

# 國立交通大學

## 土木工程學系 碩士論文

唯輸出理論之地震損傷探測分析與實驗驗證

Experimental Verification of Damage Localization of  
Output-Only Structural Systems Using Seismic Response Data

研究生：林怡廷

指導教授：王彥博 教授

中華民國一〇一年六月

唯輸出理論之地震損傷探測分析與實驗驗證

Experimental Verification of Damage Localization of  
Output-Only Structural Systems Using Seismic Response Data

研究生：林怡廷

Student : Yi-Ting Lin

指導教授：王彥博 博士

Advisor : Dr. Yen-Po Wang

國立交通大學

土木工程學系

碩士論文

A Thesis  
Submitted to Department of Civil Engineering  
College of Engineering  
National Chiao Tung University  
In Partial Fulfillment of the Requirement  
For the Degree of  
Master of Science  
in  
Civil Engineering  
June 2012  
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一〇一年六月



# 唯輸出理論之地震損傷探測分析與實驗驗證

研究生：林怡廷

指導教授：王彥博 博士

國立交通大學土木工程研究所

## 摘要

本研究針對唯輸出系統之 SSI 系統識別與損傷探測方法進行理論分析與試驗驗證，並與 SRIM 系統識別分析進行比較。針對唯輸出系統，SSI 系統識別法係在隨機預測狀態空間系統之架構下，以觀測結構所有或部分樓層之加速度反應歷時訊號為輸出向量，由輸出向量序列間之協方差關係識別出狀態空間參數，作為後續結構損傷探測分析的依據。在結構損傷探測方法上，除採用 Bernal 所提出之狀態空間 DLV 法之外，本研究並提出直接位移法（Direct Displacement Method, DDM），兩者皆可由識別所得之等效系統參數進行損傷探測分析。直接位移法的概念係考量剪力屋架之樓層剪力與層間變位之線性關係，將判斷結構受損與否之加權應力指標（Weighted Stress Index, WSI）轉換為加權相對位移指標（Weighted Drift Index, WDI）。振動台試驗以 White Noise 及 El Centro 地震為輸入擾動，並考慮完全觀測（Full Observation）與部分觀測（Partial Observation）條件下進行損傷探測分析。整體而言，SRIM 之系統識別結果較精確，但 SSI 忍受噪音干擾之能力較佳，特別是在高頻振態的識別上。振動台試驗結果顯示，在完全觀測條件下，無論輸入擾動為 White Noise 或 El Centro 地震，以狀態空間 DLV 法進行損傷探測時，幾乎都能成功定位出結構之受損樓層，無論系統識別方法採用 SRIM 或 SSI，其中又以結合 SRIM 系統識別

結果之辨識度較佳。若以 DDM 法進行損傷探測，則在單一樓層破壞時，兩種識別方法皆能成功辨識受損樓層；惟複數樓層破壞時，則兩者無法成功辨識受損樓層。部分觀測僅採用 DLV 法進行損傷探測分析，在單一樓層受損之條件下，由兩種識別分析結果均能成功定位出破壞樓層，除了於 1 樓或 5 樓(頂樓)未作觀測時可能發生誤判的情形；在複數樓層破壞時，損傷探測之成功率皆不高。

**關鍵字：**唯輸出、破壞定位向量、隨機子空間識別法、柔度矩陣、直接位移法



# **Experimental Verification of Damage Localization of Output-Only Structural Systems Using Seismic Response Data**

Student: Yi-Ting Lin

Advisor: Dr. Yen-Po Wang

Department of Civil Engineering

College of Engineering

National Chiao Tung University

## **Abstract**

In this study, theoretical and experimental verifications of stochastic subspace identification (SSI) and damage localization techniques for output-only systems have been explored and compared with the SRIM method. The SSI technique is developed for output-only systems under the framework of stochastic state-space system by observing full or partial floor acceleration responses of the structures. Parameters of the state-space system are identified from the covariance matrix consisting of the output state vector sequences, and in turn serve as the basis for damage detection of the structures. The DLV method developed by Bernal has been adopted for damage detection, along with the direct displacement method (DDM) proposed in this study. Both methods utilize the equivalent system parameters from system identification for damage localization analysis. The concept of DDM is based on the linear correlation of the story-shear with the story-drift for shear-type buildings so that the weighted drift index (WDI) is considered instead of the weighted stress index (WSI) for judgment of damage condition. In the shaking table tests, both

a white noise scenario and the 1940 El Centro earthquake are considered as the seismic inputs with full or partial observation on structural responses for damage detection. Simulation results indicate that the SRIM is in general better than the SSI in terms of accuracy of the identified parameters, despite the SSI shows better noise-bearing capability in the identification of mode shapes, for high-frequency modes in particular. Experimental results indicate that, for either the white noise or El Centro earthquake as the input under the condition of full observation, almost all the damaged conditions can be successfully identified if the state-space DLV method is adopted for damage detection, regardless of SRIM or SSI is considered for system identification. Those with SRIM for system identification perform better in terms of correctness on damage localization. When the DDM is adopted for single-damage conditions with full observation, both the SRIM and SSI helps in successfully identifying the damaged story. Both methods fail, however, in multiple-damage conditions. In partial observation conditions, only the DLV method is adopted in the analysis. Under single-damage conditions, both the SRIM and SSI help in successfully identifying the damaged story, except that miss-judgment might occur if the first or top story is not observed. Both methods fail in multiple-damage conditions with partial observation of the state vector.

**Keywords :** output-only, damage locating vectors (DLVs), flexibility matrix, stochastic subspace identification (SSI), direct displacement method (DDM)

## 誌謝

感謝王彥博老師兩年來的指導與教誨，讓我在課業與生活上都受益良多。在論文寫作期間，老師費心的指導與修改，才能使本論文順利完成。在此特向王彥博老師致上最誠摯的謝意。

於口試期間，承蒙國家地震中心林子剛博士、國家地震中心盧恭君博士及嘉南藥理科技大學高清雲教授的指正，並提供寶貴意見，使本論文內容更加完整，特別在此感謝感激之意。

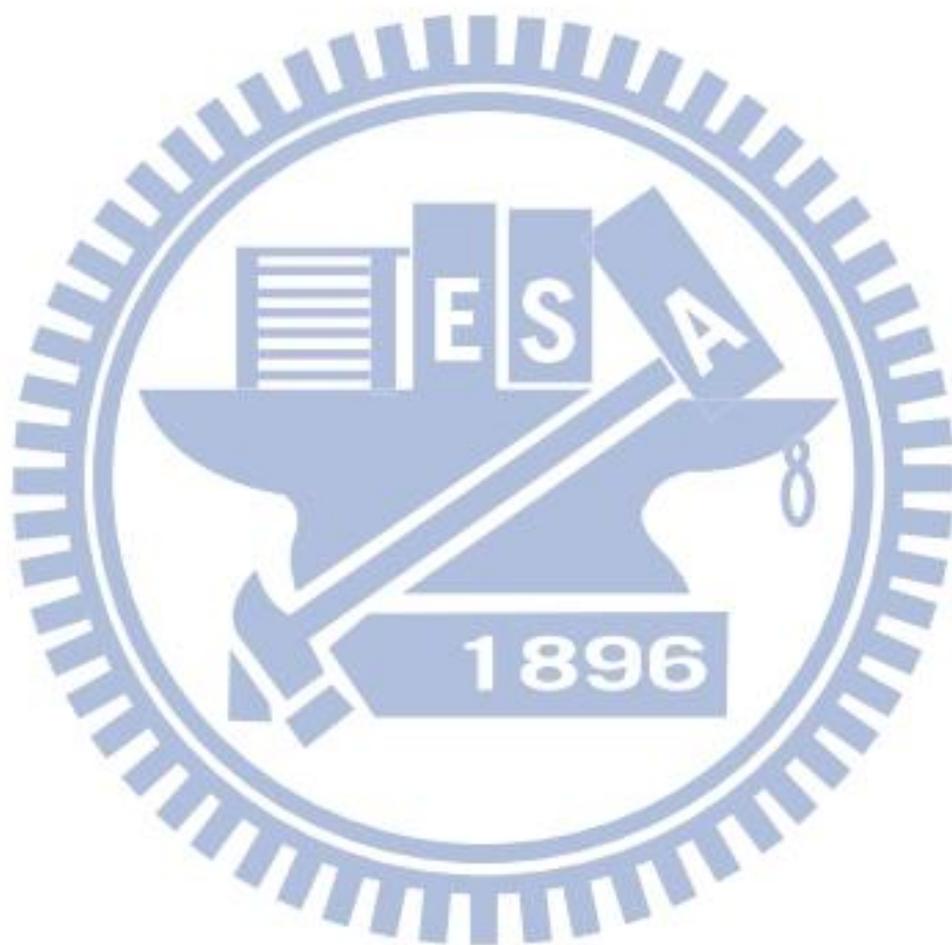
感謝國立台灣大學羅俊雄教授，慷慨提供智慧型無線感測系統 (NTU-WSU)，本研究的實驗才能成功完成。

感謝研究室諸學長李建良博士、陳逸軒博士、小羊學長、連峰學長、柏霖學長與柏翰學長在研究與實驗上之指導；同窗黃罡及學弟阿廉、孟諺的支援與協助。

大學四年與研究所兩年中，感謝交大田徑隊一直以來的鼓勵與陪伴，不管實驗或研究多不順利，只要走到操場總是能充滿電，重新出發。

最後，謹以本文獻給我的爸爸、媽媽、姊姊、妹妹、狗狗 MOMO、WiWi、彬彬、小貓嗶嗶、咩咩、妮妮、琪琪、比比，感謝他們多年來給我的支持、關懷、鼓勵與包容，讓我能順利完成此論文。

謹誌於國立交通大學工程二館 2012 年 7 月



# 目錄

摘要.....	i
Abstract .....	iii
誌謝.....	v
目錄.....	vii
表目錄.....	ix
圖目錄.....	xiii
<b>第一章 緒論.....</b>	<b>1</b>
1.1 研究動機與目的.....	1
1.2 文獻回顧.....	3
1.3 論文架構.....	11
<b>第二章 結構系統識別分析理論.....</b>	<b>13</b>
2.1 前言.....	13
2.2 狀態空間模型.....	14
2.2.1 連續時間狀態空間方程式.....	14
2.2.2 離散時間狀態空間系統.....	16
2.3 SRIM 系統識別理論.....	19
2.3.1 萃取矩陣 A 和 C.....	21
2.3.2 萃取矩陣 B 和 D.....	24
2.4 SSI 系統識別理論.....	27
2.4.1 隨機過程.....	27
2.4.2 隨機狀態空間系統之參數識別.....	28
2.5 數值驗證.....	32
2.5.1 萃取系統模態參數.....	32
2.5.2 SRIM 之數值驗證.....	33
2.5.3 SSI 之數值驗證.....	35
2.5.4 SRIM 與 SSI 之數值驗證結果比較.....	36

第三章	土木結構之損傷探測分析.....	55
3.1	前言.....	55
3.2	DLV 損傷探測分析理論.....	58
3.2.1	DLV 損傷探測分析理論之回顧.....	58
3.2.2	系統柔度矩陣之建立.....	61
3.3	直接位移法.....	70
3.3.1	結構物理參數之重建.....	70
3.3.2	比例柔度矩陣 (Proportional Flexibility Matrix) 之建立.....	75
3.3.3	結構損傷探測之直接位移法.....	77
3.4	數值驗證.....	80
3.4.1	狀態空間 DLV 法之示範算例.....	80
3.4.2	直接位移法之示範算例.....	83
第四章	SSI 系統識別結合損傷探測分析之地震模擬試驗驗證.....	121
4.1	前言.....	121
4.2	振動台試驗設置.....	121
4.3	完全觀測(Full Observation)條件下試驗結果與分析.....	123
4.4	不足觀測(Partial Observation)條件下試驗結果與分析.....	139
4.5	小結.....	143
第五章	結論與建議.....	248
	結論.....	248
	參考文獻.....	253

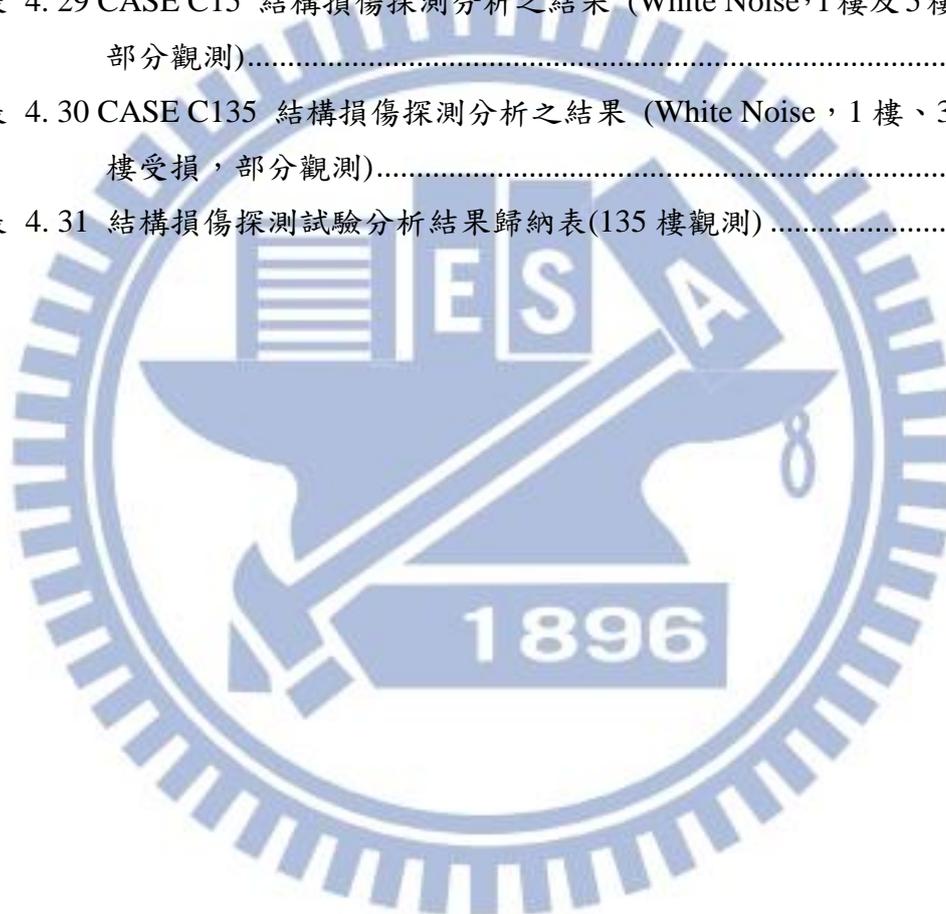
## 表目錄

表 2.1 五層樓結構系統之結構參數與模態參數 .....	38
表 2.2 (a) SRIM 識別五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 0\%$ ) .....	39
表 2.2 (b) SRIM 識別五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 5\%$ ) .....	39
表 2.2 (c) SRIM 識別五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 10\%$ ) .....	40
表 2.2 (d) SRIM 識別五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 15\%$ ) .....	40
表 2.3 (a) SSI 識別五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 0\%$ ) .....	41
表 2.3 (b) SSI 識別五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 5\%$ ) .....	41
表 2.3 (c) SSI 識別五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 10\%$ ) .....	42
表 2.3 (d) SSI 識別五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 15\%$ ) .....	42
表 3.1 結構一樓受損之損傷探測分析結果(狀態空間 DLV 法) .....	89
表 3.2 結構二樓受損之損傷探測分析結果(狀態空間 DLV 法) .....	89
表 3.3 結構三樓受損之損傷探測分析結果(狀態空間 DLV 法) .....	89
表 3.4 結構一樓受損之損傷探測分析結果(直接位移法) .....	90
表 3.5 結構二樓受損之損傷探測分析結果(直接位移法) .....	90
表 3.6 結構三樓受損之損傷探測分析結果(直接位移法) .....	90
表 3.7 健康結構之質量識別結果 .....	91
表 4.1 鋼結構模型之參數 .....	144
表 4.2 (a) 健康結構系統識別之結構參數 (SRIM 系統識別, White Noise, $PGA=0.1g$ , 未受損) .....	145
表 4.2 (b) 健康結構系統識別之結構參數 (SSI 系統識別, White Noise, $PGA=0.1g$ , 未受損) .....	145
表 4.3 (a) CASE A1 系統識別之結構參數 (SRIM 系統識別, White Noise, $PGA=0.1g$ , 一樓受損) .....	146
表 4.3 (b) CASE A1 系統識別之結構參數 (SSI 系統識別, White Noise, $PGA=0.1g$ , 一樓受損) .....	146
表 4.4 (a) CASE A2 系統識別之結構參數 (SRIM 系統識別, White Noise, $PGA=0.1g$ , 二樓受損) .....	147
表 4.4 (b) CASE A2 系統識別之結構參數 (SSI 系統識別, White Noise, $PGA=0.1g$ , 二樓受損) .....	147
表 4.5 (a) CASE A3 系統識別之結構參數 (SRIM 系統識別, White Noise, .....	

PGA=0.1g，三樓受損).....	148
表 4.5 (b) CASE A3 系統識別之結構參數 (SSI 系統識別，White Noise， PGA=0.1g，三樓受損).....	148
表 4.6 (a) CASE A4 系統識別之結構參數 (SRIM 系統識別，White Noise， PGA=0.1g，四樓受損).....	149
表 4.6 (b) CASE A4 系統識別之結構參數 (SSI 系統識別，White Noise， PGA=0.1g，四樓受損).....	149
表 4.7 (a) CASE A5 系統識別之結構參數 (SRIM 系統識別，White Noise， PGA=0.1g，五樓受損).....	150
表 4.7 (b) CASE A5 系統識別之結構參數 (SSI 系統識別，White Noise， PGA=0.1g，五樓受損).....	150
表 4.8 (a) CASE A13 系統識別之結構參數 (SRIM 系統識別，White Noise， PGA=0.1g，一樓及三樓受損).....	151
表 4.8 (b) CASE A13 系統識別之結構參數 (SSI 系統識別，White Noise， PGA=0.1g，一樓及三樓受損).....	151
表 4.9 (a) CASE A15 系統識別之結構參數 (SRIM 系統識別，PGA=0.1g，一樓 及五樓受損).....	152
表 4.9 (b) CASE A15 系統識別之結構參數 (SSI 系統識別，PGA=0.1g，一樓 及五樓受損).....	152
表 4.10 (a) CASE A135 系統識別之結構參數 (SRIM 系統識別，White Noise， PGA=0.1g，一樓、三樓及五樓受損).....	153
表 4.10 (b) CASE A135 系統識別之結構參數 (SSI 系統識別，White Noise， PGA=0.1g，一樓、三樓及五樓受損).....	153
表 4.11 結構損傷探測分析之結果 (White Noise，PGA=0.1g) .....	154
表 4.12 (a) 健康結構系統識別之結構參數 (SRIM 系統識別，El Centro， PGA=0.1g，未受損).....	155
表 4.12 (b) 健康結構系統識別之結構參數 (SSI 系統識別，El Centro， PGA=0.1g，未受損).....	155
表 4.13 (a) CASE B1 系統識別之結構參數 (SRIM 系統識別，El Centro， PGA=0.1g，一樓受損).....	156
表 4.13 (b) CASE B1 系統識別之結構參數 (SSI 系統識別，El Centro， PGA=0.1g，一樓受損).....	156
表 4.14 (a) CASE B2 系統識別之結構參數 (SRIM 系統識別，El Centro，	

PGA=0.1g，二樓受損).....	157
表 4. 14 (b) CASE B2 系統識別之結構參數 (SSI 系統識別，El Centro， PGA=0.1g，二樓受損).....	157
表 4. 15 (a) CASE B3 系統識別之結構參數 (SRIM 系統識別，El Centro， PGA=0.1g，三樓受損).....	158
表 4. 15 (b) CASE B3 系統識別之結構參數 (SSI 系統識別，El Centro， PGA=0.1g，三樓受損).....	158
表 4. 16 (a) CASE B4 系統識別之結構參數 (SRIM 系統識別，El Centro， PGA=0.1g，四樓受損).....	159
表 4. 16 (b) CASE B4 系統識別之結構參數 (SSI 系統識別，El Centro， PGA=0.1g，四樓受損).....	159
表 4. 17 (a) CASE B5 系統識別之結構參數 (SRIM 系統識別，El Centro， PGA=0.1g，五樓受損).....	160
表 4. 17 (b) CASE B5 系統識別之結構參數 (SSI 系統識別，El Centro， PGA=0.1g，五樓受損).....	160
表 4. 18(a) CASE B13 系統識別之結構參數 (SRIM 系統識別，El Centro， PGA=0.1g，一樓及三樓受損).....	161
表 4. 18 (b) CASE B13 系統識別之結構參數 (SSI 系統識別，El Centro， PGA=0.1g，一樓及三樓受損).....	161
表 4. 19 (a) CASE B15 系統識別之結構參數 (SRIM 系統識別，El Centro， PGA=0.1g，一樓及五樓受損).....	162
表 4. 19 (b) CASE B15 系統識別之結構參數 (SSI 系統識別，El Centro， PGA=0.1g，一樓及五樓受損).....	162
表 4. 20 (a) CASE B135 系統識別之結構參數 (SRIM 系統識別，El Centro， PGA=0.1g，一樓、三樓及五樓受損).....	163
表 4. 20 (b) CASE B135 系統識別之結構參數 (SSI 系統識別，El Centro， PGA=0.1g，一樓、三樓及五樓受損).....	163
表 4. 21 結構損傷探測分析之結果 (El Centro，PGA=0.1g).....	164
表 4. 22 結構損傷探測分析之結果.....	165
表 4. 23 CASE C1 結構損傷探測分析之結果(White Noise，1 樓受損，部分觀 測).....	166
表 4. 24 CASE C2 結構損傷探測分析之結果(White Noise，2 樓受損，部分觀 測).....	167

表 4. 25 CASE C3 結構損傷探測分析之結果 (White Noise, 3 樓受損, 部分觀測).....	168
表 4. 26 CASE C4 結構損傷探測分析之結果 (White Noise, 4 樓受損, 部分觀測).....	169
表 4. 27 CASE C5 結構損傷探測分析之結果 (White Noise, 5 樓受損, 部分觀測).....	170
表 4. 28 CASE C13 結構損傷探測分析之結果 (White Noise, 1 樓及 3 樓受損, 部分觀測).....	171
表 4. 29 CASE C15 結構損傷探測分析之結果 (White Noise, 1 樓及 5 樓受損, 部分觀測).....	172
表 4. 30 CASE C135 結構損傷探測分析之結果 (White Noise, 1 樓、3 樓及 5 樓受損, 部分觀測).....	173
表 4. 31 結構損傷探測試驗分析結果歸納表(135 樓觀測) .....	174



## 圖目錄

圖 2.1 (a) El Centro 南北向地震加速度歷時圖(PGA=0.1g) .....	43
圖 2.1 (b) El Centro 南北向地震加速度歷時圖(PGA=0.34g) .....	43
圖 2.2 (a) 各樓層絕對加速度歷時圖( $NSR_m = 0\%$ ) .....	44
圖 2.2 (b) 各樓層絕對加速度歷時圖( $NSR_m = 5\%$ ) .....	45
圖 2.2 (c) 各樓層絕對加速度歷時圖( $NSR_m = 10\%$ ) .....	46
圖 2.2 (d) 各樓層絕對加速度歷時圖( $NSR_m = 15\%$ ) .....	47
圖 2.3 SRIM 法於不同噪訊比之模態振形識別結果比較 .....	48
圖 2.4 White Noise 加速度歷時圖(PGA=0.1g) .....	49
圖 2.5 (a) 各樓層絕對加速度歷時圖( $NSR_m = 0\%$ ) .....	50
圖 2.5 (b) 各樓層絕對加速度歷時圖( $NSR_m = 5\%$ ) .....	51
圖 2.5 (c) 各樓層絕對加速度歷時圖( $NSR_m = 10\%$ ) .....	52
圖 2.5 (d) 各樓層絕對加速度歷時圖( $NSR_m = 15\%$ ) .....	53
圖 2.6 SSI 法於不同噪訊比之模態振形識別結果比較 .....	54
圖 3.1 破壞定位向量與結構示意圖 .....	92
圖 3.2 DLV 損傷探測分析流程 .....	93
圖 3.3 N 層樓剪力屋架示意圖 .....	94
圖 3.4 N 層樓剪力屋架在水平側力作用下之變位示意圖 .....	95
圖 3.5 三層樓平面剪力屋架結構示意圖 .....	96
圖 3.6 El Centro 南北向地震加速度歷時圖(PGA=0.1g) .....	96
圖 3.7 健康結構各樓層絕對加速度歷時 .....	97
圖 3.8 (a) 三樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 ( $NSR_m = 0\%$ ) .....	98
圖 3.8 (b) 三樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 ( $NSR_m = 5\%$ ) .....	99
圖 3.8 (c) 三樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 ( $NSR_m = 10\%$ ) .....	100
圖 3.8 (d) 三樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 ( $NSR_m = 15\%$ ) .....	101
圖 3.8 (e) 三樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 ( $NSR_m = 20\%$ ) .....	102
圖 3.9 (a) 二樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 ( $NSR_m = 0\%$ ) .....	103
圖 3.9 (b) 二樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 ( $NSR_m = 5\%$ ) .....	104
圖 3.9 (c) 二樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 ( $NSR_m = 10\%$ ) .....	105
圖 3.9 (d) 二樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 ( $NSR_m = 15\%$ ) .....	106
圖 3.9 (e) 二樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 ( $NSR_m = 20\%$ ) .....	107

圖 3.10 (a) 一樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 ( $NSR_m = 0\%$ ).....	108
圖 3.10 (b) 一樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 ( $NSR_m = 5\%$ ).....	109
圖 3.10 (c) 一樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 ( $NSR_m = 10\%$ ).....	110
圖 3.10 (d) 一樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 ( $NSR_m = 15\%$ ).....	111
圖 3.10 (e) 一樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 ( $NSR_m = 20\%$ ).....	112
圖 3.11 破壞定位向量加載於三層樓結構之示意圖 .....	113
圖 3.12 結構三樓受損之損傷偵測分析結果(DLV).....	114
圖 3.13 結構一樓受損之損傷偵測分析結果(DLV).....	115
圖 3.14 結構二樓受損之損傷偵測分析結果(DLV).....	116
圖 3.15 結構一樓受損之損傷偵測分析結果(直接位移法) .....	117
圖 3.16 結構二樓受損之損傷偵測分析結果(直接位移法) .....	118
圖 3.17 直結構三樓受損之損傷偵測分析結果(直接位移法) .....	119
圖 4.1 地震模擬振動台 .....	175
圖 4.2 振動台油壓致動器 .....	175
圖 4.3 MTS 407 控制器 .....	176
圖 4.4 1:2 縮尺五層樓鋼構結構立面圖 .....	177
圖 4.5 1:2 縮尺五層樓鋼構結構上視圖 .....	177
圖 4.6 五層樓鋼結構(未受損) .....	178
圖 4.7 五層樓鋼結構(二樓受損，移除二樓雙邊斜撐) .....	178
圖 4.8 健康結構之各樓層加速度歷時(White Noise, PGA=0.1g).....	179
圖 4.9 健康結構模態識別結果(White Noise) .....	180
圖 4.10 CASE A1 各樓層加速度歷時(White Noise, PGA=0.1g, 1樓受損).....	181
圖 4.11 CASE A1 模態識別結果(White Noise, 1樓受損).....	182
圖 4.12 CASE A2 各樓層加速度歷時(White Noise, PGA=0.1g, 2樓受損).....	183
圖 4.13 CASE A2 模態識別結果(White Noise, 2樓受損) .....	184
圖 4.14 CASE A3 各樓層加速度歷時(White Noise, PGA=0.1g, 3樓受損).....	185
圖 4.15 CASE A3 模態識別結果(White Noise, 3樓受損) .....	186
圖 4.16 CASE A4 各樓層加速度歷時(White Noise, PGA=0.1g, 4樓受損).....	187
圖 4.17 CASE A4 模態識別結果(White Noise, 4樓受損) .....	188
圖 4.18 CASE A5 各樓層加速度歷時(White Noise, PGA=0.1g, 5樓受損).....	189
圖 4.19 CASE A5 模態識別結果(White Noise, 5樓受損) .....	190
圖 4.20 CASE A13 各樓層加速度歷時(White Noise, PGA=0.1g, 1樓及3樓 受損).....	191

圖 4. 21 CASE A13 模態識別結果(White Noise, 1 樓及 3 樓受損) .....	192
圖 4. 22 CASE A15 各樓層加速度歷時(White Noise, PGA=0.1g, 1 樓及 5 樓 受損).....	193
圖 4. 23 CASE A15 模態識別結果(White Noise, 1 樓及 5 樓受損) .....	194
圖 4. 24 CASE A135 各樓層加速度歷時(White Noise, PGA=0.1g, 1 樓、3 樓 及 5 樓受損).....	195
圖 4. 25 CASE A135 模態識別結果(White Noise, 1 樓、3 樓及 5 樓受損) ..	196
圖 4. 26 CASE A1 結構損傷探測分析結果(White Noise, 一樓受損) .....	197
圖 4. 27 CASE A2 結構損傷探測分析結果(White Noise, 二樓受損) .....	198
圖 4. 28 CASE A3 結構損傷探測分析結果(White Noise, 三樓受損) .....	199
圖 4. 29 CASE A4 結構損傷探測分析結果(White Noise, 四樓受損) .....	200
圖 4. 30 CASE A5 結構損傷探測分析結果(White Noise, 五樓受損) .....	201
圖 4. 31 CASE A13 結構損傷探測分析結果(White Noise, 一樓及三樓受損) .....	202
圖 4. 32 CASE A15 結構損傷探測分析結果(White Noise, 一樓及五樓受損) .....	203
圖 4. 33 CASE A135 結構損傷探測分析結果(White Noise, 一樓、三樓及五樓 受損).....	204
圖 4. 34 健康結構之各樓層加速度歷時(EI Centro, PGA=0.1g).....	205
圖 4. 35 健康結構之模態識別結果(EI Centro).....	206
圖 4. 36 CASE B1 各樓層加速度歷時(EI Centro, PGA=0.1g, 一樓受損)...	207
圖 4. 37 CASE B1 模態識別結果(EI Centro, 1 樓受損) .....	208
圖 4. 38 CASE B2 各樓層加速度歷時(EI Centro, PGA=0.1g, 2 樓受損)....	209
圖 4. 39 CASE B2 模態識別結果(EI Centro, 2 樓受損).....	210
圖 4. 40 CASE B3 各樓層加速度歷時(EI Centro, PGA=0.1g, 3 樓受損)....	211
圖 4. 41 CASE B3 模態識別結果(EI Centro, 3 樓受損) .....	212
圖 4. 42 CASE B4 各樓層加速度歷時(EI Centro, PGA=0.1g, 4 樓受損) ....	213
圖 4. 43 CASE B4 模態識別結果(EI Centro, 4 樓受損) .....	214
圖 4. 44 CASE B5 各樓層加速度歷時(EI Centro, PGA=0.1g, 5 樓受損)....	215
圖 4. 45 CASE B5 模態識別結果(EI Centro, 5 樓受損).....	216
圖 4. 46 CASE B13 各樓層加速度歷時(EI Centro, PGA=0.1g, 1 樓及 3 樓受損) .....	217
圖 4. 47 CASE B13 模態識別結果(EI Centro, 1 樓及 3 樓受損) .....	218

圖 4. 48 CASE B15 各樓層加速度歷時(El Centro, PGA=0.1g, 1 樓及 5 樓受損)	219
圖 4. 49 CASE B15 模態識別結果(El Centro, 1 樓及 5 樓受損)	220
圖 4. 50 CASE B135 各樓層加速度歷時(El Centro, PGA=0.1g, 1 樓、3 樓及 5 樓受損)	221
圖 4. 51 CASE B135 模態識別結果(El Centro, 1 樓、3 樓及 5 樓受損)	222
圖 4. 52 CASE B1 結構損傷探測分析結果(El Centro, 一樓受損)	223
圖 4. 53 CASE B2 結構損傷探測分析結果(El Centro, 二樓受損)	224
圖 4. 54 CASE B3 結構損傷探測分析結果(El Centro, 三樓受損)	225
圖 4. 55 CASE B4 結構損傷探測分析結果(El Centro, 四樓受損)	226
圖 4. 56 CASE B5 結構損傷探測分析結果(El Centro, 五樓受損)	227
圖 4. 57 CASE B13 結構損傷探測分析結果(El Centro, 一樓及三樓受損)	228
圖 4. 58 CASE B15 結構損傷探測分析結果(El Centro, 一樓及五樓受損)	229
圖 4. 59 CASE B135 結構損傷探測分析結果(El Centro, 一樓、三樓及五樓受損)	230
圖 4. 60 CASE C1 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1, 輸出數量：4)	231
圖 4. 61 CASE C1 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1, 輸出數量：3)	232
圖 4. 62 CASE C2 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1, 輸出數量：4)	233
圖 4. 63 CASE C2 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1, 輸出數量：3)	234
圖 4. 64 CASE C3 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1, 輸出數量：4)	235
圖 4. 65 CASE C3 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1, 輸出數量：3)	236
圖 4. 66 CASE C4 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1, 輸出數量：4)	237
圖 4. 67 CASE C4 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1, 輸出數量：3)	238
圖 4. 68 CASE C5 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1, 輸出數量：4)	239
圖 4. 69 CASE C5 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1, 輸出數量：3)	240
圖 4. 70 CASE C13 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1, 輸出數量：4)	241
圖 4. 71 CASE C13 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1, 輸出數量：3)	242
圖 4. 72 CASE C15 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1, 輸出數量：4)	243
圖 4. 73 CASE C15 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1, 輸出數量：3)	244
圖 4. 74 CASE C135 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1, 輸出數量：4)	245
圖 4. 75 El Centro(PGA=0.1g)原始輸入擾動訊號與其頻譜	246
圖 4. 76 El Centro(PGA=0.1g)振動台量測之訊號與其頻譜	246
圖 4. 77 White Noise(PGA=0.1g)原始輸入擾動訊號與其頻譜	247



# 第一章 緒論

## 1.1 研究動機與目的

近年來全球強震頻傳，震害之嚴重程度不斷上修。台灣位於歐亞大陸板塊和菲律賓海板塊的交界處，屬環太平洋火山地震帶，每年地震的發生數以百計。因地震頻繁，國內建築物的震害風險亦相對較高。如何於震後快速有效且準確偵測建築物是否受損，進而定位出受損位置以利後續之修復與補強，維持結構之健康狀態，乃結構工程之重要課題。

結構健康診斷 (Structural Health Monitoring, SHM) 為近年來土木工程領域中極受重視的研究課題之一【1~5】。結構健康診斷技術最早出現在航太工程與機械工程的研究領域中，其研究熱潮始於 1980 年代中期，肇因於航太工程、轉動機械設備、外海鑽油平台及土木基礎建設(如橋梁結構)等四大領域之迫切需求【6】。結構健康診斷的概念其實和人體健康檢查的想法類似。一棟建築物的各部位有可能因外來或內在因素而老化或受損，吾人可藉由裝設在建築物中的儀器監測其地震反應，透過分析探知結構物哪個部位受損，並及時針對該損害部位進行補強。

結構損傷探測方法多由力學及動力分析理論發展而來，其宗旨乃在不破壞材料及構件的前提下，對破壞位置及損傷程度進行有效的識別。結構損傷探測系統須以成熟的動態試驗、動態監測、系統識別及損傷探測等技術【7】，配合適當之健康診斷指標作為評估依據方能克竟其功。

在動態試驗方面，因建築結構規模龐大，人為敲擊或激振測試因輸入的能量有限，鮮能有效激發結構主要模態之反應。地震是大自然提供結構動態反應最有效的足尺試驗，所提供的擾動能量遠超過任何人為測試方法，足以將結構動態行為激發出來，乃結構系統識別分析最可靠的資料來源。台灣因地震頻繁，因此有條件以震測資料為分析基礎，發展適當的結構損傷探測技術；在動態監測方面，由於加速度的量測不需參考點，且加速規

體積小、質量輕、成本低，因此比位移及速度等物理量更適合作為監測對象；在系統識別方面，應儘可能選擇所需資料最少、直接應用量測訊號（不必再經數值微分或積分等加工），且具強健性（Robustness）的方法；在損傷探測方面，則須選擇對結構的損傷有高度敏感性，不需仰賴高頻模態資訊（因不易被激發），且能由全域反應（Global Responses）定位出局部破壞（Local Damages）的方法。本研究將整合能夠滿足前述要件之方法，發展具備嚴謹之理論基礎與實用價值之結構損傷探測技術。

隨著結構健康診斷技術的發展，對於感應器之軟硬體性能要求也越來越高。傳統之有線感應器受限於環境因素，不利於大規模結構之動態反應監測，無線監測系統之應用乃實現結構健康監測技術之必然發展趨勢，智慧型無線感應器的技術發展也應運而生。本研究規劃一系列的振動台試驗，針對一座單跨五層樓鋼結構模型進行地震模擬試驗，藉由拆除部分斜撐以模擬樓層之損傷狀況，並採用無線監測與傳輸系統蒐集結構動態反應歷時資料進行結構損傷探測分析，以了解未來無線監測(Wireless Sensing)於結構健康監測實務之應用潛力。

除地震之外，作用於結構物之風力、環境雜訊與結構內部人為活動均為結構振動反應之擾動來源，惟這些擾動未必能夠被具體定義或量測。因而在此情況下，為進行結構系統識別，必須採用適用於唯輸出系統(Output-Only System)之識別方法。本研究將探討兩種不同之系統識別法，分別包括信息矩陣系統識別理論(System Realization using Information Matrix, SRIM)與隨機子空間運算法(Stochastic Subspace Identification, SSI)，並將利用其識別所得之參數，配合結構損傷探測分析方法，發展具實務應用價值的土木結構損傷探測技術。

## 1.2 文獻回顧

欲成功實行結構健康診斷分析，必須仰賴可靠的系統識別方法。系統識別分析乃利用已知之輸入 (Input) 及輸出 (Output) 訊號之關係推估出足以忠實反映結構系統之特性參數，進而建立更具代表真實結構系統之物理模型。系統識別技術之發展，一直以來即為國內外學術及工程界所重視的研究課題。系統識別方法通常可區分為參數識別法 (Parameter Identification) 與非參數識別法 (Non-Parameter Identification) 兩大類。參數識別法【8,9】係指直接以具有物理意義之系統參數 (如質量、勁度及阻尼係數等) 為識別對象，又包括時域與頻域分析法。非參數識別則不以前述之物理參數為直接識別之目標，而由系統輸出與輸入資料之遞迴時序關係或訊息矩陣建立數學模型，從而識別出最佳擬合之系統參數，如回歸係數 (ARX)；或系統矩陣、狀態輸出影響矩陣及輸入影響矩陣等狀態系統參數 (SRIM)；或利用量測資料間之協方差關係於唯輸出系統之參數識別 (SSI)，再由這些資訊進一步萃取出系統之物理參數，繼而計算出模態參數 (如頻率、阻尼比及模態)。

模態分析 (Modal Analysis) 於 1970 年代首先應用於航太與機械領域【10,11】，主要是針對設備故障進行診斷。隨著訊號處理技術的進步，1980 年代末期，模態分析已成為土木工程處理振動控制與結構健康監測之重要工具。Juang 和 Pappa【12】發展出特徵系統識別演算法 (Eigensystem Realization Algorithm, ERA)，將系統以最小階數之等效系統近似，並應用到模態參數之識別上。Ewins【13】提出以結構動力學結合動態特徵試驗之系統識別分析技術。

模態分析根據試驗條件與識別程序之不同可分為三大類，包括：解析模態分析 (Analytical Modal Analysis, AMA)、試驗模態分析 (Experimental Modal Analysis, EMA) 與運轉模態分析 (Operational Modal Analysis, OMA)。

解析模態分析，即利用已知或假設之參數建立結構模型，給定輸入條件得到輸出，此類運算過程稱為正運算問題 (Forward Problem)。然而真實結構系統模型難以事先精確建立，因此解析模態分析在實務上並不可行。

試驗模態分析主要針對模態模型無法確切定量之情況，藉由外力擾動 (Excitation) 與反應 (Response) 之關係重建結構系統模型，並進一步識別模態參數，這一類的問題稱為逆運算問題 (Inverse Problem)。試驗模態分析之模態參數識別法目前已有豐碩之研究成果。首先，Ho 與 Kalman【14】以脈衝反應函數 (Impulse Response Function) 性質推算出狀態空間模式，為確定性系統識別 (Deterministic Realization) 理論之起源。Zeiger 等人【15】與 Kung【16】提出以奇異值分解 (Singular Value Decomposition) 萃取出系統參數的方法，並與上述方法結合，以達到分離噪訊之目的。1988 年，Juang、Cooper 與 Wright【17】提出 ERA 之修正方法，結合資料相關性之特徵系統識別演算法 (Eigensystem Realization Algorithm Using Correlation, ERA/DC)，在 ERA 的理論架構下，利用資料相關性 (Data Correlation) 降低噪訊對於模態參數識別之影響，從而提高識別結果的精準度。接著，又結合觀測器/卡氏濾波器識別法 (Observer/Kalman Filter Identification, OKID)【18】，利用脈衝反應建立建構資料相關性矩陣以降低噪訊，其中脈衝反應係藉由 OKID 獲得。為考慮計算時間與精確性，Juang【19】於 1997 年提出信息矩陣之系統辨識理論 (System Realization using Information Matrix, SRIM)，由輸出與輸入資料間的協方差矩陣，以奇異值分解萃取出系統之狀態空間參數。換言之，SRIM 可直接利用輸入-輸出資料求得模態參數，可省去 ERA/DC 需計算脈衝反應之步驟，並可針對多重輸入-多重輸出 (MIMO) 之系統進行分析，適用於複雜的結構模型 (如多自由度、扭轉耦合結構...等)。國內學者已成功將其應用於土木結構之系統識別，例如簡劭純【20】以六層樓對稱鋼結構及三層樓不對稱鋼結構 (扭轉耦合結構) 進行振動台試驗，並應用中央百世大樓之實際量測資料作 SRIM 識別分析。

呂明威【21】以中興大學土木環工大樓（扭轉耦合結構）之實測結構地震反應紀錄，應用 SRIM 識別方法識別其模態參數，並以層間勁度折減比例作為損壞評估指標。

在現實中，真正的結構輸入外力往往難以得知，試驗模態分析之適用性仍有其侷限性。外力擾動若不可測得，結構輸出反應則為識別模態參數唯一的資訊，因此唯輸出反應之系統識別方法漸漸受到重視。從 1990 年開始，有關自然擾動（Natural-Excitation）、微振（Ambient）、與唯輸出模態分析（Output-Only Modal Analysis）等方法皆歸類為運轉模態分析。與試驗模態分析比較，運轉模態分析之實施快速、不需振動器，且可進一步實現長時間連續結構健康監測與即時評估損壞之目標。其缺點在於輸入條件必須為白噪訊（White Noise），否則會影響其識別結果之精確性。雖然如此，運轉模態分析依然可以有效識別出系統模態參數，因此已被廣泛應用於車輛道路檢驗、航空機件測試【22】與橋樑健康監測【23】。

運轉模態分析依訊號內涵之不同，可分為頻域法與時域法。在頻域法中，較被廣泛討論的有尖峰選取法（Peak-Picking Method）和頻域分解法（Frequency-Domain Decomposition，簡稱 FFD）【24】；尖峰選取法將結構輸出反應訊號轉換為功率頻譜（Power Spectrum），假設頻譜上之尖峰值所對應之頻率即為結構系統之特徵值，再利用半功率頻帶法（Half-Power Bandwidth）計算阻尼比，由尖峰大小求出振態，此方法為最簡單之系統識別法。惟此一方法僅適用於結構阻尼比較小，且各模態完整分離之條件。頻域分解法同樣是針對頻譜中之尖峰頻率進行處理。相較於尖峰選取法，頻域分解法之優點在於應用了奇異值分解，將該頻譜尖峰有貢獻之特徵值分離，並由奇異值矩陣中對角線非零項之個數決定組成模態的數量。

時域法中較具代表性的有亞伯拉罕時域分析法（Ibrahim Time Domain Method）【25~27】搭配隨機遞減法（Random Decrement Method）【28】與隨機子空間識別理論（Stochastic Subspace Identification; 簡稱 SSI）【29~31】。

隨機遞減法最早由 Cole【28】提出，係利用平均的觀念將外力去除並萃取出隨機遞減訊號 (Random Decrement Signature)，能降低外力干擾，展現系統特性，以取得結構自由振動反應；Ibrahim【25~27】提出一套利用結構物自由振動衰減反應識別出其自然頻率、阻尼比與模態之演算法，稱為亞伯拉罕時域分析法。1977 年，Ibrahim【26】首次利用隨機遞減法萃取出隨機遞減訊號後，利用亞伯拉罕時域分析法進行系統之參數識別。

1991 年，Van Overschee【31】首次提出隨機子空間識別理論 (Stochastic Subspace Identification; 簡稱 SSI)，對於各種時域性之運轉模態分析，以 SSI 為基礎推導之理論，其系統識別結果皆優於其他時域性唯輸出系統識別法。子空間 (Subspace) 在數學中定義為維度小於全 (向量) 空間的子集合，在此可解讀為從量測資料組成之向量空間中分離出觀測矩陣、控制矩陣與噪訊矩陣等子空間，以取得系統之參數，進而求得模態參數。

以隨機子空間識別理論為基礎之時域系統識別法又可分為資料型與協方差型。1993 年，資料型分析法由 Van Overschee【32】首次提出，Peeters 於 1995 年第一次將此方法應用於土木工程結構之模態分析【33】。協方差法則於 2000 年首次出現於 Peeters 的博士論文中【30】。前述兩種方法都需符合基本假設—外力輸入條件必須為零均 (Zero-Mean) 之白噪訊隨過程，且不同時間點之相關性為零。此外，為達到統計穩定性，亦需滿足資料筆數  $N \rightarrow \infty$ ，但在實際情況不可能達到此目標。因此，近年來有許多學者陸續發表改善方法與應用【34~37】，其中 Hong【36】於 2010 年發表的博士論文探討了三種較有效之改善方法，包括局部最小平方法 (Partial Least Squares, PLS)、多元迴歸分析法 (Multiple Linear Regression, MLR) 及典型相關分析法 (Canonical Correlation Analysis, CCA)，並針對 CCA 法對於非高斯雜訊 (Non-Gaussian Noise) 誤差傳播的問題加以改善，提出改良典型相關分析法 (Enhanced Canonical Correlation Analysis, ECCA)，並應用於四層樓鋼構架實驗與美國 New Carquinez Bridge/Alfred Zampa 紀念橋

梁之系統識別【37】，取得相當好之分析結果。本研究將比較協方差 SSI 與 SRIM 系統識別法，並以實用性較高的加速度訊號進行系統識別，同時以模態參數（自然頻率、阻尼比及模態振型）之識別結果作為兩方法之比較依據。

結構損傷探測通常係藉由評估系統破壞前、後參數之變化（如自然頻率、模態或勁度矩陣、柔度矩陣等），作為結構損傷的判斷依據。Ewins【38】根據結構動力學的基本觀念，發展動態試驗及系統識別等技術，並定義多項指標，將動態試驗識別分析所得的模態參數轉換為工程分析的參考依據。Salawu【39】則藉由動態監測反應萃取系統頻率，並由其變化來判斷結構系統是否受損。羅振剛【40】應用希伯特-黃轉換邊際譜作為結構損壞之判斷方法，藉由比對結構損壞前後 HHT 邊際譜之相對變化判斷出損傷位置，並以剪力屋架結構驗證其可行性。

一般認為，結構之勁度矩陣是與結構受損最直接相關的物理參數，但以勁度矩陣為基礎之結構損傷探測方法，都須先建立未受損結構的精確解析模型（Analytical Model）以資比較。就實務面而言，建立精確的結構解析模型本身就難以達成；此外，結構勁度矩陣的組成中，高頻模態的貢獻度相當大，然而高頻反應卻不易由量測之振動反應中萃取出來，間接影響了勁度矩陣識別結果之精確性。相對來說，柔度矩陣主要係由低頻模態所貢獻，對於結構高階模態較不敏感，因而較容易識別出來，因此，以柔度矩陣為基礎的結構損傷探測方法更具發展潛力。Hoyos 和 Aktan【41】提出以結構自然頻率及模態建立模態柔度（Modal Flexibilities），奠定以柔度矩陣作為結構損傷探測之基礎。Pandey 和 Biswas【42,43】利用結構破壞前與破壞後的柔度矩陣變化，成功的應用在 I 型梁與平面桁架之損傷探測，開啟了以柔度矩陣為基礎之結構損傷探測方法研究熱潮。Zhao 與 DeWolf【44】以多自由度彈簧質塊系統進行損傷偵測分析，提出柔度矩陣對於結構之破壞較自然頻率或模態敏感，更適合作為損傷探測之物理參數。

Bernal【45】於 2002 年提出以結構柔度矩陣之變化為基礎的破壞定位向量法 (Method of Damage Locating Vectors; 簡稱 DLV 法)，其主要概念係要識別出結構在某些特定形式的載重向量作用下，應力 (或內力) 為零的構件 (或樓層)——即潛在的受損構件 (或樓層)。凡符合這些特定形式的載重向量，即稱之為破壞定位向量，這剛好是數學上對應於結構受損前、後的柔度變異矩陣 (Flexibility Differential) 零空間 (Null Space) 的一組向量基底 (Basis)，可藉由柔度變異矩陣之奇異值分解求得。將 DLV 作為荷載施加於破壞前的結構上，再由其應力 (或內力) 分析結果萃取出最可能的破壞構件，作為結構損傷探測之依據。Bernal 將此方法成功應用於平面桁架結構【45】及平板的損壞偵測上【46】，DLV 法自此成為結構損傷探測研究之主流。

Duan 等人【47】分別針對多自由度彈簧質塊系統及平面桁架結構以 DLV 損傷探測法進行破壞診斷分析，並探討模態數之多寡對識別分析結果的影響。該研究指出，當結構系統有兩處破壞時，考慮前二、三模態 (低頻模態) 即可正確偵測出破壞位置。涂哲維【48】將 DLV 法應用於抗彎構架系統之損傷探測上，由一系列的數值模擬分析及振動台試驗驗證此方法在抗彎構架系統之可行性。陳逸軒【7】探討 DLV 法在不足觀測的條件下，結合 ARX 系統識別方法，藉由模態向量間之正交特性重建出結構柔度矩陣，並以數值範例及振動台試驗進行驗證。惟上述研究在建立結構柔度矩陣時，須自行估計系統之質量矩陣，易衍生誤差，且由 ARX 識別出來的傳遞矩陣所建立之各模態向量正交性不佳，因此也影響 DLV 損傷探測結果之精確性。為克服前述問題，Bernal 於 2006 年改良其 DLV 法【49】，提出於狀態空間 (State-Space) 模型中建立柔度矩陣，並以此為基礎發展出新的結構損傷探測方法，本文稱之為狀態空間 DLV 法，可由識別得到之等效系統參數直接進行損傷探測分析，有助於減少建立柔度矩陣過程中，

因為質量矩陣及模態向量不準確所造成之誤差，使其更具實務應用價值。謝柏翰【50】提出以 SRIM 系統識別分析結合狀態空間 DLV 法，探討三維扭轉耦合結構在單一樓層與複數樓層中單根或多根柱桿件受損之分析，可由結構之全域反應（樓層加速度反應歷時）偵測出受損桿件，甚至多重受損的情況。王智洋【51】以平面結構為分析對象，經由數值模擬與振動台地震模擬試驗分析，充分驗證 SRIM 結合狀態空間 DLV 損傷探測法可由結構之全域反應（樓層絕對加速度）定位出多層樓平面結構之局部受損，且無論是單一或複數樓層受損皆可精確定位出破壞樓層。吳柏霖【52】針對扭轉耦合結構以 DLV 損傷探測法結合 SRIM 系統識別分析進行進行數值模擬以及振動台試驗，其結果顯示，位形空間 DLV 法之偵測能力不佳；狀態空間 DLV 法則有較佳之識別率，更具實際應用之潛力。

其實，以 DLV 為基礎的破壞偵測方法並非完全不需結構之解析模型，除非是剪力屋架，因結構桿件之應力（或內力）仍須根據結構模型去計算。惟若能由系統識別中直接找出結構之柔度矩陣，則能直接將柔度矩陣乘上破壞定位向量，得到結構各自由度之位移，從而找出結構破壞位置。Bernal 與 Gunes【53】於 2004 年提出由線性系統之共軛複數模態求取比例柔度矩陣（Flexibility Proportional Matrices）；Lus 等人【54,55】於 2001 發展出一套利用二階模型【56】求得正規化特徵矩陣，再由正規化特徵矩陣求得柔度矩陣的方法。唯上述方法無法應用於單一輸入-多重輸出（Single-Input Multi-Output，簡稱 SIMO）之系統，因 MIMO 系統之輸入影響矩陣為秩缺（Rank Deficient）。為解決此問題，本研究提出一新方法—直接位移法（Direct Displacement Method），先由各模態間之正交性關係找出比例質量矩陣【57】，再由比例質量矩陣萃取出正規化比例特徵矩陣，繼而利用正規化比例特徵矩陣求出比例柔度矩陣。將求得之比例柔度矩陣乘上破壞定位向量，可得到各樓層之比例位移（相對於基礎），並由傾角變位法

(Slope-Deflection Method) 推導可知，受損樓層之層間位移為零者即相當於該樓層之應力為零，可作為定吾人定位出受損樓層之判斷依據。

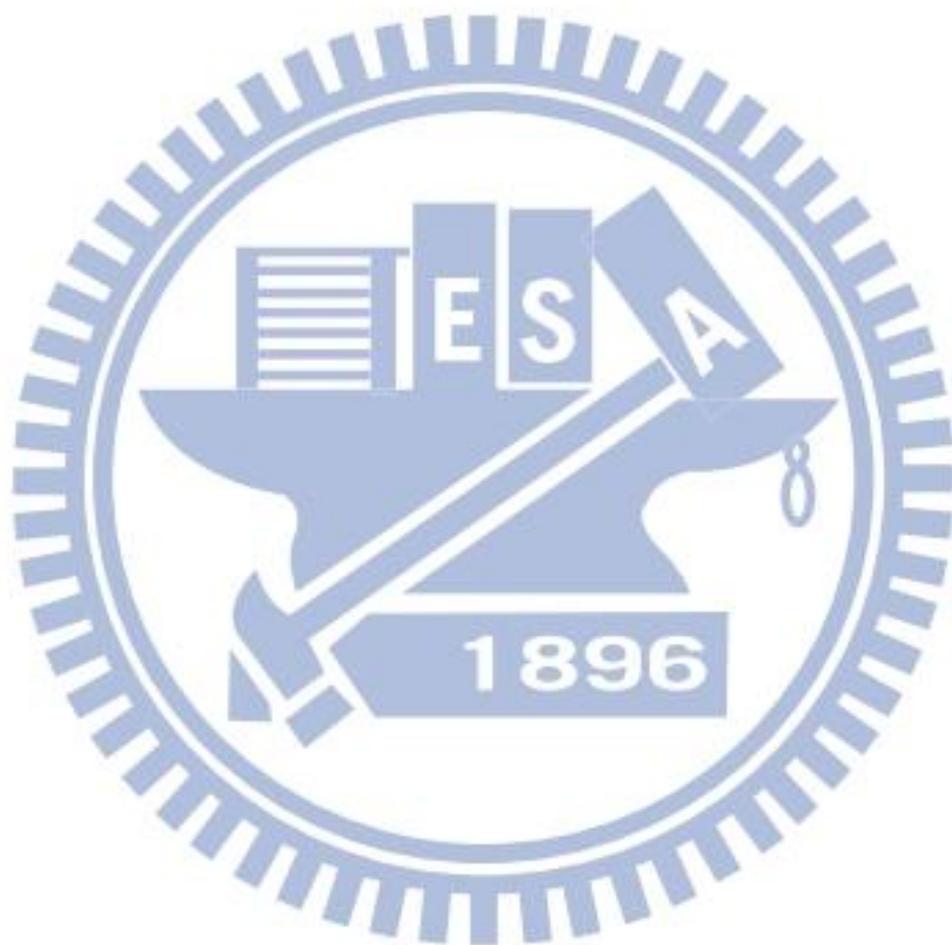
本研究將發展在確定性 (Deterministic) 及隨機預測 (Stochastic) 狀態空間系統架構之下，確定性系統與唯輸出結構之系統識別與損傷探測方法。針對確定性系統，本文採用 SRIM 法進行系統識別；唯輸出結構之系統識別分析則採用 SSI 法。接著，再結合狀態空間 DLV 法與本文所提出之直接位移指標 (Direct Displacement Index) 進行結構之損傷探測分析。

傳統之有線感應器受限於環境因素，不利於大規模結構之動態反應監測，無線監測系統之應用乃實現結構健康監測技術之必然發展趨勢，智慧型無線感應器的技術發展也應運而生。智慧型無線感應器係由多個子系統整合而成，其中包括感應端、計算核心及無線通訊介面等。Straser 及 Kiremidjian 【58】於 1998 年發展了結合微控制器 (Micro-Controller) 及無線電技術的無線組合式監測系統 (Wireless Modular Monitoring System, 簡稱 WiMMS)。Wang 等人 【59】於 2007 年設計了更完善之 WiMMS，於硬體及軟體上皆有改進，且可同時執行多項功能 (包括處理、轉換訊號及同時進行取樣)。盧恭君 【60】以 Wang 等人之技術為基礎，發展了新的無線感測單元 NTU-WSU，並將這套智慧型感測系統於實例上應用至集鹿橋及牛鬥橋之野外結構微振動反應量測，取得良好之結果。本研究將採用盧恭君 【61】發展之 NTU-WSU 無線監測與傳輸系統蒐集結構動態反應歷時資料，在以地震歷時或 White Noise 為輸入擾動下，結合系統識別方法進行結構損傷探測分析，以了解未來無線監測 (Wireless Sensing) 於結構健康監測實務之應用潛力。

### 1.3 論文架構

本論文共分為六章，各章內容如下所述：第一章為緒論，介紹研究動機與目的、文獻回顧及論文架構。第二章將介紹 SSI 與 SRIM 識別法，介紹如何以這兩種方法求得結構動力系統之離散時間架構下的系統矩陣與狀態輸出矩陣，進而萃取出系統之頻率、阻尼比與模態等參數的方法與驗證。第三章將介紹狀態空間 DLV 損傷識別法與本研究提出之直接位移法之原理與數值模擬分析。第四章以振動台試驗驗證 SSI 系統識別法與 SRIM 識別法結合狀態空間 DLV 損傷探測法與直接位移法於實際應用之可行性，考慮結構不同破壞之型式，亦針對結構多重破壞以及觀測不足的條件下作分析。第五章為結論與建議。





## 第二章 結構系統識別分析理論

### 2.1 前言

Juang【19】於 1997 年提出信息矩陣之系統辨識理論(System Realization using Information Matrix; 簡稱 SRIM)。此一方法係利用資料之相關性(Data Correlation)，由輸出與輸入資料在離散時間狀態空間模型之架構下，以可觀測矩陣(Observability Matrix)與 Toeplitz 矩陣利用奇異值分解(Singular Value Decomposition)萃取出系統之狀態空間參數，進而推算系統之模態參數，並用於後續之結構損傷探測分析。

Van Overschee 於 1991 年首次提出隨機子空間識別理論(Stochastic Subspace Identification; 簡稱 SSI)【31】，為目前各種唯輸出(Output-only)系統識別法之基礎。Peeters 於 2000 年提出利用量測資料間之協方差關係於唯輸出系統之參數識別【30】，其主要概念係假設輸入擾動為穩態白噪訊(White Noise)，利用量測資料間之協方差(Covariance)取得輸出向量之協方差矩陣(Output Covariance Matrix)，接著將協方差矩陣組成 Toeplitz 矩陣，進而推算系統之模態參數。子空間(Subspace)在數學中定義為維度小於全(向量)空間的子集合，在系統識別分析中可解讀為從量測資料組成之矩陣空間中分離出主要成分(Principal Components)，從而萃取出系統之參數矩陣(如觀測矩陣與控制矩陣)，再由參數矩陣中得到系統矩陣，進而求得各項模態參數。

本章將回顧前述兩種識別方法(SRIM 及 SSI)之理論說明，以及如何以這兩種方法求得結構動力系統之離散時間架構下的系統矩陣與狀態輸出矩陣，進而萃取出系統之頻率、阻尼比與模態等參數。本章最後將以數值範例針對一棟五層樓剪力屋架結構系統之動態反應，分別利用 SRIM 與 SSI 法進行系統識別，並探討不同雜訊干擾程度對於識別結果之影響。

## 2.2 狀態空間模型

系統識別分析理論係建立於狀態空間之架構上，因此本節首先建立連續時間域之狀態空間系統與離散時間域之狀態空間系統，並說明狀態空間系統之隨機過程其基本假設。

### 2.2.1 連續時間狀態空間方程式

考慮一  $n$  自由度結構系統在外力擾動下之位形空間運動方程式，如下：

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{\Xi}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{E}\mathbf{u}(t) \quad (2.1)$$

其中， $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{\Xi}$  及  $\mathbf{K}$  分別為  $R^{n \times n}$  之質量、阻尼及勁度矩陣； $\ddot{\mathbf{x}}(t)$ 、 $\dot{\mathbf{x}}(t)$  與  $\mathbf{x}(t)$  分別為  $R^{n \times 1}$  之結構加速度、速度與位移向量； $\mathbf{u}(t) \in R^{r \times 1}$  為輸入擾動向量， $r$  為輸入擾動之個數； $\mathbf{E} \in R^{n \times r}$  為外力配置矩陣，其矩陣元素取決於輸入擾動之型式與分佈。

將式(2.1)以一階矩陣微分方程式表示如下：

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \ddot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{\Xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) \quad (2.2)$$

茲定義狀態向量

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

則式(2.2)可改寫成：

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_c \mathbf{u}(t) \quad (2.4)$$

其中，

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{\Xi} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$\mathbf{z}(t) \in R^{2n \times 1}$  為連續時間之狀態向量； $\mathbf{A}_c \in R^{2n \times 2n}$  為連續時間之系統矩陣；

$\mathbf{B}_c \in R^{2n \times r}$  為連續時間之輸入影響矩陣。

若系統之動態反應（如位移計、速度計、加速規等），各由  $m$  組感應器量測而得，則輸出向量  $\mathbf{y}(t)$  可由位移向量  $\mathbf{x}(t)$ 、速度向量  $\dot{\mathbf{x}}(t)$  與加速度向量  $\ddot{\mathbf{x}}(t)$  如下【61】：

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_D \mathbf{x}(t) + \mathbf{C}_V \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}_A \ddot{\mathbf{x}}(t) \quad (2.6)$$

其中， $\mathbf{C}_D$ 、 $\mathbf{C}_V$  與  $\mathbf{C}_A$  分別為  $R^{m \times n}$  之位移、速度與加速度輸出影響矩陣。由式(2.1)求解出  $\ddot{\mathbf{x}}(t)$ ，並代入式(2.6)可得：

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_D - \mathbf{C}_A \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & \mathbf{C}_V - \mathbf{C}_A \mathbf{M}^{-1} \mathbf{\Xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} + \mathbf{C}_A \mathbf{M}^{-1} \mathbf{E} \mathbf{u}(t) \quad (2.7)$$

或

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{Cz}(t) + \mathbf{Du}(t) \quad (2.8)$$

其中，

$$\mathbf{C} = [\mathbf{C}_D - \mathbf{C}_A \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \quad \mathbf{C}_V - \mathbf{C}_A \mathbf{M}^{-1} \mathbf{\Xi}], \mathbf{D} = \mathbf{C}_A \mathbf{M}^{-1} \mathbf{E} \quad (2.9)$$

$\mathbf{y}(t) \in R^{m \times 1}$  為輸出向量； $\mathbf{C} \in R^{m \times 2n}$  為狀態輸出影響矩陣； $\mathbf{D} \in R^{m \times r}$  為直接傳輸矩陣。

## 2.2.2 離散時間狀態空間系統

由於實際量測之資料為離散型式，故應用上以離散時間系統更為直接。令  $k = k\Delta t$  ( $\Delta t$  為取樣週期)，則離散時間域之狀態空間系統可表示成：

$$\mathbf{z}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{z}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \quad (2.10)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{z}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k) \quad (2.11)$$

其中， $\mathbf{z}(k) \in R^{2n \times 1}$  為離散時間之狀態向量 (Discrete-Time State Vector)； $\mathbf{u}(k) \in R^{r \times 1}$  為輸入擾動向量； $\mathbf{y}(k) \in R^{m \times 1}$  為輸出向量 (Output Vector)； $\mathbf{A} \in R^{2n \times 2n}$  為離散時間之系統矩陣 (Discrete-time State Matrix)； $\mathbf{B} \in R^{2n \times r}$  為離散時間之輸入影響矩陣 (Discrete-time Input Influence Matrix)； $\mathbf{C} \in R^{m \times 2n}$  為離散時間之輸出影響矩陣 (Discrete-time Output Influence Matrix)； $\mathbf{D} \in R^{m \times r}$  為直接傳導矩陣 (Direct Transmission Matrix)。若取樣頻率高於最大等效自然頻率之兩倍，則連續時間系統矩陣與離散時間系統之矩陣可相互轉換如下【62】：

$$\mathbf{A} = e^{\mathbf{A}_c \Delta t}, \quad \mathbf{A}_c = \frac{\ln(\mathbf{A})}{\Delta t} \quad (2.12a)$$

此外，離散時間之輸入影響矩陣亦可由連續時間系統矩陣與連續時間之輸入影響矩陣表示：

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}_c^{-1}(\mathbf{A} - \mathbf{I})\mathbf{B}_c, \quad \mathbf{B}_c = (\mathbf{A} - \mathbf{I})^{-1}\mathbf{A}_c\mathbf{B} \quad (2.12b)$$

### 2.2.3 狀態空間系統之隨機過程

在 2.2.1 節和 2.2.2 節所考慮之動態系統中的結構輸入擾動向量為確定的 (Deterministic)，但事實上，結構之部分擾動源可能是不確定且無法確切量測的，故輸入擾動向量函數未必能完全得知。因此，離散時間狀態空間系統在未知擾動之輸入條件下應改寫為【28】：

$$\mathbf{z}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{z}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{w}(k) \quad (2.13)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{z}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (2.14)$$

其中， $\mathbf{z}(k) \in \mathbb{R}^{2n \times 1}$  為第  $k$  瞬時之離散時間狀態向量；

$\mathbf{u}(k) \in \mathbb{R}^{r \times 1}$  為第  $k$  瞬時之離散時間外力輸入向量；

$\mathbf{y}(k) \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  為第  $k$  瞬時之離散時間輸出觀測量；

$\mathbf{w}(k) \in \mathbb{R}^{2n \times 1}$  為第  $k$  瞬時之過程噪訊向量 (Process Noise Vector)；

$\mathbf{v}(k) \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  為第  $k$  瞬時之量測噪訊向量 (Measurement Noise Vector)；

$\mathbf{A} = e^{\mathbf{A}_c \Delta t} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$  為離散時間系統矩陣；

$\mathbf{B} = \mathbf{A}_c^{-1}(\mathbf{A} - \mathbf{I})\mathbf{B}_c \in \mathbb{R}^{2n \times r}$  為離散時間輸入影響矩陣。

$\mathbf{w}(k)$  與  $\mathbf{v}(k)$  為未知，在此吾人假設其為零均值 (Zero-mean) 之穩態隨機訊號，亦即高斯白噪訊 (Gaussian White Noise)。 $\mathbf{w}(k)$  與  $\mathbf{v}(k)$  之協方差矩陣 (Covariance Matrices) 可表示成：

$$\mathbb{E} \left[ \begin{pmatrix} \mathbf{w}(k+\tau) \\ \mathbf{v}(k+\tau) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{w}^T(k) & \mathbf{v}^T(k) \end{pmatrix} \right] = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ww}(\tau) & \mathbf{R}_{wv}(\tau) \\ \mathbf{R}_{vw}^T(\tau) & \mathbf{R}_{vv}(\tau) \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

其中， $\mathbf{R}_{ww}(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{w}(k+\tau) \mathbf{w}^T(k) = \mathbb{E}[\mathbf{w}(k+\tau) \mathbf{w}^T(k)] \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ ；

$\mathbf{R}_{wv}(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{w}(k+\tau) \mathbf{v}^T(k) = \mathbb{E}[\mathbf{w}(k+\tau) \mathbf{v}^T(k)] \in \mathbb{R}^{2n \times m}$ ；

$\mathbf{R}_{vv}(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{v}(k+\tau) \mathbf{v}^T(k) = \mathbb{E}[\mathbf{v}(k+\tau) \mathbf{v}^T(k)] \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 。

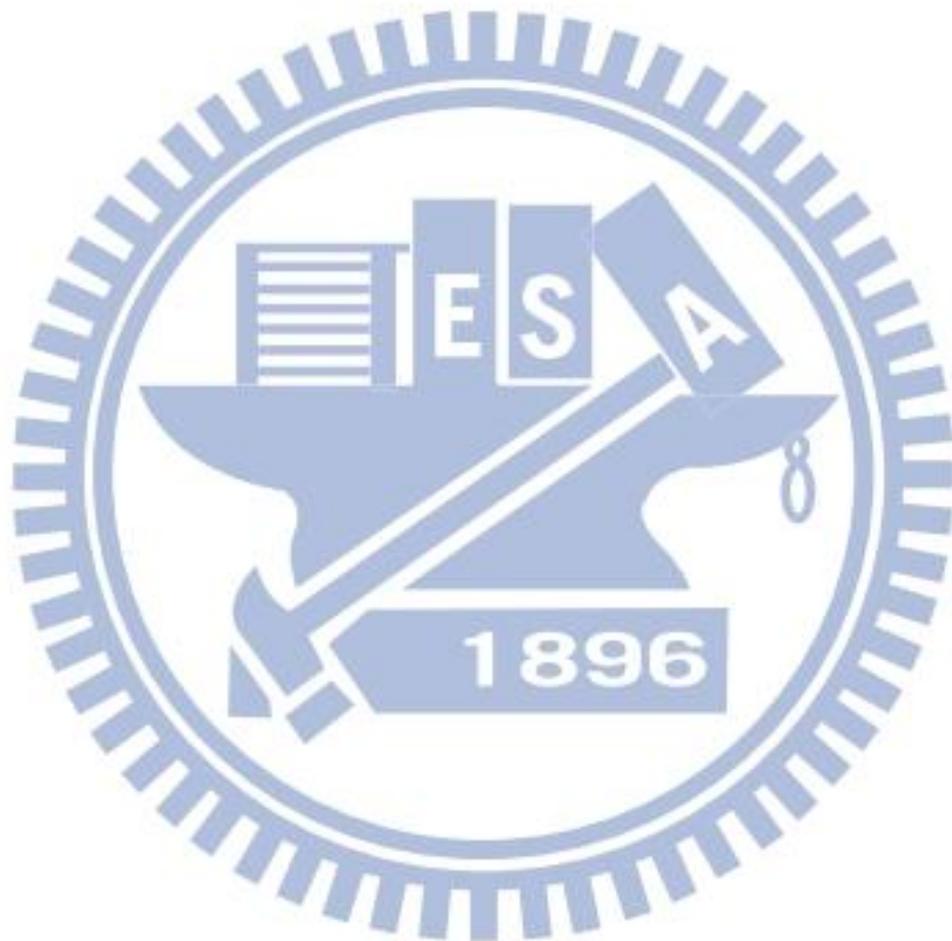
若吾人進一步假設輸入擾動向量  $\mathbf{u}(k)$  亦為一隨機過程，則可合併輸入

擾動向量與噪訊向量，因此式(2.13)與(2.14)可分別改寫為：

$$\mathbf{z}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{z}(k) + \mathbf{w}(k) \quad (2.16)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{z}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (2.17)$$

其中，輸入擾動向量已隱含於噪訊中，若輸入擾動之特性與假設不符，且  $\mathbf{w}(k)$  與  $\mathbf{v}(k)$  不滿足式(2.15)，則識別結果可能出現誤差。



## 2.3 SRIM 系統識別理論

SRIM 乃由 2.2.2 節之離散時間狀態系統為基礎所發展，即

$$\mathbf{z}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{z}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \quad (2.18)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{z}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k) \quad (2.19)$$

將式(2.19)之時間逐步推移疊代1~ $p$ 次，其中  $\mathbf{z}(\cdot)$  亦由式(2.18)逐步推移疊代，則此一馬可夫過程 (Markov Process) 可以擴大系統之型式整理為：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}(k) \\ \mathbf{y}(k+1) \\ \mathbf{y}(k+2) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(k+p-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{p-1} \end{bmatrix} \mathbf{z}(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{D} & & & & \\ \mathbf{CB} & \mathbf{D} & & & \\ \mathbf{CAB} & \mathbf{CB} & \mathbf{D} & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ \mathbf{CA}^{p-2}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{p-3}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{p-4}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{u}(k+1) \\ \mathbf{u}(k+2) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(k+p-1) \end{bmatrix} \quad (2.20a)$$

或簡化為

$$\mathbf{y}_p(k) = \mathbf{O}_p \mathbf{z}(k) + \mathbf{T}_p \mathbf{u}_p(k) \quad (2.20b)$$

其中，

$$\mathbf{y}_p(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(k) \\ \mathbf{y}(k+1) \\ \mathbf{y}(k+2) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(k+p-1) \end{bmatrix} \in R^{mp \times 1}, \quad \mathbf{u}_p(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{u}(k+1) \\ \mathbf{u}(k+2) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(k+p-1) \end{bmatrix} \in R^{rp \times 1} \quad (2.21a)$$

$$\mathbf{O}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{p-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{D} & & & & \\ \mathbf{CB} & \mathbf{D} & & & \\ \mathbf{CAB} & \mathbf{CB} & \mathbf{D} & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ \mathbf{CA}^{p-2}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{p-3}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{p-4}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (2.21b)$$

$\mathbf{O}_p \in R^{mp \times 2n}$  為可觀測性矩陣 (Observability Matrix)； $\mathbf{T}_p \in R^{mp \times rp}$  為 Toeplitz

矩陣，由馬可夫參數 (Markov Parameters) 組成； $p$  為整數，其最小值與  $\mathbf{A}$  矩陣之維度有關，將於 2.3.1 小節 (計算  $\mathbf{A}$  矩陣) 中作說明。

觀察矩陣  $\mathbf{O}_p$  可知，求取結構系統參數所需之  $\mathbf{A}$  與  $\mathbf{C}$  矩陣即隱含於其中，因此，吾人可由  $\mathbf{O}_p$  矩陣中萃取  $\mathbf{A}$  與  $\mathbf{C}$ 。再將式(2.20b)由時間  $k$  逐步時序推移至  $k+N-1$  ( $N$  為資料長度減  $p$ )，並予合併得擴大之型式如下：

$$\mathbf{Y}_p(k) = \mathbf{O}_p \mathbf{Z}(k) + \mathbf{T}_p \mathbf{U}_p(k) \quad (2.22)$$

其中，

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_p(k) &= [\mathbf{y}_p(k) \quad \mathbf{y}_p(k+1) \quad \cdots \quad \mathbf{y}_p(k+N-1)] \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{y}(k) & \mathbf{y}(k+1) & \cdots & \mathbf{y}(k+N-1) \\ \mathbf{y}(k+1) & \mathbf{y}(k+2) & \cdots & \mathbf{y}(k+N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{y}(k+p-1) & \mathbf{y}(k+p) & \cdots & \mathbf{y}(k+p+N-2) \end{bmatrix} \in R^{mp \times N} \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_p(k) &= [\mathbf{u}_p(k) \quad \mathbf{u}_p(k+1) \quad \cdots \quad \mathbf{u}_p(k+N-1)] \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k) & \mathbf{u}(k+1) & \cdots & \mathbf{u}(k+N-1) \\ \mathbf{u}(k+1) & \mathbf{u}(k+2) & \cdots & \mathbf{u}(k+N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{u}(k+p-1) & \mathbf{u}(k+p) & \cdots & \mathbf{u}(k+p+N-2) \end{bmatrix} \in R^{rp \times N} \end{aligned}$$

$$\mathbf{Z}(k) = [\mathbf{z}(k) \quad \mathbf{z}(k+1) \quad \cdots \quad \mathbf{z}(k+N-1)] \in R^{2n \times N}$$

由於  $\mathbf{Y}_p(k)$  與  $\mathbf{U}_p(k)$  皆由已知的輸出與輸入量測資料組成，藉由兩者之相關性可求得  $\mathbf{O}_p$  矩陣，其自相關 (Auto-Correlation) 與互相關 (Cross-Correlation) 矩陣定義如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{yy} &= (1/N) \mathbf{Y}_p(k) \mathbf{Y}_p^T(k) & \mathbf{R}_{yu} &= (1/N) \mathbf{Y}_p(k) \mathbf{U}_p^T(k) \\ \mathbf{R}_{uu} &= (1/N) \mathbf{U}_p(k) \mathbf{U}_p^T(k) & \mathbf{R}_{yz} &= (1/N) \mathbf{Y}_p(k) \mathbf{Z}^T(k) \\ \mathbf{R}_{zz} &= (1/N) \mathbf{Z}(k) \mathbf{Z}^T(k) & \mathbf{R}_{zu} &= (1/N) \mathbf{Z}(k) \mathbf{U}_p^T(k) \end{aligned} \quad (2.24)$$

其中，對稱矩陣  $\mathbf{R}_{yy} \in R^{mp \times mp}$ 、 $\mathbf{R}_{uu} \in R^{rp \times rp}$  與  $\mathbf{R}_{zz} \in R^{2n \times 2n}$  分別為輸出觀測矩陣  $\mathbf{Y}_p(k)$ 、輸入矩陣  $\mathbf{U}_p(k)$  及全狀態矩陣  $\mathbf{Z}(k)$  的自相關矩陣；矩陣  $\mathbf{R}_{yu} \in R^{mp \times rp}$ 、 $\mathbf{R}_{yz} \in R^{mp \times 2n}$  與  $\mathbf{R}_{zu} \in R^{2n \times rp}$  分別為  $\mathbf{Y}_p(k)$  對  $\mathbf{U}_p(k)$ 、 $\mathbf{Y}_p(k)$  對於  $\mathbf{Z}(k)$  及  $\mathbf{Z}(k)$  對於  $\mathbf{U}_p(k)$  的互相關矩陣。

### 2.3.1 萃取矩陣 A 和 C

由式(2.22)左右兩邊乘上  $(1/N)\mathbf{U}_p^T(k)$ ，可得：

$$\mathbf{R}_{yu} = \mathbf{O}_p \mathbf{R}_{zu} + \mathbf{T}_p \mathbf{R}_{uu} \quad (2.25)$$

若  $\mathbf{R}_{uu}^{-1}$  為非奇異矩陣，則由式(2.25)可得：

$$\mathbf{T}_p = [\mathbf{R}_{yu} - \mathbf{O}_p \mathbf{R}_{zu}] \mathbf{R}_{uu}^{-1} \quad (2.26)$$

同樣地，將式(2.22)左右兩邊乘上  $(1/N)\mathbf{Y}_p^T(k)$ ，可得：

$$\mathbf{R}_{yy} = \mathbf{O}_p \mathbf{R}_{yz}^T + \mathbf{T}_p \mathbf{R}_{yu}^T \quad (2.27)$$

又於式(2.22)左右兩邊乘上  $(1/N)\mathbf{X}^T(k)$  可得：

$$\mathbf{R}_{yz} = \mathbf{O}_p \mathbf{R}_{zz} + \mathbf{T}_p \mathbf{R}_{zu}^T \quad (2.28)$$

再將式(2.26)之  $\mathbf{T}_p$  代入式(2.27)與式(2.28)，移項整理後可得：

$$\mathbf{R}_{yy} - \mathbf{R}_{yu} \mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{R}_{yu}^T = \mathbf{O}_p (\mathbf{R}_{zz} - \mathbf{R}_{zu} \mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{R}_{zu}^T) \mathbf{O}_p^T \quad (2.29)$$

茲定義  $\mathbf{R}_{hh} = \mathbf{R}_{yy} - \mathbf{R}_{yu} \mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{R}_{yu}^T$ ， $\tilde{\mathbf{R}}_{zz} = \mathbf{R}_{zz} - \mathbf{R}_{zu} \mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{R}_{zu}^T$ ，則式(2.29)可簡化為：

$$\mathbf{R}_{hh} = \mathbf{O}_p \tilde{\mathbf{R}}_{zz} \mathbf{O}_p^T \quad (2.30)$$

茲對  $\mathbf{R}_{hh} \in R^{mp \times mp}$  作奇異值分解 (Singular Value Decomposition; 簡稱SVD)，

則可得到：

$$\mathbf{R}_{hh} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T = [\mathbf{U}_n \quad \mathbf{U}_0] \begin{bmatrix} \mathbf{S}_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_0 \end{bmatrix} [\mathbf{V}_n \quad \mathbf{V}_0]^T = \mathbf{U}_n \mathbf{S}_n \mathbf{V}_n^T \quad (2.31)$$

其中， $\mathbf{U}_n \in R^{mp \times 2n}$  為  $\mathbf{R}_{hh} \mathbf{R}_{hh}^T$  之非零特徵值所對應之左側單位特徵向量 (Left Unitary Eigenvectors)； $\mathbf{U}_0 \in R^{mp \times n_0}$  為  $\mathbf{R}_{hh} \mathbf{R}_{hh}^T$  之零奇異值 (Singular Values) 所對應之左側單位特徵向量，其中  $n_0 = mp - 2n$ ； $\mathbf{S}_n \in R^{2n \times 2n}$  為  $\mathbf{R}_{hh}^T \mathbf{R}_{hh}$  之非零特徵值所組成之對角矩陣； $\mathbf{S}_0 \in R^{n_0 \times n_0}$  為  $\mathbf{R}_{hh}^T \mathbf{R}_{hh}$  之零奇異值所組成之對角矩陣； $\mathbf{V}_n \in R^{mp \times 2n}$  為  $\mathbf{R}_{hh}^T \mathbf{R}_{hh}$  之非零特徵值所對應之右側單位特徵向量 (Right Unitary Eigenvectors)； $\mathbf{V}_0 \in R^{mp \times n_0}$  為  $\mathbf{R}_{hh}^T \mathbf{R}_{hh}$  之零奇異值所對應之右側單位特徵向量。

式(2.31)中之矩陣  $\mathbf{U}$  及  $\mathbf{V}$  分別為  $\mathbf{R}_{hh} \mathbf{R}_{hh}^T$  與  $\mathbf{R}_{hh}^T \mathbf{R}_{hh}$  之特徵向量所組成之座標轉換矩陣，且  $\mathbf{U}$  及  $\mathbf{V}$  皆為正交矩陣；而矩陣  $\mathbf{S}$  為  $\mathbf{R}_{hh} \mathbf{R}_{hh}^T$  或  $\mathbf{R}_{hh}^T \mathbf{R}_{hh}$  之奇異值所組成之對角矩陣。

比較式(2.30)與式(2.31)可知：

$$\mathbf{O}_p = \mathbf{U}_n \quad (2.32a)$$

以及

$$\tilde{\mathbf{R}}_{zz} = \mathbf{S}_n \quad (2.32b)$$

換言之，可觀測性矩陣  $\mathbf{O}_p$  可由  $\mathbf{R}_{hh}$  矩陣之奇異值分解 (SVD) 求得，此為求取矩陣  $\mathbf{A}$  與  $\mathbf{C}$  之關鍵。以下將進一步說明如何由矩陣  $\mathbf{O}_p$  求取矩陣  $\mathbf{A}$  與  $\mathbf{C}$ 。

觀察式(2.21b)， $\mathbf{O}_p$  可拆解成子空間，如：

$$\mathbf{O}_p(m+1:pm,:) = \begin{bmatrix} \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \mathbf{CA}^3 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{p-1} \end{bmatrix} \quad (2.33a)$$

或

$$\mathbf{O}_p(1:(p-1)m,:) = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{p-2} \end{bmatrix} \quad (2.33b)$$

其中， $\mathbf{O}_p(m+1:pm,:)$ 代表第 $m+1$ 至 $pm$ 列和所有行向量所組成之矩陣；

$\mathbf{O}_p(1:(p-1)m,:)$ 代表第1至 $(p-1)m$ 列和所有行向量所組成之矩陣。

若將式(2.33b)改寫成：

$$\mathbf{O}_p(m+1:pm,:) = \begin{bmatrix} \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \mathbf{CA}^3 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{p-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{p-2} \end{bmatrix} \mathbf{A} = \mathbf{O}_p(1:(p-1)m,:) \mathbf{A} \quad (2.34)$$

則由式(2.34)可求得矩陣 $\mathbf{A}$ ，即

$$\mathbf{A} = \mathbf{O}_p^*(1:(p-1)m,:) \mathbf{O}_p(m+1:pm,:) \quad (2.35)$$

其中， $\mathbf{O}_p^* = [\mathbf{O}_p(1:(p-1)m,:) \mathbf{O}_p(1:(p-1)m,:)]^{-1} \mathbf{O}_p(1:(p-1)m,:)^T \in R^{2n \times (p-1)m}$

為 $\mathbf{O}_p$ 之擬逆 (Pseudo-Inverse) 矩陣。 $p$ 至少則需滿足 $\mathbf{O}_p(1:(p-1)m,:)$ 的秩

(Rank) 大於或等於 $2n$ ：

$$(p-1)m \geq 2n \quad (2.36a)$$

或

$$p \geq \frac{2n}{m} + 1 \quad (2.36b)$$

另，觀察矩陣  $\mathbf{O}_p$  可知，其前  $m$  列之子空間即為  $\mathbf{C}$  矩陣，亦即

$$\mathbf{C} = \mathbf{O}_p(1:m,:) \quad (2.37)$$

上述過程說明吾人可由已知的輸出資料組成之  $\mathbf{Y}_p(k)$  矩陣與輸入資料組成之  $\mathbf{U}_p(k)$  矩陣間的相關矩陣，經 SVD 分解後求得  $\mathbf{O}_p$  矩陣，進而萃取出系統未知的  $\mathbf{A}$  與  $\mathbf{C}$  矩陣。

### 2.3.2 萃取矩陣 $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{D}$

觀察式(2.21b)之  $\mathbf{T}_p$  矩陣，可知矩陣  $\mathbf{B}$  與  $\mathbf{D}$  即隱含於其中。將式(2.25)

前乘  $\mathbf{U}_0^T$  可得：

$$\mathbf{U}_0^T \mathbf{R}_{yu} = \mathbf{U}_0^T \mathbf{O}_p \mathbf{R}_{zu} + \mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p \mathbf{R}_{uu} \quad (2.38)$$

由於  $\mathbf{O}_p = \mathbf{U}_n$ ，且利用  $\mathbf{U}_0^T$  與  $\mathbf{U}_n$  之正交性，上述可簡化為：

$$\mathbf{U}_0^T \mathbf{R}_{yu} = \mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p \mathbf{R}_{uu} \quad (2.39)$$

將式(2.39)後乘  $\mathbf{R}_{uu}^{-1}$ ，即：

$$\mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p = \mathbf{U}_0^T \mathbf{R}_{yu} \mathbf{R}_{uu}^{-1} \quad (2.40)$$

再將未知之  $\mathbf{T}_p$  矩陣分成  $p$  個子矩陣：

$$\mathbf{T}_p = [\mathbf{T}_p(:,1:r) \quad \mathbf{T}_p(:,r+1:2r) \quad \cdots \quad \mathbf{T}_p(:,(p-1)r+1:pr)] \quad (2.41)$$

其中，由式(2.21b)與式(2.32a)可推得：

$$\begin{aligned}
\mathbf{T}_p(:, 1:r) &= \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{U}_n[1:(p-1)m, :] \mathbf{B} \end{bmatrix} \\
\mathbf{T}_p(:, r+1:2r) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{m \times r} \\ \mathbf{D} \\ \mathbf{U}_n[1:(p-2)m, :] \mathbf{B} \end{bmatrix} \\
\mathbf{T}_p(:, 2r+1:3r) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2m \times r} \\ \mathbf{D} \\ \mathbf{U}_n[1:(p-3)m, :] \mathbf{B} \end{bmatrix} \\
&\vdots \\
\mathbf{T}_p[:, (p-1)r+1:pr] &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(p-1)m \times r} \\ \mathbf{D} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.42}$$

再將式(2.42)前乘  $\mathbf{U}_0^T$  改寫成：

$$\begin{aligned}
\mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p(:, 1:r) &= \mathbf{U}_0^T(:, 1:m) \mathbf{D} + \mathbf{U}_0^T(:, m+1:pm) \mathbf{U}_n[1:(p-1)m, :] \mathbf{B} \\
\mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p(:, r+1:2r) &= \mathbf{U}_0^T(:, m+1:2m) \mathbf{D} + \mathbf{U}_0^T(:, 2m+1:pm) \mathbf{U}_n[1:(p-2)m, :] \mathbf{B} \\
\mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p(:, 2r+1:3r) &= \mathbf{U}_0^T(:, 2m+1:3m) \mathbf{D} + \mathbf{U}_0^T(:, 3m+1:pm) \mathbf{U}_n[1:(p-3)m, :] \mathbf{B} \\
&\vdots \\
\mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p[:, (p-1)r+1:pr] &= \mathbf{U}_0^T[:, (p-1)m+1:pm] \mathbf{D}
\end{aligned} \tag{2.43a}$$

或

$$\mathbf{U}_{0T} = \mathbf{U}_{0n} \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} \tag{2.43b}$$

其中，

$$\mathbf{U}_{0T} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p(:, 1:r) \\ \mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p(:, r+1:2r) \\ \mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p(:, 2r+1:3r) \\ \vdots \\ \mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p[:, (p-1)r+1:pr] \end{bmatrix} \in R^{pn_0 \times r} \tag{2.44a}$$

$$\mathbf{U}_{0n} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_0^T(:, 1:m) & \mathbf{U}_0^T(:, m+1:pm)\mathbf{U}_n[1:(p-1)m,:] \\ \mathbf{U}_0^T(:, m+1:2m) & \mathbf{U}_0^T(:, 2m+1:pm)\mathbf{U}_n[1:(p-2)m,:] \\ \mathbf{U}_0^T(:, 2m+1:3m) & \mathbf{U}_0^T(:, 3m+1:pm)\mathbf{U}_n[1:(p-3)m,:] \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{U}_0^T[:, (p-1)m+1:pm] & \mathbf{0} \end{bmatrix} \in R^{pn_0 \times (m+2n)} \quad (2.44b)$$

由於矩陣  $\mathbf{T}_p$  為未知，因此式(2.44a)中之矩陣  $\mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p$  亦為未知。茲利用式(2.40)

將其改寫為：

$$\mathbf{U}_{0T} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_0^T \mathbf{R}_{yu} \mathbf{R}_{uu}^{-1}(:, r) \\ \mathbf{U}_0^T \mathbf{R}_{yu} \mathbf{R}_{uu}^{-1}(:, r+1:2r) \\ \mathbf{U}_0^T \mathbf{R}_{yu} \mathbf{R}_{uu}^{-1}(:, 2r+1:3r) \\ \vdots \\ \mathbf{U}_0^T \mathbf{R}_{yu} \mathbf{R}_{uu}^{-1}[:, (p-1)r+1:pr] \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

則吾人可由式(2.33b)求得矩陣  $\mathbf{D}$  與  $\mathbf{B}$ ，亦即：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} = \mathbf{U}_{0n}^* \mathbf{U}_{0T} \quad (2.46)$$

該矩陣之前  $m$  列形成之子空間即為矩陣  $\mathbf{D} \in R^{m \times r}$ ；後  $2n$  列則為矩陣  $\mathbf{B} \in R^{2n \times r}$ ；

$\mathbf{U}_{0n}^* = (\mathbf{U}_{0n}^T \mathbf{U}_{0n})^{-1} \mathbf{U}_{0n}^T \in R^{(m+2n) \times pn_0}$  為  $\mathbf{U}_{0n}$  之擬逆矩陣。

## 2.4 SSI 系統識別理論

### 2.4.1 隨機過程

根據 2.2.3 節之假設— $\mathbf{w}(k)$  及  $\mathbf{v}(k)$  為零均值之高斯白噪訊，其協方差矩陣如式(2.15)所示。茲考慮第  $k$  瞬時之噪訊向量  $\mathbf{w}(k)$  及  $\mathbf{v}(k)$  與狀態向量  $\mathbf{z}(k)$  之間無相關性，且與第  $s$  時刻 ( $s < k$ ) 的狀態向量  $\mathbf{z}(s)$  及輸出向量  $\mathbf{y}(k)$  之間無相關性，亦即：

$$E[\mathbf{w}(k+\tau)\mathbf{z}(k)^T] = \mathbf{0}, \quad E[\mathbf{v}(k+\tau)\mathbf{z}(k)^T] = \mathbf{0} \quad (2.47)$$

$$E[\mathbf{w}(k+\tau)\mathbf{y}(k)^T] = \mathbf{0}, \quad E[\mathbf{v}(k+\tau)\mathbf{y}(k)^T] = \mathbf{0} \quad (2.48)$$

狀態向量  $\mathbf{z}(k)$  之自協方差矩陣(Auto-Covariance Matrix)  $\mathbf{R}_{zz}(0)$  定義如下：

$$\mathbf{R}_{zz}(0) = E[\mathbf{z}(k)\mathbf{z}^T(k)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_{zz}(0)\mathbf{A}^T + \mathbf{R}_{ww}(0) \quad (2.49)$$

輸出向量  $\mathbf{y}(k)$  與狀態向量  $\mathbf{z}(k+1)$  之協方差矩陣  $\mathbf{R}_{zy}(1)$  定義如下：

$$\mathbf{R}_{zy}(1) = E[\mathbf{z}(k+1)\mathbf{y}^T(k)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_{zz}(0)\mathbf{C}^T + \mathbf{R}_{wv}(1) \quad (2.50)$$

輸出向量之協方差矩陣 (Output Covariance Matrix) 定義如下：

$$\mathbf{R}_{yy}(\tau) = E[\mathbf{y}(k+\tau)\mathbf{y}^T(k)] \quad (2.51)$$

其中， $\tau$  代表任意之時間延遲步幅。

(1) 當  $\tau=0$  時，

$$\mathbf{R}_{yy}(0) = E[\mathbf{y}(k)\mathbf{y}^T(k)] = \mathbf{C}\mathbf{R}_{zz}(0)\mathbf{C}^T + \mathbf{R}_{vv}(0) \quad (2.52)$$

(2) 當  $\tau=1$  時，

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{yy}(1) &= E[\mathbf{y}(k+1)\mathbf{y}^T(k)] \\ &= E[\{\mathbf{C}\mathbf{z}(k+1) + \mathbf{v}(k+1)\}\mathbf{y}^T(k)] \\ &= \mathbf{C}\mathbf{R}_{zy}(1) \end{aligned} \quad (2.53)$$

(3) 當  $\tau=2,3,\dots$  時，輸出向量  $\mathbf{y}(k+\tau)$  可寫為

$$\mathbf{y}(k+\tau) = \mathbf{CA}^{\tau-1}\mathbf{z}(k+1) + \sum_{j=1}^{\tau-1} \mathbf{CA}^{j-1}\mathbf{w}(k+\tau-j) + \mathbf{v}(k+\tau) \quad (2.54)$$

則式(2.52)可改寫為

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{yy}(\tau) &= \mathbf{E}[\mathbf{y}(k+\tau)\mathbf{y}^T(k)] \\ &= \mathbf{E}[\mathbf{CA}^{\tau-1}\mathbf{z}(k+1)\mathbf{y}^T(k)] + \sum_{j=1}^{\tau-1} \mathbf{E}[\mathbf{CA}^{j-1}\mathbf{w}(k+\tau-j)\mathbf{y}^T(k)] + \mathbf{E}[\mathbf{v}(k+\tau)\mathbf{y}^T(k)] \\ &= \mathbf{CA}^{\tau-1}\mathbf{R}_{zy}(1) \end{aligned} \quad (2.55)$$

觀察式(2.55)可知，輸出向量  $\mathbf{y}$  之協方差矩陣  $\mathbf{R}_{yy}(\tau)$  為系統矩陣  $\mathbf{A}$  與輸出影響矩陣  $\mathbf{C}$  之函數，具備馬可夫參數 (Markov Parameters) 之型式。

## 2.4.2 隨機狀態空間系統之參數識別

考慮  $m$  個輸出量測點，其中每個輸出量測點中各有  $N$  筆資料，將其輸出量測向量依時序推移一個步幅由左而右排成  $j$  行，同時亦由上而下排成  $2i$  列得到 Hankel 矩陣如下：

$$\mathbf{Y}_{0|2i-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(0) & \mathbf{y}(1) & \dots & \mathbf{y}(j-1) \\ \mathbf{y}(1) & \mathbf{y}(2) & \dots & \mathbf{y}(j) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{y}(i-1) & \mathbf{y}(i) & \dots & \mathbf{y}(i+j-2) \\ \mathbf{y}(i) & \mathbf{y}(i+1) & \dots & \mathbf{y}(i+j-1) \\ \mathbf{y}(i+1) & \mathbf{y}(i+2) & \dots & \mathbf{y}(i+j) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{y}(2i-1) & \mathbf{y}(2i) & \dots & \mathbf{y}(2i+j-2) \end{bmatrix}_{2mi \times j} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{0|i-1} \\ \mathbf{Y}_{i|2i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_p \\ \mathbf{Y}_f \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

其中，下標  $(0|2i-1)$  表示輸出資料之初始之時間點及結束時間點， $\mathbf{Y}_p$  與  $\mathbf{Y}_f$  分別表示 Hankel 矩陣首行第  $i$  瞬時之前(不含)及未來(含)之量測資料所構成之輸出矩陣，下標  $p$  及  $f$  分別表示過去 (Past) 及未來 (Future)。

由於 Hankel 矩陣元素中之時序由  $0$  至  $2i+j-1$  止共有  $N$  筆資料，因此

$j = N - 2i + 1$ 。理論上為達統計分析結果之收斂性， $j \rightarrow \infty$ ，相當於  $N \rightarrow \infty$ 。實作上則  $N$  值取愈大愈好； $i$  則為分析者可自行選擇之參數，惟至少滿足決定系統矩陣維度( $2n$ )之所需，即  $mi \geq 2n$  或  $i \geq 2n/m$  之最小整數。

茲定義 Toeplitz 矩陣 ( $\mathbf{T}$ ) 如下【62】：

$$\mathbf{T} = \frac{1}{N} \mathbf{Y}_f \mathbf{Y}_p^T = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{yy}(i) & \mathbf{R}_{yy}(i-1) & \cdots & \mathbf{R}_{yy}(2) & \mathbf{R}_{yy}(1) \\ \mathbf{R}_{yy}(i+1) & \mathbf{R}_{yy}(i) & \cdots & \mathbf{R}_{yy}(3) & \mathbf{R}_{yy}(2) \\ \mathbf{R}_{yy}(i+2) & \mathbf{R}_{yy}(i+1) & \ddots & \mathbf{R}_{yy}(4) & \mathbf{R}_{yy}(3) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{R}_{yy}(2i-1) & \mathbf{R}_{yy}(2i-2) & \cdots & \mathbf{R}_{yy}(i+1) & \mathbf{R}_{yy}(i) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{mi \times mi} \quad (2.57)$$

令式(2.55)之  $\tau = i$  代入式(2.57)可得

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{CA}^{i-1} \mathbf{R}_{zy}(1) & \mathbf{CA}^{i-2} \mathbf{R}_{zy}(1) & \cdots & \mathbf{CA} \mathbf{R}_{zy}(1) & \mathbf{C} \mathbf{R}_{zy}(1) \\ \mathbf{CA}^i \mathbf{R}_{zy}(1) & \mathbf{CA}^{i-1} \mathbf{R}_{zy}(1) & \cdots & \mathbf{CA}^2 \mathbf{R}_{zy}(1) & \mathbf{CA} \mathbf{R}_{zy}(1) \\ \mathbf{CA}^{i+1} \mathbf{R}_{zy}(1) & \mathbf{CA}^i \mathbf{R}_{zy}(1) & \cdots & \mathbf{CA}^3 \mathbf{R}_{zy}(1) & \mathbf{CA}^2 \mathbf{R}_{zy}(1) \\ \cdots & \cdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{CA}^{2i-2} \mathbf{R}_{zy}(1) & \mathbf{CA}^{2i-3} \mathbf{R}_{zy}(1) & \cdots & \mathbf{CA} \mathbf{R}_{zy}(1) & \mathbf{CA}^{i-1} \mathbf{R}_{zy}(1) \end{bmatrix} = \mathbf{O}_i \mathbf{\Gamma}_i \quad (2.58)$$

其中，

$$\mathbf{O}_i = \begin{pmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{i-1} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{mi \times 2n} \quad (2.59)$$

為可觀測矩陣 (Observability Matrix)；

$$\mathbf{\Gamma}_i = (\mathbf{A}^{i-1} \mathbf{R}_{zy}(1) \quad \mathbf{A}^{i-2} \mathbf{R}_{zy}(1) \quad \mathbf{A}^{i-3} \mathbf{R}_{zy}(1) \quad \cdots \quad \mathbf{R}_{zy}(1)) \in \mathbb{R}^{2n \times mi} \quad (2.60)$$

為可控制矩陣 (Controllability Matrix)。

惟有  $\mathbf{O}_i$  和  $\mathbf{\Gamma}_i$  的秩(Rank)等於系統階數( $n$ )時，該系統才為可觀測 (Observable) 與可控制 (Controllable)。

對  $\mathbf{T}$  作奇異值分解：

$$\mathbf{T} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T = [\mathbf{U}_n \quad \mathbf{U}_0] \begin{bmatrix} \mathbf{S}_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_0 \end{bmatrix} [\mathbf{V}_n \quad \mathbf{V}_0]^T = \mathbf{U}_n \mathbf{S}_n \mathbf{V}_n^T \quad (2.61)$$

其中， $\mathbf{U}_n \in \mathbb{R}^{m_i \times 2n}$  為  $\mathbf{T}\mathbf{T}^T$  之非零特徵值 (Non-Zero Eigenvalues) 所對應之左側單位特徵向量； $\mathbf{U}_0 \in \mathbb{R}^{m_i \times n_0}$  為  $\mathbf{T}\mathbf{T}^T$  之奇異值 (Singular Values) 所對應之左側單位特徵向量， $n_0 = m_i - 2n$ ； $\mathbf{S}_n \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$  為  $\mathbf{T}^T\mathbf{T}$  之非零特徵值所組成之對角矩陣； $\mathbf{S}_0 \in \mathbb{R}^{n_0 \times n_0}$  為  $\mathbf{T}^T\mathbf{T}$  之奇異值所組成之對角矩陣； $\mathbf{V}_n \in \mathbb{R}^{m_i \times 2n}$  為  $\mathbf{T}^T\mathbf{T}$  之非零特徵值所對應之右側單位特徵向量； $\mathbf{V}_0 \in \mathbb{R}^{m_i \times n_0}$  為  $\mathbf{T}^T\mathbf{T}$  之奇異值所對應之右側單位特徵向量。比較式(2.58)、(2.59)、(2.60)及(2.61)，可得

$$\mathbf{O}_i = \mathbf{U}_n \mathbf{S}_n^{1/2} \quad (2.62)$$

$$\mathbf{\Gamma}_i = \mathbf{S}_n^{1/2} \mathbf{V}_n^T \quad (2.63)$$

由上式可知，可觀測矩陣  $\mathbf{O}_i$  可由 Toeplitz 矩陣  $\mathbf{T}$  之奇異值分解求得。

接著將進一步說明如何由  $\mathbf{O}_i$  矩陣萃取出系統矩陣  $\mathbf{A}$  與輸出影響矩陣  $\mathbf{C}$ 。

系統矩陣  $\mathbf{A}$  與輸出狀態影響矩陣  $\mathbf{C}$  之萃取觀察式(2.59)可發現，可觀測矩陣  $\mathbf{O}_i$  之前  $m$  列即為輸出影響矩陣  $\mathbf{C}$ ，亦即

$$\mathbf{C} = \mathbf{O}_i(1:m,:) \quad (2.64)$$

另，觀察式(2.62)可知，可推測矩陣  $\mathbf{\Gamma}_i$  之最後  $m$  行即為  $\mathbf{R}_{zy}(1)$  矩陣，

亦即

$$\mathbf{R}_{zy}(1) = \mathbf{\Gamma}_i(:, m(i-1)+1:m_i) \quad (2.65)$$

此外，

$$\mathbf{O}_i(m+1:mi,:) = \begin{bmatrix} \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \mathbf{CA}^3 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{i-1} \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

$$\mathbf{O}_i(1:(i-1)m,:) = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{i-2} \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

其中， $\mathbf{O}_i(m+1:mi, :)$  代表第  $m+1$  至  $mi$  列之所有行向量所組成之矩陣；

$\mathbf{O}_i(1:(i-1)m, :)$  代表第 1 至  $(i-1)m$  列之所有行向量所組成之矩陣。

式(2.66)與式(2.67)可進一步整理為

$$\mathbf{O}_i(m+1:mi,:) = \begin{bmatrix} \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \mathbf{CA}^3 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{i-2} \end{bmatrix} \mathbf{A} = \mathbf{O}_i[1:m(i-1),:] \mathbf{A} \quad (2.68)$$

由上式即可求得  $\mathbf{A}$  矩陣如下：

$$\mathbf{A} = \mathbf{O}_i^*(1:(i-1)m,:) \mathbf{O}_i(m+1:im,:) \quad (2.69)$$

其中， $\mathbf{O}_i^* = [\mathbf{O}_i^T(1:(i-1)m,:) \mathbf{O}_i(1:(i-1)m,:)]^{-1} \mathbf{O}_i^T(1:(i-1)m,:) \in \mathbb{R}^{2n \times (i-1)m}$  為  $\mathbf{O}_i$  之擬逆 (Pseudo-Inverse) 矩陣。

上述過程說明，SSI 法係由已知足夠樣本數(N)之輸出訊號組成 Hankel 矩陣，由其中  $\mathbf{Y}_p$  與  $\mathbf{Y}_f$  建立 Toeplitz 矩陣(T)，經 SVD 分解後得到  $\mathbf{O}_i$ ，繼而萃取出系統矩陣  $\mathbf{A}$  與輸出影響矩陣  $\mathbf{C}$ 。

## 2.5 數值驗證

### 2.5.1 萃取系統模態參數

由於模態參數即隱含於  $\mathbf{A}$  與  $\mathbf{C}$  矩陣中，因此只需針對兩者計算，便可求得系統等效之自然頻率、阻尼比與模態參數。首先，對  $\mathbf{A}$  矩陣作特徵分析可得：

$$\mathbf{A}\mathbf{\Pi} = \mathbf{\Pi}\mathbf{\Lambda} \quad (2.70)$$

其中，

$$\mathbf{\Pi} = [\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{2n}] \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}, \quad \mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_{2n} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n} \quad (2.71)$$

兩者皆式共軛複數之形式，特徵矩陣  $\mathbf{\Pi}$  是由特徵向量組成； $\mathbf{\Lambda}$  為特徵值所組成之對角矩陣。特徵向量  $\mathbf{\Pi}$  為系統之模態向量矩陣，可透過  $\mathbf{C}$  矩陣將其轉換到模態座標上，即可求得降階系統之模態向量矩陣【63】：

$$\mathbf{\Phi} = \mathbf{C}\mathbf{\Pi} \quad (2.72)$$

$\mathbf{\Phi} \in \mathbb{R}^{m \times 2n}$ 。而系統之等效頻率及阻尼比，可由  $\mathbf{\Lambda}_c$  的實部與虛部求得，將  $\mathbf{\Lambda}$  轉換為  $\mathbf{\Lambda}_c$  如下：

$$\mathbf{\Lambda}_c = \frac{\ln(\mathbf{\Lambda})}{\Delta t}, \quad \mathbf{\Lambda}_c = \begin{bmatrix} \lambda_{c,1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_{c,2n} \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

其中，

$$\lambda_{c,i} = \alpha_i \pm j\beta_i = -\xi_i \omega_i \pm j\omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \quad (2.74)$$

$\omega_i$  為系統第  $i$  模態之自然頻率； $\xi_i$  為系統第  $i$  模態之阻尼比。由式(2.74)可求得：

$$\omega_i = \sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2} \quad (2.75a)$$

$$\xi_i = -\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2}} \quad (2.75b)$$

由於特徵值  $\Lambda$  與特徵向量  $\Pi$  為共軛複數之形式，因此所求得之等效自然頻率、阻尼比與模態數量均為系統自由度的兩倍，且以兩兩共軛成對出現，故實際上所求得之參數仍與自由度數量相同。

## 2.5.2 SRIM 之數值驗證

本節將以一棟五層樓之二維對稱剪力屋架進行SRIM數值模擬驗證。結構系統之結構參數與模態參數歸納於表2.1，其質量矩陣  $\mathbf{M}$ 、勁度矩陣  $\mathbf{K}$  與阻尼矩陣  $\mathbf{\Xi}$  分別表示如下：

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix} \quad (k \text{ g f s}^2 / m)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_5 & -k_5 & 0 & 0 & 0 \\ -k_5 & k_5 + k_4 & -k_4 & 0 & 0 \\ 0 & -k_4 & k_4 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 + k_2 & -k_2 \\ 0 & 0 & 0 & -k_2 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \quad (k \text{ g f m})$$

$$\mathbf{\Xi} = 0.02(\mathbf{KM})^{\frac{1}{2}} (k \text{ g f} \cdot \text{s} / m)$$

考慮以El Centro (1940) 南北向之地震波作為輸入擾動，尖峰地表加速度 (Peak Ground Acceleration, 簡稱PGA) 調整至0.1g之情況下 (圖2.1)，各樓層加速度反應作為輸出，以單一輸入-多重輸出之模式進行結構系統識別分析。

為模擬真實情況下受環境干擾或感應器誤差所造成之量測噪音 (Measurement Noise)，乃於m組原始輸出訊號中分別加入等比例但獨立 (Independent) 之噪音，定義二者之比例關係 (Noise-to-Signal Ratio；簡

稱NSR<sub>m</sub>) 為：

$$\text{NSR}_m = \frac{\text{RMS}_{N,m}}{\text{RMS}_{S,m}} \times 100\% \quad (2.76)$$

其中， $\text{RMS}_{N,m}$  與  $\text{RMS}_{S,m}$  分別表示第m組噪音及對應樓層原始輸出訊號之均方根值 (Root Mean Square；簡稱RMS)。

因此，可將式(2.8)改寫成含噪音之輸出訊號：

$$\mathbf{y}_v(k) = \mathbf{Cz}(k) + \mathbf{D}u(k) + \mathbf{v}_n(k) \quad (2.77a)$$

或

$$\mathbf{y}_v(k) = \mathbf{y}(k) + \mathbf{v}_n(k) \quad (2.77b)$$

其中， $\mathbf{y}_v(k) \in R^{m \times 1}$  為加入噪音之輸出訊號； $\mathbf{v}_n(k) \in R^{m \times 1}$  表示噪音，茲假設其為白噪音 (White Noise)，以MATLAB® 指令randn建立。

茲針對上述五層樓結構考慮NSR<sub>m</sub> 為0%、5%、10%及15%等情況，進行SRIM系統識別法之驗證，並探討不同干擾程度之噪音對於識別結果的影響。由圖2.2不同噪訊比之各樓層絕對加速度歷時，可看出隨著NSR<sub>m</sub> 比例的增加，於每一時間點上的訊號干擾程度也隨之放大，代表與原始輸出訊號之差異越大，藉此探討SRIM對於雜訊干擾之適應性 (Adaptiveness)。

為便於評估模態向量識別結果之準確性，茲定義一誤差指標 (Error Index；簡稱EI<sub>i</sub>) 如下：

$$\text{EI}_i = \frac{\|\hat{\phi}_i - \phi_i\|}{\|\phi_i\|} = \left( \frac{\sum_{j=1}^5 (\hat{\phi}_{j,i} - \phi_{j,i})^2}{\sum_{j=1}^5 (\phi_{j,i})^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.78)$$

其中， $\hat{\phi}_i$  與  $\phi_i$  分別為識別求得之模態矩陣  $\hat{\Phi}$  及解析解之模態向量矩陣  $\Phi$  中

第  $i$  模態向量； $\hat{\phi}_{j,i}$  與  $\phi_{j,i}$  分別為  $\hat{\phi}_i$  與  $\phi_i$  對應於第  $j$  樓層之模態向量元素。

於  $NSR_m$  為 0% 的情況，依 2.5.1 節分析流程中建議—採用式 (2.36b) 所計算出最小容許  $p$  值的兩倍（即  $p=6$ ），即可求得合理的識別結果。於  $NSR_m$  為 5% 及 10% 的情況中，由於加入量測噪音之干擾，經過多次嘗試，顯示須採  $p=50$  進行分析其模態參數方能趨於穩定。不同  $NSR_m$  下之識別分析結果歸納於表 2.2。

觀察表 2.1、表 2.2 及圖 2.3 可知，當  $NSR_m=0\%$  時，SRIM 可成功識別出與解析解相符之各模態參數，驗證此一識別方法之準確性；而受噪音干擾條件下（ $NSR_m=5\%$ 、 $10\%$  及  $15\%$ ），自然頻率之識別結果與解析解並無明顯之差異，顯示其對於噪音之適應能力頗佳；在模態的部份，低頻模態（前三模態）可被成功識別出來，惟其較高頻模態（第四、五模態）之識別結果與解析解之差異過大，說明高頻之模態對於噪音較為敏感，此亦印證真實情況下高頻模態不易精確識別之特性。由上述討論可知，SRIM 對於無噪音干擾的情況可精準識別出系統之模態參數，而在噪音（ $NSR_m=5\%$ 、 $10\%$  及  $15\%$ ）影響下，頻率仍可準確識別出來，但高頻模態之振型則會有明顯誤差。

### 2.5.3 SSI 之數值驗證

本節將以 SSI 識別法針對與 2.5.2 節所分析之五層樓二維對稱剪力屋架進行識別，結構系統參數與模態參數歸納於表 2.1。

考慮以 White Noise 作為輸入擾動，尖峰地表加速度調整至  $0.1g$  之情況下（圖 2.4），各樓層加速度反應作為輸出，以單一輸入-多重輸出之模式進行結構系統識別分析。與 2.5.2 節相同，為模擬真實情況下受環境干擾或感應器誤差所造成之量測噪音，乃於  $m$  組原始輸出訊號中分別加入等比例但

獨立 (Independent) 之噪音，噪訊比以  $NSR_m$  表示。

茲針對上述五層樓結構考慮  $NSR_m$  為 0%、5%、10% 及 15% 等情況，進行 SSI 系統識別法之驗證，並探討不同干擾程度之噪音對於識別結果的影響。由圖 2.4 不同噪訊比之各樓層絕對加速度歷時，可看出隨著  $NSR_m$  比例的增加，於每一時間點上的訊號干擾程度也隨之放大，代表與原始輸出訊號之差異越大，藉此探討 SSI 對於雜訊之適應性。為便於評估模態向量識別結果之準確性，利用 2.5.2 節定義之誤差指標 (Error Index；簡稱  $EI_i$ )，判斷模態識別之誤差。

觀察表 2.1、表 2.3 及圖 2.5 可知，當  $NSR_m = 0\%$  時，SSI 可識別出與解析解相符之各模態參數，驗證此識別方法之準確性，但在識別阻尼比時，卻無法精準識別；而受較到少噪音干擾條件下 ( $NSR_m = 5\%$  及  $10\%$ )，頻率之識別結果與解析解並無明顯之差異，但當  $NSR_m = 15\%$  時，頻率便無法精準識別；在模態的部份，低頻模態 (前四模態) 仍可成功識別出來，惟其較高頻模態 (第五模態) 之識別結果與解析解之差異過大，說明高頻之模態對於噪音較為敏感，符合真實情況下高頻模態不易識別之特性；在阻尼比方面，在  $NSR_m = 5\%$  時，識別結果尚稱精準，但在  $NSR_m = 10\%$  及  $15\%$  時，則誤差極大。由上述討論可知，SSI 對於無噪音干擾的情況可精準識別出系統之模態參數，而在較小噪音 ( $NSR_m = 5\%$ 、 $10\%$ ) 影響下，頻率仍可準確識別出來，模態之振形則會有明顯誤差，而阻尼比的識別結果誤差更大。

#### 2.5.4 SRIM 與 SSI 之數值驗證結果比較

當  $NSR_m = 0\%$  時，SRIM 與 SSI 皆可識別出頻率、模態及阻尼比，其

中 SRIM 識別結果之精度較佳，尤其是阻尼比的識別，SRIM 之精準度明顯優於 SSI。

在噪音程度較小（ $NSR_m = 5\%$  及  $10\%$ ）之干擾條件下，SRIM 與 SSI 皆可識別出頻率，惟 SRIM 之識別結果更為精準；於模態的部分，SRIM 與 SSI 皆可正確識別出較低頻之模態，其中，SRIM 識別高頻模態（第五模態）之誤差遠大於 SSI；阻尼比方面，SRIM 仍可成功識別出阻尼比，SSI 則有明顯的誤差。

在噪音程度較大（ $NSR_m = 15\%$ ）之干擾條件下，SRIM 仍可識別出所有頻率，SSI 卻無法精準識別頻率；在模態的部分，SRIM 與 SSI 皆可識別出較低頻之模態，但 SSI 識別高頻模態（第五模態）之精準度反而高於 SRIM；阻尼比的部分，SRIM 之識別結果有明顯誤差，SSI 則幾乎無法識別出阻尼比。

於上述結果可知，SRIM 法在識別頻率及阻尼比上較 SSI 精準；SRIM 於無噪音（ $NSR_m = 0\%$ ）干擾條件下，識別模態的能力也比 SSI 佳。但隨著噪音增加（ $NSR_m = 5\%$ 、 $10\%$  及  $15\%$ ），SSI 識別模態的能力則有優於 SRIM 之情況，此現象說明 SSI 於模態識別時，適應噪音的能力大於 SRIM。

表 2.1 五層樓結構系統之結構參數與模態參數

<i>Structural Parameters</i>						
<i>Floor<sub>i</sub></i>	1F	2F	3F	4F	5F	
$m_i(kgf \cdot s^2 / m)$	2	2	2	2	2	
$k_i(kgf / m)$	5000	5000	3000	3000	1000	
<i>Modal Parameters</i>						
Mode ( <i>i</i> )	1	2	3	4	5	
Frequency(Hz)	1.94	4.35	7.18	10.40	13.60	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode Shapes	5F	1	1	1	1	
	4F	0.70	-0.49	-3.06	-7.55	-13.60
	3F	0.53	-0.75	-0.27	11.10	47.71
	2F	0.31	-0.63	2.89	-1.88	-123.14
	1F	0.16	-0.37	2.44	-6.46	133.89

表 2.2 (a) SRIM 識別五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 0\%$ )

<i>Modal Parameters</i>						
Mode ( <i>i</i> )		1	2	3	4	5
Frequency(Hz)		1.94	4.35	7.18	10.40	13.60
Damping Ratio (%)		2.00	2.00	2.00	2.00	2.00
Mode Shapes	5F	1	1	1	1	1
	4F	0.70	-0.49	-3.06	-7.55	-13.60
	3F	0.53	-0.75	-0.27	11.10	47.71
	2F	0.31	-0.63	2.89	-1.88	-123.15
	1F	0.16	-0.37	2.44	-6.46	133.89
$EI_i$		1.68E-13	1.53E-13	6.1E-13	3.96E-12	1.27E-10

表 2.2 (b) SRIM 識別五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 5\%$ )

<i>Modal Parameters</i>						
Mode ( <i>i</i> )		1	2	3	4	5
Frequency(Hz)		1.94	4.35	7.17	10.40	13.59
Damping Ratio (%)		2.00	2.00	2.00	2.17	1.95
Mode Shapes	5F	1	1	1	1	1
	4F	0.70	-0.49	-3.00	-7.16	-0.97
	3F	0.53	-0.74	-0.26	10.54	5.64
	2F	0.31	-0.63	2.81	-1.76	-15.56
	1F	0.16	-0.37	2.36	-6.08	16.83
$EI_i$		1.93E-03	1.60 E-03	2.61 E-02	5.55 E-03	6.98

表 2. 2 (c) SRIM 識別五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 10\%$ )

<i>Modal Parameters</i>						
Mode ( <i>i</i> )	1	2	3	4	5	
Frequency(Hz)	1.94	4.35	7.17	10.41	13.60	
Damping Ratio (%)	2.01	2.00	2.02	2.10	1.90	
Mode Shapes	5F	1	1	1	1	
	4F	0.70	-0.49	-3.16	-5.36	-1.94
	3F	0.53	-0.74	-0.28	7.33	2.64
	2F	0.31	-0.62	2.97	-1.14	-6.25
	1F	0.16	-0.37	2.51	-4.05	6.54
$EI_i$	5.53E-03	5.34 E-03	2.88 E-02	5.00E-01	18.51	

表 2. 2 (d) SRIM 識別五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 15\%$ )

<i>Modal Parameters</i>						
Mode ( <i>i</i> )	1	2	3	4	5	
Frequency(Hz)	1.94	4.35	7.17	10.41	13.60	
Damping Ratio (%)	1.98	2.03	2.04	2.59	2.42	
Mode Shapes	5F	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	4F	0.71	-0.49	-3.22	-4.83	-0.73
	3F	0.54	-0.74	-0.30	6.20	1.49
	2F	0.31	-0.62	2.98	-0.97	-2.87
	1F	0.16	-0.37	2.54	-3.29	2.87
$EI_i$	2.72E-03	4.84E-03	4.15E-02	7.52E-01	40.96	

表 2.3 (a) SSI 識別五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 0\%$ )

<i>Modal Parameters</i>						
Mode ( <i>i</i> )		1	2	3	4	5
Frequency(Hz)		1.96	4.39	7.24	10.76	13.65
Damping Ratio (%)		2.30	2.24	1.96	2.22	1.70
Mode Shapes	5F	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	4F	0.70	-0.49	-3.06	-7.59	-13.66
	3F	0.53	-0.74	-0.27	11.27	47.85
	2F	0.31	-0.63	2.88	-2.15	-123.33
	1F	0.16	-0.37	2.44	-6.51	133.73
$EI_i$		6.03E-03	5.94E-03	2.36E-03	2.14E-02	1.52E-03

表 2.3 (b) SSI 識別五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 5\%$ )

<i>Modal Parameters</i>						
Mode ( <i>i</i> )		1	2	3	4	5
Frequency(Hz)		2.06	4.40	7.22	10.55	13.63
Damping Ratio (%)		2.99	2.79	2.12	1.81	1.48
Mode Shapes	5F	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	4F	0.70	-0.49	-3.00	-7.16	-0.97
	3F	0.53	-0.74	-0.26	10.54	5.64
	2F	0.31	-0.63	2.81	-1.76	-15.56
	1F	0.16	-0.37	2.36	-6.08	16.83
$EI_i$		1.27E-02	1.97E-02	1.06E-02	2.84E-01	1.15

表 2.3 (c) SSI 識別五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 10\%$ )

<i>Modal Parameters</i>						
Mode ( <i>i</i> )	1	2	3	4	5	
Frequency(Hz)	2.00	4.56	7.45	11.66	13.81	
Damping Ratio (%)	2.14	2.30	2.91	3.10	2.96	
Mode Shapes	5F	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	4F	0.72	-0.51	-2.79	-10.61	-4.49
	3F	0.55	-0.80	-0.48	13.07	10.81
	2F	0.32	-0.69	2.57	-1.81	-25.78
	1F	0.16	-0.43	2.17	-7.53	27.80
$EI_i$	1.92E-02	6.92E-02	1.21E-01	2.05E-01	3.75	

表 2.3 (d) SSI 識別五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 15\%$ )

<i>Modal Parameters</i>						
Mode ( <i>i</i> )	1	2	3	4	5	
Frequency(Hz)	1.03	4.58	7.62	11.60	14.23	
Damping Ratio (%)	2.06	2.93	3.68	3.11	10.00	
Mode Shapes	5F	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	4F	0.73	-0.42	-3.25	-6.04	-3.18
	3F	0.58	-0.64	-0.34	6.50	12.70
	2F	0.35	-0.53	2.89	-1.97	-28.66
	1F	0.18	-0.32	2.51	-2.56	29.07
$EI_i$	5.15E-02	1.22E-01	4.16E-02	6.55E-01	3.40	

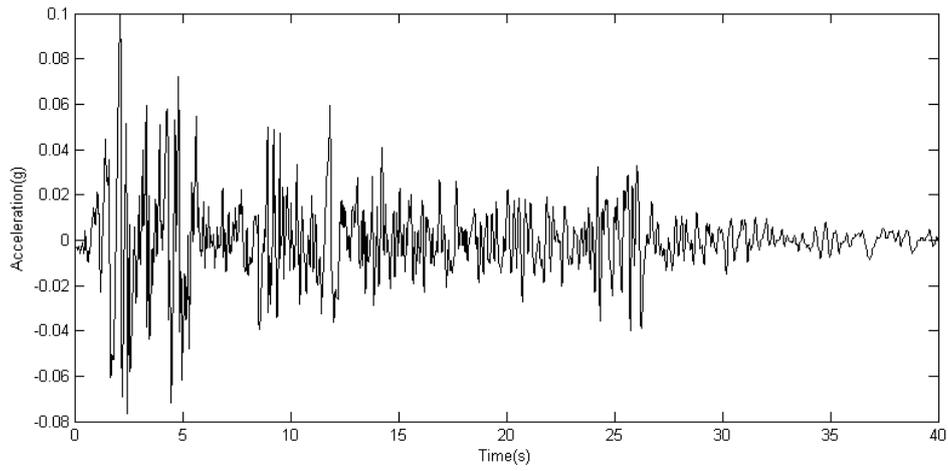


圖 2.1 (a) El Centro 南北向地震加速度歷時圖(PGA=0.1g)

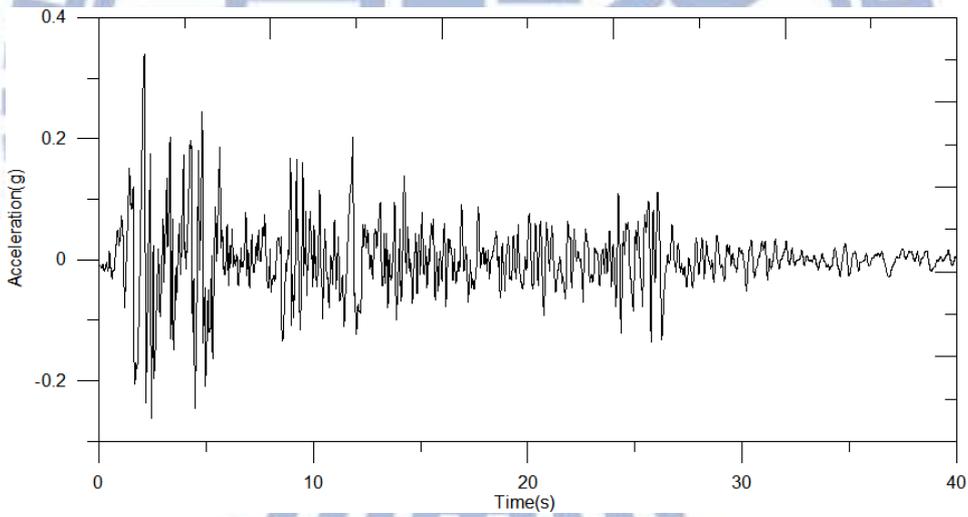


圖 2.1 (b) El Centro 南北向地震加速度歷時圖(PGA=0.34g)

NSR<sub>m</sub>=0%

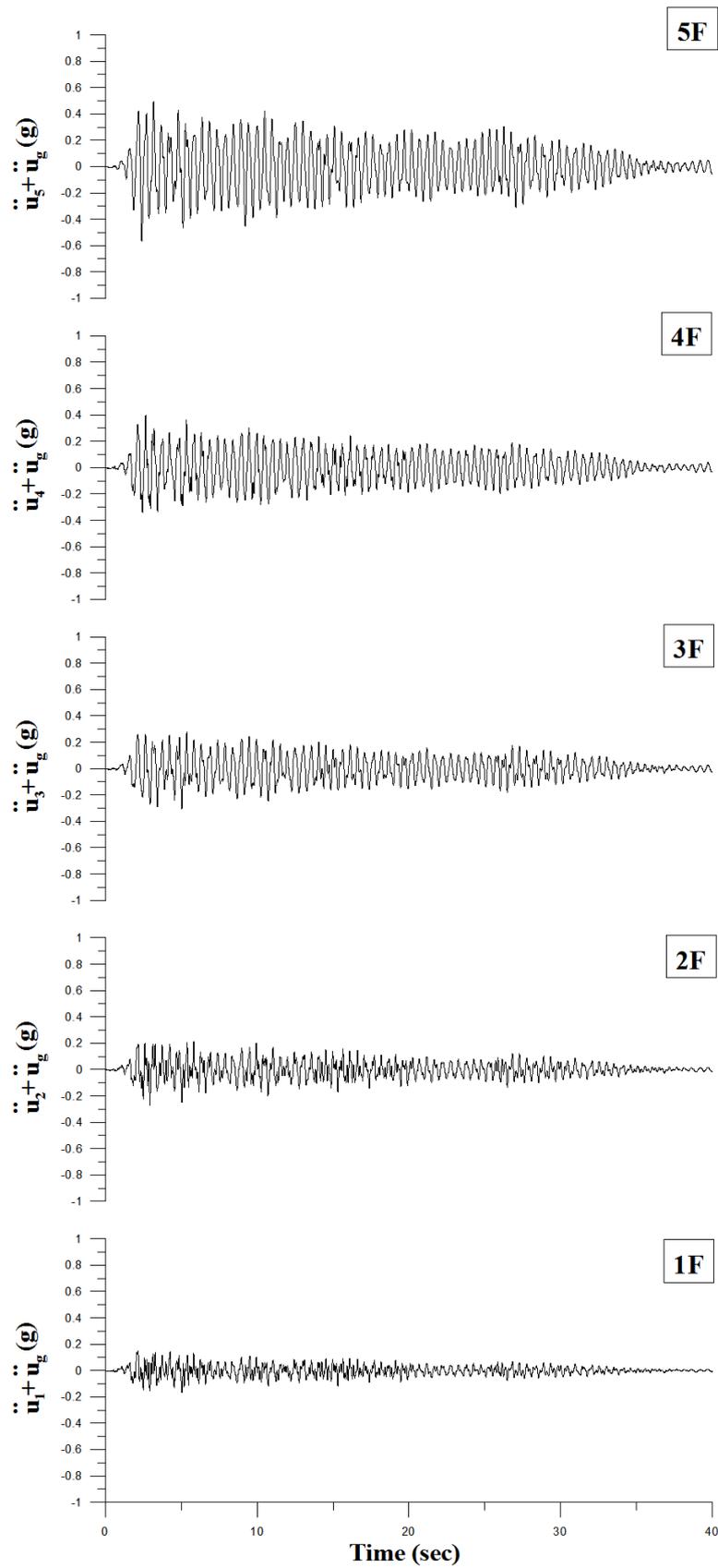


圖 2.2 (a) 各樓層絕對加速度歷時圖(NSR<sub>m</sub> = 0%)

NSR<sub>m</sub>=5%

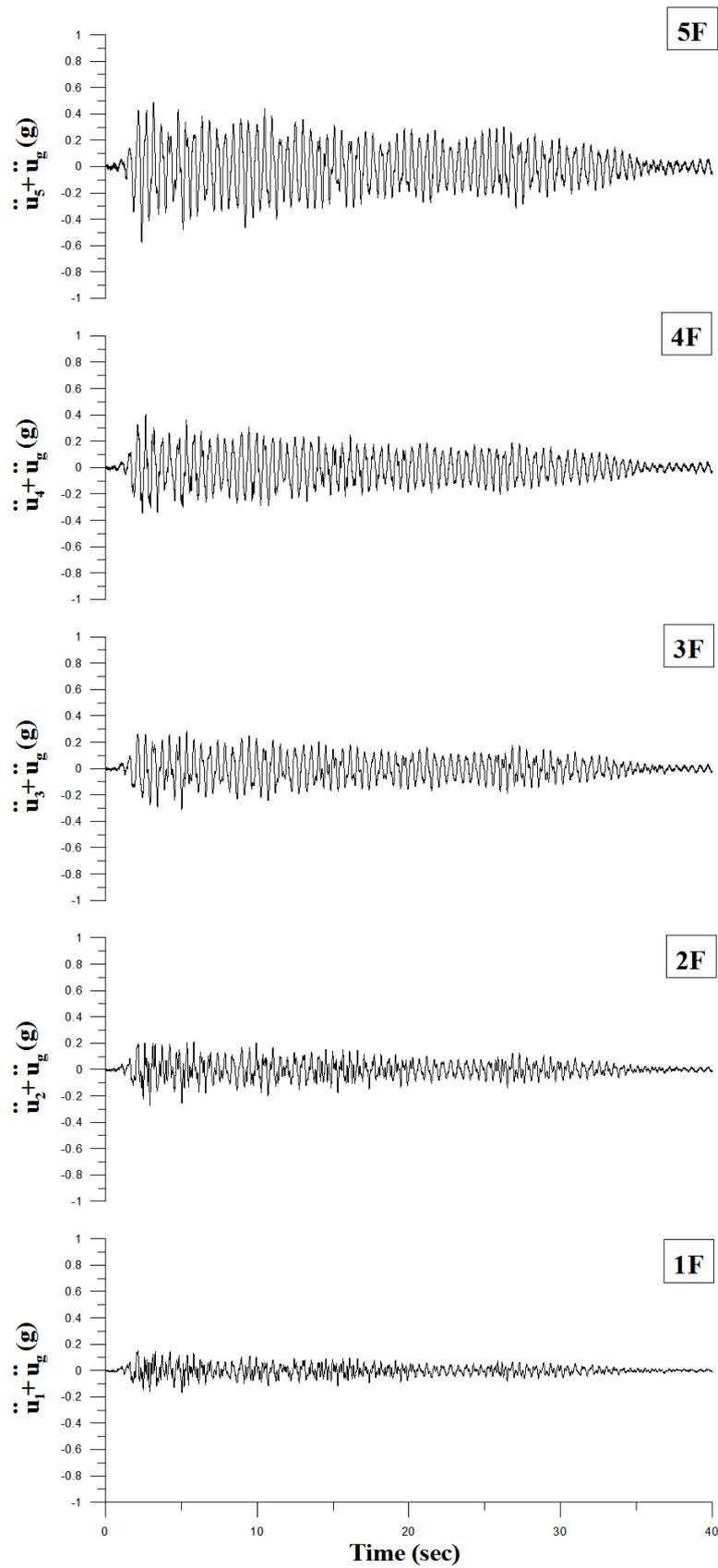


圖 2.2 (b) 各樓層絕對加速度歷時圖(NSR<sub>m</sub> = 5%)

NSR<sub>m</sub>=10%

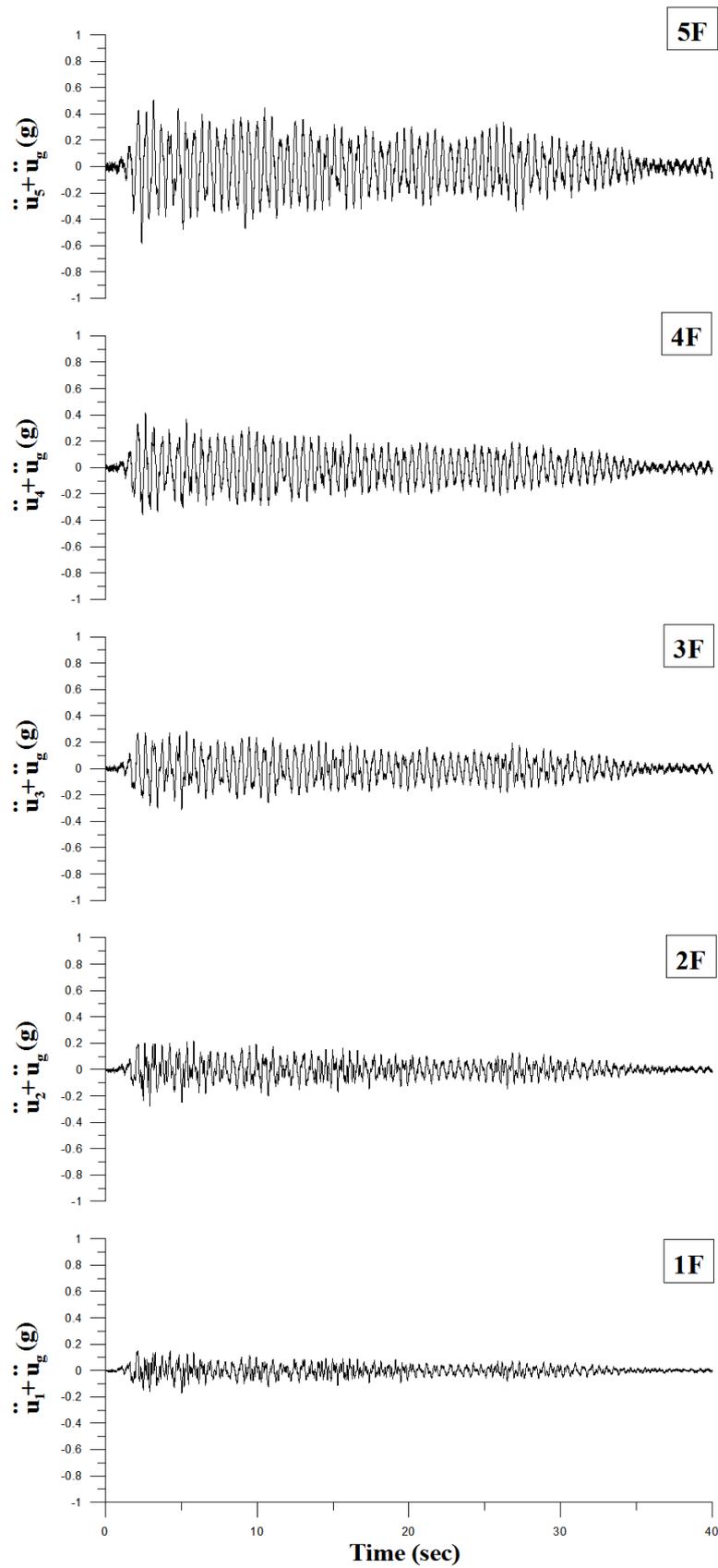


圖 2.2 (c) 各樓層絕對加速度歷時圖 (NSR<sub>m</sub> = 10%)

NSR<sub>m</sub>=15%

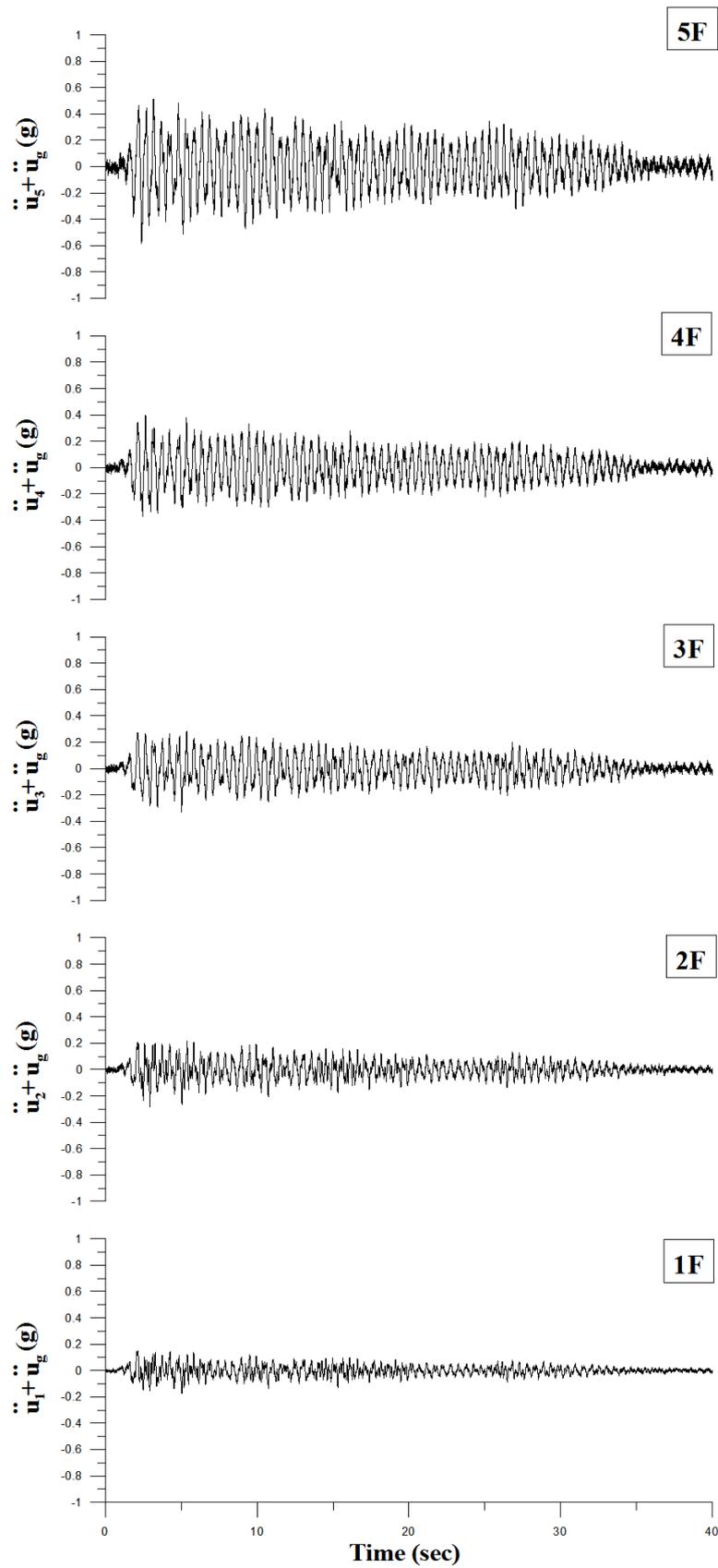


圖 2.2 (d) 各樓層絕對加速度歷時圖 (NSR<sub>m</sub> = 15%)

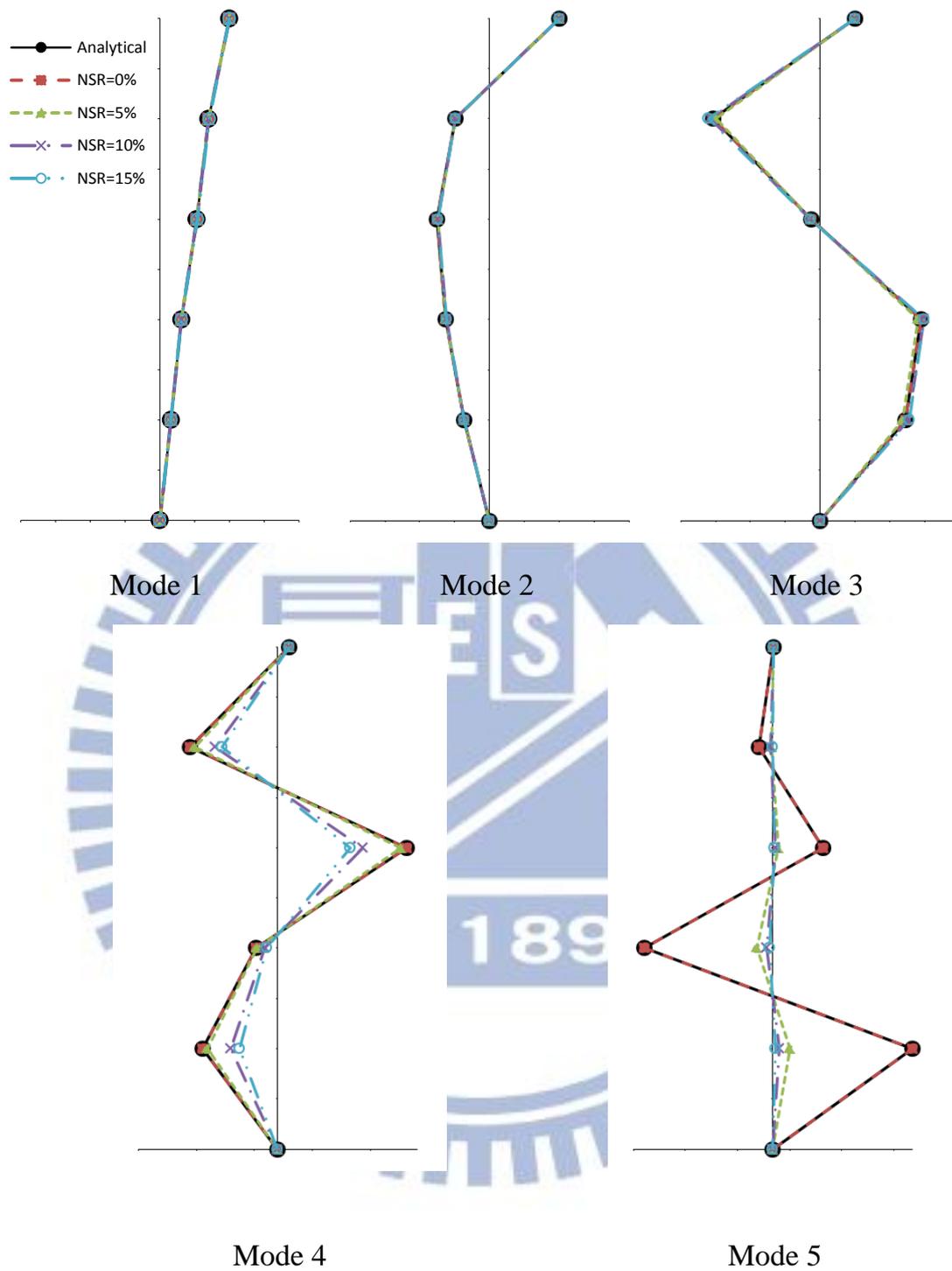


圖 2.3 SRIM 法於不同噪訊比之模態振形識別結果比較

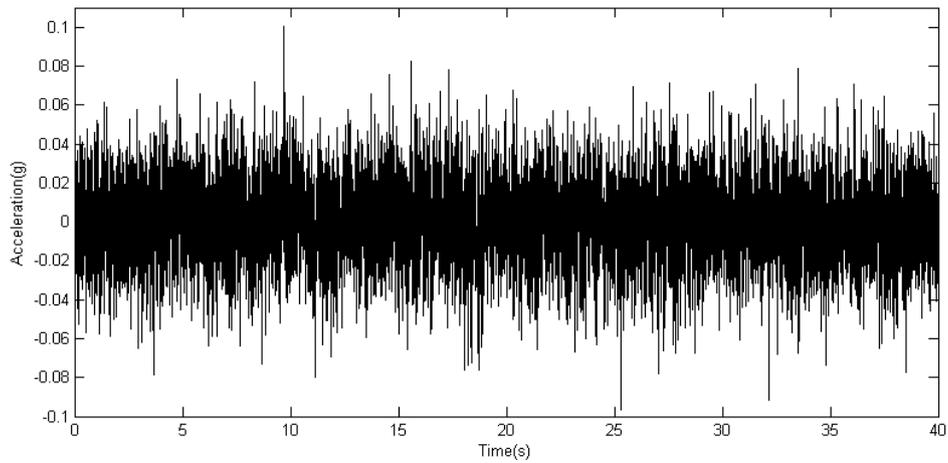


圖 2.4 White Noise 加速度歷時圖(PGA=0.1g)



NSR<sub>m</sub>=0%

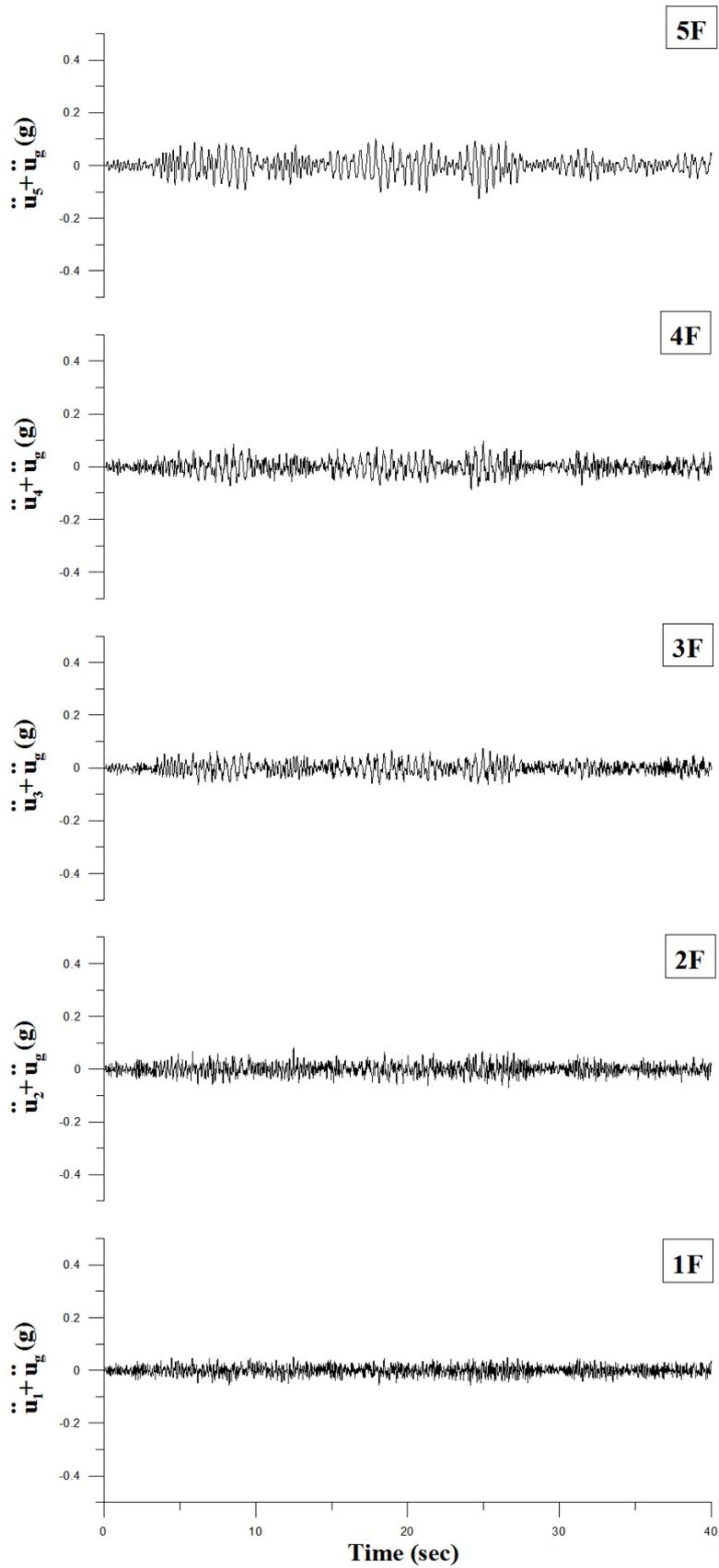


圖 2.5 (a) 各樓層絕對加速度歷時圖(NSR<sub>m</sub> = 0%)

NSR<sub>m</sub>=5%

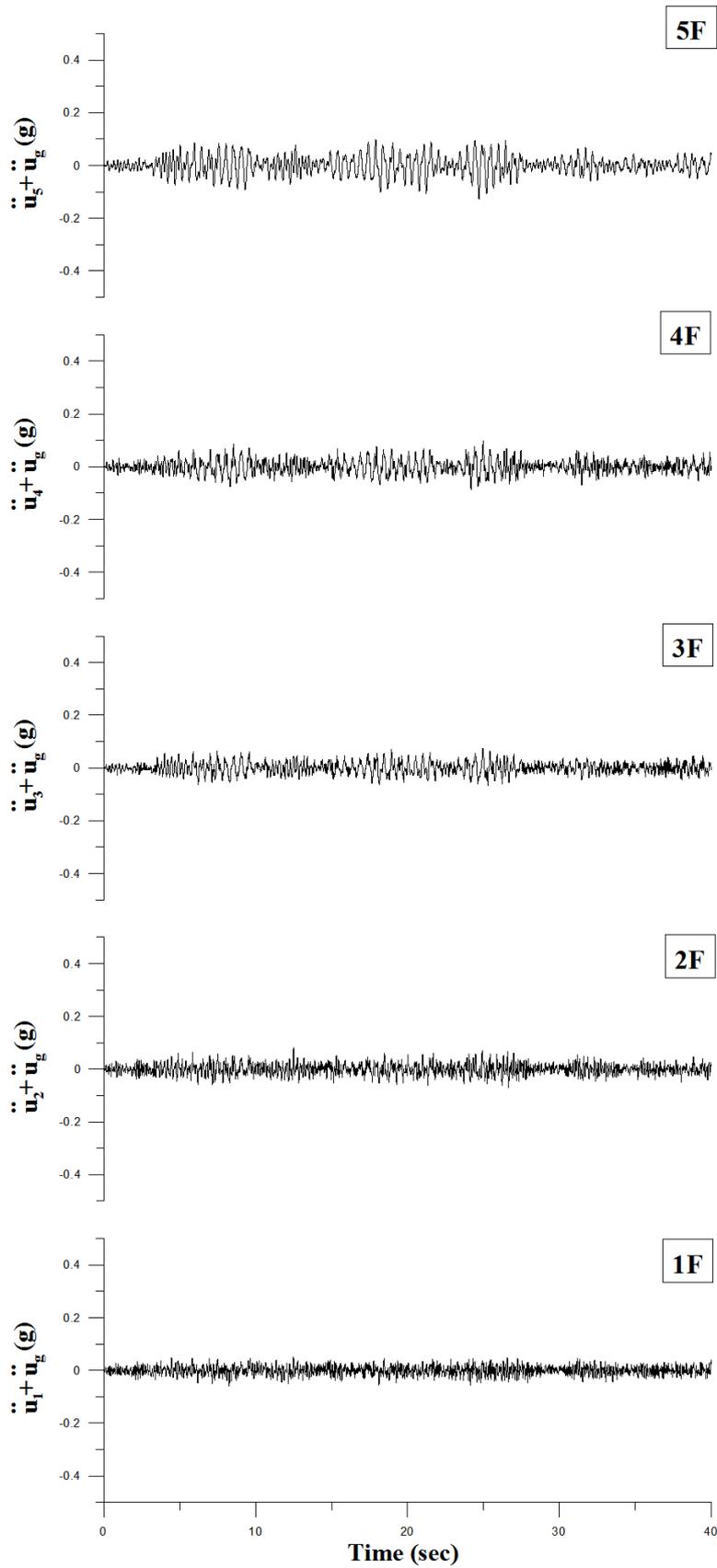


圖 2.5 (b) 各樓層絕對加速度歷時圖(NSR<sub>m</sub> = 5%)

NSR<sub>m</sub>=10%

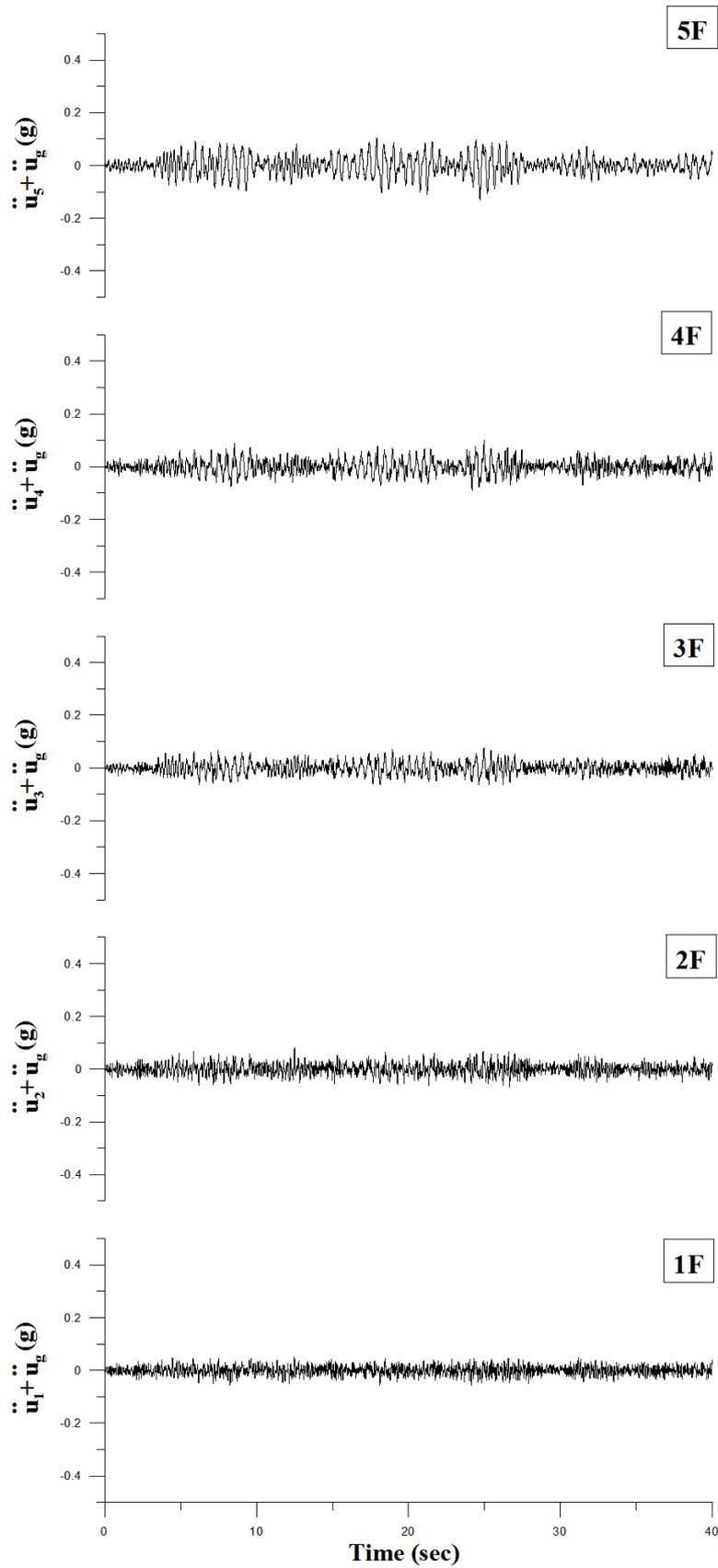


圖 2.5 (c) 各樓層絕對加速度歷時圖 (NSR<sub>m</sub> = 10%)

NSR<sub>m</sub>=15%

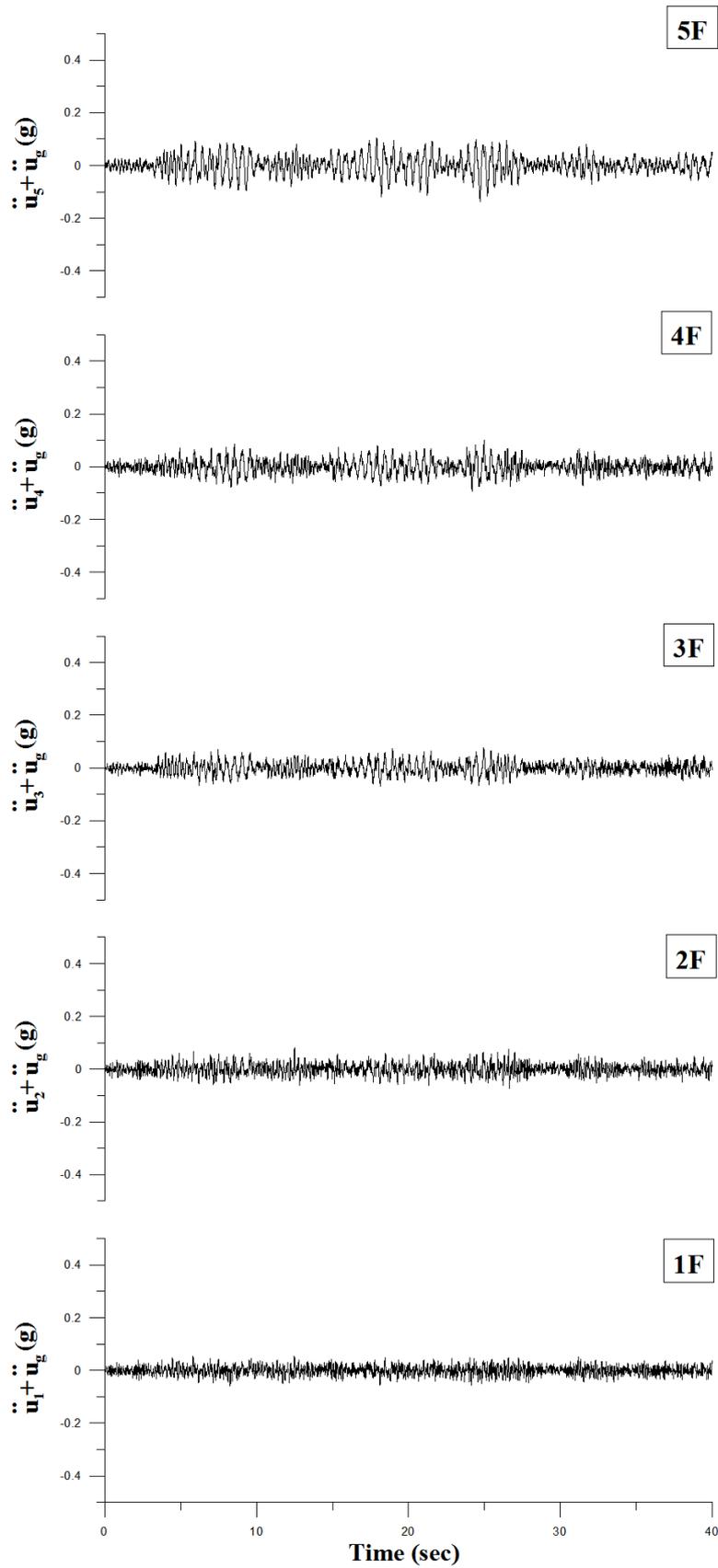


圖 2.5 (d) 各樓層絕對加速度歷時圖 (NSR<sub>m</sub> = 15%)

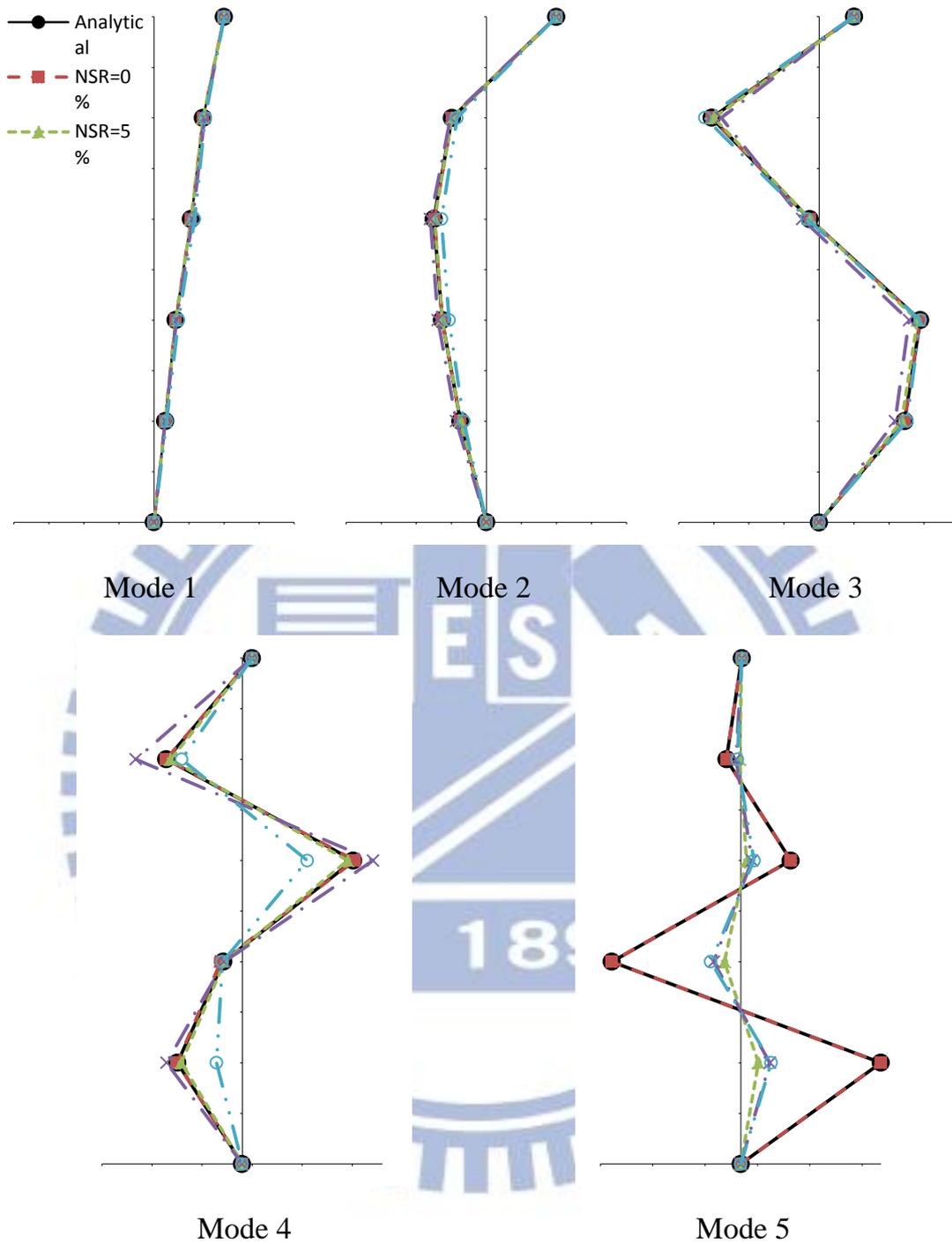


圖 2.6 SSI 法於不同噪訊比之模態振形識別結果比較

## 第三章 土木結構之損傷探測分析

### 3.1 前言

結構損傷探測是藉由結構之動態或力學特性等異常變化，推斷結構損傷位置及受損程度的一門學問。常見的非破壞性結構檢測方法，包括動態測試法、超音波檢測法、光學檢測法及聲波檢測法等，其中以動態測試法為基礎之結構損傷探測方法較具實用性，其餘方法則較適用於探究已知受損構件之內部損傷程度或殘餘強度。動態測試法是藉由激發結構系統使產生振動，由結構動態反應監測資料識別出結構系統之模態參數（如頻率、阻尼比、振態...等）或物理參數（如勁度矩陣、柔度矩陣...等），並由模態參數之變化找出破壞位置。台灣位於歐亞大陸板塊和菲律賓海板塊的交界處，屬環太平洋火山地震帶，平均每年發生的地震超過百次，因此吾人可善用大自然提供的條件，針對結構地震反應監測資料進行分析，以研判結構物是否在地震中受損，並且在受損時定位出受損位置，以利後續之修復補強工作。

Bernal【45】於 2002 年提出損傷定位向量法（Method of Damage Locating Vectors, 簡稱 DLV 法），以柔度矩陣為基礎的結構損傷探測方法有了突破性進展。Gao et al.【58,59】 and Huynh et al.【66】分別將 DLV 法成功應用於空間桁架及平板的破壞偵測上。Duan et. al.【47】以 DLV 損傷識別方法分別針對多自由度彈簧質塊系統與平面桁架結構進行破壞偵測，並探討考慮模態數之多寡對於識別分析結果的影響。該研究指出，當結構有兩處破壞位置時，使用前二、三個模態即可正確偵測出破壞位置。DLV 法的概念，是要識別出結構在某些特定形式的載重向量作用下，應力（或內力）為零的構件—即潛在的受損構件。凡符合這些特定形式的載重向量，即稱之為破壞定位向量，這剛好是數學上對應於結構受損前後的柔度變異矩陣（Flexibility Differential）零空間（Null Space）的一組向量基

底 (Basis)，可藉由柔度變異矩陣之奇異值分解 (Singular Value Decomposition, SVD) 求得。將 DLV 作為荷載施加於破壞前的結構上，再由其應力 (或內力) 分析結果萃取出最可能的破壞構件，作為結構損傷探測之依據。Bernal 並於 2006 年改良其 DLV 法，結合狀態空間模型建立結構之柔度矩陣，並以此為基礎發展出新的結構損傷探測方法【52】，本文稱之為狀態空間 DLV 法。此一方法若能結合適當之系統識別方法，如訊息矩陣系統辨識 (SRIM) 法，則更可由識別得到之等效系統參數直接進行損傷探測分析，此將有利於減少吾人由模態參數建立柔度矩陣過程 (例如質量矩陣不準確) 所衍生之誤差；此外，若輸入擾動未知，則可使用隨機子空間識別理論 (SSI) 識別出等效系統參數，擴大 DLV 法的應用範圍。本節將針對狀態空間 DLV 法進行深入探討。

以 DLV 為基礎的破壞偵測方法並非完全不需結構之解析模型，除非是剪力屋架。因結構桿件之應力 (或內力) 仍須根據結構模型去計算。惟若能找出結構之柔度矩陣，則能直接將柔度矩陣乘上破壞定位向量，得到結構各自由度之位移，從而由直接位移指數 (Direct Displacement Index) 找出結構破壞位置。Lys【54】於 2003 發展出一套以輸入與輸出間之關係求得正規化特徵矩陣，再由正規化特徵矩陣求得柔度矩陣的方法。由於本研究是以地震反應監測資料為依據，為單一輸入-多重輸出 (Single-Input Multi-Output, 簡稱 SIMO) 之系統，其輸入影響矩陣為秩缺 (Rank Deficient)，Lys【54】所提求正規化特徵矩陣的方法並不適用；再者，若輸入擾動無法得知，則使用隨機子空間識別理論 (SSI) 之隨機狀態空間方程式中 (式 2.16) 並無輸入影響矩陣，因此也無法由 Lys【54】的方法求得正規化特徵矩陣。有鑑於此，本研究乃提出由各模態間之正交關係找出質量關係矩陣，再由質量關係矩陣萃取出正規化特徵關係矩陣的方法，繼而利用正規化特徵關係矩陣求出比例柔度矩陣 (Proportional Flexibility Matrix)，可應用於損傷探測之直接位移指標計算。

本章前半段將先回顧 Bernal 【52】所提出之柔度矩陣本位 (Flexibility-based) 損傷探測方法之理論，進而介紹由其延伸發展出來的狀態空間 DLV 法；本章後半段將先說明如何利用系統識別出之結構系統參數重建結構物理參數，並介紹本研究發展出以結構各參數之關係求得比例柔度矩陣的新方法。最後以一棟三層樓剪力屋架示範狀態空間 DLV 法與直接位移法之應用。



## 3.2 DLV 損傷探測分析理論

DLV 法的概念主要是識別出結構在某些特定形式的載重作用下，應力（或內力）為零的構件——即為潛在的受損構件。凡符合這些特定形式的載重向量，即稱之為破壞定位向量，數學上即為對應於結構受損前後的柔度變異矩陣（Flexibility Differential）零空間（Null Space）的一組向量基底（Basis），可藉由柔度變異矩陣之奇異值分解（Singular Value Decomposition, SVD）求得。將 DLV 作為荷載施加於破壞前的結構上，再由其應力（或內力）分析結果萃取出最可能的破壞構件，作為結構損傷探測之依據。

### 3.2.1 DLV 損傷探測分析理論之回顧

考慮一  $n$  個自由度之結構系統，其破壞前之柔度矩陣為  $\mathbf{F}^i$ ，破壞後之柔度矩陣為  $\mathbf{F}^d$ 。若存在某荷載向量，可使此結構系統於破壞前與破壞後產生相同之變位，則定義此荷載向量為  $\mathbf{L}$ ，其關係式可以表示如下：

$$\mathbf{F}^d \mathbf{L} = \mathbf{F}^i \mathbf{L} \quad (3.1)$$

將式(3.1)進一步改寫成：

$$(\mathbf{F}^d - \mathbf{F}^i) \mathbf{L} = \mathbf{D}_F \mathbf{L} = \mathbf{0} \quad (3.2)$$

其中， $\mathbf{D}_F = \mathbf{F}^d - \mathbf{F}^i$  為結構系統破壞前、後之柔度差異矩陣。於數學上有三種情況可滿足式(3.2)，分別為(1)  $\mathbf{D}_F = \mathbf{0}$ ，表示結構系統破壞前、後之柔度矩陣未產生任何變化，即代表結構系統並未發生破壞，因此不具有討論的意義；(2)  $\mathbf{L} = \mathbf{0}$ ；表示此荷載向量不存在，故結構系統不會有變位產生，亦毋須討論；(3)  $\text{rank}(\mathbf{D}_F) < n$ ，表示  $\mathbf{D}_F$  為缺秩（rank deficient）之情況，

即荷載向量  $\mathbf{L}$  為對應於其零空間 (null space) 之基底 (basis)。因此凡滿足情況(3)之荷載向量  $\mathbf{L}$ ，即稱之為破壞定位向量。

假設結構系統於破壞前與破壞後之柔度矩陣可被萃取出來，便可由柔度差異矩陣  $\mathbf{D}_F$ ，求得隸屬於零空間之破壞定位向量  $\mathbf{L}$ ，如圖 3.1 所示。

對  $\mathbf{D}_F$  作奇異值分解：

$$\mathbf{D}_F = \mathbf{U}^{\mathbf{D}_F} \mathbf{S}^{\mathbf{D}_F} (\mathbf{V}^{\mathbf{D}_F})^T = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\mathbf{D}_F} & \mathbf{U}_0^{\mathbf{D}_F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_n^{\mathbf{D}_F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_0^{\mathbf{D}_F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_n^{\mathbf{D}_F} & \mathbf{V}_0^{\mathbf{D}_F} \end{bmatrix}^T \quad (3.3)$$

其中， $\mathbf{U}_n^{\mathbf{D}_F} \in R^{n \times (n-c_0)}$  為  $\mathbf{D}_F \mathbf{D}_F^T$  之非零特徵值所對應之單位特徵向量，( $c_0$  為奇異值之數量)； $\mathbf{U}_0^{\mathbf{D}_F} \in R^{n \times c_0}$  為  $\mathbf{D}_F \mathbf{D}_F^T$  之奇異值所對應之單位特徵向量； $\mathbf{S}_n^{\mathbf{D}_F} \in R^{(n-c_0) \times (n-c_0)}$  為  $\mathbf{D}_F^T \mathbf{D}_F$  之非零特徵值所組成之對角矩陣； $\mathbf{S}_0^{\mathbf{D}_F} \in R^{c_0 \times c_0}$  為  $\mathbf{D}_F^T \mathbf{D}_F$  之奇異值所組成之對角矩陣； $\mathbf{V}_n^{\mathbf{D}_F} \in R^{n \times (n-c_0)}$  為  $\mathbf{D}_F^T \mathbf{D}_F$  之非零特徵值所對應之單位特徵向量； $\mathbf{V}_0^{\mathbf{D}_F} \in R^{n \times c_0}$  為  $\mathbf{D}_F^T \mathbf{D}_F$  之奇異值所對應之單位特徵向量。

於式(3.3)後乘上  $(\mathbf{V}^{\mathbf{D}_F})^{-T}$  可改寫成：

$$\mathbf{D}_F (\mathbf{V}^{\mathbf{D}_F})^{-T} = \mathbf{U}^{\mathbf{D}_F} \mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\mathbf{D}_F} & \mathbf{U}_0^{\mathbf{D}_F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_n^{\mathbf{D}_F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_0^{\mathbf{D}_F} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

由於矩陣  $\mathbf{V}^{\mathbf{D}_F}$  為正交矩陣，因此具有  $(\mathbf{V}^{\mathbf{D}_F})^{-T} = \mathbf{V}^{\mathbf{D}_F}$  之特性，故式(3.4)亦可表示如下：

$$\mathbf{D}_F \mathbf{V}^{\mathbf{D}_F} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_F \mathbf{V}_n^{\mathbf{D}_F} & \mathbf{D}_F \mathbf{V}_0^{\mathbf{D}_F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\mathbf{D}_F} \mathbf{S}_n^{\mathbf{D}_F} & \mathbf{U}_0^{\mathbf{D}_F} \mathbf{S}_0^{\mathbf{D}_F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\mathbf{D}_F} \mathbf{S}_n^{\mathbf{D}_F} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.5a)$$

其中，

$$\mathbf{D}_F \mathbf{V}_0^{\mathbf{D}_F} = \mathbf{0} \quad (3.5b)$$

比較式(3.2)與式(3.5b)可知，經由對柔度差異矩陣 $\mathbf{D}_F$ 作SVD分解，可求得破壞定位向量 $\mathbf{L}$ 。然而，於實際應用中有可能因雜訊造成之量測誤差或數值計算所產生之誤差，使得理想零奇異值 $\mathbf{S}_0^{\mathbf{D}_F}$ 無法完全等於零。因此，為有效由奇異值矩陣 $\mathbf{S}^{\mathbf{D}_F}$ 區分出零空間，Bernal【45】提出一指標係數 $svn_i$  (singular value normalize)，作為零空間篩選的依據，其定義如下：

$$svn_i = \sqrt{\frac{s_i^{\mathbf{D}_F} \|\mathbf{V}_i\|_{\infty}^2}{\max(s_i^{\mathbf{D}_F} \|\mathbf{V}_i\|_{\infty}^2)}} \quad (3.6)$$

其中， $s_i^{\mathbf{D}_F}$ 為柔度差異矩陣 $\mathbf{D}_F$ 之第 $i$ 個奇異值； $\|\mathbf{V}_i^{\mathbf{D}_F}\|_{\infty}^2$ 為 $s_i^{\mathbf{D}_F}$ 對應特徵向量 $\mathbf{V}_i^{\mathbf{D}_F}$ 之無窮範數 (Infinity Norm)，意即為 $\mathbf{V}_i^{\mathbf{D}_F}$ 中之絕對值最大者。Bernal建議當 $svn_i \leq 0.20$ 時，其所對應特徵向量 $\mathbf{V}_i^{\mathbf{D}_F}$ 即視為零空間，據以挑選出破壞定位向量 $\mathbf{L}_i$ 。

此外，Bernal 定義結構系統於第 $i$ 組破壞定位向量 $\mathbf{L}_i$ 作用下之正規化應力指標 $nsi_{j,i}$  (Normalized Stress Index) 如下：

$$nsi_{j,i} = \left| \frac{\sigma_{j,i}}{\sigma_{j,i}^{\max}} \right| \quad (3.7)$$

其中， $\sigma_{j,i}$ 為對應於第 $i$ 組破壞定位向量 $\mathbf{L}_i$ 作用下之第 $j$ 個元素的應力（或內力）。

由於DLV可能不只一組，故Bernal定義一加權應力指標 $WSI_j$  (Weighted Stress Index) 作為判斷結構損傷之依據如下：

$$WSI_j = \frac{\sum_{i=1}^{nDLV} \overline{nsi_{j,i}}}{nDLV} \quad (3.8)$$

其中， $\overline{svn_i} = \max(svn_i, 0.015)$ ， $nDLV$  代表破壞定位向量總數。依據計算所得之各元素加權應力指標  $WSI_j$ ，由其中相對數值較小者，判斷出可能受損之元素。

以上為柔度矩陣本位損傷探測方法之理論。一般而言，柔度矩陣可由模態向量及質量矩陣建立，且通常假設結構為集中質量 (Lumped-Mass)，由樓板的體積及材料密度去估算，並忽略或簡化活載重之影響，故難稱精準，此將導致柔度矩陣的誤差，進而影響 DLV 法之準確度。為克服前述問題，Bernal 提出於狀態空間 (State-Space) 模型中建立結構之柔度矩陣，進而發展出狀態空間 DLV 法。

### 3.2.2 系統柔度矩陣之建立

考慮結構系統受外力擾動下， $n$  個自由度之位形空間運動方程式，以二階常微分系統方程式表示為：

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{\Xi}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{E}\mathbf{u}(t) \quad (3.9)$$

其中， $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{\Xi}$  及  $\mathbf{K}$  分別為  $R^{n \times n}$  之質量、阻尼及勁度矩陣； $\ddot{\mathbf{x}}(t)$ 、 $\dot{\mathbf{x}}(t)$  與  $\mathbf{x}(t)$  分別為  $R^{n \times 1}$  之結構位移、速度與加速度向量； $\mathbf{u}(t) \in R^{r \times 1}$  為外力向量， $r$  為輸入外力之數量； $\mathbf{E} \in R^{n \times r}$  為外力配置矩陣，其矩陣元素取決於外力之型式與分佈。

式(3.9)可改寫為狀態空間方程式如下：

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \ddot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{\Xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) \quad (3.10)$$

若定義狀態向量

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

則式(3.10)可改寫成：

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_c \mathbf{u}(t) \quad (3.12)$$

其中，

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{\Xi} \end{bmatrix} \quad (3.13a)$$

$$\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \end{bmatrix} \quad (3.13b)$$

$\mathbf{z}(t) \in R^{2n \times 1}$  為連續時間之狀態向量； $\mathbf{A}_c \in R^{2n \times 2n}$  為連續時間系統矩陣；

$\mathbf{B}_c \in R^{2n \times r}$  為連續時間輸入影響矩陣。

假設初始條件為零，且式(3.13b)中之 $\mathbf{E} \in R^{n \times n}$  為單位矩陣及 $\mathbf{u}(t) \in R^{r \times 1}$  的情況下，對式(3.12)作拉普拉斯轉換 (Laplace Transform)，則

$$s\mathbf{z}(s) = \mathbf{A}_c \mathbf{z}(s) + \mathbf{B}_c \mathbf{u}(s) \quad (3.14a)$$

或

$$\mathbf{z}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_c)^{-1} \mathbf{B}_c \mathbf{u}(s) \quad (3.14b)$$

考慮位移狀態的部分，即：

$$\mathbf{x}(s) = \mathbf{C}_0 \mathbf{z}(s) = \mathbf{C}_0 (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_c)^{-1} \mathbf{B}_c \mathbf{u}(s) \quad (3.15)$$

其中， $\mathbf{C}_0 = [\mathbf{I} \quad \mathbf{0}] \in R^{n \times 2n}$  為位移狀態輸出矩陣。當  $s=0$  時（靜態），即可求得結構之柔度矩陣( $\mathbf{F}$ )為：

$$\mathbf{F} = -\mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c^{-1} \mathbf{B}_c \quad (3.16)$$

以  $\mathbf{C}_0$  前乘於式(3.12)可得速度狀態如下：

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{C}_0 \dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c \mathbf{z}(t) + \mathbf{C}_0 \mathbf{B}_c \mathbf{u}(t) \quad (3.17)$$

將上式對時間  $t$  微分一次可得加速度狀態如下：

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c \dot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{C}_0 \mathbf{B}_c \dot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c^2 \mathbf{z}(t) + \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c \mathbf{B}_c \mathbf{u}(t) + \mathbf{C}_0 \mathbf{B}_c \dot{\mathbf{u}}(t) \quad (3.18)$$

其中，由  $\mathbf{C}_0$  及式(3.13b)計算可得：

$$\mathbf{C}_0 \mathbf{B}_c = \mathbf{0} \quad (3.19)$$

因此，式(3.17)與式(3.18)可分別再化簡為：

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c \mathbf{z}(t) \quad (3.20a)$$

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c^2 \mathbf{z}(t) + \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c \mathbf{B}_c \mathbf{u}(t) \quad (3.20b)$$

另一方面， $\dot{\mathbf{x}}(t)$  及  $\ddot{\mathbf{x}}(t)$  亦可分別表示為：

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{C}_1 \mathbf{z}(t) \quad (3.21a)$$

及

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{C}_2 \mathbf{z}(t) + \tilde{\mathbf{D}} \mathbf{u}(t) \quad (3.21b)$$

其中， $\mathbf{C}_1 = [\mathbf{0} \quad \mathbf{I}] \in R^{n \times 2n}$  為速度狀態輸出矩陣； $\mathbf{C}_2 = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c^2$  為  $R^{n \times 2n}$  之加速度狀態輸出矩陣； $\tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c \mathbf{B}_c$  為  $R^{n \times n}$  之加速度直接傳輸矩陣。

對照式(3.20)與式(3.21)可推得：

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c \quad (3.22a)$$

或

$$\mathbf{C}_0 = \mathbf{C}_1 \mathbf{A}_c^{-1} \quad (3.22b)$$

以及

$$\mathbf{C}_2 = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c^2 = \mathbf{C}_1 \mathbf{A}_c = [-\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \quad -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{\Xi}] \quad (3.23a)$$

或

$$\mathbf{C}_0 = \mathbf{C}_2 \mathbf{A}_c^{-2} \quad (3.23b)$$

此外，

$$\tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c \mathbf{B}_c = \mathbf{M}^{-1} \quad (3.24)$$

將式(3.16)、式(3.19)與式(3.24)中之 $\mathbf{C}_0$ 分別以式(3.22b)或式(3.23b)代入可得：

$$\mathbf{F} = -\mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c^{-1} \mathbf{B}_c = -\mathbf{C}_1 \mathbf{A}_c^{-2} \mathbf{B}_c = -\mathbf{C}_2 \mathbf{A}_c^{-3} \mathbf{B}_c \quad (3.25a)$$

$$\mathbf{C}_0 \mathbf{B}_c = \mathbf{C}_1 \mathbf{A}_c^{-1} \mathbf{B}_c = \mathbf{C}_2 \mathbf{A}_c^{-2} \mathbf{B}_c = \mathbf{0} \quad (3.25b)$$

及

$$\tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c \mathbf{B}_c = \mathbf{C}_1 \mathbf{B}_c = \mathbf{C}_2 \mathbf{A}_c^{-1} \mathbf{B}_c \quad (3.25c)$$

或簡化為：

$$\mathbf{F} = -\mathbf{C}_g \mathbf{A}_c^{-(g+1)} \mathbf{B}_c \quad (3.26a)$$

$$\mathbf{C}_g \mathbf{A}_c^{-g} \mathbf{B}_c = \mathbf{0} \quad (3.26b)$$

及

$$\mathbf{C}_g \mathbf{A}_c^{1-g} \mathbf{B}_c = \tilde{\mathbf{D}} \quad (3.26c)$$

其中， $\mathbf{C}_g \in R^{n \times 2n}$ ，可為 $\mathbf{C}_0$ 、 $\mathbf{C}_1$ 或 $\mathbf{C}_2$ ， $g$ 由量測輸出訊號之物理量而定， $g=0$ 對應於位移狀態， $g=1$ 對應於速度狀態， $g=2$ 對應於加速度狀態。

將式(3.26b)與式(3.26c)合併可得：

$$\mathbf{H}\mathbf{B}_c = \mathbf{J}\tilde{\mathbf{D}} \quad (3.27a)$$

或

$$\mathbf{B}_c = \mathbf{H}^{-1}\mathbf{J}\tilde{\mathbf{D}} \quad (3.27b)$$

其中，

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_g \mathbf{A}_c^{-g} \\ \mathbf{C}_g \mathbf{A}_c^{1-g} \end{bmatrix} \in R^{2n \times 2n}, \quad g = 0, 1 \text{ or } 2 \quad (3.28a)$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \in R^{2n \times n} \quad (3.28b)$$

再將式(3.27b)代入式(3.26a)，可將結構之柔度矩陣改寫為：

$$\mathbf{F} = -\mathbf{C}_g \mathbf{A}_c^{-(g+1)} (\mathbf{H}^{-1}\mathbf{J}\tilde{\mathbf{D}}) = \mathbf{Q}\tilde{\mathbf{D}} \quad (3.29)$$

其中，

$$\mathbf{Q} = -\mathbf{C}_g \mathbf{A}_c^{-(g+1)} \mathbf{H}^{-1}\mathbf{J} \quad (3.30)$$

根據式(3.29)計算結構物破壞前、後之柔度差異矩陣：

$$\mathbf{D}_F = \mathbf{F}^d - \mathbf{F}^i = \mathbf{Q}^d \tilde{\mathbf{D}}^d - \mathbf{Q}^i \tilde{\mathbf{D}}^i \quad (3.32)$$

其中，上標 $i$ 、 $d$ 分別表示未破壞 (Intact) 與破壞 (Damaged) 之結構狀態。

令 $\Delta\tilde{\mathbf{D}} = \tilde{\mathbf{D}}^d - \tilde{\mathbf{D}}^i$ 代入式(3.32)可得：

$$\mathbf{D}_F = (\mathbf{Q}^d - \mathbf{Q}^i) \tilde{\mathbf{D}}^i + \mathbf{Q}_d \Delta \tilde{\mathbf{D}} = \Delta \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{D}}^i + \mathbf{Q}^d \Delta \tilde{\mathbf{D}} \quad (3.33)$$

對  $\Delta \tilde{\mathbf{D}}$  作奇異值分解可得：

$$\Delta \tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{U}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \mathbf{S}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} (\mathbf{V}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}})^T = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} & \mathbf{U}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_n^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_n^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} & \mathbf{V}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \end{bmatrix}^T \quad (3.34)$$

將式(3.34)後乘  $(\mathbf{V}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}})^{-T}$  可改寫成：

$$\Delta \tilde{\mathbf{D}} (\mathbf{V}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}})^{-T} = \mathbf{U}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \mathbf{S}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} & \mathbf{U}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_n^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

由於矩陣  $\mathbf{V}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}}$  為正交矩陣，因此具有  $(\mathbf{V}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}})^{-T} = \mathbf{V}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}}$  之特性，故式(3.35)亦可表示如下：

$$\Delta \mathbf{D} \mathbf{V}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{D} \mathbf{V}_n^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} & \Delta \mathbf{D} \mathbf{V}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \mathbf{S}_n^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} & \mathbf{U}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \mathbf{S}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \mathbf{S}_n^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

其中， $\Delta \mathbf{D} \mathbf{V}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} = \mathbf{0}$ 。將式(3.33)後乘  $\mathbf{V}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}}$  可消除等號右側的第二項，如下：

$$\mathbf{D}_F \mathbf{V}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} = \Delta \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{D}}^i \mathbf{V}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \quad (3.37)$$

再將式(3.37)後乘  $(\mathbf{V}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}})^{-1}$  可得：

$$\mathbf{D}_F = \Delta \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{D}}^i \quad (3.38)$$

另一方面，若結構系統受損前後之質量並無變化，可根據式(3.24)推得：

$$\Delta \tilde{\mathbf{D}} = \Delta (\mathbf{M}^{-1}) = \mathbf{0} \quad (3.39)$$

因此，式(3.33)亦可改寫為：

$$\mathbf{D}_F = \Delta \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{D}}^i \quad (3.40)$$

與式(3.38)完全一致。

接著，對式(3.38)轉置後可得：

$$\mathbf{D}_F^T = (\tilde{\mathbf{D}}^i)^T \Delta \mathbf{Q}^T = \mathbf{D}_F \quad (3.41)$$

其中，由於柔度矩陣為對稱，因此 $\mathbf{D}_F$ 亦為對稱矩陣，故 $\mathbf{D}_F^T = \mathbf{D}_F$ 。

對 $\Delta \mathbf{Q}^T$ 作奇異值分解可得：

$$\Delta \mathbf{Q}^T = \mathbf{U}^{\Delta \mathbf{Q}^T} \mathbf{S}^{\Delta \mathbf{Q}^T} (\mathbf{V}^{\Delta \mathbf{Q}^T})^T = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\Delta \mathbf{Q}^T} & \mathbf{U}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_n^{\Delta \mathbf{Q}^T} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_n^{\Delta \mathbf{Q}^T} & \mathbf{V}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T} \end{bmatrix}^T \quad (3.42)$$

其中， $\mathbf{U}_n^{\Delta \mathbf{Q}^T} \in R^{n \times (n-c_0)}$  為 $\Delta \mathbf{Q}^T \Delta \mathbf{Q}$ 之非零特徵值所對應之單位特徵向量，（ $c_0$ 為奇異值之數量）； $\mathbf{U}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T} \in R^{n \times c_0}$  為 $\Delta \mathbf{Q}^T \Delta \mathbf{Q}$ 之奇異值所對應之單位特徵向量； $\mathbf{S}_n^{\Delta \mathbf{Q}^T} \in R^{(n-c_0) \times (n-c_0)}$  為 $\Delta \mathbf{Q} \Delta \mathbf{Q}^T$ 之非零特徵值所組成之對角矩陣； $\mathbf{S}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T} \in R^{c_0 \times c_0}$  為 $\Delta \mathbf{Q} \Delta \mathbf{Q}^T$ 之奇異值所組成之對角矩陣； $\mathbf{V}_n^{\Delta \mathbf{Q}^T} \in R^{n \times (n-c_0)}$  為 $\Delta \mathbf{Q} \Delta \mathbf{Q}^T$ 之非零特徵值所對應之單位特徵向量； $\mathbf{V}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T} \in R^{n \times c_0}$  為 $\Delta \mathbf{Q} \Delta \mathbf{Q}^T$ 之奇異值所對應之單位特徵向量。

將式(3.42)後乘 $(\mathbf{V}^{\Delta \mathbf{Q}^T})^{-T}$ 可改寫成：

$$\Delta \mathbf{Q}^T (\mathbf{V}^{\Delta \mathbf{Q}^T})^{-T} = \mathbf{U}^{\Delta \mathbf{Q}^T} \mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\Delta \mathbf{Q}^T} & \mathbf{U}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_n^{\Delta \mathbf{Q}^T} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T} \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

由於矩陣  $\mathbf{V}^{\Delta \mathbf{Q}^T}$  為正交矩陣，因此具有  $(\mathbf{V}^{\Delta \mathbf{Q}^T})^{-T} = \mathbf{V}^{\Delta \mathbf{Q}^T}$  之特性，故式(3.43)亦可表示如下：

$$\Delta \mathbf{Q}^T \mathbf{V}^{\Delta \mathbf{Q}^T} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{Q}^T \mathbf{V}_n^{\Delta \mathbf{Q}^T} & \Delta \mathbf{Q}^T \mathbf{V}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\Delta \mathbf{Q}^T} \mathbf{S}_n^{\Delta \mathbf{Q}^T} & \mathbf{U}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T} \mathbf{S}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\Delta \mathbf{Q}^T} \mathbf{S}_n^{\Delta \mathbf{Q}^T} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

其中， $\Delta \mathbf{Q}^T \mathbf{V}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T} = \mathbf{0}$ 。將式(3.41)後乘  $\mathbf{V}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T}$  可得：

$$\mathbf{D}_F \mathbf{V}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T} = (\tilde{\mathbf{D}}^i)^T \Delta \mathbf{Q}^T \mathbf{V}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T} \quad (3.45a)$$

或

$$\mathbf{D}_F \mathbf{V}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T} = \mathbf{0} \quad (3.45b)$$

比較式(3.2)與式(3.45b)可知， $\mathbf{V}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T}$  即為破壞定位向量  $\mathbf{L}$ 。綜合以上所述，不論是於數學或物理意義上，均說明可由  $\Delta \mathbf{Q}^T$  作 SVD 分解萃取出破壞定位向量  $\mathbf{L}$ 。

實際上，因為數值計算及系統識別所產生之誤差，SVD 分解無法得到理想的奇異值 ( $\mathbf{S}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T}$ )，因此 Bernal 【52】 定義一指標  $q$ ，作為篩選破壞定位向量  $\mathbf{L}_i$  的數目如下：

$$q = 0.5 \left[ \text{No. of } \gamma_i \leq 0.1, \gamma_i = \sqrt{\frac{s_i^{\Delta \mathbf{Q}^T}}{\max(s_i^{\Delta \mathbf{Q}^T})}} \right] \quad (3.46)$$

取其整數值， $s_i^{\Delta Q^T}$  為  $\Delta Q^T$  第  $i$  個奇異值。此外，定義於第  $i$  組破壞定位向量  $\mathbf{L}_i$  作用下之正規化應力指標  $nsi_{j,i}$ ，如下：

$$nsi_{j,i} = \left| \frac{\sigma_{j,i}}{\sigma_{j,i}|_{\max}} \right| \quad (3.47)$$

其中， $\sigma_{j,i}$  為對應於第  $i$  組破壞定位向量作用下之第  $j$  個元素的應力（或內力）。此外，並重新定義加權應力指標  $WSI_j$  的計算方式如下：

$$WSI_j = \sum_{i=1}^q nsi_{j,i} \quad (3.48)$$

Bernal 認為當  $WSI_j \leq 0.1(WSI_j)_{\max}$  時，則視該桿件或樓層 ( $j$ ) 為可能受損（potentially damaged；簡稱 PD）的元素，但實際在試驗量測訊號時，會有噪訊干擾，因此本研究建議當  $WSI_j \leq 0.2(WSI_j)_{\max}$  時，則視該桿件或樓層 ( $j$ ) 為可能受損的元素，亦即：

$$PD = \left\{ \text{element } j \text{'s } \forall WSI_j \leq 0.2(WSI_j)_{\max} \right\} \quad (3.49)$$

狀態空間 DLV 法之分析流程整理如圖 3.2 所示。

### 3.3 直接位移法

以 DLV 為基礎的破壞偵測方法需結構之解析模型，因結構桿件之應力（或內力）仍須根據結構模型去計算。若能由系統識別所得到之結構參數建立結構柔度矩陣，則不需結構模型即能進行結構損傷探測分析。本節將先說明如何利用系統識別出之結構系統參數重建結構物理參數；接著，將提出一套不需輸入影響矩陣即能求取柔度矩陣的新方法，這樣即便是 SIMO 系統或 Output-Only 系統皆能適用。

#### 3.3.1 結構物理參數之重建

考慮一  $n$  個自由度的結構系統受外力擾動下，其運動方程式以二階常微分系統表示為：

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{\Xi}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{E}\mathbf{u}(t) \quad (3.50)$$

其中， $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{\Xi}$  及  $\mathbf{K}$  分別為  $R^{n \times n}$  之質量、阻尼及勁度矩陣； $\ddot{\mathbf{x}}(t)$ 、 $\dot{\mathbf{x}}(t)$  與  $\mathbf{x}(t)$  分別為  $R^{n \times 1}$  之結構加速度、速度與位移向量； $\mathbf{u}(t) \in R^{r \times 1}$  為外力向量， $r$  為輸入外力之數量； $\mathbf{E} \in R^{n \times r}$  為外力配置矩陣，其矩陣元素取決於外力之型式與分佈。

將式(3.50)以狀態空間方程式表示如下：

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_c \mathbf{u}(t) \quad (3.51)$$

其中， $\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} \in R^{2n \times 1}$  為連續時間之狀態向量；

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{\Xi} \end{bmatrix} \in R^{2n \times 2n} \text{ 為連續時間之系統矩陣；}$$

$$\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \end{bmatrix} \in R^{2n \times r} \text{ 為連續時間之輸入影響矩陣。}$$

若系統之動態反應係於  $m$  個樓層佈設感應器（如位移計、速度計或加速規等）量測而得，則輸出向量  $\mathbf{y}(t)$  可由位移向量  $\mathbf{x}(t)$ 、速度向量  $\dot{\mathbf{x}}(t)$  與加速度向量  $\ddot{\mathbf{x}}(t)$  組合如下：

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_D \mathbf{x}(t) + \mathbf{C}_V \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}_A \ddot{\mathbf{x}}(t) \quad (3.52)$$

其中， $\mathbf{C}_D$ 、 $\mathbf{C}_V$  與  $\mathbf{C}_A$  分別為  $R^{m \times n}$  之位移、速度與加速度輸出影響矩陣。由式(3.50)求解  $\ddot{\mathbf{x}}(t)$  並代入式(3.52)可得：

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_D - \mathbf{C}_A \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & \mathbf{C}_V - \mathbf{C}_A \mathbf{M}^{-1} \mathbf{\Xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} + \mathbf{C}_A \mathbf{M}^{-1} \mathbf{E} \mathbf{u}(t) \quad (3.53)$$

或

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{z}(t) + \mathbf{D} \mathbf{u}(t) \quad (3.54)$$

其中，

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_D - \mathbf{C}_A \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & \mathbf{C}_V - \mathbf{C}_A \mathbf{M}^{-1} \mathbf{\Xi} \end{bmatrix} \in R^{m \times 2n} \text{ 為狀態輸出影響矩陣；}$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{C}_A \mathbf{M}^{-1} \mathbf{E} \in R^{m \times r} \text{ 為直接傳輸矩陣；}$$

$$\mathbf{y}(t) \in R^{m \times 1} \text{ 為輸出向量。}$$

對系統矩陣  $\mathbf{A}$  進行特徵分析可得：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{\Xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi} & \bar{\boldsymbol{\Psi}} \\ \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\Lambda} & \bar{\boldsymbol{\Psi}}\bar{\boldsymbol{\Lambda}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi} & \bar{\boldsymbol{\Psi}} \\ \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\Lambda} & \bar{\boldsymbol{\Psi}}\bar{\boldsymbol{\Lambda}} \end{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_E = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_E \\ \boldsymbol{\Psi}_E\boldsymbol{\Lambda}_E \end{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_E \quad (3.55)$$

其中，

$\boldsymbol{\Psi} = [\boldsymbol{\varphi}_1 \boldsymbol{\varphi}_2 \dots \boldsymbol{\varphi}_n] \in C^{n \times n}$  係由特徵向量組成；

$\boldsymbol{\varphi}_n \in C^{n \times 1}$  為特徵向量；

$\boldsymbol{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \in C^{n \times n}$  為特徵值所組成之對角矩陣；

$\boldsymbol{\Psi}_E = [\boldsymbol{\Psi} \quad \bar{\boldsymbol{\Psi}}] \in C^{n \times 2n}$  係由特徵向量與其共軛特徵向量組成；

$\boldsymbol{\Lambda}_E = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda} & \\ & \bar{\boldsymbol{\Lambda}} \end{bmatrix} \in C^{2n \times 2n}$  係由特徵值與其共軛複數組成之對角矩陣。

式(3.50)亦可改寫如下【56】：

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Xi} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{M} \end{bmatrix} \mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) \quad (3.56a)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{z}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \quad (3.56b)$$

與式(3.51)相較，式(3.56)的優點為做特徵分析時，其矩陣皆為對稱矩陣，亦即：

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Xi} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}^s & \bar{\boldsymbol{\Psi}}^s \\ \boldsymbol{\Psi}^s\boldsymbol{\Lambda} & \bar{\boldsymbol{\Psi}}^s\bar{\boldsymbol{\Lambda}}^s \end{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_E = \begin{bmatrix} -\mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}^s & \bar{\boldsymbol{\Psi}}^s \\ \boldsymbol{\Psi}^s\boldsymbol{\Lambda} & \bar{\boldsymbol{\Psi}}^s\bar{\boldsymbol{\Lambda}}^s \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

或

$$\begin{bmatrix} \Xi & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_E^s \\ \Psi_E^s \Lambda_E \end{bmatrix} \Lambda_E = \begin{bmatrix} -\mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_E^s \\ \Psi_E^s \Lambda_E \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

其中， $\Psi^s = [\varphi_1^s \varphi_2^s \dots \varphi_n^s] \in C^{n \times n}$  為正規化模態矩陣，乃是由正規化特徵向量組成； $\Psi_E^s = [\Psi^s \quad \bar{\Psi}^s] \in C^{n \times 2n}$  係由特徵向量與其共軛特徵向量組成，上標 s 代表正規化 (Scaled)。式(3.57)與式(3.55)之特徵值矩陣相同。當一組 N 對共軛複數模態包含了一 N 自由度二階模型 ( $2^{nd}$ -order Model) 之所有模態時，稱之為完整 (Complete)。凡具備完整模態特徵之模態矩陣應滿足下列兩項正交條件【56】：

$$\begin{bmatrix} \Psi_E^s \\ \Psi_E^s \Lambda_E \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Xi & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_E^s \\ \Psi_E^s \Lambda_E \end{bmatrix} = \Psi_E^{sT} \Xi \Psi_E^s + \Lambda_E \Psi_E^{sT} \mathbf{M} \Psi_E^s + \Psi_E^{sT} \mathbf{M} \Psi_E^s \Lambda_E = \mathbf{I} \quad (3.59)$$

及

$$\begin{bmatrix} \Psi_E^s \\ \Psi_E^s \Lambda_E \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -\mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_E^s \\ \Psi_E^s \Lambda_E \end{bmatrix} = -\Psi_E^{sT} \mathbf{K} \Psi_E^s + \Lambda_E \Psi_E^{sT} \mathbf{M} \Psi_E^s \Lambda_E = \Lambda_E \quad (3.60)$$

由式(3.59)可得

$$\begin{bmatrix} \Xi & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_E^s \\ \Psi_E^s \Lambda_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_E^s \\ \Psi_E^s \Lambda_E \end{bmatrix}^{-T} \quad (3.61)$$

將上式左右兩邊取反矩陣，得到

$$\begin{bmatrix} \Psi_E^s \\ \Psi_E^s \Lambda_E \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Xi & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \Psi_E^s \\ \Psi_E^s \Lambda_E \end{bmatrix}^T \quad (3.62)$$

或

$$\begin{bmatrix} \Xi & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \Psi_E^s \\ \Psi_E^s \Lambda_E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_E^s \\ \Psi_E^s \Lambda_E \end{bmatrix}^T \quad (3.63)$$

上式可改為

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M}^{-1} \\ \mathbf{M}^{-1} & -\mathbf{M}^{-1} \Xi \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_E^s \Psi_E^{sT} & \Psi_E^s \Lambda_E \Psi_E^{sT} \\ \Psi_E^s \Lambda_E \Psi_E^{sT} & \Psi_E^s \Lambda_E^2 \Psi_E^{sT} \end{bmatrix} \quad (3.64a)$$

同理，式(3.60)經過運算可得

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{K}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_E^s \Lambda_E^{-1} \Psi_E^{sT} & \Psi_E^s \Psi_E^{sT} \\ \Psi_E^s \Psi_E^{sT} & \Psi_E^s \Lambda_E \Psi_E^{sT} \end{bmatrix} \quad (3.64b)$$

由式(3.64a)與(3.64b)可得共軛特徵向量亦滿足正交性

$$\Psi_E^s \Psi_E^{sT} = \mathbf{0} \quad (3.65)$$

此外，

$$\mathbf{M} = \left( \Psi_E^s \Lambda_E \Psi_E^{sT} \right)^{-1} \quad (3.66)$$

$$\mathbf{K} = - \left( \Psi_E^s \Lambda_E^{-1} \Psi_E^{sT} \right)^{-1} \quad (3.67)$$

$$\Xi = -\mathbf{M} \Psi_E^s \Lambda_E^2 \Psi_E^{sT} \mathbf{M} = - \left( \Psi_E^s \Psi_E^{sT} \right)^{-1} \quad (3.68)$$

值得注意的是式(3.68)等號右邊括號內之矩陣由式(3.65)可知其為零，故其反矩陣應不存在。此一結果顯示出前後矛盾之處，可能在式(3.59)之正交條件下已迫使矩陣 $\Xi$ 為零了。由於本文分析中並未使用這個方法，故此處不再細究。

根據前述結果，柔度矩陣可由式(3.67)之勁度矩陣取反矩陣得到如下：

$$\mathbf{F} = -\boldsymbol{\Psi}_E^s \boldsymbol{\Lambda}_E^{-1} \boldsymbol{\Psi}_E^{sT}$$

### 3.3.2 比例柔度矩陣 (Proportional Flexibility Matrix) 之建立

由於本研究是以結構之地震反應監測資料進行系統識別，為一單一輸入-多重輸出 (SIMO) 之系統，因此輸入影響矩陣  $B_c$  之維度會不足；此外，若輸入擾動無法量測時，則採用 SSI 進行系統識別時所建構之隨機過程預測模型中並無輸入影響矩陣  $B_c$ ，因此 Lys 【54】所發展的方法並不適用。為了解決這個問題，本研究提出一套不須知道輸入影響矩陣  $B_c$  亦可求出類似正規化模態向量矩陣 ( $\boldsymbol{\Psi}_E^s$ ) 之關係矩陣 ( $\tilde{\boldsymbol{\Psi}}_E^s$ )，從而求出結構之比例柔度矩陣  $\tilde{\mathbf{F}}$  (Proportional Flexibility Matrix)。

正規化模態矩陣  $\boldsymbol{\Psi}_E^s$  之各個特徵向量與模態矩陣  $\boldsymbol{\Psi}_E$  各向量皆相差一倍數，亦即

$$\boldsymbol{\Psi}_{E1}^s = t_1 \boldsymbol{\Psi}_{E1}, \quad \boldsymbol{\Psi}_{E2}^s = t_2 \boldsymbol{\Psi}_{E2} \quad \dots \quad \boldsymbol{\Psi}_{E2n}^s = t_{2n} \boldsymbol{\Psi}_{E2n} \quad (3.70)$$

因此，吾人可建立正規化模態矩陣與模態矩陣之線性轉換關係如下：

$$\boldsymbol{\Psi}_E^s = \boldsymbol{\Psi}_E \mathbf{T} = [\boldsymbol{\Psi} \quad \bar{\boldsymbol{\Psi}}] \mathbf{T} \quad (3.71)$$

其中轉換矩陣  $\mathbf{T}$  為一對角矩陣如下：

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_1 & & & \\ & t_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & t_{2n} \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

接著，利用模態間之正交性，以及質量矩陣  $\mathbf{M}$  之對稱特性，可得到

$$\Psi_{E,i}^T \mathbf{M} \Psi_{E,j} = 0, \quad i \neq j \quad (3.72)$$

其中，

$\mathbf{M} \in R^{n \times n}$  為質量矩陣；

$\Psi_{E,i} \in C^{n \times 1}$  為模態矩陣中第  $i$  個模態向量。

由式(3.72)可衍生出  $n(n-1)/2$  組線性獨立方程式，但其中有  $n(n+1)/2$  個未知數。若假設結構為集中質量 (Lumped-mass)，則質量矩陣  $\mathbf{M}$  可簡化為

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & & & & & \\ & m_2 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & m_{n-1} & & \\ & & & & m_n & \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

則未知數之數目降為  $n$ 。因式(3.72)為一組齊次方程式，為了計算出有意義的解 (Non-trivial Solution)，吾人可先假設某一樓層之質量，假如另  $m_1 = \tilde{m}_1$ ，則式(3.72)中之未知數數目降為  $n-1$ ，所需之方程式數量亦降為  $n-1$ 。接著由式(3.72)即可由求出各個自由度質量間的比例關係，建立比例質量矩陣

(Proportional Mass Matrix)  $\tilde{\mathbf{M}}$  如下：

$$\tilde{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \tilde{m}_1 & & & & & \\ & \tilde{m}_2 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \tilde{m}_{n-1} & & \\ & & & & \tilde{m}_n & \end{bmatrix} = \frac{1}{\tilde{m}_1} \mathbf{M} = \frac{1}{c} \mathbf{M} \quad (3.74)$$

其中  $c$  為比例常數。

將式(3.71)及(3.74)代入式(3.66)，可得

$$\tilde{\mathbf{M}} = \frac{1}{c} \left( \Psi_E^s \Lambda_E \Psi_E^{sT} \right)^{-1} = \frac{1}{c} \left( \Psi_E \mathbf{T} \Lambda_E \mathbf{T}^T \Psi_E^T \right)^{-1} \quad (3.75)$$

對左項與右項取逆矩陣

$$\tilde{\mathbf{M}}^{-1} = c\boldsymbol{\Psi}_E \mathbf{T} \boldsymbol{\Lambda}_E \mathbf{T}^T \boldsymbol{\Psi}_E^T \quad (3.76)$$

經移項後可得

$$(\boldsymbol{\Psi}_E^T \tilde{\mathbf{M}} \boldsymbol{\Psi}_E)^{-1} = c \mathbf{T} \boldsymbol{\Lambda}_E \mathbf{T}^T \quad (3.77)$$

由於轉換矩陣  $\mathbf{T}$  與特徵值矩陣  $\boldsymbol{\Lambda}_E$  均為對角矩陣，故式(3.77)可改寫為

$$(\boldsymbol{\Psi}_E^T \tilde{\mathbf{M}} \boldsymbol{\Psi}_E)^{-1} = c \boldsymbol{\Lambda}_E \mathbf{T}^2 \quad (3.78)$$

式(3.78)中，模態向量矩陣  $\boldsymbol{\Psi}_E$  與特徵值矩陣  $\boldsymbol{\Lambda}_E$  可由系統識別得到，比例質量矩陣  $\tilde{\mathbf{M}}$  可由式(3.72)~(3.74)求得，故吾人可求出轉換關係矩陣  $\tilde{\mathbf{T}}$

$$\tilde{\mathbf{T}} = \sqrt{c} \mathbf{T} = \left[ (\boldsymbol{\Psi}_E^T \tilde{\mathbf{M}} \boldsymbol{\Psi}_E)^{-1} \boldsymbol{\Lambda}_E^{-1} \right]^{1/2} \quad (3.79)$$

由式(3.71)與式(3.79)可得正規化模態比例矩陣  $\tilde{\boldsymbol{\Psi}}_E^s$

$$\boldsymbol{\Psi}_E^s = \boldsymbol{\Psi}_E \mathbf{T} = \frac{1}{\sqrt{c}} \boldsymbol{\Psi}_E \tilde{\mathbf{T}} = \frac{1}{\sqrt{c}} \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_E^s \quad (3.80)$$

將式(3.80)代入式(3.69)

$$\mathbf{F} = -\frac{1}{c} \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_E^s \boldsymbol{\Lambda}_E^{-1} \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_E^{sT} \quad (3.81)$$

因  $c$  為比例常數，故由式(3.81)可得到比例柔度矩陣  $\tilde{\mathbf{F}}$

$$\tilde{\mathbf{F}} = c \mathbf{F} = -\tilde{\boldsymbol{\Psi}}_E^s \boldsymbol{\Lambda}_E^{-1} \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_E^{sT} \quad (3.82)$$

### 3.3.3 結構損傷探測之直接位移法

考慮一  $n$  層樓之剪力屋架，其樓層高與各樓層之剪力與柱之端彎矩如

圖 3.3， $\mathbf{L}$  為破壞定位向量，各樓層水平變位如圖 3.4。以傾角變位法 (Slope-Deflection Method) 計算各樓層柱之端彎矩，因結構為剪力屋架，且側向力皆施加於節點上，故各樓層柱之端彎矩可表示為

$$M_{ab}^j = M_{ba}^j = \frac{E_j I_j}{h_j} (-3R_j), \quad j=1,2,\dots,n \quad (3.83)$$

其中，

$$R_j = \frac{\Delta_j - \Delta_{j-1}}{h_j}, \quad \Delta_0 = 0 \quad (3.84)$$

$E_j$  為第  $j$  樓層柱之楊氏模數 (Young's Modulus)； $I_j$  為第  $j$  樓層柱之慣性矩 (Moments of Inertia)； $h_j$  為第  $j$  樓層之樓高。

當第  $j$  樓層受損時，其樓層之剪力為零，

$$V_{ab}^j = \frac{M_{ab}^j + M_{ba}^j}{h_j} = \frac{-6E_j I_j}{h_j^3} = 0 \quad (3.85)$$

由式(3.85)可推得其層間位移 ( $\mathbf{x}_d^j = \Delta_j - \Delta_{j-1} = 0$ ) 亦為零。

故將前節求得之比例柔度矩陣  $\tilde{\mathbf{F}}$  乘上破壞定位向量  $\mathbf{L}_i$ ，可得到各樓層之比例位移 (相對於基礎)

$$\tilde{\Delta}_i = \tilde{\mathbf{F}}\mathbf{L}_i = c\mathbf{F}\mathbf{L}_i \quad (3.86)$$

進而求得比例層間位移 (在  $\mathbf{L}_i$  作用下)

$$\tilde{\mathbf{x}}_d = \mathbf{H}\tilde{\Delta}_i \quad (3.87)$$

其中，

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & -1 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \cdots & \cdots & \ddots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.88)$$

$$\mathbf{x}_d^j = \Delta_j - \Delta_{j-1} = \frac{1}{c}(\tilde{\Delta}_j - \tilde{\Delta}_{j-1}) = \frac{1}{c}\tilde{\mathbf{x}}_d^j \quad (3.89)$$

其中， $\tilde{x}_{d,i}^j$  為對應於第  $i$  組破壞定位向量作用下之第  $j$  樓層之比例層間位移。

此外，定義於第  $i$  組破壞定位向量  $\mathbf{L}_i$  作用下之正規化層間位移指標

(Normalized Drift Index,  $ndi_{j,i}$ )，如下：

$$ndi_{j,i} = \frac{|\mathbf{x}_{d,i}^j|}{|\mathbf{x}_{d,i}^j|_{\max}} = \frac{|\tilde{\mathbf{x}}_{d,i}^j|}{|\tilde{\mathbf{x}}_{d,i}^j|_{\max}} \quad (3.90)$$

此外，並重新定義第  $j$  樓層加權位移指標 (Weighted Displacement Index,  $WDI_j$ ) 的計算方式如下：

$$WDI_j = \sum_{i=1}^q ndi_{j,i} \quad (3.91)$$

由於系統識別及計算誤差，受損樓層之相對位移指標未必為零，因此本研究建議當  $WDI_j \leq 0.2(WDI_j)_{\max}$  時，則視該桿件或樓層 ( $j$ ) 為可能受損

(potentially damaged; 簡稱 PD) 的元素，亦即：

$$PD_D = \left\{ \text{element}_j \text{'s} \forall WDI_j \leq 0.2(WDI_j)_{\max} \right\} \quad (3.92)$$

### 3.4 數值驗證

於實際應用中，欲以狀態空間 DLV 法與直接位移法成功偵測出損傷元素，則必須先由系統識別分析出結構破壞前、後之連續時間系統矩陣與狀態輸出影響矩陣。因此，本節將以第二章所發展的 SSI 識別分析方法，以一棟無阻尼三層樓平面剪力屋架結構為對象進行動態分析，以加速度等為輸出訊號，並考慮不同噪訊干擾之影響。識別出結構系統之系統矩陣與狀態輸出影響矩陣，作為狀態空間 DLV 法與直接位移法之基礎，以驗證其之可行性。

#### 3.4.1 狀態空間 DLV 法之示範算例

考慮一棟無阻尼三層樓平面剪力屋架結構(圖 3.4)，以 El Centro(1940) 南北向之地震波作為輸入擾動，尖峰地表加速度 (Peak Ground Acceleration, 簡稱 PGA) 調整至 0.1g (圖 3.5) 進行結構之動態分析，量測輸出訊號為加速度，健康結構各樓層絕對加速度歷時如圖 3.6。其質量矩陣( $\mathbf{M}$ )與未破壞 (Intact) 時之勁度矩陣( $\mathbf{K}^i$ )分別為：

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_3 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} (\text{kgf} \cdot \text{sec}^2 / \text{m})$$
$$\mathbf{K}^i = \begin{bmatrix} k_3^i & -k_3^i & 0 \\ -k_3^i & k_2^i + k_3^i & -k_2^i \\ 0 & -k_2^i & k_1^i + k_2^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 & -400 & 0 \\ -400 & 900 & -500 \\ 0 & -500 & 1300 \end{bmatrix} (\text{kgf} / \text{m})$$

其中， $m_j$  為結構第  $j$  層質量； $k_j^i$  為結構受損前之第  $j$  樓層勁度。

假設結構於 3 樓發生破壞，各樓層絕對加速度歷時如圖 3.7。受損後 (damaged) 該樓層勁度縮減為原勁度之 60%，即  $k_3^d = 0.6k_3^i$ ，因此受損結

構之勁度矩陣( $\mathbf{K}^d$ )改寫成：

$$\mathbf{K}^d = \begin{bmatrix} k_3^d & -k_3^d & 0 \\ -k_3^d & k_2^d + k_3^d & -k_2^d \\ 0 & -k_2^d & k_1^d + k_2^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 240 & -240 & 0 \\ -240 & 740 & -500 \\ 0 & -500 & 1300 \end{bmatrix} (\text{kgf}/m)$$

其中， $k_j^d$  為受損結構之第  $j$  樓層勁度。

由式(3.13a)可求出結構破壞前、後之狀態系統矩陣  $\mathbf{A}_c^i$  與  $\mathbf{A}_c^d$ ：

$$\mathbf{A}_c^i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}^i & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{\Xi}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -400 & 400 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 266.67 & -600 & 333.33 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 250 & -650 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_c^d = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}^d & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{\Xi}^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -240 & 240 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 160 & -493.33 & 333.33 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 250 & -650 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

根據式(3.31)代入  $g=2$  (代表訊號為加速度)，求得結構破壞前後之  $\mathbf{Q}^i$

與  $\mathbf{Q}^d$  分別表示如下：

$$\mathbf{Q}^i = \begin{bmatrix} 0.0057 & 0.0049 & 0.0025 \\ 0.0032 & 0.0049 & 0.0025 \\ 0.0012 & 0.0019 & 0.0025 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}^d = \begin{bmatrix} 0.0074 & 0.0049 & 0.0025 \\ 0.0032 & 0.0049 & 0.0025 \\ 0.0012 & 0.0019 & 0.0025 \end{bmatrix}$$

因此， $\Delta\mathbf{Q}$ 可計算如下：

$$\Delta\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^d - \mathbf{Q}^i = \begin{bmatrix} 0.0017 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

繼而求得 $\Delta\mathbf{Q}^T$ ：

$$\Delta\mathbf{Q}^T = \begin{bmatrix} 0.0017 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

對 $\Delta\mathbf{Q}^T$ 作奇異值分解後，由式(3.47)計算出破壞定位向量之數目：

$$q=1$$

破壞定位向量( $\mathbf{L}_i$ )即為最小奇異值對應之右側特徵向量，亦即：

$$\mathbf{L}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.9943 \\ 0.1068 \end{bmatrix}$$

將上述破壞定位向量( $\mathbf{L}_i$ )視為水平外力，分別作用於結構之各對應樓層，

如圖 3.10 所示，可得結構各樓層( $j$ )之層間剪力( $\sigma_{j,i}$ )如下：

$$\sigma_{j,i} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.9943 \\ 1.1011 \end{bmatrix}$$

由式(3.48)及式(3.49)可求得正規化應力指標 ( $nsi_{j,i}$ ) 與加權應力指標

( $WSI_j$ ) 分別為：

$$nsi_{j,i} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.9296 \\ 1.0000 \end{bmatrix}$$

$$WSI_j = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.9030 \\ 1.0000 \end{bmatrix}$$

並根據式(3.49)計算出有可能發生破壞的樓層：

$$PD = 3F$$

上述結果顯示 3 樓為可能受損之樓層，再對照  $WSI$  值可看出，相對於其它樓層，3 樓之  $WSI$  值明顯偏低，此與假設之分析條件完全相符。考慮以噪音比  $NSR_m = 5\%$ 、 $10\%$ 、 $15\%$  與  $20\%$  進行分析，其結果歸納於表 3.3 及圖 3.11，均顯示 3 樓為破壞樓層。

接著，假設結構於 1、2 樓發生破壞，各樓層絕對加速度歷時如圖 3.8、圖 3.9。受損後樓層勁度縮減為原勁度之  $60\%$ ，以  $NSR_m = 5\%$ 、 $10\%$ 、 $15\%$  與  $20\%$  進行分析，其結果歸納於表 3.1、表 3.2 及圖 3.11、圖 3.12。由圖 3.11、圖 3.12 和圖 3.13 之結果顯示，就算  $NSR_m = 20\%$ ，破壞樓層之  $WSI$  值仍趨近於零，可成功判斷破壞樓層，由此可知狀態空間 DLV 法於有噪音之情況下仍可成功判斷與假設條件相符之破壞樓層。

### 3.4.2 直接位移法之示範算例

考慮與 3.4.1 節相同之無阻尼三層樓平面剪力屋架結構，量測輸出訊號為加速度，其質量矩陣( $\mathbf{M}$ )與未破壞 (Intact) 時之勁度矩陣( $\mathbf{K}^i$ )分別為：

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_3 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} (\text{kgf} \cdot \text{sec}^2 / \text{m})$$

$$\mathbf{K}^i = \begin{bmatrix} k_3^i & -k_3^i & 0 \\ -k_3^i & k_2^i + k_3^i & -k_2^i \\ 0 & -k_2^i & k_1^i + k_2^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 & -400 & 0 \\ -400 & 900 & -500 \\ 0 & -500 & 1300 \end{bmatrix} (\text{kgf} / \text{m})$$

假設結構於 3 樓發生破壞，各樓層絕對加速度歷時如圖 3.7。受損後 (damaged) 樓層勁度縮減為原勁度之 60%，即  $k_3^d = 0.6k_3^i$ ，因此受損結構之勁度矩陣( $\mathbf{K}^d$ )改寫成：

$$\mathbf{K}^d = \begin{bmatrix} k_3^d & -k_3^d & 0 \\ -k_3^d & k_2^d + k_3^d & -k_2^d \\ 0 & -k_2^d & k_1^d + k_2^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 240 & -240 & 0 \\ -240 & 740 & -500 \\ 0 & -500 & 1300 \end{bmatrix} (\text{kgf} / \text{m})$$

可求出結構破壞前、後之狀態系統矩陣  $\mathbf{A}_c^i$  與  $\mathbf{A}_c^d$ ：

$$\mathbf{A}_c^i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}^i & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{\Xi}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -400 & 400 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 266.67 & -600 & 333.33 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 250 & -650 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_c^d = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}^d & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{\Xi}^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -240 & 240 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 160 & -493.33 & 333.33 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 250 & -650 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

結構破壞前後之  $\mathbf{Q}^i$  與  $\mathbf{Q}^d$  分別表示如下：

$$\mathbf{Q}^i = \begin{bmatrix} 0.0057 & 0.0049 & 0.0025 \\ 0.0032 & 0.0049 & 0.0025 \\ 0.0012 & 0.0019 & 0.0025 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}^d = \begin{bmatrix} 0.0074 & 0.0049 & 0.0025 \\ 0.0032 & 0.0049 & 0.0025 \\ 0.0012 & 0.0019 & 0.0025 \end{bmatrix}$$

因此， $\Delta\mathbf{Q}$ 可計算如下：

$$\Delta\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^d - \mathbf{Q}^i = \begin{bmatrix} 0.0017 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

繼而求得 $\Delta\mathbf{Q}^T$ ：

$$\Delta\mathbf{Q}^T = \begin{bmatrix} 0.0017 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

對 $\Delta\mathbf{Q}^T$ 作奇異值分解後，計算出破壞定位向量之數目：

$$q = 1$$

破壞定位向量( $\mathbf{L}_i$ )即為最小奇異值對應之右側特徵向量，亦即：

$$\mathbf{L}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.3135 \\ 0.9496 \end{bmatrix}$$

由式(3.86)，計算出之質量關係矩陣 $\tilde{M}$ （令 $\tilde{m}_1 = 1$ ）

$$\tilde{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \tilde{m}_3 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{m}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{m}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.50 & 0 & 0 \\ 0 & 0.75 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (\text{kgf} \cdot \text{sec}^2 / \text{m})$$

利用識別出之健康結構特徵矩陣  $\Psi$ ，由式(3.94)計算出之健康結構轉換關係矩陣  $\tilde{\mathbf{T}}$

$$\tilde{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} 4.1751 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3.4681 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4.4724 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4.1751 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3.4681 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.4724 \end{bmatrix}$$

由式(3.96)可得到健康結構之柔度關係矩陣  $\tilde{\mathbf{F}}$

$$\tilde{\mathbf{F}}^i = \begin{bmatrix} 0.0163 & 0.0092 & 0.0041 \\ 0.0092 & 0.0097 & 0.0032 \\ 0.0041 & 0.0032 & 0.0035 \end{bmatrix}$$

將柔度關係矩陣  $\tilde{\mathbf{F}}$  乘上破壞定位向量  $\mathbf{L}_i$ ，得到各樓層之位移

$$\tilde{\Delta}_i = \begin{bmatrix} 0.0095 \\ 0.0099 \\ 0.0035 \end{bmatrix}$$

由式(3.110)計算，可得到各樓層之層間位移

$$\tilde{x}_{di} = \begin{bmatrix} -0.0004 \\ 0.0065 \\ 0.0035 \end{bmatrix}$$

由式(3.112)及式(3.113)可求得正規化位移指標 ( $ndi_{j,i}$ ) 與加權位移指標

( $WDI_j$ )分別為：

$$ndi_{j,i} = \begin{bmatrix} 0.0597 \\ 1 \\ 0.5344 \end{bmatrix}$$

$$WDI_j = \begin{bmatrix} 0.0597 \\ 1 \\ 0.5344 \end{bmatrix}$$

並根據式(3.114)計算出有可能發生破壞的樓層：

$$PD_D = 3F$$

上述結果顯示 3 樓為可能受損之樓層。再對照  $WDI$  值可看出，相對於其它樓層，3 樓之  $WDI$  值偏低，此與假設之分析條件完全相符。

若考慮噪訊比  $NSR_m = 5\%$ 、 $10\%$ 、 $15\%$  與  $20\%$  之條件下進行分析，其結果歸納於表 3.6 及圖 3.13。因直接位移法高度依賴模態之正交性，以求得比例質量矩陣，再進一步求得比例柔度矩陣。在受到噪音干擾條件下（ $NSR_m = 10\%$ 、 $15\%$  及  $20\%$ ），高頻模態部分對噪音較為敏感，故此部分會對比例質量矩陣識別精度造成影響，進而造成損傷探測分析之誤差，質量矩陣之識別結果歸納於表 3.7。

假設結構於 1、2 樓發生破壞，各樓層絕對加速度歷時如圖 3.8、圖 3.9。受損後樓層勁度縮減為原勁度之 60%，以  $NSR_m = 5\%$  或  $10\%$  進行分析，其結果歸納於表 3.4、表 3.5 及圖 3.11、圖 3.12。分析結果顯示，於干擾較大時（ $NSR_m = 15\%$  及  $20\%$ ），一樓受損於  $NSR_m = 15\%$  時，其  $WDI_j$  值最小（0.01），但三樓（未受損樓層）之  $WDI_j$  值為 0.04，亦小於  $PD_D$  之篩選指標。故直接位移法於較高噪訊干擾時，因高頻模態部分對噪音較為敏感，故此部分會

對識別比例質量陣造成影響。質量識別之結果歸納於表 3.7，其結果顯示當噪訊比較小時（ $NSR_m = 0\%$  及  $5\%$ ），質量識別結果與解析解相當；但當噪訊干擾較大時（ $NSR_m = 10\%$ 、 $15\%$  及  $20\%$ ），質量識別結果漸漸產生誤差，進而造成損傷探測分析的誤差。



表 3.1 結構一樓受損之損傷探測分析結果(狀態空間 DLV 法)

Story	$WSI_j$				
	$NSR_m = 0\%$	$NSR_m = 5\%$	$NSR_m = 10\%$	$NSR_m = 15\%$	$NSR_m = 20\%$
3F	1	1	1	1	0.66
2F	0.21	0.18	0.46	0.98	1
1F	0	0	0.01	0	0.01
PD	1F	1F	1F	1F	1F

灰階網底為受損樓層，\*為誤判樓層

表 3.2 結構二樓受損之損傷探測分析結果(狀態空間 DLV 法)

Story	$WSI_j$				
	$NSR_m = 0\%$	$NSR_m = 5\%$	$NSR_m = 10\%$	$NSR_m = 15\%$	$NSR_m = 20\%$
3F	1	1	1	0.90	1
2F	0	0	0	0.01	0.01
1F	0.78	0.30	0.55	1	0.41
PD	2F	2F	2F	2F	2F

灰階網底為受損樓層；\*為誤判樓層

表 3.3 結構三樓受損之損傷探測分析結果(狀態空間 DLV 法)

Story	$WSI_j$				
	$NSR_m = 0\%$	$NSR_m = 5\%$	$NSR_m = 10\%$	$NSR_m = 15\%$	$NSR_m = 20\%$
3F	0	0	0	0	0.01
2F	0.90	0.22	0.71	1	0.29
1F	1	1	1	0.65	1
PD	3F	3F	3F	3F	3F

灰階網底為受損樓層；\*為誤判樓層

表 3.4 結構一樓受損之損傷探測分析結果(直接位移法)

Story	$WSI_j$				
	$NSR_m = 0\%$	$NSR_m = 5\%$	$NSR_m = 10\%$	$NSR_m = 15\%$	$NSR_m = 20\%$
3F	0.79	0.50	1.00	0.04*	0.77
2F	1.00	1.00	0.98	1.00	1.00
1F	0.09	0.03	0.07	0.01	0.12
PD	1F	1F	1F	1F&3F(N.G.)	1F

灰階網底為受損樓層；\*為誤判樓層

表 3.5 結構二樓受損之損傷探測分析結果(直接位移法)

Story	$WSI_j$				
	$NSR_m = 0\%$	$NSR_m = 5\%$	$NSR_m = 10\%$	$NSR_m = 15\%$	$NSR_m = 20\%$
3F	0.83	0.66	1.00	0.98	1.00
2F	0.11	0.17	0.17	0.18	0.21
1F	1.00	1.00	0.49	1.00	0.27
PD	2F	2F	2F	2F	2F

灰階網底為受損樓層；\*為誤判樓層

表 3.6 結構三樓受損之損傷探測分析結果(直接位移法)

Story	$WSI_j$				
	$NSR_m = 0\%$	$NSR_m = 5\%$	$NSR_m = 10\%$	$NSR_m = 15\%$	$NSR_m = 20\%$
3F	0.06	0.18	0.31*	0.05	0.22
2F	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
1F	0.53	0.67	0.97	0.67	0.33
PD	3F	3F	3F(N.G.)	3F	3F

灰階網底為受損樓層；\*為誤判樓層

表 3.7 健康結構之質量識別結果

Story	cM (c=2)					
	解析	NSR <sub>m</sub> = 0%	NSR <sub>m</sub> = 5%	NSR <sub>m</sub> = 10%	NSR <sub>m</sub> = 15%	NSR <sub>m</sub> = 20%
3F	1.00	1.00	1.00	1.02	0.96	1.06
2F	1.50	1.50	1.52	1.56	1.44	1.72
1F	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00

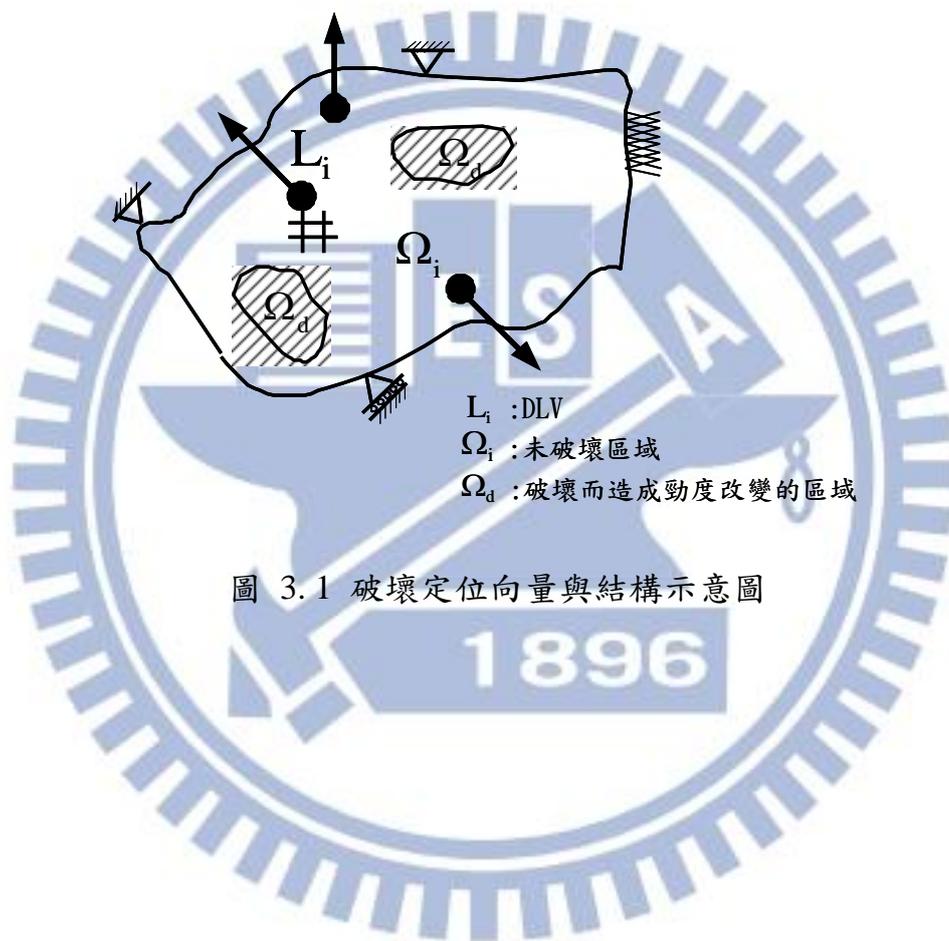


圖 3.1 破壞定位向量與結構示意圖

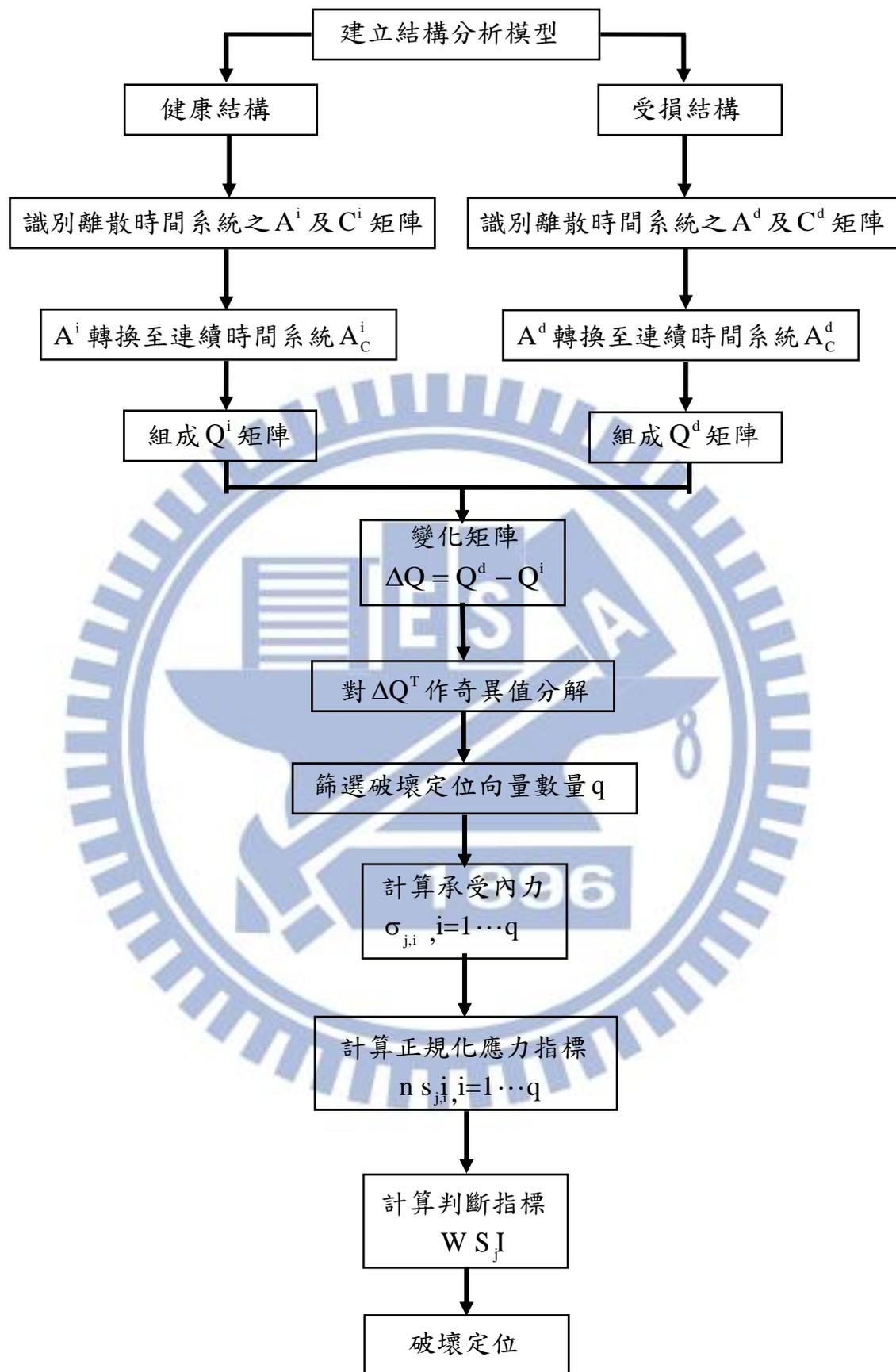


圖 3.2 DLV 損傷探測分析流程

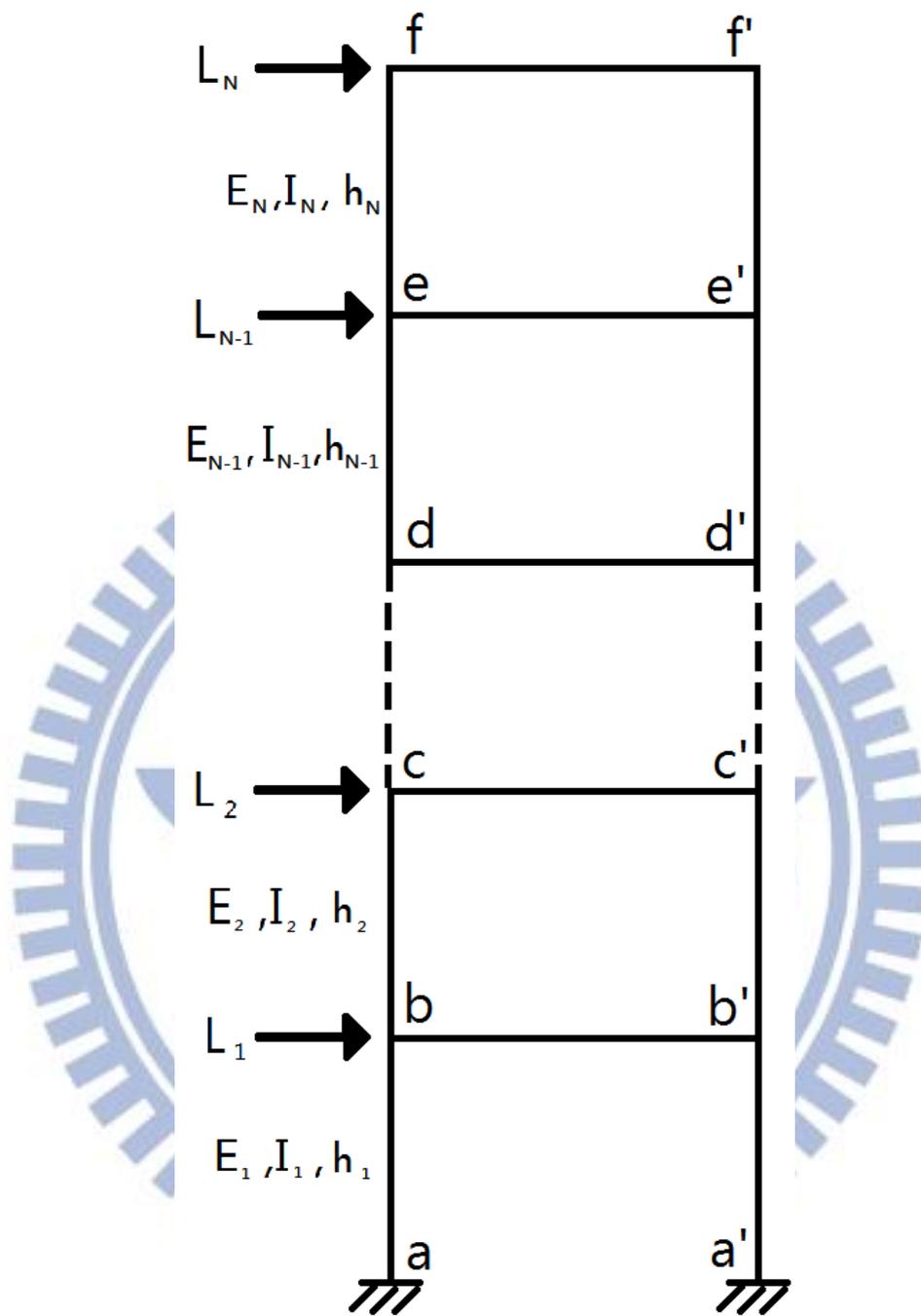


圖 3.3 N 層樓剪力屋架示意圖

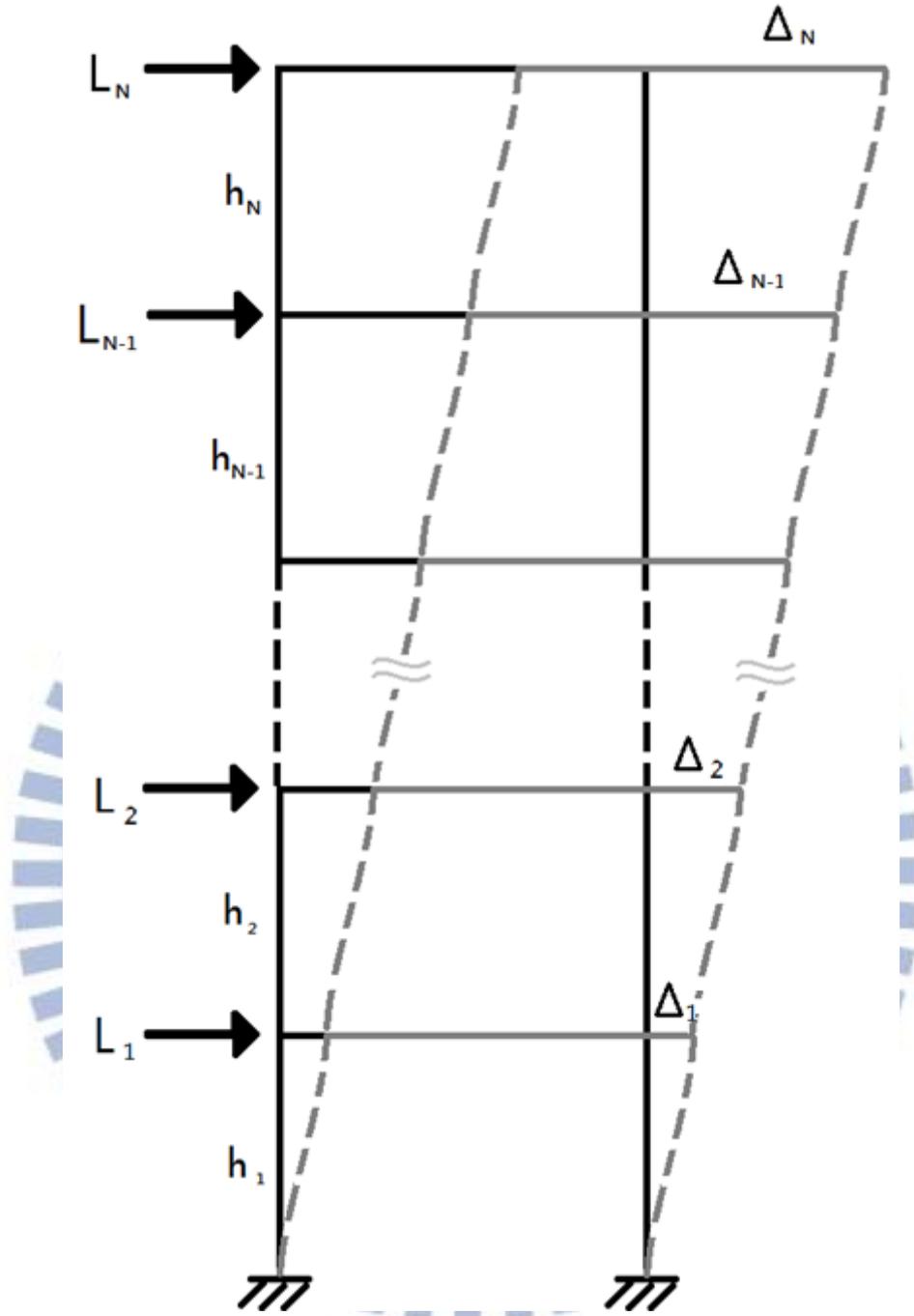


圖 3.4 N 層樓剪力屋架在水平側力作用下之變位示意圖

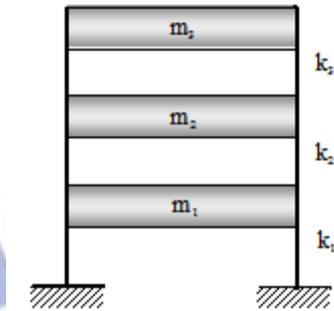


圖 3.5 三層樓平面剪力屋架結構示意圖

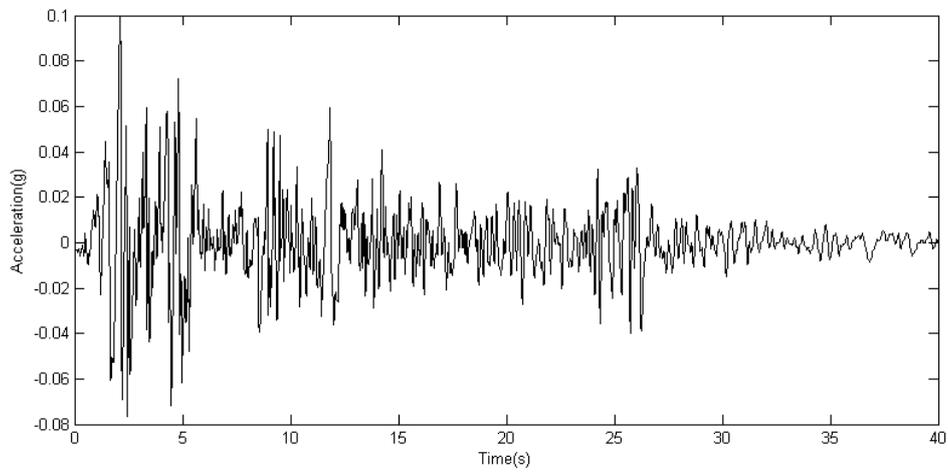


圖 3.6 El Centro 南北向地震加速度歷時圖(PGA=0.1g)

Undamaged

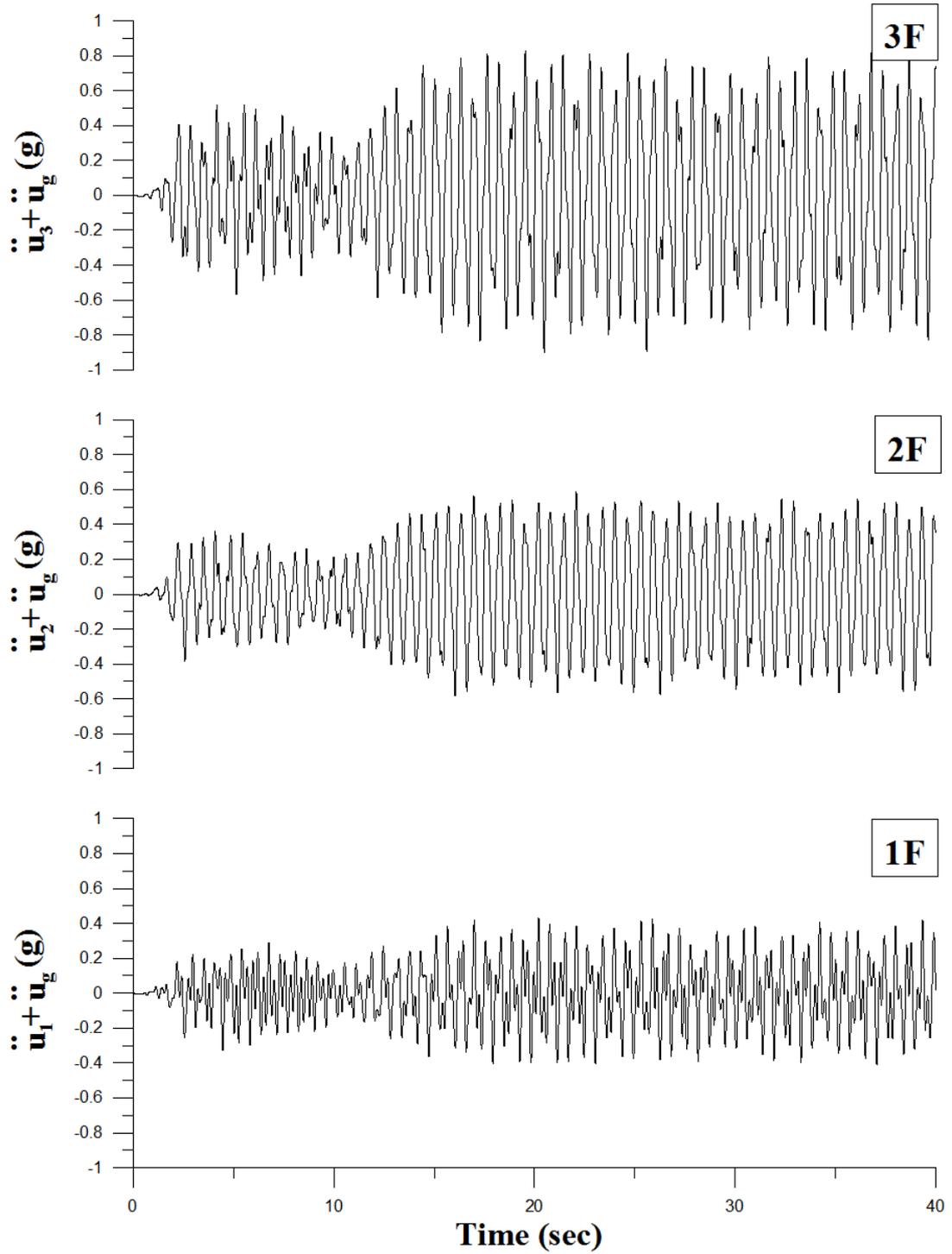


圖 3.7 健康結構各樓層絕對加速度歷時

3F Damaged (NSR<sub>m</sub>=0%)

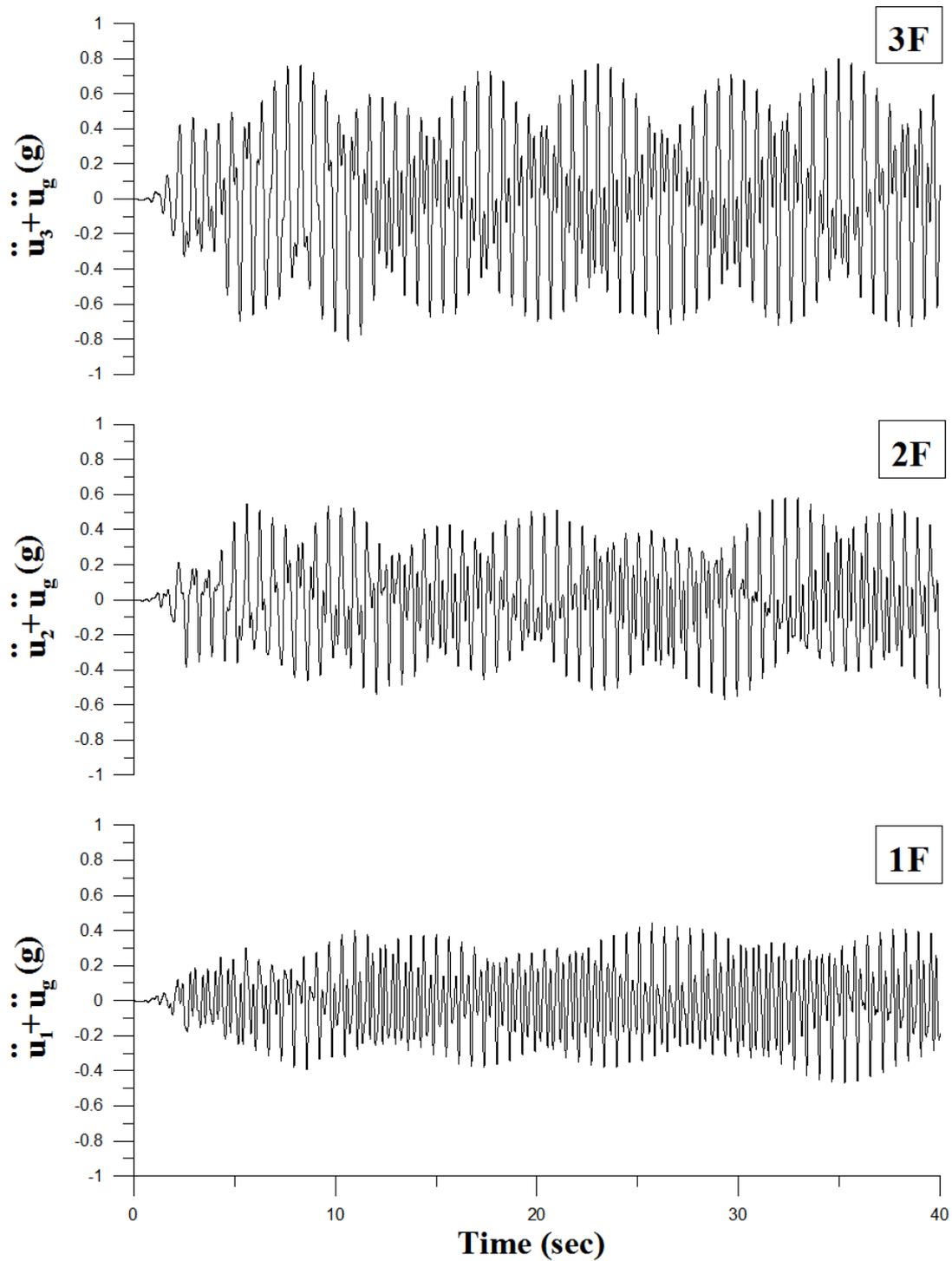


圖 3.8 (a) 三樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 (NSR<sub>m</sub> = 0%)

3F Damaged ( $NSR_m=5\%$ )

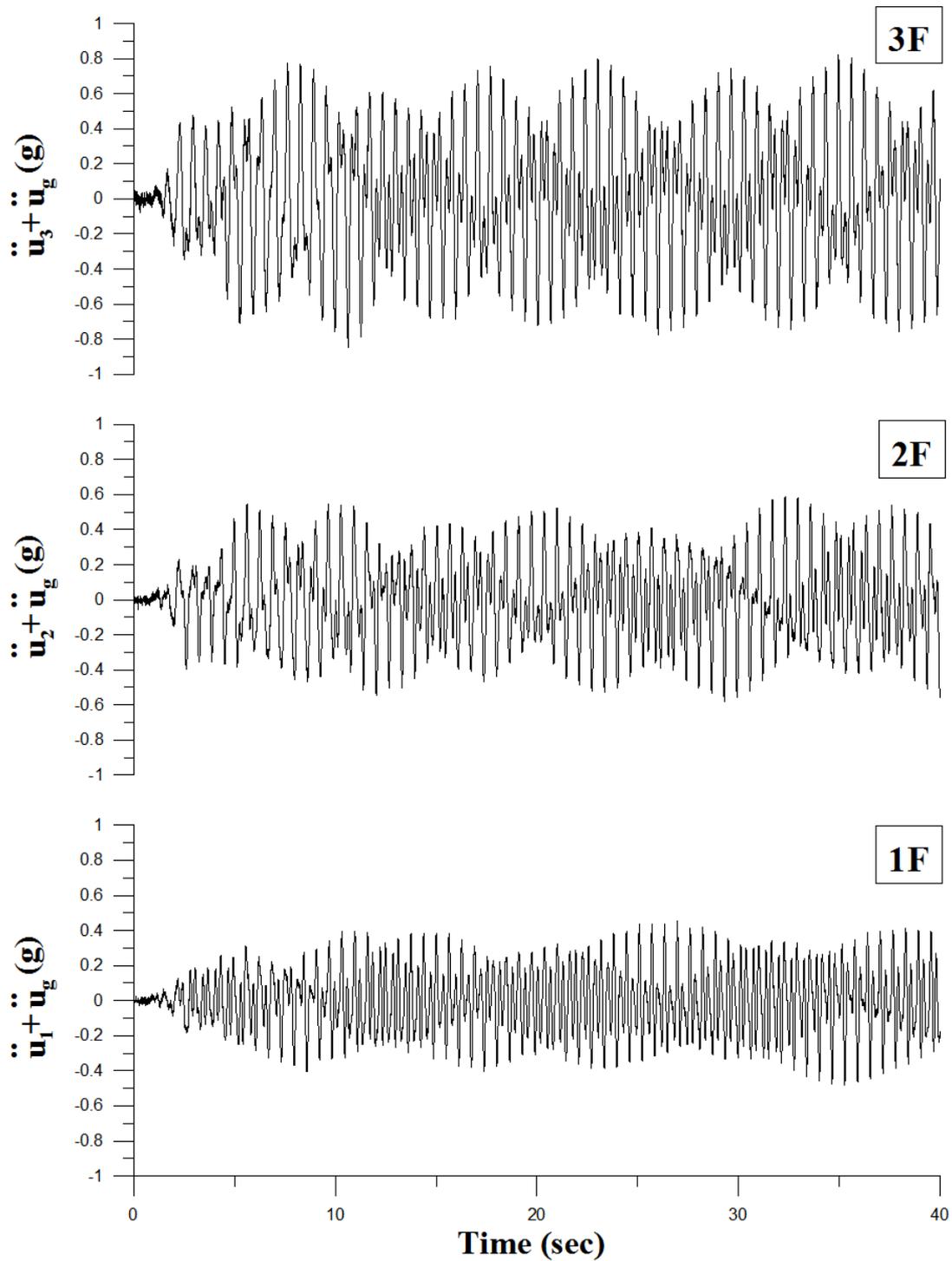


圖 3.8 (b) 三樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 ( $NSR_m = 5\%$ )

3F Damaged (NSR<sub>m</sub>=10%)

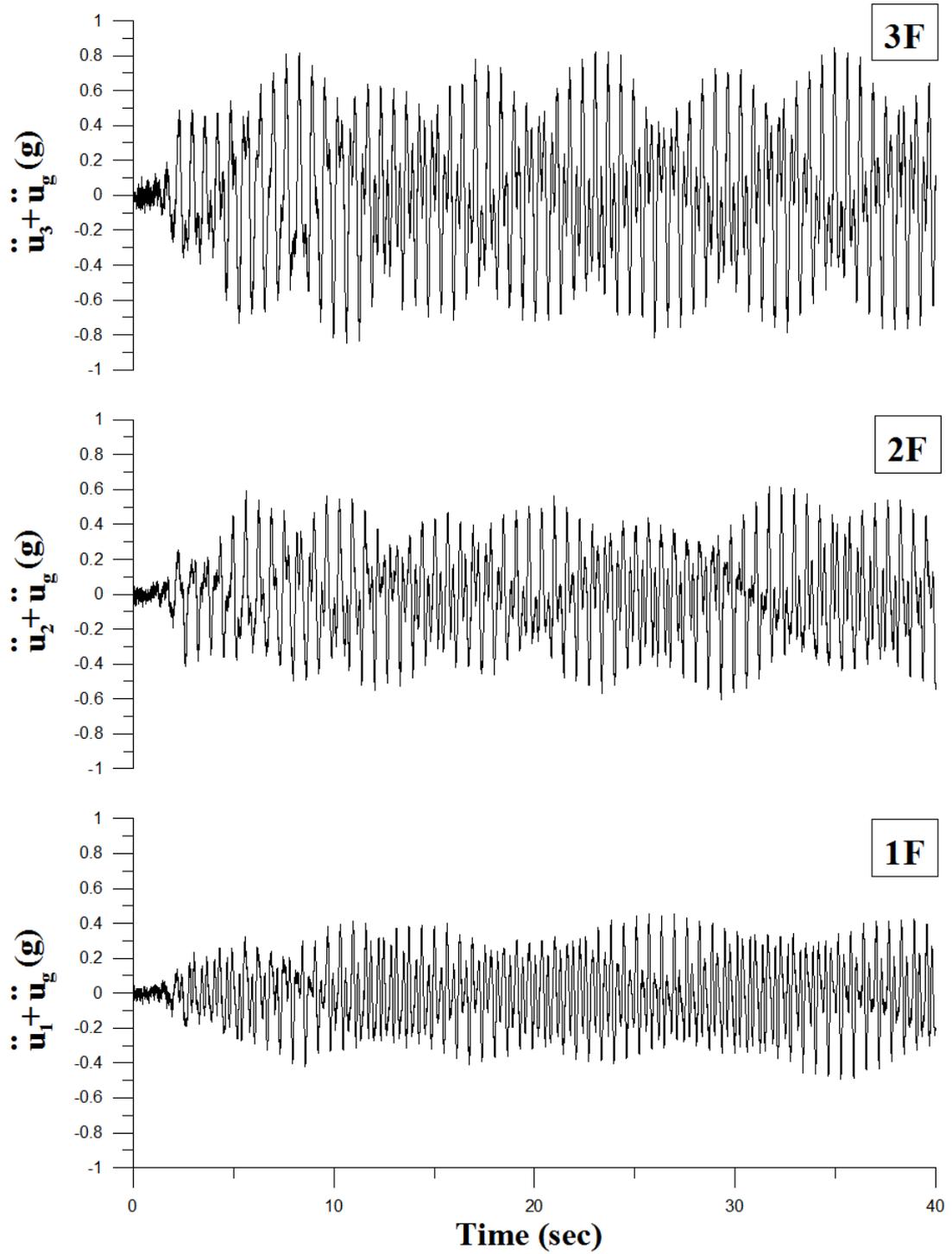


圖 3.8 (c) 三樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 (NSR<sub>m</sub> = 10%)

3F Damaged (NSR<sub>m</sub>=15%)

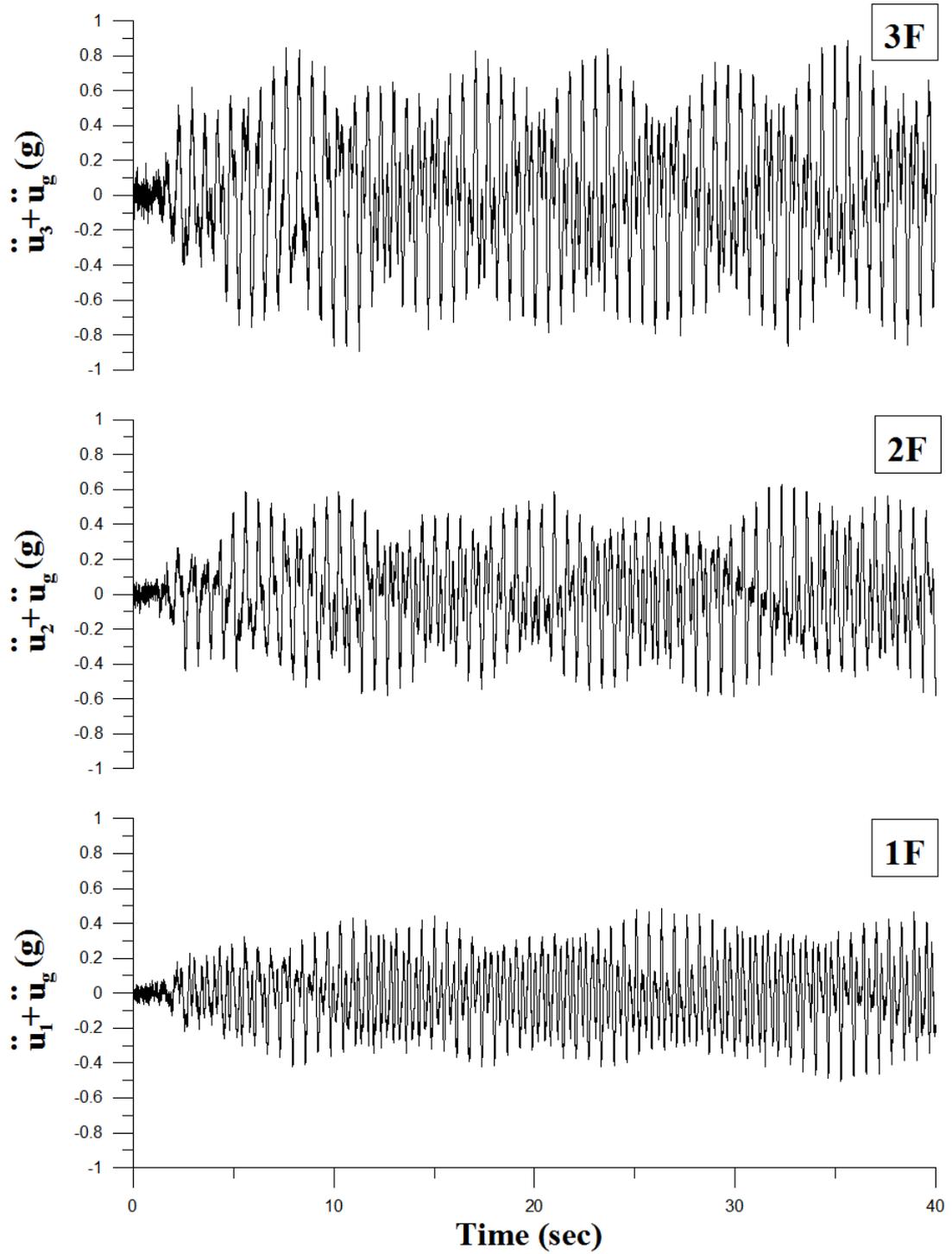


圖 3.8 (d) 三樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 (NSR<sub>m</sub> =15%)

3F Damaged (NSR<sub>m</sub>=20%)

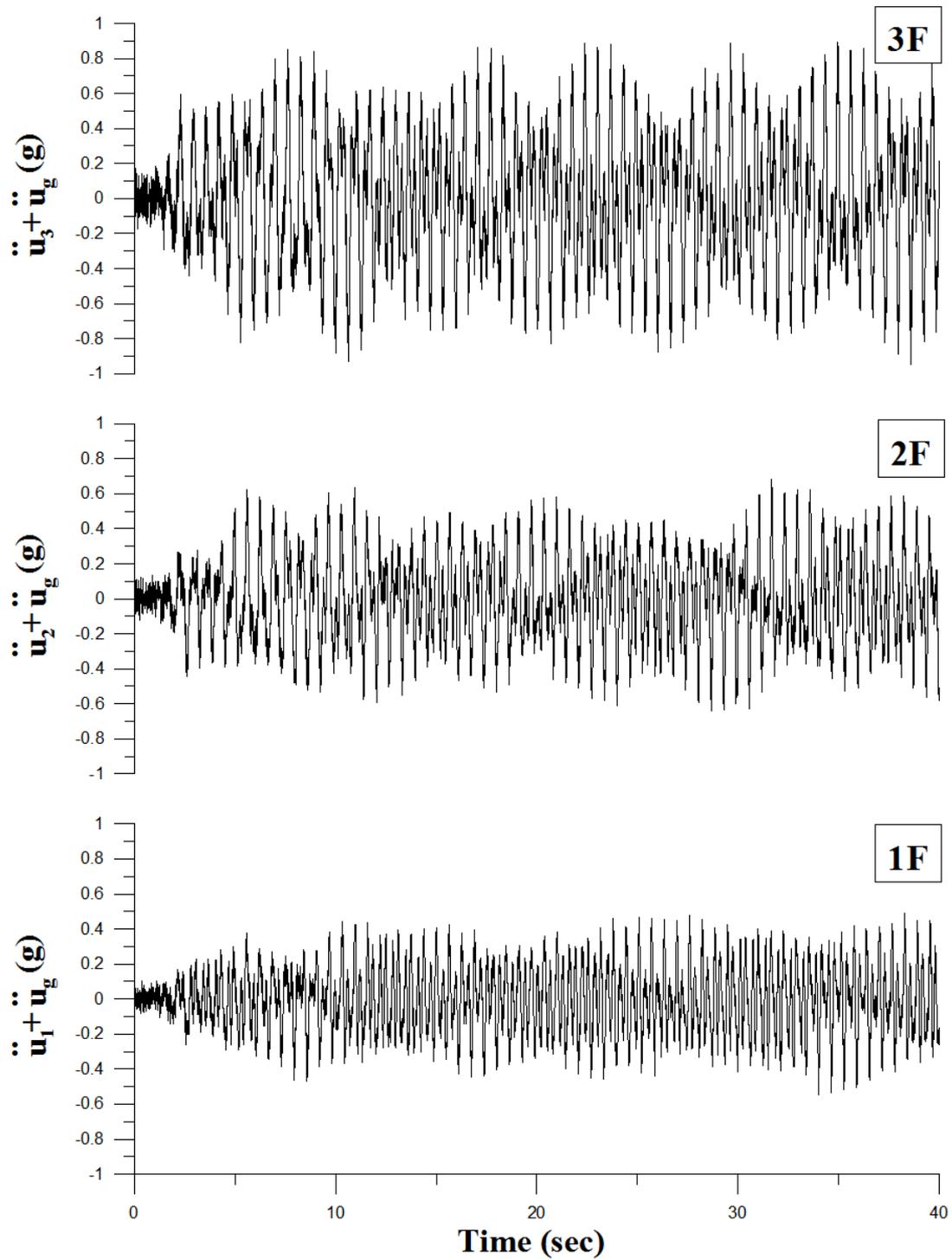


圖 3.8 (e) 三樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 (NSR<sub>m</sub> = 20%)

2F Damaged (NSR<sub>m</sub>=0%)

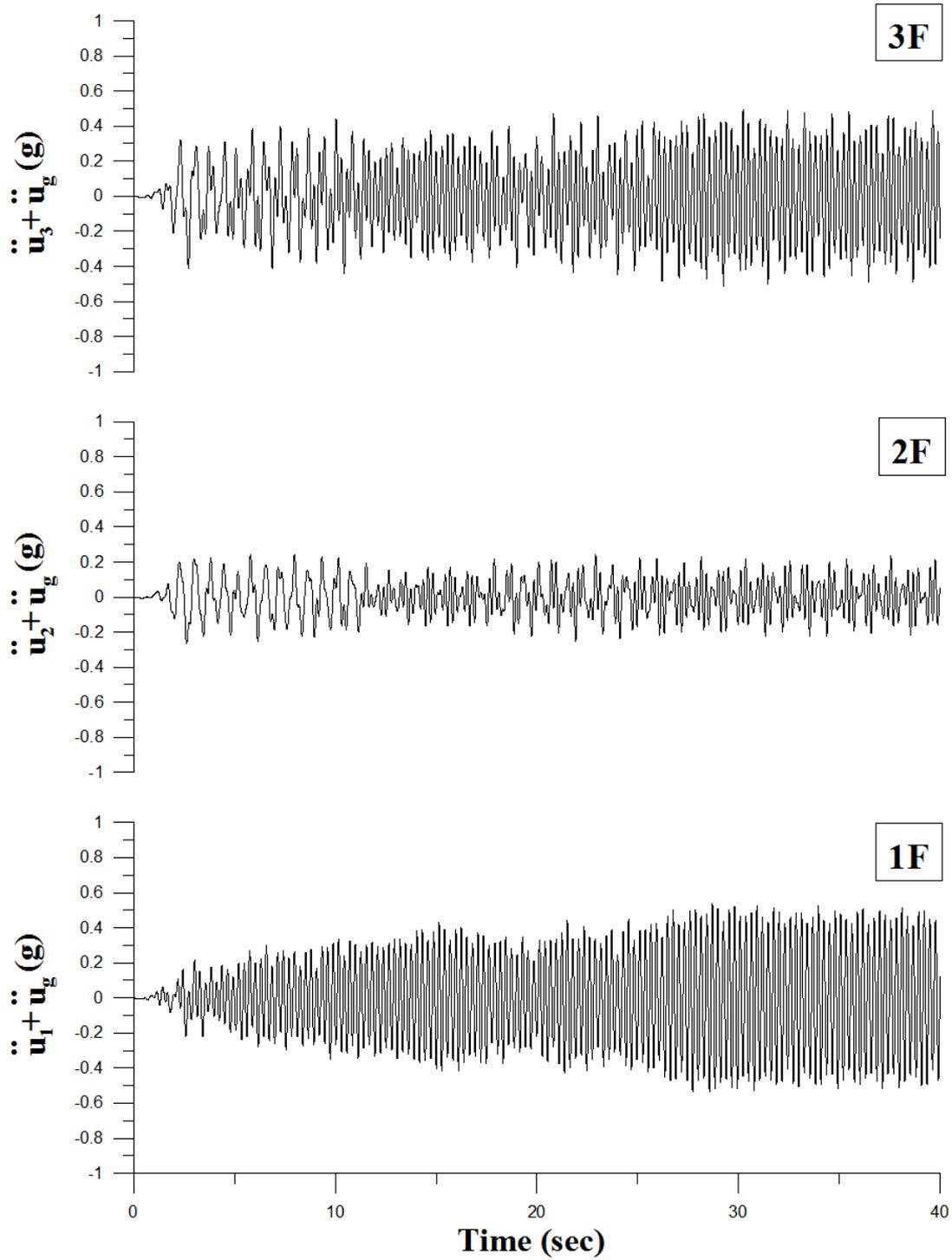


圖 3.9 (a) 二樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 (NSR<sub>m</sub> = 0%)

2F Damaged ( $NSR_m=5\%$ )

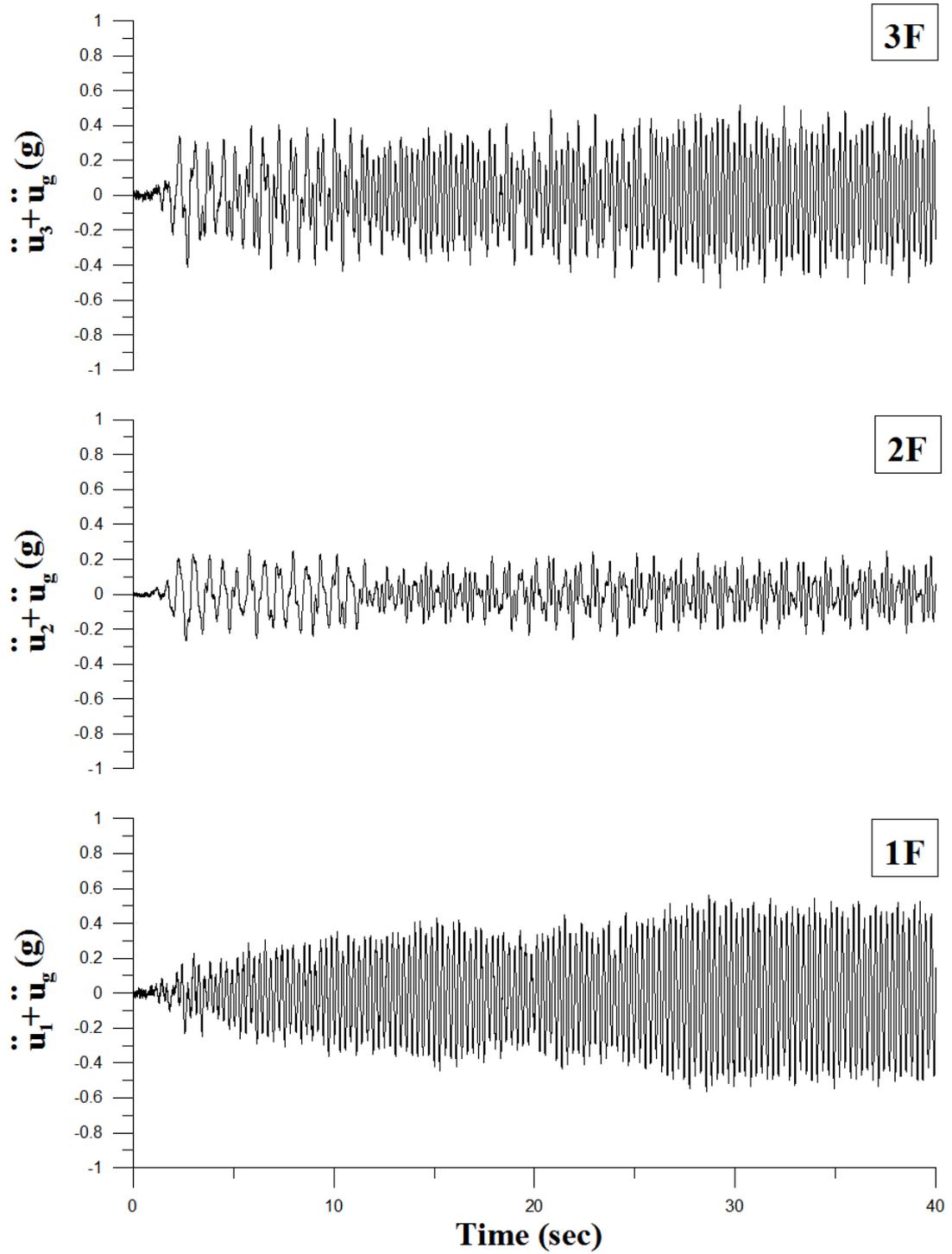


圖 3.9 (b) 二樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 ( $NSR_m = 5\%$ )

2F Damaged (NSR<sub>m</sub>=10%)

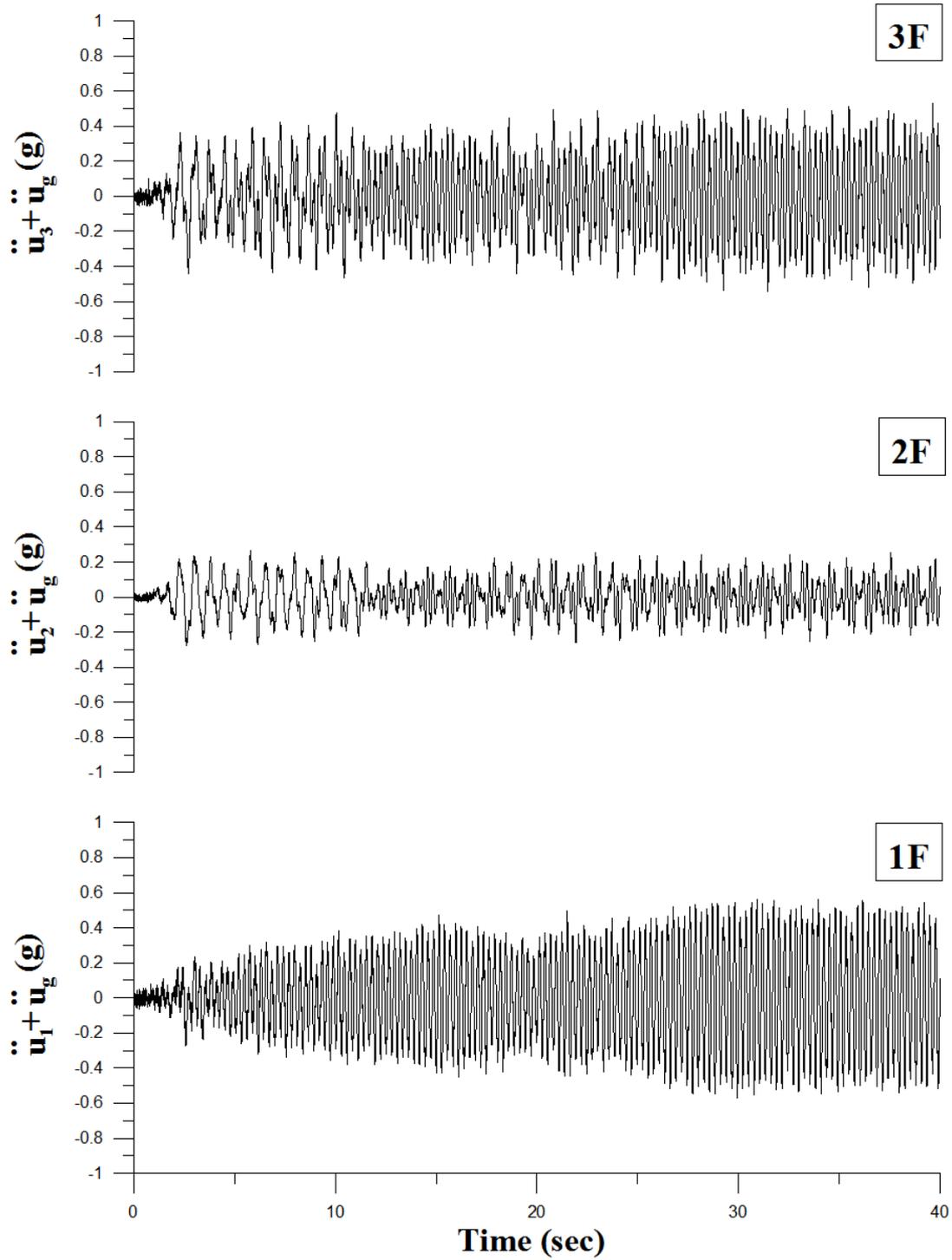


圖 3.9 (c) 二樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 (NSR<sub>m</sub> = 10%)

2F Damaged (NSR<sub>m</sub>=15%)

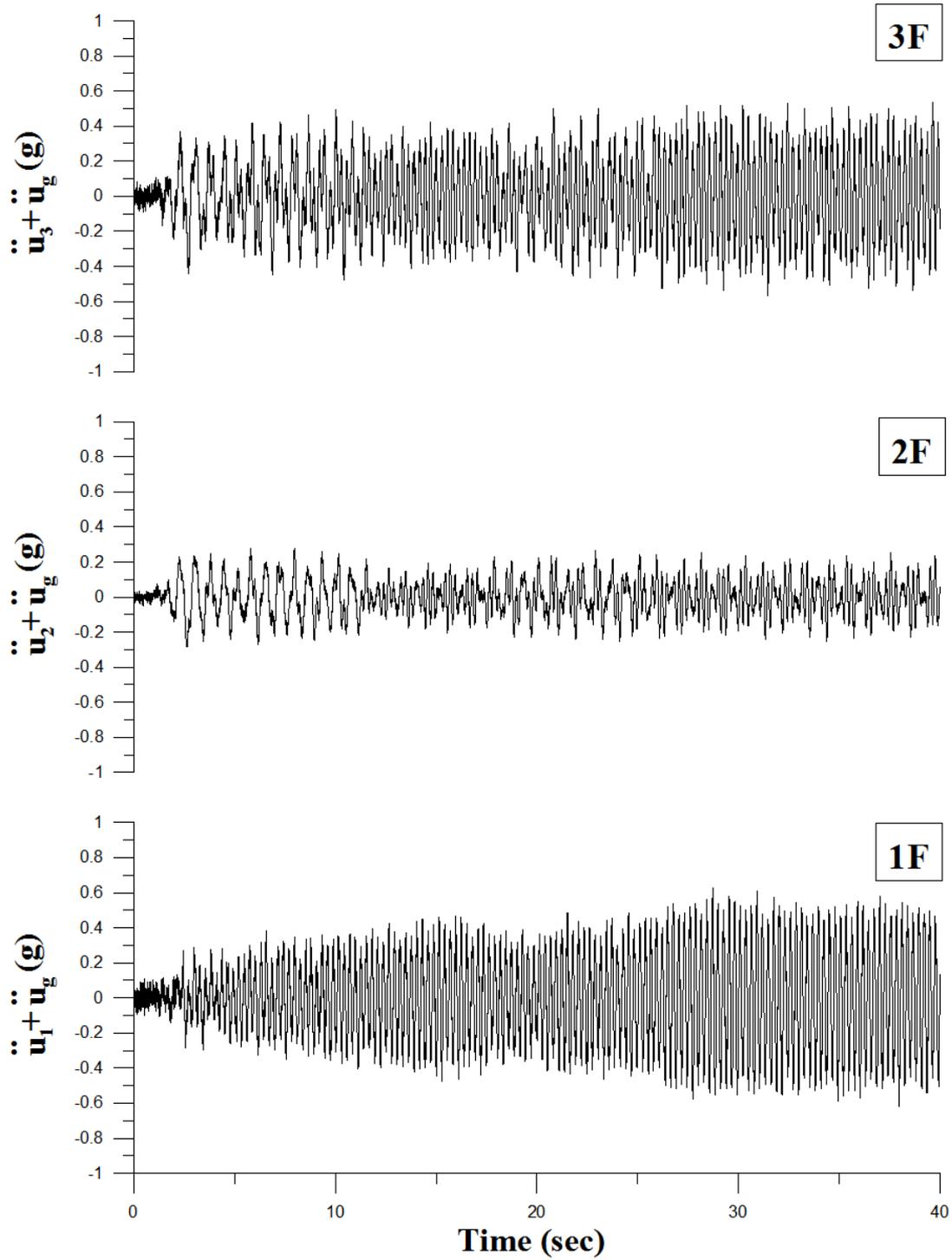


圖 3.9 (d) 二樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 (NSR<sub>m</sub> = 15%)

2F Damaged (NSR<sub>m</sub>=20%)

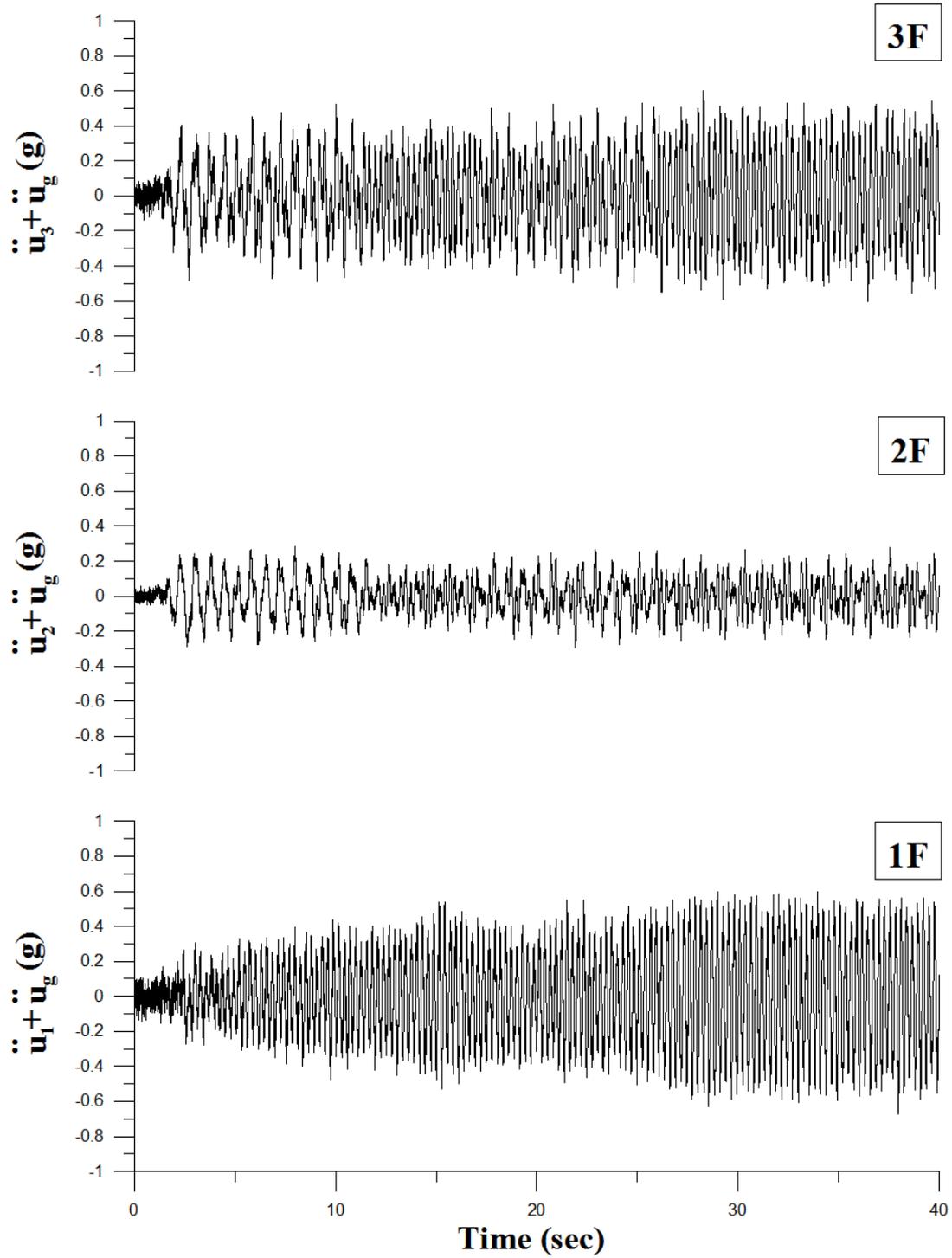


圖 3.9 (e) 二樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 (NSR<sub>m</sub> = 20%)

1F Damaged (NSR<sub>m</sub>=0%)

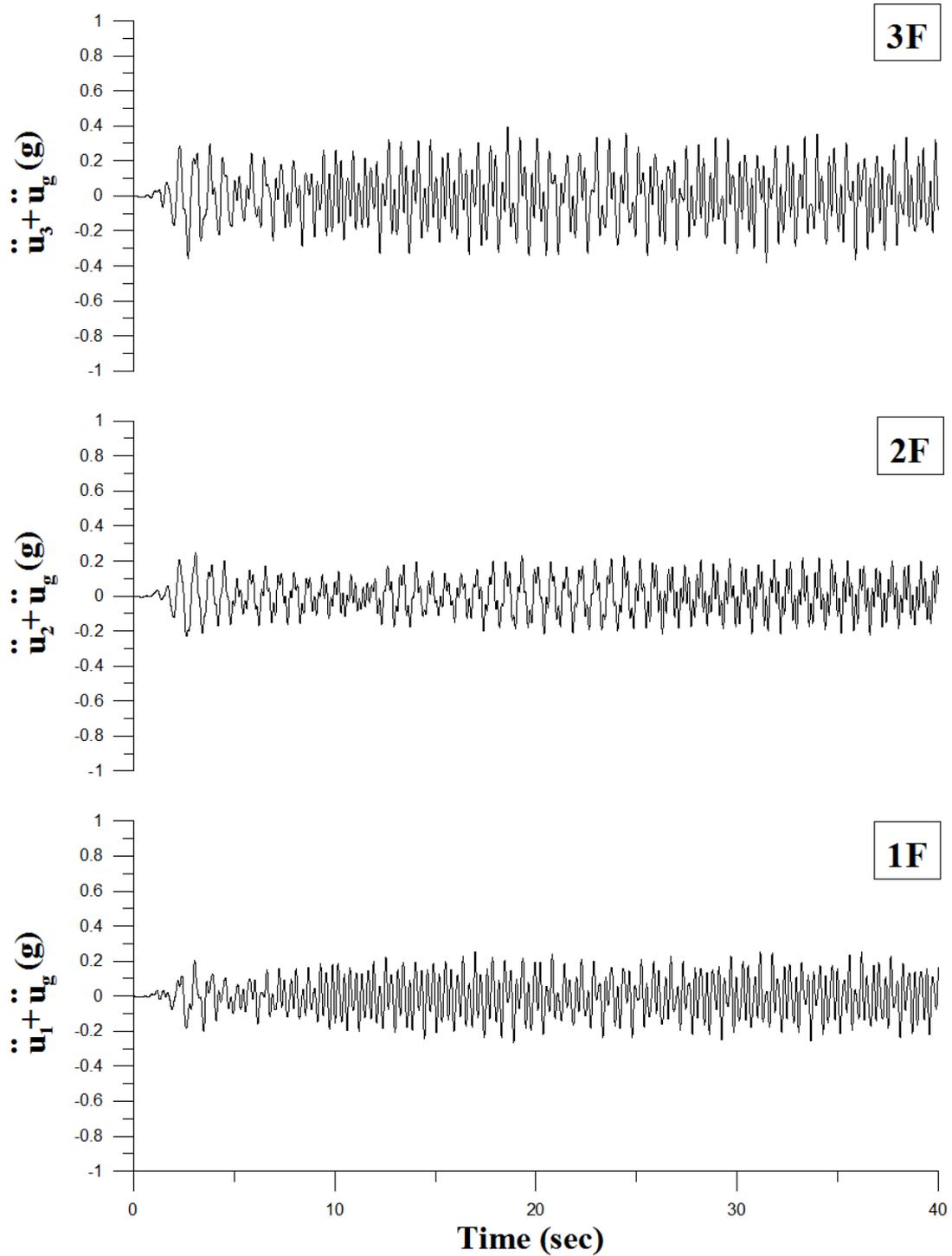


圖 3.10 (a) 一樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 (NSR<sub>m</sub> = 0%)

1F Damaged (NSR<sub>m</sub>=5%)

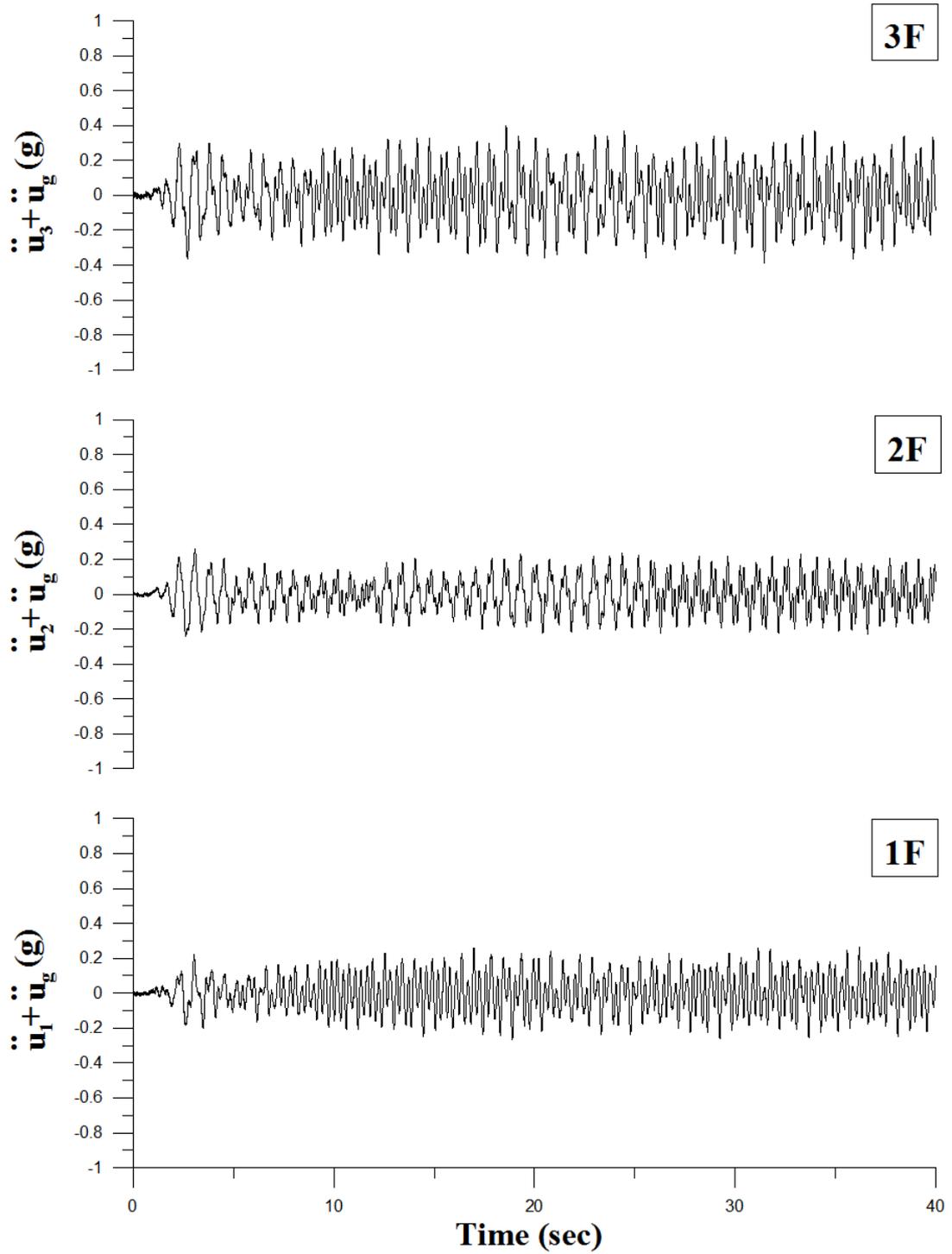


圖 3.10 (b) 一樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 (NSR<sub>m</sub> = 5%)

1F Damaged (NSR<sub>m</sub>=10%)

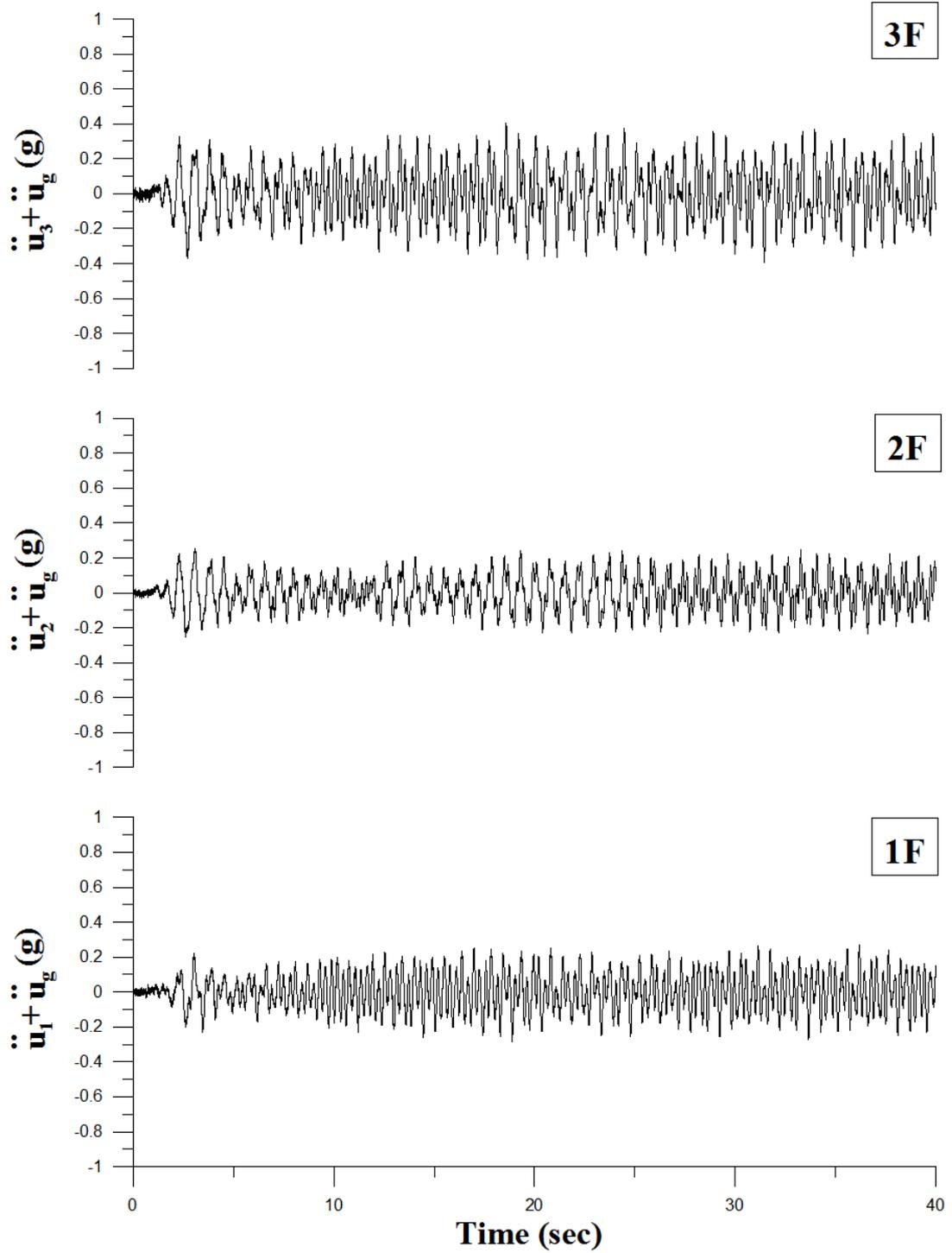


圖 3.10 (c) 一樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 (NSR<sub>m</sub> = 10%)

1F Damaged (NSR<sub>m</sub>=15%)

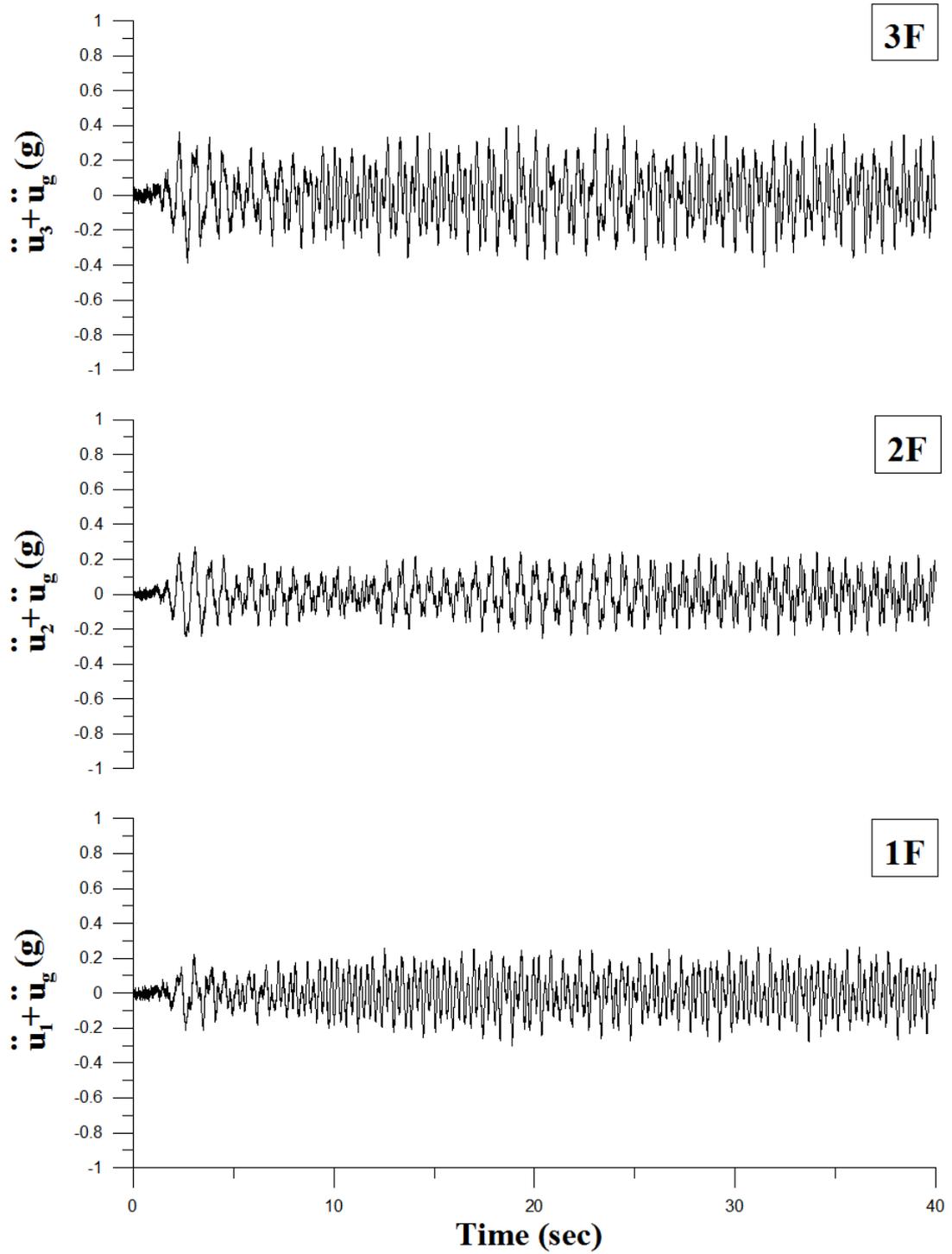


圖 3.10 (d) 一樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 (NSR<sub>m</sub> = 15%)

1F Damaged (NSR<sub>m</sub>=20%)

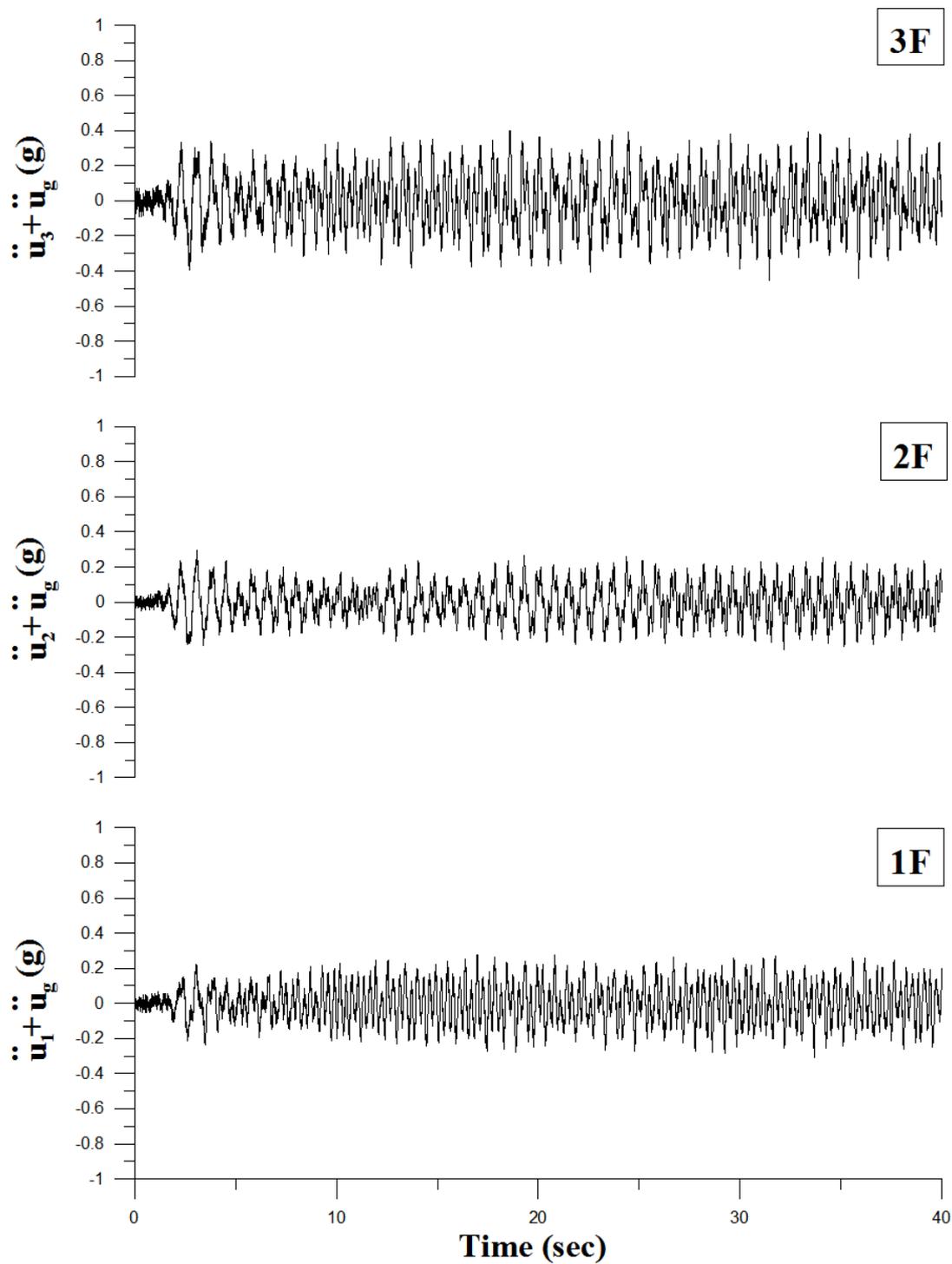


圖 3.10 (e) 一樓破壞之結構各樓層絕對加速度歷時 ( $NSR_m = 20\%$ )

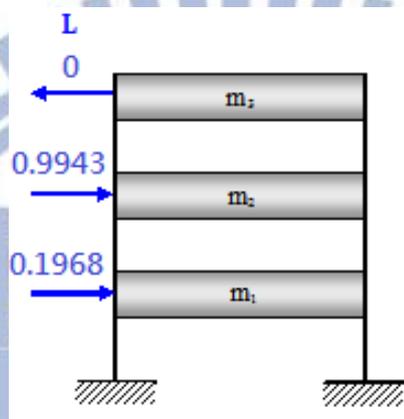


圖 3.11 破壞定位向量加載於三層樓結構之示意圖

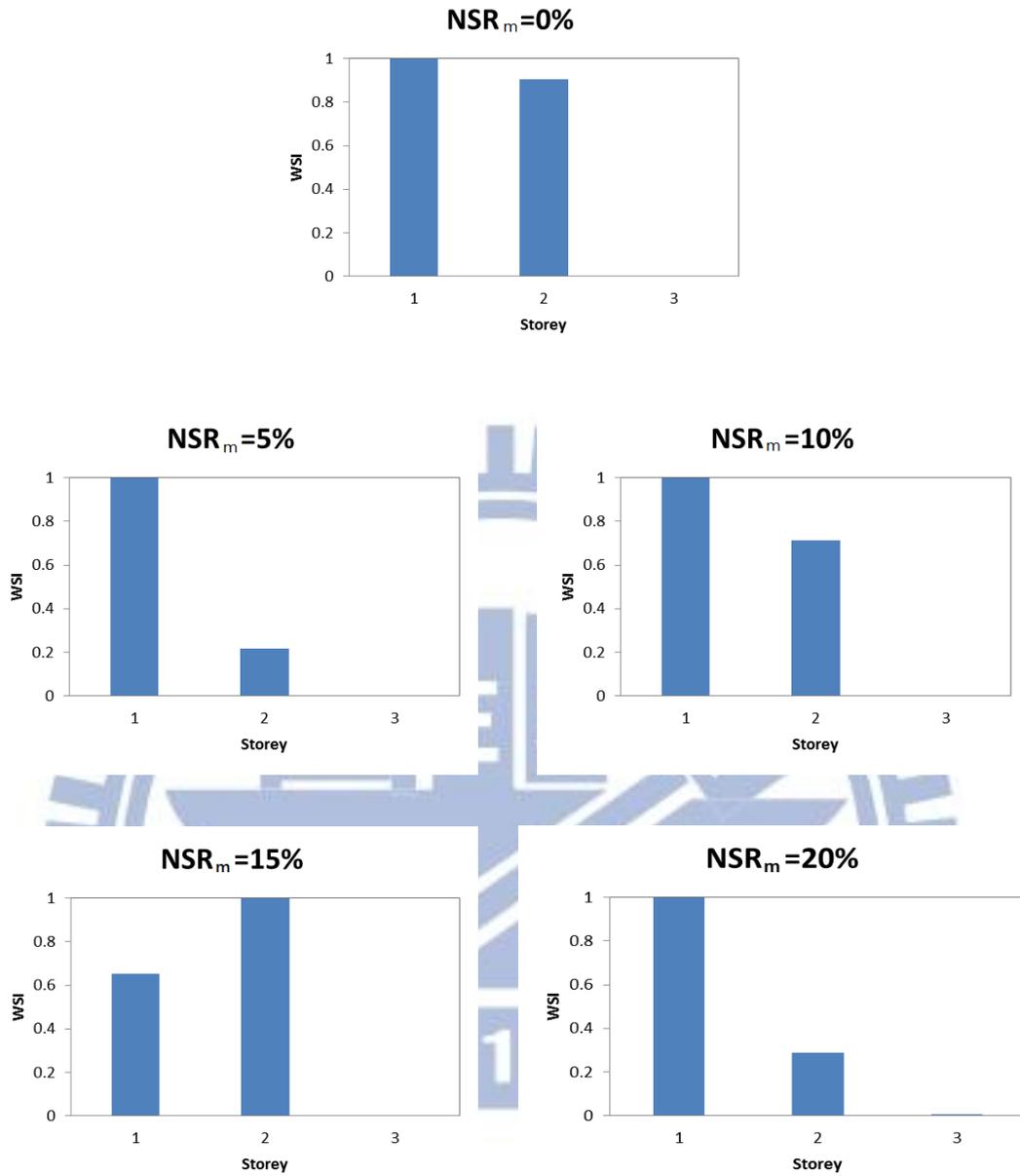


圖 3.12 結構三樓受損之損傷偵測分析結果(DLV)

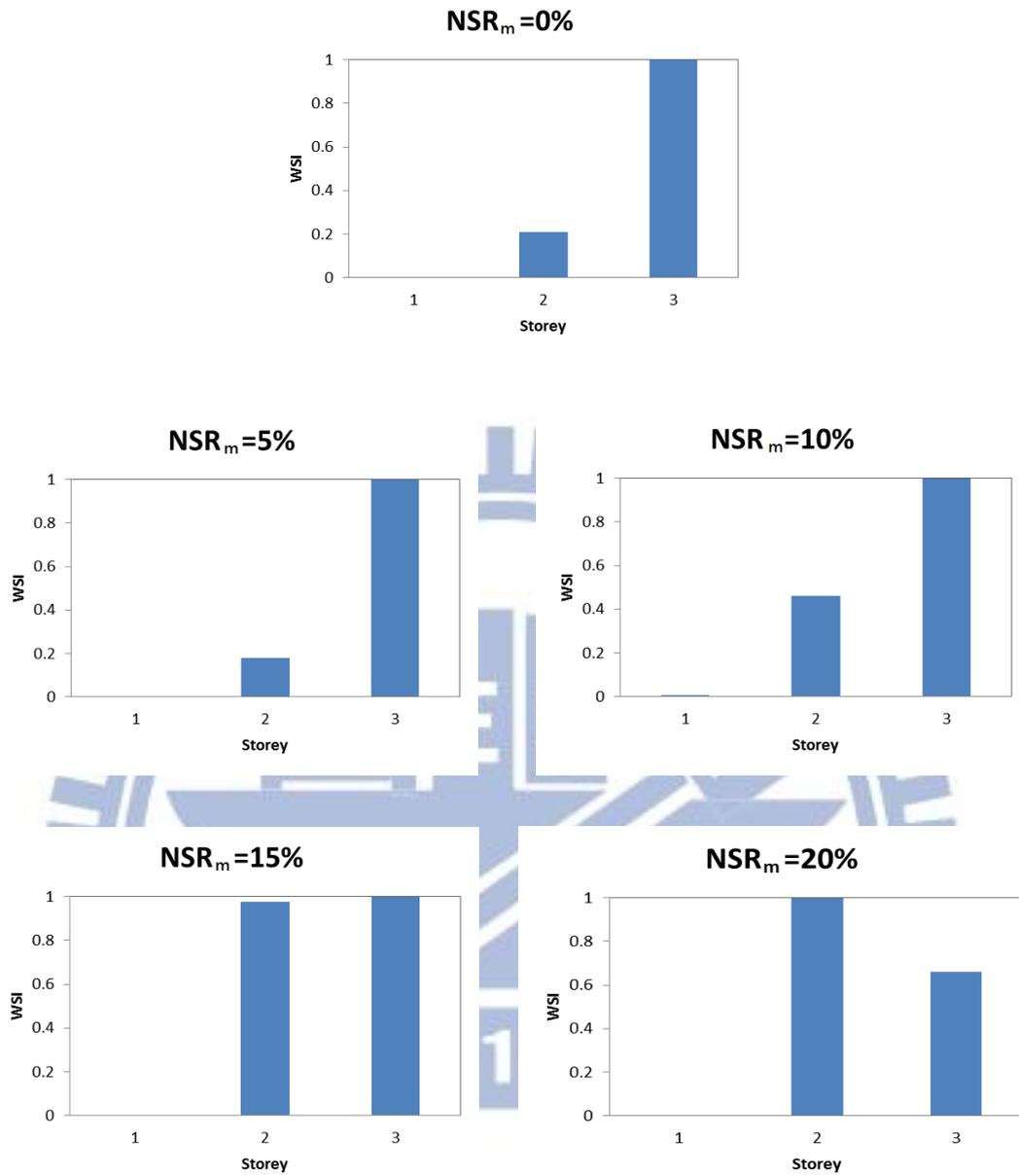


圖 3.13 結構一樓受損之損傷偵測分析結果(DLV)

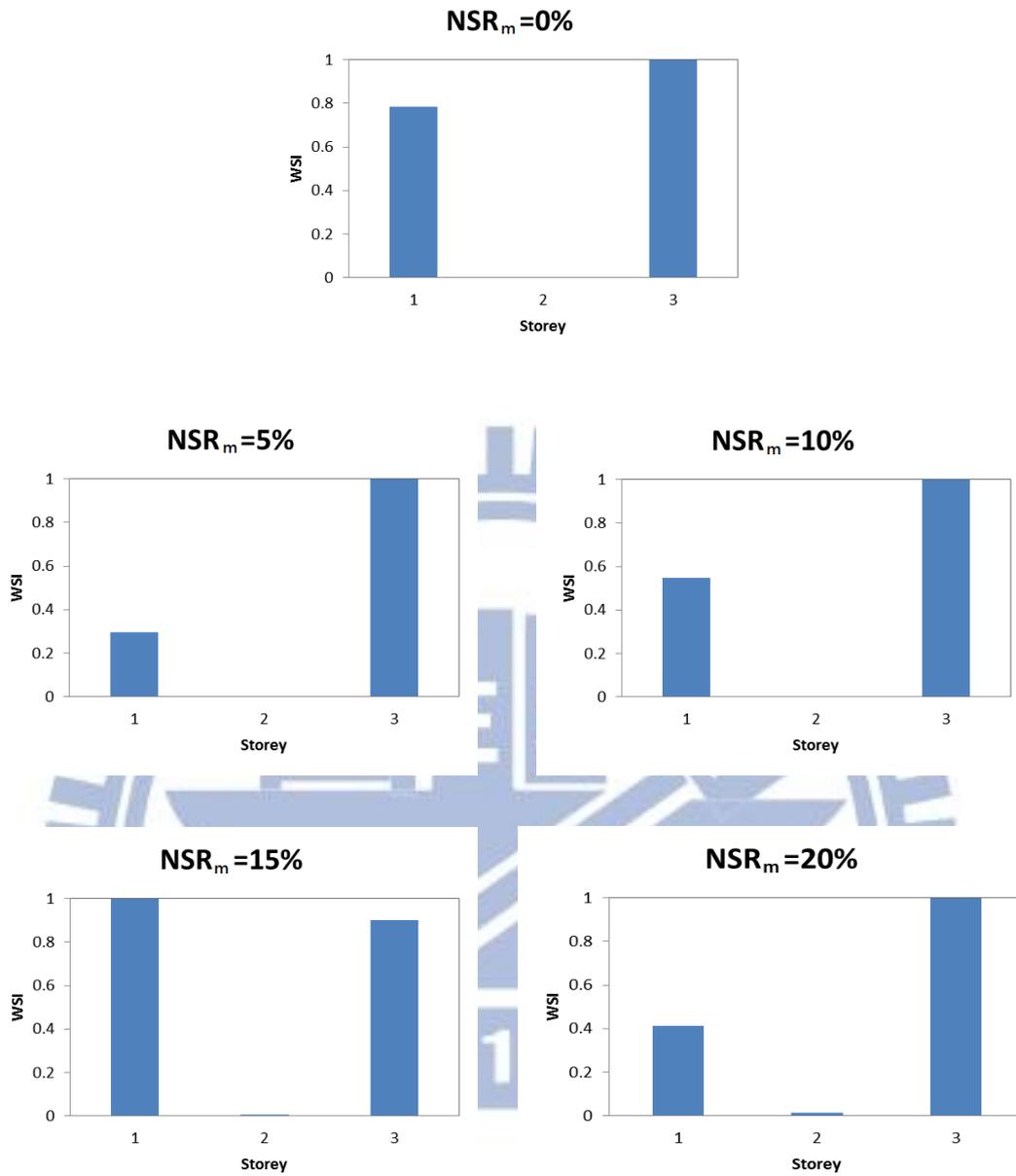


圖 3.14 結構二樓受損之損傷偵測分析結果(DLV)

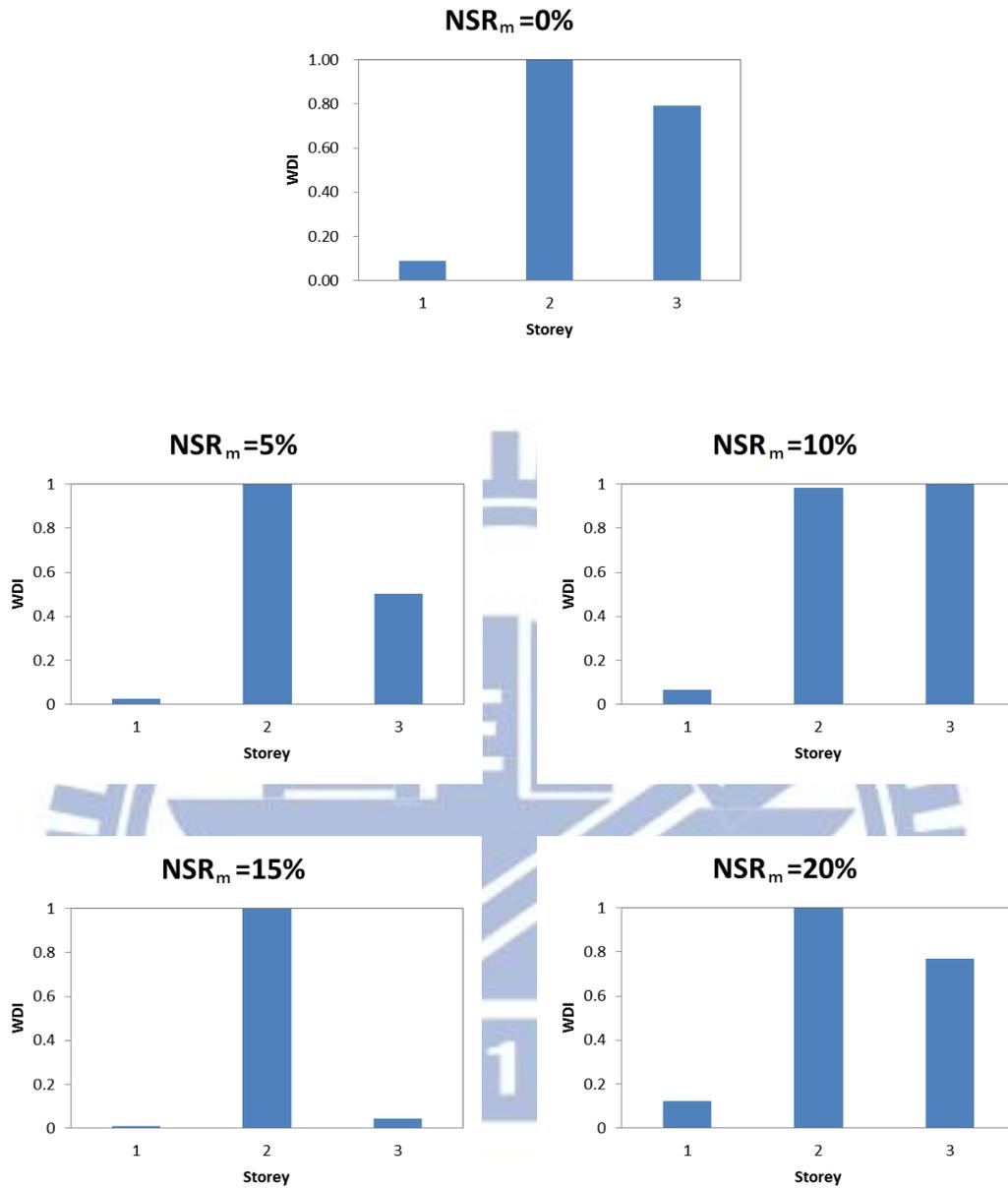


圖 3.15 結構一樓受損之損傷偵測分析結果(直接位移法)

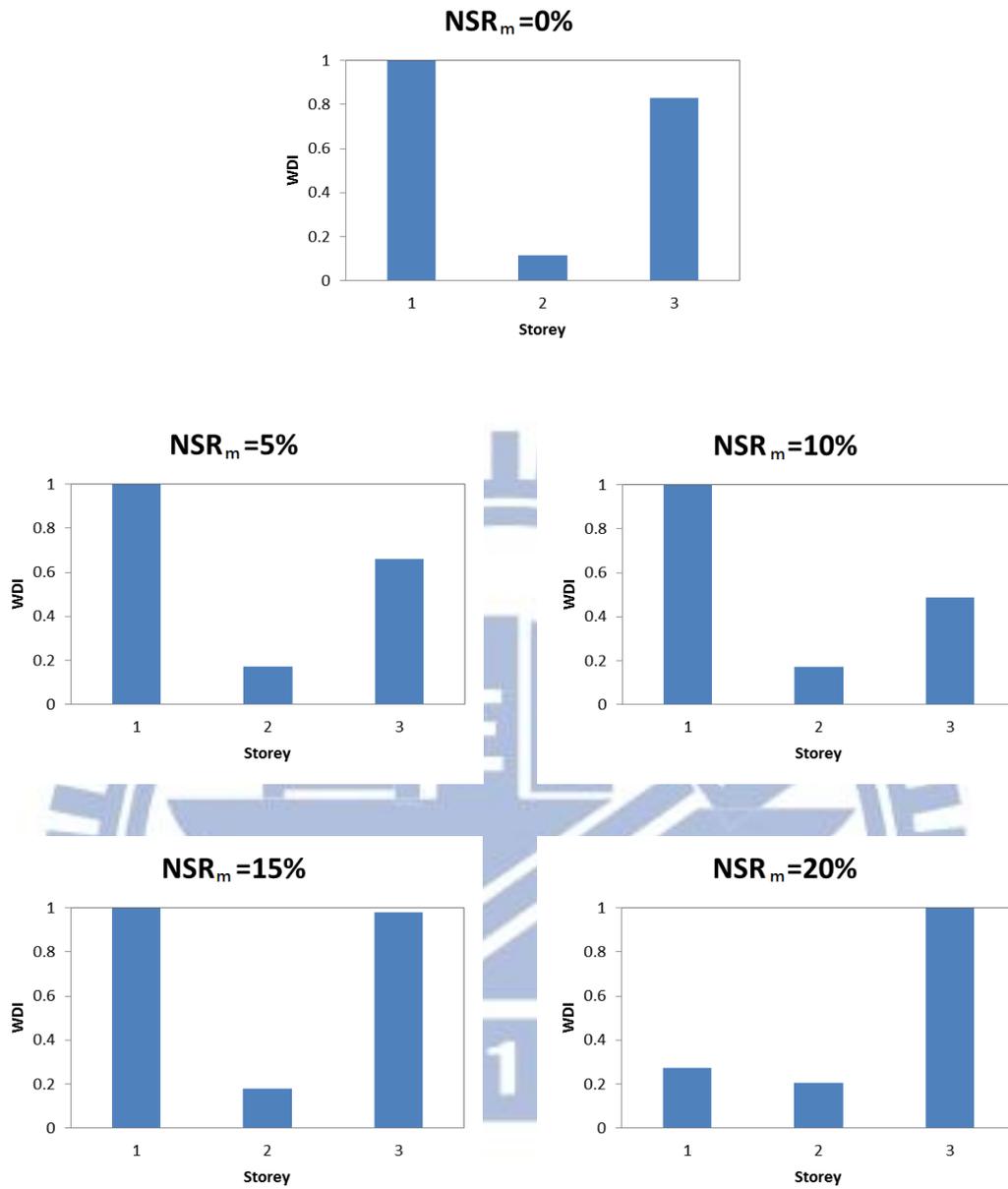


圖 3.16 結構二樓受損之損傷偵測分析結果(直接位移法)

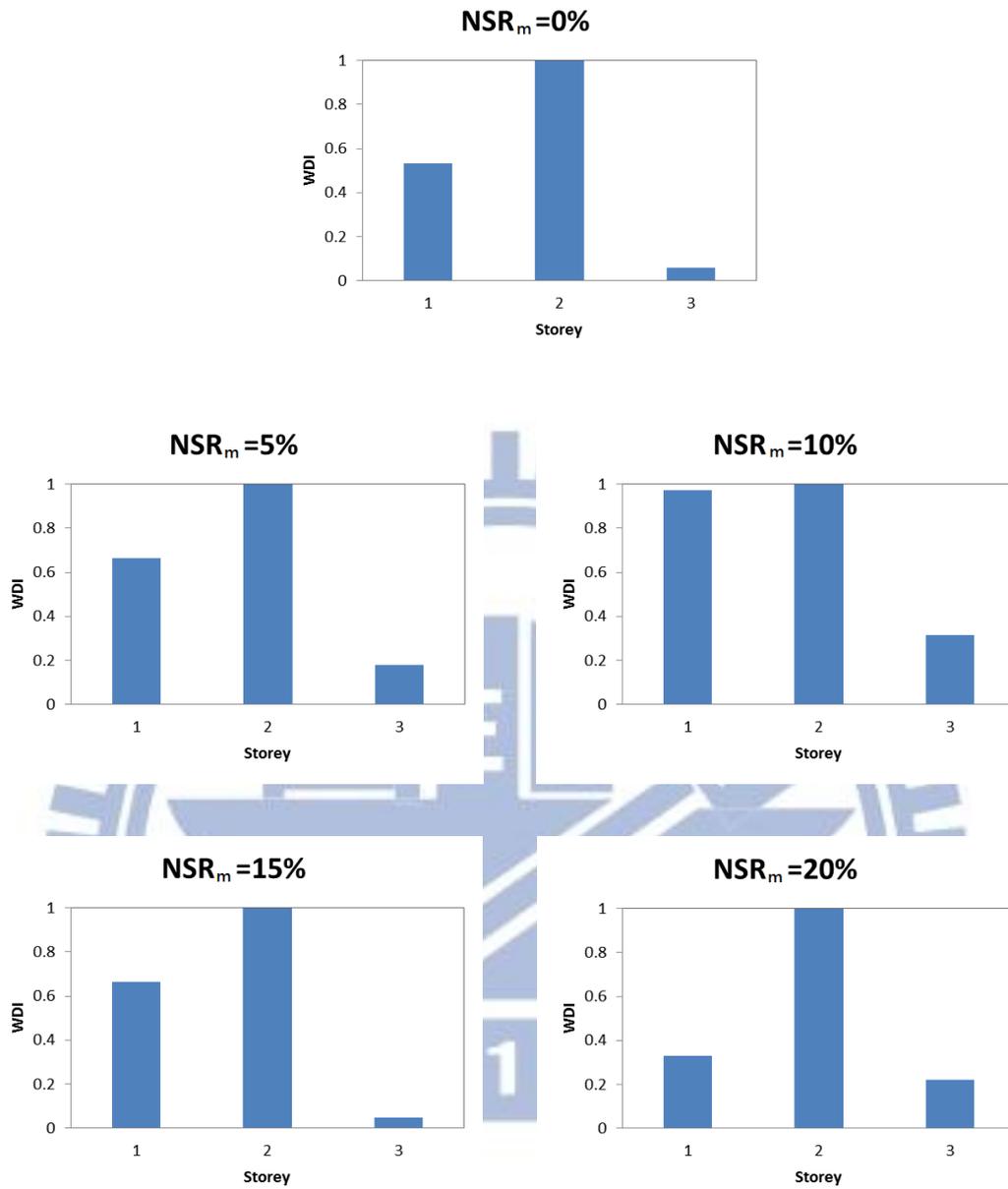
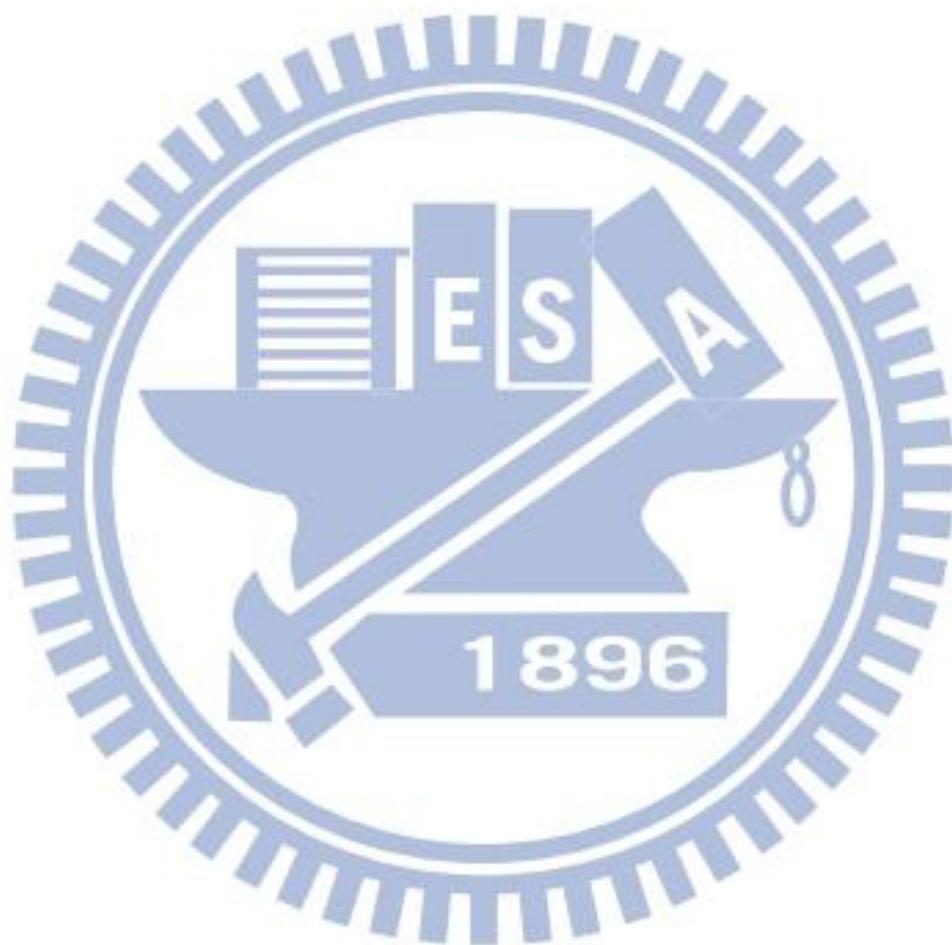


圖 3.17 直結構三樓受損之損傷偵測分析結果(直接位移法)



# 第四章 SSI 系統識別結合損傷探測分析之地震模擬 試驗驗證

## 4.1 前言

為了驗證 SSI 識別法結合狀態空間 DLV 損傷識別應用於真實結構破壞診斷分析之可能性，本研究利用交通大學土木結構實驗室之單軸向地震模擬振動台，進行一系列結構損傷診斷試驗。試驗對象為一座五層樓含斜撐之鋼構架，受損狀態之設定以移除受損樓層弱軸方向之雙邊斜撐模擬之。

隨著結構健康診斷技術的發展，對於感應器之要求也越來越高。傳統的有線感應器受限於環境因素，已無法滿足需求，無線監測技術勢必成為未來之趨勢，智慧型無線感應器之技術發展因而受到重視。本研究將以盧恭君【61】博士所發展之智慧型無線感測系統（NTU-WSU）應用至五層樓鋼結構之振動台試驗。

本章係以結構受損前、後之實測地震反應紀錄為依據，利用 SSI 系統識別法識別出結構之系統參數  $A$  及  $C$  矩陣，進而計算  $Q$  矩陣，並與 SRIM 系統識別法之分析結果做比較；再依第三章所介紹之 DLV 損傷識別法與本文所提之直接位移法進行破壞定位偵測。

## 4.2 振動台試驗設置

茲說明試驗所使用之相關設備如後：

- 地震模擬振動台

交通大學地震模擬振動台之台面尺寸為 3m 見方，如圖 4.1 所示，

振動台本體重為 5tf，而試體結構之最大容許重量可達 10tf。振動台係由一支油壓致動器(圖 4.2)來驅動，其將油壓動力轉化成機械動力，以驅動振動台及其承載之試體，其最大行程為±12.5cm，在滿載情況下最大加速度可達 1g。

### ● 控制系統

控制系統為振動台之中樞所在，吾人使用 MTS407 控制器之位移控制模式操控振動台，如圖 4.3 所示。MTS407 控制器內含造波器，可提供矩形波、三角形波及正弦波等類比訊號以驅動致動器，並有一外在輸入 (External Input) 管道可接受任意形式之隨機訊號，故得以輸入地震波以模擬地表運動。

### ● 鋼結構試驗模型

鋼結構系統模型為平面 2m 見方，樓高 6.7m，重約 6tf 之二分之一縮尺鋼骨房屋結構模型，如圖 4.4 所示，包括五層樓空構架、各樓層雙方向斜撐及模擬樓板質量之鋼板。該鋼構模型系統之參數如表 4.1 所示。本系列試驗中將以結構之弱向為測試方向，故架設結構時柱之弱軸方向係與振動台運動方向平行。

### ● 振動感應計

感應計之裝設以一顆加速規/速度規 (Accelerometer/Velocimeter) 與無線感測單元 (Wireless Sensing Unit) 為一組，共安裝 6 組。速度規為東京測振公司型號 VSE-15D 之伺服型速度感應器，可同時輸出速度及加速度兩種訊號，所對應之最大動態振幅分別為±0.1 m/s 及±2000 gal，有效頻寬為 0.2 至 70 Hz，使用±15V 之直流電。

### 4.3 完全觀測(Full Observation)條件下試驗結果與分析

本系列振動台試驗係以 White Noise 與 El Centro 地震為擾動，PGA=0.1g，以實測之各樓層加速度反應進行分析。結構之健康狀態係於模型各樓層之強、弱軸方向均加設斜撐，如圖 4.6 所示。結構受損狀態則為移除受損樓層弱軸方向之雙邊斜撐，因此鋼構模型仍維持平面結構之行為，如圖 4.7 所示。

#### A. White noise

健康結構之反應歷時如圖 4.8 所示，ETABS 特徵分析所得之模態如圖 4.9(a)所示，SSI 分析之模態如圖 4.9(b)所示，SRIM 分析之模態如圖 4.9(c)所示。結構參數識別結果歸納於表 4.2。

SRIM 與 SSI 皆成功分析出前三模態（低頻模態）與頻率，其中前兩模態與 ETABS 特徵分析之模態相當接近。阻尼比方面，SRIM 可成功識別出低頻模態之阻尼比，SSI 則幾乎無法識別出阻尼比。

此外，考慮之八種不同結構受損情況包括：

#### CASE A1 (1 樓受損)：

結構地震歷時如圖 4.10 所示，ETABS 特徵分析所得之模態如圖 4.11(a)所示，SSI 分析之模態如圖 4.11(b)所示，SRIM 分析之模態如圖 4.11(c)所示。結構參數識別之結果歸納於表 4.3。

由圖 4.11 與表 4.3 可看出，SSI 可成功分析出前三模態，SRIM 則可成功分析出前四模態，且與 ETABS 特徵分析之模態相當接近；阻尼比方面，SRIM 可成功識別出低頻模態之阻尼比，SSI 則幾乎無法識別出阻尼比。

### **CASE A2 (2 樓受損)：**

結構地震歷時如圖 4.12 所示，ETABS 特徵分析所得之模態如圖 4.13(a)所示，SSI 分析之模態如圖 4.13(b)所示，SRIM 分析之模態如圖 4.13(c)所示。結構參數識別之結果歸納於表 4.4。

由圖 4.13 與表 4.4 可看出，SSI 與 SRIM 皆可成功分析出前三模態，且前兩模態與 ETABS 特徵分析之模態相當接近；阻尼比方面，SRIM 可成功識別出低頻模態之阻尼比，SSI 則幾乎無法識別出阻尼比。

### **CASE A3 (3 樓受損)：**

結構地震歷時如圖 4.14 所示，ETABS 特徵分析所得之模態如圖 4.15(a)所示，SSI 分析之模態如圖 4.14(b)所示，SRIM 分析之模態如圖 4.14(c)所示。結構參數識別之結果歸納於表 4.5。

由圖 4.15 與表 4.5 可看出，SRIM 可成功分析出前三模態，SSI 則只能成功分析出前兩模態；阻尼比方面，SRIM 可成功識別出低頻模態之阻尼比，SSI 則幾乎無法識別出阻尼比。

### **CASE A4 (4 樓受損)：**

結構地震歷時如圖 4.16 所示，ETABS 特徵分析所得之模態如圖 4.17(a)所示，SSI 分析之模態如圖 4.17(b)所示，SRIM 分析之模態如圖 4.17(c)所示。結構參數識別之結果歸納於表 4.6。

由圖 4.17 與表 4.6 可看出，SRIM 可成功分析出前四模態，SSI 則只能成功分析出前兩模態；阻尼比方面，SRIM 可成功識別出低頻模態之阻尼比，SSI 則幾乎無法識別出阻尼比。

### **CASE A5 (5 樓受損)：**

結構地震歷時如圖 4.18 所示，ETABS 特徵分析所得之模態如圖

4.19(a)所示,SSI 分析之模態如圖 4.19(b)所示,SRIM 分析之模態如圖 4.19(c)所示。結構參數識別之結果歸納於表 4.7。

由圖 4.19 與表 4.7 可看出,SRIM 與 SSI 皆能成功識別出前三模態;阻尼比方面,SRIM 可成功識別出低頻模態之阻尼比,SSI 則幾乎無法識別出阻尼比。

#### **CASE A13 (1 及 3 樓受損):**

結構地震歷時如圖 4.20 所示,ETABS 特徵分析所得之模態如圖 4.21(a)所示,SSI 分析之模態如圖 4.21 (b)所示,SRIM 分析之模態如圖 4.21 (c)所示。結構參數識別之結果歸納於表 4.8。

由圖 4.21 與表 4.8 可看出,SRIM 可成功分析出前四模態,SSI 則能成功分析出前三模態,且前兩模態與 ETABS 特徵分析之模態相當接近;阻尼比方面,SRIM 可成功識別出低頻模態之阻尼比,SSI 則幾乎無法識別出阻尼比。

#### **CASE A15 (1 及 5 樓受損):**

結構地震歷時如圖 4.22 所示,ETABS 特徵分析所得之模態如圖 4.23(a)所示,SSI 分析之模態如圖 4.23 (b)所示,SRIM 分析之模態如圖 4.22 (c)所示。結構參數識別之結果歸納於表 4.9。

由圖 4.23 與表 4.9 可看出,SRIM 與 SSI 皆能成功識別出前三模態與第五模態,且與 ETABS 特徵分析之模態相當接近;阻尼比方面,SRIM 可成功識別出低頻模態之阻尼比,SSI 則幾乎無法識別出阻尼比。

#### **CASE A135 (1、3 及 5 樓受損):**

結構地震歷時如圖 4.24 所示,ETABS 特徵分析所得之模態如圖 4.25 (a)所示,SSI 分析之模態如圖 4.25 (b)所示,SRIM 分析之模態如圖 4.25 (c)所示。結構參數識別之結果歸納於表 4.10。

由圖 4.25 與表 4.10 可看出，SSI 能成功識別出前三模態，SRIM 卻只能識別出第一模態；阻尼比方面，SRIM 可成功識別出低頻模態之阻尼比，SSI 則幾乎無法識別出阻尼比。

將 SRIM 與 SSI 識別之參數分別以狀態空間 DLV 損傷識別法與直接位移法 (DDM) 進行破壞診斷分析之結果歸納於表 4.11 與圖 4.26~4.33。茲針對各個案例之分析結果討論如下：

#### CASE A1 (1 樓受損)：

各損傷識別分析之 WSI 值歸納於表 4.11 及圖 4.26。

以 SRIM 識別法搭配 DLV 之損傷探測，其 1 樓之 WSI 值趨近於零，2 樓之 WSI 值 (0.018) 亦落在  $PD$  指標內，因此研判破壞樓層應為 1 樓及 2 樓 (誤判 2 樓為破壞樓層)。

以 SSI 識別法搭配 DLV 之損傷探測，其 1 樓之 WSI 值趨近於零，2 樓之 WSI 值 (0.062) 亦落在  $PD$  指標內，因此研判破壞樓層應為 1 樓及 2 樓 (誤判 2 樓為破壞樓層)。

以 SRIM 識別法搭配 DDM 損傷探測法 1 樓之 WSI 值為 0.150，落在  $PD_D$  指標內，故研判結構應於 1 樓發生破壞。

以 SSI 識別法搭配 DDM，一樓之 WSI 值為 0.054，3 樓之 WSI 值為 0.123，皆在  $PD_D$  指標內，因此研判破壞樓層應為 1 樓及 3 樓 (3 樓誤判為破壞樓層)。

#### CASE A2 (2 樓受損)：

各損傷識別分析之 WSI 值歸納於表 4.11 及圖 4.27。

以 SRIM 識別法搭配 DLV 之損傷探測，其 2 樓之 WSI 值為 0.018，故研判結構應於 2 樓發生破壞，與實際之破壞位置相符。

以 SSI 識別法搭配 DLV 之損傷探測，其 2 樓之 WSI 值 (0.004) 與 1 樓之 WSI 值 (0.007) 趨近於零，故研判破壞樓層應為 1 樓及 2 樓 (1 樓誤判為破壞樓層)。

以 SRIM 識別法搭配 DDM 損傷探測法 2 樓之 WSI 值為 0.061，4 樓之 WSI 值為 0.175，皆落在  $PD_D$  指標內，故研判結構應於 2 樓與 4 樓發生破壞 (4 樓誤判為破壞樓層)。

以 SSI 識別法搭配 DDM 損傷探測法 2 樓之 WSI 值為 0.161，落在  $PD_D$  指標內，故研判結構應於 2 樓發生破壞，與實際之破壞位置相符。

### **CASE A3 (3 樓受損)：**

各損傷識別分析之 WSI 值歸納於表 4.11 及圖 4.28。

以 SRIM 識別法搭配 DLV 之損傷探測，3 樓之 WSI 值為 0.018，落在  $PD$  指標內，故研判結構應於 3 樓發生破壞，與實際之破壞位置相符。

以 SSI 識別法搭配 DLV 之損傷探測，3 樓之 WSI 值為 0.010，1 樓之 WSI 值為 0.024，故研判破壞樓層應為 1 樓及 3 樓 (1 樓誤判為破壞樓層)。

以 SRIM 識別法搭配 DDM 損傷探測法 3 樓之 WSI 值為 0.013，1 樓之 WSI 值為 0.145，皆落在  $PD_D$  指標內，故研判結構應於 1 樓與 3 樓發生破壞 (1 樓誤判為破壞樓層)。

以 SSI 識別法搭配 DDM 損傷探測法，各樓層之 WSI 值皆無落在  $PD_D$  指標內，故研判結構無破壞 (3 樓誤判為健康)。但 3 樓之 WSI 值為 0.225，非常接近  $PD_D$  指標之破壞門檻。

### **CASE A4 (4 樓受損)：**

各損傷識別分析之 WSI 值歸納於表 4.11 及圖 4.29。

以 SRIM 識別法搭配 DLV 之損傷探測，4 樓之 WSI 值為 0.004，落在  $PD$  指標內，故研判結構應於 4 樓發生破壞，與實際之破壞位置相符。

以 SSI 識別法搭配 DLV 之損傷探測，4 樓之 WSI 值為 0.010，1 樓之 WSI 值為 0.018，故研判破壞樓層應為 1 樓及 4 樓(1 樓誤判為破壞樓層)。

以 SRIM 識別法搭配 DDM 損傷探測法，各樓層之 WSI 值皆無落在  $PD_D$  指標內，故研判結構無破壞(4 樓誤判為健康)。其 4 樓之 WSI 值為 0.289，雖未達  $PD_D$  指標之破壞門檻，但在各樓層 WSI 值中最接近  $PD_D$  指標破壞門檻。

以 SSI 識別法搭配 DDM 損傷探測法，4 樓之 WSI 值為 0.062，落在  $PD_D$  指標內，故研判結構應於 4 樓發生破壞，與實際之破壞位置相符。

#### **CASE A5 (5 樓受損)：**

各損傷識別分析之 WSI 值歸納於表 4.11 及圖 4.30。

以 SRIM 識別法搭配 DLV 之損傷探測，5 樓之 WSI 值為 0.010，落在  $PD$  指標內，故研判結構應於 5 樓發生破壞，與實際之破壞位置相符。

以 SSI 識別法搭配 DLV 之損傷探測，5 樓之 WSI 值為 0.023，1 樓之 WSI 值為 0.024，故研判破壞樓層應為 1 樓及 5 樓(1 樓誤判為破壞樓層)。

以 SRIM 識別法搭配 DDM 損傷探測法，各樓層之 WSI 值皆無落在  $PD_D$  指標內，故研判結構無破壞(4 樓誤判為健康)。其 4 樓之 WSI 值為 0.284，雖未達  $PD_D$  指標之破壞門檻，但仍是各樓層 WSI 值中最接近  $PD_D$  指標破壞門檻的。

以 SSI 識別法搭配 DDM 損傷探測法，5 樓之 WSI 值為 0.173，落在  $PD_D$  指標內，故研判結構應於 5 樓發生破壞，與實際之破壞位置相符。

#### **CASE A13 (1 及 3 樓受損)：**

各損傷識別分析之 WSI 值歸納於表 4.11 及圖 4.31。

以 SRIM 識別法搭配 DLV 之損傷探測，1 樓之 WSI 值為 0.009，2 樓之 WSI 值為 0.004，3 樓之 WSI 值為 0.005，皆落在  $PD$  指標內，故研判結

構應於 1 樓、2 樓及 3 樓發生破壞（2 樓誤判為破壞樓層）。

以 SSI 識別法搭配 DLV 之損傷探測，1 樓之 WSI 值為 0.008，2 樓之 WSI 值為 0.179，3 樓之 WSI 值為 0.013，故研判結構為 1 樓、2 樓及 3 樓，故研判結構應於 1 樓、2 樓及 3 樓發生破壞（2 樓誤判為破壞樓層）。

以 SRIM 識別法搭配 DDM 損傷探測法，各樓層之 WSI 值皆無落在  $PD_D$  指標內，故研判結構無破壞（1 樓與 3 樓誤判為健康）。但 1 樓與 3 樓之 WSI 值雖未達  $PD_D$  指標破壞之標準，但仍為最低。

以 SSI 識別法搭配 DDM 損傷探測法，1 樓之 WSI 值為 0.053，3 樓之 WSI 值為 0.091，皆落在  $PD_D$  指標內，故研判破壞樓層應為 1 樓及 3 樓，與實際之破壞位置相符。

#### **CASE A15 (1 及 5 樓受損)：**

各損傷識別分析之 WSI 值歸納於表 4.11 及圖 4.32。

以 SRIM 識別法搭配 DLV 之損傷探測，1 樓之 WSI 值為 0.005，5 樓之 WSI 值為 0.012，皆落在  $PD$  指標內，故研判結構應於 1 樓與 5 樓發生破壞，與實際之破壞位置相符。

以 SSI 識別法搭配 DLV 之損傷探測，1 樓之 WSI 值為 0.003，5 樓之 WSI 值為 0.009，故研判結構為 1 樓及 5 樓，與實際之破壞位置相符。

以 SRIM 識別法搭配 DDM 損傷探測法，各樓層之 WSI 值皆無落在  $PD_D$  指標內，故研判結構無破壞（1 樓與 5 樓誤判為健康）。但 1 樓與 5 樓之 WSI 值雖未達  $PD_D$  指標破壞之標準，但仍為最低。

以 SSI 識別法搭配 DDM 損傷探測法，5 樓之 WSI 值為 0.202，落在  $PD_D$  指標內，故研判破壞樓層應為 5 樓（1 樓為誤判健康）。

#### **CASE A135 (1、3 及 5 樓受損)：**

各損傷識別分析之 WSI 值歸納於表 4.11 及圖 4.33。

以 SRIM 識別法搭配 DLV 之損傷探測，1 樓之 WSI 值為 0.009，落在  $PD$  指標內，故研判破壞樓層應於 1 樓（3 樓與 5 樓誤判為健康）。

以 SSI 識別法搭配 DLV 之損傷探測，1 樓之 WSI 值為 0.053，2 樓之 WSI 值為 0.042，3 樓之 WSI 值為 0.096，5 樓之 WSI 值為 0.123，皆落在  $PD$  指標內，故研判破壞樓層應為 1 樓、2 樓、3 樓及 5 樓（2 樓誤判為破壞樓層）。

以 SRIM 識別法搭配 DDM 損傷探測法，2 樓之 WSI 值為 0.105，3 樓之 WSI 值為 0.187，皆落在  $PD_D$  指標內，故研判破壞樓層應為 2 樓及 3 樓（1 樓與 5 樓誤判為健康、2 樓誤判為破壞樓層）。

以 SSI 識別法搭配 DDM 損傷探測法，1 樓之 WSI 值為 0.053，2 樓之 WSI 值為 0.091，皆落在  $PD_D$  指標內，故研判破壞樓層應為 1 樓及 3 樓（5 樓誤判為健康）。

## B. El Centro 地震歷時

健康結構之反應歷時如圖 4.34 所示，ETABS 特徵分析所得之模態如圖 4.35(a)所示，SSI 分析之模態如圖 4.35(b)所示，SRIM 分析之模態如圖 4.35(c)所示。結構參數識別結果歸納於表 4.12。

SRIM 與 SSI 皆可成功分析出前三模態，且前兩模態與 ETABS 特徵分析之模態相當接近；阻尼比方面，SRIM 可成功識別出低頻模態之阻尼比，SSI 則幾乎無法識別出阻尼比。

此外，考慮之八種不同結構受損情況包括：

### CASE B1 (1 樓受損)：

結構地震歷時如圖 4.36 所示，ETABS 特徵分析所得之模態如圖 4.37(a)所示，SSI 分析之模態如圖 4.37(b)所示，SRIM 分析之模態如圖 4.37(c)所

示。結構參數識別之結果歸納於表 4.13。

由圖 4.37 與表 4.13 可知，SRIM 與 SSI 皆可成功分析出前三模態，且前兩模態與 ETABS 特徵分析之模態相當接近；阻尼比方面，SRIM 可成功識別出低頻模態之阻尼比，SSI 則幾乎無法識別出阻尼比。

#### **CASE B2 (2 樓受損)：**

結構地震歷時如圖 4.38 所示，ETAB 特徵分析所得之模態如圖 4.39(a) 所示，SSI 分析之模態如圖 4.39(b)所示，SRIM 分析之模態如圖 4.39(c)所示。結構參數識別之結果歸納於表 4.14。

由圖 4.39 與表 4.14 可知，SRIM 與 SSI 皆可成功分析出前三模態，且前兩模態與 ETABS 特徵分析之模態相當接近；阻尼比方面，SRIM 可成功識別出低頻模態之阻尼比，SSI 則幾乎無法識別出阻尼比。

#### **CASE B3 (3 樓受損)：**

結構地震歷時如圖 4.40 所示，ETAB 特徵分析所得之模態如圖 4.41(a) 所示，SSI 分析之模態如圖 4.41 (b)所示，SRIM 分析之模態如圖 4.41 (c) 所示。結構參數識別之結果歸納於表 4.15。

由圖 4.41 與表 4.15 可知，SSI 可成功識別出前三模態，SRIM 則可成功識別出前四模態，且前兩模態與 ETABS 特徵分析之模態相當接近；阻尼比方面，SRIM 可成功識別出低頻模態之阻尼比，SSI 則幾乎無法識別出阻尼比。

#### **CASE B4 (4 樓受損)：**

結構地震歷時如圖 4.42 所示，ETAB 特徵分析所得之模態如圖 4.43(a) 所示，SSI 分析之模態如圖 4.43(b)所示，SRIM 分析之模態如圖 4.43(c)所示。結構參數識別之結果歸納於表 4.16。

由圖 4.43 與表 4.16 可知，SRIM 可成功分析出前兩模態與第四模態，SSI 則只能分析出前兩模態，但都與 ETABS 特徵分析之模態相當接近；阻尼比方面，SRIM 可成功識別出低頻模態之阻尼比，SSI 則幾乎無法識別出阻尼比。

#### **CASE B5 (5 樓受損)：**

結構地震歷時如圖 4.44 所示，ETAB 特徵分析所得之模態如圖 4.45(a) 所示，SSI 分析之模態如圖 4.45(b)所示，SRIM 分析之模態如圖 4.45(c)所示。結構參數識別之結果歸納於表 4.17。

由圖 4.45 與表 4.17 可知，SSI 可成功識別出前三模態，SRIM 則可成功識別出前四模態；阻尼比方面，SRIM 可成功識別出低頻模態之阻尼比，SSI 則幾乎無法識別出阻尼比。

#### **CASE B13 (1 及 3 樓受損)：**

結構地震歷時如圖 4.46 所示，ETAB 特徵分析所得之模態如圖 4.47(a) 所示，SSI 分析之模態如圖 4.47 (b)所示，SRIM 分析之模態如圖 4.47(c)所示。結構參數識別之結果歸納於表 4.18。

由圖 4.47 與表 4.18 可知，SSI 可成功識別出前三模態，SRIM 則可成功識別出前四模態，且兩者之前三模態都與 ETABS 特徵分析之模態相當接近；阻尼比方面，SRIM 可成功識別出低頻模態之阻尼比，SSI 則幾乎無法識別出阻尼比。

#### **CASE B15 (1 及 5 樓受損)：**

結構地震歷時如圖 4.48 所示，ETAB 特徵分析所得之模態如圖 4.49(a) 所示，SSI 分析之模態如圖 4.49(b)所示，SRIM 分析之模態如圖 4.49 (c)所示。結構參數識別之結果歸納於表 4.19。

由圖 4.49 與表 4.19 可知，SRIM 與 SSI 皆可成功識別出前三模態，且都與 ETABS 特徵分析之模態相當接近；阻尼比方面，SRIM 可成功識別出低頻模態之阻尼比，SSI 則幾乎無法識別出阻尼比。

#### **CASE B135 (1、3 及 5 樓受損)：**

結構地震歷時如圖 4.50 所示，ETABS 特徵分析所得之模態如圖 4.51(a) 所示，SSI 分析之模態如圖 4.1 (b) 所示，SRIM 分析之模態如圖 4.51 (c) 所示。結構參數識別之結果歸納於表 4.20。

由圖 4.51 與表 4.20 可知，SSI 可成功識別出前三模態，SRIM 則可成功識別出前四模態，且兩者之前三模態都與 ETABS 特徵分析之模態相當接近；阻尼比方面，SRIM 可成功識別出低頻模態之阻尼比，SSI 則幾乎無法識別出阻尼比。

將 SRIM 與 SSI 識別之參數分別以狀態空間 DLV 損傷識別法與直接位移法 (DDM) 進行破壞診斷分析之結果歸納於表 4.21 與圖 4.52~4.59。茲針對各個案例之分析結果討論如下：

#### **CASE B1 (1 樓受損)：**

各損傷識別分析之 WSI 值歸納於表 4.21 及圖 4.52。

以 SRIM 識別法搭配 DLV 之損傷探測，其 1 樓之 WSI 值為 0.021，2 樓之 WSI 值為 0.078，亦落在 PD 指標內，因此研判破壞樓層應為 1 樓及 2 樓（2 樓誤判為破壞樓層）。

以 SSI 識別法搭配 DLV 之損傷探測，其 1 樓之 WSI 值為 0.035，落在 PD 指標內，因此研判 1 樓為破壞樓層，與實際之破壞位置相符。

以 SRIM 識別法搭配 DDM 損傷探測法，1 樓之 WSI 值為 0.179，落在

$PD_D$  指標內，故研判結構應於 1 樓發生破壞，與實際之破壞位置相符。

以 SSI 識別法搭配 DDM，一樓之 WSI 值為 0.116，5 樓之 WSI 值為 0.148，皆在  $PD_D$  指標內，因此研判破壞樓層應為 1 樓及 5 樓（5 樓誤判為破壞樓層）。

### **CASE B2 (2 樓受損)：**

各損傷識別分析之 WSI 值歸納於表 4.21 及圖 4.53。

以 SRIM 識別法搭配 DLV 之損傷探測，其 2 樓之 WSI 值為 0.002，4 樓之 WSI 值為 0.020，故研判結構應於 2 樓及 4 樓發生破壞（4 樓誤判為破壞樓層）。

以 SSI 識別法搭配 DLV 之損傷探測，其 1 樓之 WSI 值為 0.002，2 樓之 WSI 值為 0.006，故研判結構應於 1 樓及 2 樓發生破壞（1 樓誤判為破壞樓層）。

以 SRIM 識別法搭配 DDM 損傷探測法 2 樓之 WSI 值為 0.013，1 樓之 WSI 值為 0.167，皆落在  $PD_D$  指標內，故研判結構應於 1 樓與 2 樓發生破壞（1 樓誤判為破壞樓層）。

以 SSI 識別法搭配 DDM 損傷探測法 2 樓之 WSI 值為 0.129，落在  $PD_D$  指標內，故研判結構應於 2 樓發生破壞，與實際之破壞位置相符。

### **CASE B3 (3 樓受損)：**

各損傷識別分析之 WSI 值歸納於表 4.21 及圖 4.54。

以 SRIM 識別法搭配 DLV 之損傷探測，3 樓之 WSI 值為 0.005，4 樓之 WSI 值為 0.102，皆落在  $PD$  指標內，故研判結構應於 3 樓及 4 樓發生破壞（3 樓誤判為破壞樓層）。

以 SSI 識別法搭配 DLV 之損傷探測，1 樓之 WSI 值為 0.023，2 樓之 WSI 值為 0.131，3 樓之 WSI 值為 0.011，4 樓之 WSI 值為 0.128，故研判

破壞樓層應為 1 樓、2 樓、3 樓及 4 樓(1 樓、2 樓及 4 樓誤判為破壞樓層)。

以 SRIM 識別法搭配 DDM 損傷探測法，各樓層之 WSI 值皆無落在  $PD_D$  指標內，故研判結構無破壞(3 樓誤判為健康)。但 3 樓之 WSI 值為 0.261，非常接近  $PD_D$  指標之破壞門檻。

以 SSI 識別法搭配 DDM 損傷探測法，3 樓之 WSI 值為 0.021，落在  $PD_D$  指標內，故研判結構應於 3 樓發生破壞，與實際之破壞位置相符。

#### **CASE B4 (4 樓受損)：**

各損傷識別分析之 WSI 值歸納於表 4.21 及圖 4.55。

以 SRIM 識別法搭配 DLV 之損傷探測，4 樓之 WSI 值為 0.001，落在  $PD$  指標內，故研判結構應於 4 樓發生破壞，與實際之破壞位置相符。

以 SSI 識別法搭配 DLV 之損傷探測，4 樓之 WSI 值為 0.011，1 樓之 WSI 值為 0.022，故研判破壞樓層應為 1 樓及 4 樓(1 樓誤判為破壞樓層)。

以 SRIM 識別法搭配 DDM 損傷探測法，4 樓之 WSI 值為 0.057，落在  $PD_D$  指標內，故研判結構應於 4 樓發生破壞，與實際之破壞位置相符。

以 SSI 識別法搭配 DDM 損傷探測法，4 樓之 WSI 值為 0.120，1 樓之 WSI 值為 0.150，皆落在  $PD_D$  指標內，故研判破壞樓層應為 1 樓及 4 樓(1 樓誤判為破壞樓層)。

#### **CASE B5 (5 樓受損)：**

各損傷識別分析之 WSI 值歸納於表 4.21 及圖 4.56。

以 SRIM 識別法搭配 DLV 之損傷探測，5 樓之 WSI 值為 0.002，4 樓之 WSI 值為 0.011，皆落在  $PD$  指標內，故研判結構應於 4 樓及 5 樓發生破壞(4 樓誤判為破壞樓層)。

以 SSI 識別法搭配 DLV 之損傷探測，5 樓之 WSI 值為 0.010，1 樓之 WSI 值為 0.001，故研判破壞樓層應為 1 樓及 5 樓(1 樓誤判為破壞樓層)。

以 SRIM 識別法搭配 DDM 損傷探測法，5 樓之 WSI 值為 0.036，1 樓

之 WSI 值為 0.162，皆落在  $PD_D$  指標內，故研判破壞樓層應為 1 樓及 5 樓（1 樓誤判為破壞樓層）。

以 SSI 識別法搭配 DDM 損傷探測法，5 樓之 WSI 值為 0.004，落在  $PD_D$  指標內，故研判結構應於 5 樓發生破壞，與實際之破壞位置相符。

### **CASE B13 (1 及 3 樓受損)：**

各損傷識別分析之 WSI 值歸納於表 4.11 及圖 4.57。

以 SRIM 識別法搭配 DLV 之損傷探測，1 樓之 WSI 值為 0.007，2 樓之 WSI 值為 0.051，3 樓之 WSI 值為 0.005，皆落在  $PD$  指標內，故研判結構應於 1 樓、2 樓及 3 樓發生破壞（2 樓誤判為破壞樓層）。

以 SSI 識別法搭配 DLV 之損傷探測，1 樓之 WSI 值為 0.019，2 樓之 WSI 值為 0.057，3 樓之 WSI 值為 0.043，皆落在  $PD$  指標內，故研判結構應於 1 樓、2 樓及 3 樓發生破壞（2 樓誤判為破壞樓層）。

以 SRIM 識別法搭配 DDM 損傷探測法，1 樓之 WSI 值為 0.138，落在  $PD_D$  指標內，故研判破壞樓層為 1 樓（3 樓誤判為健康樓層）。3 樓之 WSI 值非常接近  $PD_D$  指標破壞門檻。

以 SSI 識別法搭配 DDM 損傷探測法，1 樓之 WSI 值為 0.053，落在  $PD_D$  指標內，故研判破壞樓層應為 1 樓（3 樓誤判為健康樓層）。3 樓之 WSI 值非常接近  $PD_D$  指標破壞門檻。

### **CASE B15 (1 及 5 樓受損)：**

各損傷識別分析之 WSI 值歸納於表 4.21 及圖 4.58。

以 SRIM 識別法搭配 DLV 之損傷探測，1 樓之 WSI 值為 0.008，5 樓之 WSI 值為 0.179，皆落在  $PD$  指標內，故研判結構應於 1 樓與 5 樓發生破壞，與實際之破壞位置相符。

以 SSI 識別法搭配 DLV 之損傷探測，1 樓之 WSI 值為 0.034，5 樓之

WSI 值為 0.090，故研判破壞樓層應為 1 樓及 5 樓，與實際之破壞位置相符。

以 SRIM 識別法搭配 DDM 損傷探測法，1 樓之 WSI 值為 0.220，5 樓之 WSI 值為 0.120，故研判破壞樓層應為 1 樓及 5 樓，與實際之破壞位置相符。

以 SSI 識別法搭配 DDM 損傷探測法，1 樓之 WSI 值為 0.115，5 樓之 WSI 值為 0.037，故研判破壞樓層應為 1 樓及 5 樓，與實際之破壞位置相符。

### **CASE B135 (1、3 及 5 樓受損)：**

各損傷識別分析之 WSI 值歸納於表 4.11 及圖 4.59。

以 SRIM 識別法搭配 DLV 之損傷探測，1 樓之 WSI 值為 0.032，3 樓之 WSI 值為 0.037，5 樓之 WSI 值為 0.195，皆落在  $PD$  指標內，故研判破壞樓層應於 1 樓、3 樓及 5 樓，與實際之破壞位置相符。

以 SSI 識別法搭配 DLV 之損傷探測，1 樓之 WSI 值為 0.113，3 樓之 WSI 值為 0.049，5 樓之 WSI 值為 0.038，皆落在  $PD$  指標內，故研判結構為 1 樓、3 樓及 5 樓，與實際之破壞位置相符。

以 SRIM 識別法搭配 DDM 損傷探測法，1 樓之 WSI 值為 0.195，3 樓之 WSI 值為 0.076，皆落在  $PD_D$  指標內，故研判破壞樓層應為 1 樓及 3 樓（5 樓誤判為健康）。

以 SSI 識別法搭配 DDM 損傷探測法，1 樓之 WSI 值為 0.185，3 樓之 WSI 值為 0.020，皆落在  $PD_D$  指標內，故研判破壞樓層應為 1 樓及 3 樓（5 樓誤判為健康）。

由系統識別之結果可知，SSI 於輸入擾動為 White Noise 時，其識別模態與頻率之成功率與 SRIM 不相上下，惟其無法成功識別出阻尼比；但當

輸入擾動為 El Centro 時，其識別率遠低於 SRIM。此點證實了 2.4 節之基本假設。

各結構損傷探測試驗分析歸納於表 4.22。由表可知，DDM 嚴重依賴模態之正交性，導致其損傷探測效果較 DLV 差；複數樓層破壞之系統較單數樓層破壞複雜，因此識別成功率也較低。



#### 4.4 不足觀測(Partial Observation)條件下試驗結果與分析

本節將探討於觀測不足之條件下（受損層有觀測，Co-Located），以狀態空間 DLV 法是否能有效地定位出受損樓層，結構之健康狀態係於模型各樓層之強、弱軸方向均加設斜撐，如圖 4.6 所示。結構受損狀態則為移除受損樓層弱軸方向之雙邊斜撐，因此仍維持平面結構之行為，如圖 4.7 所示。

茲以 White Noise (PGA=0.1g) 作為輸入擾動，進行受損層有觀測之試驗分析。此外，考慮之八種不同結構受損情況包括：

##### **CASE C1(1 樓受損)：**

考慮觀測樓層為 1234、1235、1245、1345、123、124、125 及 135 等情況。

##### **CASE C2(2 樓受損)：**

考慮觀測樓層為 1234、1235、1245、2345、123、124、125 及 234 等情況。

##### **CASE C3(3 樓受損)：**

考慮觀測樓層為 1234、1235、1345、2345、123、134、135 及 234 等情況。

##### **CASE C4(4 樓受損)：**

考慮觀測樓層為 1234、1245、1345、2345、124、145、134 及 234 等情況。

##### **CASE C5(5 樓受損)：**

考慮觀測樓層為 1235、1245、1345、2345、135、125、145 及 235 等情況。

**CASE C13(1 及 3 樓受損)：**

考慮觀測樓層為 1235、1234、1345、123、134 及 135 等情況。

**CASE C15(1 及 5 樓受損)：**

考慮觀測樓層為 1235、1245、1345、125、135 及 145 等情況。

**CASE C135(1、3 及 5 樓受損)：**

考慮觀測樓層為 1235 及 1345 等情況。

因目前直接位移法需要整體柔度矩陣，故還無法進行部分觀測之損傷探測。因此，此本節將以 SRIM 與 SSI 進行系統系列，並結合狀態空間 DLV 損傷識別法進行部分觀測之損傷探測分析，其結果歸納於表 4.23~表 4.30 與圖 4.60~圖 4.74。茲針對各個案例之分析結果討論如下：

**CASE C1 (1 樓受損)：**

依 DLV 損傷識別分析結果，其 WSI 值歸納於表 4.23 及圖 4.60 及圖 4.61。在各種不同觀測組合下，SSI+DLV 損傷識別法幾乎能定位出 1 樓受損，除了觀測樓層為 1、2、4 及 5 樓之案例會將 4 樓誤判為受損樓層；SRIM+DLV 損傷識別法只有在觀測樓層為 1、2 及 3 樓與 1、2 及 5 樓之案例能完全成功判斷出受損樓層。

**CASE C2 (2 樓受損)：**

依 DLV 損傷識別分析結果，其 WSI 值歸納於表 4.24 及圖 4.62 及圖 4.63。在各種不同觀測組合下，SRIM+DLV 損傷識別法幾乎能定位出 2 樓受損，除了觀測樓層為 1、2、3 及 5 樓之案例會將 3 樓誤判為受損樓層；SSI+DLV 損傷識別法則在四種不同觀測組合能完全成功判斷出受損樓層，其餘皆會將 1 樓誤判為受損樓層。

### **CASE C3 (3 樓受損)：**

依 DLV 損傷識別分析結果，其 WSI 值歸納於表 4.25 及圖 4.64 及圖 4.65。在各種不同觀測組合下，SRIM+DLV 損傷識別法均能定位出 3 樓為受損樓層；SSI+DLV 損傷識別法在未觀測數量為 2 時，識別率較 SRIM+DLV 損傷識別法差許多。

### **CASE C4 (4 樓受損)：**

依 DLV 損傷識別分析結果，其 WSI 值歸納於表 4.26 及圖 4.66 及圖 4.67。1 樓未觀測時，兩種識別法皆於無法識別出損傷位置；其餘皆可找出損傷樓層，但在某些觀測組合下會多誤判一個未受損之樓層為受損。整體識別效果以 SRIM+DLV 較優。

### **CASE C5 (5 樓受損)：**

依 DLV 損傷識別分析結果，其 WSI 值歸納於表 4.27 及圖 4.68 及圖 4.69。在各種不同觀測組合下，SRIM+DLV 損傷識別法幾乎皆能定位出 5 樓為受損樓層，在未觀測數為 2 時，其識別效果下降；SSI+DLV 損傷識別法則在多數觀測組合中無法識別出受損樓層。

### **CASE C13 (1 及 3 樓受損)：**

依 DLV 損傷識別分析結果，其 WSI 值歸納於表 4.28 及圖 4.70、圖 4.71。在各種不同觀測組合下，SRIM+DLV 損傷識別法幾乎皆無法識別出受損樓層，只有在觀測樓層為 1、2 及 3 樓能成功識別出受損樓層；SSI+DLV 損傷識別法則在 3 個不同觀測組合中成功識別出受損樓層，其餘皆無法識別出受損樓層。

### **CASE C15 (1 及 5 樓受損)：**

依 DLV 損傷識別分析結果，其 WSI 值歸納於表 4.29 及圖 4.72、圖 4.73。在各種不同觀測組合下，SRIM+DLV 損傷識別法幾乎皆無法識別出受損樓

層，只有在觀測樓層為 1、3、4 及 5 樓能成功識別出受損樓層；SSI+DLV 損傷識別法則在 2 個不同觀測組合中成功識別出受損樓層，其餘皆無法識別出受損樓層。

**CASE C135 (1 樓、3 樓及 5 樓受損)：**

依 DLV 損傷識別分析結果，其 WSI 值歸納於表 4.30 及圖 4.74。在兩種不同觀測組合下，SRIM+DLV 損傷識別法與 SSI+DLV 損傷識別法皆無法成功判斷出受損樓層。



## 4.5 小結

根據 4.3 及 4.4 節之地震模擬試驗與損傷探測分析結果顯示，在完全觀測條件下，無論輸入擾動為 White Noise 或 El Centro 地震歷時，以 DLV 為損傷探測方法時，幾乎都能正確定位出結構之受損樓層，其中以結合 SRIM 進行系統識別之結果較採用 SSI 時為佳。當以 SSI 進行系統識別結合 DLV 進行損傷探測時，無論哪一層樓受損，一樓皆會判定為受損。其可能原因為輸入震波並非穩態隨機過程，與 SSI 理論考慮輸入擾動具高斯特性 (Gaussian) 之基本假設相抵觸所致。儘管本系列振動台試驗考慮了 White Noise 之輸入震波，惟地震模擬振動台並未忠實呈現輸入擾動訊號之特性，圖 4.75~圖 4.78 之震波歷時呈非穩態 (Non-Stationary) 特性，且其對應之頻譜圖 (圖 4.78) 並未反映出白噪音之特性，故造成 SSI 系統識別結果之誤差。

DDM 損傷探測須找出比例柔度矩陣，其精確性高度依賴模態正交性之良窳。由於根據實測地震反應識別所得之模態正交性未臻理想 (尤其是高頻振態)，因而造成損傷探測之不精確性。單一樓層破壞時，SRIM+DDM 與 SSI+DDM 之損傷探測成功率較高；複數樓層破壞時，DDM 幾乎無法成功判斷破壞樓層，無論結合哪一種識別方法。

在不足觀測的條件下，僅以 SRIM 或 SSI 結合 DLV 法進行分析。在單一樓層破壞之情況，兩種方法幾乎皆能成功判斷出破壞樓層，除了於 1 樓或 5 樓 (頂樓) 未作觀測時可能發生誤判的情形之外；在複數樓層破壞時，其鑑別率皆較差，其中當 1、3 及 5 樓同時破壞時，幾乎完全無法判斷出受損樓層。

表 4.1 鋼結構模型之參數

長度(m)	2
寬度(m)	2
2~5 樓高度(m)	1.3
1 樓高度(m)	1.5
五樓質量(kg-sec <sup>2</sup> /m)	82.97
四樓質量(kg-sec <sup>2</sup> /m)	85.36
三樓質量(kg-sec <sup>2</sup> /m)	85.36
二樓質量(kg-sec <sup>2</sup> /m)	85.36
一樓質量(kg-sec <sup>2</sup> /m)	85.73
柱之斷面尺寸(mm)	100×50×5×7
大樑之斷面尺寸(mm)	100×50×5×7
小樑之斷面尺寸(mm)	100×50×5×7
柱之斷面積(m <sup>2</sup> )	0.0011
大樑之斷面積(m <sup>2</sup> )	0.0011
小樑之斷面積(m <sup>2</sup> )	0.0011

表 4.2 (a) 健康結構系統識別之結構參數  
(SRIM 系統識別，White Noise，PGA=0.1g，未受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	4.72	21.01	29.02	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	0.51	0.14	2.17	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00	N/A	N/A
	0.84	0.23	-0.84		
	0.60	-0.60	-1.05		
	0.39	-1.00	0.33		
	0.20	-0.80	1.06		

表 4.2 (b) 健康結構系統識別之結構參數  
(SSI 系統識別，White Noise，PGA=0.1g，未受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	4.97	20.57	29.89	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	10.45	2.29	27.54	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00	N/A	N/A
	0.83	0.29	-2.48		
	0.61	-0.57	-1.57		
	0.41	-1.02	2.34		
	0.24	-0.91	4.59		

表 4.3 (a) CASE A1 系統識別之結構參數  
(SRIM 系統識別，White Noise，PGA=0.1g，一樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	1.94	11.95	29.42	62.00	N/A
Damping Ratio (%)	0.28	0.21	0.48	0.11	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00	1.00	N/A
	0.97	0.50	-0.65	-1.49	
	0.93	0.05	-1.06	-0.34	
	0.89	-0.56	-0.57	2.17	
	0.84	-0.96	1.24	-1.18	

表 4.3 (b) CASE A1 系統識別之結構參數  
(SSI 系統識別，White Noise，PGA=0.1g，一樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	1.86	11.19	34.11	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	0.77	5.77	10.91	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00		N/A
	0.97	0.51	-0.68		
	0.93	-0.05	-1.10	N/A	
	0.90	-0.53	0.24		
	0.85	-0.94	1.24		

表 4.4 (a) CASE A2 系統識別之結構參數  
(SRIM 系統識別，White Noise，PGA=0.1g，二樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	2.60	14.46	23.65	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	0.26	0.43	0.17	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00	N/A	N/A
	0.94	0.28	0.39		
	0.83	-0.43	-0.37		
	0.77	-0.98	-0.74		
	0.07	0.37	-2.27		

表 4.4 (b) CASE A2 系統識別之結構參數  
(SSI 系統識別，White Noise，PGA=0.1g，二樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	2.41	13.39	31.89	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	4.12	8.94	9.36	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00	N/A	N/A
	0.95	0.31	0.26		
	0.90	-0.41	-0.66		
	0.84	-0.99	-0.72		
	-0.21	1.20	-3.20		

表 4.5 (a) CASE A3 系統識別之結構參數  
(SRIM 系統識別，White Noise，PGA=0.1g，三樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	2.90	13.62	22.22	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	0.22	0.45	0.21	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00	N/A	N/A
	1.00	-0.02	-0.49		
	0.93	-0.92	-1.71		
	0.99	-0.36	4.02		
	0.91	-0.35	2.36		

表 4.5 (b) CASE A3 系統識別之結構參數  
(SSI 系統識別，White Noise，PGA=0.1g，三樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	2.74	13.41	N/A	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	4.23	9.43	N/A	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	N/A	N/A	N/A
	0.94	0.02			
	0.87	-0.89			
	-0.27	-0.41			
	-0.20	-0.33			

表 4.6 (a) CASE A4 系統識別之結構參數  
(SRIM 系統識別，White Noise，PGA=0.1g，四樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	3.39	10.31	15.50	27.08	N/A
Damping Ratio (%)	0.32	0.23	0.93	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00	1.00	N/A
	0.93	1.87	-0.61	-0.96	
	0.25	-5.03	-0.67	0.58	
	0.17	-3.78	0.16	-0.50	
	0.09	-2.09	1.04	-1.13	

表 4.6 (b) CASE A4 系統識別之結構參數  
(SSI 系統識別，White Noise，PGA=0.1g，四樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	3.84	8.55	N/A	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	4.00	26.42	N/A	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00			N/A
	0.55	-0.81			
	0.45	-0.73	N/A	N/A	
	-0.35	-0.60			
	-0.25	-0.42			

表 4.7 (a) CASE A5 系統識別之結構參數  
(SRIM 系統識別，White Noise，PGA=0.1g，五樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	4.15	8.92	24.88	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	0.53	0.50	0.51	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00	N/A	N/A
	0.47	-0.91	-11.13		
	0.33	-0.74	0.44		
	0.22	-0.53	9.74		
	0.12	-0.29	10.87		

表 4.7 (b) CASE A5 系統識別之結構參數  
(SSI 系統識別，White Noise，PGA=0.1g，五樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	4.22	8.57	23.29	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	6.10	5.38	6.89	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00	N/A	N/A
	0.48	-0.79	-7.89		
	-0.35	-0.67	-1.71		
	-0.24	-0.52	6.71		
	-0.15	-0.34	8.82		

表 4.8 (a) CASE A13 系統識別之結構參數  
(SRIM 系統識別，White Noise，PGA=0.1g，一樓及三樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	1.77	5.93	18.56	29.59	N/A
Damping Ratio (%)	0.20	0.19	0.63	0.26	N/A
Mode Shapes	1.00 0.97 0.94 0.67 0.63	1.00 0.87 0.69 -1.85 -1.94	1.00 -0.04 -0.98 0.41 -0.18	1.00 -0.11 -0.86 -1.28 1.19	N/A

表 4.8 (b) CASE A13 系統識別之結構參數  
(SSI 系統識別，White Noise，PGA=0.1g，一樓及三樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	1.71	5.86	20.57	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	1.30	8.41	18.16	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00 0.98 0.94 0.69 0.65	1.00 0.87 0.70 -1.83 -1.91	1.00 -0.07 -0.91 0.35 -0.24	N/A	N/A

表 4.9 (a) CASE A15 系統識別之結構參數  
(SRIM 系統識別，PGA=0.1g，一樓及五樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	1.93	6.57	15.47	N/A	65.25
Damping Ratio (%)	0.23	0.57	0.09	N/A	0.00
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00		1.00
	0.88	-0.17	-4.11		-15.90
	0.84	-0.26	-1.57	N/A	37.51
	0.80	-0.33	1.22		-41.02
	0.76	-0.38	3.59		14.73

表 4.9 (b) CASE A15 系統識別之結構參數  
(SSI 系統識別，PGA=0.1g，一樓及五樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	1.84	6.74	18.45	N/A	61.89
Damping Ratio (%)	3.79	15.03	29.30	N/A	11.66
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00		1.00
	0.89	-0.34	-6.52		-14.03
	0.85	-0.39	-3.02	N/A	33.30
	0.82	-0.44	3.55		-39.93
	0.78	-0.49	7.59		16.10

表 4. 10 (a) CASE A135 系統識別之結構參數  
(SRIM 系統識別，White Noise，PGA=0.1g，一樓、三樓及五樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	1.75	5.48	8.23	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	0.22	0.17	0.14	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00 1.12 0.91 0.63 0.59	N/A	N/A	N/A	N/A

表 4. 10 (b) CASE A135 系統識別之結構參數  
(SSI 系統識別，White Noise，PGA=0.1g，一樓、三樓及五樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	1.71	4.89	8.49	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	4.90	15.84	16.85	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00 0.90 0.87 0.34 0.58	1.00 0.17 0.08 -0.56 -1.00	1.00 -0.77 -0.80 0.22 0.38	N/A	N/A

表 4.11 結構損傷探測分析之結果 (White Noise, PGA=0.1g)

Algorithm : SRIM+DLV								
Story	Damaged Story							
	1F	2F	3F	4F	5F	1F3F	1F5F	1F3F5F
5F	0.779	0.988	1.000	0.254	0.010	1.000	0.012	1.000*
4F	1.000	0.805	0.915	0.004	0.272	0.269	0.529	0.719
3F	0.440	0.743	0.018	0.239	0.716	0.005	0.296	0.285*
2F	0.018*	0.018	0.754	1.000	1.000	0.004*	1.000	0.292
1F	0.006	1.000	0.368	0.209	0.501	0.009	0.005	0.009
Algorithm : SSI+DLV								
Story	Damaged Story							
	1F	2F	3F	4F	5F	1F3F	1F5F	1F3F5F
5F	1.000	1.000	0.733	1.000	0.023	1.000	0.009	0.123
4F	0.742	0.652	1.000	0.010	0.266	0.621	0.325	1.000
3F	0.263	0.202	0.010	0.419	0.243	0.013	0.191	0.096
2F	0.062*	0.004	0.658	0.272	1.000	0.179*	1.000	0.042*
1F	0.004	0.007*	0.024*	0.018*	0.024*	0.008	0.003	0.053
Algorithm : SRIM+DDM								
Story	Damaged Story							
	1F	2F	3F	4F	5F	1F3F	1F5F	1F3F5F
5F	0.850	0.319	1.000	0.470	0.284*	0.794	0.266*	0.946*
4F	1.000	0.176*	0.598	0.289*	0.953	1.000	0.784	1.000
3F	0.410	1.000	0.013	1.000	0.861	0.329*	0.535	0.187
2F	0.461	0.061	0.713	0.590	1.000	0.563	1.000	0.105*
1F	0.150	0.904	0.145*	0.819	0.542	0.245*	0.302*	0.247
Algorithm : SSI+DDM								
Story	Damaged Story							
	1F	2F	3F	4F	5F	1F3F	1F5F	1F3F5F
5F	0.574	1.000	0.674	0.903	0.173	0.575	0.202	0.575*
4F	1.000	0.578	1.000	0.062	0.577	1.000	0.667	1.000
3F	0.123*	0.904	0.225*	1.000	0.430	0.091	0.507	0.091
2F	0.246	0.161	0.643	0.745	1.000	0.221	1.000	0.221
1F	0.054	0.887	0.343	0.319	0.380	0.053	0.392*	0.053

灰階網底為受損樓層；\*為誤判或勉強判定(接近但未達  $WSI \leq 0.2WSI_{max}$  之標準)

表 4.12 (a) 健康結構系統識別之結構參數  
(SRIM 系統識別, El Centro, PGA=0.1g, 未受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	4.68	20.61	32.31	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	1.43	0.22	0.73	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00	N/A	N/A
	0.84	0.23	-1.16		
	0.65	-0.58	-1.00		
	0.47	-1.02	0.62		
	0.27	-0.84	1.76		

表 4.12 (b) 健康結構系統識別之結構參數  
(SSI 系統識別, El Centro, PGA=0.1g, 未受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	3.33	21.93	38.63	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	35.40	5.31	25.34	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00	N/A	N/A
	0.92	0.19	-1.67		
	0.84	-0.63	-0.23		
	0.77	-0.97	1.22		
	0.69	-0.70	1.42		

表 4.13 (a) CASE B1 系統識別之結構參數  
(SRIM 系統識別, El Centro, PGA=0.1g, 一樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	1.95	11.35	31.27	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	0.27	0.24	0.79	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00	N/A	N/A
	0.97	0.50	-2.50		
	0.93	-0.05	-1.06		
	0.89	-0.56	1.46		
	0.84	-0.96	2.46		

表 4.13 (b) CASE B1 系統識別之結構參數  
(SSI 系統識別, El Centro, PGA=0.1g, 一樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	1.93	11.52	33.67	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	0.66	5.74	17.31	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00	N/A	N/A
	0.97	0.47	-2.80		
	0.93	-0.08	-3.47		
	0.89	-0.60	-1.55		
	0.84	-0.98	2.09		

表 4. 14 (a) CASE B2 系統識別之結構參數  
(SRIM 系統識別，El Centro，PGA=0.1g，二樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	2.57	14.54	22.45	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	0.35	0.58	0.17	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00	N/A	N/A
	0.95	0.29	0.38		
	0.88	-0.44	-0.40		
	0.82	-1.02	-0.80		
	0.09	0.59	-2.46		

表 4. 14 (b) CASE B2 系統識別之結構參數  
(SSI 系統識別，El Centro，PGA=0.1g，二樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	2.55	19.86	23.41	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	1.11	14.70	24.89	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00	N/A	N/A
	0.95	0.31	0.27		
	0.88	-0.44	-0.40		
	0.82	-1.00	-0.83		
	0.11	0.25	-1.82		

表 4.15 (a) CASE B3 系統識別之結構參數  
(SRIM 系統識別，El Centro，PGA=0.1g，三樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	2.88	13.03	22.22	45.57	N/A
Damping Ratio (%)	0.26	0.35	0.28	0.51	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00	1.00	N/A
	0.94	-0.66	-0.02	-1.90	
	0.86	-2.10	-0.90	0.86	
	0.18	6.28	-0.31	-0.12	
	0.10	4.11	-0.31	-0.23	

表 4.15 (b) CASE B3 系統識別之結構參數  
(SSI 系統識別，El Centro，PGA=0.1g，三樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	2.85	12.78	22.04	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	3.10	13.27	6.95	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00	N/A	N/A
	0.94	-0.01	-0.56		
	0.87	-0.89	-1.80		
	0.22	-0.37	6.07		
	0.14	-0.33	4.02		

表 4.16 (a) CASE B4 系統識別之結構參數  
(SRIM 系統識別，El Centro，PGA=0.1g，四樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	3.36	10.01	N/A	27.65	N/A
Damping Ratio (%)	0.37	0.33	N/A	0.17	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00		1.00	N/A
	0.93	1.62		-0.93	
	0.28	-4.91	N/A	0.72	
	0.19	-3.88		-0.43	
	0.11	-2.36		-1.10	

表 4.16 (b) CASE B4 系統識別之結構參數  
(SSI 系統識別，El Centro，PGA=0.1g，四樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	3.61	7.32	N/A	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	1.54	27.91	N/A	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00			N/A
	0.55	-0.81			
	0.45	-0.73	N/A	N/A	
	-0.35	-0.60			
	-0.25	-0.42			

表 4.17 (a) CASE B5 系統識別之結構參數  
(SRIM 系統識別，El Centro，PGA=0.1g，五樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	4.13	8.79	24.63	30.43	N/A
Damping Ratio (%)	0.65	0.13	0.05	0.73	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00	1.00	N/A
	0.48	-0.90	-14.84	-12.58	
	0.36	-0.78	0.26	7.82	
	0.26	-0.59	12.57	10.92	
	0.15	-0.35	14.68	-6.67	

表 4.17 (b) CASE B5 系統識別之結構參數  
(SSI 系統識別，El Centro，PGA=0.1g，五樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	3.89	8.59	26.92	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	5.31	4.63	18.93	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00		N/A
	0.48	-0.79	-7.89		
	-0.35	-0.67	-1.71	N/A	
	-0.24	-0.52	6.71		
	-0.15	-0.34	8.82		

表 4. 18(a) CASE B13 系統識別之結構參數  
(SRIM 系統識別，El Centro，PGA=0.1g，一樓及三樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	1.77	5.93	18.60	29.58	N/A
Damping Ratio (%)	0.23	0.18	0.73	2.71	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00	1.00	N/A
	0.97	0.87	-0.04	-1.40	
	0.94	0.69	-0.97	-0.61	
	0.67	-1.85	0.40	-30.81	
	0.63	-1.94	-0.18	18.04	

表 4. 18 (b) CASE B13 系統識別之結構參數  
(SSI 系統識別，El Centro，PGA=0.1g，一樓及三樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	1.77	6.13	18.77	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	2.31	5.70	7.89	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00		N/A
	0.98	0.86	-0.03		
	0.94	0.68	-0.95	N/A	
	0.67	-2.02	0.49		
	0.63	-2.10	-0.05		

表 4. 19 (a) CASE B15 系統識別之結構參數  
(SRIM 系統識別, El Centro, PGA=0.1g, 一樓及五樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	1.93	6.57	15.55	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	0.31	0.49	0.55	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00	N/A	N/A
	0.88	-0.17	-4.21		
	0.84	-0.26	-1.59		
	0.80	-0.33	1.23		
	0.76	-0.38	3.63		

表 4. 19 (b) CASE B15 系統識別之結構參數  
(SSI 系統識別, El Centro, PGA=0.1g, 一樓及五樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	1.92	6.37	16.55	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	1.05	8.38	4.45	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00	1.00	1.00	N/A	N/A
	0.88	-0.23	-3.16		
	0.84	-0.30	-1.00		
	0.81	-0.44	1.35		
	0.76	-0.36	3.42		

表 4. 20 (a) CASE B135 系統識別之結構參數  
(SRIM 系統識別，El Centro，PGA=0.1g，一樓、三樓及五樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	1.76	5.49	8.24	59.15	N/A
Damping Ratio (%)	0.19	0.14	0.13	0.66	N/A
Mode Shapes	1.00 0.90 0.87 0.34 0.58	1.00 0.17 0.08 -0.56 -1.00	1.00 -0.77 -0.80 0.21 0.38	1.00 -5.73 5.58 9.53 -11.99	N/A

表 4. 20 (b) CASE B135 系統識別之結構參數  
(SSI 系統識別，El Centro，PGA=0.1g，一樓、三樓及五樓受損)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	5.01	5.45	8.20	N/A	N/A
Damping Ratio (%)	10.77	0.72	5.88	N/A	N/A
Mode Shapes	1.00 0.99 1.27 1.15 2.06	1.00 -0.29 -0.21 -0.56 -1.00	1.00 -0.76 -0.79 0.20 0.35	N/A	N/A

表 4.21 結構損傷探測分析之結果

Algorithm : SRIM+DLV								
Story	Damaged Story							
	1F	2F	3F	4F	5F	1F3F	1F5F	1F3F5F
5F	1.000	1.000	1.000	0.567	0.002	1.000	0.179	0.195
4F	0.707	0.020*	0.102*	0.001	0.011*	0.974	1.000	0.455
3F	0.248	0.808	0.005	1.000	0.388	0.005	0.640	0.037
2F	0.078*	0.002	0.867	0.296	1.000	0.051*	0.228	1.000
1F	0.021	0.267	0.251	0.435	0.710	0.007	0.008	0.032
Algorithm : SSI+DLV								
Story	Damaged Story							
	1F	2F	3F	4F	5F	1F3F	1F5F	1F3F5F
5F	0.232	0.845	1.000	1.000	0.010	0.789	0.090	0.038
4F	0.764	0.289	0.128*	0.011	0.462	1.000	0.556	1.000
3F	1.000	1.000	0.011	0.906	1.000	0.043	1.000	0.049
2F	0.280	0.006	0.131*	0.457	0.594	0.057*	0.386	0.261
1F	0.035	0.002*	0.023*	0.022*	0.001*	0.019	0.034	0.113
Algorithm : SRIM+DDM								
Story	Damaged Story							
	1F	2F	3F	4F	5F	1F3F	1F5F	1F3F5F
5F	1.000	1.000	1.000	0.914	0.036	0.895	0.120	0.271*
4F	0.923	0.441	0.691	0.057	0.253	1.000	1.000	1.000
3F	0.365	0.434	0.261*	1.000	0.689	0.138	0.506	0.076
2F	0.282	0.013	0.673	0.401	1.000	0.310	0.351	0.560
1F	0.179	0.167*	0.460	0.248	0.162*	0.236*	0.220	0.195
Algorithm : SSI+DDM								
Story	Damaged Story							
	1F	2F	3F	4F	5F	1F3F	1F5F	1F3F5F
5F	0.148*	0.992	1.000	0.942	0.004	0.788	0.037	0.284*
4F	0.651	0.309	0.205	0.120	1.000	1.000	0.487	1.000
3F	1.000	1.000	0.021	1.000	0.982	0.053	1.000	0.020
2F	0.334	0.129	0.384	0.270	0.661	0.285	0.458	0.461
1F	0.116	0.286	0.224	0.150*	0.380	0.246*	0.115	0.185

灰階網底為受損樓層；\*為誤判或勉強判定(接近但未達  $WSI \leq 0.2WSI_{max}$  之標準)

表 4.22 結構損傷探測分析之結果 PGA=0.1g

Algorithm		SRIM+DLV	SSI+DLV	SRIM+DDM	SSI+DDM
CASE	A1	Fair	Fair	Good	Fair
	A2	Good	Fair	Fair	Good
	A3	Good	Fair	Fair	Fail
	A4	Good	Fair	Poor	Good
	A5	Good	Fair	Poor	Good
	A13	Fair	Good	Fail	Good
	A15	Good	Good	Fail	Poor
	A135	Fail	Fair	Fail	Poor
	B1	Fair	Good	Good	Fair
	B2	Fair	Fair	Fair	Good
	B3	Fair	Poor	Fail	Good
	B4	Good	Fair	Good	Fair
	B5	Fair	Fair	Fair	Good
	B13	Fair	Fair	Poor	Poor
	B15	Good	Good	Good	Good
B135	Good	Good	Poor	Poor	

Good：表示受損樓層成功識別出來，且無誤判之情況。

Fair：表示受損樓層成功識別出來，但有一個未受損樓層誤判為受損。

Poor：表示受損樓層成功識別出來，但有多個未受損樓層誤判為受損；

或多重受損案例，有一個受損樓層未成功識別出來。

Fail：表示完全未能識別出受損樓層。

表 4.23 CASE C1 結構損傷探測分析之結果  
(White Noise, 1 樓受損, 部分觀測)

Algorithm : SRIM+DLV								
<b>5F</b>	N	1.000	1.000	1.000	N	N	1.000	0.867
<b>4F</b>	1.000	N	0.210	0.171	N	1.000	N	N
<b>3F</b>	0.757	0.573	N	0.021*	0.699	N	N	1.000
<b>2F</b>	0.166*	0.004*	0.024*	N	1.000	0.152*	0.458	N
<b>1F</b>	0.269*	0.007	0.005	0.006	0.115	0.124	0.051	0.189
<b>Performance</b>	Fail	Fair	Fair	Fair	Good	Fair	Good	Good
Algorithm : SSI+DLV								
<b>5F</b>	N	0.755	0.168	0.947	N	N	0.195	1.000
<b>4F</b>	0.718	N	0.031*	1.000	N	0.540	N	N
<b>3F</b>	1.000	0.605	N	0.511	0.231	N	N	0.399
<b>2F</b>	0.827	1.000	1.000	N	1.000	1.000	1.000	N
<b>1F</b>	0.006	0.007	0.038	0.001	0.062	0.029	0.006	0.011
<b>Performance</b>	Good	Good	Fair	Good	Good	Good	Good	Good

\*為誤判樓層；N 為未觀測樓層

Good：表示受損樓層成功識別出來，且無誤判之情況。

Fair：表示受損樓層成功識別出來，但有一個未受損樓層誤判為受損。

Poor：表示受損樓層成功識別出來，但有多個未受損樓層誤判為受損；

或多重受損案例，有一個受損樓層未成功識別出來。

Fail：表示完全未能識別出受損樓層。

表 4.24 CASE C2 結構損傷探測分析之結果  
(White Noise, 2 樓受損, 部分觀測)

Algorithm : SRIM+DLV								
5F	N	1.000	1.000	1.000	N	N	1.000	N
4F	1.000	N	0.572	0.687	N	1.000	N	1.000
3F	0.331	0.092*	N	0.297	1.000	N	N	0.419
2F	0.014	0.033	0.009	0.001	0.024	0.002	0.003	0.029
1F	0.690	0.597	0.170*	N	0.693	0.348	0.492	N
Performance	Good	Fair	Fair	Good	Good	Good	Good	Good
Algorithm : SSI+DLV								
5F	N	1.000	0.724	0.795	N	N	1.000	N
4F	1.000	N	1.000	1.000	N	1.000	N	0.510
3F	0.844	0.783	N	0.401	1.000	N	N	1.000
2F	0.072	0.053	0.088	0.010	0.071	0.018	0.008	0.005
1F	0.234	0.083*	0.005*	N	0.045*	0.102	0.081*	N
Performance	Good	Fair	Fair	Good	Fair	Good	Fair	Good

\*為誤判樓層；N 為未觀測樓層

Good：表示受損樓層成功識別出來，且無誤判之情況。

Fair：表示受損樓層成功識別出來，但有一個未受損樓層誤判為受損。

Poor：表示受損樓層成功識別出來，但有多個未受損樓層誤判為受損；

或多重受損案例，有一個受損樓層未成功識別出來。

Fail：表示完全未能識別出受損樓層。

表 4.25 CASE C3 結構損傷探測分析之結果  
(White Noise, 3 樓受損, 部分觀測)

Algorithm : SRIM+DLV								
5F	N	0.961	0.179*	1.000	N	N	1.000	N
4F	1.000	N	1.000	0.348	N	1.000	N	1.000
3F	0.007	0.002	0.111	0.090	0.047	0.009	0.002	0.006
2F	0.878	1.000	N	0.266	1.000	N	N	0.413
1F	0.441	0.512	0.289	N	0.106*	0.398	0.497	N
Performance	Good	Good	Fair	Good	Fair	Good	Good	Good
Algorithm : SSI+DLV								
5F	N	1.000	1.000	0.946	N	N	1.000	N
4F	1.000	N	0.870	1.000	N	1.000	N	1.000
3F	0.007	0.011	0.078	0.002	0.234	0.079	0.204	0.005
2F	0.773	0.478	N	0.040*	1.000	N	N	0.154*
1F	0.225	0.048*	0.246	N	0.023*	0.100*	0.001*	N
Performance	Good	Fair	Good	Fair	Fair	Fair	Fair	Fair

\*為誤判樓層；N 為未觀測樓層

Good：表示受損樓層成功識別出來，且無誤判之情況。

Fair：表示受損樓層成功識別出來，但有一個未受損樓層誤判為受損。

Poor：表示受損樓層成功識別出來，但有多個未受損樓層誤判為受損；

或多重受損案例，有一個受損樓層未成功識別出來。

Fail：表示完全未能識別出受損樓層。

表 4.26 CASE C4 結構損傷探測分析之結果  
(White Noise, 4 樓受損, 部分觀測)

Algorithm : SRIM+DLV								
5F	N	1.000	1.000	1.000	N	1.000	N	N
4F	0.136	0.007	0.000	0.000	0.046	0.003	0.057	0.071
3F	0.122*	N	0.143*	0.250	N	N	1.000	1.000
2F	1.000	0.461	N	0.255	1.000	N	N	0.894
1F	0.124*	0.105*	0.219	N	0.051*	0.104*	0.919	N
Performance	Poor	Fair	Fair	Good	Fair	Fair	Good	Good
Algorithm : SSI+DLV								
5F	N	0.826	0.310	0.363	N	1.000	N	N
4F	0.172*	0.027	0.001	0.001	0.053	0.028	0.036	0.040
3F	0.883	N	1.000	1.000	N	N	1.000	1.000
2F	1.000	1.000	N	0.070*	1.000	N	N	0.094*
1F	0.092*	0.058*	0.113*	N	0.047*	0.005*	0.216	N
Performance	Fair	Fair	Fair	Fair	Fair	Fair	Good	Fair

\*為誤判樓層；N 為未觀測樓層

Good：表示受損樓層成功識別出來，且無誤判之情況。

Fair：表示受損樓層成功識別出來，但有一個未受損樓層誤判為受損。

Poor：表示受損樓層成功識別出來，但有多個未受損樓層誤判為受損；

或多重受損案例，有一個受損樓層未成功識別出來。

Fail：表示完全未能識別出受損樓層。

表 4.27 CASE C5 結構損傷探測分析之結果  
(White Noise, 5 樓受損, 部分觀測)

Algorithm : SRIM+DLV								
<b>5F</b>	0.018	0.015	0.017	0.002	0.037	0.025	0.056	0.156
<b>4F</b>	N	1.000	1.000	1.000	N	N	1.000	N
<b>3F</b>	0.919	N	0.315	0.471	1.000	N	N	1.000
<b>2F</b>	1.000	0.969	N	0.840	N	1.000	N	0.666
<b>1F</b>	0.768	0.437	0.125*	N	0.876	0.020*	0.518	N
<b>Performance</b>	Good	Good	Fair	Good	Good	Fair	Good	Good
Algorithm : SSI+DLV								
<b>5F</b>	0.117	0.242*	0.008	0.167*	0.111	0.047	0.125	0.140
<b>4F</b>	N	1.000	0.600	0.624	N	N	1.000	N
<b>3F</b>	1.000	N	1.000	1.000	1.000	N	N	0.450
<b>2F</b>	0.946	0.792	N	0.290	N	1.000	N	1.000
<b>1F</b>	0.098*	0.264	0.466	N	0.170*	0.101*	0.050*	N
<b>Performance</b>	Fair	Fail	Good	Good	Fair	Fair	Fair	Good

\*為誤判樓層；N 為未觀測樓層

Good：表示受損樓層成功識別出來，且無誤判之情況。

Fair：表示受損樓層成功識別出來，但有一個未受損樓層誤判為受損。

Poor：表示受損樓層成功識別出來，但有多個未受損樓層誤判為受損；

或多重受損案例，有一個受損樓層未成功識別出來。

Fail：表示完全未能識別出受損樓層。

表 4. 28 CASE C13 結構損傷探測分析之結果  
(White Noise, 1 樓及 3 樓受損, 部分觀測)

Algorithm : SRIM+DLV						
<b>5F</b>	N	1.000	1.000	N	1.000	N
<b>4F</b>	1.000	N	0.068*	N	N	1.000
<b>3F</b>	0.151	0.122	0.063	0.041	0.381*	0.259*
<b>2F</b>	0.502	0.619	N	1.000	N	N
<b>1F</b>	0.167	0.172	0.044	0.015	0.160	0.159*
<b>Performance</b>	Good	Good	Fair	Good	Poor	Poor
Algorithm : SSI+DLV						
<b>5F</b>	N	1.000	1.000	N	1.000	N
<b>4F</b>	1.000	N	0.810	N	N	1.000
<b>3F</b>	0.163	0.026	0.227*	0.059	0.130	0.042
<b>2F</b>	0.682	0.506	N	1.000	N	N
<b>1F</b>	0.160	0.029	0.090	0.037	0.034	0.045
<b>Performance</b>	Good	Good	Poor	Good	Good	Good

\*為誤判樓層；N 為未觀測樓層

Good：表示受損樓層成功識別出來，且無誤判之情況。

Fair：表示受損樓層成功識別出來，但有一個未受損樓層誤判為受損。

Poor：表示受損樓層成功識別出來，但有多個未受損樓層誤判為受損；

或多重受損案例，有一個受損樓層未成功識別出來。

Fail：表示完全未能識別出受損樓層。

表 4. 29 CASE C15 結構損傷探測分析之結果  
(White Noise, 1 樓及 5 樓受損, 部分觀測)

Algorithm : SRIM+DLV						
<b>5F</b>	0.133	0.109	0.077	0.243*	1.000*	0.056
<b>4F</b>	N	0.042*	1.000	N	N	1.000
<b>3F</b>	0.036*	N	0.451	N	0.462	N
<b>2F</b>	1.000	1.000	N	1.000	N	N
<b>1F</b>	0.019	0.015	0.006	0.010	0.084	0.518*
<b>Performance</b>	Fair	Fair	Good	Poor	Poor	Poor
Algorithm : SSI+DLV						
<b>5F</b>	0.044	0.498*	0.027	0.185	0.818*	0.476*
<b>4F</b>	N	1.000	0.552	N	N	1.000
<b>3F</b>	1.000	N	1.000	N	1.000	N
<b>2F</b>	0.478	0.976	N	1.000	N	N
<b>1F</b>	0.009	0.041	0.045	0.026	0.122	0.042
<b>Performance</b>	Good	Poor	Good	Good	Poor	Poor

\*為誤判樓層；N 為未觀測樓層

Good：表示受損樓層成功識別出來，且無誤判之情況。

Fair：表示受損樓層成功識別出來，但有一個未受損樓層誤判為受損。

Poor：表示受損樓層成功識別出來，但有多個未受損樓層誤判為受損；

或多重受損案例，有一個受損樓層未成功識別出來。

Fail：表示完全未能識別出受損樓層。

表 4.30 CASE C135 結構損傷探測分析之結果  
(White Noise, 1 樓、3 樓及 5 樓受損, 部分觀測)

Algorithm : SRIM+DLV		
<b>5F</b>	0.078	0.344*
<b>4F</b>	N	1.000
<b>3F</b>	0.231*	0.304*
<b>2F</b>	1.000	N
<b>1F</b>	0.256*	0.089
<b>Performance</b>	Fail	Fail
Algorithm : SSI+DLV		
<b>5F</b>	0.666*	1.000*
<b>4F</b>	N	0.294
<b>3F</b>	0.442*	0.724*
<b>2F</b>	1.000	N
<b>1F</b>	0.054	0.203
<b>Performance</b>	Fail	Fail

\*為誤判樓層；N 為未觀測樓層

Good：表示受損樓層成功識別出來，且無誤判之情況。

Fair：表示受損樓層成功識別出來，但有一個未受損樓層誤判為受損。

Poor：表示受損樓層成功識別出來，但有多個未受損樓層誤判為受損；  
或多重受損案例，有一個受損樓層未成功識別出來。

Fail：表示完全未能識別出受損樓層。

表 4.31 結構損傷探測試驗分析結果歸納表(135 樓觀測)

Algorithm		SRIM+DLV	SSI+DLV
CASE	C1	Good	Good
	C3	Good	Fair
	C5	Good	Fair
	C13	Poor	Good
	C15	Poor	Poor



圖 4.1 地震模擬振動台



圖 4.2 振動台油壓致動器



圖 4.3 MTS 407 控制器

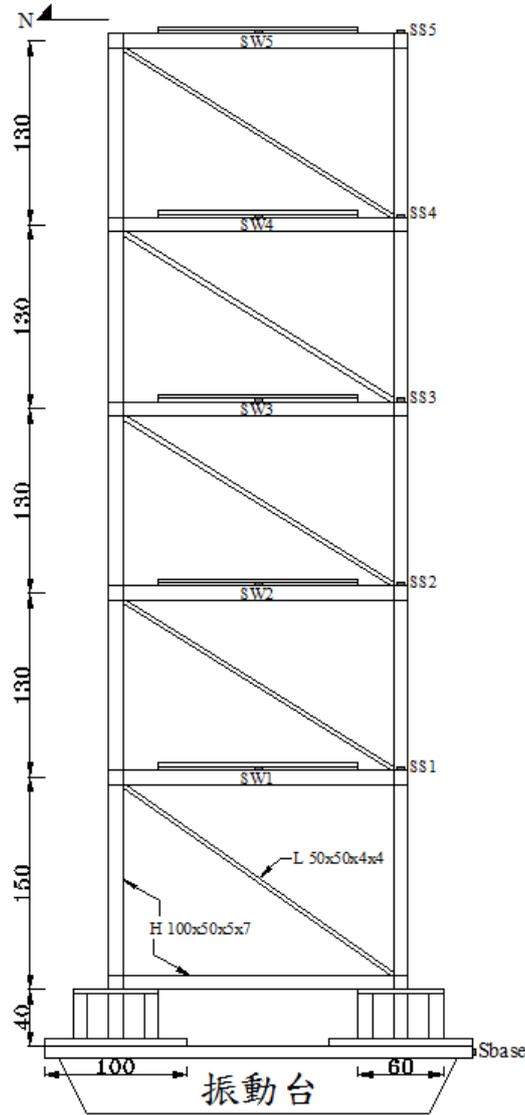
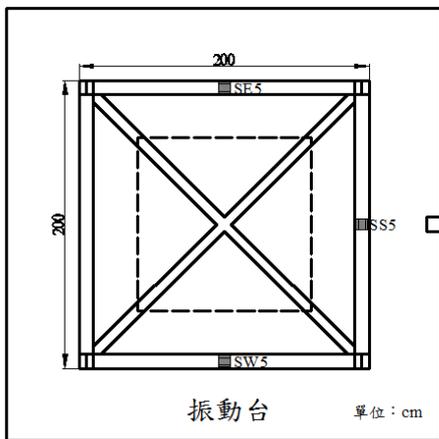
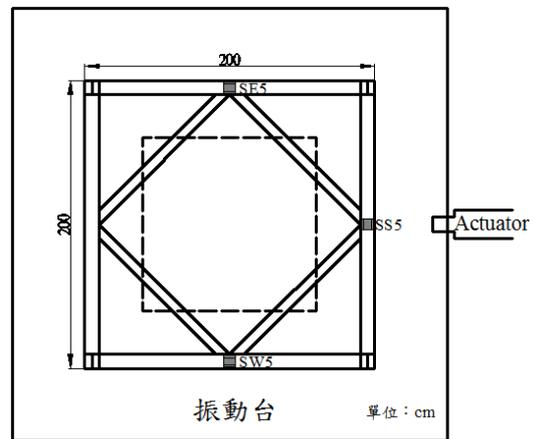


圖 4.41：2 縮尺五層樓鋼構結構立面圖



基層上視圖



一樓至頂樓上視圖

圖 4.51：2 縮尺五層樓鋼構結構上視圖



圖 4.6 五層樓鋼結構(未受損)



圖 4.7 五層樓鋼結構(二樓受損，移除弱軸雙邊斜撐)

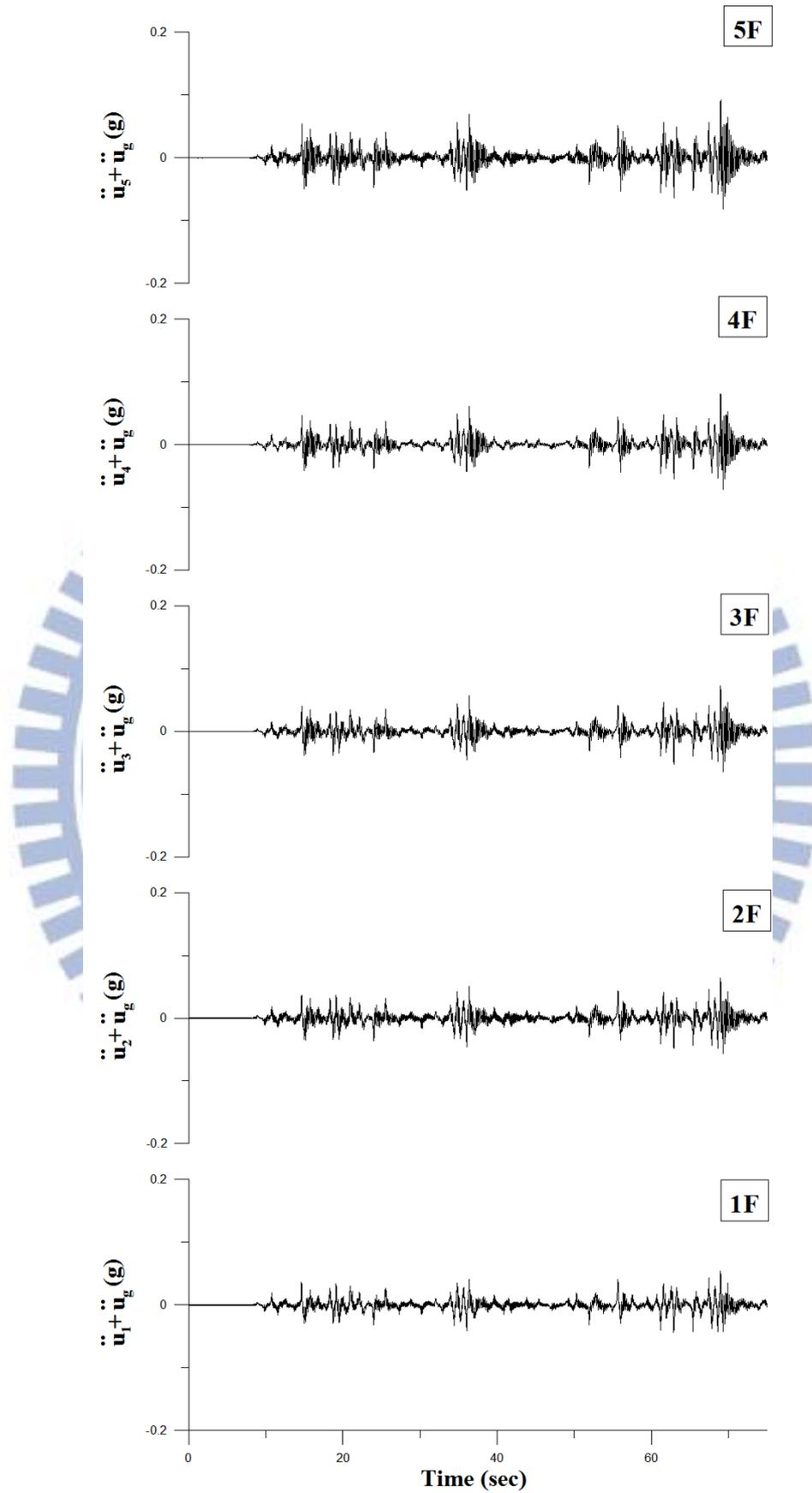


圖 4.8 健康結構之各樓層加速度歷時(White Noise, PGA=0.1g)

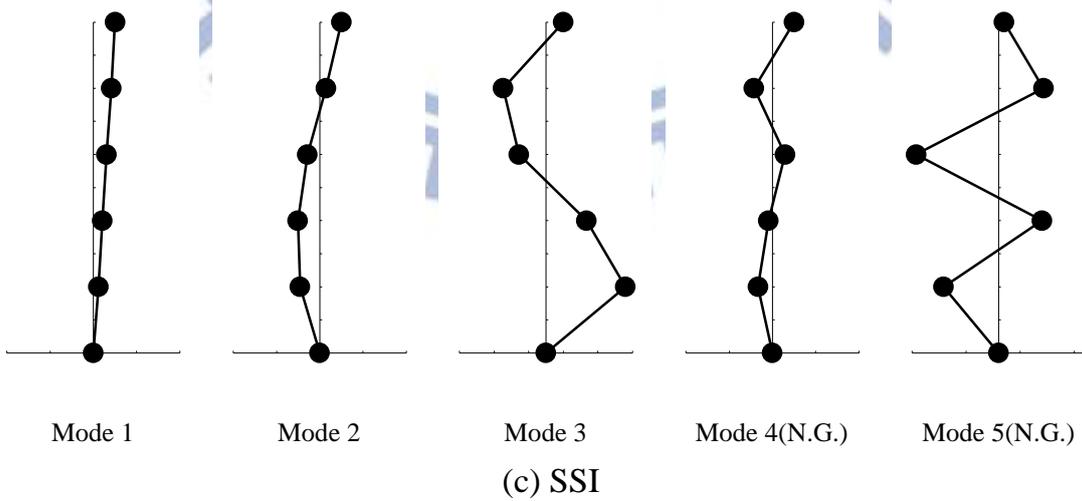
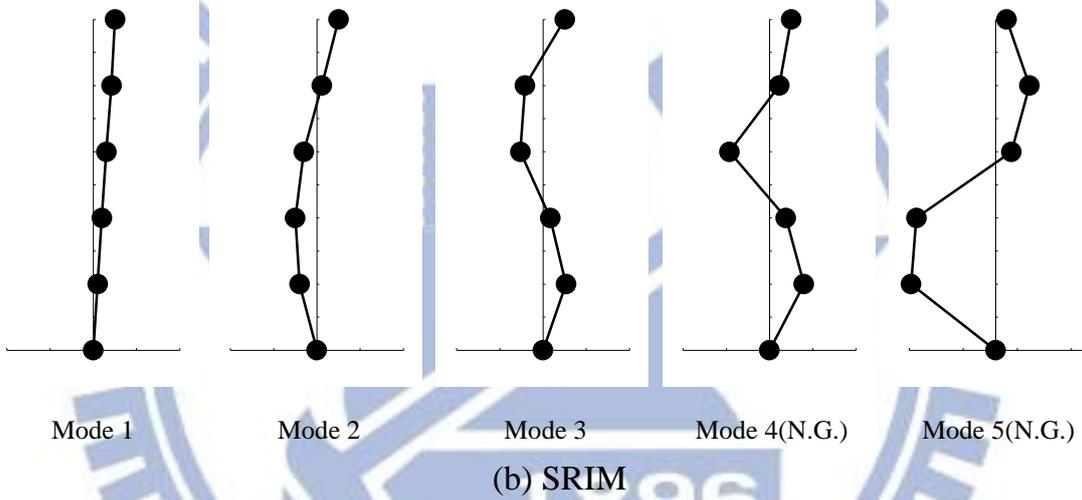
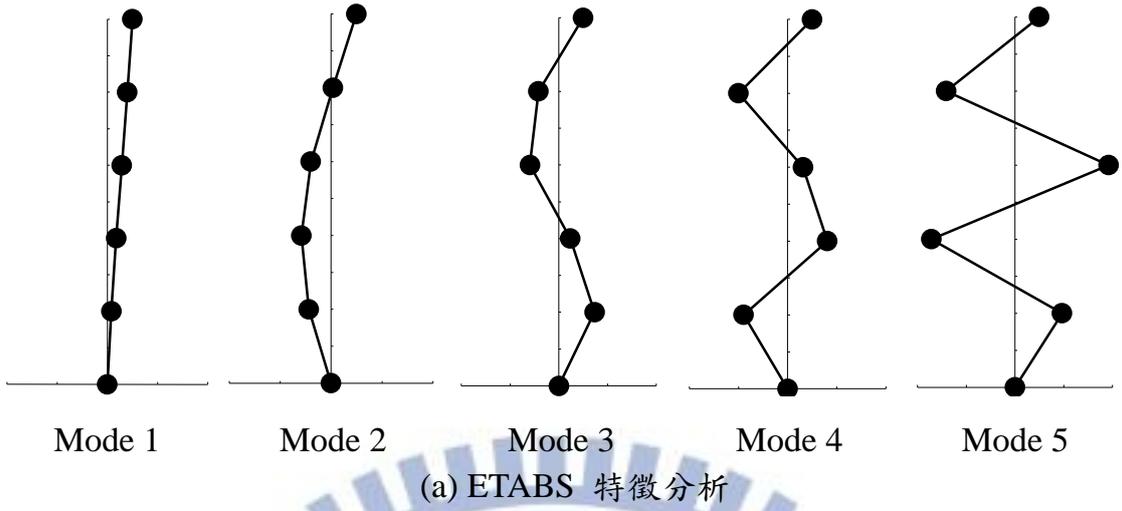


圖 4.9 健康結構模態識別結果(White Noise)

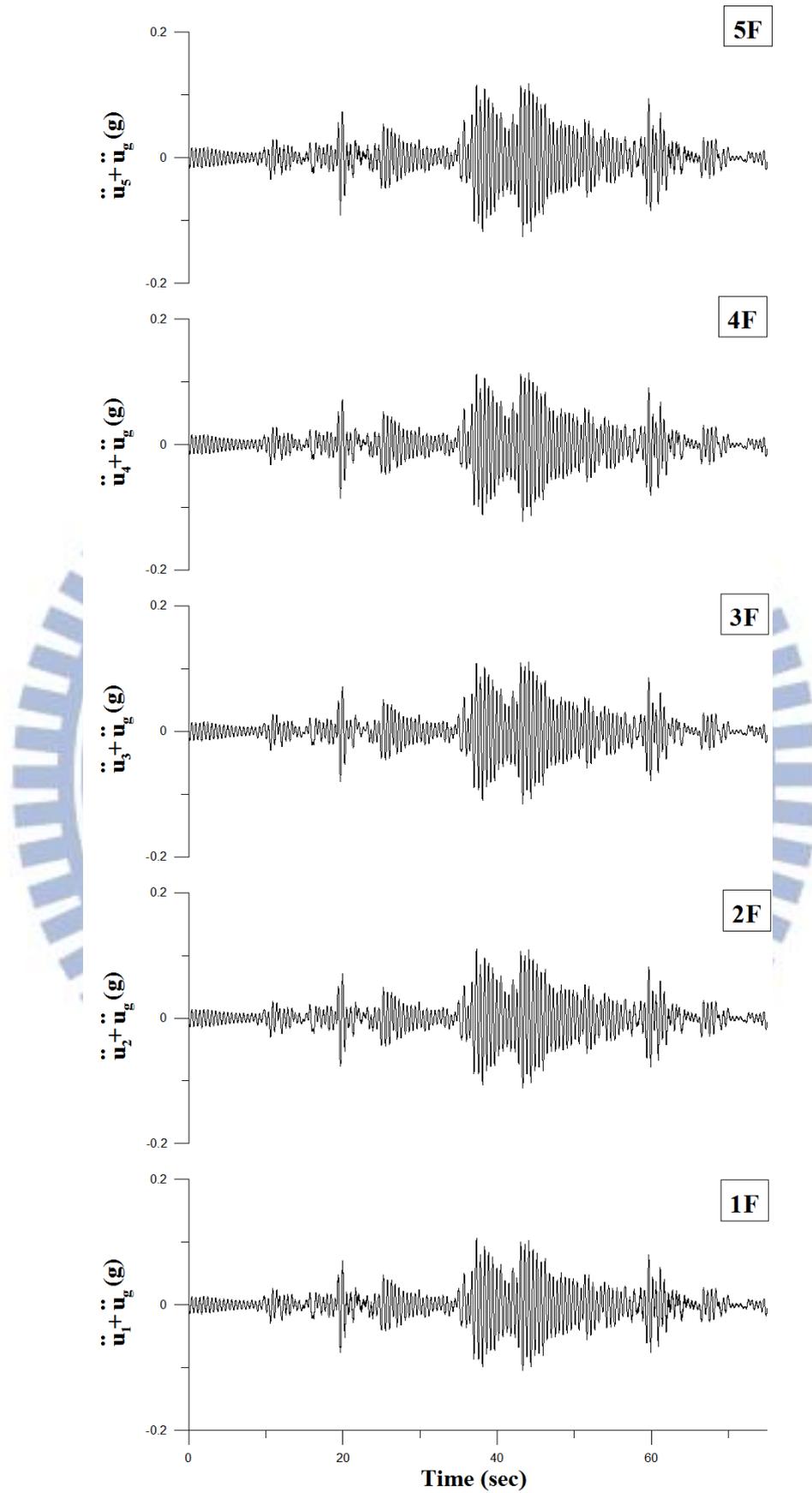


圖 4.10 CASE A1 各樓層加速度歷時(White Noise, PGA=0.1g, 1樓受損)

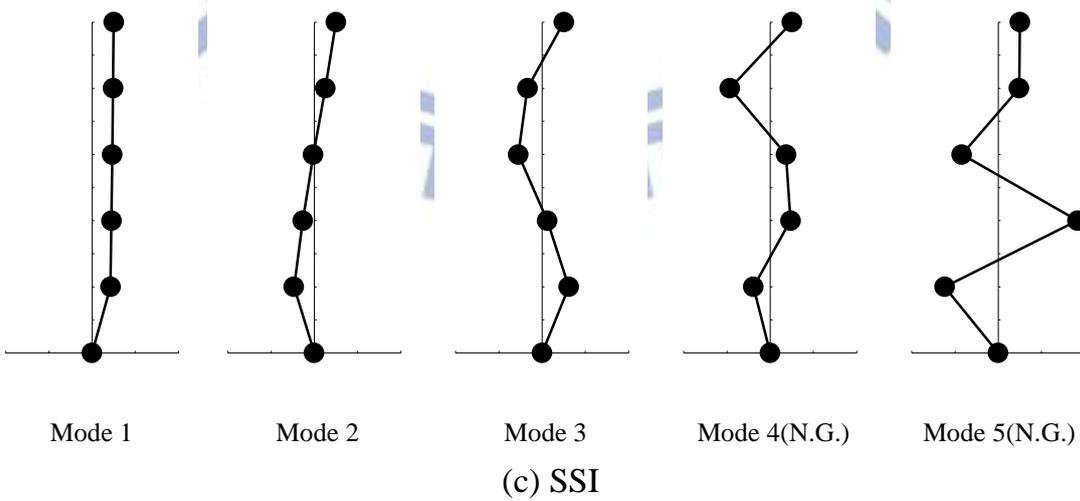
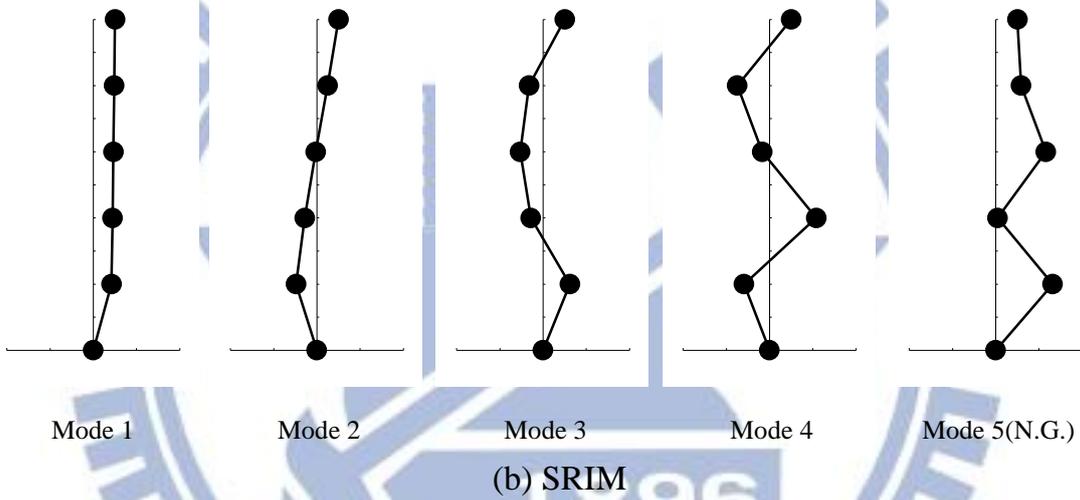
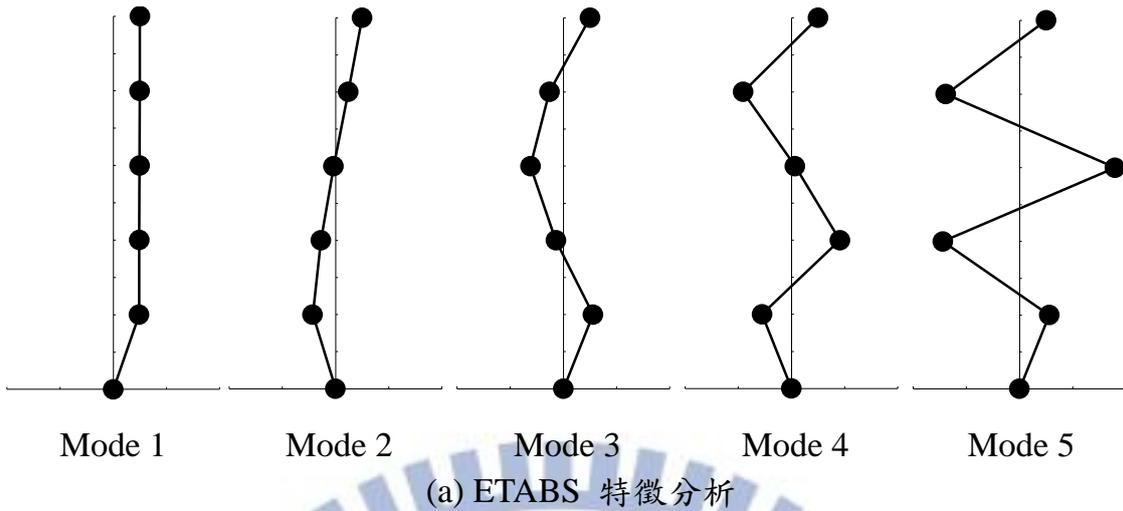


圖 4.11 CASE A1 模態識別結果(White Noise, 1 樓受損)

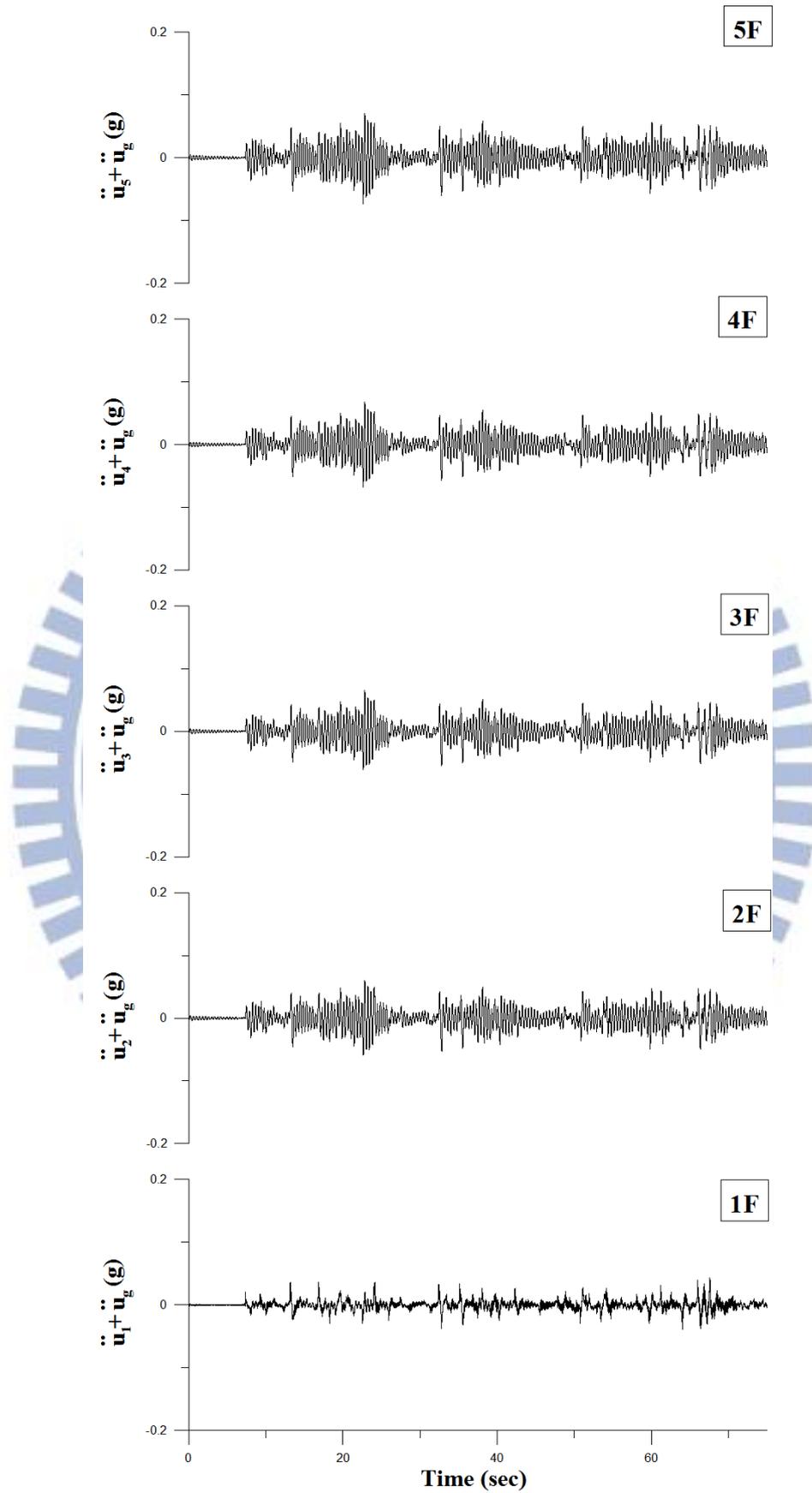
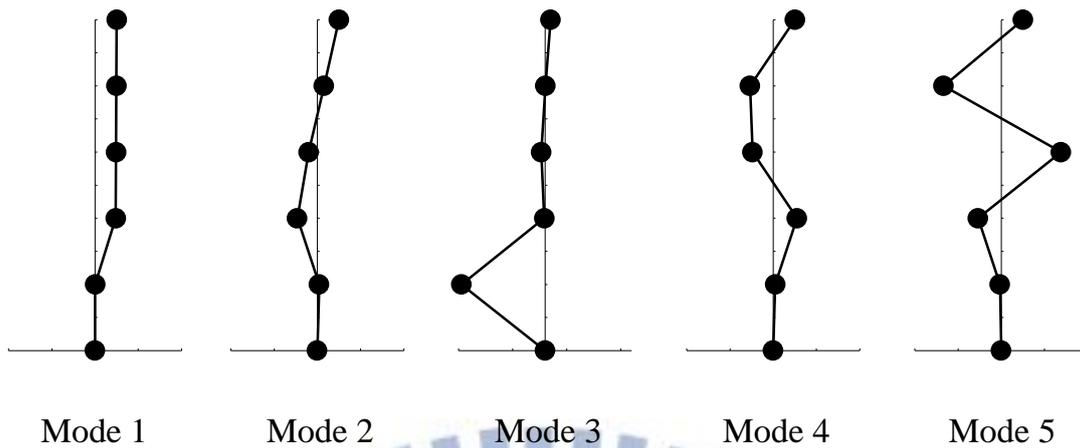
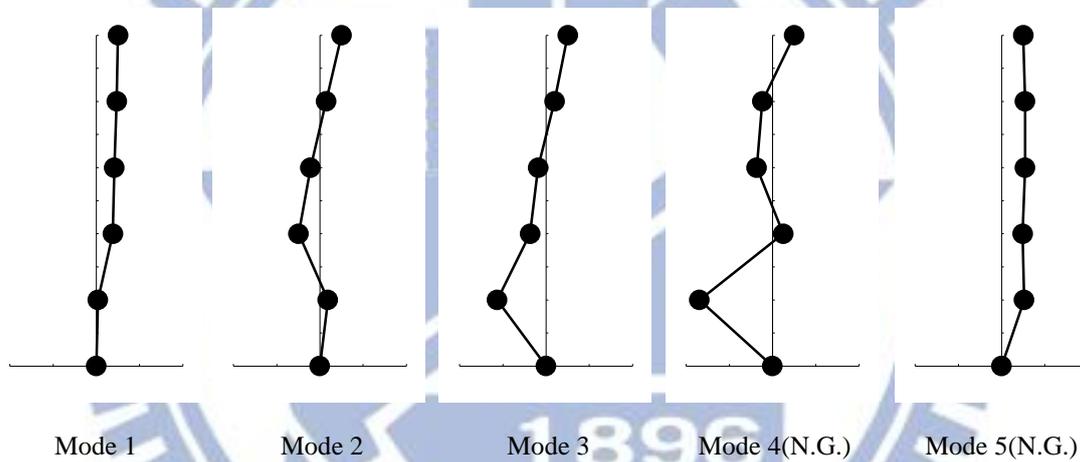


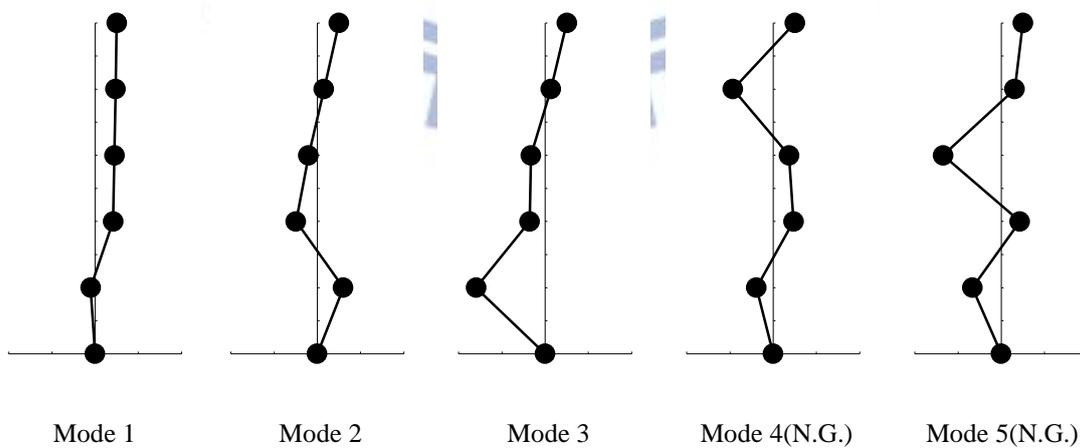
圖 4. 12 CASE A2 各樓層加速度歷時(White Noise , PGA=0.1g , 2 樓受損)



(a) ETABS 特徵分析



(b) SRIM



(c) SSI

圖 4.13 CASE A2 模態識別結果(White Noise, 2樓受損)

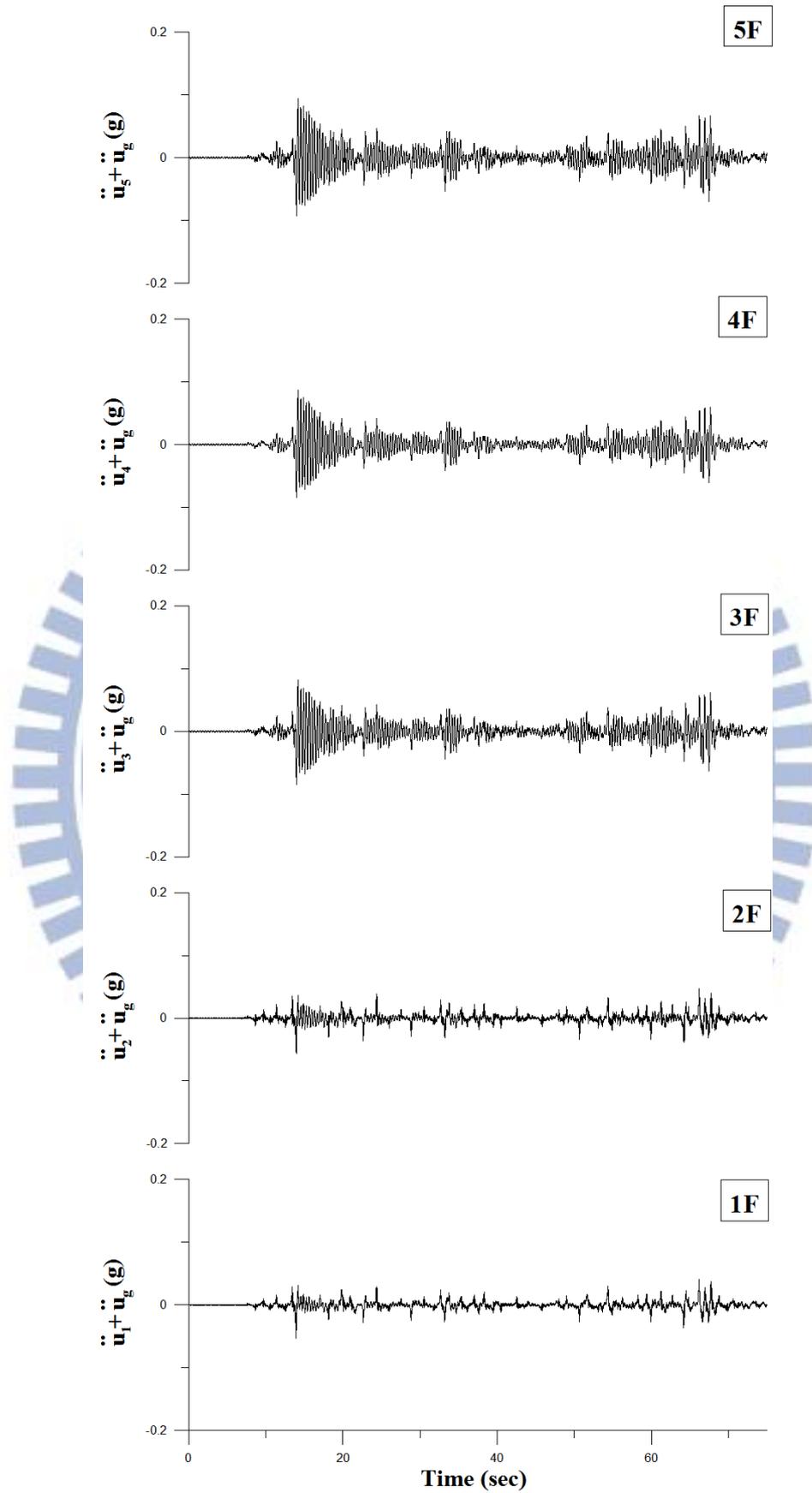
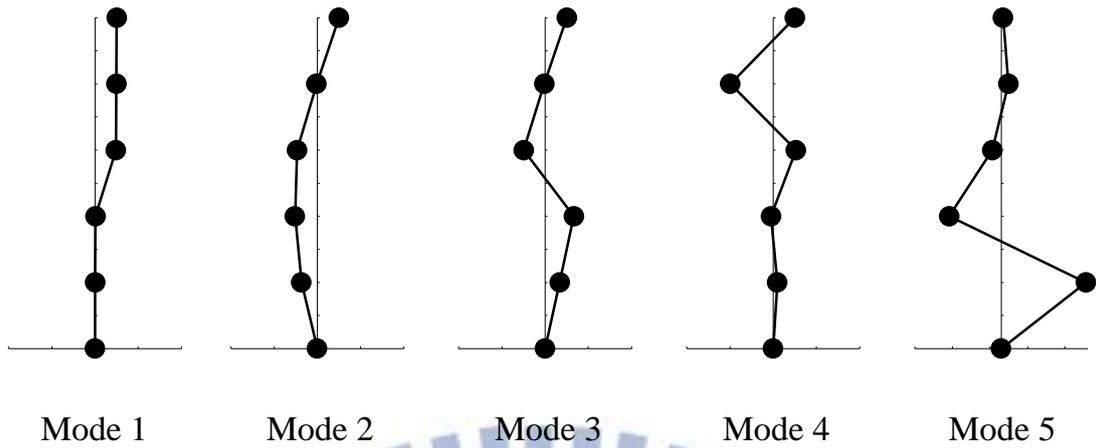
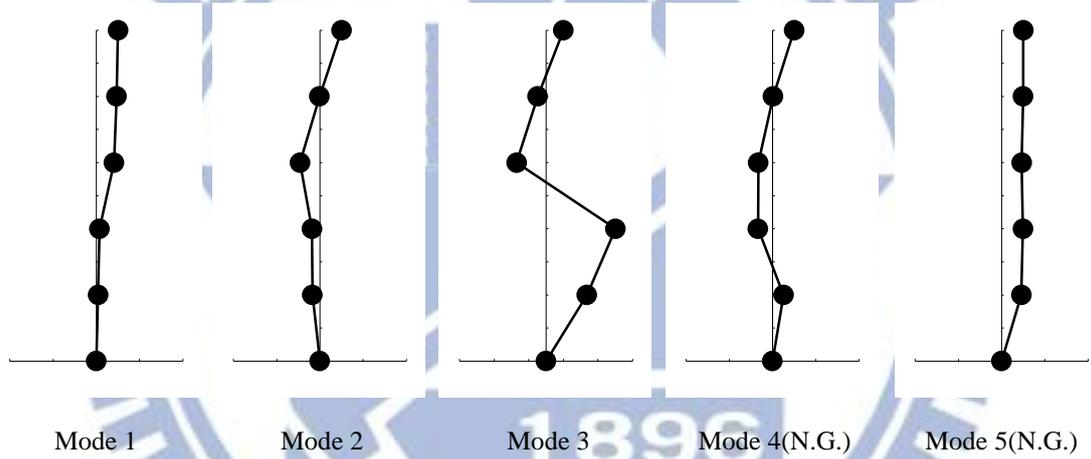


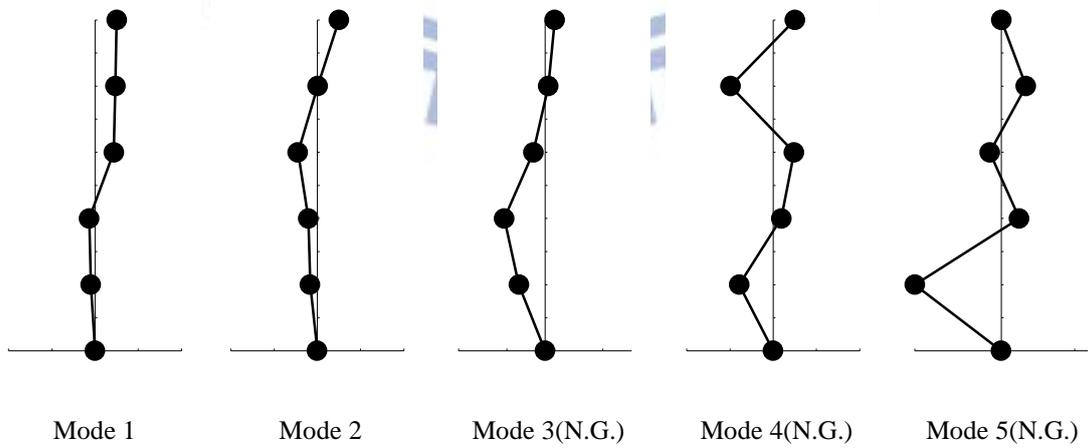
圖 4. 14 CASE A3 各樓層加速度歷時(White Noise, PGA=0.1g, 3樓受損)



(a) ETABS 特徵分析



(b) SRIM



(c) SSI

圖 4.15 CASE A3 模態識別結果(White Noise, 3 樓受損)

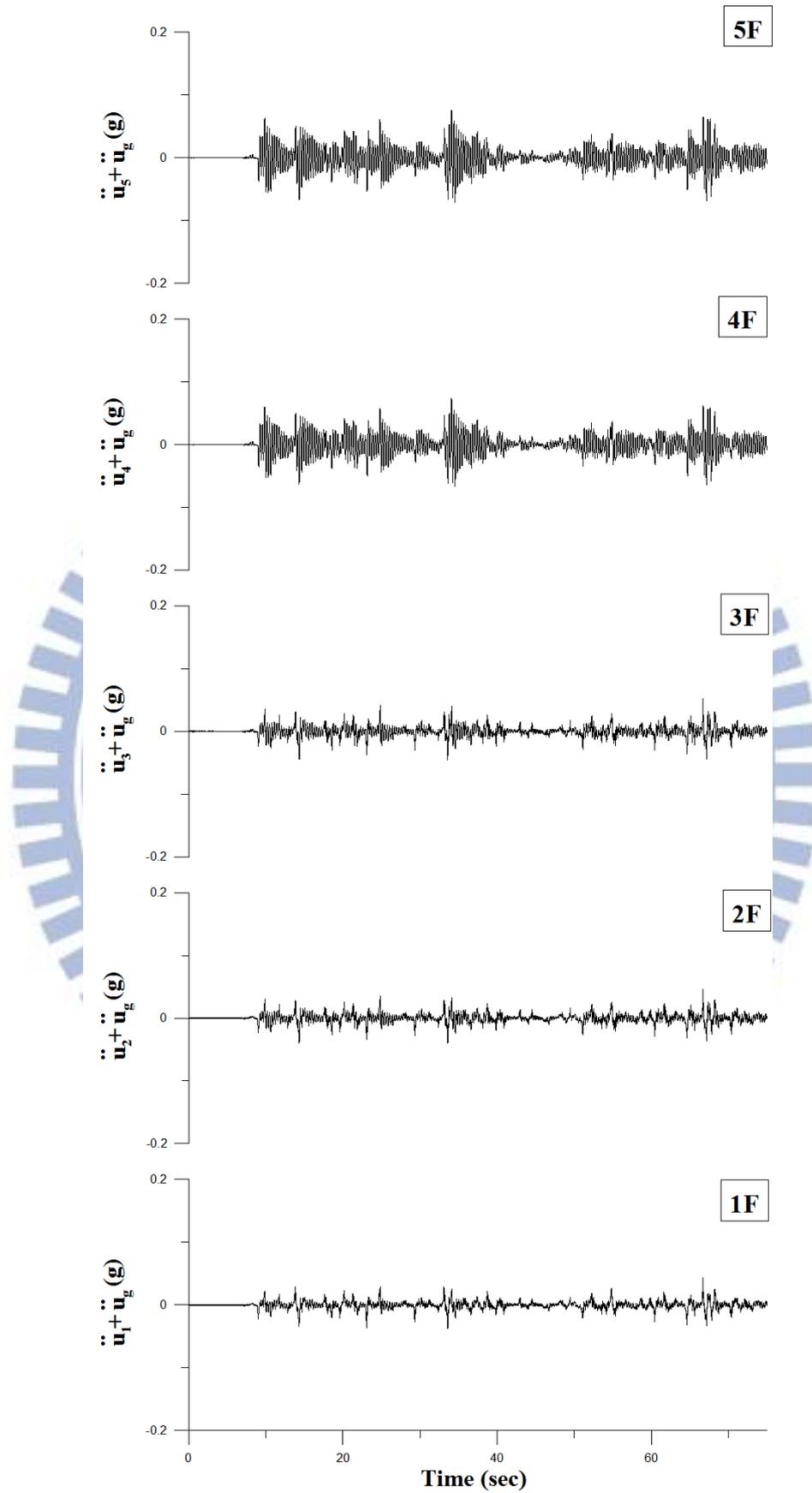
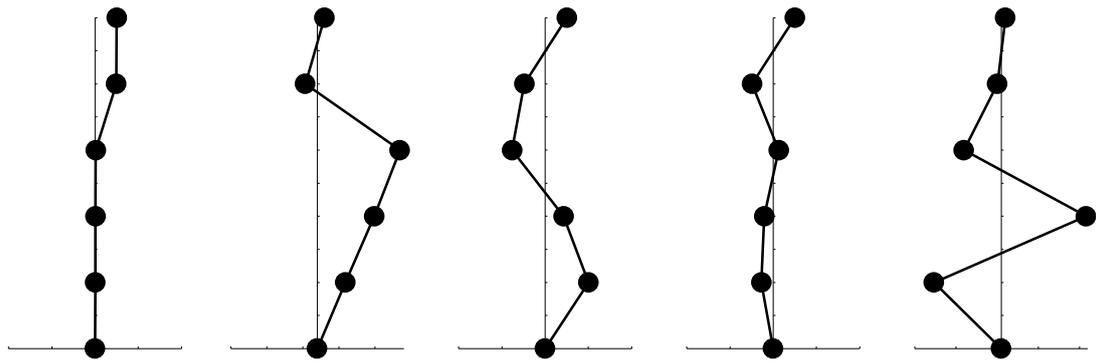
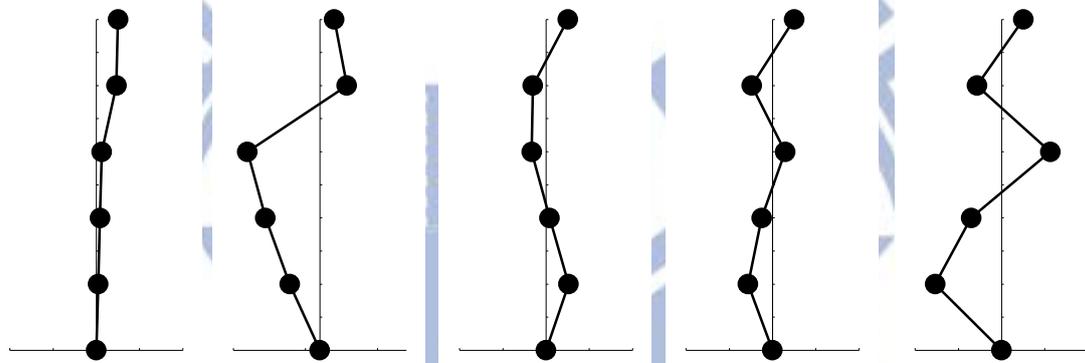


圖 4. 16 CASE A4 各樓層加速度歷時(White Noise, PGA=0.1g, 4樓受損)



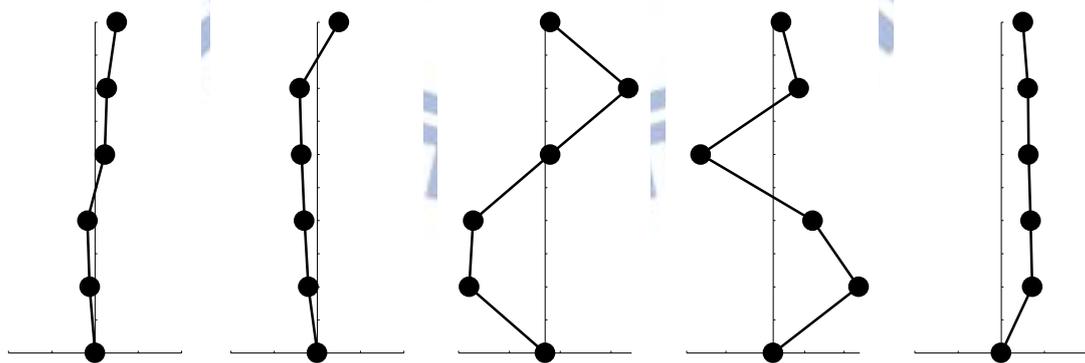
Mode 1      Mode 2      Mode 3      Mode 4      Mode 5

(a) ETABS 特徵分析



Mode 1      Mode 2      Mode 3      Mode 4      Mode 5(N.G.)

(b) SRIM



Mode 1      Mode 2      Mode 3(N.G.)      Mode 4(N.G.)      Mode 5(N.G.)

(c) SSI

圖 4.17 CASE A4 模態識別結果(White Noise, 4 樓受損)

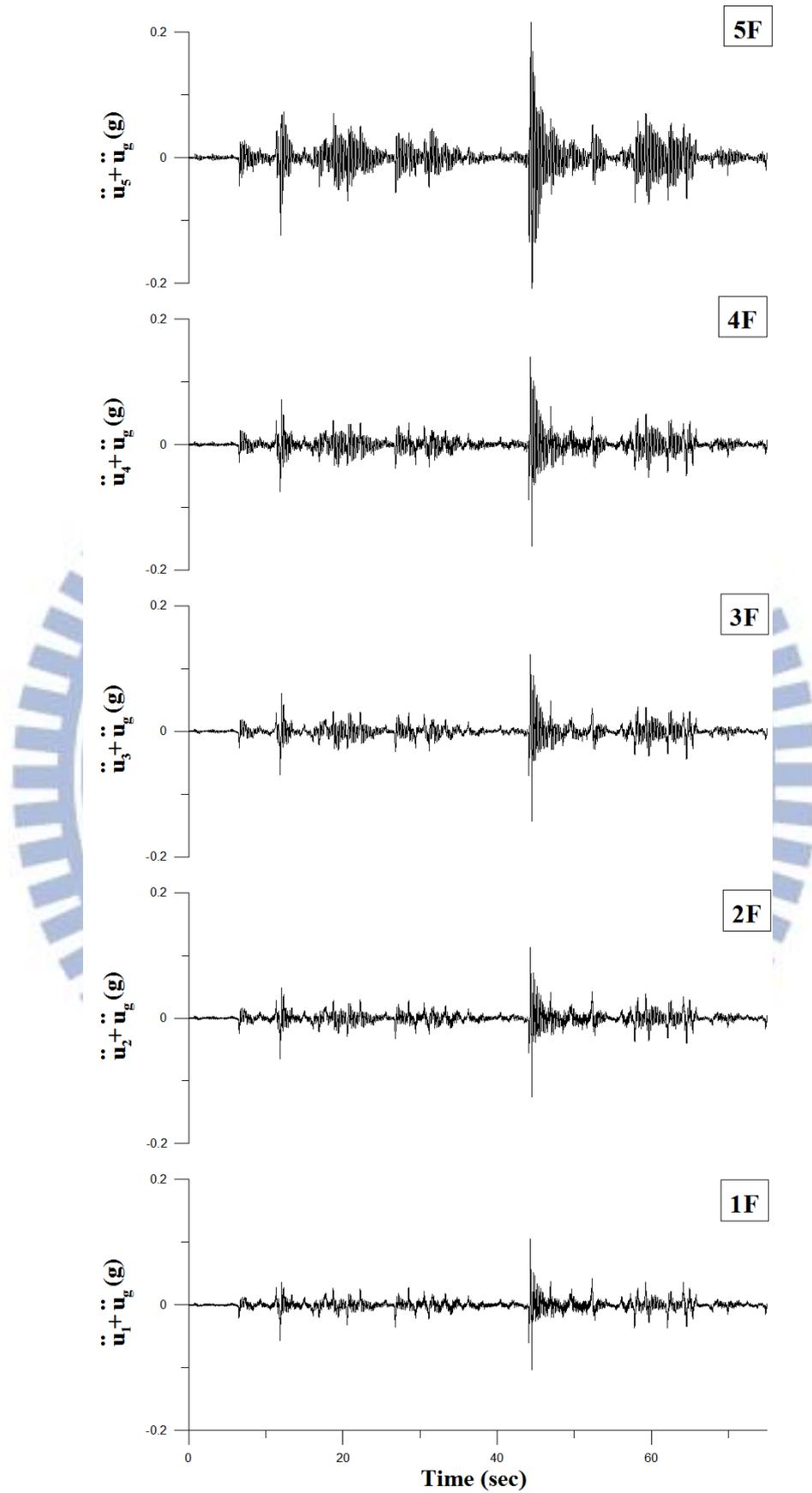
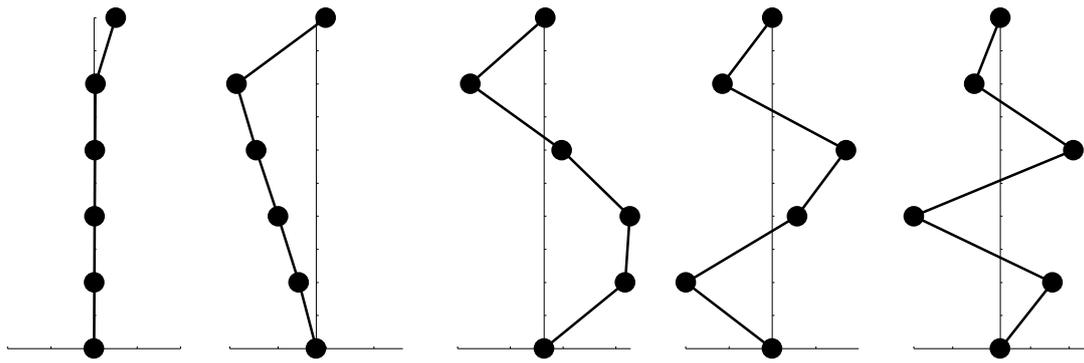


圖 4. 18 CASE A5 各樓層加速度歷時(White Noise, PGA=0.1g, 5樓受損)



Mode 1

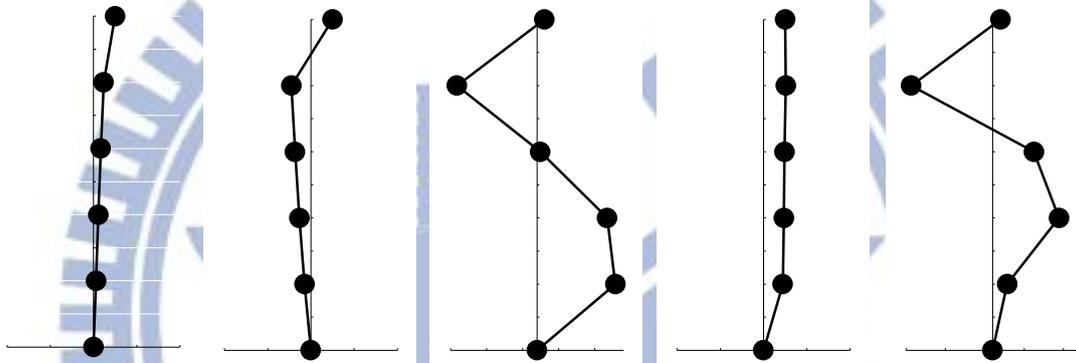
Mode 2

Mode 3

Mode 4

Mode 5

(a) ETABS 特徵分析



Mode 1

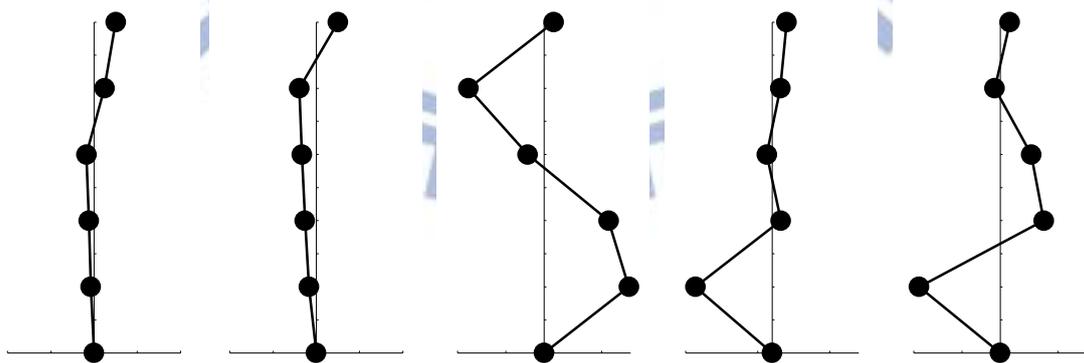
Mode 2

Mode 3

Mode 4(N.G.)

Mode 5(N.G.)

(b) SRIM



Mode 1

Mode 2

Mode 3

Mode 4(N.G.)

Mode 5(N.G.)

(c) SSI

圖 4. 19 CASE A5 模態識別結果(White Noise, 5 樓受損)

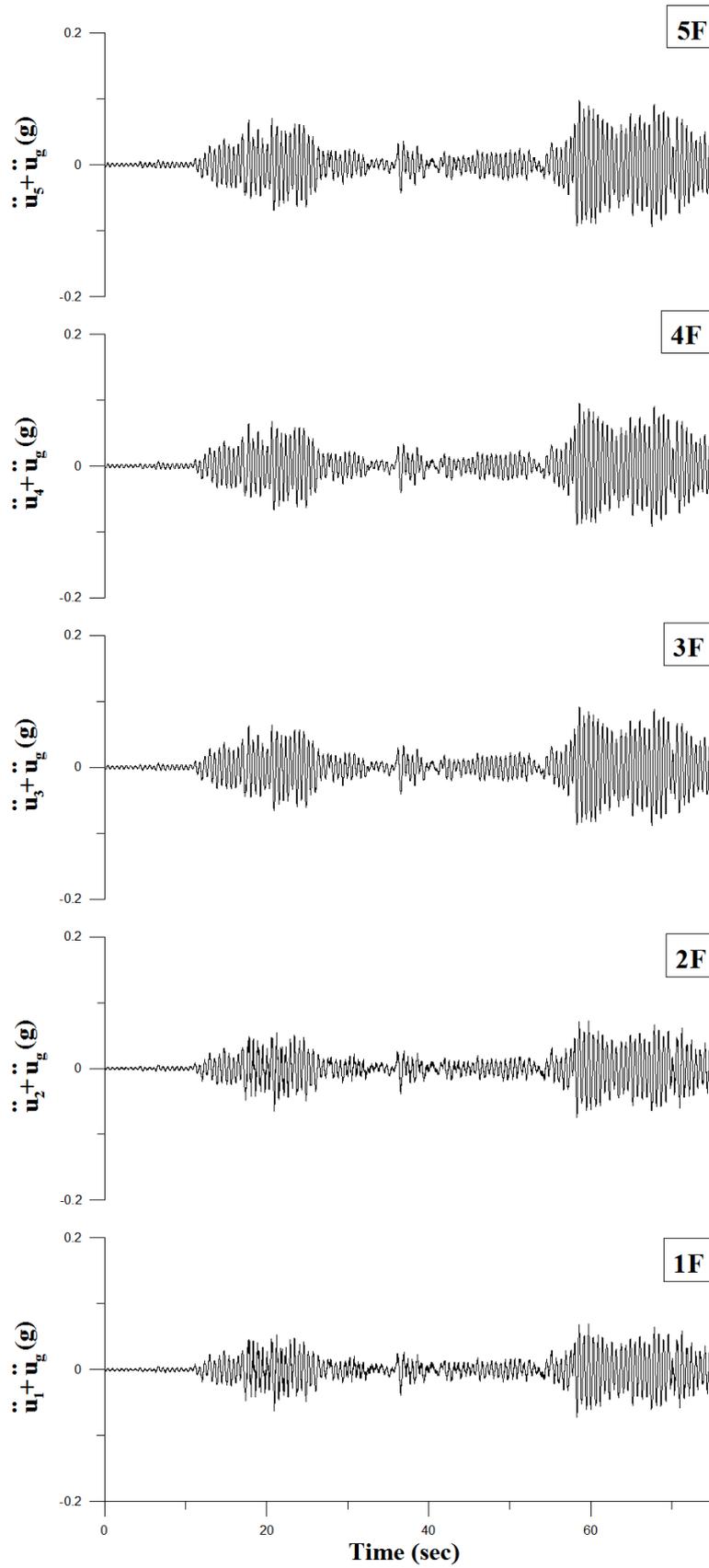
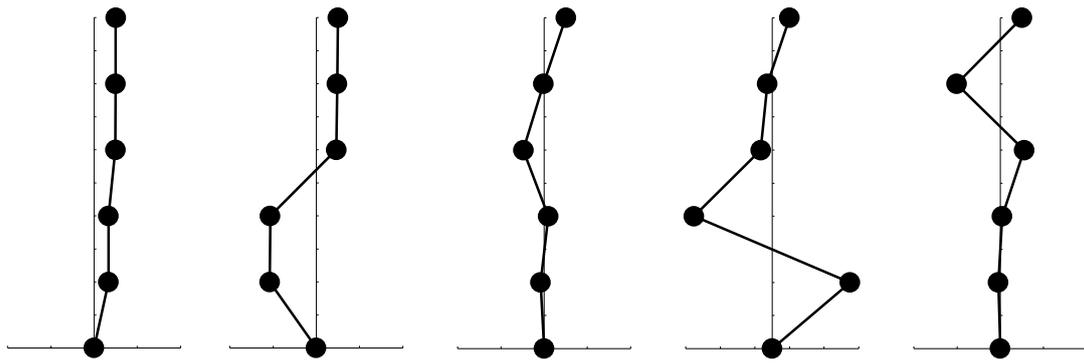


圖 4.20 CASE A13 各樓層加速度歷時  
(White Noise, PGA=0.1g, 1 樓及 3 樓受損)



Mode 1

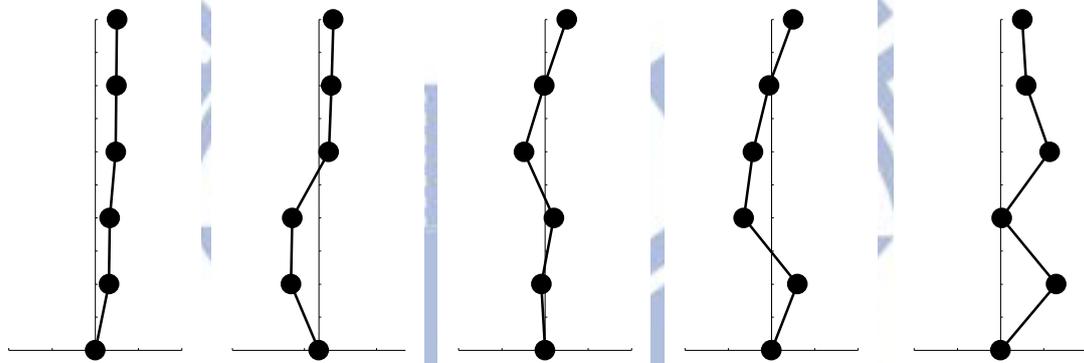
Mode 2

Mode 3

Mode 4

Mode 5

(a) ETABS 特徵分析



Mode 1

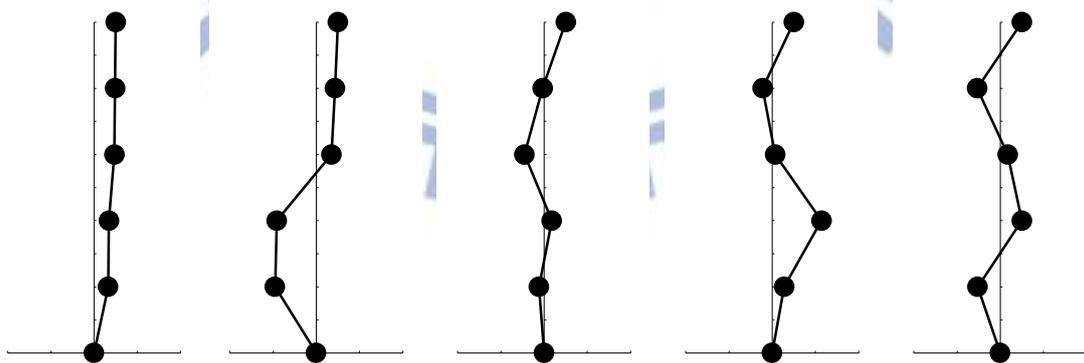
Mode 2

Mode 3

Mode 4

Mode 5(N.G.)

(b) SRIM



Mode 1

Mode 2

Mode 3

Mode 4(N.G.)

Mode 5(N.G.)

(c) SSI

圖 4.21 CASE A13 模態識別結果(White Noise, 1 樓及 3 樓受損)

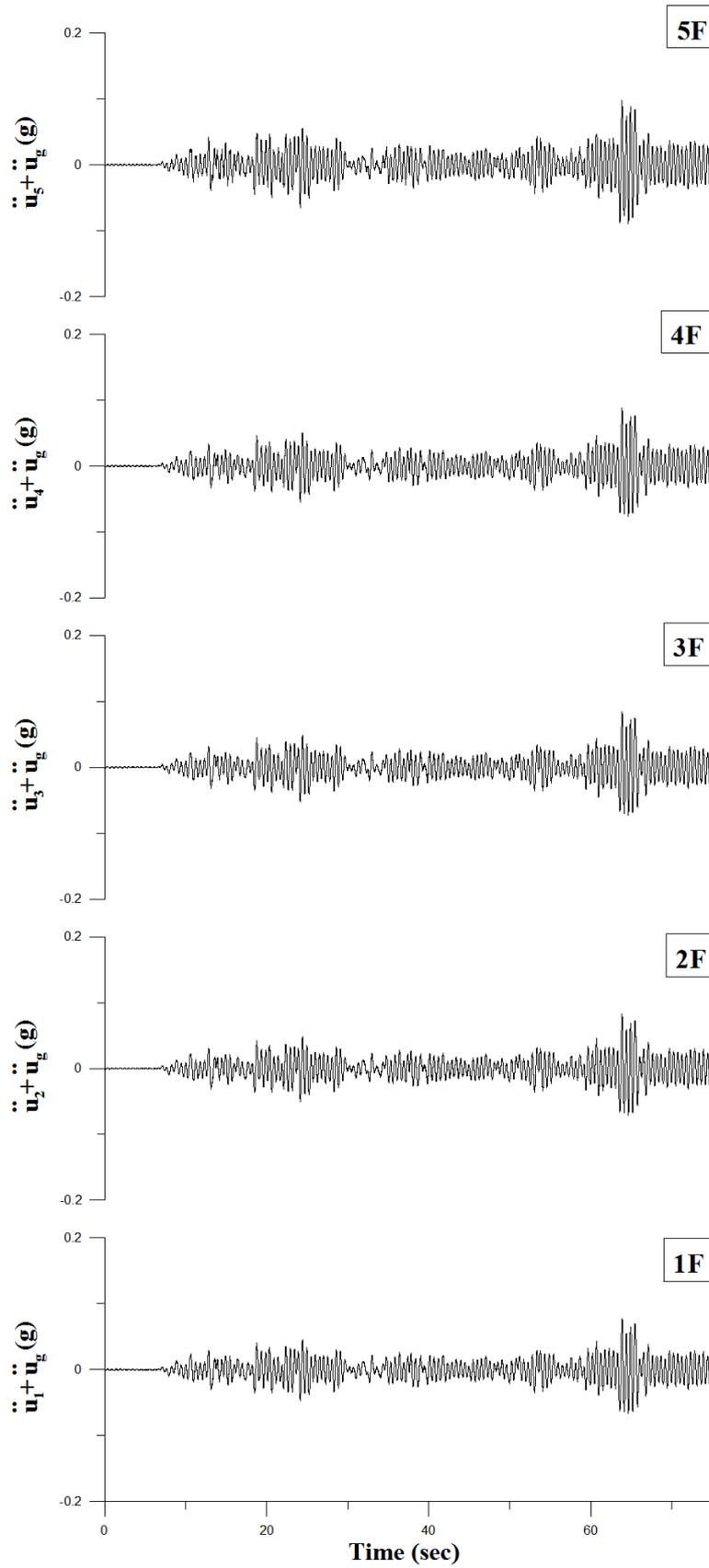
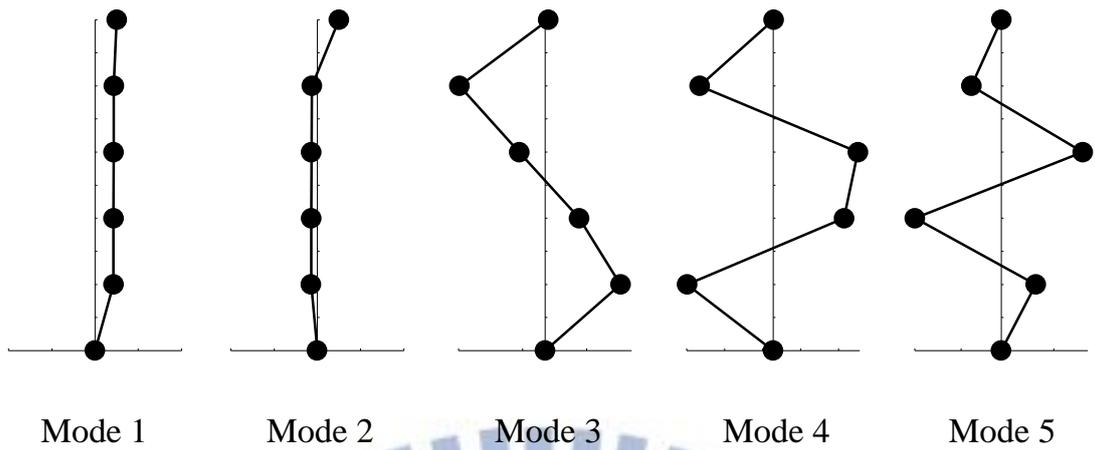
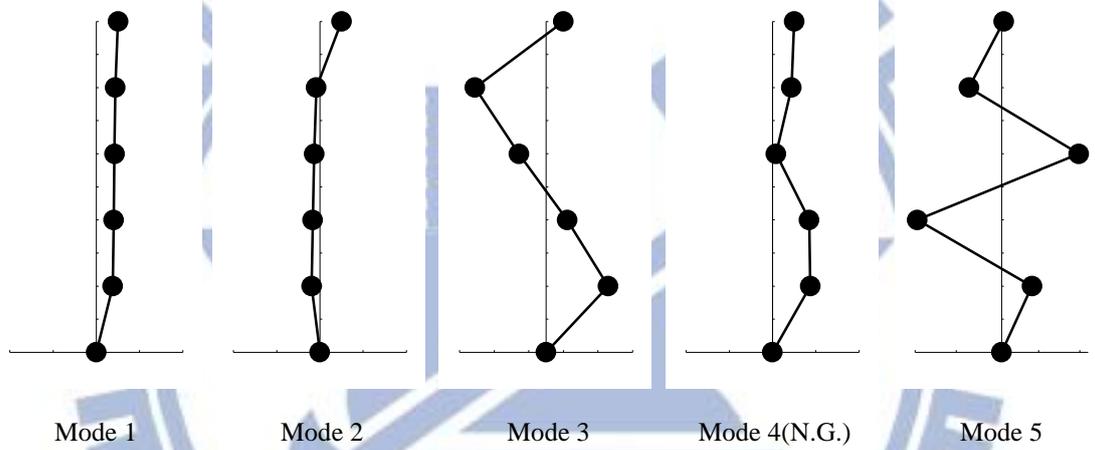


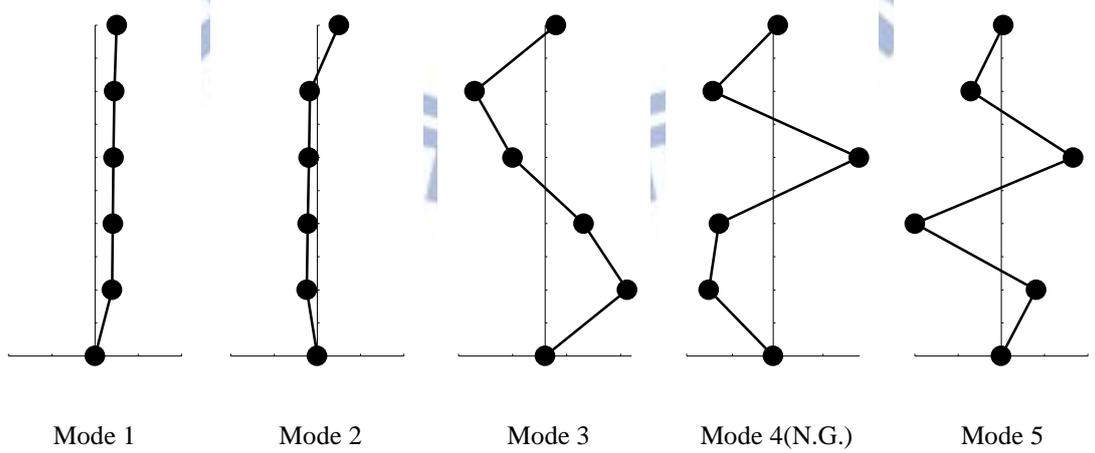
圖 4.22 CASE A15 各樓層加速度歷時  
(White Noise, PGA=0.1g, 1樓及5樓受損)



(a) ETABS 特徵分析



(b) SRIM



(c) SSI

圖 4.23 CASE A15 模態識別結果(White Noise, 1 樓及 5 樓受損)

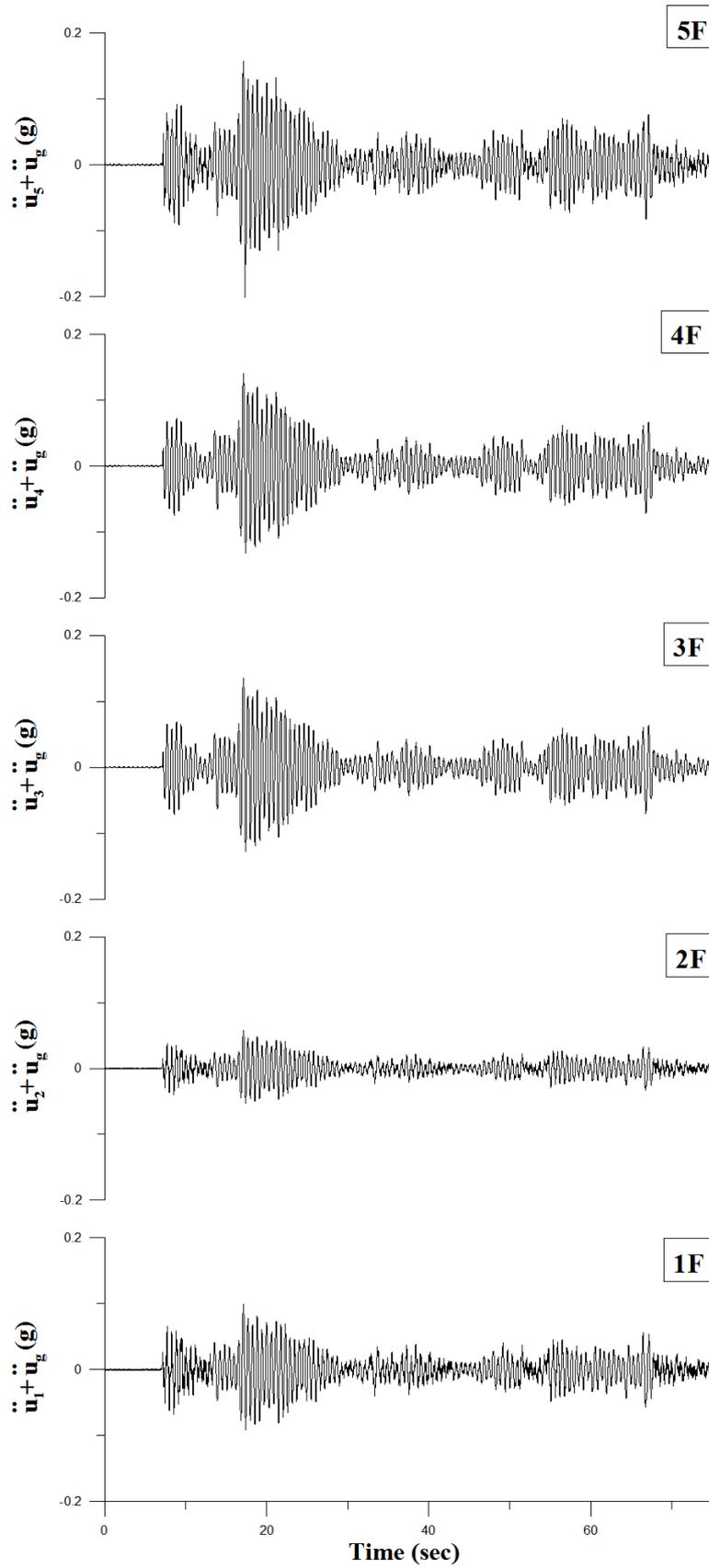
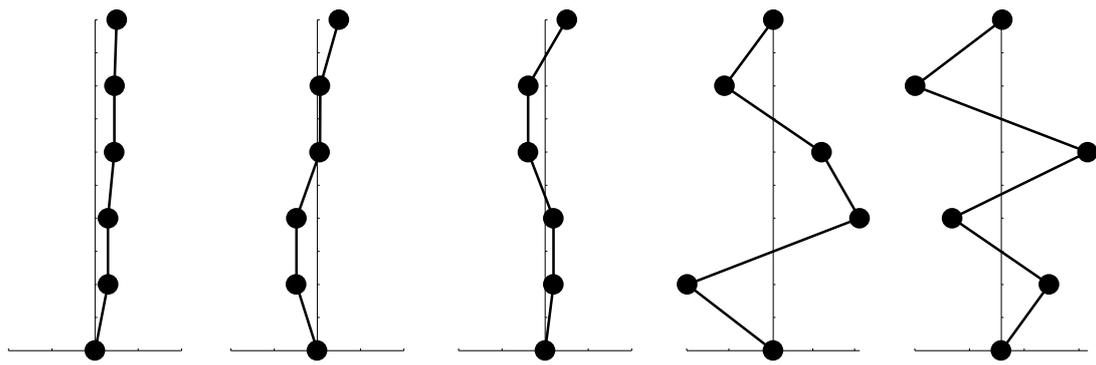
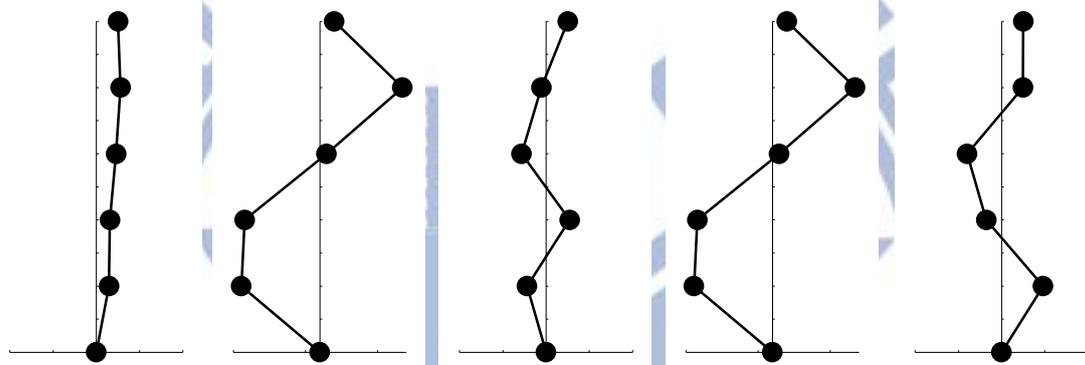


圖 4.24 CASE A135 各樓層加速度歷時  
(White Noise, PGA=0.1g, 1 樓、3 樓及 5 樓受損)



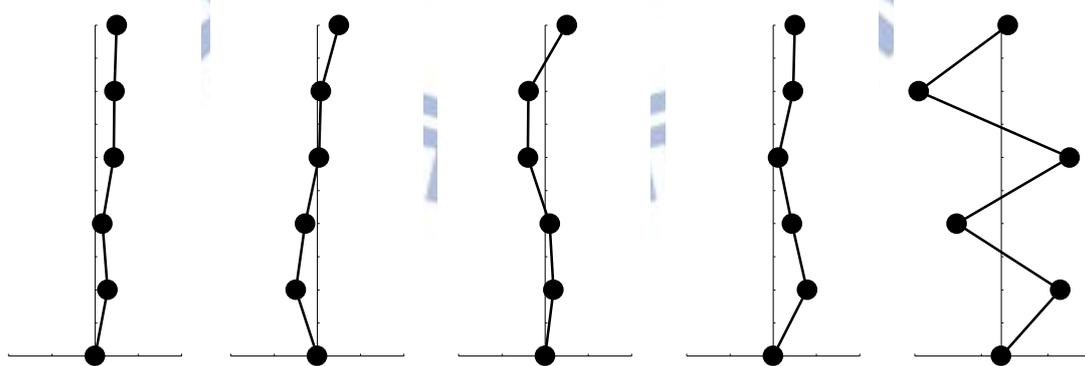
Mode 1      Mode 2      Mode 3      Mode 4      Mode 5

(a) ETABS 特徵分析



Mode 1      Mode 2(N.G.)      Mode 3(N.G.)      Mode 4(N.G.)      Mode 5(N.G.)

(b) SRIM



Mode 1      Mode 2      Mode 3      Mode 4(N.G.)      Mode 5

(c) SSI

圖 4.25 CASE A135 模態識別結果(White Noise, 1 樓、3 樓及 5 樓受損)

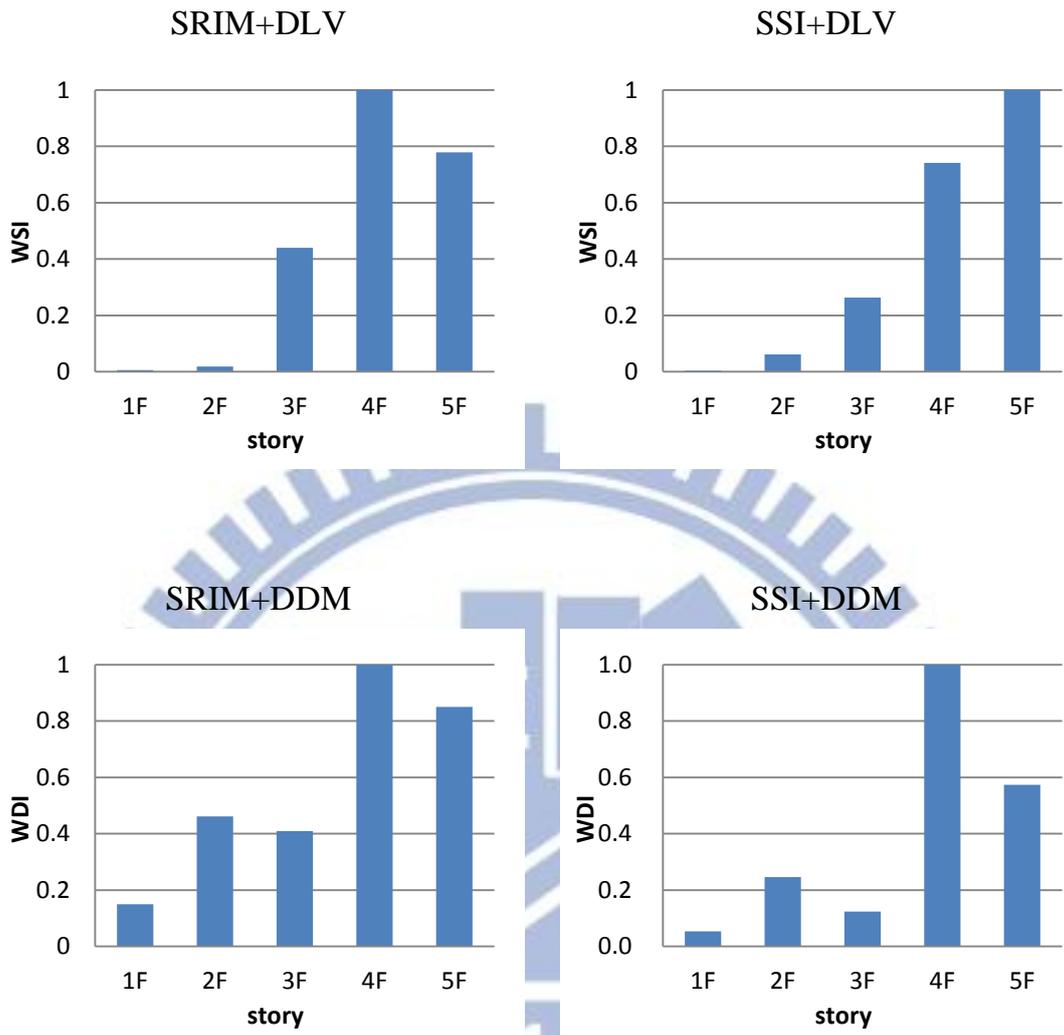


圖 4.26 CASE A1 結構損傷探測分析結果(White Noise, 一樓受損)

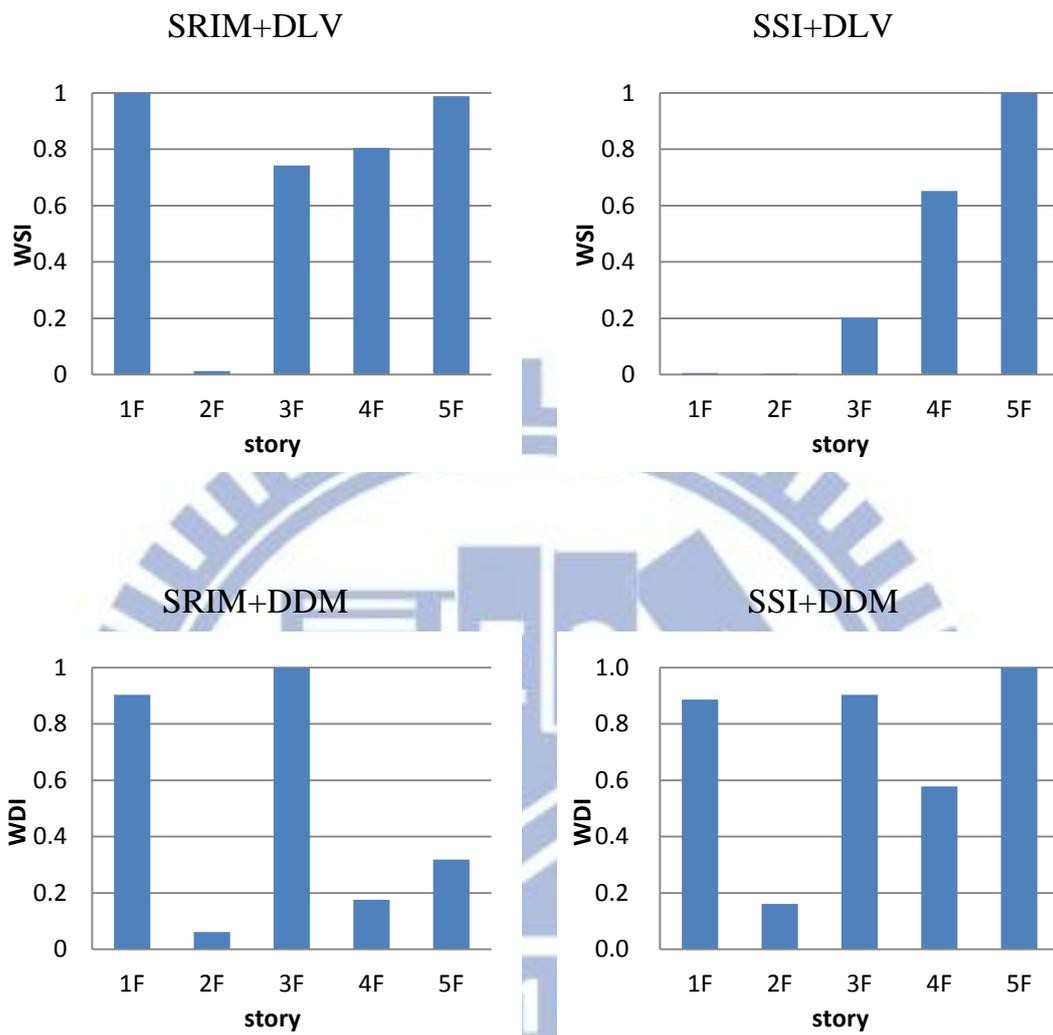


圖 4.27 CASE A2 結構損傷探測分析結果(White Noise, 二樓受損)

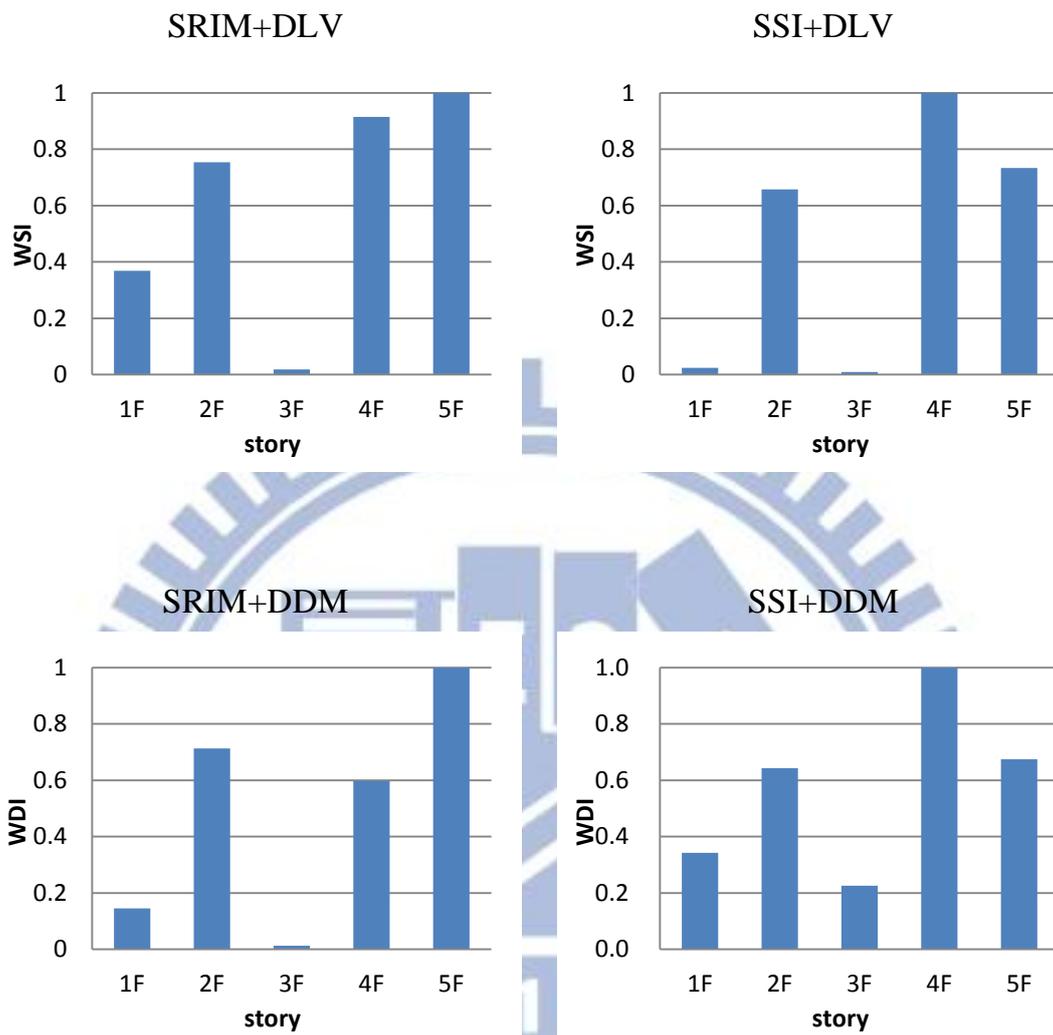


圖 4. 28 CASE A3 結構損傷探測分析結果(White Noise, 三樓受損)

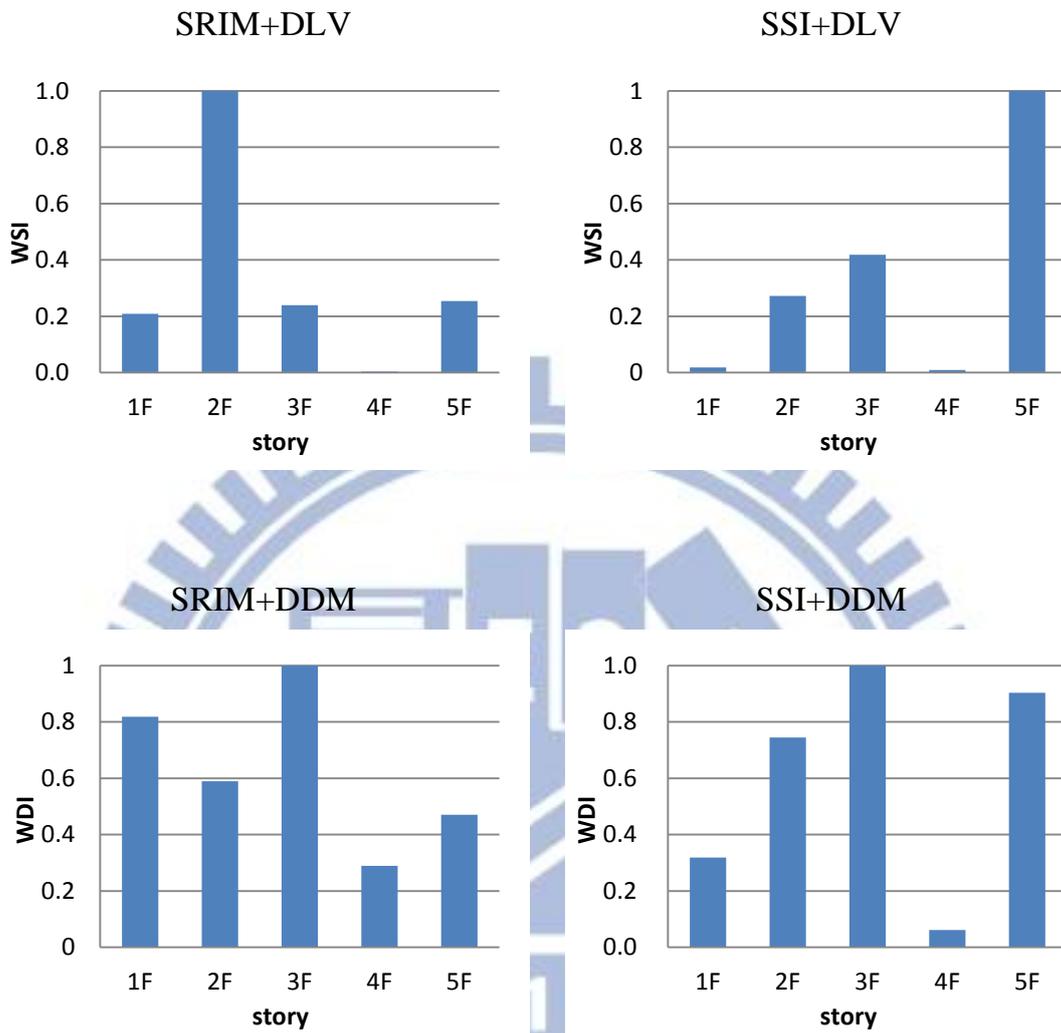


圖 4. 29 CASE A4 結構損傷探測分析結果(White Noise, 四樓受損)

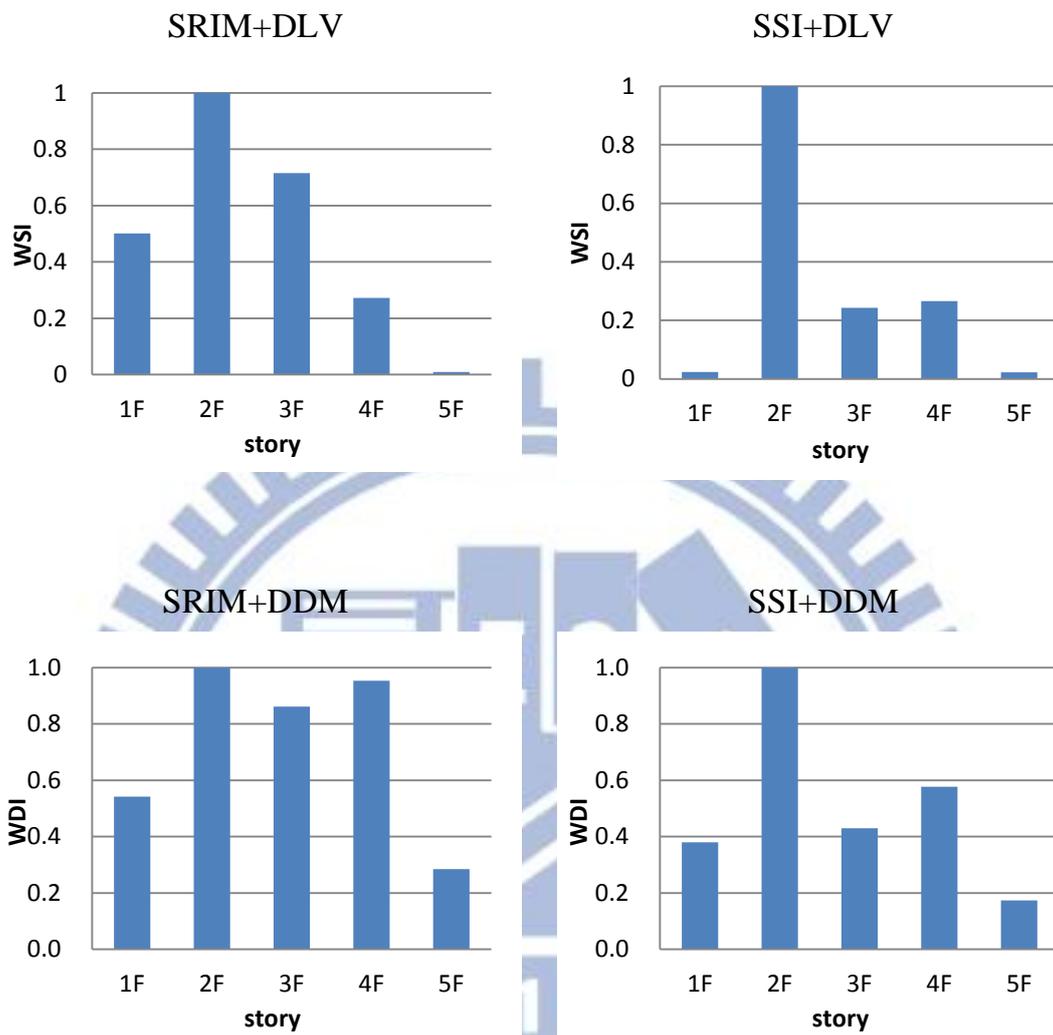


圖 4.30 CASE A5 結構損傷探測分析結果(White Noise, 五樓受損)

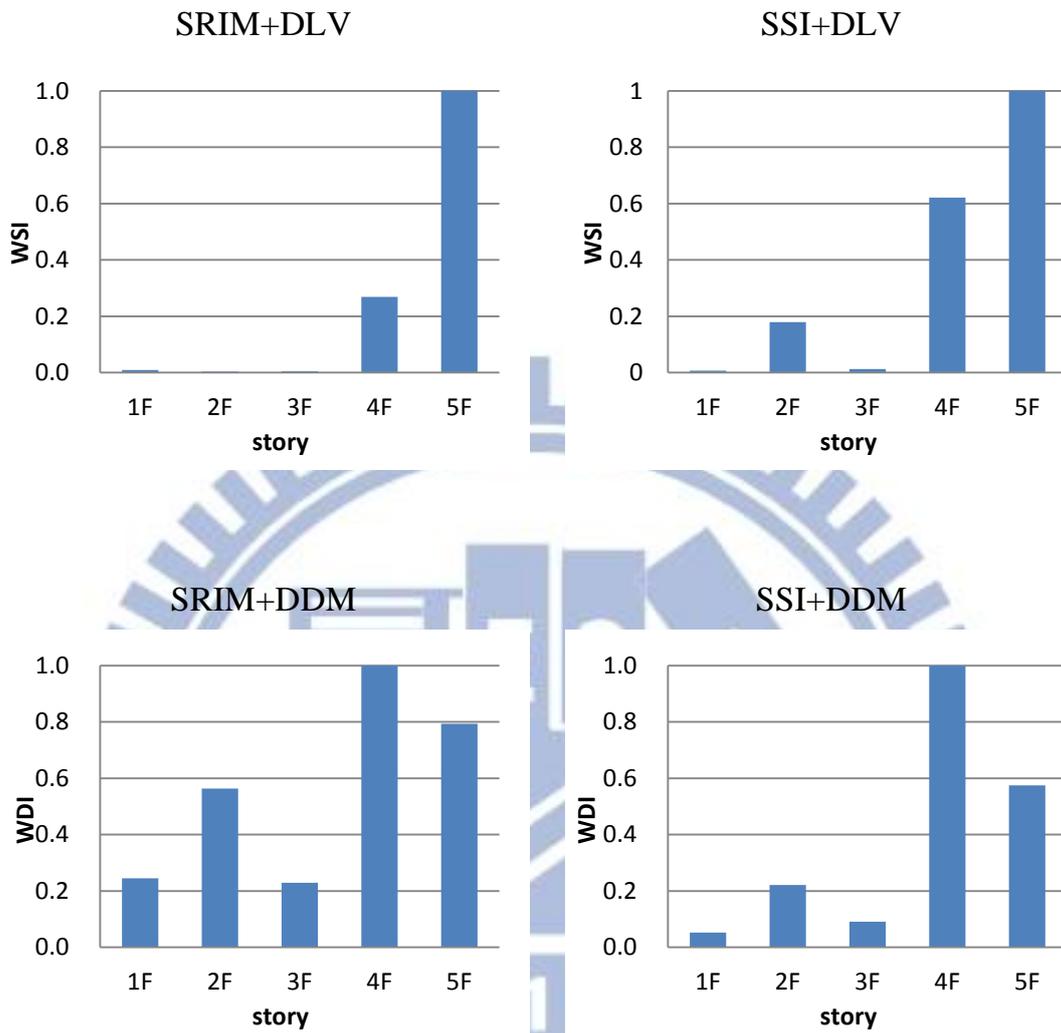


圖 4.31 CASE A13 結構損傷探測分析結果(White Noise, 一樓及三樓受損)

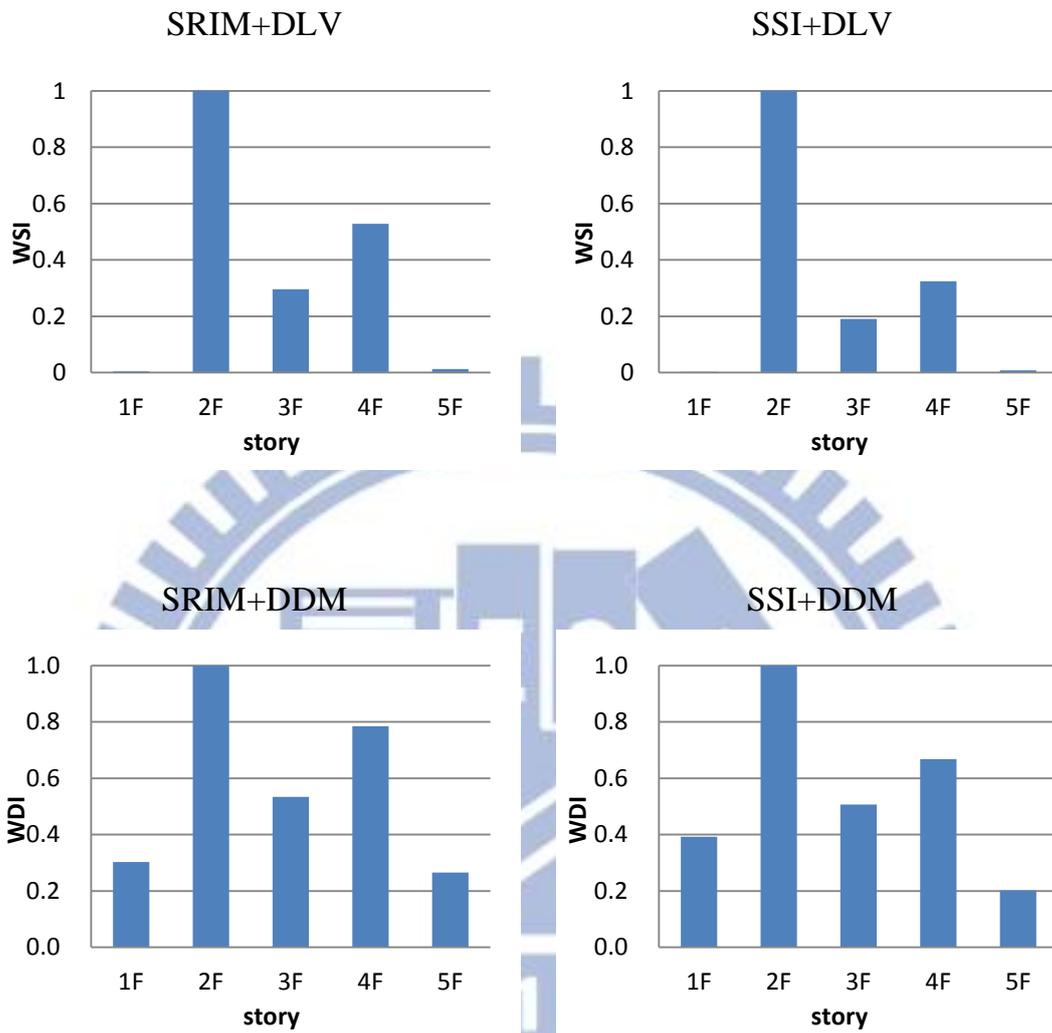


圖 4.32 CASE A15 結構損傷探測分析結果(White Noise, 一樓及五樓受損)

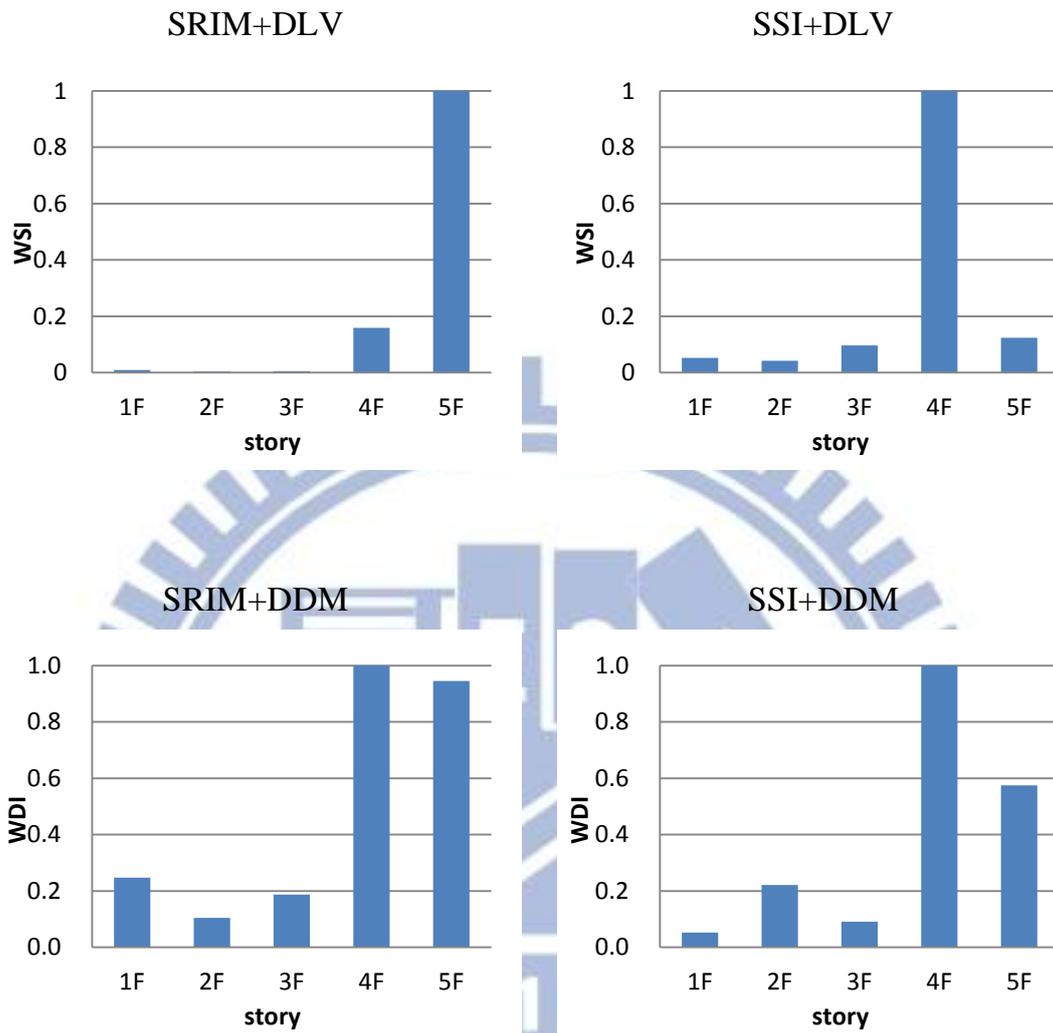


圖 4.33 CASE A135 結構損傷探測分析結果  
(White Noise, 一樓、三樓及五樓受損)

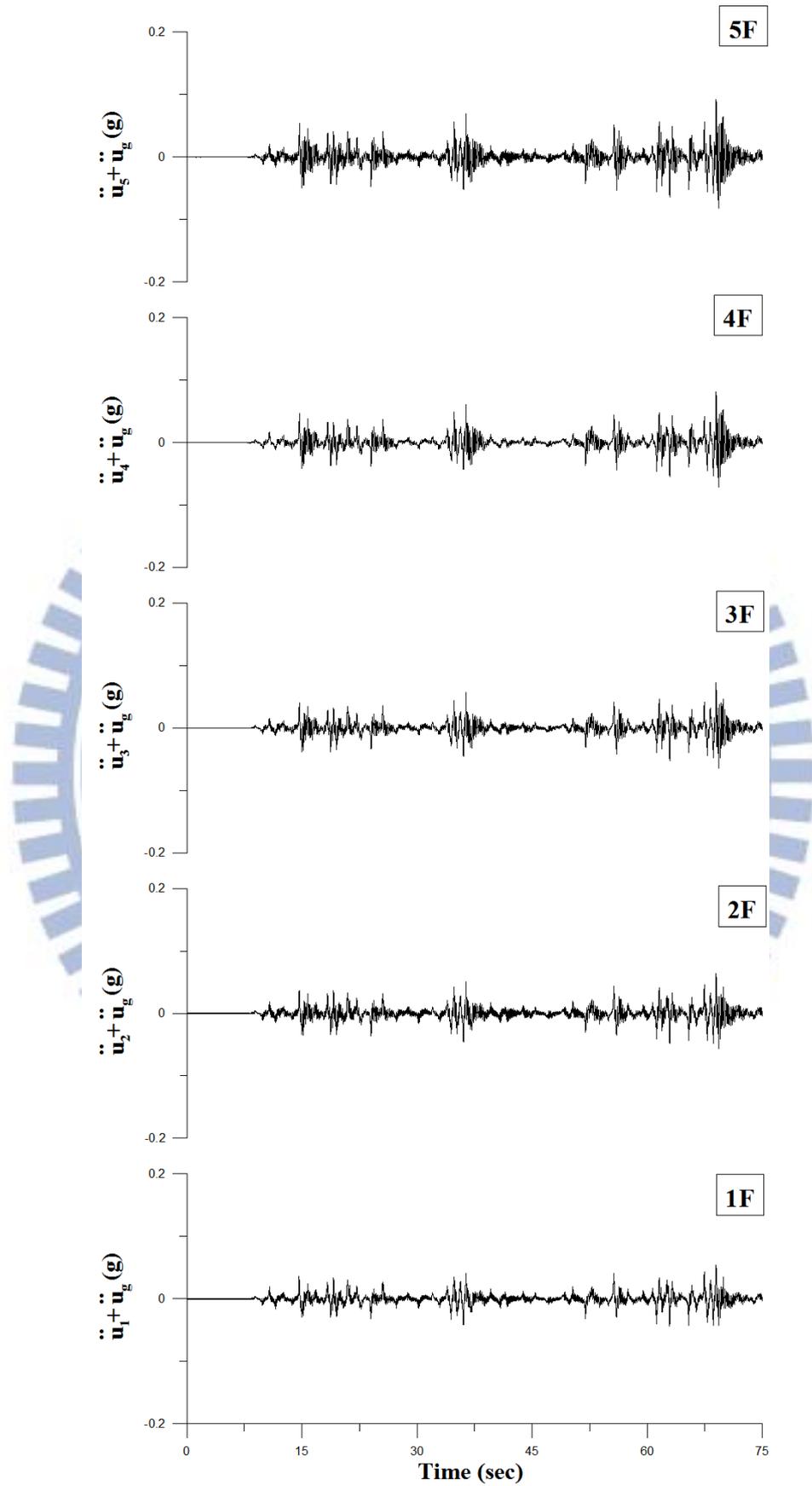
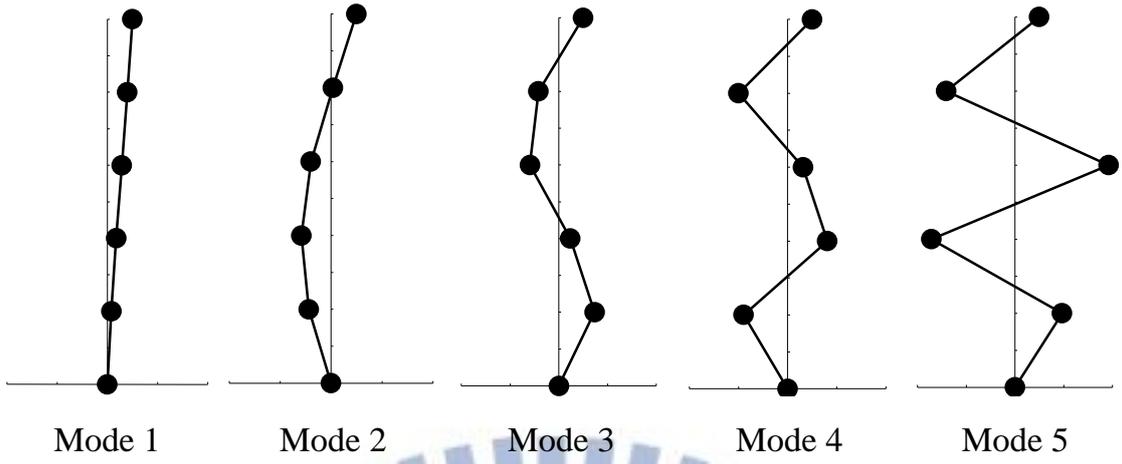
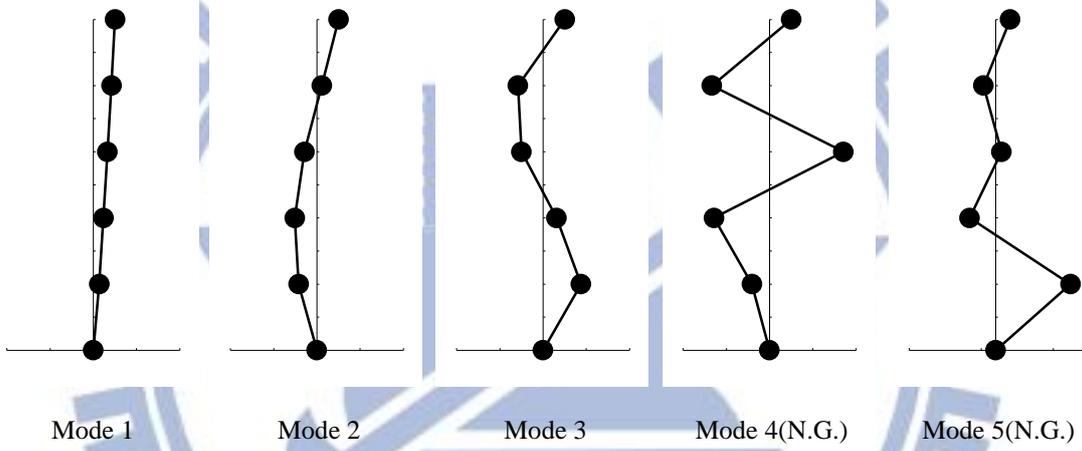


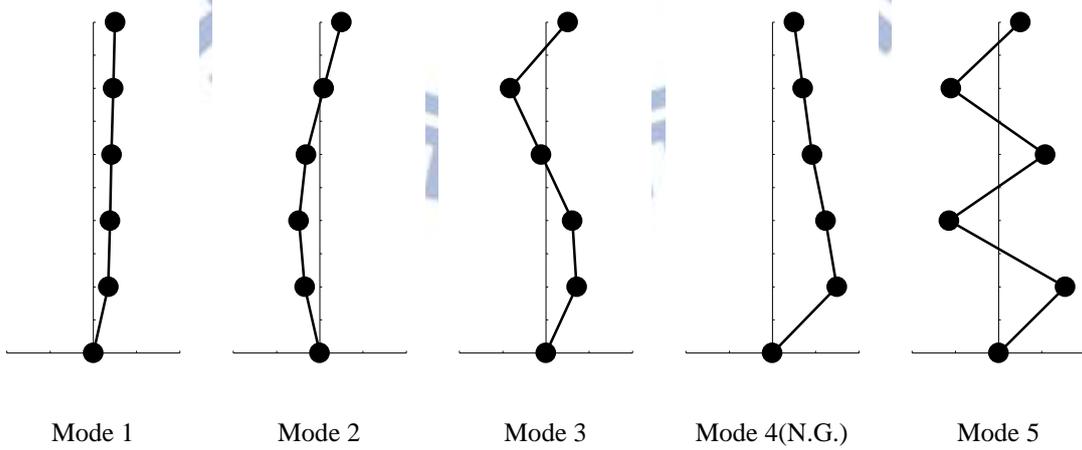
圖 4.34 健康結構之各樓層加速度歷時(El Centro, PGA=0.1g)



(a) ETABS 特徵分析



(b) SRIM



(c) SSI

圖 4.35 健康結構之模態識別結果(El Centro)

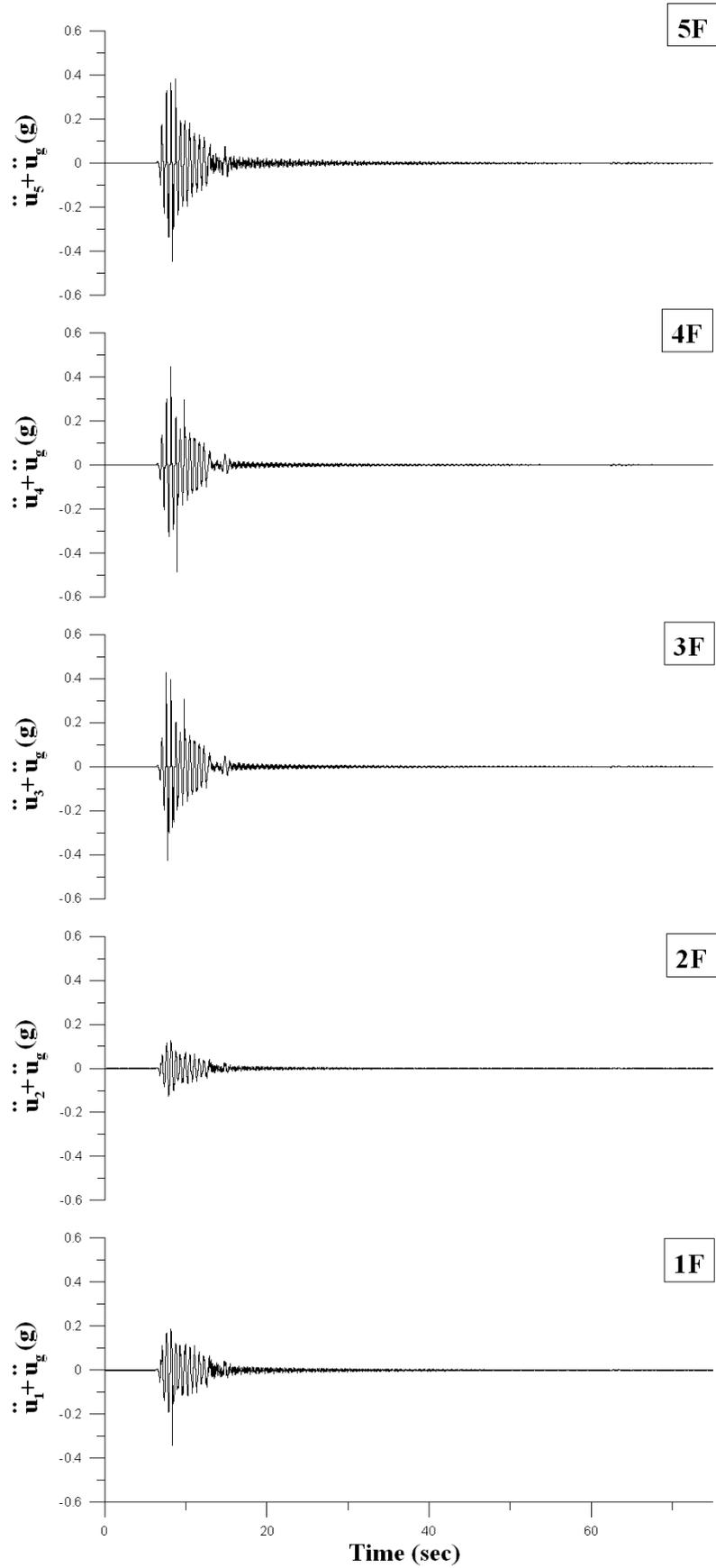


圖 4.36 CASE B1 各樓層加速度歷時(El Centro, PGA=0.1g, 一樓受損)

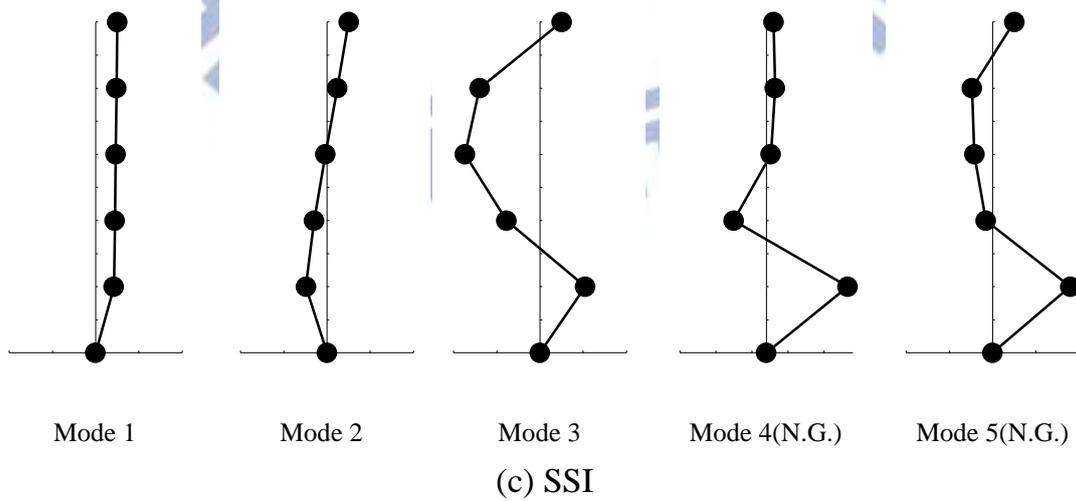
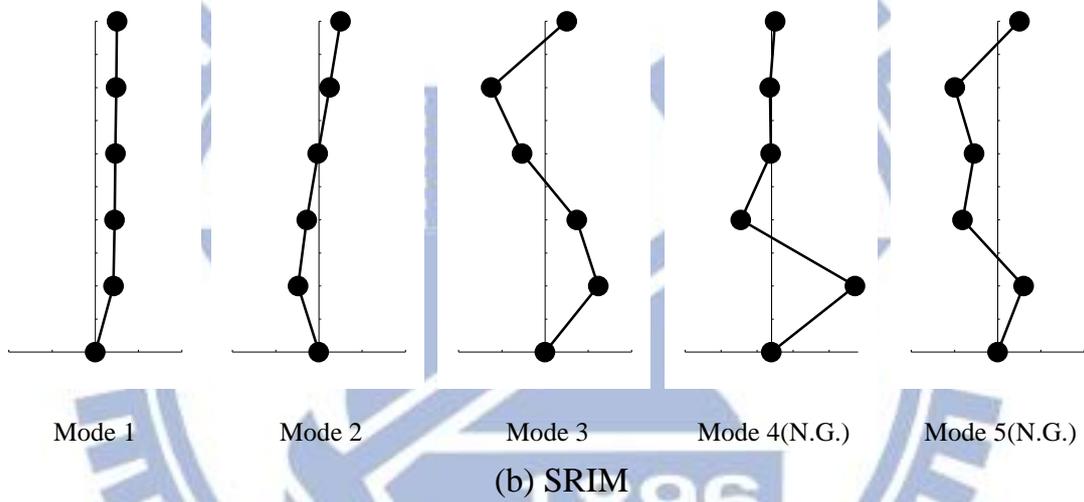
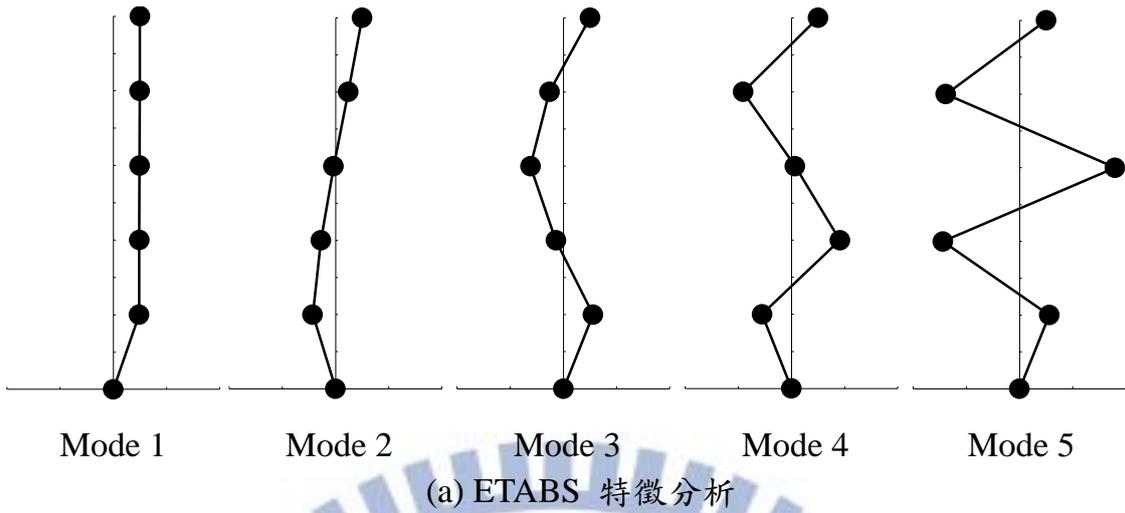


圖 4. 37 CASE B1 模態識別結果(El Centro, 1 樓受損)

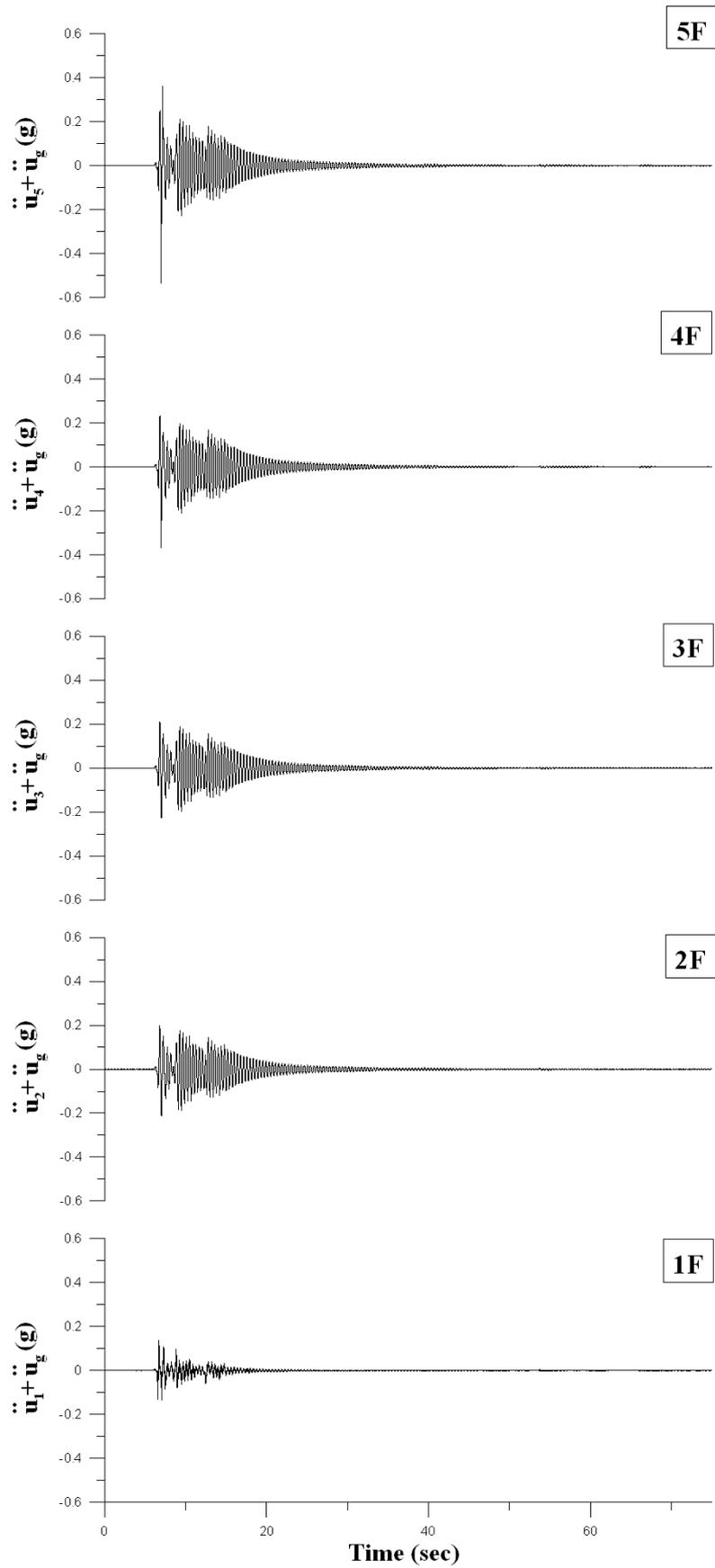
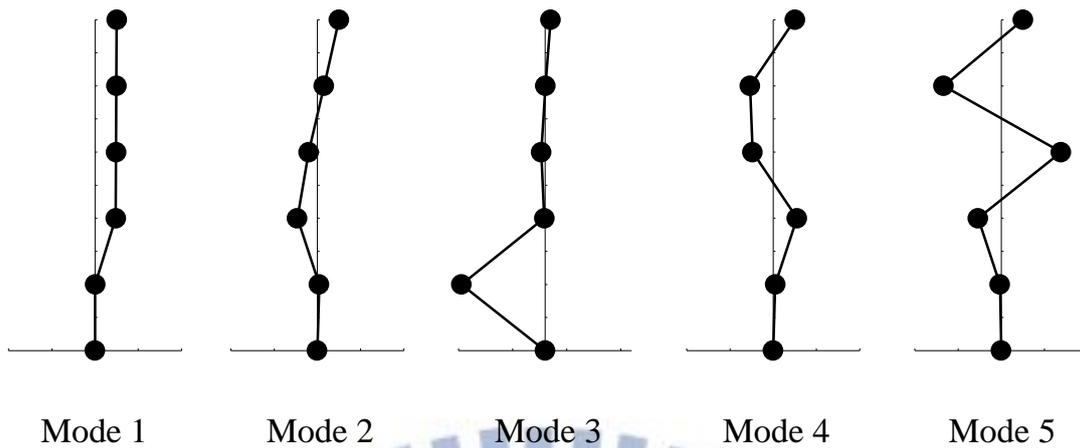
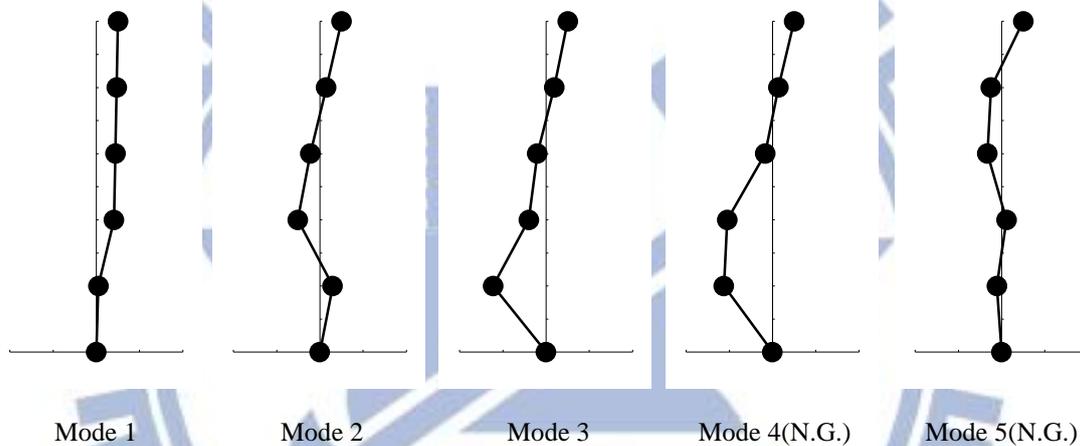


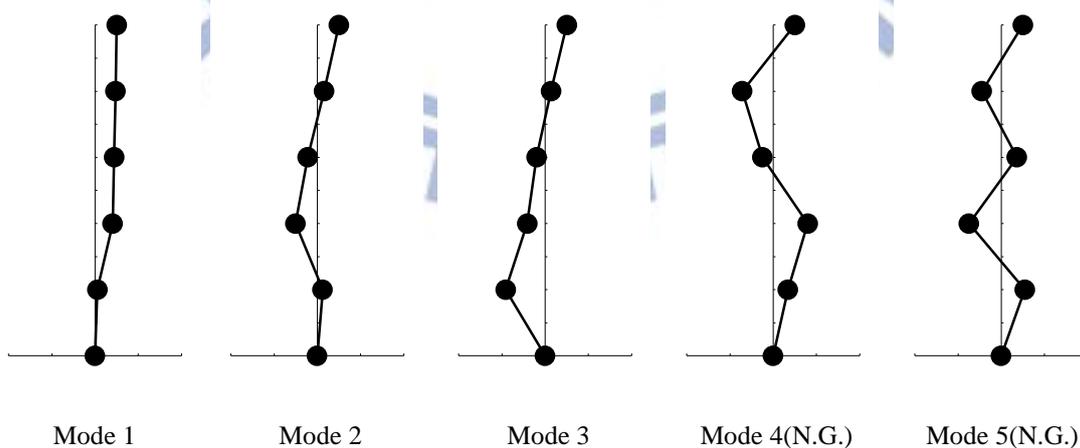
圖 4.38 CASE B2 各樓層加速度歷時(EI Centro, PGA=0.1g, 2 樓受損)



(a) ETABS 特徵分析



(b) SRIM



(c) SSI

圖 4.39 CASE B2 模態識別結果(El Centro, 2 樓受損)

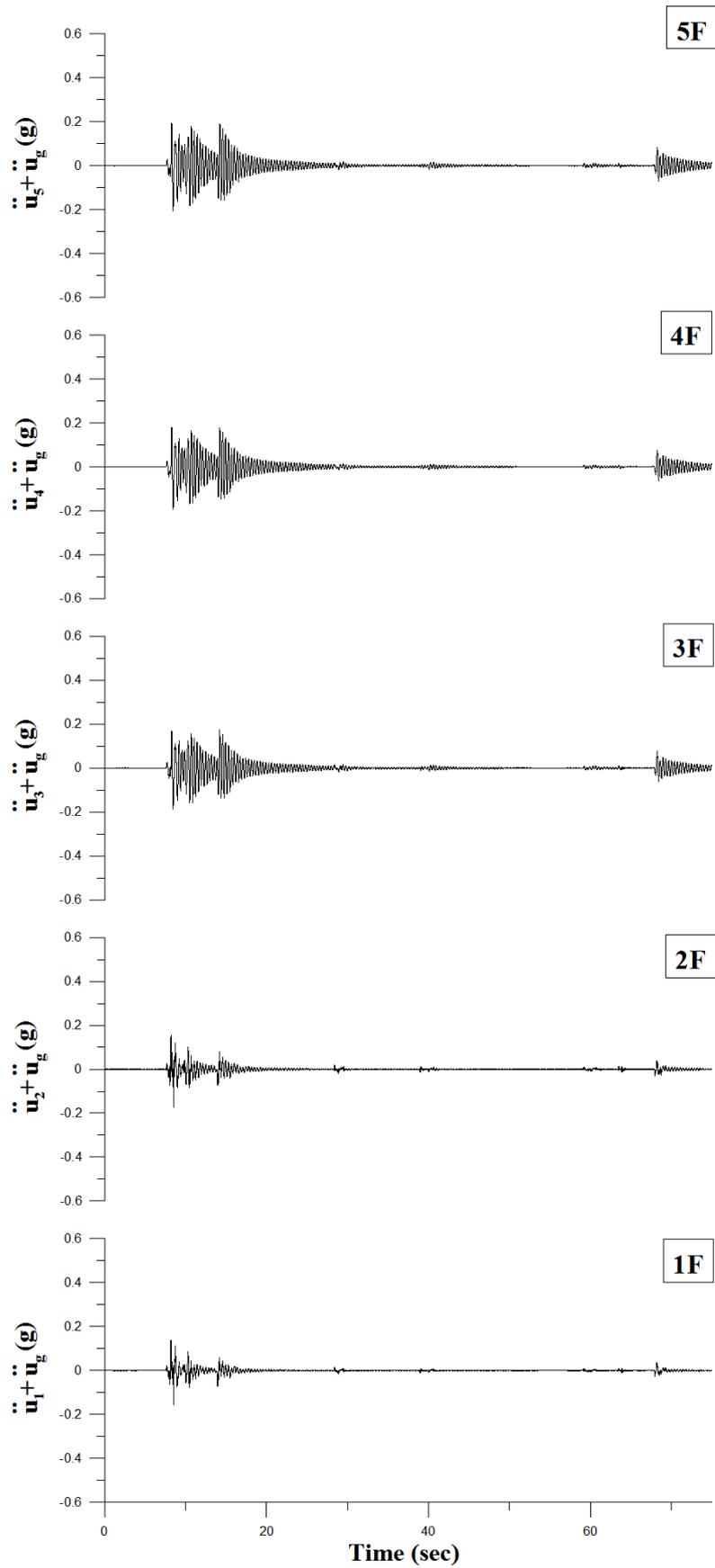
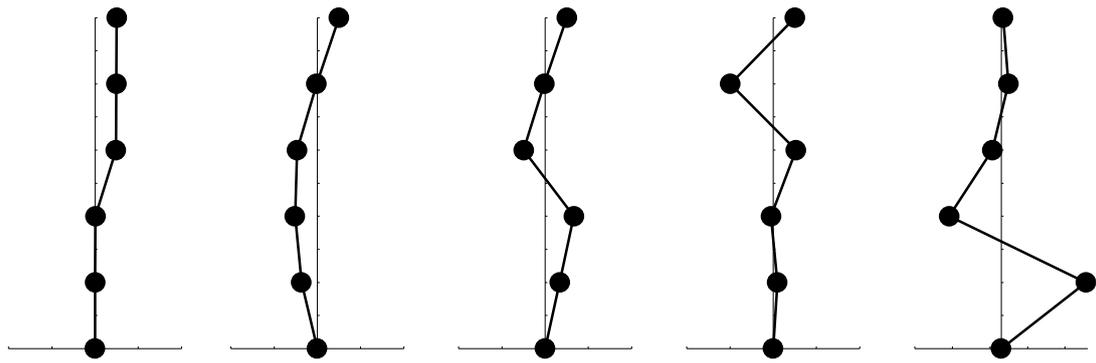


圖 4.40 CASE B3 各樓層加速度歷時(El Centro, PGA=0.1g, 3樓受損)



Mode 1

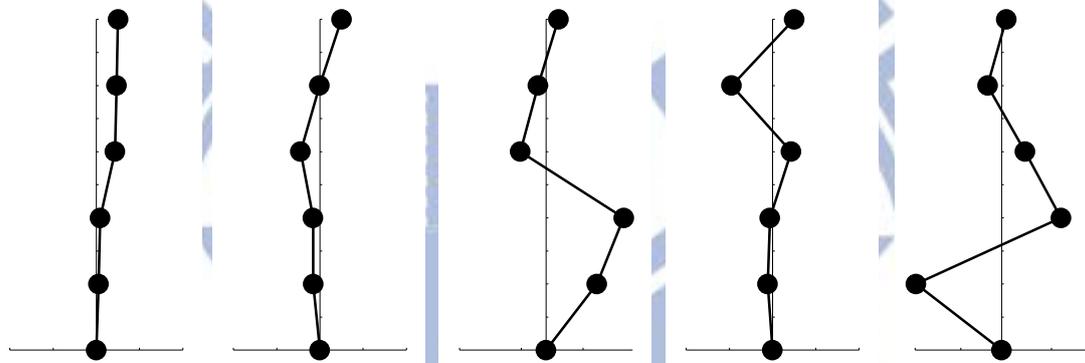
Mode 2

Mode 3

Mode 4

Mode 5

(a) ETABS 特徵分析



Mode 1

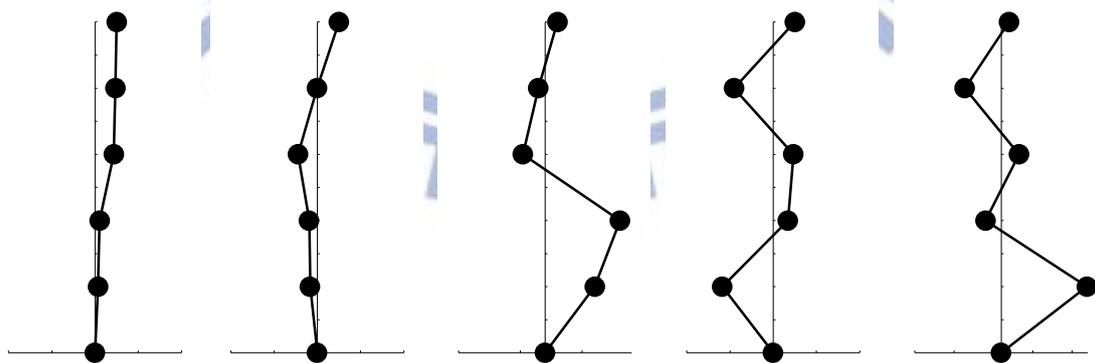
Mode 2

Mode 3

Mode 4

Mode 5(N.G.)

(b) SRIM



Mode 1

Mode 2

Mode 3

Mode 4(N.G.)

Mode 5(N.G.)

(c) SSI

圖 4.41 CASE B3 模態識別結果(El Centro, 3樓受損)

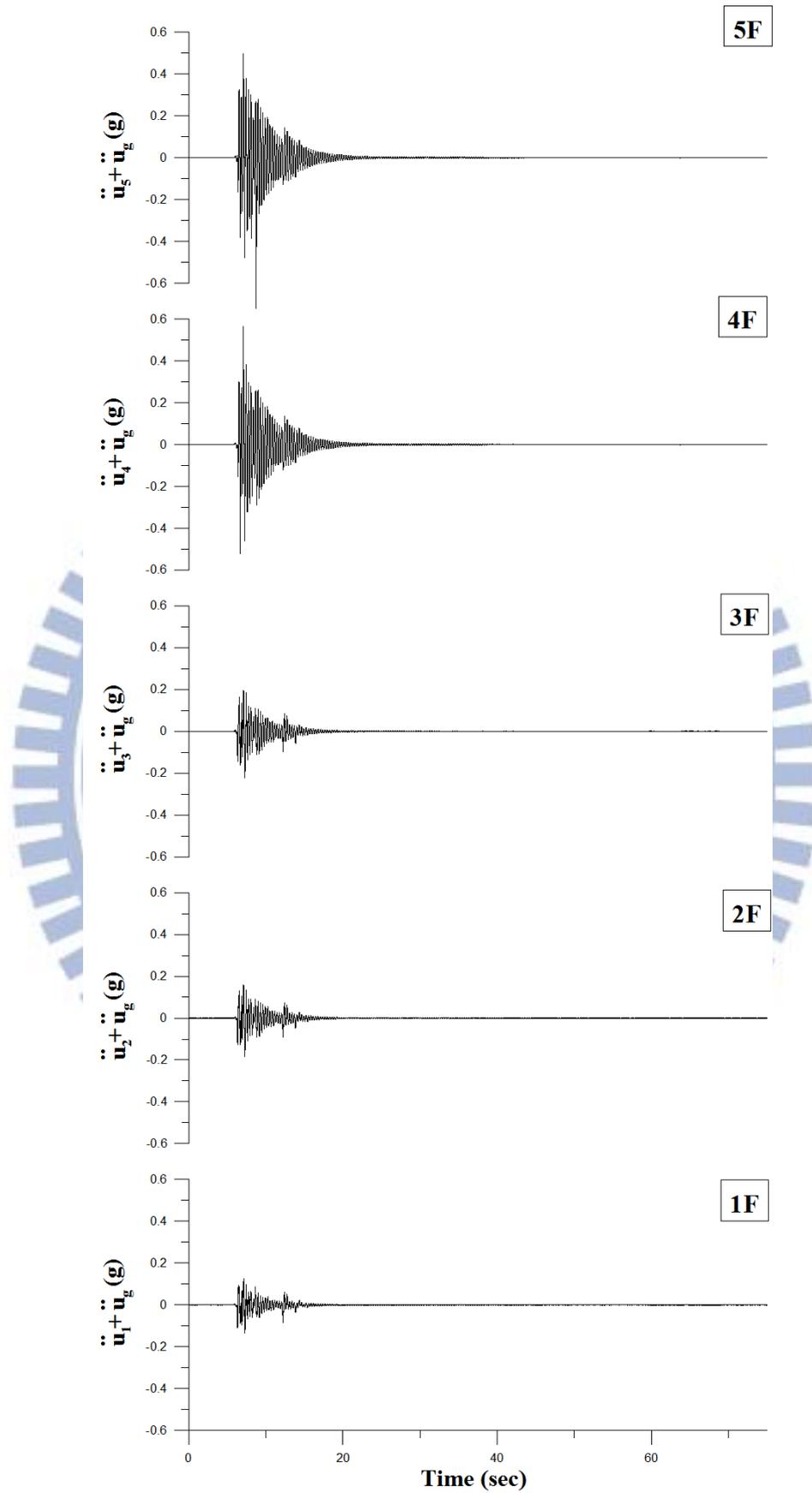
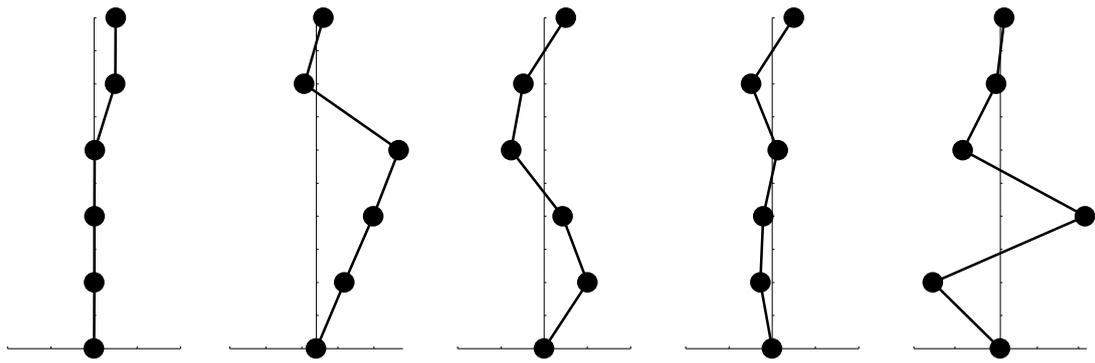


圖 4.42 CASE B4 各樓層加速度歷時(El Centro, PGA=0.1g, 4 樓受損)



Mode 1

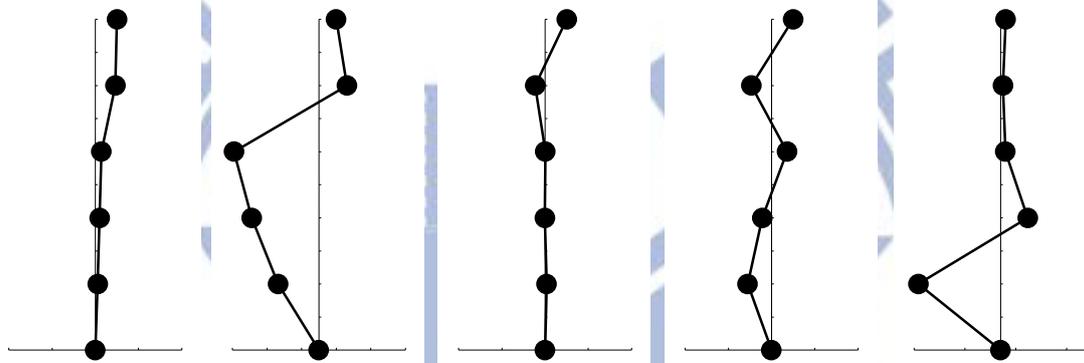
Mode 2

Mode 3

Mode 4

Mode 5

(a) ETABS 特徵分析



Mode 1

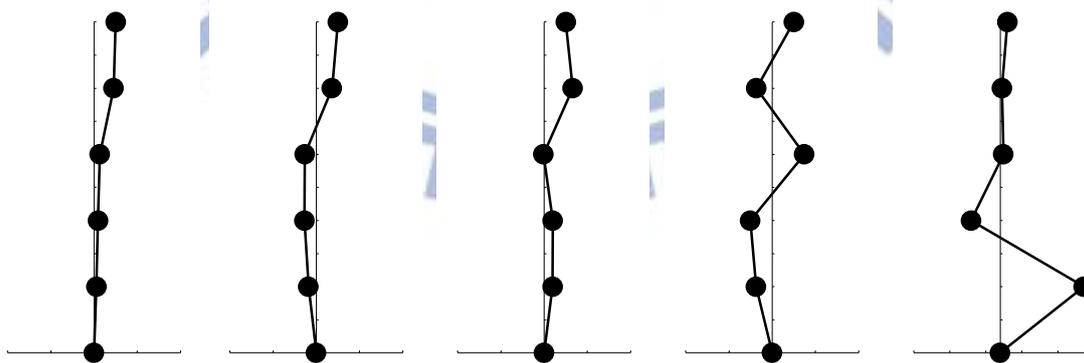
Mode 2

Mode 3(N.G.)

Mode 4

Mode 5(N.G.)

(b) SRIM



Mode 1

Mode 2

Mode 3(N.G.)

Mode 4(N.G.)

Mode 5(N.G.)

(c) SSI

圖 4.43 CASE B4 模態識別結果(El Centro, 4 樓受損)

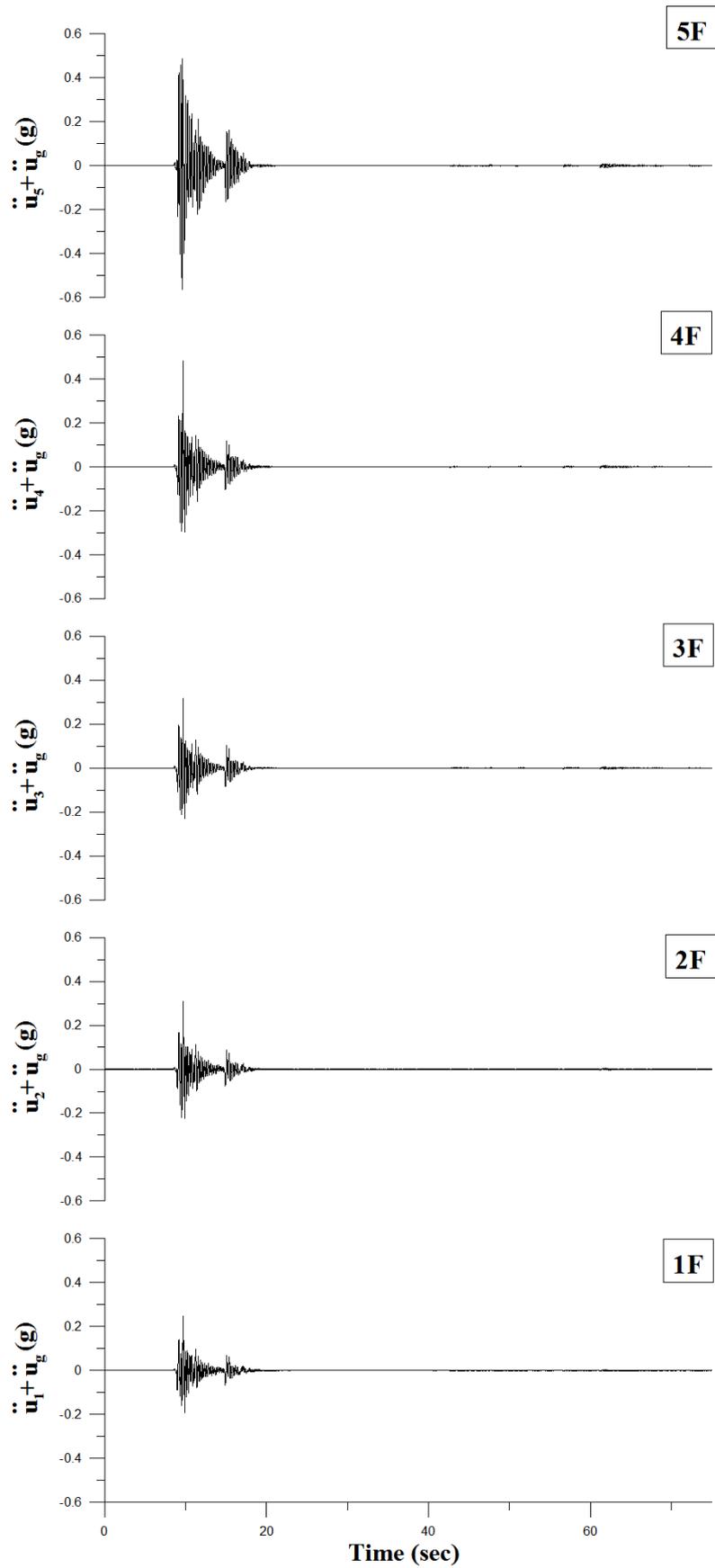
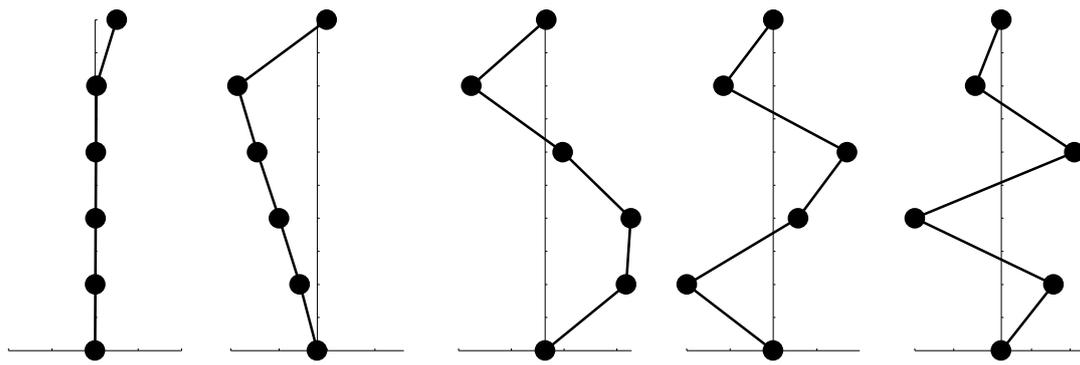
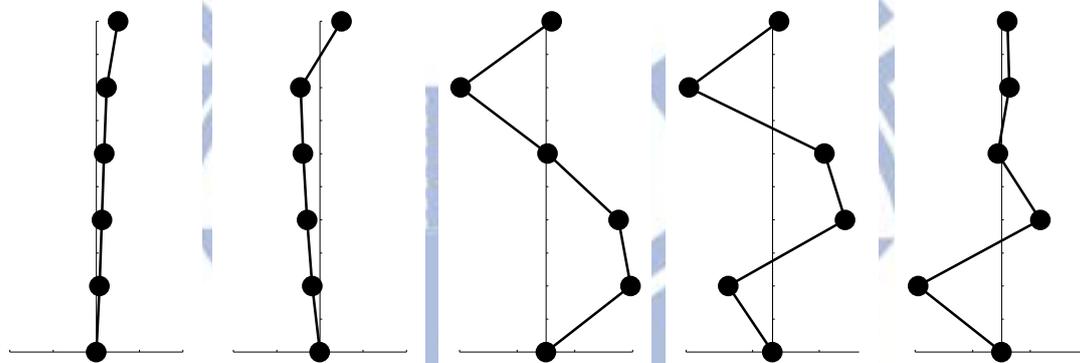


圖 4.44 CASE B5 各樓層加速度歷時(El Centro, PGA=0.1g, 5樓受損)



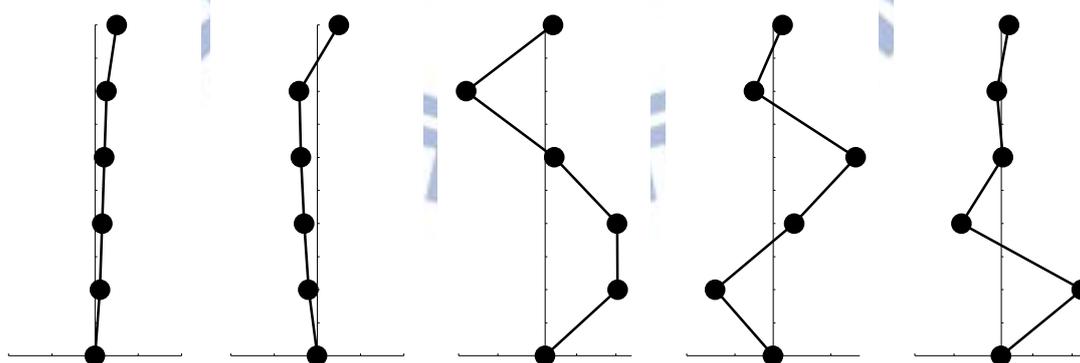
Mode 1      Mode 2      Mode 3      Mode 4      Mode 5

(a) ETABS 特徵分析



Mode 1      Mode 2      Mode 3      Mode 4      Mode 5(N.G.)

(b) SRIM



Mode 1      Mode 2      Mode 3      Mode 4(N.G.)      Mode 5(N.G.)

(c) SSI

圖 4.45 CASE B5 模態識別結果(El Centro, 5 樓受損)

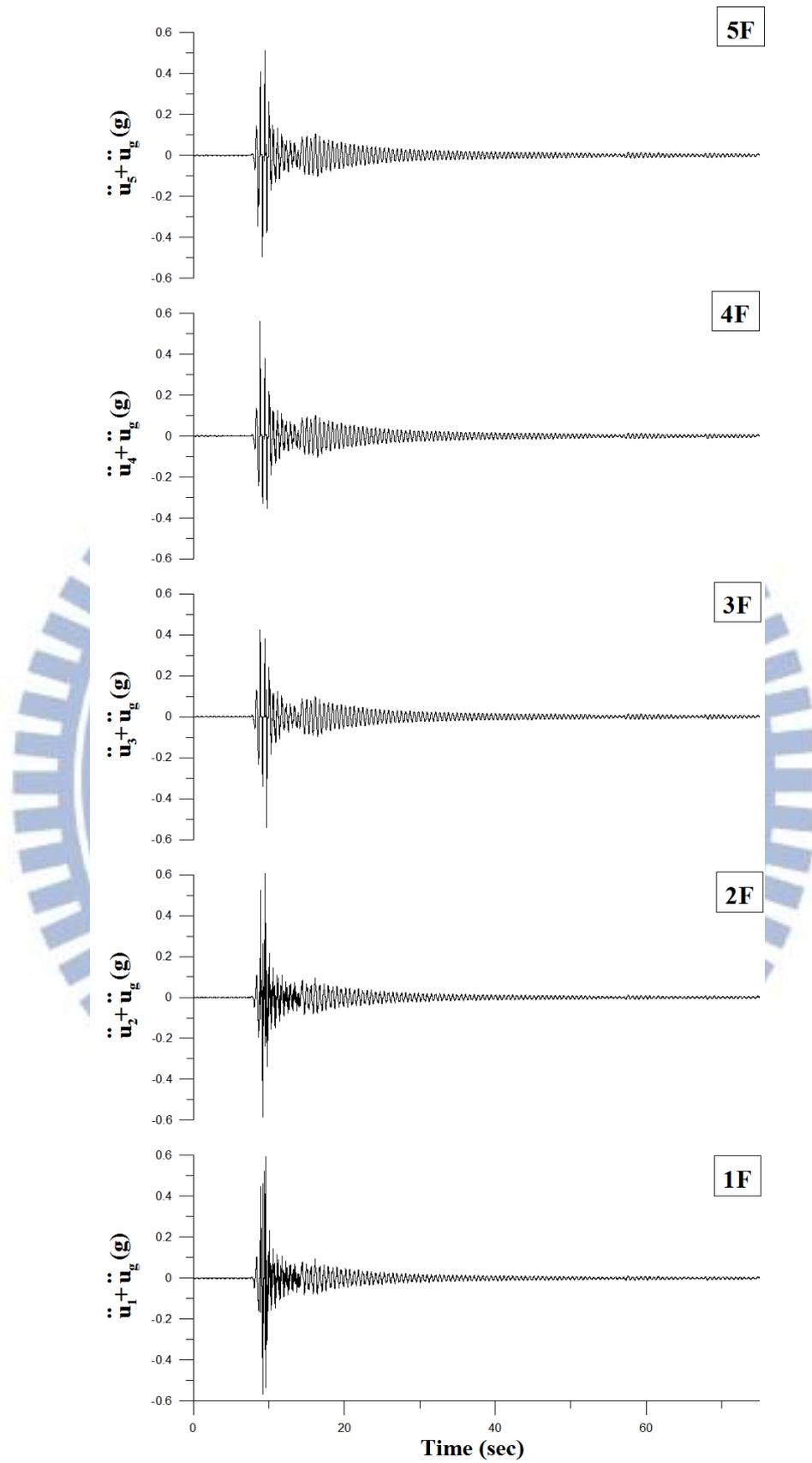
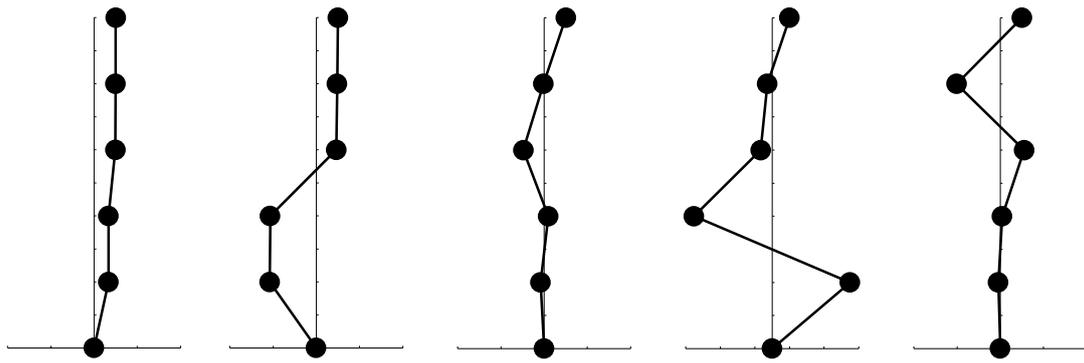


圖 4.46 CASE B13 各樓層加速度歷時 (El Centro, PGA=0.1g, 1樓及3樓受損)



Mode 1

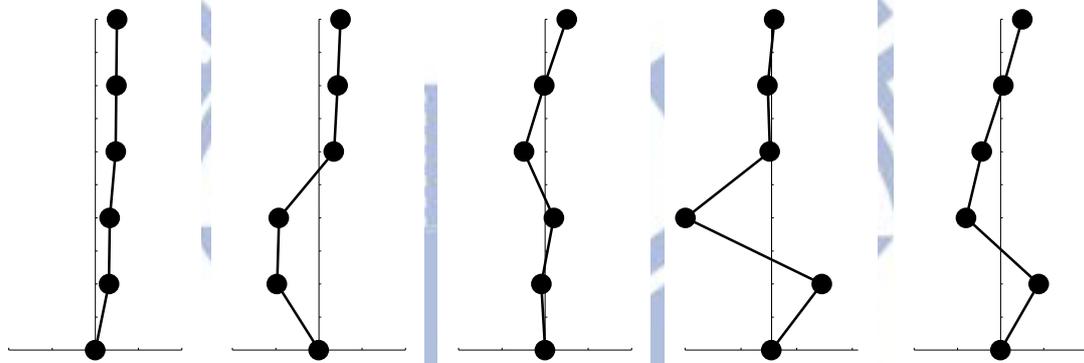
Mode 2

Mode 3

Mode 4

Mode 5

(a) ETABS 特徵分析



Mode 1

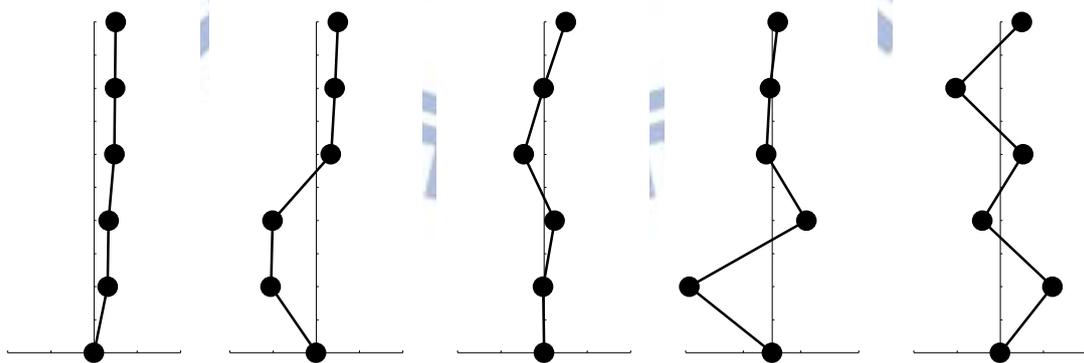
Mode 2

Mode 3

Mode 4

Mode 5(N.G.)

(b) SRIM



Mode 1

Mode 2

Mode 3

Mode 4(N.G.)

Mode 5(N.G.)

(c) SSI

圖 4.47 CASE B13 模態識別結果(El Centro, 1樓及3樓受損)

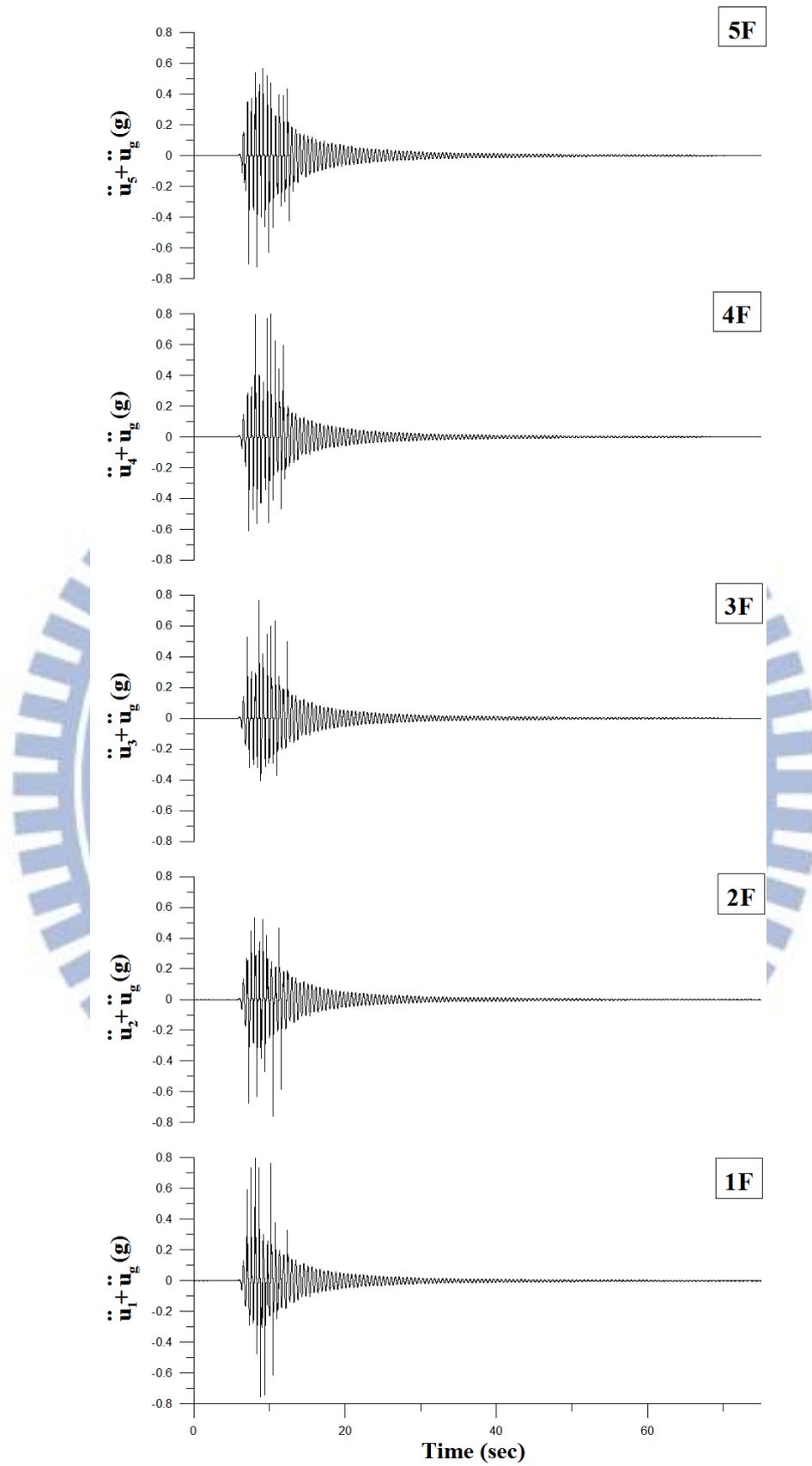
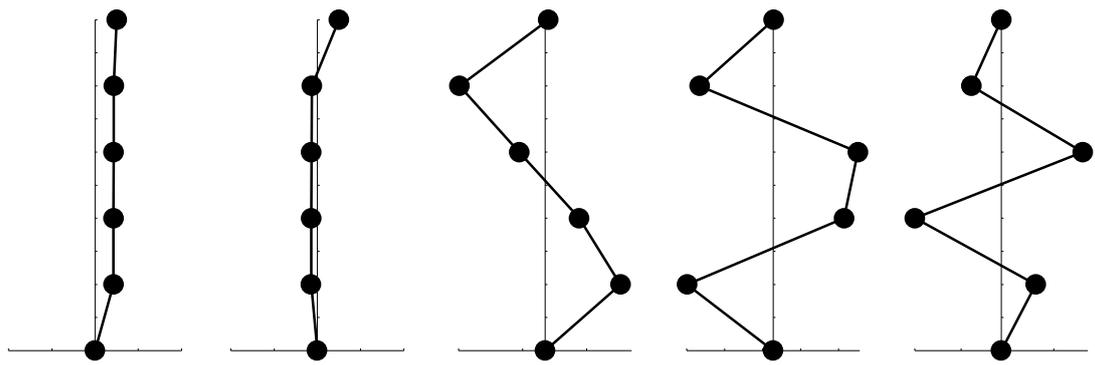


圖 4.48 CASE B15 各樓層加速度歷時 (El Centro, PGA=0.1g, 1樓及5樓受損)



Mode 1

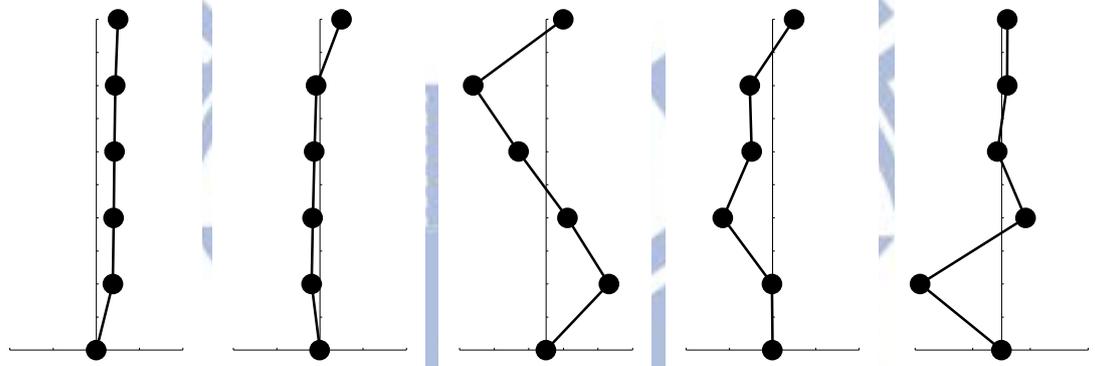
Mode 2

Mode 3

Mode 4

Mode 5

(a) ETABS 特徵分析



Mode 1

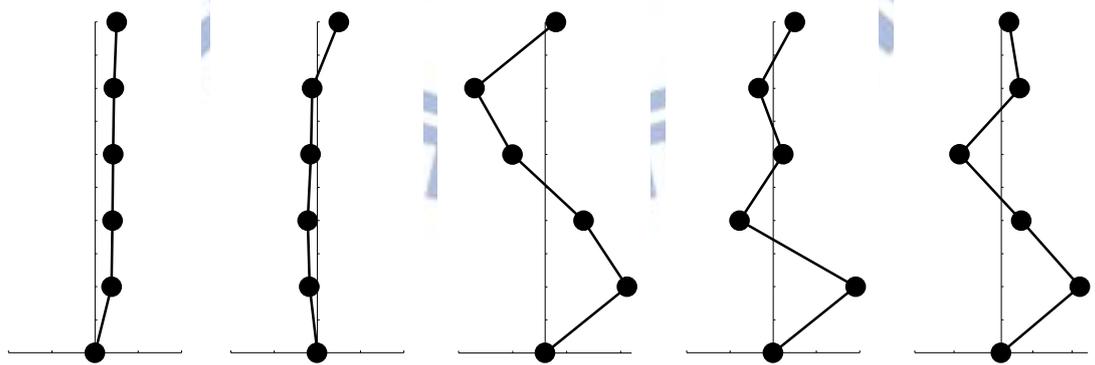
Mode 2

Mode 3

Mode 4(N.G.)

Mode 5(N.G.)

(b) SRIM



Mode 1

Mode 2

Mode 3

Mode 4(N.G.)

Mode 5(N.G.)

(c) SSI

圖 4.49 CASE B15 模態識別結果(El Centro, 1樓及5樓受損)

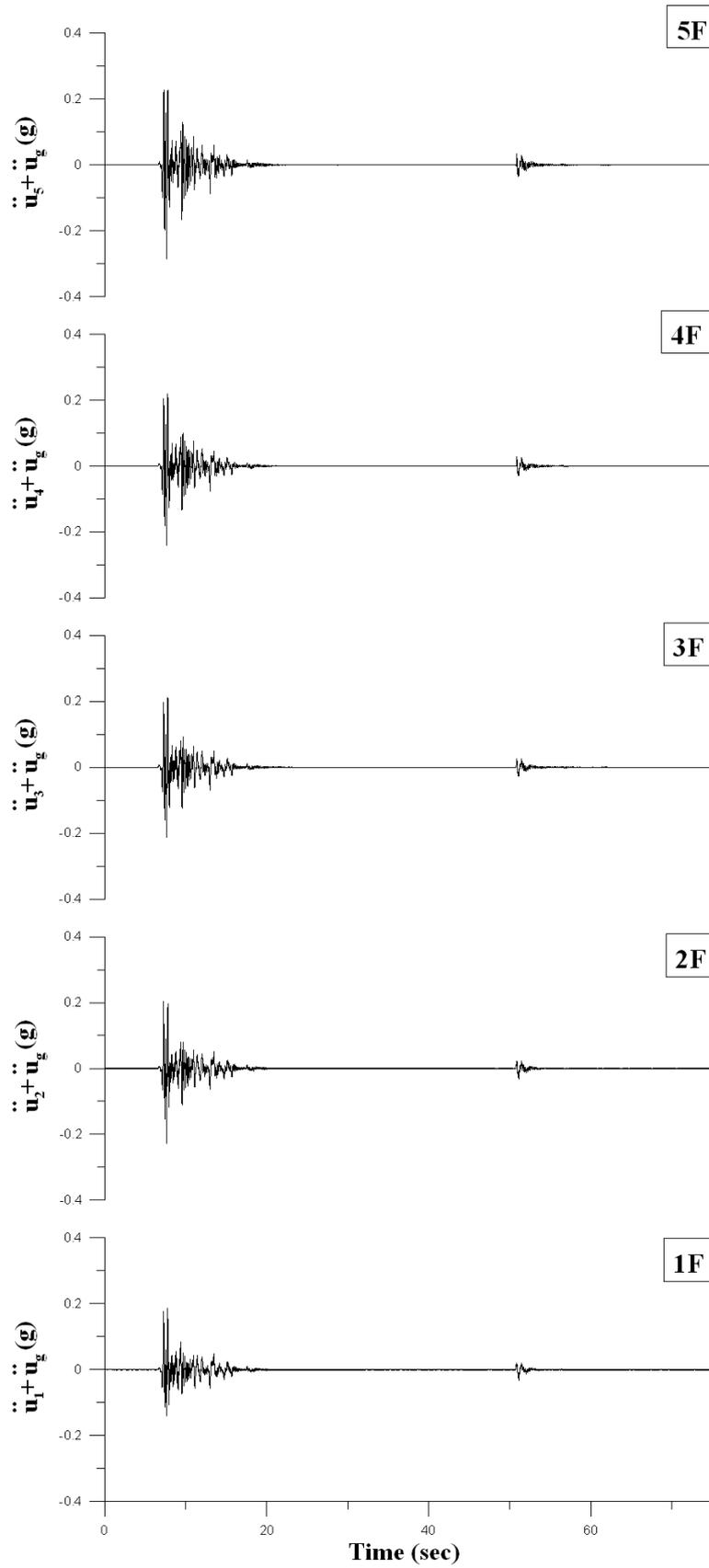
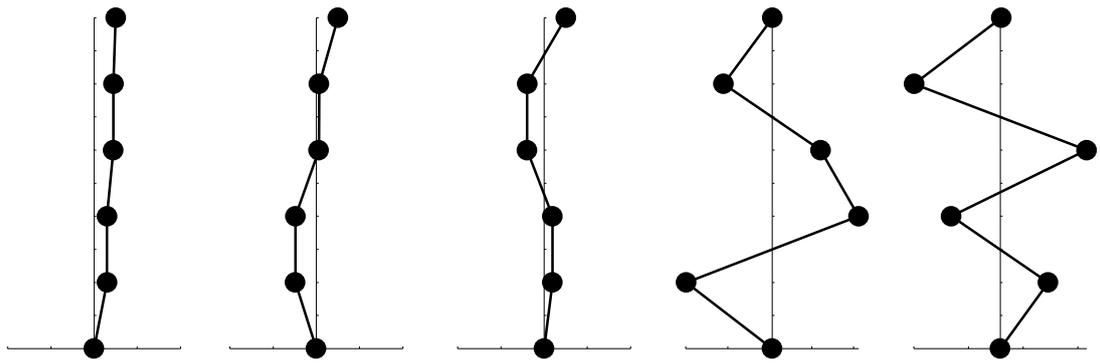


圖 4.50 CASE B135 各樓層加速度歷時  
(El Centro, PGA=0.1g, 1樓、3樓及5樓受損)



Mode 1

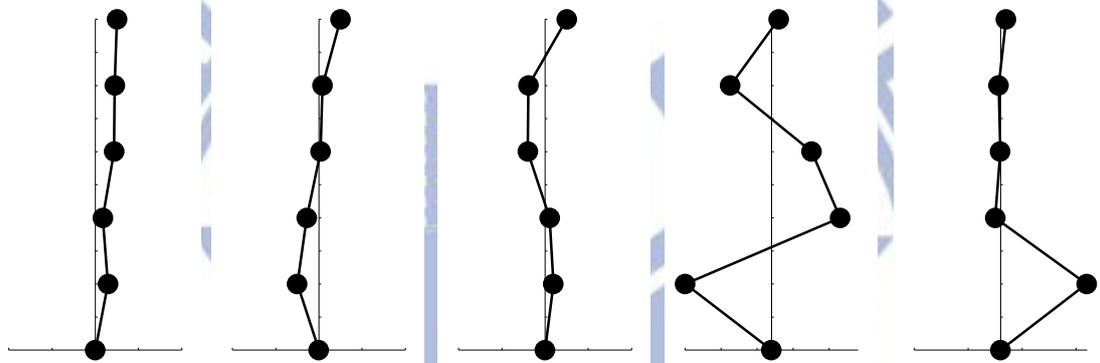
Mode 2

Mode 3

Mode 4

Mode 5

(a) ETABS 特徵分析



Mode 1

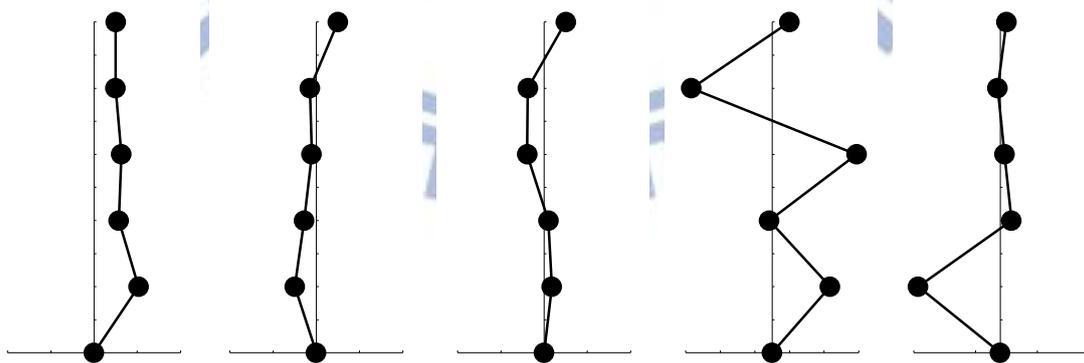
Mode 2

Mode 3

Mode 4

Mode 5(N.G.)

(b) SRIM



Mode 1

Mode 2

Mode 3

Mode 4(N.G.)

Mode 5(N.G.)

(c) SSI

圖 4.51 CASE B135 模態識別結果(El Centro, 1 樓、3 樓及 5 樓受損)

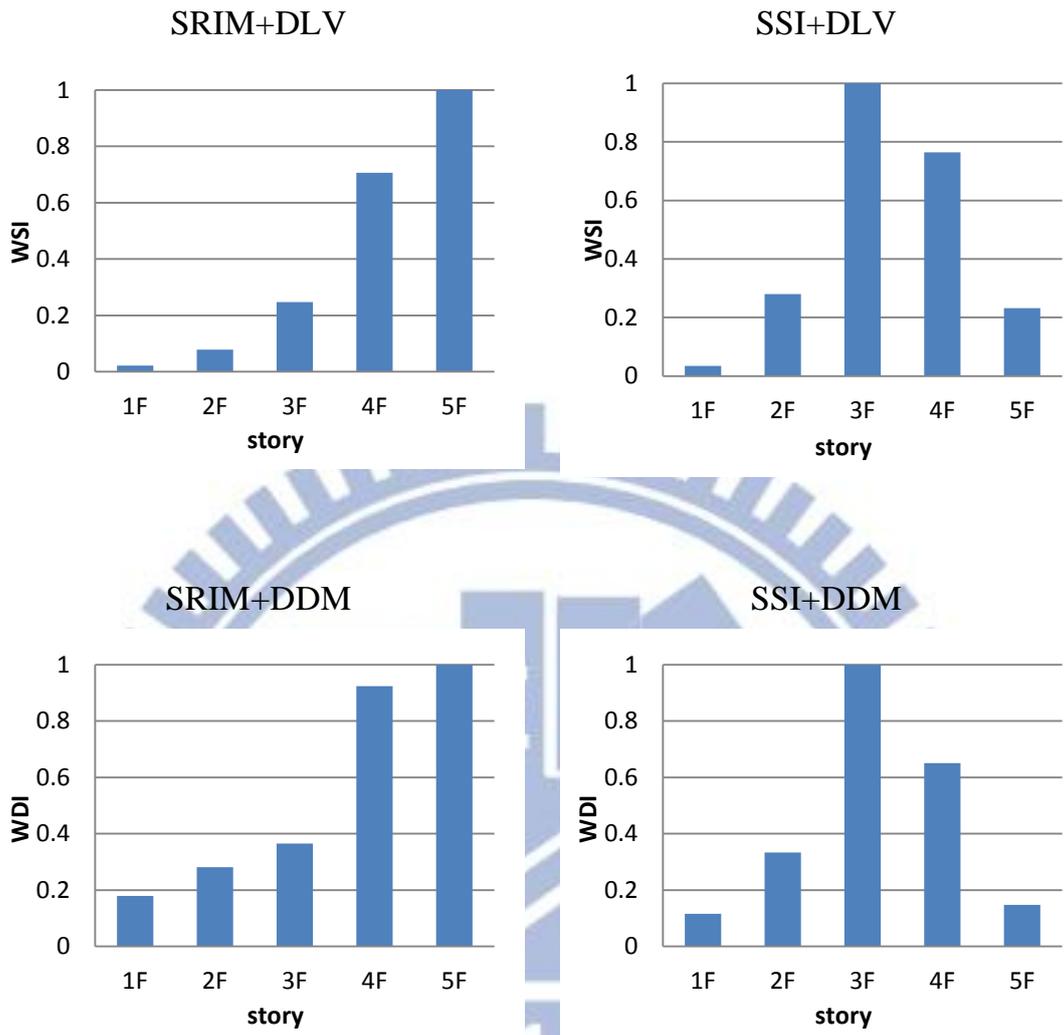


圖 4.52 CASE B1 結構損傷探測分析結果(EI Centro, 一樓受損)

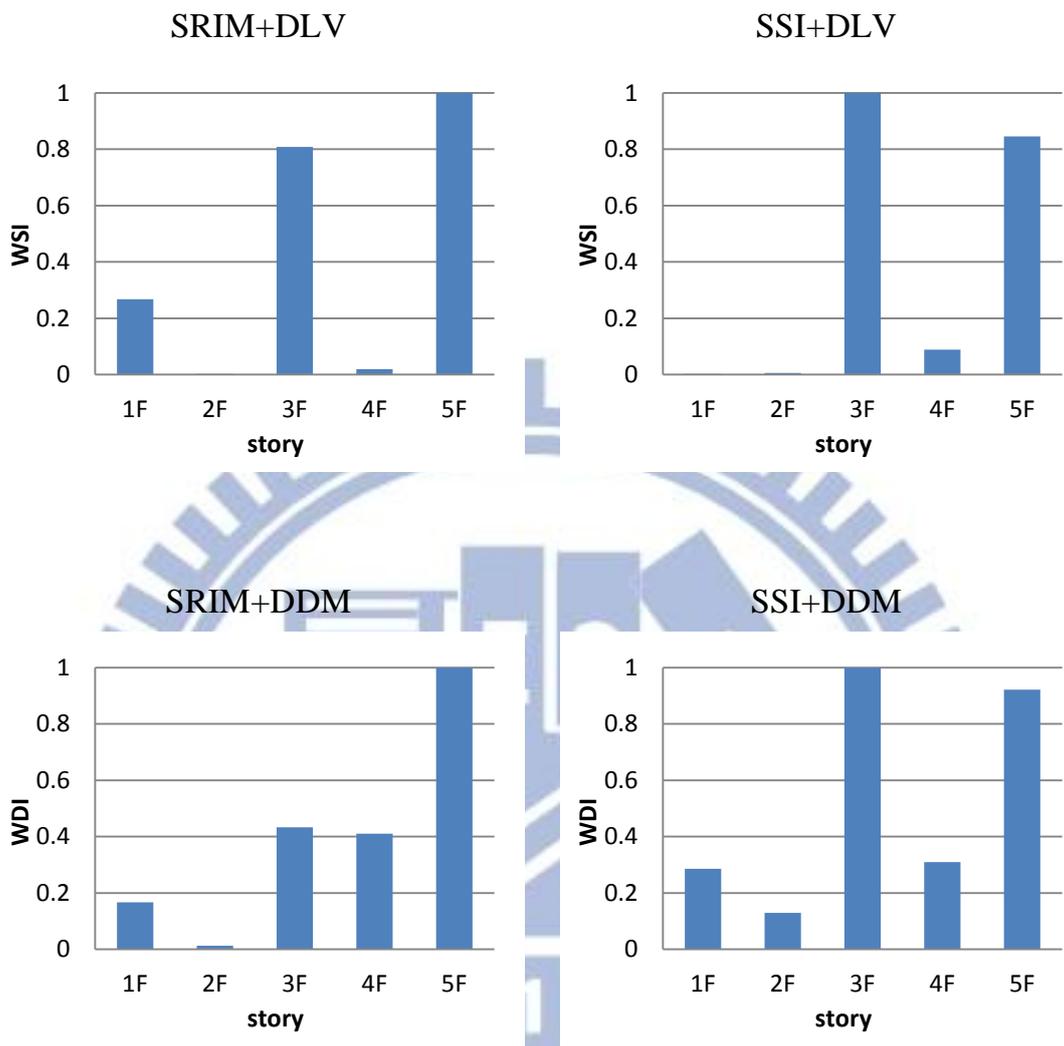


圖 4.53 CASE B2 結構損傷探測分析結果(El Centro, 二樓受損)

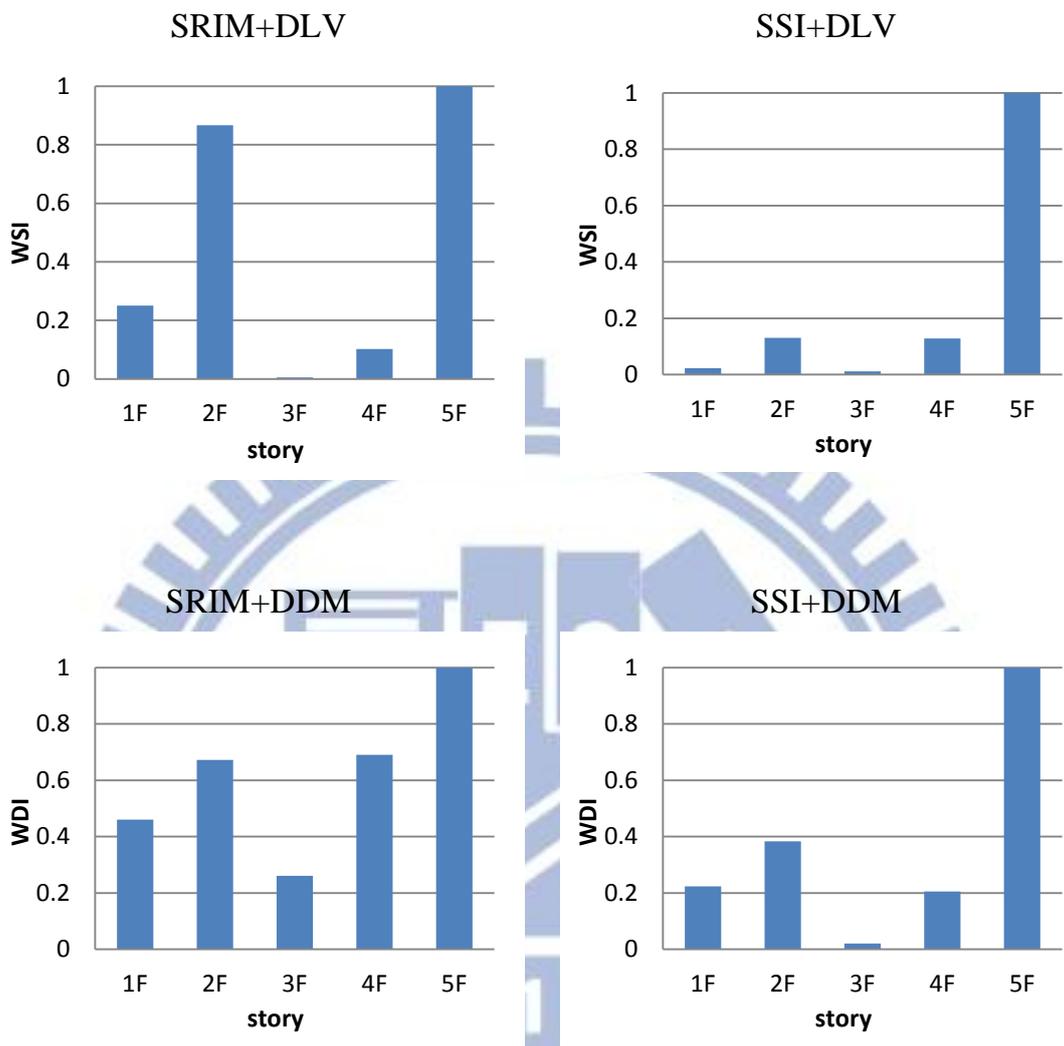


圖 4.54 CASE B3 結構損傷探測分析結果(El Centro, 三樓受損)

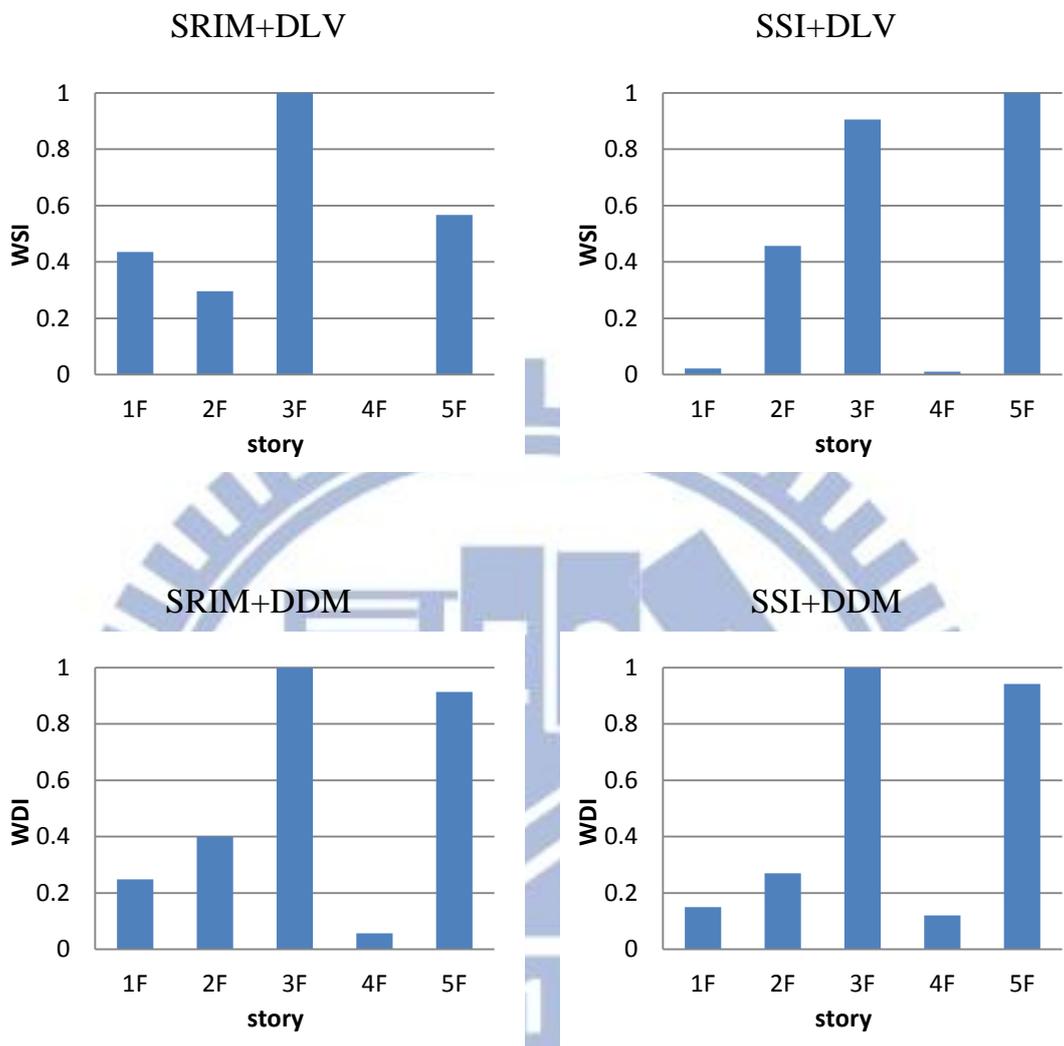


圖 4.55 CASE B4 結構損傷探測分析結果(El Centro, 四樓受損)

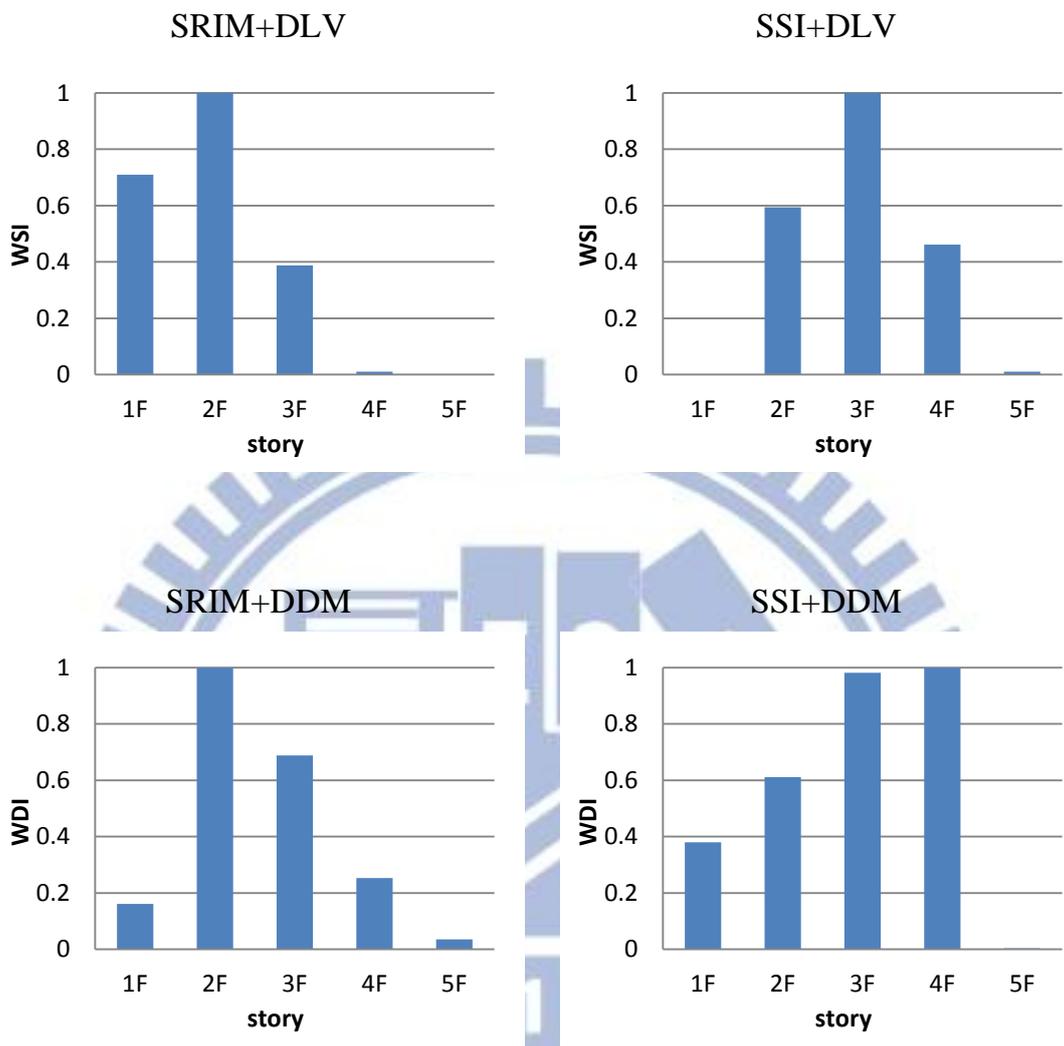


圖 4.56 CASE B5 結構損傷探測分析結果(El Centro, 五樓受損)

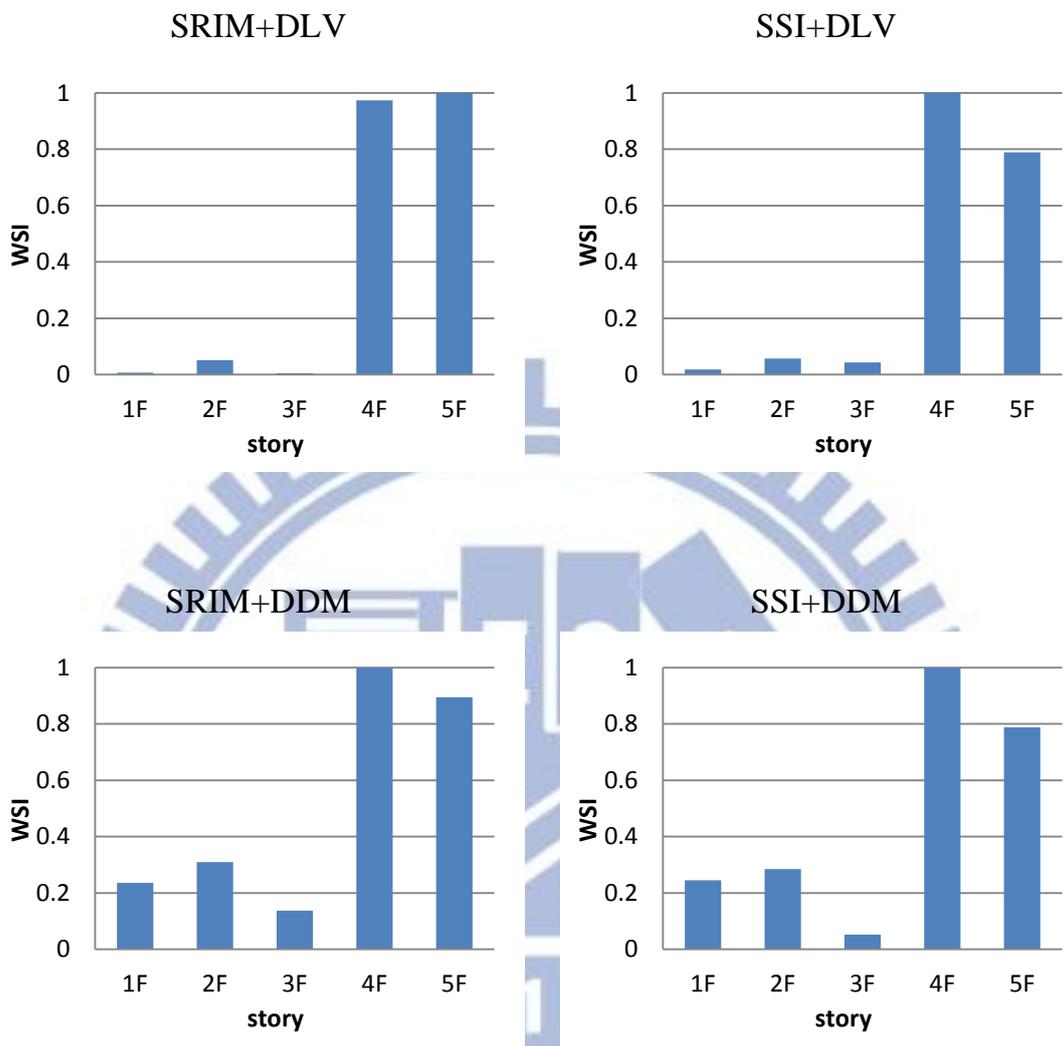


圖 4.57 CASE B13 結構損傷探測分析結果(El Centro，一樓及三樓受損)

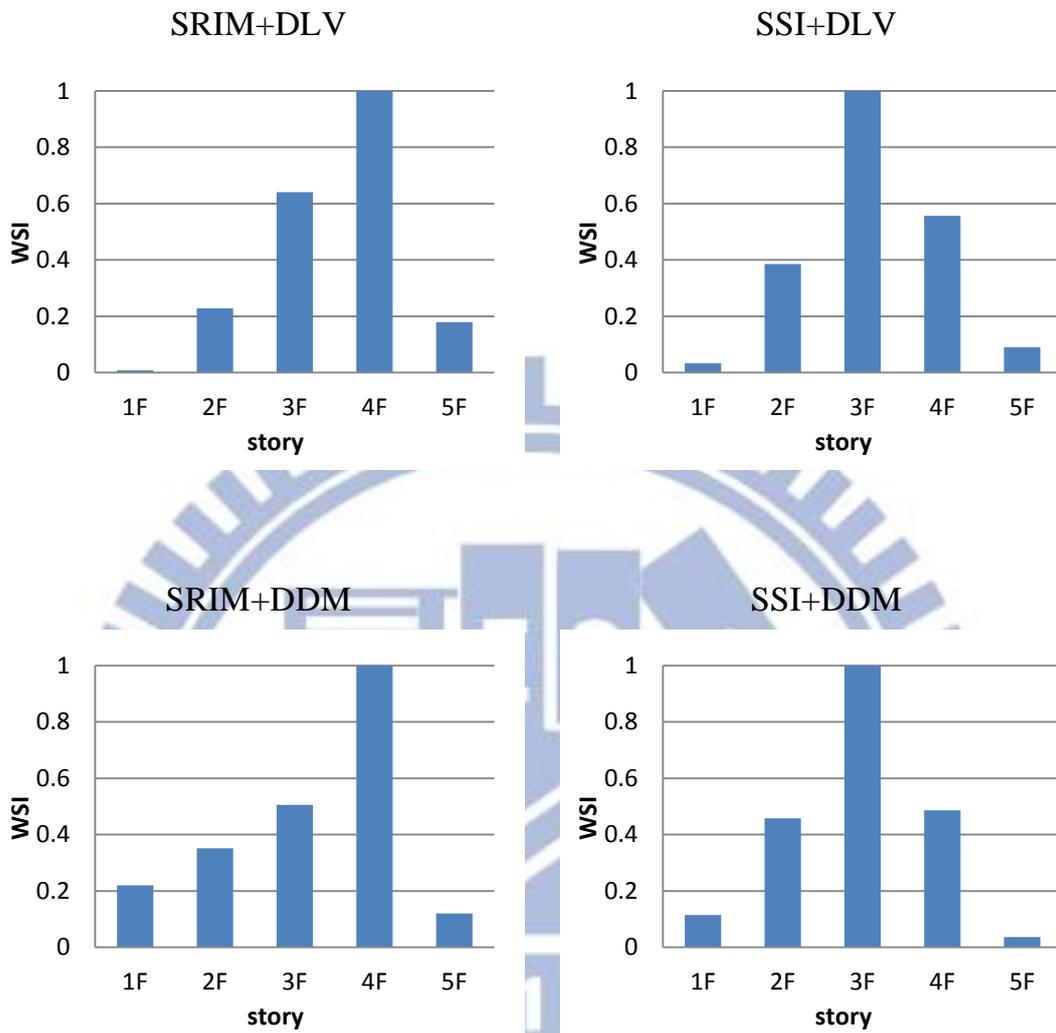


圖 4.58 CASE B15 結構損傷探測分析結果(El Centro，一樓及五樓受損)

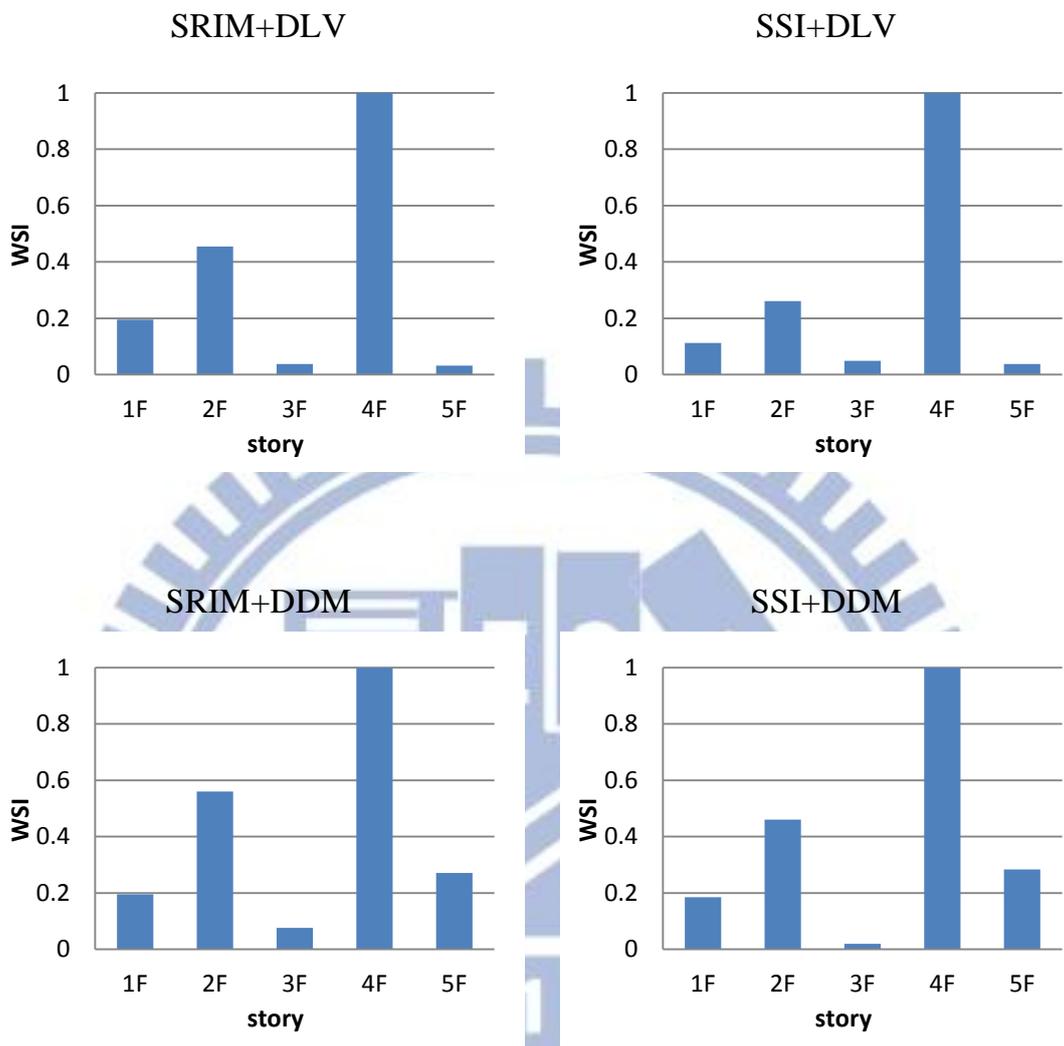


圖 4.59 CASE B135 結構損傷探測分析結果 (El Centro, 一樓、三樓及五樓受損)

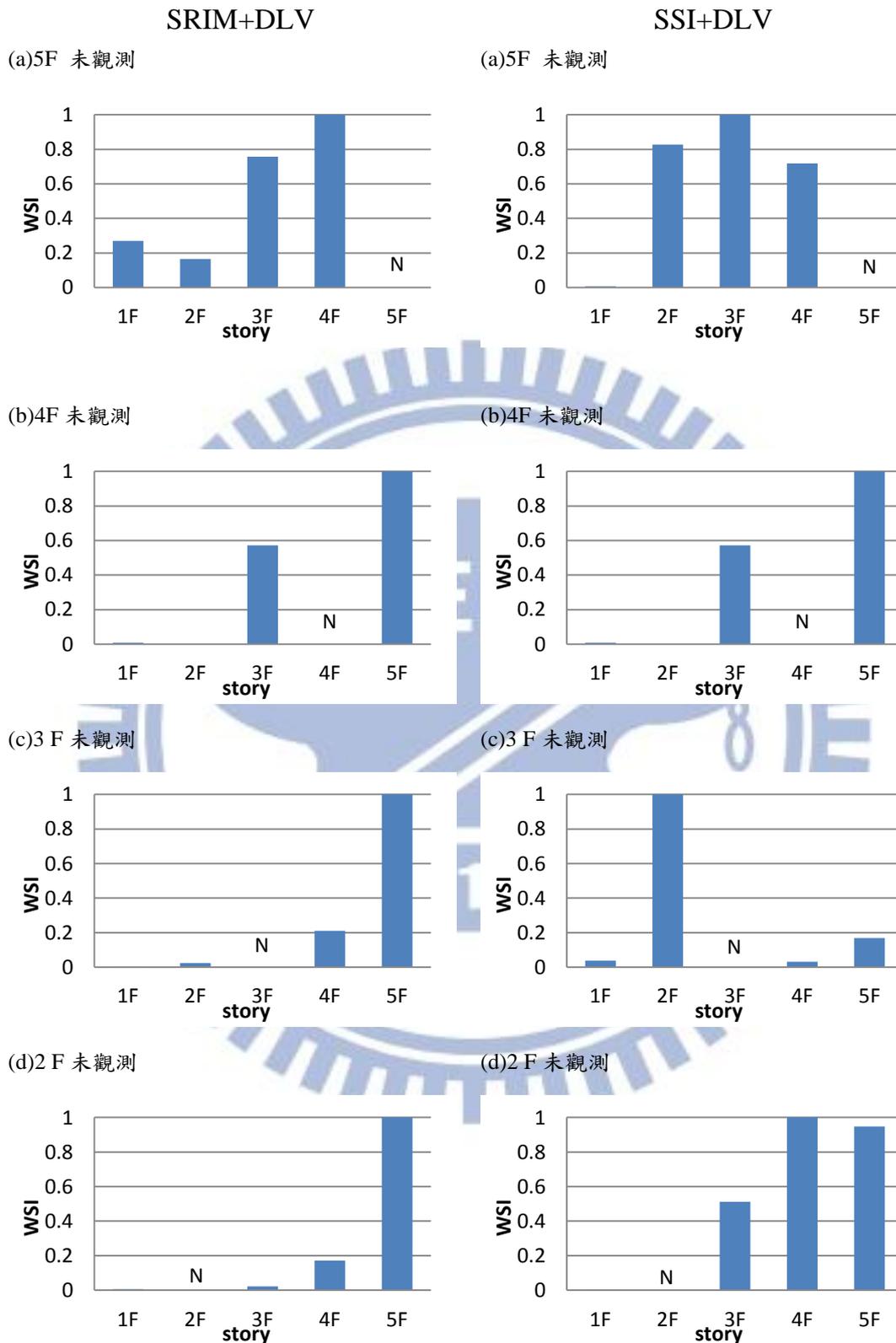


圖 4.60 CASE C1 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1，輸出數量：4)  
(White Noise，PGA=0.1g，1樓受損，部分觀測)

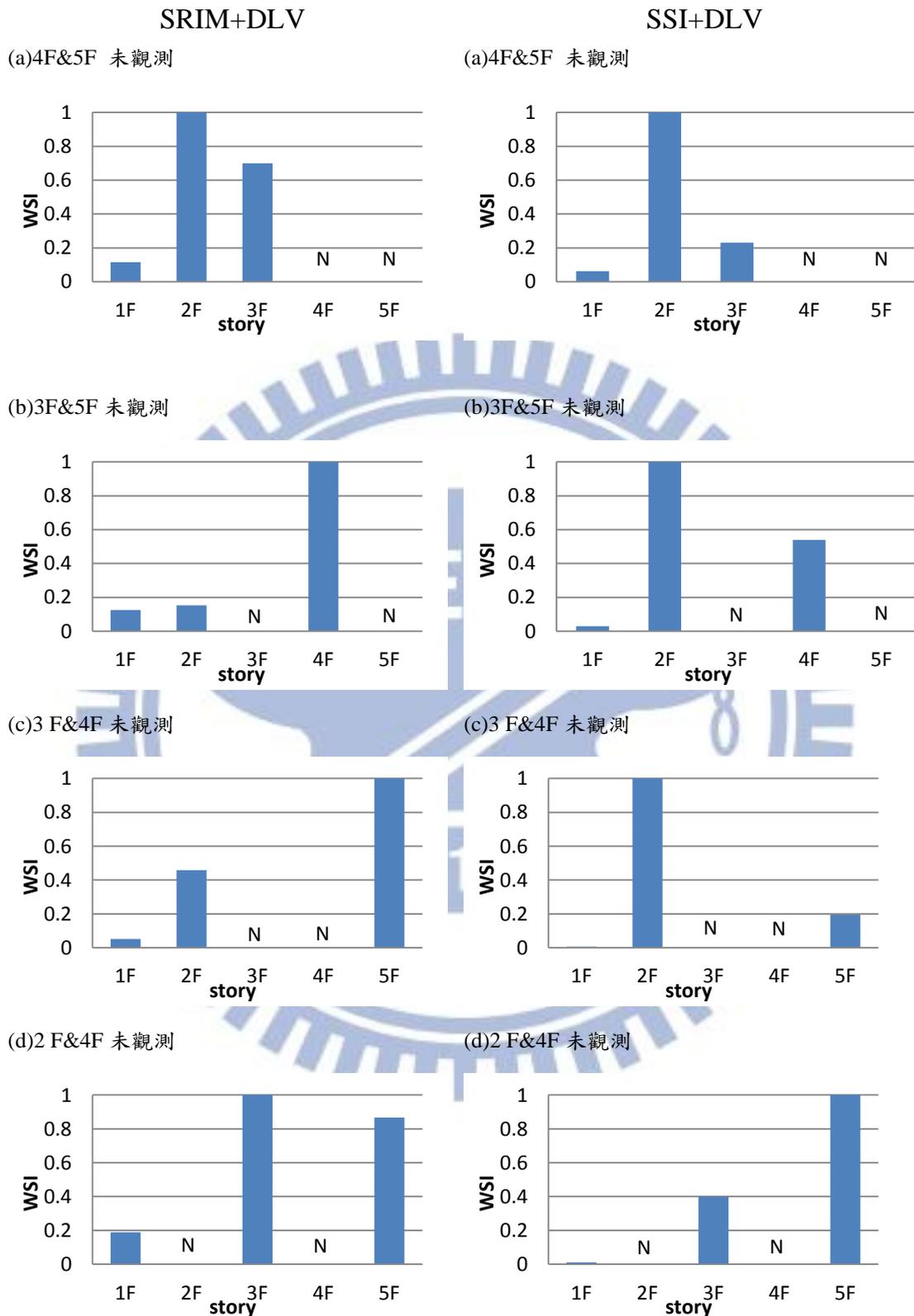


圖 4. 61 CASE C1 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1，輸出數量：3)  
(White Noise，PGA=0.1g，1 樓受損，部分觀測)

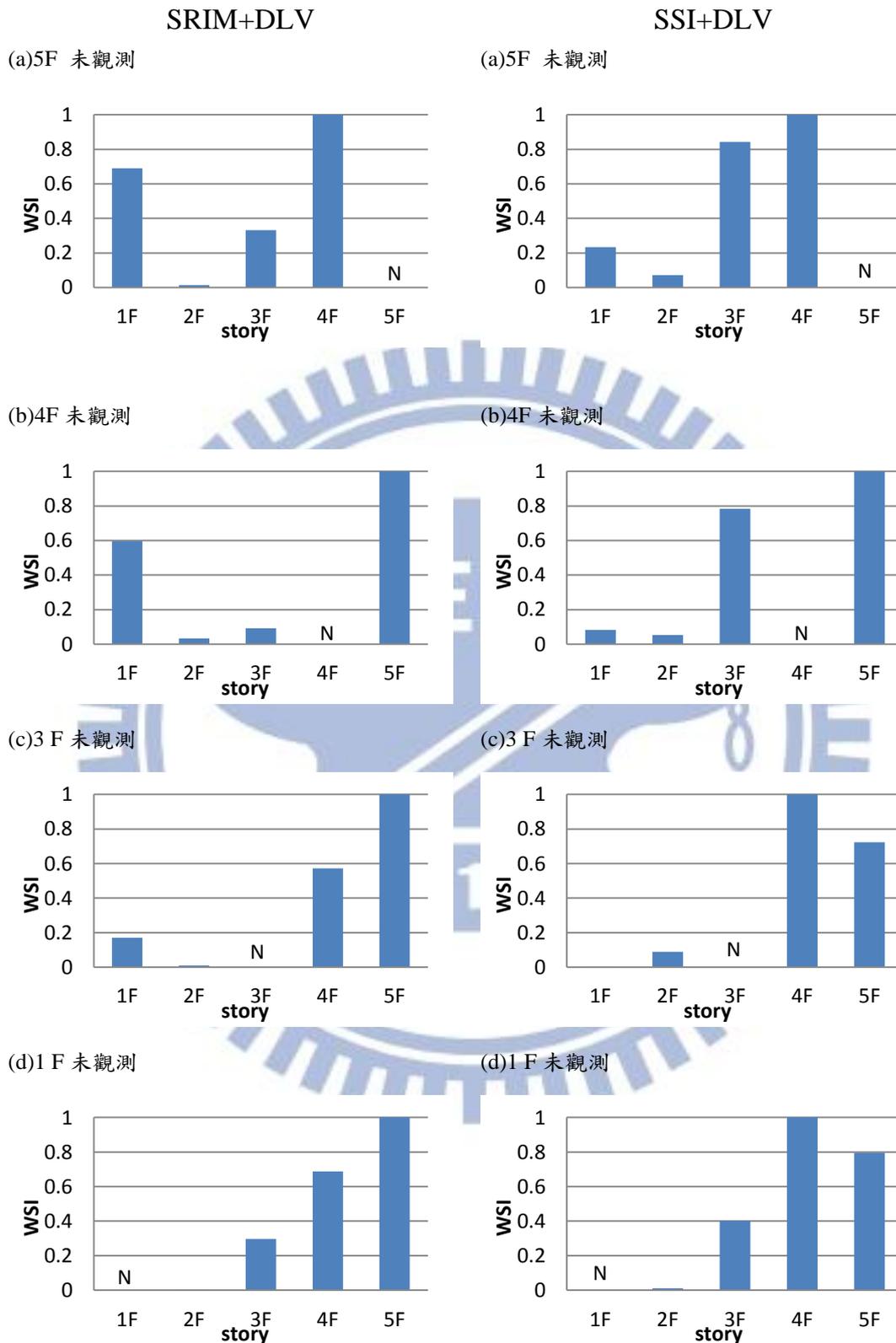


圖 4. 62 CASE C2 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1，輸出數量：4)  
(White Noise，PGA=0.1g，2 樓受損，部分觀測)

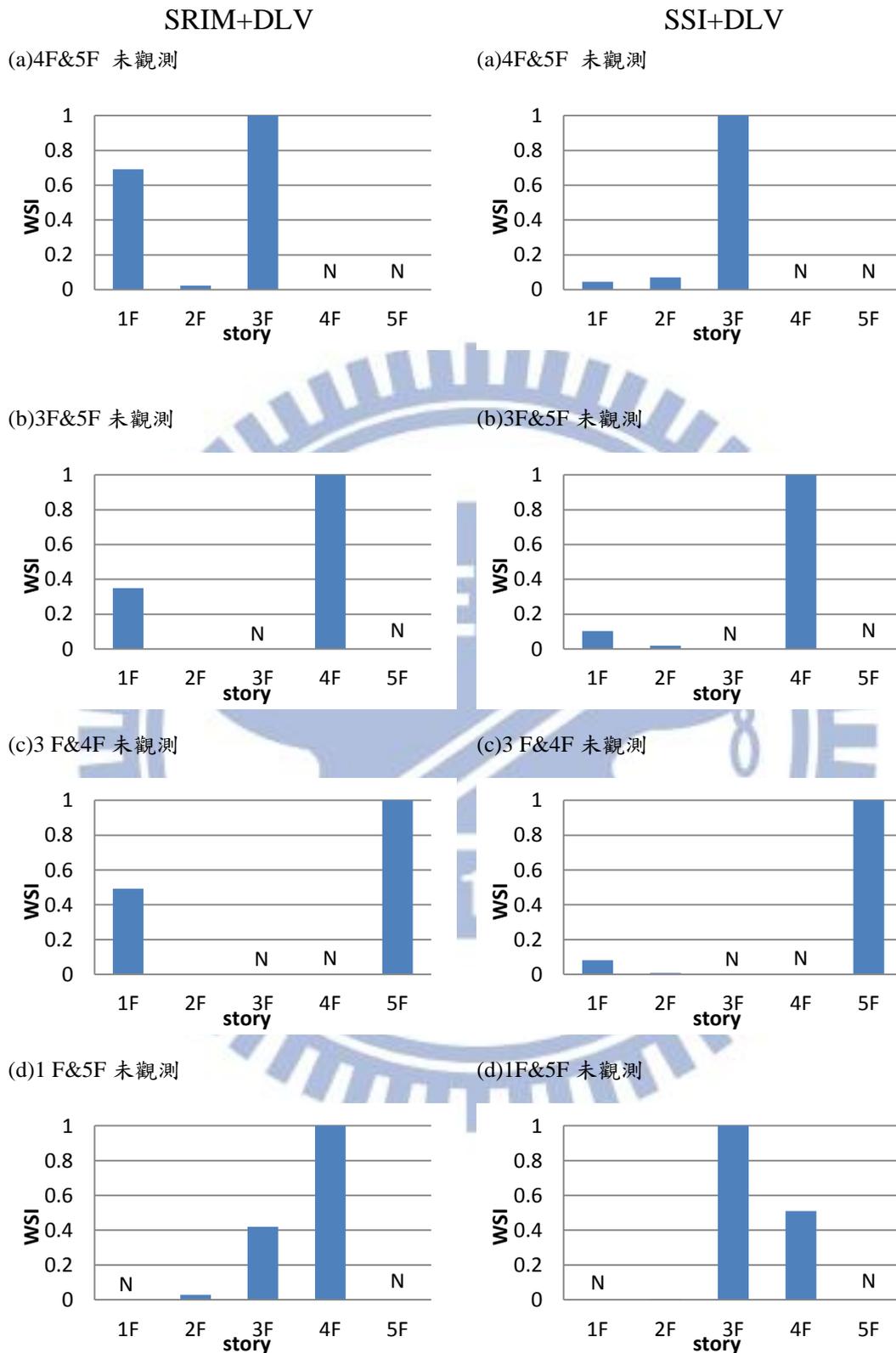


圖 4. 63 CASE C2 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1，輸出數量：3)  
(White Noise，PGA=0.1g，2 樓受損，部分觀測)

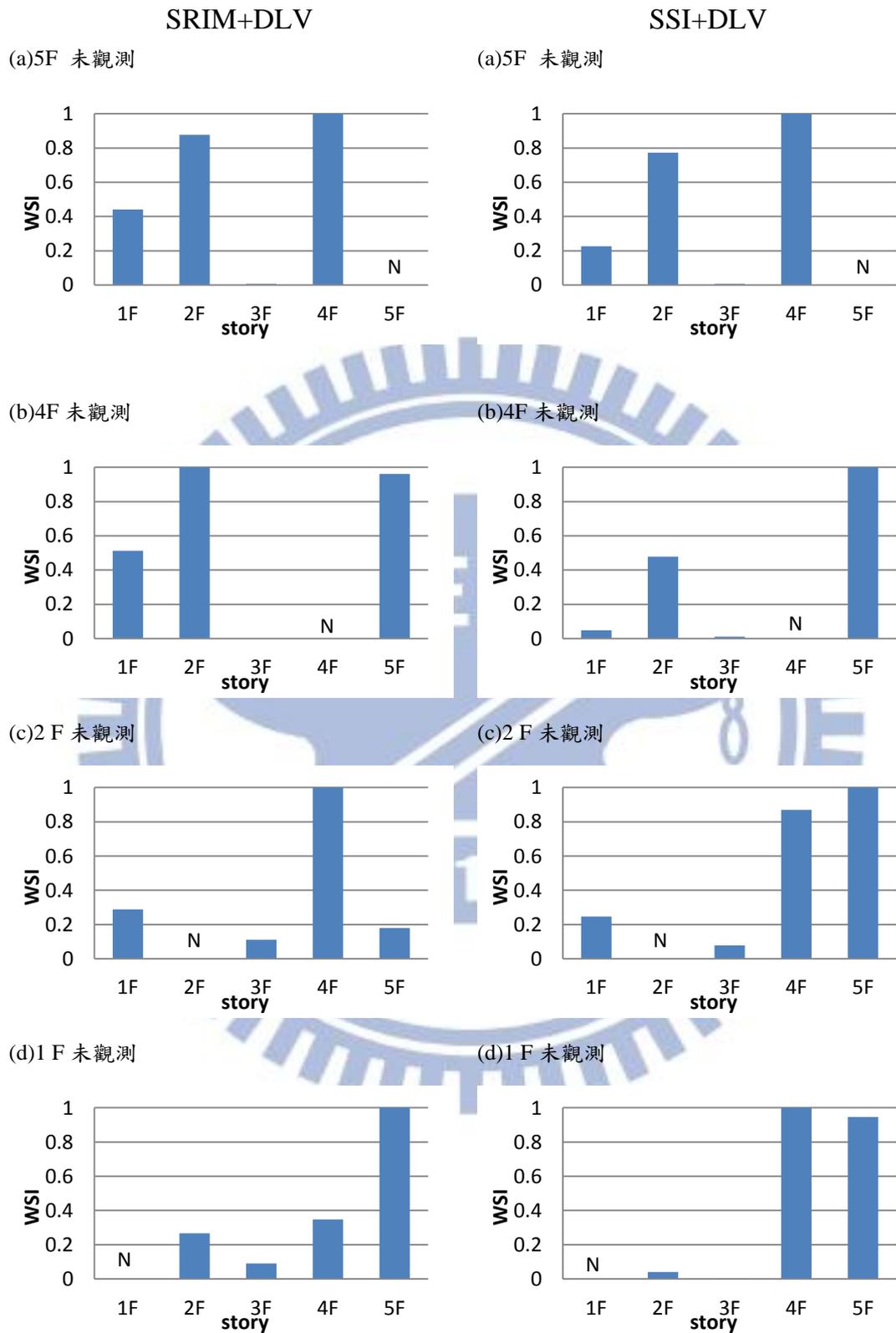


圖 4. 64 CASE C3 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1，輸出數量：4)  
(White Noise，PGA=0.1g，3 樓受損，部分觀測)

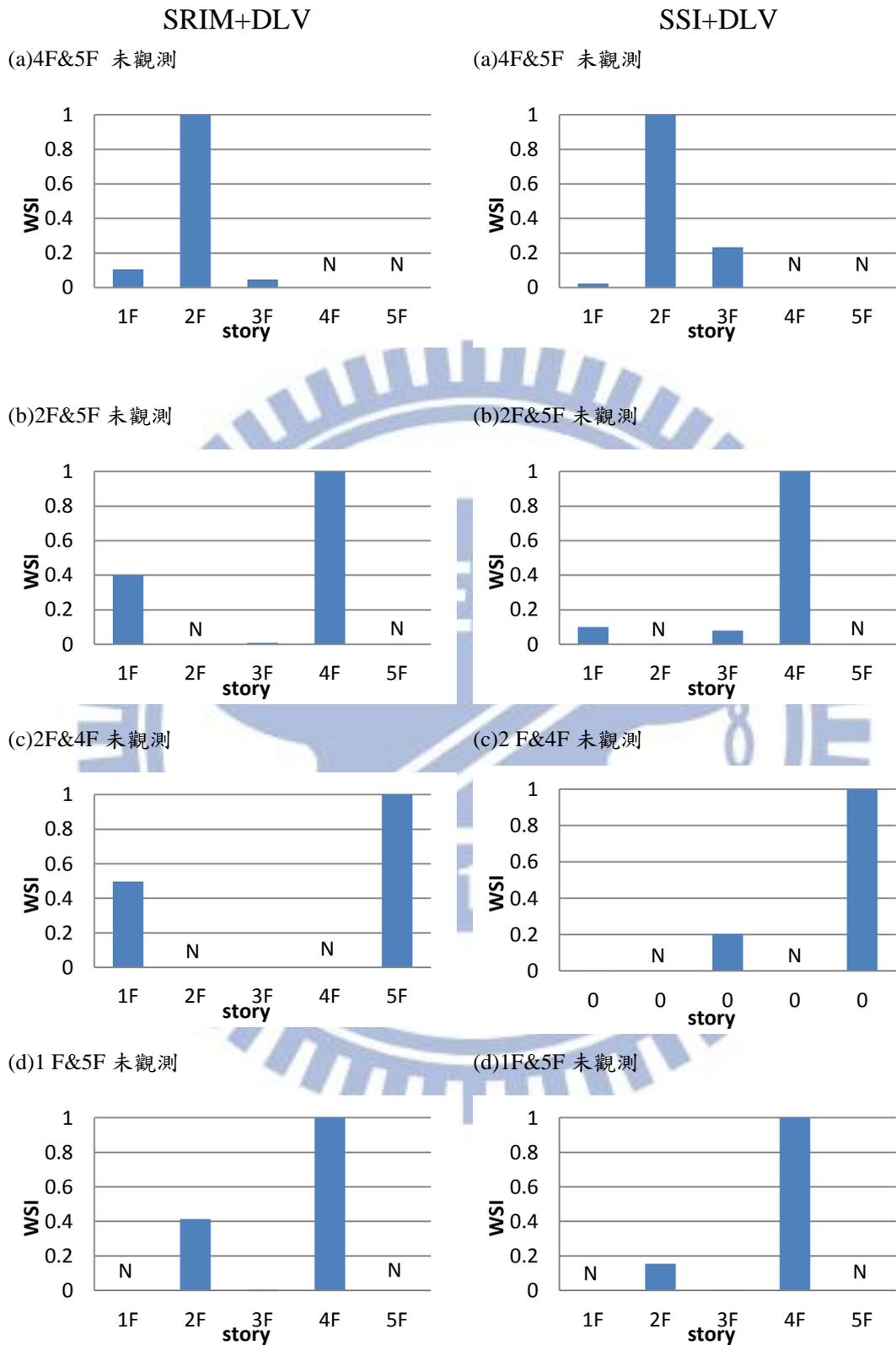


圖 4. 65 CASE C3 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1，輸出數量：3)  
(White Noise，PGA=0.1g，3 樓受損，部分觀測)

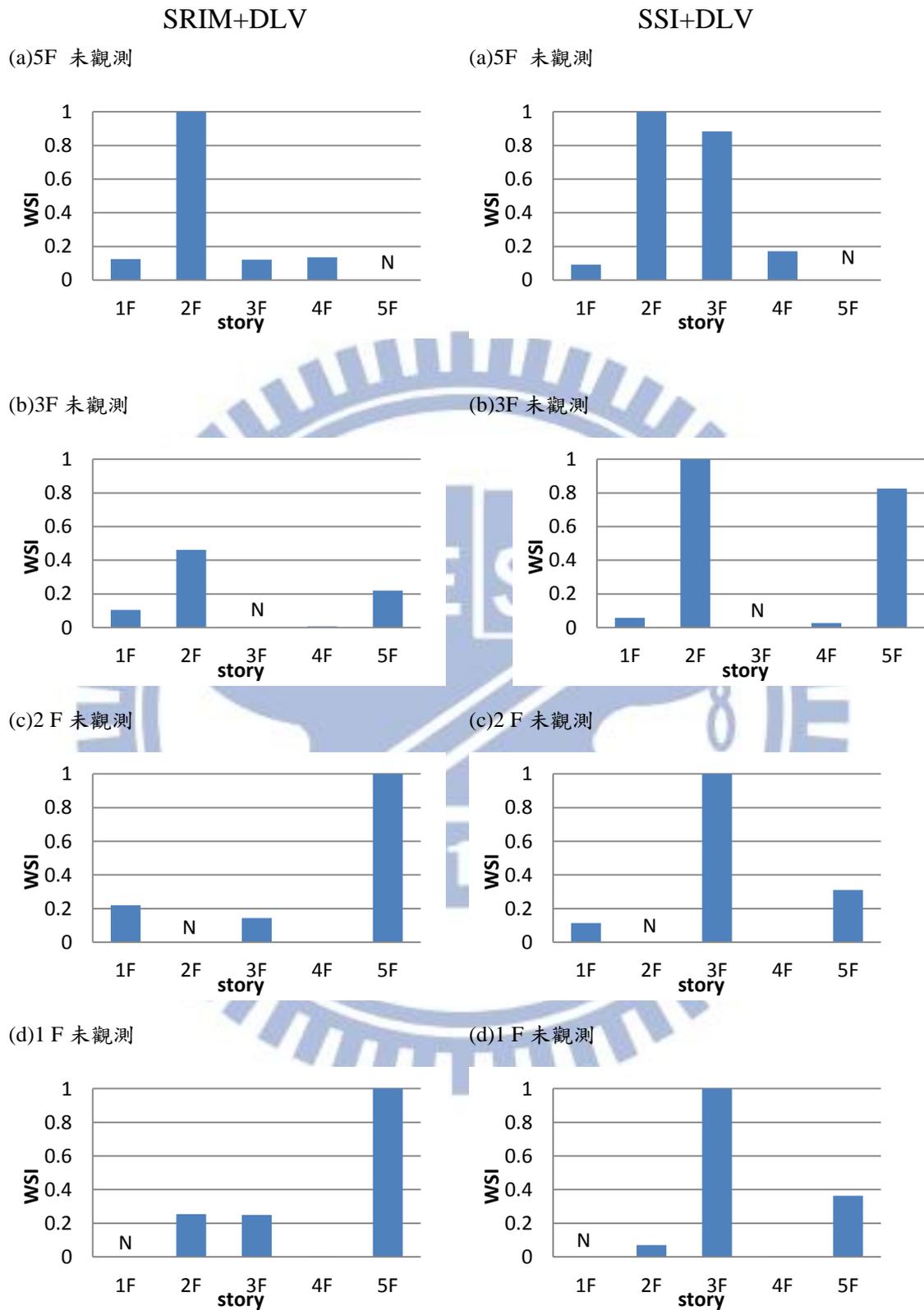


圖 4.66 CASE C4 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1，輸出數量：4)  
(White Noise，PGA=0.1g，4樓受損，部分觀測)

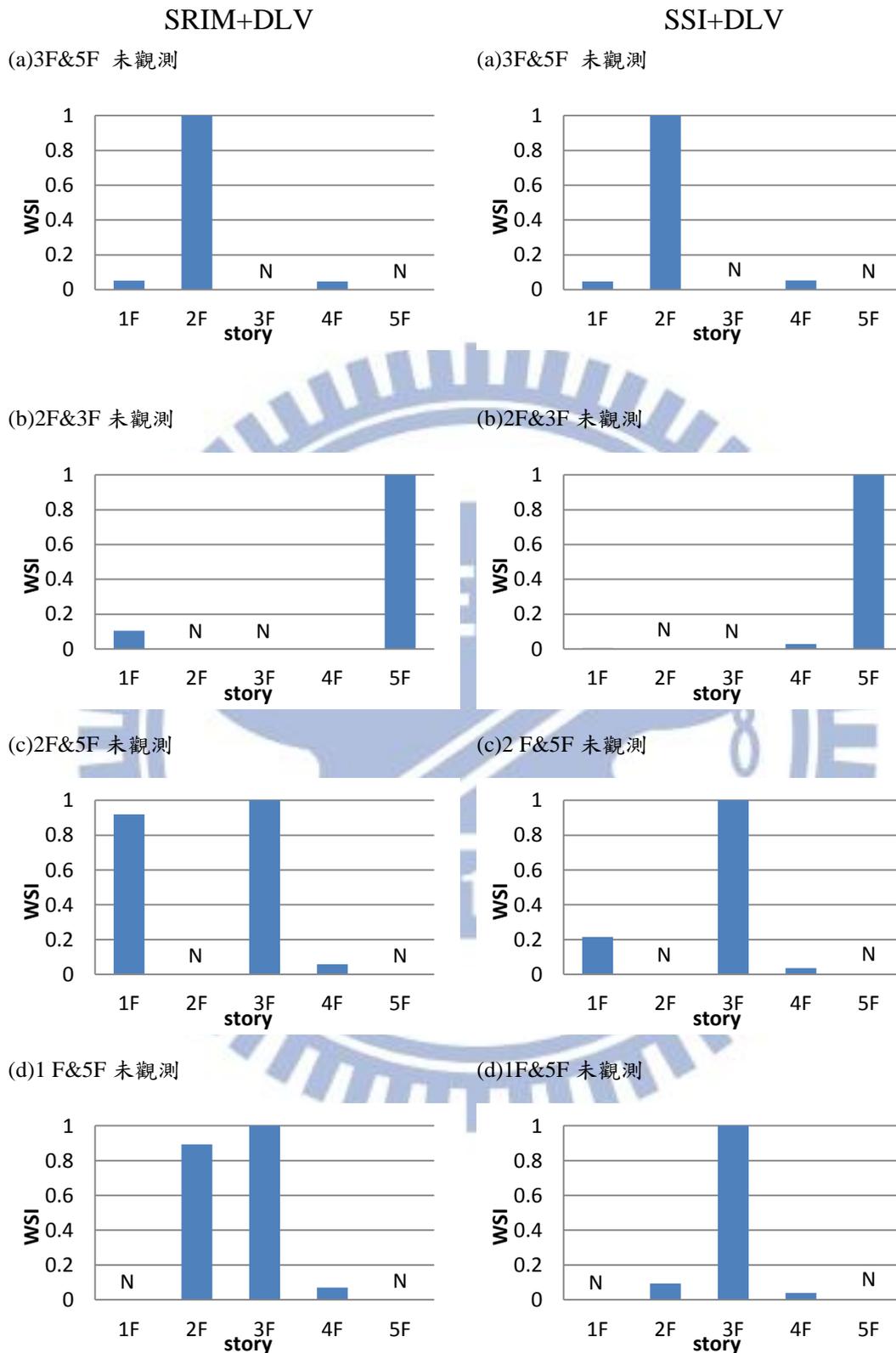


圖 4. 67 CASE C4 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1，輸出數量：3)  
(White Noise，PGA=0.1g，4 樓受損，部分觀測)

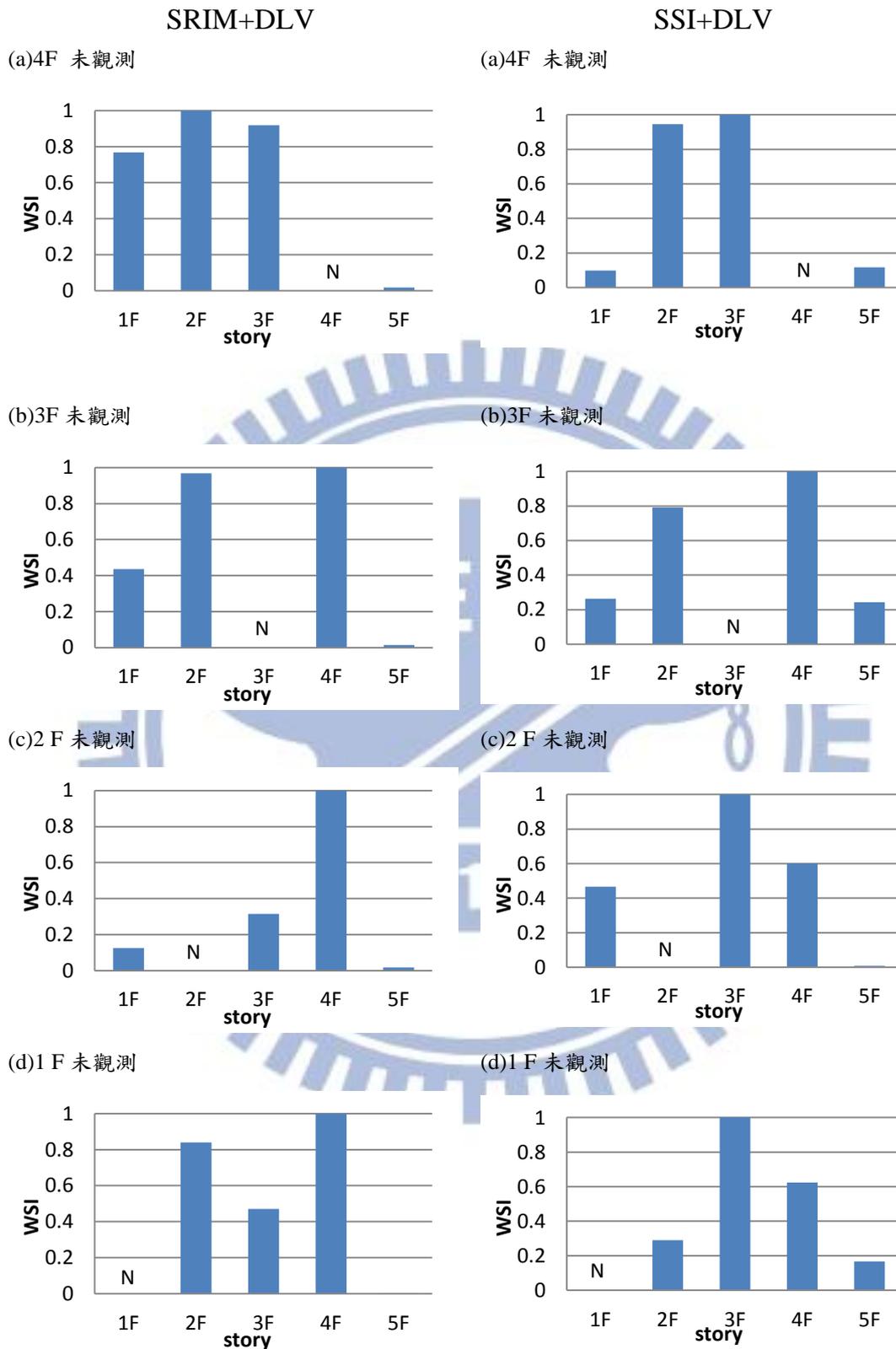


圖 4. 68 CASE C5 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1，輸出數量：4)  
(White Noise，PGA=0.1g，5 樓受損，部分觀測)

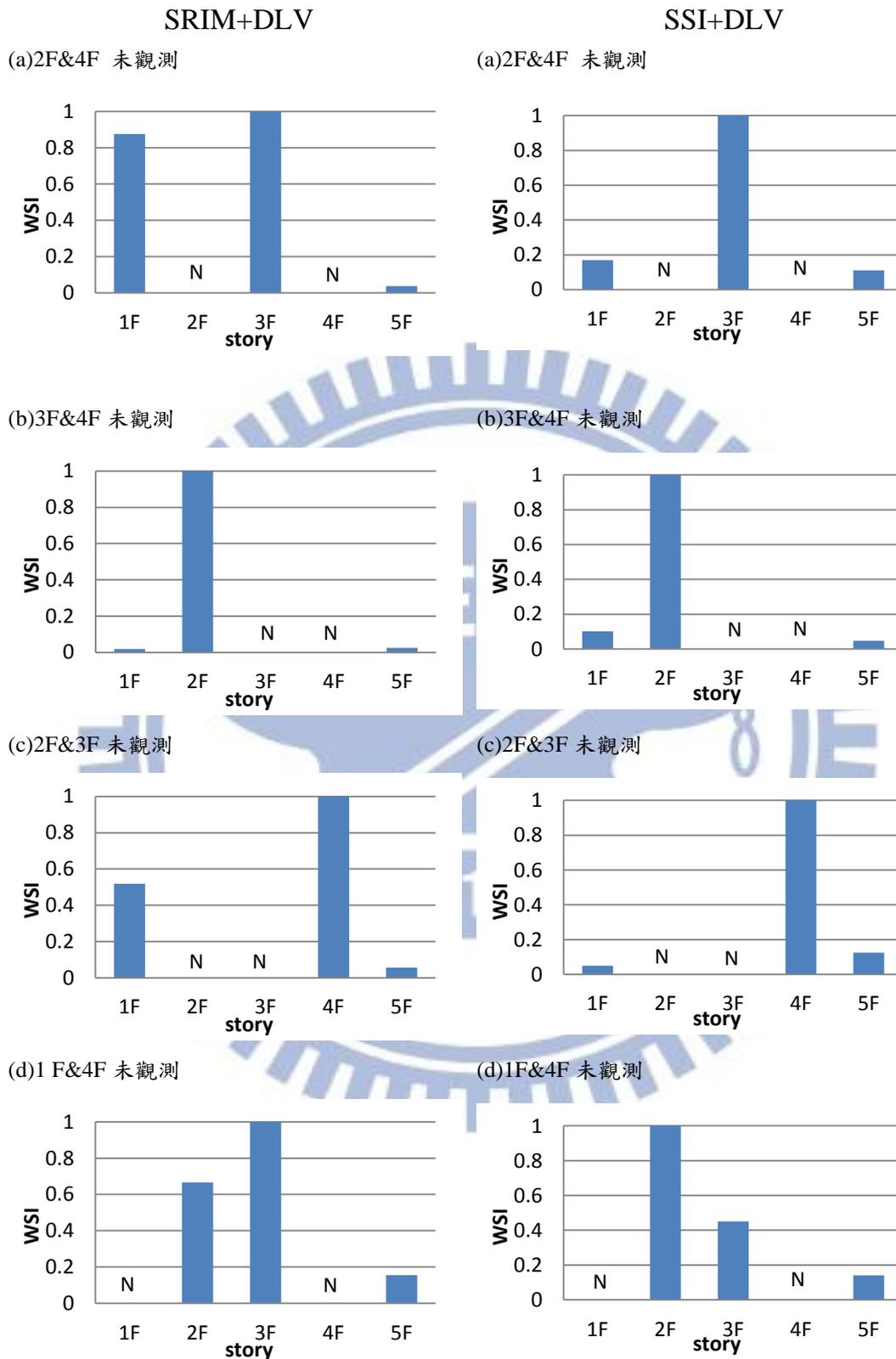


圖 4. 69 CASE C5 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1，輸出數量：3)  
(White Noise，PGA=0.1g，5 樓受損，部分觀測)

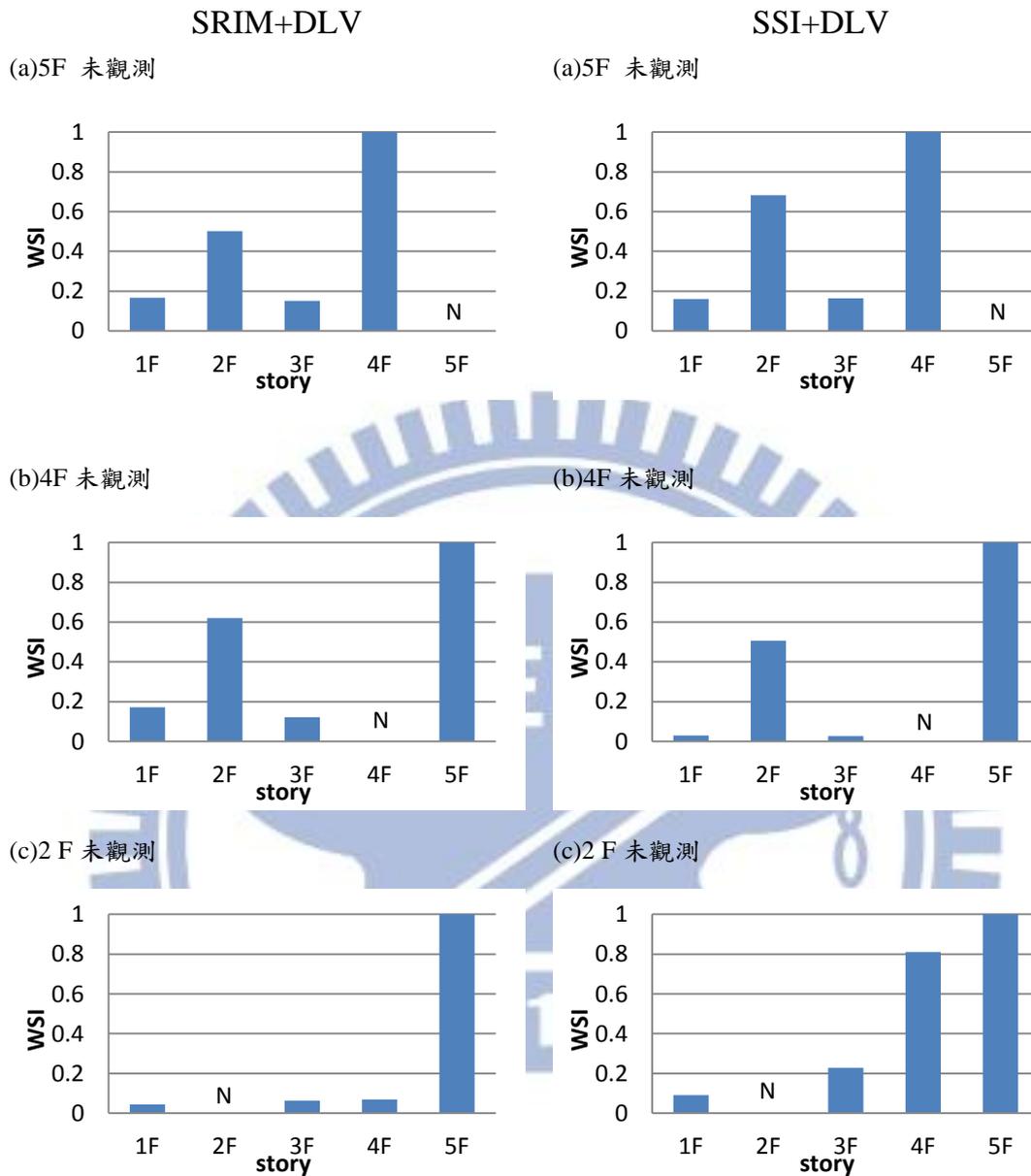


圖 4.70 CASE C13 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1，輸出數量：4)  
(White Noise，PGA=0.1g，1樓及3樓受損，部分觀測)

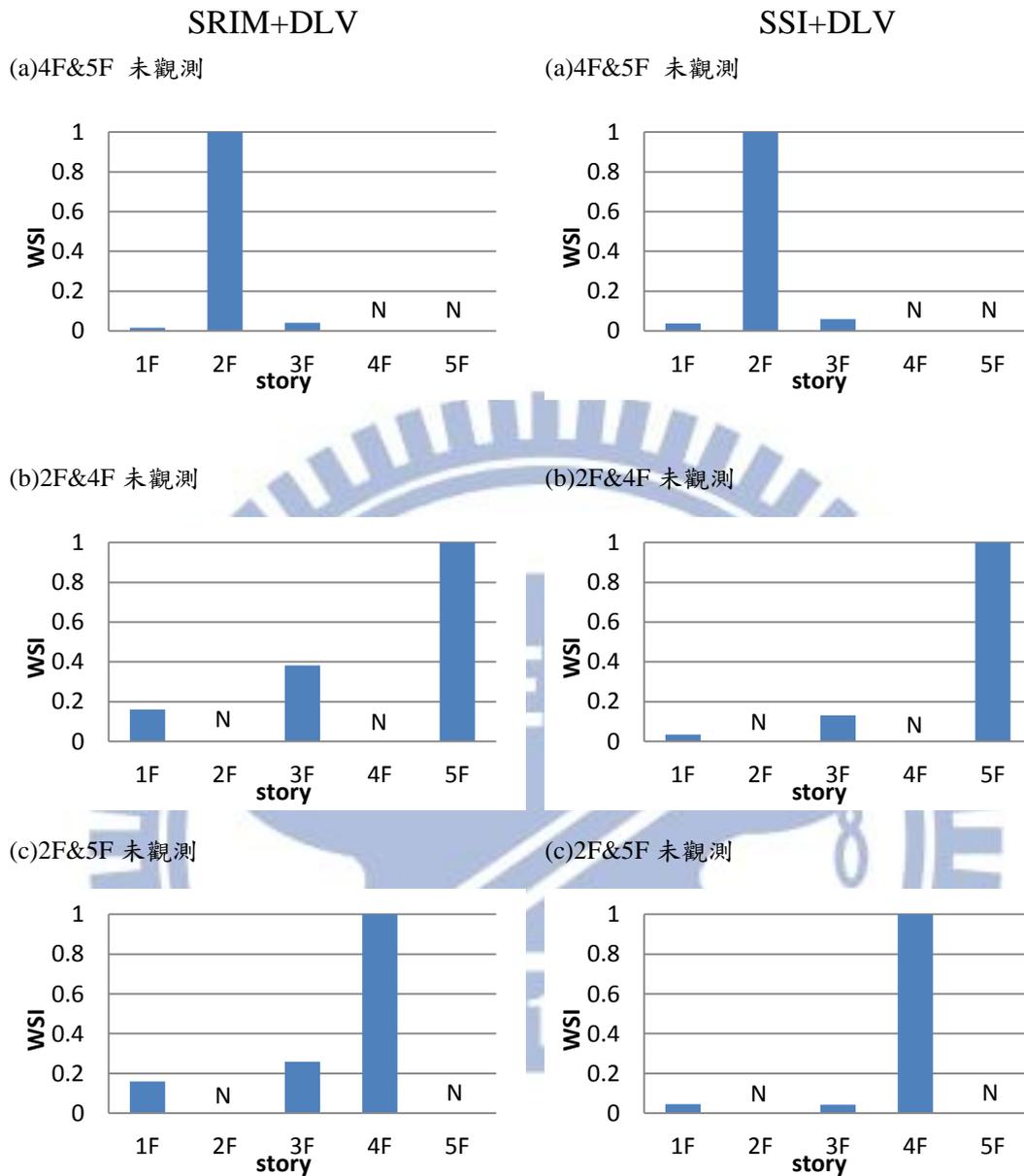


圖 4.71 CASE C13 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1，輸出數量：3)  
(White Noise，PGA=0.1g，1樓及3樓受損，部分觀測)

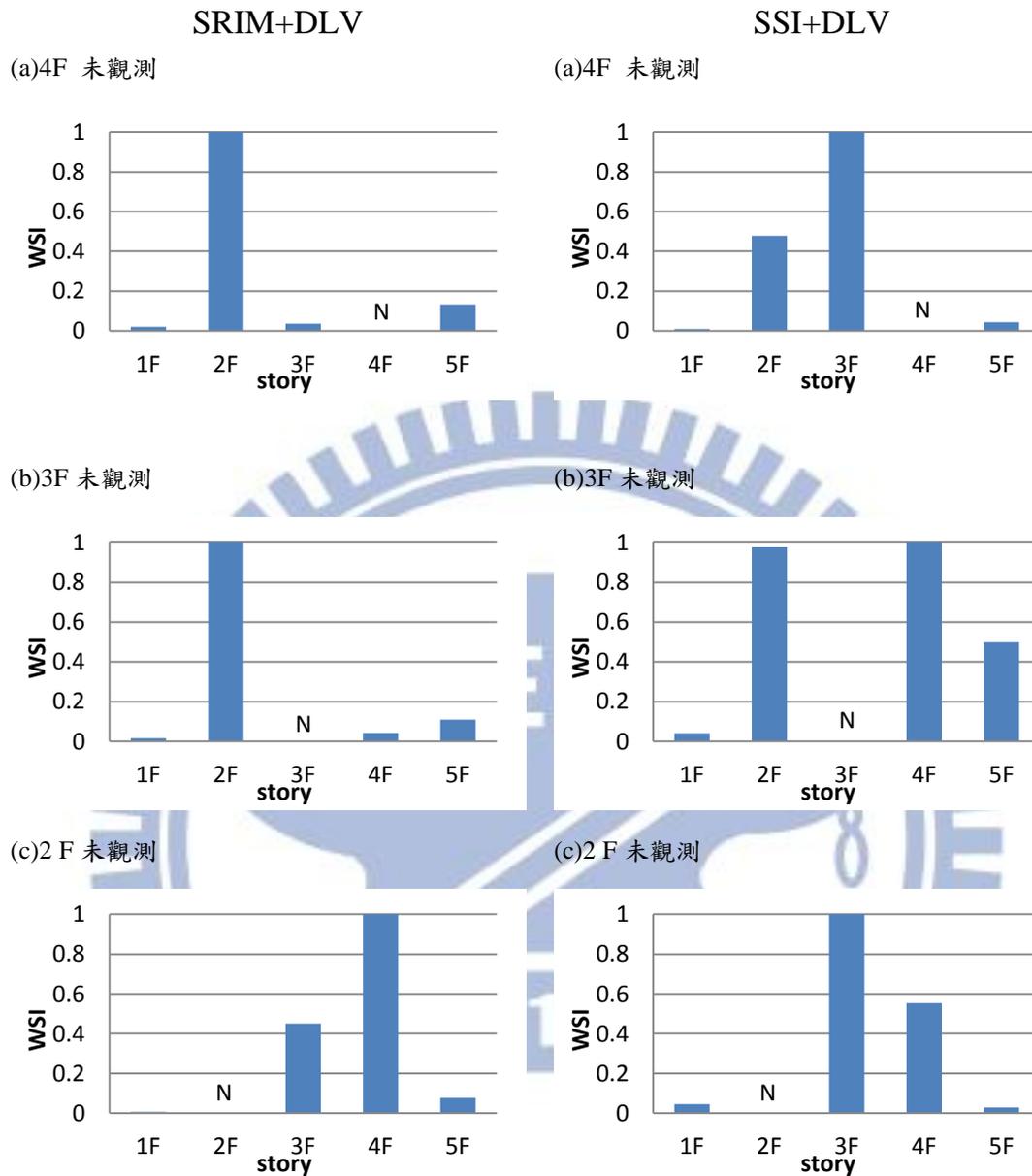


圖 4.72 CASE C15 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1，輸出數量：4)  
(White Noise，PGA=0.1g，1樓及5樓受損，部分觀測)

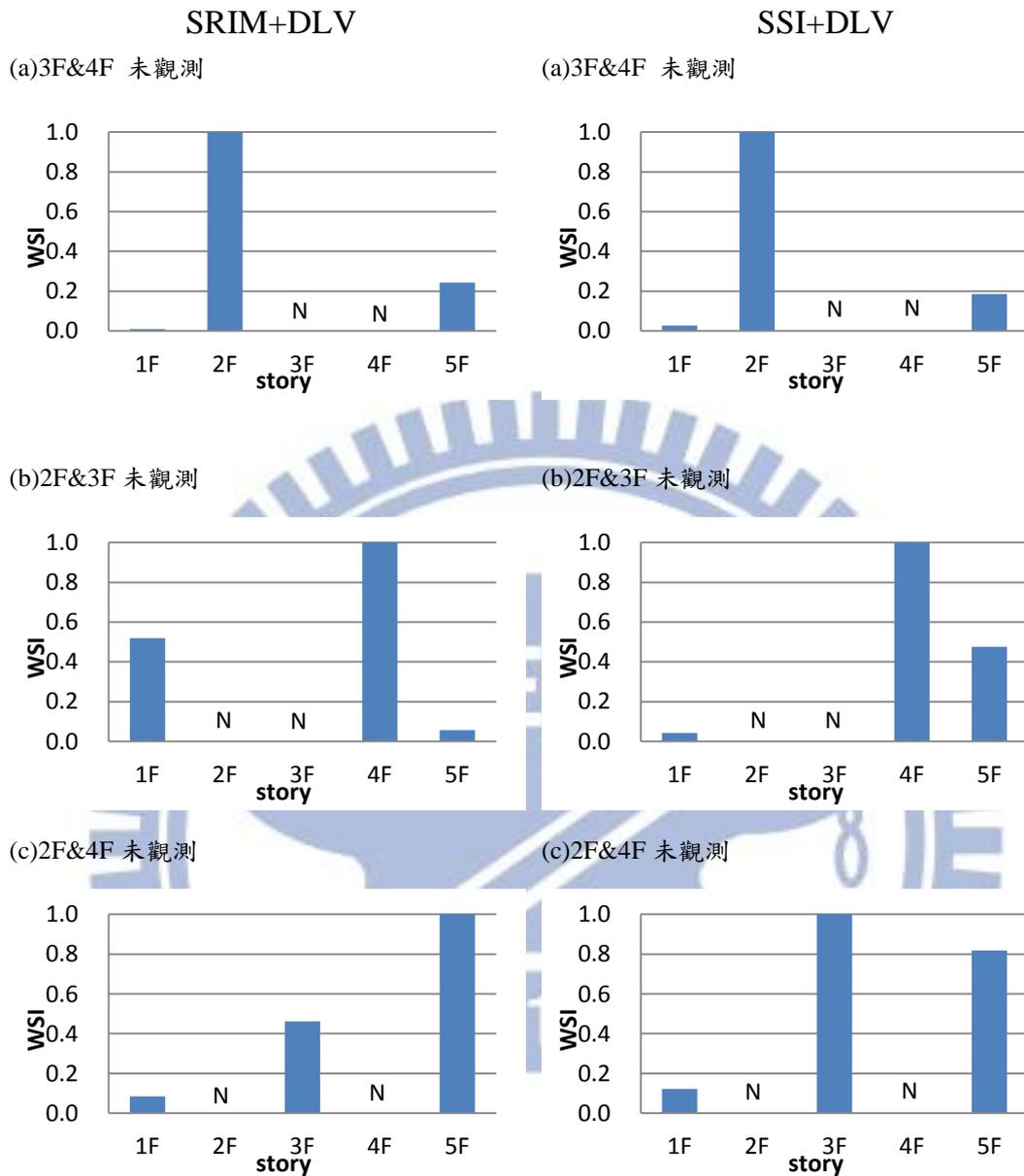


圖 4.73 CASE C15 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1，輸出數量：3)  
(White Noise，PGA=0.1g，1樓及5樓受損，部分觀測)

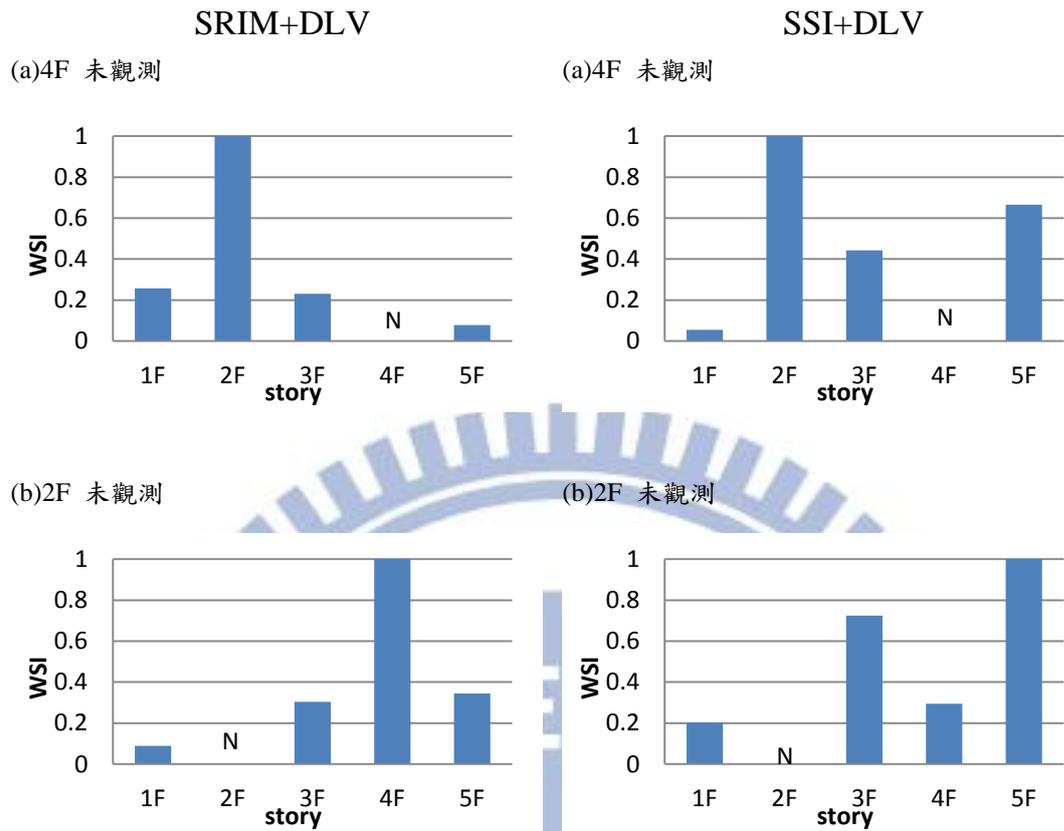


圖 4.74 CASE C135 結構損傷探測分析結果(輸入數量：1，輸出數量：4)  
(White Noise, PGA=0.1g, 1 樓、3 樓及 5 樓受損，部分觀測)

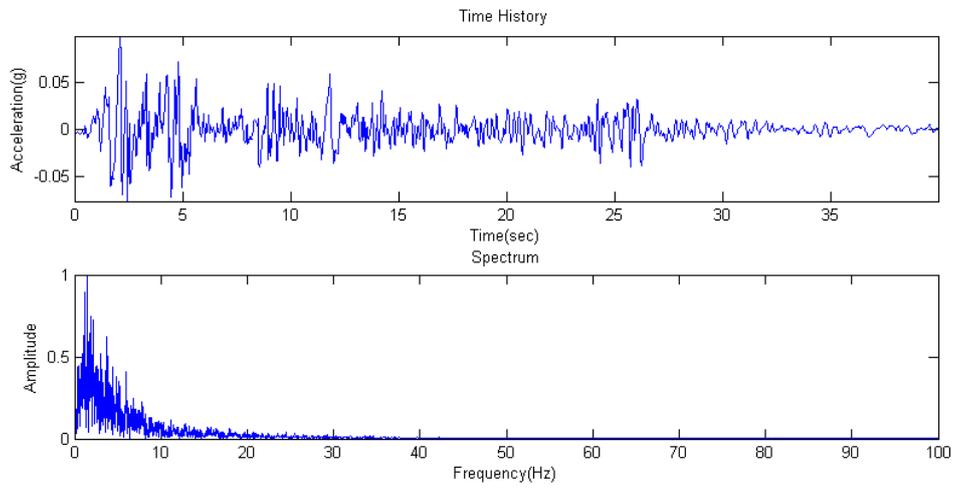


圖 4.75 El Centro(PGA=0.1g)原始輸入擾動訊號與其頻譜

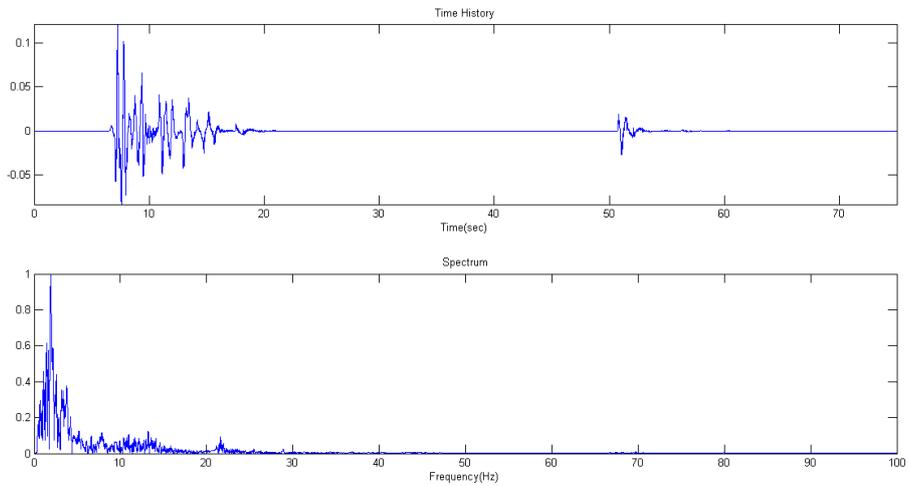


圖 4.76 El Centro(PGA=0.1g)振動台量測之訊號與其頻譜

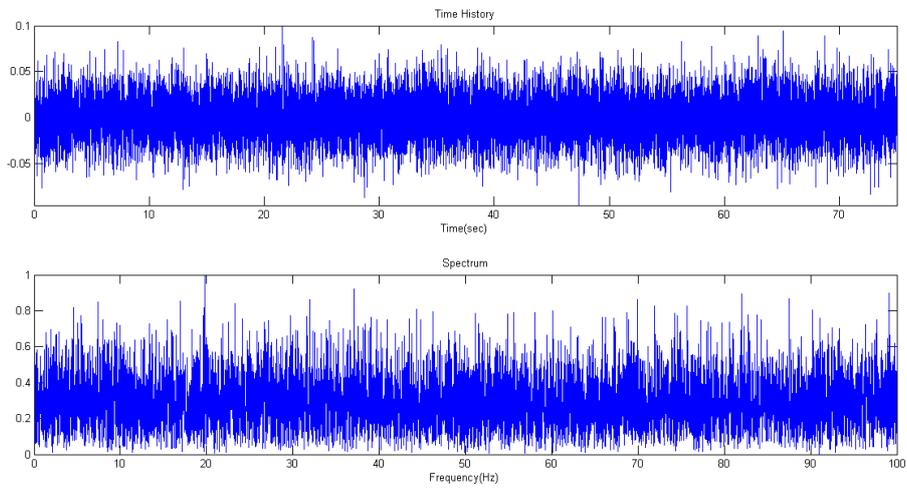


圖 4.77 White Noise(PGA=0.1g)原始輸入擾動訊號與其頻譜

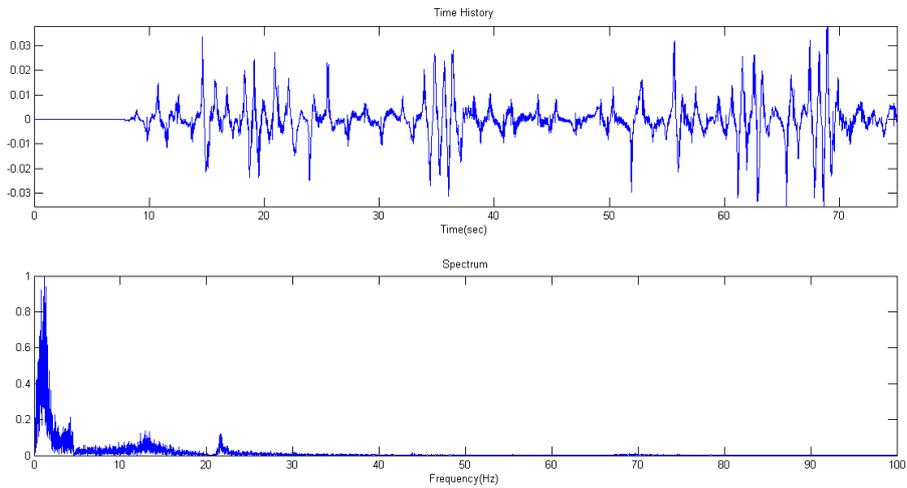


圖 4.78 White Noise 振動台量測之訊號與其頻譜

## 第五章 結論與建議

本研究針對唯輸出系統之結構系統識別與損傷探測方法進行理論分析與試驗驗證。針對唯輸出系統，本文採用 SSI 系統識別法，在隨機預測狀態空間系統之架構下，以觀測結構所有或部分樓層之加速度反應歷時訊號為輸出向量，由輸出向量序列間之協方差關係識別出狀態空間參數，從而萃取出自然頻率、阻尼比與模態等結構動力特性，作為後續結構損傷探測分析的依據，並與包含輸入-輸出訊號所發展之 SRIM 系統識別分析結果進行比較，且探討噪音對於識別結果之影響。在結構損傷探測方法上，除採用 Bernal 所提出之狀態空間 DLV 法之外，本研究並提出直接位移法 (Direct Displacement Method, DDM)，兩者皆可由識別所得之等效系統參數進行損傷探測分析。直接位移法的概念係考量剪力屋架之樓層剪力與樓層相對變位之線性關係，將判斷結構受損與否之加權應力指標 (Weighted Stress Index, WSI) 改為加權相對位移指標 (Weighted Drift Index, WDI)。應用直接位移法時，須先於系統識別分析中重建結構之比例柔度矩陣 (Proportional flexibility matrix)，其與 DLV 向量之乘積即為樓層位移。

振動台試驗以 White Noise 及 El Centro 地震為輸入擾動，將 PGA 調整為 0.1g，並考慮完全觀測 (Full Observation) 與部分觀測 (Partial Observation) 條件下進行損傷探測分析。部份觀測之分析僅分別考慮 SRIM 與 SSI 結合狀態空間 DLV 法進行結構損傷探測分析。茲根據本文之分析與試驗結果，歸納結論與建議如下：

### 結論

1. 當無噪訊 ( $NSR_m = 0\%$ ) 時，SSI 系統識別法可正確識別出所有頻率，阻尼比之識別結果則誤差較大；SRIM 無論在頻率或阻尼比之識別結

果均較 SSI 更為精準。此外，SRIM 與 SSI 皆可精確識別出各模態，SSI 之誤差指標 ( $EI_i$ ) 最大為  $10^{-2}$ ；而 SRIM 之誤差指標則僅有  $10^{-10}$ 。在噪訊程度較大 ( $NSR_m = 15\%$ ) 之干擾條件下，SSI 無法精準識別出所有的頻率，阻尼比則幾乎完全無法辨識；SRIM 仍可識別出所有之頻率，但阻尼比的識別結果則呈現明顯誤差。在模態的部分，SSI 與 SRIM 皆可識別出較低頻的一至三個模態，高頻模態（第五模態）之識別上 SSI 的精準度則高於 SRIM。

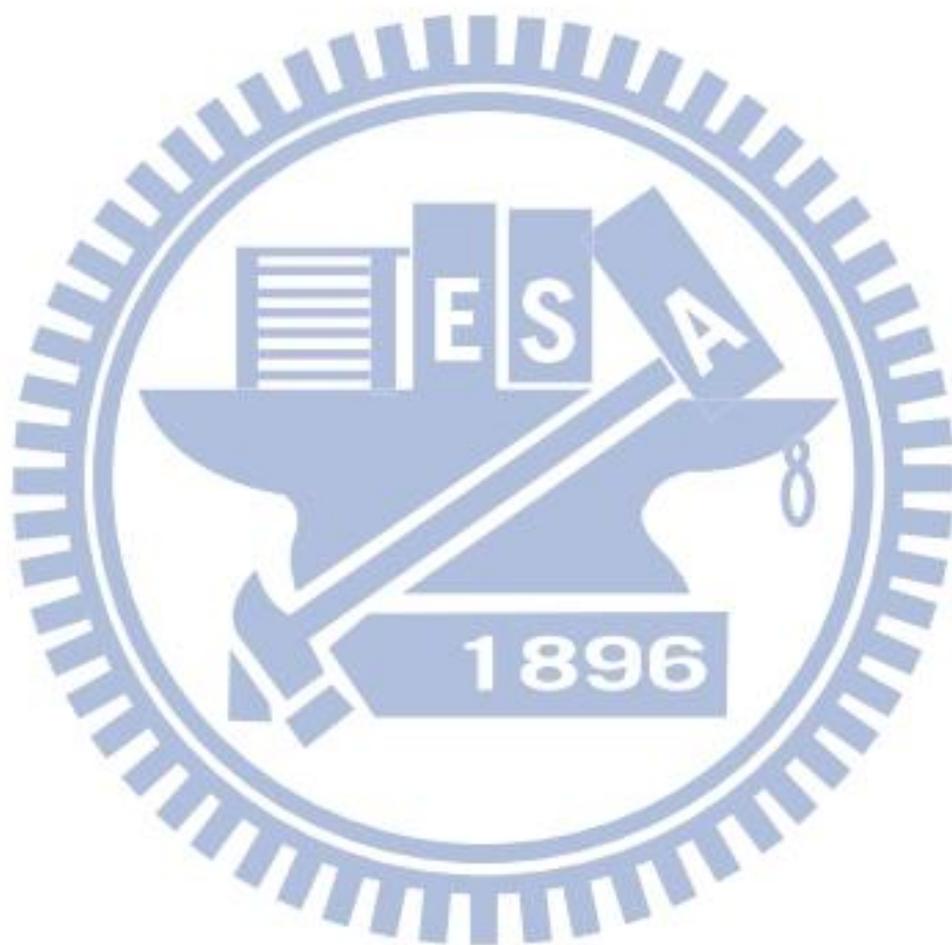
2. 數值模擬分析結果顯示，DLV 與 DDM 於噪訊比較低的條件下 ( $NSR_m < 10\%$ )，皆能成功識別出受損樓層。於噪訊比較高的條件下 ( $NSR_m = 15\%$  及  $20\%$ )，則 DDM 可能發生誤判。主要是高頻模態之識別精度受噪音影響較大，而比例質量矩陣乃至於比例柔度矩陣識別結果之良窳則高度仰賴模態的正交性，進而影響 DDM 法之辨識能力。
3. 振動台試驗結果顯示，在完全觀測條件下，無論輸入擾動為 White Noise 或 El Centro 地震歷時，以狀態空間 DLV 法進行損傷探測時，幾乎都能正確定位出結構之受損樓層，無論系統識別方法採用 SRIM 或 SSI 皆然，其中又以結合 SRIM 系統識別結果之辨識度較佳。
4. 若以 DDM 法進行損傷探測分析，在單一樓層破壞時，以 SRIM+DDM 與 SSI+DDM 之損傷探測皆能成功辨識受損樓層，惟以 SSI 系統識別結果結合 DLV 進行損傷探測時，無論哪一層樓受損，一樓皆會判定為受損樓層。其可能原因為輸入震波並非穩態隨機過程，與 SSI 理論考慮輸入擾動具高斯特性 (Gaussian) 之基本假設相抵觸所致。儘管本系列振動台試驗考慮了 White Noise 之輸入震波，惟地震模擬振動台並未忠實呈現輸入擾動訊號之特性，故造成 SSI 系統識別結果之誤差。複數樓層

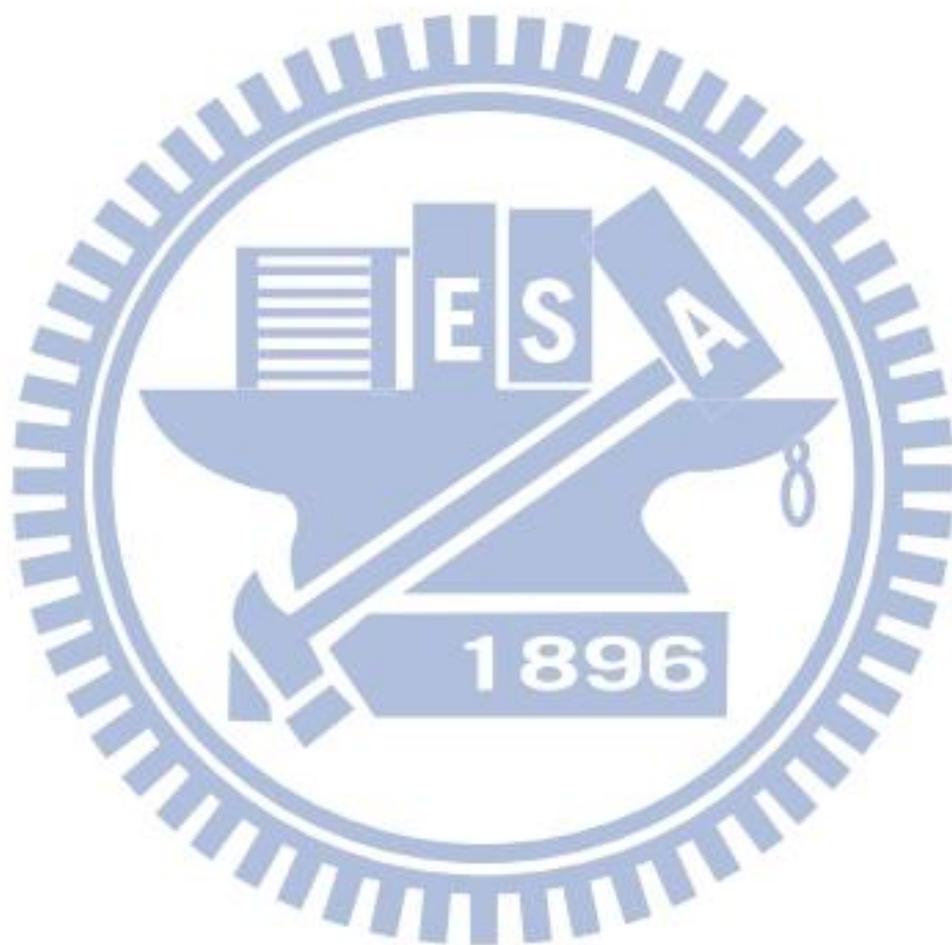
破壞時，則 DDM 幾乎無法成功判斷破壞樓層，無論結合哪一種識別方法。

5. 在部分觀測、單一樓層受損之條件下，SRIM+DLV 與 SSI+DLV 皆能成功定位出破壞樓層，除了於 1 樓或 5 樓（頂樓）未作觀測時可能發生誤判的情形；建議未來在實際應用時，即使無法針對所有樓層進行監測時，都必須將一樓及頂樓納入觀測。在複數樓層破壞時，根據部分觀測之系統識別結果進行損傷探測時鑑別率皆大為降低，其中當 1、3 及 5 樓同時破壞時，幾乎完全無法判斷出受損樓層。
6. 本研究提出之 DDM 在進行損傷探測時雖不須結構模型，但其對於系統識別誤差之容忍度較差，且因為必須建構出精確的比例柔度矩陣，故無法應用於部分觀測之情況。

## 建議

本研究主要係針對唯輸出系統而在隨機預測（Stochastic）狀態空間系統下發展結構損傷探測技術。在輸入擾動並非穩態高斯過程時會發生誤判一樓受損之情況，足見 SSI 系統識別方法仍有其侷限性。另一方面，SRIM 系統識別法因考慮了輸入擾動因素，雖然高頻振態（第五振態）的識別結果不如 SSI，但整體而言，其結合 DLV 法在結構損傷之定位能力仍相當不錯。惟 SRIM 法係建構於確定性（Deterministic）系統上，因此過濾雜訊或對於高頻振態之識別能力均不如 SSI 法。若欲進一步提升結構損傷探測技術，建議後續之研究可考慮在確定性-隨機預測（Deterministic- Stochastic）系統架構下發展系統識別與結構損傷探測技術。





## 參考文獻

1. Chase, J. G., Spieth, H. A., Blome C. F. and Mander, J. B., (2005), “LMS-based Structural Health Monitoring of a Non-linear Rocking Structure”, *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, Vol.34, pp.909-930.
2. Yoshimoto, R., Mita, A. and Okada, K., (2005), “Damage Detection of Base-isolated Buildings Using Multi-inputs Multi-outputs Subspace Identification” , *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, Vol.34, pp.307-324.
3. Reda Taha, M. M. and Lucero, J., (2005), “Damage Identification for Structural Health Monitoring Using Fuzzy Pattern Recognition”, *Engineering Structures*, Vol.27, pp.1774-1783.
4. Chellini1, G., Roeck, G. D., Nardini1, L. and Salvatore, W., (2008), “Damage Detection of a Steel–concrete Composite Frame by a Multilevel Approach: Experimental measurements and modal identification.”, *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, Vol.37, pp.1763-1783.
5. Jiang, X. and Mahadevan, S., (2008), “Bayesian Wavelet Methodology for Structural Damage Detection.”, *Struct. Control Health Monit.*, Vol.15, pp.974-991.
6. 古昌弘、林子剛、張國鎮 (2010), 「機動式健康診斷系統之可行性研究」, 國家地震工程研究中心, 研究報告, 報告編號: NCREE-10-021。
7. 陳逸軒 (2010), 「DLV 法在結構破壞偵測之應用」, 國立交通大學土木工程學系, 博士論文。
8. Ljung, L., (1987), “System Identification : Theory for the user”, 1<sup>st</sup> Edition, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
9. Ljung, L., (1999), “System Identification : Theory for the user”, 2<sup>nd</sup> Edition, Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey.

10. Den Hartog, J. P. (1962), "Mechanical Vibration", 4<sup>th</sup> Edition, McGraw-Hill, New York, U.S.A.
11. Eykhoff, P. (1974), "System Identification : Parameter and State Estimation", John Wiley & Sons, London, England.
12. Juang, J. N., and Pappa, R. S. (1985), "An Eigensystem Realization Algorithm for Modal Parameter Identification and Modal Reduction", Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 8, No. 5, pp. 620-627.
13. Ewins, D. J. (1986), "Modal Testing : Theory and Practice", Research Studies Press LTD., 1<sup>st</sup> Edition, Hertfordshire, London.
14. Ho, B., and Kalman, R. E. (1966), "Effective Construction of Linear State-Variable Model from Input/Output Data", Regelungstechnik 14, pp. 545-648.
15. Zeiger, H. P., and McEwen, A. J., (1974), "Approximate Linear Realization of Given Dimension via Ho's Algorithm", IEEE Transactions Automatic Control, Vol. AC-19, NO. 2, pp. 53.
16. Kung, S. Y., (1974), "A New Identification and Modal Reduction Algorithm via Singular Value Decomposition", the 12<sup>th</sup> Asilomar Conference on Circuits, Systems and Computers, pp. 705-714, Asilomar, California, U.S.A..
17. Juang, J.N., Cooper, J.E. and Wright, J. R., (1988), "An Eigensystem Realization Algorithm using DATA Correlations(ERA/DC) for Modal Parameter Identification", Control-Theory and Advanced Technology, Vol. 4, No. 1, pp. 5-14, March.
18. Juang, J.N., Phan, M., Horta, L. G., and Longman, R. W., (1993), "Identification of Observer/Kalman Filter Markov Parameter : Theory and Experiments", Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 16, No. 2,

pp. 320-329.

19. Juang, J.N., (1997), "System Realization Using Information Matrix", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 20, pp. 492-500.
20. 簡劭純、羅俊雄、林沛暘 (2009), 「比較 SRIM、SSI、RLS 於結構系統識別中最佳化模式參數之決定」, 國家地震工程研究中心, 研究報告, 報告編號: NCREE-09-003。
21. 呂明威 (2000), 「應地震記錄之結構模態參數識別與損害評估」, 國立中興大學土木工程學系, 碩士論文。
22. Peeters, B., and De Roeck, G. (2001), "Stochastic Systems Identification for Operational Modal Analysis : A Review", *Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control*, ASME, Vol. 123, pp. 659-667.
23. Betti, R., and Hong, A. L., (2008), "Identification of the Baseline Modal Parameters of the Carquinez Suspension Bridge Using Ambient Vibration Data", *SMIP08 Seminar on Utilization of Strong-Motion Data*, pp. 63 - 82.
24. Brincker, R., Zhang, L., and Anderson, P., (2001) "Modal Identification of Output-Only Systems Using Frequency Domain Decomposition", *Smart Materials and Structures*, Vol. 10, pp. 441-445.
25. Ibrahim, S. R., and Mikulcik, E. C., (1976) "A Method for the Direct Identification of Vibration Parameters from the Free Responses", *Shock and Vibration Bulletin*, Vol. 47, Pt. 4, pp. 183-198.
26. Ibrahim, S. R., (1977) "Random Decrement Technique for Modal Identification of Structures", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 14, Nov., pp. 696-700.
27. Ibrahim, S. R., (1978) "Modal Confidence Factor in Vibration Testing", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 15, Sept-Oct., pp. 313-316.
28. Van Overschee, P., and De Moor B., (1996), "Subspace Identification for

Linear Systems : Theory-Implementation-Applications”, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands.

29. Peeters, B., and De Roeck, G., (1999), “Reference-Based Stochastic Subspace Identification for Output-Only Modal Analysis”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol.13, No.6, pp. 855-878.
30. Peeters, B., (2000), “Systems Identification and Damage Detection in Civil Engineering ”, Ph.D. thesis, Department of Civil Engineering, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium.
31. Van Overschee, P., and De Moor B., (1991), “Subspace Algorithm for the Stochastic Identification Problem”, In *Proceeding of the 30<sup>th</sup> IEEE Conference on the Decision and Control*, pp. 1321-1326.
32. Van Overschee, P., and De Moor B., (1993), “Subspace Algorithm for the Stochastic Identification Problem”, *Automatic*, Vol. 29, No. 3, pp. 649-660.
33. Peeters, B., De Roeck, G., Pollet, T., and Schueremans, L., (1995), “Stochastic Subspace Techniques Applied to Parameter Identification of Civil Engineering Structure”, In *Proceeding of the International Conference MV2 on New Advances in Modal Synthesis of Large Structure, Non-Linear, Damped and Non-Deterministic Cases*, pp. 151-162, Lyon, France, October.
34. Mevel, L., Basseville, M., and Goursat, M., (2003), “Stochastic Subspace-Based Structural Identification and Damage Detection-Application to the Z24 Bridge Benchmark”, *Mechanical Systems and and Signal Processing*, Vol. 17, No. 1, pp. 143-151.
35. Kompalka, A. S., Reese, S., and Bruhns, O. T., (2007), “Experimental Investigation of Damage Evolution by Data-Driven Stochastic Subspace

- Identification and Iterative Finite Element Model Updating”, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 77, No. 8, pp. 559-573, Aug.
36. Hong, A., (2010), “Weighting Matrices and Model Order Determination in Stochastic System Identification for Civil Infrastructure Systems” Ph.D. Thesis, Columbia University.
  37. Betti, R., Hong, A., and Lus, H. (2011), “A Novel Subspace Approach to Identify Weakly Excited Modes of Complex Real Life Structures” International Workshop on Structural Health Monitoring and Damage Assessment NCREC, Taipei, Taiwan, ROC, Jun 9-10.
  38. Ewins, D. J., (1984), “Modal Testing: Theory and Practice”, John Wiley & Sons, London.
  39. Salawu, O.S. (1997), “Detection of structural damage through changes in frequency : a review,” *Engineering Structures*, Vol.19, No.9, pp.718-723.
  40. 羅振剛(2009) ,「應用希伯特黃轉換於結構物損壞判斷之研究」, 國立交通大學土木工程學系, 碩士論文。
  41. Hoyos, A., and Aktan, A.E., (1987), “Regional identification of engineered structures based on impact induced transient responses,” *Res. Rep.* No.87-1, Louisiana State University.
  42. Pandey, A.K., and Biswas, M., (1994), “Damage detection in structures using changes in flexibility,” *Journal of Sound and Vibration*, Vol.169, No.1, pp.3-17.
  43. Pandey, A.K., and Biswas, M., (1995), “Damage diagnosis of truss structures by estimation of flexibility change,” *The International Journal of Analytical and Experiment Modal Analysis*, Vol.10, No.2, pp.104-117.

44. Zhao, J., and John, T. DeWolf, (1999), "Sensitivity Study for Vibration Parameters Used in Damage Detection", *J. Struct. Eng. ASCE*, Vol. 125, issue 4, pp. 410-416.
45. Bernal, D., (2002), "Load Vectors for Damage Localization", *J. of Eng. Mechanics, ASCE*, Vol. 128, issue 1, pp.7-14.
46. Bernal, D., and Levy, A., (2001), "Damage localization in plates using DLVs", *Proc., XIX International Modal Analysis Conference, Orlando*, pp. 1205-1211.
47. Duan, Z., Yan, G., Ou, J., and Spencer, B.F., (2005), "Damage localization in ambient vibration by constructing proportional flexibility matrix," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.284, No.1-2, pp.455-466.
48. 涂哲維(2008),「DLV 法在結構破壞偵測之應用」, 國立交通大學土木工程學系, 碩士論文。
49. Bernal, D., (2006), "Flexibility-based Damage Localization from Stochastic Realization Results", *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol.132, pp.651-658.
50. 謝柏翰 (2011),「應用狀態空間 DLV 法在扭轉耦合結構之地震損傷探測」, 國立交通大學土木工程學系, 碩士論文。
51. 王智洋 (2011),「狀態空間 DLV 法在剪力構架之地震損傷探測分析與實驗驗證」, 國立交通大學土木工程學系, 碩士論文。
52. 吳柏霖 (2011),「狀態空間 DLV 法在扭轉耦合結構之地震損傷探測試驗研究」, 國立交通大學土木工程學系, 碩士論文。
53. Bernal, D., and Gunes, B., (2004), "Flexibility Based Approach for Damage Characterization Benchmark Application", *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol.130, issue 1, pp. 61-70.

54. Lus, H., Angelis, M. D., Betti, R., ASCE, M, and Longman, W., (2003), "Constructing Second-Order Models of Mechanical Systems from Identified State Space Realizations. Part I: Theoretical Discussions", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.129, issue 5, pp. 477-488.
55. Lus, H., Angelis, M. D., Betti, R., ASCE, M, and Longman, W., (2003), "Constructing Second-Order Models of Mechanical Systems from Identified State Space Realizations. Part II: Numerical Investigations", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.129, issue 5, pp. 489-401.
56. Balmes, E., (1997), "New Results on the Identification of Normal Modes from Experimental Complex Modes", *Mech. Syst. Signal Process.*, Vol. 11, issue 2, pp. 229-243.
57. Berman, A., and Flannelly, W. G., (1971) "Theory of Incomplete Models of Dynamic Structures" *AIAA Journal*, Vol. 9, issue 8, pp. 1481-1487.
58. Straser, E. G., and Kiremidjian, A., (1998), "A Modular Wireless Damage Monitoring System for Structures", The John A.Blume Earthquake Engineering Center, Report 114, Department of Civil and Environmental Engineering, Stanford University, Stanford, CA., pp. 18-20.
59. Wang, Y., (2007) "Wireless Sensing and Decentralized Control for Civil Structures: Theory and Implementation", Ph.D. Thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, Stanford University, Stanford, CA, September.
60. 盧恭君 (2006), 「無線感應單元於結構物健康診斷與控制之應用」, 國立台灣大學土木工程學系, 碩士論文。
61. 盧恭君 (2010), 「開發智慧型結構系統於土木基礎建設:感測與控制」, 國立台灣大學土木工程學系, 博士論文。
62. Reynders, E., Pintelon, R., De Roeck, G., (2007), "Variance calculation of

- covariance-driven stochastic subspace identification estimates”, Proceedings of IMAC 25, the International Modal Analysis Conference, Vol., CD-ROM. IMAC 25, February.
63. Juang, J. N., (1994), “Applied System Identification”, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 07632, ISBN 0-13-079211-X.
  64. Gao, Y., Ruiz-Sandoval, M. and Spencer, B.F. (2002)“Flexibility-based Damage Localization Employing Ambient Vibration” 15th ASCE Engineering Mechanics Conference, June 2-5, Columbia University, New York.
  65. Gao, Y., Spencer, B.F. and Bernal, D. (2007) “Experimental Verification of the Flexibility-Based Damage Locating Vector Method [J].” *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.133, pp. 1043-1049.
  66. Huynh, D., He, J. and Tran, D. (2005) “Damage Location Vector : A Non-destruction Structural Damage Detection Technique [J] “. *Computers and Structures*, Vol.83, pp. 2353-2367.
  67. 鍾立來，(1994)，「結構主動控制之離散時間系統」，中華民國結構工程學會，結構工程，第九卷，第三期。