Θ_9
	0.0620	-0.0376	-0.007	0.1715	5.7403	-1.5030	0.0483	0.0582	0.6649
Θ_{10}	Θ_{11}	Θ_{12}	Θ_{13}	Θ_{14}	Θ_{15}	Θ_{16}	Θ_{17}	Θ_{18}	Θ_{19}
-0.1388	6.1977	1.9157	-0.1059	-0.1626	0.2271	0.4213	-0.1115	0.8530	5.9885

將表三之參數及圖 7.3 之電壓代入(7.3.1)式，使用 Matlab 中的函式 ODE45 解出機械手臂的轉動角度，如圖 7.4 所示。第一軸絕對平均誤差為 0.1768rad，第二軸絕對平均誤差為 0.1446rad，第三軸絕對平均誤差為 1.4056rad，第三軸誤差會比較大，其主要原因為第三軸扭力不夠大且負重很重，而第三軸也會受到第二軸動態的影響，還有第四軸之步進馬達在設計時並無放置於中心，故會造成一偏移之力矩，而這部份的力矩在動力學模型中並無表示，故第三軸會有較大誤差。

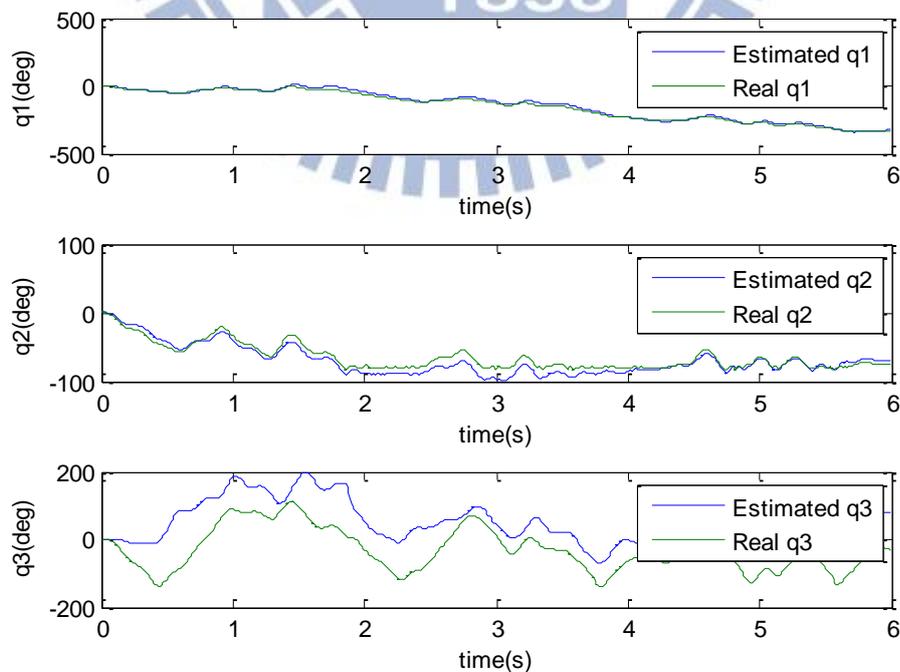


圖 7.4 參數估測第一軸(上)與第二軸(中)與第三軸(下)轉動的角度

7.3.2 計算力矩控制器

在 6.3 節介紹過計算力矩控制器，為測試控制器效能故在此設計一擊球點角度及角速度度讓手臂去達成，手臂初始角度為三軸皆為 0 度，路徑設定 0 秒啟動手臂，0.4 秒到達擊球點角度 $[-1.57, -0.7854, -0.7854]$ rad，角速度 $[-3.489, 0, -6.28]$ rad/s，手臂取樣時間為 0.01 秒，控制器增益設為 $K_p = \text{diag}\{1000, 3000, 8000\}$ 與 $K_v = \text{diag}\{70, 100, 250\}$ ，實驗結果三軸角度如圖 7.5 所示，三軸角速度如圖 7.6 所示。在擊球點之三軸角度誤差分別為：第一軸-0.0261 rad，第二軸-0.0273 rad，第三軸 0.0304 rad；在擊球點之三軸角速度誤差分別為：第一軸 0.3369 rad/s，第二軸 0.1231 rad/s，第三軸 0.2352 rad/s；如將角度及角速度誤差轉換成擊球點的位置誤差為 0.0081 公尺，而其速度誤差為 0.2121 公尺/秒，尚在可接受的範圍內。

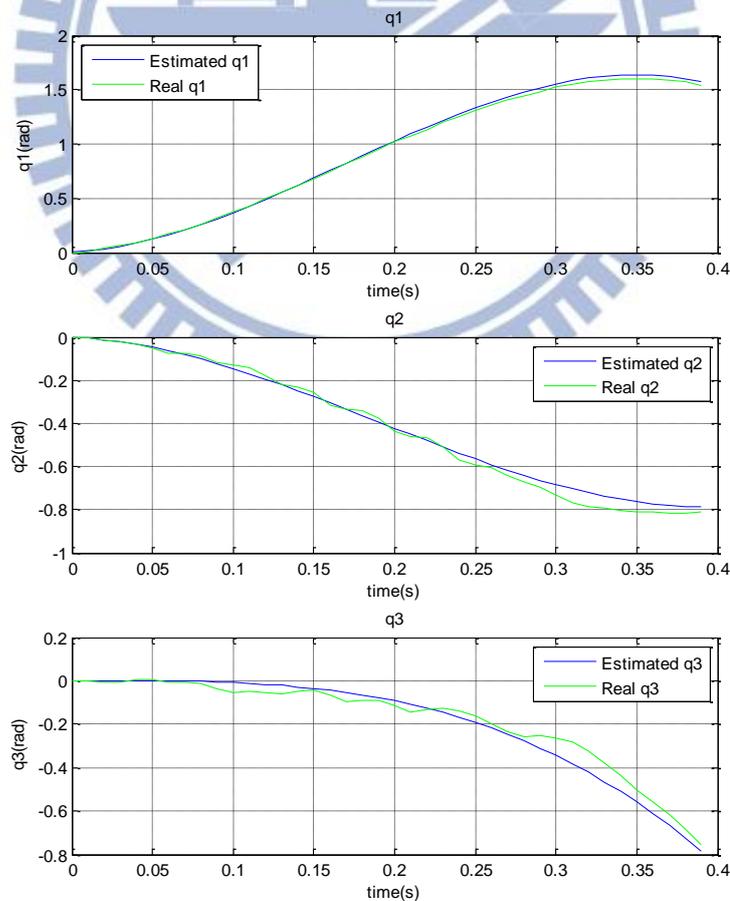


圖 7.5 三軸估測角度及實際角度圖

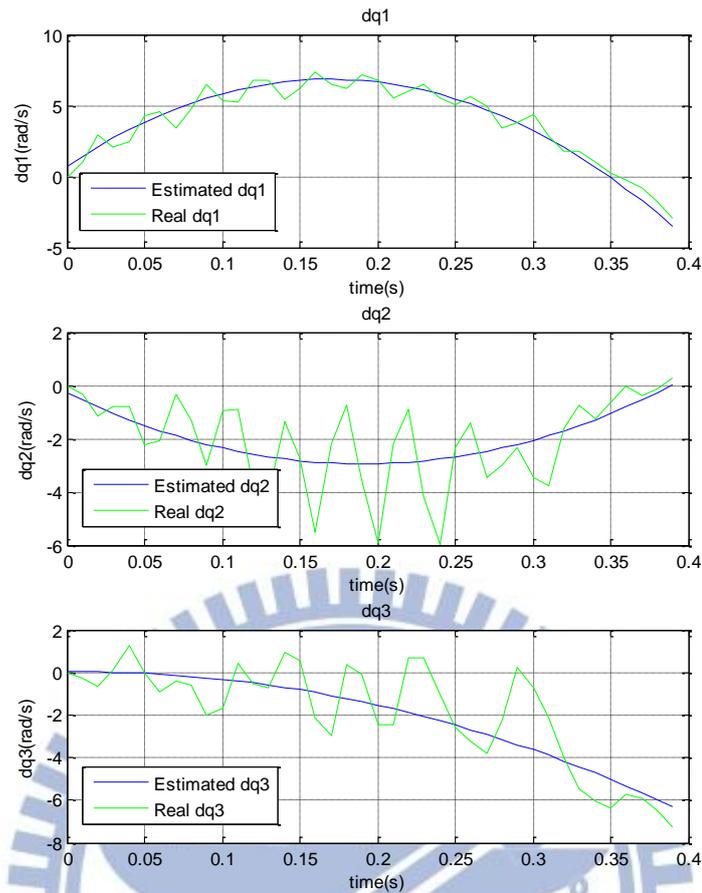


圖 7.6 三軸估測角速度及實際角速度圖

7.4 人類擊球實驗

由於在相關文獻中並沒有擊中目標物的實驗成果可供對照，於是我們希望得知人類在擊中目標物的實驗中可以達到的成功率為何，而其中實驗的過程盡量與機械手臂擊球實驗狀況相同，先設定目標物範圍為一 36 公分乘 36 公分之正方形，為圖 7.10 中之紅圈，放置在距離人類約一公尺遠處，而投手在 3.5 公尺之距離投球，目標是要將球回擊至目標物中，擊球姿態分正手與反手兩種，每次實驗一個人分別用兩種姿態擊出 25 球共回擊 50 球，請到 10 位擊球者來擊球共擊出 500 球，而 10 位擊球者性別皆為男性，年齡皆為 24~25 歲，10 位擊球者中有 2 位是左撇子，而 10 位擊球者在實驗前皆無接受過相關的擊球訓練，以下將每個擊球者之個別擊球率及平均擊球率列於表 5。

表 5 人類擊球實驗之擊球率

共 50 球	擊中目標	擊中球	揮空		擊中目標	擊中球	揮空
擊球者 1	16(32%)	28(56%)	6(12%)	擊球者 6	5(10%)	42(84%)	3(6%)
擊球者 2	6(12%)	39(78%)	5(10%)	擊球者 7	8(16%)	37(74%)	5(8%)
擊球者 3	14(28%)	28(56%)	8(16%)	擊球者 8	4(8%)	43(86%)	3(6%)
擊球者 4	4(8%)	44(88%)	2(4%)	擊球者 9	8(16%)	36(72%)	6(12%)
擊球者 5	14(28%)	32(64%)	4(8%)	擊球者 10	5(10%)	42(84%)	3(6%)
10 位擊球者平均擊球率					16.8%	74.2%	9%

人類擊球實驗的平均擊中目標率為 16.8%，標準差為 9.1%，而只擊中球但沒擊中目標物之機率為 74.2%，標準差為 12.04%，揮空之機率則為 9%，其標準差為 3.74%，在實驗的過程中可以看出人類在一開始打擊的時候較難適應擊球方式，但經過前面幾球的練習之後皆可提高打中目標物的機率。

7.5 擊球實驗結果與討論

在投球方面，由於本研究在球體飛行模型部分並無考慮角速度之影響，故在投球出手時盡量不要旋轉到球體，盡可能的減低球體在空中飛行之角速度。

在實際擊球實驗時，設定在以下三種情況下手臂不會揮擊，第一種為軌跡估測之球體飛行軌跡沒有進入手臂工作區；第二種為沒有解出擊球點，也就是用在最佳化方法中到達一定的限制，例如超過指定的遞迴次數等，故無法解出擊球點；第三種為計算出來的擊球點位於機構限制的角度內，代表若啟動手臂去擊球，手臂會撞到機構。

經過多次實驗後，將實驗結果分為三類，第一類為機械手臂擊出去之球有達到指定目標，如實驗 1，而第二類為機械手臂有擊中球但無達到指定目標，如實驗 2，最後第三類為機械手臂未擊中球，如實驗 3。

以下附上三類各一次之實驗結果並討論，將實驗之機械手臂控制誤差分析分別列於表 6、表 8、表 10，而將球體飛行軌跡估測誤差分析分別列於表 7、表 9、表 11，而將

其圖整合在圖 7.7 圖 7.10 及圖 7.13 中。其中絕對誤差為 XYZ 三方向之誤差平方相加開根號。

實驗 1-擊中球且達到指定目標：

目標點位於手臂座標系中的 $[p_{x-d}, p_{y-d}, p_{z-d}] = [-125, 21, -14]$ (公分)，在實驗中，記錄下最佳化方法所計算出來的擊球時間點，與其所對應到的擊球點位置之四軸期望及實際角度、前三軸期望及實際角速度以及誤差，列於表 6，其中擊球時間為手臂從初始位置到擊球點的時間，也就是軌跡規劃的時間，而手臂取樣時間為 0.01 秒，再使用同樣的擊球時間點將其代入估測出之球體飛行軌跡可估測出之擊球時間球體位置，並將其與高速攝影機在擊球時間點所拍攝到的球體位置做比較並計算其誤差，列於表 7

表 6 實驗 1 手臂控制誤差分析

實驗	角度(rad)				角速度(rad/s)			擊球 時間(s)
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	$\dot{\theta}_1$	$\dot{\theta}_2$	$\dot{\theta}_3$	
期望	2.2910	-1.0640	1.0500	0.707	2.6100	0	-3.8600	0.32
實際	2.2083	-1.1860	1.0931		4.0546	-1.5633	-1.7570	
誤差	0.0831	-0.1224	-0.0430		-1.4446	1.5633	-2.1030	
期望與實際之手臂末端點位置誤差				0.074(m)	末端點速度誤差		0.3533(m/s)	

表 7 實驗 1 球體飛行軌跡估測誤差分析

實驗 1	X(m)	Y(m)	Z(m)
球體飛行模型估測出之擊球點位置	-0.2968	-0.3380	-0.0084
影像擷取之擊球點位置	-0.2703	-0.2945	0.0510
三方向誤差	-0.0265	-0.0435	-0.0594
估測與實際擊球點之距離誤差	0.0782 (m)		

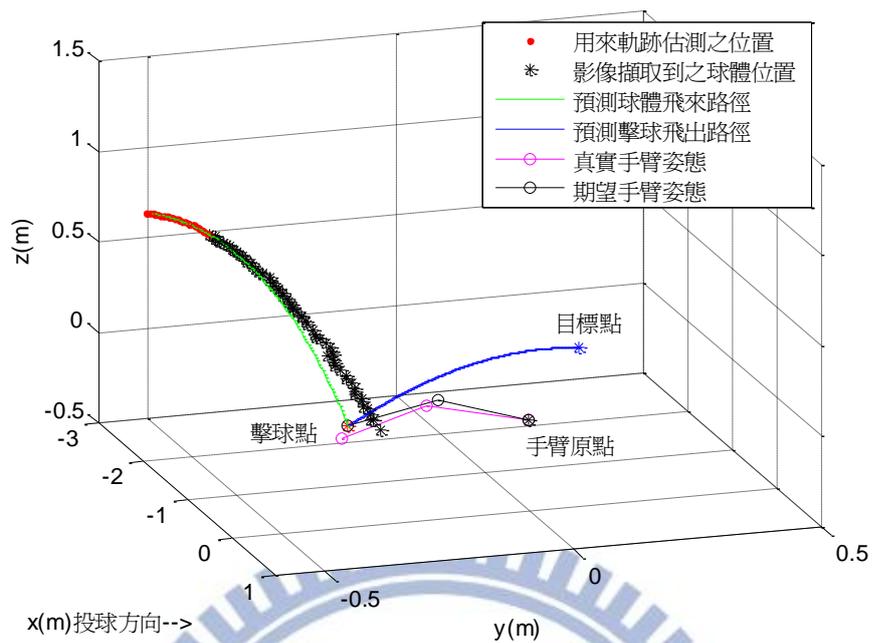


圖 7.7 擊球實驗 1

在圖 7.8 與圖 7.9 所紀錄下的圖片中，可看出手臂確實擊中球，圖片順序由左至右由上至下顯示，每兩張影像間隔 0.033 秒，從圖 7.9 可清楚看到球有擊中目標區。



圖 7.8 擊球實驗 1 側拍



圖 7.9 擊球實驗 1 正拍

實驗 2-擊中球體但無達到指定目標：

目標點位於 $[p_{x-d}, p_{y-d}, p_{z-d}] = [-125, 21, 28]$ (公分)，在實驗中，紀錄下擊球點位置的四軸期望及實際角度、三軸期望及實際角速度以及誤差與擊球時間點，列於表 8，其中擊球時間為手臂從初始位置到擊球點的時間，手臂取樣時間為 0.01 秒，再使用同樣的擊球時間點將其代入估測出之球體飛行軌跡可估測出之擊球時間球體位置，並將其與高速攝影機在擊球時間點所拍攝到的球體位置做比較並計算其誤差，列於表 9

表 8 實驗 2 手臂控制誤差分析

實驗	角度(rad)				角速度(rad/s)			擊球時間(s)
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	$\dot{\theta}_1$	$\dot{\theta}_2$	$\dot{\theta}_3$	
期望	1.9670	-1.4730	0.1440	0.5253	3.2100	-0.0000	-3.7100	0.24
實際	1.7643	-1.3961	0.1372		6.8726	-4.3609	-1.0530	
誤差	0.2027	-0.0769	0.0068		-3.6626	4.3609	-2.6570	
期望與實際之手臂末端點位置誤差				0.1125 (m)	末端點速度誤差		0.7542 (m/s)	

表 9 實驗 2 球體飛行軌跡估測誤差分析

實驗 2	X(m)	Y(m)	Z(m)
球體飛行模型估測出之擊球點位置	-0.2002	-0.4783	0.0136
影像擷取之擊球點位置	-0.2205	-0.4459	0.0761
三方向誤差	0.0203	-0.0324	-0.0625
估測與實際擊球點之距離誤差	0.0733 (m)		

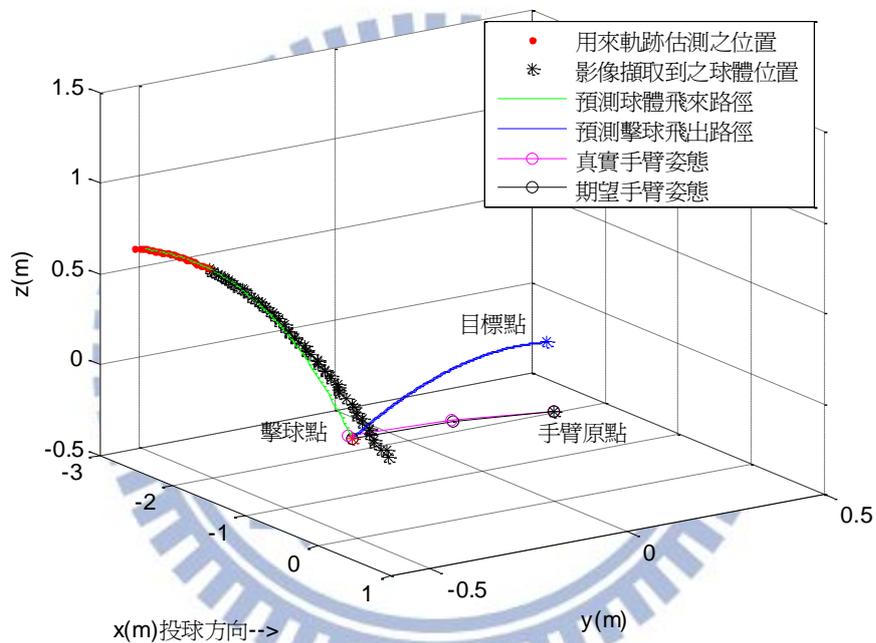


圖 7.10 擊球實驗 2

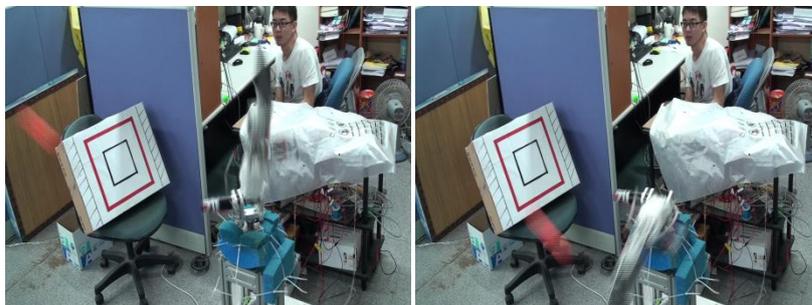




圖 7.11 擊球實驗 2 側拍



圖 7.12 擊球實驗 2 正拍

實驗 3-未擊中球體：

目標點位於 $[p_{x-d}, p_{y-d}, p_{z-d}] = [-125, 21, 28]$ (公分)，在實驗中，紀錄下擊球點位置的四軸期望及實際角度、三軸期望及實際角速度以及誤差與擊球時間點，列於表 10，其中擊球時間為手臂從初始位置到擊球點的時間，手臂取樣時間為 0.01 秒，再使用同樣的擊球時間點將其代入估測出之球體飛行軌跡可估測出之擊球時間球體位置，並將其與高速攝影機在擊球時間點所拍攝到的球體位置做比較並計算其誤差，列於表 11

表 10 實驗 3 手臂控制誤差分析

實驗	角度(rad)				角速度(rad/s)			擊球時間(s)
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	$\dot{\theta}_1$	$\dot{\theta}_2$	$\dot{\theta}_3$	
3								
期望	1.9340	-0.4140	1.3500	0.4404	4.4500	0.0000	-2.9000	0.26
實際	1.7639	-0.5939	1.5722		6.9843	-3.7999	3.4732	
誤差	0.1701	0.1799	-0.2222		-2.5343	3.7999	-6.3732	
期望與實際之手臂末端點位置誤差				0.1336(m)	末端點速度誤差		0.6607(m/s)	

表 11 實驗 3 球體飛行軌跡估測誤差分析

實驗 2	X(m)	Y(m)	Z(m)
球體飛行模型估測出之擊球點位置	-0.1711	-0.3392	0.2228
影像擷取之擊球點位置	-0.1645	-0.3002	0.2684
三方向誤差	-0.0367	0.0361	0.0803
估測與實際擊球點之距離誤差	0.0950 (m)		

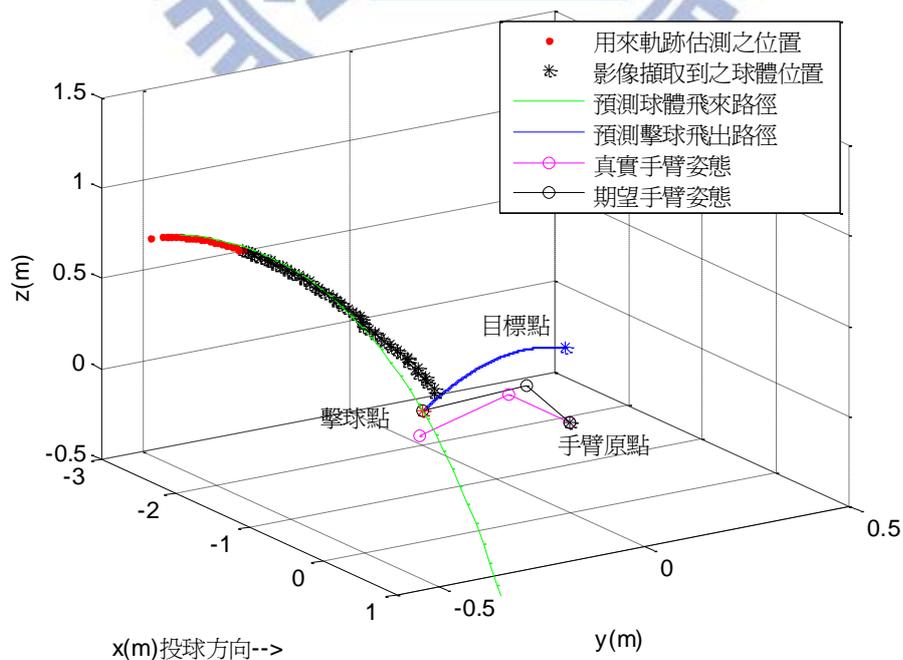


圖 7.13 擊球實驗 3



圖 7.14 擊球實驗 3 側拍

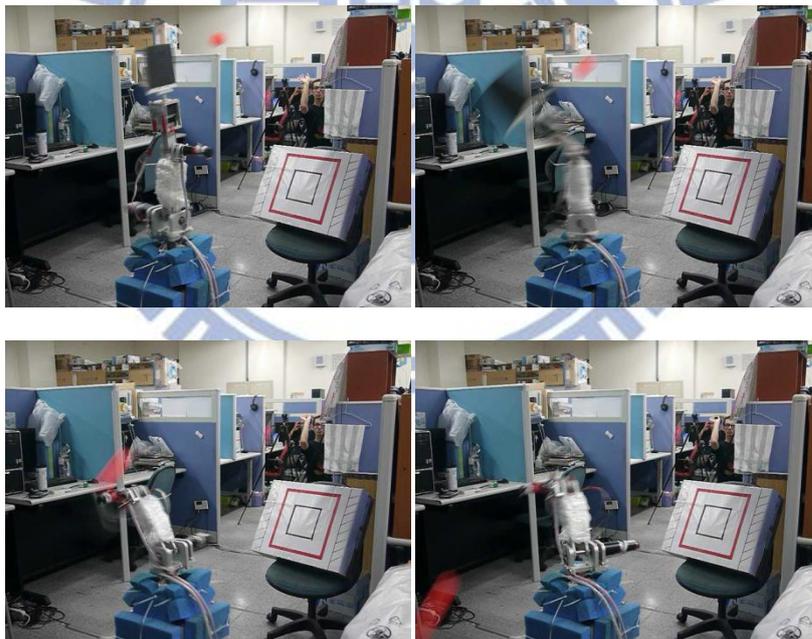


圖 7.15 擊球實驗 3 正拍

比較表 6、表 8、表 10 後可發現實驗 3 角度誤差較大，故無法擊中球體，而實驗 2 之角度誤差較小，故可以擊中球體但由於角速度之誤差較大，故擊出之球無法飛至目標物，而實驗 1 則是角度及角速度之誤差都較其他兩筆實驗來的小，較符合假設之情況，故最終可以擊中目標物。

從表 7、表 9、表 11 中也可以看到三次實驗中的軌跡估測部份誤差都約在 10 公分以內，由以上之觀察可推出，當手臂控制以及軌跡估測兩者都不精準時，就有比較高的機率打不到球，而其中手臂控制誤差影響較大。

從數據中也可以發現誤差最大的地方是手臂控制之角速度，由於每次解出來的擊球點角度及角速度不盡相同，而手臂可能在某些位置之角速度較難控制精準，故角速度之誤差會較大。而角速度之精準度又會影響球體擊出後之速度，故擊中目標率較低

總共實驗次數為 80 次，在 80 球中屬於第一類-擊中球且達到指定目標有 11 球 (13.75%)，第二類-擊中球但球並未擊中目標有 60 球(75%)，而第三類-未擊中球體則有 9 球(11.25%)，將結果用圓餅圖表示如下圖 7.16。

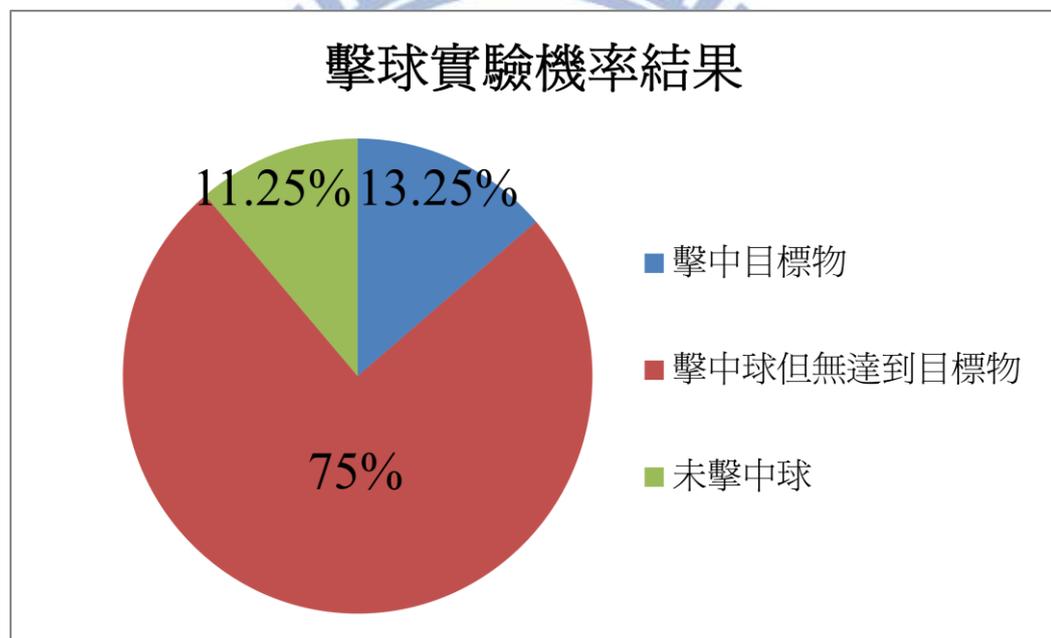


圖 7.16 擊球實驗機率結果圓餅圖

第八章 結論與未來展望

8.1 結論

本研究基於[1]的研究基礎上做更進一步的改善，在影像擷取方面使用了高速攝影機增加短時間內可以擷取到之影像資訊，可以增加軌跡估測的精確度，而在影像處理方面使用簡單且快速的程式追蹤飛行中的球體，使得系統可以在極短的時間內正確的判斷球體的位置。

而在球體飛行軌跡預測方面，使用考慮空氣阻力之球體飛行模型，配合 EKF 估測初始速度，可使大多數的軌跡估測在擊球點位置判斷之誤差縮減到 8 公內，由於拍子的大小為 16 公分 x 16 公分，故有符合擊中球之標準，而從擊球結果也可以加以驗證。

擊球理論方面，由於球體飛行模型之更新，故在實做上使用一最佳化方法來求解，在實驗的過程中可以發現有極高的機率可解出正確的擊球點，即使更換不同的目標點位置依然可解出正確的擊球點，但也有少部分情況無法解出擊球點而不擊球。

接下來使用擊球率做為效能的評估，有擊到球之機率已經高達 88.25%，與文獻[1]比較起來已有大幅度的提升，[1]之擊球率僅為 47%，而本研究在擊中目標率的部分為 13.25%，[1]中之擊中目標率則為 3%，提升之主要原因為改善軌跡估測之精準度，以及改善拍子的震盪及旋轉。

而與 7.4 中之人類擊球實驗來做比較，人類之擊中目標率為 16.8%，擊中球率為 91%，可以看出本研究之擊球率雖與人類之擊球率相近但還是稍差一些，是由於人類會從每次的打擊中學習，並修正下次的打擊力道擊方向。

從實驗結果來看，擊球至指定目標的成功率已有提升，但還是不盡理想，經

過分析實驗數據後，將原因歸納為以下兩點：機械手臂的控制誤差、拍子在擊球瞬間的震動。另一有可能之原因為在第二章提過的角速度對於飛行軌跡之影響。下一小節將陳述未來進一步的改善方式。

8.2 未來展望

在機械手臂的控制誤差部分，由於在擊球機器人的任務中需要精準的角度及角速度的控制，而經由多次實驗觀察到手臂需要的角速度較大，以及手臂之取樣時間太長，無法精準在擊球時間點時到達擊球之角度及角速度，未來可以將手臂之取樣時間縮短並考慮使用能夠更精準控制速度及角速度之控制器，使得這部份的控制誤差可以縮小。

在擊球理論中有使用一參數 e 為球體之恢復係數，是經由多次實驗測得，但由於做"測量恢復係數實驗"時是將拍子放在地上，並紀錄球體在上面之彈跳高度，會與真正做實驗時的情形不符合，實際上拍子與球體碰撞時為在空中之高速碰撞，且拍子會因為高速移動以及球體之碰撞而產生震盪，又由於拍子的材質是 PVC 板，故在碰撞時會產生些許的變形，與理想中之剛體模型不符，故未來或許可以改變拍子的材質，並考慮用更精準的方法測量恢復係數。

另外，第四章分析手臂的受力時有提到馬格努斯力(Magnus Force)，在球體轉速較大時即會對所預測之球體位置及速度有所影響，如果可以正確的估測球體角速度即可以提升對球體飛行預測，讓此系統也可以應付角速度較大時的情況。

而在第七章的人類擊球實驗中可以發現人類具有學習力，每次打擊後可以修正下次的擊球力道及方向，而擊球機器人也可以建構一套學習系統，以多次打擊之數據建立資料庫，並從每次擊球更新資料庫內容，並轉而修正之後的擊球。

最後，如果可以在拍子撞擊點上面使用力感測器，就可量測到碰撞瞬間之時間點，得到真正的擊球時間，並可以測量得擊球點之大概位置，可以對後續的擊球命中率做進一步的誤差分析，也對資料庫的內容建立有幫助

參考文獻

- [1] 李宜熹，”具控制打擊後球體軌跡能力之擊球機器人設計與實現”，交通大學，碩士論文，民國 100 年
- [2] Ping Yang,Zhengtao Zhang,Huawei Wang,De Xu,"Design and motion control of a ping pong robot" *Intelligent Control and Automation (WCICA), 2010 8th World Congress on* , vol., no., pp.102-107, 7-9 July 2010
- [3] M. Matsushima, T. Hashimoto, M. Takeuchi, and F. Miyazaki, "A Learning Approach to Robotic Table Tennis," *IEEE Transactions on robotics and Automation*, vol. 21, no. 4, pp.767-771, 2005.
- [4] 黃志誠，”基於單眼視覺之擊球機器人設計與實現”，交通大學，碩士論文，民國 99 年
- [5] T. Senoo, A. Namiki, and M. Ishihawa, "Ball Control in High-Speed Batting Motion Using Hybrid Trajectory Generator" , *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, New York, pp.1762-1767, 2006.
- [6] M. Hatano, "Research on Hitting Tasks Performed by the Tennis Robot," *SICE Annual Conference*, pp.2358-2359, Taipei, Taiwan, 2010.
- [7] 賈芳，"乒乓球運動建模與機器人擊球規劃"，浙江大學，碩士論文，民國 100 年
- [8] P. M. Fuchs," Physical Model, Theoretical Aspects and Applications of the Flight of a Ball in the Atmosphere.", *Mathematical Methods in the Applied Sciences*,Vol.14,447-460,1991
- [9] Lei Sun, Jingtai Liu, Yingshi Wang, Lu Zhou, Qi Yang, Shan He , "Ball's flight trajectory prediction for table-tennis game by humanoid robot," *Robotics and Biomimetics (ROBIO), 2009 IEEE International Conference on* , vol., no.,

pp.2379-2384, 19-23 Dec. 2009

- [10] Z. Zhang, D. Xu, M. Tan, "Visual Measurement and Prediction of Ball Trajectory for Table Tennis Robot," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol.59, no.12, pp.3195-3205, 2010.
- [11] W. Yingshi, S. Lei, L. Jingtai, Y. Qi, Z. Lu, H. Shan , "A novel trajectory prediction approach for table-tennis robot based on nonlinear output feedback observer," *Robotics and Biomimetics (ROBIO), 2010 IEEE International Conference on* , vol., no., pp.1136-1141, 14-18 Dec. 2010
- [12] Nonomura J. , Nakashima, A. ,Hayakawa, Y. , "Analysis of effects of rebounds and aerodynamics for trajectory of table tennis ball," *SICE Annual Conference 2010, Proceedings of* , vol., no., pp.1567-1572, 18-21 Aug. 2010
- [13] Huang Yanlong, Xu De, Tan Min, Su Hu, "Trajectory prediction of spinning ball for ping-pong player robot," *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2011 IEEE/RSJ International Conference on* , vol., no., pp.3434-3439, 25-30 Sept. 2011
- [14] <http://www.openmp.org/wp/>
- [15] X. Chen, Y. Tian, Q. Huang, W. Zhang, Z. Yu, "Dynamic Model based Ball Trajectory Prediction for a Robot Ping-Pong Player," *International Conference on Robotics and Biomimetics*, pp.603-608, Tianjin, China, 2010.
- [16] Alan M. Nathan, "Characterizing the performance of baseball bats," *Am. J. Phys*, 71(2), pp.134-143, Feb 2003.
- [17] H. Brody, "The sweet spot of a baseball bat," *Am. J. Phys*, 54, pp.640-643, July 1986.
- [18] Douglas C. Giancoli , Physics for scientists and engineers with modern physics ,Pearson College Div,America,2008

- [19] Paul T. Boggs, Jon W. Tolle, "Sequential Quadratic Programming", Acta Numerica, 1995
- [20] CT Lawrence, AL Tits, "Nonlinear equality constraints in feasible sequential quadratic programming", Optimization Methods and Software, 1996
- [21] Craig Lawrence, Jian L. Zhou, and Andr L. Tits., "User's guide for cfsqp version 2.5: A c code for solving (large scale) constrained nonlinear (minimax) optimization problems, generating iterates satisfying all inequality constraints." , Technical report, 1997
- [22] R. Kelly, V. Santibanez, and A. Loria, "Control of Robot Manipulators in Joint Space". Advanced Textbooks in Control and Signal Processing: Springer-Verlag, London, 2005.

