

國 立 交 通 大 學
機 械 工 程 學 系
碩 士 論 文 計 畫 書

物體螺旋前進過程之流場分析

Investigation of Flow Fields Analysis
of a Spiral Moving Body

研 究 生：鄭景木

指 導 教 授：傅 武 雄 博 士

中 華 民 國 一 百 零 一 年 六 月

物體螺旋前進過程之流場分析

Investigation of Flow Fields Analysis of a Spiral Moving Body

研究 生： 鄭景木

Student: Ching-Mu Cheng

指 導 教 授： 傅武雄

Advisor: Wu-Shung Fu



A Thesis

Submitted to Department of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

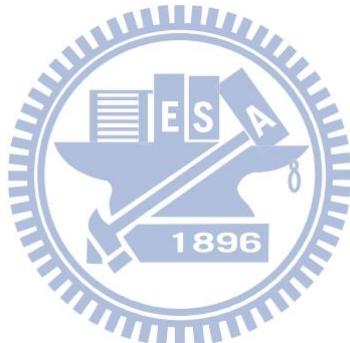
for the Degree of Master of Science in Mechanical Engineering

June 2012

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

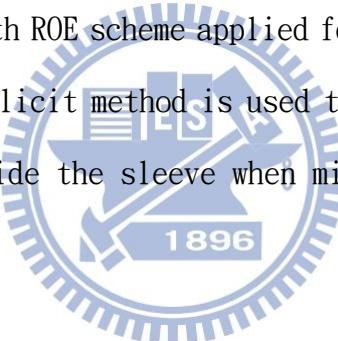
摘要

本文主要探討的是飛彈發射飛離發射套筒後，套筒內部的相關熱流現象。飛彈的發射通常一次會有 4 個或是 8 個等複數個飛彈在發射台上依序發射，以期達到更大的破壞力。而飛彈發射後在短暫的時間內飛離套筒，發射時飛彈後端會產生大量的高溫高壓氣體，影響到其餘尚未發射地套筒的準度。本研究利用流體力學輔助軟體 Fluent 作為計算平台，運用 LES 級流模式，解三維暫態 Navier-stoke equations，並利用有限容積法(finite-volume)來計算，以 ROE 法來計算格點間的通量，以及使用 2nd-Order Implicit 進行暫態的疊代方法，計算飛彈飛離套筒後，套筒內部的流場變化情形。



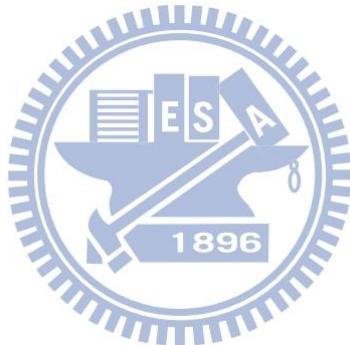
Abstract

This study discuss the heat transfer and flow field inside the launch sleeve when the missile is launching and leaving the sleeve. To be more destructive. There are usually 4 or 8 missiles to be launched one by one. The missile leaves the sleeve in a short time, and a high pressured and high temperature gas will be made in the back of the missile, affects those missiles which haven't launched. This study uses the CFD software FLUENT as computing platform, adopts the LES turbulence model to solve the three-dimensional transient Navier-Stokes equations, and the finite volume method is used with ROE scheme applied for the flux between grids. Finally, a 2nd order implicit method is used to calculate the transient state of flow flied inside the sleeve when missile leaves the sleeve.



誌謝

由衷的感謝指導老師傅武雄教授在這兩年來給予課業和論文上的指導，以及在生活各方面的關心與照顧，在此謹致最高的謝忱與敬意。同時也感謝機械系諸位師長在課業方面的指導。另外要特別感謝博士班學長姐黃玠超、王威翔及黃耘在數值模擬計算以及軟體使用上的協助以及指導。還有實驗室同學羅啟修、李世豪、黃崑榕，學弟蔡承志、范家魁以及好友顏士傑、陳彥志、劉岳儒在精神上的鼓勵讓我可以順利完成論文。更要感謝感謝父母親在求學路上一路的支持與幫助，不斷的給予耐心與支持，讓我能繼續堅持下去。最後感謝朋友同學親友們的一路上的鼓勵與關心，今日才能順利完成學業。



目錄

中文摘要	i
Abstract	ii
誌謝	iii
目錄	iv
表目錄	v
圖目錄	vi
符號說明	ix
第一章 緒論	1
第二章 物理模式	7
2-1 物理模式	7
2-2 ALE 座標系統	7
2-3 流場統御方程式	9
2-4 級流模式	10
2-5 邊界條件	12
第三章 數值方法	18
3-1 數值方法	18
3-2 Roe scheme	20
第四章 結果與討論	28
第五章 結論	59
參考文獻	60

表目錄

表 1 套筒內部各點壓力(pascal)隨時間之變化	45
表 2 套筒內部各位置壓力(pascal)隨時間之變化	55
表 3 套筒內部各位置溫度(k)隨時間之變化	56



圖目錄

圖 1-1 飛彈發射台	2
圖 1-2 飛彈發射後	3
圖 2 流場設定圖	14
圖 3 尺寸設定圖	15
圖 4 邊界條件設定圖	16
圖 5 流場網格示意圖	17
圖 6 飛彈網格示意圖	18
圖 7 黎曼問題特徵值結構圖	27
圖 8 $t=0.005$ 秒之壓力場圖	32
圖 9 $t=0.01$ 秒之開啟前一刻壓力場圖	32
圖 10 $t=0.0105$ 秒之壓力場圖	33
圖 11 $t=0.02$ 秒之壓力場圖	33
圖 12 $t=0.03$ 秒之壓力場圖	34
圖 13 $t=0.04$ 秒之壓力場圖	34
圖 14 $t=0.005$ 秒之溫度場圖	35
圖 15 $t=0.01$ 秒之開啟前一刻溫度場圖	35
圖 16 $t=0.0105$ 秒之溫度場圖	36
圖 17 $t=0.02$ 秒之溫度場圖	36
圖 18 $t=0.03$ 秒之溫度場圖	37
圖 19 $t=0.04$ 秒之溫度場圖	37
圖 20 $t=0.005$ 秒之套筒壓力分佈	38
圖 21 $t=0.01$ 秒之開啟前一刻套筒壓力分佈	38

圖 22 $t=0.0105$ 秒之套筒壓力分佈	39
圖 23 $t=0.02$ 秒之套筒壓力分佈	39
圖 24 $t=0.03$ 秒之套筒壓力分佈	40
圖 25 $t=0.04$ 秒之套筒壓力分佈	40
圖 26 $t=0.005$ 秒之套筒溫度分佈	41
圖 27 $t=0.01$ 秒之開啟前一刻套筒溫度分佈	41
圖 28 $t=0.0105$ 秒之套筒溫度分佈	42
圖 29 $t=0.02$ 秒之套筒溫度分佈	42
圖 30 $t=0.03$ 秒之套筒溫度分佈	43
圖 31 $t=0.04$ 秒之套筒溫度分佈	43
圖 32 套筒內各位置取法示意圖	44
圖 33 套筒內各位置示意圖	46
圖 34 $t=0.005$ 秒之套筒內各點壓力	47
圖 35 $t=0.01$ 秒之開啟前一刻套筒內各點壓力	47
圖 36 $t=0.0105$ 秒之套筒內各點壓力	48
圖 37 $t=0.02$ 秒之套筒內各點壓力	48
圖 38 $t=0.03$ 秒之套筒內各點壓力	49
圖 39 $t=0.04$ 秒之套筒內各點壓力	49
圖 40 $t=0.005$ 秒之套筒內各點溫度	50
圖 41 $t=0.01$ 秒之開啟前一刻套筒內各點溫度	50
圖 42 $t=0.0105$ 秒之套筒內各點溫度	51
圖 43 $t=0.02$ 秒之套筒內各點溫度	51
圖 44 $t=0.03$ 秒之套筒內各點溫度	52
圖 45 $t=0.04$ 秒之套筒內各點溫度	52
圖 46 套筒內部負壓形成之示意圖	53

圖 47 套筒內部 2m 處之平均速度隨時間之變化圖 54

圖 48 飛彈以相同速度不同轉速前進，套筒內部平均壓力比較圖 57

圖 49 飛彈以相同速度不同轉速前進，套筒內部平均溫度比較圖 58

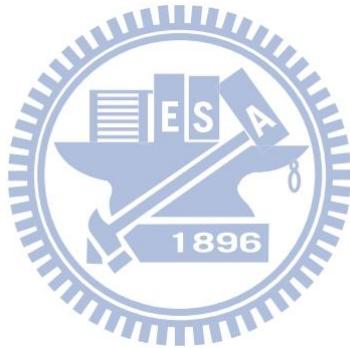


符號說明

\tilde{a}	音速	$[\text{m s}^{-1}]$
C_s	Smagorinsky constant	
\hat{c}	對流速度	$[\text{m s}^{-1}]$
D	fluid domain	
d	至牆面的最近距離	$[\text{m}]$
F_j	質通量	
G	filter function	
\tilde{H}	焓	
k	Karman constant	
L_s	特徵長度 1896	
P	壓力	$[\text{N m}^{-2}]$
s_ϕ	來源係數	
T	溫度	$[\text{k}]$
t	時間	$[\text{s}]$
u	網格速度	$[\text{m s}^{-1}]$
\tilde{u}	x 方向速度	$[\text{m s}^{-1}]$
\hat{u}	流體速度	$[\text{m s}^{-1}]$
v	飛彈前進速度	$[\text{m s}^{-1}]$
\tilde{v}	y 方向速度	$[\text{m s}^{-1}]$
V	計算網格體積	$[\text{m}^3]$
\tilde{w}	z 方向速度	$[\text{m s}^{-1}]$

希臘符號

μ	黏滯係數
μ^t	紊流黏滯係數
ρ	密度 $[\text{kg m}^{-3}]$
Γ_ϕ	擴散係數
τ_{ij}	次格點尺度應力 $[\text{N m}^{-2}]$
ϕ	代表任一獨立物理量



第一章 緒論

人類自研發動力之後，物體在流體中運動的研究就越來越受到重視，許多的流體機械廣泛地被應用於生活中，也因此改變了人類的生活品質，而隨著科技的進步，也讓以往龐大的流體機械在現今社會中有相當大的轉變，對效能也大幅提升許多。在眾多的流體機械中，物體在流體中的運動模式主要分為直行前進及旋轉 2 大類。上述 2 種方式皆有許多的研究都有過討論，但若是機械中同時存在著前進及旋轉，流場的流動會變得極為複雜，故過去較少有人進行這方面之模擬研究。而像飛彈飛離套筒便是這種同時具備上述 2 種運動方式的例子。

本研究為針對陸上式飛彈進行熱流場的數值模擬與分析，由於飛彈在非常短暫的時間內完成點火以致於射出的程序伴隨著極高速與高溫的氣流產生，氣流中亦包含了未完全燃燒的燃料與大量有害廢氣。此高速高溫氣流對飛彈發射套筒內部具有相當的破壞力，因此若能確切的了解套筒內的熱流現象，對於發射套筒所受到的影響有極大的幫助。

飛彈的發射通常一次會有 4 個或是 8 個等複數個飛彈在發射台(圖 1)上依序發射，以期達到更大的破壞力。而由於飛彈本身會利用旋轉的方式來保持平衡以及修正彈道，套筒也會在飛彈飛離之後，將後方壁面開啟進行洩壓，過程中壓力急速的變化會使套筒產生震動，造成飛彈發射台產生些微的偏移，影響到下一枚飛彈的發射(圖 2)。上述的程序在學理上可歸類為暫態、可壓縮氣體、廢氣擴散等研究範疇，然而在飛彈飛離套筒過程所衍生的現象，過去卻很少被研究，因此本文主要是對於飛彈發射後，流場的壓力及溫度變化情形進行探討，並進一步的比較飛彈射出時飛彈本身有旋轉及無旋轉對於流場的影響。



圖 1-1 飛彈發射台



圖 1-2 飛彈發射後

而物體與流體間具交互作用的流場，基本上可分為兩大類。第一類為流體流經固定不動的物體，或物體在靜止的流體中運動，如：風吹過停止不動的車輛、飛機在風洞實驗中的測試、圓柱在靜止的流體中運動等。這一類的工程問題目前在數值模擬與實驗量測上所得到得結果相當吻合。第二類為物體在流動的流體中運動，如：人在逆風中行進、行進中的車輛受風的吹襲、流體機械的運轉、飛機起降時受側風的吹襲、無塵室中工作人員或機器的運動、引擎活塞之反覆運動等。物體在流動的流體中運動時，物體與流體交互作用所誘導的流場和溫度場變化是屬於動態的移動邊界問題(moving boundary problem)，這類問題在工程與工業上應用極廣，但運動機制較為複雜，解析不易。

在過去，研究上述第二類問題時，大部分均採用相對速度的概念，假設物體靜止不動，流體以某一相對速度流經物體，再以數值方法解析；或者是採用隨運動中的物體移動而移動的非慣性參考座標(non-inertial reference frame)，再以數值方法模擬這類問題。然而，當物體在流動的流體中運動時，會有物體擠壓流體和流體本身填補因物體移動所產生空洞(vacant space)之物理現象。因此，在以數值方法模擬這類問題時，流場和溫度場的變化機制無法以上述方法詳實的表現出來。而採用實驗量測時，則因這類動態移動邊界問題的運動機制複雜，實驗設計不易，設備費用高，且加上有安全的考量，故利用實驗來求解的目的不易達成。

目前，為了解決流體力學問題，一般用於描述流體運動的座標系統可分為兩種：拉格朗日方法(Lagrangian method)和尤拉方法(Eulerian method)。採用拉格朗日方法描述流場運動時，把焦點集中在每一個流體質點上，流體質點與周遭流體質點間的交互作用所誘導的對流效應無法適當的描述；在以數值計算模擬時，計算網格隨著流體質點的運動而移動，會因各個流體質點的運動速度不一樣，使得計算網格嚴重的扭曲變形，但此方法可以適切地描述流場移動界面(moving interface)之邊界。採用尤拉方法描述流場運動時，把焦點集中在流場中某一範

圍內，探討此一範圍流場內所有流體質點的變化；在以數值方法模擬時，計算網格是固定不動的，因此允許流體質點的運動有較大的速度差與變化，但無法適切的描述移動邊界問題。

對於前述的動態邊界問題，欲以數值方法分析時，必須考慮與物體間的移動表面。因此，單獨採用拉格朗日或尤拉方法，均無法適切的描述這類流場。為了能夠適切的以數值方法模擬上述第二類的動態移動邊界問題，Noh[1]提出了一種結合了拉格朗日和尤拉方法特徵的方法，稱為 Couple Lagrangian-Eulerian method，並用於分析具有自由邊界的水力學問題上，證明此方法可以適切的用以描述移動邊界的問題。Hirt[2]則採用了 Couple Lagrangian-Eulerian method 分析可壓縮與不可壓縮流場的移動邊界問題，並將此法另稱為 arbitrary Lagrangian-Eulerian method (ALE)，且對於 ALE 的方法、穩定性、準確度和網格劃分方式有詳盡的探討。Hughes 等人[3]則利用 ALE 方法解析黏性不可壓縮流場之自由液面問題，對於 ALE 方法的運動學理論有詳盡且清楚的說明，並驗證了 ALE 方法用於處理具自由液面所產生的波動問題有較佳的收斂性。

近年來，利用 ALE 方法描述問題的文獻越來越多，包含了流體力學、材料成形與固體力學上的問題。例如在具有自由液面的流體力學問題上，Huerta 和 Liu[4]利用 LAE 方法，並配合網格重建方式，探討較大位移量的自由邊界問題，發現 ALE 方法可以適切的模擬自由液面產生較大流體激濺(sloshing)的現象，較符合大位移量變化的自由液面現象。而在流體與物體交互作用問題上，Belytchko 等人[5]採用 ALE 方法模擬流體與結構物交互作用的問題，使得這一類問題得以有一種較正確的解析方法。Donea 等人[6]、Huerta 和 Liu[7]、以及 Nomura[8] 採用 ALE 方法，同時處理流體與剛體運動方程式，模擬流體流經圓柱時，在圓柱表面產生圓柱振動的現象。而 Masud 和 Hughes[9]則是採用 ALE 方法來模擬物體在流體中運動具移動區域(moving domain)的問題，並以圓柱在靜止的流體中運動以及潛水艇在海面下發射飛彈為例，探討物體與流體間的交互作用。

由上述可知，ALE 方法可以適當的處理移動邊界問題，同時又可以控制網格的變形，其主要是將統御方程式表現在某一參考座標上，並定義網格速度，使計算網格按所定的方式移動，而網格速度與流體質點的運動速度是獨立的，可以避免計算網格產生較大的變形。基於這些說明，我們可以發現，ALE 方法確實可以適切地解析移動邊界問題。

然而，過去採用 ALE 座標描述系統的研究大部分較著重於探討流場的變化，且物體的位移量較小，對於動態移動邊界問題的溫度場變化機制討論甚少。此外，對於物體具較大位移量時，採用 ALE 座標系統座標系統仍會有計算網格扭曲變形之外，對於物體具較大位移量時，須經由網格的重建，以探討物體具較大位移量時之流場問題。

由於近年來電腦科技不斷的進步，使得電腦計算速度日益增進，更有利於計算流體力學(CFD)方法的運算，藉由 CFD 方法的計算，我們可以更快速地模擬複雜的流場情況。而目前應用於紊流流場的計算中，常見的有 DNS、RANS 與 LES 三種方法。其中 DNS，除了需耗費大量的計算時間外，更有著雷諾數不可過高的缺點，造成其應用層面上受到限制，但是 DNS 的準確度高，並且可模擬紊流場中的小尺度渦流特性。RANS 雖然有著計算過程簡便及所需運算時間較短等優點，但由於其計算為時均化的結果，無法非常有效表現紊流流場中流體性質隨時間變動等特性，因此有些暫態問題將無法解決。LES 則介於 DNS 與 RANS 之間，有著計算時間較 DNS 迅速且暫態結果較 RANS 吻合實際物理現象等優點。LES 的基本架構建立於只計算大尺度(large scale)物理量對於流場的影響，小尺度(small scale)部分的物理量由於對流場的影響甚小，於是予以模組化已大幅降低所需的計算時間。而流體力學商業軟體 Fluent，整合了 CFD 的眾多解法，讓我們得以最快速、最便捷的方式來進行流場的分析，同時彌補 ALE 方法在大尺度變形所產生的網格過度扭曲之問題。

因此，為了能夠真實的模擬飛彈發射後套筒內的流場變化情形，本研究利用 Fluent 來進行模擬與分析，Fluent 可以發揮現代電腦高速計算的優點，搭配 LES 方法計算出暫態之紊流流場，以 ROE 法來計算格點間的通量，以及使用 2nd-Order Implicit 來進行暫態的疊代，同時配合另外撰寫的 profile 檔輔助，驅使物體實際的運動，藉此來進行動網格的模擬分析，以達到對飛彈飛離套筒過程中所衍生的現象有更深一層了解之目的。



第二章 物理模式

2-1 物理模式

本研究所採用的物理模式為根據實際飛彈發射筒稍作簡化而成，主要探討飛彈發射後套筒內部的壓力和溫度場的變化，因此將流場分為套筒前方流場、套筒內部流場以及套筒後方之流場三部分(如圖 2 所示)，並設定在飛彈發射 0.01s 後將套筒後方壁面開起(如圖 4 所示)，使得套筒內部的壓力得以洩出。

整個研究可歸類為在一密閉容器內，工作流體為空氣，一物體螺旋前進之流場變化，並探討在不同的轉速下，套筒內壓力及溫度的差異情形。

而在過去一般解析流場的速度分佈時，大都藉由尤拉或拉格朗日座標系統描述流場的流動，然而本研究所探討的為流場中存在一做等速運動的剛體，是屬於邊界移動問題，無論尤拉或拉格朗日座標系統均無法適切地描述流場運動，因此本研究採用 ALE 座標系統。

2-2 ALE 座標系統

ALE 是結合尤拉和拉格朗日兩種座標系統而衍生的座標系統，可以有效處理邊界移動問題，在此分為三種座標定義域：

1. 空間定義域(spatial domain, Ω_y)

此即為尤拉座標系統，在數值方法上，即為節點座標。

2. 物質定義域(material domain, Ω_z)

此即為拉格朗日座標系統，在數值方法上，即為流體質點。

3. 參考定義域(reference domain, Ω_x)

代表固定不動的定義域，在數值方法上，為絕對座標系統。

根據上述三種座標定義域，定義三種速度：

$$(1) \text{流體速度: } u = \frac{\partial y_i}{\partial t} \Big|_{z_i} \quad (2-1)$$

$$(2) \text{網格速度: } \hat{u} = \frac{\partial y_i}{\partial t} \Big|_{x_i} \quad (2-2)$$

$$(3) \text{對流速度: } \hat{c} = \frac{\partial x_i}{\partial t} \Big|_{z_i} \quad (2-3)$$

而三種座標定義域之間的轉換關係為：

(1) 參考座標與拉格朗日座標之轉換：由微分鏈鎖法則

$$\frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{z_i} = \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{x_i} + \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial t} \Big|_{z_i} \quad (2-4)$$

把函數 f 以座標函數 y_i 代入，則可得

$$\frac{\partial y_i}{\partial t} \Big|_{z_i} = \frac{\partial y_i}{\partial t} \Big|_{x_i} + \frac{\partial y_i}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial t} \Big|_{z_i} \quad (2-5)$$

亦即

$$u = \hat{u} + \frac{\partial y_i}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial t} \Big|_{z_i} \quad (2-6)$$

則



$$\frac{\partial x_i}{\partial t} \Big|_{z_i} = (u - \hat{u}) \frac{\partial x_i}{\partial y_i} \quad (2-7)$$

可獲得座標轉換關係式

$$\frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{z_i} = \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{x_i} + (u - \hat{u}) \frac{\partial f}{\partial y_i} \quad (2-8)$$

(2) 尤拉座標與拉格朗日座標之轉換：同理，根據微分鏈鎖法則可知

$$\frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{z_i} = \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{y_i} + \frac{\partial y_i}{\partial y_i} \frac{\partial y_i}{\partial t} \Big|_{z_i} \quad (2-9)$$

可獲得座標轉換關係式

$$\frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{z_i} = \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{y_i} + u \frac{\partial f}{\partial y_i} \quad (2-10)$$

(3) 參考座標與尤拉座標之轉換：同理，根據微分鏈鎖法則可知

$$\frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{y_i} = \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{x_i} + \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial t} \Big|_{y_i} \quad (2-11)$$

可獲得座標轉換關係式

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{y_i} = \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{x_i} - \hat{u} \frac{\partial f}{\partial y_i} \quad (2-12)$$

再將原始統御方程式轉換為 ALE 形式時，只需將上列各式中之 f 以 u 、 v 或 T 替換，即可獲得 ALE 形式之統御方程式。

計算剛體在流動的流體中運動時，網格各節點的速度可分成三種不同的形式：

第一為移動面(流體與剛體之界面)，節點的速度等於剛體的運動速度。第二為固定的壁面，節點的速度為零。第三為移動面與壁面之間，節點的速度大小可依流場形式的變化任意給定，通常計算上的方便，一般將節點速度的分佈由移動面至固定壁面間，採用線性分佈。

2-3 流場統御方程式

由於本研究探討的屬於移動邊界問題，所以必須採用暫態形式來模擬，為了簡化分析，將流場作以下假設：

1. 流體為可壓縮流體。
2. 流體為理想氣體。
3. 剛體與流體間滿足無滑移條件(no-slip condition)，亦即移動面之流體速度等於剛體之運動速度



根據上述假設，在尤拉座標系統的流場統御方程式為

(1)連續方程式：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (2-13)$$

(2)動量方程式：

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j u_i) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial p}{\partial x_j} \sigma_{ij} + B_i \quad (2-14)$$

(3)理想氣體方程式：

$$p = \rho RT \quad (2-15)$$

2-4 索流模式

LES 法是將流體物理量區分為大尺度(large-scale)與次格點尺度(subgrid scale(SGS))兩部分。於大尺度物理量在 LES 中直接由 Navier-Stoke 方程式求解，而在次格點尺度內的物理量則需要模式化。如果區分大尺度與次格點尺度的物理量是用過濾(Filter)的方式，過濾後的變數定義為：

$$\bar{\phi}(x) = \int_D \phi(x') G(x, x') dx' \quad (2-16)$$

D: fluid domain

G: filter function

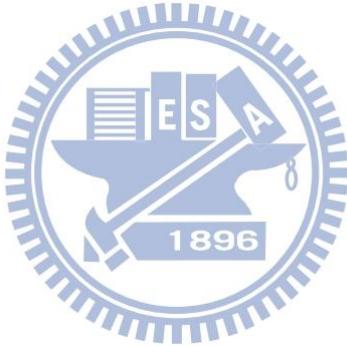
在 Fluent 軟體中，有限體積法所使用的過濾函數為：

$$\bar{\phi}(x) = \frac{1}{V} \int_V \phi(x') dx', x' \in V \quad (2-17)$$

V: 計算網格的體積

G 函數定義為：

$$G(x, x') = \begin{cases} \frac{1}{V}, & x' \in V \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$



經過濾函數(Filter Function)過濾過的 Navier-Stoke 方程式為：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \bar{u}_i) = 0 \quad (2-18)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} (\rho \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \bar{u}_i \bar{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2-19)$$

其中 σ_{ij} 定義為：

$$\sigma_{ij} \equiv \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \delta_{ij} \quad (2-20)$$

τ_{ij} 為次格點尺度應力(subgrid-scale stress)定義為：

$$\tau_{ij} \equiv \rho \bar{u}_i - \rho \bar{u}_j \quad (2-21)$$

目前大部分的次格點尺度流體剪應力模式(subgrid-grid stress models)是以流

體剪應力假設為基礎，其中最常被引用的模式為 Smagorinsky 次格點尺度流體剪應力模式。

在 Smagorinsky model 中，eddy-viscosity 經過以下公式模式化：

$$\mu_t = \rho L_s^2 |\bar{S}| \quad (2-22)$$

L_s :特徵長度

$$|\bar{S}| \equiv \sqrt{2S_{jj}S_{jj}} \quad (2-23)$$

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij} = -2\mu_t \bar{S}_{ij} \quad (2-24)$$

在 Fluent 中， L_s 由以下公式計算得：

$$L_s = \min (kd, C_s V^{1/3}) \quad (2-25)$$

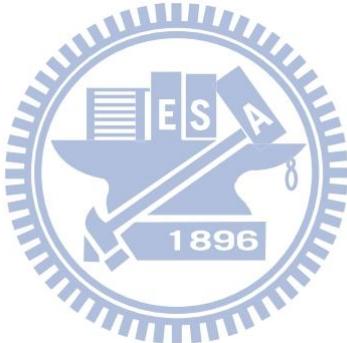
其中

k :Karman contant

d :至牆面的最近距離

C_s :Smagorinsky constant

V :計算網格的體積



2-5 邊界條件

1. 飛彈之速度(V):

$$V=100 \text{ m/s}$$

2. 飛彈之轉速(rotational speed)

$$v_r = 0 \text{ rad/s}, 100 \text{ rad/s}, 1000 \text{ rad/s}$$

3. 飛彈後端噴氣條件

$$T=1200 \text{ K}, P=400000 \text{ Pa}$$

4. 壓力出口條件(pressure outlet):

$$p = p_{\text{atm}} = 0 \text{ atm}$$

5. 固體邊界(wall):

壁面設為無滑移條件(no-slip condition)



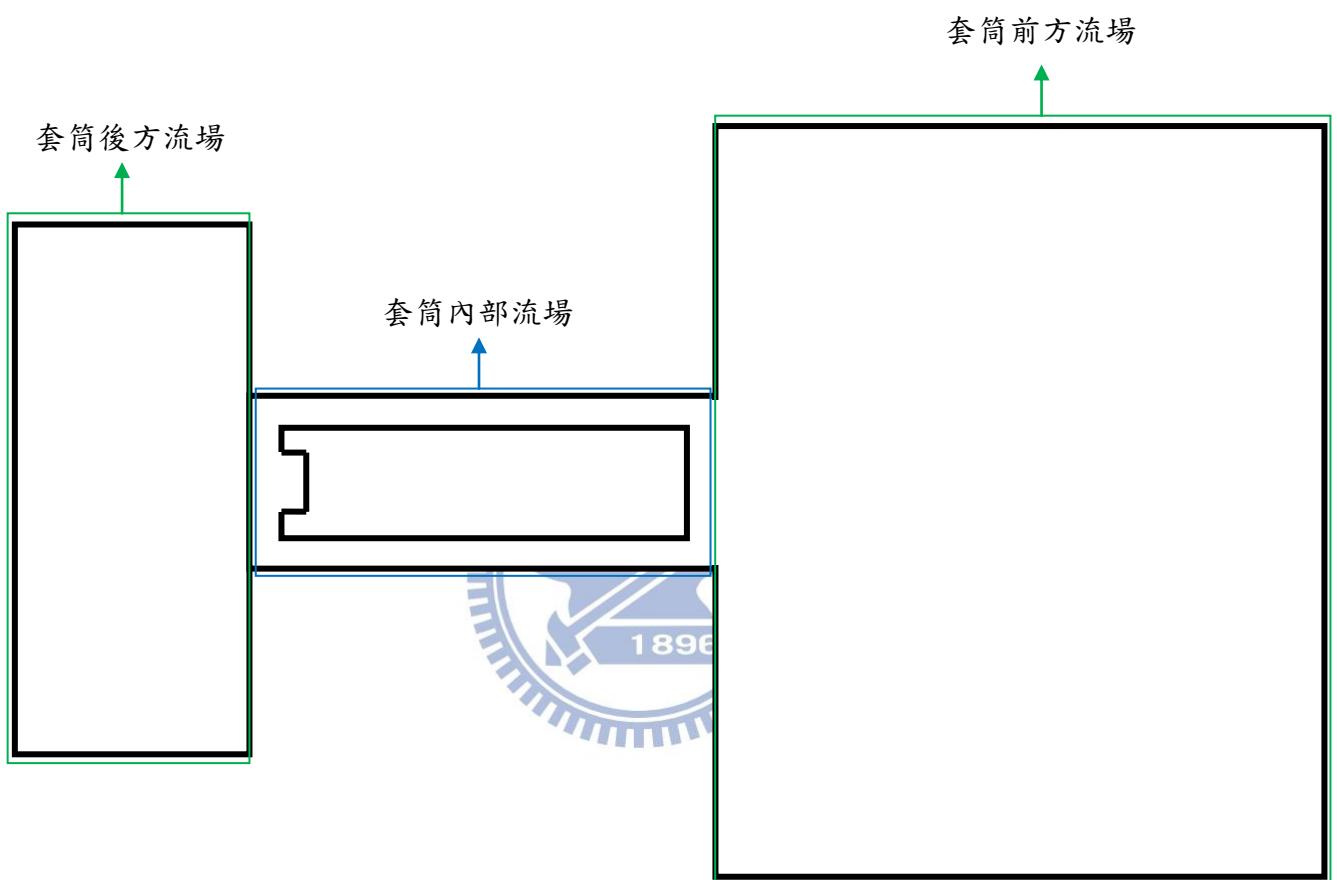


圖 2 流場設定圖

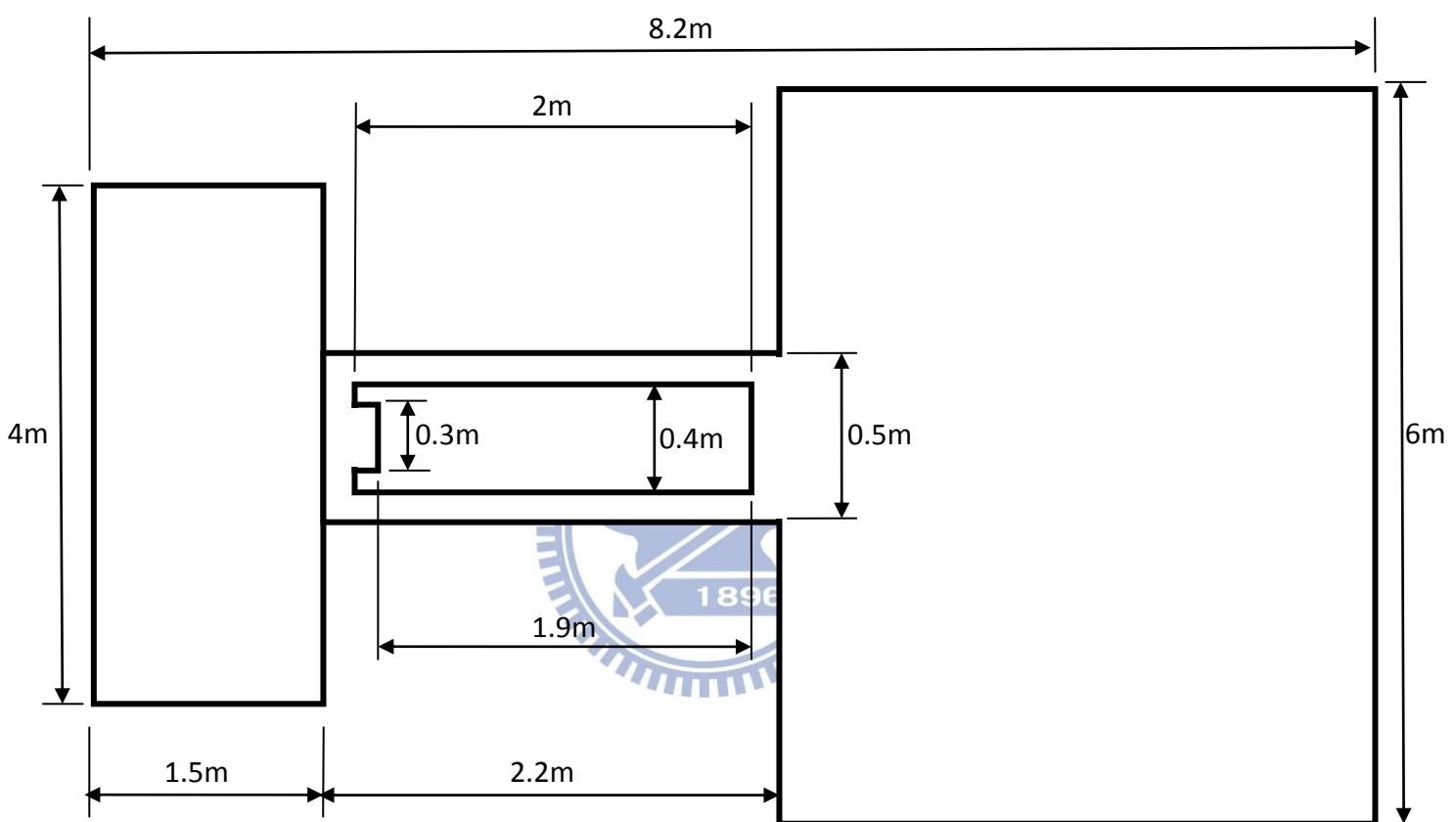


圖 3 尺寸設定圖

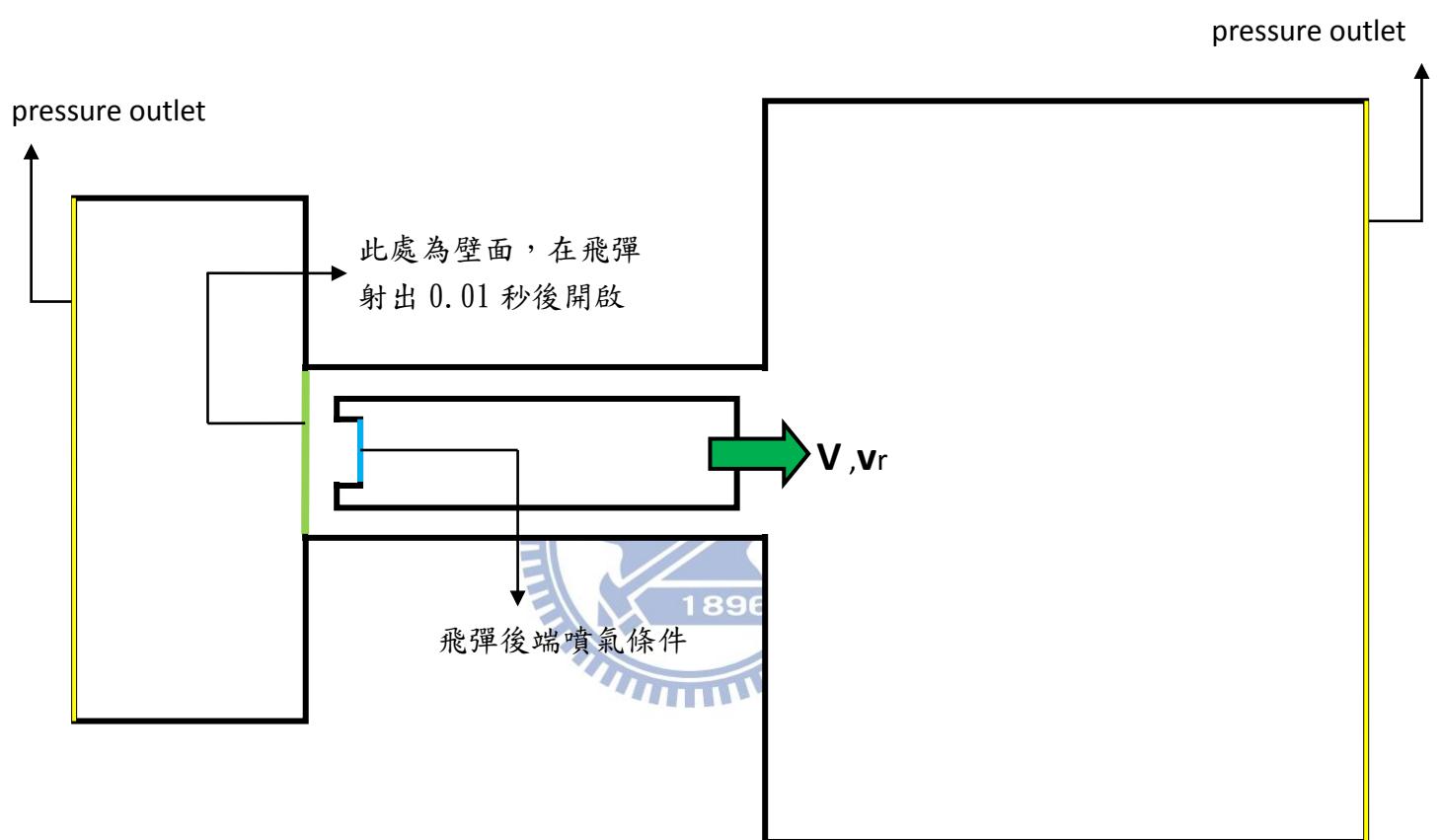


圖 4 邊界條件設定圖

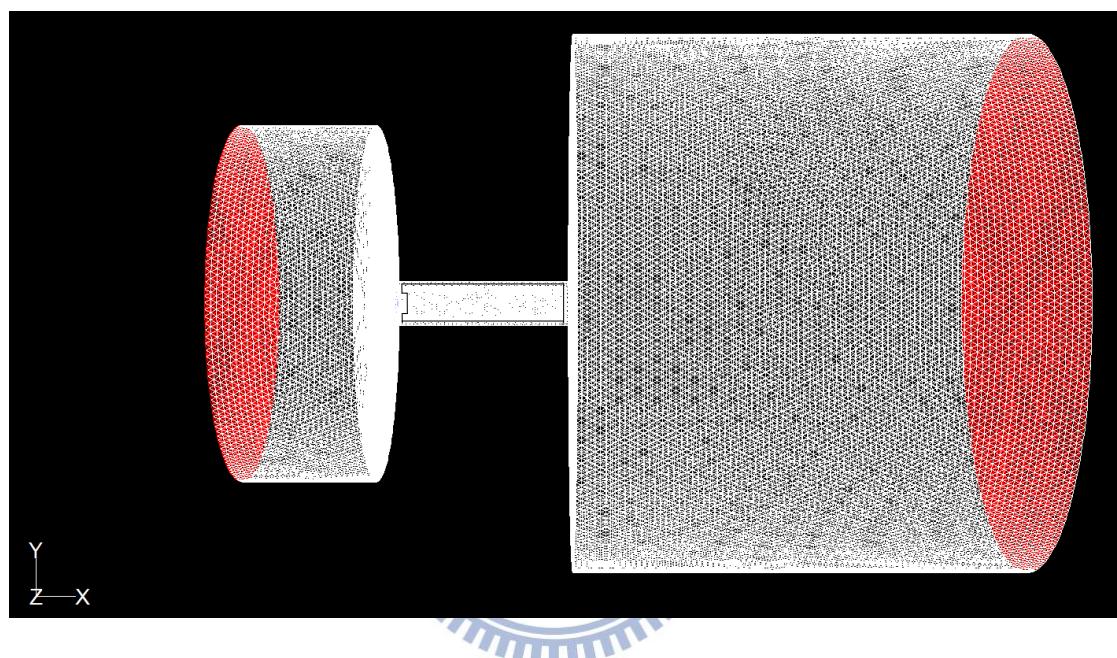


圖 5 流場網格示意圖

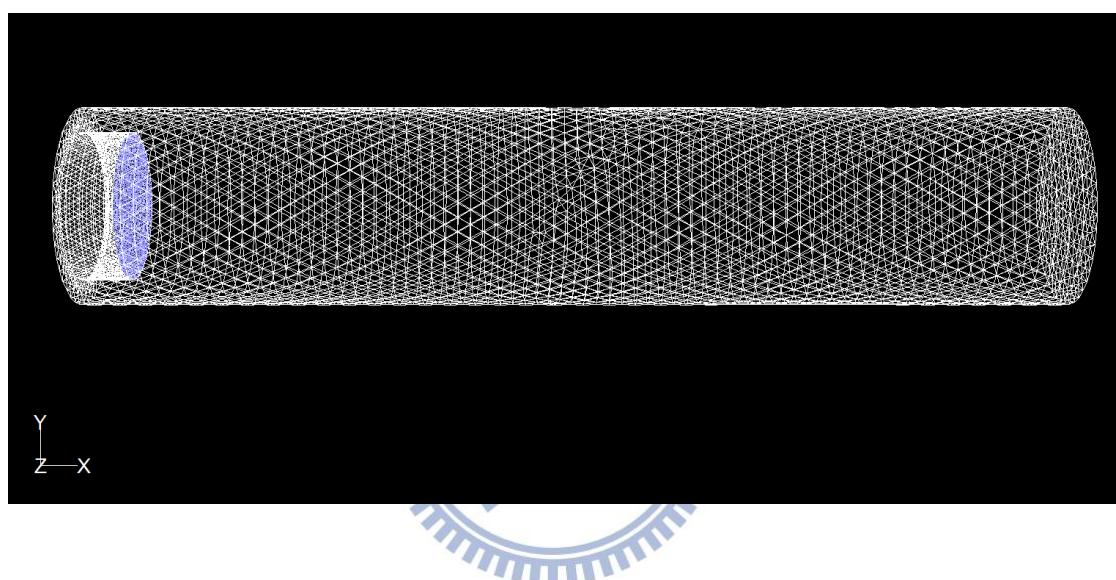


圖 6 飛彈網格示意圖

第三章 數值方法

3-1 數值方法

本文利用數值方法，求解流場中壓力和速度的變化，此數值方法乃是應用流體力學輔助軟體 Fluent 作為計算平台，運用 LES 級流模式，解三維暫態 Navier-stoke equations，並利用有限容積法(finite-volume)來計算，以 ROE 法來計算格點間的通量，以及使用 2nd-Order Implicit 來進行暫態的疊代。

有限體積法的守恒方程式(conservation equations)可表示如下：

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \operatorname{div}(\rho \vec{u}_r \phi - \Gamma_\phi \operatorname{grad} \phi) = s_\phi \quad (3-1)$$

其中 $\vec{u}_r = \vec{u} - \vec{u}_c$ 為流體速度 \vec{u} 與局部速度 \vec{u}_c 之相對速度， ϕ 為任意相關變數， Γ_ϕ 和 s_ϕ 分別為擴散係數(diffusion)和來源係數(source)

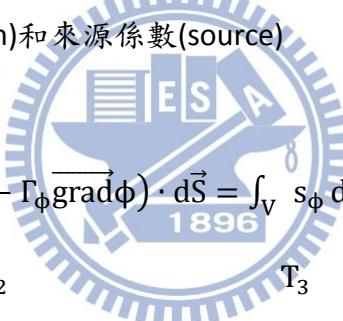
將(3-1)積分可得：

$$\frac{d}{dt} \int_{V_p} \rho \phi \, dV + \sum_j \int_{S_j} (\rho \vec{u}_r \phi - \Gamma_\phi \vec{\operatorname{grad}} \phi) \cdot \vec{dS} = \int_V s_\phi \, dV \quad (3-2)$$

T_1

T_2

T_3



根據(3-2)式，對各項作離散：

1. 擴散項(diffusion terms)

$$T_2 \approx \sum_j (\rho \vec{u}_r \phi \cdot \vec{S})_j - \sum_j (\Gamma_\phi \vec{\operatorname{grad}} \phi \cdot \vec{S})_j \equiv \sum_j C_j - \sum_j D_j \quad (3-3)$$

擴散項用中點近似法可用下列表示：

$$D_j \approx \Gamma_{\phi,j} [f_j^l (\phi_N - \phi_P) + \{ \vec{\operatorname{grad}} \phi \cdot \vec{S} - f_j^l \vec{\operatorname{grad}} \phi \cdot \vec{d}_{PN} \}_j] \quad (3-4)$$

其中 f_j 為幾何因子， \vec{d}_{PN} 為 P 到 N 之向量， $\Gamma_{\phi,j}$ 為面擴散係數。

2. 來源項(source term)

$$T_3 \approx s_1 - s_2 \phi_P \quad (3-5)$$

3. 對流項(convective term)

對流項以 Upwind Differencing Scheme 處理，根據(3-3)的推導，對流項可由下列表示：

$$C_j^{UD} \equiv F_j \begin{cases} \phi_P & , F_j \geq 0 \\ \phi_{N+} & , F_j < 0 \end{cases} \quad (3-6)$$

其中

$$F_j \equiv (\rho \vec{u}_r \cdot \vec{S})_j \quad (3-7)$$

F_j 為通過面 j 和 ϕ_j 的質通量，輔助值 ρ 和 Γ 由線性內差可得。

綜合上述，(3-2)式可表示為

$$\frac{(\rho V)^n - (\rho V)^0}{\delta t} + \sum F_j = 0 \quad (3-8)$$

或

$$A_p \phi_p^n = \sum_m A_m \phi_m^n + s_1 + B_p \phi_p^0 \quad (3-9)$$

和

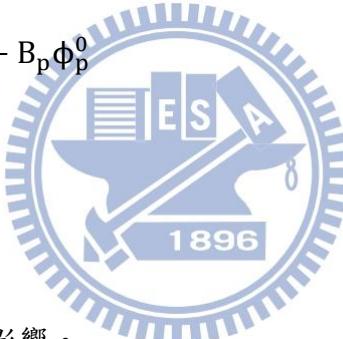
$$A_p \equiv \sum_m A_m + s_2 + B_p \quad (3-10)$$

其中

(1) A_m 為對流或擴散的影響。

(2) 計算通量為所有相鄰點的總合。

$$(3) \quad B_p \equiv \frac{(\rho V)^0}{\delta t}$$



3-2 Roe scheme

在雙曲線的守恆形式方程式中，若其初始條件包含有不連續的片段連續 (piecewise) 常數，此類型的問題通稱為黎曼(Riemann)問題。因為其包含有不連續解，因此在流體計算上有著相當廣泛的應用。一維線性黎曼方程式如下：

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (3-11)$$

其中 a 為一常數 Jacobian 矩陣。

$$\text{初始條件為 } u(x,0) = u_0(x) = \begin{cases} u_L & x < 0 \\ u_R & x > 0 \end{cases}$$

從新改寫(3-11)

$$\frac{\partial U}{\partial t} + A \frac{\partial U}{\partial x} = 0$$

求出 A 之特徵值矩陣以及特徵向量。

$$A = K \Lambda K^{-1} \text{，其中 } \Lambda \text{ 為特徵值矩陣：} \Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_m \end{pmatrix}.$$

$K = [K^{(1)}, \dots, K^{(m)}]^T$ 為特徵向量，故 $AK^{(i)} = \lambda_i K^{(i)}$ 。

接著定義特徵變數 W (characteristic variables)，其定義如下：

$$W = W(t, x) \text{，} W = K^{(-1)}U \text{ 或 } U = KW.$$

$$\text{因此 } \frac{\partial U}{\partial t} = K \frac{\partial W}{\partial t} \text{ 且 } \frac{\partial U}{\partial x} = K \frac{\partial W}{\partial x},$$

將此結果代入(3-10)式中可得：

$$KW_t + AKW_x = 0,$$

可再繼續簡化成：

$$W_t + \Lambda W_x = 0 \quad (3-12)$$

方程式(3-12)稱為 canonical form 或 characteristic form。

將以上的結果簡單整理如下：

$$\frac{\partial W_i}{\partial t} + \lambda_i \frac{\partial W_i}{\partial x} = 0, \text{ 或 } \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_3 \end{bmatrix}_t + \begin{bmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_3 \end{bmatrix}_x = 0 \quad (3-13)$$

上式可由特徵曲線法求得其解為：

$$w_i(x, t) = w_i^{(0)}(x - \lambda_i t) = \begin{cases} \alpha_i & x - \lambda_i t < 0 \\ \beta_i & x - \lambda_i t > 0 \end{cases} \quad (3-14)$$

其中， α_i 與 β_i 為初始值的特徵變數。由於 $U = KW$ ，可以得到

$$u(x, t) = \sum_i^m w_i^{(0)}(x - \lambda_i t) K^{(i)}$$

參照圖 7，可以進一步推導出

$$U(x, t) = \sum_{i=1}^p \alpha_i K^{(i)} + \sum_{i=p+1}^m \beta_i K^{(i)} \quad (3-15)$$

除此之外，還可決定出 $U(x, t)$ 中的 jump ΔU ：

$$\Delta U = U_R - U_L = \sum_{i=1}^m \tilde{\alpha}_i K^{(i)} \quad (3-16)$$

其中 $\tilde{\alpha}_i = \beta_i - \alpha_i$ 。

在一維線性黎曼問題中，雖然有 exact solution，但在非線性問題裡需利用疊代等方法，這些動作將耗費大量的時間，因此在實際應用上並不廣泛。為了解決此問題，一般皆求解近似黎曼問題〈approximation Riemann problem〉解而不直接求其 exact solution。在求解近似黎曼問題中最被廣泛應用的方法為 Roe 所提出，亦即為 Roe scheme，其內容如下：

假設一維尤拉方程式：

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \quad (3-17)$$

根據 chain rule，可將方程式(3-17)改寫如下：

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial x} = 0$$

再令 $A(U) = \frac{\partial F}{\partial U}$ ，於是方程式(3-16)可以表示成：

$$\frac{\partial U}{\partial t} + A(U) \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (3-18)$$

其中， $A(U)$ 就稱為 Jacobian 矩陣。而 Roe scheme 將原本的 Jacobian 矩陣 $A(U)$ 用常數 Jacobian 矩陣〈constant Jacobian matrix〉 $\tilde{A}(U_L, U_R)$ 代替，因此本來的黎曼問題可以改寫成近似黎曼問題：

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \tilde{A}(U) \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad U(x, 0) \Rightarrow \begin{cases} U_L & x < 0 \\ U_R & x > 0 \end{cases} \quad (3-19)$$

於是前述方法可以得到(3-18)的近似解。由以上的原理可得知，在近似黎曼問題上，Roe 利用常數 Jacobian 矩陣取代原本的 Jacobian 矩陣使方程式由非線性轉變成線性，但是初始條件並沒有改變，因此可以得到方程式(3-17)的近似解。為了要求得合理的常數 Jacobian 矩陣，須合乎 Roe 所提出的四項條件：

1. U 與 F 之間，存在著線性轉換的關係。
2. 當 $U_R - U_L \rightarrow U$ ，則 $\tilde{A}(U_L, U_R) \rightarrow A(U)$ ，此處 $A = \frac{\partial F}{\partial U}$ 。
3. $\tilde{A}(U_L - U_R) = F_L - F_R$ 。
4. 矩陣 \tilde{A} 的特徵向量必須線性獨立。

這四項條件都是雙曲線方程式所需具備的，這同時也說明了 Roe 所提出的常數 Jacobian 矩陣必須有實數特徵值，其所對應的特徵向量必須線性獨立。除此之外，條件 3. 則是為了符合守恆定律(conservation law)與 Rankine-Hugoniot 條件。

線性黎曼問題的解析解，可以直接從(3-13)與(3-15)式得到， $U_{i+\frac{1}{2}}(x/t)$ 的解可以利用下面的方程式計算：

$$U_{i+\frac{1}{2}}(x/t) = U_L + \sum_{\lambda_i < 0} \tilde{\alpha}_i K^{(i)} \quad (3-20)$$

$$\text{或 } U_{i+\frac{1}{2}}(x/t) = U_R - \sum_{\lambda_i > 0} \tilde{\alpha}_i K^{(i)} \quad (3-21)$$

其中 $i + \frac{1}{2}$ 表示網格與網格之間的交界面(face)。

而黎曼問題的近似解，則須從解近似黎曼問題著手：

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{F}(U)}{\partial x} = 0，\text{ 根據(3-18)式可得知 } \tilde{F} = \tilde{A}U$$

為了符合守恆的條件，因此下式必須成立：

$$\tilde{F}(U_R) - \tilde{F}(U_L) = F(U_R) - F(U_L) \quad (3-22)$$

接著在固定體積的條件下，積分近似解 $U_{i+\frac{1}{2}}(0)$ ，可得到通量(flux)的數值公式：

$$F_{i+\frac{1}{2}} = \tilde{F}(U_{i+\frac{1}{2}}(0)) - F(U_R) - \tilde{F}(U_R) \quad (3-23)$$

再從 $\tilde{F} = \tilde{A}U$ 的關係中可進一步求得：

$$F_{i+\frac{1}{2}} = \tilde{A}U_{i+\frac{1}{2}}(0) - F(U_R) - \tilde{A}U_R \quad (3-24)$$

再根據(3-20)式與(3-21)式可以推導出：

$$F_{i+\frac{1}{2}} = F(U_R) - \tilde{A} \sum_{\lambda_i > 0} \tilde{\alpha}_i K^{(i)} = F(U_R) - \sum_{i=1}^m \tilde{\lambda}_i^+ \tilde{\alpha}_i \tilde{K}^{(i)} \quad (3-25)$$

$$\text{或 } F_{i+\frac{1}{2}} = F(U_R) + \tilde{A} \sum_{\lambda_i > 0} \tilde{\alpha}_i K^{(i)} = F(U_L) + \sum_{i=1}^m \tilde{\lambda}_i^- \tilde{\alpha}_i \tilde{K}^{(i)} \quad (3-26)$$

(3-25)與(3-26)所指的 $\tilde{\lambda}_i^-$ 與 $\tilde{\lambda}_i^+$ 分別是代表負的特徵值與正的特徵值，接著再利用

平均的方法將 $F_{i+\frac{1}{2}}$ 更進一步表示成：

$$F_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left[F(U_R) + F(U_L) - \sum_{i=1}^m |\tilde{\lambda}_i| \tilde{\alpha}_i \tilde{K}^{(i)} \right] \quad (3-27)$$

再由(3-15)式可再次改變 $F_{i+\frac{1}{2}}$ 的形式如下：

$$F_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left[F(U_R) + F(U_L) - |\tilde{A}| \Delta U \right] \quad (3-28)$$

其中 $\Delta U = U_R - U_L$ 、 $|\tilde{A}| = \tilde{A}^+ - \tilde{A}^- = \tilde{K} |\tilde{\Lambda}| \tilde{K}^{-1}$ ， $\tilde{\Lambda} = \begin{pmatrix} |\lambda_1| & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & |\lambda_m| \end{pmatrix}$ 。

接下來需找出 $|\tilde{A}|$ 中所需的物理量，必須利用下列方法：

現考慮一維等溫尤拉方程式：

$$U_t + F(U)_x = 0 \quad (3-29)$$

其中 $U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \end{bmatrix}$ ； $F = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + a^2 p \end{bmatrix}$ ， a 為聲速

方程式(3-29)的 Jacobian 矩陣與其對應的特徵值與特徵向量如下所示：

$$A(U) = \frac{\partial F}{\partial U} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a^2 - u^2 & 2u \end{bmatrix} \quad (3-30)$$

特徵值 : $\lambda_1 = u - a$, $\lambda_2 = u + a$

$$\text{特徵向量 : } K^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ u - a \end{bmatrix}, \quad K^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 \\ u + a \end{bmatrix}$$

接著選定 parameter vector Q

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \frac{U}{\sqrt{\rho}} \begin{bmatrix} \sqrt{\rho} \\ \sqrt{\rho}u \end{bmatrix} \quad (3-31)$$

再將 F 與 U 利用 Q 表示 :

$$U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = q_1 Q = \begin{bmatrix} q_1^2 \\ q_1 q_2 \end{bmatrix} \quad (3-32)$$

$$F = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 q_2 \\ q_2^2 + a^2 q_1^2 \end{bmatrix} \quad (3-33)$$

為了表示出 ΔU 與 ΔF 需在定義 averaged vector \tilde{Q} :

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} \tilde{q}_1 \\ \tilde{q}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}(Q_L + Q_R) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R} \\ \sqrt{\rho_L}u_L + \sqrt{\rho_R}u_R \end{bmatrix} \quad (3-34)$$

再找出 $\tilde{B} = \tilde{B}(\tilde{Q})$ 與 $\tilde{C} = \tilde{C}(\tilde{Q})$ 使得

$$\Delta U = \tilde{B} \Delta Q ; \Delta F = \tilde{C} \Delta Q \quad (3-35)$$

將(3-35)結合可得

$$\Delta F = (\tilde{C} \tilde{B}^{-1}) \Delta U \quad (3-36)$$

再根據上述條件 3 求出近似 Jacobian 矩陣

$$\tilde{A} = \tilde{C} \tilde{B}^{-1} \quad (3-37)$$

為了滿足(3-35) , 可以求得

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} 2\tilde{q}_1 & 0 \\ \tilde{q}_2 & \tilde{q}_1 \end{bmatrix}; \quad \tilde{C} = \begin{bmatrix} \tilde{q}_2 & \tilde{q}_1 \\ 2a^2\tilde{q}_1 & \tilde{q}_2^2 \end{bmatrix} \quad (3-38)$$

再帶入(3-37)可得

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a^2 - \tilde{u}^2 & 2\tilde{u} \end{bmatrix} \quad (3-39)$$

\tilde{u} 為 Roe averaged velocity

$$\tilde{u} = \frac{\sqrt{\rho_L}u_L + \sqrt{\rho_R}u_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}$$

(3-40) 因此可以用同樣方法得到以下物理量：

$$\tilde{v} = \frac{\sqrt{\rho_L}v_L + \sqrt{\rho_R}v_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} \quad (3-41)$$

$$\tilde{w} = \frac{\sqrt{\rho_L}w_L + \sqrt{\rho_R}w_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} \quad (3-42)$$

$$\tilde{H} = \frac{\sqrt{\rho_L}H_L + \sqrt{\rho_R}H_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} \quad (3-43)$$

$$\tilde{a} = [(\gamma - 1)(\tilde{H} - 1/2\tilde{V})]^{1/2} \quad (3-44)$$



其中 \tilde{u} 、 \tilde{v} 、 \tilde{w} 分別代表 x 方向、 y 方向、 z 方向的速度。 \tilde{H} 、 \tilde{a} 則分別為焓和音速。

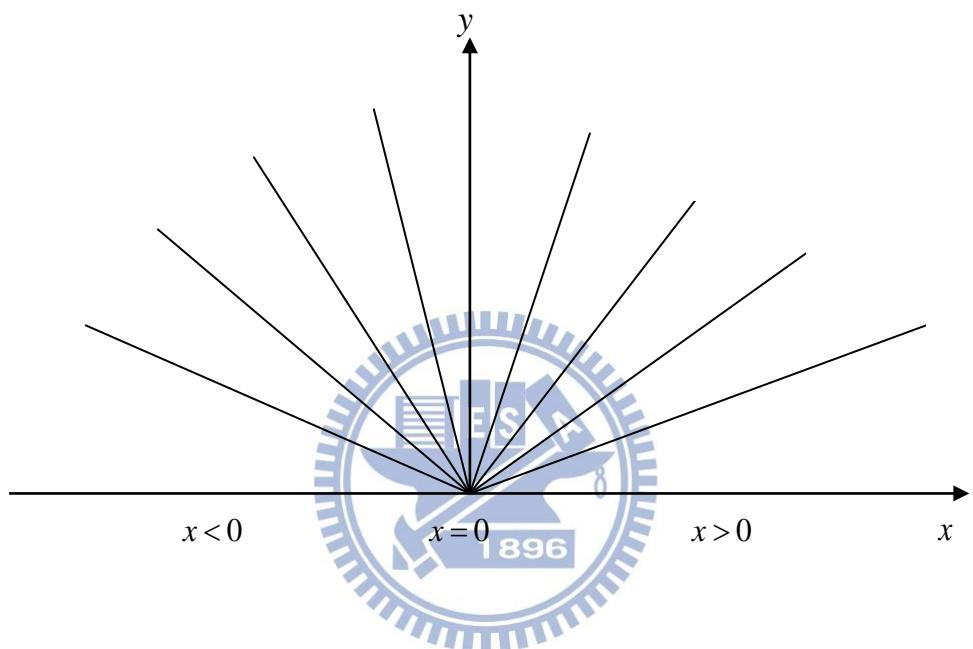


圖 7 黎曼問題特徵值結構圖

第四章 結果與討論

本研究所探討的方式是依據實際的飛彈發射器，依照適當的比例建構出三維計算模型，並透過流體力學軟體 Fluent 以數值方法來計算當飛彈射出後，飛彈套筒內的流場、溫度以及壓力的變化情形。由於本文探討的重點在於飛彈套筒內的變化，因此本文並不將整個模型之範圍作為討論的區域，而是依照觀察性質的影響範圍擷取適當的觀察區域。

飛彈在飛行的時候，飛行速度是以變加速度前進，但由於在飛彈發射初期的速度變化甚小，故可視為等速度運動。而本研究的觀察重點在飛彈套筒內的流場觀察，故對於外界大氣區域與飛彈發射之互相影響，並不在本文中討論。

本次模擬的飛彈運動模式是以 100m/s 等速前進，加上飛彈彈體本身的旋轉（轉速為 100rad/s），以及飛彈尾端的噴氣條件（溫度 1200k、壓力 4 大氣壓）來進行流場的模擬，而飛彈套筒本身則在 0.01 秒時，將套筒後方的壁面開啟，以利套筒內部的高壓氣體洩出。

圖 8 顯示飛彈發射 0.005 秒之壓力場，此時飛彈套筒後方壁面尚未開啟，高速氣流由飛彈後方噴出，當氣流衝擊到後方的壁面，由於氣體累積的情形，造成套筒內部的壓力漸漸升高，圖 9 為 0.01 秒時之壓力場，此時為後方壁面開啟前一刻，可以看到套筒內部的壓力已經累積到接近 750000pascal，圖 10 則為開啟瞬間，套筒中累積的高壓向套筒後方流場洩出，圖 11、圖 12 及圖 13 則為飛彈逐漸遠離套筒，套筒中的壓力也逐漸與外部大氣壓相同。

圖 14 為飛彈發射 0.005 秒之溫度場，套筒後方壁面尚未開啟，套筒後方壁面溫度快速升高，圖 15 則為套筒後方壁面即將開啟，可以看到套筒內部高溫累積達到 1200k，有些高溫氣體甚至前方間隙流出，圖 16 為套筒後方壁面開啟瞬間，高溫氣體同時由後方缺口以及前方壁面洩出，圖 17、圖 18 及圖 19 則顯示套筒後方壁面開啟一段時間後，套筒內溫度消散的情形，可以看到先前從前方間

隙溢出的高溫氣體，隨著飛彈的前進一起被帶走，而隨著飛彈行進的距離越遠而逐漸消散；而和壓力場比較起來，高溫氣體在套筒中消散的情形顯得較為緩慢。

圖 20 為套筒內壁之壓力變化情形，圖 21 為後方壁面開啟前一刻時套筒壁面之壓力，圖 22 為壁面開啟瞬間，壓力開始由後方開啟的缺口洩出，圖 23、圖 24 及圖 25 則為飛彈飛遠後，套筒壁面的壓力分佈情形；和前面的圖 11、圖 12 及圖 13 比較起來，可以發現套筒壁面的高壓較套筒內部流場的高壓略低一些，飛彈遠離一段距離後，套筒內部的壓力消散也比套筒內部流場來得快速。

圖 26 為套筒內壁之溫度場變化，可以發現在飛彈發射初期，由於高溫氣體的射出，後方壁面的溫度逐漸升高，圖 27 為套筒後方壁面開啟前一刻，套筒壁面全都充斥著高溫氣體，圖 28 則為套筒方壁面開啟瞬間，壁面上的高溫氣體逐漸降低，圖 29、圖 30 及圖 31 顯示飛彈遠離後，套筒內壁的溫度消散情形。

接下來探討的是套筒內部壁面各位置的壓力及溫度變化情形，首先在套筒內部各位置接設定不同的 4 個點(如圖 32 所示)，將點 1、點 2、點 3、點 4 所量測到的值平均起來作為套筒位置 0m 的測量值；點 5、點 6、點 7、點 8 所量測到的值平均起來作為套筒位置 1m 的測量值；點 9、點 10、點 11、點 12 所量測到的值平均起來作為套筒位置 2m 的測量值(如表 1 所示)；以此類推，求得套筒內部 0m、0.4m、0.8m、1.2m、1.6m、2m 各位置(如圖 33 所示)的壓力及溫度，並加以討論。

圖 34 為 $t=0.0005$ 秒之套筒內各點壓力分佈，由於飛彈位置大約在 0.1m 左右的地方，故壁面位置 0~0.5m 的壓力較其他壁面位置高出許多，圖 35 為套筒後方壁面開啟前一刻之情形，套筒內的高壓氣體充斥著整個套筒，而由於套筒後方壁面尚未開啟，0~1m 的高壓情形仍然較其他位置嚴重，圖 36 為套筒後方壁面開啟瞬間，可以發現 0~0.5m 位置的壁面壓力，由於後方的缺口得以將高壓洩出，圖 37、圖 38 及圖 39 則為飛彈逐漸飛離套筒時，套筒內部各點壓力的變化情形，其中值得觀察的是圖 37，此時飛彈本體幾乎快完全離開套筒，在套筒位置 2m 出

現一負壓，外界的大氣壓力短暫地灌入套筒內部，而隨著飛彈飛離的距離拉長，此一負壓情形逐漸消失，內部壓力也逐漸與外界大氣壓力取得平衡，而詳細的套筒內部各點隨時間的壓力值可參見表 1。

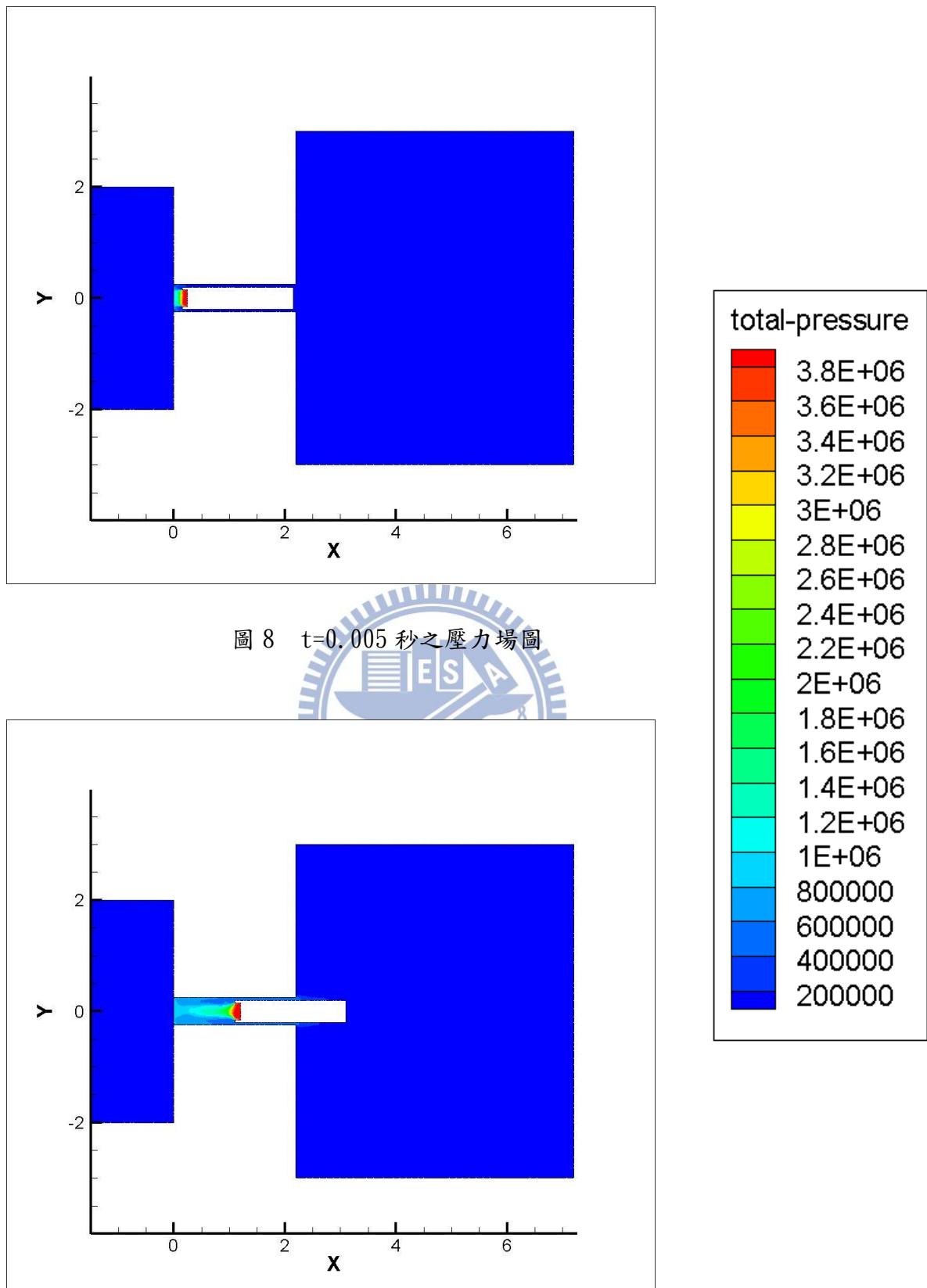
圖 40 為 $t=0.0005$ 秒之套筒內各點溫度分佈，靠近套筒後方的部分，由於高溫氣體累積的緣故，溫度會比前端的位置要來得高，圖 41 為套筒後方壁面即將開啟前一刻，此時套筒內部個位置皆充斥著高溫氣體，故各位置的溫度普遍都相當的高，圖 42 為套筒後方壁面開啟瞬間，套筒內部的高溫逐漸由後方缺口洩出。圖 43、圖 44 及圖 45 則為飛彈逐漸飛離套筒時，套筒內部各點的溫度情形，由於飛彈即將飛出套筒時，套筒前端的負壓情形，使得差不多位置的溫度也會較套筒內部其他位置低一些，而同樣隨著飛彈的遠離，此一低溫情形逐漸恢復，套筒內部的溫度也逐漸與外界溫度靠近。

圖 46 說明了 $t=0.02$ 秒時，套筒位置 2m 處負壓的形成原因；在套筒後方壁面尚未開啟前，飛彈後端所噴出的高溫高壓氣體撞擊到後方壁面，便由飛彈及套筒間的間隙流出，因此套筒內部 2m 處的速度是流向套筒前方流場；在套筒後方壁面開啟後，飛彈後端所射出的高溫高壓氣體得以從套筒後方流出，而由飛彈本體與套筒間隙流出的高溫高壓氣體逐漸減少，在 $t=0.02$ 秒時，套筒前端的速度變成由套筒前方流場流入套筒內，此一速度方向的改變即為負壓情形產生的原因。我們可以更進一步地從圖 47 來驗證，圖 47 表示套筒內部位置 2m 處的速度隨時間變化圖，可以發現在飛彈即將飛離套筒時，速度的確由正值(套筒內部流向套筒前方流場)改為負值(套筒前方流場流入套筒內部)。

圖 48 則是比較飛彈以相同速度($V=100\text{m/s}$)不同轉速(0rad/s 、 100rad/s 、 1000rad/s)方式前進，壓力場的變化情形，可以發現到飛彈尚未飛離套筒時幾乎是沒有甚麼變化，即使是飛彈完全脫離了套筒，壓力變化的幅度也不大，推測原因是跟飛彈前進的速度比較起來，飛彈本體旋轉對於流場的影響有限，圖 49 為溫度的比較情形，而溫度的變化比起壓力更是小了許多。此一現象的原因為飛彈

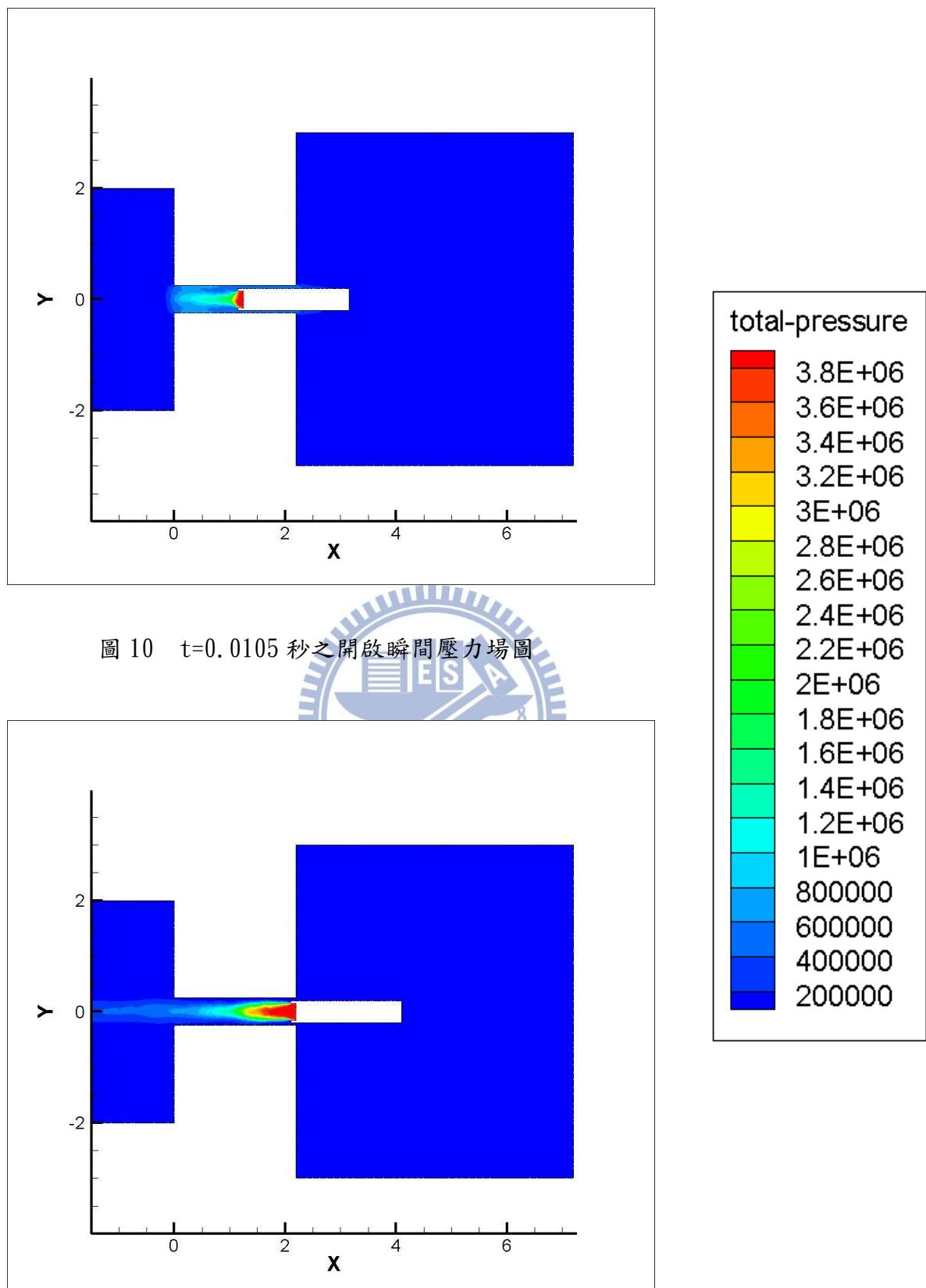
即使是以 1000rad/s 前進，在整個過程中也只轉了將近 6 圈，跟前進速度比較起來還是不夠大，故在這幾個 case 裡面才看不出有太大的變化。





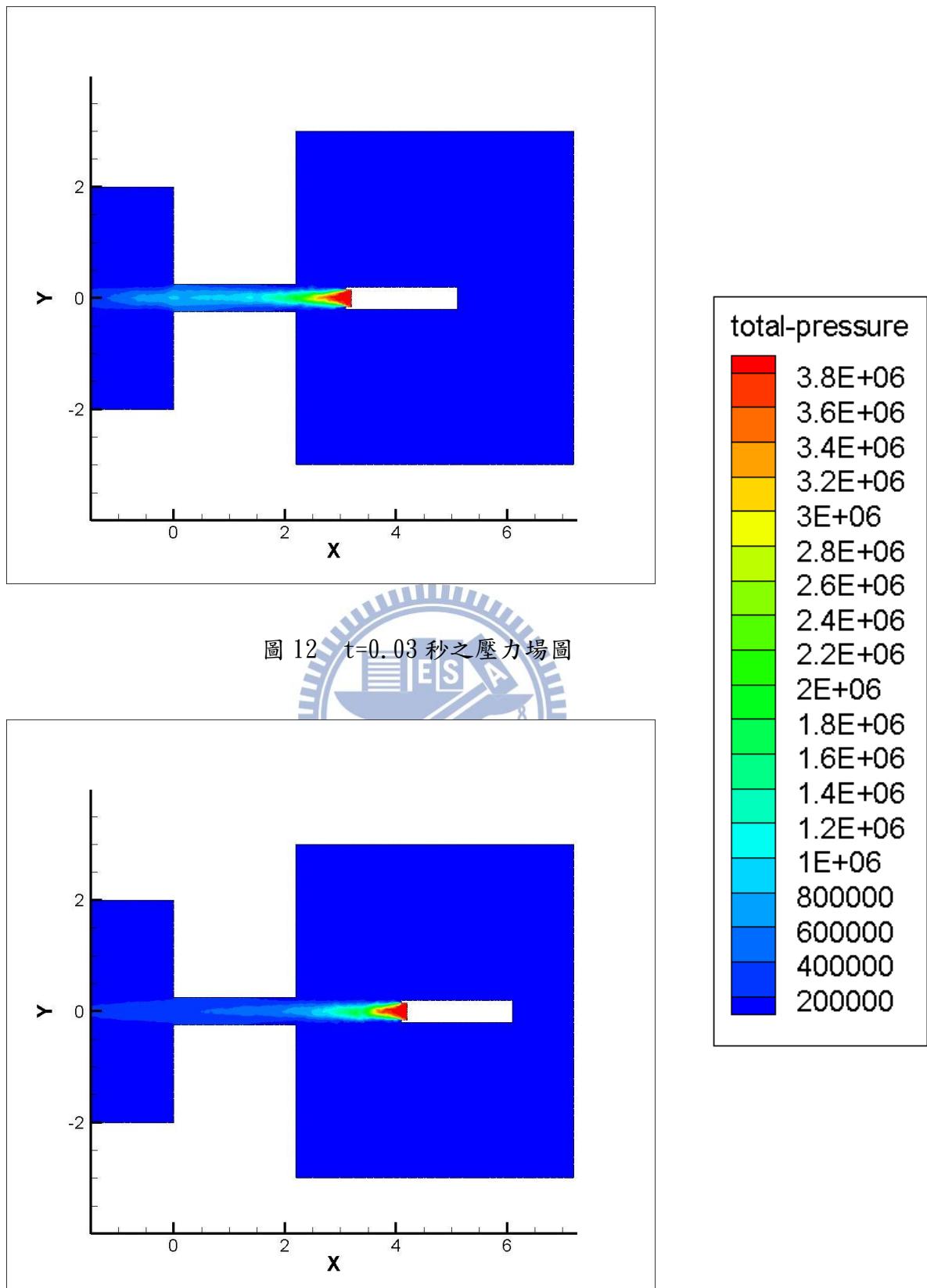
單位: pascal

圖 9 $t=0.01$ 秒之開啟前一刻壓力場圖



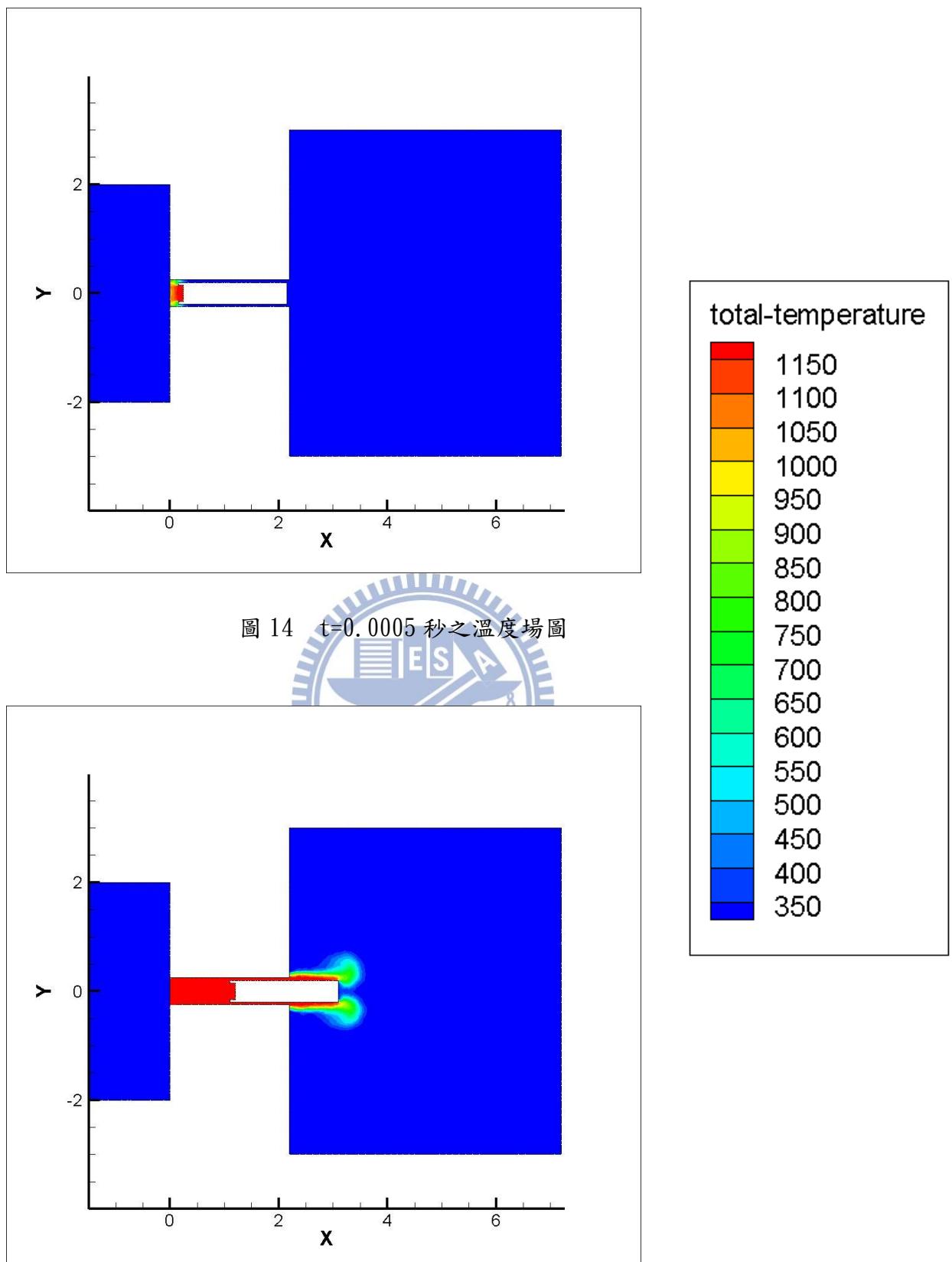
單位: pascal

圖 11 $t=0.02$ 秒之壓力場圖



單位: pascal

圖 13 $t=0.04$ 秒之壓力場圖



單位: k

圖 15 $t=0.01$ 秒之開啟前一刻溫度場圖

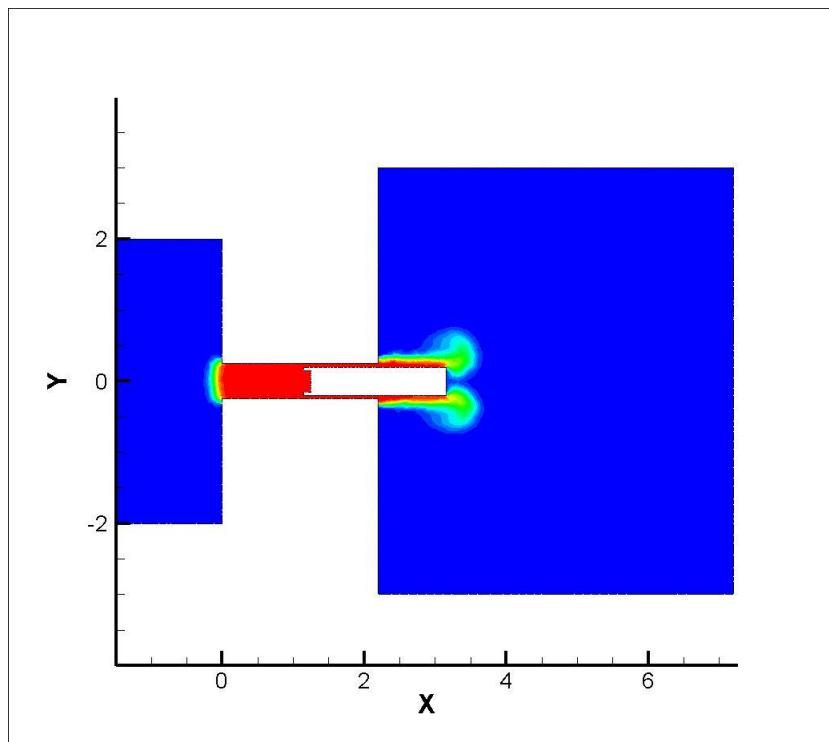
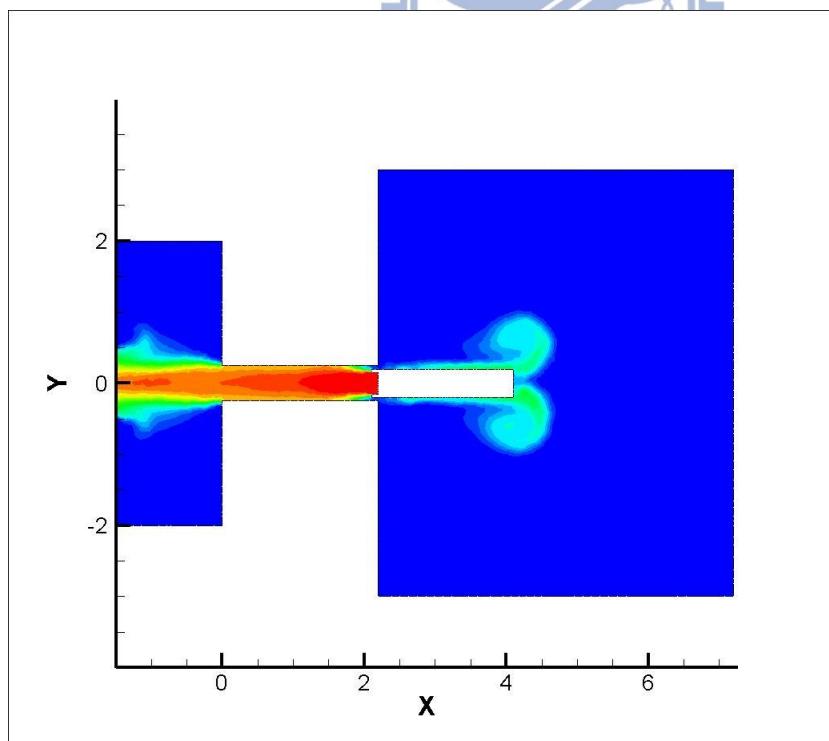
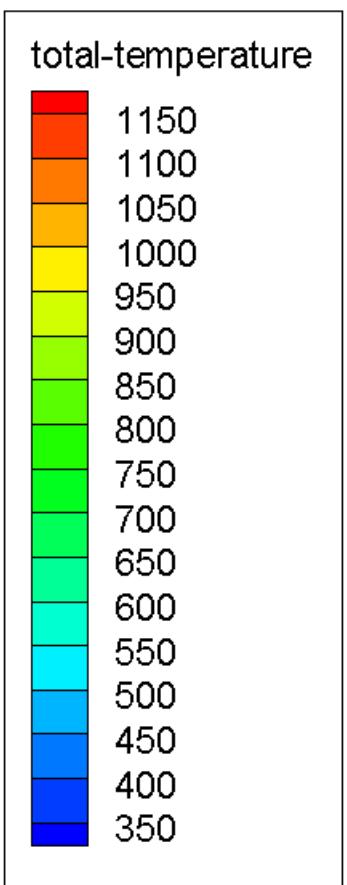


圖 16 $t=0.0105$ 秒之開啟瞬間溫度場



單位: k

圖 17 $t=0.02$ 秒之溫度場圖

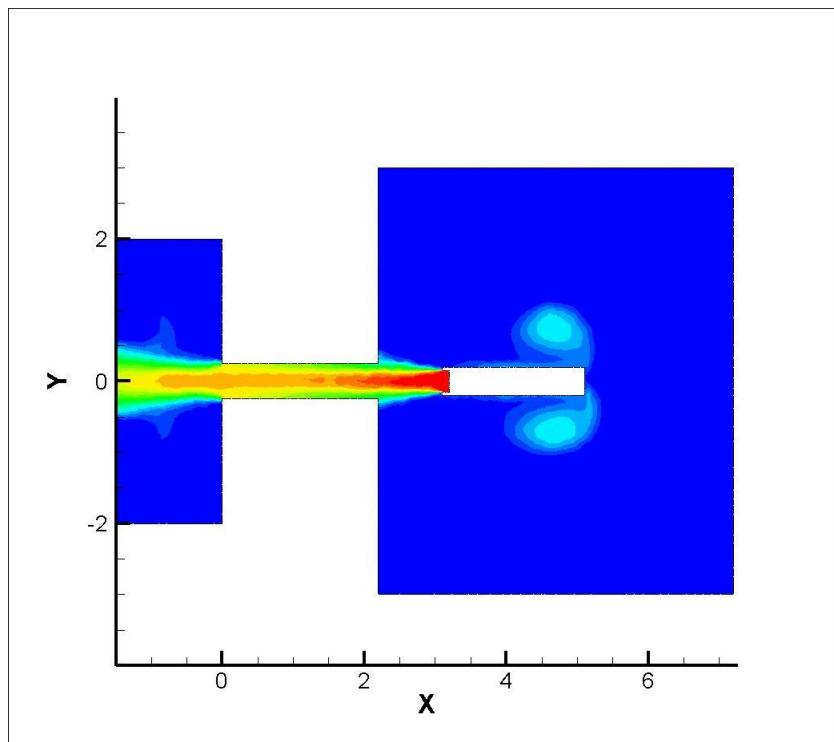
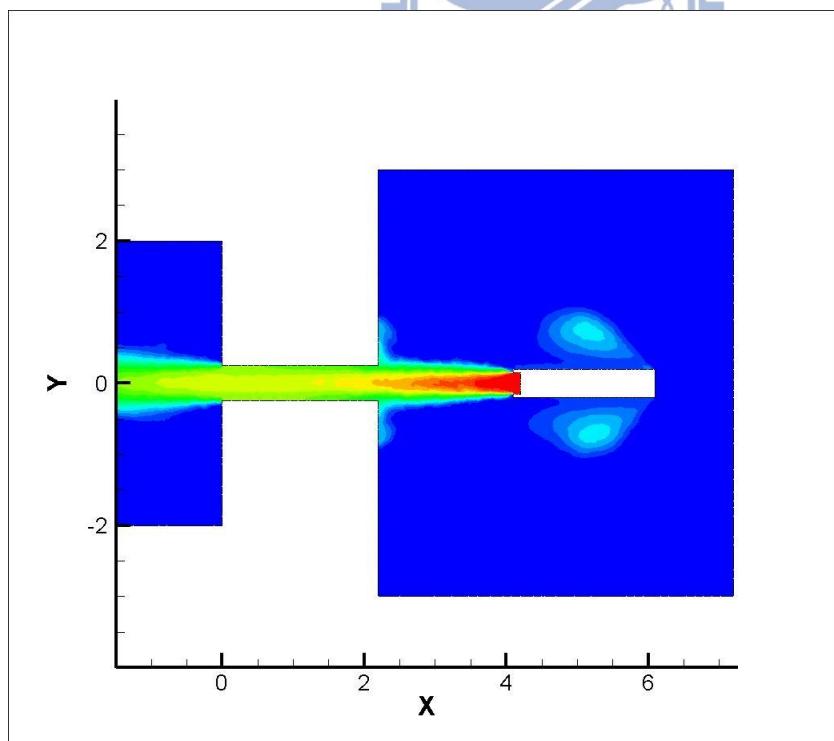
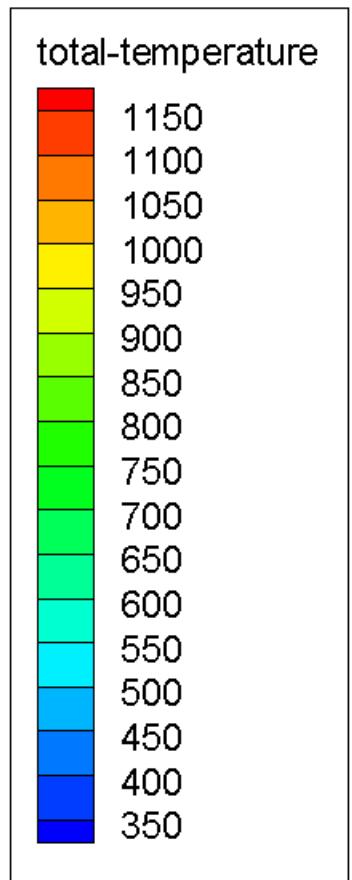


圖 18 $t=0.03$ 秒之溫度場圖



單位: k

圖 19 $t=0.04$ 秒之溫度場圖

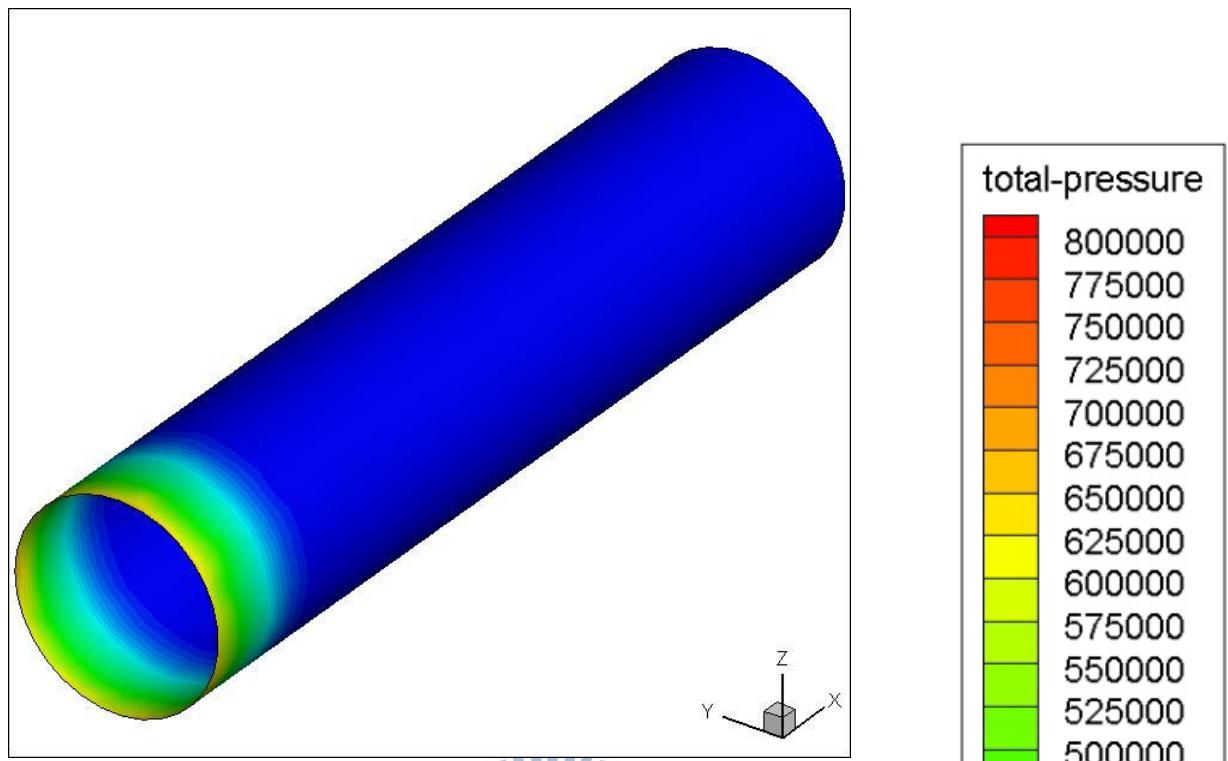
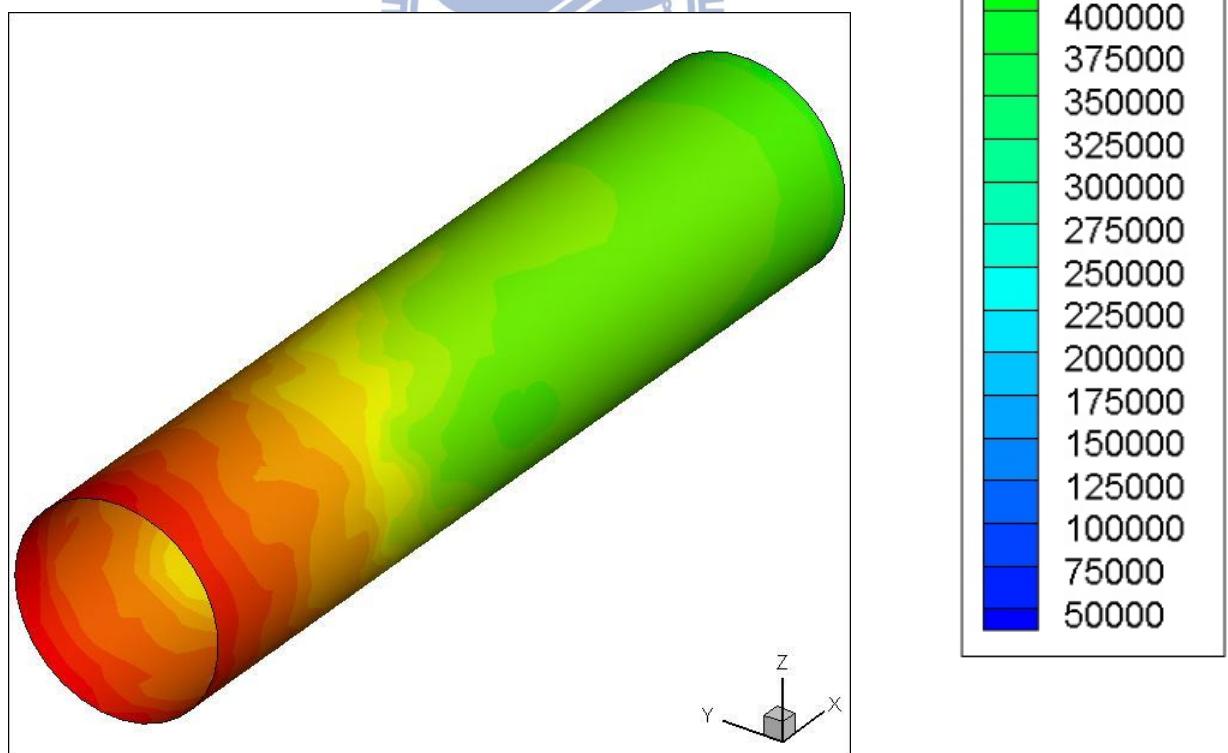


圖 20 $t=0.0005$ 秒之套筒壓力分佈



單位: pascal

圖 21 $t=0.01$ 秒之開啟前一刻套筒壓力分佈

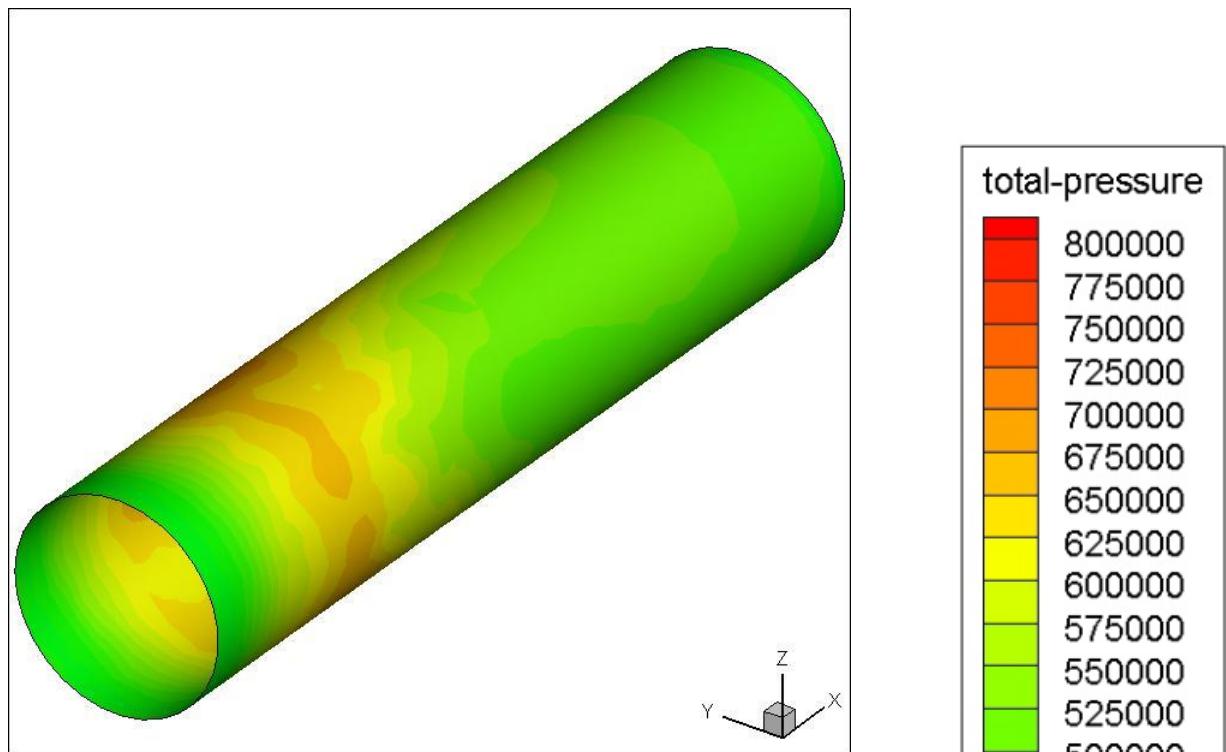
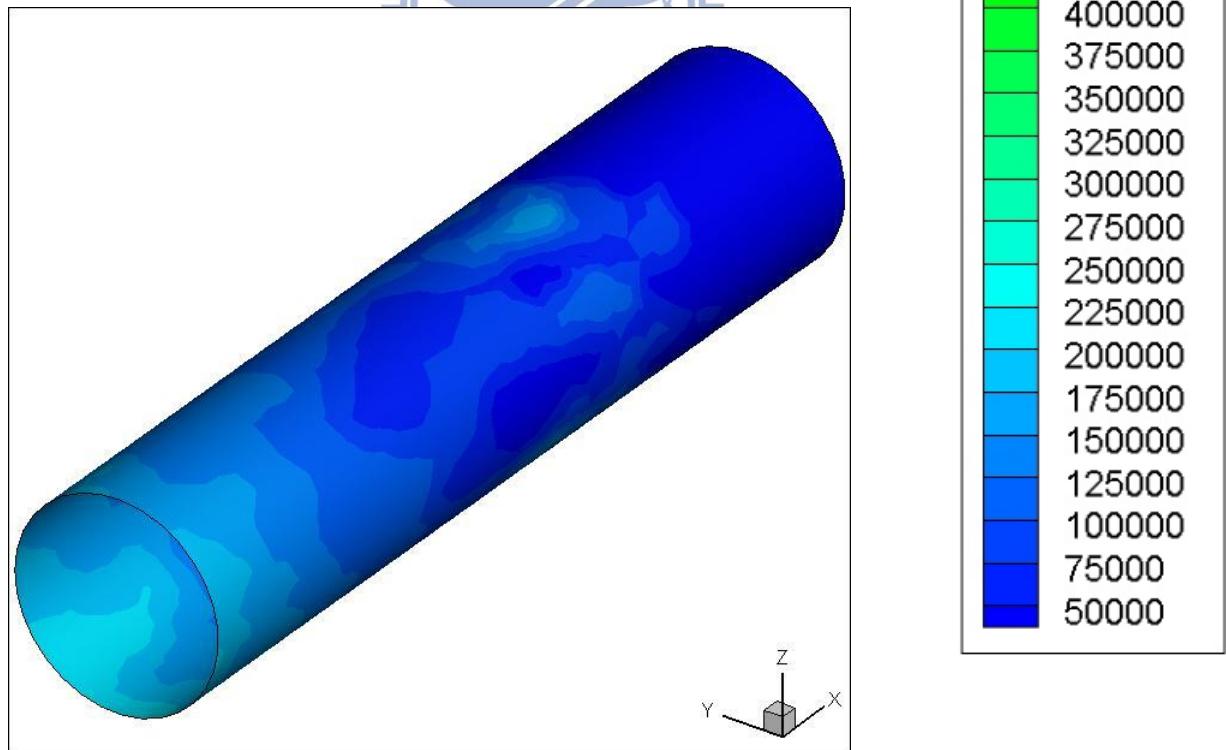


圖 22 $t=0.0105$ 秒之開啟瞬間套筒壓力分佈



單位: pascal

圖 23 $t=0.02$ 秒之套筒壓力分佈

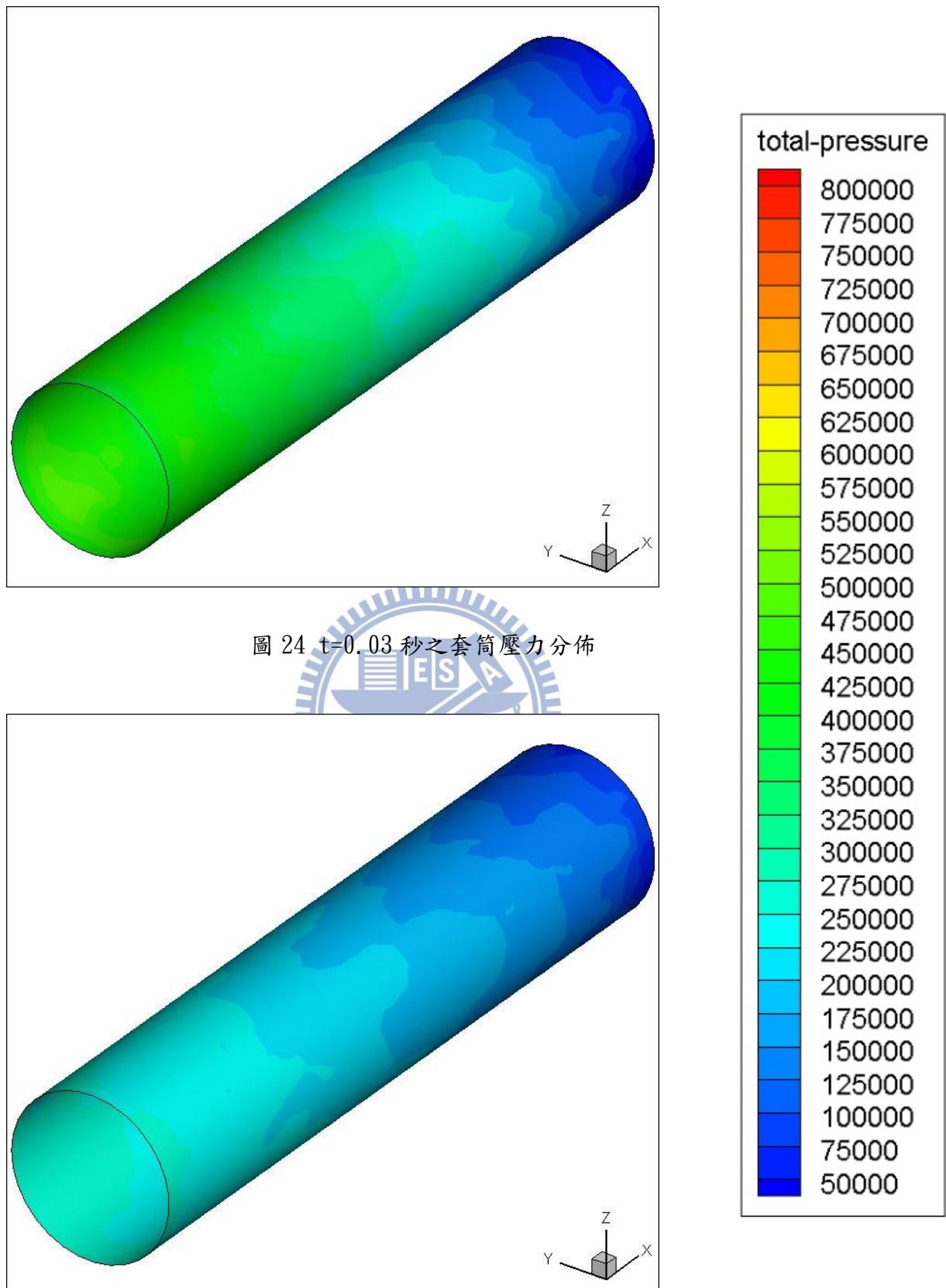
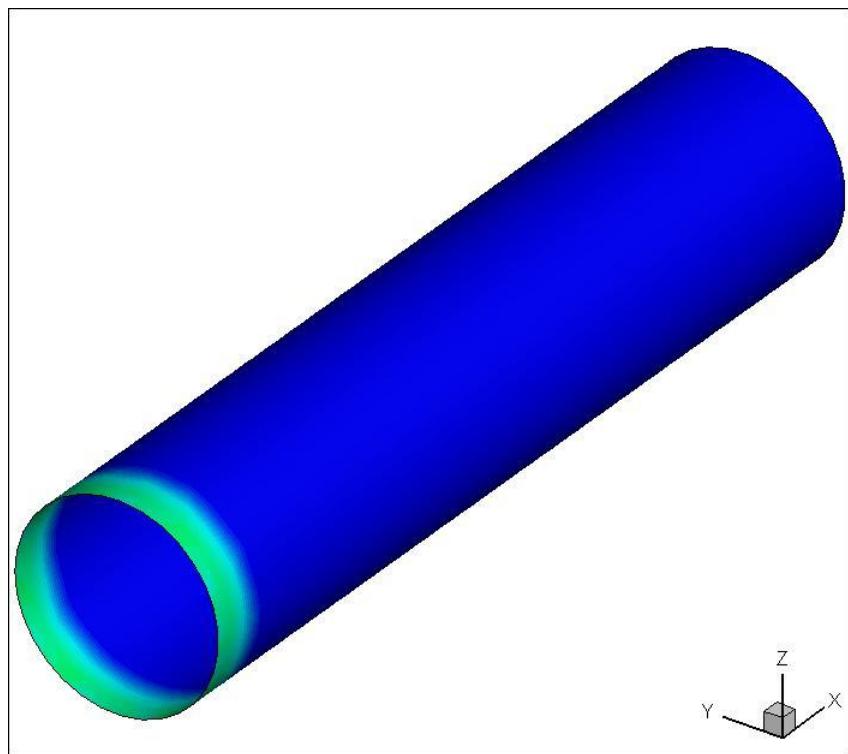


圖 24 $t=0.03$ 秒之套筒壓力分佈

單位: pascal

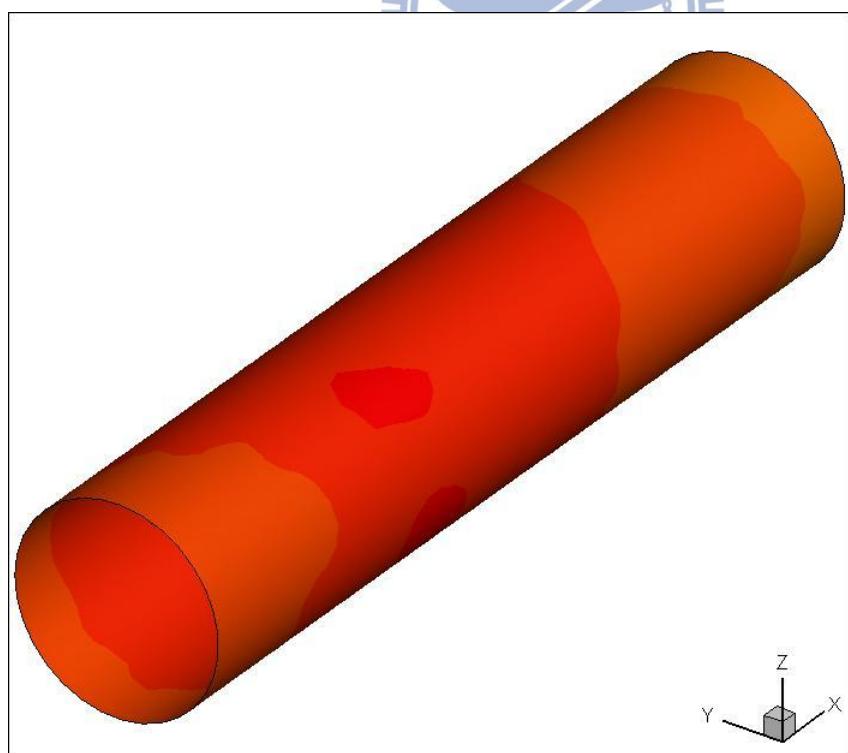
圖 25 $t=0.04$ 秒之套筒壓力分佈



total-temperature

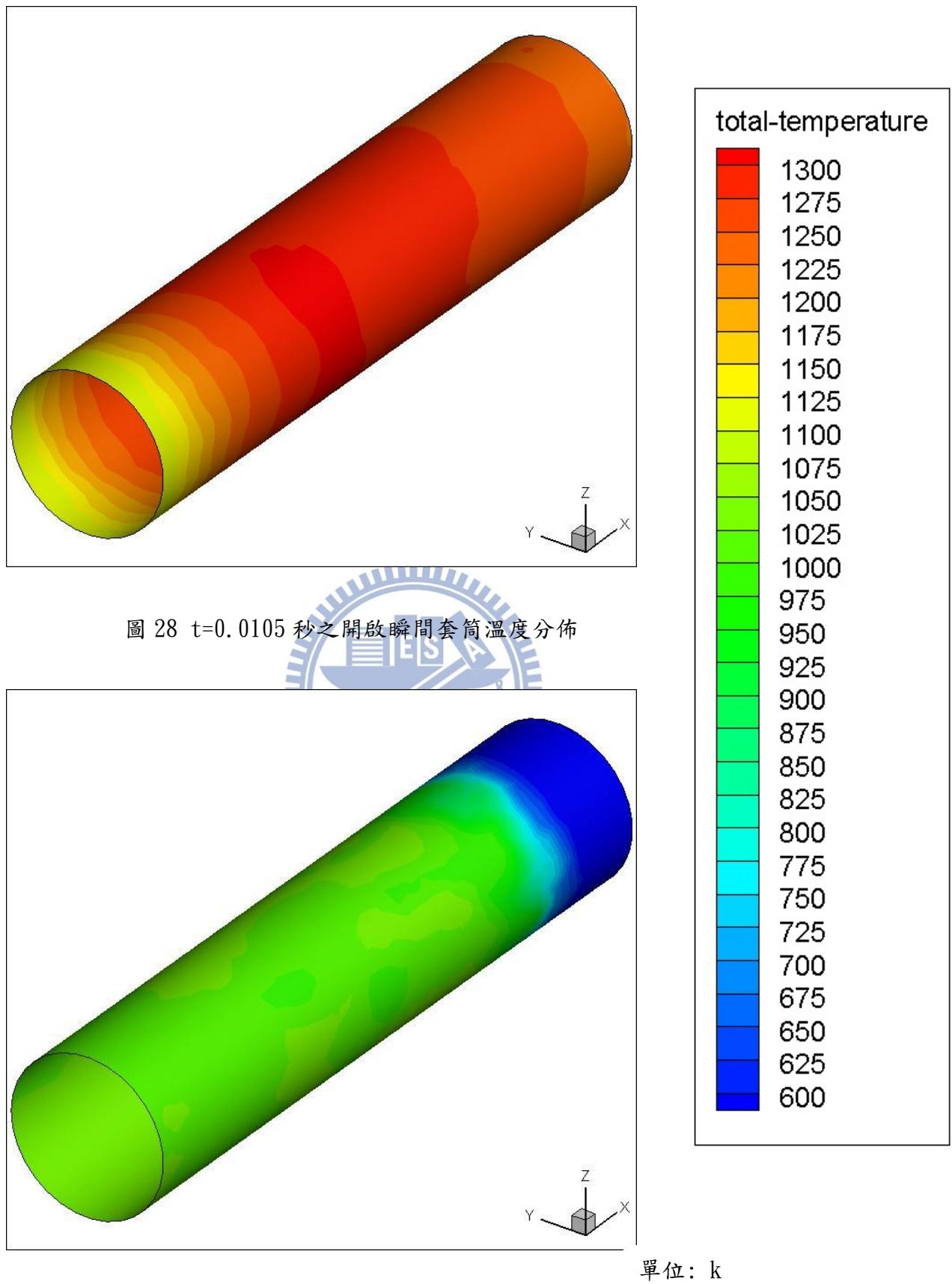
	1300
	1275
	1250
	1225
	1200
	1175
	1150
	1125
	1100
	1075
	1050
	1025
	1000
	975
	950
	925
	900
	875
	850
	825
	800
	775
	750
	725
	700
	675
	650
	625
	600

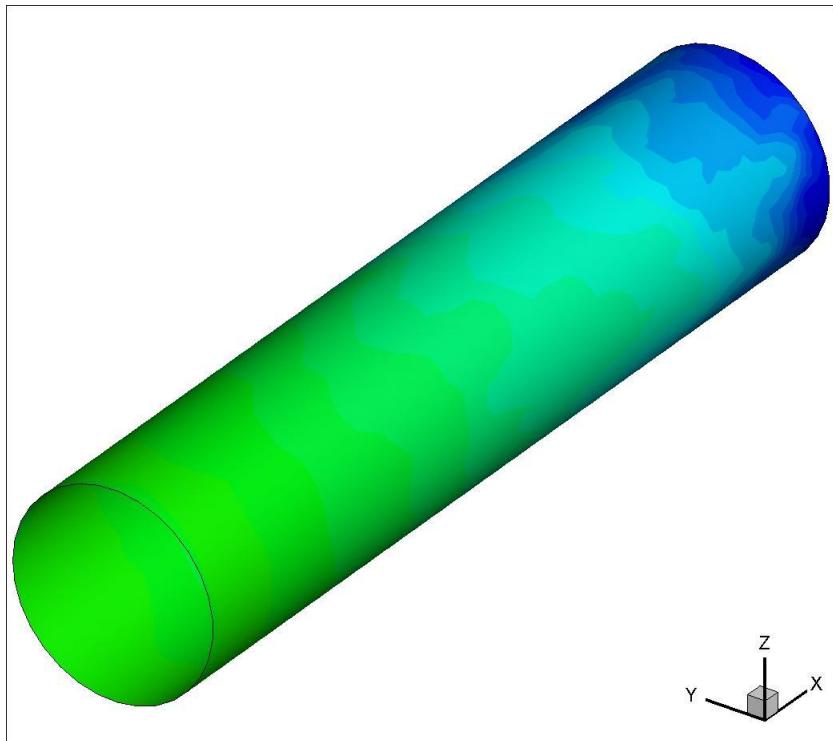
圖 26 $t=0.0005$ 秒之套筒溫度分佈



單位: k

圖 27 $t=0.01$ 秒之套筒溫度分佈





total-temperature

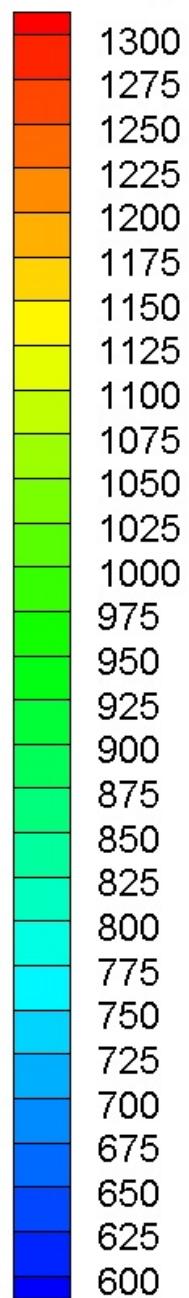
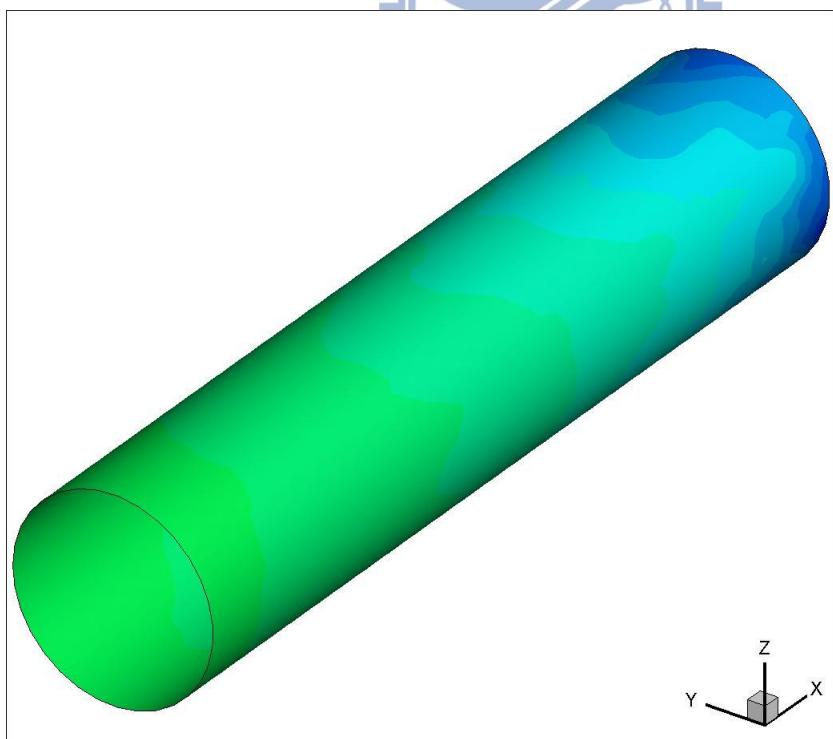


圖 30 $t=0.03$ 秒之套筒溫度分佈



單位: k

圖 31 $t=0.04$ 秒之套筒溫度分佈

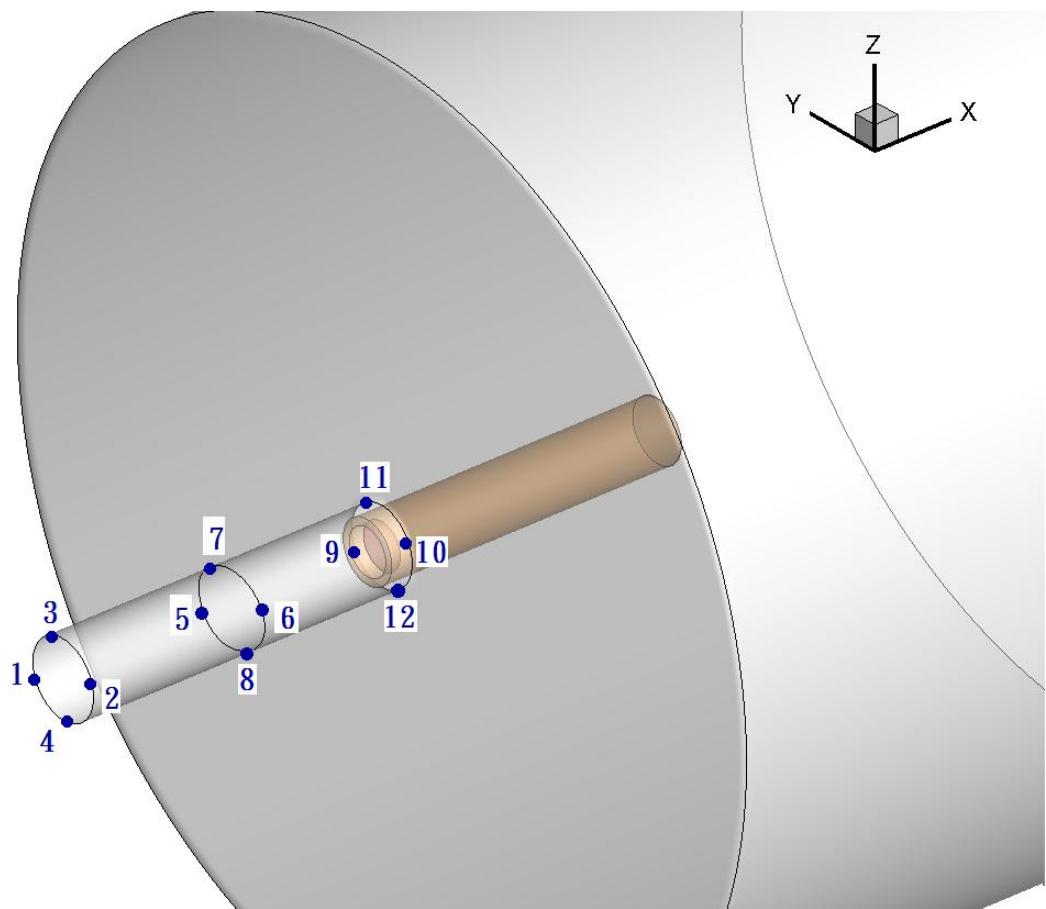


圖 32 套筒內各位置取法示意圖

表 1 套筒內部各點壓力(pascal)隨時間之變化

位置(m)\時間(s)	0. 0005	0. 01	0. 0105	0. 02	0. 03
點 1	368821. 5	748751. 8	424111. 9	177194. 5	499176
點 2	653417. 9	799053	347308. 5	195954. 7	459102. 3
點 3	655474	796854. 2	35114. 8	200203	450102
點 4	633232. 8	814548	385451. 3	187158	458942. 1
點 5	-14. 2	554057. 6	554326. 6	115585. 5	302799. 8
點 6	-34. 2	518259. 3	507975. 2	87882. 1	324621. 3
點 7	22. 1	553637. 8	544100. 5	97579. 3	325718
點 8	13. 5	566351. 2	562475. 4	113781. 8	315373. 3
點 9	5007. 8	510012. 8	501084. 7	-46440. 2	175962. 3
點 10	8306. 7	502715. 8	494758. 7	-41883. 8	83245. 2
點 11	5648	503444. 5	501737. 2	-43356	105539. 4
點 12	5264	509332. 8	488716. 8	-42776. 3	109993. 8

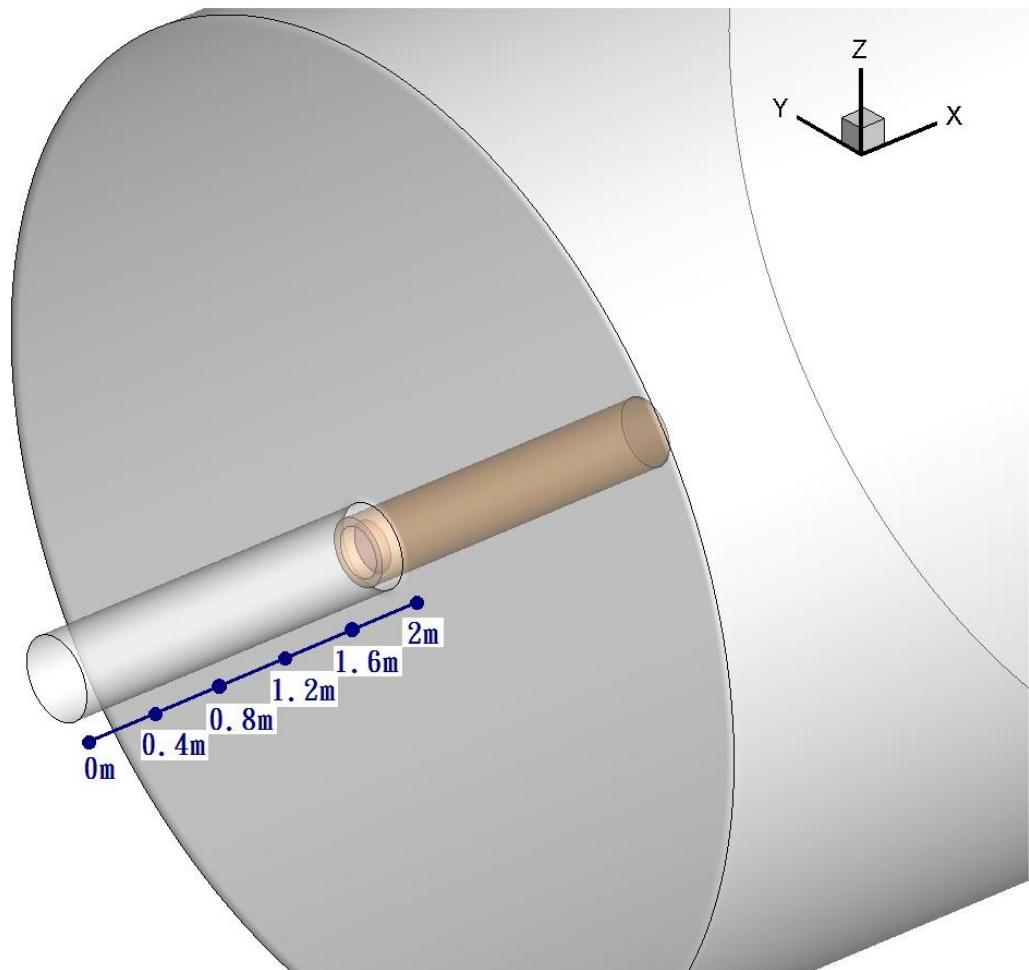


圖 33 套筒內各位置示意圖

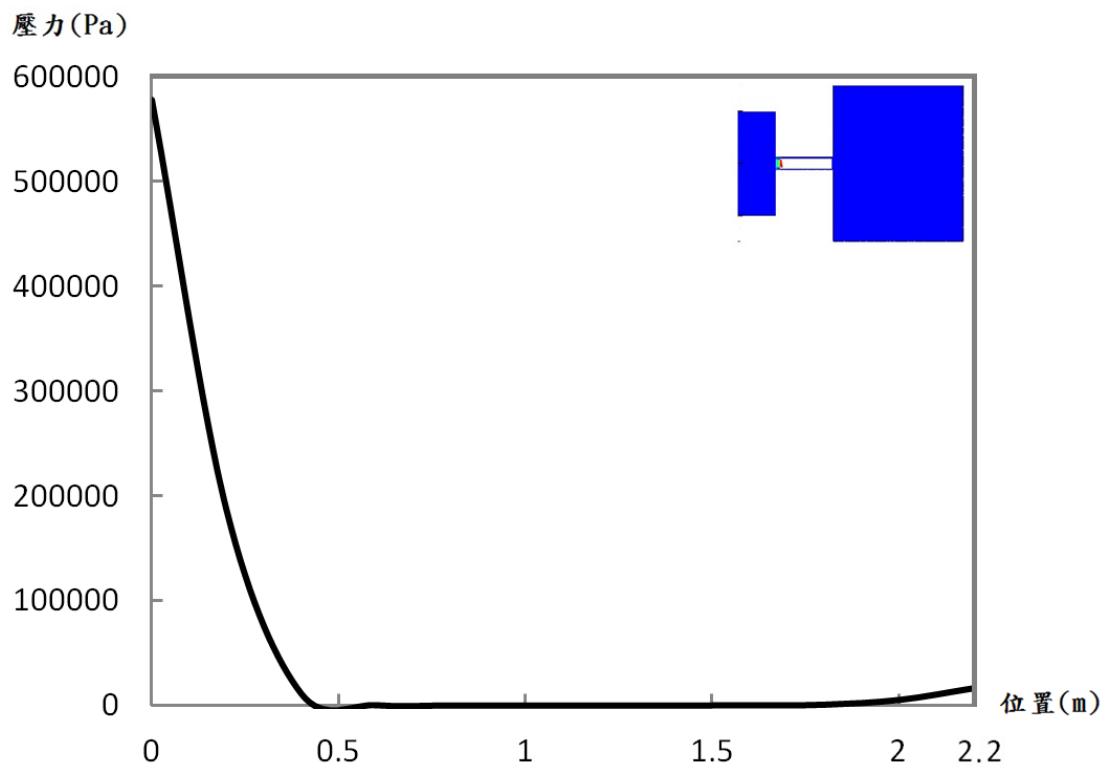


圖 34 $t=0.0005$ 秒之套筒內各位置壓力

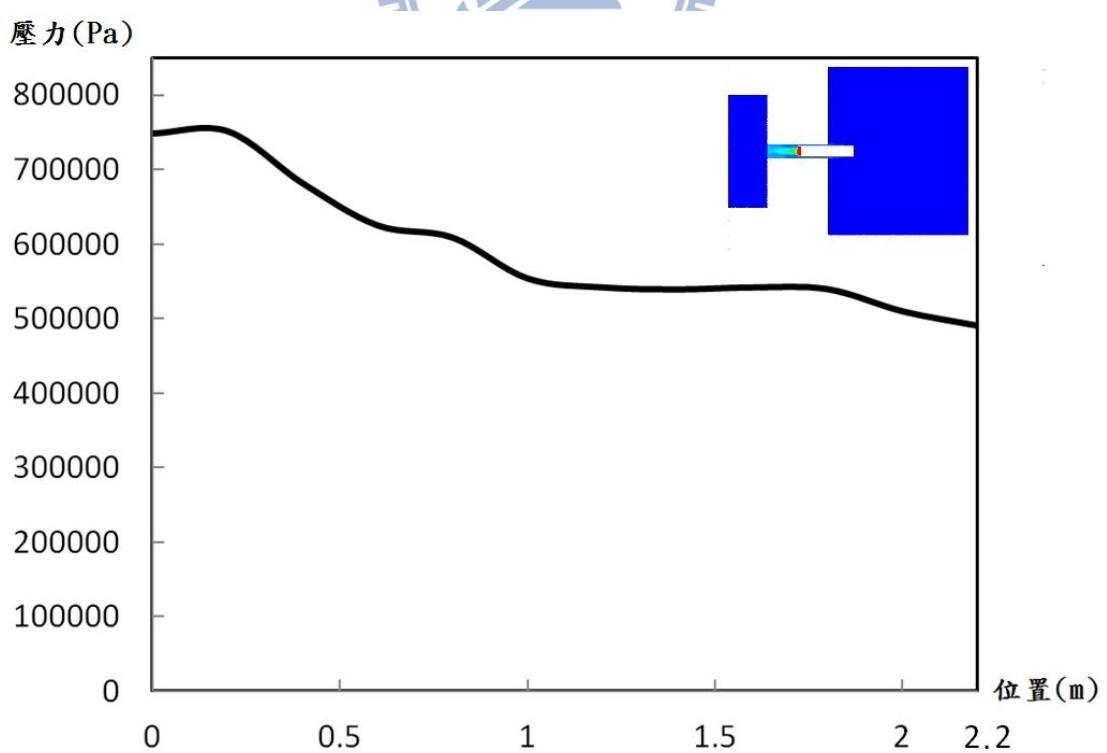


圖 35 $t=0.01$ 秒之開啟前一刻套筒內各位置壓力

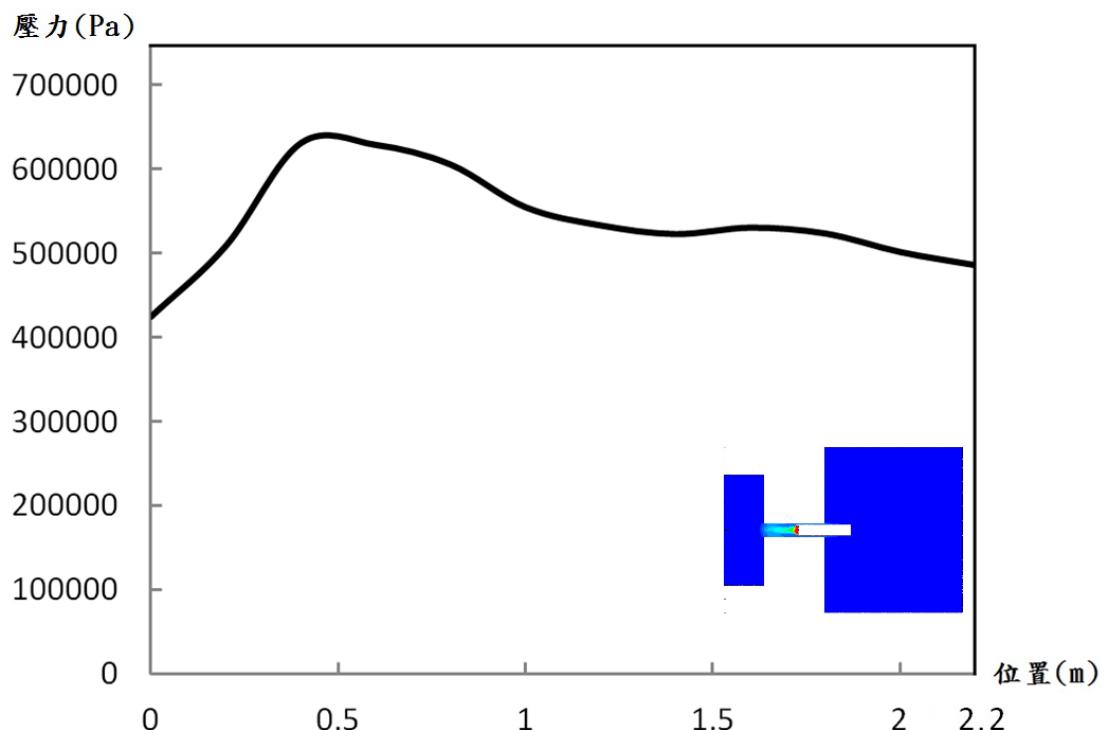


圖 36 $t=0.0105$ 秒之開啟瞬間套筒內各位置壓力

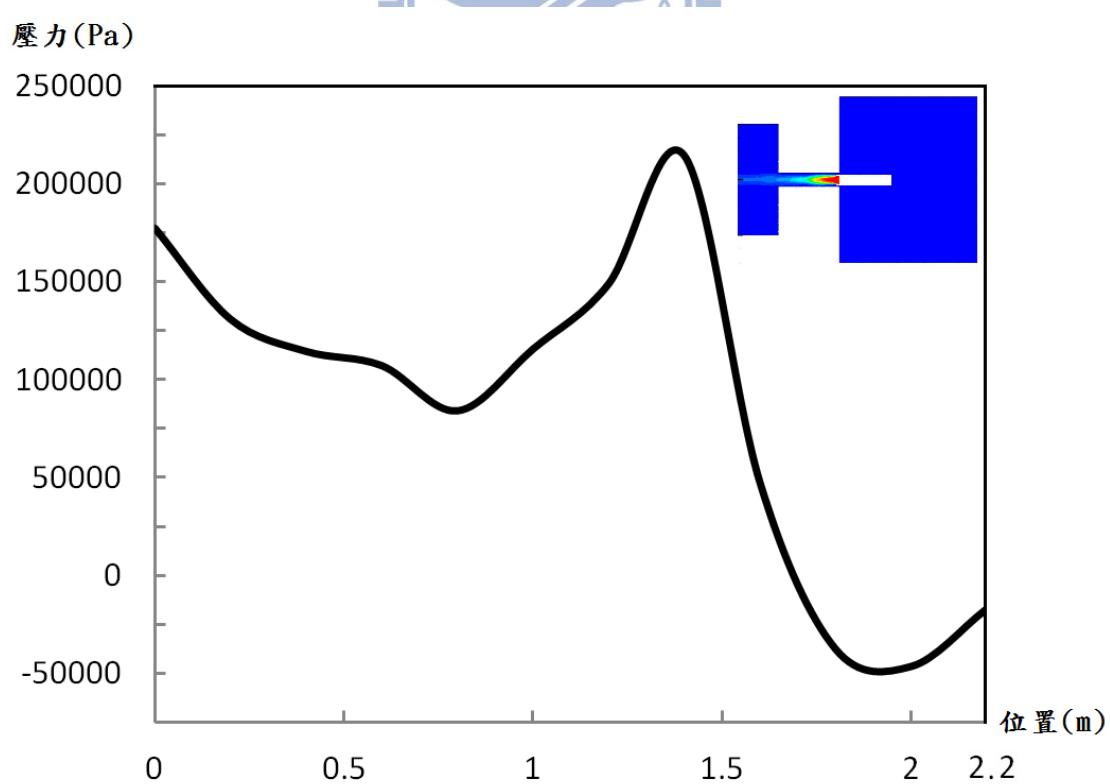


圖 37 $t=0.02$ 秒之套筒內各位置壓力

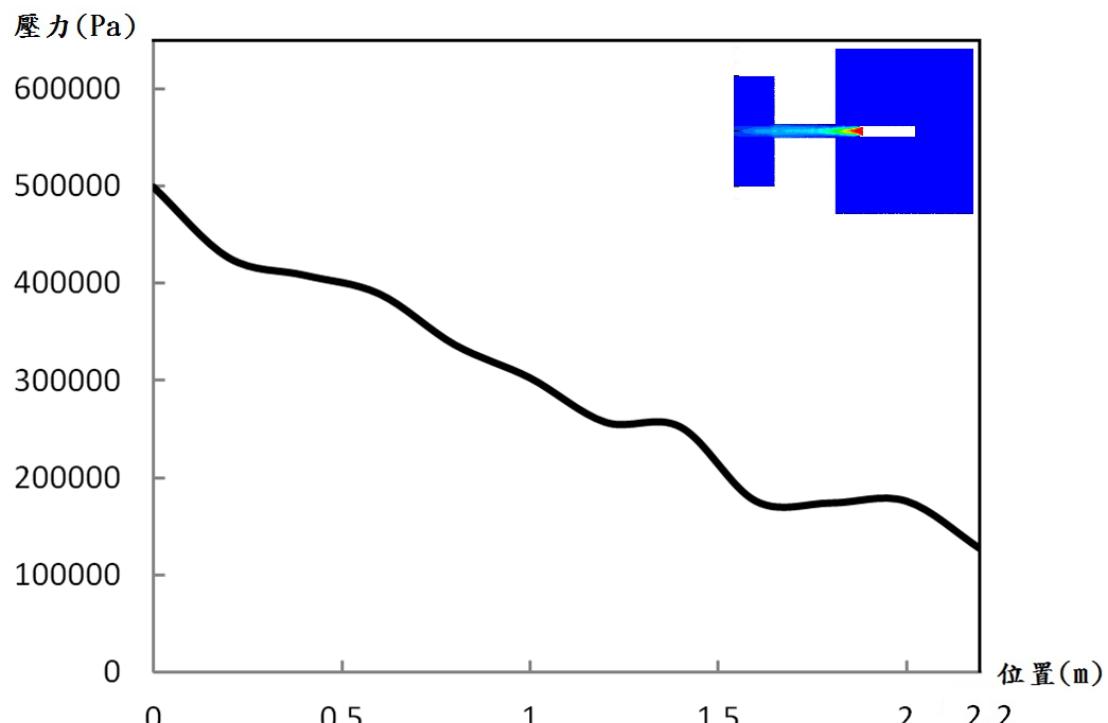


圖 38 $t=0.03$ 秒之套筒內各位置壓力

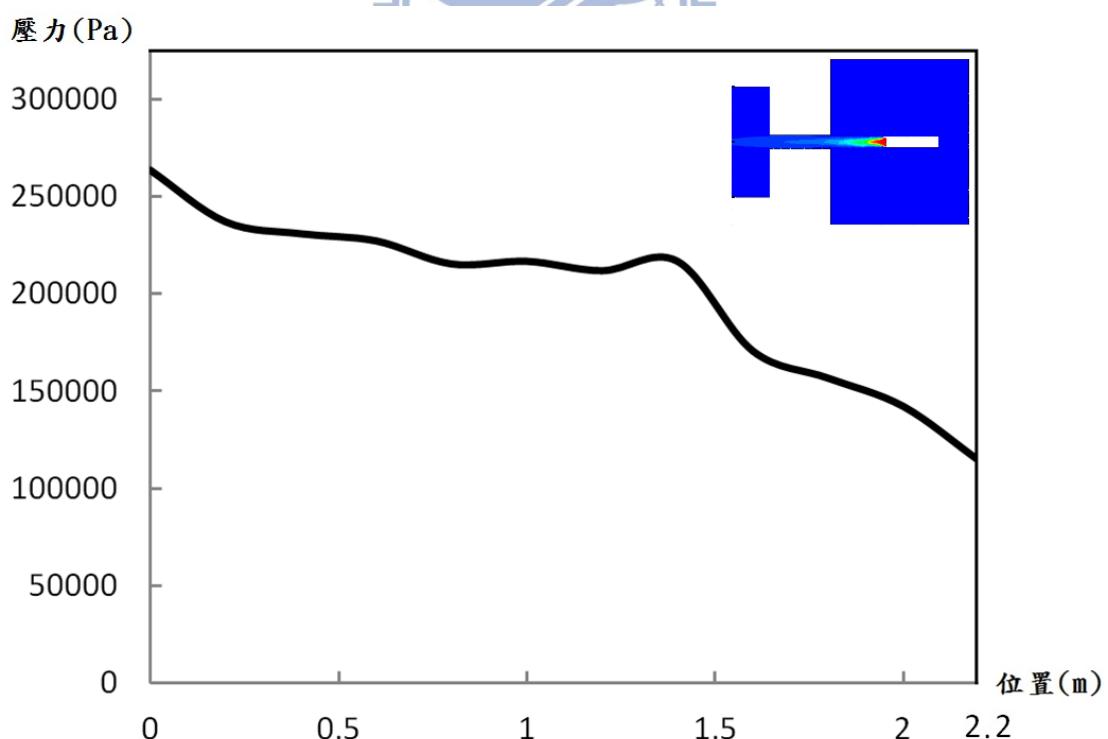


圖 39 $t=0.04$ 秒之套筒內各位置壓力

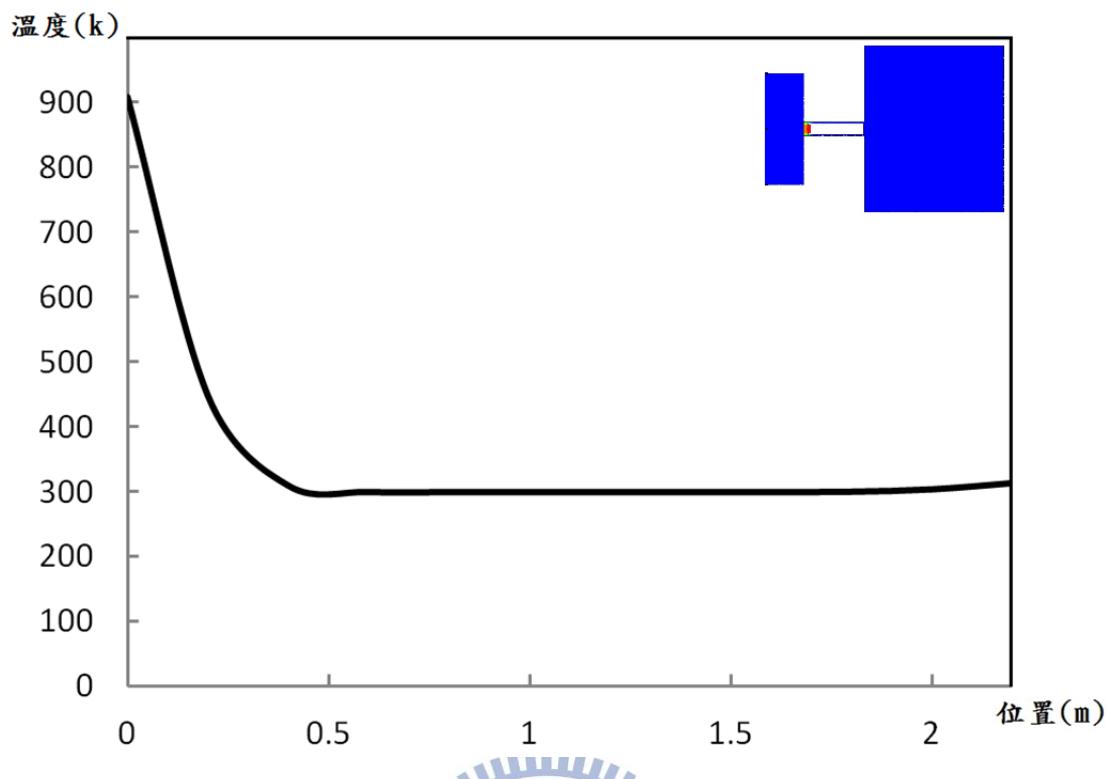


圖 40 $t=0.0005$ 秒之套筒內各位置溫度

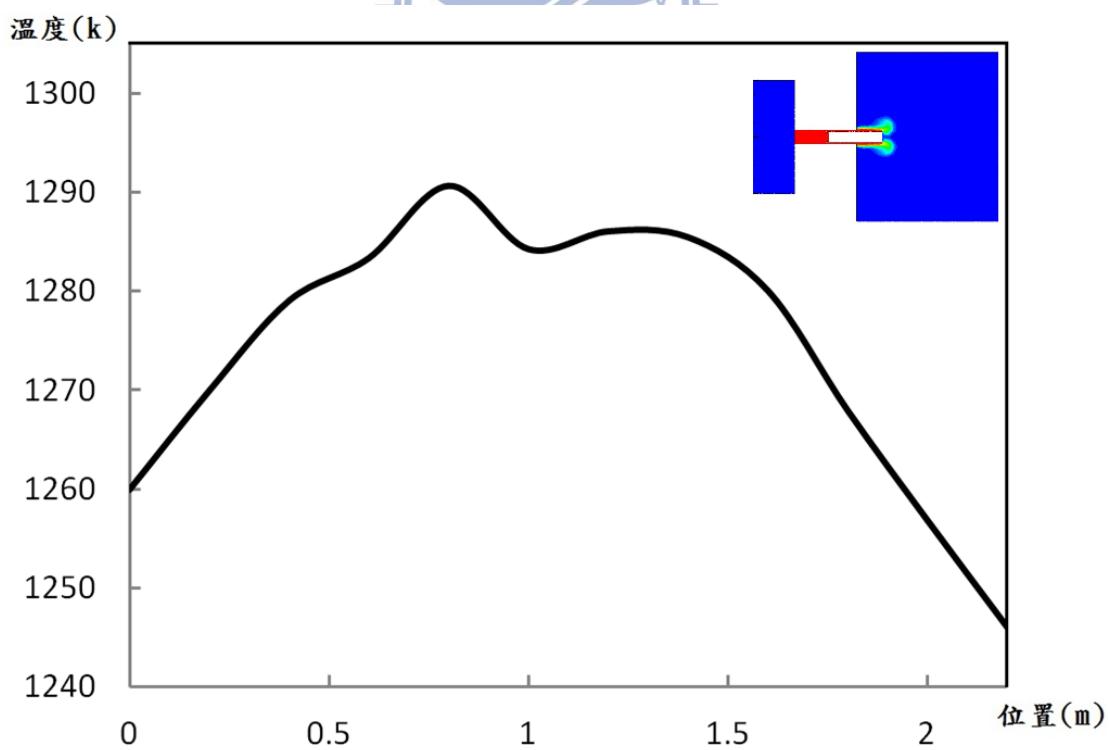


圖 41 $t=0.01$ 秒之開啟前一刻套筒內各位置溫度

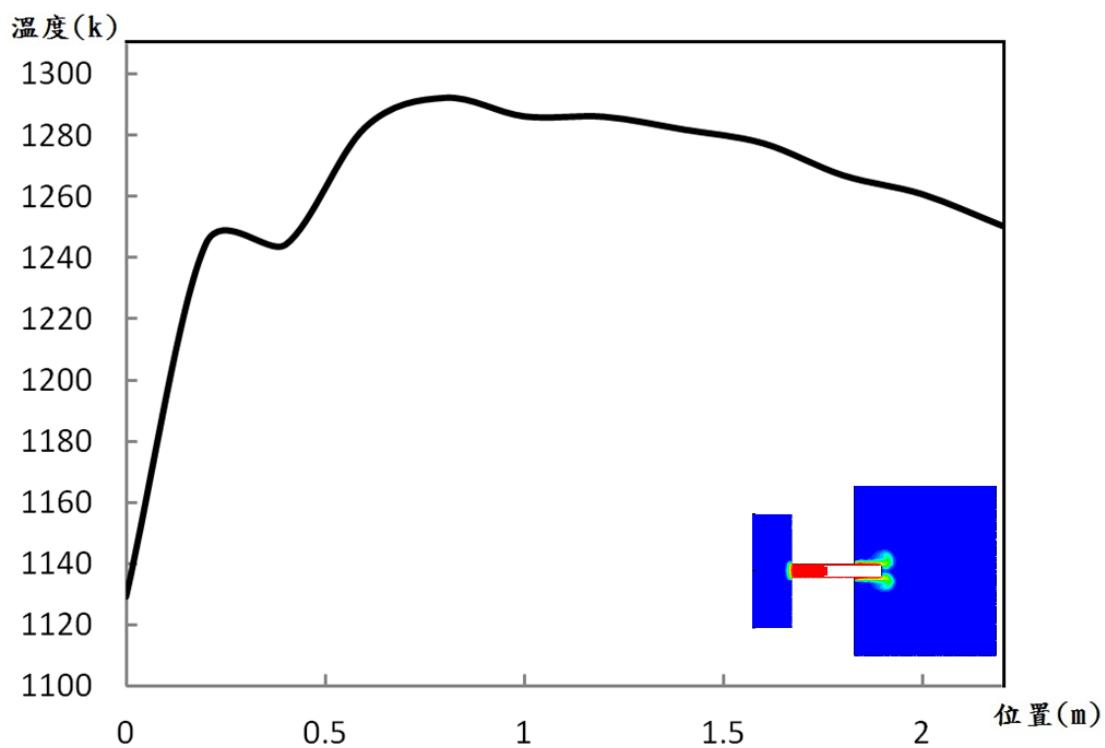


圖 42 $t=0.0105$ 秒之開啟瞬間套筒內各位置溫度

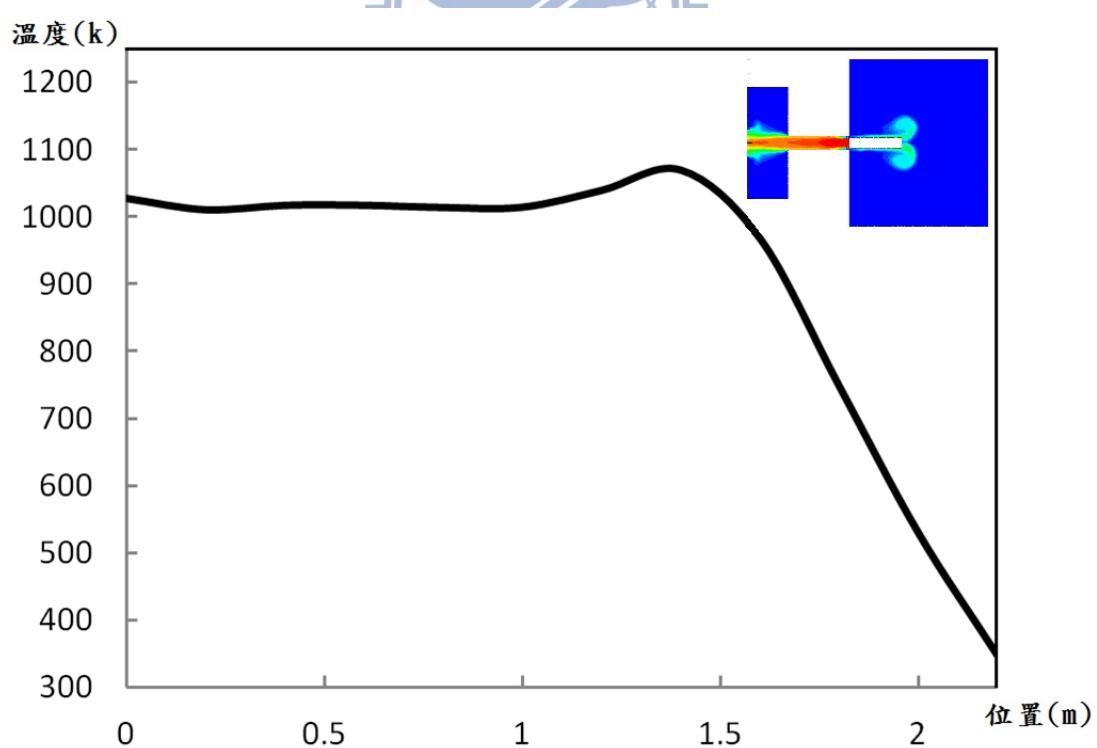


圖 43 $t=0.02$ 秒之套筒內各位置溫度

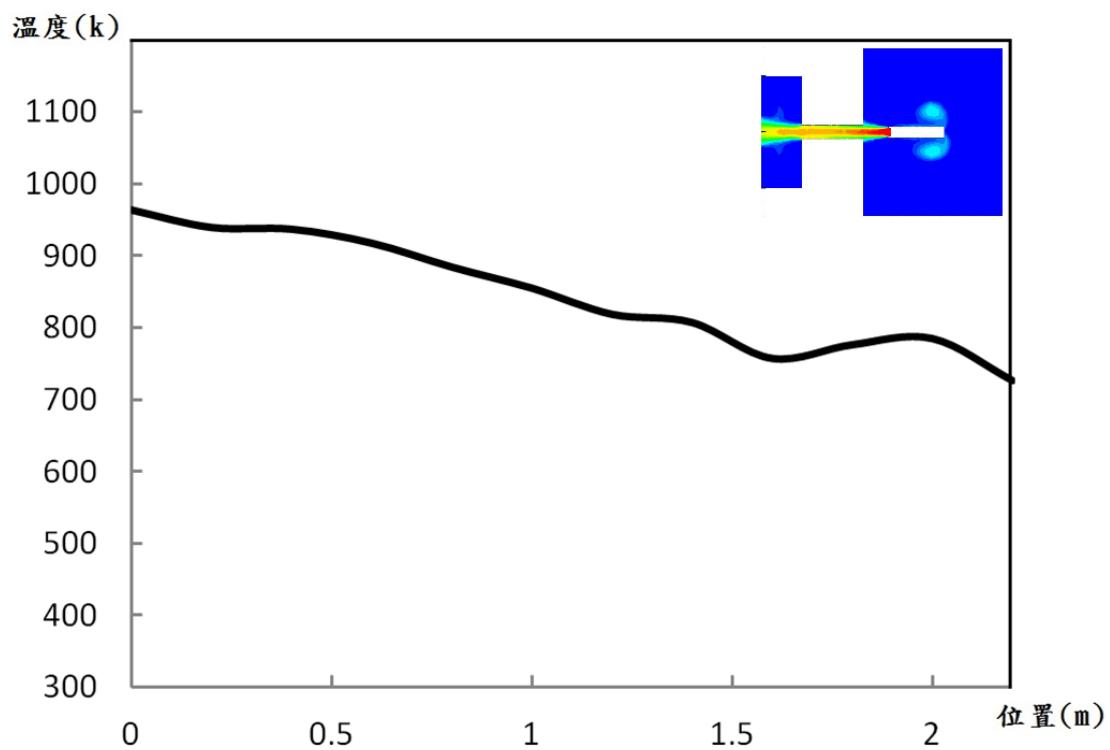


圖 44 $t=0.03$ 秒之套筒內各位置溫度

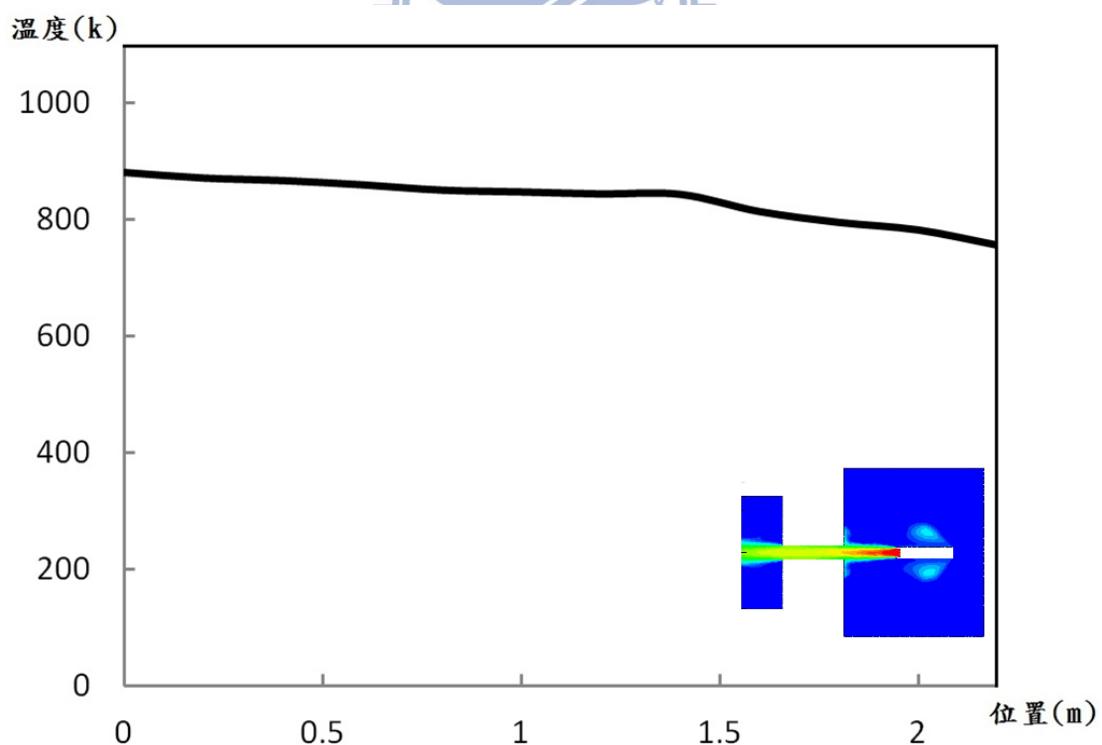
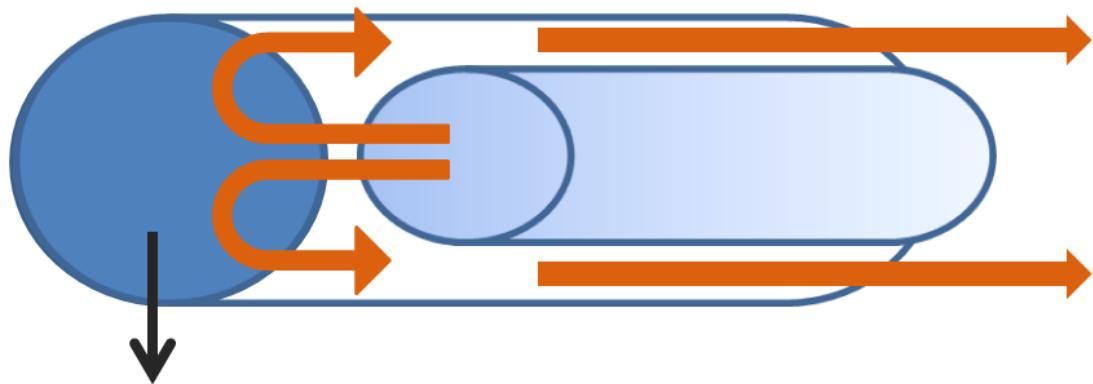
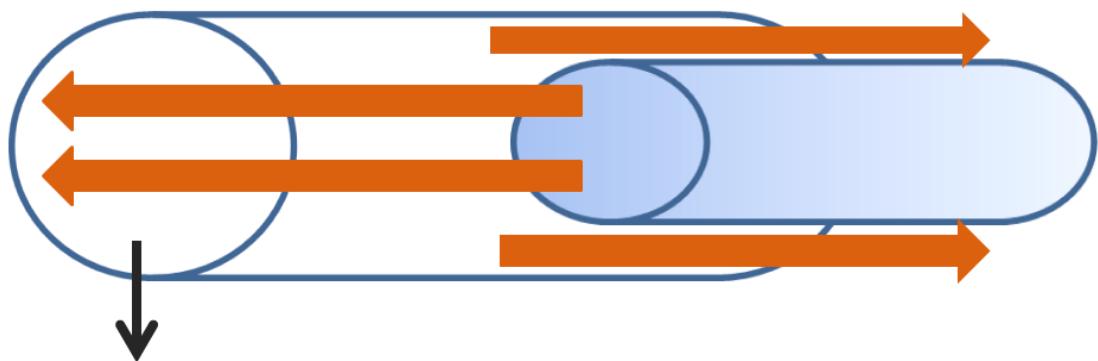


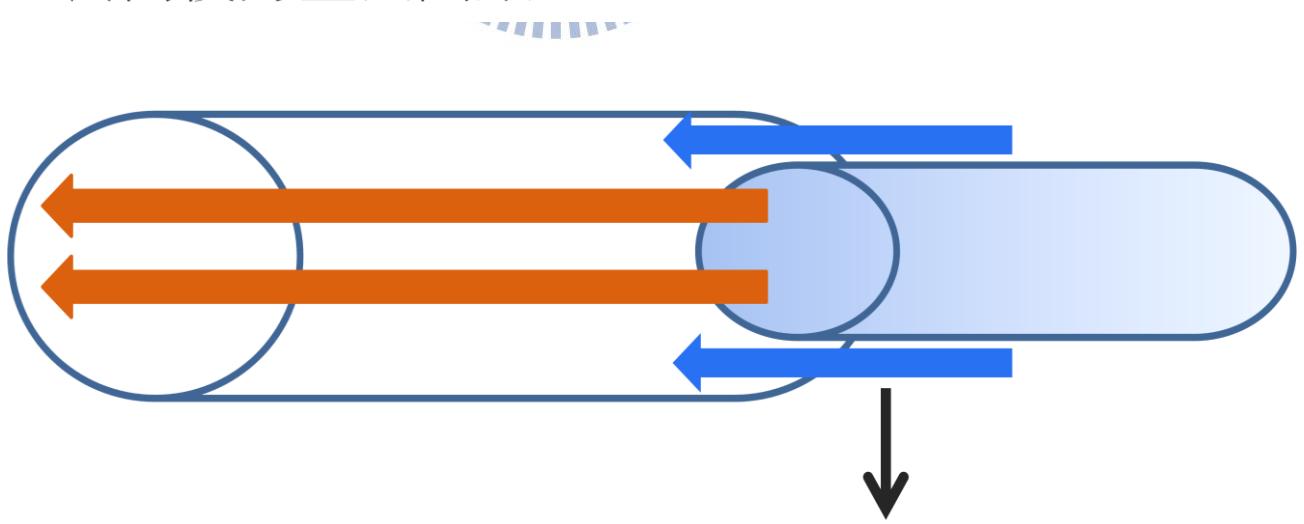
圖 45 $t=0.04$ 秒之套筒內各位置溫度



套筒後方壁面尚未開啟



套筒後方壁面開啟



速度方向的改變造成負壓的情形

圖 46 套筒內部負壓形成之示意圖

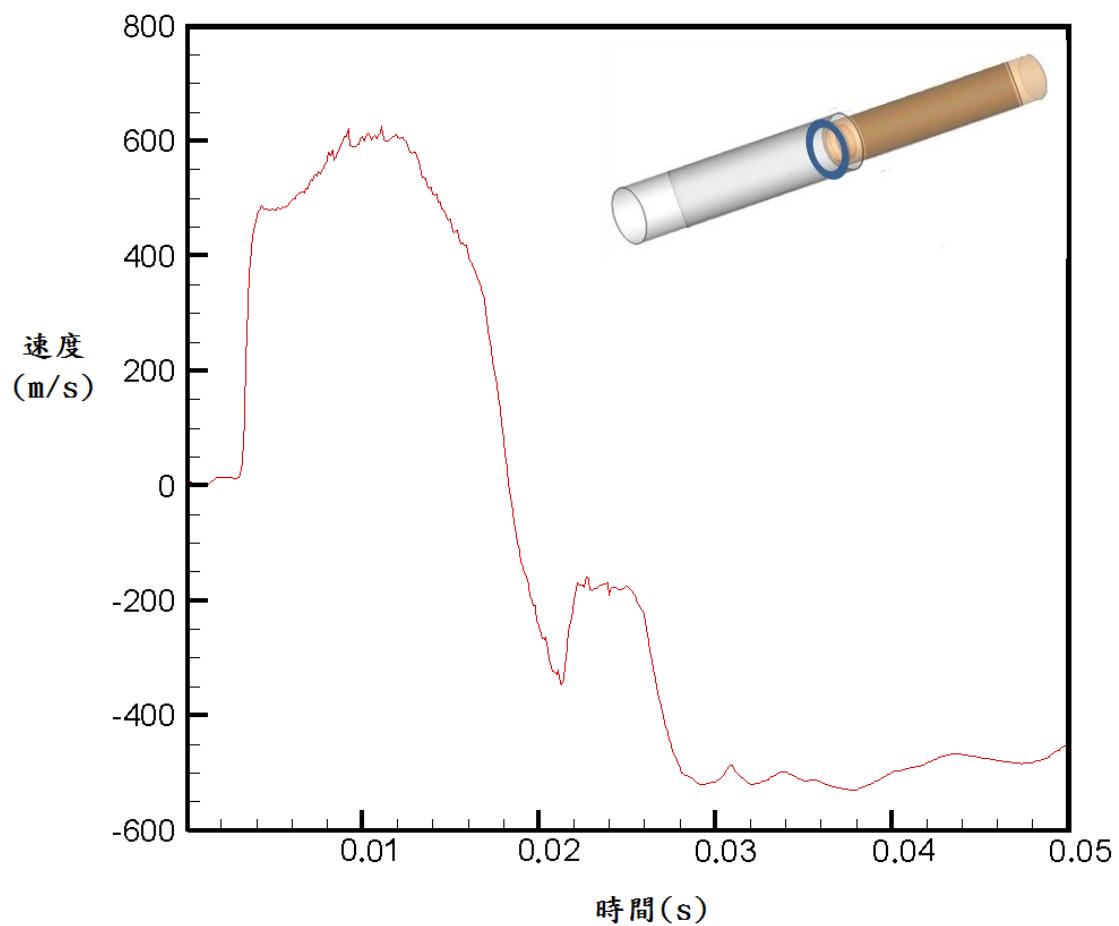


圖 47 套筒內部 2m 處之平均速度隨時間之變化圖

表 2 套筒內部各位置壓力(pascal)隨時間之變化

時間 \ 位置	0	0.4	0.8	1.2	1.6	2
0. 0005	577736. 6	11152. 8	12. 9	5. 4	76. 3	5306. 6
0. 01	789801. 8	681861. 8	608999. 8	54216939	542069. 6	506376. 5
0. 0105	297996. 6	630840. 6	605193. 8	532836. 6	530161. 9	495470. 7
0. 02	146027. 6	114391. 1	84079. 1	148831. 1	47998	-43614. 1
0. 03	466830. 6	408552	336947	257239. 2	175977. 2	118685. 2
0. 04	263525. 5	230777. 5	215228. 9	211775. 3	170484	141897. 2

表 3 套筒內部各位置溫度(k)隨時間之變化

時間 \ 位置	0	0.4	0.8	1.2	1.6	2
0. 0005	907. 9	309. 8	300	300	300. 1	304. 3
0. 01	1259. 9	1279	1290. 6	1286	1280	1256. 8
0. 0105	1129. 1	1244. 2	1292. 3	1286. 1	1277. 4	1260. 7
0. 02	1026. 8	1016. 6	1013. 3	1038. 7	967. 4	529. 7
0. 03	963. 3	936. 7	884. 1	818. 6	757. 4	785
0. 04	880	866. 2	850	843. 5	813. 5	782. 3

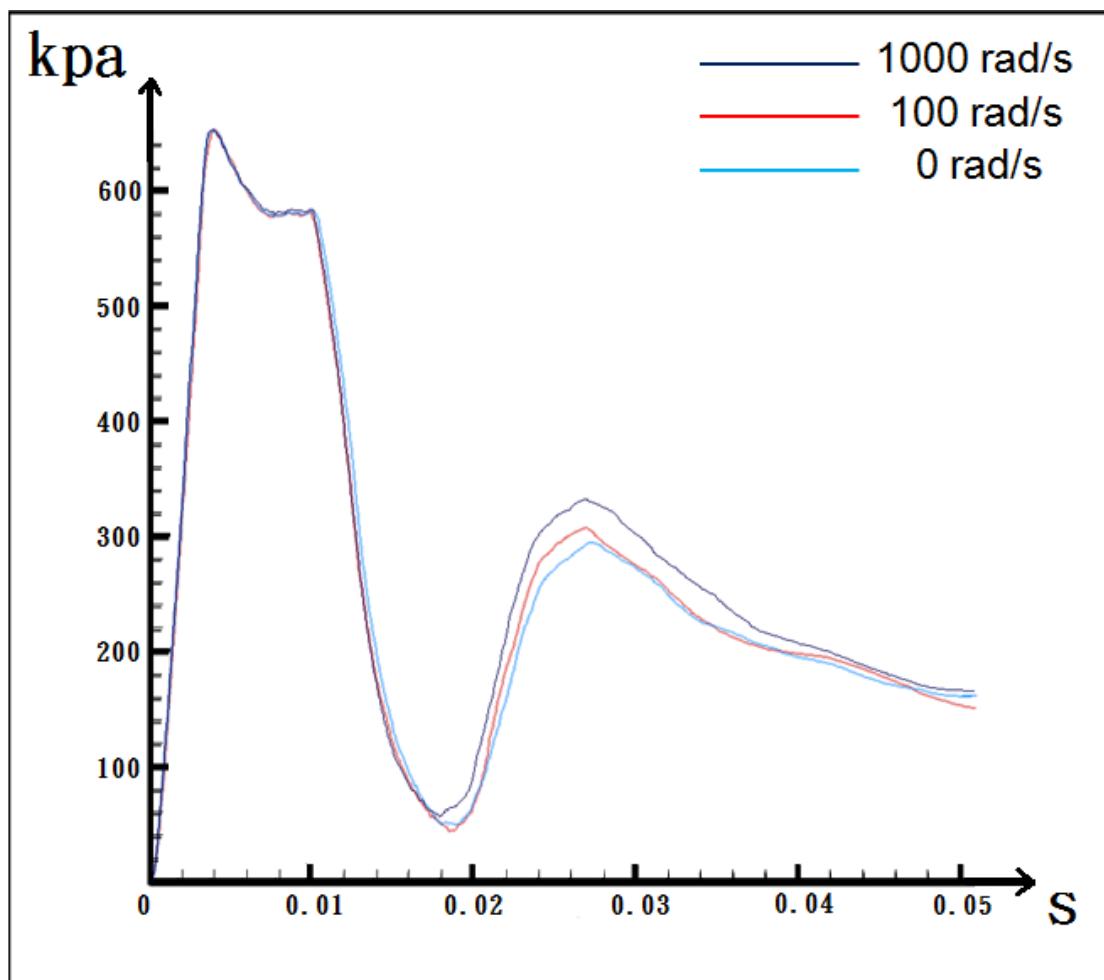


圖 48 飛彈以相同速度不同轉速前進，套筒內部平均壓力比較圖

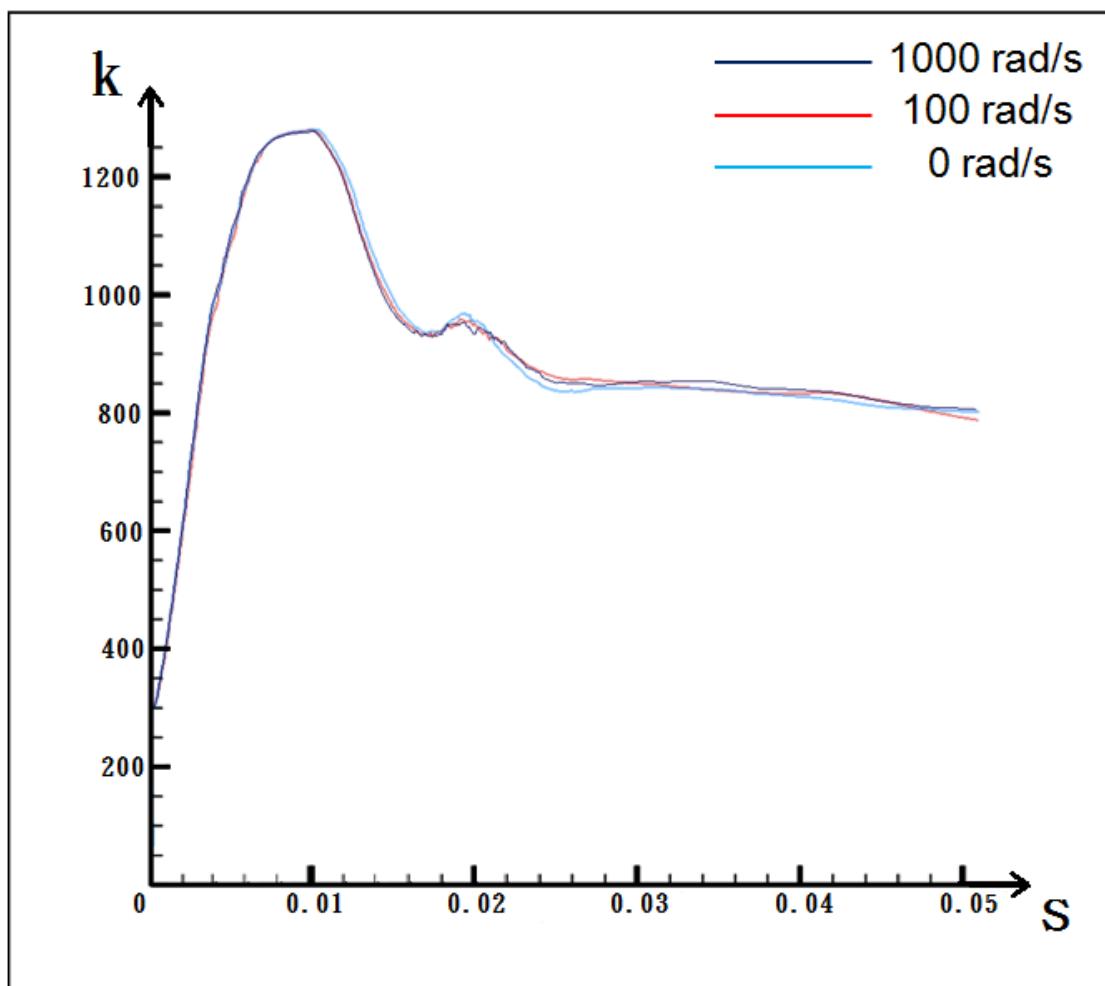


圖 49 飛彈以相同速度不同轉速前進，套筒內部平均溫度比較圖

第五章 結論

本研究利用流體力學輔助軟體 Fluent 作為計算平台，運用 LES 級流模式，解三維暫態 Navier-stoke equations，並利用有限容積法(finite-volume)來計算，以 ROE 法來計算格點間的通量，以及使用 2nd-Order Implicit 進行暫態的疊代方法，計算飛彈飛離套筒後，套筒內部的流場變化情形。

1. 當飛彈本體即將飛離套筒時，由於套筒內部前端速度方向改變的關係，在套筒前端的部分出現一短暫的負壓，而隨著飛彈的遠離，此一負壓情形也逐漸消失。
2. 在整個飛彈射出過程時間不到 0.04 秒中，即使轉了 6 圈流場差異並不大，除非大幅增加飛彈的轉速，否則飛彈本體對於流場的變化影響也是相當有限。
3. 由於為了數值計算上能夠順利模擬飛彈發射情形，在許多部分進行了假設，雖然對於整體流場、溫度場的變化不會造成明顯的影響，但是對於細部設計時，就會有一定程度的誤差產生。如：飛彈發射的噴煙角度、飛彈噴出氣體的組成成份、噴出氣體與流體間彼此熱傳影響之參數等，必須針對欲觀測的區域進行局部範圍的細部模擬，如此才能在最短時間內獲得較佳的數值模擬分析結果。

參考文獻

1. W. F. Noh, A time-dependent two-space-dimensional coupled Eulerian–Lagrangian code, in: B. Alder, S. Fernbach and M. Rotenberg, eds., Methods in Computational Physics, Academic Press, New York, vol. 3, pp. 177, 1964.
2. C. W. Hirt, A. A. Amsden, and H. K. Cooks, An arbitrary Lagrangian–Eulerian computing method for all flow speeds, Journal of Computational Physics, vol. 14, pp. 227–253, 1974.
3. T. J. R. Hughes, W. K. Liu, and T. K. Zimmermann, Lagrangian–Eulerian finite element formulation for incompressible viscous flows, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 29, pp. 329–349, 1981.
4. A. Huerta and W. K. Liu, Viscous flow with large free surface motion, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 69, pp. 277–324, 1988.
5. T. Belytschko, D. P. Flanagan, and J. M. Kennedy, Finite element methods with user-controlled meshes for fluid–structure interaction, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 33, pp. 669–688, 1982.
6. J. Donea, S. Giuliani, and J. P. Halleux, An arbitrary Lagrangian–Eulerian finite element method for transient dynamic fluid structure interaction, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 33, pp. 689–723, 1982.

7. A. Huerta and W. K. Liu, viscous flow structure interaction, *Journal of pressure vessel technology*, vol. 110, pp. 15–21, 1988.
8. T. Nomura, Finite element analysis of vortex-induced vibrations of bluff cylinders, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 46, pp. 115–138, 1992.
9. A. Masud and T. J. R. Haughes, A space-time Galerkin/least-squares finite element formulation of the Navier–Stokes equation for moving domain problems, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 46, pp. 91–126, 1997.

