

國立交通大學

電信工程研究所



碩士論文

使用 H 型諧振腔之
奇偶模雙頻帶通濾波器

Even- and Odd-Mode Dual Band Bandpass Filters

Based on H-shaped Resonator

研究生：鄭仕鈺

指導教授：張志揚 教授

中華民國 一百零一年 九月

使用 H 型諧振腔之奇偶模雙頻帶通濾波器

Even- and Odd-Mode Dual Band Bandpass Filters

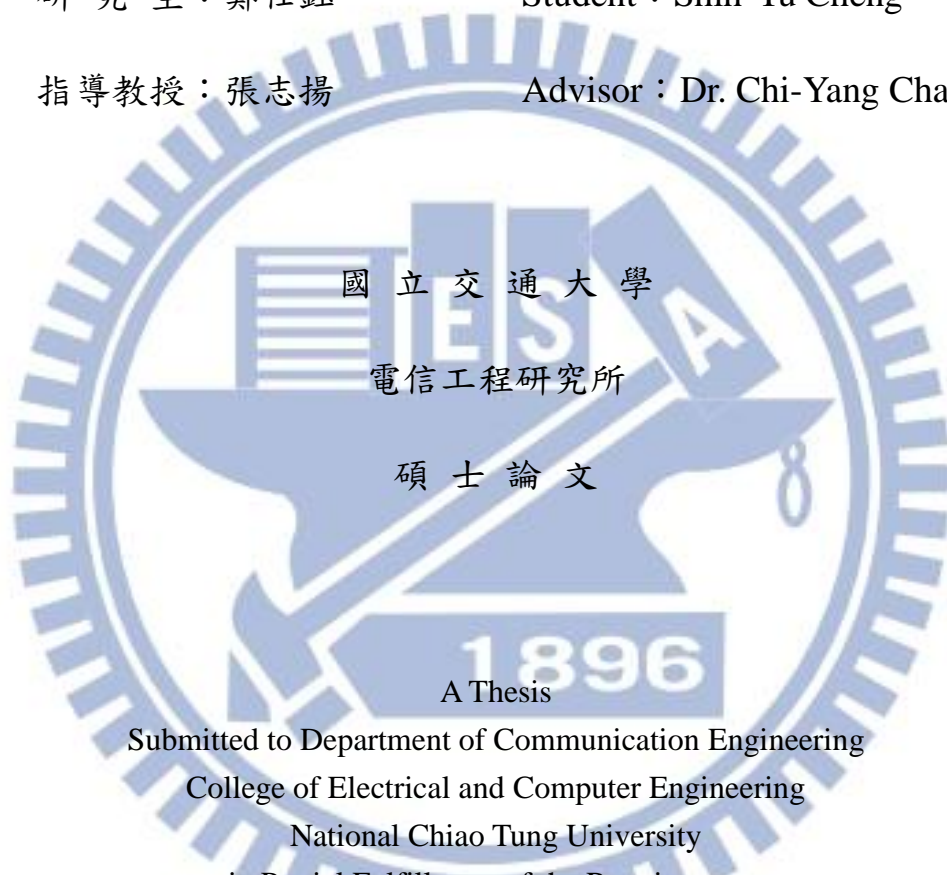
Based on H-shaped Resonator

研究生：鄭仕鈺

Student : Shih-Yu Cheng

指導教授：張志揚

Advisor : Dr. Chi-Yang Chang



國立交通大學

電信工程研究所

碩士論文

A Thesis

Submitted to Department of Communication Engineering

College of Electrical and Computer Engineering

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

in

Communication Engineering

September 2012

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國 一百零一年 九月

使用 H 型諧振腔之奇偶模雙頻帶通濾波器

研究生：鄭仕鈺

指導教授：張志揚 博士

國立交通大學電信工程研究所

摘 要

本篇論文提出一個四埠平衡式帶通濾波器之數值解析方法，藉由在輸入端激發模態的不同，產生不同中心頻的通帶，此兩模態分別為奇模以及偶模。共振腔結構為一工字型共振腔，利用偶模與奇模訊號送入時，等效電路之差異產生不同的頻帶，以達到雙頻帶的效果，此架構不僅具有尺寸較小的優勢，且兩頻帶之隔絕度高。並以耦合矩陣的合成方式為基礎，用數值解析方法得到此種架構之理想電路的數值解，此分析方法可有效提供一個設計濾波器的參考依據，並提出兩個例子證明此分析方法的正確性。使用的板材為 RO-4003，厚度 20mil、介電常數 3.58 的基板，並選擇微帶線做為電路合成方式。

Even- and Odd-Mode Dual Band Bandpass Filters Based on H-shaped Resonator

Student : Shih-Yu Cheng

Advisor : Dr. Chi-Yang Chang

Institute of Communication Engineering
National Chiao Tung University

The logo of National Chiao Tung University is a circular emblem. It features a central figure of a person holding a torch, with the letters 'E', 'S', and 'A' arranged above. The year '1909' is inscribed at the bottom. The entire emblem is surrounded by a gear-like border.

Abstract

In this thesis, a novel analytical approach for a four-port balanced bandpass filter is proposed. The proposed bandpass filter could operate at different passbands while exciting even or odd-mode signal respectively. The filter based on H-shaped resonator would be different equivalent circuit when excited with even- or odd-mode signals. The proposed filters have the advantage of compact size and good isolation between two passbands. Based on the corresponding coupling matrices, the dimensions of the filter configuration are extracted via even- and odd-mode analysis. To verify the proposed method, two filters are implemented by microstrip lines on the Rogers RO-4003 substrate with a thickness of 20 mils and a dielectric constant of 3.58.

誌 謝

時光飛逝，兩年的時間轉眼間就過去了，一路走來，感謝老師們和同學們的關照，時時刻刻鼓勵我，支持著我，讓我在學生生涯的最後一個階段有著充實而難忘的回憶。

首先要感謝的是指導教授張志揚老師。從大學時的專題到碩班的論文研究，都承蒙了老師的細心教導，老師幽默而健談的性格，認真的做事態度，對微波的熱忱和探究精神，都深深的影響了我們每一位學生，碩士生涯中，老師也時常與我們分享各種人生經驗，帶領著大家一起成長茁壯。感謝建育、梁八學長，謝謝你們總為我們解決實驗室大小事務，並且提供了寶貴的想法和建議；感謝益廷學長，有你的一路支持與教導，讓我有機會學習做研究的精神，知道努力不懈和堅持到底的重要，我也很樂於延續小螃蟹的使命；感謝昀緯學長，你的細心指導和鼓勵，讓我不厭其煩的嘗試，相信自己可以做到，謝謝你在郭博上班後可以成為我的另一位導師；感謝維欣學姊，你的一語道破和飛快的理解能力，教導我們從正確而簡單的角度思考，讓我總對妳佩服得五體投地，謝謝你等我回來後才結婚；感謝佩潔學姐，可以在口試前夕得到您的指導，我只能說我三生有幸；感謝忠傑學長，謝謝你在大學專題中對我的幫助和教導；謝謝 97 級的各位在我剛進實驗室時對我的歡迎和照顧，讓我認識到 916 是一個多麼歡樂的實驗室；感謝 98 的學長姐們，工作之餘還時常回來與大家作伴，分享許多上班的經驗與心得。感謝弘偉，謝謝你的幽默，讓實驗室裡歡笑聲不斷；感謝皓宇，謝謝你的陪伴，讓我有所成長；感謝若宜，謝謝你爽朗的笑聲和熱情的擁抱，讓我在憂鬱時分還有個地方依靠；感謝郁叡，謝謝你總是這麼可愛又害羞的被我們欺負，與我們分享女生的小秘密；感謝祥容，有你的陪伴和吵鬧，我才能撐過那一個不可思議的二上生涯，陪我一起熬夜一起胖，一起抱怨一起哭；感謝義傑，謝謝你一而再再而三的幫我出圖，教我焊接，謝謝你除了美月以外，還可以這麼照顧我們家祥容；感

謝梓淳，謝謝你如此細心，總能適時的給我打氣，一路上的幫忙和照顧我都記在心裡。最後感謝我的家人，謝謝爸爸、媽媽、哥哥、妹妹，忍受我從小任性和懶散的習慣，一路支持我走過這麼長的時光，讓我無後顧之憂的學習與成長，有你們才造就了今日的我，謝謝你們。

謝謝所有的你們在口試那天給我無比的勇氣和幫助；謝謝你們為我舉辦的小型專屬畢業典禮是我最甜蜜又丟臉的記憶。工程四館的 916 豈能少了你們任何一位，能成為這間實驗室的一員，我真的感到無比的榮幸與驕傲。



目 錄

中文摘要.....	I
英文摘要.....	II
誌 謝.....	III
目 錄.....	V
圖 目 錄.....	VI
表 目 錄.....	VIII
第一章 前言.....	1
第二章 理論.....	4
2.1 奇偶模濾波器分析.....	4
2.1.1 奇偶模訊號.....	4
2.1.2 奇偶模濾波器設計.....	6
2.1.3 工字型奇偶模濾波器.....	7
2.2 耦合矩陣.....	9
2.2.1 耦合矩陣簡介.....	9
2.2.2 耦合矩陣實例.....	10
2.3 電路設計.....	14
2.3.1 奇模電路結構.....	14
2.3.2 偶模電路結構.....	17
2.3.3 三階奇模電路結構.....	30
2.3.4 三階偶模電路結構.....	31
2.4 強耦合線段的實現.....	38
第三章 電路模擬.....	41
3.1 奇偶模濾波器二階模擬.....	41
3.1.1 奇模.....	41
3.1.2 偶模.....	42
3.2 奇偶模濾波器三階模擬.....	44
3.2.1 奇模.....	44
3.2.2 偶模.....	45
第四章 佈局與實作.....	47
4.1 二階濾波器.....	47
4.2 三階濾波器.....	49
第五章 結論.....	53
參考文獻.....	54

圖目錄

圖 1.1 平衡式系統中之多工器示意圖.....	2
圖 2.1 雙埠網路.....	4
圖 2.2 奇偶模訊號.....	5
圖 2.3 理想變壓器.....	5
圖 2.4 奇偶模濾波器.....	6
圖 2.5 傳輸線共振示意圖.....	7
圖 2.6 奇偶模濾波器架構.....	8
圖 2.7 工字型諧振腔.....	8
圖 2.8 共振結構之半電路.....	8
圖 2.9 耦合矩陣.....	10
圖 2.10 耦合矩陣之響應圖.....	10
圖 2.11 平行耦合線段.....	11
圖 2.12 理想二階濾波器電路架構.....	13
圖 2.13 理想二階濾波器之頻率響應.....	13
圖 2.14 濾波器頻率響應與耦合矩陣響應之比較.....	14
圖 2.15 奇模共振腔結構.....	15
圖 2.16 二階奇模電路結構.....	15
圖 2.17 一般帶通濾波器示意圖.....	16
圖 2.18 奇模斜率參數.....	17
圖 2.19 整體電路架構.....	18
圖 2.20 偶模電路結構.....	19
圖 2.21 阻抗反轉值及其等效電路.....	19
圖 2.22 偶模等效電路圖.....	20
圖 2.23 偶模之耦合路徑示意圖.....	20
圖 2.24 偶模斜率參數.....	20
圖 2.25 測量耦合係數電路圖.....	23
圖 2.26 解析方塊一.....	24

圖 2.27 並聯電路矩陣示意圖.....	26
圖 2.29 三階整體電路結構.....	30
圖 2.30 三階奇模電路結構.....	30
圖 2.31 三階共振腔.....	31
圖 2.32 三階偶模電路結構.....	32
圖 2.33 三階偶模共振結構.....	32
圖 2.34 測量耦合係數之三階電路圖.....	34
圖 2.35 三階解析方塊一.....	35
圖 2.36 三階待測電路方塊圖.....	37
圖 2.37 強耦合線段示意圖.....	38
圖 2.38 電路結構之有效電容示意圖.....	40
圖 3.1 二階奇模電路結構.....	42
圖 3.2 二階偶模電路結構.....	43
圖 3.3 二階奇偶模濾波器之電路模擬與耦合矩陣響應比較.....	43
圖 3.4 三階奇模電路結構.....	44
圖 3.5 三階偶模電路結構.....	45
圖 3.6 二階奇偶模濾波器之電路模擬與耦合矩陣響應比較.....	46
圖 4.1 二階濾波器之佈局.....	47
圖 4.2 二階奇偶模濾波器之電磁模擬與實作量測.....	48
圖 4.3 二階濾波器實作電路.....	49
圖 4.4 三階濾波器之佈局.....	50
圖 4.5 三階奇偶模濾波器之電磁模擬與實作量測.....	51
圖 4.6 三階濾波器實作電路.....	51

表目錄

表 2.1 耦合矩陣實例之各段耦合線段之參數.....	13
表 2.2 解析步驟.....	24
表 2.3 並聯電路矩陣及其電壓電流關係.....	26
表 2.4 三階電路之解析步驟.....	34
表 2.5 三階並聯電路矩陣及其電壓電流關係.....	36
表 3.1 共振結構之參數值.....	42
表 3.2 二階奇模電路結構之參數.....	42
表 3.3 二階偶模電路結構之參數.....	43
表 3.4 二階奇偶模濾波器之響應參數.....	43
表 3.5 三階奇模電路結構之參數.....	45
表 3.6 三階偶模電路結構之參數.....	45
表 3.7 三階奇偶模濾波器之響應參數.....	46
表 4.1 二階濾波器各線段長度及寬度參數值.....	47
表 4.2 二階濾波器各區塊訊號走線及地線參數值.....	48
表 4.3 二階濾波器電磁模擬與實際量測之參數比較.....	49
表 4.4 三階濾波器各線段長度及寬度參數值.....	50
表 4.5 三階濾波器各區塊訊號走線及地線參數值.....	50
表 4.6 三階濾波器電磁模擬與實際量測之參數比較.....	51

第一章 前言

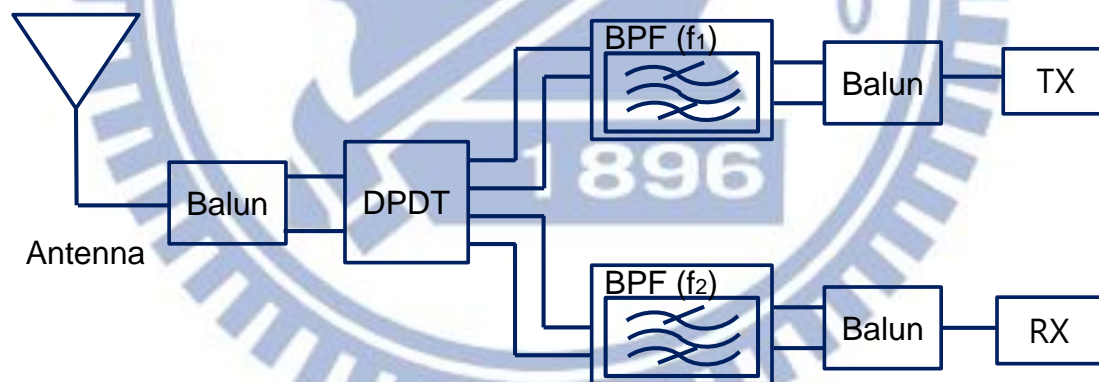
隨著無線通訊的快速發展，各種通訊系統中的基本元件，如放大器、天線和濾波器等，不僅規格與響應要達到基本要求，在製作上都朝著小面積和低成本的方向在進步，尺寸上的優勢以及容易製做的優點逐漸變成另一個微波元件的基本素求。

在當今無線通訊系統以及行動通訊系統中，濾波器亦扮演著舉足輕重的角色，尤以平面式濾波器最為重要，應用層面廣泛。因為其較易製作，同時具有尺寸小而低成本的特性，而平行耦合線或是其交錯耦合的極佳響應，更時常被應用於平面式濾波器當中[1][2]。設計濾波器時，首先需決定出共振腔結構，因其為濾波器的一個基本元素，為了縮小濾波器尺寸，已有許多形式之共振腔結構被改良和應用，如髮夾式濾波器[3]、摺疊式濾波器[4]，而近期內被廣泛運用的則是步階阻抗型式的共振腔[5]，因其不僅縮小了濾波器尺寸，更具有將倍頻推遠的特性。

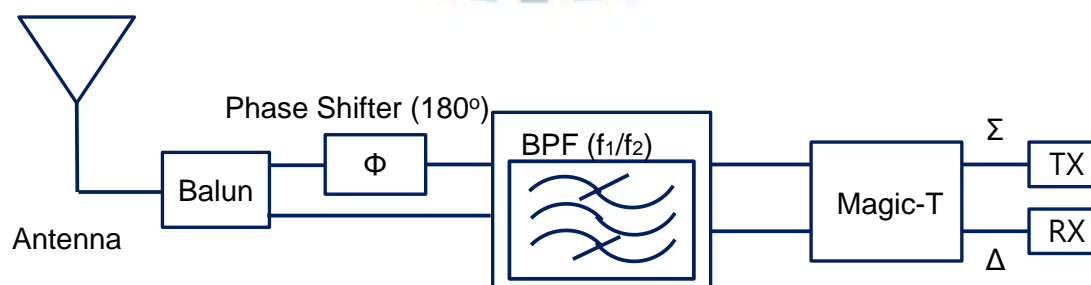
在多頻帶濾波器系統中，頻率多工器(frequency multiplexer)是另一個必要的元件，它必須具有高隔絕度、小尺寸以及輕巧的特性。在分頻雙工(frequency division duplexing, FDD)收發系統中，又可以再分成全時雙工收發系統(full-duplex T/R system)、與半時雙工收發系統(half-duplex T/R system)。在傳統單端式(single-ended)系統中，前者需要一個頻率雙工器(diplexer or duplexer)連結在傳輸端、發送端與天線之間以產生頻率分離效應，為一個三端的濾波元件。後者則是一個單刀雙擲(single-pole double-through, SPDT)開關搭配兩個濾波器構成一個三端元件連結在傳輸端、發送端與天線之間。縮小其尺寸是一個重要課題，雖然已有許多濾波器在設計上改變其合成方式為縮小元件尺寸，但這些三端的雙工器都需要兩個濾波器元件組成[6]。而平衡式元件近年有增加的趨勢，例如，平面式天線常需要一個平衡式的饋入電路，在半時多工收發系統中，如果配合天線的平衡式饋入，改成兩個平衡到單端轉換濾波器(balun filter)，則需外加一個雙刀雙擲

(double-pole double-through, DPDT)開關如圖 1.1 (a)所示。此架構除體積大以外，其雙刀雙擲開關也非常難以製作。另外，傳統的雙頻濾波器一般由兩個共振腔組合而成，分別共振在不同的頻段[7]，而後隨著雙模(dual mode or two mode)雙頻濾波器的發展，現在可使不同的模態共振在同一個共振腔，如 E 型共振腔等[8]，其可減少一半的共振腔數目，有效降低元件尺寸[9]。

有鑑於平衡式濾波器在無線通訊系統中日漸重要，設計一個結合頻率雙工器與雙刀雙擲開關特性的元件為一個新的發想，此篇論文提出一個不同於以往的四埠平衡式帶通濾波器，其藉由在輸入端激發模態的不同，產生不同中心頻的通帶，此兩模態分別為奇模以及偶模，故我們只需在天線接收端加上一被動元件，如 180 度的移相器(phase shifter)，和魔術-T 混成器(magic-T hybrid)，如圖 1.1(b)，不僅不需難做的雙刀雙擲開關，並且同時減少一半的濾波器面積，可以有效減少元件尺寸 [10]。



(a) 基本架構



(b) 改良式架構

圖 1.1 平衡式系統中之多工器示意圖

此篇論文提供一工字型共振腔，利用偶模與奇模訊號送入時，等效電路之差異產生不同的諧振頻率，達到雙頻帶的效果。並以耦合矩陣的合成方式為基礎[11]，用數值解析方法得到此種架構之理想電路的數值解，其中，奇模部分結構首先被分析以及決定，而偶模部分結構則被用來調整另一頻帶之響應。此分析方法可有效提供一個設計濾波器的參考依據，最後提出兩個例子證明此分析方法的正確性。

在[10]所提出的電路架構中，二階濾波器在低頻段(~2GHz)之穿透損耗過高，且兩頻帶的隔絕度不夠，而三階濾波器則是具有尺寸過大的疑慮，約達到 4 公分 x 14 公分的大小。本論文之結構可有效的改善這些缺點，因雙耦合路徑產生的零點，使得兩個頻帶的隔絕度都有達到-30dB，並且在尺寸上減少了 50%的面積。

本篇論文將在第二章詳述設計此濾波器的基本理論和設計流程，包含奇偶模訊號的簡介、耦合矩陣應用、以及強耦合線的實現[12]；第三章則利用第二章介紹之設計方法，求出理論的電路之各項參數，並且利用 ADS 電路模擬軟體進行驗證；第四章則是將此電路架構實際用電磁模擬軟體校正，並且實作出來；最後的第五章為本篇論文之結論。

第二章 理論

2.1 奇偶模濾波器分析

此篇論文將利用奇偶模輸入訊號的特性不同，在不同的中心頻上各產生一個濾波器通帶，以下將介紹奇偶模訊號以及奇偶模濾波器的設計及其特性。

2.1.1 奇偶模訊號

在分析訊號時，一般會對訊號做進階的處理，方法眾多，其中一個常用的訊號處理方式，即為奇偶模訊號分析。

在一個混模(mix mode)式雙埠輸入和輸出的系統中，如圖 2.1，我們可以在輸入端輸入一對訊號，這一對訊號若其兩者相位差為一百八十度，稱為奇模(或差模)訊號輸入如圖 2.2 (a)，若兩者相位相同，也就是相位差為零時，則稱為偶模(或共模)訊號輸入，如圖 2.2 (b)。當對奇偶模訊號做分析時，因為電路的對稱特性，可對電路做簡化，以利電路結構的解析。

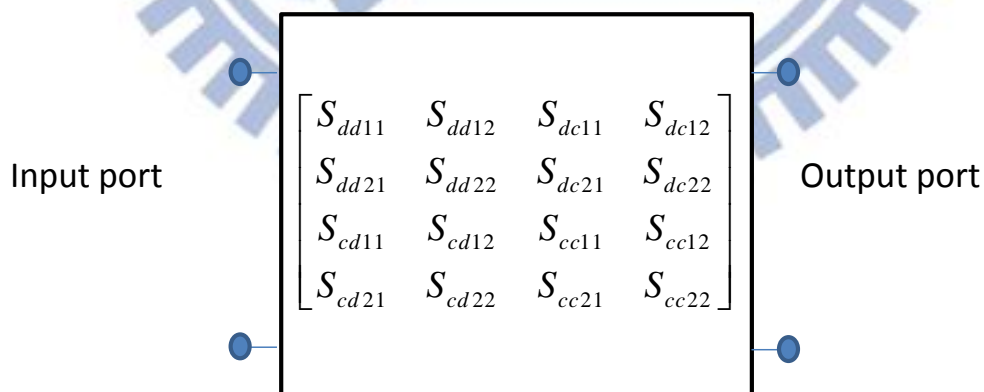


圖 2.1 雙埠網路

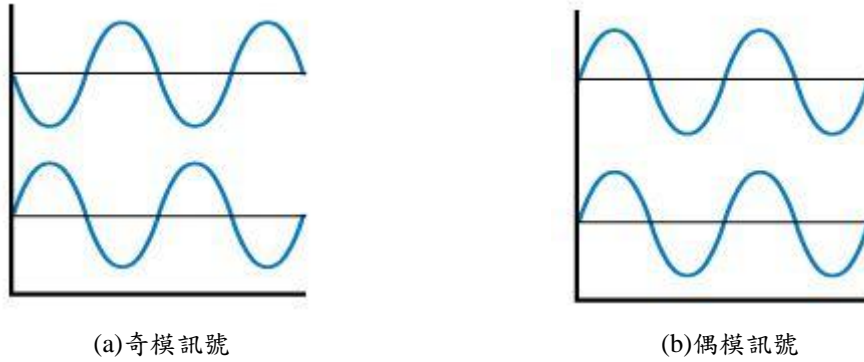


圖 2.2 奇偶模訊號

而當我們在電路模擬軟體中(例如：ADS)要輸入一對奇模訊號以及偶模訊號以茲電路設計的時候，可以用一個理想的變壓器(magic-T)做常態模訊號以及奇偶模訊號之間的轉換，此變壓器具有 1:0.5:0.5 之圈數比，代表其輸出之兩埠(port1 和 port2)的訊號大小相同，如圖 2.3 所示。當埠三輸入時，會在埠一和埠二兩端產生一對大小相同而相位差一百八十度的兩訊號，故稱埠三為奇模埠；另一方面，當埠四輸入時，則會在埠一和埠二產生一對大小相同且相位相同的兩訊號，即為偶模訊號，可稱其為偶模埠。其中，在圖中的圓點代表電流流入之方向，故奇模埠阻抗為埠一埠二阻抗之串聯，而偶模埠組抗為埠一埠二阻抗之並聯。

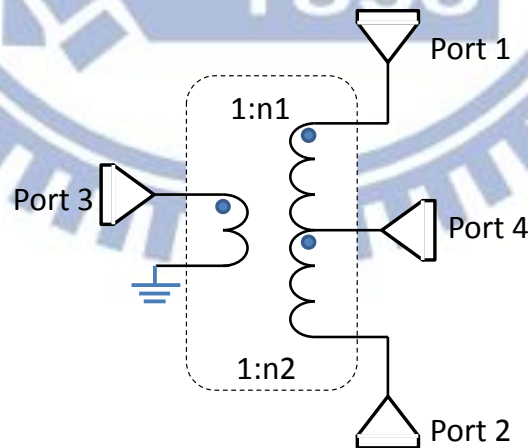


圖 2.3 理想變壓器

2.1.2 奇偶模濾波器設計

為設計雙模雙頻帶濾波器，利用奇偶模訊號在電路中行進時相位的不同，導致訊號對於同一個共振腔的共振條件以及共振頻率不同，進而實現出雙頻帶之濾波器。和一般雙頻帶濾波器不同的是，此濾波器之兩頻帶並不是同時存在的，而是對於不同訊號的輸入，在不同的頻帶做濾波。舉例來說，當奇模訊號輸入時，濾波器之中心頻為 f_{odd} ，而當偶模訊號輸入時，濾波器之中心頻則為 f_{even} ，如圖 2.4 所示，此時(偶模訊號輸入時)奇模頻帶不存在，在(b)圖中以虛線表示。

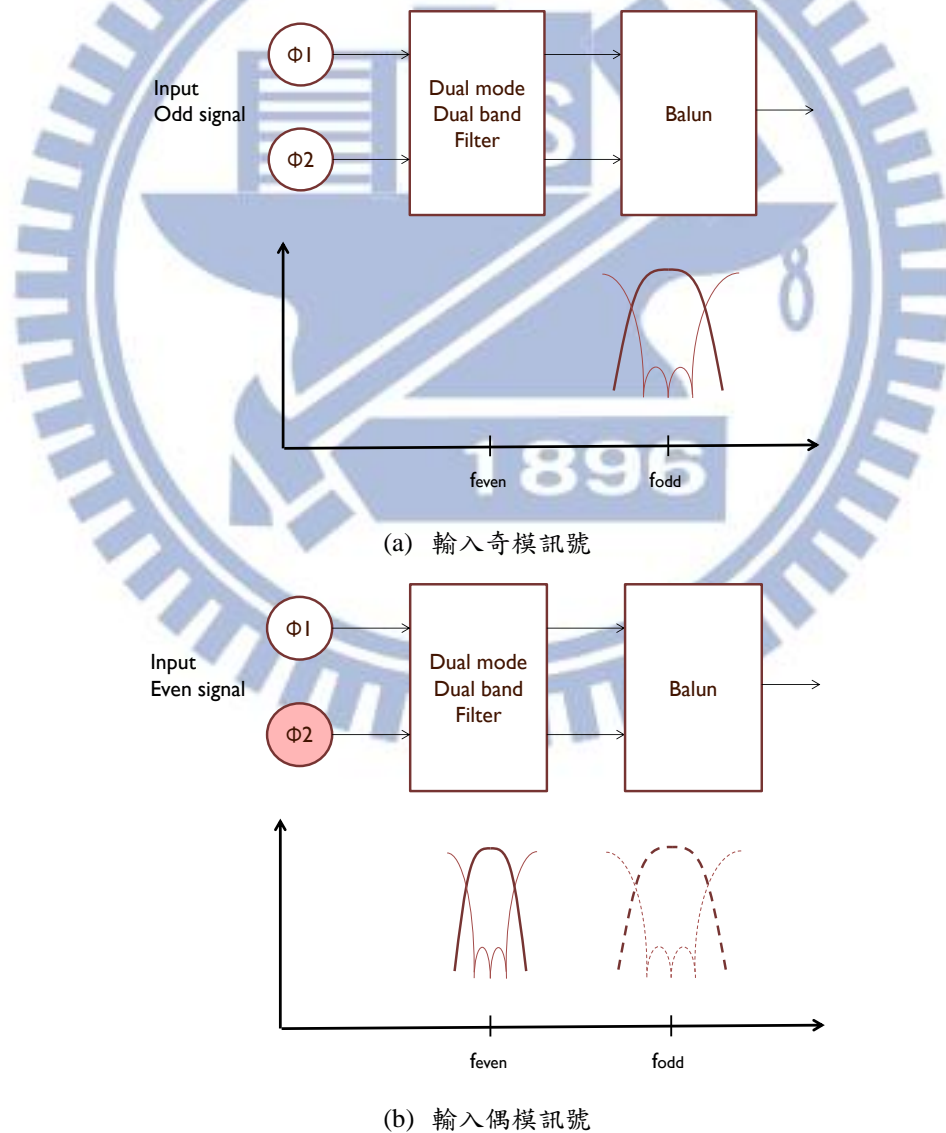


圖 2.4 奇偶模濾波器

2.1.3 工字型奇偶模濾波器

在設計濾波器時，首先須決定其共振頻率，如圖 2.5 所示，此開路傳輸線段在頻率為 f_0 時長度為二分之波長，符合共振條件如式(2-1)，則定義 f_0 為其共振頻率。

$$Y_{in} = jY_0 \tan(n\theta) = jY_0 \tan(\beta l) = 0 @ f_0 \quad n=1,2,\dots \quad (2-1)$$

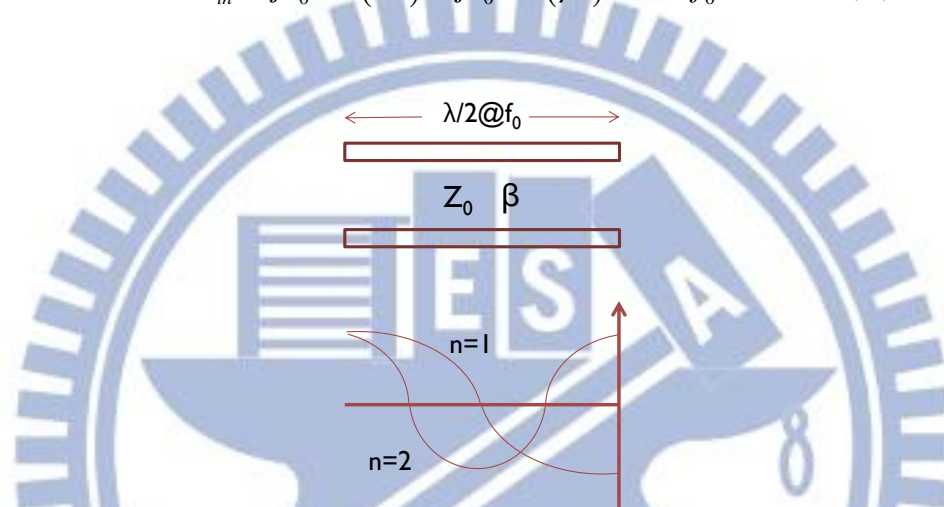


圖 2.5 傳輸線共振示意圖

本篇論文選擇以工字型諧振腔做為單位諧振器如圖 2.7，並以耦合線饋入的方式將奇偶模訊號送入諧振腔，如圖 2.6。觀察此電路可發現，電路為對稱之結構。對於一個含有對稱結構之電路，分析時可以將電路由對稱面做切割，分析對應之半電路即可，以降低電路之複雜度，其半電路之頻率響應等同於全電路之響應。

另一方面，當奇模訊號由互相對稱的兩埠送入圖 2.6 的濾波器結構中時，因為訊號之相角差距為 180° ，在對稱面上形成虛接地，共振腔如同一個工字，故稱此共振腔為工字型諧振腔。

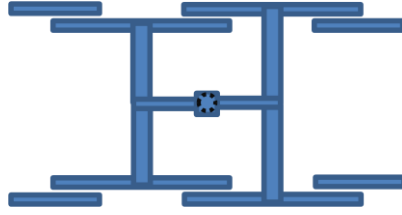


圖 2.6 奇偶模濾波器架構



圖 2.7 工字型諧振腔

當奇模訊號送入此電路架構時，兩訊號相差一百八十度的結果使得電路在對稱面上形成短路，如同於虛接地，此時可將共振電路化簡如圖 2.8 (a)，如字母 T。另一方面，當偶模訊號送入此電路架構時，因為兩訊號互為同相訊號，在對稱面上如同開路，等效之半電路如圖 2.8 (b)，比較兩圖之半電路架構可發現，當偶模訊號送入，電路對稱面為開路時之等效電路中，T 型共振腔之中間線段長度較長，也就是等效電氣長度較長，意味著達到共振所需頻率較低，所以偶模共振頻率將低於奇模共振頻率，注意此時之共振條件之等效電氣長度為四分之一波長，因共振腔之一端為開路，而另一端為短路。



圖 2.8 共振結構之半電路

2.2 耦合矩陣

用矩陣模擬一個電路系統是非常有用且方便的，我們可同時運用矩陣的運算做基本的電路分析，如反矩陣等，利用這些基本數學運算，可以簡化電路的合成以及推估電路響應。我們將耦合矩陣中的各元素分別對微波電路之各元件參數做對應，使得我們可以計算出各元件參數對電路之貢獻和影響，以及其反應程度，例如主耦合路徑與交錯耦合路徑之差別，這些特性都是難以在濾波器的轉換函數中模擬出來的。此篇論文將利用耦合矩陣內之元素，配合所對應之參數去設計一符合規格要求的濾波器。

2.2.1 耦合矩陣簡介

對於一給定規格之濾波器特性參數而言，可由此參數的設定，定義出一組符合規定之矩陣，因其矩陣內之每一單位元素，代表共振腔之間的相對耦合量，故稱此矩陣為耦合矩陣，如圖 2.9。在圖中的 S 表訊源，數字 1、2、3 分別表示不同的共振腔，(S)和(1)之間連接的直線代表訊源端和第一共振腔之間具有耦合量，而矩陣的[2,1]位置之值即代表其相對耦合量之數值。其中，矩陣元素[2,1]等於[1,2]，為一個對稱之矩陣。在此並不詳細討論耦合矩陣是如何得到的。



(a) 耦合路徑

	S	1	2	3	L
S	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	0
2	0	1	0	1	0
3	0	0	1	0	1
L	0	0	0	1	0

(b) 耦合矩陣

圖 2.9 耦合矩陣

2.2.2 耦合矩陣實例

在此我們將利用簡單的平行耦合線配合耦合矩陣作一簡易濾波器的設計。

首先，給定如下規格：

- 反射損耗為 -20 dB
- 濾波器階數為 2
- 傳輸零點位置為 ∞

可得到一對應之耦合矩陣如式(2-2)

$$\begin{bmatrix} 0 & 1.2247 & 0 & 0 \\ 1.2247 & 0 & 1.6583 & 0 \\ 0 & 1.6583 & 0 & 1.2247 \\ 0 & 0 & 1.2247 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

由耦合矩陣畫出對應的響應如圖 2.10。

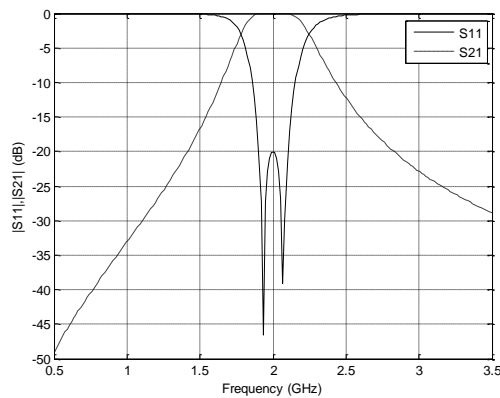


圖 2.10 耦合矩陣之響應圖

當我們選擇以平行耦合線實現此二階濾波器，也就是將一線段當成一共振腔，並利用線段之間的耦合來傳遞能量，此時可利用等效的導納反轉值(J)算出偶模以及奇模阻抗(Z_{oe}, Z_{oo})，因為平行耦合線在中心頻時之等效電路如圖 2.11，由式(2-3)

可計算出所需的導納反轉值，下標 S 表訊源端，1 表第一個共振腔，此 J 值即代表訊源和第一個共振腔之間的耦合量；其中 M 即為耦合矩陣內之元素，稱為耦合參數， Δ 為比例頻寬，b 為斜率參數，其中，平行耦合線的 b 值如式(2-4)；G 則是訊源(負載)導納值，對於一個 50Ω 系統的網路而言，此值為 0.02，n 為濾波器階數。

$$J_{S,1} = M_{S,1} \cdot \sqrt{\Delta b_1 G_A}$$

$$J_{j,j+1} = M_{j,j+1} \Delta \sqrt{b_j b_{j+1}} \quad j=1; \dots; n-1 \quad (2-3)$$

$$J_{n,L} = M_{n,L} \cdot \sqrt{\Delta b_n G_B}$$

$$b_j = \frac{\pi}{2Z_0} \quad (2-4)$$

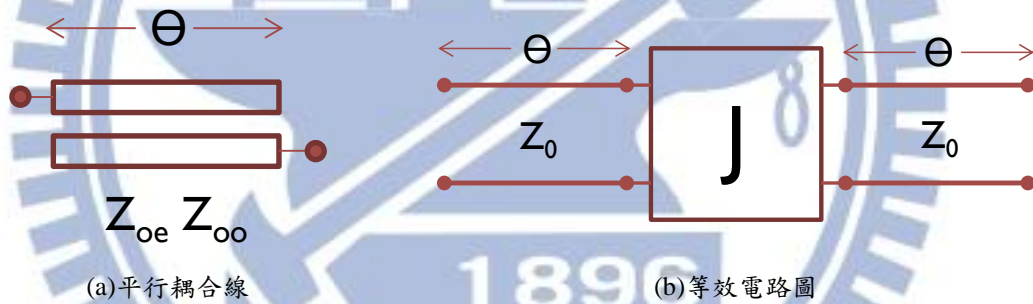


圖 2.11 平行耦合線段

而後利用式(2-5) (2-6)得到每段耦合線段之偶阻抗和奇阻抗，其中 θ 代表耦合線段的電氣長度。如圖 2.12 所示此長度的設計須使得此共振腔(阻抗 Z_0 長度 2θ)達到共振條件，因從訊源至第一腔的導納反轉值(J_{S1})和第一腔至第二腔導納反轉值(J_{12})之間的線段的輸入阻抗值為 $Z_0/(j \tan 2\theta)$ ，而共振條件須使得輸入導納為零，我們知道 $\tan 2\theta|_{2\theta=180^\circ} = 0$ ，故此時角度總長為 180 度，而因耦合線段長度為此總長之一半，故每段耦合線段之電氣長度為 90 度，其中，濾波器之中心頻可自行選定，此例中將中心頻定為 2GHz。

$$\frac{Z_{oe}}{Z_0} = \frac{1 + (JZ_0) \csc \theta + (JZ_0)^2}{1 - (JZ_0)^2 \cot^2 \theta} \quad (2-5)$$

$$\frac{Z_{oo}}{Z_0} = \frac{1 - (JZ_0) \csc \theta + (JZ_0)^2}{1 - (JZ_0)^2 \cot^2 \theta} \quad (2-6)$$

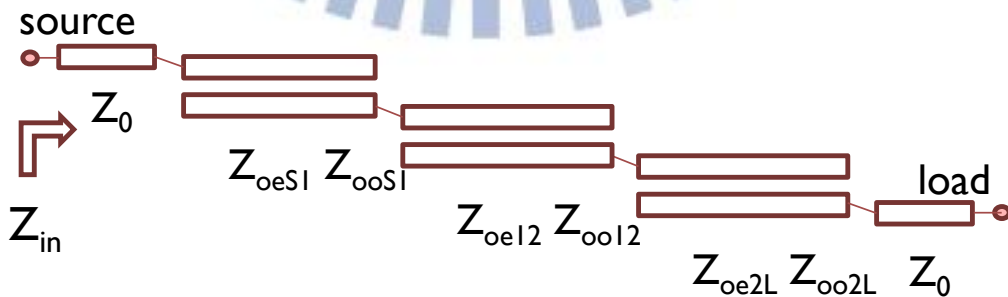
在電路模擬軟體畫出理想電路如圖 2.12，各線段長度如表 2.1，響應如圖 2.13，並和耦合矩陣之模擬比較如圖 2.14。其中耦合矩陣的模擬參數 S_{11} 以及 S_{21} 是由式(2-7) (2-8)得到， Ω 為低通轉高通之轉換參數， f_0 為濾波器中心頻， Δf 為比例頻寬， $[U_0]$ 類似一個 $(N+2)(N+2)$ 的單位矩陣，但其第一個元素以及最後一個元素為零，也就是 $[U_0]_{1,1}=[U_0]_{N+2,N+2}=0$ ，而 $[M]$ 即耦合矩陣， $[R]$ 為一 $(N+2)(N+2)$ 的類零矩陣，只有第一個元素以及最後一個元素為一，其餘為零，也就是 $[R]_{1,1}=[R]_{N+2,N+2}=1$ 。

$$S_{11} = 1 + 2j[A^{-1}]_{11} \quad (2-7)$$

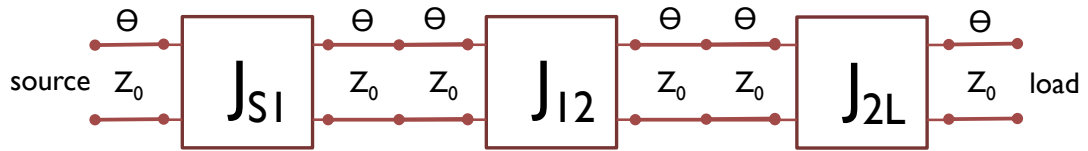
$$S_{21} = -2j[A^{-1}]_{N+2,1} \quad (2-8)$$

$$A = \Omega[U_0] \begin{bmatrix} M \\ -j \end{bmatrix} \quad (2-9)$$

$$\Omega = (f_0 / \Delta f)(f / f_0 - f_0 / f) \quad (2-10)$$



(a) 理想電路架構



(b) 等效電路圖

圖 2.12 理想二階濾波器電路架構

表 2.1 耦合矩陣實例之各段耦合線段之參數

$f_0 = 2\text{GHz}$			
	M_{S1}	M_{I12}	M_{2L}
J	0.0097	0.0052	0.0097
$Z_{oe} (\Omega)$	86.0495	66.4169	86.0495
$Z_{oo} (\Omega)$	37.5107	40.3684	37.5107
$\theta (^{\circ})$	90	90	90

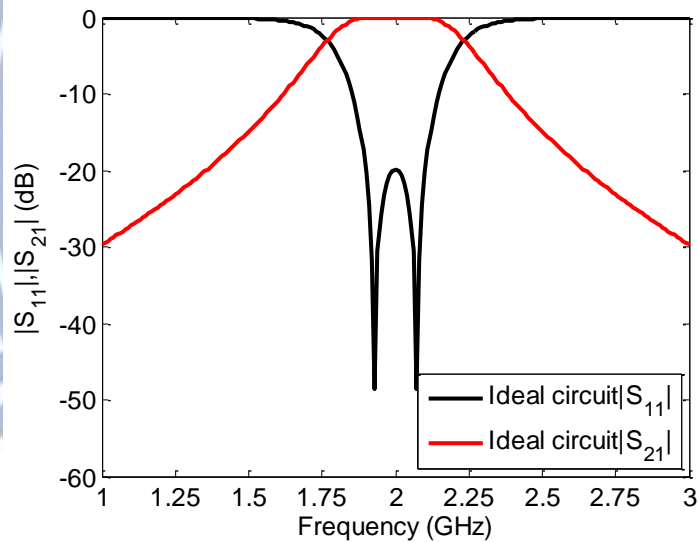


圖 2.13 理想二階濾波器之頻率響應

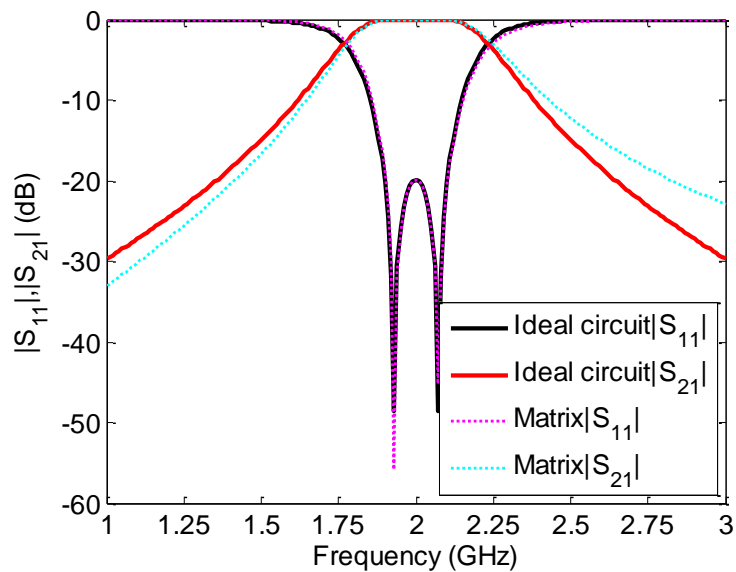


圖 2.14 濾波器頻率響應與耦合矩陣響應之比較

由比較圖可以看到兩者響應在操作頻帶內的部分完全重疊。從而驗證了此設計方式的正確性。

2.3 電路設計

此篇論文將設計出一個奇偶模雙頻帶濾波器，如前所述，此濾波器之兩頻帶並不同時出現，中心頻也可以自行選定，故我們將兩頻帶分開設計。首先設計的是奇模電路結構，因為奇模訊號輸入時對稱面虛接地，較偶模訊號輸入時少看到了中間部分電路，如此可簡化電路複雜度，待奇模部分結構設計完成後，再利用偶模所看到之半電路設計其餘電路，也就是電路對稱面上的殘段以及電感，其可用於控制偶模之頻率響應。

2.3.1 奇模電路結構

如前所述，當奇模訊號送入工字型諧振腔時，於電路之對稱面看到一虛接地面，故可將電路簡化為 T 型，分別令其各段電氣長度為 θ_1, θ_2 ，而對應之阻抗值為 Z_1, Z_2 ，如圖 2.15 所示。並畫出二階奇模電路結構如圖 2.16，以及等效電路圖。

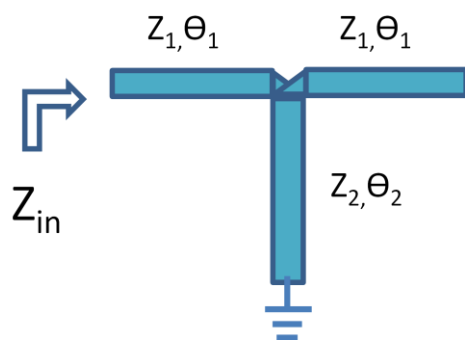


圖 2.15 奇模共振腔結構

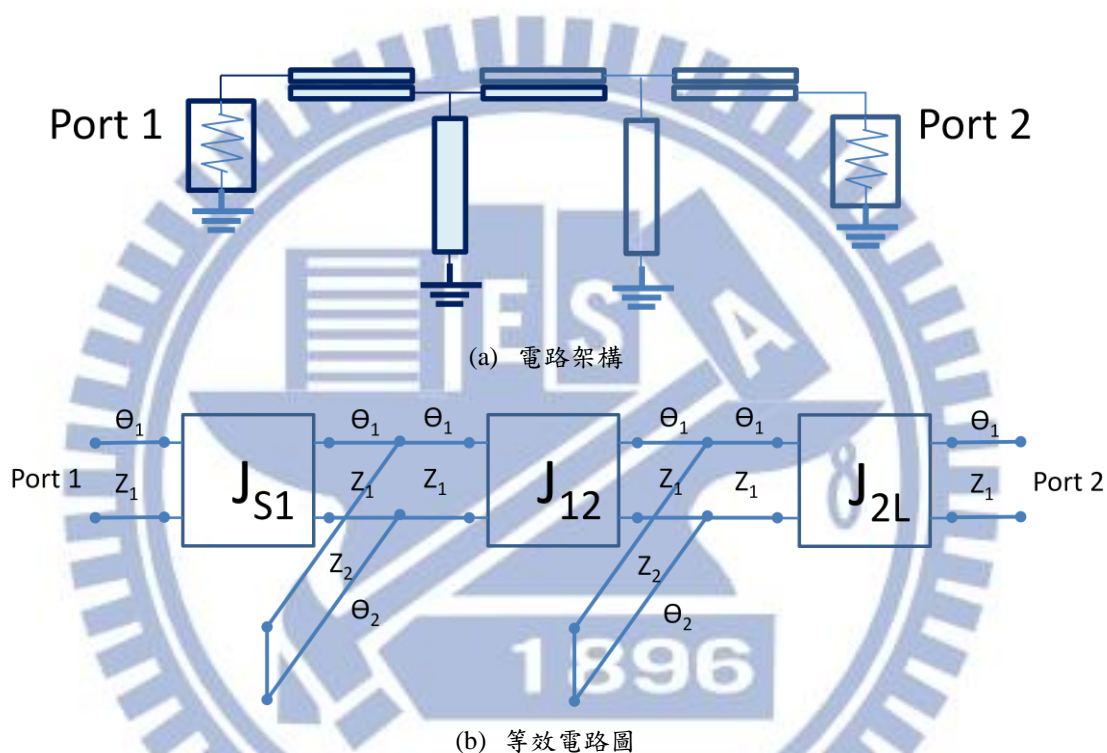


圖 2.16 二階奇模電路結構

為符合共振腔之共振條件，須先計算出此共振腔由訊號輸入端看入之阻抗值，如式(2-11)，也就是圖 2.15 中的 Z_{in} ，令其輸入導納值為零以符合共振條件，如式(2-12)，此時只要訂出 Z_1 , Z_2 的比例關係如式(2-13)，以及角度如式(2-14)的比值，並給定其中一值，例如 $Z_1=50\Omega$ ，即可算出符合共振條件之 Z_1 , Z_2 和 θ_1, θ_2 。

$$Z_{in} = j \frac{Z_1^2 (-\tan \theta_1) + Z_1 \cdot Z_2 (\tan^2 \theta_1 \cdot \tan \theta_2 - \tan \theta_2)}{2Z_2 \tan \theta_1 \cdot \tan \theta_2 - Z_1} \quad (2-11)$$

$$Y_{in} = j \frac{2Z_2 \tan \theta_1 \cdot \tan \frac{\theta_2}{2} Z_1}{Z_1^2 \tan \theta_1 + Z_1 Z_2 \cdot \tan \theta_2 (2 - \tan^2 \theta_1)} = 0 \quad (2-12)$$

$$\frac{Z_2}{Z_1} = R \quad (2-13)$$

$$\frac{\theta_2}{\theta_1 + \theta_2} = X \quad (2-14)$$

因為我們要以平行耦合線段傳送訊號，故須計算出所需要的耦合量，選擇利用斜率參數和前面介紹之耦合矩陣與耦合線之關係，如式(2-3)，其中，斜率參數的一般定義為式(2-15)， ω 為角頻率， ω_0 為中心角頻率， B 即為輸入導納之虛部部分，如式(2-16)。一般將含有共振腔以及導納反轉值之帶通濾波器表示如圖 2.17。

$$b = \frac{\omega}{2} \cdot \frac{dB}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0} \quad (2-15)$$

$$Y_{in} = G + jB \quad (2-16)$$

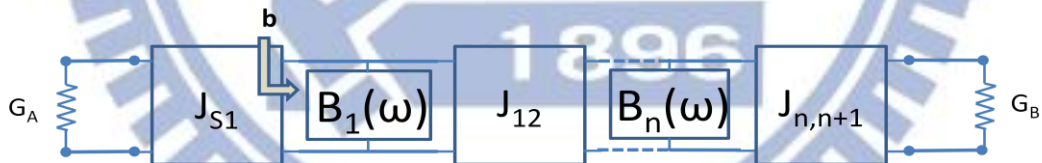


圖 2.17 一般帶通濾波器示意圖

若將輸入導納整理如式(2-17)，分子與分母分開表示為 f 和 g ，令 f 為 0 即可符合共振條件；另一方面，在計算斜率參數值時僅需計算分子之微分，再除以兩倍的分母即可。

$$Y_{in} = jB = j \frac{f}{g} \quad (2-17)$$

$$b = \frac{\omega}{2} \cdot \frac{dB}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{2} \cdot \frac{f'}{g} \quad (2-18)$$

故我們可將共振腔電路之輸入導納整理如式(2-19)，且共振條件如式(2-20)，並進一步求得斜率參數如式(2-21)，也就是圖 2.18 中的 b^{odd} 。

$$Y_{in}^{\text{odd}} = j \frac{2Z_2 \tan \theta_1 \cdot \tan \theta_2 - Z_1}{Z_1^2 \tan \theta_1 + Z_1 Z_2 \cdot \tan \theta_2 (1 - \tan^2 \theta_1)} = jB = j \frac{f}{g} \quad (2-19)$$

$$f = 2 Z_2 \tan \theta_1 \cdot \tan \theta_2 - Z_1 \quad (2-20)$$

$$b^{\text{odd}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{f'}{g} = \frac{2Z_2 (\tan \theta_1 \cdot \theta_2 \cdot \sec^2 \theta_2 + \tan \theta_2 \cdot \theta_1 \cdot \sec^2 \theta_1)}{Z_1^2 \tan \theta_1 + Z_1 Z_2 \cdot \tan \theta_2 (1 - \tan^2 \theta_1)} \quad (2-21)$$

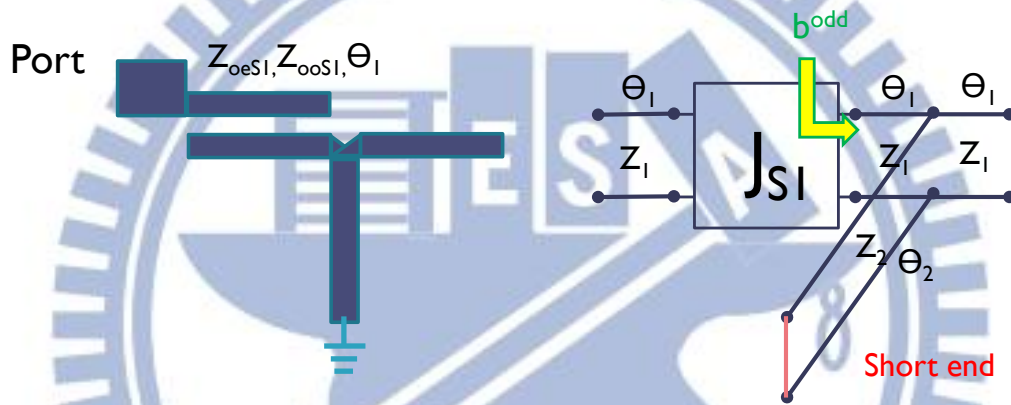


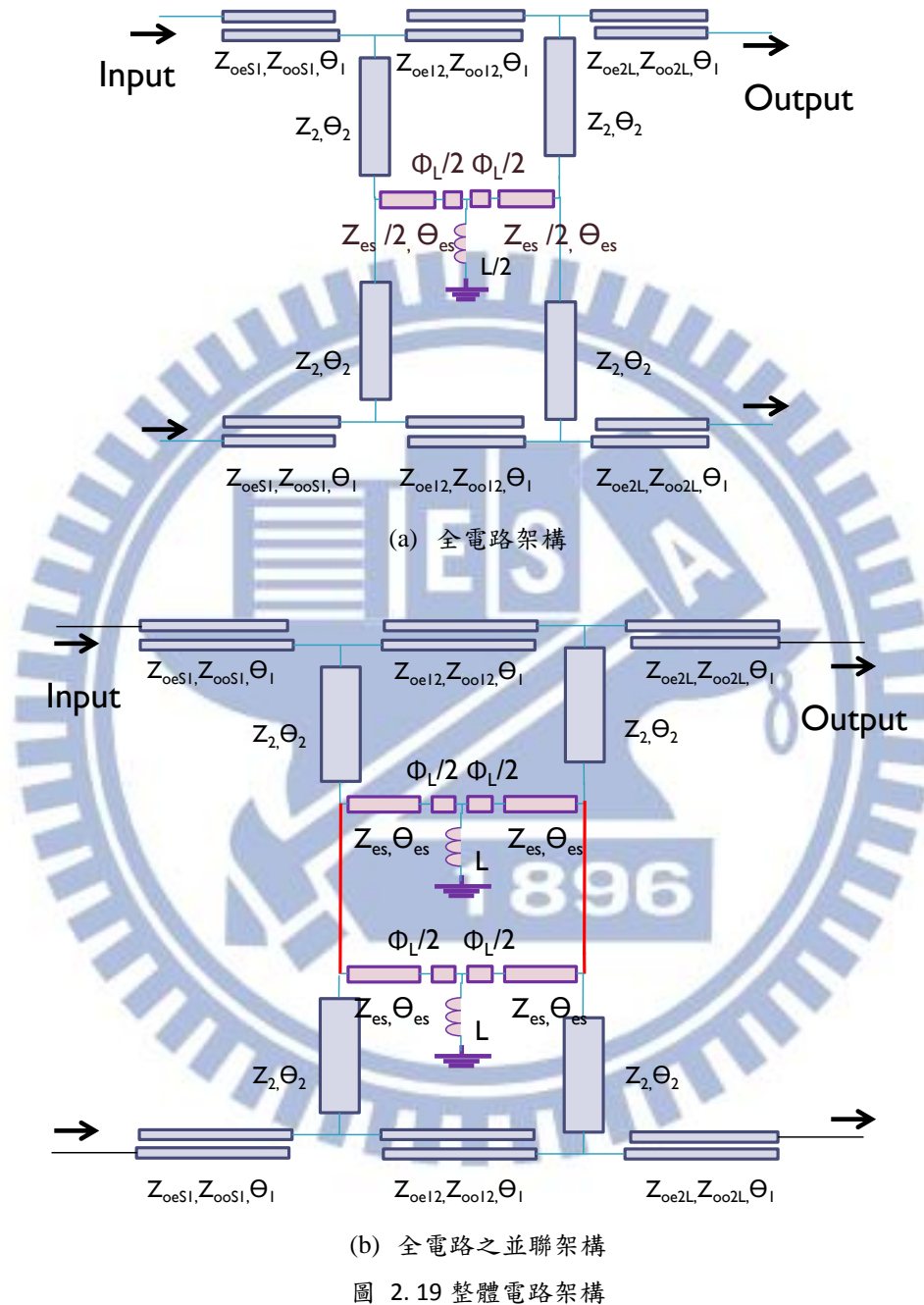
圖 2.18 奇模斜率參數

此時可將此斜率參數、耦合係數，並給定比例頻寬以及訊源導納，帶入式(2-3)和式(2-5) (2-6)，即得到各段耦合線段之奇模阻抗和偶模阻抗值，以及其對應之長度也在共振條件中已確定。在此將訊源至第一腔之耦合線稱為耦合線段一，第一腔至第二腔稱為耦合線段二，而耦合線段一、二之間的殘段則稱為線段二。

2.3.2 偶模電路結構

當設計完奇模結構後，即可接著設計偶模的結構，此時先將電路還原成全電路，如圖 2.19 (a)，在(b)圖中將電路分為上下兩部分電路之並聯，顯示出當偶模訊號送入而中間對稱面為等效開路時，此兩塊相同的電路可簡化成一塊半電路進

行解析。而在全電路當中，耦合線段一和耦合線段二已經確定，同樣的，線段二也確定，此時只剩下偶模的中間部分電路尚未設計。



整理偶模電路結構之半電路如圖 2.20，注意中間殘段之阻抗以及電感值為全電路的二倍，圖中有一部分的線段在設計奇模時已經固定，尚未決定長度以及阻抗值的部分為當偶模訊號輸入時才看的到的線段(Z_{es}, θ_{es})以及電感 (L)。

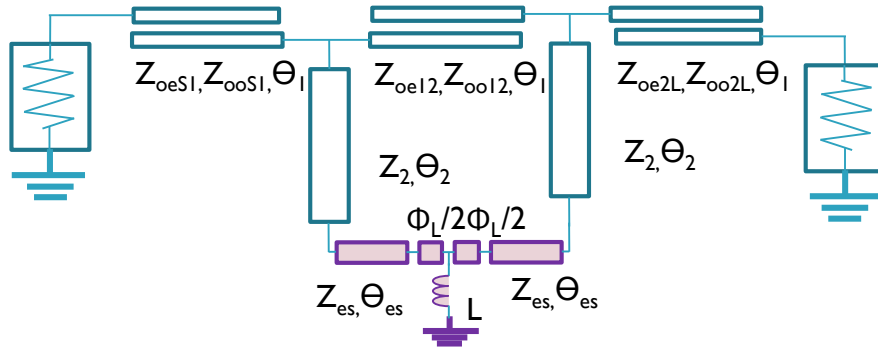


圖 2.20 偶模電路結構

我們知道一個阻抗反轉值(K-inverter)如圖 2.21，其等效電路為一個電感在兩旁串接一段長度為 $\phi/2$ 的傳輸線，其關係式則如式(2-22) (2-23)。

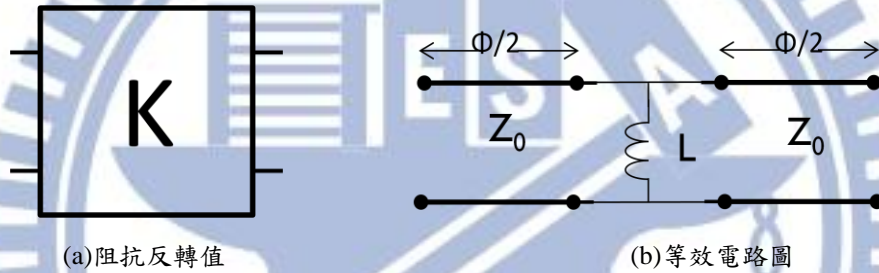


圖 2.21 阻抗反轉值及其等效電路

$$\frac{X_L}{Z_0} = \frac{\frac{K}{Z_0}}{1 - \left(\frac{K}{Z_0}\right)^2} \quad (2-22)$$

$$\phi = -\tan^{-1}\left(\frac{2X_L}{Z_0}\right) \quad (2-23)$$

觀察圖 2.20 的電感和其旁邊的兩線段，若由電感兩旁之線段取一部分負長度的補償線段，等效為一個阻抗反轉值 (K)，我們可將電路結構化簡成如圖 2.22 的等效電路，此時可運用和前面分析斜率參數的方式計算出訊源到第一級的耦合量。注意此電路架構是在偶模輸入時，多增加一條耦合路線，以在第一腔和第二腔之間達到足夠的耦合量，如圖 2.23 所示，虛線部分即代表阻抗反轉值路徑之

耦合。

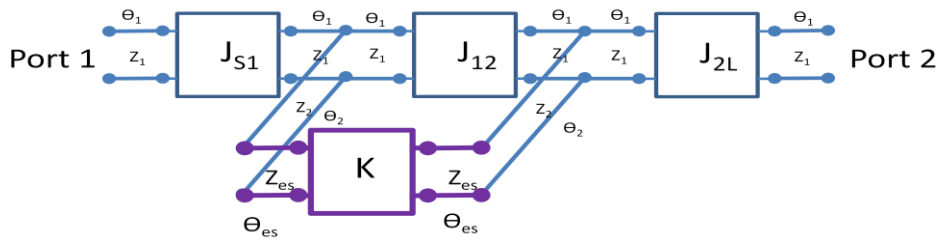


圖 2.22 偶模等效電路圖



圖 2.23 偶模之耦合路徑示意圖

同樣的我們要計算出偶模結構的輸入阻抗，進而求得其偶模斜率參數 (b^{even})，其中要注意的是，當在計算輸入阻抗的時候，無須計算到導納反轉值(J)和阻抗反轉值(K)，且導納反轉值(J)端視為開路，而阻抗反轉值(K)端視為短路，如圖 2.24 中所示的 b^{even} ，輸入阻抗整理如式(2-24)。

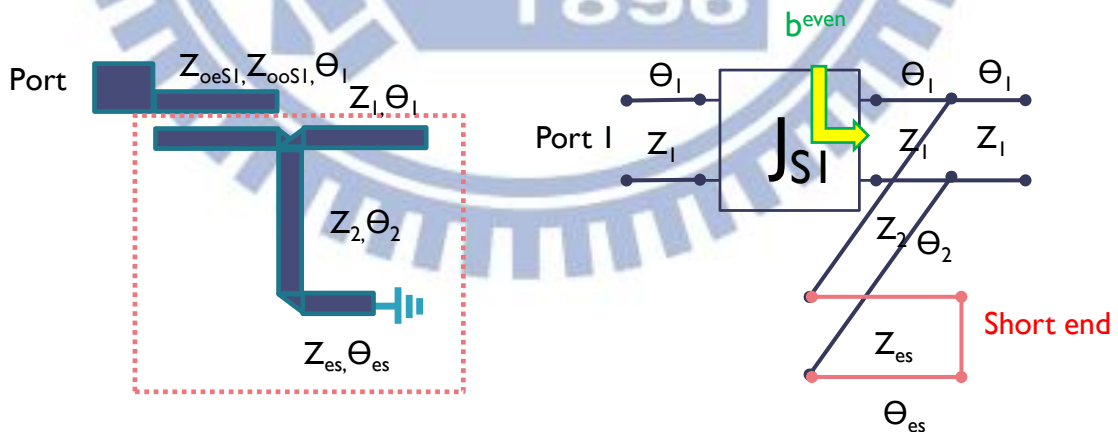


圖 2.24 偶模斜率參數

$$Z_{in} = j \cdot Z_1 \frac{(Z_1 Z_2 Z_{es} \tan \theta_{es} (1 - \tan^2 \theta_1) + Z_1 Z_2^2 \tan \theta_2 (1 - \tan^2 \theta_1) + Z_1^2 \tan \theta_1 (Z_2 - Z_{es} \tan \theta_2 \tan \theta_{es}))}{Z_1^2 (Z_2 - Z_{es} \tan \theta_2 \tan \theta_{es}) - 2Z_1 Z_2 \tan \theta_1 (Z_{es} \tan \theta_{es} + Z_2 \tan \theta_2)}$$

(2-24)

$$Y_{in} = -j \cdot \frac{Z_1(Z_2 - Z_{es} \tan \theta_2 \tan \theta_{es}) - 2Z_2 \tan \theta_1 (Z_{es} \tan \theta_{es} + Z_2 \tan \theta_2)}{Z_1 Z_2 Z_{es} \tan \theta_{es} (1 - \tan^2 \theta_1) + Z_1 Z_2^2 \tan \theta_2 (1 - \tan^2 \theta_1) + Z_1^2 \tan \theta_1 (Z_2 - Z_{es} \tan \theta_2 \tan \theta_{es})} \quad (2-25)$$

為簡化運算，用同樣技巧將輸入導納值之分子分母分開，令分子 f 等於零找到共振條件，如式(2-27)，因為 Z_1, Z_2 和 θ_1, θ_2 在奇模結構時已固定，剩下的變數為 Z_{es} 和 θ_{es} ，此時我們將 Z_{es} 以式(2-28)表示。若可得到此 θ_{es} 值，則同時可得到 Z_{es} ，意味著這兩數值為相依，僅具有一個自由度。

$$Y_{in}^{even} = j \cdot \frac{2Z_2 \tan \theta_1 (Z_{es} \tan \theta_{es} + Z_2 \tan \theta_2) - Z_1 (Z_2 - Z_{es} \tan \theta_2 \tan \theta_{es})}{Z_1 Z_2 Z_{es} \tan \theta_{es} (1 - \tan^2 \theta_1) + Z_1 Z_2^2 \tan \theta_2 (1 - \tan^2 \theta_1) + Z_1^2 \tan \theta_1 (Z_2 - Z_{es} \tan \theta_2 \tan \theta_{es})} \quad (2-26)$$

$$Y_{in}^{even} = jB = j \frac{f}{g} \quad (2-26)$$

$$f = Z_1 (Z_2 - Z_{es} \tan \theta_2 \tan \theta_{es}) - 2Z_2 \tan \theta_1 (Z_{es} \tan \theta_{es} + Z_2 \tan \theta_2) = 0 \quad (2-27)$$

$$Z_{es} = \frac{(Z_1 Z_2 - 2Z_2^2 \tan \theta_1 \tan \theta_2)}{(Z_1 \tan \theta_2 \tan \theta_{es} + 2Z_2 \tan \theta_1 \tan \theta_{es})} \quad (2-28)$$

接下來，將分子微分除以兩倍的分母得到斜率參數後，如式(2-29)，帶入前面的式(2-5) (2-6)可求得耦合量，但需注意到，耦合線段的長度以及大小(也就是奇模的導納反轉值(J^{odd}))已被奇模結構固定，因為同樣的物理長度在不同頻率下的電氣長度的不同，我們需計算在偶模頻率下之等效的偶模導納反轉值(J^{even})，藉由式(2-30)整理過後，可得到偶模之中間殘斷的 Z_{es} 和 θ_{es} 須符合如式(2-31)的條件，其中， Δ^{even} 為尚未被決定之參數，因為訊源耦合到第一腔的量在奇模結構和偶模結構為不同的。

$$b^{even} = \frac{1}{2} \cdot \frac{f'}{g} = \frac{Z_1 Z_{es} (m) + 2Z_2 Z_{es} (n) + 2Z_2^2 (p)}{Z_1 Z_2 Z_{es} \tan \theta_{es} (1 - \tan^2 \theta_1) + Z_1 Z_2^2 \tan \theta_2 (1 - \tan^2 \theta_1) + Z_1^2 \tan \theta_1 (Z_2 - Z_{es} \tan \theta_2 \tan \theta_{es})} \quad (2-29)$$

在式(2-29)中：

$$m = \tan \theta_{es} \cdot \theta_2 \cdot \sec^2 \theta_2 + \tan \theta_2 \cdot \theta_{es} \cdot \sec^2 \theta_{es}$$

$$n = \tan \theta_1 \cdot \theta_{es} \cdot \sec^2 \theta_{es} + \tan \theta_{es} \cdot \theta_1 \cdot \sec^2 \theta_1$$

$$p = \tan \theta_1 \cdot \theta_2 \cdot \sec^2 \theta_2 + \tan \theta_2 \cdot \theta_1 \cdot \sec^2 \theta_1$$

$$J_{S,1}^{even} = M_{S,1}^e \cdot \sqrt{\Delta^{even} b^{even} G_A} \quad (2-30)$$

$$b^{even} = \left(\frac{J_{S,1}^{even}}{M_{S,1}^e} \right)^2 \cdot \Delta_{even} G_A \quad (2-31)$$

此時已由共振條件和斜率參數得到一等式，但偶模結構中尚有電感還未決定，以下將使用耦合係數法得到其他等式。如圖 2.25 所示，此電路方塊可用來測量在偶模輸入時的兩個共振結構之間的耦合係數(k)，其方法是將待測電路之左右端各加上一小電容，用弱耦合測量電路之共振點，也就是待測電路的穿透係數之最大值。

首先，我們知道耦合係數和耦合矩陣之元素的關係如式(2-32)，並可由元素 M_{12} 和比例頻寬求得待測電路之共振點分別在 f_H 以及 f_L 頻率，如式(2-33)(2-34)。

$$k = M_{1,2} \cdot \Delta = \frac{f_H^2 - f_L^2}{f_H^2 + f_L^2} \quad (2-32)$$

$$f^e = \frac{f_H + f_L}{2} \quad (2-33)$$

$$f_L = \frac{2f^e}{1 + \sqrt{\frac{1+k}{1-k}}}, f_H = \sqrt{\frac{1+k}{1-k}} f_L \quad (2-34)$$

另一方面，若將待測電路的矩陣定為 $A_t B_t C_t D_t$ 矩陣，可整理出圖 2.25 的整體 ABCD 矩陣如式(2-35)，當求出所要測量耦合係數之電路的 ABCD 矩陣後，再利用 S 參數矩陣之轉換，可求得整體穿透係數 S_{21} 如式(2-36)，整理後發現，分

母當中 C_t 的係數為電容之二次函數，其值將遠大於其餘各項，意味著分母之值可由此項數值主要決定。起因於弱耦合的特性，我們僅需求出 C_t 即可得到圖 2.25 之電路共振時所需符合的條件。也就是說 C_t 的根與穿透係數之分母的根幾乎一樣。

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_t + \frac{C_t}{j\omega c} & \frac{A_t}{j\omega c} + B_t - \frac{C_t}{(\omega c)^2} + \frac{D_t}{j\omega c} \\ C_t & D_t + \frac{C_t}{j\omega c} \end{bmatrix} \quad (2-35)$$

$$S_{21} = \frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D} = \frac{2}{A_t \left(1 + \frac{1}{j\omega c Z_0}\right) + C_t \left(Z_0 + \frac{2}{j\omega c} - \frac{1}{Z_0 (\omega c)^2}\right) + \frac{B_t}{Z_0} + D_t \left(1 + \frac{1}{j\omega c Z_0}\right)} \quad (2-36)$$

綜合以上，當頻率為 f_H 和 f_L 時，也就是 S_{21} 的兩個峰值點，令 C_t 為零，並解其聯立方程式，即可得到偶模結構之參數間的關係。

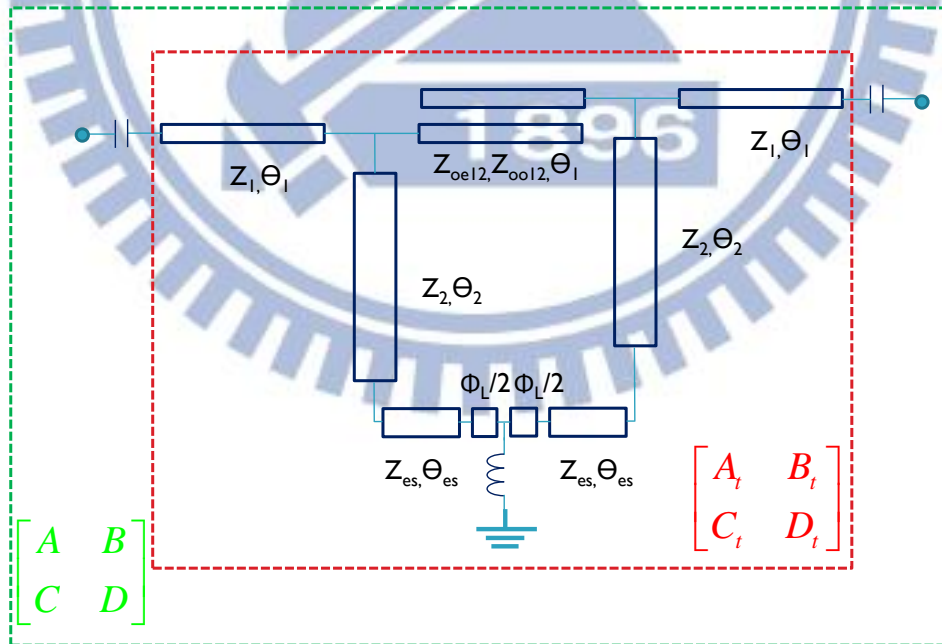


圖 2.25 測量耦合係數電路圖

以下將介紹分析圖 2.25 之 ABCD 矩陣之解析步驟如表 2.2：

表 2.2 解析步驟

	<1>	<2>	<3>	<4>
圖示				
矩陣	$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{middle}$	$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{couple}$	$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{parallel}$	$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{order2}$

<1>

第一步我們先求出電路下方的兩線段以及其中間之電感的等效 ABCD 矩陣，對於串接之 ABCD 矩陣，只要將各區段電路之 ABCD 矩陣直接做矩陣相乘即可。

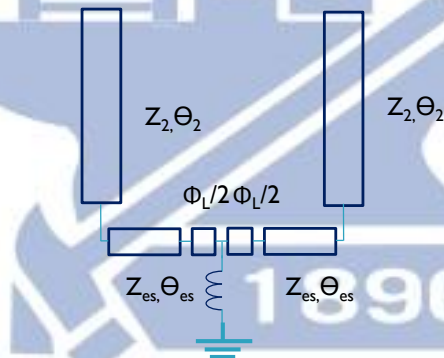


圖 2.26 解析方塊一

如圖 2.26 所示，首先將右邊中間線段和線段二相乘，如式(2-37)，因各項參數複雜度高，用矩陣 $\begin{bmatrix} -t & j \cdot y \\ j \cdot u & x \end{bmatrix}$ 簡化其表示式。其中，用 θ_{es} 表示中間線段長度 θ_{es} 以及因阻抗反轉值而產生的一個負的長度 $\Phi_L/2$ 之總長。

$$\begin{bmatrix} \cos \theta_{es} & jZ_{es} \sin \theta_{es} \\ j \frac{1}{Z_{es}} \sin \theta_{es} & \cos \theta_{es} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & jZ_2 \sin \theta_2 \\ j \frac{1}{Z_2} \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \cos \theta_{es} \cos \theta_2 - \frac{Z_{es}}{Z_2} \sin \theta_{es} \sin \theta_2 & jZ_2 \cos \theta_{es} \sin \theta_2 + Z_{es} \sin \theta_{es} \cos \theta_2 \\ j \frac{1}{Z_{es}} \sin \theta_{es} \cos \theta_2 + \frac{1}{Z_2} \cos \theta_{es} \sin \theta_2 & \cos \theta_{es} \cos \theta_2 - \frac{Z_2}{Z_{es}} \sin \theta_{es} \sin \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -t & j \cdot y \\ j \cdot u & x \end{bmatrix} \quad (2-37)$$

接下來再將左邊線段串接電感以及右邊線段，整理如式(2-38)，其中 ω 為角頻率。

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{middle} = \begin{bmatrix} x & j \cdot y \\ j \cdot u & -t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j\omega L & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -t & j \cdot y \\ j \cdot u & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -tx - \frac{ty}{\omega L} - uy & j \left(yx + \frac{y^2}{\omega L} + xy \right) \\ -j \left(tu + \frac{t^2}{\omega L} + ut \right) & -yu - \frac{yt}{\omega L} - xt \end{bmatrix} \quad (2-38)$$

在式(2-38)中：

$$x = \cos \theta_{es} \cos \theta_2 - \frac{Z_2}{Z_{es}} \sin \theta_{es} \sin \theta_2$$

$$y = Z_2 \cos \theta_{es} \sin \theta_2 + Z_{es} \sin \theta_{es} \cos \theta_2$$

$$u = \frac{1}{Z_{es}} \sin \theta_{es} \cos \theta_2 + \frac{1}{Z_2} \cos \theta_{es} \sin \theta_2$$

$$t = - \left(\cos \theta_{es} \cos \theta_2 - \frac{Z_{es}}{Z_2} \sin \theta_{es} \sin \theta_2 \right)$$

$$\theta_{es} = \theta_{es} - \frac{\phi_L}{2}$$

<2>

參考已發表之論文可知，平行耦合線段如圖 2.11 之 ABCD 矩陣如式(2-39)所示。

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{couple} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{oe} + Z_{oo}}{Z_{oe} - Z_{oo}} \cos \theta & j \cdot \frac{(Z_{oe} - Z_{oo})^2 - (Z_{oe} + Z_{oo})^2 \cos^2 \theta}{2(Z_{oe} - Z_{oo}) \sin \theta} \\ j \cdot \frac{2 \sin \theta}{Z_{oe} - Z_{oo}} & \frac{Z_{oe} + Z_{oo}}{Z_{oe} - Z_{oo}} \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2-39)$$

<3>

接下來我們要推導將兩個 ABCD 矩陣並聯之後的等效 ABCD 矩陣。首先如表 2.3，我們先假設前面推導出的中間線段以及電感部分之矩陣為矩陣 M，而開路耦合線段之複雜矩陣為矩陣 N，定義由兩者並聯相接後之矩陣為矩陣 T，也就是 $T=f(M,N)$ ，其中，矩陣 M 以及 N 之兩端點電壓電流以小寫 v,i 表示，而並聯後之舉 T 之兩端點電壓電流以大寫 V,I 表示之， $v,i(V,I)$ 之下標的數字 1 和 2 分別表示電路方塊的輸入以及輸出端。

表 2.3 並聯電路矩陣及其電壓電流關係

	解析方塊一	平行耦合線段	並聯電路方塊
圖示			
ABCD 矩陣	$M = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix}$	$N = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$	$T = \begin{bmatrix} A_{para} & B_{para} \\ C_{para} & D_{para} \end{bmatrix}$
端點電壓電流關係	$v_1' = A'v_2' + B'i_2'$ $i_1' = C'v_2' + D'i_2'$	$v_1 = Av_2 + Bi_2$ $i_1 = Cv_2 + Di_2$	$V_1 = A_{para}V_2 + B_{para}I_2$ $I_1 = C_{para}V_2 + D_{para}I_2$

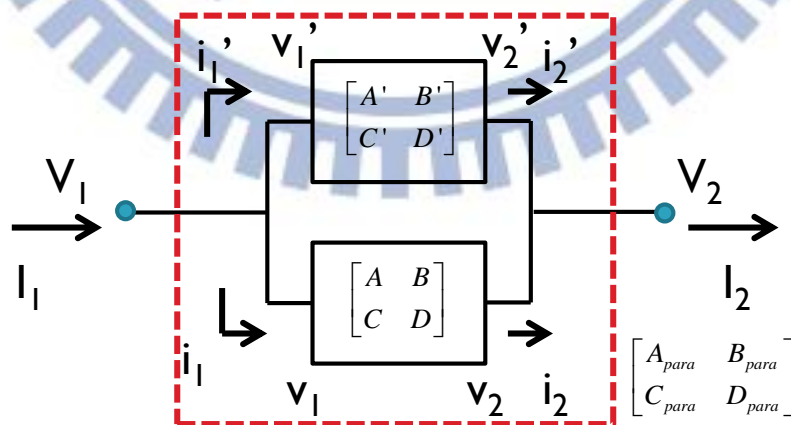


圖 2.27 並聯電路矩陣示意圖

觀察電路架構如圖 2.27，矩陣 M、N 之端點電壓電流關係如表 2.3，而此

電路之邊界條件如式(2-40)~(2-43)，

$$V_1 = v_1' = v_1 \quad (2-40)$$

$$V_2 = v_2' = v_2 \quad (2-41)$$

$$I_1 = i_1' + i_1 \quad (2-42)$$

$$I_2 = i_2' + i_2 \quad (2-43)$$

首先假設 I_2 等於零，算出 V_1 和 I_1 與 V_2 的關係，之後假設 V_2 為零，並計算 I_1 和 I_1 與 I_2 的關係，最後整理矩陣 T 之各元素可得到式(2-44)~(2-47)。

$$A_{para} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{B \cdot A' + B' \cdot A}{B + B'} \quad (2-44)$$

$$B_{para} = \frac{V_1}{I_2} = \frac{B \cdot B'}{B + B'} \quad (2-45)$$

$$C_{para} = \frac{I_1}{V_2} = \frac{(C' + C) + (D' - D) \cdot (A - A')}{B + B'} \quad (2-46)$$

$$D_{para} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{B \cdot D' + B' \cdot D}{B + B'} \quad (2-47)$$

<4>

最後剩下將此並聯之兩區塊電路在兩旁再接一段線段的 ABCD 矩陣，如圖 2.28，同樣的，因為中間電路之 ABCD 矩陣已經求出，只要再將 ABCD 矩陣與前後線段之 ABCD 矩陣直接相乘，即可得到整體的 ABCD 矩陣如式(2-48)，式中假設中間並聯電路方塊之 ABCD 矩陣如圖 2.28 內所示。

而後可依照前面步驟，一步一步求出整體的 ABCD 矩陣，可得到式(2-49)。

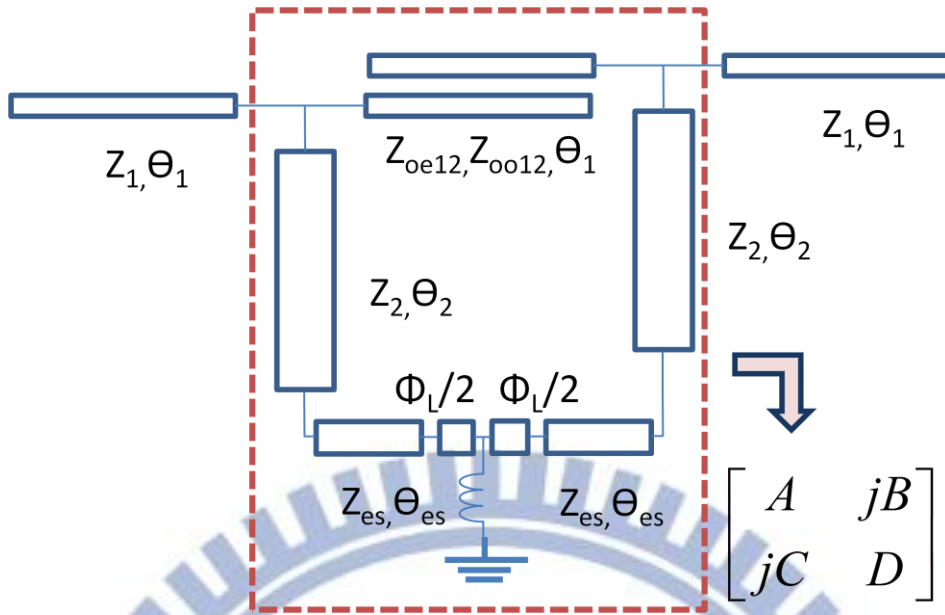


圖 2.28 待測電路方塊圖

$$\begin{bmatrix} \cos \theta_1 & jZ_1 \sin \theta_1 \\ j\frac{1}{Z_1} \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & jB \\ jC & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & jZ_1 \sin \theta_1 \\ j\frac{1}{Z_1} \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_t & B_t \\ C_t & D_t \end{bmatrix} \quad (2-48)$$

在(2-48)中：

$$A_t = A \cos^2 \theta_1 - \frac{B}{Z_1} \sin \theta_1 \cos \theta_1 - CZ_1 \sin \theta_1 \cos \theta_1 - D \sin^2 \theta_1$$

$$B_t = jAZ_1 \sin \theta_1 \cos \theta_1 + jB \cos^2 \theta_1 - jCZ_1^2 \sin^2 \theta_1 + jDZ_1 \sin \theta_1 \cos \theta_1$$

$$C_t = j\frac{A}{Z_1} \sin \theta_1 \cos \theta_1 - j\frac{B}{Z_1^2} \sin^2 \theta_1 + jC \cos^2 \theta_1 + j\frac{D}{Z_1} \sin \theta_1 \cos \theta_1$$

$$D_t = -A \sin^2 \theta_1 - \frac{B}{Z_1} \sin \theta_1 \cos \theta_1 - CZ_1 \sin \theta_1 \cos \theta_1 + D \cos^2 \theta_1$$

在式(2-48)中的 C_t 即為前面介紹耦合係數法當中，待測電路的 C_t 值，我們將總整理如式(2-49)。

$$C_t = \left(j\frac{A_f}{Z_1} \sin \theta_1 \cos \theta_1 - j\frac{B_f}{Z_1^2} \sin^2 \theta_1 + jC_f \cos^2 \theta_1 + j\frac{D_f}{Z_1} \sin \theta_1 \cos \theta_1 \right) / E_f \quad (2-49)$$

在式(2-49)中：

$$A_f = 2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 (B_j) (Z_{oe} + Z_{oo}) + \left[(Z_{oe} - Z_{oo})^2 - (Z_{oe} + Z_{oo})^2 \cos^2 \theta_1 \right] (A)$$

$$B_f = (B_j) \left[(Z_{oe} - Z_{oo})^2 - (Z_{oe} + Z_{oo})^2 \cos^2 \theta_1 \right]$$

$$C_f = \left(\frac{2 \sin \theta_1}{Z_{oe} - Z_{oo}} + C_j \right) \left[2(B_j) (Z_{oe} - Z_{oo}) \sin \theta_1 + (Z_{oe} - Z_{oo})^2 - (Z_{oe} + Z_{oo})^2 \cos^2 \theta_1 \right] + C_b$$

$$D_f = A_f$$

$$E_f = 2 \sin \theta_1 (B_j) (Z_{oe} - Z_{oo}) + \left[(Z_{oe} - Z_{oo})^2 - (Z_{oe} + Z_{oo})^2 \cos^2 \theta_1 \right]$$

$$C_b = 2 \sin \theta_1 (Z_{oe} - Z_{oo}) \left[\frac{Z_{oe} + Z_{oo}}{Z_{oe} - Z_{oo}} \cos \theta_1 - A \right]^2$$

$$A = D = -tx - \frac{ty}{\omega L} - uy$$

$$B = jB_j = j \left(2xy + \frac{y^2}{\omega L} \right)$$

$$C = jC_j = -j \left(2ut + \frac{t^2}{\omega L} \right)$$

$$x = \cos \theta_{es} \cos \theta_2 - \frac{Z_2}{Z_{es}} \sin \theta_{es} \sin \theta_2$$

$$y = Z_2 \cos \theta_{es} \sin \theta_2 + Z_{es} \sin \theta_{es} \cos \theta_2$$

$$u = \frac{1}{Z_{es}} \sin \theta_{es} \cos \theta_2 + \frac{1}{Z_2} \cos \theta_{es} \sin \theta_2$$

$$t = - \left(\cos \theta_{es} \cos \theta_2 - \frac{Z_{es}}{Z_2} \sin \theta_{es} \sin \theta_2 \right)$$

如前所述，要找到弱耦合共振點，只要找到圖 2.25 中，使 C_t 值等於零的根即可，因為共振點有一高頻點和一低頻點(f_H, f_L)，而線段在不同頻率下之等效長度也是不同的，因此可列出兩個分別在高頻以及低頻的等式，如式(2-50)，配合式(2-31)，此三個等式，即可求得中間線段之阻抗和長度、偶模比例頻寬，以及電感這三個變數。

$$H(Z_{es}(\theta_{es}), \Delta_{even}, L) = 0 @ f = f_L \text{ \& } f = f_H \quad (2-50)$$

2.3.3 三階奇模電路結構

這裡將介紹三階的濾波器設計，三階的結構類似二階，如圖 2.29，其半電路和等效電路如圖 2.30，只比二階結構再多了一級，同樣的，分別令其各段電氣長度為 θ_1, θ_2 ，而對應之阻抗值為 Z_1, Z_2 。並畫出共振腔如圖 2.31。

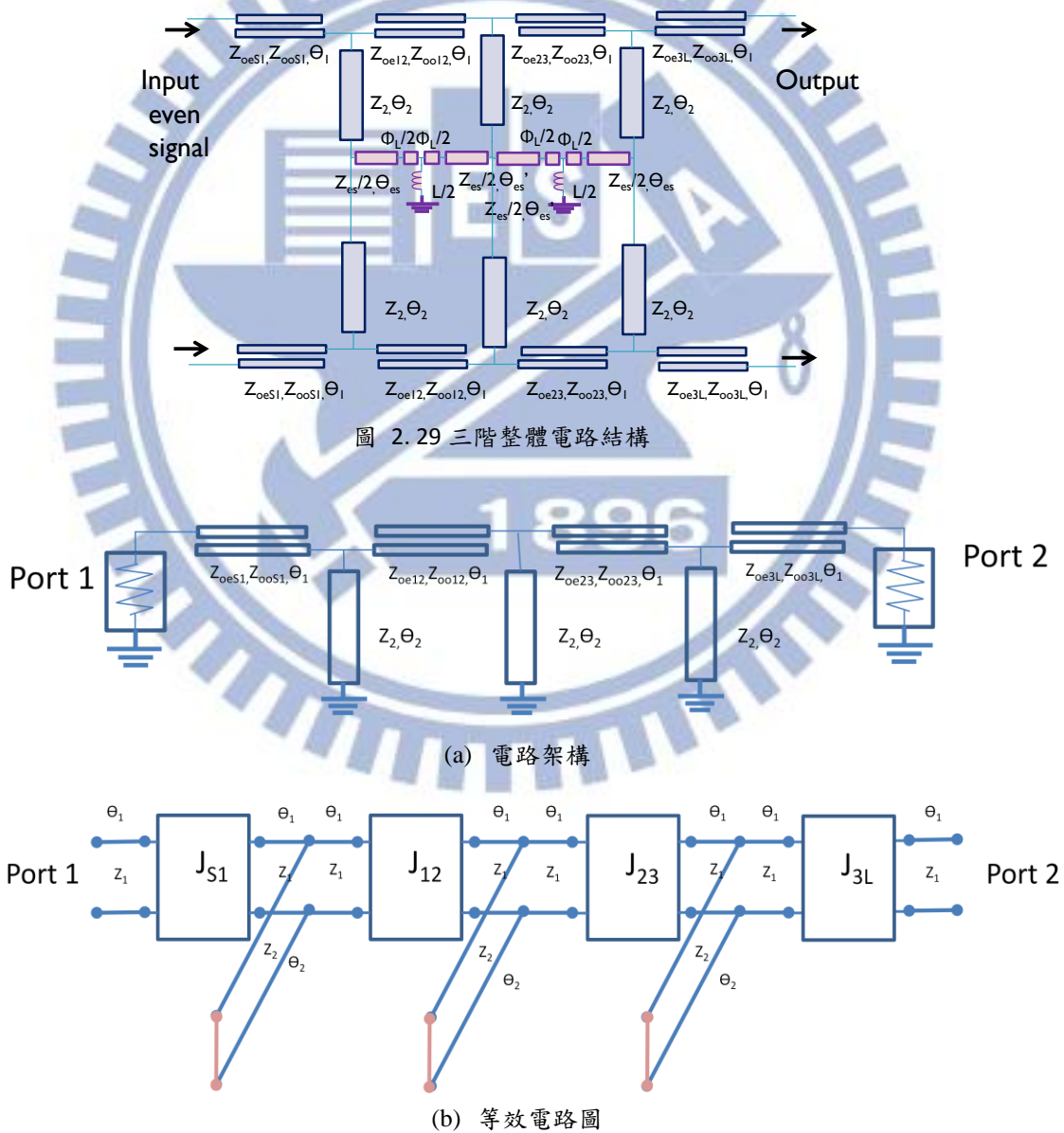


圖 2.30 三階奇模電路結構

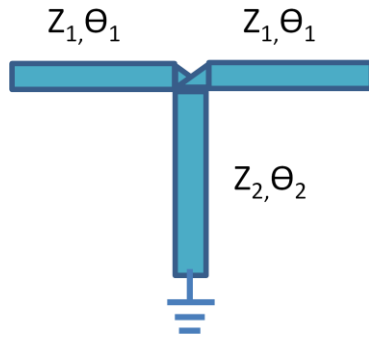
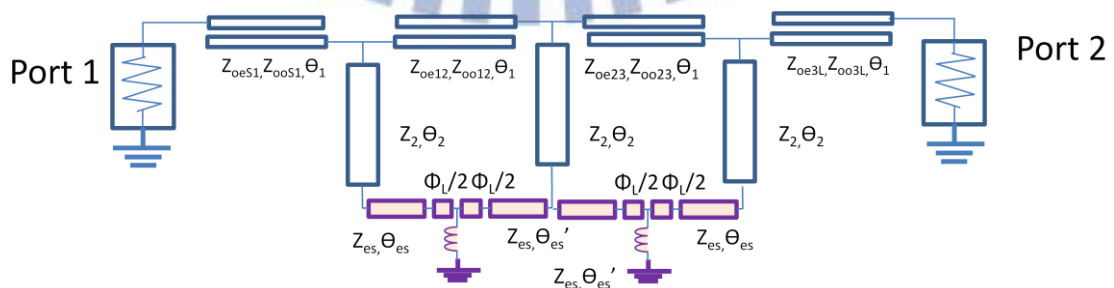


圖 2.31 三階共振腔

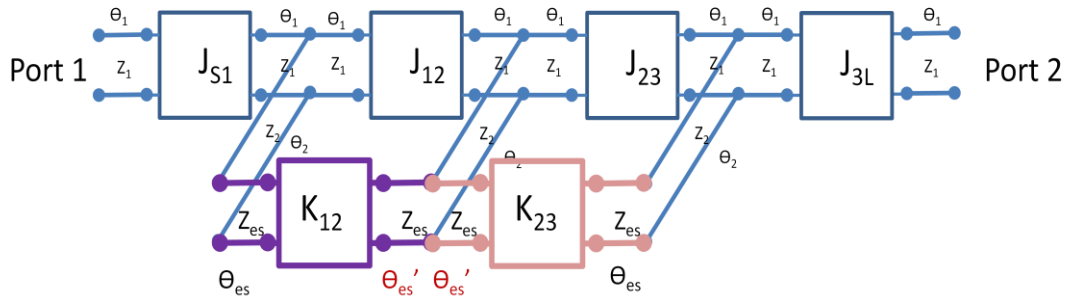
由奇模半電路圖可以發現，共振條件等和二階電路相同，不再贅述。唯一不同的是多了一級的耦合，同樣將此斜率參數、耦合係數，並給定比例頻寬以及訊源導納，帶入式(2-3)和式(2-5) (2-6)，即得到各段耦合線段之奇模阻抗和偶模阻抗值，以及各線段長度也在共振條件中確定。

2.3.4 三階偶模電路結構

為設計三階偶模結構，畫出偶模半電路以及等效電路如圖 2.32，由偶模半電路可發現兩點，其一，若使用二階偶模之弱耦合設計方式，待測電路方塊之電路結構和二階不同，由此可知待測電路之等效 ABCD 矩陣需重新計算；其二為，三階偶模的共振腔結構分為兩種，如圖 2.33，其共振條件不同，可得到另一等式。



(a) 電路架構



(b) 等效電路圖

圖 2.32 三階偶模電路結構

如同二階，偶模中間殘段以及電感值為全電路的二倍，圖中部分線段在設計奇模時已經固定，尚未決定長度以及阻抗值的部分為當偶模訊號輸入時才看到的部分線段($Z_{es}, \theta_{es}, \theta_{es}'$)以及二電感。需注意，此時的線段長度不一，位於較外側之線段定為 θ_{es} ，而較內側之線段定為 θ_{es}' ，兩個電感則皆為 L 。

同樣的設計流程，首先我們要計算出三階偶模結構時的共振腔輸入阻抗，由等效電路圖可以看到，在 J_{S1} 和 J_{12} (以及 K_{12}) 之間與 J_{12} (以及 K_{12}) 和 J_{23} (以及 K_{23}) 之間的電路結構不一樣，分別如圖 2.33，可得到兩個共振條件，對於圖(a)，其共振條件如式(2-51)，和二階結構相同；而圖(b)的輸入阻抗則整理如式(2-52)，共振條件則如式(2-54)。此為三階偶模結構的另一個必要條件。



(a) 共振結構一

(b) 共振結構二

圖 2.33 三階偶模共振結構

$$f = Z_1 (Z_2 - Z_{es} \tan \theta_2 \tan \theta_{es}) - 2Z_2 \tan \theta_1 (Z_{es} \tan \theta_{es} + Z_2 \tan \theta_2) = 0 \quad (2-51)$$

$$Z_{in} = j \cdot Z_1 \frac{\left(Z_1 Z_2 \frac{Z_{es}}{2} \tan \theta_{es}' (1 - \tan^2 \theta_1) + Z_1 Z_2^2 \tan \theta_2 (1 - \tan^2 \theta_1) + Z_1^2 \tan \theta_1 \left(Z_2 - \frac{Z_{es}}{2} \tan \theta_2 \tan \theta_{es}' \right) \right)}{Z_1^2 \left(Z_2 - \frac{Z_{es}}{2} \tan \theta_2 \tan \theta_{es}' \right) - 2Z_1 Z_2 \tan \theta_1 \left(\frac{Z_{es}}{2} \tan \theta_{es}' + Z_2 \tan \theta_2 \right)} \quad (2-52)$$

$$Y_{in} = -j \cdot \frac{Z_1 \left(Z_2 - \frac{Z_{es}}{2} \tan \theta_2 \tan \theta_{es}' \right) - 2Z_2 \tan \theta_1 \left(\frac{Z_{es}}{2} \tan \theta_{es}' + Z_2 \tan \theta_2 \right)}{Z_1 Z_2 \frac{Z_{es}}{2} \tan \theta_{es}' (1 - \tan^2 \theta_1) + Z_1 Z_2^2 \tan \theta_2 (1 - \tan^2 \theta_1) + Z_1^2 \tan \theta_1 \left(Z_2 - \frac{Z_{es}}{2} \tan \theta_2 \tan \theta_{es}' \right)} \quad (2-53)$$

$$f = Z_1 \left(Z_2 - \frac{Z_{es}}{2} \tan \theta_2 \tan \theta_{es}' \right) - 2Z_2 \tan \theta_1 \left(\frac{Z_{es}}{2} \tan \theta_{es}' + Z_2 \tan \theta_2 \right) = 0 \quad (2-54)$$

而其偶模斜率參數(b^{even})之求法也和二階結構相同,同樣的我們將 Z_{es} 由 θ_{es} 表示,且得到式(2-56)之條件。

$$Z_{es} = \frac{(Z_1 Z_2 - 2Z_2^2 \tan \theta_1 \tan \theta_2)}{(Z_1 \tan \theta_2 \tan \theta_{es}' + 2Z_2 \tan \theta_1 \tan \theta_{es}')} \quad (2-55)$$

$$b^e = \left(\frac{J_{S,1}^e}{M_{S,1}^e} \right)^2 \cdot \Delta_e G_A \quad (2-56)$$

在式(2-56)中：

$$b^e = \frac{1}{2} \cdot \frac{f'}{g} = \frac{Z_1 Z_{es} (m) + 2Z_2 Z_{es} (n) + 2Z_2^2 (p)}{Z_1 Z_2 Z_{es} \tan \theta_{es}' (1 - \tan^2 \theta_1) + Z_1 Z_2^2 \tan \theta_2 (1 - \tan^2 \theta_1) + Z_1^2 \tan \theta_1 (Z_2 - Z_{es} \tan \theta_2 \tan \theta_{es}')}$$

$$m = \tan \theta_{es}' \cdot \theta_2 \cdot \sec^2 \theta_2 + \tan \theta_2 \cdot \theta_{es}' \cdot \sec^2 \theta_{es}'$$

$$n = \tan \theta_1 \cdot \theta_{es}' \cdot \sec^2 \theta_{es}' + \tan \theta_{es}' \cdot \theta_1 \cdot \sec^2 \theta_1$$

$$p = \tan \theta_1 \cdot \theta_2 \cdot \sec^2 \theta_2 + \tan \theta_2 \cdot \theta_1 \cdot \sec^2 \theta_1$$

此時已由共振條件和斜率參數得到兩個等式,接下來同樣要以弱耦合之測試,測量電路之共振點,但是此三階電路結構和二階電路結構不同,需進行修正。圖 2. 34 為三階偶模結構之待測電路方塊,此為依照電路的對稱性做切割,使得第一腔至第二腔之耦合和第二腔至第三腔之耦合相同。

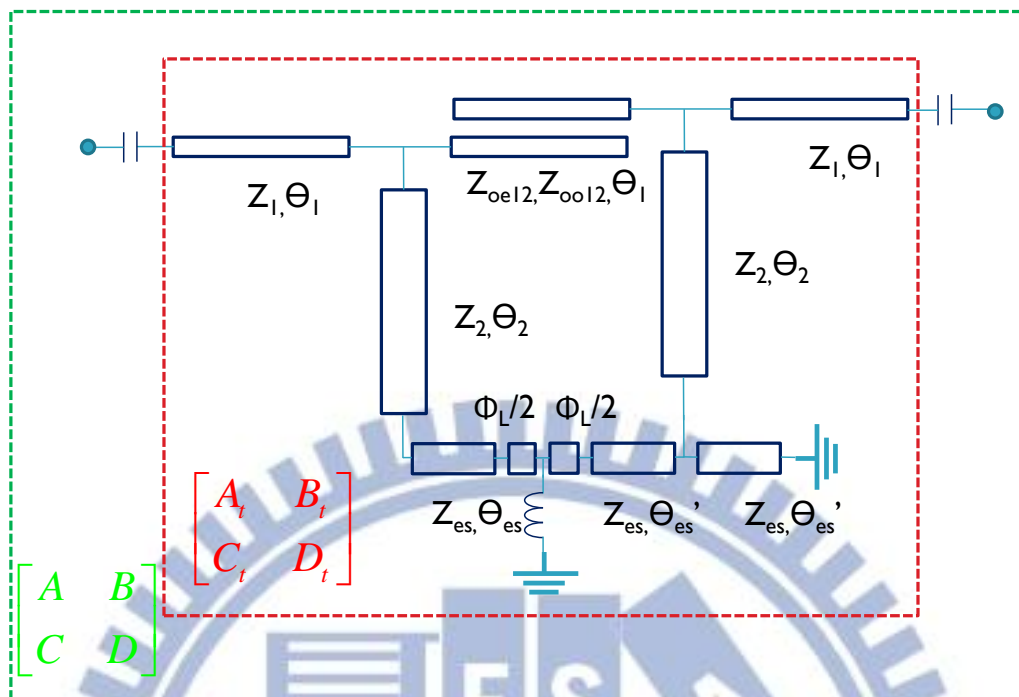


圖 2.34 測量耦合係數之三階電路圖

由圖可以看到三階偶模結構較二階的電路多了一根接地殘段。以下將由二階分析為基礎進行修正其 ABCD 矩陣，解析步驟如表 2.4：

表 2.4 三階電路之解析步驟

	<1>	<2>	<3>	<4>
圖示				
矩陣	$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{middle}$	$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{couple}$	$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{parallel}$	$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{order3}$

<1>

三階偶模與二階偶模主要的不同就在第一步驟，如圖 2.35，我們須先求出最右邊上面線段(\$Z_2, \theta_2\$)之 ABCD 矩陣，而後串接右側下方之接地殘段，其 ABCD 矩陣如式(2-57)，之後如同二階之運算方式，串接線段以及電感，得到如式(2-58)

之矩陣。

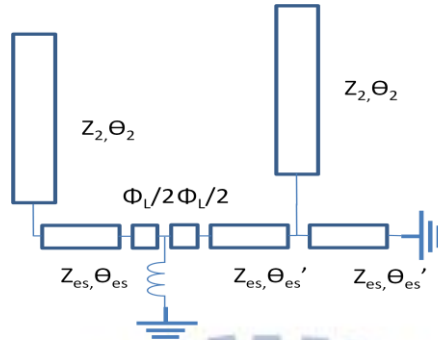


圖 2.35 三階解析方塊一

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -j \frac{1}{Z_{es} \tan \theta_{ess}} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & jZ_2 \sin \theta_2 \\ j \frac{1}{Z_2} \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & jZ_2 \sin \theta_2 \\ -j \frac{1}{Z_{es} \tan \theta_{ess}} + j \frac{1}{Z_2} \sin \theta_2 & \frac{Z_2 \sin \theta_2}{Z_{es} \tan \theta_{ess}} + \cos \theta_2 \end{bmatrix} \quad (2-57)$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{middle} = \begin{bmatrix} x & j \cdot y \\ j \cdot u & -t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{j\omega L} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A'' & B'' \\ C'' & D'' \end{bmatrix} \quad (2-58)$$

在式(2-58)中：

$$\begin{aligned} A'' &= \left(x + \frac{y}{\omega L} \right) \left(\cos \theta_{es}'' \cos \theta_2 - Z_{es} \sin \theta_{es}'' \left(\frac{\sin \theta_2}{Z_2} - \frac{\cos \theta_2}{Z_{es} \tan \theta_{ess}''} \right) \right) - y \left(\frac{\sin \theta_{es}'' \cos \theta_2}{Z_{es}} + \cos \theta_{es}'' \left(\frac{\sin \theta_2}{Z_2} - \frac{\cos \theta_2}{Z_{es} \tan \theta_{ess}''} \right) \right) \\ B'' &= j \left(x + \frac{y}{\omega L} \right) \left(Z_2 \sin \theta_2 \cos \theta_{es}'' + Z_{es} \sin \theta_{es}'' \left(\frac{Z_2 \sin \theta_2}{Z_{es} \tan \theta_{ess}''} + \cos \theta_2 \right) \right) + jy \left(\cos \theta_{es}'' \left(\frac{Z_2 \sin \theta_2}{Z_{es} \tan \theta_{ess}''} + \cos \theta_2 \right) - \frac{Z_2 \sin \theta_2 \sin \theta_{es}''}{Z_{es}} \right) \\ C'' &= j \left(u + \frac{t}{\omega L} \right) \left(\cos \theta_{es}'' \cos \theta_2 - Z_{es} \sin \theta_{es}'' \left(\frac{\sin \theta_2}{Z_2} - \frac{\cos \theta_2}{Z_{es} \tan \theta_{ess}''} \right) \right) - jt \left(\frac{\sin \theta_{es}'' \cos \theta_2}{Z_{es}} + \cos \theta_{es}'' \left(\frac{\sin \theta_2}{Z_2} - \frac{\cos \theta_2}{Z_{es} \tan \theta_{ess}''} \right) \right) \\ D'' &= - \left(u + \frac{t}{\omega L} \right) \left(Z_2 \sin \theta_2 \cos \theta_{es}'' + Z_{es} \sin \theta_{es}'' \left(\frac{Z_2 \sin \theta_2}{Z_{es} \tan \theta_{ess}''} + \cos \theta_2 \right) \right) - t \left(\cos \theta_{es}'' \left(\frac{Z_2 \sin \theta_2}{Z_{es} \tan \theta_{ess}''} + \cos \theta_2 \right) - \frac{Z_2 \sin \theta_2 \sin \theta_{es}''}{Z_{es}} \right) \end{aligned}$$

且

$$\begin{aligned} x &= \cos \theta_{es}'' \cos \theta_2 - \frac{Z_2}{Z_{es}} \sin \theta_{es}'' \sin \theta_2 \\ y &= Z_2 \cos \theta_{es}'' \sin \theta_2 + Z_{es} \sin \theta_{es}'' \cos \theta_2 \\ u &= \frac{1}{Z_{es}} \sin \theta_{es}'' \cos \theta_2 + \frac{1}{Z_2} \cos \theta_{es}'' \sin \theta_2 \\ t &= - \left(\cos \theta_{es}'' \cos \theta_2 - \frac{Z_{es}}{Z_2} \sin \theta_{es}'' \sin \theta_2 \right) \end{aligned}$$

其中我們以 θ_{ess} 表示長度 θ_{es} 以及因阻抗反轉值而產生的一個負的長度 $\phi_L/2$ 之總長。同樣的，也用 θ_{es} 表示線段長度 θ_{es} 以及因阻抗反轉值而產生的一個負的長度 $\phi_L/2$ 之總長。

<2>

參考已發表之論文可知，平行耦合線段之 ABCD 矩陣如式(2-59)所示。

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{couple} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{oe} + Z_{oo}}{Z_{oe} - Z_{oo}} \cos \theta & j \cdot \frac{(Z_{oe} - Z_{oo})^2 - (Z_{oe} + Z_{oo})^2 \cos^2 \theta}{2(Z_{oe} - Z_{oo}) \sin \theta} \\ j \cdot \frac{2 \sin \theta}{Z_{oe} - Z_{oo}} & \frac{Z_{oe} + Z_{oo}}{Z_{oe} - Z_{oo}} \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2-59)$$

<3>

接下來是將兩個 ABCD 矩陣並聯之後的等效 ABCD 矩陣。首先如表 2.5。

表 2.5 三階並聯電路矩陣及其電壓電流關係

	解析方塊一	平行耦合線段	並聯電路方塊
圖示			
ABCD 矩陣	$M = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix}$	$N = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$	$T = \begin{bmatrix} A_{para} & B_{para} \\ C_{para} & D_{para} \end{bmatrix}$
端點電壓 電流關係	$v_1' = A'v_2' + B'i_2'$ $i_1' = C'v_2' + D'i_2'$	$v_1 = Av_2 + Bi_2 \dots (3)$ $i_1 = Cv_2 + Di_2$	$V_1 = A_{para}V_2 + B_{para}I_2$ $I_1 = C_{para}V_2 + D_{para}I_2$

同樣的，三階並聯矩陣如式(2-60)等所示。與二階電路之差別為解析方塊一之矩陣的不同。

$$A_{para} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{B \cdot A' + B' \cdot A}{B + B'} \quad (2-60)$$

$$B_{para} = \frac{V_1}{I_2} = \frac{B \cdot B'}{B + B'} \quad (2-61)$$

$$C_{para} = \frac{I_1}{V_2} = \frac{(C' + C) + (D' - D) \cdot (A - A')}{B + B'} \quad (2-62)$$

$$D_{para} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{B \cdot D' + B' \cdot D}{B + B'} \quad (2-63)$$

<4>

最後將此並聯之兩區塊電路在兩旁再接一段線段的 ABCD 矩陣，如圖 2.36

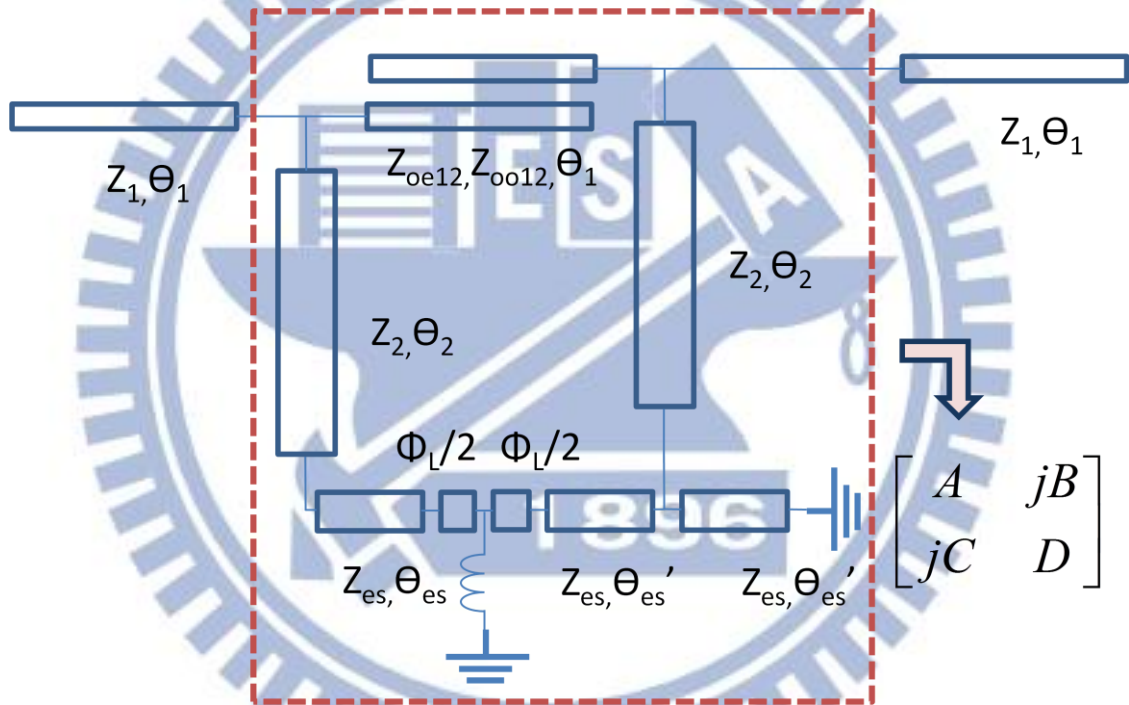


圖 2.36 三階待測電路方塊圖

$$\begin{bmatrix} \cos \theta_1 & jZ_1 \sin \theta_1 \\ j\frac{1}{Z_1} \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & jB \\ jC & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & jZ_1 \sin \theta_1 \\ j\frac{1}{Z_1} \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_t & B_t \\ C_t & D_t \end{bmatrix} \quad (2-63)$$

如前所述，要找到弱耦合共振點，只要找到圖 2.34 中，使 C_t 值等於零的根即可，因為共振點有一高頻點和一低頻點 (f_H, f_L)，可列出兩個分別在高頻以及低頻的等式，配合式(2-54) (2-56)，此四個等式，即可求得中間線段之阻抗和各邊

長度、比例頻寬，以及電感這四個變數。

2.4 強耦合線段的實現

對於傳統的印刷電路板(PCB)在製程上的線寬以及線距有所限制，最小值為0.15 釐米，同時，板子之介電常數不高的情況下，難以達到很強的耦合。強耦合的實現方法已有很多型式，例如：藍基耦合線、多層結構、或是懸空基板，但是這些方法皆需要更多的製程精細度與成本。而單層結構之共平面波導(cpw)，雖然也可以提供較高的耦合量，但對於濾波器的電路設計上卻會有所限制，因其訊號線的兩側需要廣大的地線。為了製作上的理想化，在此介紹另一種提升耦合量的方法，如圖 2.37，此實現結構的優點為平面式結構，且訊號線和地線在不同側，並有寬頻的特性，藉由調整訊號線之線寬和線距、以及挖地區域之大小，可得到極強的耦合量。

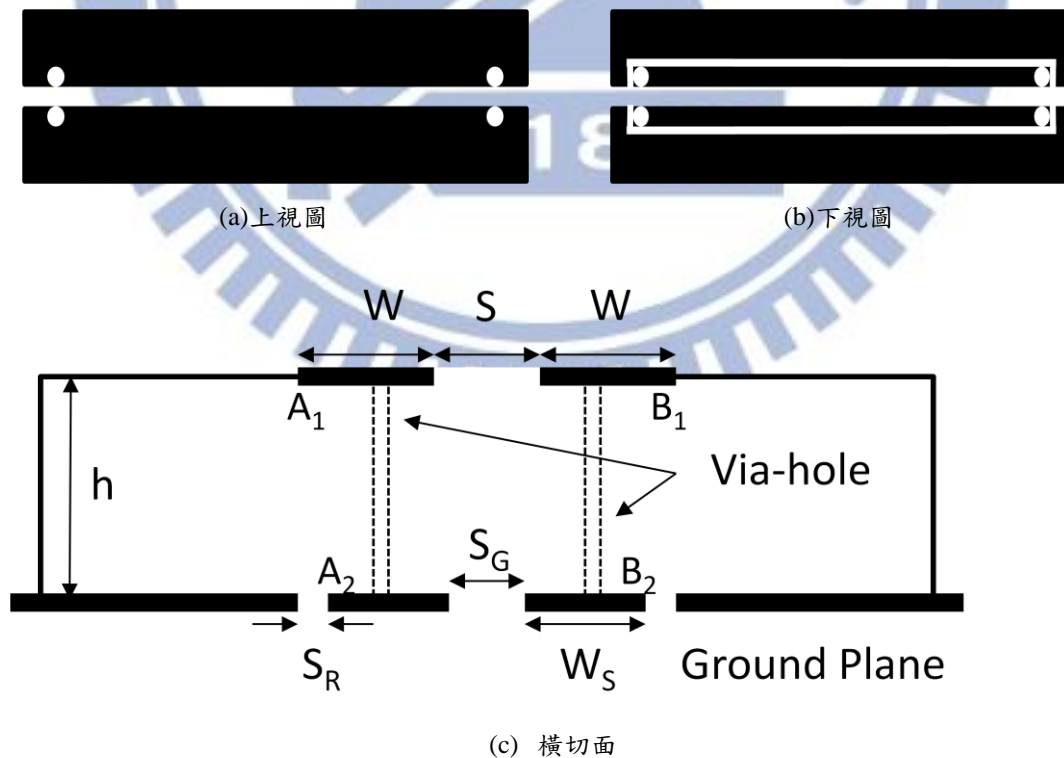


圖 2.37 強耦合線段示意圖

圖(a)、圖(b)、以及圖(c)分別為電路結構之上視圖、下視圖，以及其橫切面。注意在線段的兩旁打了貫孔穿過基板到地，故訊號由上層金屬一直穿過基板到下層金屬之中間的兩條線段，在上層金屬的微帶線段寬度為 W ，耦合線之間距稱為 S ，在下層金屬的間距稱為 S_G ，而寬度則以 W_S 表示。在下層金屬的中間訊號線和兩旁地線的距離稱為 S_R ，進而定義 W_R 如式(2-64)。

$$W_R = 2 \times (W_S + S_R) + S_G \quad (2-64)$$

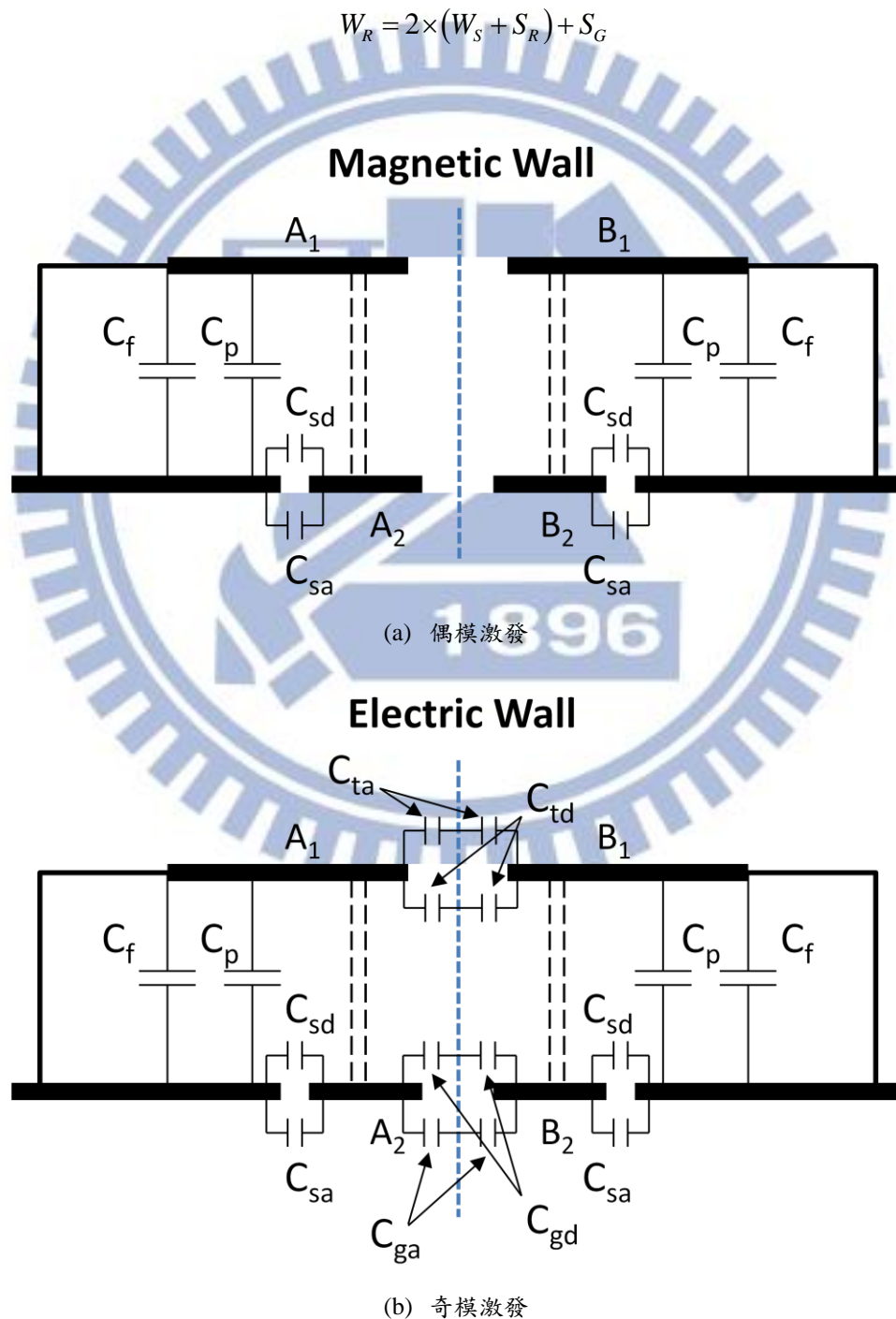


圖 2.38 電路結構之有效電容示意圖

耦合線之耦合強度可由偶模奇模有效電容表示、或是由偶模奇模阻抗表示如式(2-65)，當偶模奇模阻抗值的差距越大時，耦合強度越大。其概念如圖 2.38，可以看到當偶模和奇模訊號輸入此耦合線段，有效之電容如圖所示，其中 C_p 為平行板之間的電容， C_f 則是邊緣電容(fringing capacitance)， C_{sa} 和 C_{sd} 代表下層訊號線和地線之間在空氣中以及在介質基板中的等效電容，由於偶模訊號輸入下，在中間對稱面電場強度為零，等效為一磁場牆，相對的當奇模訊號輸入，對稱面為電場牆，故比偶模輸入下更多出了兩條耦合線之間在空氣中以及在介質基板中的邊緣效應增加了偶模電容和奇模電容的差距，由式(2-66) (2-67)可發現，其有效電容較普通之開路耦合線段多出因挖地而產生之電容變化值，使得偶模阻抗縮小的量小於奇模阻抗的的縮小量，等效上如同增加了 (Z_e-Z_o) 值，增加其耦合強度。

$$C = \frac{Z_e - Z_o}{Z_e + Z_o} \quad (2-65)$$

$$C_e = C_f + C_p + C_{sa} + C_{sd} \quad (2-66)$$

$$C_o = C_f + C_p + C_{sa} + C_{sd} + C_{ta} + C_{td} + C_{ga} + C_{gd} \quad (2-67)$$

由實驗結果可以發現 W_R 越大，耦合強度越強，此時偶模組抗增加，而奇模阻抗維持一常數；而 S 或是 S_G 增加的時候，則是奇模阻抗值增加，而偶模阻抗幾乎不變，故我們可以藉由調整不同參數，得到一理想之強耦合量。

第三章 電路模擬

3.1 奇偶模濾波器二階模擬

首先給定規格要求如下：

- 奇模中心頻：2.7GHz
- 奇模頻寬：5%
- 返回損耗：20dB
- 零點位置： ∞

可得到耦合矩陣如式(3-1)。

$$\begin{bmatrix} 0 & 1.2247 & 0 & 0 \\ 1.2247 & 0 & 1.6583 & 0 \\ 0 & 1.6583 & 0 & 1.2247 \\ 0 & 0 & 1.2247 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

3.1.1 奇模

首先設計奇模電路結構如圖 3.1，設定阻抗比值為 1，且角度比值為 0.5 如式(3-2) (3-3)，而 $Z_1=50\Omega$ ，這時由共振條件可得到 Z_1, Z_2 和 θ_1, θ_2 ，如表 3.1，後將 $M_{12}=1.2247$ 帶入式(2-3)得到訊源和第一腔之間的耦合量，同樣的將 $M_{23}=1.6583$ 帶入式子得到第一腔和第二腔的耦合，並且可用式(2-5) (2-6)得到 Z_{oc}, Z_{oo} ，整理如表 3.2。其中，我們可由耦合矩陣內之參數看到 $M_{12}=M_{34}$ ，對應到電路結構，其代表訊源到第一腔的耦合量將等於第二腔至負載的耦合量，故在表格中可看到相等之值。

$$\frac{Z_2}{Z_1} = R = 1 \quad (3-2)$$

$$\frac{\theta_2}{\theta_1 + \theta_2} = X = 0.5 \quad (3-3)$$

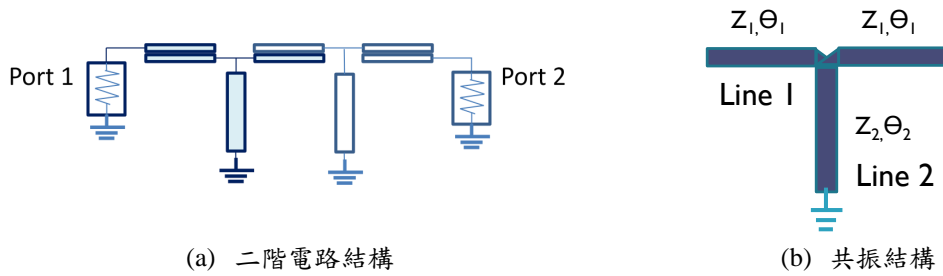


圖 3.1 二階奇模電路結構

表 3.1 共振結構之參數值

	Line 1	Line 2
Z (Ω)	50	50
θ	35.2526	35.2526

表 3.2 二階奇模電路結構之參數

f ₀ = 2.6GHz						
	M _{S1}		M ₁₂		M _{2L}	
參數	Z _{oeS1}	Z _{ooS1}	Z _{oe12}	Z _{oo12}	Z _{oe2L}	Z _{oo2L}
參數值	99.2423	34.7117	60.6152	42.5725	99.2423	34.7117

3.1.2 偶模

- 偶模中心頻：2.1GHz
- 返回損耗：20dB
- 零點位置：∞

接下來模擬偶模電路結構，如圖 3.2，將奇模參數值以及待求之偶模參數代入式(2-31)(2-50)並解聯立，可得各參數如表 3.3。最後將各參數值帶入電路模擬軟體(ADS)並和耦合參數之響應比較如圖 3.3。

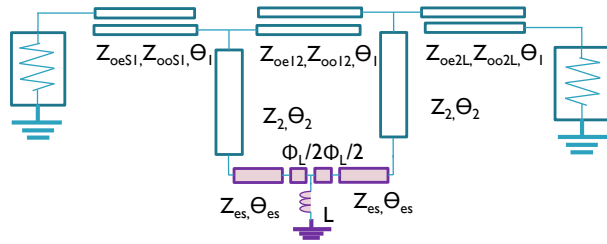


圖 3.2 二階偶模電路結構

表 3.3 二階偶模電路結構之參數

$f_e = 2.1\text{GHz}$				
參數	Z_{es}	θ_{es}	ϕ_L	L
參數值	28.7891Ω	23.7240°	-7.8556°	306.9pH

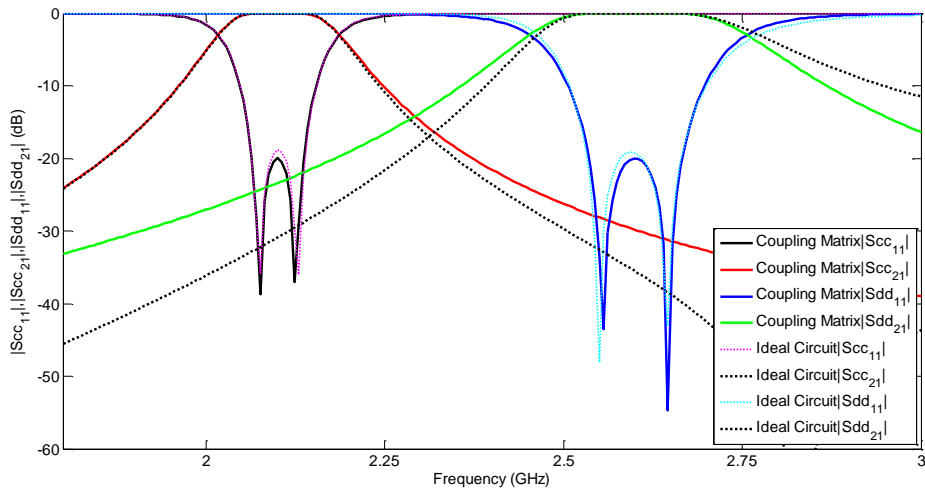


圖 3.3 二階奇偶模濾波器之電路模擬與耦合矩陣響應比較

我們可由模擬圖中看到，在操作頻帶內之電路響應與耦合參數響應幾乎一樣，顯示出此設計方法的正確性。在奇模的頻寬為 5%，也就是 2.664GHz~2.532GHz，而偶模頻寬被奇模頻寬限制住，在圖 3.3 中顯示出偶模的頻寬為 3.46%，其響應結果整理如表 3.4。

表 3.4 二階奇偶模濾波器之響應參數

	偶模頻帶	奇模頻帶
中心頻	2.1GHz	2.6GHz
-20dB 比例頻寬	3.46%	5.05%

3.2 奇偶模濾波器三階模擬

首先給定規格要求如下：

- 奇模中心頻：3.0GHz
- 奇模頻寬：5%
- 返回損耗：15dB
- 零點位置： ∞

可得到耦合矩陣如式(3-4)。

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.9453 & 0 & 0 & 0 \\ 0.9453 & 0 & 0.8799 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8799 & 0 & 0.8799 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8799 & 0 & 0.9453 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9453 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

3.2.1 奇模

如同設計二階奇模電路之步驟，設定阻抗比值為 1，且角度比值為 0.5 如式 (3-2) (3-3)，而在 $Z_1=50\Omega$ 之情況下，將 $M_{12}=0.9453$ 以及 $M_{23}=0.8799$ 帶入式(2-5) (2-6)可得到三階電路結構如圖 3.4，參數值如表 3.5。同樣的我們發現耦合矩陣之參數 $M_{12}=M_{45}$ ，且 $M_{23}=M_{34}$ ，對應到電路結構，其代表電路耦合路徑之對稱性，訊源到第一腔的耦合量將等於第三腔至負載的耦合量，而第一腔至第二腔之耦合等於第二腔至第三腔之耦合。

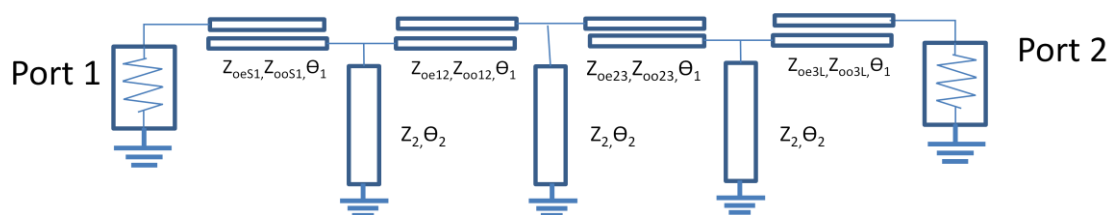


圖 3.4 三階奇模電路結構

表 3.5 三階奇模電路結構之參數

$f_0 = 3.0\text{GHz}$								
	M_{S1}		M_{12}		M_{23}		M_{3L}	
參數	Z_{oeS1}	Z_{ooS1}	Z_{oe12}	Z_{oo12}	Z_{oe23}	Z_{oo23}	Z_{oe3L}	Z_{oo3L}
參數值	82.0824	35.9502	55.1567	45.7272	55.1567	45.7272	82.0824	35.9502

3.2.2 偶模

- 偶模中心頻：2.6GHz
- 返回損耗：15dB
- 零點位置： ∞

接下來模擬偶模電路如圖 3.5，將奇模參數值以及待求之偶模參數代入式 (2-56)(2-50) 並解聯立，可得其參數如表 3.6。最後將各參數值帶入電路模擬軟體 (ADS) 並和耦合參數之響應比較如圖 3.6。

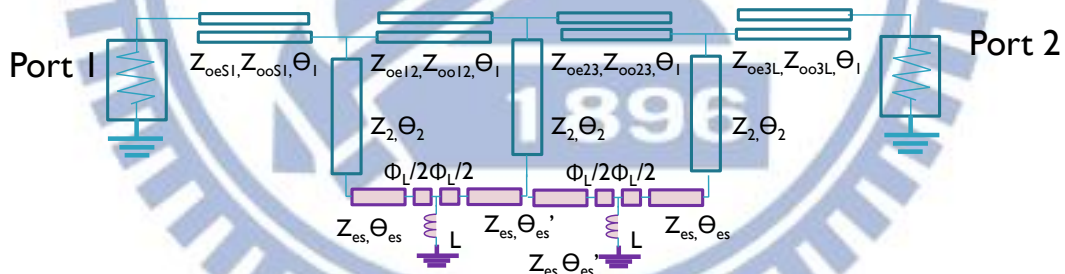


圖 3.5 三階偶模電路結構

表 3.6 三階偶模電路結構之參數

$f_e = 2.6\text{GHz}$					
參數	Z_{es}	θ_{es}	θ_{es}'	ϕ_L	L
參數值	15.8642 Ω	29 $^\circ$	44.2 $^\circ$	-11.3106 $^\circ$	198.3pH

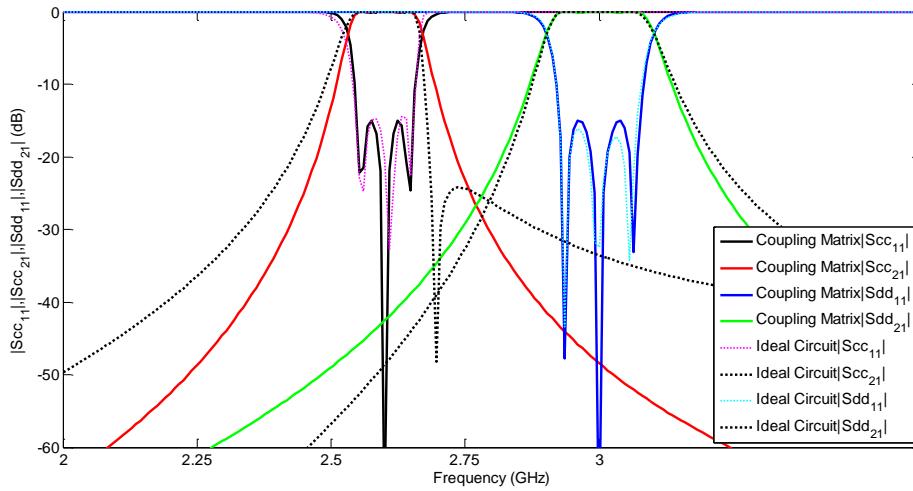


圖 3.6 二階奇偶模濾波器之電路模擬與耦合矩陣響應比較

在三階的模擬中，我們可由圖中看到，在操作頻帶內之電路響應與耦合參數響應也是幾乎一樣，除了 ripple 部分的一點點頻飄，整體計算出來的結果和耦合矩陣的結果雷同，同時顯示出此設計方法的正確性。在奇模的頻寬為 5%，也就是 3.072GHz~2.924GHz，而偶模頻寬被奇模頻寬限制住，在圖 3.6 中顯示出偶模的頻寬為 4%，其響應結果整理如表 3.7。

表 3.7 三階奇偶模濾波器之響應參數

	偶模頻帶	奇模頻帶
中心頻	2.6GHz	3.0GHz
-15dB 比例頻寬	4%	5%

第四章 佈局與實作

板材的方面，選擇板厚為 20 毫英寸(mil)，介電常數為 3.58 的基板。佈局方面，採用微帶線架構實現。在強耦合部分線段運用在第二章介紹的實現方式，必須挖地，在偶模結構之電感用穿過板材之金屬之貫孔實現。而在輸入埠和輸出埠處，也是用簡單的微帶線，再悍上 SMA 接頭進行量測。

4.1 二階濾波器

二階濾波器之佈局如圖 4.1，並在表 4.2 詳列出各個線寬，線距，和線長，圖 2.37 (b)為強耦合線段之背部挖地圖，其中 L 表線段長度、 W 為線段寬度、 S 則是耦合線之距離，另外強耦合線段之參數如第二章之圖 2.37 所示。

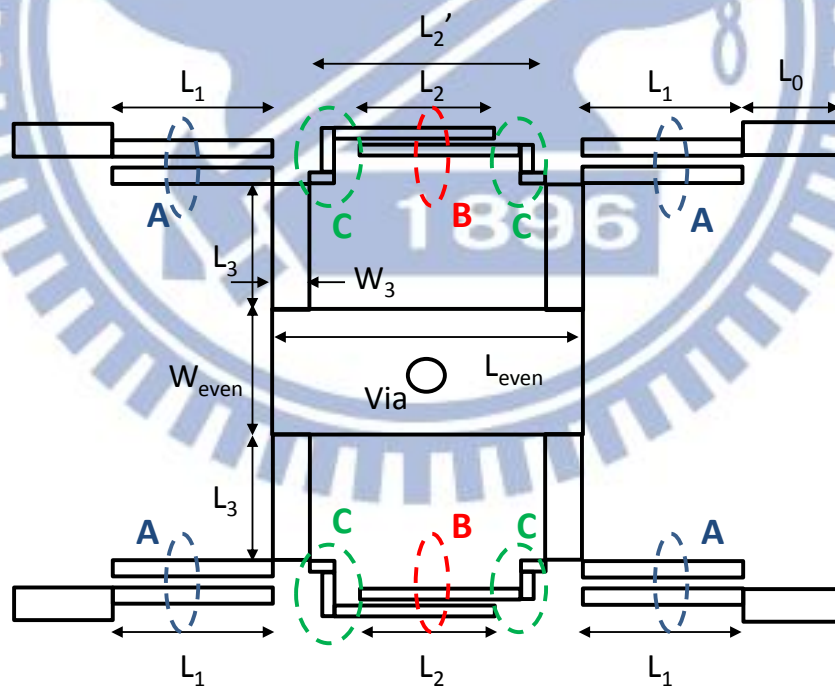


圖 4.1 二階濾波器之佈局

表 4.1 二階濾波器各線段長度及寬度參數值

線段	長度	線段	長度
L_0	150 mil	L_1	284 mil

L_2	254 mil	L_2'	378 mil
L_3	206 mil	W_3	44 mil
L_{even}	466 mil	W_{even}	202 mil

表 4.2 二階濾波器各區塊訊號走線及地線參數值

區塊	參數	參數值	參數	參數值
A_top	S_A	6 mil	W_A	18 mil
A_bottom	S_G	6 mil	W_R	12 mil
	S_R	6 mil		
B	S_B	8 mil	W_B	10 mil
C	L_{total}	101 mil	W_C	10 mil
Via	Diameter	23 mil		

圖 4.2 為電磁模擬和實作量測之通帶的 S 參數比較，可看到兩者間的響應一致，圖 4.3 為實作電路圖，可以看到其尺寸很小，約為 2.5 公分 x 3.5 公分，而表 4.3 則是兩者間的比較和錯誤率。

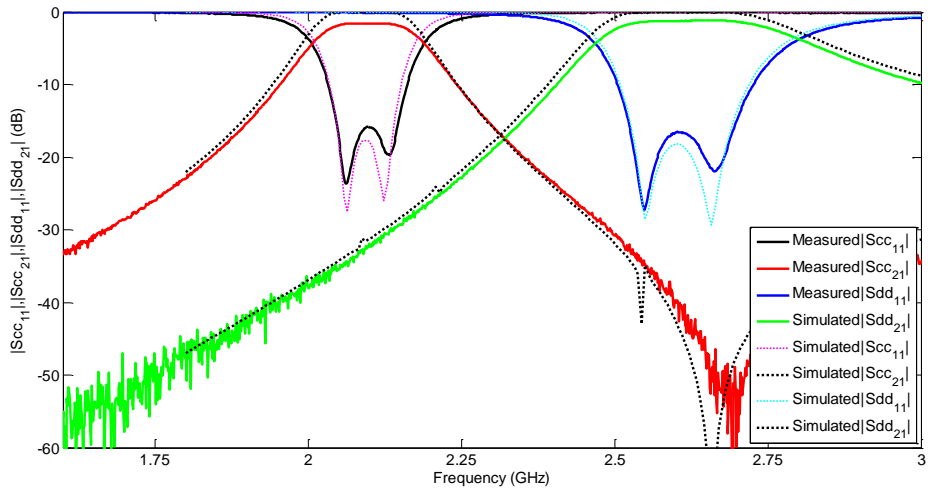
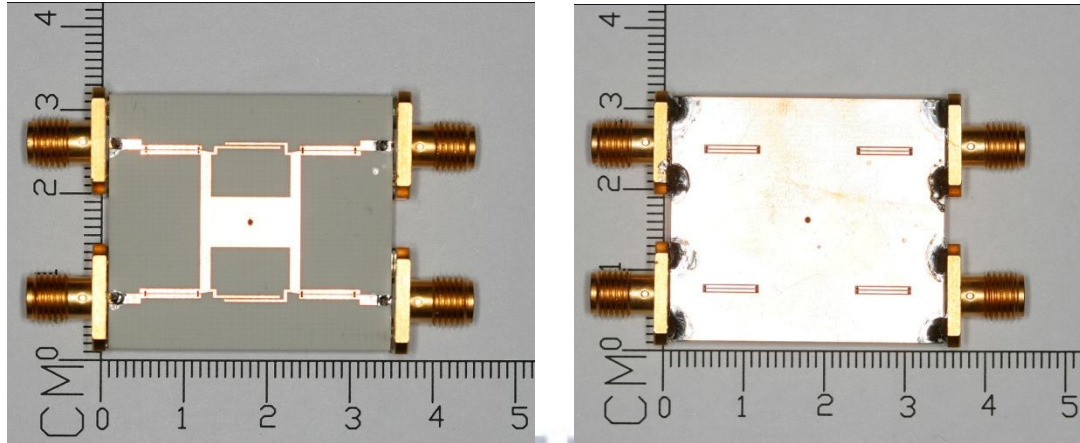


圖 4.2 二階奇偶模濾波器之電磁模擬與實作量測



(a) 上視圖

(b) 背視圖

圖 4.3 二階濾波器實作電路

表 4.3 二階濾波器電磁模擬與實際量測之參數比較

	偶模頻帶		奇模頻帶	
	中心頻	-15dB 比例頻寬	中心頻	-15dB 比例頻寬
電磁模擬	2.094GHz	4.85%	2.60GHz	6.50%
實作量測	2.1GHz	4.90%	2.60GHz	6.84%
錯誤率	0.3%	1.0%	0%	4.9%

在頻率響應如圖 4.2 中，因為在中心頻之返回損耗高於-20dB，故在此以-15dB 之比例頻寬做為實作的量測參考，我們可以看到，其響應之錯誤率都在 5% 以下，結果十分吻合，而實作之比例頻寬較寬的原因是因實作上的損耗較大，在模擬軟體中不能完整考量實作上的損耗量。而中心頻幾乎沒有偏移情況，穿透損耗之值也落在-1.3dB 內，隔絕度則達到-30dB。

4.2 三階濾波器

三階之佈局如圖 4.4，表 4.4 詳列出各個線寬，線距，以及線的長度。

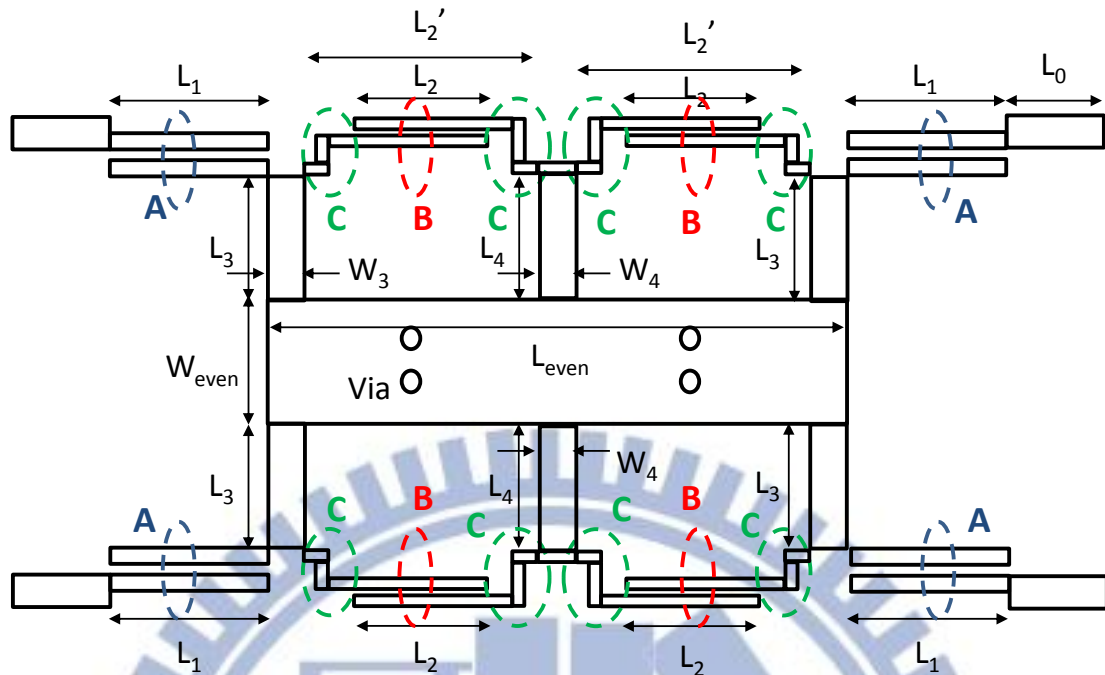


圖 4.4 三階濾波器之佈局

表 4.4 三階濾波器各線段長度及寬度參數值

線段	長度	線段	長度
L_0	150 mil	L_1	250 mil
L_2	151 mil	L_2'	564 mil
L_3	130 mil	W_3	44 mil
L_4	162 mil	W_4	44 mil
L_{even}	1260 mil	W_{even}	376 mil

表 4.5 三階濾波器各區塊訊號走線及地線參數值

區塊	參數	參數值	參數	參數值
A_tup	S_A	9 mil	W_A	26 mil
A_bottom	S_G	9 mil	W_R	12 mil
	S_R	7 mil		
B	S_B	14 mil	W_B	11 mil
C	L_{total}	220 mil	W_C	11 mil
Via	Diameter	20 mil		

圖 4.5 為電磁模擬和實作量測之通帶的 S 參數比較，圖 4.6 為實作電路圖，可以明顯看到三階濾波器的尺寸也不大，約為 2.5 公分 x 5.5 公分，而表 4.6 則是

兩者間的比較和錯誤率。

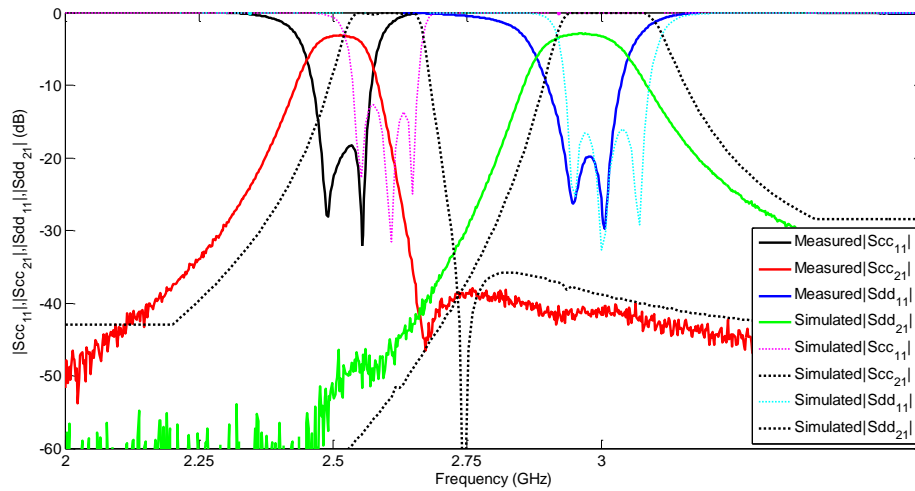
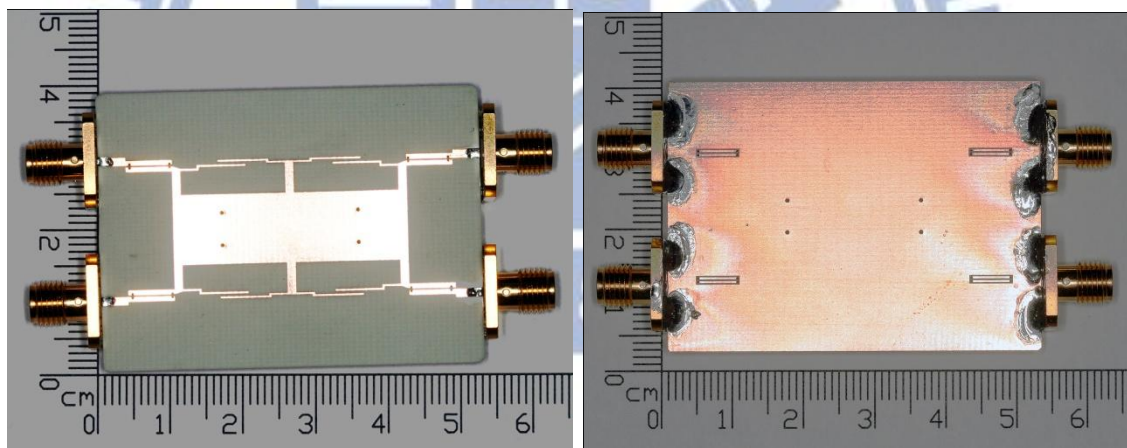


圖 4.5 三階奇偶模濾波器之電磁模擬與實作量測



(a) 上視圖

(b) 背視圖

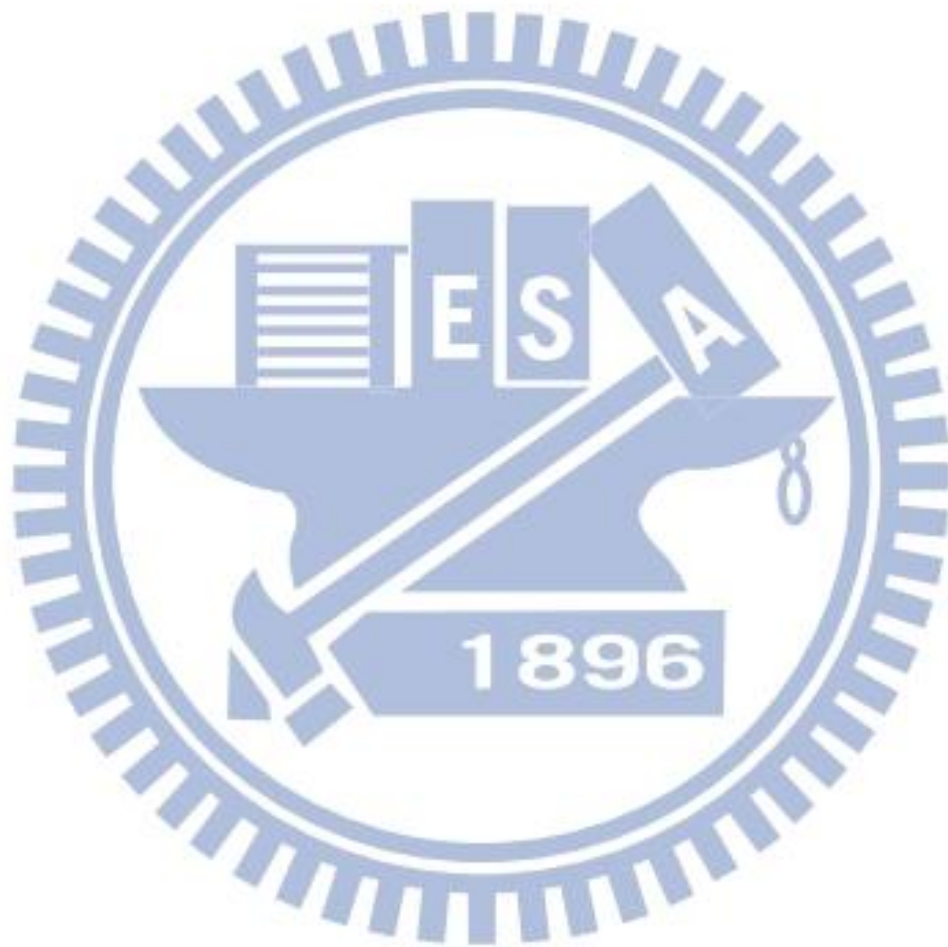
圖 4.6 三階濾波器實作電路

表 4.6 三階濾波器電磁模擬與實際量測之參數比較

	偶模頻帶		奇模頻帶	
	中心頻	-15dB 比例頻寬	中心頻	-15dB 比例頻寬
電磁模擬	2.609GHz	4.22%	2.994GHz	4.91%
實作量測	2.53GHz	3.81%	2.97GHz	3.64%
錯誤率	3%	9.7%	0.8%	25.8%

我們可以看到在圖 4.5 中，頻率響應有頻偏的情況，可能原因為板材之介

電常數與模擬軟體之值有偏差，因為每一塊板子之介電常數非定值，3.58 僅為一個參考的平均值；我們同樣取-15dB 的比例頻寬與電磁模擬做比較，其結果如表 4.6，其響應之錯誤率較二階之結果為高，雖然在操作頻帶內的返回損耗沈點(dip)較標準值少了一個，但可以明顯看到因為三階結構而造成穿透損耗的濾波器裙襬(filter-skirt)較為陡峭，達到良好的頻帶選擇性；穿透損耗在各個中心頻附近約為 -2.6dB，並且同樣具有極高的隔絕度。



第五章 結論

本論文提出一個四埠的奇模偶模雙頻濾波器，以奇模訊號輸入和偶模訊號輸入之相位的差異，進行電路的設計，使其能在不同輸入訊號下產生不同中心頻的帶通濾波器。並且搭配耦合矩陣，用解析方法得到各參數值。利用本論文的分析方式，我們也可以對不同的共振結構做解析，可依循本論文之解析步驟，推導出濾波器中的各項參數值。

本論文以二階的雙模雙頻帶濾波器，以及三階的濾波器做為例子，驗證出此分析步驟的正確性和準確度，並可將此方法應用在更高階的濾波器，達到更寬頻的效果。另一方面，我們也可以在耦合矩陣中加入交錯耦合的路徑，再利用佈局上的巧思產生更多的零點，使得穿透損耗在操作頻帶邊界的斜率增加，達到更好的截止頻帶響應。

而廣泛被運用的步階阻抗的共振結構，也可以運用在此架構的濾波器中，可令其 Z_1 以及 Z_2 的阻抗值不同，我們同樣可得到各個參數值，並享有步階阻抗將偽頻帶(Spurious passband)推遠的特性。

綜合以上的推導和討論，可證明此分析方式的正確性和實用性，有利的幫助我們在設計濾波器時，做初始值的推估和設計，且分析步驟也可廣泛運用到不同的共振腔結構中。

參考文獻

- [1.] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, 3rd ed. New York, John Wiley & Sons, 1998
- [2.] J. S. Hong and M. J. Lancaster, *Microstrip Filter for RF/Microwave Applications*. New York: Wiley, 2001
- [3.] H. P. Partal, “Cross Coupled Wiggly Line Hairpin Filters with High Selectivity and Spurious Suppression.” in *Proc. 40th Eur. Microw. Conf.*, Sep. 2010, pp.1265-1268
- [4.] R. K. Settaluri, A. Weisshaar, V. K. Tripathi, “Design of Compact Multilevel Folded-Line Bandpass Filters.” *IEEE Tran. Microw. Theory Tech.*, vol. 49, no. 10, Oct. 2001
- [5.] M. Makimoto and S. Yamashita, “Bandpass Filters Using Parallel Coupled Stripline Stepped Impedance Resonators.” *IEEE Tran. Microw. Theory Tech.*, vol. MTT-28, no. 12, Dec. 1980
- [6.] P. Phudpong, N. Youngthanisara, M. Kitjaroen, and P. Rattanawan, “A High-Isolation Low-Insertion-Loss Filter-Integrated PIN Diode Antenna Switch.” in *Proc. Asia-Pacific Microw. Conf.*, Dec. 2009, pp.1585-1588
- [7.] C. Karpuz and A. Görür, “Dual-Mode Dual-Band Microstrip Filters.” in *Proc. 39th Eur. Microw. Conf.*, Rome, Italy, Sep. 2009, pp.105-108
- [8.] Y. T. Kuo and C. Y. Chang, “Analytical Design of Two-Mode Dual-Band Filter Using E-Shaped Resonators.” *IEEE Tran. Microw. Theory Tech.*, vol. 60, no. 2, Feb. 2011
- [9.] S. Luo and L. Zhu, “A Novel Dual-Mode Dual-Band Bandpass Filter Based on a Single Ring Resonator.” *IEEE Microw. Wireless Compon. Lett.*, vol. 19,

no. 8, pp.497-499, Aug. 2009

- [10.] 陳如屏, “Even- and Odd-Mode Dual Band Bandpass Filters.” 交通大學電信研究所, 碩士論文, 2009
- [11.] R. J. Cameron, C. M. Kudsia and R. R. Mansour, *Microwave Filters for Communication Systems: Fundamentals, Design, and Applications*, Hoboken, NJ: Wiley, 200
- [12.] C. H. Liang, W. S. Chang and C. Y. Chang, “Enhanced Coupling Structure for Tight Couplers and Wideband Filters.” *IEEE Tran. Microw. Theory Tech.*, vol. 59, no. 3, Mar. 2011
- [13.] Y. W. Lin, J. C. Lu, C. Y. Chang and C. K. Liao “High Selectivity and Flat Group Delay Parallel-Coupled Microstrip Bandpass Filter with Lumped-Element K-Inverters.” in *Proc. 40th Eur. Microw. Conf.*, Nov. 2010, pp.296-299

