

國立交通大學  
機械工程學系碩士班  
碩士論文

偵測水穿透質子交換膜的聲波感測器



Acoustic Wave Sensors for Detection of Water  
Transport through Membrane in a PEM Fuel Cell

研究生：吳旻修

指導教授：尹慶中 博士

中華民國一〇一年九月

偵測水穿透質子交換膜的聲波感測器

Acoustic Wave Sensors for Detection of Water Transport through  
Membrane in a PEM Fuel Cell

研究生：吳旻修

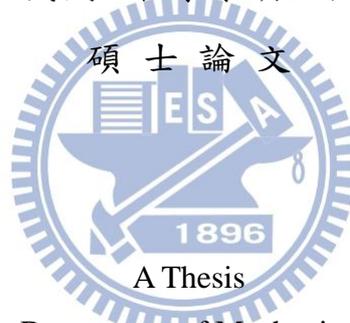
Student : Min-Hsiu Wu

指導教授：尹慶中 博士

Advisor : Dr. Ching-Chung Yin

國立交通大學

機械工程學系碩士班



Submitted to Department of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in

Mechanical Engineering

September 2012

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一〇一年九月

# 偵測水穿透質子交換膜的聲波感測器

研究生：吳旻修

指導教授：尹慶中博士

國立交通大學機械工程學系碩士班

## 摘要

質子交換膜燃料電池運轉時，質子交換膜必須維持一定濕度，以維持良好的離子導電率。本研究設計一組聲導波感測器，黏貼於流道板背面兩端，監測流道板的反應生成水及質子交換膜的濕度。感測器是由反對稱指叉電極壓電纖維複材(簡稱 AE-PFC)所構成，具有窄頻、質量輕、高度指向性等優點。

實驗以碳紙做為氣體擴散層，覆蓋於流道區，根據聲導波時域訊號包絡線與頻譜峰值變化，探討反應生成水濕潤碳紙對於導波的影響。實驗結果顯示碳紙的含水量會使行經流道區工作頻率內的第二模態導波振幅下降，減緩第一模態導波在流道區的反射，使工作頻率內的第一模態導波振幅上升，由振幅下降幅度則可判斷水在肋板或流道的分布狀態。感測器於肋板與流道的靈敏度分別為 0.03 與 0.3 mV/ $\mu$ l，可量測水量範圍為 20 至 220  $\mu$ l，解析度可達到 5  $\mu$ l。以有限元素法分析壓電纖維的電場及聲波傳遞，數值結果顯示驅動及極化電場大多平行 AE-PFC 之纖維方向，暫態分析得知 AE-PFC 與主結構之間的黏著劑厚度會改變訊號的頻譜特性。

關鍵字：聲導波感測器、反對稱指叉電極、壓電纖維複材、質子交換膜燃料電池

# **Acoustic Wave Sensors for Detection of Water Transport through Membrane in a PEM Fuel Cell**

Student: Min-Hsiu Wu

Advisor: Dr. Ching-Chung Yin

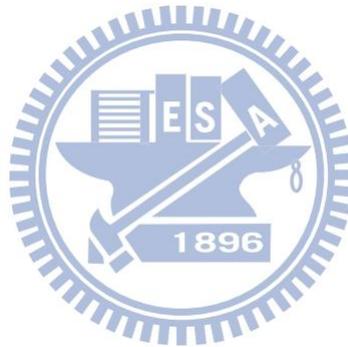
## **ABSTRACT**

Water transport rate in the proton exchange membrane fuel cell (PEMFC) should be in a specific range to keep a good electric conductivity in the membrane. This thesis develops an in-situ inspection method to detect water transport through the membrane into flow channels by use of a novel acoustic guided wave transducer. Two anti-symmetric interdigitated piezoelectric fiber composite (AE-PFC) transducers used as the guided wave transmitter and receiver were adhered to the back surface of flow field plate. Guided waves propagate over the flow channel area and carry water information from the transmitter to the receiver. The transducer comes with advantages of narrowband, small mass and high acoustic directivity.

In experiment, a carbon paper used as the gas diffusion layer overlays the area of flow channels. The influence of wet carbon paper on the guided acoustic wave was investigated in accordance with changes of the waveform envelop and the peak value of the signal spectrum. The result indicates the water in the carbon paper reduces reflected echoes of the first guided mode and increases the peak amplitude. On the contrary, the amplitude of the second guided mode decreases as it propagates over the wet area of flow channels. Based on the decreasing of amplitude, the water quantity distributed throughout either the ribs or the flow channels can be determined. The sensitivity of detection is 0.03 and 0.3 mV/ $\mu$ l for water on the ribs and in the flow channels. The range of measuring is 20 to 220  $\mu$ l. The detecting resolution is up to 5  $\mu$ l.

Furthermore, finite element analysis was used to explore the electric field of AE-PFC in the process of polarization and guided wave propagation in the flow field plate. The numerical results indicate the electric field is nearly parallel to the piezoelectric fibers. The transient analysis shows the forking phenomenon in the guided mode signal spectra might be caused by the varying adhesive thickness between AE-PFC and the host structure.

Keywords: acoustic guided wave transducer, antisymmetric interdigitated piezoelectric fiber composite, PEM fuel cell, water detection



## 誌謝

在這兩年的研究所求學過程中，首先感謝我的指導教授 尹慶中博士，在研究過程中不斷地給予指正與教導，讓我在待人處事上有所成長，了解自己的缺點，並有所改進。另外也感謝金大仁與蕭國模老師撥冗擔任口試委員，指出了論文中不清楚或錯誤的地方，讓論文能更完整。感謝學長許世明、劉育翔、溫子達、游泰和、蔡慶芳、吳家宇、王裕太、鄭智遠、黃室維、蔡旻軒、湯士杰提供學習與研究上的經驗，感謝同學郇心慧、梁均帆、李劭遠於修課與研究上的協助，讓我們能更加順利的完成學業，並且帶來實驗室的歡樂時光，讓兩年的時間不會枯燥乏味，以及學弟妹李柏勳、黃仲平、吳雨倩、何家豪，在這一年的時間使實驗室的氣氛更加融洽，祝福你們研究順利。最後特別感謝我的家人，提供精神與物質上的支撐，讓旻修能盡心盡力的研究，由衷地感謝關心我的家人。

僅以此論文

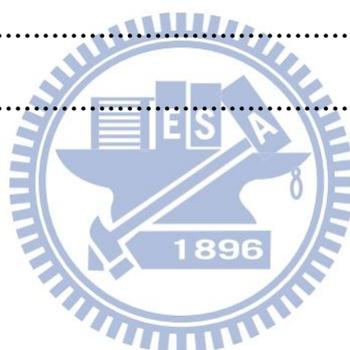
獻給家人以及所有關愛我的人

# 目錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
誌謝.....	iv
目錄.....	v
表目錄.....	viii
圖目錄.....	ix
第一章 緒論.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 文獻回顧.....	2
1.2.1 彈性波波導傳遞研究.....	2
1.2.2 具液體負載之聲導波.....	2
1.2.3 質子交換膜燃料電池可視化.....	4
1.3 研究目的.....	4
1.4 內容簡述.....	5
第二章 理論說明.....	6
2.1 等向性平波的板波波傳.....	6
2.2 正交性積層板之板波波傳.....	9
2.2.1 單層正交性平板.....	9
2.2.2 層狀介質.....	12
2.3 壓電材料.....	14
2.3.1 壓電效應.....	14
2.3.2 壓電材料的本構方程式.....	15
2.4 有限元素暫態分析.....	16

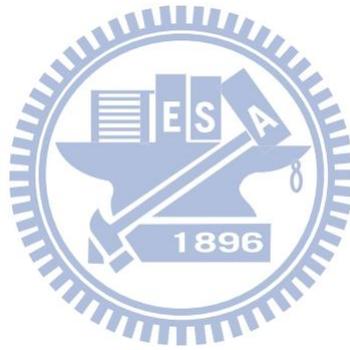
2.5	小波轉換 .....	17
第三章	實驗量測與討論 .....	19
3.1	AE-PFC 之設計與製作 .....	19
3.1.1	指叉電極製作 .....	19
3.1.2	製作程序 .....	19
3.1.3	共振頻率量測 .....	20
3.1.4	品質量測 .....	21
3.2	流道板實驗量測 .....	22
3.2.1	流道板模型與 AE-PFC 黏貼位置 .....	22
3.2.2	AE-PFC 黏貼於流道板共振頻率量測 .....	22
3.2.3	實驗架構 .....	23
3.2.4	暫態訊號量測 .....	23
3.2.5	連續正弦波激發暫態訊號量測 .....	25
3.2.6	不同頻率的高斯脈波激發暫態訊號量測 .....	25
3.3	反應生成水浸潤碳紙量測 .....	26
3.3.1	0.78 MHz 的高斯脈波訊號驅動 .....	26
3.3.2	0.73 MHz 的高斯脈波訊號驅動 .....	28
3.3.3	0.83 MHz 的高斯脈波訊號驅動 .....	28
3.3.4	結果與討論 .....	29
第四章	數值模擬分析 .....	31
4.1	AE-PFC 電場模擬 .....	31
4.2	流道板暫態分析 .....	31
4.2.1	前處理 .....	32
4.2.2	材料係數量測 .....	32
4.2.3	網格與負載 .....	33

4.2.4	求解結果 .....	35
4.3	頻散曲線計算 .....	35
4.3.1	AE-PFC 黏貼於流道板頻散曲線計算 .....	35
4.3.2	流道區之導波頻散曲線 .....	36
第五章	結論與未來展望 .....	38
5.1	結論 .....	38
5.1.1	實驗 .....	38
5.1.2	數值分析 .....	39
5.2	未來展望 .....	40
參考文獻	.....	41
附表	.....	43
附圖	.....	47



## 表目錄

表 1 電極間距 .....	43
表 2 0.78 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於訊號包絡線最大值下降斜率與平均 .....	44
表 3 電場模擬材料參數 .....	45
表 4 暫態分析壓電纖維 PZT-5A 的材料參數 .....	45
表 5 暫態分析流道板與環氧樹脂的材料參數 .....	46



## 圖目錄

圖 1.1	質子燃料電池內部結構.....	47
圖 2.1	彈性波於板內傳遞示意圖.....	47
圖 2.2	(a)對稱及(b)反對稱板波的位移示意圖.....	48
圖 2.3	層狀介質示意圖.....	48
圖 2.4	負壓電效應示意圖.....	49
圖 3.1	指叉電極尺寸圖.....	49
圖 3.2	指叉電極成品圖.....	50
圖 3.3	AE-PFC 極化與工作示意圖.....	50
圖 3.4	AE-PFC 成品圖.....	51
圖 3.5	量測共振頻率實驗示意圖.....	51
圖 3.6	AE-PFC 自由狀態頻率響應，(a)為發射端、(b)為接收端.....	52
圖 3.7	AE-PFC 冷鑲埋示意圖.....	53
圖 3.8	AE-PFC 截面金相圖.....	53
圖 3.9	流道板模型，(a)為整體、(b)為局部放大圖.....	54
圖 3.10	AE-PFC 黏貼位置.....	54
圖 3.11	AE-PFC 黏貼於流道板的頻率響應，(a)為發射端、(b)為接收端 ..	55
圖 3.12	暫態訊號量測實驗架構示意圖.....	56
圖 3.13	程式人機介面.....	56
圖 3.14	0.78 MHz 高斯脈波訊號，(a)為時域、(b)為頻譜、(c)為頻譜取 dB .....	57
圖 3.15	無水時，以 0.78 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC 的暫態訊號，(a)為時 域、(b)為頻譜.....	58

圖 3.16 無水時，以 0.78 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，經濾波後的暫態訊號， (a)為時域、(b)為頻譜、(c)為頻譜局部放大圖 .....	59
圖 3.17 快速傅立葉轉換小程式.....	60
圖 3.18 無水時，以 0.78 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，經濾波後不同時間範圍的暫態訊號頻譜圖，(a)為 15 ~ 35 $\mu$ s、(b)為 35 ~ 45 $\mu$ s、(c)為 45 ~ 60 $\mu$ s .....	61
圖 3.19 流道板四周黏貼矽膠示意圖(發射端在右邊).....	62
圖 3.20 流道板四周黏貼矽膠，以 0.78 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC 的暫態訊號，(a)為未黏貼矽膠、(b)為左方黏貼矽膠、(c)為右方黏貼矽膠、(d)為上方黏貼矽膠、(e)為下方黏貼矽膠 .....	63
圖 3.21 正弦波驅動頻率對於訊號峰值實驗結果.....	64
圖 3.22 小波轉換轉換後之包絡線對應圖.....	64
圖 3.23 不同驅動頻率的高斯脈波之暫態響應訊號實驗結果 .....	65
圖 3.24 不同驅動頻率的高斯脈波之暫態響應頻譜.....	65
圖 3.25 流道板覆蓋碳紙示意圖，(a)為整體、(b)為局部放大圖 .....	66
圖 3.26 0.78 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，在碳紙背面添加 20 $\mu$ l 水時的暫態訊號，(a)為時域、(b)為頻譜.....	67
圖 3.27 0.78 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於訊號包絡線之三維圖 .....	68
圖 3.28 0.78 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於訊號包絡線峰值繪圖 .....	69
圖 3.29 0.78 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於訊號包絡線峰值抵達時間繪圖 .....	69
圖 3.30 0.78 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於頻譜 dB 峰值繪圖，(a)為第一個模態、(b)為第二個模態.....	70

圖 3.31	0.73 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，在碳紙背面添加 20 $\mu\text{l}$ 水時的暫態訊號，(a)為時域、(b)為頻譜.....	71
圖 3.32	0.73 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於訊號包絡線峰值繪圖.....	72
圖 3.33	0.73 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於訊號包絡線峰值抵達時間繪圖.....	72
圖 3.34	0.73 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於頻譜 dB 峰值繪圖，(a)為第一個模態、(b)為第二個模態.....	73
圖 3.35	0.83 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，在碳紙背面添加 20 $\mu\text{l}$ 水時的暫態訊號，(a)為時域、(b)為頻譜.....	74
圖 3.36	0.83 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於訊號包絡線峰值繪圖.....	75
圖 3.37	0.83 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於訊號包絡線峰值抵達時間繪圖.....	75
圖 3.38	0.83 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於頻譜 dB 峰值，(a)為第一個模態、(b)為第二個模態.....	76
圖 3.39	不同水量時流道水量分布，(a)為 50 $\mu\text{l}$ 、(b)為 120 $\mu\text{l}$ 、(c)為 160 $\mu\text{l}$ .....	77
圖 3.40	5 $\mu\text{l}$ 水沾附在流道凹槽與肋板，訊號包絡線，(a)為完整訊號，(b)為局部訊號.....	78
圖 3.41	5 $\mu\text{l}$ 水沾附在流道凹槽與肋板，訊號頻譜，(a)為完整訊號，(b)為局部訊號.....	79
圖 4.1	電場模擬之模型.....	80
圖 4.2	電場模擬之網格化模型.....	80
圖 4.3	電場模擬結果.....	81

圖 4.4	沿著 Y 軸不同截面之電場分布，(a)為 0、(b)為 W/4、(c)為 W/2、 (b)為 3W/4、(b)為 W.....	83
圖 4.5	暫態分析之模型，(a)為正面、(b)為背面 .....	84
圖 4.6	脈波回音法實驗示意圖.....	85
圖 4.7	縱橫波之回波示意圖.....	85
圖 4.8	暫態分析之網格化模型.....	86
圖 4.9	暫態分析負載說明.....	86
圖 4.10	暫態分析之驅動訊號.....	87
圖 4.11	黏著劑厚 50 $\mu\text{m}$ 時的暫態分析結果，(a)為時域、(b)為頻譜.....	87
圖 4.12	黏著劑厚度為(a)為 40 $\mu\text{m}$ 、(b)為 50 $\mu\text{m}$ 、(c)為 60 $\mu\text{m}$ 的時域響應暫 態分析結果，.....	88
圖 4.13	黏著劑厚度為(a)為 40 $\mu\text{m}$ 、(b)為 50 $\mu\text{m}$ 、(c)為 60 $\mu\text{m}$ 的暫態分析響 應頻譜.....	89
圖 4.14	AE-PFC 黏貼於鋁板頻散曲線之模型.....	90
圖 4.15	AE-PFC 黏貼於鋁板頻散曲線.....	90
圖 4.16	計算流道頻散曲線之模型.....	91
圖 4.17	X 方向之振動模態.....	91
圖 4.18	流道頻散曲線.....	92
圖 5.1	消除往邊緣傳遞的導波之 AE-PFC 配置圖.....	92

# 第一章 緒論

## 1.1 研究背景

人類對於能源的需求日益漸增，新的能源技術逐漸受到重視。燃料電池是一種將化學能直接轉換成電能的裝置，所採用的燃料主要分為氫氣、甲醇、乙醇、天然氣或其它碳氫化合物。燃料電池使用氧氣做為氧化劑，副產物為熱、純水或較少量的二氧化碳，具有低汙染、低噪音、高電能轉換效率及再生性等特點。

質子交換膜燃料電池(proton exchange membrane fuel cell，簡稱 PEMFC)，又稱為高分子電解質燃料電池(polymer electrolyte membrane fuel cell)，是一種以氫氣與氧氣做為燃料而產生電能的燃料電池，構造如圖 1.1 所示，氫氣順著流道板，穿過氣體擴散層，到達陽極氧化成氫離子，氫離子再穿過質子交換膜到達陰極，與氧氣還原產生水。其中氣體擴散層、陰陽極與質子交換膜又稱為膜電極組(MEA)。

質子交換膜燃料電池運轉時，觸媒層與質子交換膜必須維持一定濕度，以維持良好的離子導電率(ionic conductivity)，若電池內部反應生成的水分蒸發太快，使得質子交換膜過於乾燥，質子通過交換膜的阻力就會增加，而使交換膜破裂。過多水分則會阻礙氣體到達觸媒層，故氣體擴散層與流道板必須避免有過多水分，導致反應停止。質子交換膜燃料電池的運轉效能取決於電池組內部生成水分的調節，如何有效地監測反應生成水因此成為一項重要的課題。

反對稱指叉電極壓電纖維複材[1]，簡稱 AE-PFC，是一種由兩層指叉電極與壓電纖維黏貼熱壓而成的導波換能器，具有撓曲性高、質量輕、聲場高度指向性等優點，可做為嵌入式導波換能器或感測器。

## 1.2 文獻回顧

### 1.2.1 彈性波波導傳遞研究

1885 年，Rayleigh [2]提出表面聲波在半無限域等向性介質的傳遞理論，表面聲波的能量集中於介質的表面，也稱為雷利波(Rayleigh waves)，雷利波是不具有頻散(dispersion)性質的導波(guided waves)。相同頻率下，機械波的波長大約是電磁波的 $10^{-5}$ 倍，故聲波元件適合微型化，其中，表面聲波廣泛應用於電子元件，例如：延遲器(delay line)、振盪器(resonator)等。近二十年來，拜半導體製程便利之賜，表面聲波元件應用於微機電系統做為各種型式的感測器。

1917 年，Lamb [3]發現在表面沒有曳力負載的等向性平板中，存在一種沿著平板傳遞的頻散波，稱為藍姆波(Lamb waves，又稱板波)。藍姆波侷限於平板上下表面之間，依振板的厚度變形分為對稱與反對稱的彈性波。當頻率與厚度之乘積趨近於無窮大時，藍姆波之特徵方程式會蛻變為雷利表面聲波之特徵方程式。

### 1.2.2 具液體負載之聲導波

White 與 Voltmer [4]在 1965 年發展出一種在壓電材料上製作指叉換能器的方法，將表面聲波換能器的工作原理具體化。1988 年，White 與 Wenzel

[5]將指叉電極製作於壓電材料氧化鋅上，做為導波換能器，探討甲醇與水對於藍姆波波速的影響，發現波傳路徑上耦合液體的密度對於藍姆波的波速與頻率變化有關聯性。

Kondoh 與 Shiokawa [6]在 1993 年曾使用指叉電極與壓電材料鉬酸鋰做為導波換能器，激發出橫向偏振的表面聲波(SH-SAW)，探討液體黏度、質量、介電常數、導電率對於 SH-SAW 的影響，發現 SH-SAW 的頻率對於液體黏性與質量有較大的敏感度。

1999 年，Motegi 與 Toda [7]以數值方法，探討在壓電陶瓷與壓克力構成的雙層板上，負載液體密度對於洩漏藍姆波(leaky Lamb waves, LLW)的影響，並且以實驗驗證模態耦合(mode-coupling)的現象。

同年，Herrmann et al. [8]以石英做為指叉換能器，激發出洛夫波(Love waves)，探討液體密度、黏度對於洛夫波的影響，發現提高激振頻率可以提升對於液體負載密度的敏感度。Turton et al [9]在 2006 年，同樣以指叉電極與石英做為換能器，激發出洛夫波，進一步探討液體黏度、密度與頻率偏移(frequency shift)、插入損失(insertion loss)的關係，發現頻率偏移、插入損失與低黏度液體密度及黏度乘積的平方根成正比，且高黏度液體有較差的敏感度。

2011 年，王裕太 [10]將壓電陶瓷材料 PZT-4 黏貼於質子交換膜燃料電池流道板兩側，做為偵測流道板反應生成水的聲導波陣列換能器，發現流道水量對於導波換能器的插入損失有影響，但是影響不顯著。由於採用的換能器屬於寬頻換能器，激發出多個模態的導波，以致訊號觀察困難。因為流道板尺寸有限，超音波受到板緣反射，干擾直接接收波傳的導波訊號，故未能成功量測導波的相速度頻散曲線。

同年，黃室維 [1]發展出具反對稱指叉電極的壓電纖維複材 (antisymmetric interdigitated electrode piezoelectric fiber composites, AE-PFC)，是一種由兩層指叉電極與壓電纖維黏貼而成的導波換能器。將 AE-PFC 黏貼在鋁板上，可激發出藍姆波。滴水於波傳路徑上，發現  $A_1$  板波振幅明顯減小。

### 1.2.3 質子交換膜燃料電池可視化

1999 年，Bellows [11]利用中子成像術探討 PEMFC 的反應生成水，利用中子對於不同材料的衰減特性，建構出水在 PEMFC 的分布。

2003 年，Tüber et al. [12]將 PEMFC 的陰極流道板以透明的壓克力板取代，運用攝影機監測 PEMFC 運轉時，不同燃料流量、濕度、氣體擴散層對於燃料電池之發電效率與反應生成水的影響，發現親水性的氣體擴散層有助於改善發電效率。

Bedet et al. [13]在 2008 年以核磁共振成像 (magnetic resonance imaging)，觀察 PEMFC 運作時水的反應生成，解決因為 PEMFC 金屬物導致影像品質不好的問題。

## 1.3 研究目的

燃料電池運轉時，質子交換膜、氣體擴散層與流道板皆被固定在燃料電池裡面，不易直接測得濕度。本研究採用 AE-PFC 黏貼於燃料電池流道板外側的兩端做為聲導波發射與接收，並採用較薄的流道板進行研究，符合燃料電池模組的趨勢。本研究探討流道板、氣體擴散層與質子交換膜生

成水對於流道板上導波的影響，並整合一套能監測反應生成水的聲導波感測系統。

## 1.4 內容簡述

本文分為五章，第一章為研究背景、文獻回顧、研究目的。第二章為理論說明，介紹板波的波傳理論、壓電材料特性、有限元素暫態分析與小波轉換。第三章為實驗量測，簡述 AE-PFC 之製作流程，探討 AE-PFC 黏貼於流道板外側，發射及接收板波訊號，並比較不同水量沾附在碳紙上對於導波的影響。第四章為數值模擬分析，由電場模擬，得知 AE-PFC 之極化與驅動電場的作用方向，以暫態波傳分析與板波頻散曲線瞭解 AE-PFC 與流道板的波傳特性。第五章為本文結論與未來工作。



## 第二章理論說明

本章節先介紹藍姆波在均質等向性平板中傳遞的相速度與群速度(能量速度)，闡述藍姆波於正交性平板中傳遞的理論，說明壓電材料的壓電效應及壓電材料的本構方程式、限元素暫態分析之求解方法，及小波轉換訊號處理方法。

### 2.1 等向性平波的板波波傳

板波的波傳受到平板上下表面自由邊界的拘束，在板厚方向形成共振者才能夠沿著平板傳遞至遠處，若無法在厚度方向形成共振，則會很快地衰減消散掉。板厚方向不同振動模態或振頻的板波具有不等的相速度，這種現象即稱為頻散或色散。

假設板波於板中沿  $x$  方向傳遞，如圖 2.1，為簡化表示式，以下推導的場變數皆省略時諧因子  $e^{i\omega t}$ 。平板上下表面邊界條件為

$$S_{xy} = S_{yy} = 0, \quad y = \pm H, \quad -\infty < x < \infty \quad (2.1)$$

其中， $S_{xy}$  與  $S_{yy}$  為應力分量， $H$  為板厚的一半。採用赫姆霍茲分解法(Helmholtz decomposition)，以勢函數(potential functions) $\Phi$  與  $\Psi$  推導場變數，勢函數以分離變數法(separation of variables)，表示  $x$  的函數與  $y$  的函數之乘積

$$\Phi(x, y) = F(y)e^{ikx} \quad (2.2a)$$

$$\Psi(x, y) = G(y)e^{ikx} \quad (2.2b)$$

其中， $k$  為沿著平板波傳的待定實數波數， $F(y)$ 、 $G(y)$  為待定函數，分別滿足

$$F''(y) - \eta_1^2 F(y) = 0 \quad (2.3a)$$

$$G''(y) - \eta_2^2 G(y) = 0 \quad (2.3b)$$

其中， $\eta_j^2 = k^2 - k_j^2$ 。考慮 $\eta_1$ 、 $\eta_2$ 為單值函數(single valued functions)，選擇

$$\text{Re}(\eta_j) \geq 0 \quad (2.3c)$$

在平板內部( $-H < y < H$ )，(2.3a)及(2.3b)式的通解為

$$F(y) = A \sinh(\eta_1 y) + B \cosh(\eta_1 y) \quad (2.4a)$$

$$G(y) = C \sinh(\eta_2 y) + D \cosh(\eta_2 y) \quad (2.4b)$$

其中 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 為常數，則勢能函數可以寫成

$$\Phi(x, y) = [A \sinh(\eta_1 y) + B \cosh(\eta_1 y)] e^{ikx} \quad (2.5a)$$

$$\Psi(x, y) = [C \sinh(\eta_2 y) + D \cosh(\eta_2 y)] e^{ikx} \quad (2.5b)$$

應力分量可以表示為

$$S_{xy} = \mu(2\Phi_{,xy} + 2\Psi_{,xx} + k_2^2 \Psi) \quad (2.6a)$$

$$S_{yy} = \mu[-(2\Phi_{,xx} + k_2^2 \Phi) + 2\Psi_{,yy}] \quad (2.6b)$$

將(2.5)、(2.6)式整理後，代入(2.1)式的邊界條件中，可獲得 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ ，為未知數的齊性方程式(homogeneous equation)，其中， $k$ 尚未得知。

$$\begin{bmatrix} 2ik\eta_1 \cosh(\eta_1 H) & -(2k^2 - k_2^2) \cosh(\eta_2 H) \\ \pm(2k^2 - k_2^2) \sinh(\eta_1 H) & \pm 2ik\eta_2 \sinh(\eta_2 H) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ D \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \pm 2ik\eta_1 \sinh(\eta_1 H) & \mp(2k^2 - k_2^2) \sinh(\eta_2 H) \\ (2k^2 - k_2^2) \cosh(\eta_1 H) & 2ik\eta_2 \cosh(\eta_2 H) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} B \\ C \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.7)$$

依據位移對於平板中平面的對稱性，板波可分為反對稱波及對稱波兩類，參考圖 2.2，前者稱為撓性波(flexural waves)，後者則稱為延性波(extensional waves)。若 $B = C = 0$ ，代表反對稱板波的廣義固有值問題，由(2.7)式可得

$$\begin{bmatrix} 2ik\eta_1 \cosh(\eta_1 H) & -(2k^2 - k_2^2) \cosh(\eta_2 H) \\ (2k^2 - k_2^2) \sinh(\eta_1 H) & 2ik\eta_2 \sinh(\eta_2 H) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ D \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.8)$$

反之，若  $A = D = 0$ ，則代表對稱板波的廣義固有值問題，由(2.7)式可得

$$\begin{bmatrix} 2ik\eta_1 \sinh(\eta_1 H) & -(2k^2 - k_2^2) \sinh(\eta_2 H) \\ (2k^2 - k_2^2) \cosh(\eta_1 H) & 2ik\eta_2 \cosh(\eta_2 H) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} B \\ C \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.9)$$

當  $B = C = 0$  時，位移分別可以表示為下列式子

$$U(x, y) = [ikA \sinh(\eta_1 y) - \eta_2 D \sinh(\eta_2 y)] e^{ikx} \quad (2.10a)$$

$$V(x, y) = [\eta_1 A \cosh(\eta_1 y) + ikD \cosh(\eta_2 y)] e^{ikx} \quad (2.10b)$$

若(2.8)式存在非零解，可獲得特徵方程式，

$$(2k^2 - k_2^2)^2 \sinh(\eta_1 H) \cosh(\eta_2 H) - 4k^2 \eta_1 \eta_2 \cosh(\eta_1 H) \sinh(\eta_2 H) = 0 \quad (2.11)$$

此時，待定係數  $A$  與  $D$  成比例關係，

$$\frac{D}{A} = -\frac{(2k^2 - k_2^2) \sinh(\eta_1 H)}{2ik\eta_2 \sinh(\eta_2 H)} \quad (2.12)$$

整理(2.10)-(2.12)式可以得到平板反對稱波的頻散方程式(dispersion equation)及位移分量。(2.11)式整理如下：

$$\frac{\tanh(\eta_2 H)}{\tanh(\eta_1 H)} = \frac{(2k^2 - k_2^2)^2}{4k^2 \eta_1 \eta_2} \quad (2.13)$$

將  $k = \omega/c$  代入(2.13)式，可以得知  $k$  及  $c$  是  $\omega$  的函數。

若  $A = D = 0$  時，則對稱板波的位移場可表示成

$$U(x, y) = [ikB \cosh(\eta_1 y) - \eta_2 C \cosh(\eta_2 y)] e^{ikx} \quad (2.14a)$$

$$V(x, y) = [\eta_1 B \sinh(\eta_1 y) + ikC \sinh(\eta_2 y)] e^{ikx} \quad (2.14b)$$

這種板波的位移對稱於  $x$  軸。若(2.9)式存在非零解，則  $k$  必須滿足下列對稱板波的頻散方程式：

$$\frac{\tanh(\eta_1 H)}{\tanh(\eta_2 H)} = \frac{(2k^2 - k_2^2)^2}{4k^2 \eta_1 \eta_2} \quad (2.15)$$

板波的波速是頻率或波長的函數，依據板波在板厚方向的共振模態，可以繪成許多支相速度頻散曲線(dispersion curves)。

## 2.2 正交性積層板之板波波傳

### 2.2.1 單層正交性平板

考慮一個三維彈性波在正交性材料構成的平板或積層內傳遞，將位移函數假設如下

$$u_I(X_1, X_3, t) = U_I(\zeta_1, \zeta_3, \omega) \exp[i(\zeta_1 X_1 + \zeta_3 X_3 - \omega t)] \quad (2.16)$$

其中， $U_I$  為  $u_I$  的振幅分量， $I=1,2,3$ ， $\zeta_1$  與  $\zeta_3$  分別為沿  $X_1 X_3$  平面傳遞的波向量(wave vector)之分量， $\omega$  為角速度，運動方程式為

$$\frac{\partial}{\partial X_J} \left( c_{IJKL} \frac{\partial u_k}{\partial X_L} \right) = \rho_i \frac{\partial^2 u_I}{\partial t^2} \quad (2.17)$$

將(2.16)式代入(2.17)式，整理可得 Christoffel 方程式

$$\begin{bmatrix} \zeta^2 \Gamma_{11} - \omega^2 \rho_i & 0 & \zeta^2 \Gamma_{13} \\ 0 & \zeta^2 \Gamma_{22} - \omega^2 \rho_i & 0 \\ \zeta^2 \Gamma_{13} & 0 & \zeta^2 \Gamma_{33} - \omega^2 \rho_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

其中，為簡化數學式，定義

$$\begin{aligned} \zeta^2 \Gamma_{11} &= \zeta_1^2 C_{11} + \zeta_3^2 C_{55} \\ \zeta^2 \Gamma_{22} &= \zeta_1^2 C_{66} + \zeta_3^2 C_{44} \\ \zeta^2 \Gamma_{33} &= \zeta_1^2 C_{55} + \zeta_3^2 C_{33} \\ \zeta^2 \Gamma_{13} &= \zeta_1 \zeta_3 (C_{13} + C_{55}) \end{aligned} \quad (2.19)$$

(2.18 式)為變數 $(\omega, \zeta)$ 型式的 Christoffel 方程式，它可以根據求解需要，例如微體波相速度或平板導波波傳問題，轉化成其他型式。

考慮平板之結構外形在水平方向為無窮邊界，假設  $\zeta_1 = \zeta$  與  $\zeta_3 = \zeta$ ，分別為水平  $X_1$  與深度  $X_3$  方向傳遞的波數(wavenumber)，代入(2.18)式，並區分成兩種狀況：

(1) 面外波

$$(\zeta^2 a_{22} + c_{22})U_2 = 0 \quad (2.20)$$

其中

$$\begin{aligned} a_{22} &= C_{44} \\ c_{22} &= \zeta^2 C_{66} - \omega^2 \rho_i \end{aligned} \quad (2.21)$$

(2) 面內波

$$\begin{bmatrix} \zeta^2 a_{11} + c_{11} & \zeta b_{13} \\ \zeta b_{31} & \zeta^2 a_{33} + c_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.22)$$

其中

$$\begin{aligned} a_{11} &= C_{55}, & c_{11} &= \zeta^2 C_{11} - \omega^2 \rho_i \\ a_{33} &= C_{33}, & c_{33} &= \zeta^2 C_{55} - \omega^2 \rho_i \\ b_{13} &= b_{31} = \zeta(C_{13} + C_{55}) \end{aligned} \quad (2.23)$$

考慮情況(2)，倘若  $U_i$  為非零解(nontrivial slution)，(2.22)式展開的矩陣行列式必須為零，將其整理成  $\zeta^2$  的二次多項式，以  $B_i (i=0, 2, 4)$  代替各項係數簡化式子，如下式表示：

$$B_4 \zeta^4 + B_2 \zeta^2 + B_0 = 0 \quad (2.24)$$

由(2.24)式可解出 4 個複數根  $\pm \zeta_k (k=1, 3)$ ，並假設一個拘束條件以確定  $\zeta_k$  為單值(single valued)函數，例如  $\text{Im}(\zeta_k) \geq 0$ 。將根代入(2.22)式，可得對應之特徵向量  $\{U_1, U_3\}^T$  中各分量的比值關係，

$$(U_1^\pm, U_3^\pm)^{(k)} = C_k^\pm (p_{1k}^\pm, p_{3k}^\pm) \quad (2.25)$$

其中，未知係數  $C_k^\pm$  由邊界條件決定， $p_{1k}^\pm$  與  $p_{3k}^\pm$  分別表示如下：

$$\begin{aligned}
p_{1k}^+ &= (-1)\zeta_k b_{13}, & p_{1k}^- &= -p_{1k}^+ \\
p_{3k}^+ &= (+)(\zeta_k^2 a_{11} + c_{11}), & p_{3k}^- &= -p_{3k}^+
\end{aligned} \tag{2.26}$$

考慮情況(1)，只有單一位移分量  $U_2$ ，故可以假設比例為

$$\begin{aligned}
p_{22}^+ &= \pm 1 \\
p_{2k}^\pm &= p_{k2}^\pm = 0 \quad (k=1, 3)
\end{aligned} \tag{2.27}$$

作用於  $X_3$  平面的曳力分量  $V_2 = \{\sigma_{13}, \sigma_{33}\}^T$ ，彈性波在  $X_1 X_3$  平面上波傳，

假設位移向量僅具有兩個分量( $U_1, U_3$ )以矩陣法(matrix method)表示如下：

$$\mathbf{U}(\xi, X_3, \omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{P}^+ & \mathbf{P}^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D}^+(X_3) & 0 \\ 0 & \mathbf{D}^-(X_3) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{C}^+ \\ \mathbf{C}^- \end{Bmatrix} \tag{2.28}$$

$$\mathbf{V}_Z(\xi, X_3, \omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_Z^+ & \mathbf{Q}_Z^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D}^+(X_3) & 0 \\ 0 & \mathbf{D}^-(X_3) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{C}^+ \\ \mathbf{C}^- \end{Bmatrix} \tag{2.29}$$

其中

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}^\pm &= \begin{Bmatrix} C_1^\pm \\ C_3^\pm \end{Bmatrix} & \mathbf{D}^\pm(X_3) &= \text{diag} \left\{ \begin{matrix} e^{\pm i\zeta_1 X_3} \\ e^{\pm i\zeta_3 X_3} \end{matrix} \right\} \\
\mathbf{P}^\pm &= \begin{bmatrix} p_{11}^\pm & p_{13}^\pm \\ p_{31}^\pm & p_{33}^\pm \end{bmatrix} & \mathbf{Q}_Z^\pm &= \begin{bmatrix} q_{Z,11}^\pm & q_{Z,13}^\pm \\ q_{Z,31}^\pm & q_{Z,33}^\pm \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.30}$$

$$q_{Z,1k}^+ = i(\zeta_k C_{55} p_{1k}^+ + \zeta C_{55} p_{3k}^+) \quad q_{Z,1k}^- = +q_{Z,1k}^+$$

$$q_{Z,3k}^+ = i(\zeta C_{13} p_{1k}^+ + \zeta_k C_{33} p_{3k}^+) \quad q_{Z,3k}^- = -q_{Z,3k}^+$$

考慮一厚度  $h$  的平板，上下表面( $X_3 = \pm h/2$ )的邊界條件為自由狀態，

根據(2.29)式，若待定係數  $C_k^\pm$  存在非零解，可以推導具有出頻散與衰減關係的特徵方程式，

$$\Omega(\xi, \omega) \text{ or } \Omega(k, f) \equiv \det \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_Z^+ \mathbf{D}^+(+h/2) & \mathbf{Q}_Z^- \mathbf{D}^-(+h/2) \\ \mathbf{Q}_Z^+ \mathbf{D}^+(-h/2) & \mathbf{Q}_Z^- \mathbf{D}^-(-h/2) \end{bmatrix} = 0 \tag{2.31}$$

若以平板的中平面( $X_3=0$ )為基準，觀察彈性波的位移，可區分為對稱與反對稱的模態。

## 2.2.2 層狀介質

考慮一個具有  $M$  層的層狀介質模型，如圖 2.3 所示，水平範圍為  $-\infty < X_1, X_2 < \infty$ ， $X_3$  軸為厚度方向。假設彈性波的 sagittal 平面與  $X_1X_3$  平面重和，將(2.28)與(2.29)式推廣應用至第  $m$  層狀態向量並且合併為

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{U}_m(\zeta, X_3, \omega) \\ \mathbf{V}_m(\zeta, X_3, \omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_m^+ & \mathbf{P}_m^- \\ \mathbf{Q}_m^+ & \mathbf{Q}_m^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_m^+(X_3) & 0 \\ 0 & \mathbf{D}_m^-(X_3) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{C}_m^+ \\ \mathbf{C}_m^- \end{Bmatrix} \quad (2.32)$$

矩陣  $\mathbf{P}_m^\pm$  與  $\mathbf{Q}_m^\pm$  分別為第  $m$  層的  $[p_{ik}^\pm]_m$  與  $[q_{ik}^\pm]_m$  ( $i, k = 1, 3$ )，向量  $\mathbf{C}_m^\pm$  代表第  $m$  層的待定係數  $\{C_k^\pm\}_m$ 。採用全域矩陣法(global matrix method)，對角矩陣  $\mathbf{D}_m^+(X_3)$  定義如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_m^+(X_3) &= \text{diag}[\exp\{i\zeta_k^{(m)}(X_3 - Z_{m-1})\}] \\ \mathbf{D}_m^-(X_3) &= \text{diag}[\exp\{i\zeta_k^{(m)}(Z_m - X_3)\}] \\ \mathbf{E}_m &= \text{diag}[\exp\{i\zeta_k^{(m)}h_m\}] \end{aligned} \quad (2.33)$$

其中， $\zeta_k^{(m)}$  為第  $m$  層的複數根，且滿足單值條件  $\text{Im}(\zeta_k^{(m)}) \geq 0$ ， $Z_{m-1}$  與  $Z_m$  分別為第  $m$  層的上表面與下表面位置，且  $Z_{m-1} \leq X_3 \leq Z_m$ ， $Z_0 = 0$ 。為第  $m$  層的厚度表為  $h_m$ ，所以  $\mathbf{E}_m$  為第  $m$  層上表面( $Z_{m-1}$ )的  $\mathbf{D}_m^-(Z_{m-1})$  或下表面( $Z_m$ )的  $\mathbf{D}_m^+(Z_m)$ 。

在層狀介質中第  $m$  與  $(m+1)$  層間的介面處，即  $X_3 = Z_m$  處，由於邊界位移與曳力分量連續，可得連續方程式，

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{U}_m(\zeta, Z_m, \omega) \\ \mathbf{V}_m(\zeta, Z_m, \omega) \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_{m+1}(\zeta, Z_m, \omega) \\ \mathbf{V}_{m+1}(\zeta, Z_m, \omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\delta}_m(\zeta, \omega) \\ \mathbf{F}_m(\zeta, \omega) \end{Bmatrix} \quad (2.34)$$

其中， $\delta_m$  與  $\mathbf{F}_m$  分別為發生於介面  $X_3 = Z_m$  處的位移躍遷(jump)與曳力。將(2.32)式代入(2.34)式可得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_m^+ \mathbf{E}_m & \mathbf{P}_m^- \\ \mathbf{Q}_m^+ \mathbf{E}_m & \mathbf{Q}_m^- \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{C}_m^+ \\ \mathbf{C}_m^- \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{m+1}^+ \mathbf{E}_{m+1} & \mathbf{P}_{m+1}^- \\ \mathbf{Q}_{m+1}^+ \mathbf{E}_{m+1} & \mathbf{Q}_{m+1}^- \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{C}_{m+1}^+ \\ \mathbf{C}_{m+1}^- \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta_m \\ \mathbf{F}_m \end{Bmatrix} \quad (2.35)$$

第 1 層的上表面( $X_3 = Z_0$ )外圍沒有物體包覆，所以(2.35)式蛻變為

$$-\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^+ & \mathbf{Q}_1^- \mathbf{E}_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{C}_1^+ \\ \mathbf{C}_1^- \end{Bmatrix} = \mathbf{F}_0 \quad (2.36)$$

同理，在第 M 層下表面  $X_3 = Z_M$  處，可得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_M^+ \mathbf{E}_M & \mathbf{Q}_M^- \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{C}_M^+ \\ \mathbf{C}_M^- \end{Bmatrix} = \mathbf{F}_M \quad (2.37)$$

若以一個雙層結構(double-layered structure)為例，在  $X_3 = Z_0$  與  $X_3 = Z_2$  分別施加  $-\mathbf{F}_0$  與  $\mathbf{F}_2$  的曳力作用，根據(2.35)、(2.36)與(2.37)式，可整理成以下的全域矩陣方程式

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{Q}_1^+ & -\mathbf{Q}_1^- \mathbf{E}_1 & 0 & 0 \\ \mathbf{P}_1^+ \mathbf{E}_1 & \mathbf{P}_1^- & -\mathbf{P}_2^+ & -\mathbf{P}_2^- \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{Q}_1^+ \mathbf{E}_1 & \mathbf{Q}_1^- & -\mathbf{Q}_2^+ & -\mathbf{Q}_2^- \mathbf{E}_2 \\ 0 & 0 & \mathbf{Q}_2^+ \mathbf{E}_2 & \mathbf{Q}_2^- \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{C}_1^+ \\ \mathbf{C}_1^- \\ \mathbf{C}_2^+ \\ \mathbf{C}_2^- \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\mathbf{F}_0 \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{F}_2 \end{Bmatrix} \quad (2.38)$$

若待定係數  $C_k^\pm$  存在非零解，可以推導出頻散與衰減關係的特徵方程式如下：

$$\Omega(\xi, \omega) \text{ or } \Omega(k, f) \equiv \det \begin{bmatrix} -\mathbf{Q}_1^+ & -\mathbf{Q}_1^- \mathbf{E}_1 & 0 & 0 \\ \mathbf{P}_1^+ \mathbf{E}_1 & \mathbf{P}_1^- & -\mathbf{P}_2^+ & -\mathbf{P}_2^- \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{Q}_1^+ \mathbf{E}_1 & \mathbf{Q}_1^- & -\mathbf{Q}_2^+ & -\mathbf{Q}_2^- \mathbf{E}_2 \\ 0 & 0 & \mathbf{Q}_2^+ \mathbf{E}_2 & \mathbf{Q}_2^- \end{bmatrix} = 0 \quad (2.39)$$

多層結構導波的頻散曲線方程式之矩陣龐大，尋根不易，可以使用數值分析中的尋根法(root-finding)，如曲線追蹤法等，搜尋對應的波數  $k$  與頻率  $f$ 。

## 2.3 壓電材料

壓電材料大致可分為五大類，單晶類(如石英、鋰酸鋰)、薄膜類(如氧化鋅、氮化鋁)、高分子聚合物(如 PVDF)、陶瓷(如鈦酸鋇、鋇鈦酸鉛 PZT)、複合材料(如 AFC)。其中壓電陶瓷具有工作溫度高、機械強度大、易於加工且成本低廉等優點。鈦酸鋇為壓電陶瓷的代表，有優異的介電常數及機電耦合常數，故化學性質穩定。本研究採用 Advanced Ceramics Inc.(Lambertville, New Jers, USA)製造的 PZT-5A 壓電纖維，直徑 250  $\mu\text{m}$ ，設計製作 AE-PFC 聲波感測器。

### 2.3.1 壓電效應

壓電材料所具備的壓電性(piezoelectricity)是一種機械能與電能互相轉換的現象，產生原因是因為晶格內原子間的電偶極矩均勻同向排列方式，使應力場與電場有耦合現象。有些天然的壓電材料本身具有均勻排列的電偶極矩，人造的壓電材料則需施加強力的電場使之排列整齊，稱為極化(polarization)過程。

壓電效應分為正壓電效應(direct piezoelectric effect)及逆壓電效應(converse piezoelectric effect)。參考圖 2.4，正壓電效應為施加一外力於材料的極化方向上，由於材料被壓縮，材料裡的電偶極矩會因此而變短，材料為了抵抗這些變化，會在表面產生與外力大小成比例的電荷，當作用力方向相反時，則產生相反電荷；逆壓電效應則是於材料表面施加電壓，使電偶極矩伸長或縮短，造成材料在極化方向會有產生形變。正壓電效應經常應用於壓電感測器(sensor)，如加速規與壓力感測器等，逆壓電效應則被應

用於壓電致動器(piezoelectric actuator)，如壓電蜂鳴器或奈米定位裝置(nano-position)等。

### 2.3.2 壓電材料的本構方程式

壓電材料具有機電耦合的效應，其本構方程式(constitutive) [14]可表示為

$$\mathbf{T} = \mathbf{c}^E \mathbf{S} - \mathbf{e}^T \mathbf{E} \quad (2.40)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{e} \mathbf{S} + \boldsymbol{\varepsilon}^S \mathbf{E} \quad (2.41)$$

式中， $\mathbf{T}$ 、 $\mathbf{S}$ 分別為應力及應變分軀構成的向量， $\mathbf{c}^E$ 是固定電場下的彈性勁度矩陣(matrix of elastic stiffness)， $\mathbf{e}$ 是壓電常數矩陣(matrix of piezoelectric constants)， $\mathbf{e}^T$ 為壓電常數矩陣的轉置矩陣(transpose matrix)， $\mathbf{D}$ 是電位移向量， $\mathbf{E}$ 是電場向量， $\boldsymbol{\varepsilon}^S$ 是固定應變下的介電常數矩陣(matrix of dielectric constants)。

以鋁鈦酸鉛為例，其屬於六方堆積(hexagonal, 6 mm)晶系，材料的對稱軸即為極化方向。若壓電材料極化方向為 $x_3$ ，其材料特性可以下列矩陣表示：

彈性勁度矩陣為

$$\mathbf{c}^E = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

壓電常數矩陣為

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

介電常數矩陣為

$$\boldsymbol{\varepsilon}^S = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^S & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11}^S & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33}^S \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

## 2.4 有限元素暫態分析

本研究使用有限元素分析套裝軟體 ANSYS，模擬 AE-PFC 黏貼於流道板的暫態訊號，採用紐馬克直接積分法(Newmark direct integration method)進行計算。

考慮一個線性結構多自由度系統的運動方程式

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (2.45)$$

其中  $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$  代表系統之質量、阻尼與剛性矩陣， $\mathbf{u}$  為節點位移向量， $\mathbf{F}$  則代表外力向量。

演算原理是將時間分割成數個區域，假設在每一個區域的加速度都是線性分佈或是端點加速度的平均值，對每個時間區段逐步積分，前一區段的解為下一區段的初始條件，直至所欲求解的時間點。以下兩式為演算程序

$$\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{u}}_t + [(1-\delta)\ddot{\mathbf{u}}_t + \delta\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}]\Delta t \quad (2.46)$$

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{u}_t + \dot{\mathbf{u}}_t\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha\right)\ddot{\mathbf{u}}_t + \alpha\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}\right]\Delta t^2 \quad (2.47)$$

$\mathbf{u}_t$  代表在時間  $t$  的節點位移，時間增量為  $\Delta t$ 。 $\alpha$  與  $\delta$  為積分常數，若是線性加速度法(linear acceleration method)， $\delta=1/2$ ， $\alpha=1/6$ ；若是固定平均加速度法(constant-average-acceleration method)，則  $\delta=1/2$ ， $\alpha=1/4$ 。本研究沿用 ANSYS 套裝軟體的預設值，壓電暫態分析的  $\alpha$  與  $\delta$  設為 0.25 與 0.5。

在時間為  $t + \Delta t$  時，(2.45)式可表示成下式

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + \mathbf{K}\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}_{t+\Delta t} \quad (2.48)$$

(2.46)式與(2.47)式經整理可表示成下兩式

$$\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} = a_0(\mathbf{u}_{t+\Delta t} - \mathbf{u}_t) - a_2\dot{\mathbf{u}}_t - a_3\ddot{\mathbf{u}}_t \quad (2.49)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{u}}_t + a_6\ddot{\mathbf{u}}_t + a_7\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} \quad (2.50)$$

其中

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{\alpha\Delta t^2} & a_1 &= \frac{\delta}{\alpha\Delta t} & a_2 &= \frac{1}{\alpha\Delta t} & a_3 &= \frac{1}{2\alpha} - 1 \\ a_4 &= \frac{\delta}{\alpha} - 1 & a_5 &= \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\delta}{\alpha} - 2 \right) & a_6 &= \Delta t(1 - \delta) & a_7 &= \delta\Delta t \end{aligned} \quad (2.51)$$

將(2.49)式與(2.50)式代入(2.48)式，可得下式

$$\begin{aligned} (a_0\mathbf{M} + a_1\mathbf{C} + \mathbf{K})\mathbf{u}_{t+\Delta t} &= \mathbf{F}_{t+\Delta t} + \mathbf{M}(a_0\mathbf{u}_t + a_2\dot{\mathbf{u}}_t + a_3\ddot{\mathbf{u}}_t) \\ &\quad + \mathbf{C}(a_1\mathbf{u}_t + a_4\dot{\mathbf{u}}_t + a_5\ddot{\mathbf{u}}_t) \end{aligned} \quad (2.52)$$

上式可改寫成

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \frac{\mathbf{F}_{t+\Delta t}}{\bar{\mathbf{K}}} + \frac{\mathbf{M}}{\bar{\mathbf{K}}}(a_0\mathbf{u}_t + a_2\dot{\mathbf{u}}_t + a_3\ddot{\mathbf{u}}_t) + \frac{\mathbf{C}}{\bar{\mathbf{K}}}(a_1\mathbf{u}_t + a_4\dot{\mathbf{u}}_t + a_5\ddot{\mathbf{u}}_t) \quad (2.53)$$

其中

$$\bar{\mathbf{K}} = (a_0\mathbf{M} + a_1\mathbf{C} + \mathbf{K}) \quad (2.54)$$

只要設定起始條件，便可由(2.53)式即可求取  $\mathbf{u}_{t+\Delta t}$  的位移。

## 2.5 小波轉換

小波轉換是一種廣泛應用於時頻譜的分析方法，可以分為兩大類，離散小波轉換與連續小波轉換。本研究使用連續小波轉換，尋找出訊號的包絡線。連續小波轉換表示如下

$$CWT(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_0^{\infty} f(t) \psi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) dt \quad (2.55)$$

其中， $\psi(t)$  為母小波函數，上標\*表示取其共軛複數， $a$  代表時間變數的尺度係數， $b$  代表時間延遲，其中  $a$  可做為時間解析度與頻率解析度的交換(trade-off)參數。常用母小波有墨西哥帽函數、Morlet 函數與高斯脈波等。本研究使用的母小波為高斯脈波，函數表示如下：

$$\psi(t) = e^{i\omega_0 t} e^{-t^2/2} \quad (2.56)$$

其中， $\omega_0 = 5.3$  Mrad/sec，尺度係數  $a$  與小波轉換之頻率  $f$  的關係為  $f = \omega_0 / 2\pi a$ ， $f$  為訊號欲萃取之頻率。



## 第三章 實驗量測與討論

本章敘述 AE-PFC 之設計與製作過程，接著討論 AE-PFC 黏貼於流道板時的特性，並比較 AE-PFC 黏貼前後的共振頻率，量測以 AE-PFC 發射、接收的暫態訊號，探討所產生的導波，最後進行反應生成水的量測，探討不同水量對於導波的影響。

### 3.1 AE-PFC 之設計與製作

#### 3.1.1 指叉電極製作

AE-PFC 是由兩層反對稱排列的指叉電極與壓電纖維黏貼而成的導波換能器，如圖 3.1 所示，故稱此為反對稱指叉電極壓電纖維複材。上下兩面的指叉電極由彈性印刷電路板製作(flexible printed circuit board，簡稱 FPCB)製作而成，FPCB 是以聚亞醯胺(polyimide)為基材，表面鍍有銅箔，可蝕刻成所需之電路。

習用的表面聲波元件波長為間距(pitch)寬的四倍，即  $\lambda = 4p$ ，其中  $p$  為電極間距。本研究參考黃室維 [1]的文獻，為了避免產生過多的模態，採用 1 mm 做為電極間距，激發低頻導波，電極對數設計成 10 對，指叉電極重疊寬度(overlap width)長度為 30 mm，電極線寬為 0.8 mm。本研究設計具有指叉電極的 FPCB，再委託岳僑漢公司代工製作，成品如圖 3.2 所示。

#### 3.1.2 製作程序

本研究 AE-PFC 製作程序主要參考黃室維 [1]的文獻，大致程序如下：

- (1) 壓電纖維排列：將壓電纖維 PZT-5A 同一方向整齊排列於低黏性膠帶上。
- (2) 指叉電極前置作業：裁切適當大小的指叉電極，並且在部分電極貼上低黏性膠帶，再將上下電極打洞定位。
- (3) 黏合壓電纖維及下電極：以環氧樹脂做為黏著劑，使用熱壓機，以溫度  $46\text{ }^{\circ}\text{C}$ 、壓力  $4.9\text{ kgf/cm}^2$  熱壓三分鐘，並輔以真空幫浦抽氣，以減少環氧樹脂中的氣泡殘留，將壓電纖維轉貼於下指叉電極。
- (4) 黏合上下電極：在已完成部件的表面單向塗佈環氧樹脂，與上指叉電極一同放於夾具中，並使用熱壓機，以溫度  $120\text{ }^{\circ}\text{C}$ 、壓力  $4.9\text{ kgf/cm}^2$  熱壓兩小時，再使用真空幫浦抽氣，減少環氧樹脂中的氣泡殘留。
- (5) 極化：使用高電壓電源供應器(Stanford Research Systems Model PS325) 提供  $2000\text{ V}$  的電壓，對 AE-PFC 做極化，目的是使壓電纖維內的電偶極矩規則排列，讓壓電纖維在工作時產生特定方向的位移，極化方向如圖 3.3 所示。若在 AE-PFC 中有氣泡殘留，極化時可能會造成上下電極間的電場不均勻，導致短路貫穿 AE-PFC。
- (6) AE-PFC 成品：將上下電極以銀膠導通，並切除多餘部位，即完成 AE-PFC 的製作，成品的照片如圖 3.4 所示。圖 3.4 中，左右兩端各為一組 AE-PFC 換能器，可視需求，將兩組換能器切割分離。

### 3.1.3 共振頻率量測

AE-PFC 的共振頻率是最容易驅動的操作頻率。AE-PFC 具有壓電特性，故採用網路分析儀(HP 8751A)量測其阻抗曲線。圖 3.5 分析儀的 RF OUT 埠輸出一  $1\text{ V}$  的掃頻正弦波訊號，經由 T 型轉接頭傳至 R 埠(參考訊號端)與 AE-PFC 的電極埠；AE-PFC 的另一電極埠接至分析儀的 A 埠，將 A 埠

與 R 埠量測的電壓值相除，再經由 Z 轉換，即可知 AE-PFC 的頻率響應，其數據與阻抗成正比關係。

圖 3.6 所示為 AE-PFC 的發射端與接收端在自由狀態下的量測結果，當壓電材料的驅動頻率趨近於共振頻率時，其阻抗會變小，且相位角會反轉。由圖 3.6(a)得知測試的 AE-PFC 在 0.75 MHz 與 2.1 MHz 有共振頻率，代表發射端換能器較易被 0.75 MHz 與 2.1 MHz 的訊號驅動；圖 3.6(b)顯示在 0.745 MHz 與 2.13 MHz 出現共振頻率，代表接收端的換能器對於 0.745 MHz 與 2.13 MHz 的擾波有較大敏感度。

### 3.1.4 品質量測

AE-PFC 的品質可由壓電纖維間距、厚度、環氧樹脂的氣泡大小與電極間距判定。裁切適當大小的 AE-PFC，做成金相觀察冷鑲埋試片，如圖 3.7 所示。再以實體顯微鏡觀察 AE-PFC 截面的，所拍攝的影像如圖 3.8 所示。量測結果顯示 AE-PFC 厚度為 340  $\mu\text{m}$ 、指叉電極厚度為 27.18  $\mu\text{m}$ 、纖維間距為 16  $\mu\text{m}$ 、氣泡直徑小於 1  $\mu\text{m}$ 。

將 AE-PFC 直接放置於顯微鏡下測量電極間距時，因為顯微鏡的景深淺，無法同時清楚看到 AE-PFC 的兩層電極，且 AE-PFC 不透光與上下電極顏色(分別呈現黑色、黃銅色)亮度差異大，導致量測不易。因為 AE-PFC 為一平面構造，所以改採用文件掃描器(EPSON Perfection V10/V100)量測電極間距的像素大小，再由 DPI(dots per inch)轉換為真實單位，量測結果如表 1 所列。將之分為發射端與接收端兩部份，各有 19 個間距，發射端的電極間距誤差為-0.2%，接收端的誤差為 0.4%，完成品之電極間距都小於容許誤差範圍。

## 3.2 流道板實驗量測

### 3.2.1 流道板模型與 AE-PFC 黏貼位置

本研究使用的流道板模型如圖 3.9 所示，材料為鋁，為了減少導波在流道板邊緣反射，將長與寬設計為 15 cm。為了使水的附加質量對流道板的導波有較大影響，將板厚設計為 1 mm，流道板中間有 11 條機械加工的凹槽，寬度、間隔為 1 mm，深度為 0.5 mm，且凹槽兩端改為斜坡，避免導波在凹槽邊緣產生反射，流道板試片四周的四個圓孔則做為固定流道板之用。

使用環氧樹脂將 AE-PFC 黏貼於流道板的背面兩側，黏貼位置如圖 3.10 所示。AE-PFC 換能器的波傳方向平行於流道，置於板中央，發射與接收端的距離為 5 cm，發射與接收端的黏貼距離有一定範圍限制，因為不同模態的波速不相同，所以黏貼距離太近會導致不同模態的導波互相重疊，太遠則會使邊緣反射之回波與直接傳遞的波重疊，都不利於訊號觀測。

### 3.2.2 AE-PFC 黏貼於流道板共振頻率量測

AE-PFC 黏貼於流道板之後，其邊界條件從自由狀態變成固定於流道板，換能器的共振頻率需重新量測，量測方法同 3.1.3 小節所述，量測結果如圖 3.11 所示。由圖 3.11(a)可發現發射端在 0.776 MHz 與 2.2 MHz 處有共振點；由圖 3.11(b)則顯示接收端在 0.776 MHz 與 2.2 MHz 處有共振點。由於流道板剛性較高，與自由狀態時相比，發射端換能器的兩個共振頻率分別上升 0.026 MHz 與 0.1 MHz，接收端也分別上升 0.031 MHz 與 0.1 MHz。因 AE-PFC 的變形位移被拘束，量測到的響應也明顯變小。

### 3.2.3 實驗架構

導波換能器訊號量測的實驗架構如圖 3.12 所示，由訊號產生器 (Tektronix AFG 3102) 輸出一組電壓訊號，經由訊號放大器 (ENI Model 325LA) 增益 50dB，驅動 AE-PFC 發射端換能器，接收端換能器連接至示波器 (LeCroy WaveSurfer 24Xs)。訊號產生器及示波器分別與個人電腦連接，使用圖控程式 (LabVIEW) 予以整合成單一測量系統。程式的人機介面如圖 3.13 所示，可以改變驅動訊號，即時對接收訊號做快速傅立葉轉換、濾波與小波轉換，並且可以立即存檔，增加實驗效率。

### 3.2.4 暫態訊號量測

實驗先以 LabVIEW 產生高斯脈波的離散數值，以 2000 點構成的高斯正弦脈波，函數為例

$$\varphi(x) = \exp(-(0.005x - 4.5)^2 / 2) \times \sin(2\pi(0.005x - 4.5)), 0 \leq x \leq 2000 \quad (3.1)$$

將數值傳至函數產生器輸出訊號，由函數產生器設定頻率與振幅，藉此改變離散數值的 XY 軸比例(頻率控制 X 軸，振幅控制 Y 軸)，頻率設定為 78 kHz，振幅為 0.5 V，經調整比例後的時域如圖 3.14(a)所示，經快速傅立葉轉換獲得頻譜函數(圖 3.14(b))，由頻譜可知訊號頻率範圍為  $780 \pm 250$  kHz，中心頻率為 AE-PFC 的共振頻率。

AE-PFC 接收到的實驗訊號如圖 3.15 所示，在時域中可以看出在  $4 \sim 8 \mu\text{s}$  與  $23 \sim 28 \mu\text{s}$  參雜高頻訊號。由頻譜可知訊號大部分分佈於 0.78 MHz 附近，在 2.2 MHz 也有些許訊號，由圖 3.14(c)中可知驅動訊號在 2.2 MHz 仍有訊號分佈，故可以激發高頻模態，這兩個頻率與 3.2.2 小節中量測的共振頻率吻合。

由於有些許 2.2 MHz 訊號混於 0.78 MHz 的訊號中，故使用 LabVIEW 程式庫的訊號濾波器，將之濾除。本研究使用 LabVIEW 數位濾波器設計工具組，設計一帶通橢圓濾波器，低位截止頻率為 0.5 MHz，高位截止頻率為 1 MHz，階數為 12。濾波後的訊號如圖 3.16 所示，由頻譜可知只有 0.78 MHz 的訊號，在時域可看出圖 3.15(a)出現的 2.2 MHz 高頻訊號已消失，只剩下 0.78 MHz 的訊號，且因為橢圓濾波器為無線脈衝響應(IIR)濾波器，所以濾波之後的訊號會有固定的時間延遲。圖 3.16(c)顯示訊號頻率響應可分為兩個模態，第一模態的峰值頻率為 0.75 MHz，第二個模態有兩個峰值，分別為落在 0.795 MHz 與 0.814 MHz。

在圖 3.16(a)中，時域 4~12  $\mu\text{s}$  出現的訊號為地線訊號。由於發射與接收端距離不遠，在 16~60  $\mu\text{s}$  區間有三個波群互相干涉。為了方便觀察不同時間區域的頻譜資料，本文使用 LabVIEW 撰寫訊號處理程式，圖 3.17 所示為程式的人機介面，可以即時改變時域視窗的時間上下限，並對上下限之間的資料做快速傅立葉轉換。倘若時域資料的點數少，會造成頻譜解析度變差，出現明顯的鋸齒，故本程式在時域資料後面補零(zero padding)，以改善頻譜解析度。圖 3.18 所示為針對三個波群選取不同時間範圍進行轉換的頻譜資料，因為擷取時間範圍不一定剛好為導波週期的整數倍，會有頻譜漏失(leakage)的現象，故結果會有些微誤差。由圖 3.18(a)可知第一個波群主要為第二個模態，同時混雜了一點第一個模態；圖 3.18(b)顯示第二個波群主要為第一個模態，同樣也有混入其他模態的訊號；圖 3.18(c)所示為第三個波群，不明確屬於那個模態，代表干擾情形較前兩個波群嚴重，表示導波在流道區或邊緣有反射的情況，導致波速較快的導波回波，與波速慢的導波產生干擾。

為了辨認是否有流道板邊緣反射回波，在流道板四周黏貼矽膠(圖 3.19)，並觀察訊號的變化。圖 3.20 所示則為黏貼矽膠後的訊號，相互比較發現在右邊(發射端)貼上矽膠，45~60  $\mu\text{s}$  的訊號會變小，代表 45~60  $\mu\text{s}$  的部分訊號是從發射端往邊緣傳遞而反射的回波，惟該回波訊號未完全消失，可能是矽膠吸收能量能力較弱，或者在流道區也有邊緣反射所導致。

### 3.2.5 連續正弦波激發暫態訊號量測

實驗以六十個週期的正弦波做為驅動訊號，改變正弦波頻率，觀察訊號的差異。正弦波的頻率從 700 kHz 起，以 0.5 kHz 增量遞增至 900kHz，依序擷取 402 筆資料，記錄各筆訊號域時的峰值，將 402 筆資料整理成圖 3.21，橫軸為正弦波激發頻率，縱軸為時域訊號峰值，在 0.75、0.795、0.813 MHz 處有三個較大的峰值，此結果與圖 3.16(c)呼應，代表這三個頻率為系統的共振頻率。



### 3.2.6 不同頻率的高斯脈波激發暫態訊號量測

另一項實驗以不同頻率的高斯脈波做為驅動訊號，比較暫態訊號的差異。驅動頻率從 700 kHz 開始，以 10 kHz 增量遞增至 900 kHz，擷取暫態響應訊號，以驅動頻率做為母小波頻率做連續小波轉換，計算出訊號之包絡線(圖 3.22)，圖中細線為訊號，粗線為訊號的包絡線，因為原始響應夾雜了直流準位偏差，致使包絡線與原始波形之間存在一個偏差量。再將不同驅動頻率的訊號整理成三維圖形，如圖 3.23 所示，三個圖軸分別為高斯脈波之頻率、時間與振幅，由圖可知在 795 kHz 處，訊號的振幅呈現最大值，在高頻區域因為不同波群的振幅下降比例不相同，波群彼此頭尾有逐漸分

開的現象。圖 3.24 所示為高斯脈波之驅動頻率對於暫態響應訊號頻譜的灰階圖，白色為峰，黑色為谷，由圖可知所激發的模態頻率不會因驅動頻率改變，隨著高斯脈波頻率增加，第一個模態逐漸上升，在 750 kHz 時呈最大值，之後逐漸下降；第二個模態也是逐漸上升，在 795 kHz 附近，呈現最大值，之後逐漸下降。圖中第二個模態的白色區域明顯較第一個模態大，代表第二個模態的導波較易被激發。

### 3.3 反應生成水浸潤碳紙量測

本研究以碳紙做為膜電極組中的氣體擴散層，將邊長 3 cm 的正方形碳紙覆蓋在流道板正中央，如圖 3.25 所示，並在碳紙與流道板接觸之面沾附 20  $\mu\text{l}$  的水做為耦合劑，以增加碳紙對於波傳的影響。以不同頻率的高斯脈波做為驅動導波的訊號，在碳紙上依次添加 5  $\mu\text{l}$  的水量，並且觀察訊號的變化。

本節實驗採用以下兩種方式觀察訊號變化：

1. 經由小波轉換計算出訊號包絡線，並觀察其峰值大小與時間變化。
2. 從頻譜觀察兩個模態之最大峰值大小變化。

#### 3.3.1 0.78 MHz 的高斯脈波訊號驅動

實驗先在覆蓋於流道板之碳紙背面添加 20  $\mu\text{l}$  的水，再以 0.78 MHz 的高斯脈波驅動 AE-PFC，接收端的聲波訊號如圖 3.26 所示。與無水浸潤之碳紙訊號相比，時域無明顯變化，惟頻譜模態的大小有些微變小。選擇圖 3.16(c) 的主要頻率 0.795 MHz 做為小波轉換之母小波頻率，訊號經小波轉換計算獲得包絡線，隨著水量增加依序擷取訊號，將多筆資料整理成圖

3.27，三個圖軸分別為添加水量、時間及振幅。可以看出第一個波群隨著水量增加逐漸下降，第二個波群會先下降，最後再上升，第三個波群則是逐漸上升。圖 3.28 所示為擷取第一個波群峰值的比較結果，橫軸為添加水量，縱軸為峰值大小，可以看出隨著水量增加，峰值隨之下降，代表波的部分能量被水吸收。此外，當添加水量為 120  $\mu\text{l}$  時，峰值對水量的斜率下降明顯改變。表 2 所列為不同水量時峰值下降斜率，以 120  $\mu\text{l}$  為界分隔成兩區，分別對 25~115 與 120~220  $\mu\text{l}$  兩個區間的斜率予以平均，計算結果分別為 0.03 與 0.3  $\text{mV}/\mu\text{l}$ 。圖 3.29 所示為添加水量對於第一個波群峰值之抵達時間的關係圖，可以看出隨著水量增加，波群抵達時間逐漸提早，代表波的群速度逐漸變快，由於訊號取樣頻率較低，所以抵達時間呈階梯狀變化。

由接收之導波訊號頻譜的兩個模態之振幅變化，觀察水量多寡對於訊號的影響，實驗結果如圖 3.30 所示，橫軸為添加水量，縱軸為峰值大小。圖 3.30(a)顯示第一個模態的峰值大小會隨著水量增加而上升，推測是水量減緩此模態在流道區的反射情形。當流道區無水覆蓋時，此模態會因為反射造成波群晚抵達。若聲波延遲抵達原因消除，自然會導致模態峰值上升。此外，在 120  $\mu\text{l}$  之後上升斜率有明顯變化。圖 3.30(b)得知在 120  $\mu\text{l}$  之前，第二個模態的峰值大小並無明顯變化，在 120  $\mu\text{l}$  之後，才有明顯下降趨勢，表示導波的能量被水吸收。

由 3.2.4 小節得知訊號第一個模態在時域訊號大部分分布於第二與第三個波群中，所以在圖 3.27 中第二與第三個波群有上升的情況，原因是水量減緩訊號第一個模態在流道區的反射情形。

由圖 3.28 可知在 120  $\mu\text{l}$  之前小波轉換包絡線的峰值有下降現象，但是在圖 3.30 中兩個模態在 120  $\mu\text{l}$  之前，並沒有下降的現象，其原因為第二個

模態的頻寬較寬，導致第二個模態最大峰值不變，惟整體模態能量會有下降的現象。

### 3.3.2 0.73 MHz 的高斯脈波訊號驅動

實驗若致以 0.73 MHz 的高斯脈波驅動 AE-PFC，訊號處理方式如同 3.3.1 小節所敘。在碳紙背面添加 20  $\mu\text{l}$  水時的流道板導波訊號如圖 3.31 所示，時域訊號同樣有三個波群，頻譜裡兩個模態的峰值大小則差異不大。圖 3.32 所示為碳紙水量對於訊號包絡線峰值的實驗結果，由圖可知隨著水量增加，訊號逐漸下降，與圖 3.28 所示比較不線性。在水量為 30  $\mu\text{l}$  與 80  $\mu\text{l}$  時，皆有些許上升的情況。圖 3.33 所示為包絡線峰值的抵達時圖，與圖 3.29 較線性。

圖 3.34 所示為模態峰值變化，第一個模態與圖 3.30(a)比較，皆有上升的現象，且斜率同樣有突然改變的現象；第二個模態在水量小於 40  $\mu\text{l}$ ，有明顯下降趨勢，之後則呈現不規則現象。

### 3.3.3 0.83 MHz 的高斯脈波訊號驅動

實驗最後以 0.83 MHz 的高斯脈波驅動 AE-PFC，訊號處理方式與 3.3.1 小節相同。圖 3.35 所示為在覆蓋流道區之碳紙背面添加 20  $\mu\text{l}$  水的暫態訊號，與以 0.78 MHz 高斯脈波驅動之實驗結果相比，時域響應與頻譜除了振幅、峰值大小之外，其他性質幾乎類似。圖 3.36 所示為時域響應包絡線峰值對於水量繪圖的實驗結果，與以 0.78 MHz 高斯脈波驅動時之時域響應結果(圖 3.28)相比，較為線性，也沒有明顯的轉折點。圖 3.37 所示為峰值之

抵達時間，與以 0.73 MHz 的高斯脈波驅動 AE-PFC 之實驗結果(圖 3.33)類似，但有較不平滑的現象。

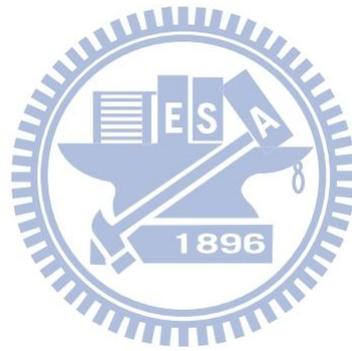
圖 3.38 所示為各模態峰值對於水量繪圖之變化，第一個模態呈現緩慢上升，與以 0.78 及 0.73 MHz 高斯脈波驅動時的結果(圖 3.30 與圖 3.34)有較大差異；第二個模態則呈現不規則現象。

### 3.3.4 結果與討論

由兩種訊號分析方法的結果可知隨著水量增加，時域響應之包絡線峰值變化較穩定。由於水會使流道區的導波反射減緩，使第一個模態的頻譜峰值有上升現象；第二模態則因為頻寬較寬，雖然整個模態能量有下降的情況，但是頻譜最大峰值變化不明顯，故使用頻譜量測較不適合。綜合以上三種不同頻率的訊號驅動 AE-PFC 之結果可知，0.78 MHz 的實驗結果最為穩定，其他兩個頻率雖與 0.78 MHz 有相同趨勢，但是有些許不穩定的現象。

以 0.78 MHz 之高斯脈波驅動 AE-PFC 的實驗結果而言，當水量為 120  $\mu\text{l}$  時，兩種訊號分析方法獲得的峰值對於水量之斜率都有明顯改變。為了尋找此現象之原因，分別在三種水量累計 50  $\mu\text{l}$ 、120  $\mu\text{l}$ 、160  $\mu\text{l}$  時，掀開碳紙，觀察流道區水量分布，依序如圖 3.39 所示，圖 3.39(a)顯示水只分布在肋板上；圖 3.39(b)所示除了肋板上，流道亦有少量水分布；圖 3.39(c)中，則有大量水分布於流道。推論峰值對於水量之斜率改變的原因為水滲漏出碳紙，進入流道。為了進一步確認此推論，將 5  $\mu\text{l}$  的水分沾附在流道與肋板上，實驗結果與無水時做比較。圖 3.40 所示為小波轉換的時域響應包絡線峰值之比較結果，結果顯示水在流道內對於訊號振幅的影響較在肋板大，所以造成下降斜率有明顯改變的原因主要為水流入流道，使導波性質受到

影響。圖 3.41 所示為響應峰值的頻譜比較結果，由無水與水沾附在肋板結果，可知水沾附在肋板上緣會使第二個模態裡的第二個峰值下降；由無水與水沾附在流道裡結果，可知水流入流道會使第一個模態峰值上升、第二個模態裡兩個峰值同時下降。由第二個模態的響應峰值下降現象可知第二個模態裡第一個峰值對應流道內產生的導波，第二個峰對應肋板產生的導波。故以 0.78 MHz 的高斯脈波驅動 AE-PFC，在添加水量小於 120  $\mu\text{l}$  時，頻譜中第二模態最大值未有明顯變化的原因為水未流入流道。



## 第四章 數值模擬分析

### 4.1 AE-PFC 電場模擬

為了確定 AE-PFC 之壓電纖維極化方向是否與設計方向一致，以數值方式進行極化電場的模擬。使用有限元素分析套裝軟體 ANSYS，施予一直流電壓於 AE-PFC 的電極，分析壓電纖維與環氧樹脂之電場分布。

使用元素為 SOLID5，此元素為三維元素，有 8 個節點，每個節點的自由度包含三個位移分量與一個電壓值。為了減少電腦資源的消耗，本節只分析一代表元素(representative element)，包含三對電極與兩條纖維，模型如圖 4.1 所示。左右兩邊半圓柱為壓電纖維，中間區域為環氧樹脂，計算所需材料參數如表 3 所列。網格分割後的模型如圖 4.2 所示，共使用了 59200 個元素、66531 個節點，圖中上下兩塊綠色區域為施予節點的電壓，分別為 1500 與 0 Volts。

求解後的結果如圖 4.3 所示，沿著 Y 軸將代表元素等分成五個截面，予列比較，五個截面結果如圖 4.4 所示。圖 4.4(a)顯示在環氧樹脂內的電場主要為 Z 方向，壓電纖維內的電場大部分沿 X(纖維)方向，邊緣雖然也有電場分布，但是其值極小，可忽略；圖 4.4(b)與圖 4.4(a)類似。圖 4.4(c)所示全為環氧樹脂，所以電場幾乎都與壓電纖維方向垂直。因為代表元素的對稱性，圖 4.4(d)與(e)具有相同於圖 4.4(a)與(b)的結果。由電場分析結果可知，施予 AE-PFC 電壓時，位移大部分都是面內移動。

### 4.2 流道板暫態分析

為了了解 AE-PFC 黏貼於流道板時所激發的導波波傳狀況，本文使用套裝軟體 ANSYS 進行彈性體的暫態分析。ANSYS 的暫態分析求解器可以分為外顯示法(explicit)與內隱法(implicit)兩種，外顯法使用有限元素法模擬結構分析的軟體 LS-DYNA 之求解計算，此方法較適合計算極短時間之模擬，如爆炸、敲擊、應力波傳遞等，由於此方法沒有電固耦合的元素，故本節模擬不適合使用此方法。內隱法又可分為 Full Method、Mode-Superposition Method 與 Reduced Method，後兩者雖然計算速度較快，但限制較多，所以本節的模擬使用 Full Method 計算。

#### 4.2.1 前處理

數值模擬採用 SOLID185 做為流道板與環氧樹脂的元素，此元素為三維元素，有 8 個節點，節點自由度具有三個位移方向。AE-PFC 則使用 SOLID226，此元素也是三維元素，但具有 20 個節點，節點自由度包括位移與電壓。因為流道模型較複雜，使用 ANSYS 不易建模，故使用 CAD 軟體(SolidWorks)繪出流道板模型，再匯入至 ANSYS，圖 4.5 所示為分析之模型，去除流道板周圍四個孔以利網格品質，以厚 250  $\mu\text{m}$  的六面體 PZT-5A 代替 AE-PFC，達到簡化模型，並考慮黏著劑的影響，在 AE-PFC 與流道板之間加入厚 50  $\mu\text{m}$  的環氧樹脂。

#### 4.2.2 材料係數量測

為了減少計算誤差，必須知道實際材料係數。因為流道板為一板狀材料，所以適合使用脈波回音法(pulse-echo method)量測，測量縱波波速、橫波波速與密度，經過計算，即可知材料係數。

脈波回音法的實驗架構如圖 4.6 所示，由超音波發射接收器(Panametrics 5052UAX50)發射寬頻高電壓訊號，傳至探頭激發出導波，探頭將接收的反射訊號傳給超音波發射接收器予以放大，再傳至示波器觀察訊號。如圖 4.7 所示，使用壓力波探頭(Panametrics 10MHz V544)量測第一次與第二次回波之抵達時間差，再除材料厚度，即可知縱波波速。橫波波速則使用剪力波探頭(Panametrics V221BA)量測，計算方法與縱波波速量測相同。密度可以利用排水法與電子秤測量體積與質量，但因 AE-PFC 已貼上流道板，故以理想數值計算。材料參數與密度、縱波波速、橫波波速之間如下的關係：

$$E = \rho c_S^2 \left( \frac{3c_L^2 - 4c_S^2}{c_L^2 - c_S^2} \right) \quad (4.1)$$

$$\nu = \frac{c_L^2 - 2c_S^2}{2(c_L^2 - c_S^2)} \quad (4.2)$$

其中， $\rho$  為密度， $c_L$  為縱波波速， $c_S$  為橫波波速，計算結果如表 4 與表 5 所列。



### 4.2.3 網格與負載

圖 4.8 為網格化與邊界條件之示意圖，在流道板厚度方向分割為 2 層元素。分析有限元素超音波暫態波傳問題時，考慮數值解析的收斂性，元素節點間距應小於十六分之一波長。由於所分析的模型體積大，較細緻的網格會使元素數量增大，消耗大量電腦資源與計算時間，故將流道板面內方向的元素大小設為 AE-PFC 激發之波波長的八分之一，即 0.5 mm，總共分割成 263,684 個元素、360,579 個節點。根據 4.1 節設定的座標系統，將 AE-PFC 的主軸方向設定為 Y 方向。

在 ANSYS 的暫態分析中，阻尼有多種設定方法，本研究採用雷利阻尼 (Rayleigh damping) 設定，阻尼矩陣可由下式表示

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (4.3)$$

此處， $\mathbf{M}$  為質量矩陣， $\mathbf{K}$  為剛性矩陣， $\alpha$  與  $\beta$  為常數，其中  $\alpha$ 、 $\beta$  與阻尼係數 (damping factor)  $\xi$  有以下之關係：

$$\xi = \frac{\alpha}{2\omega} + \frac{\beta\omega}{2} \quad (4.4)$$

其中， $\omega$  為角頻率 (angular frequency)。本節模擬設定  $\xi$  為 2%， $\alpha$  設為 1000 ( $\text{sec}^{-1}$ )， $\omega$  以  $2\pi \times 780\text{k Hz}$  代入 4.4 式，解得  $\beta$  為  $8.12 \times 10^{-9}$  (sec)。

ANSYS 的暫態分析求解方式是將整段時間分成數個 LoadStep，不同 LoadStep 的之間又可再分為數個 SubStep，如圖 4.9 所示。求解時先從第一個 LoadStep 開始計算，逐一計算至最後的 LoadStep，每一個 LoadStep 可以有不同的負載與邊界條件，後處理時可得到每一個 LoadStep、SubStep 的解。ANSYS 的負載給予的數值可分為兩種，一種為固定數值，另一種為根據主要變數 (如時間、溫度、頻率、節點座標等) 自動改變的數值。若負載為時間的函數，可以在多個 LoadStep 給予不同的固定數值，也可以在一個 LoadStep 給予會自動隨時間變化的數值。本節模擬採用第二種方式給予負載，總共分成兩個 LoadStep，在第一個 LoadStep 內施予 AE-PFC 電極電壓，在第二個 LoadStep，釋放 AE-PFC 電極負載，本節模擬將 SubStep 的時間間隔設定為  $0.1 \mu\text{s}$ 。

圖 4.10 所示為施予電極位置相對應之節點的電壓，中心頻率為 0.78 MHz，邊界條件為自由狀態。由於不給予模型拘束條件會在求解時產生錯誤，故只設定某一節點的位移為零。

#### 4.2.4 求解結果

因為計算模型巨大，以普通電腦求解會消耗過多資源與時間，本研究利用 NVIDIA TESLA C2075 運算卡的平行運算能力，加速計算，此運算卡不只可用於 ANSYS，也可應用於 C、C++、Fortran 等程式語言。計算獲得 AE-PFC 接收端電壓的數值解如圖 4.11 所示，時域響應三個波群，其頻譜出現兩個模態，第二個模態有多個峰值，此現象與實驗結果(圖 3.16)類似，但是數值模擬的模態頻率與實驗有明顯差異。推測差別產生原因是黏著劑的厚度及材料係數的差異，造成 AE-PFC 的等效模型與實驗結果不一致。

針對第二個模態出現多個峰值的現象，嘗試改變黏著劑厚度，進行數值探討。圖 4.12 與圖 4.13 所示為改變黏著劑厚度的數值結果，隨著厚度增厚，時域響應的訊號大小沒有明顯改變，訊號的波峰及波谷變得較為圓滑；數值響應的頻譜顯示模態頻率隨著厚度增加逐漸下降。當黏著劑厚度改為 40  $\mu\text{m}$  時，響應頻率僅出現兩個分離模態；當厚度改為 50  $\mu\text{m}$  時，低頻區域增加一個模態，原先較高頻的兩個模態則有重疊的現象；若厚度增加為 60  $\mu\text{m}$  時，高頻的兩個模態合而為一，低頻模態的頻率稍微降低。綜合數值探討的結果發現，實驗訊號第二個模態出現多個峰值的原因，可能是環氧樹脂的厚度不均勻所造成的。

### 4.3 頻散曲線計算

#### 4.3.1 AE-PFC 黏貼於流道板頻散曲線計算

本研應使用 2.2 節所敘述之方法，計算出 AE-PFC 黏貼於鋁板的導波頻散曲線。計算模型為一個積層板(圖 4.14)所示，將 AE-PFC 假設為 PZT-5A、

PI(指叉電極)與環氧樹脂構成，厚度分別為 0.175、0.05 與 0.1 mm，鋁板厚則為 1 mm。計算獲得之導波頻散曲線如圖 4.15 所示，縱軸為空間頻率，橫軸為頻率，黑色線為 1 mm 厚鋁板的板波頻散曲線，紅色為加入 AE-PFC 之導波頻散曲線。由於 AE-PFC 激發的導波波長為 4 mm，所以在圖中可知空間頻率為 0.25 1/mm 時，頻率 0.78 MHz 附近存在一模式，其頻率為 0.77 MHz。這表示若以 0.78 MHz 的帶通訊號驅動 AE-PFC 時，在 AE-PFC 的發射端會激發出頻率為 0.77 MHz 的導波。

### 4.3.2 流道區之導波頻散曲線

流道區屬於具有皺折的平板，皺折平行於波傳方向。本文採用數值求解方式，以 ANSYS 計算流道區的導波頻散曲線，使用的元素為 SOLID185，計算模型如圖 4.16 所示。流道的深度、寬度、間隔、數目皆與實驗之流道板相同，Z 方向的長度設為一個波長，限制全部節點的 Y 方向的位移，並將 Z=0 與一個波長的截面上對應節點之自由度耦合，即設為同值，以不同波長重複計算自然共振頻率，記錄各組模型的自然頻率，並消除如圖 4.17 所示之 X 方向撓曲振動的自然頻率，整理成圖 4.18，其中縱軸為波長的倒數，又稱為空間頻率(spatial frequency)，橫軸為頻率，可以明顯看出多條頻散曲線交錯。

由 4.3.1 小節可知，若 AE-PFC 發射端激發導波的頻率為 0.77 MHz，由於導波傳遞至流道區時，頻率不變，所以由流道區的頻散曲線如圖 4.18 所示，顯示若頻率為 0.77 MHz 時，則有多個模式存在，表示導波行經過流道區時，會產生許多頻率相同、波長不同的模式，傳遞至 AE-PFC 接收端。AE-PFC 雖然是固定波長之換能器，指叉電極的對數越多，頻寬越窄，反之

頻寬越寬，波長具有些微差異的導波會使接收端訊號出現多個微小差異的頻率。



## 第五章 結論與未來展望

本研究使應用 AE-PFC 做為聲導波的致動與感測器，將 AE-PFC 黏貼於流道板，用不同頻率之訊號驅動，觀察聲波換能器本身的基本性質，實驗探討反應生成水浸潤覆蓋於流道區之碳紙對於導波訊號衰減及波速的影響。並應用小波轉換計算導波響應包絡線及快速傅立葉轉換求取頻譜峰值，成功地找出適合量測流道區水量的方式。最後，再以數值模擬分析黏著劑厚度對於導波暫態訊號的影響，探討 AE-PFC 壓電纖維極化方向、頻散曲線以及一個模態具有多個頻譜峰值的原因。

### 5.1 結論



#### 5.1.1 實驗

本研究以 AE-PFC 做為聲波感測器，黏貼於流道板背面延伸版兩端，驅動訊號為高斯脈波，由接收訊號的頻譜得知激發的導波模態有兩個，不同模態的導波在時域上會發生互相干涉，也有邊緣反射回波產生。

實驗以連續正弦波做為驅動訊號，記錄不同頻率之接收訊號的最大振幅，繪製振幅與頻率的關係，發現其結果與以高斯脈波做為驅動訊號的頻譜趨勢相同。

以不同頻率的高斯脈波做為驅動訊號，將接收的暫態訊號做小波轉換繪成時頻域三維曲面，由圖可知驅動頻率為 795 kHz 時振幅會有最大值。將暫態訊號的頻譜整理成灰階圖，發現隨著驅動頻率上升，接收端的導波響應包絡線峰值會有先上升後下降的現象，其轉折點約在模態的共振頻率。

將碳紙覆蓋在流道板上方，並添加 20~220  $\mu\text{l}$  的水量，以 0.78 MHz 的高斯脈波訊號驅動 AE-PFC 觀察訊號的變化，運用兩種不同的訊號處理方法分析。先小波轉換找出導波響應的包絡線峰值，並比較水量的影響。隨著水量增加，導波能量被水吸收，峰值逐漸下降，在水量為 120  $\mu\text{l}$  時，平均下降斜率從 0.03 變為 0.3  $\text{mV}/\mu\text{l}$ ，其原因為碳紙洩漏的水流入流道，使導波所受的影響增大，藉此現象可由包絡線峰值下降斜率判斷水在肋板或流道的分布狀態。第二種比較方法是根據頻譜比較不同模態峰值，隨著水量增加，第一個模態的頻譜振幅會增大，推測原因是水使得流道區的導波反射減緩，導致此模態能量增大。因為第二個模態最大峰值是因流道而產生，所以當添加水量大於 120  $\mu\text{l}$  時，碳紙洩漏的水流入流道，才使訊號有明顯下降。

若 AE-PFC 以 0.73 與 0.83 MHz 的高斯脈波驅動，同樣以上述兩種方法探討水濕潤碳紙對於導波的影響。實驗結果顯示訊號變化較 0.78MHz 驅動頻率不規則。

比較兩種方法可知，第一種觀察包絡線峰值的方法較適合做為訊號分析方法，隨著水量增加，訊號產生的變化較為平緩。以 0.78 MHz 驅動時，感測器在肋板與流道的靈敏度分別達到 0.03 與 0.3  $\text{mV}/\mu\text{l}$ ，測量水量範圍為 20 至 220  $\mu\text{l}$ ，解析度達到 5  $\mu\text{l}$ 。

### 5.1.2 數值分析

由電場模擬可知 AE-PFC 的壓電纖維極化方向大都與纖維平行，顯示 AE-PFC 運作時大部分位移是在面內方向。由頻散曲線可知若 AE-PFC 發射端激發導波的頻率為 0.77 MHz，導波傳遞至流道區時產生出許多頻率相同、波長不同的模態，最後傳遞至接收端時，由於 AE-PFC 為固定波長的

換能器，所以波長具有些微差異的導波會使接收端訊號出現多個微小差異的頻率。在暫態分析中需考慮 AE-PFC 黏著劑的影響，若黏著劑厚度增厚，訊號能量雖無明顯影響，但是卻有部分模態互相重合，造成一個模態有多個峰值的現象，此現象與實驗吻合。由於黏著劑的厚度、材料係數並非實際量測，且未確定 AE-PFC 之等效模型，所以模擬的暫態訊號之率與實驗有較大的誤差。

## 5.2 未來展望

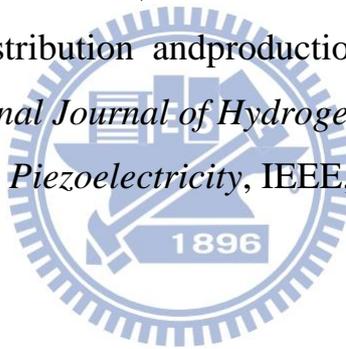
本研究的實驗結果可知導波響應的時域訊號有不同模態的波互相干涉，未來可以將發射與接收端距離拉遠，使不同模態的波分離，且增大流道板的尺寸，減少反射回波對於先抵達的回波產生的干擾。此外，在距離 AE-PFC 發射端的前方  $(N+1/4)\lambda$  處，其中  $N$  為整數、 $\lambda$  為波長，(其值為 4 mm)，設置另一片 AE-PFC，如圖 5.1 所示，並以相位角相差 90 度的訊號驅動，以消除往流道板邊緣方向前進的導波。

未來可以使用雷射超音波量測流道板的導波頻散曲線，進一步確認導波的波傳狀況，並且找出適合做為量測的頻率，且重新設計 AE-PFC 之電極間距，使之共振頻率吻合。

## 參考文獻

- [1] 黃室維 (2011), 反對稱指叉電極的壓電纖維複材導波換能器, 國立交通大學機械工程學系碩士論文, 新竹市, 台灣。
- [2] L. Rayleigh (1885), "On waves propagated along the plane surface of an elastic solid," *Proc. London Math. Soc.*, 17, 4-11.
- [3] H. Lamb (1917), "On waves in an elastic plate," *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 93(648), 114-128.
- [4] R. M. White and F. W. Voltmer (1965), "Direct Piezoelectric Coupling to Surface Elastic Waves," *Appl. Phys. Lett.*, 7(12), 314-316.
- [5] R. M. White and S. W. Wenzel (1988), "Fluid loading of lamb wave sensor," *Appl. Phys. Lett.*, 52(20), 1653-1655.
- [6] J. Kondoh, S. Shiokawa (1993), "A liquid sensor based on a shear horizontal saw device," *Electronics and Communications in Japan (Part II: Electronics)*, 76(2), 60-82.
- [7] K. Motegi and K. Toda (1999), "Fluid-loading effect on interaction between two leaky Lamb wave modes propagating in a bilayer substrate," *Ultrasonics*, 37(2), 321-326.
- [8] F. Herrmann, D. Hahn, S. Büttgenbach (1999), "Separate determination of liquid density and viscosity with sagittally corrugated Love-mode sensors," *Sensors and Actuators*, 78(2-3), 99-107.
- [9] A. Turton, D. Bhattacharyya, D. Wood (2005), "Liquid density analysis of sucrose and alcoholic beverages using polyimide guided Love-mode acoustic wave sensors," *Measurement Science and Technology*, 17(2), 257-263.

- [10] 王裕太(2011), 偵測質子交換膜燃料電池流道板生成水的聲導波檢測, 國立交通大學機械工程學系碩士論文, 新竹市, 台灣。
- [11] R. J. Bellows,a, M. Y. Lin, M. Arif, A. K. Thompson, D. Jacobsonb (1999), “Neutron imaging technique for In situ measurement of water transport gradients within nafion in polymer electrolyte fuel cells,” *Journal of The Electrochemical Society*, 146 (3), 1099-1103.
- [12] K Tüber, D Pócza, C Hebling (2003), “Visualization of water buildup in the cathode of a transparent PEM fuel cell,” *Journal of Power Sources*, 124, 403-414.
- [13] J. Bedeta,b, G. Maranzanaa, S. Leclerca, O. Lottina, C. Moynea, D. Stemmelen, P. Mutzenhardt, D. Canetb (2008), ”Magnetic resonance imaging of water distribution and production in a 6cm<sup>2</sup> PEMFC under operation,” *International Journal of Hydrogen Energy*, 33, 3146 - 3149.
- [14] ANSI/IEEE Standard, *Piezoelectricity*, IEEE, New York, 1987.



## 附表

表1 電極間距

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
電極間距 發射端	1	1	0.99	0.98	1	1.01	1	1.01	1.01	0.99	1
(mm) 接收端	1.02	0.99	0.99	1.01	1.02	0.99	1	0.98	1.03	1	1.02
No.	12	13	14	15	16	17	18	19	平均	誤差	
電極間距 發射端	0.98	1.01	1.01	0.99	1	1	1	0.99	0.9984	-0.2%	
(mm) 接收端	1	1.03	1	1	0.99	1	1	1	1.0037	0.4%	

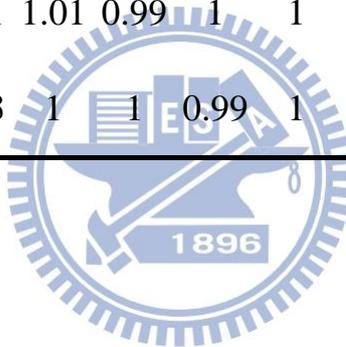


表2 0.78 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於訊號包絡線最大值  
下降斜率與平均

水量 ( $\mu\text{l}$ )	20	25	30	35	40	45	50	55	60
下降斜率( $\text{mV}/\mu\text{l}$ )	0.00	0.03	-0.32	-0.19	0.04	-0.05	0.12	-0.05	0.04
水量 ( $\mu\text{l}$ )	65	70	75	80	85	90	95	100	105
下降斜率 ( $\text{mV}/\mu\text{l}$ )	0.01	0.10	0.09	0.26	0.17	0.33	0.03	-0.05	-0.05
水量 ( $\mu\text{l}$ )	110	115	120	125	130	135	140	145	150
下降斜率 ( $\text{mV}/\mu\text{l}$ )	-0.02	0.10	0.33	0.59	0.27	0.65	0.49	0.31	0.28
水量 ( $\mu\text{l}$ )	155	160	165	170	175	180	185	190	195
下降斜率 ( $\text{mV}/\mu\text{l}$ )	0.26	0.16	0.31	0.87	0.65	0.31	-0.02	-0.10	0.14
水量 ( $\mu\text{l}$ )	200	205	210	215	220				
下降斜率 ( $\text{mV}/\mu\text{l}$ )	0.23	0.07	0.45	0.13	-0.04				
水量範圍 ( $\mu\text{l}$ )	25~115				120~220				
平均下降斜率 ( $\text{mV}/\mu\text{l}$ )	0.03				0.30				

表3 電場模擬材料參數

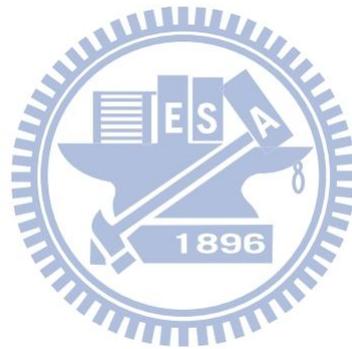
	密度 ( $kg/m^3$ )	介電係數		
		$\epsilon_{11}^T/\epsilon_0$	$\epsilon_{22}^T/\epsilon_0$	$\epsilon_{33}^T/\epsilon_0$
壓電纖維	7750	1730	1700	1730
環氧樹脂	500		5	

表4 暫態分析壓電纖維 PZT-5A 的材料參數

撓性常數 ( $10^{-12} \cdot m^2/N$ )	$s_{11}^E$	16.4	壓電常數 ( $10^{-12} \cdot C/N$ )	$d_{31}$	-171
	$s_{12}^E$	-5.74		$d_{33}$	374
	$s_{13}^E$	-7.22		$d_{15}$	584
	$s_{33}^E$	18.8	介電係數	$\epsilon_{11}^T/\epsilon_0$	1730
	$s_{44}^E$	47.5		$\epsilon_{33}^T/\epsilon_0$	1700
	$s_{66}^E$	44.3		$\epsilon_0$ (F/m)	$8.854 \times 10^{-12}$
密度 ( $kg/m^3$ )			7750		

表5 暫態分析流道板與環氧樹脂的材料參數

	密度( $kg/m^3$ )	楊氏模數(GPa)	蒲松比
流道板	2698.9	74.3	0.344
環氧樹脂	1160	25	0.38



# 附圖

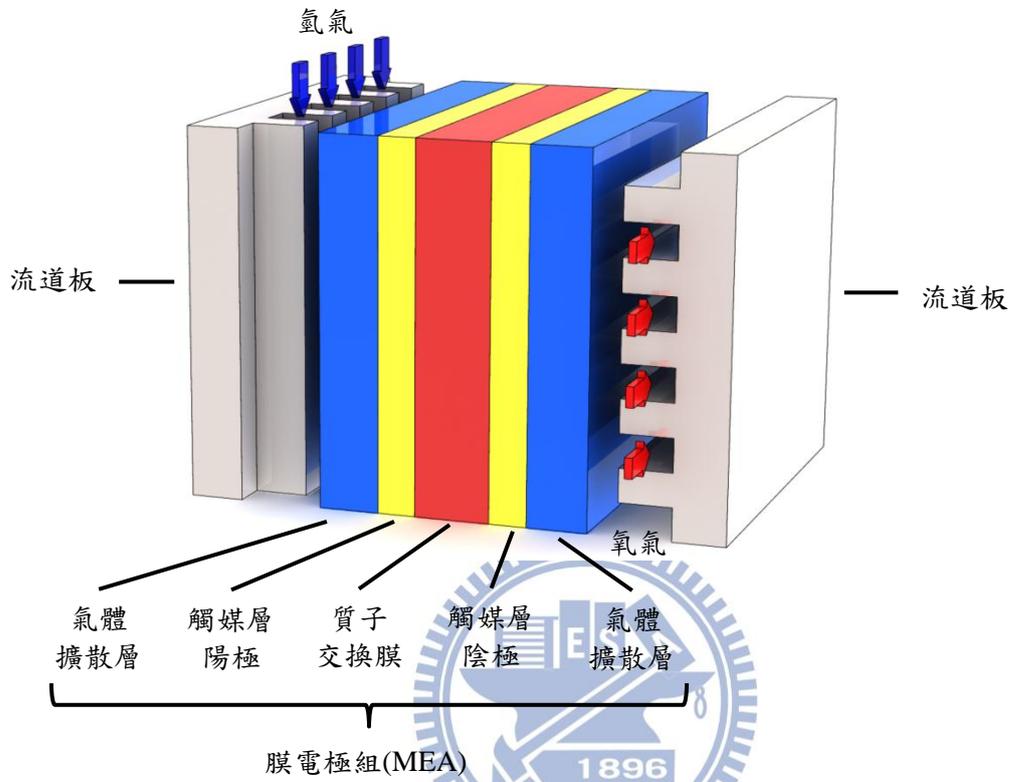


圖1.1 質子燃料電池內部結構

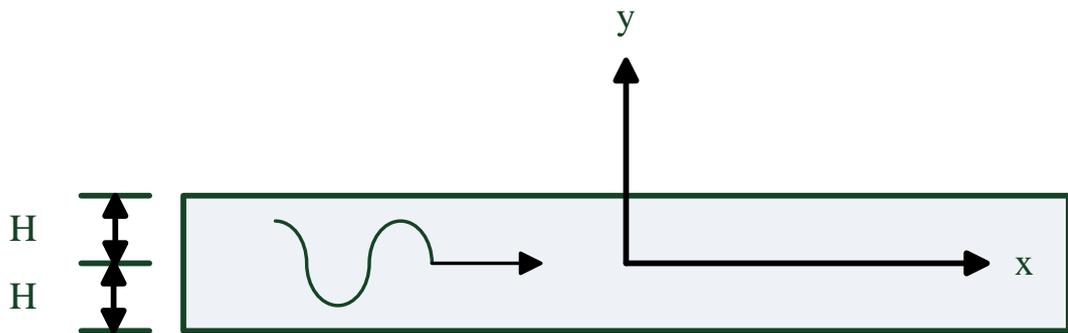


圖2.1 彈性波於板內傳遞示意圖

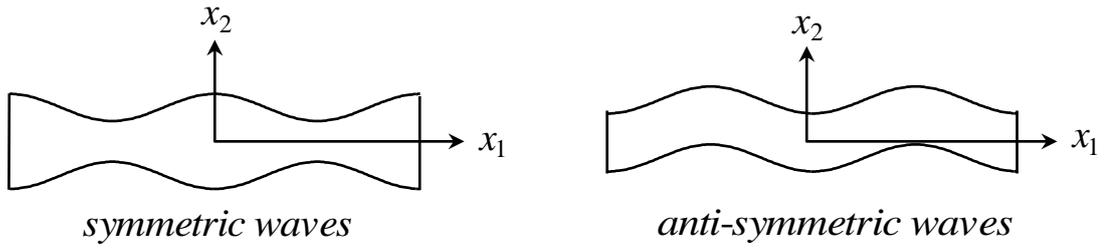


圖2.2 (a)對稱及(b)反對稱板波的位移示意圖

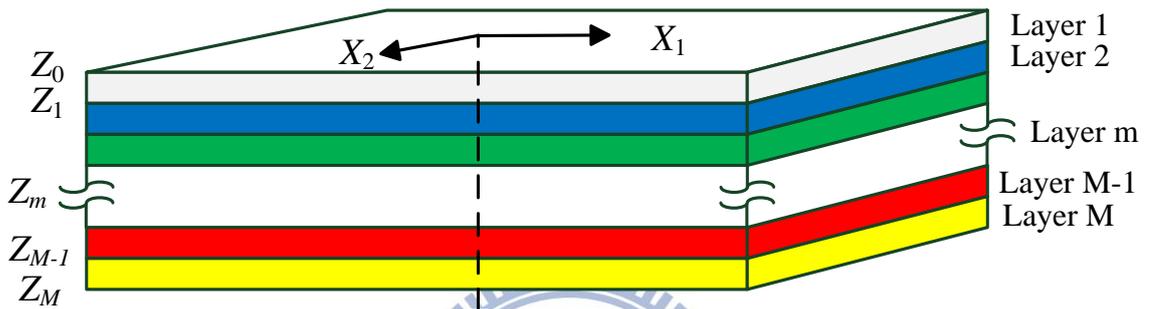


圖2.3 層狀介質示意圖

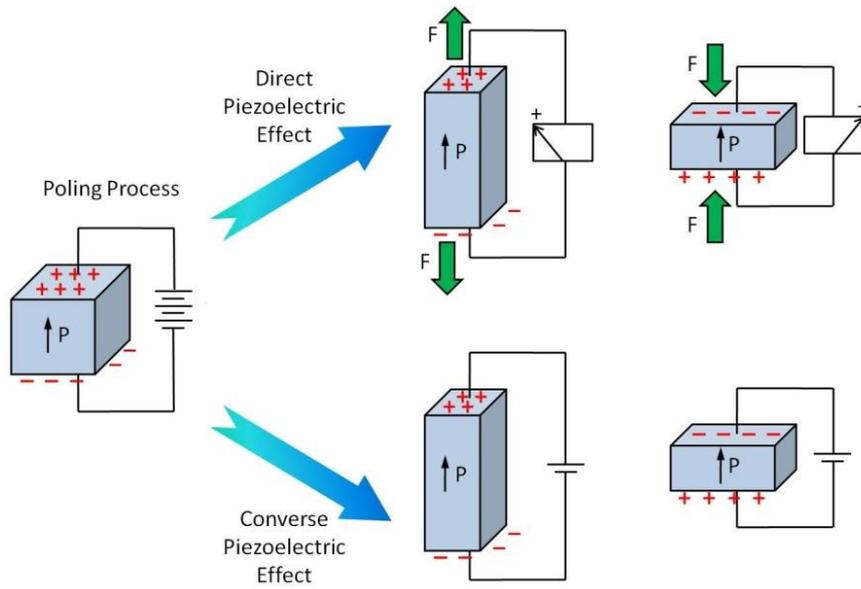


圖2.4 負壓電效應示意圖

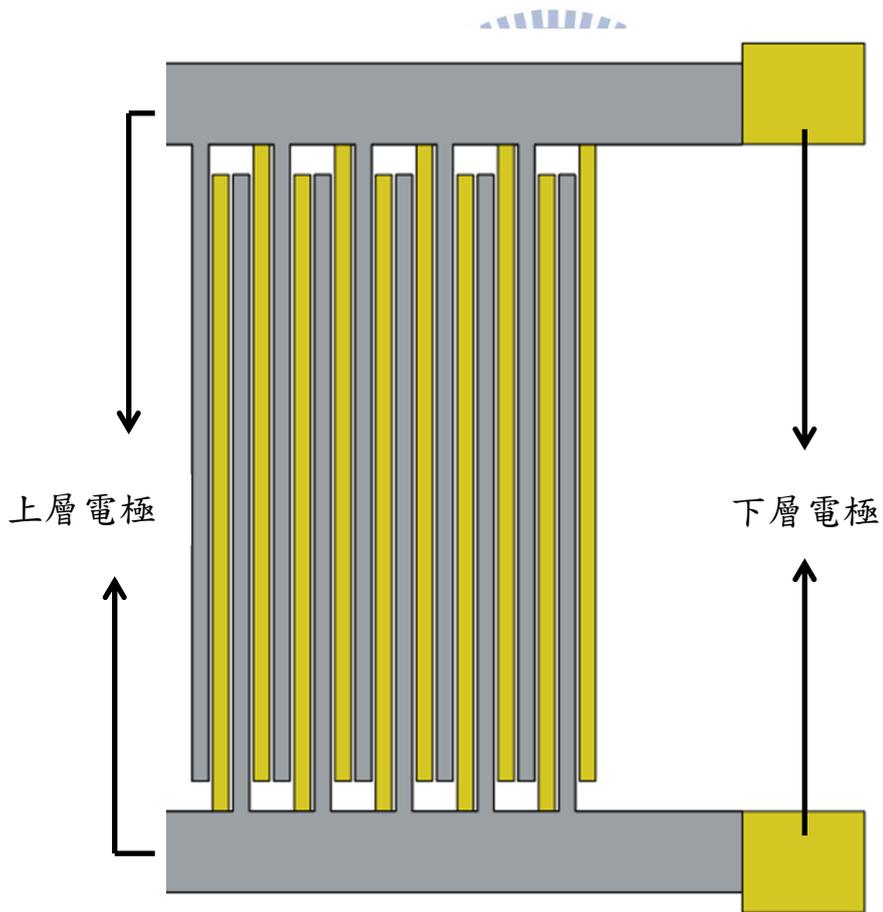


圖3.1 指叉電極尺寸圖



圖3.2 指叉電極成品圖

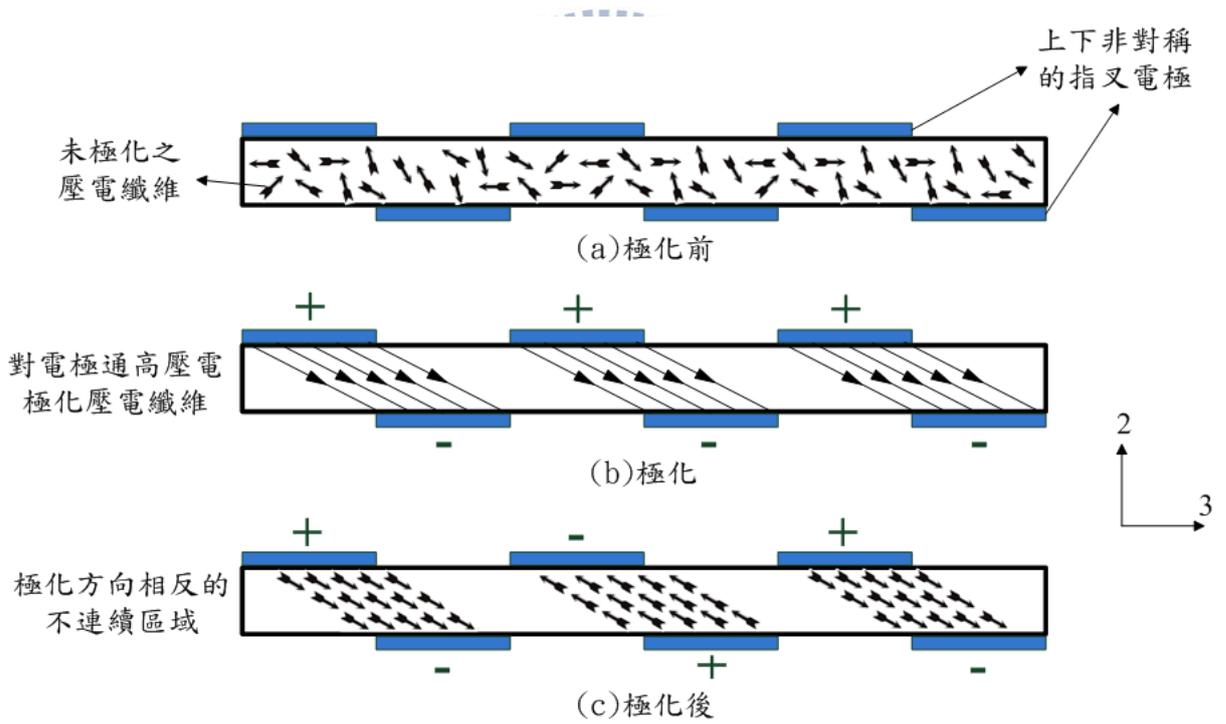


圖3.3 AE-PFC 極化與工作示意圖

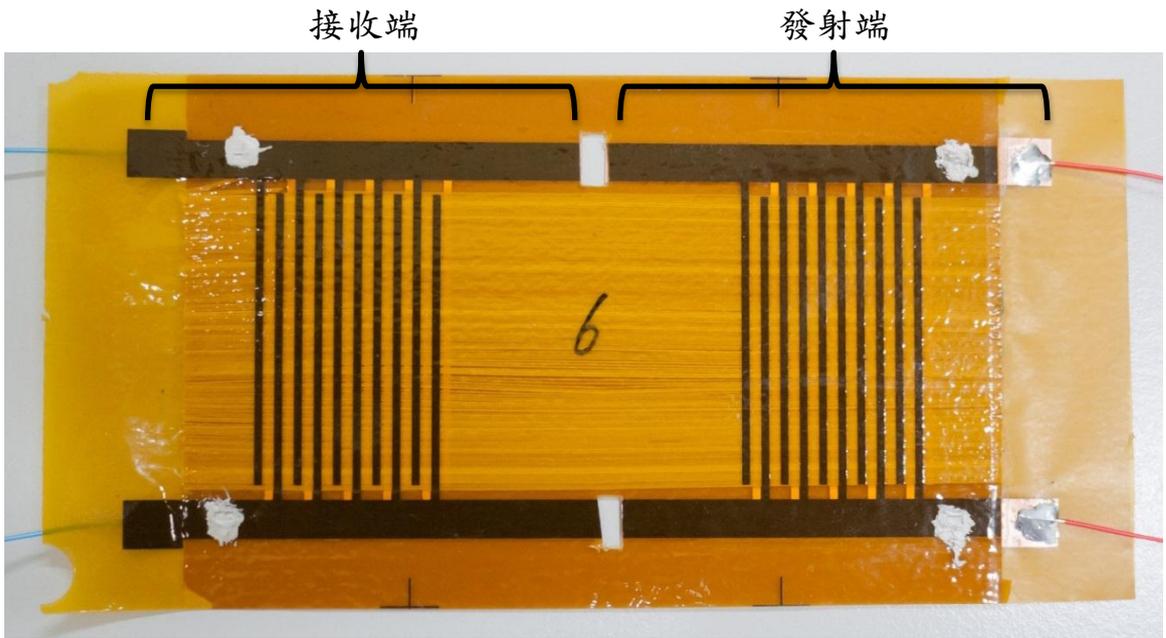


圖3.4 AE-PFC 成品圖

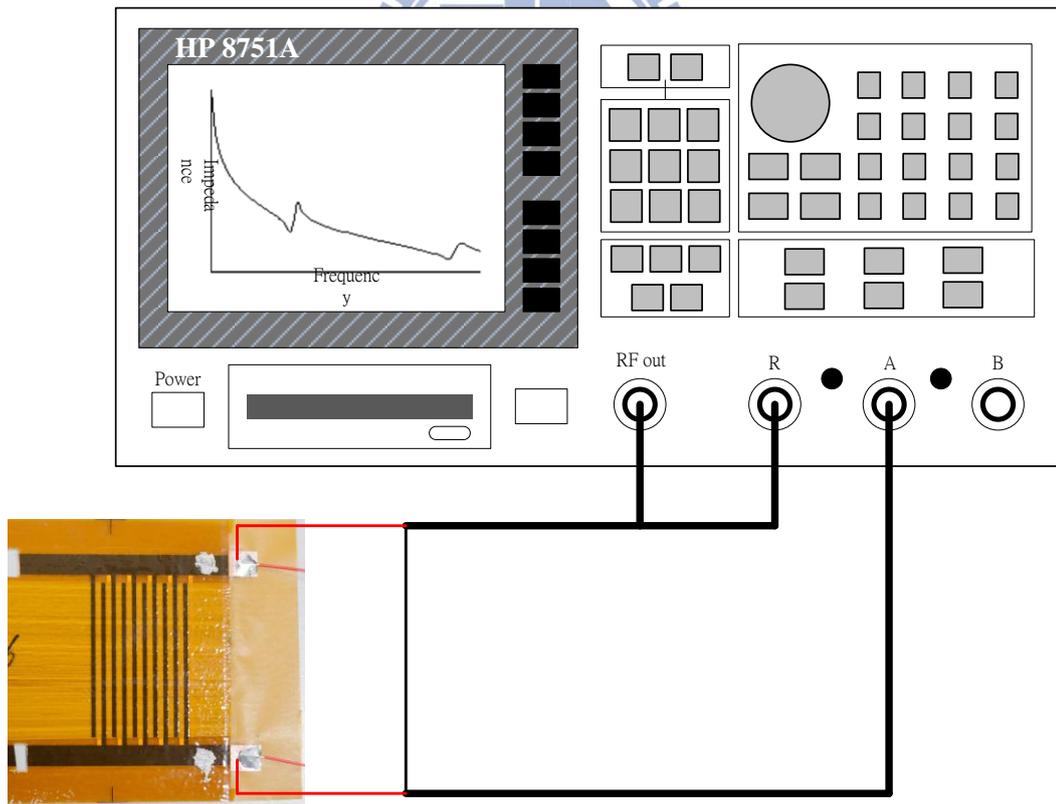
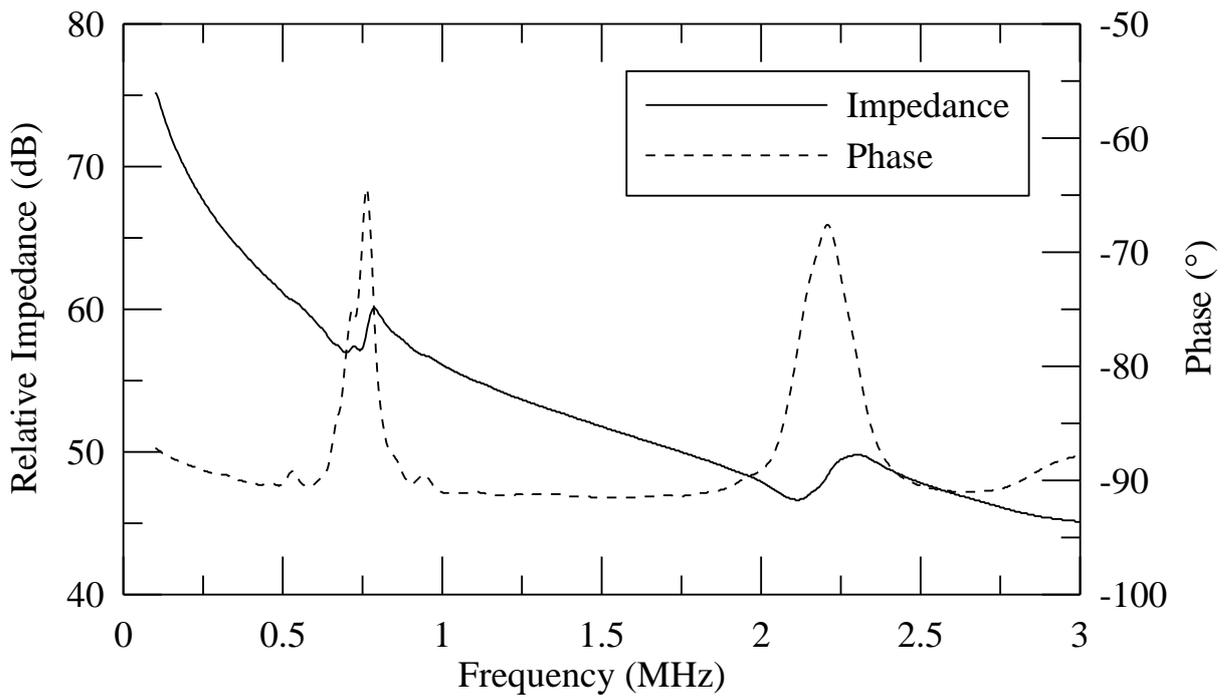
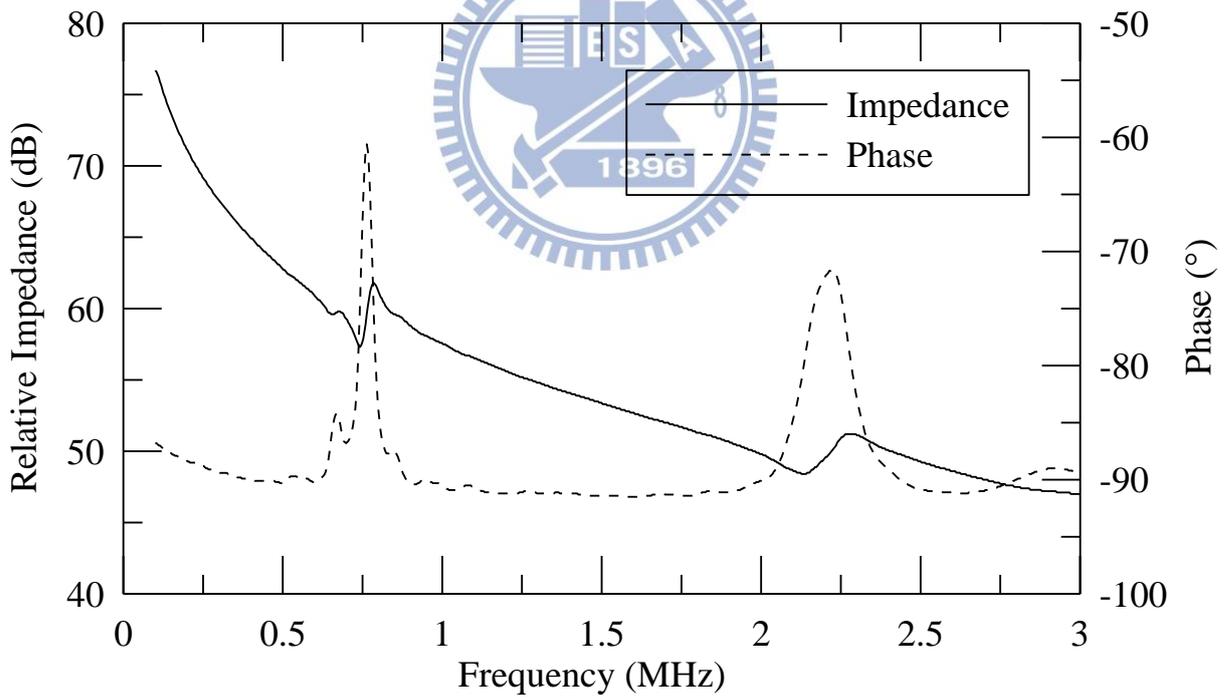


圖3.5 量測共振頻率實驗示意圖



(a)



(b)

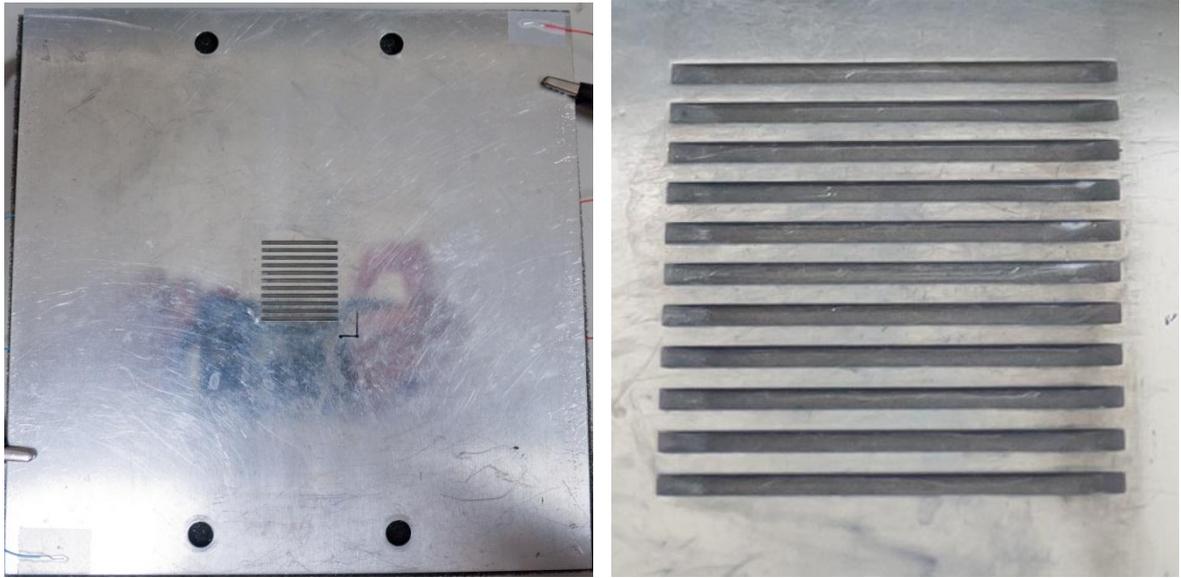
圖3.6 AE-PFC 自由狀態頻率響應，(a)為發射端、(b)為接收端



圖3.7 AE-PFC 冷鑲埋示意圖



圖3.8 AE-PFC 截面金相圖



(a)

(b)

圖3.9 流道板模型，(a)為整體、(b)為局部放大圖

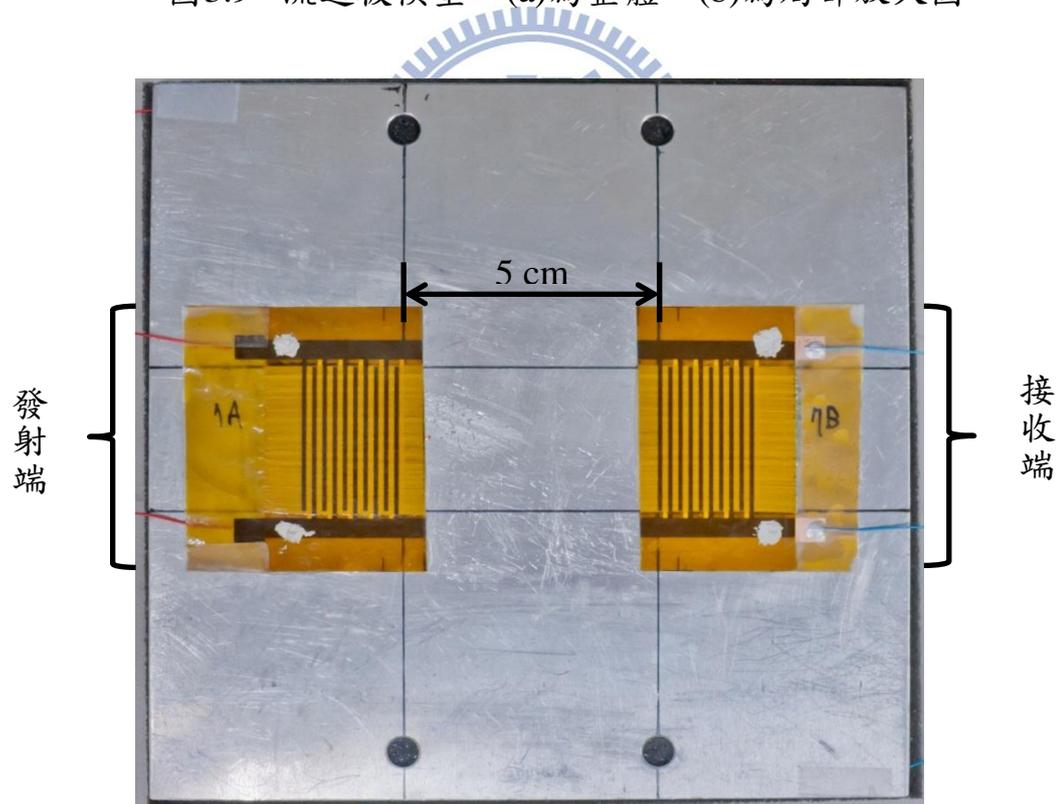
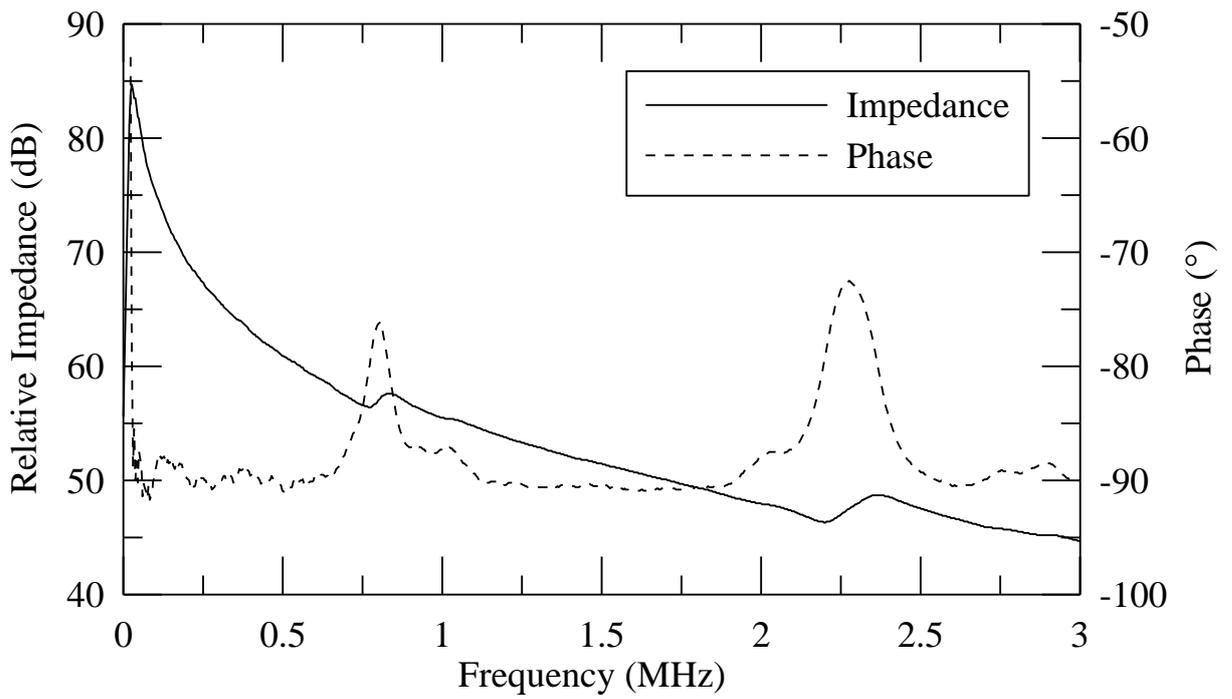
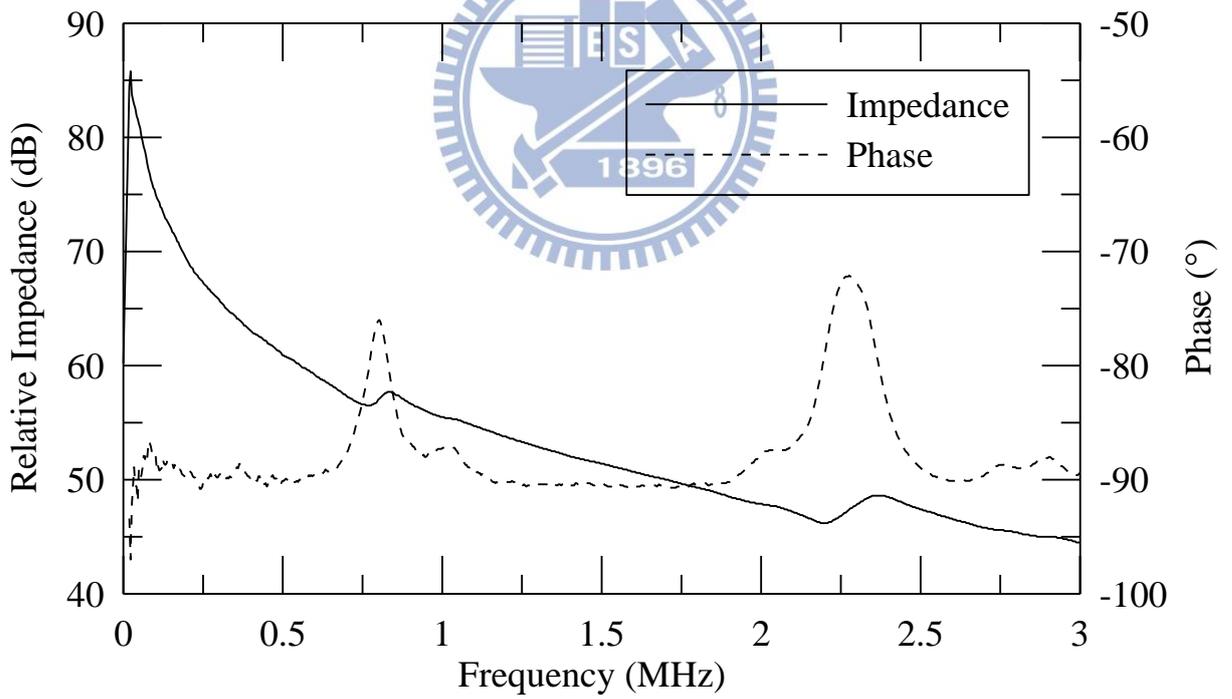


圖3.10 AE-PFC 黏貼位置



(a)



(b)

圖3.11 AE-PFC 黏貼於流道板的頻率響應，(a)為發射端、(b)為接收端

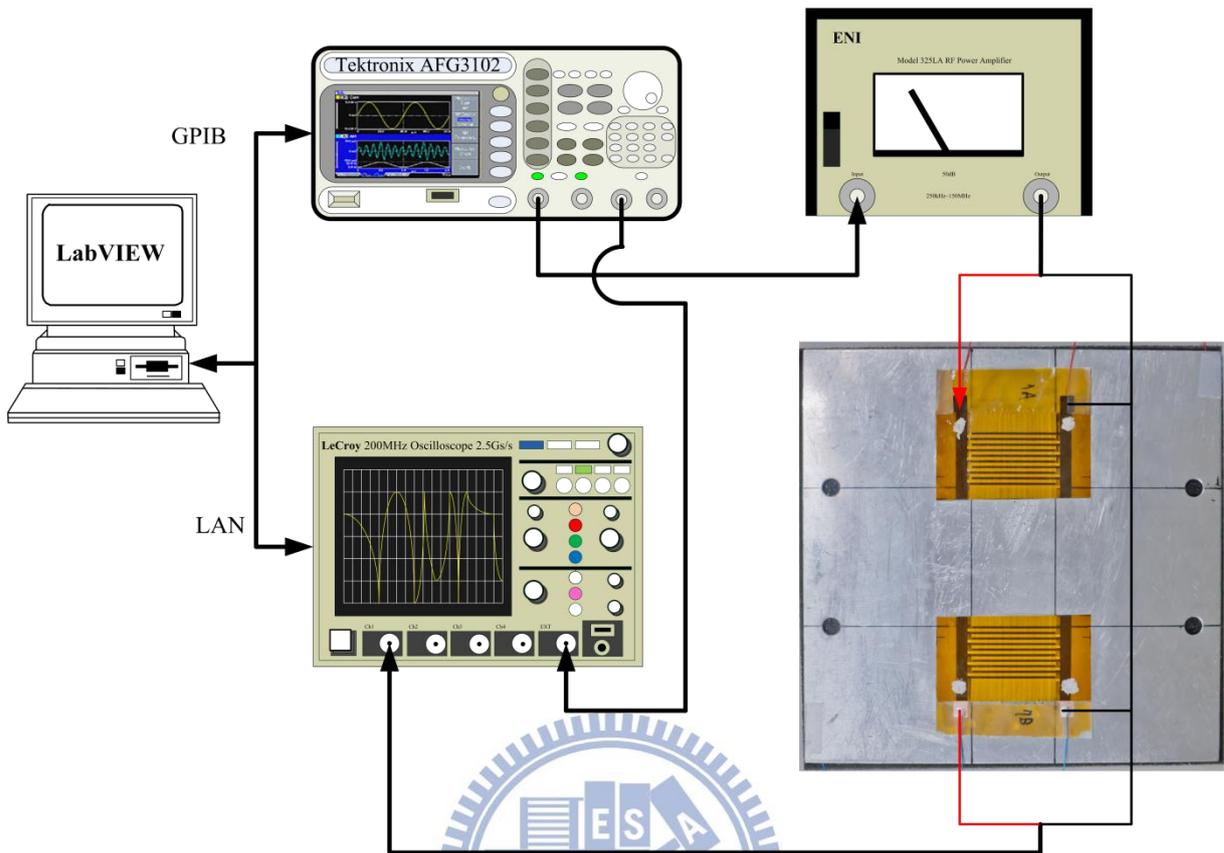


圖3.12 暫態訊號量測實驗架構示意圖

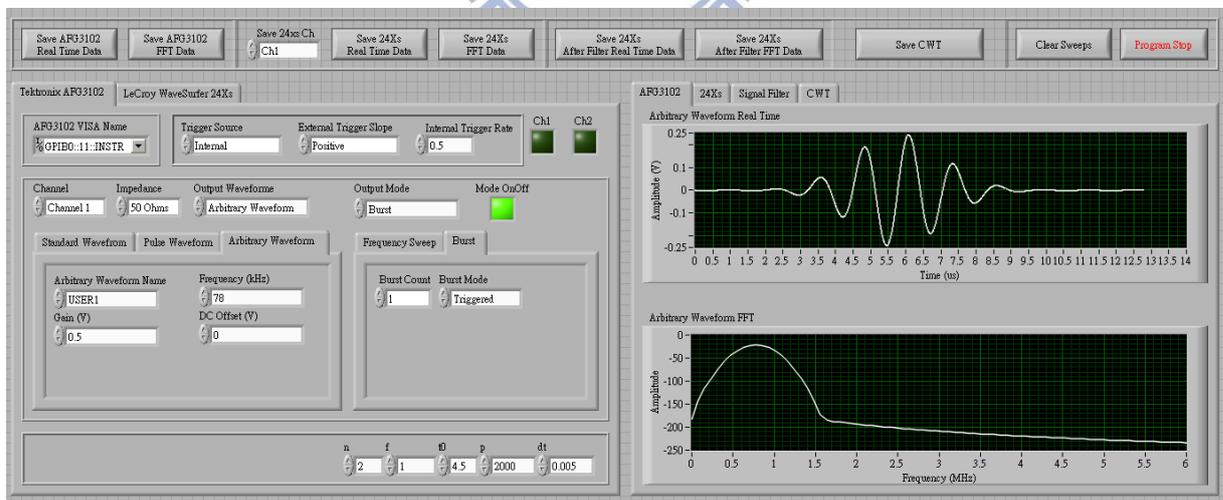
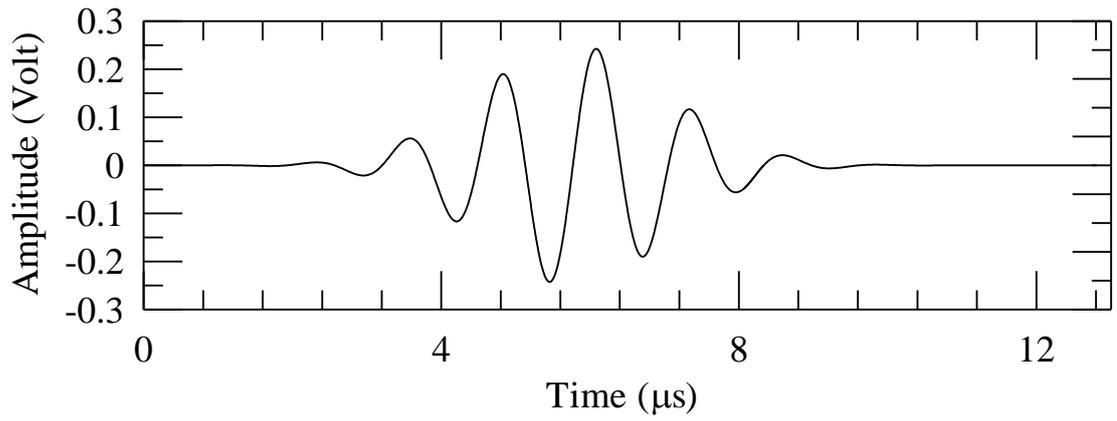
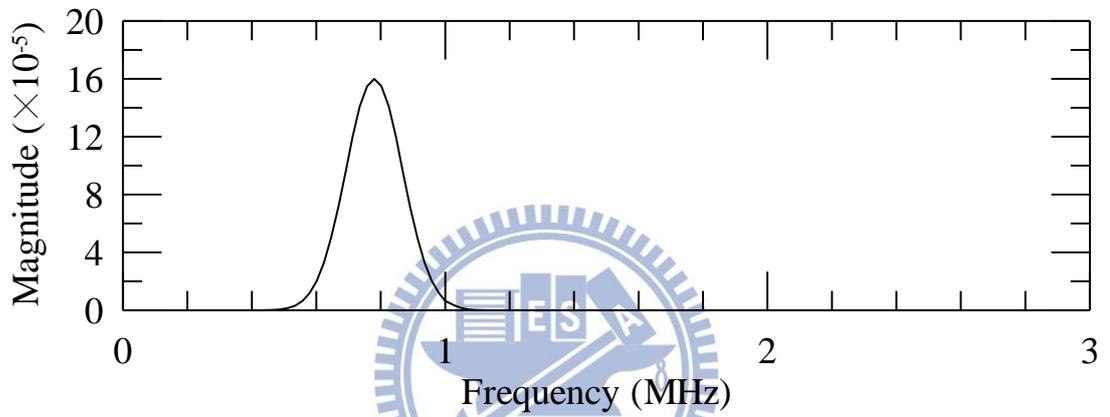


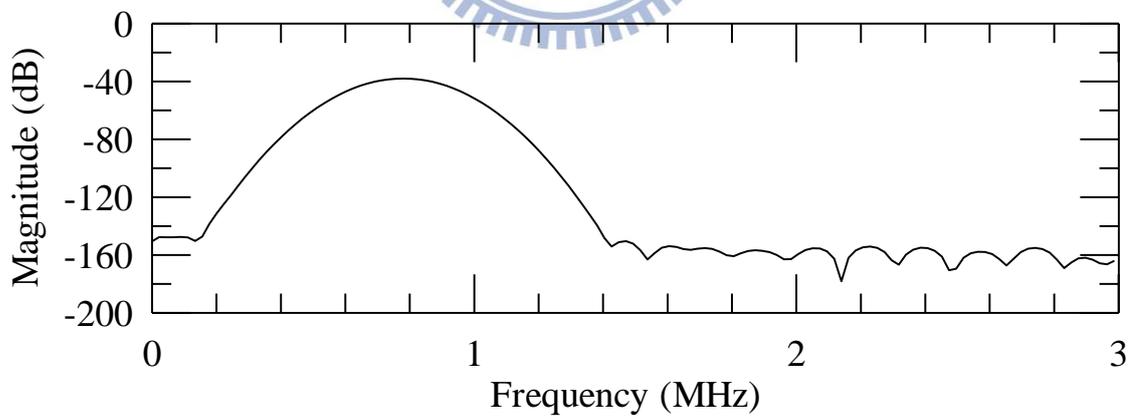
圖3.13 程式人機介面



(a)

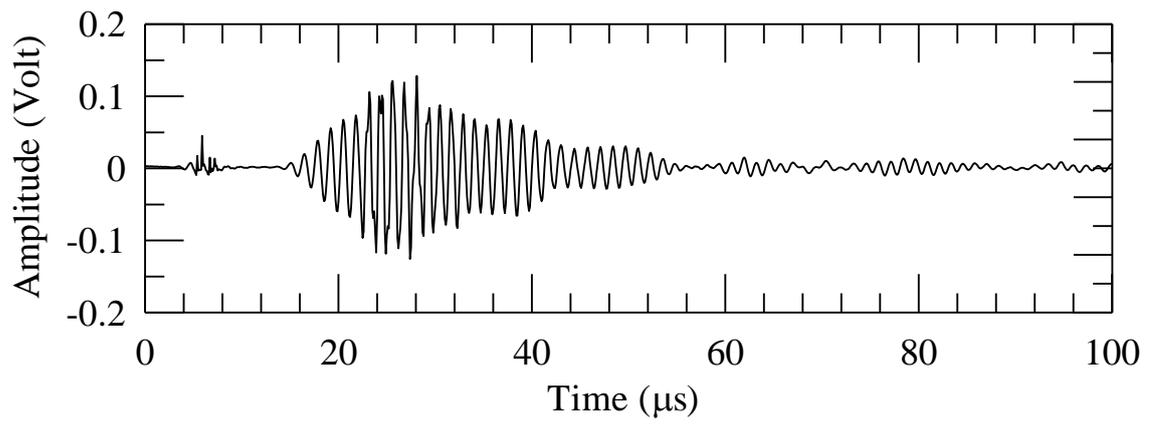


(b)

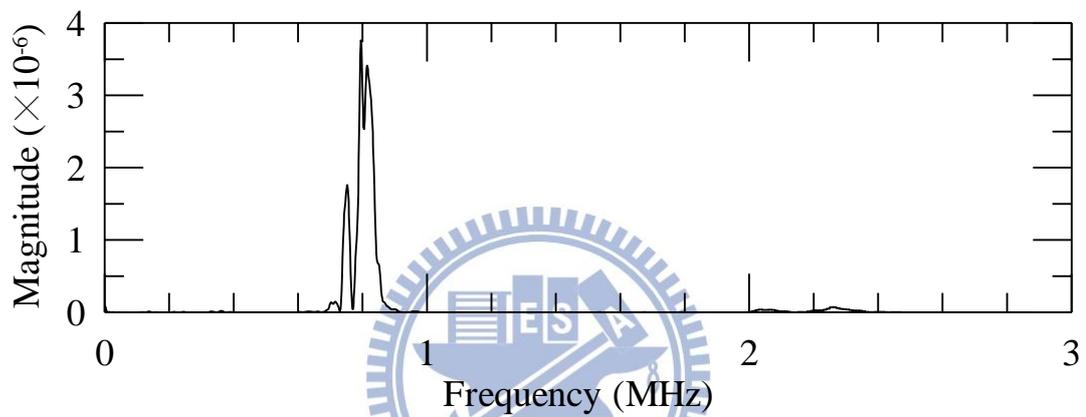


(c)

圖3.14 0.78 MHz 高斯脈波訊號，(a)為時域、(b)為頻譜、(c)為頻譜取 dB

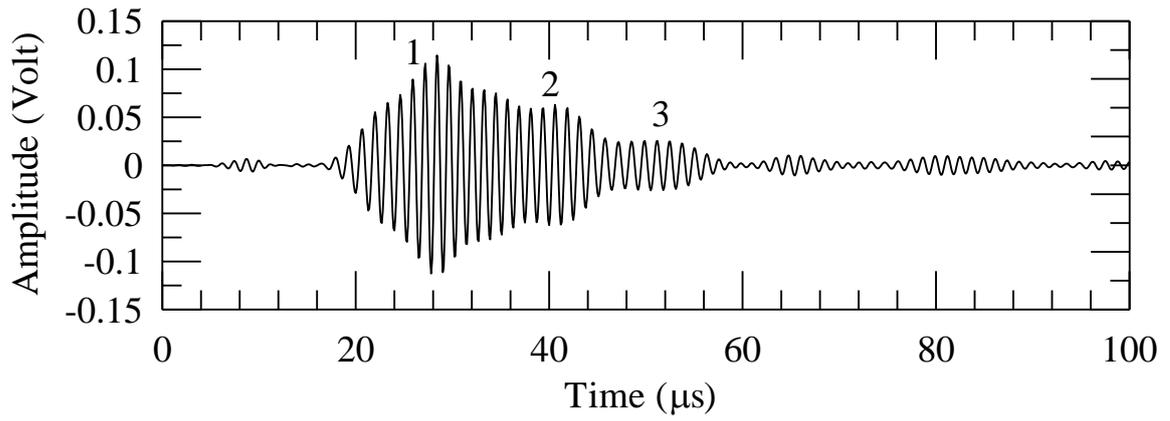


(a)

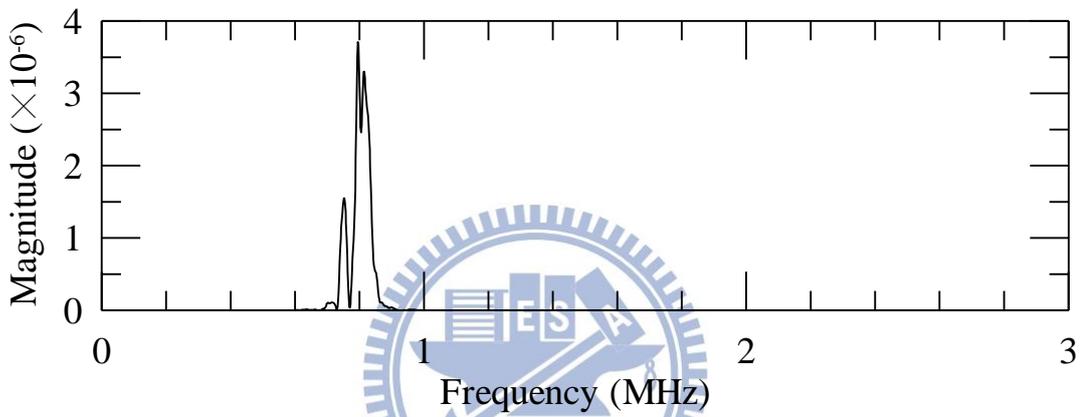


(b)

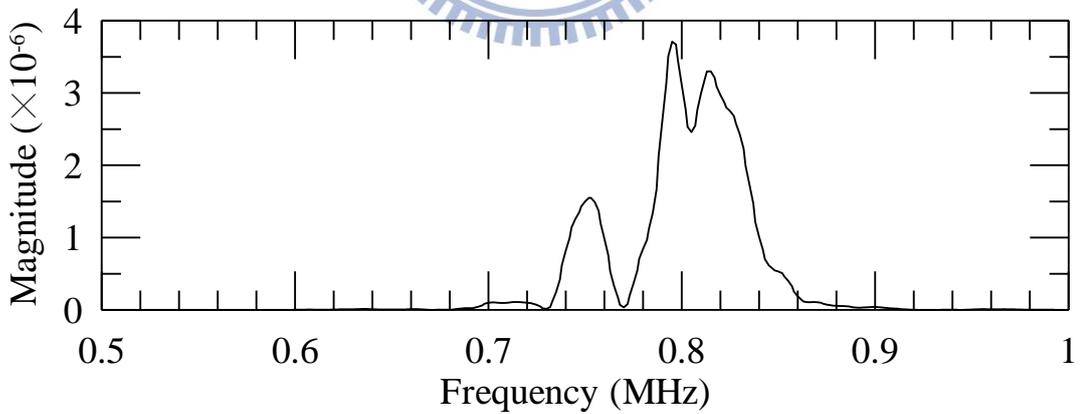
圖3.15 無水時，以 0.78 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC 的暫態訊號，(a)為時域、(b)為頻譜



(a)



(b)



(c)

圖3.16 無水時，以 0.78 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，經濾波後的暫態訊號，(a)為時域、(b)為頻譜、(c)為頻譜局部放大圖

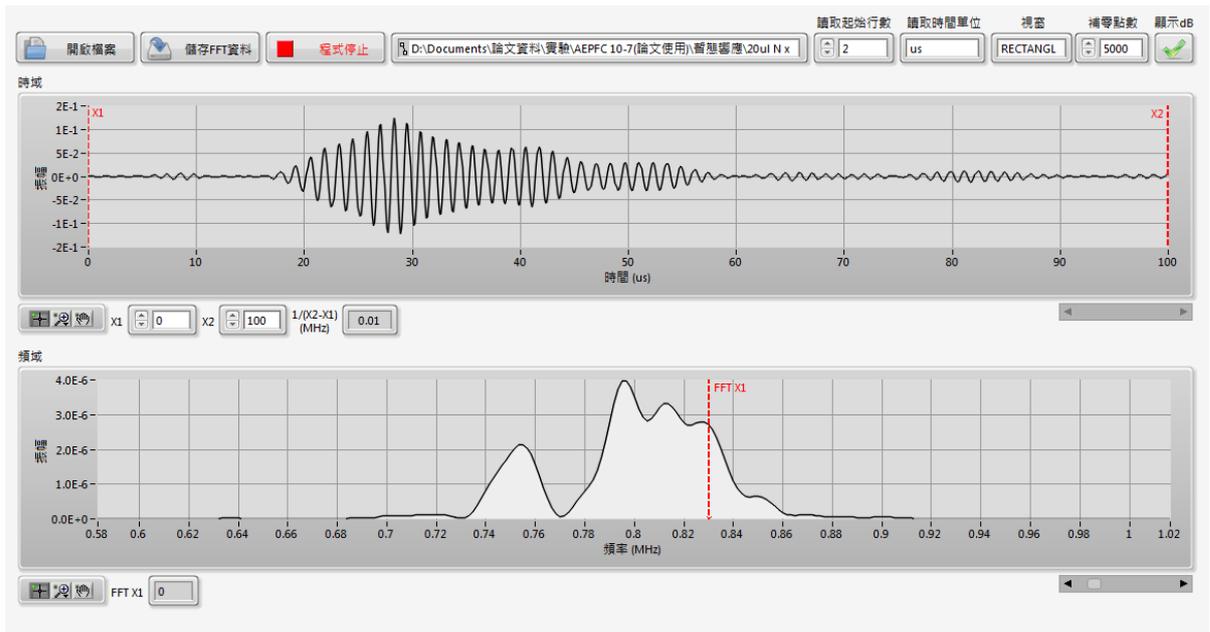
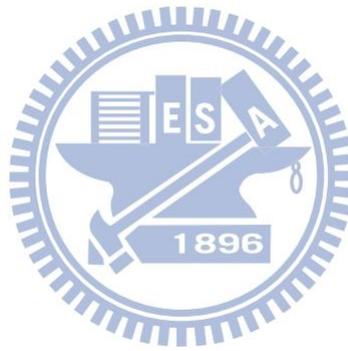
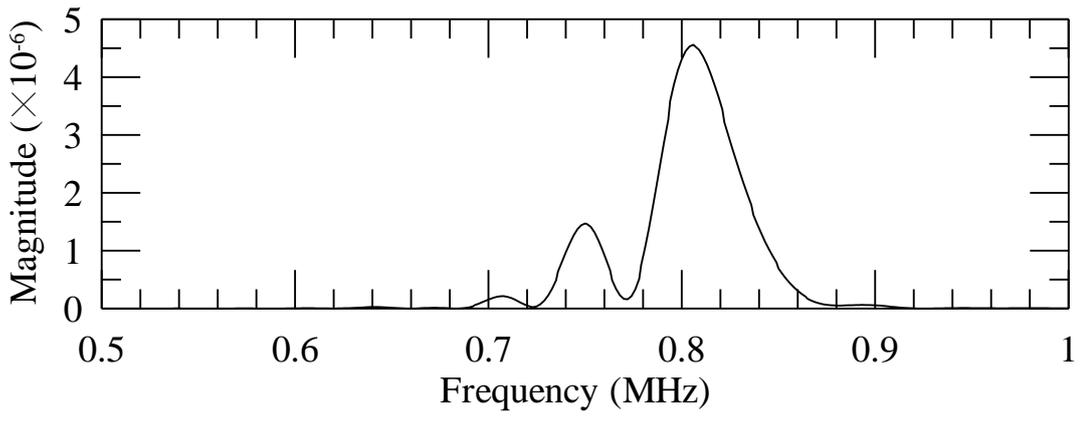
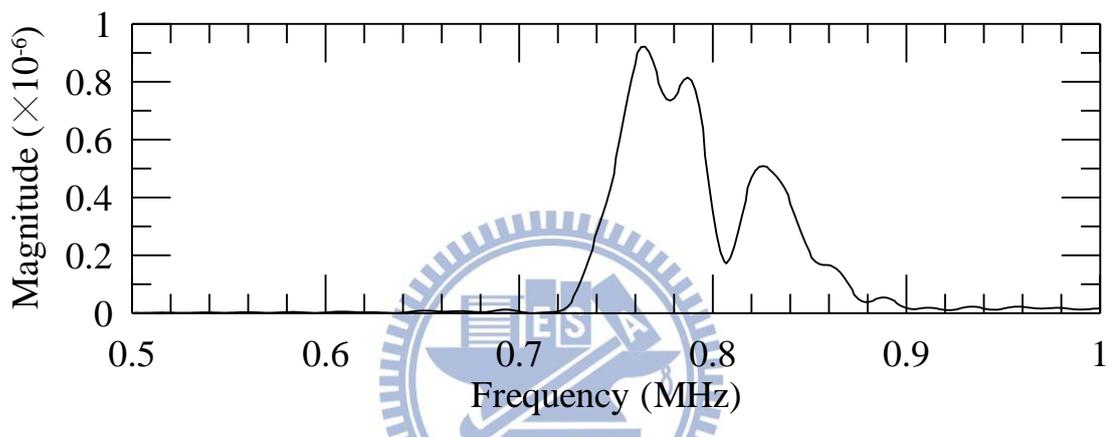


圖3.17 快速傅立葉轉換小程式

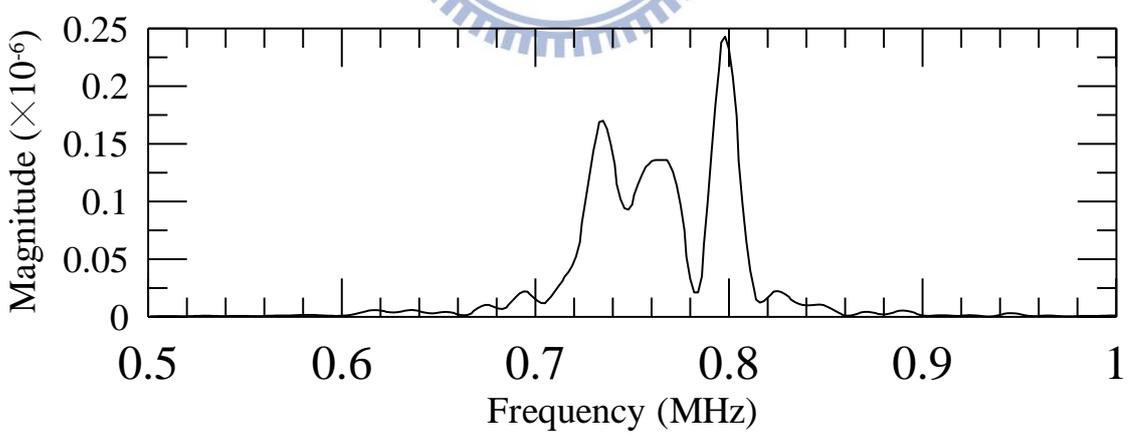




(a)



(b)



(c)

圖3.18 無水時，以 0.78 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，經濾波後不同時間範圍的暫態訊號頻譜圖，(a)為 15 ~ 35  $\mu\text{s}$ 、(b)為 35 ~ 45  $\mu\text{s}$ 、(c)為 45 ~ 60  $\mu\text{s}$

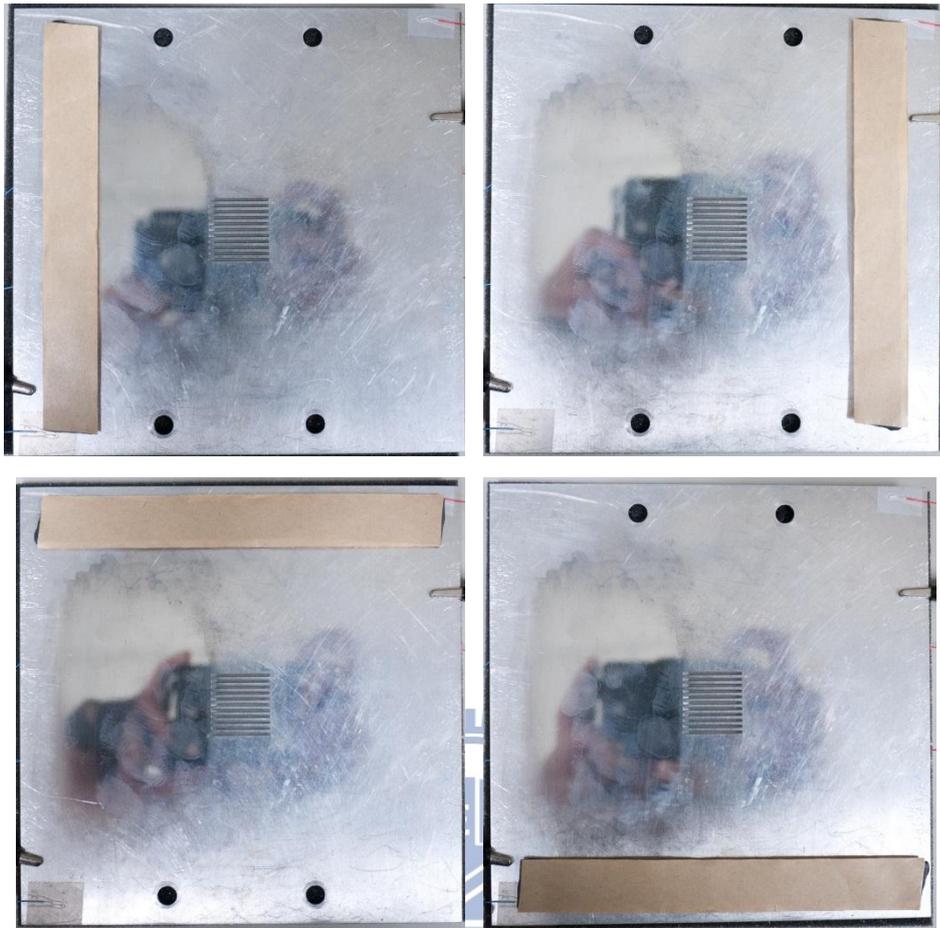


圖3.19 流道板四周黏貼矽膠示意圖(發射端在右邊)

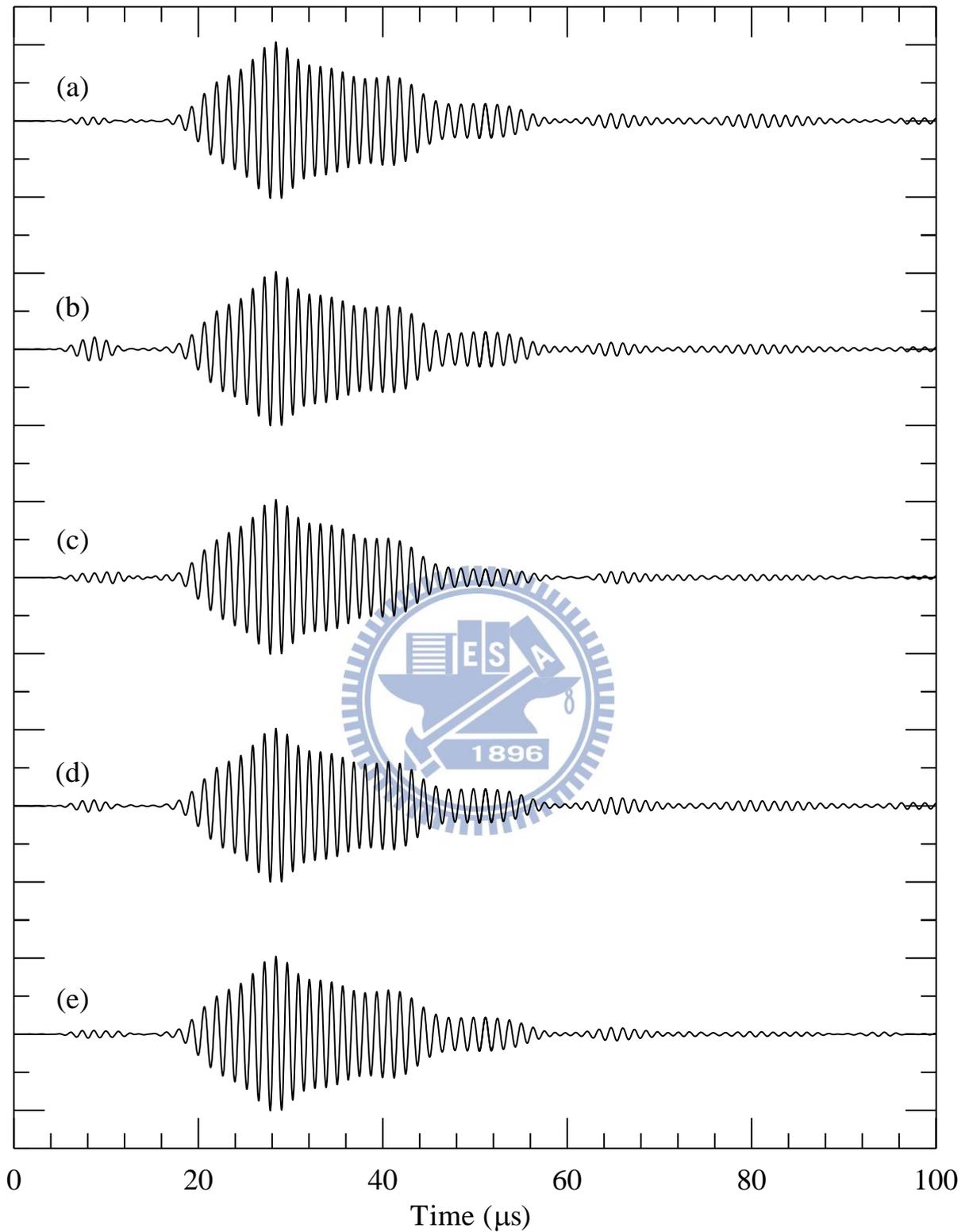


圖3.20 流道板四周黏貼矽膠，以 0.78 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC 的暫態訊號，(a)為未黏貼矽膠、(b)為左方黏貼矽膠、(c)為右方黏貼矽膠、(d)為上方黏貼矽膠、(e)為下方黏貼矽膠

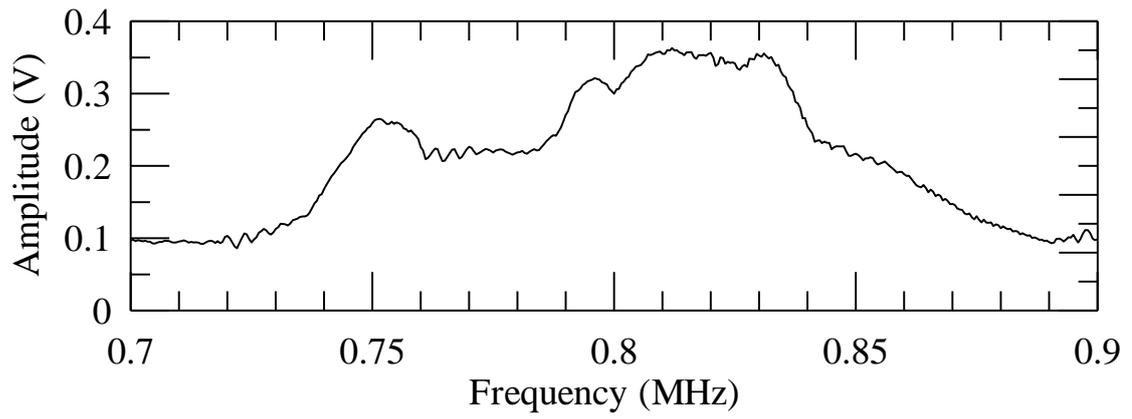


圖3.21 正弦波驅動頻率對於訊號峰值實驗結果

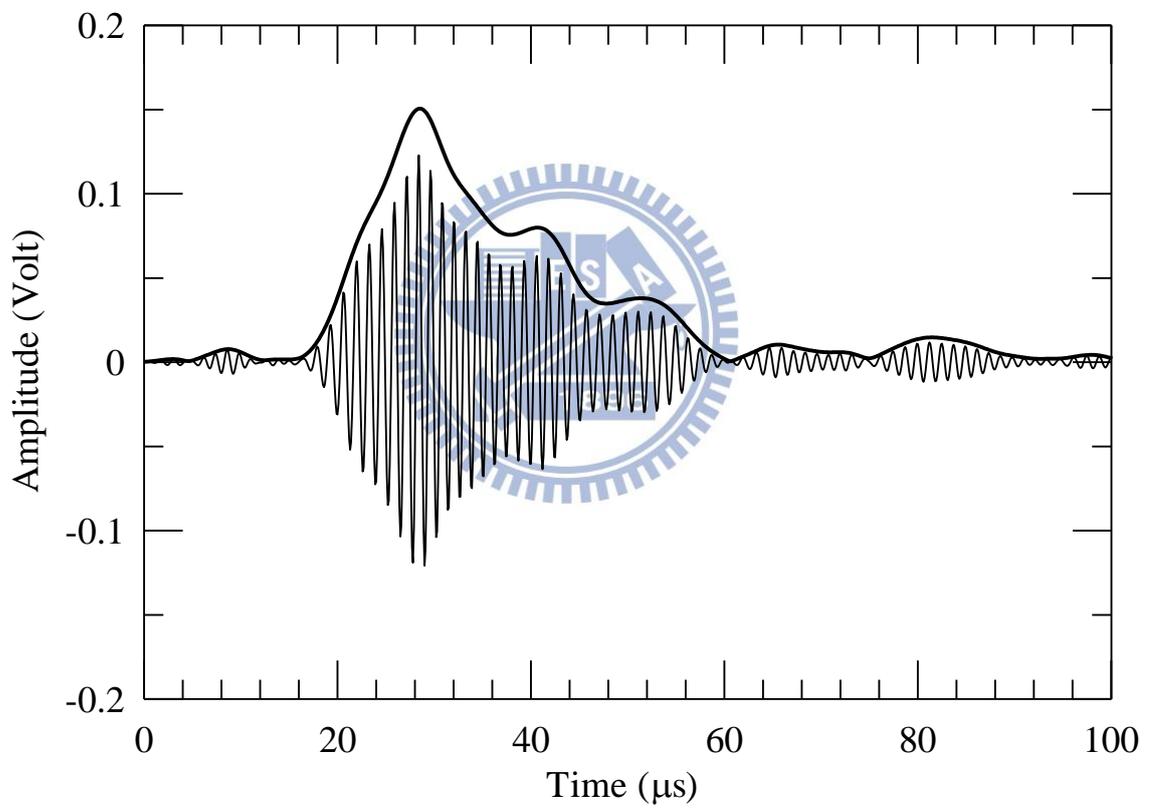


圖3.22 小波轉換轉換後之包絡線對應圖

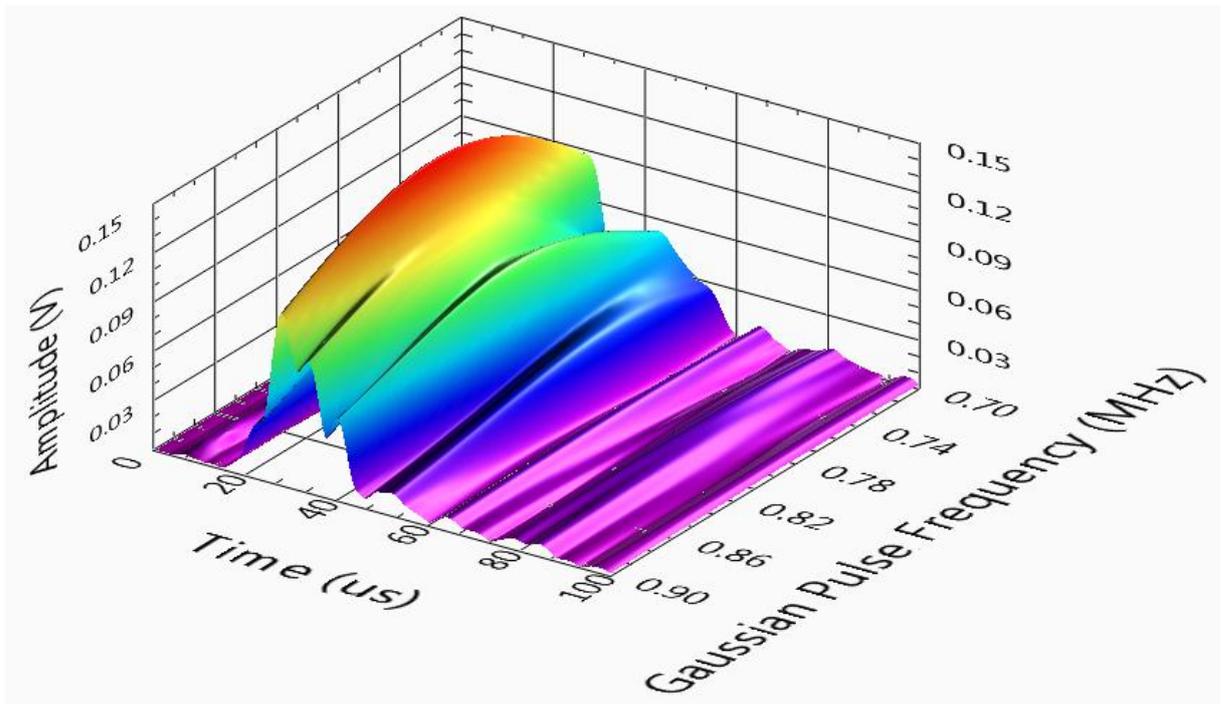


圖3.23 不同驅動頻率的高斯脈波之暫態響應訊號實驗結果

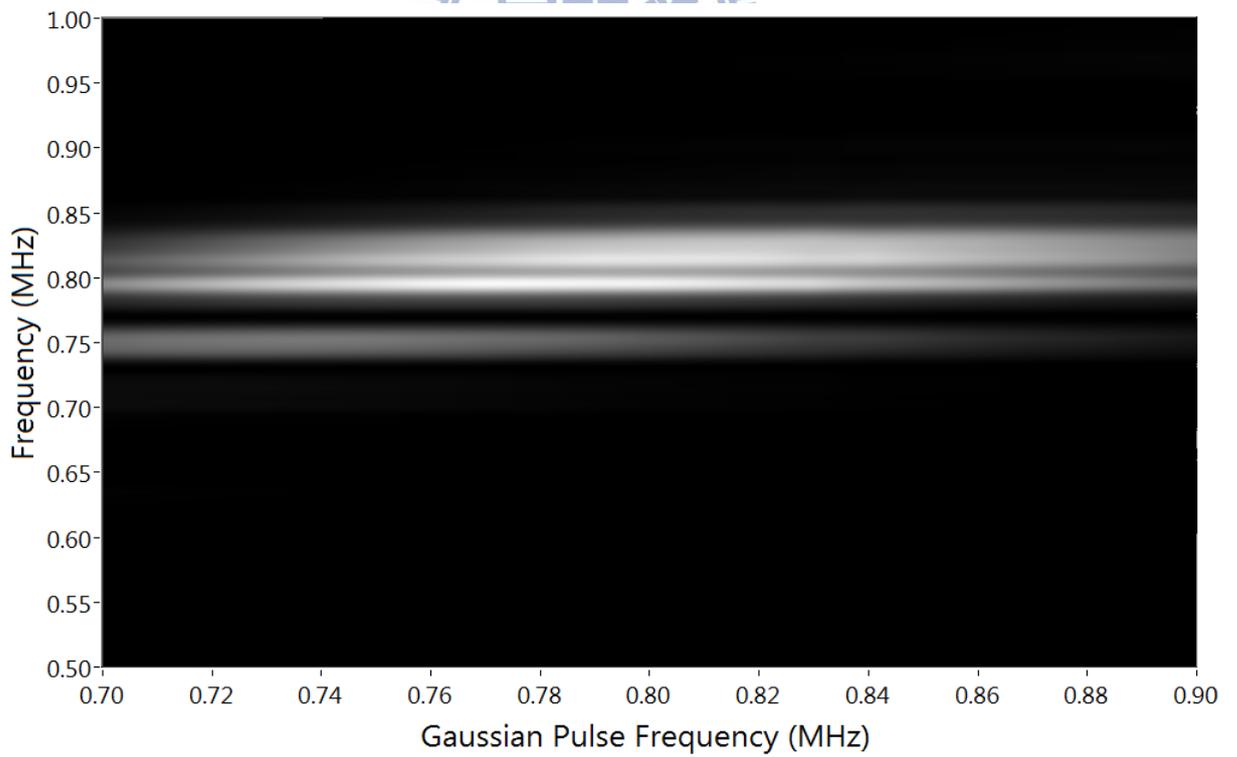
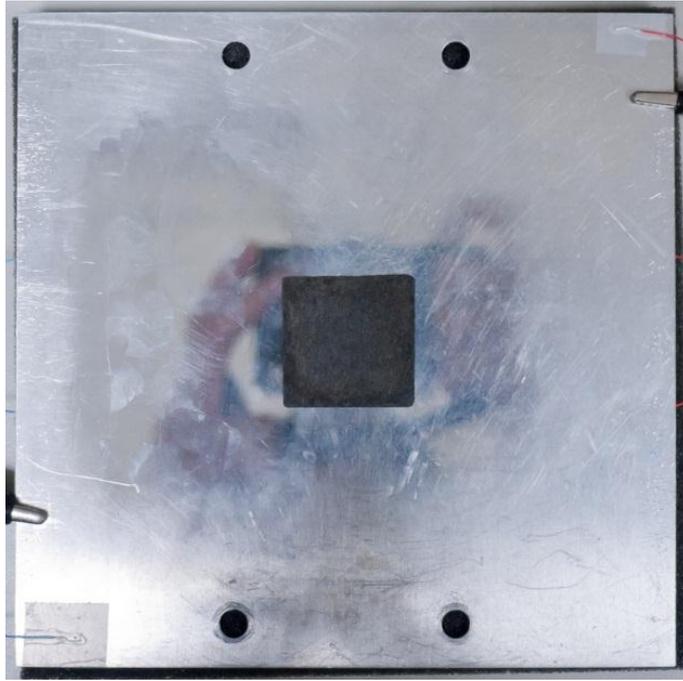
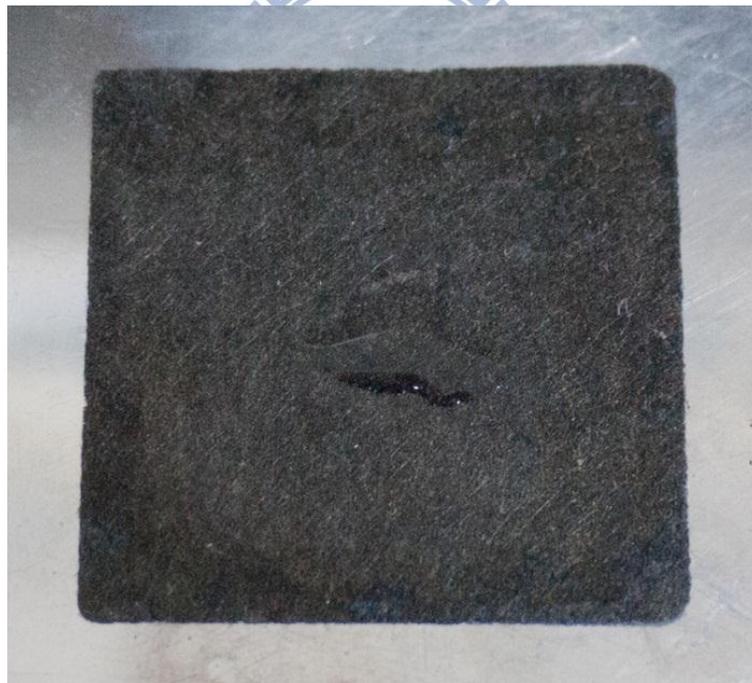


圖3.24 不同驅動頻率的高斯脈波之暫態響應頻譜

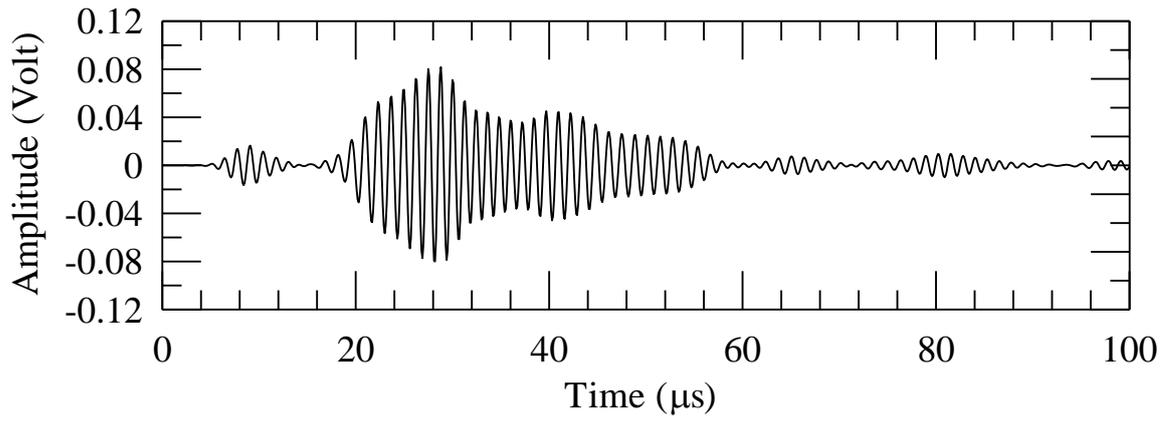


(a)

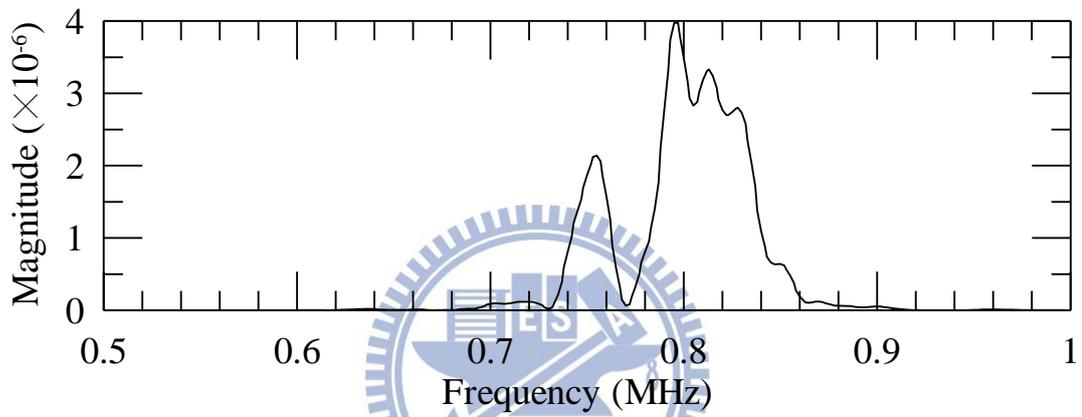


(b)

圖3.25 流道板覆蓋碳紙示意圖，(a)為整體、(b)為局部放大圖



(a)



(b)

圖3.26 0.78 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，在碳紙背面添加 20  $\mu\text{l}$  水時的暫態訊號，(a)為時域、(b)為頻譜

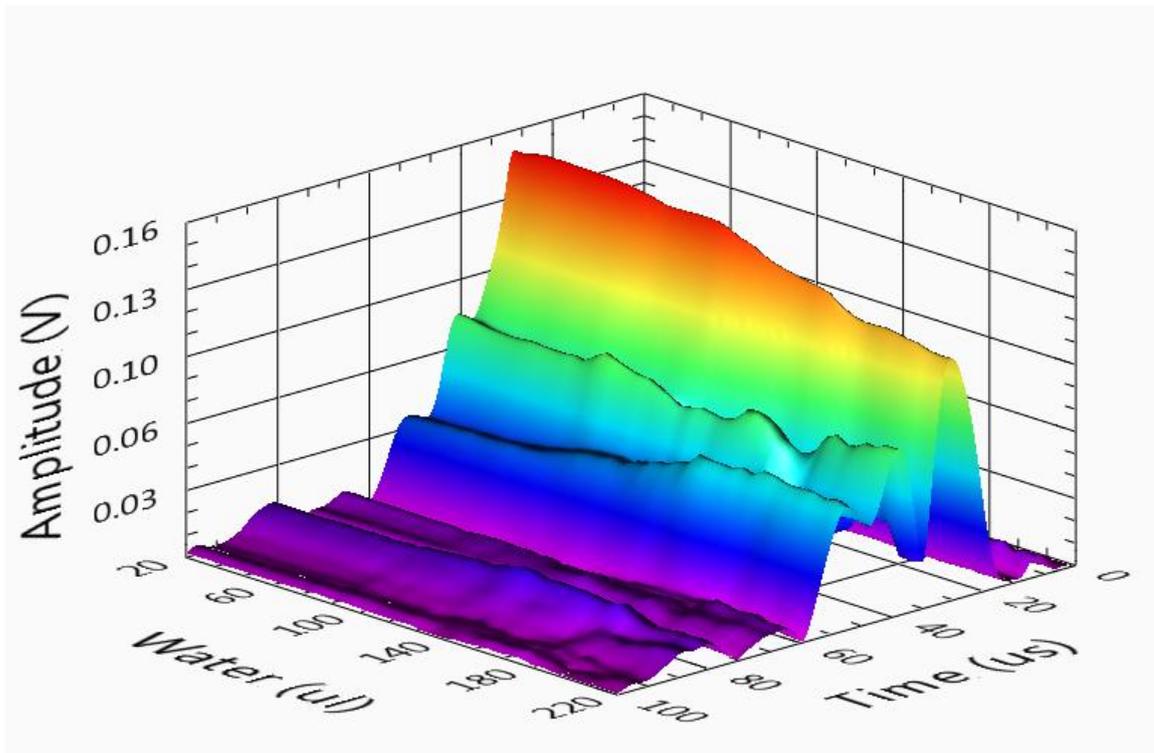


圖3.27 0.78 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於訊號包絡線之三維圖



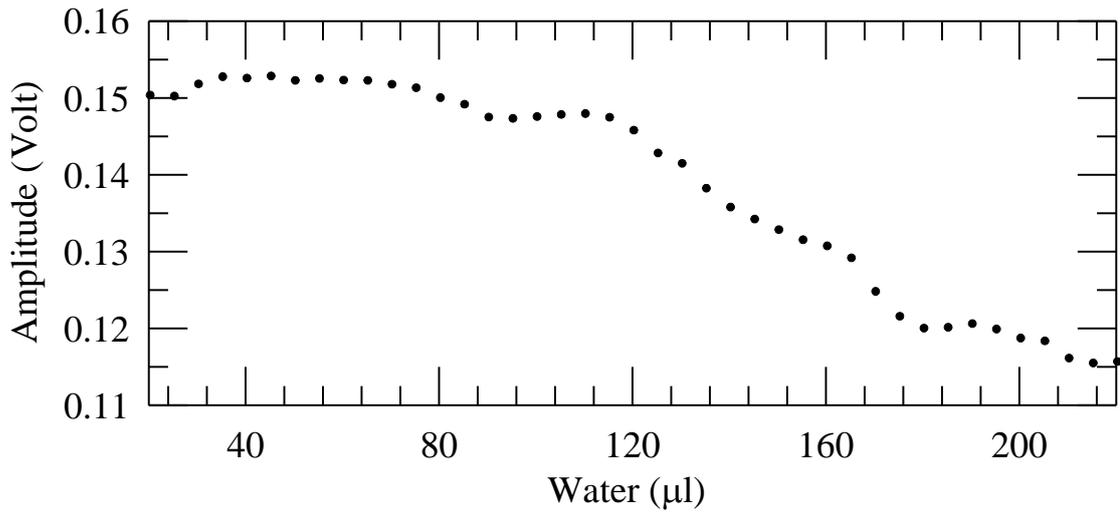


圖3.28 0.78 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於訊號包絡線峰值繪圖

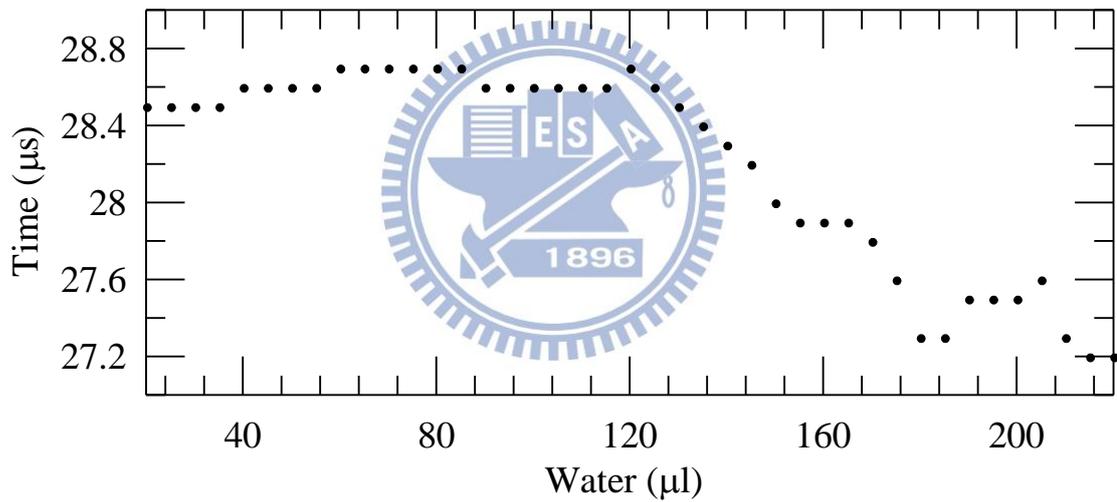
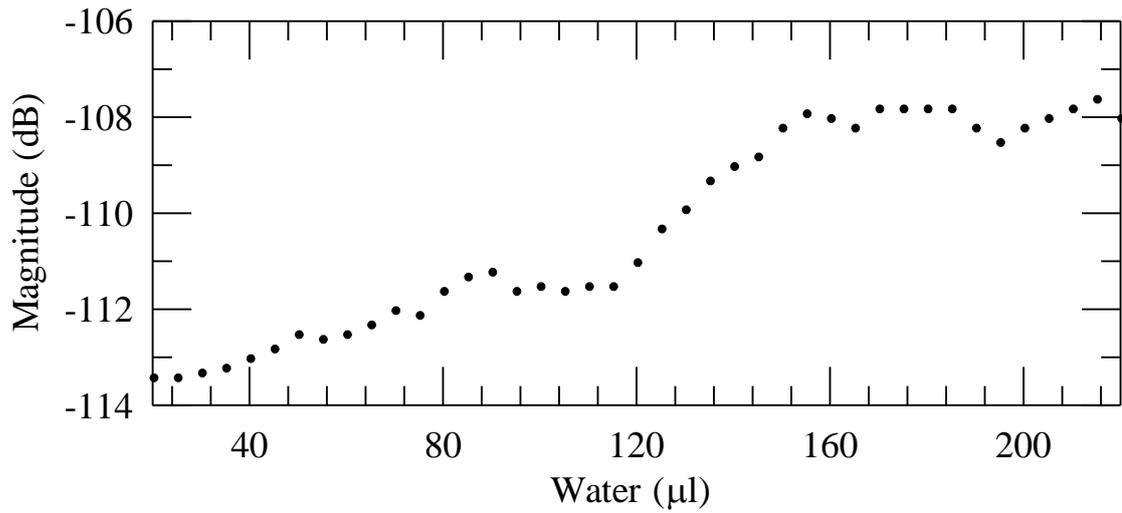
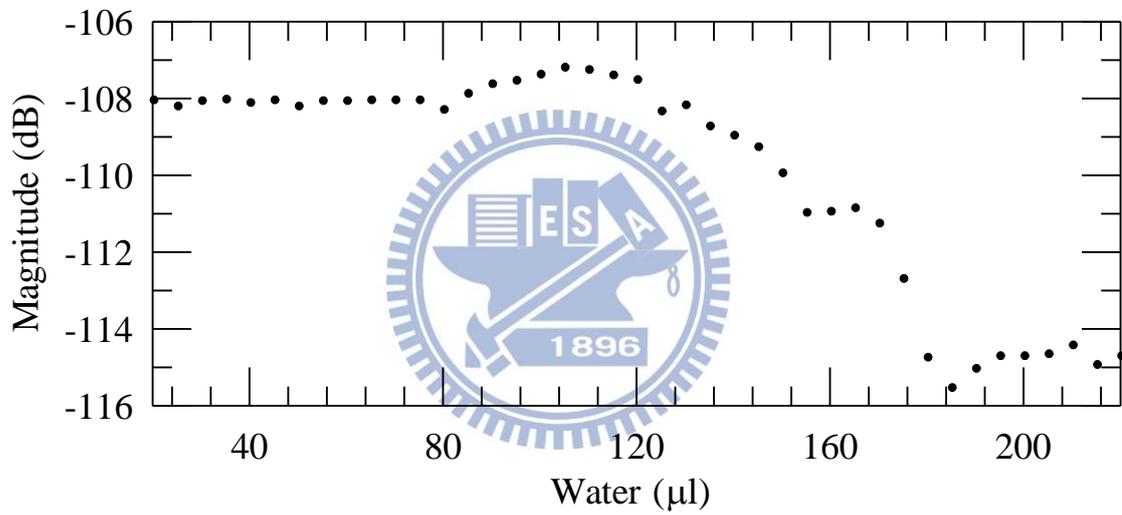


圖3.29 0.78 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於訊號包絡線峰值抵達時間繪圖

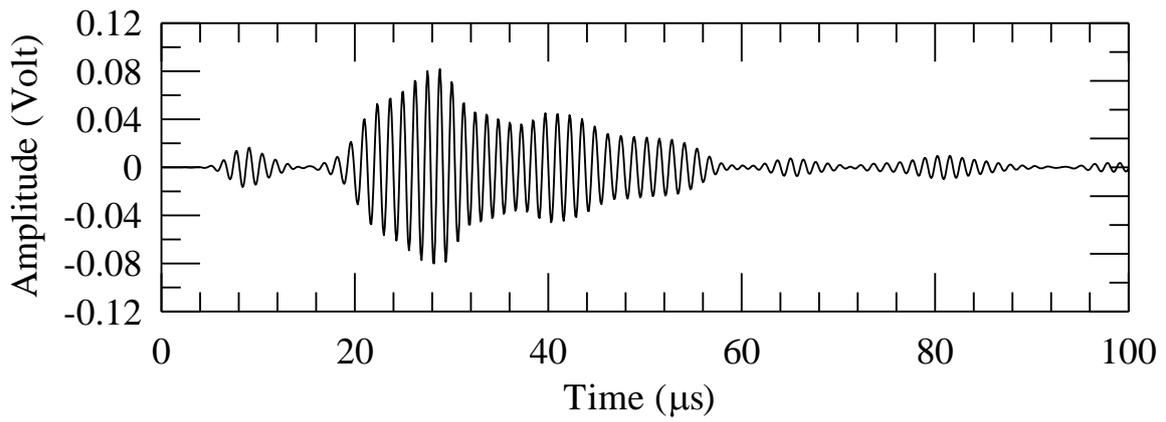


(a)

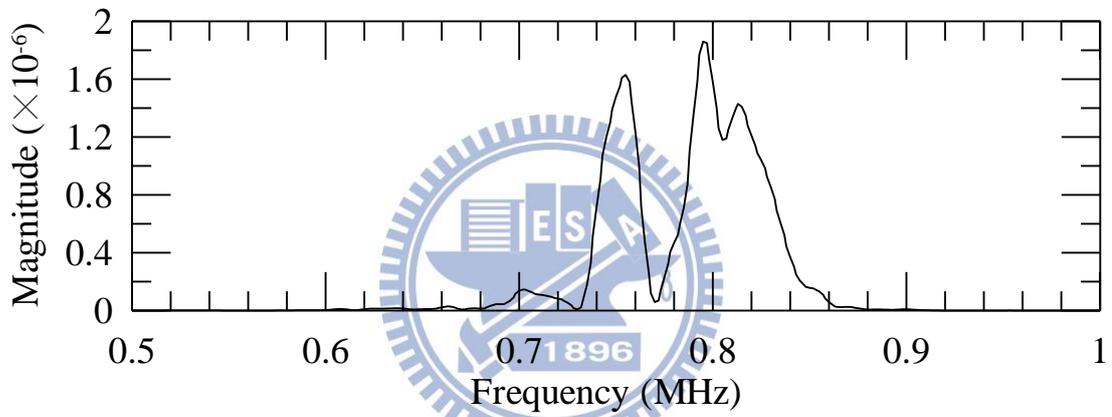


(b)

圖3.30 0.78 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於頻譜 dB 峰值繪圖，(a)為第一個模態、(b)為第二個模態



(a)



(b)

圖3.31 0.73 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，在碳紙背面添加 20  $\mu\text{l}$  水時的暫態訊號，(a)為時域、(b)為頻譜

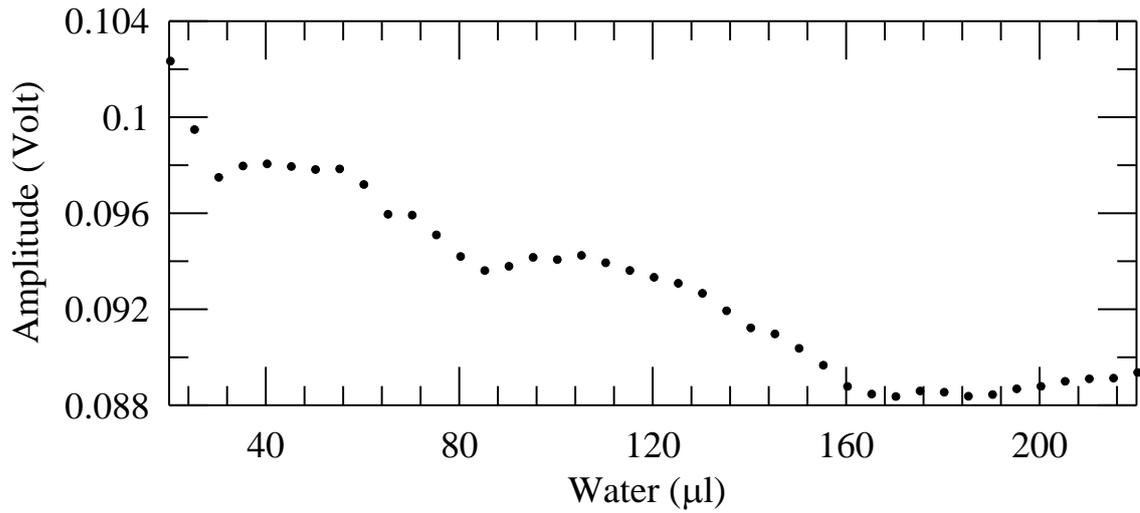


圖3.32 0.73 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於訊號包絡線峰值繪圖

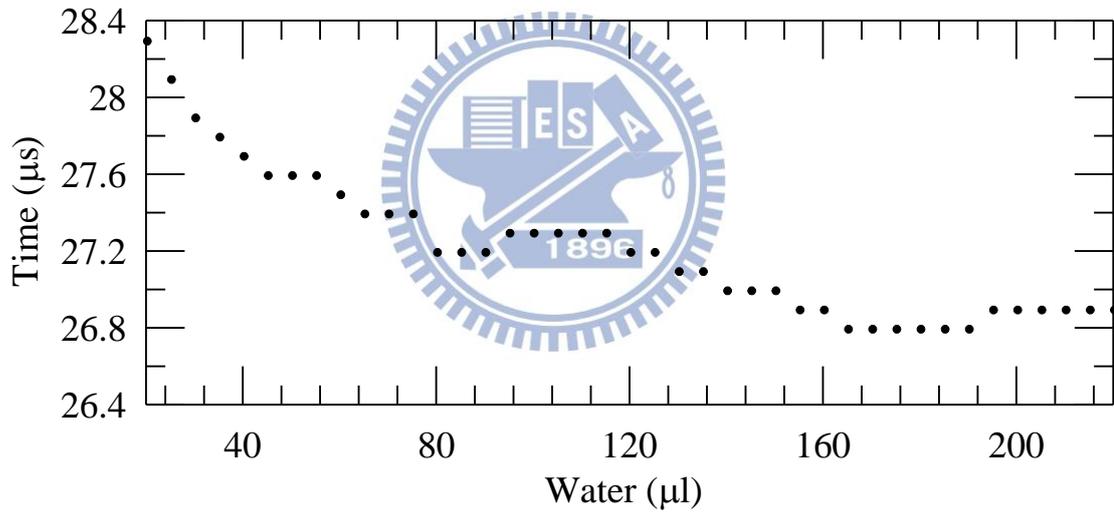
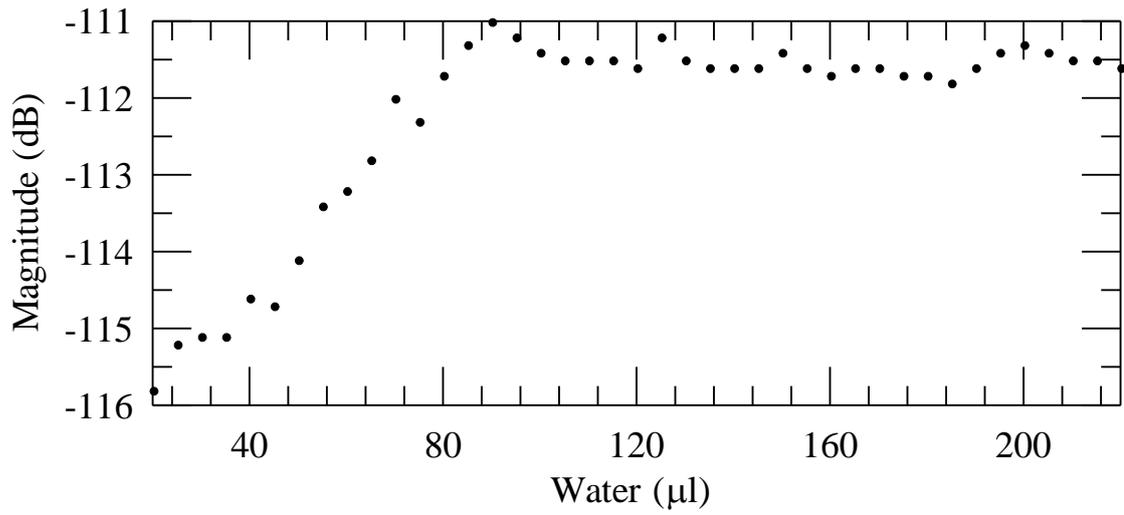
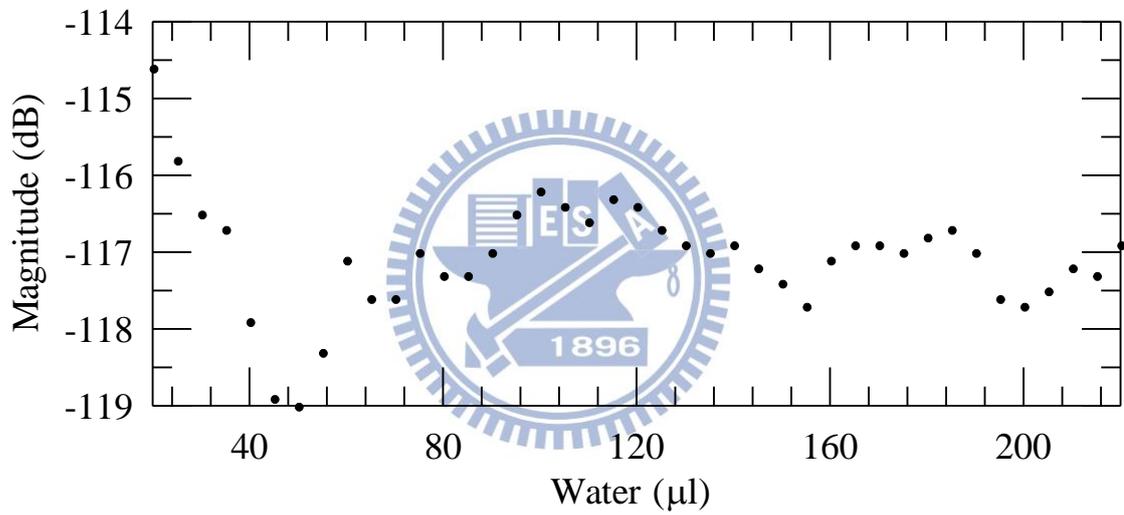


圖3.33 0.73 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於訊號包絡線峰值抵達時間繪圖

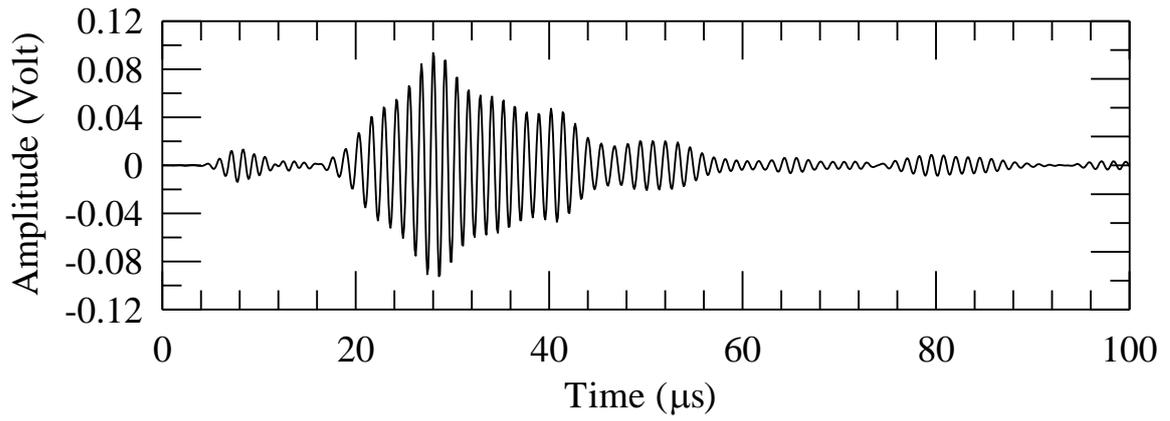


(a)

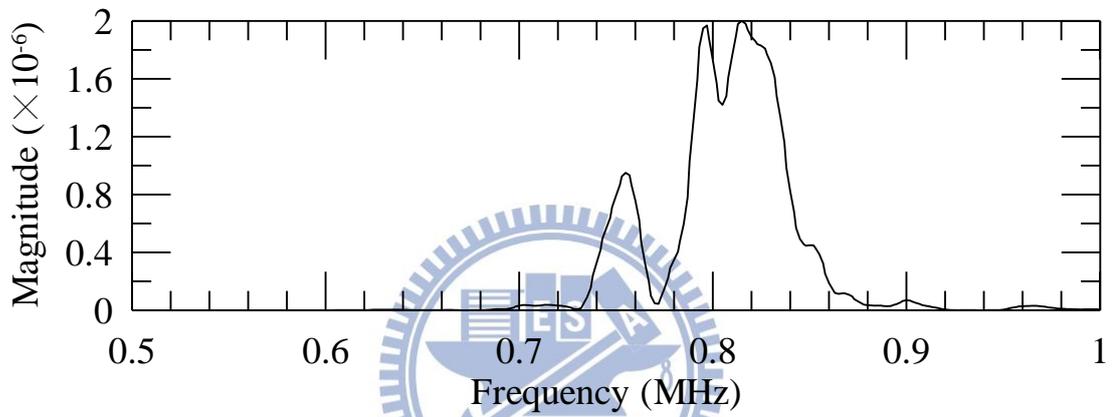


(b)

圖3.34 0.73 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於頻譜 dB 峰值繪圖，(a)為第一個模態、(b)為第二個模態



(a)



(b)

圖3.35 0.83 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，在碳紙背面添加 20  $\mu\text{l}$  水時的暫態訊號，(a)為時域、(b)為頻譜

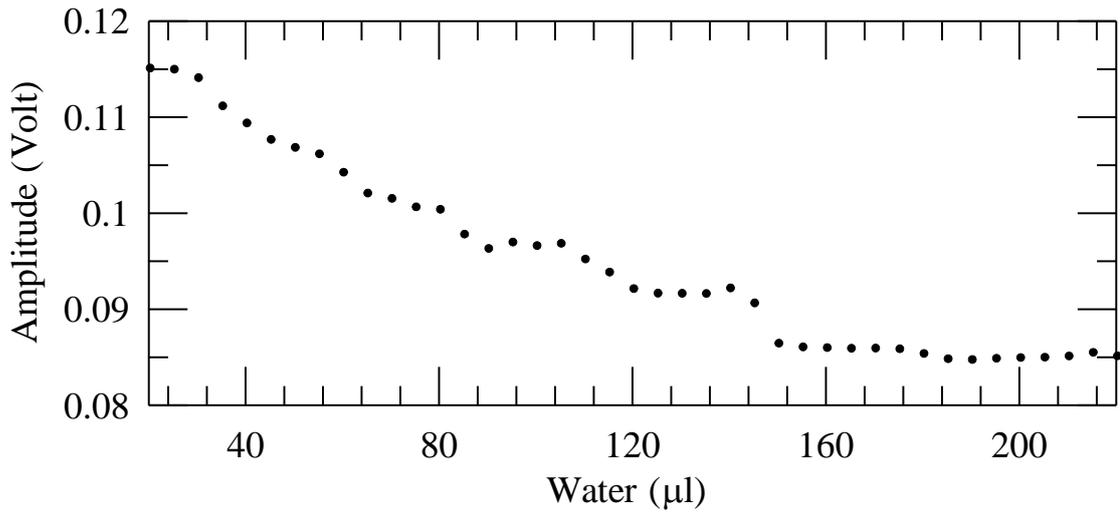


圖3.36 0.83 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於訊號包絡線峰值繪圖

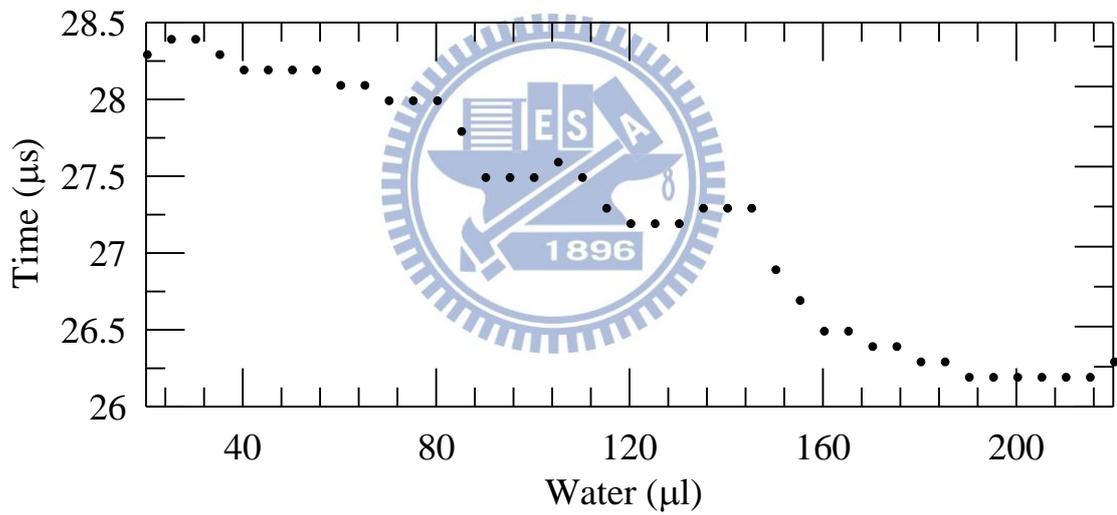
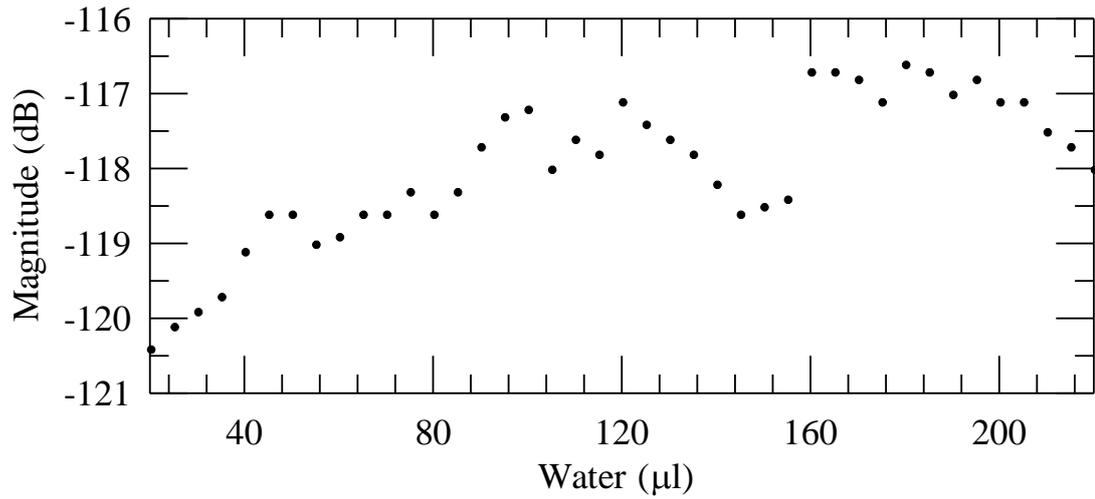
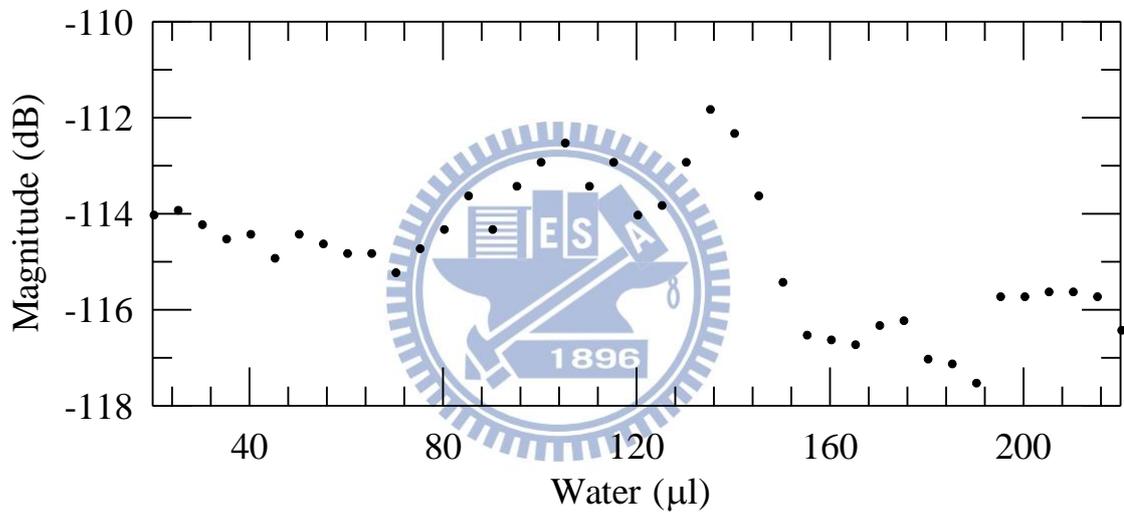


圖3.37 0.83 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於訊號包絡線峰值抵達時間繪圖



(a)



(b)

圖3.38 0.83 MHz 高斯脈波驅動 AE-PFC，不同水量對於頻譜 dB 峰值，  
(a)為第一個模態、(b)為第二個模態



(a)



(b)



(c)

圖3.39 不同水量時流道水量分布，(a)為  $50 \mu\text{l}$ 、(b)為  $120 \mu\text{l}$ 、(c)為  $160 \mu\text{l}$

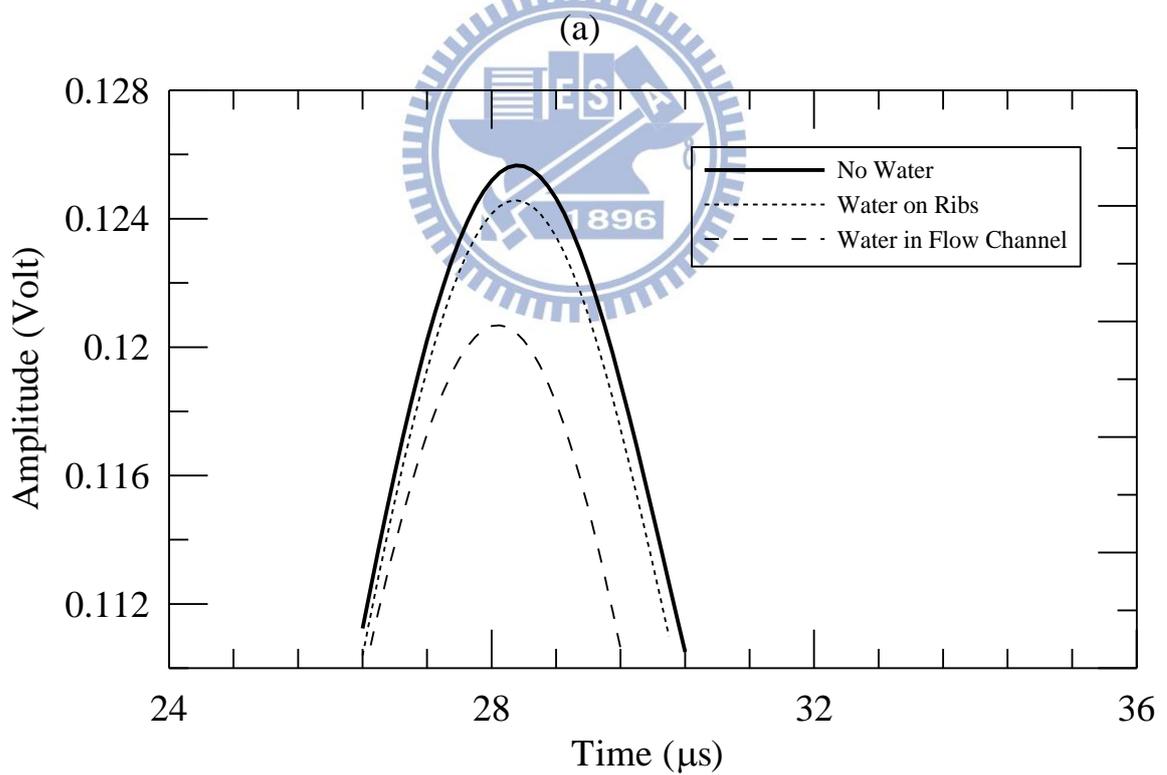
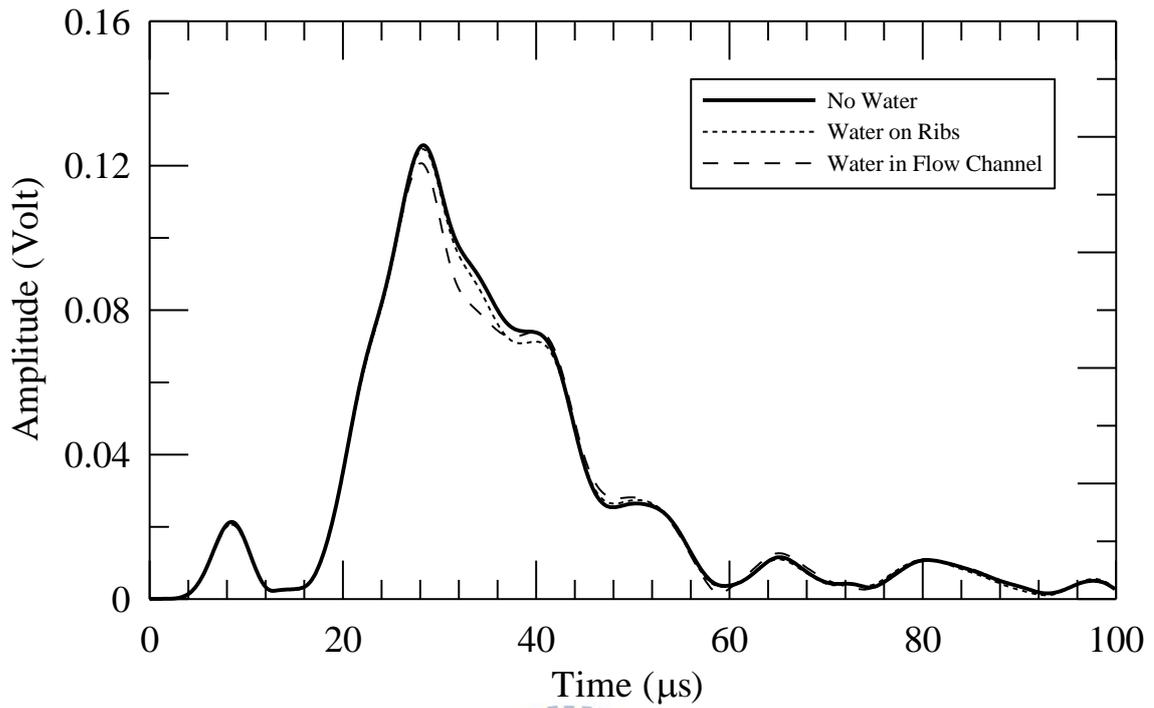
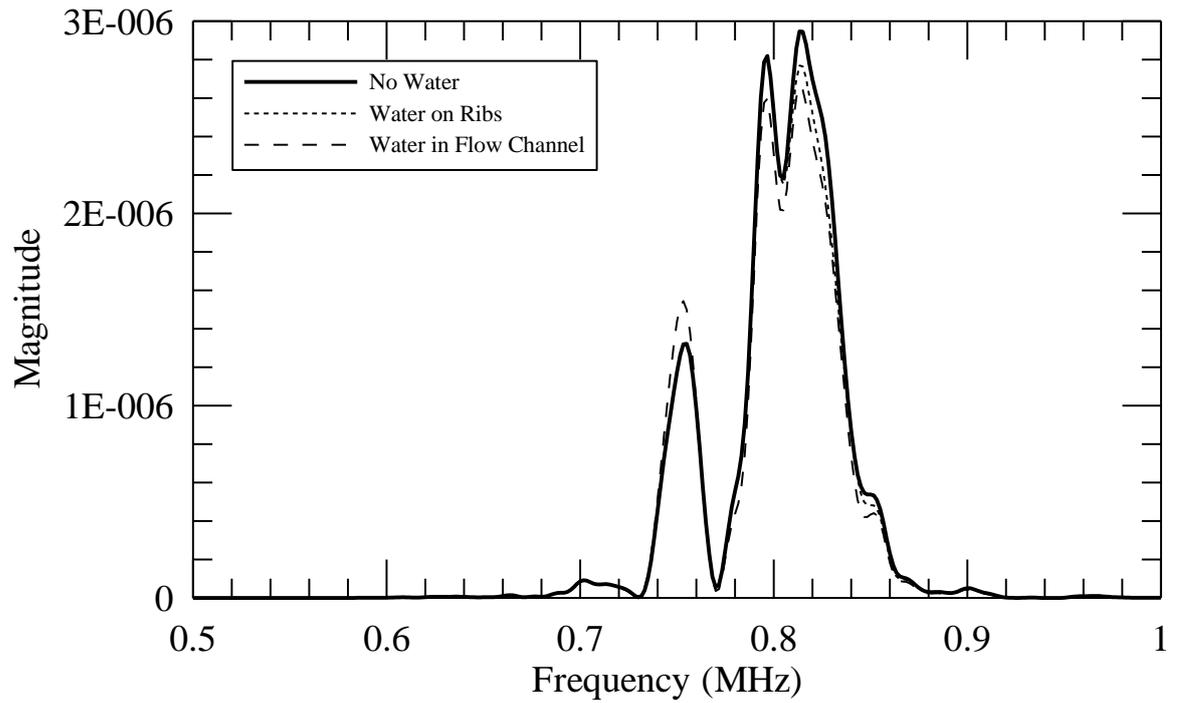
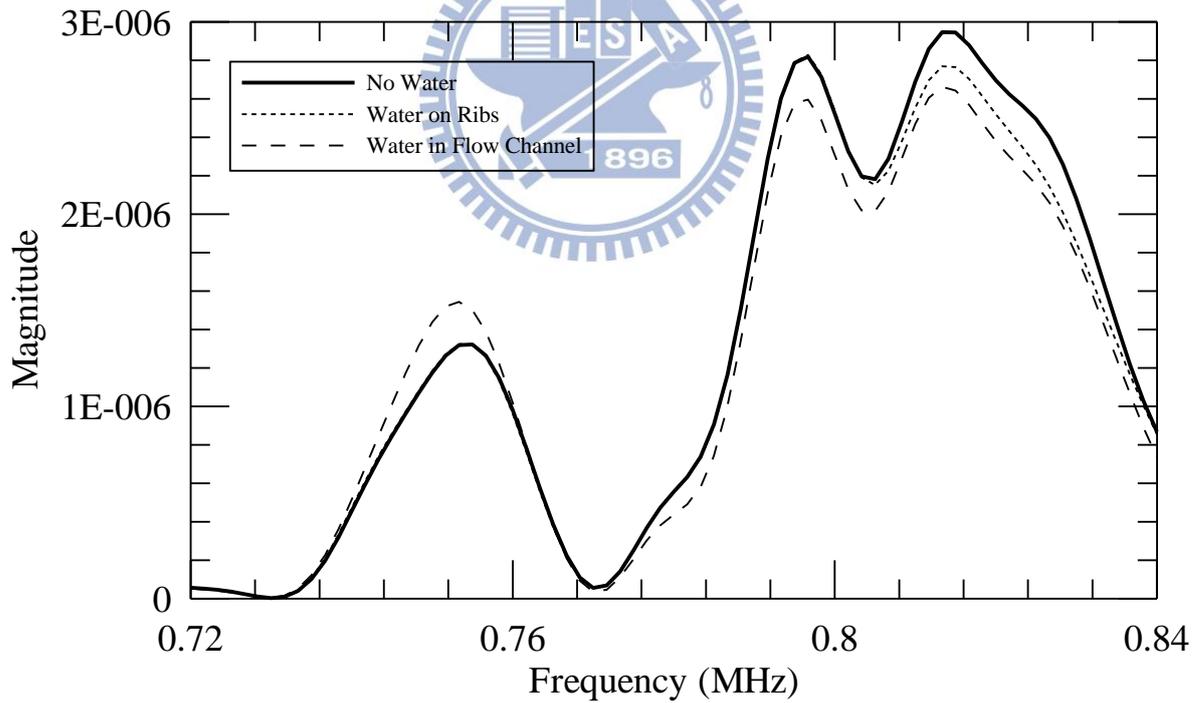


圖3.40 5  $\mu\text{l}$  水沾附在流道凹槽與肋板，訊號包絡線，(a)為完整訊號，(b)為局部訊號



(a)



(b)

圖3.41 5  $\mu\text{l}$  水沾附在流道凹槽與肋板，訊號頻譜，(a)為完整訊號，(b)為局部訊號

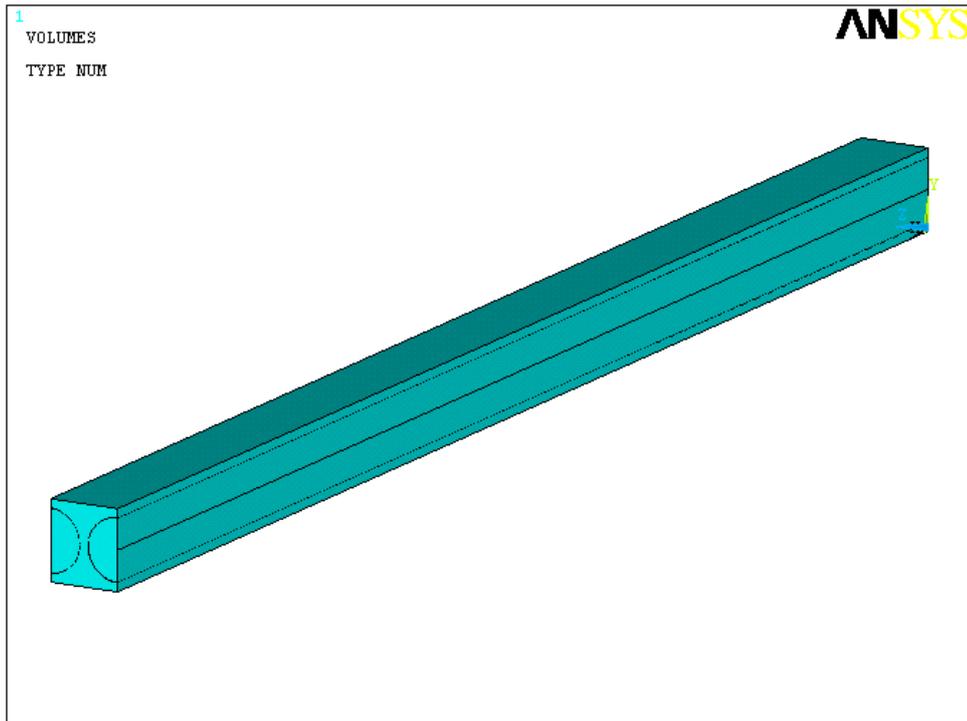


圖4.1 電場模擬之模型

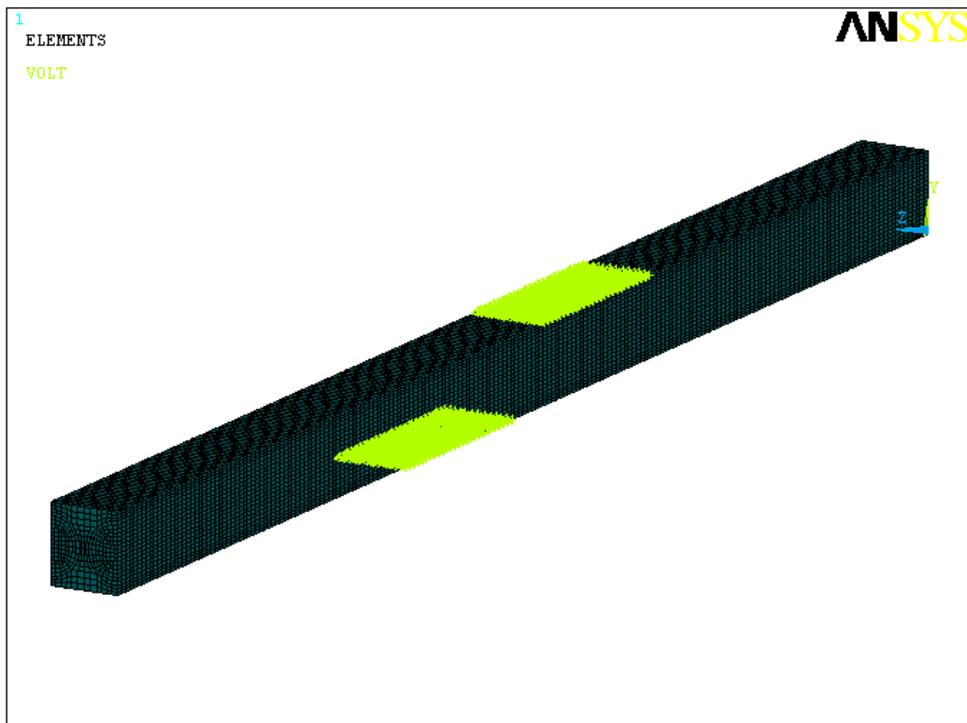


圖4.2 電場模擬之網格化模型

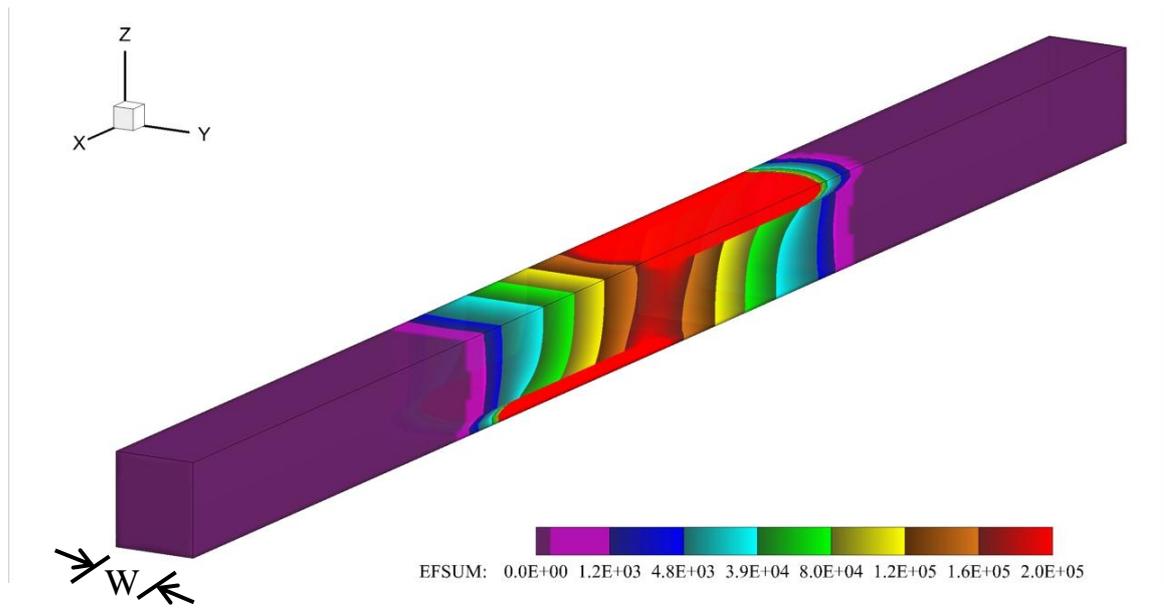
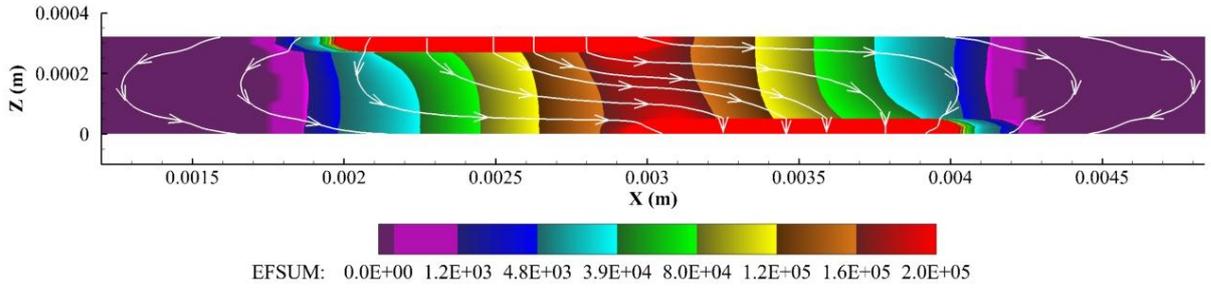
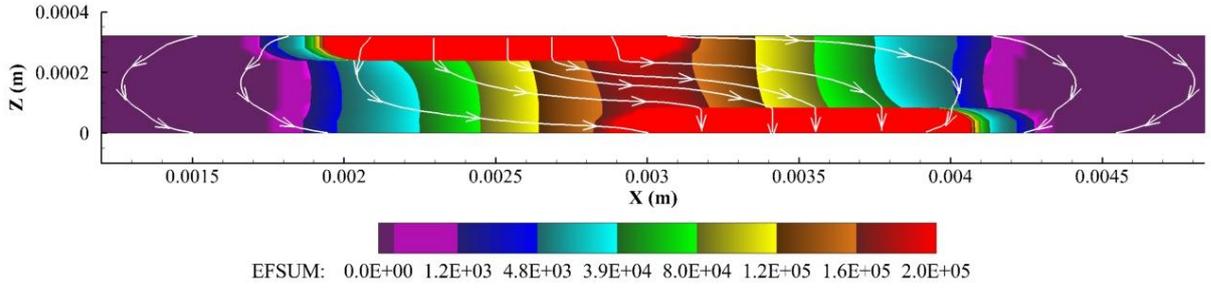


圖4.3 電場模擬結果

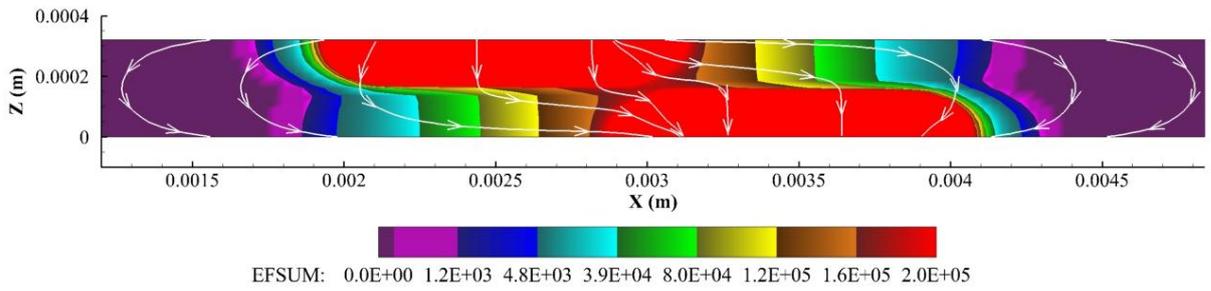




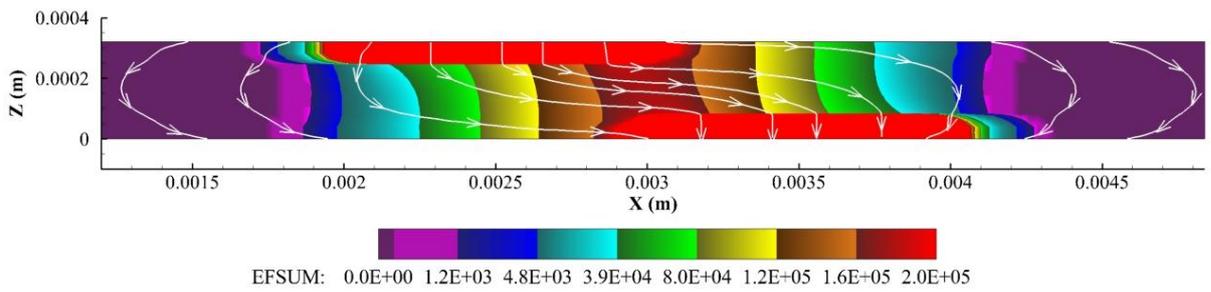
(a)



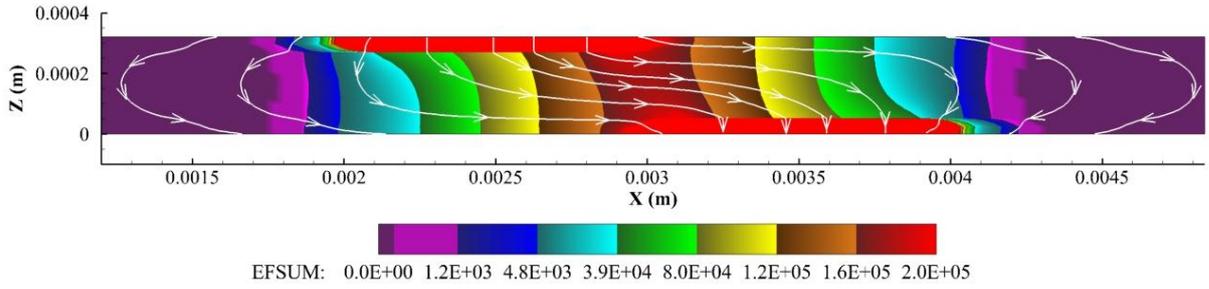
(b)



(c)

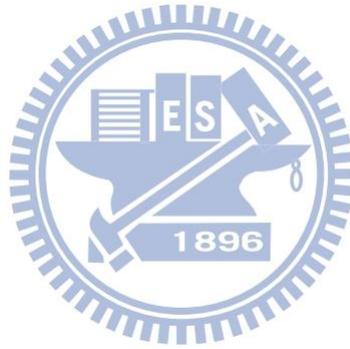


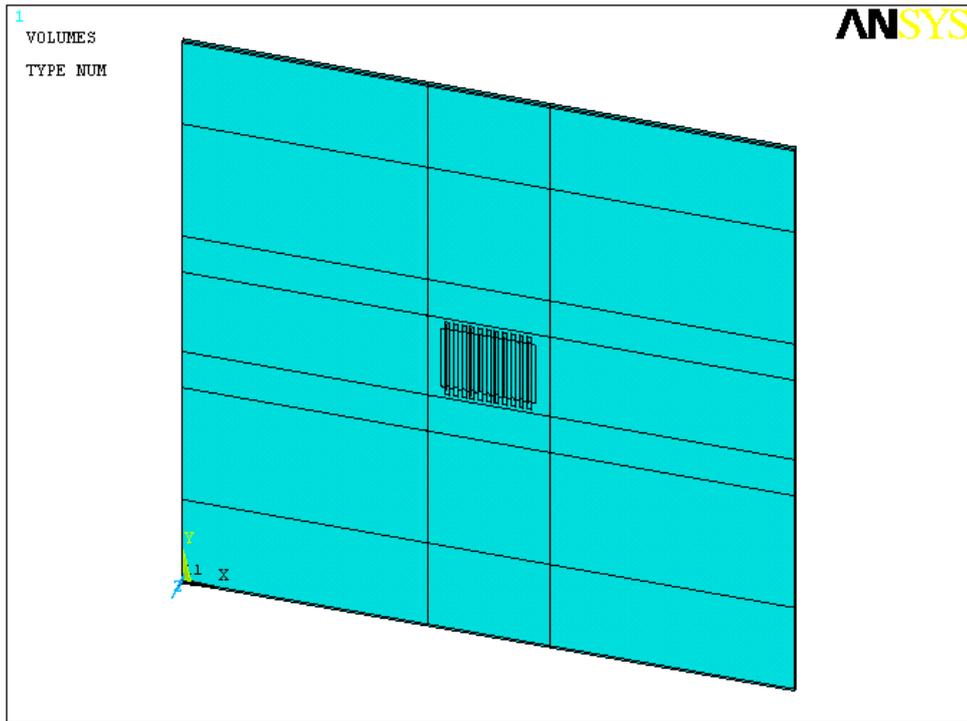
(d)



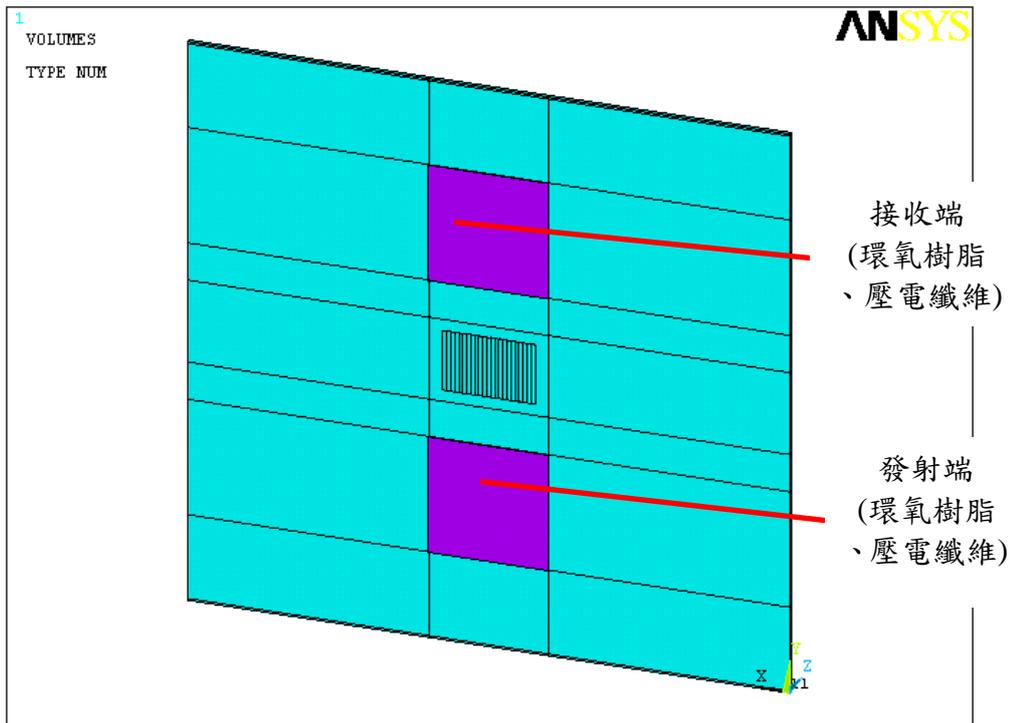
(e)

圖4.4 沿著 Y 軸不同截面之電場分布，(a)為 0、(b)為  $W/4$ 、(c)為  $W/2$ 、  
(b)為  $3W/4$ 、(b)為  $W$





(a)



(b)

圖4.5 暫態分析之模型，(a)為正面、(b)為背面

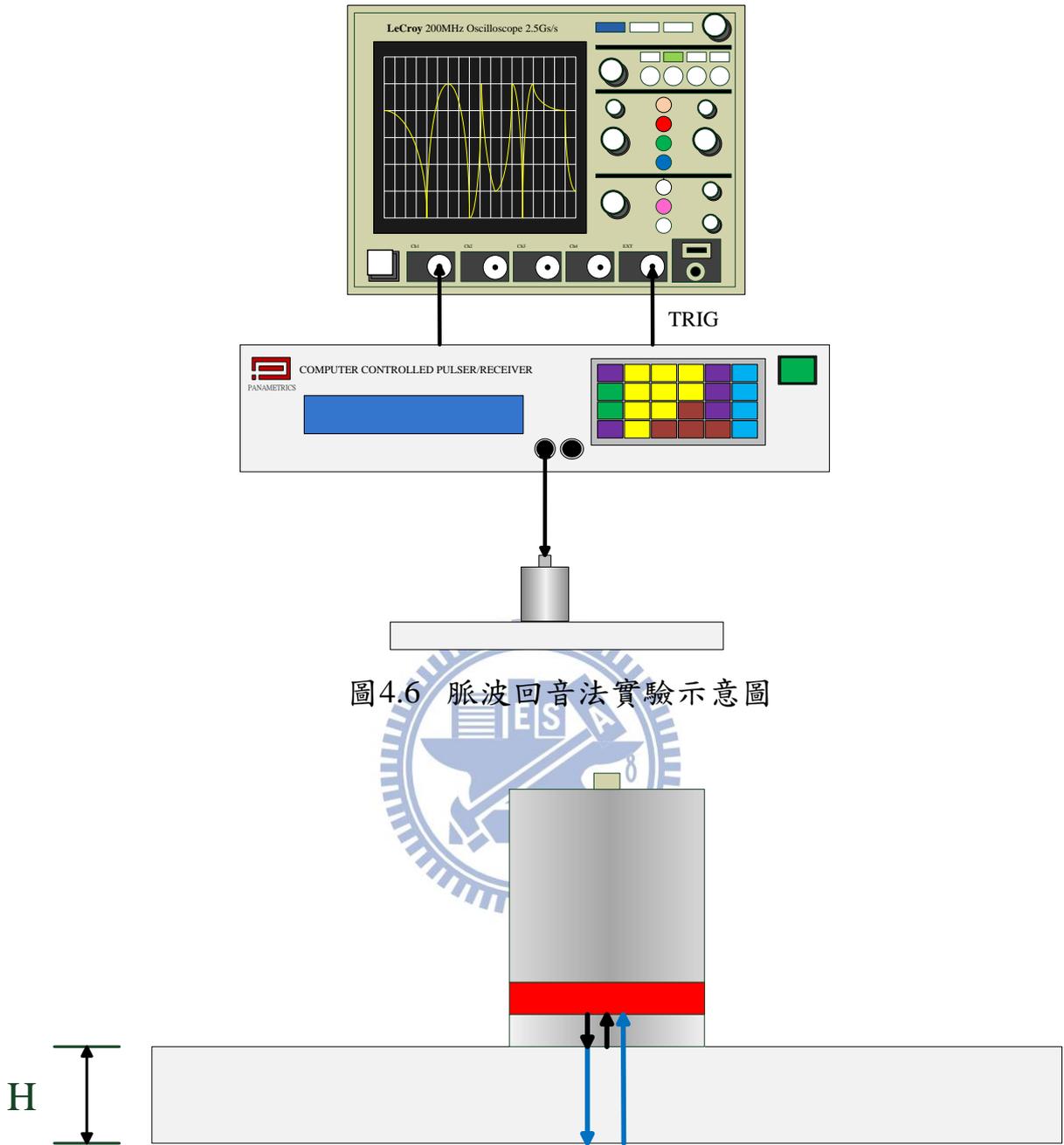


圖4.6 脈波回音法實驗示意圖

圖4.7 縱橫波之回波示意圖

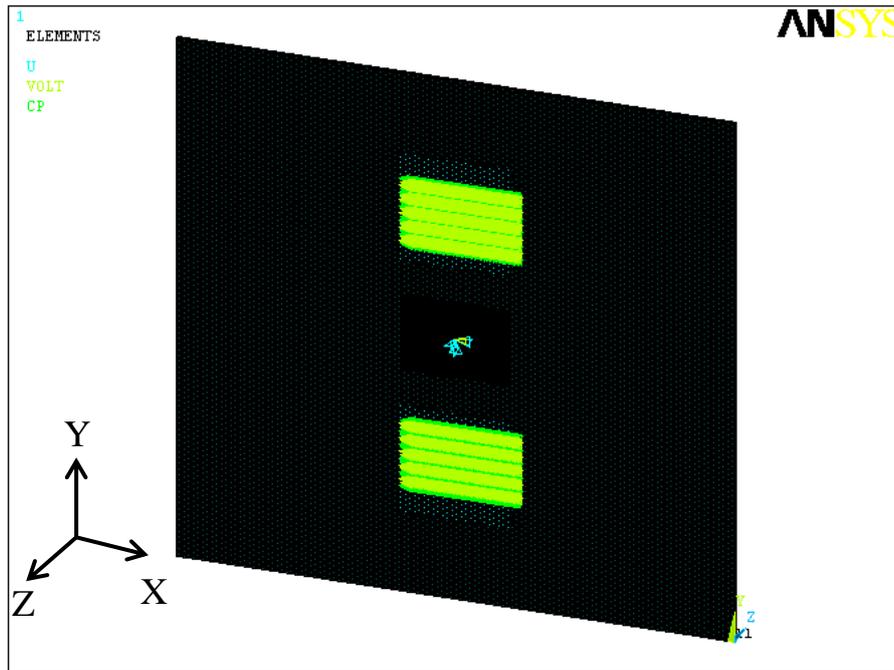


圖4.8 暫態分析之網格化模型

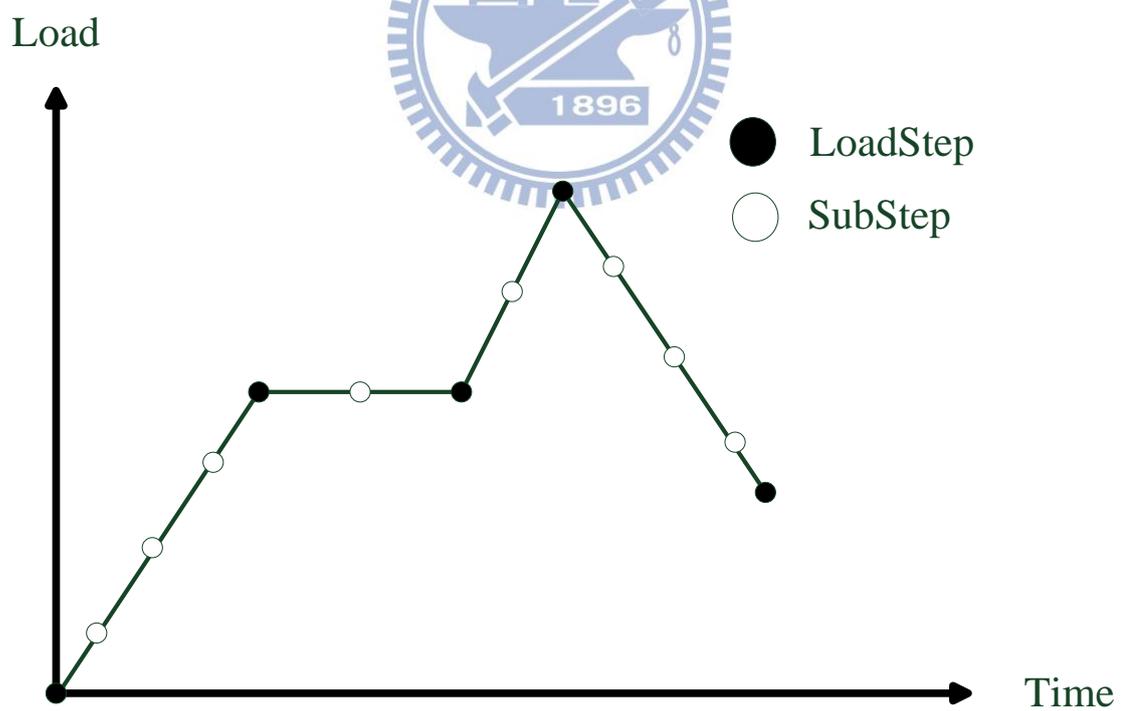


圖4.9 暫態分析負載說明

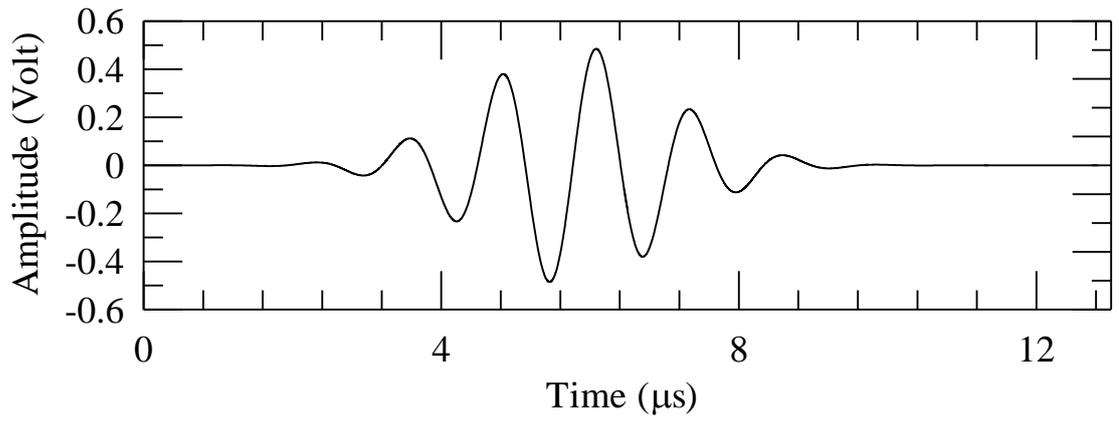
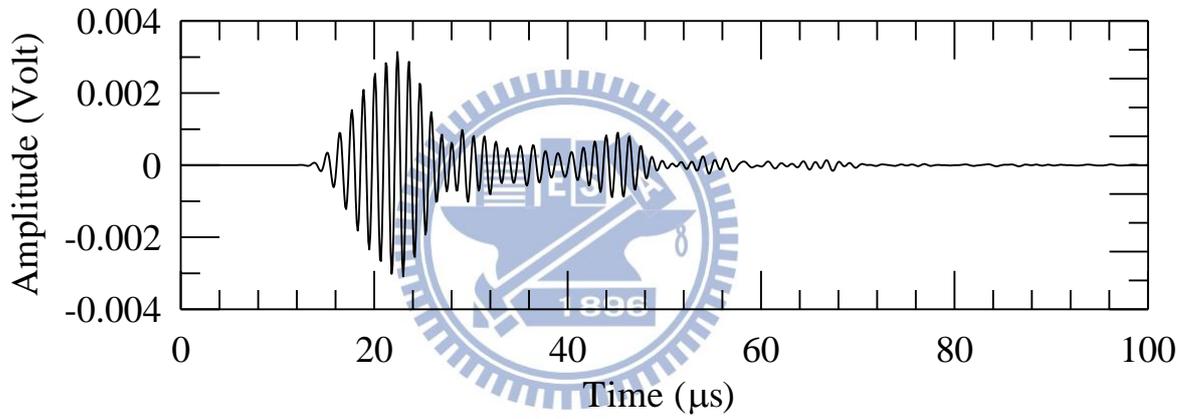
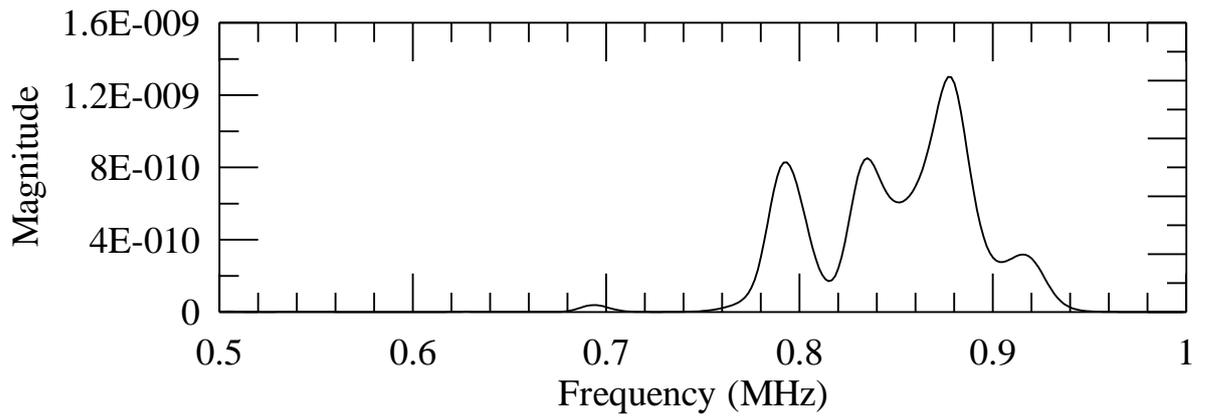


圖4.10 暫態分析之驅動訊號

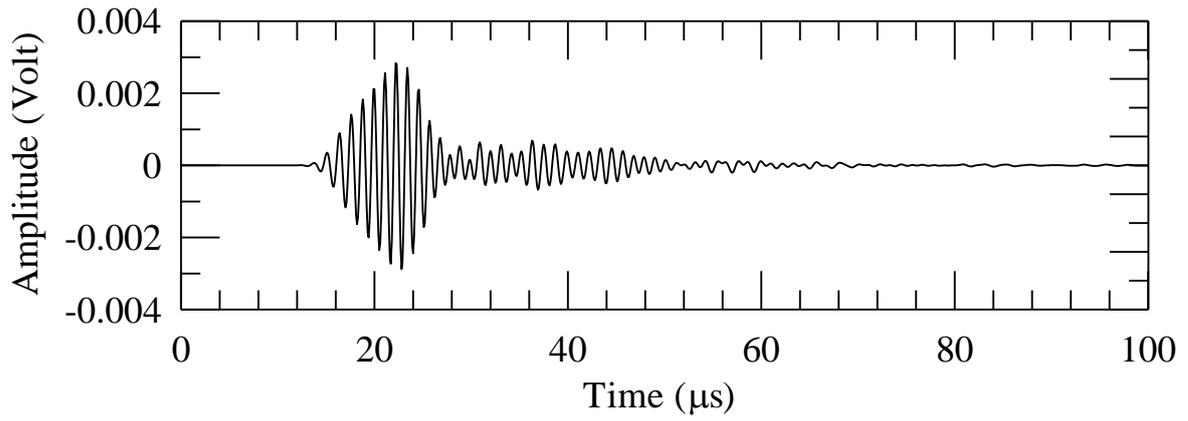


(a)

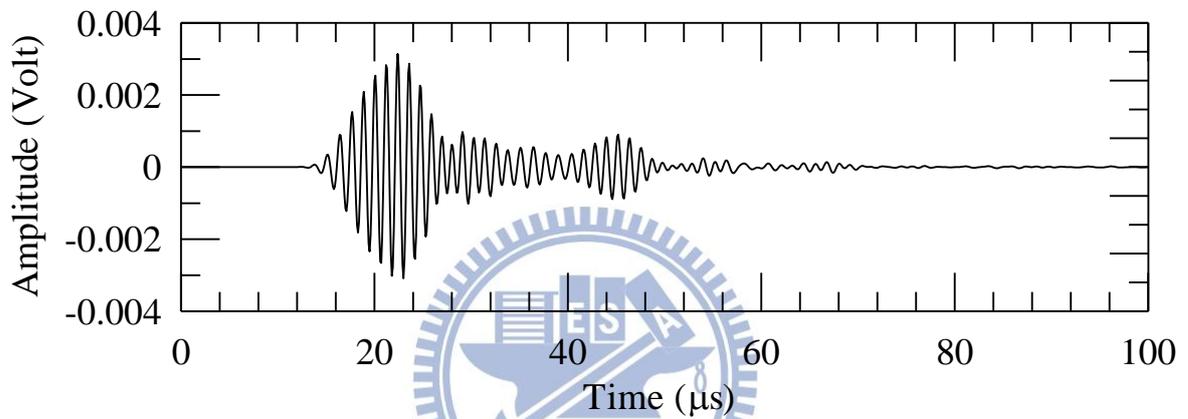


(b)

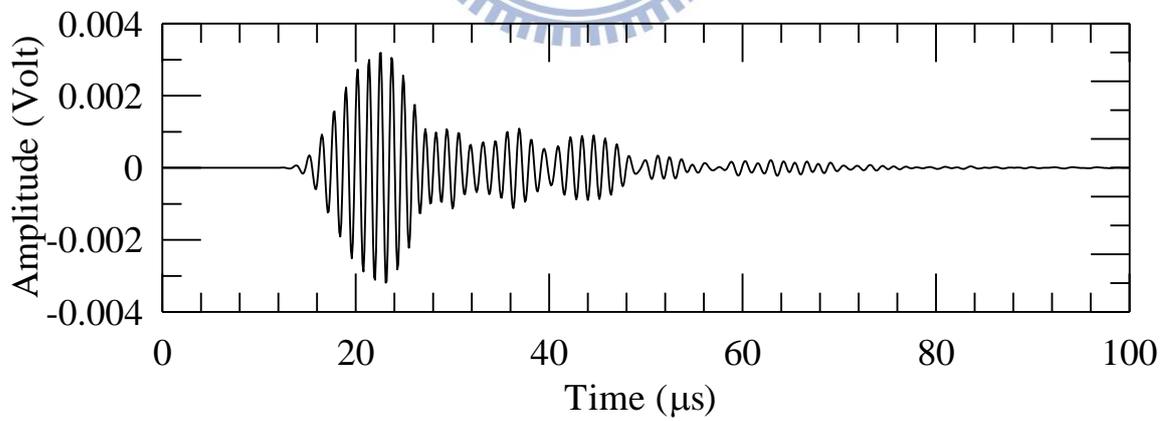
圖4.11 黏著劑厚 50  $\mu\text{m}$  時的暫態分析結果，(a)為時域、(b)為頻譜



(a)

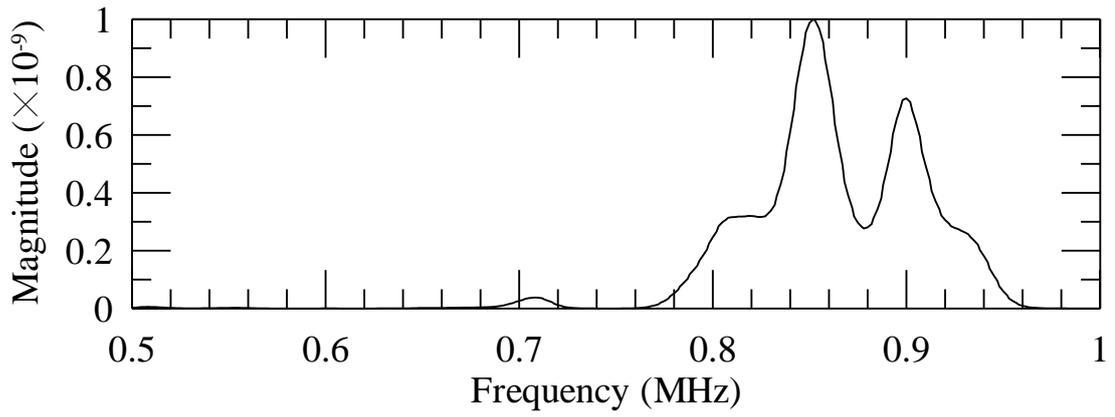


(b)

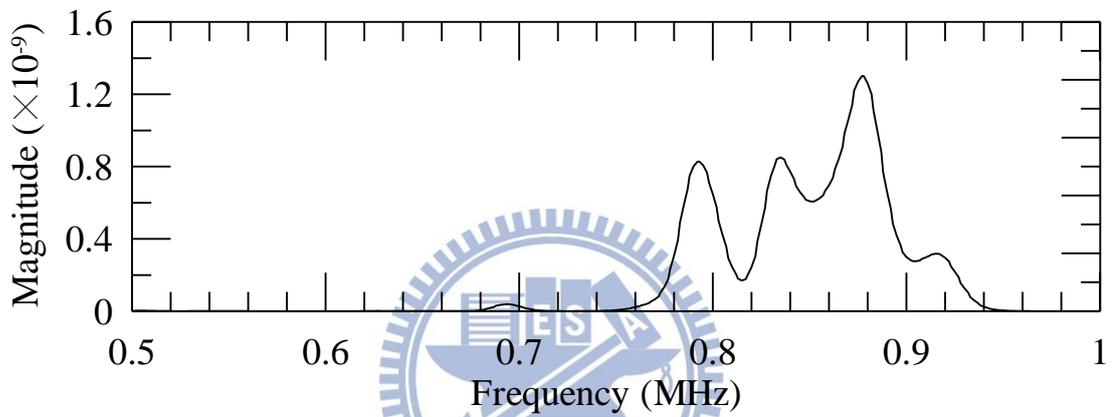


(c)

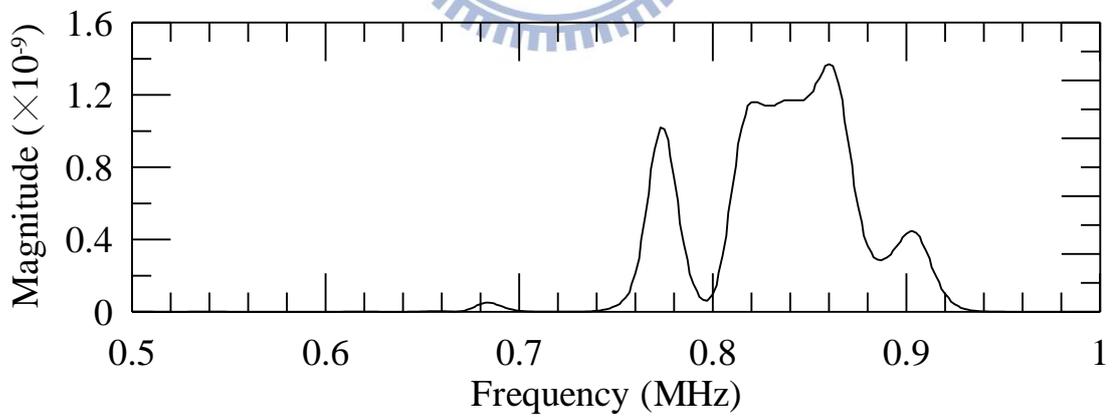
圖4.12 黏著劑厚度為(a)為  $40\ \mu\text{m}$ 、(b)為  $50\ \mu\text{m}$ 、(c)為  $60\ \mu\text{m}$  的時域響應暫態分析結果，



(a)



(b)



(c)

圖4.13 黏著劑厚度為(a)為  $40\ \mu\text{m}$ 、(b)為  $50\ \mu\text{m}$ 、(c)為  $60\ \mu\text{m}$  的暫態分析響應頻譜

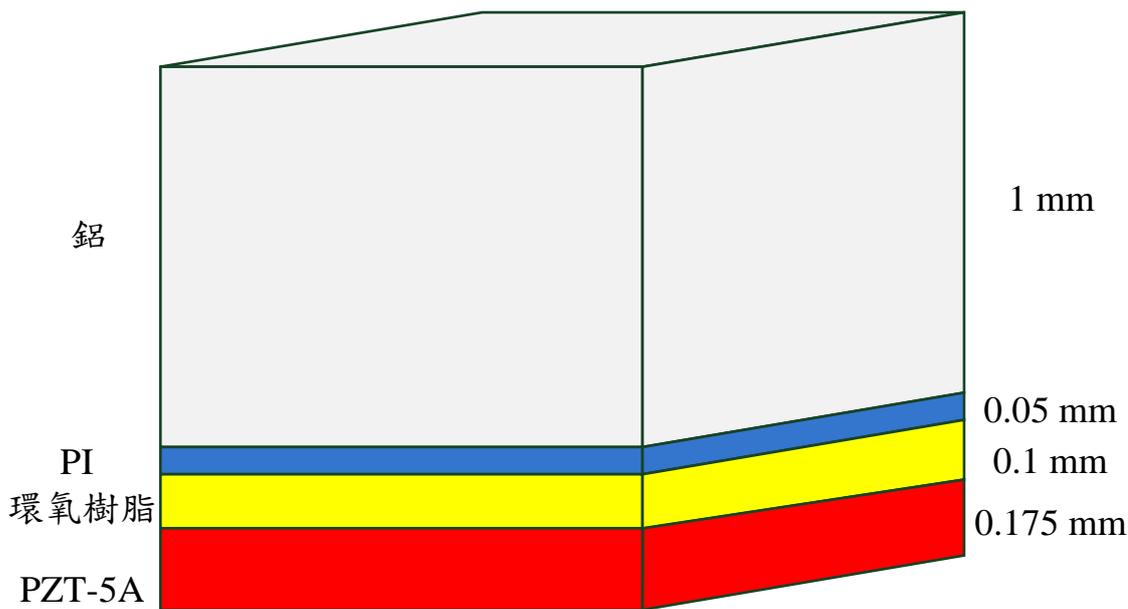


圖4.14 AE-PFC 黏貼於鋁板頻散曲線之模型

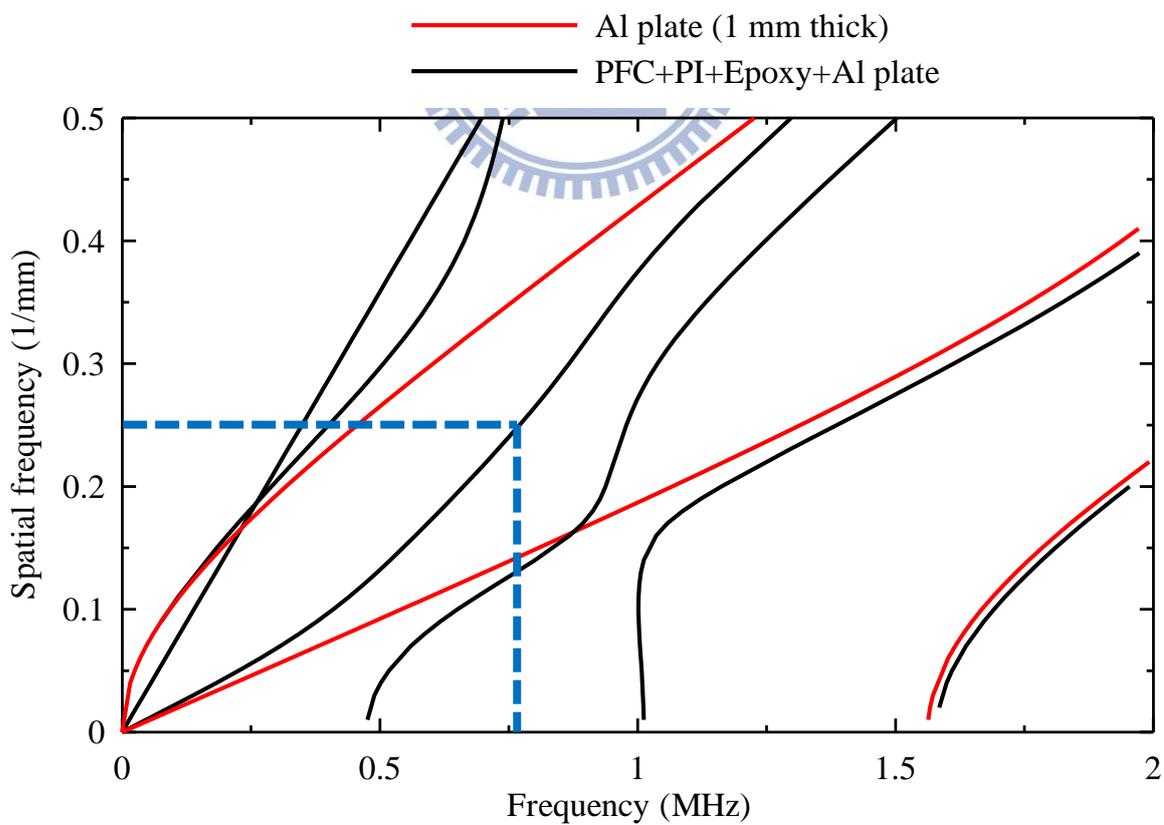


圖4.15 AE-PFC 黏貼於鋁板頻散曲線

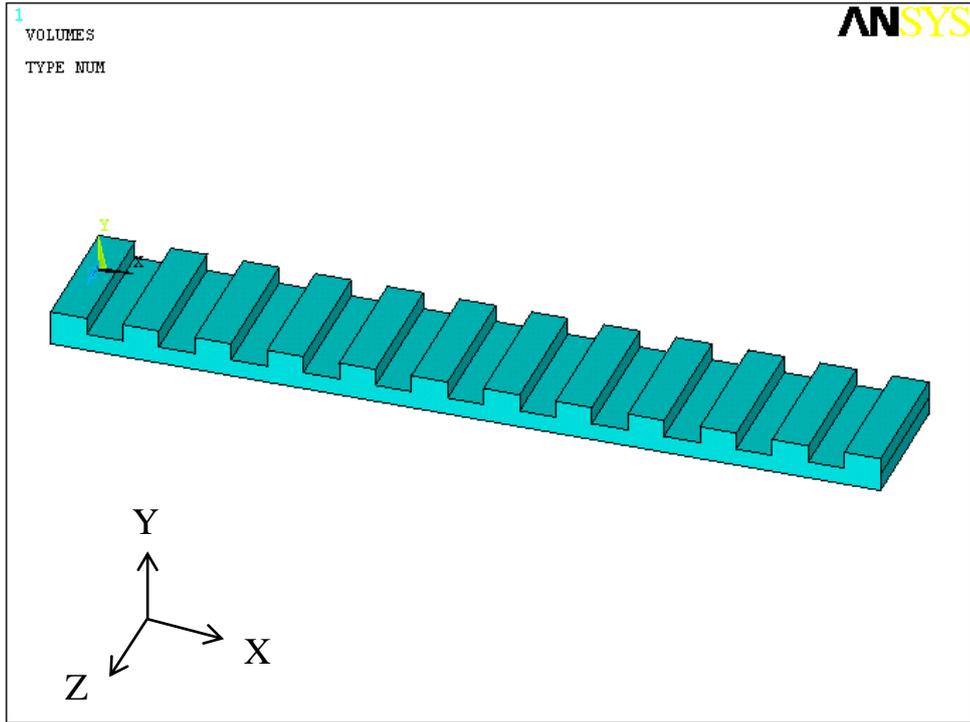


圖4.16 計算流道頻散曲線之模型

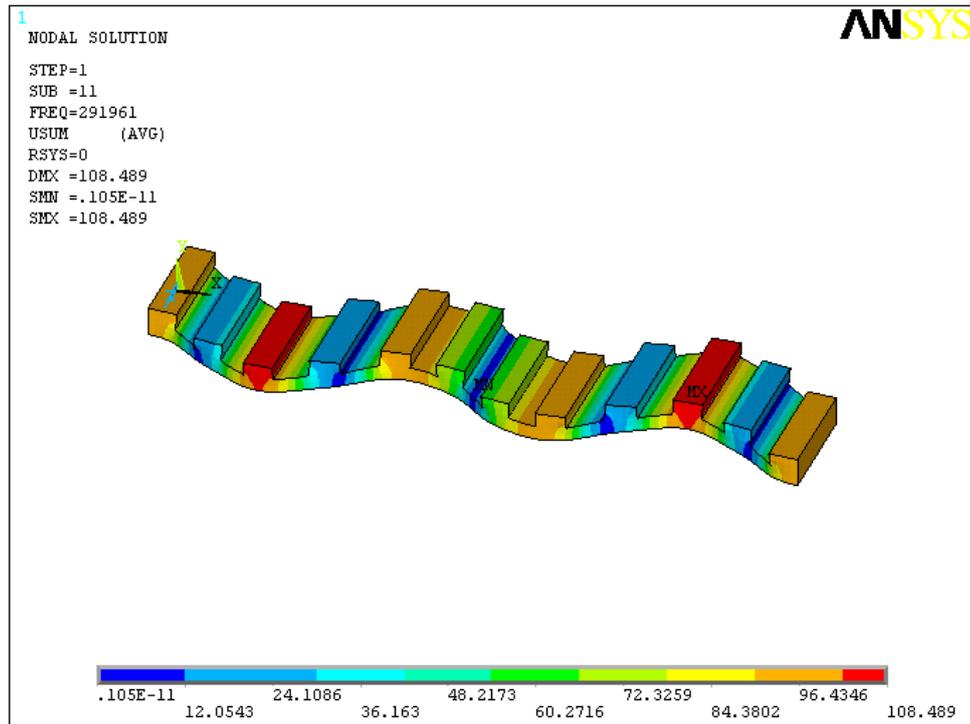


圖4.17 X 方向之振動模態

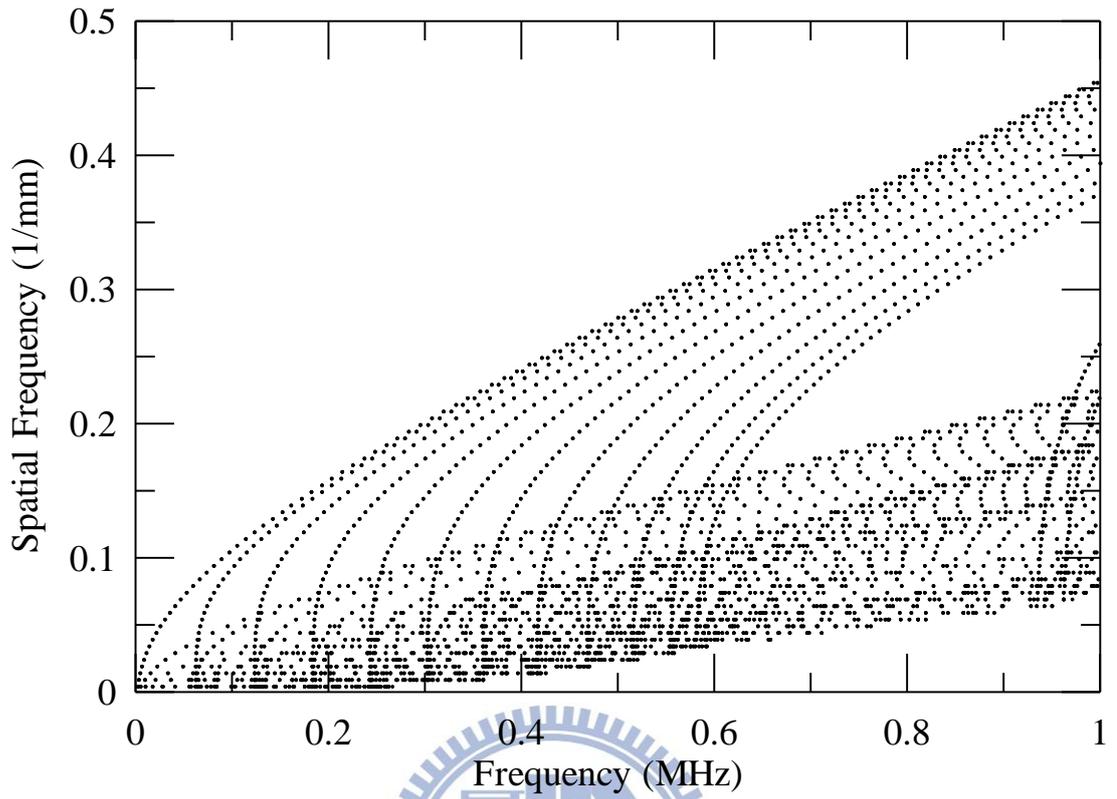


圖4.18 流道頻散曲線

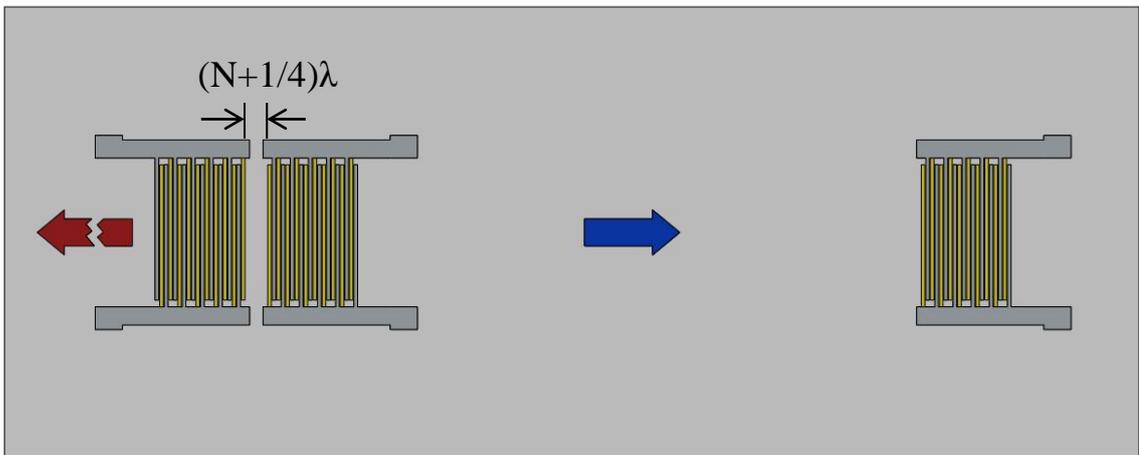


圖5.1 消除往邊緣傳遞的導波之 AE-PFC 配置圖