

國立交通大學

土木工程學系

碩士論文

水庫沉滓運移模擬邊界條件之影響分析

Effect of Boundary Conditions on Sediment Transport

Modeling for Reservoirs

研究生：黃建翔

指導教授：楊錦釗 博士

謝德勇 博士

中華民國 101 年 8 月

水庫沉滓運移模擬邊界條件之影響分析
Effect of Boundary Conditions on Sediment Transport
Modeling for Reservoirs

研究生：黃建翔
指導教授：楊錦釗
謝德勇

Student : Chien-Hsiang Huang
Advisor : Jinn-Chuang Yang
Te-Yung Hsieh

國立交通大學
土木工程研究所
碩士論文



Submitted to Department of Civil Engineering
College of Engineering

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master

in

Civil Engineering

August 2012

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國 101 年 8 月

致謝

在為期兩年的這段研究所求學期間，承蒙恩師楊錦釗教授與謝德勇博士的悉心指導，使我得以增長學識並順利完成學位論文。兩位在學術上的專業指導及為人處事態度的榜樣，更是令我獲益良多。感謝口試委員賴進松教授、連和政博士在論文審查期間給予諸多寶貴的意見，使本論文能夠更加完善。學生建翔在此向各位老師致上萬分的感謝與敬意。

交大在學期間，特別感謝文祿學長、胤隆學長、世偉學長、浩榮學長、建華學長、弘恩學長、昇學學長、仲達學長、仁凱學長、彥西學長、聖翔學長、家偉學長、縉玲學姐、唯泰學長、紹唐學長、彥瑜學姐、東洲學長在學業、研究以及生活上，給予我的協助與照顧。感謝同窗好友昀直、舒勤、芳綺、信富、韋豪、家榮、岱玲，學弟妹醇國、瑋廷、蓉瑩、亞雯、于軒、健賓，豐富了我的研究所生活並與我互相鼓勵一同學習。感謝好友可忠、國高中同窗、大學同窗、交大撞球社好友們，在我迷惘或遭遇困難時聆聽並給予我中懇的建議。

最後感謝家人在這段時間的體諒並給予我鼓勵，感謝親愛的爸媽和哥哥，你們是我最安心的避風港，不但讓我生活安逸，所有難關更因你們而化解。感謝爺爺奶奶、外婆、姑姑姑丈、叔叔嬸嬸給我的愛與關懷，使我即使遠在新竹仍備感溫暖。亦十分感謝中正八八期的各位長輩們一路以來對建翔的照顧。最後，謹將此論文獻給你們，與你們一同分享我的喜悅。

摘要

就水庫泥砂課題而言，泥砂入庫後之運移現象主要包含上游段粗顆粒造成之三角洲淤積行為，以及細顆粒入庫區後潛入形成異重流之運移行為。以數值模式的角度來看，沉滓運移現象模擬結果之準確度常受上游河床載邊界條件之設定，以及底床邊界再懸浮機制之影響。本研究之目的，即擬引用謝(2003)及鍾(2012)所發展之二維(RESED2D)以及三維(RESED3D)沉滓運移模式，探討上游及底床邊界條件對沉滓運移之影響。

為探討水庫沉滓運移模擬邊界條件之影響，分別先以三維模式模擬實驗案例，探討底床邊界條件對濃度傳遞的影響；再以二維模式模擬實驗以及現地案例，探討入流邊界條件對底床變遷的影響。最後，在簡單垂向入流濃度的假設條件下，將三維模式應用於石門水庫，以檢視模式之實用性。

關鍵字：三維模式、沉滓運移、水庫、懸浮載、底床載



Abstract

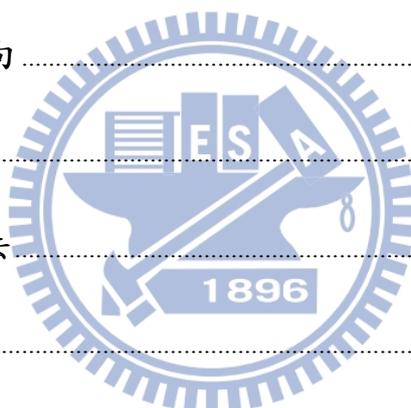
In respect of sediment issue in reservoirs, the transport of sediment mainly involves with coarse particles in upstream that forms delta and fine articles in reservoirs that result in transport of density current. From numerical modeling view point, the accuracy of simulated results of sediment transport is often influenced by the bed-load boundary condition in upstream and resuspension mechanism of the riverbed boundary. This research adopts Hsieh's (2003) two-dimensional (RESED2D) and Zhong's (2012) three-dimensional (RESED3D) mobile-bed models to discuss the effect of upstream and riverbed boundary conditions on sediment transport.

To examine the effect of boundary conditions of sediment transport modeling for reservoirs, this study first simulated experimental and on-site case with 2D model for discussion of inflow boundary condition's effect on the change of riverbed. Then, the experimental cases were simulated with use of 3D model for discussion of the effect of riverbed boundary on delivery of concentration. Finally, with a hypothetical inflow concentration profile, the 3D model was applied to the Shi-men Reservoir to show its applicability.

Keyword: 3D model, sediment transport, reservoir, suspended load, bed load

目錄

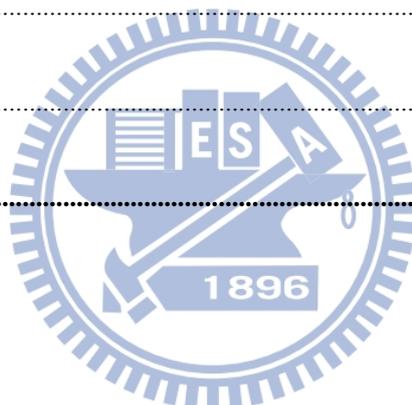
致謝.....	I
摘要.....	II
ABSTRACT.....	III
目錄.....	IV
圖目錄.....	VII
符號表.....	X
第一章 緒論	1
1.1 研究動機與方向.....	1
1.2 文獻回顧.....	2
1.3 研究目的與方法.....	3
1.4 章節介紹.....	4
第二章 理論基礎	6
2.1 水理控制方程式.....	6
2.1.1 三維部分.....	6
2.1.2 水平二維部分.....	7
2.1.3 垂直部分.....	8
2.2 動床控制方程式.....	10
2.3 輔助關係式.....	11
2.3.1 層流與紊流剪應力.....	11



2.3.2 底床剪應力.....	12
2.3.3 河床載通量.....	12
2.3.4 懸浮載源.....	13
2.3.5 作用層源.....	14
2.3.6 作用層厚度.....	15
2.4 邊界條件.....	15
2.4.1 水理部分.....	15
2.4.2 動床部分.....	16
第三章 數值架構.....	19
3.1 水理部分.....	19
3.1.1 求解架構.....	19
3.1.2 數值方法.....	22
3.2 沉滓運移部分.....	24
3.2.1 求解架構.....	24
3.2.2 數值差分.....	26
第四章 河床載入砂邊界條件的影響分析.....	32
4.1 沖刷案例.....	32
4.2 淤積案例.....	33
4.3 沖淤平衡案例.....	34



第五章 懸浮載底床邊界條件的影響分析.....	54
5.1 淤積案例.....	54
5.2 沖刷案例.....	55
第六章 模式在石門水庫的應用.....	59
6.1 石門水庫上游段二維模擬.....	59
6.2 石門水庫三維模擬.....	61
第七章 結論.....	70
7.1 結論.....	70
7.2 建議.....	70
參考文獻.....	72



圖目錄

圖2.1 正交曲線座標轉換示意圖	17
圖2.2 Σ 座標轉換示意圖	17
圖2.3 水深方向流速剖面示意圖。	18
圖2.4 作用層示意圖	18
圖3.1 模式計算流程圖	29
圖3.2 水平二維模式控制體積法示意圖。	30
圖3.3 交錯格網(staggered grid)示意圖	31
圖3.4 垂直模式控制體積法示意圖(計算區域)。	31
圖4.1 Suryanarayana 試驗之沉滓粒徑分佈曲線	37
圖4.2(a) 非均勻沉滓沖刷案例之底床沖刷時變圖(經驗法)	38
圖4.2(b) 非均勻沉滓沖刷案例之底床沖刷時變圖(實測法)	39
圖4.3(a) 淤積案例之底床沖刷時變圖(1)(假設上游邊界河床載=0)	40
圖4.3(a) 淤積案例之底床沖刷時變圖(2)(假設上游邊界河床載=0)	41
圖4.3(b) 淤積案例之底床沖刷時變圖(1)(率定法)	42
圖4.3(b) 淤積案例之底床沖刷時變圖(2)(率定法)	43
圖4.3(c) 淤積案例之底床沖刷時變圖(1)(率定法，並同時讀取上游邊 界懸浮載濃度為0)	44
圖4.3(c) 淤積案例之底床沖刷時變圖(2)(率定法，並同時讀取上游邊	

界懸浮載濃度為0).....	45
圖4.3(d) 淤積案例之底床沖刷時變圖(1)(經驗法).....	46
圖4.3(d) 淤積案例之底床沖刷時變圖(2)(經驗法).....	47
圖4.4(a) 沖淤平衡案例之底床沖刷時變圖(假設為清水入流).....	48
圖4.4(b) 沖淤平衡案例之底床沖刷時變圖(經驗法).....	49
圖4.4(c) 沖淤平衡案例之底床沖刷時變圖(實測法).....	50
圖4.5(a) 沖淤平衡案例之底床沖刷時變圖(假設為清水入流).....	51
圖4.5(b) 沖淤平衡案例之底床沖刷時變圖(經驗法).....	52
圖4.5(c) 沖淤平衡案例之底床沖刷時變圖(實測法).....	53
圖5.1 淤積案例之濃度剖面圖.....	56
圖5.1 淤積案例之濃度剖面圖(續).....	57
圖5.2 沖刷案例之濃度剖面圖.....	58
圖6-1 石門庫區斷面暨模式適用範圍示意圖.....	62
圖6-2 入庫輸砂量與入庫流量關係圖.....	63
圖6-3 庫區斷面4- 28底泥取樣粒徑分析結果.....	63
圖6-4(a) 民國93年之底床沖刷時變圖(假設上游邊界河床載為0)...	64
圖6-4(b) 民國93年之底床沖刷時變圖(經驗法).....	64
圖6-4(c) 民國93年之底床沖刷時變圖(率定法).....	65
圖6-5 民國95年之底床沖刷時變圖(驗證).....	66

圖6-6 上游邊界垂向濃度假設分布圖	67
圖6-7 韋帕颱風垂向濃度分布圖	69
圖6-7 韋帕颱風垂向濃度分布圖(續)	69



符號表

B = 渠道寬度；

C = 懸浮沉澱濃度；

\bar{C} = 懸浮沉澱水深平均濃度；

$C_{\alpha,\beta}$ = 近底床沉澱平衡濃度；

C_{α} = 近底床沉澱濃度；

c_c = Chezy 糙度係數；

$C_f = g / c_c^2$ = 摩擦係數；

d_{50} = 懸浮沉澱中值粒徑；

D = 水深；

D_b = 河床沉澱代表粒徑；

D_m = 編號第 m 組沉澱之粒徑；

D_s = 懸浮載向下通量；

D_{ms} = 懸浮沉澱代表粒徑；

D_{*m} = 無因次顆粒粒徑；

E_p = 作用層厚度；

E_{rms} = 均方根誤差；

E_s = 懸浮載向上通量；

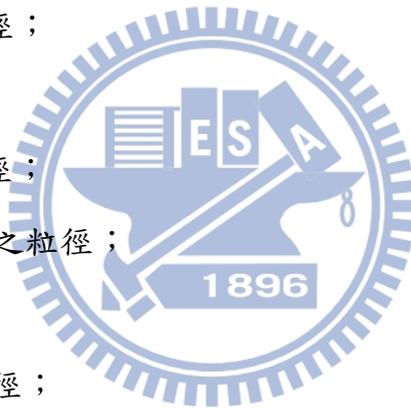
F_r = 福祿數；

$f_{\xi}^{\tilde{p}}$ 、 $f_{\xi}^{\tilde{p}}$ = 主要與側方向受密度差異量影響之移流作用力；

g = 重力加速度；

H = 正常水深；

H_m = 高含砂效應下，最大差異發生處之水深；



H_w = 清水流下，最大差異發生處之水深；

h_1 、 $h_2 = \xi$ 、 η 方向轉換係數；

K_l = 多項式流變關係之水深平均層流阻力係數；

k_s = 粗糙高度；

κ = 卡門係數(Von Kármán's)

M = 沉滓代表粒徑總數目；

n = 曼寧糙度係數；

\dot{P} = 動量方程式之壓力項；

p = 孔隙率；

Q = 總流量；

q = 單寬流量；

q_{bi_m} = i 方向某一粒徑 m 之河床載通量；

R = 彎道任一點之曲率半徑；

R_L = 彎道左岸之曲率半徑；

R_h = 水力半徑；

r_c = 彎道中心線曲率半徑；

S_0 = 渠道坡降；

S_{s_m} = 某一粒徑 m 之懸浮載源；

s_g = 砂比重；

S_E = 作用層源；

S_w = 水面坡降；

S_{*m} = 某一粒徑 m 水流挾砂能力；

T_k = 輸送參數；

T_{11} 、 T_{12} 、 T_{22} = 有效剪應力項；



t = 時間；

\bar{u} = 主流方向深度平均速度；

u = 主流方向速度；

U = 斷面平均速度；

U_* = 剪力速度；

U_m = 高含砂效應下，最大差異發生處之水深平均速度；

U_w = 清水流下，最大差異發生處之水深平均速度；

U_{*c} = 臨界剪力速度；

\bar{v} = 側方向深度平均速度；

v = 側方向速度；

w = z 方向速度；

w_f = 沉滓沉降速度；

w_{fh} = 濃度影響下沉滓沉降速度；

z = 卡式座標系統之垂直方向座標；

z_b = 底床高程；

z_s = 水面高程；

z_l = 最接近底床之垂直格網厚度；

Z_u = 懸浮沉滓傳輸係數；

α_1 、 α_2 = 流變關係參數常數項係數；

β_m = 第 m 組代表粒徑在作用層中所佔百分比；

β_1 、 β_2 = 流變關係參數指數項係數；

ε_{sH} 、 ε_{sV} = 懸浮載連續方程式中水平、垂直方向之紊流擴散係數；

ν_l = 層流黏滯係數；

ν_t = 紊流黏滯係數；



u_H = 水平方向渦流黏滯係數；

u_V = 垂直方向渦流黏滯係數；

μ_t = 動力黏滯係數；

μ_B = 賓漢黏滯係數；

θ_m = 第 m 組代表粒徑承受之無因次剪力；

θ_{cm} = 第 m 組代表粒徑之無因次臨界剪力；

ρ = 含砂水流流體密度；

ρ_s = 乾砂密度；

τ_B = 賓漢降伏應力；

τ_m = 高含砂效應下，最大差異發生處之底床剪力；

τ_w = 清水流下，最大差異發生處之底床剪力；

τ_{b_1} 、 τ_{b_2} = 底床剪應力在 ξ 、 η 方向之分量；

τ_c = 泥砂顆粒啟動之臨界剪力；

γ = 含砂水流比重量；

ξ 、 η = 平面上兩正交座標方向；

σ = 水深分層之垂直方向座標，無因次水深；

ω = σ 座標方向之垂向速度；

Δt = 時間間距；

$\Delta\eta$ 、 $\Delta\xi$ = ξ 、 η 方向兩相鄰格網點之格網間距。

上標

$n = n\Delta t$ 時刻之已知變數；

$n+1 = (n+1)\Delta t$ 時刻之未知變數；

$n+1/2 = (n+1)\Delta t$ 與 $n\Delta t$ 間之未知變數；

$(\bar{\quad})$ 時間平均；

$(\bar{\quad})$ 水深平均；

$(\tilde{\quad})$ 差異量(流速為與深度平均流速之差，密度為與清水密度差)

(\prime) 紊流擾動量。

下標

$i = \xi$ 方向格點編號；

$j = \eta$ 方向格點編號；

$k = \sigma$ 方向格點編號；

$1、2 = \xi、\eta$ 方向變數；

$p、e、w、n、s =$ 通量所在格點位置；

$a =$ 近底床高度 5% 水深處變數；

$b =$ 近底床變數。



第一章 緒論

1.1 研究動機與方向

沖淤是河川中常見的重要現象。天然河道的沖刷受水文、地文、河床質及水理特性等自然因素的影響。在河道中，通常因坡陡湍急，使得河床載對沖淤行為影響甚小。然而水庫的沉滓運移，大量的入砂以及迴水效應使流速減慢，導致落淤嚴重時，則河床載勢必不可忽略。每年颱風帶來的大量降雨對台灣地區而言雖為必要且珍貴的水資源，但降雨挾帶大量泥砂入庫減少水庫庫容以及於壩址附近形成渾水潭影響取水口與淨水廠的正常運作，亦為急需解決的問題。

然而面對一欲解決之工程問題，一般常用物理模型試驗或數值模擬來協助瞭解這些物理現象。設置物理模型試驗為科學家常用之方法，其為參考原型並依比例縮尺建造一模型並進行物理試驗。試驗結果可信度雖高，然而其設置所需經費龐大、試驗時間長以及大量消費人力與空間的問題，再加上模型試驗存在尺度效應(scale effect)、邊界與量測儀器產生之誤差，使得物理模型在應用上常有相當的限制和困難。數值模擬乃利用數學模式獲得欲知的物理現象，在某些物理假設條件下，仍可獲得相當合理之精確度與可靠性。相較於物理模型試驗，數值模擬具有較經濟及高效率之優點，或具有再利用性，因此許多科學家不斷致力於數值模擬之發展。

對於河川、湖泊及海洋等大範圍之流場分析，一維與二維模式已廣泛應用在實務上，其相對於三維模式具有計算快速及容易收斂的優點。但是當流場在深度方向的分佈為欲探討之問題時，垂向的資訊則相對重要而不可忽略。相較於全三維模式，擬似三維模式則具有計算快速和容易收斂的優點，且亦能獲得物理量深度方向分佈的資訊，適合水利工程實務上的應用。

而粗顆粒形成的河床載一直以來量測不易而缺乏現地數據。故本研

究嘗試以模式模擬水庫沉滓時，率定出河床載與懸浮載之間存在之比例關係，做為邊界條件，使之能適當反應出水庫底床淤積行為導致床形的變化。更進一步再以率定結果做為三維模式模擬沉滓運移時的邊界條件，期以擬似三維模式計算垂向濃度分布，反應出水庫泥砂落淤的機制，提供日後相關研究作一參考。

1.2 文獻回顧

河道沉滓之運移行為影響著底床沖淤變化，河口與海岸型態的變遷等，進而影響水工結構物設計與操作策略研究等相關的課題。因此，如何正確與合宜的分析河道沉滓的運移歷程，為水利工程一重要的研究課題。誠如 Dawdy and Vanoni (1986)所言，沒有任何一個沉滓運移模式能合理解決所有輸砂相關的課題，所以每個模式均有其特定的發展方向，以解決其特定的輸砂問題。

一般而言，大型沖積河流河床載輸運率(*bed-load transport rate*)約佔總沉滓載輸運率之 5%~25%，底床質由粗顆粒(*coarse materials*)組成者所佔比例更高。若以沉滓傳輸型態的方式來加以分類，河床載(*bed material load*)模式如 TABS2(1985)及 GSTARS(2001)等，為最普遍的模式型態，在泥顆粒較粗的情況下，此類模式仍具有相當的實用價值，缺點是類模式無法有效區分懸浮載與河床載之運移。懸浮載模式如 Celik and rodi(1988)、Van Rijn(1990)等及 Ziegler and Nisbet(1995)等，較適用於河床載所佔比例不高的情況，或可用於探討凝聚性沉滓的相關案例。Bell and Sutherland(1983)發展之河床載模式，較適用於粗顆粒沉滓模擬及懸浮相對不重要的情況。CHARIMA(1990)、Spasojevic and Holly(1990)、MIKE-11(1992)、NETSTARS(1996)等模式以河床載及懸浮載分開計算的方式，可模擬懸浮載濃度分佈及底床沖淤的情況外，並可合理模擬非平衡輸砂的問題。

在數值模式的發展上，水深平均二維模式已普遍應用在天然河川的模擬，且有許多研究均已驗證其模擬結果的合理性。二維模式如

TABS2(1985)、Celik and Rodi (1988)、Spasojevic and Holly (1990)、Ziegler and Nisbet (1995)等，可以用來描述物理變量在側方向(水平二維)或深度方向(垂直二維)的變化情形，在河川寬深比一般均很大的情況下，河川沉滓運移模擬應以深度平均之水平二維模式為較佳。

近來許多三維模式開始應用在大型流場如河川、湖泊及海洋的模擬，相較於二維模式，其能直接提供水深方向的資訊。然而三維模式仍需要花費不少的時間來模擬，因此有許多擬似三維模式的研究提出(Lardner and Cekirge, 1988；Jin and Kranenburg, 1993；Wang, 1994；Blanckaert and de Vriend 2003；Hung et al., 2008；Lin and Huang, 2008；Herzfeld et al., 2010；Zhang et al., 2011)，除了能降低計算成本，在一些假設條件下，亦能提供合理的三維流速分布資訊。

擬似三維模式中，Lardner and Cekirge (1988)提出的垂直水平分離演算法 Vertical Horizontal Splitting (VHS)受到許多學者引用(如 Wang, 1994；Lin and Huang, 2008 等)，其將水平與垂直流場分開求解，首先利用水深平均二維模式計算水位分佈與水深平均流速分量，再透過一子模式獲得流速在水深方向之分佈。VHS 的概念已經應用在海岸、河口及湖泊等大型水體的流場分析(Jin and Kranenburg, 1993；Wang, 1994；Lin and Huang, 2008；Herzfeld et al., 2010)。Zhang et al. (2011)延用並擴展 Muneta and Shimizu (1994)發展之擬似三維模式，將原模式之卡氏座標系統轉換為非正交曲線座標系統，並考慮原模式忽略的延散項進行運算。

本研究在三維模擬上主要關心底床邊界之設定，文獻中學者藉由解析解之濃度垂直剖面直接積分(Rouse, 1937; Zhang et al., 2001)，量化懸浮載運移量，並且以經驗公式推估近底床濃度，作為濃度剖面在近底床處之邊界條件。而關於泥砂再懸浮機制之探討，錢(2011)等發現在近岸河口之再懸浮機制發生時，粒徑 $16 \mu\text{m}$ 以下之細懸浮顆粒所佔比例增加。近來更有學者應用一種新的沉積物再懸浮裝置，模擬中國太湖水域不同風浪下懸浮物的垂向分布，如尤(2007)等。利用此法求得水柱總懸浮量

與擾動頻率的定量關係，是目前較適用於淺水水體懸浮物再懸浮之模擬方法。

1.3 研究目的與方法

本研究之目的為引用鍾(2012)所發展之三維沉滓運移模式，探討底床沖淤機制。基於水深平均二維水理模式謝(2003)，應用垂直水平分離演算的概念，加入垂直水理模式，以動量方程式求解水深方向之濃度分佈，另外並在模式中加入表面風剪力及科氏力之影響。水平方向座標系統採用正交曲線座標，其能適當表達不規則渠道形狀，且座標軸主軸方向(本研究使用之 ξ 軸方向)即為主流方向；而在水深方向則採用 σ 座標系統(Blumberg and Mellor, 1983)，其能解決自由水面在固定格網上變動而影響模式無法準確計算水面之壓力邊界條件的問題，也能將因為起伏底床產生之不規則格網，轉換為便於計算的矩形格網，如此可得到精確度較高的模擬結果。為驗證模式的正確性，本文分別採用具有解析解或實驗量測數據的案例比較模擬結果。

1.4 章節介紹

前面已闡述本研究之動機與方向、文獻回顧、研究目的與方法，本節將扼要說明本文章之內容，其中第二章理論基礎及第三章數值架構大致上均摘自鍾(2012)之論文。

第一章為緒論，說明本研究之背景與目的，並回顧相關模式發展的文獻，提出本研究之方法與研究之重點。

第二章為理論基礎，在正交曲線座標系統下，由三維那威爾-史托克司(Navier-Stokes)方程式導出模式控制方程式、輔助方程式的使用及邊界條件的設定，均於本章介紹。

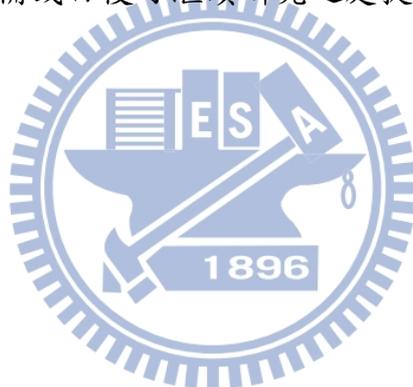
第三章為數值架構，水平二維水理模式及垂直水理模式之數值方法於本章說明，並簡述模式之計算流程。

第四章針對模式發展部分，採用具有解析解或實驗量測數據的案例，來展現模式在三維運算上預測泥砂濃度分布的功能，並驗證模式預測之合理性與正確性。

第五章將藉由簡單的實驗案例，以及具有實測數據之現地案例，來探討河床載邊界條件對床型變化的影響，並驗證模式模擬之合理性與正確性。

第六章使用石門水庫現地實測資料，結合第四與第五章之概念，分別以二維與三維模試模擬石門水庫洪氾期間之底床變化，並做一綜合分析。

第七章為結論與建議，對研究成果作綜合性之歸納說明，並針對研究尚未考量、不盡完備或日後可繼續研究之處提出建議。



第二章 理論基礎

模式的座標系統方面，為了能適當表達天然河道不規則的幾何形狀，模式在水平方向採用正交曲線座標系統，如圖 2.1 所示；而在垂直方向則採用 σ 座標系統(Blumberg and Mellor, 1983)，如圖 2.2 所示，如此能將不規則的計算區域轉換至矩形計算區域求解，且能便利地處理渠道的側壁、自由液面及底床邊界。

控制方程式方面，透過座標系統轉換，將三維控制方程式轉換為正交曲線座標系統方程式，再將此控制方程式作時間平均及水深平均後，即可推得水深平均二維控制方程式(謝，1994)。將水平二維水理控制方程式從三維控制方程式中扣除(VHS)，即可求得垂直控制方程式。

2.1 水理控制方程式

2.1.1 三維部分

基於不可壓縮流之假設下，對那威爾-史托克司(Navier-Stokes)方程式取時間平均後，得控制方程式如下：

連續方程式

$$\frac{\partial}{\partial \xi}(h_2 \bar{u}) + \frac{\partial}{\partial \eta}(h_1 \bar{v}) + \frac{\partial}{\partial z}(h_1 h_2 \bar{w}) = 0 \quad (2.1)$$

動量方程式

ξ 方向：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{u}) + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho \bar{u}^2) + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho \bar{u} \bar{v}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho \bar{u} \bar{w}) + \frac{2(\rho \bar{u} \bar{v})}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{(\rho \bar{u}^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{(\rho \bar{v}^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \\ & + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho \bar{u}^2) + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho \bar{u} \bar{v}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho \bar{u} \bar{w}) + \frac{2(\rho \bar{u} \bar{v})}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{(\rho \bar{u}^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{(\rho \bar{v}^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \\ & = \rho f_c \bar{v} - \frac{1}{h_1} \frac{\partial p}{\partial \xi} + \frac{1}{h_1 h_2} \left[\frac{\partial}{\partial \xi}(h_2 \tau_{11}) + \frac{\partial}{\partial \eta}(h_1 \tau_{12}) + \frac{\partial}{\partial z}(h_1 h_2 \tau_{13}) \right] + \frac{\tau_{12}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{\tau_{22}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \end{aligned} \quad (2.2)$$

η 方向：

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t}(\rho\bar{v}) + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho\bar{v}^2) + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho\bar{u}\bar{v}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho\bar{v}w) + \frac{2(\rho\bar{u}\bar{v})}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{(\rho\bar{v}^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{(\rho\bar{u}^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \\
& + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho\bar{v}^2) + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho\bar{u}'\bar{v}') + \frac{\partial}{\partial z}(\rho\bar{v}'w') + \frac{2(\rho\bar{u}'\bar{v}')}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{(\rho\bar{v}'^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{(\rho\bar{u}'^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \\
& = -\rho f_c \bar{u} - \frac{1}{h_2} \frac{\partial p}{\partial \eta} + \frac{1}{h_1 h_2} \left[\frac{\partial}{\partial \eta}(h_1 \tau_{22}) + \frac{\partial}{\partial \xi}(h_2 \tau_{12}) + \frac{\partial}{\partial z}(h_1 h_2 \tau_{23}) \right] + \frac{\tau_{12}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{\tau_{11}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \quad (2.3)
\end{aligned}$$

z 方向：

在一般淺水的天然水道，垂直方向之動量方程式可用靜水壓分佈來簡化，

$$\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g = 0 \quad (2.4)$$

而垂直方向之流速可透過連續方程式求得，以減少模式之計算量。

以上諸式中， ξ 、 η 、 z 為三維正交曲線座標方向，其中 ξ 、 η 為水平方向， z 為水深方向；下標 1、2、3 分別代表物理量在 ξ 、 η 、 z 方向代號； h_1 、 h_2 分別為 ξ 、 η 方向之轉換係數； u 、 v 、 w 分別為 ξ 、 η 、 z 方向流速； g 為重力加速度； t 為時間； τ 為層流剪應力； $(-)$ 表時間平均； $(')$ 表時間平均瞬時擾動量； $f_c (=2\omega \sin \phi)$ 為科氏力係數； ω 為地球自轉角速度； ϕ 為緯度； ρ 為密度； p 為壓力。

2.1.2 水平二維部分

將 2.1.1 節之三維水理控制方程式(2.1)、(2.2)、(2.3)利用萊布尼茲法則對深度方向積分，加上運動邊界條件及動力邊界條件，並取深度平均值，可得水平二維水理控制方程式。

連續方程式

$$h_1 h_2 \frac{\partial d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi}(h_2 \bar{u}d) + \frac{\partial}{\partial \eta}(h_1 \bar{v}d) = 0 \quad (2.5)$$

動量方程式

ξ 方向：

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{\bar{v}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right) = \rho f_c \bar{v} - \frac{\rho g}{h_1} \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + \frac{1}{dh_1 h_2} \left(T_{11} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + 2T_{12} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - T_{22} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{dh_2} \frac{\partial T_{12}}{\partial \eta} + \frac{1}{dh_1} \frac{\partial T_{11}}{\partial \xi} + \frac{(\tau_{s1} - \tau_{b1})}{d} \quad (2.6)$$

η 方向：

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} + \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{\bar{u}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) = -\rho f_c \bar{u} - \frac{\rho g}{h_2} \frac{\partial z_s}{\partial \eta} + \frac{1}{dh_1 h_2} \left(T_{22} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + 2T_{12} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - T_{11} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{dh_1} \frac{\partial T_{12}}{\partial \xi} + \frac{1}{dh_2} \frac{\partial T_{22}}{\partial \eta} + \frac{(\tau_{s2} - \tau_{b2})}{d} \quad (2.7)$$

式中，

$$T_{11} = \int_{z_b}^{z_s} (\tau_{11} - \rho \bar{u}^2 - \rho \bar{u}'^2) dz \quad (2.8)$$

$$T_{22} = \int_{z_b}^{z_s} (\tau_{22} - \rho \bar{v}^2 - \rho \bar{v}'^2) dz \quad (2.9)$$

$$T_{12} = \int_{z_b}^{z_s} (\tau_{12} - \rho \bar{u}\bar{v} - \rho \bar{u}'\bar{v}') dz \quad (2.10)$$

以上諸式中， d 為水深； z_s 為水面高程； z_b 為底床高程； τ_{si} 為 i 方向水面剪應力； τ_{bi} 為 i 方向底床剪應力； $(\bar{\quad})$ 表水深平均； (\quad) 表物理量之空間微變量(例： $\bar{u} = \bar{u} - \bar{u}'$)；下標 s 、 b 分別為水面及底床代號； T 為有效剪應力項(effective stress term)，其包含層流剪應力、延散剪應力與紊流剪應力。

2.1.3 垂直部分

將 2.1.1 節之三維水理控制方程式(2.2)、(2.3)以靜水壓假設代入，並令 $\bar{u} = \bar{u} + \bar{u}'$ 、 $\bar{v} = \bar{v} + \bar{v}'$ (如圖 2.3)，得到之方程式扣掉 2.1.2 節之水平二維水理控制方程式(2.6)、(2.7)，即可得到垂直水理控制方程式。

ξ 方向：

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} + \omega \frac{\partial \bar{u}}{\partial \sigma}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_1h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_1h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_1h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{2\bar{v}\bar{v}}{h_1h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{\bar{v}^2}{h_1h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \\
& = f_c \bar{v} + \frac{1}{\rho d} \frac{\partial \tau_{13}}{\partial \sigma} - \frac{(\tau_{s1} - \tau_{b1})}{\rho d} + (\text{Horizontal Diffusion in } \xi) \quad (2.11)
\end{aligned}$$

η 方向：

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} + \omega \frac{\partial \bar{v}}{\partial \sigma} \\
& + \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_1h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_1h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_1h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{2\bar{u}\bar{u}}{h_1h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{\bar{u}^2}{h_1h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \\
& = -f_c \bar{u} + \frac{1}{\rho d} \frac{\partial \tau_{23}}{\partial \sigma} - \frac{(\tau_{s2} - \tau_{b2})}{\rho d} + (\text{Horizontal Diffusion in } \eta) \quad (2.12)
\end{aligned}$$

式中，

$$\omega = \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} + \bar{w} \frac{\partial \sigma}{\partial z} \quad (2.13)$$

$$\sigma = \frac{z - z_b}{d} \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = -\frac{\sigma}{d} \frac{\partial d}{\partial t} \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \xi} = -\frac{1}{d} \frac{\partial z_b}{\partial \xi} - \frac{\sigma}{d} \frac{\partial d}{\partial \xi} \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \eta} = -\frac{1}{d} \frac{\partial z_b}{\partial \eta} - \frac{\sigma}{d} \frac{\partial d}{\partial \eta} \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial z} = \frac{1}{d} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned}
& (\text{Horizontal Diffusion in } \xi) = -\frac{1}{\rho d h_1 h_2} \left(T_{11} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + 2T_{12} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - T_{22} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right) \\
& - \frac{1}{\rho d h_2} \frac{\partial T_{12}}{\partial \eta} - \frac{1}{\rho d h_1} \frac{\partial T_{11}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} \left[\frac{2\nu_H}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{h_1} \right) + \frac{2\nu_H}{h_1^2 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right] + \frac{2\nu_H}{h_1^2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \xi^2} \\
& + \frac{2\nu_H}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\bar{v}}{h_1 h_2} \right) \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{\nu_H}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{h_2}{h_1} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\bar{v}}{h_2} \right) + \frac{\nu_H}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{h_1}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\bar{u}}{h_1} \right) \\
& + \frac{\nu_H h_1}{h_2^2} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \left(\frac{\bar{u}}{h_1} \right) + 2\nu_H \left[\frac{1}{h_1^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\bar{v}}{h_2} \right) + \frac{1}{h_2^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\bar{u}}{h_1} \right) \right] \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{2\nu_H}{h_1 h_2^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \quad (2.19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\text{Horizontal Diffusion in } \eta) = & -\frac{1}{\rho dh_1 h_2} \left(T_{22} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + 2T_{12} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - T_{11} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) \\
& - \frac{1}{\rho dh_2} \frac{\partial T_{22}}{\partial \eta} - \frac{1}{\rho dh_1} \frac{\partial T_{12}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} \left[\frac{2\nu_H}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{h_2} \right) + \frac{2\nu_H}{h_1 h_2^2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right] + \frac{2\nu_H}{h_2^2} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \eta^2} \\
& + \frac{2\nu_H}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\bar{u}}{h_1 h_2} \right) \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{\nu_H}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{h_2}{h_1} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\bar{v}}{h_2} \right) + \frac{\nu_H}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{h_1}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\bar{u}}{h_1} \right) \\
& + \frac{\nu_H h_2}{h_1^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\frac{\bar{v}}{h_2} \right) + 2\nu_H \left[\frac{1}{h_1^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\bar{v}}{h_2} \right) + \frac{1}{h_2^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\bar{u}}{h_1} \right) \right] \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{2\nu_H}{h_1^2 h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \quad (2.20)
\end{aligned}$$

； ν_H 為水平黏滯係數 $=\nu_l+\nu_t$ ； ν_l 為層流黏滯係數； ν_t 為紊流黏滯係數 $=\kappa u_* d/6$ (Falconer 1980)； u_* 為剪力速度； κ 為 von Karman's 係數(約等於 0.41)； d 為水深。

2.2 動床控制方程式

沉滓運移部分在懸浮載、河床載分開求解概念下，求解懸浮載之質量傳輸(mass transport)方程式、作用層連續方程式(active-layer continuity equation)、底床連續方程式(bed-layer continuity equation) (謝德勇，2002)，其中懸浮載之質量傳輸為三維控制方程式。由於本研究模式各項變數之間的空間關係較為複雜，包含懸浮載(suspended load) 濃度、懸浮載底床濃度、懸浮載向上與向下通量、河床載(bed load)、作用層(active layer)等，將各變數於深度方向之關係表示於圖 2.4。本研究將沉滓運移計算分為懸浮載與河床載兩部分，以底床高程 z_b 為分界。懸浮載運移在 z_b 之上，河床載運移在 z_b 之下，且河床載運移發生於作用層內。作用層主要是一理論上的假設物理量，模式假設河床載運移與粒徑變化均僅發生於作用層當中，頂面位置為底床 z_b 所在高程。懸浮載之底床濃度則是位於 z_b ，交換通量也發生於 z_b 。以下逐一介紹圖 2.4 中的各變數與計算方式。

沉滓運移控制方程式將沉滓粒徑分為數種代表粒徑，分開計算懸浮載與河床載，計算各粒徑在懸浮載中的濃度以及在作用層當中之比例，並計算整體沉滓在交換後所造成之底床沖淤量，將方程式說明如下：

質量傳輸方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{h_1 h_2} \left(\bar{u} h_2 \frac{\partial C}{\partial \xi} + \bar{v} h_1 \frac{\partial C}{\partial \eta} \right) - \frac{1}{D^2} \frac{\partial C}{\partial \sigma} \frac{\partial \varepsilon_{SV}}{\partial \sigma} - \frac{\varepsilon_{SV}}{D^2} \frac{\partial^2 C}{\partial \sigma^2} + \omega \frac{\partial C}{\partial \sigma} - \frac{w_{fh}}{D} \frac{\partial C}{\partial \sigma} - \frac{C}{D} \frac{\partial w_{fh}}{\partial \sigma} \\ & = \frac{1}{h_1 h_2} \left(\frac{\varepsilon_{SH} \partial C}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{h_2}{h_1} \right) + \frac{h_2 \partial C}{h_1 \partial \xi} \frac{\partial \varepsilon_{SH}}{\partial \xi} + \frac{h_2 \varepsilon_{SH}}{h_1} \frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2} + \frac{\varepsilon_{SH} \partial C}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{h_1}{h_2} \right) + \frac{h_1 \partial C}{h_2 \partial \eta} \frac{\partial \varepsilon_{SH}}{\partial \eta} + \frac{h_1 \varepsilon_{SH}}{h_2} \frac{\partial^2 C}{\partial \eta^2} \right) \end{aligned} \quad (2.21)$$

水平擴散項由於 sigma 座標轉換後產生多項二次微分之乘積，本研究中假設其值可予以忽略。

作用層連續方程式

$$\rho_s (1-p) \frac{\partial (\beta_m E_p)}{\partial t} + \frac{\partial}{h_1 h_2 \partial \xi} (h_2 q_{b1_m}) + \frac{\partial}{h_1 h_2 \partial \eta} (h_1 q_{b2_m}) + S_{s_m} - S_E = 0 \quad (2.22)$$

底床連續方程式

$$\rho_s (1-p) \frac{\partial z_b}{\partial t} + \sum_{m=1}^M \left[\frac{\partial}{h_1 h_2 \partial \xi} (h_2 q_{b1_m}) + \frac{\partial}{h_1 h_2 \partial \eta} (h_1 q_{b2_m}) + S_{s_m} \right] = 0 \quad (2.23)$$

上列諸式中， C = 某一代表粒徑的懸浮載體積濃度； ε_{SV} 、 ε_{SH} = 垂直、水平方向紊流擴散係數； w_{fh} = 泥砂落淤速度； ρ = 含砂水流密度； ρ_s = 乾砂密度； β_m = 第 m 組代表粒徑在作用層中所佔百分比； p = 孔隙率； E_p = 作用層厚度，模式中假設為 0.2~0.5 (m)； S_E = 作用層源(source of active layer)； z_b = 底床高程； q_{b1_m} 、 q_{b2_m} = 水流方向、水流側方向方向第 m 組代表粒徑之河床載通量； S_{s_m} = 為第 m 組代表粒徑懸浮載源(source of suspended load)。

2.3 輔助關係式

2.3.1 層流與紊流剪應力

採用 Boussinesq 之渦流黏性理論，層流與紊流剪應力可合併表示為

$$\frac{\tau_{11}}{\rho} - \bar{u}'^2 = 2\nu_H \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) \quad (2.24)$$

$$\frac{\tau_{22}}{\rho} - \bar{v}'^2 = 2\nu_H \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right) \quad (2.25)$$

$$\frac{\tau_{12}}{\rho} - \bar{u}'\bar{v}' = 2\nu_H \left[\frac{h_2}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\bar{v}}{h_2} \right) + \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\bar{u}}{h_1} \right) \right] \quad (2.26)$$

2.3.2 底床剪應力

底床剪應力採用 French (1986)之經驗式

$$\frac{\tau_{b1}}{\rho} = \bar{u}_b |\bar{u}_b| \left[2.5 \ln \left(\frac{30z_1}{2.72k_s} \right) \right]^{-2} \quad (2.27)$$

$$\frac{\tau_{b2}}{\rho} = \bar{v}_b |\bar{v}_b| \left[2.5 \ln \left(\frac{30z_1}{2.72k_s} \right) \right]^{-2} \quad (2.28)$$

式中， \bar{u}_b 、 \bar{v}_b 分別為 ξ 、 η 方向之近底床流速； z_1 為近底床流速之格網與底床間垂直距離； k_s 為粗糙高度。

2.3.3 河床載通量 q_b

凝聚性泥砂之通量可假定為零，而非凝聚性沉滓之河床載通量，模式中採用 van Rijn(1984a)之輸砂經驗式計算(以 ξ 方向為例):

$$q_{b1} = q_{b1}(D)_k = 0.053 \rho_s \sqrt{(s-1)g} D_k D_k \frac{T_k^{2.1}}{D_k^{0.3}} \quad (2.29)$$

式中， $D_{*k} = D_k \left[\frac{(s-1)g}{\nu^2} \right]^{\frac{1}{3}}$ = 無因次顆粒粒徑； D_k = 顆粒粒徑；

$T_k = \frac{u_*^2 - (u_{*c})_k^2}{(u_{*c})_k^2}$ = 輸砂參數； $u_{*c} = \frac{u\sqrt{g}}{c_1}$ = 臨界剪力速度； $c_1 = 18 \log\left(\frac{12d}{3D_{90}}\right) =$

顆粒蔡司參數； $s = \frac{\rho_s}{\rho}$ = 砂比重。

另外，泥砂運移過程中，較細之顆粒除了以懸浮載型式移動外，由於泥砂為非均質，細顆粒可能隱藏於較粗顆粒之間而不易被水流帶走。為體現此一機制，模式進一步將非均勻粒徑所產生的遮蔽效應納入考慮並進行修正如下

$$q_{b_i} = \zeta_{h_k} \beta_k q_b (D)_k \quad (2.30)$$

由於水流在渠道中運行時，河床載源之變化將受到:(1)縱向與橫向之底床坡降 S_{0_ξ} 、 S_{0_η} ；(2)縱向及橫向之流速 u 、 v 的影響；模式採用 Struiksmma(1985)之公式，對某一粒徑之河床載通量進行修正(張氏，2005)

$$\xi \text{ 方向: } q_{b_\xi} = \zeta_{h_k} \beta_k q_b (D)_k \cos \alpha \quad (2.31)$$

$$\eta \text{ 方向: } q_{b_\eta} = \zeta_{h_k} \beta_k q_b (D)_k \sin \alpha \quad (2.32)$$

在上面兩式中

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\sin \delta - \frac{1}{f_s \theta} \frac{\partial z_b}{\partial \eta}}{\cos \delta - \frac{1}{f \theta_s} \frac{\partial z_b}{\partial \xi}} \right) \quad (2.33)$$

$$\delta = \tan^{-1} \left(\frac{v}{u} \right) \quad (2.34)$$

以上， α = 沉滓運移角度； δ = 底床剪應力之方向； f_s = 沉滓之形狀因子，

$$1 \leq f_s \leq 2 ; \theta = \frac{(u^2 + v^2)}{c^2 (s-1) D_{50}} = \text{Shields parameter} \circ$$

2.3.4 懸浮載源 S

針對非凝聚性之泥砂而言，懸浮載源可定義為懸浮載向下通量與底床質向上通量之間交互作用的結果。對某一特定粒徑 k 而言，受到重力作用而沉降至底床，其向下之通量可表示為下式:

$$S_{d_k} = -\rho w_{f_k} C_{d_k} \quad (2.35)$$

其中負號代表通量向下，反之為向上之通量； $C_{d_k} = [3.25 + 0.55 \ln(\frac{w_{f_k}}{\kappa u_*})] C_k$ (Lin 1984)； C_k = 顆粒 k 的深度平均濃度； w_{f_k} = 顆粒 k 的沉降速度，其計算方式依照粒徑大小採用不同關係式 (Van Rijn 1984b) 如下

$$w_{f_k} = \begin{cases} \frac{1}{18} \frac{(s-1)gD_k}{\nu} & (D_k < 100\mu m) \\ 10 \frac{\nu}{D_k} \left\{ \left[1 + \frac{0.01(s-1)gD_k}{\nu^2} \right] - 1 \right\} & (100\mu m \leq D_k \leq 1000\mu m) \\ 1.1 [(s-1)gD_k]^{0.5} & (D_k \geq 1000\mu m) \end{cases} \quad (2.36)$$

在水中未設有結構物的渠道中，底床質向上之通量主要是由於水流剪力對底床之作用，使底床質揚起成為懸浮質，即一般沖刷及束縮沖刷之現象。其向上通量可表示為：

$$S_{e_k} = \rho w_{l_k} \beta_k C_{e_k} \quad (2.37)$$

上式 $C_{e_k} = 0.015 \frac{D_k}{a} \frac{T_k^{1.5}}{D_{*k}^{0.3}}$ (Van Rijn 1984b)； a = 砂丘高度之一半； w_{l_k} =

顆粒 k 躍起之速度。

顆粒躍起速度定義為河床質發生跳躍 (saltation) 離開底床瞬間時的垂直速度，採用 Hu and Hui (1996) 提出之經驗公式：

$$\frac{w_{l_k}}{u_*} = \begin{cases} 3.2 - 4.5 \log \Theta & \Theta < 1.2 \\ 3.1 & \Theta > 1.2 \end{cases} \quad (2.38)$$

式中 $\Theta = \frac{\tau_b}{(\rho_s - \rho)gD_k}$

2.3.5 作用層源 S_r

作用層示意圖如圖 2.4。作用層源之產生乃肇因於母層 (active stratum)

頂面之升降，當其下降時，

$$S_f = -\rho_s(1-p) \frac{\partial}{\partial t} [(\beta_s)_k (z_b - E_m)] \quad (2.39)$$

式中 $(\beta_s)_k$ = 母層中某一顆粒 k 之粒徑百分比；若母層厚度增加，即其頂面上升時，則將(2.36)式中 $(\beta_s)_k$ 以 β_k 取代。

2.3.6 作用層厚度 E_m

沖刷現象發生時，根據 Bennet and Nordin (1977) 之研究，可以下式表示：

$$E_m = -C_{em} (z_b^{n+1} - z_b^n) \quad (2.40)$$

式中 C_{em} 為一數值參數，模式暫取為 20。

當河床表面接近護甲條件時，作用層厚度接近零，在這種情況下，可用 Borah 等(1982)所提出護甲層之厚度，予以修正：

$$E_m = -C(z_b^{n+1} - z_b^n) + \frac{1}{\sum_{k=m}^K \beta_k} \frac{D_m}{1-p} \quad (2.41)$$

式中， D_m = 不產生移動的最小顆粒粒徑。

另外，作用層在淤積期間可定義為：

$$E_m^{n+1} = E_m^n + (z_b^{n+1} - z_b^n) \quad (2.42)$$

2.4 邊界條件

2.4.1 水理部分

水平二維水理模式考量三種邊界條件設定，分別為渠道入流、渠道出流與固體邊界。一般而言，渠道入流邊界條件設定為單位寬度入流量，渠道出流邊界條件則採用水位高程設定。在固體邊界處，沿固體邊界法線方向採不透水邊界條件；而沿固體邊界切線方向可分為滑移與非

滑移邊界條件。

垂直水理模式考量渠道入流、渠道出流、自由液面及底床邊界條件。在渠道入流及渠道出流處假設均勻流邊界條件。自由液面採風剪力邊界條件 $\frac{\partial \bar{u}}{\partial \sigma} = \frac{d}{\nu_v} \frac{\tau_s}{\rho}$ 、 $\frac{\partial \bar{v}}{\partial \sigma} = \frac{d}{\nu_v} \frac{\tau_s}{\rho}$ ；而底床則採用底床剪力邊界條件 $\frac{\partial \bar{u}}{\partial \sigma} = \frac{d}{\nu_v} \frac{\tau_b}{\rho}$ 、 $\frac{\partial \bar{v}}{\partial \sigma} = \frac{d}{\nu_v} \frac{\tau_b}{\rho}$ 。

2.4.2 動床部分

本研究底床濃度為 z_b 所在高程，如圖 2.4 所示。計算過程中底床若為濃度捲昇過程，底床平衡濃度 $C_{a,e}$ 計算結果會大於上層水體濃度，因此直接採用下式：

$$C_a = C_{a,e} \quad (2.43)$$

若為濃度落淤過程， $C_{a,e}$ 會小於上層水體濃度，可判斷為落淤情況 (van Rijn, 1985)，此時則採用 Neumann 邊界條件：

$$\left. \frac{\partial C}{\partial \sigma} \right|_a = 0 \quad (2.44)$$

$C_{a,e} = 0.015 \frac{D_k T_k^{1.5}}{a D_k^{0.3}}$ (Van Rijn 1984b)； a = 砂丘高度之一半； w_{lk} = 顆粒 k 躍起之速度。

如此模式便可合理模擬捲昇與落淤兩種情況的濃度剖面。

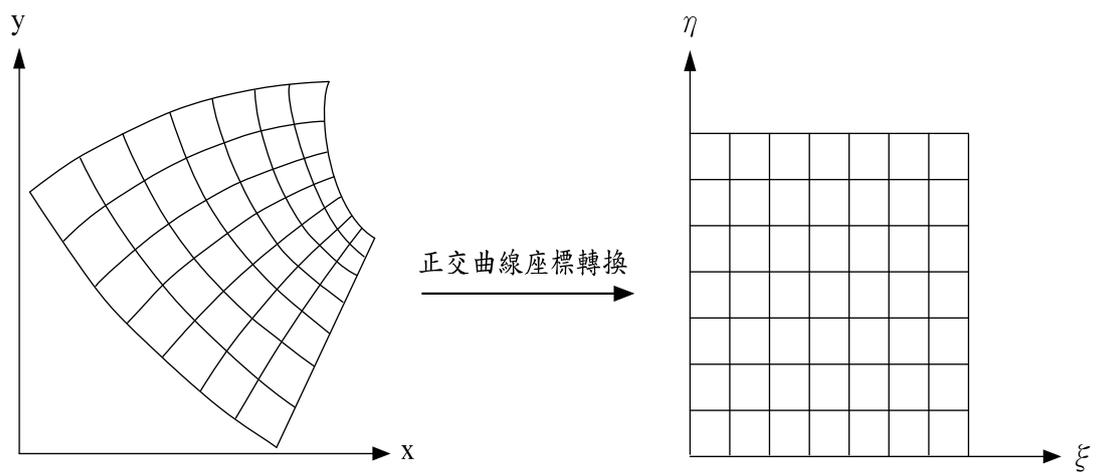


圖 2.1 正交曲線座標轉換示意圖

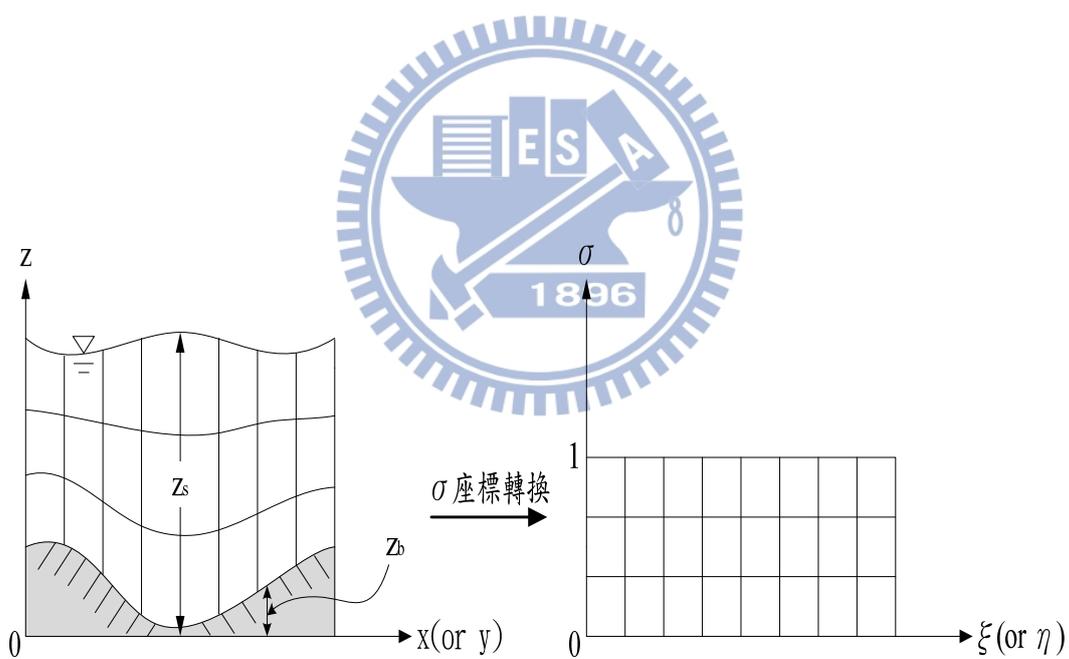


圖 2.2 σ 座標轉換示意圖

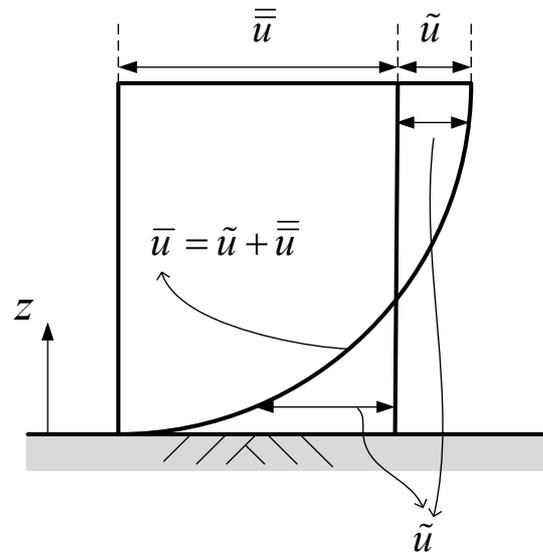


圖 2.3 水深方向流速剖面示意圖。(\bar{u} 為實際流速剖面； $\bar{\bar{u}}$ 為水深平均流速； \tilde{u} 為流速微變量)

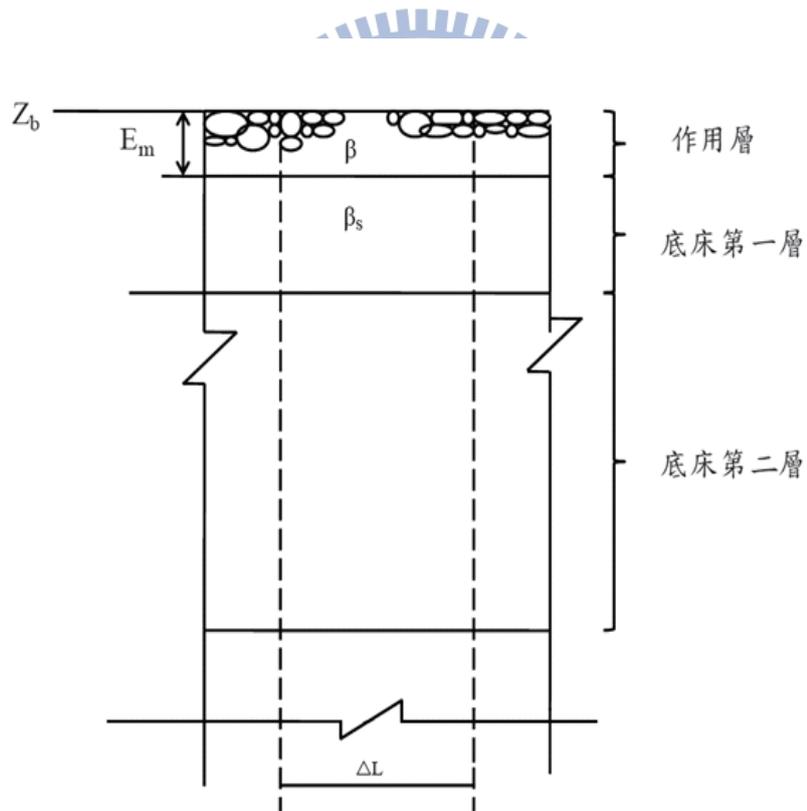


圖 2.4 作用層示意圖(Spasojevic 1988)

第三章 數值架構

3.1 水理部分

水理部分之整體架構基於水平垂直分離演算概念，首先由水平二維模式求解水面高程以及水深平均流速，其中之有效剪力項依靠三維流場計算而得到。三維流場係經流速差異量方程式求解後，與二維模式疊代收斂。以下分別就水理部分之求解架構與數值差分方法做說明。

3.1.1 求解架構

水深平均控制方程式

本研究基於隱式雙階分割操作之觀念，將深度平均動量方程式分割成二個時間步驟，延散步驟(advection and diffusion step)及傳播步驟(propagation-step)，分別求得 $n+1/2$ 與 $n+1$ 時刻之流場，並利用隱式數值方法求解。延散步驟求解移流項(advection terms)和擴散項(diffusion terms)，傳播步驟求解壓力項、底床剪應力項和連續方程式。水理控制方程式先就時間部分離散如下：

延散步驟:

$$\frac{V^{n+\frac{1}{2}} - V^n}{\Delta t} = -(V^n \cdot \nabla)V^{n+\frac{1}{2}} + \frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot T^{n+\frac{1}{2}} \quad (3.1)$$

傳播步驟:

$$\frac{V^{n+1} - V^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} = -g\nabla(z_b + D)^{n+1} - \frac{\tau_b}{\rho_0 D} \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot V^{n+1} = 0 \quad (3.3)$$

式中， V 表示速度向量； T 表示擴散及延散項； $n+1$ 表示 $(n+1)\Delta t$ 時刻之未知變數； $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ ； n 表示 $n\Delta t$ 時刻之已知變數； $n+1/2$ 表示在

$(n+1)\Delta t$ 與 $n\Delta t$ 間之未知變數。

(3.1)~(3.3)的一般式可表示成:

延散步驟:

$$\frac{\overset{=n+1/2}{u} - \overset{=n}{u}}{\Delta t} = \left[-\frac{\overset{=}{u}}{h_1} \frac{\overset{=}{\partial u}}{\partial \xi} - \frac{\overset{=}{v}}{h_2} \frac{\overset{=}{\partial u}}{\partial \eta} - \frac{\overset{=}{uv}}{h_1 h_2} \frac{\overset{=}{\partial h_1}}{\partial \eta} + \frac{\overset{=2}{v}}{h_1 h_2} \frac{\overset{=}{\partial h_2}}{\partial \xi} - \frac{\overset{=}{f_\xi^p}}{\rho_0} \right. \\ \left. + \frac{1}{\rho_0 D h_1 h_2} \left(T_{11} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + 2T_{12} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - T_{22} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\rho_0 D h_1} \frac{\partial T_{11}}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho_0 D h_2} \frac{\partial T_{12}}{\partial \eta} \right]^{n+1/2} \quad (3.4)$$

$$\frac{\overset{=n+1/2}{v} - \overset{=n}{v}}{\Delta t} = \left[-\frac{\overset{=}{v}}{h_2} \frac{\overset{=}{\partial v}}{\partial \eta} - \frac{\overset{=}{u}}{h_1} \frac{\overset{=}{\partial v}}{\partial \xi} - \frac{\overset{=}{uv}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{\overset{=}{f_\eta^p}}{\rho_0} \right. \\ \left. + \frac{1}{\rho_0 D h_1 h_2} \left(T_{22} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + 2T_{12} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - T_{11} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{\rho_0 D h_2} \frac{\partial T_{22}}{\partial \eta} + \frac{1}{\rho_0 D h_1} \frac{\partial T_{12}}{\partial \xi} \right]^{n+1/2} \quad (3.5)$$

傳播步驟:

$$\frac{\overset{=n+1}{u} - \overset{=n+1/2}{u}}{\Delta t} = -\frac{g}{h_1} \left[\frac{\partial (z_b + D)^{n+1}}{\partial \xi} \right] - \frac{g}{\rho_0 h_1} \int_0^1 \int_\sigma^1 \left[D^n \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \xi} + D^n \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right] d\sigma d\sigma \\ - \frac{c_f \rho u \sqrt{(u^{\overset{=n+1/2}{}})^2 + (v^{\overset{=n+1/2}{}})^2}}{\rho_0 D^n} - \frac{\overset{=n+1}{u} \tau_B}{\rho_0 D^n \sqrt{(u^{\overset{=n+1/2}{}})^2 + (v^{\overset{=n+1/2}{}})^2}} - \frac{\overset{=n+1}{u} \mu_B K_l}{8 \rho_0 (D^n)^2} \quad (3.6)$$

$$\frac{\overset{=n+1}{v} - \overset{=n+1/2}{v}}{\Delta t} = -\frac{g}{h_2} \left[\frac{\partial (z_b + D)^{n+1}}{\partial \eta} \right] - \frac{g}{\rho_0 h_2} \int_0^1 \int_\sigma^1 \left[D^n \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \eta} + D^n \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} \right] d\sigma d\sigma \\ - \frac{c_f \rho v \sqrt{(u^{\overset{=n+1/2}{}})^2 + (v^{\overset{=n+1/2}{}})^2}}{\rho_0 D^n} - \frac{V^{n+1} \tau_B}{\rho_0 D^n \sqrt{(u^{\overset{=n+1/2}{}})^2 + (v^{\overset{=n+1/2}{}})^2}} - \frac{\overset{=n+1}{v} \mu_B K_l}{8 \rho_0 (D^n)^2} \quad (3.7)$$

以及連續方程式:

$$h_1 h_2 \frac{D^{n+1} - D^n}{\Delta t} + \frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \bar{u} D)^{n+1} + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \bar{v} D)^{n+1} = 0 \quad (3.8)$$

針對 $n+1$ 時刻的水深值 (D^{n+1}) 做線性化處理，且僅保留一階項，(3.8)

式可改寫成：

$$h_1 h_2 \frac{D^{n+1} - D^n}{\Delta t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\alpha_1 \frac{\partial(\Delta D)}{\partial \xi} + \beta_1 \Delta D + \gamma_1 \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\alpha_2 \frac{\partial(\Delta D)}{\partial \eta} + \beta_2 \Delta D + \gamma_2 \right) = 0 \quad (3.9)$$

式中，

$$\alpha_1 = -\frac{h_2 g \Delta t}{C_r h_1} D^n; \quad \alpha_2 = -\frac{h_1 g \Delta t}{C_r h_2} D^n;$$

$$\beta_1 = \frac{h_2 \bar{u}}{C_r} - \frac{\Delta t g h_2}{C_r h_1} \left(\frac{\partial z_b}{\partial \xi} + \frac{\partial D^n}{\partial \xi} \right) - \frac{D^n \Delta t g h_2}{C_r \rho_0 h_1} \int_0^1 \int_0^1 \left[\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right] d\sigma d\sigma;$$

$$\beta_2 = \frac{h_1 \bar{v}}{C_r} - \frac{\Delta t g h_1}{C_r h_2} \left(\frac{\partial z_b}{\partial \eta} + \frac{\partial D^n}{\partial \eta} \right) - \frac{D^n \Delta t g h_1}{C_r \rho_0 h_2} \int_0^1 \int_0^1 \left[\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} \right] d\sigma d\sigma;$$

$$\gamma_1 = \beta_1 D^n; \quad \gamma_2 = \beta_2 D^n;$$

$$C_r = 1 + \frac{\Delta t \rho C_f \sqrt{(u^{=n+1/2})^2 + (v^{=n+1/2})^2}}{\rho_0 D^n} + \frac{\Delta t \tau_B}{\rho_0 D^n \sqrt{(u^{=n+1/2})^2 + (v^{=n+1/2})^2}} + \frac{\Delta t \mu_B K_l}{8 \rho_0 (D^n)^2};$$

$$\Delta D = D^{n+1} - D^n \circ$$

垂直部分

在垂直水理模式方面，考量數值計算的穩定性，一樣以隱示法求解，如此將(2.11)與(2.12)式改寫為：

ξ 方向：

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \left(\frac{\tilde{u}}{h_1} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \xi} + \omega \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \sigma} + \frac{\tilde{u} \bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{\tilde{u} \bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{v_V}{d^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \sigma} \right)^{n+1} = M_u^n \quad (3.10)$$

η 方向：

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \left(\tilde{v} \frac{\partial \bar{v}}{h_2 \partial \eta} + \omega \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} + \frac{\bar{u}\tilde{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{\tilde{u}\tilde{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{v_V}{d^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \sigma} \right)^{n+1} = M_v^n \quad (3.11)$$

式中，

$$M_u^n = \left[f_c \tilde{v} - \frac{(\tau_{s1} - \tau_{b1})}{\rho d} \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \xi} - \frac{\tilde{u}}{h_1} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \xi} - \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \eta} - \frac{\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \eta} - \frac{\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} - \frac{\bar{u}\tilde{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{2\bar{v}\tilde{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{\tilde{v}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{v_V}{dh_1} \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \xi} + (Horizontal\ Diffusion\ in\ \xi) \right]^n \quad (3.12)$$

$$M_v^n = \left[-f_c \tilde{u} - \frac{(\tau_{s2} - \tau_{b2})}{\rho d} \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} - \frac{\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} - \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \xi} - \frac{\tilde{u}}{h_1} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \xi} - \frac{\tilde{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} - \frac{\bar{u}\tilde{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{2\bar{u}\tilde{u}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{\tilde{u}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{v_V}{dh_2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \eta} + (Horizontal\ Diffusion\ in\ \eta) \right]^n \quad (3.13)$$

式中， v_V 為垂向黏滯係數。

3.1.2 數值方法

在數值差分方法選用的考量上，利用顯式數值方法求解時，演算時間間隔將會受到很大的限制，在模擬天然明渠水流問題時將耗費冗長的演算時間與龐大的電腦計算量，在應用上有其困難存在。為解決這個問題，本研究採用隱式數值方法求解。

本模式採用控制體積(control volume)法的觀念來離散控制方程式，控制體積法的基本概念如圖 3.2 所示，其中(a)圖為實際區域，(b)圖為計算區域，E、W、N、S 表相鄰格點，e、w、n、s 表控制面。模式計算之變數則放置在交錯網格(staggered grid)上，如圖 3.3。在控制方程式中，除了移流項採用一階精度混合型上風法(hybrid scheme) (D.B. Spalding 1972)差分外，所有空間差分均採用二階精度的中央差分法。另外，時間項則採用簡單的前向差分方法。

中央差分法可表示成

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \xi}\right)_p = \frac{\Psi_e + \Psi_w}{\Delta \xi} \quad (3.14)$$

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \eta}\right)_p = \frac{\Psi_n + \Psi_s}{\Delta \eta} \quad (3.15)$$

式中， $\Psi_e = 0.5 (\Psi_E + \Psi_P) = 0.5 (\Psi_{i+1,j} + \Psi_{i,j})$ ；
 $\Psi_w = 0.5 (\Psi_P + \Psi_W) = 0.5 (\Psi_{i,j} + \Psi_{i-1,j})$ ； $\Psi_n = 0.5 (\Psi_N + \Psi_P) = 0.5 (\Psi_{i,j+1} + \Psi_{i,j})$ ；
 $\Psi_s = 0.5 (\Psi_P + \Psi_S) = 0.5 (\Psi_{i,j} + \Psi_{i,j-1})$ ； Ψ 可表為 u 、 v 、 h_1 、 h_2 、 d 、 z_s 和 z_b ；
 i 、 j 分別代表水平格網上任一點之縱向及橫向位置。

混合型上風法為上風法(upwind scheme)與中央差分法組合而成，當移流效應重要時，採用上風法；移流效應不重要時，則採用中央差分法。至於移流效應重要性的判斷，則採用格網雷諾數(mesh Reynolds number) R_x 、 R_y 作為判斷的因子，當 $|R_x|$ 或 $|R_y|$ 大於 2 時，代表移流效應重要，差分方法採用能反映方向性的上風法； $|R_x|$ 或 $|R_y|$ 小於等於 2 時，移流效應可視為不重要，差分方法採用中央差分法。

混合型上風法應用於本研究移流項的處理可表成

$$\frac{\bar{u}^n}{h_1} \left(\frac{\partial \Phi^{n+1}}{\partial \xi}\right) = 0.5 \frac{\bar{u}_{i,j}^n}{h_{1,i,j}} \left[(1 - \alpha_x) \left(\frac{\Phi_{i+1,j}^{n+1} - \Phi_{i,j}^{n+1}}{\Delta \xi}\right) + (1 + \alpha_x) \left(\frac{\Phi_{i,j}^{n+1} - \Phi_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta \xi}\right) \right] \quad (3.16)$$

$$\frac{\bar{v}^n}{h_2} \left(\frac{\partial \Phi^{n+1}}{\partial \eta}\right) = 0.5 \frac{\bar{v}_{i,j}^n}{h_{2,i,j}} \left[(1 - \alpha_y) \left(\frac{\Phi_{i,j+1}^{n+1} - \Phi_{i,j}^{n+1}}{\Delta \eta}\right) + (1 + \alpha_y) \left(\frac{\Phi_{i,j}^{n+1} - \Phi_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta \eta}\right) \right] \quad (3.17)$$

其中

$$\alpha_x = \begin{cases} 0 & |R_x| \leq 2 \\ 1 & R_x > 2 \\ -1 & R_x < -2 \end{cases} ; \alpha_y = \begin{cases} 0 & |R_y| \leq 2 \\ 1 & R_y > 2 \\ -1 & R_y < -2 \end{cases} \quad (3.18)$$

上列諸式中， $R_x = \frac{\bar{u}_{i,j}^n h_{1,i,j} \Delta \xi}{\mu / \rho}$ ； $R_y = \frac{\bar{v}_{i,j}^n h_{2,i,j} \Delta \eta}{\mu / \rho}$ ； μ 為流體動力黏滯係數

(dynamic viscosity)； Φ 可表成 \bar{u} 或 \bar{v} 。

垂直水理模式亦採用控制體積法的觀念離散控制方程式，如圖 3.4

所示，E、W、N、S、T、B 為相鄰格點，e、w、n、s、t、b 為控制面。模式計算之變數亦放置在交錯網格(staggered grid)上，如圖 3.3。(3.12)及(3.13)等式左邊採用 Crank-Nicolson method，其時間差分為二階精度；而等式右邊 M_u 和 M_v 的空間差分則採用中央差分法。

3.2 沉滓運移部分

沉滓運移首先求解懸浮載濃度之移流傳輸，求得懸浮載濃度的空間分布後，再行求解作用層連續方程式與底床連續方程式，下列分述其求解架構與數值方法。

3.2.1 求解架構

質量傳輸方程式

與流速差異量相同，基於尺度之考量，濃度的移流傳輸採用垂直水平切割的操作方法，在垂直方向的微分項採用隱式法，水平方向的微分項採用疊代收斂，首先將式(2.21)分為濃度對垂直方向微分項與濃度對水平微分項(M_c)，並對時間離散，如下所示：

$$\frac{C^{n+1} - C^n}{\Delta t} + \omega \frac{\partial C^{n+1}}{\partial \sigma} - \frac{1}{D^2} \frac{\partial C^{n+1}}{\partial \sigma} \frac{\partial \varepsilon_{sv}}{\partial \sigma} - \frac{\varepsilon_{sv}}{D^2} \frac{\partial^2 C^{n+1}}{\partial \sigma^2} - \frac{w_f}{D} \frac{\partial C^{n+1}}{\partial \sigma} - \frac{C^{n+1}}{D} \frac{\partial w_f}{\partial \sigma} = M_c^{n*} \quad (3.19)$$

其中 M_c^{n*} 包含其他水平方向的移流擴散項，上標 n^* 表示疊代收斂，其包含的物理項如下：

$$M_c = \frac{1}{h_1 h_2} \left[\varepsilon_{sh} \frac{\partial C}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{h_2}{h_1} \right) + \frac{h_2}{h_1} \frac{\partial C}{\partial \xi} \frac{\partial \varepsilon_{sh}}{\partial \xi} + \frac{h_2}{h_1} \varepsilon_{sh} \frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2} \right. \\ \left. + \varepsilon_{sh} \frac{\partial C}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{h_1}{h_2} \right) + \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial C}{\partial \eta} \frac{\partial \varepsilon_{sh}}{\partial \eta} + \frac{h_1}{h_2} \varepsilon_{sh} \frac{\partial^2 C}{\partial \eta^2} - \bar{u} h_2 \frac{\partial C}{\partial \xi} - \bar{v} h_1 \frac{\partial C}{\partial \eta} \right] \quad (3.20)$$

作用層與底床連續方程式

作用層連續方程式與底床連續方程式所求解的粒徑比例與底床沖

淤量具相似的時間尺度，且作用層方程式的守恆性，必須依賴作用層連續方程式與底床連續方程式在同一時間間距下同時求解。本研究採用式(2.39)之作用層源維持各代表粒徑之比例在作用層中的和為 100%，以結合演算法(Spasojevic and Holley,1990)概念求解如下：

在主要格點 P(圖 3.1)之離散方程式共有 $m+1$ 個，若以向量表示則如下式：

$$\vec{s}^{n+1} = (z_b^{n+1}, \beta_1, \dots, \beta_m, \dots, \beta_M) \quad (3.22)$$

若整體運算的沉滓可以 m 個代表粒徑做表示，則包含 m 個 β_m 需求解粒徑之間的比例，剩餘一個變數為底床高程。以更簡單的表示方法如：

$$\vec{s}^{n+1} = (s_1, s_{m+1}) \quad m = 1, M \quad (3.23)$$

M 表示代表粒徑總數目， m 表示代表粒徑編號。將式(3.19)與式(3.20)分別以向量形式表示則如下式：

$$F_1(\vec{s}^{n+1}) = 0 \quad (3.24)$$

$$F_{m+1}(\vec{s}^{n+1}) = 0 \quad m = 1, M \quad (3.25)$$

式(2.22)與式(2.3)均為一非線性代數式，加以線性化後，利用 Newton-Raphson 法疊代求解：

$$\left[\frac{\partial F_1}{\partial \vec{s}} \right] \Delta \vec{s} = -F_1({}^l \vec{s}^{n+1}) \quad (3.26)$$

$$\left[\frac{\partial F_{m+1}}{\partial \vec{s}} \right] \Delta \vec{s} = -F_{m+1}({}^l \vec{s}^{n+1}) \quad m = 1, M \quad (3.27)$$

式(3.23)與式(3.24)中， $[\partial F / \partial \vec{s}]$ 為 Jacobian 係數矩陣中之列向量； ${}^l \vec{s}^{n+1}$ 為前一次疊代未知向量； $\Delta \vec{s}$ 為疊代過程的向量修正值。解得向量修正值 $\Delta \vec{s}$ 後，可得新的 ${}^{l+1} \vec{s}^{n+1}$ 向量：

$${}^{l+1}\bar{s}^{n+1} = {}^l\bar{s}^{n+1} + \Delta\bar{s} \quad (3.28)$$

當達到收斂條件時，疊代得以結束；一般而言，疊代 2 至 3 次即可達到誤差小於 1×10^{-8} 之精度。

3.2.2 數值差分

採用混合型上風法與中央差分法：

$$\begin{aligned} & \frac{C_P^{n+1} - C_P^n}{\Delta t} + \omega \left((1 + \alpha_z) \frac{C_T^{n+1} - C_P^{n+1}}{\sigma_T - \sigma_P} + (1 + \alpha_z) \frac{C_P^{n+1} - C_B^{n+1}}{\sigma_P - \sigma_B} \right) \\ & - \frac{w_{fh}}{D} \left((1 + \alpha_z) \frac{C_T^{n+1} - C_P^{n+1}}{\sigma_T - \sigma_P} + (1 + \alpha_z) \frac{C_P^{n+1} - C_B^{n+1}}{\sigma_P - \sigma_B} \right) \\ & - \frac{1}{D^2} \left(\frac{C_T^{n+1} - C_B^{n+1}}{\sigma_T - \sigma_B} \right) \left[\frac{(\varepsilon_{sV})_T - (\varepsilon_{sV})_B}{\sigma_T - \sigma_B} \right] \frac{\varepsilon_{sV}}{D^2} \left[\frac{(C_T^{n+1} - C_P^{n+1})}{(\sigma_T - \sigma_P)(\sigma_P - \sigma_B)} - \frac{(C_P^{n+1} - C_B^{n+1})}{(\sigma_P - \sigma_B)^2} \right] \\ & + C_P^{n+1} \left[-\frac{1}{D} \frac{(w_{fh})_T - (w_{fh})_B}{\sigma_T - \sigma_B} \right] = M_c^{n*} \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\text{其中 } \alpha_z = \begin{cases} 0 & |R_z| \leq 2 \\ 1 & R_z > 2 \\ -1 & R_z < -2 \end{cases} \quad (3.30)$$

與式(3.18)相似，其中 $R_z = \omega_{i,j,k}^n \Delta z / (\mu / \rho_0)$ 為垂向之格網雷諾數，用以判斷垂向濃度移流所適用的差分方法。

式(3.26)以中央差分法離散：

$$\begin{aligned} M_c^{n*} &= \frac{1}{h_1 h_2} \left\{ \varepsilon_{sH} (C_e^{n*} - C_w^{n*}) \left(\left(\frac{h_2}{h_1} \right)_e - \left(\frac{h_2}{h_1} \right)_w \right) + \varepsilon_{sH} (C_n^{n*} - C_s^{n*}) \left(\left(\frac{h_2}{h_1} \right)_n - \left(\frac{h_2}{h_1} \right)_s \right) \right\} \\ &+ \frac{h_2}{h_1} (C_e^{n*} - C_w^{n*}) [(\varepsilon_{sH})_e - (\varepsilon_{sH})_w] + \frac{h_2}{h_1} \varepsilon_{sH} (C_E^{n*} - 2C_P^{n*} + C_W^{n*}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{h_1}{h_2} (C_n^{n*} - C_s^{n*}) [(\varepsilon_{sH})_n - (\varepsilon_{sH})_s] + \frac{h_1}{h_2} \varepsilon_{sH} (C_N^{n*} - 2C_P^{n*} + C_S^{n*}) \\
& - \bar{u} h_2 \left((1 + \alpha_x) \left(\frac{C_E^{n*} - C_P^{n*}}{\Delta \xi} \right) + (1 + \alpha_x) \left(\frac{C_P^{n*} - C_W^{n*}}{\Delta \xi} \right) \right) \\
& - \bar{v} h_1 \left((1 + \alpha_y) \left(\frac{C_N^{n*} - C_P^{n*}}{\Delta \eta} \right) + (1 + \alpha_y) \left(\frac{C_P^{n*} - C_S^{n*}}{\Delta \eta} \right) \right) \Bigg\} \tag{3.31}
\end{aligned}$$

下標符號 P、E、W、N、S、e、w、n 與 s 與格網離散的關連性與前節相同，如圖 3.3 所示。n+1 表示 (n+1)Δt 時刻之未知變數；Δt = tⁿ⁺¹ - tⁿ；n 表示 nΔt 時刻之已知變數。α_x 與 α_y 以式(3.18)的計算方式相似，但是以 $\bar{u}_{i,j,k}$ 取代 $\bar{u}_{i,j}$ ，以 $\bar{v}_{i,j,k}$ 取代 $\bar{v}_{i,j}$ ，方可考慮流速在深度方向分布之差異。

採用中央差分法離散式(3.23)與式(3.24)的空間項後，可分別表示為：

$$\begin{aligned}
& \frac{\rho_s(1-p)}{\Delta t} \left[(\beta_m E_p)^{n+1} - (\beta_m E_p)^n \right]_P + \frac{0.5}{h_1 h_2} \left[h_{2e} (q_{b1_m})_e^{n+1} - h_{2w} (q_{b1_m})_w^{n+1} \right] \\
& + \frac{0.5}{h_1 h_2} \left[h_{2e} (q_{b1_m})_e^n - h_{2w} (q_{b1_m})_w^n \right] + \frac{0.5}{h_1 h_2} \left[h_{1n} (q_{b2_m})_n^{n+1} - h_{1s} (q_{b2_m})_s^{n+1} \right] \\
& + \frac{0.5}{h_1 h_2} \left[h_{1n} (q_{b2_m})_n^n - h_{1s} (q_{b2_m})_s^n \right] + \frac{1}{2} (S_{s_m}^{n+1} + S_{s_m}^n)_P - (S_f)_P = 0 \tag{3.32}
\end{aligned}$$

$$\frac{\rho_s(1-p)}{\Delta t} \left[z_b^{n+1} - z_b^n \right]_P +$$

$$\frac{1}{h_1 h_2} \sum_{m=1}^M \left\{ \frac{1}{2} \left[h_{2e} (q_{b1_m})_e^{n+1} - h_{2w} (q_{b1_m})_w^{n+1} \right] + \frac{1}{2} \left[h_{2e} (q_{b1_m})_e^n - h_{2w} (q_{b1_m})_w^n \right] \right\}$$

$$+\frac{1}{2}\left[h_n(q_{b2_m})_n^{n+1}-h_s(q_{b2_m})_s^{n+1}\right]+\frac{1}{2}\left[h_n(q_{b2_m})_n^n-h_s(q_{b2_m})_s^n\right]\left\}+\sum_{m=1}^M\frac{1}{2}(S_{s_m}^{n+1}+S_{s_m}^n)_P=0 \quad (3.33)$$

其中下標符號 P、e、w、n 與 s 與格網離散的關連性如前節所述，標示於圖 3.3。



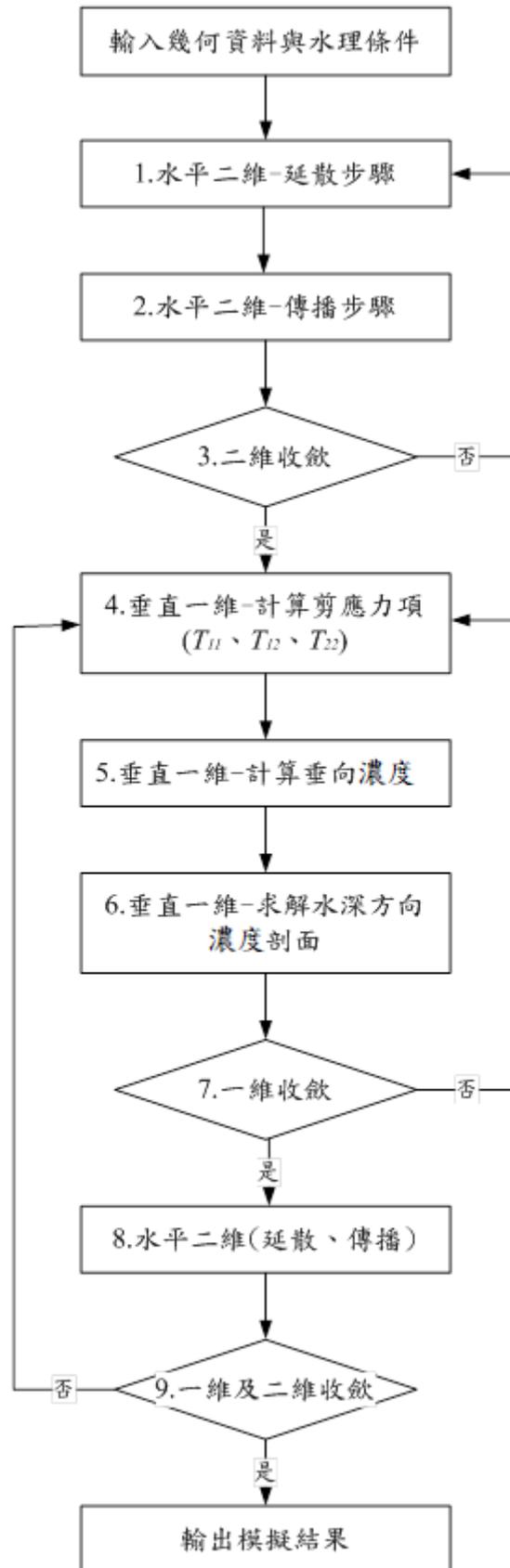
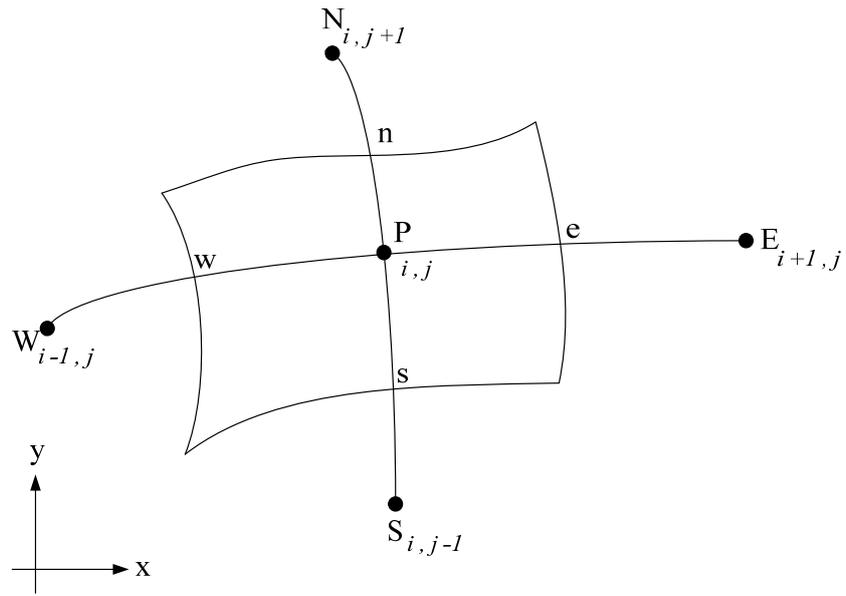
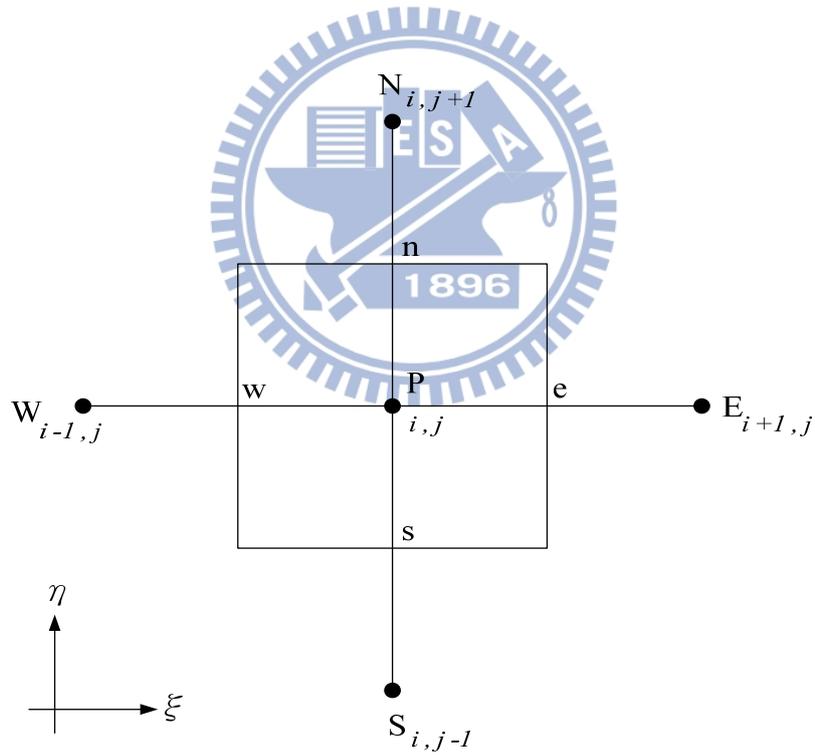


圖 3.1 模式計算流程圖



(a)



(b)

圖 3.2 水平二維模式控制體積法示意圖。 i 、 j 分別代表水平格網上任一點之縱向及橫向位置；(a) 實際區域；(b) 計算區域

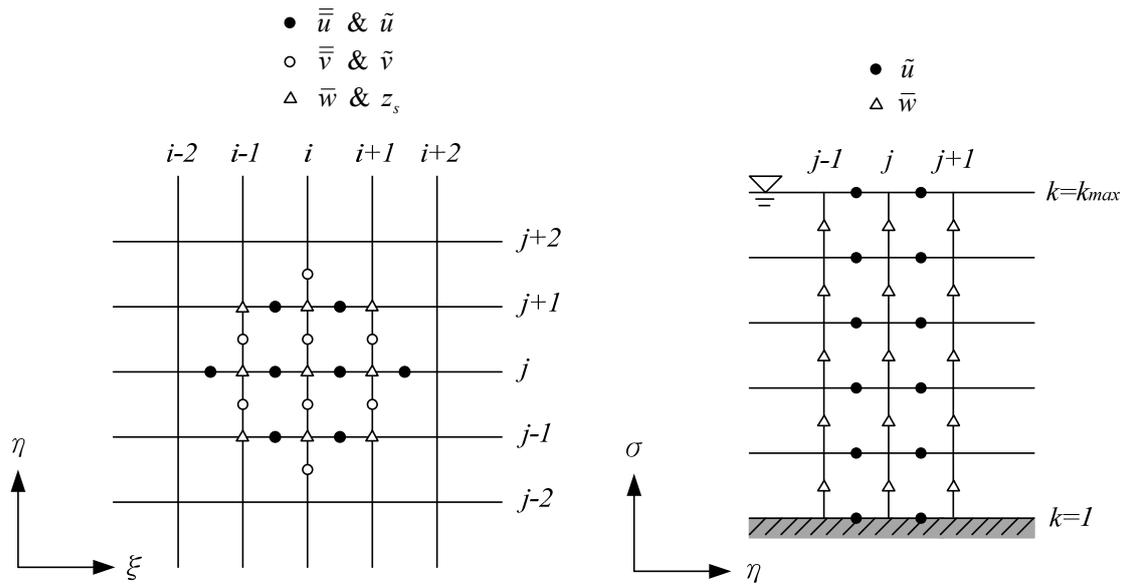


圖 3.3 交錯格網(staggered grid)示意圖

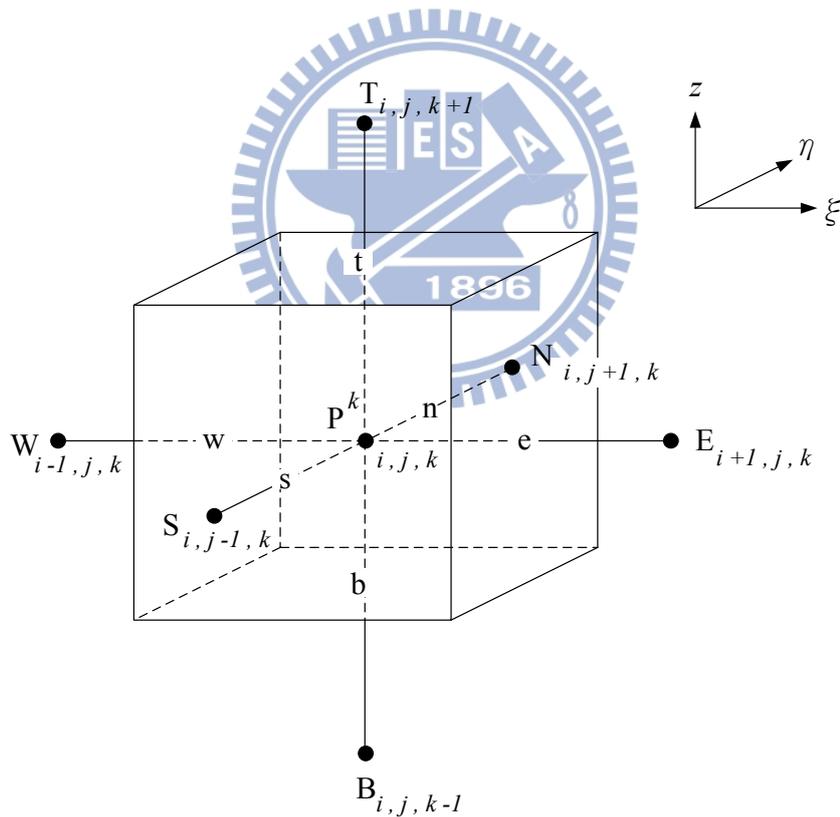


圖 3.4 垂直模式控制體積法示意圖(計算區域)。i、j 分別代表水平格網上任一點之縱向及橫向位置；k 代表在垂向格網上的位置

第四章 河床載入砂邊界條件的影響分析

河床載主要係於底床高程以下的作用層內進行運移傳輸，較無三維性的問題。因此，本章節將利用水平二維部分進行探討分析。

本研究在進行案例之二維模擬之前，針對上游河床載入砂邊界條件設定為三種型態，分別為：(1)利用 Van Rijn 經驗式(見 2.29 式)計算之，下文中簡稱此法為「經驗法」。(2)以實測數據給定，下文中簡稱此法為「實測法」。(3)率定出一個河床載之適當值，使得底床模擬結果更加符合數據，下文中簡稱此法為「率定法」。

4.1 沖刷案例

本研究採用 Suryanarayana (1969)的第 15 組實驗案例，以驗證沉滓運移之沖刷機制，在不同的河床載邊界條件下，模擬床型變化的正確性。此實驗案例為非均勻沉滓案例。實驗渠道為一直線矩形試驗水槽，長 18.3m、寬 0.6m。本文中引用的案例，為一種標示為 2 號砂與 3 號砂的組成，其粒徑分布曲線如圖 4.1 所示，其中 2 號砂可視為均勻沉滓，3 號砂則視為非均勻沉滓。實驗過程中，渠道沿程每隔 0.305m 記錄底床高程資料，每隔 1.525m 記錄水面高程資料。

非均勻沉滓沖刷案例上游邊界為清水入流，單位寬度入流量為 $0.0683\text{m}^2/\text{s}$ ，下游邊界水位高程由 0.292m 漸變至 0.302m。底床沉滓採用 3 號砂(見圖 4.1)，在模擬案例中將其粒徑範圍分為三部分，分別以 0.4、0.9、1.6mm 為代表粒徑，其分別屬於中砂沉滓、粗砂沉滓和極粗砂沉滓，孔隙率則設定為 0.2。

此案例因為上游邊界為清水入流，故正確的上游邊界河床載很明確該為 0。這般邊界條件相當明確的情形則如前文所述，可以依「實測法」直接給定正確的邊界條件進行模擬。為比較正確的河床載邊界條件對模擬結果的重要性，本文模擬此案例使用「經驗法」與「實測法」做模擬，分別於模擬時間 2.25、7、13hr 記錄渠道沿程之底床高程，並與實驗量

測資料相比較，以分析模式在不同的河床載邊界條件下，模擬結果的合理性。圖 4.2 為模擬結果與實驗資料之比較圖，可看出若使用「經驗法」做模擬，則模擬結果如圖 4.2(a)所示，底床的變化在模擬結果與實驗值的記錄上大致吻合。而若選擇「實測法」做模擬，因為此案例為清水入流，故假設入流邊界河床載為 0，則模擬結果如圖 4.2(b)所示，模擬結果與實驗值則相當一致，較圖 4.2(a)更為接近實驗數據。

在該圖中可觀察出底床的下降速度在開始時最大，隨著沖刷現象漸漸地向下游傳遞，整個渠道高程逐漸下降，平均坡度亦越趨平緩，使得水流的動能下降而沖刷能力變小，底床的下降速度也因此而減緩。因為此案例為清水沖刷，故模擬前可預測上游邊界之河床載濃度給定 0 時，為較正確之情形；亦即使用「實測法」較「經驗法」會有更佳的模擬結果。由圖 4.2(a)與圖 4.2(b)的比較，顯示模式利用合理的河床載邊界條件做模擬時，預測底床變化的結果亦更加正確。

4.2 淤積案例

本研究採用 Suryanarayana (1969)的第 21 組實驗案例，以驗證沉滓運移之淤積機制，在不同的河床載邊界條件下，模擬床型變化的正確性。此淤積案例上游邊界單位寬度入流量為 $0.0236\text{m}^2/\text{s}$ ，下游邊界水位高程為 0.2565m 。上游入砂與底床沉滓均採用 2 號砂(即均勻沉滓，見圖 4.1)，代表粒徑為 0.45mm ，上游入流沉滓懸浮載體積濃度為 409ppm ，孔隙率為 0.4，河床載入砂邊界條件則未交代。

接下來本文將針對此案例設計幾種不同的河床載邊界條件作模擬，共分為(a)~(d)四組，並分別於 1.5、2.5、4.5、7、10hr 記錄渠道沿程之底床高程，並與實驗量測資料相比較，以驗證模式在不同的河床載邊界條件下，模擬結果的合理性與正確性。分組敘述如下：

(a)：河床載邊界條件只給定懸浮載濃度為 409ppm ，入流邊界河床載為 0。模擬結果如圖 4.3(a)所示，模擬結果不會發生明顯的淤積現象，底床的模擬結果幾乎與初始底床高程一樣，沒有什麼變動，與實驗值差

異甚大，故顯現了淤積案例中，考慮河床載的重要性。

(b)：於是接下來使用「率定法」，使模式讀取入流邊界河床載通量為 0.015kg/s/m ；該數據是本研究經過嘗試微調，為建議本案例使用的一組邊界河床載濃度。模擬結果便如圖 4.3(b)所示，模擬結果與實驗值則相當一致，在該圖中可觀察出此案例的淤積過程，在 1.5hr 時上游端附近即會出現明顯的淤積波前，且隨著試驗時間的增加，此淤積波前會如湧浪般的向下游傳遞。在淤積波前的上游，底床高程會因沉滓落淤而上升，但淤積速率會因水深變淺，底床坡度變緩，致使水流挾砂能力增加而逐漸減緩，最後達到平衡狀態，淤積現象近乎停止。

(c)：使用「率定法」的同時，同時使模式讀取上游邊界懸浮載濃度為 0；模擬結果便如圖 4.3(c)所示，模擬結果幾乎與圖 4.3(b)一模一樣，與實驗值相當一致。此結果亦符合預期，因為此案之淤積行為明顯為河床載為主導，在找出一個適當的上游邊界河床載濃度後，再故意使模式讀取上游邊界之懸浮載濃度為 0，則對底床變化的模擬上來說，幾乎沒有影響底床的變化。

(d)：使用「經驗法」，其模式計算之上游邊界河床載通量為 0.0096kg/s/m 。則模擬結果如圖 4.3(d)所示，亦為明顯的淤積現象，並與實驗值大致吻合，但各時刻淤積波的傳遞在發生地點上稍有出入，即淤積波前的位置不甚正確；在第 10 小時的模擬表現上，底床的淤積量亦較實驗值來的稍為高出一些。

故利用此淤積案例，顯示模式利用較正確合理的河床載邊界條件做模擬時，亦能模擬出較為正確的底床變化。

4.3 沖淤平衡案例

除了上述個別的沖刷與淤積現象之外，本研究亦關心沖淤平衡的實驗案例上，模式對其底床模擬能力的表現。本研究採用具有河床載入砂邊界條件數據的 Rickenmann (1990)的試驗案例進行模擬。

試驗水槽長 10m，寬 0.21m，底床沉滓固定以 1cm 為代表粒徑。以下採用 Rickenmann (1990) 編號 B 組試驗案例中的兩組數據做為模擬。第 B-1 組的模擬條件如下： $S=10\%$ ， $Q=0.0497\text{cms/m}$ ， $V=1.07\text{m/s}$ ，河床載濃度 = 4.179kg/s/m 。圖 4.4 展示的模擬結果為第 1 組實驗案例在 2、10、20 min 時，底床高程模擬結果與實驗資料之比較圖。第 B-2 組的模擬條件如下： $S=15\%$ ， $Q=0.0497\text{cms/m}$ ， $V=1.18\text{m/s}$ ，河床載濃度 = 11.443kg/s/m 。圖 4.5 展示的模擬結果為第 2 組實驗案例在 2、10、20、min 時，底床高程模擬結果與實驗資料之比較圖。

此案例之 B-1 與 B-2 兩組又分別使用三種不同的入流河床載邊界條件做為模擬，分別為(a)~(c)三組。然而 Rickenmann (1990) 進行的試驗未提及試驗時間，經模式模擬測試後，吾人將試驗時間假設為 20 分鐘，並針對各種邊界條件之模擬結果進行比較分析如下。

(a)：假設案例入流邊界河床載為 0；則在模擬結果上，便如圖 4.4(a) 以及圖 4.5(a)所示，十分相似於清水沖刷案例的模擬結果，底床隨時間的增加，沖刷現象漸漸地向下游傳遞。

(b)：使用「經驗法」模擬；則在模擬結果上，便如圖 4.4(b)以及圖 4.5(b)所示，因為模式依經驗公式計算出上游邊界對應的河床載通量分別為 B-1 組： 2.93kg/s/m 以及 B-2 組： 8.01kg/s/m ，使得上游沖刷量相較「假設案例入流邊界河床載為 0」而言，少了許多；而在下游沒有表現出明顯的淤積情況，是因為此試驗設定的底床沉滓固定以 1cm 為代表粒徑，是相對很大很粗的顆粒，在挾砂能力不足的情況下，便難以在下游發生淤積行為。

(c)：使用「實測法」模擬；使模式讀取上游邊界河床載通量為實驗量測值；B-1 組： 4.06kg/s/m 以及 B-2 組： 11.32kg/s/m 。則模擬結果如圖 4.4(c)以及圖 4.5(c)所示。圖 4.4(c)為 B-1 組以「實測法」模擬之結果，雖然底床變化顯示未達沖淤平衡，但上游之沖刷量已減低許多，顯示經驗法計算的河床載量稍有低估；或者為滿足陡坡渠道的沖淤平衡，實驗亦設置了較大的河床載量。而圖 4.5(c)為 B-2 組以「實測法」模擬之結

果，與圖 4.4(c)表現的結果相似，皆在模擬結果的前 20 分鐘左右稍有類似沖淤平衡的表現。雖然其後沖刷量又有稍為增加的趨勢，可以推斷為 Rickenmann 實驗設計的坡度較陡，在維持水理條件的情形下，達沖淤平衡之後，又會慢慢轉為沖刷的行為。故在沖淤平衡的實驗模擬案例中可知，給定實驗正確的邊界條件，模式模擬底床變化的結果亦較符合預期。



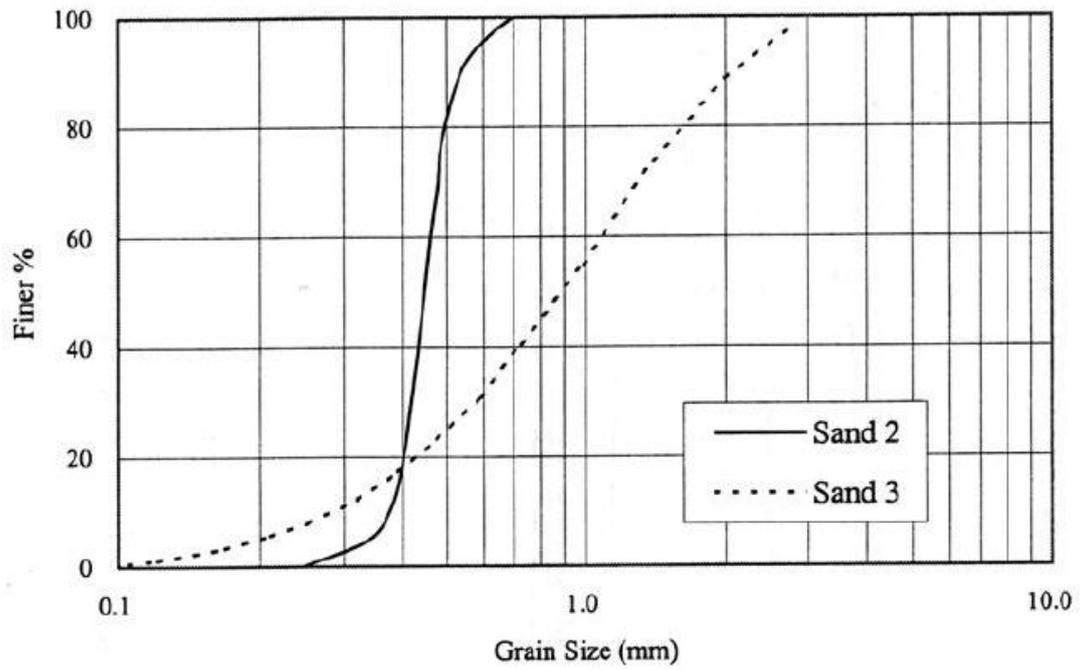


圖 4.1 Suryanarayana 試驗之沉澱粒徑分佈曲線

(摘自許氏 2002)



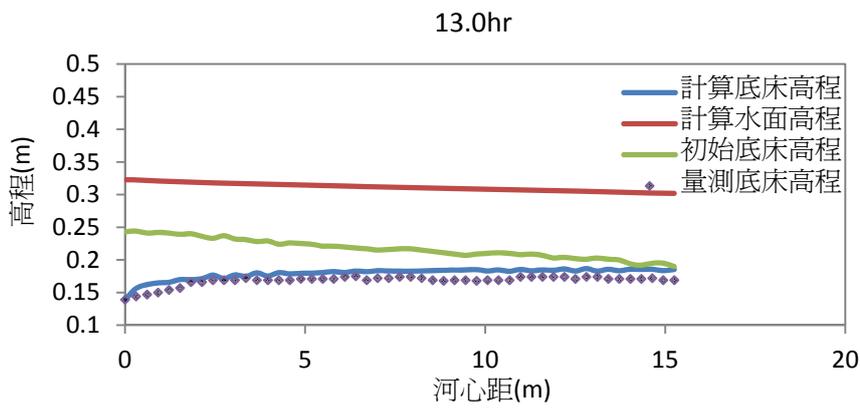
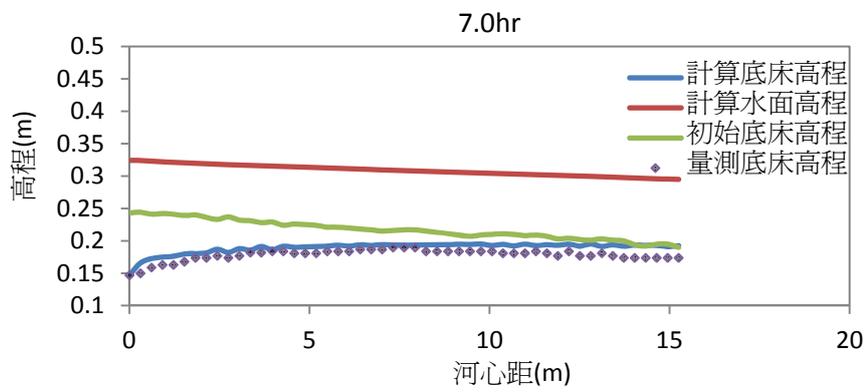
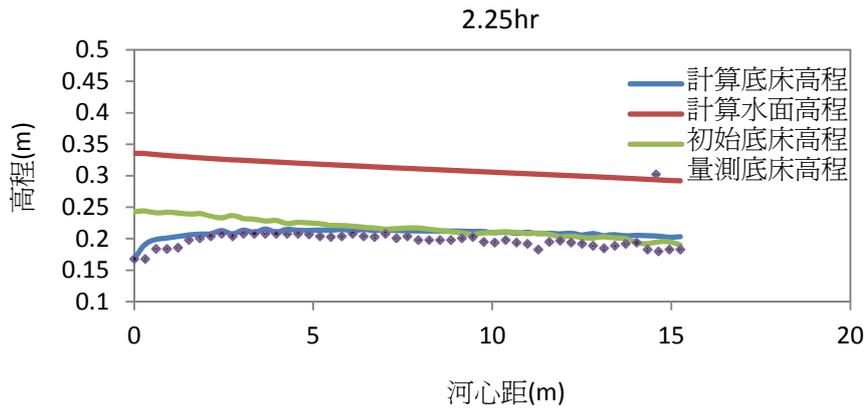


圖 4.2(a) 非均勻沉澱沖刷案例之底床沖刷時變圖

(經驗法)

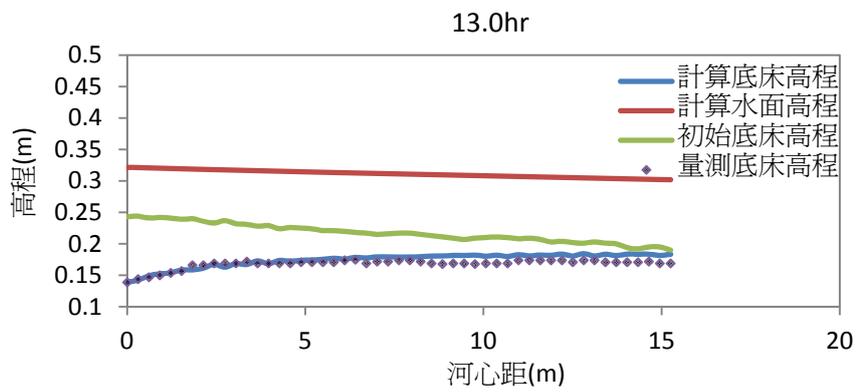
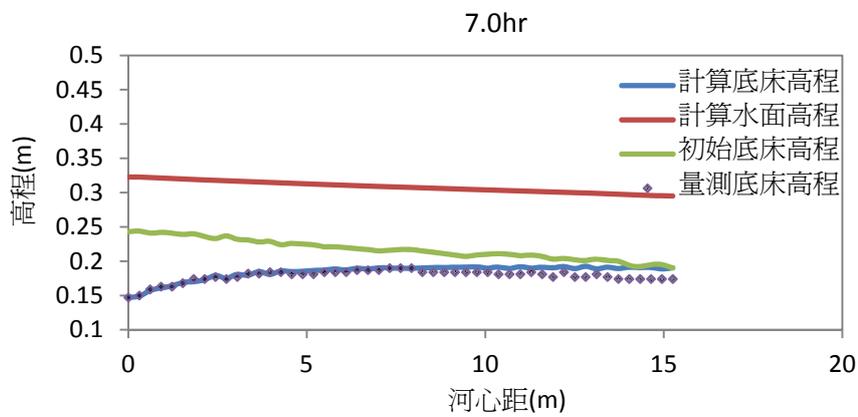
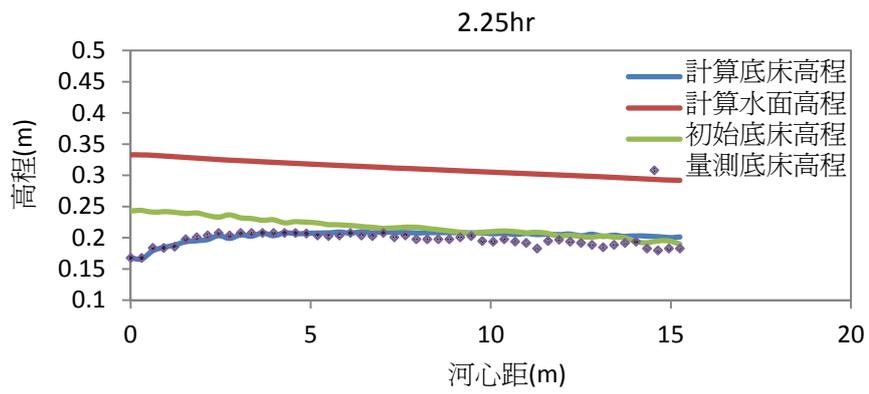


圖 4.2(b) 非均勻沉澱沖刷案例之底床沖刷時變圖

(實測法)

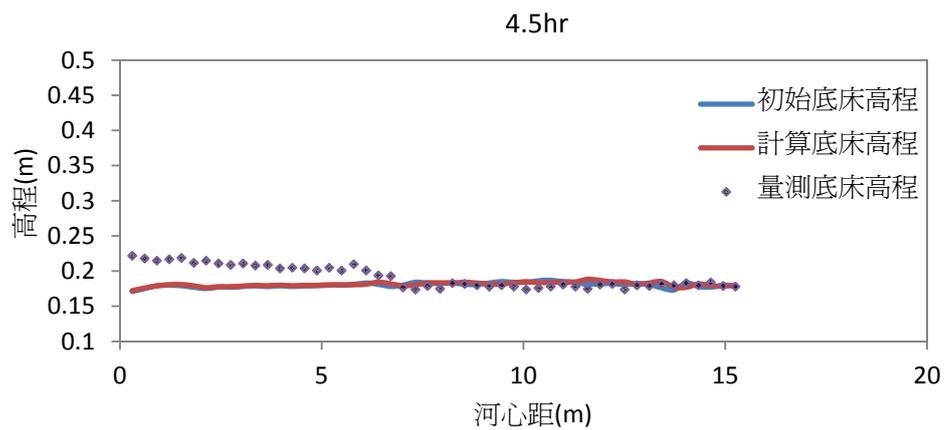
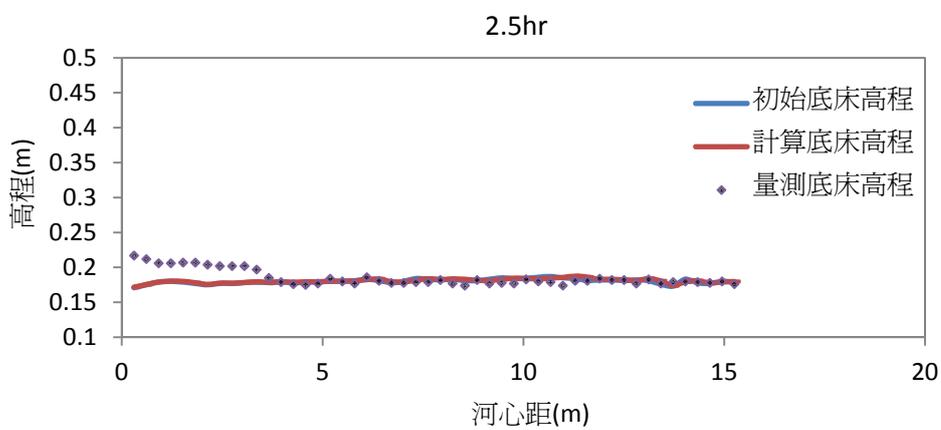
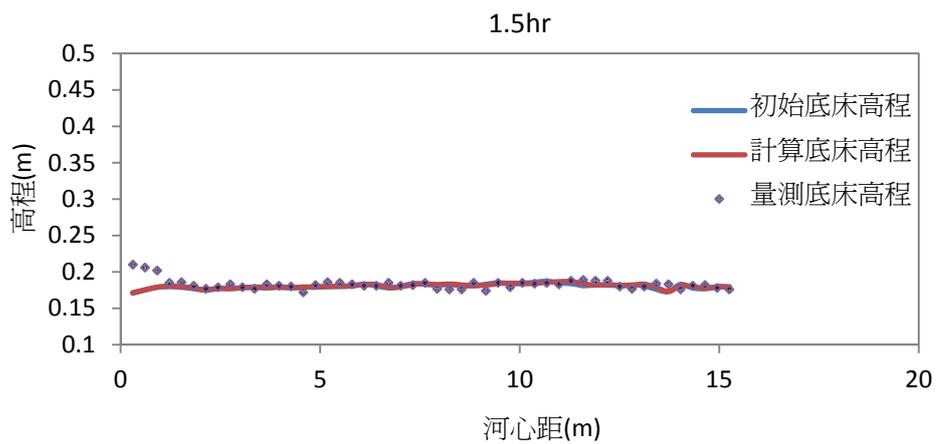


圖 4.3(a) 淤積案例之底床沖刷時變圖(1)

(假設上游邊界河床載=0)

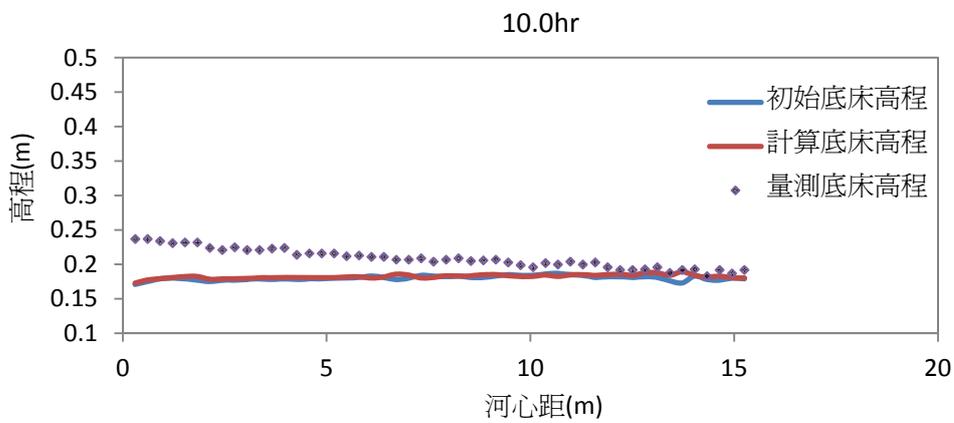
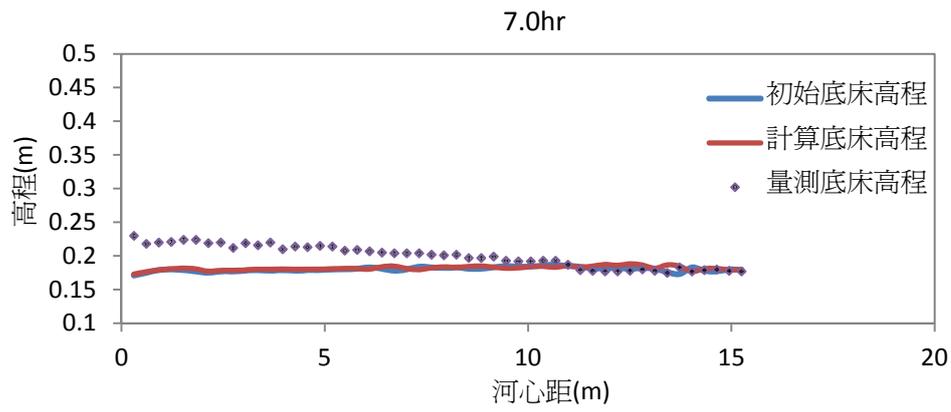


圖 4.3(a) 淤積案例之底床沖刷時變圖(2)

(假設上游邊界河床載=0)

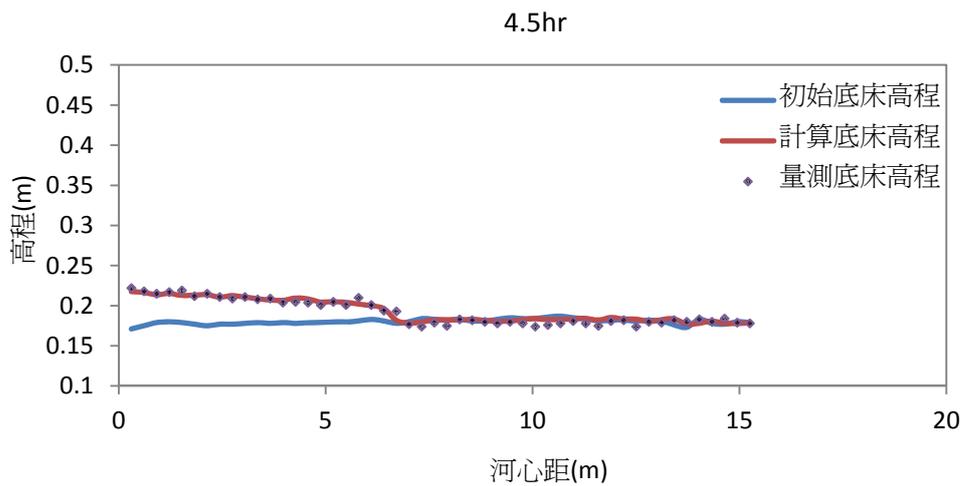
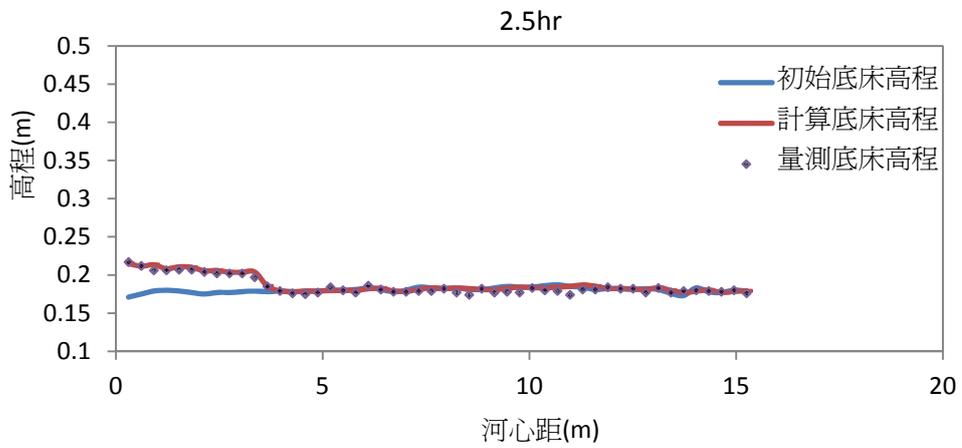
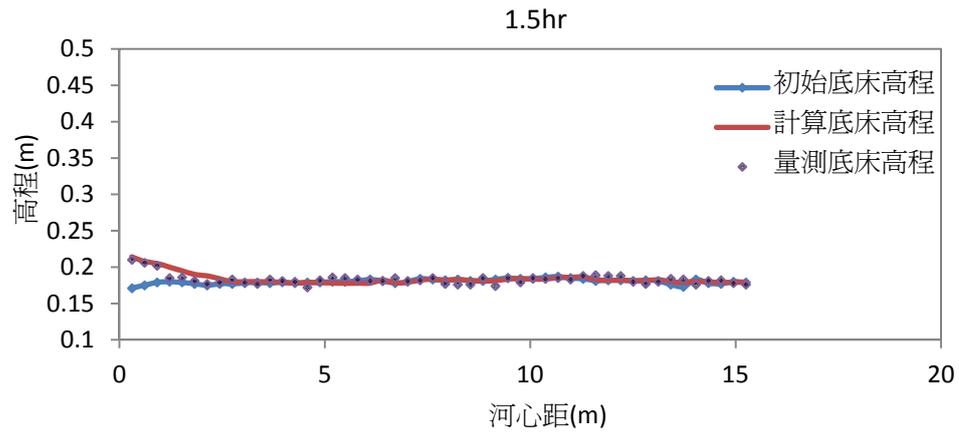


圖 4.3(b) 淤積案例之底床沖刷時變圖(1)

(率定法)

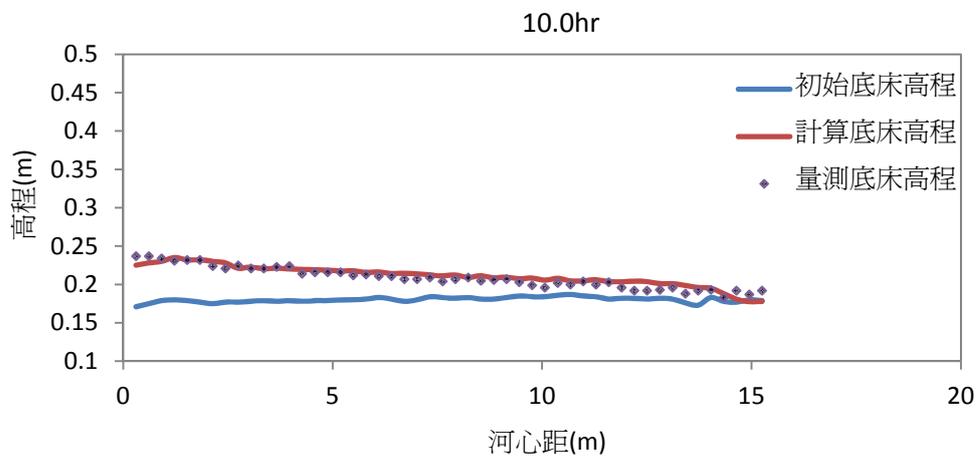
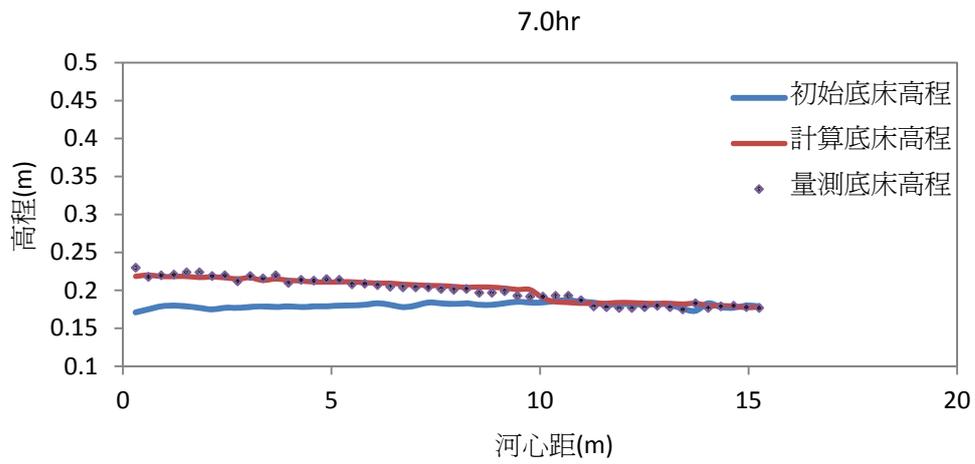


圖 4.3(b) 淤積案例之底床沖刷時變圖(2)

(率定法)

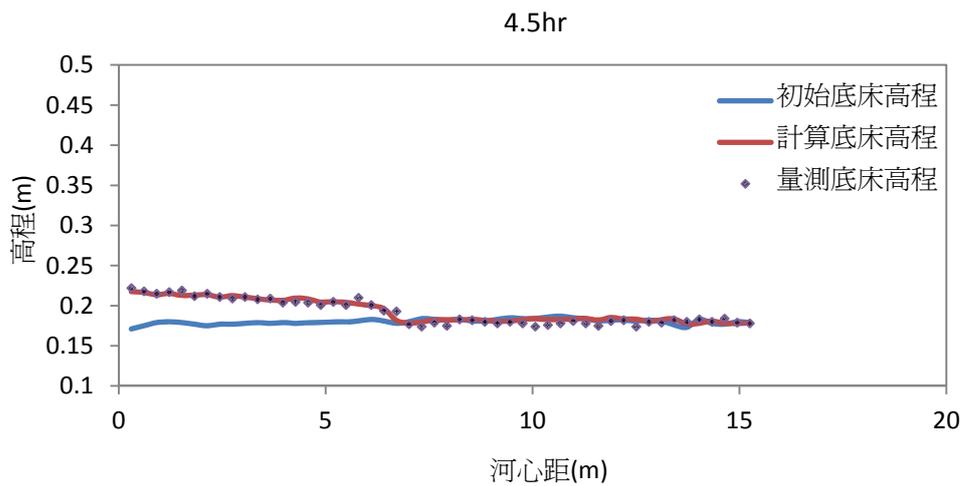
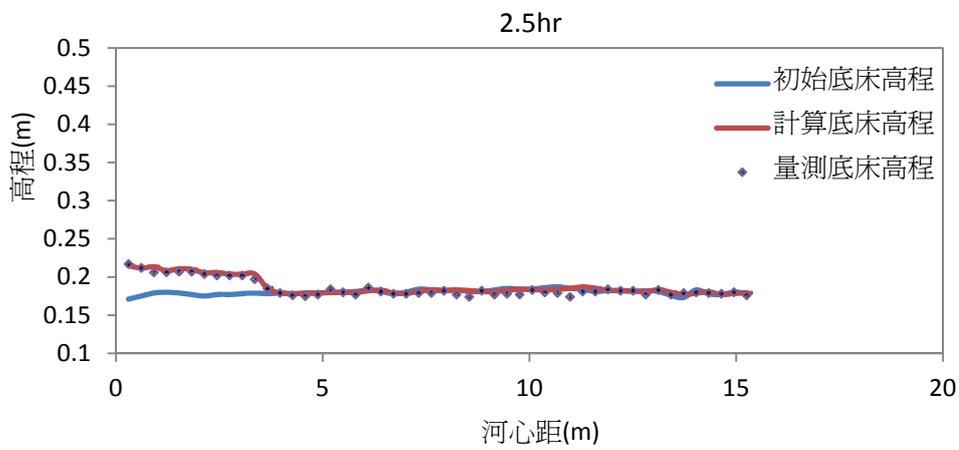
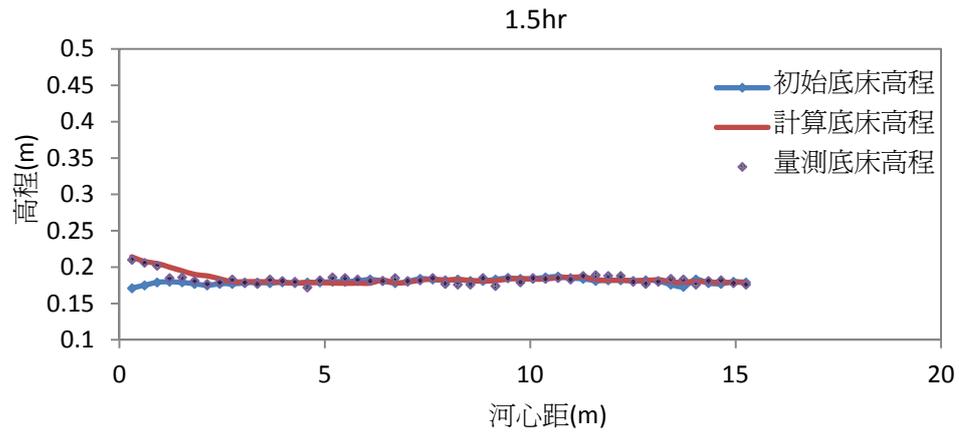


圖 4.3(c) 淤積案例之底床沖刷時變圖(1)
 (率定法，並同時讀取上游邊界懸浮載濃度為 0)

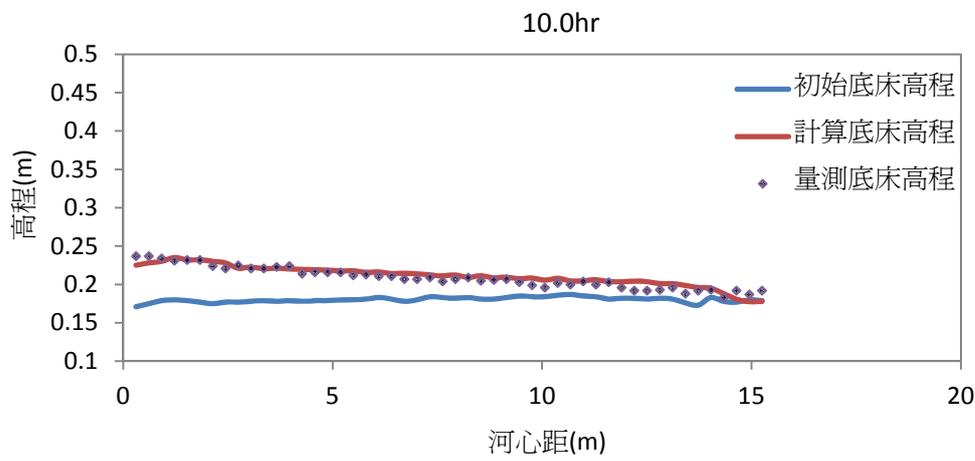
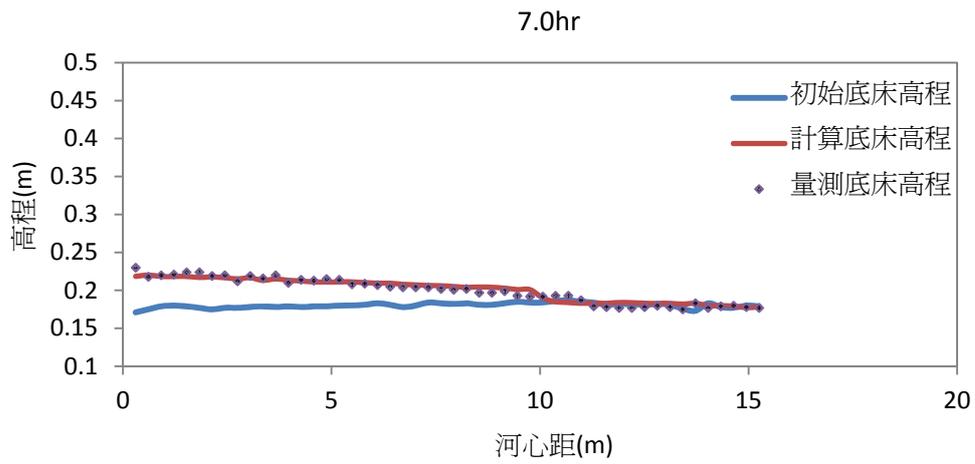


圖 4.3(c) 淤積案例之底床沖刷時變圖(2)
 (率定法，並同時讀取上游邊界懸浮載濃度為 0)

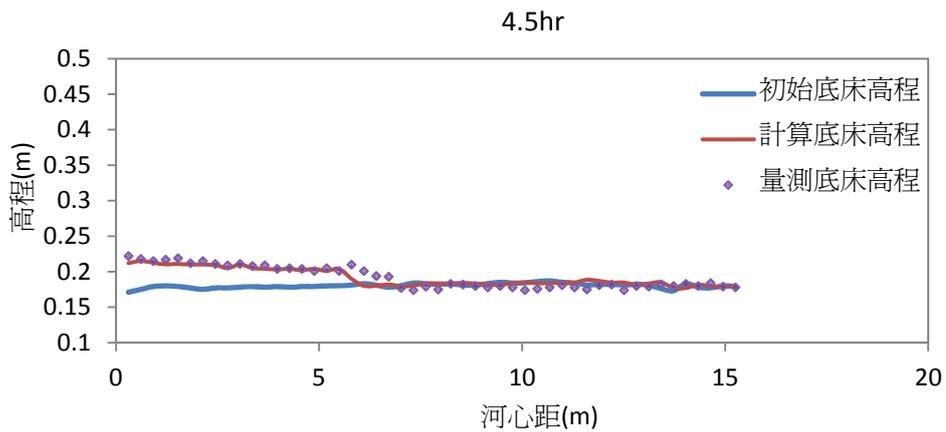
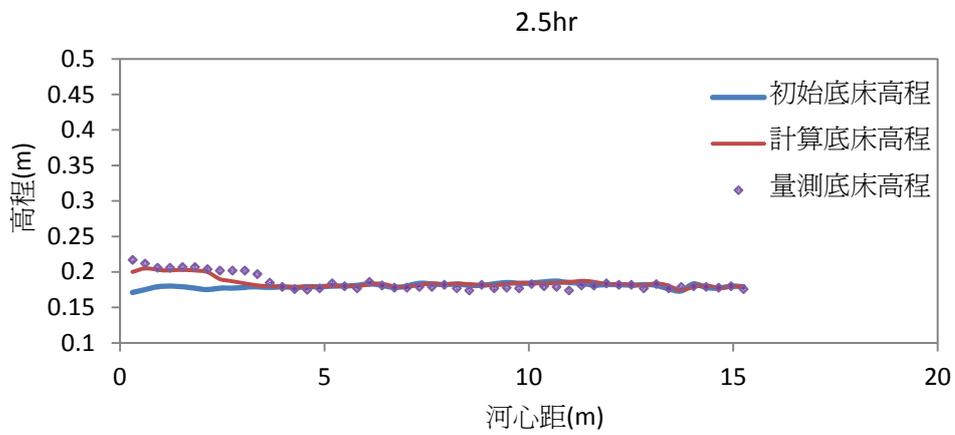
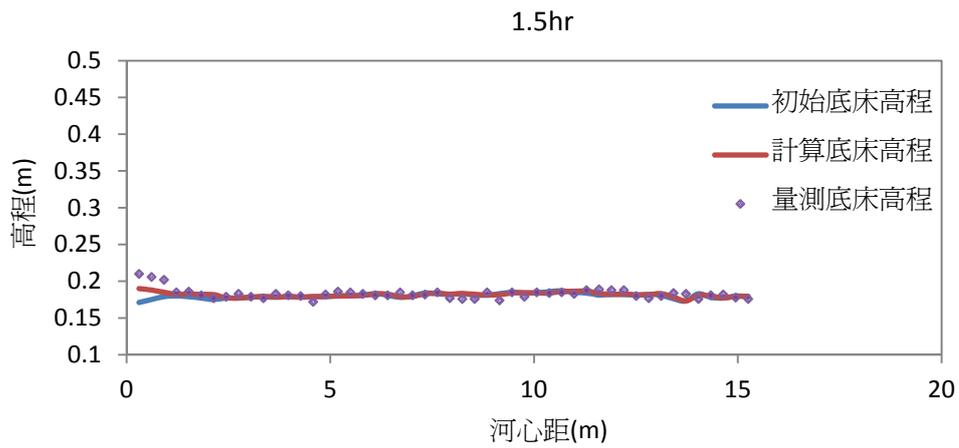


圖 4.3(d) 淤積案例之底床沖刷時變圖(1)

(經驗法)

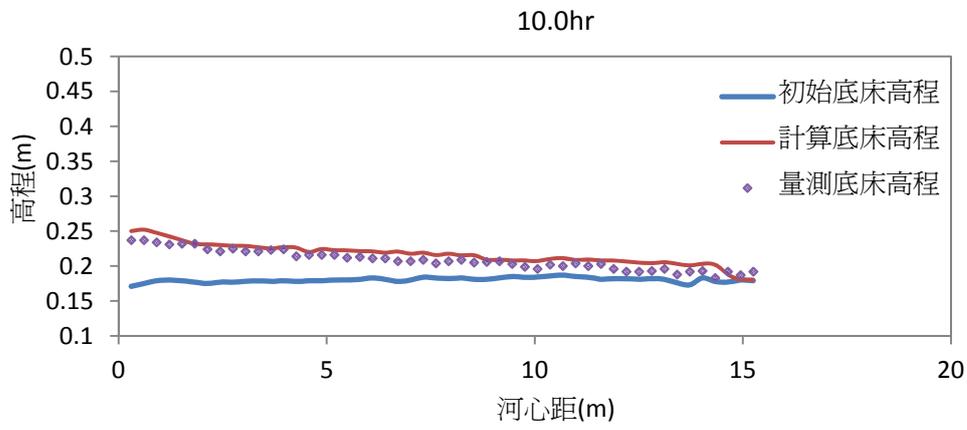
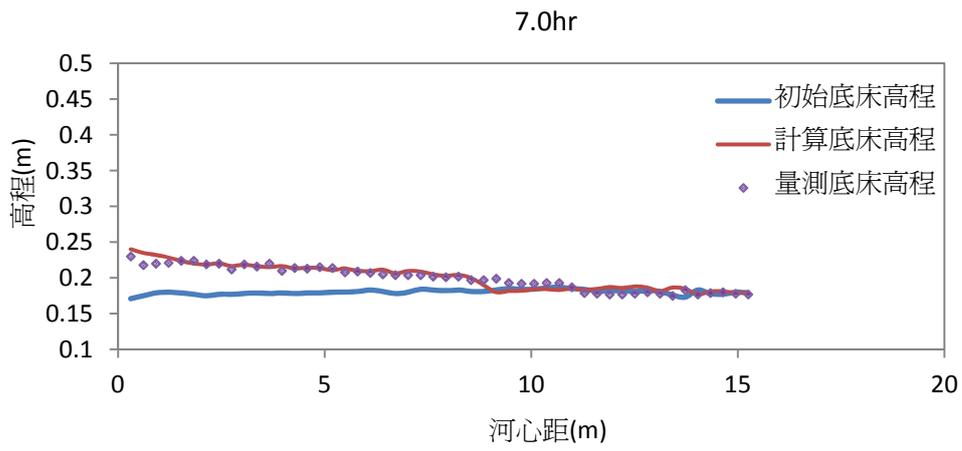


圖 4.3(d) 淤積案例之底床沖刷時變圖(2)
(經驗法)

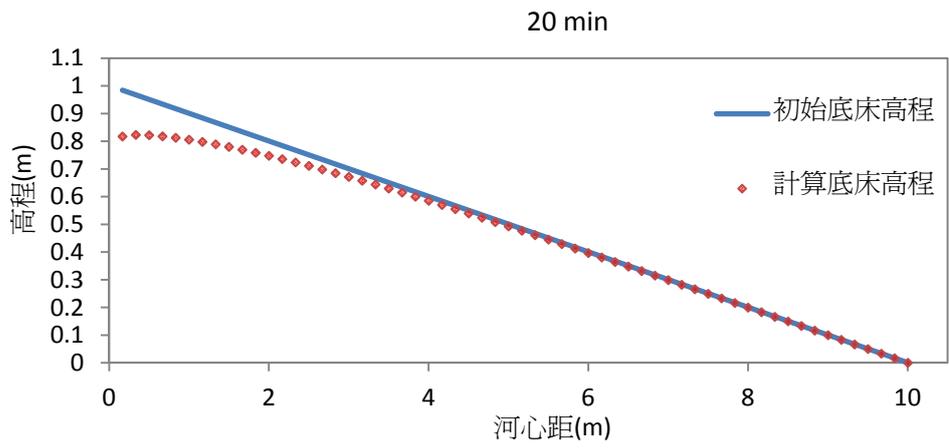
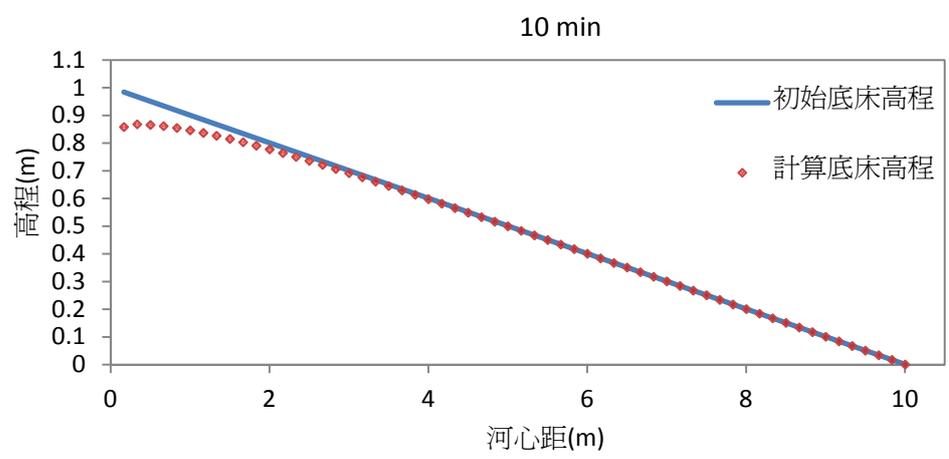
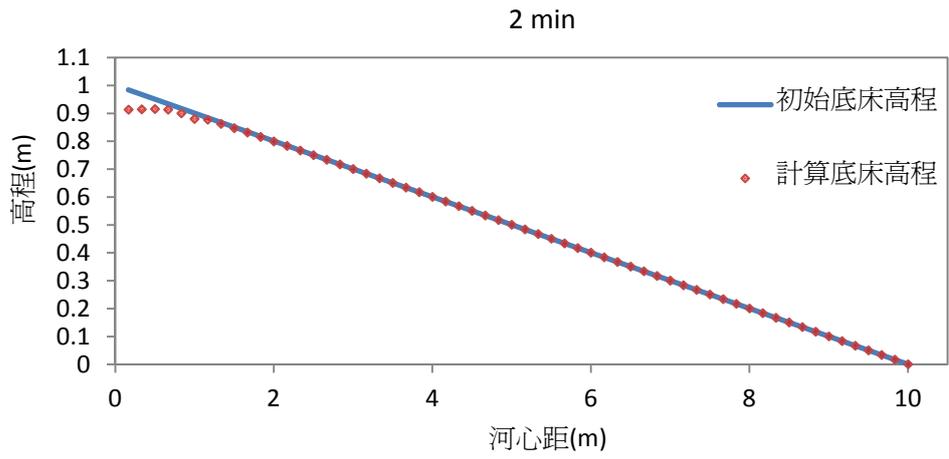


圖 4.4(a) 沖淤平衡案例之底床沖刷時變圖

(假設為清水入流)

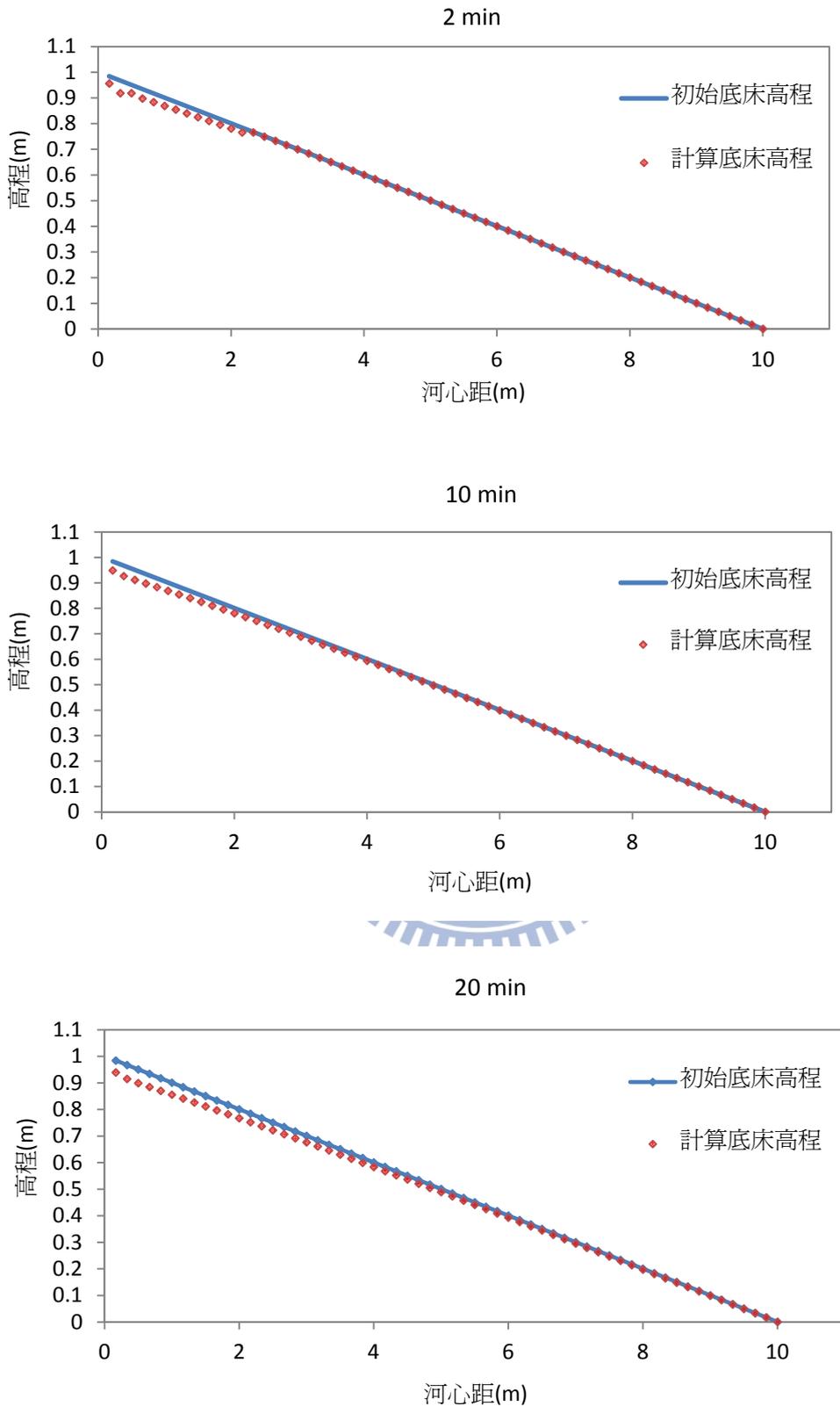


圖 4.4(b) 沖淤平衡案例之底床沖刷時變圖

(經驗法)

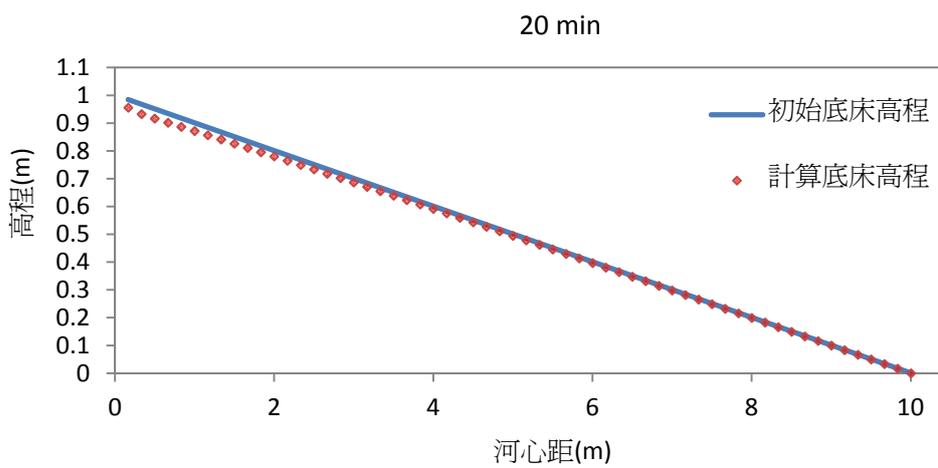
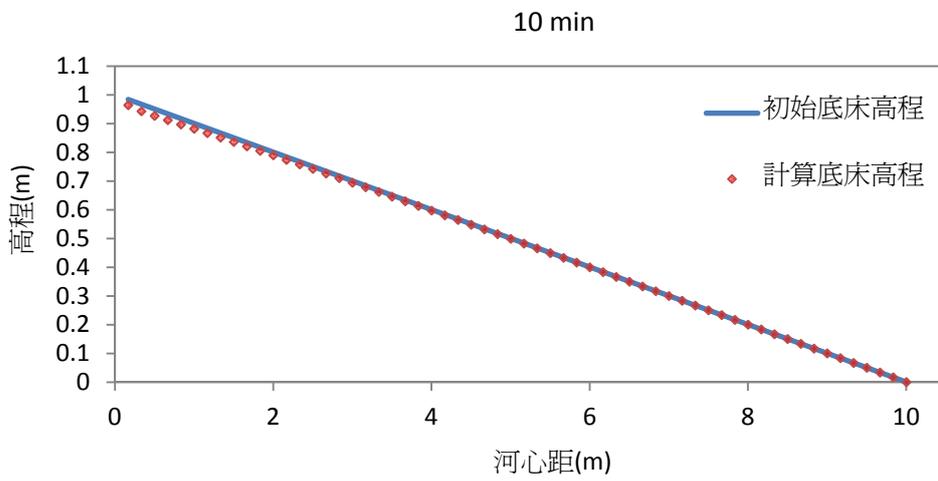
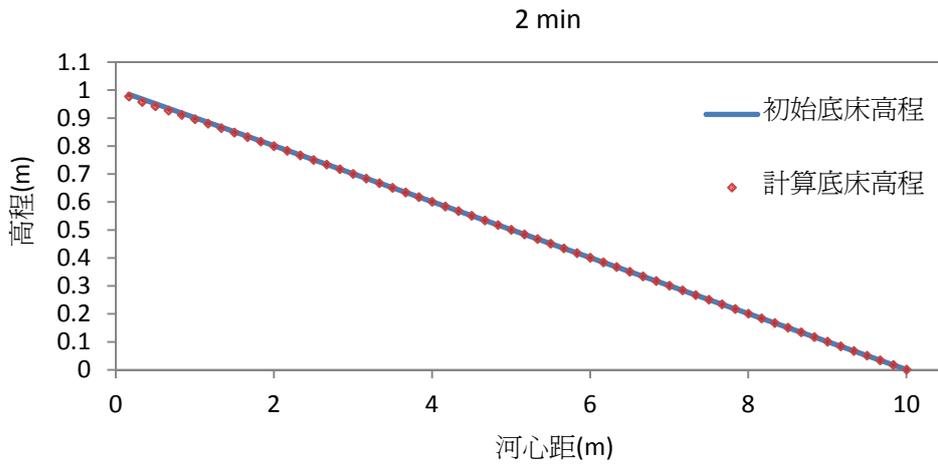


圖 4.4(c) 沖淤平衡案例之底床沖刷時變圖

(實測法)

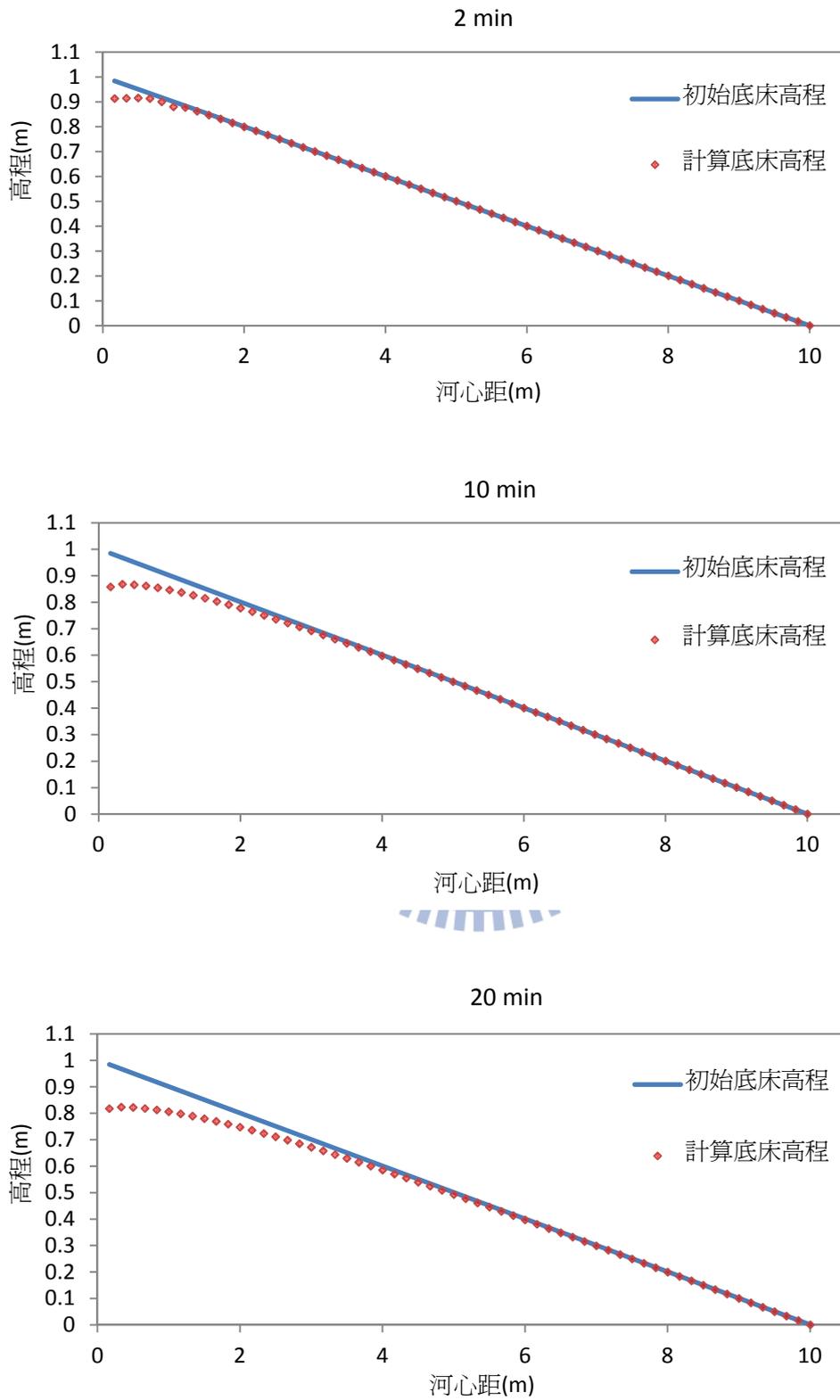


圖 4.5(a) 沖淤平衡案例之底床沖刷時變圖

(假設為清水入流)

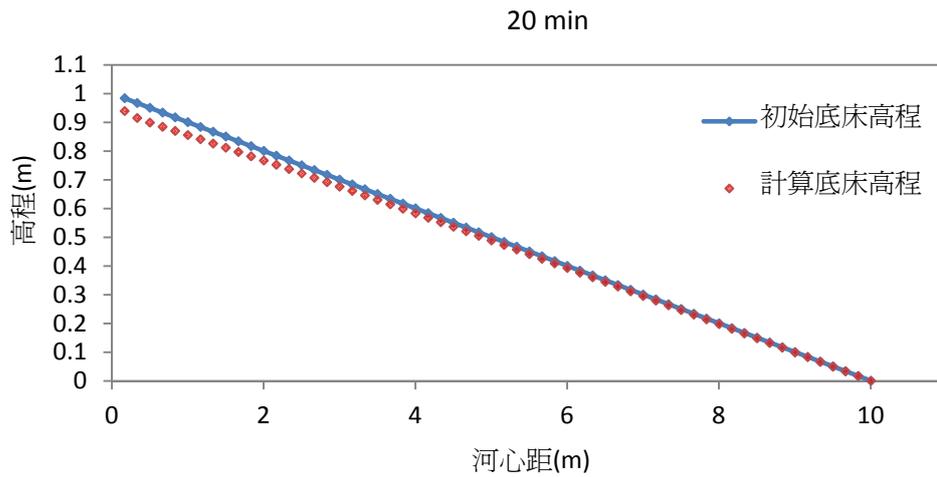
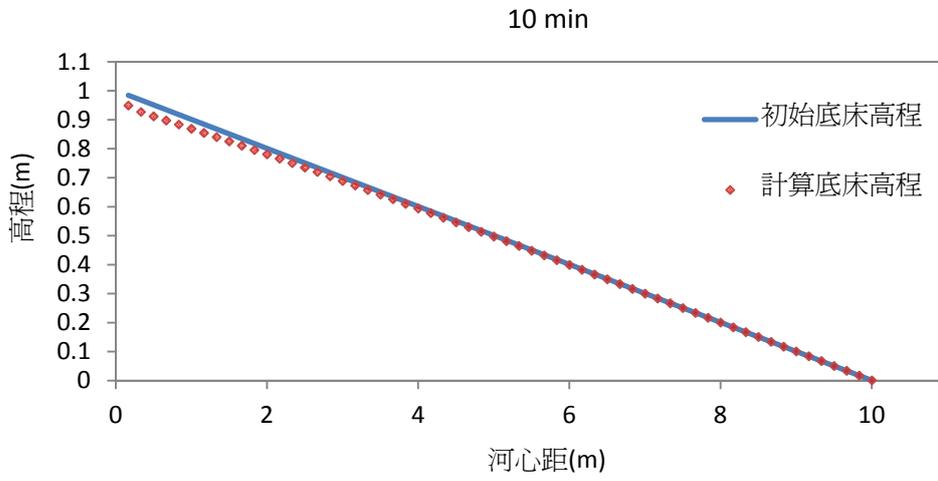
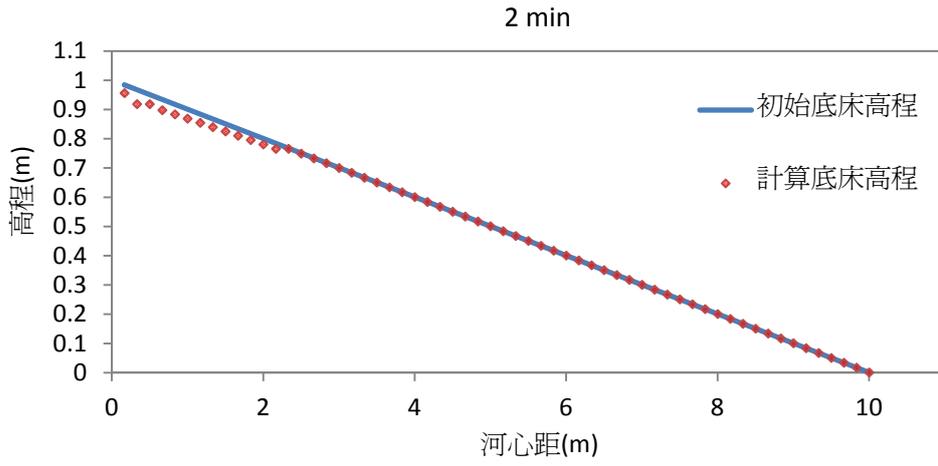


圖 4.5(b) 沖淤平衡案例之底床沖刷時變圖

(經驗法)

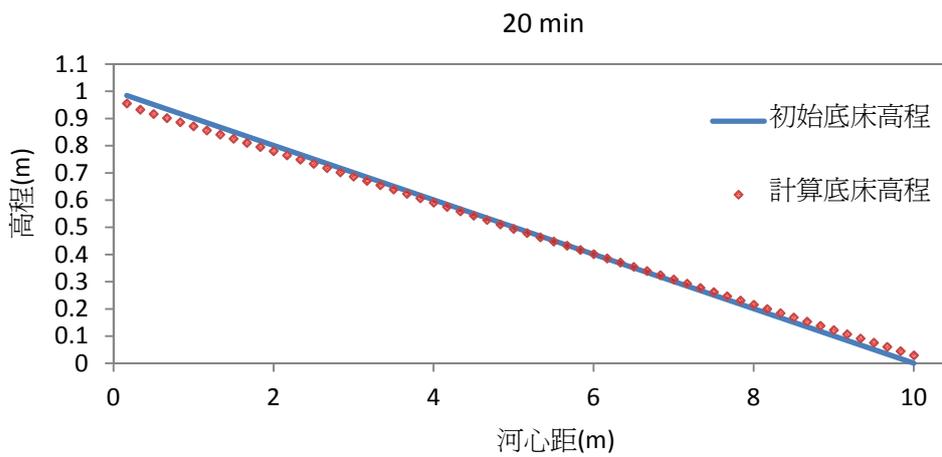
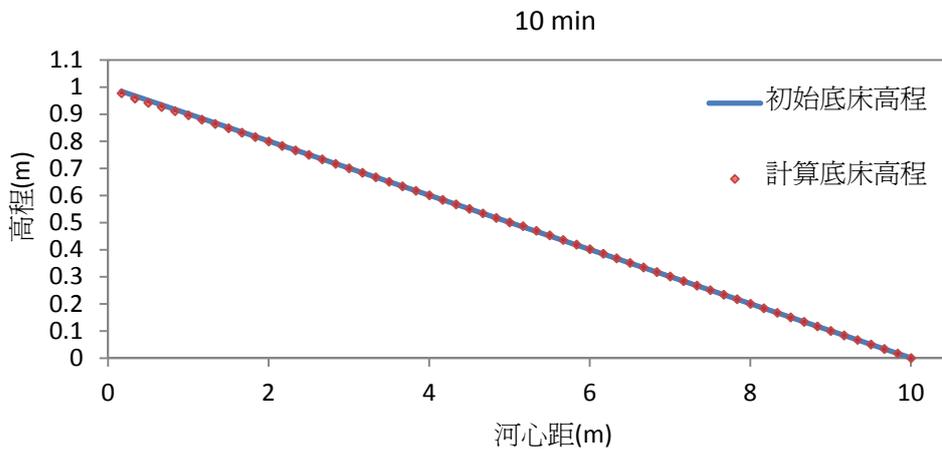
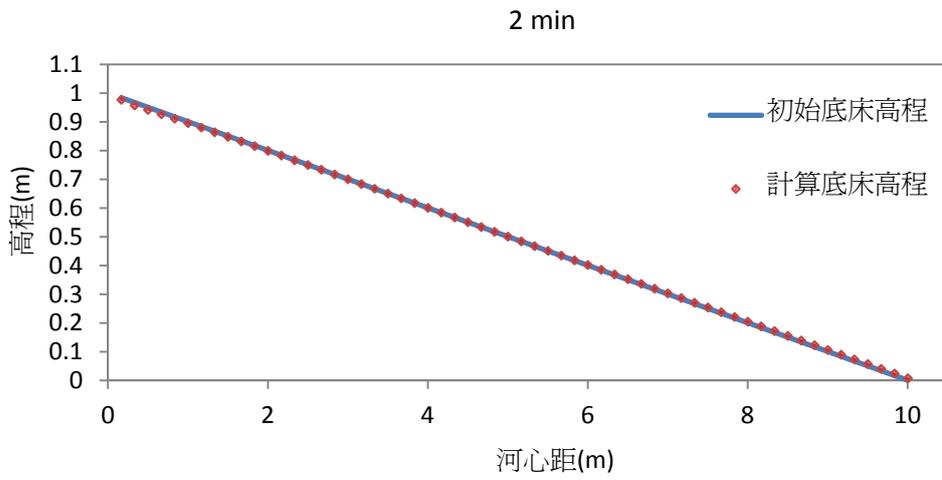


圖 4.5(c) 沖淤平衡案例之底床沖刷時變圖

(實測法)

第五章 懸浮載底床邊界條件的影響分析

第四章已使用二維模式探討河床載入砂邊界條件之影響，本章節將藉由具有實測數據之簡單實驗案例，來展現模式在三維運算上預測泥砂濃度分布的能力，並利用模式既已設定之懸浮載底床邊界條件(2.43)式及(2.44)式以驗證模式預測垂向濃度之合理性與正確性。

5.1 淤積案例

在此採用 Wang and Ribberink(1986) 所做的泥砂落淤實驗。實驗設置條件如下：渠道長 30m，寬 0.6m，水深平均流速為 0.56 m/s，水深為 0.215m。渠道上游入砂與底床沉滓均採用 0.06mm 以及 0.095mm 兩種粒徑(即非均勻沉滓)。

圖 5.1 為 $X/h=4.65$ 、 9.3 、 37.1 、 74.2 時，即河心距為 1、2、8、16m 處，使用(2.44)式為底床邊界條件，垂向濃度模擬結果與實測資料之比對圖。由圖中可看出模擬結果與實驗資料吻合，驗證模式模擬渠道淤積案例，預測濃度分布的能力。使用通量做邊界條件計算河床載時，在近水面處皆能精準預測不同河心距對應之濃度分布；且越靠近底床處，計算之結果更佳。雖然模擬呈現之結果相較於實測結果稍有高估，但整體來說，模式使用通量為河床載底床邊界條件時，模擬河道淤積行為之濃度變化的能力令人滿意。

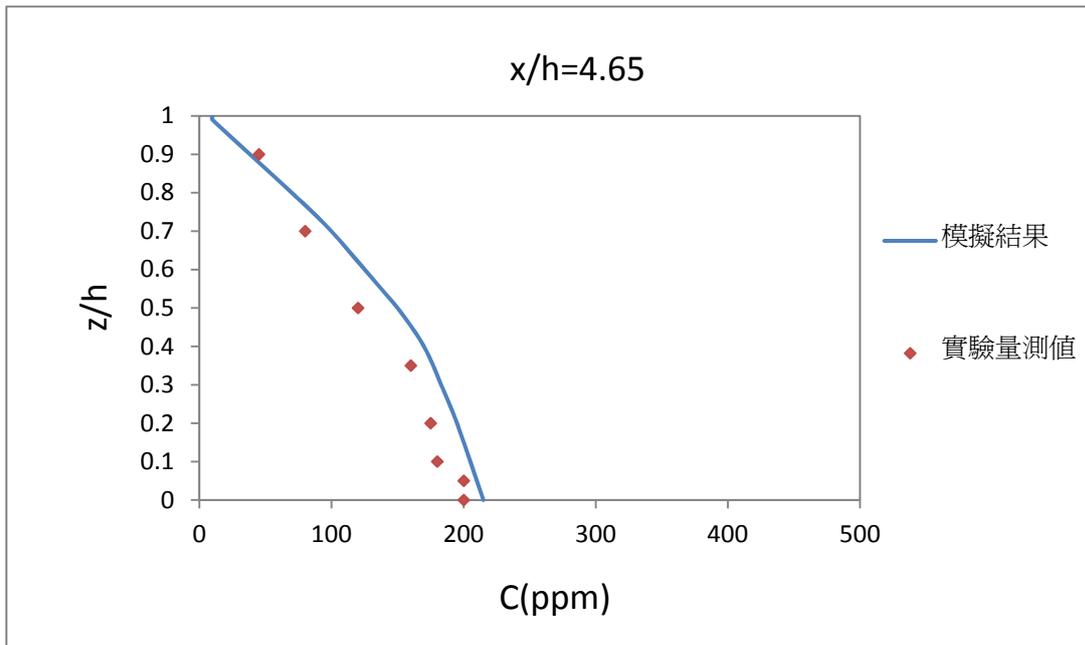
5.2 沖刷案例

在此採用 Van Rijn (1981) 所做的渠道泥砂捲升實驗。實驗設置條件如下：上游為清水入流，渠道長 30m，寬 0.5m，水深平均流速為 0.67 m/s，水深為 0.25m。底床沉滓採用 0.06mm 以及 0.2mm 兩種粒徑(即非均勻沉滓)。

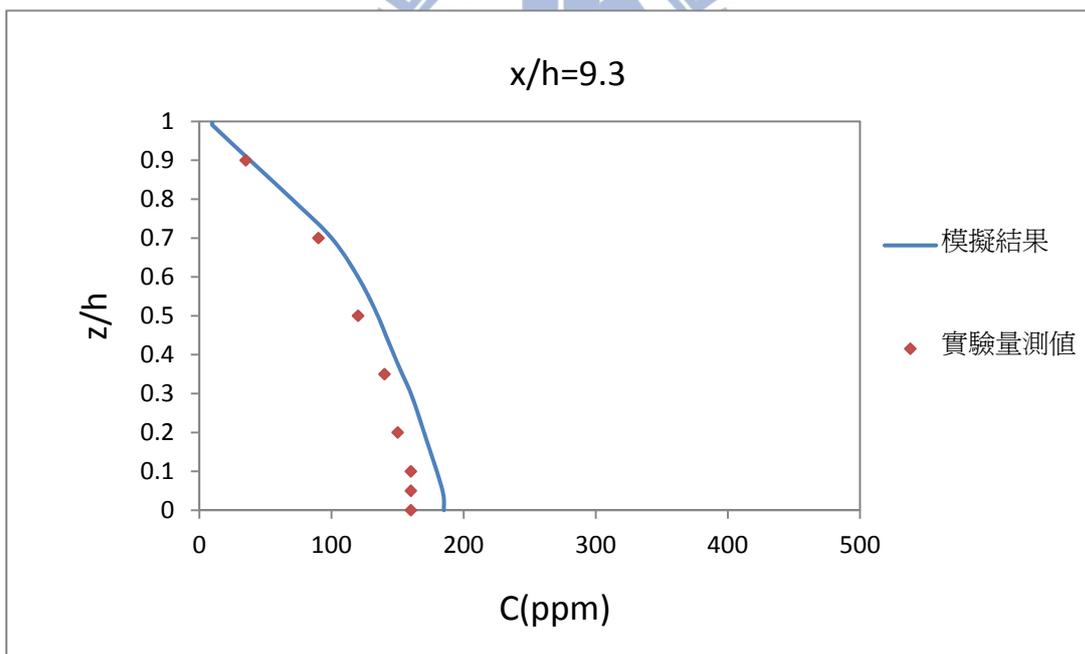
圖 5.2 為 $X/h=40$ 時，即河心距為 10m 處，根據合理邊界條件設定模擬，垂向濃度模擬結果與實測資料之比對圖。渠道沖刷行為將底床泥砂

捲升起來，形成懸浮載濃度。由圖中可看出，垂向濃度模擬結果與實驗資料吻合，驗證模式模擬渠道沖刷案例，預測濃度分布的能力；模式使用合理之邊界條件計算，其結果使濃度分布趨勢符合實驗量測結果。整體來說，除了水位將近一半處對濃度稍有低估，模式模擬沖刷行為之濃度變化的能力令人滿意。



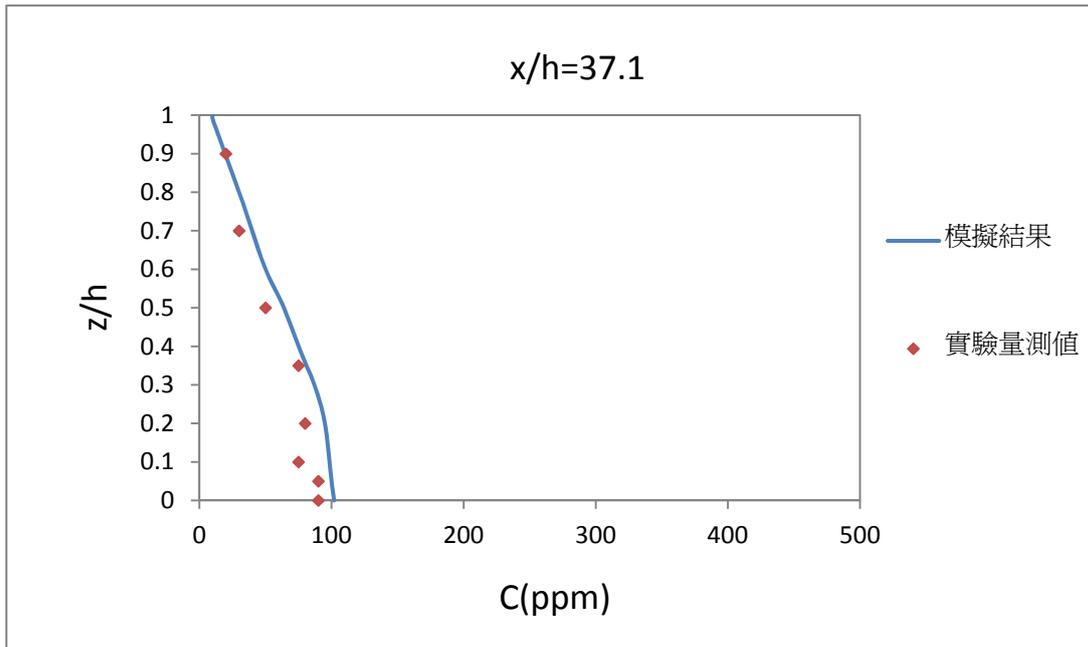


(a)

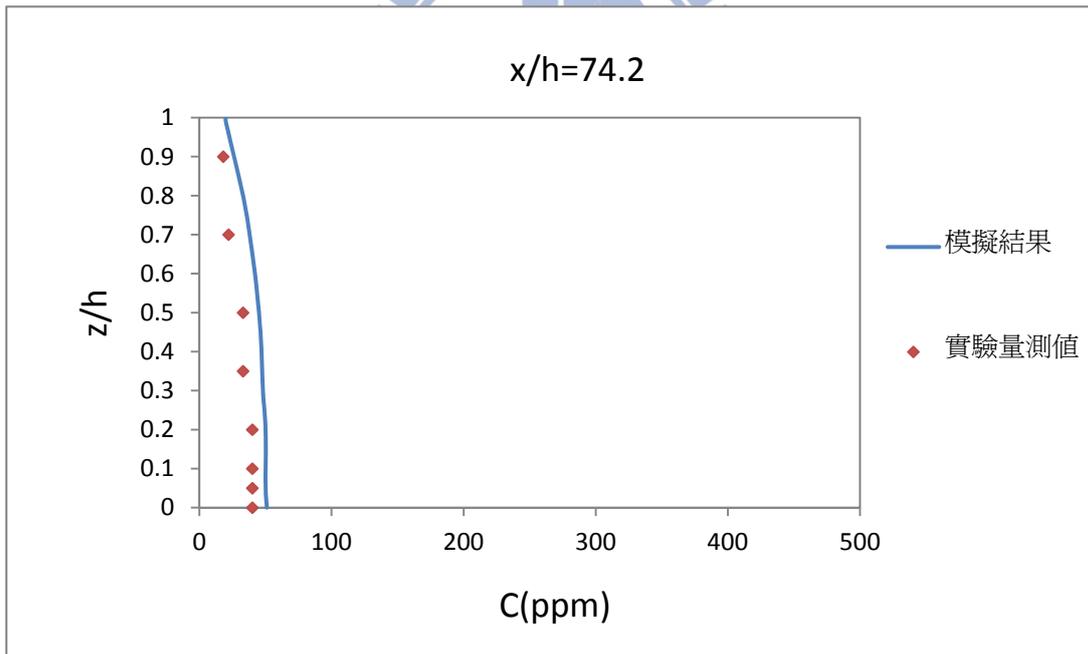


(b)

圖 5.1 淤積案例之濃度剖面圖



(c)



(d)

圖 5.1 淤積案例之濃度剖面圖(續)

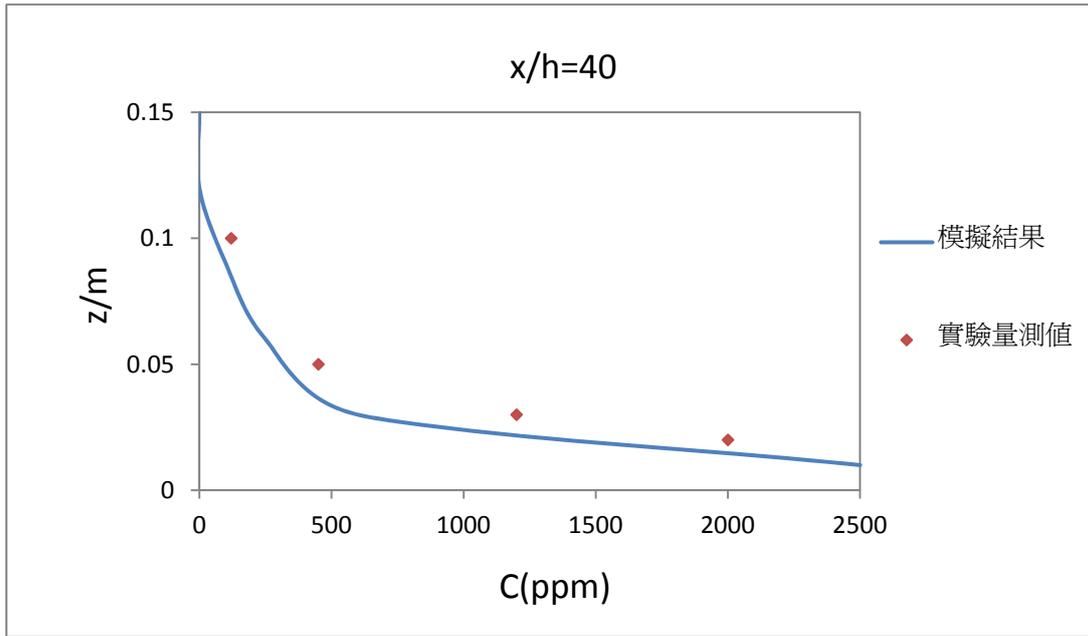


圖 5.2 沖刷案例之濃度剖面圖



第六章 模式在石門水庫的應用

在前兩章，我們主要針對實驗案例進行模擬分析。接下來在本章，欲進一步以現地案例做為模擬，其模擬對象為台灣重要的水庫之一——石門水庫。庫區斷面圖如圖 6-1 所示，在 6.1 節先以二為模式模擬，模擬範圍為石門水庫庫區上游段，因為在 26 號斷面處為異重流潛入點，其濃度產生重大改變，故 26 號斷面以下的下游庫區較適合以三維模式進行處理，將在 6.2 節展示成果。

然而就水庫泥砂課題而言，上游河道段的模擬重點有兩個：一在解析粗顆粒泥砂的落淤，導致底床形成三角洲淤積的型態；一在解析細顆粒泥砂運移至庫區的濃度，以提供作為庫區異重流分析的邊界條件。因此，在模式發展上須採用懸浮載與河床載分離演算的方式，方能定量解析床形與濃度變遷的歷程。然而此類型模式在泥砂邊界條件處理上，多僅考量懸浮載為主，而忽略河床載，而如此的模式發展思維可能與初始設定應用的範圍有關。當初二維模式應用的重點主要在河川的部分，很多河川懸浮載所佔的比例多大於河床載，因此可以理解其在實務應用上如此做法的合宜性。但就水庫問題而言，上游河道段易受水庫蓄水的迴水效應影響，造成流速相對減緩、水深相對加大，造成水體挾帶的懸浮泥砂粒徑變小，增大粗顆粒以河床載運移的比例，如此亦突顯河床載入砂邊界設定的重要性。

6.1 石門水庫上游段二維模擬

在現地案例中，尤其是水庫問題，其河床載十分難以量測，所以在處理河床載邊界條件時，無法以「實測法」給定入砂邊界真實的河床載通量進行模擬。故以下進行模擬主要使用「經驗法」來檢視模式對水庫淤積問題的預估能力，再以「率定法」找出能適當反應實際淤積情形的入砂邊界河床載值，並加以驗證。

在邊界條件的設定上，懸浮載濃度資料主要是經由圖 6-2 提供之率

定曲線，藉由上游邊界流量推估而來。在粒徑的部分，本研究參考圖 6-3 的底泥取樣粒徑分析結果，將泥砂粒徑從最小 0.02mm 至最大 0.4mm，設為八種不同的粒徑，故為不均勻沉滓。

而在模擬年份的挑選上，本研究利用石門庫區每一年的各斷面底床高程資料，建構出該年年底的底床床形，並將年續兩年度的床形做一疊合，藉以檢視出淤積情形較為明顯的年份做為模擬對象。故在此選用民國 93~94 年以及 95~96 年做為模擬年份。在入砂邊界條件選用「率定法」時，更可以利用民國 93~94 年模擬的底床變化與現地實測結果做一率定；再以民國 95~96 年模擬的底床變化與現地實測結果做一驗證，加強研究的完整性。

首先，針對 93 年度，假設河床載為 0 進行模擬，則模擬結果如圖 6-4(a)所示，雖然上游邊界有懸浮載入流，但洪颶期間流量相當大，而在假設河床載為 0 的狀況下，使得下游隨著模擬時間拉長，沖刷趨勢越為明顯。接著，針對 93 年度，在河床載邊界條件上，使用「經驗法」模擬，則模擬結果如圖 6-4(b)所示，在總時距 65 小時模擬完，底床發生明顯的淤積，與 94 年度的底床高程相較，在上游的預測上不甚理想，原因是使用經驗法模擬此現地案例，對於洪颶期間大流量、粗顆粒入流的情形而言，河床載恐怕會被低估。然而經過長時間的模擬，上游河床載持續被往下游帶動，使得下游區段的底床淤積頗為符合。

然而本節重點仍然欲以「率定法」找出能適當反應實際淤積情形的上游邊界河床載值，並加以驗證。在此，吾人發現將上游邊界之懸浮載濃度乘以 25%，並經過單位換算當做上游邊界河床載通量作為模擬邊界條件，能在底床的預測上，有良好的成果。如圖 6-4(c)所示，除了底床淤積的預測上令人滿意之外，更在不同模擬時間的比較圖中可看到，上游段的部分仍有淤積波往下游傳遞的趨勢。

最後，本節以 95 年之底床，使用本研究率定結果，將上游邊界之懸浮載濃度乘以 25% 做為入砂邊界條件模擬，結果如圖 6-5 所示，在底床變化的預測上令人滿意，即驗證了本節對河床載率定之結果。

6.2 石門水庫三維模擬

進行三維模擬前，首先考量入流邊界的範圍。由於水庫異重流的潛入，形成三角洲的淤積，在底床上會形成某一區段突然劇烈的變化。而關於水庫異重流發生的機制，目前亦尚未有模式可以精準預測。有鑑於此，本節在入流邊界的設定上，將設有攔汙索的石門庫區 24 號斷面作為上游邊界，再將入流邊界之濃度分布作一簡單假設進行三維模擬(如圖 6.6 所示)，最後以三維模式模擬，利用模式對現地濃度分布以及傳遞現象做一預測研究。

模擬結果如圖 6.7 所示，分別對 23 號、16 號、8 號以及 4 號斷面做其模擬時間為 1hr、20hr 以及 61hr 之垂向濃度分布圖。可看出單場颱風事件中，同一斷面在不同時間上，濃度傳遞的趨勢。在 20hr 時水體泥砂濃度較大，而模擬到最後的 61hr 時，濃度已漸漸被水體帶走而驟減。在同一時間上不同斷面的濃度分布亦可依圖做觀察。



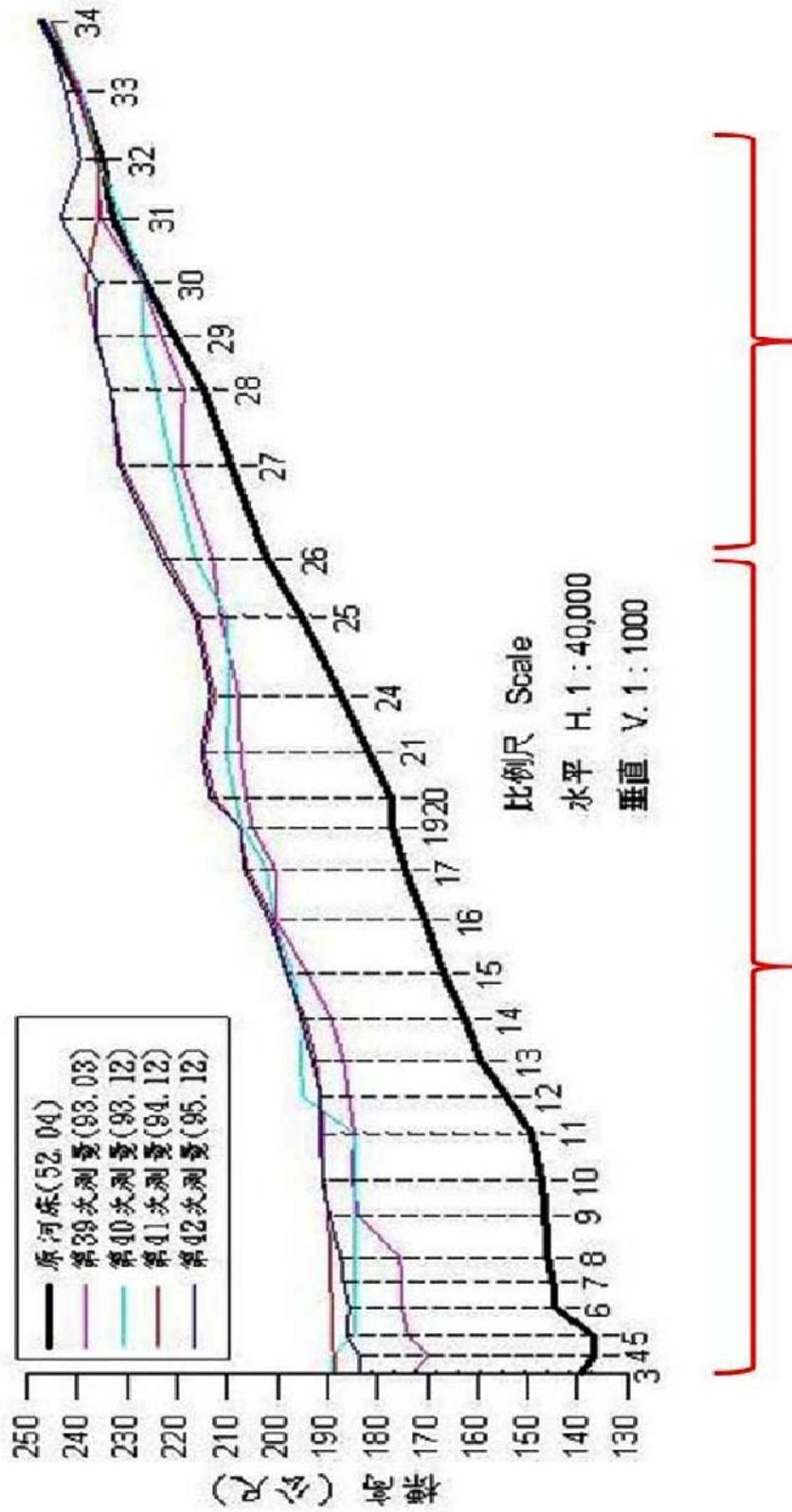


圖 6-1 石門庫區斷面暨模式適用範圍示意圖

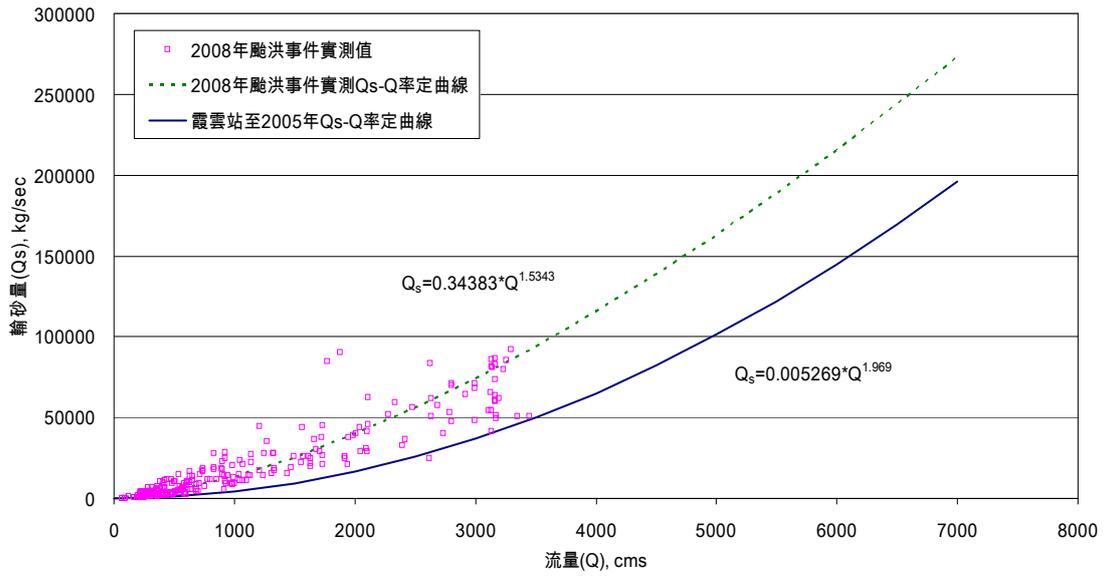


圖 6-2 入庫輸砂量與入庫流量關係圖

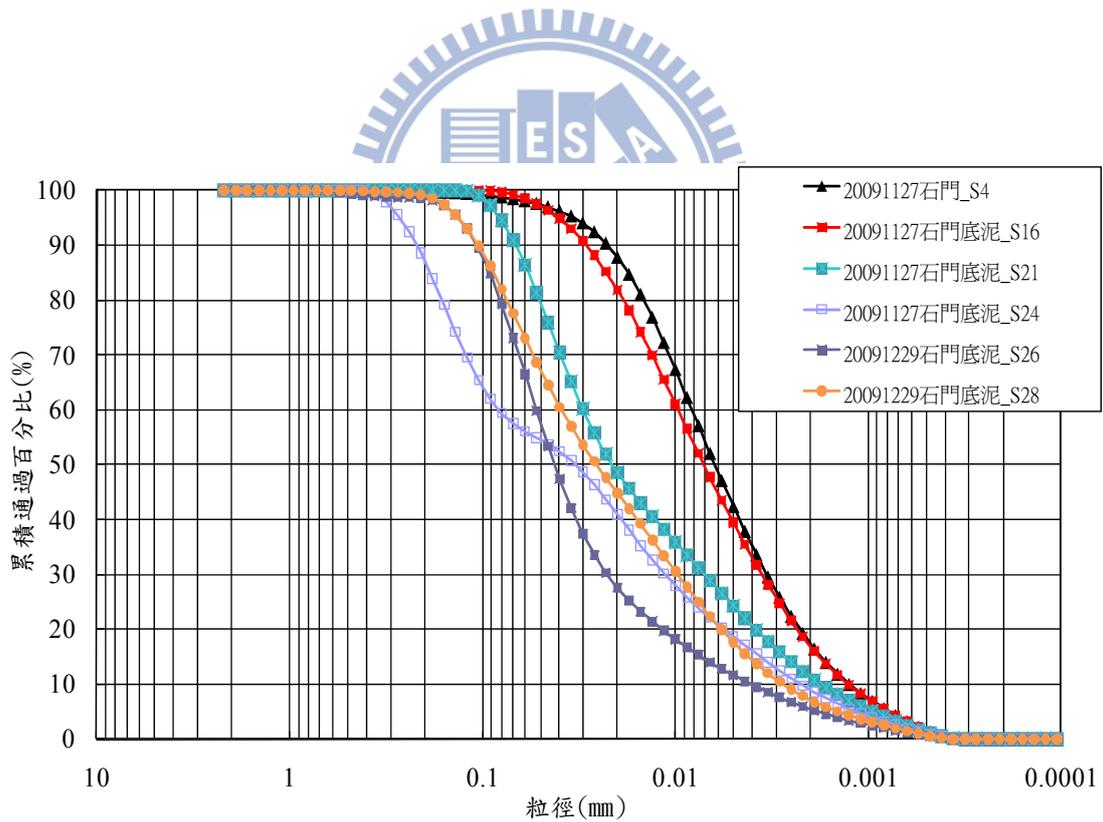


圖 6-3 庫區斷面 4-28 底泥取樣粒徑分析結果

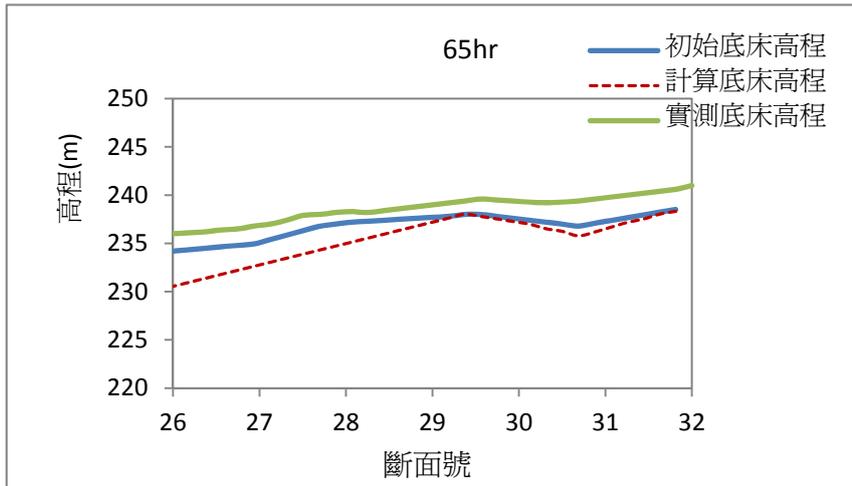


圖 6-4(a) 民國 93 年之底床沖刷時變圖

(假設上游邊界河床載為 0)

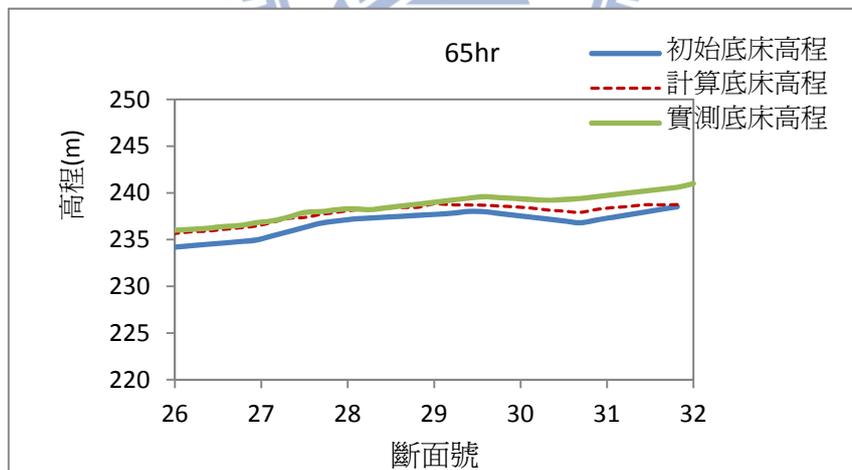


圖 6-4(b) 民國 93 年之底床沖刷時變圖

(經驗法)

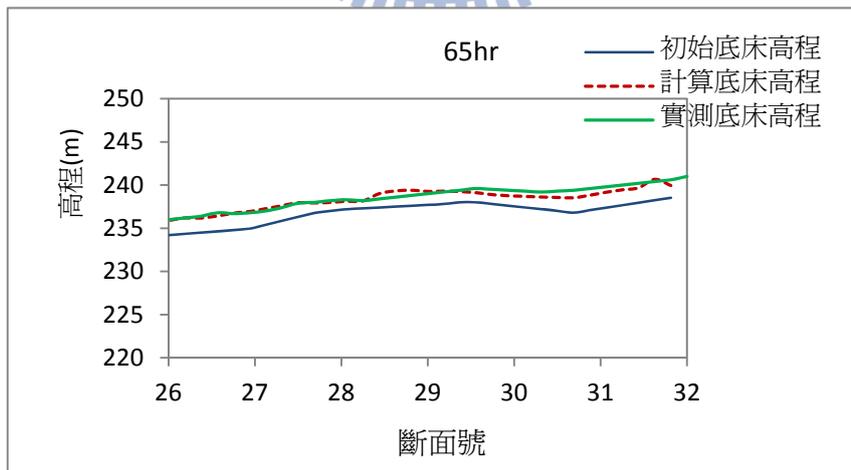
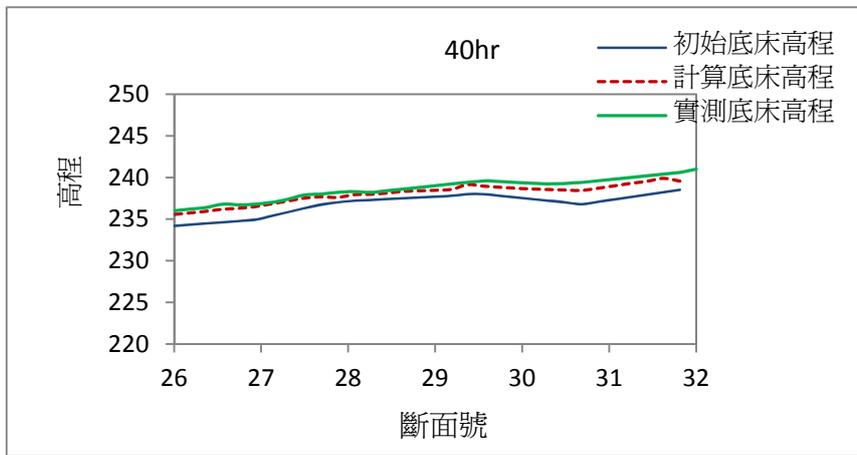
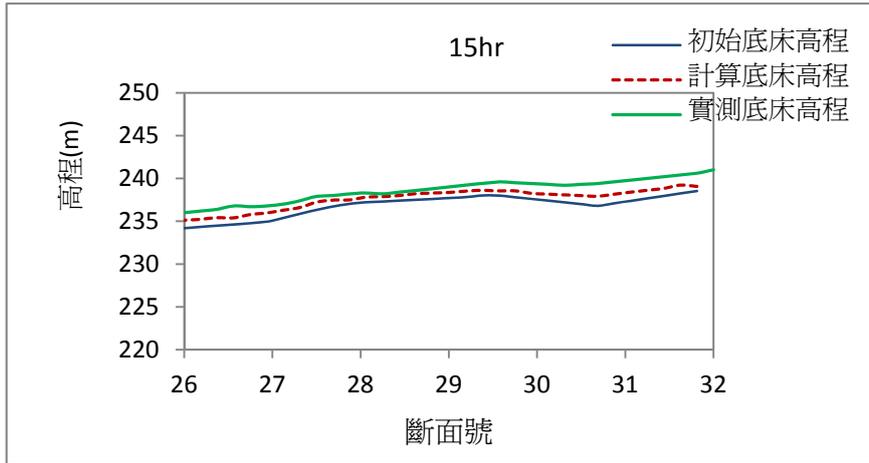


圖 6-4(c) 民國 93 年之底床冲刷時變圖
(率定法)

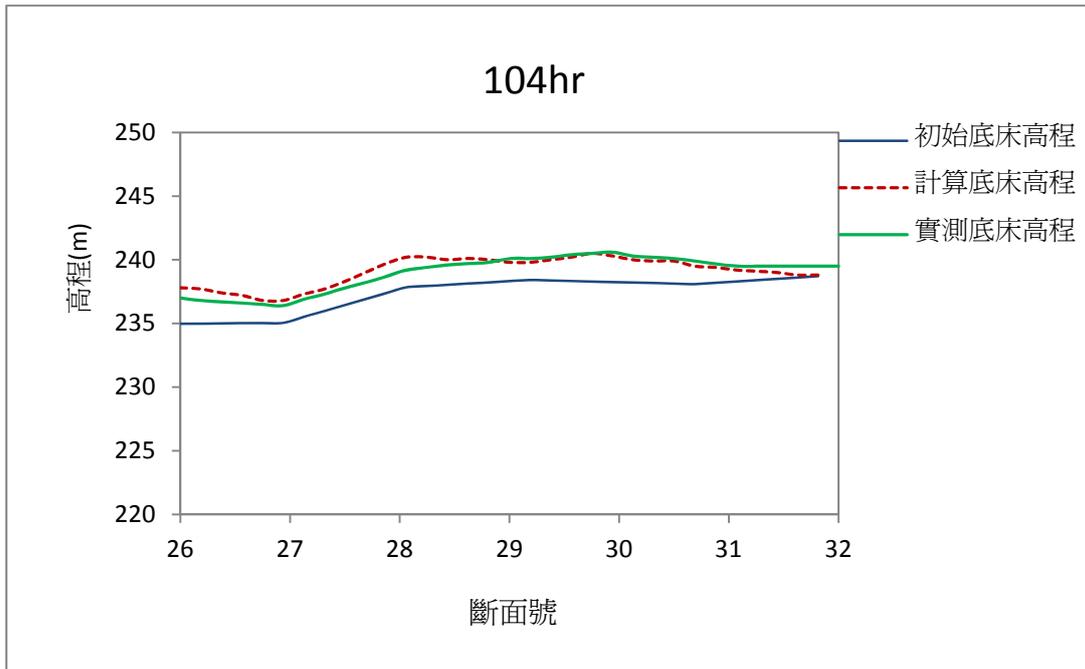


圖 6-5 民國 95 年之底床沖刷時變圖

(驗證)



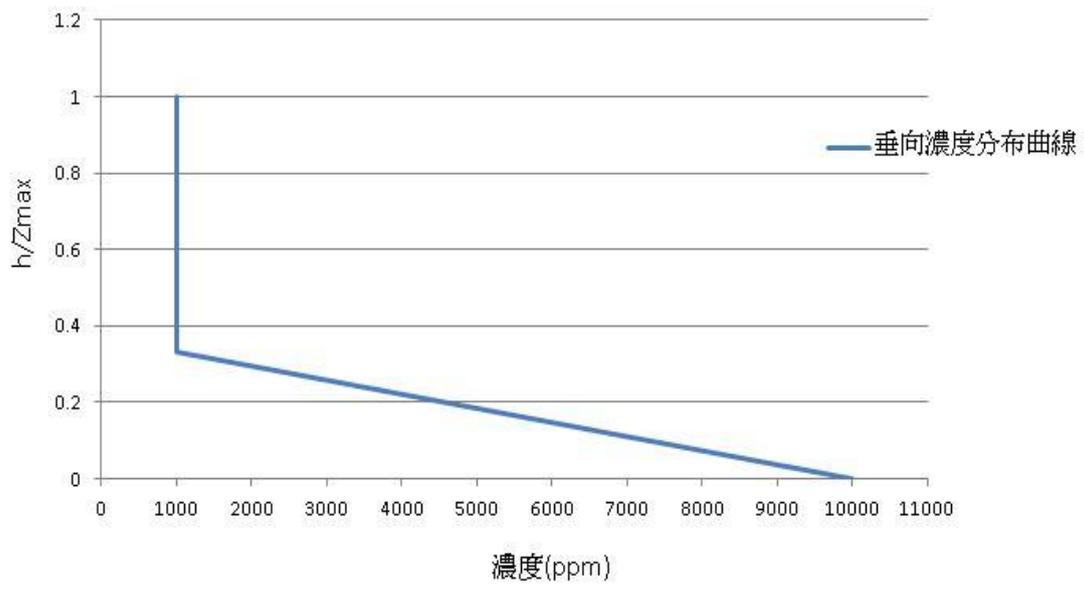
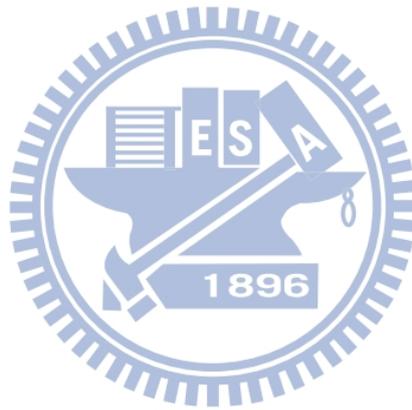
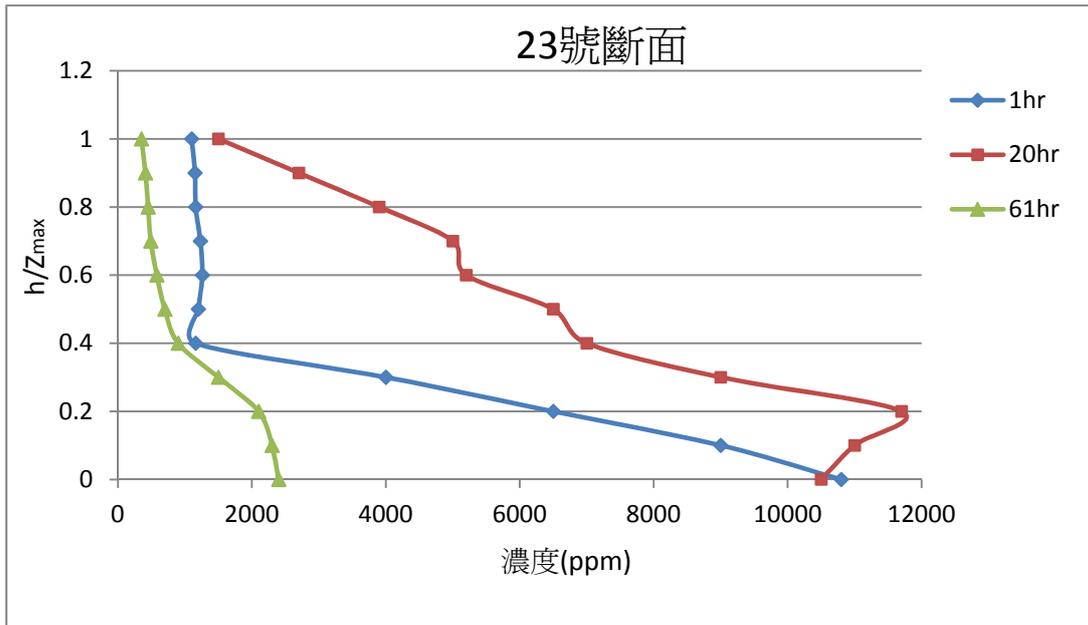
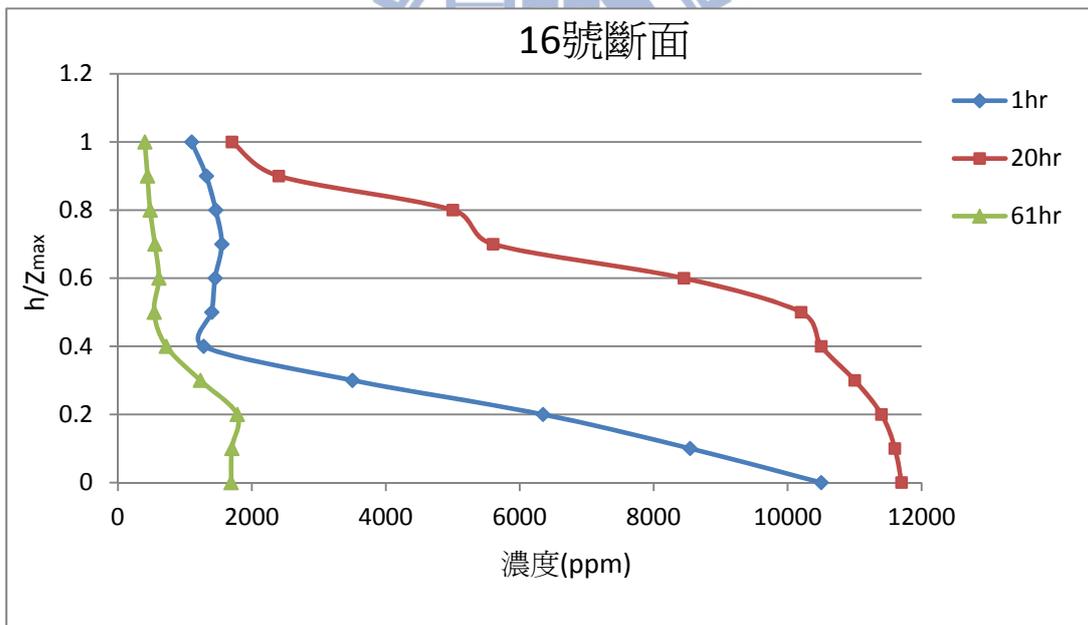


圖 6-6 上游邊界垂向濃度假設分布圖



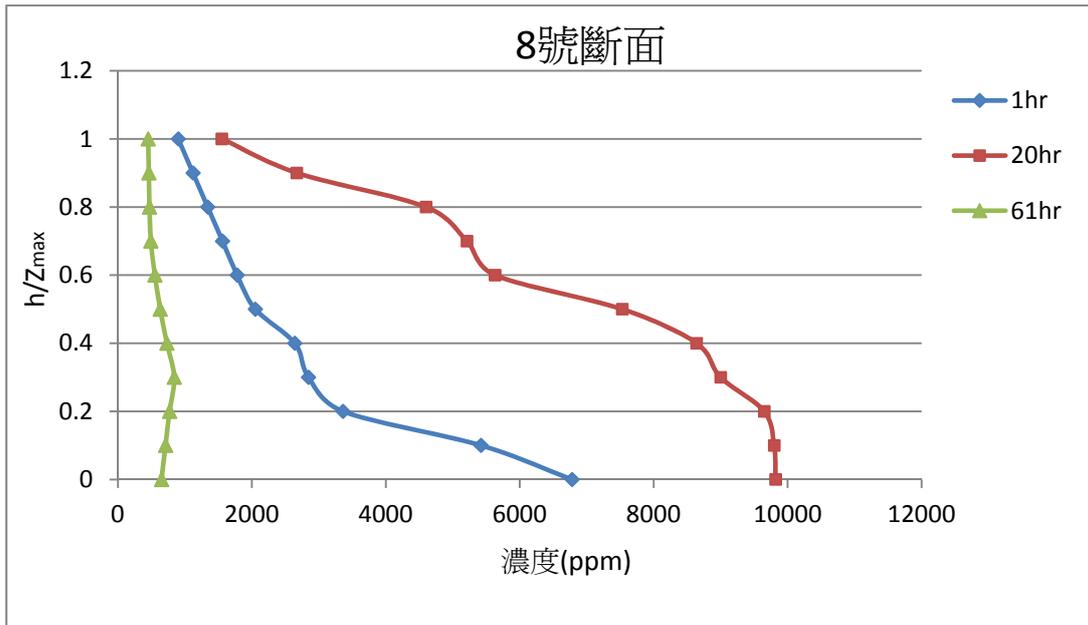


(a)

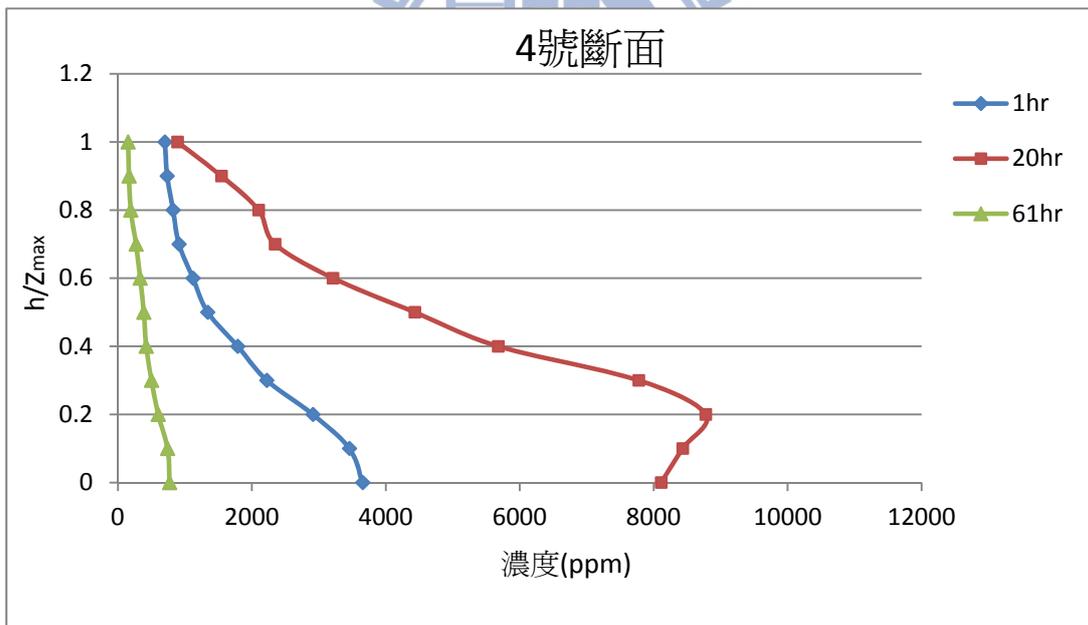


(b)

圖 6-7 韋帕颱風垂向濃度分布圖



(c)



(d)

圖 6-7 韋帕颱風垂向濃度分布圖(續)

第七章 結論

7.1 結論

本研究引用謝(2003)及鍾(2012)所發展之二維及三維沉滓運移模式，探討邊界條件對水庫沉滓運移模擬之影響。在邊界條件的探討上分為兩大部分：分別先以二維模式模擬實驗以及現地案例，探討入砂邊界條件對底床變遷的影響；再以三維模式模擬實驗案例，探討懸浮載底床邊界條件對濃度傳遞的影響。其結論如下：

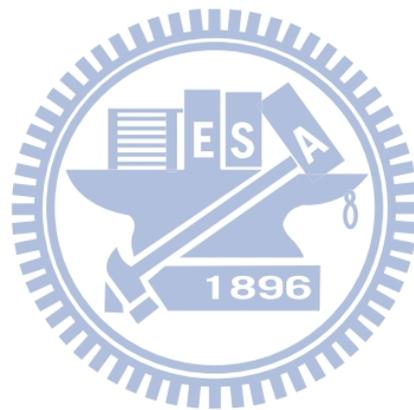
- (1) 合理設定河床載入砂邊界值，方能得到正確的模擬結果。入流邊界條件之河床載濃度以經驗式計算，均能大致符合實驗值；若在實驗數據未給定河床載或者現地沒有進行量測的情況下，以本研究自行率定之河床載做為邊界條件，則能使模式對底床變遷之預測更貼近實驗結果。
- (2) 在現地的應用上，本文率定出石門水庫沉滓運移之河床載約占懸浮載濃度之 25%，以此比例進行模擬，在不同年份的底床變遷上，均得到令人滿意的結果。
- (3) 本研究以沖刷、淤積之實驗案例進行懸浮載底床邊界條件之測試，模擬結果顯示：模式邊界條件之處理方式，淤積時使用 Neumann 邊界條件；沖刷時使用平衡濃度邊界條件可得到合理結果。

7.2 建議

針對本研究成果以及不足之處，在此提出建議以供後續研究之參考：

- (1) 本研究使用之模式，紊流處理乃採零方程式，未來可考慮加入 $k-\epsilon$ 或 LES 模式之發展。
- (2) 本研究在石門水庫的應用上，顧及模式之限制，在三維模擬時，只從三角洲淤積處之後的 24 號斷面進行模擬，針對 24 號斷面之濃度分布

做一簡單假設。期望未來發展之三維模式能適當反映水庫異重流潛入之機制，以擴大模式之應用範圍。



參考文獻

1. 錢寧，萬兆惠(1983)，「泥沙運動力學」，科學出版社，309。
2. 李鴻源、楊錦釧、葉客家、楊志達、謝慧民(1996)，「瓣狀河系沖淤模式之發展(四)NETSTARS 模式使用者手冊」，國立台灣大學土木工程學研究所研究報告，水利 8502 附冊。
3. 連和政(1999)，「二維水深平均模式應用於彎道水流與泥沙運移模擬之研究」，國立交通大學土木工程研究所博士論文。
4. 謝德勇(2003)，「二維水理、汙染傳輸及沉滓運移模式之研發與應用」，國立交通大學土木工程研究所博士論文。
5. 經濟部水利署(2003)，「水庫沉滓運移模式研究與應用」
6. 李鴻源 (2005)，「石門水庫集水區泥沙產量推估之研究 3/3」，經濟部水利署。
7. 張益家(2005)，「二維彎道動床模式之發展研究」，國立交通大學土木工程研究所碩士論文。
8. 尤本勝，王同成，范成新(2007)，「太湖沉積物再懸浮擬似方法」，湖泊科學期刊。
9. 洪聖翔(2011)，「正交曲線座標擬似三維水理模式於彎道水流之模擬研究」，國立交通大學土木工程學系碩士學位論文。
10. 錢樺，江文山，鄭皓元，劉康克(2011)，「高潮流流速下河口沉積物再懸浮機制探討」
11. 鍾浩榮(2012)，「河道三維高含砂水流沉滓運移模式發展與應用」，國立交通大學土木工程研究所博士論文。
12. Audusse, E., Bristeau, M.O., and Decoene, A. (2008), "Numerical simulations of 3D free surface flows by a Multilayer Saint-Venant model" *Internat. J. Numer. Methods Fluids* 56, no. 3, 331–350.
13. Bennet, J.P. and Nordin, C.F. (1977), "Simulation of sediment transport and armoring" *Hydrological Sciences Bulletin*, 37, 2119-2162.
14. Bell, R.G. and Sutherland, A.J. (1983), "Nonequilibrium bedload transport by steady flows" *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.

- 109, No. 3, March, pp. 351-367.
15. Blanckaert, K., Glasson, L., Jagers, H.R.A., and Sloff, C.J. (2003), “Quasi-3D simulation of flow in sharp open-channel bends with horizontal and developed bed topography” Proc., Int. Symp. On Shallow Flows, G.H. Jirka and W.S.J. Uijtewaal, eds., Delft Univ. of Technology, Delft, The Netherlands, I, 93-100.
 16. Blumberg A.F. and Mellor. G.L. (1983), “Diagnostic and prognostic numerical circulation studies of the South Atlantic Bight” Journal of Geophysical Research, 88 4579-4592.
 17. Celik, I., and Rodi, W. (1988). “Modeling suspended sediment transport in nonequilibrium situations” Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 114(10).
 18. Dudley Brian Spalding, Suhas V. Patankar (1972), “Numerical prediction of three-dimensional flow” Imperial College of Science and technology Mechanical Engineering Department
 19. Einhellung, R., Holly, F. M., Hsu, S. H., Schwarz, P., Schaefer J., and Yang, J. C. (1990), “Charima-numerical simulation of unsteady water and sediment movement in multiply connected network of mobile-bed channels” IIHR Report No.343, Iowa institute of Hydraulic Research, The University of Iowa, Iowa City, Iowa 52242 USA. Krone, R. B. (1962).
 20. Falconer, R.A., and Lin, B. (1996), “Three-dimensional modelling of water quality in the Humber Estuary” Water Research 31 5, pp. 1092–1102.
 21. Falconer, R.A., and Lin B (1997), “Three-dimensional modelling of water quality in the Humber Estuary” Water Res 31:1092–1102.
 22. Fan HW and Rodi W (2003), “Three-dimensional calculations of flow and suspended sediment transport in the neighborhood of the dam for the Three Gorges Project (TGP) reservoir in the Yangtze River” J Hydraul Res 41:379-394.
 23. Fan HW and Wang GQ (2000), “Three-dimensional mathematical model of suspended-sediment transport” J Hydraul Eng-Asce 126:578-592.

24. Fischer-Antze, T., Stösser, T., Bates, P., and Olsen, N. R. B. (2001) “3D numerical modelling of open-channel flow with submerged vegetation” *IAHR Journal of Hydraulic Research*, No. 3.
25. French, R.H. (1986), “Open channel hydraulics” McGraw-Hill Book Company, Singapore, 705 pp.
26. Garcia MH (2007), “Sedimentation engineering: processes, measurements, modeling, and practice” American Society of Civil Engineers.”
27. Ge, L., and Sotiropoulos, F. (2005), “3D unsteady RANS modeling of complex hydraulic engineering flows. I: Numerical model” *J Hydraul Eng* **131** (9), pp. 800–808.
28. Gross, E.S., Koseff, J.R., and Monismith, S.G. (1999), “Three-dimensional salinity simulations of South San Francisco Bay” *Journal of Hydraulic Engineering* 125 (11): 1199-1209.
29. GSTARS version 2.1 manual, Chih Ted Yang, Francisco J. M. Simoes (2000), U.S. Department of the Interior, Bureau of Reclamation.
30. Herzfeld, M., Waring, J., Parslow, J., Margvelashvili, N., Sakov, P., and Andrewartha, J. (2010), SHOC: Sparse Hydrodynamic Ocean Code, Scientific Manual. CSIRO Marine Research.
31. Hsieh, T.Y., and Yang, J.C. (2003), “Investigation on the suitability of two-dimensional depth-averaged models for bend-flow simulation.” *J Hydraul Eng-Asce* 129:597-612.
32. Hsieh, T.Y., and Yang, J.C. (2004), “Implicit two-step split-operator approach for modeling two-dimensional open channel flow” *J. Hydro-science and Hydraulic Engineering*, 22(2), 113-139.
33. Hu, C. and Y. Hui (1996a). “Bed-load transport I: Mechanical characteristics.” *J. Hydr. Engrg.*, 122, 245 – 254.
34. Hung, M.C., Hsieh, T.Y., Tsai, T.L., and Yang, J.C. (2008), “A layer-integrated approach for shallow water free surface flow computation” *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 24(12), 1699-1722. (SCI, EI).

35. Jin, X., and Kranenburg, C. (1993), "Quasi-3D numerical modeling of shallow-water circulation" *J. of Hydr. Eng.*, 119(4), pp. 458-472.
36. Li, B., and Fleming, C. A. (2003), "Three-dimensional hydrodynamic model for free surface flow" *Journal of Hydraulic Research*, Volume 41, No 4, pp. 367-377.
37. Lardner, R.W., and Cekirge, H.M. (1988), "A new algorithm for three-dimensional tidal and storm surge computations" *Appl. Math. Modeling*, Vol. 12, 471-481.
38. Lien, H.C., Hsieh, T.Y., Yang, J.C., and Yeh, K.C. (1999b), "Bend-flow simulation using 2D depth-averaged model" *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 125(10), 1097-1108.
39. Lin, M.Y., and Huang, L.H. (2008), "Velocity profiles of nonlinear shallow-water flows" *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 31(1), 105-120.
40. Meselhe EA and Sotiropoulos F (2000), "Three-dimensional numerical model for open-channels with free-surface variations." *J Hydraul Res* 38:115-121.
41. Mike-11 : a modeling system for rivers and channels, DHI Water and Environment.
42. Muneta, B.N., and Shimizu, Y. (1994), "Numerical analysis model with spur-dikes considering the vertical flow velocity distribution" *JSCE, Journal of Hydraulic, Coastal and Environmental Engineering*, 497, 31-39.
43. Neary, V.S., Sotiropoulos, F., and Odgaard, A.J. (1999), "Three-dimensional numerical model of lateral-intake inflows" *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 125(2), pp.126-140.
44. Nicholas, A.P., McLelland, S.J. (2004), "Computational fluid dynamics modelling of three-dimensional processes on natural river floodplains" *Journal of Hydraulic Research*, 42(2), 131-143.
45. Rickenmann D (1991), "Hyperconcentrated flow and sediment transport

- at steep slopes.” J Hydraul Eng-Asce 117:1419-1439.
46. Rouse, H. (1940). “Criteria for similarity in the transportation of sediment.” Proc. 1st Hydr. Conf., State Univ. of Iowa, Iowa, pp. 43-49.
 47. Ruether N, Singh JM, Olsen NRB and Atkinson E (2005), “3-D computation of sediment transport at water intakes.” P I Civil Eng-Wat M 158:1-7.
 48. Schlichting, H. and Gersten K. (2000). Boundary Layer Theory, McGraw-Hill, New York.
 49. Sinha SK, Sotiropoulos F and Odgaard AJ (1998), “Three-dimensional numerical model for flow through natural rivers.” J Hydraul Eng-Asce 124:13-24.
 50. Smart GM (1984), “Sediment transport formula for steep channels.” J Hydraul Eng-Asce 110:267-276.
 51. Song, Y.T., and Hou, Y.T. (2006), “Parametric vertical coordinate formulation for multiscale, Boussinesq, and non-Boussinesq ocean modeling” Ocean Modeling, 11, 298-332.
 52. Spasojevic and Holly (1990), “MOBED2-Numerical simulation of two-dimensional mobile bed processes.” DHR Report No. 344, Iowa Inst, of Hydraulic Research.
 53. TABS-2 user's manual, Thomas, W. A., and McAnally, W. H., Jr. (1985).
 54. Van Rijn, L.C., (1984a).”Sediment transports, part I: Bed load transport.” *J. Hydr. Eng.*, ASCE, 110(10).
 55. Van Rijn, L.C., (1984b).”Sediment transports, part I: Suspended load transport.” *J. Hydr. Eng.*, ASCE, 110(10).
 56. Van Rijn LC, van Rossum H and Termes P (1990), “Field verification of 2-d and 3-d suspended-sediment models.” Journal of Hydraulic Engineering 116:1270-1288.
 57. Wang, K.H. (1994), “Characterization of circulation and salinity change in Galveston Bay” J. of Engineering Mechanics, ASCE, 120(3), 557-579.
 58. Wright S and Parker G (2004), “Flow resistance and suspended load in

- sand-bed rivers: Simplified stratification model.” J Hydraul Eng-Asce 130:796-805.
59. Wu WM, Rodi W and Wenka T (2000). “3D numerical modeling of flow and sediment transport in open channels.” J Hydraul Eng-Asce 126:4-15.
60. Wu, Y., and Falconer, R.A. (2000), “A mass conservative 3-D numerical model for predicting solute fluxes in estuarine waters” Advances in Water Resources 23, pp. 531–543.
61. Xia, C., and Jin, Y.C. (2007), “Multilayer depth-averaged flow model with implicit interfaces” J. Hydr. Engrg. 133, 1145.
62. Yang CT, Molinas A and Wu BS (1996), “Sediment transport in the Yellow River.” J Hydraul Eng-Asce 122:237-244.
63. Zeng J, Constantinescu G and Weber L (2010), “3D calculations of equilibrium conditions in loose-bed open channels with significant suspended sediment Load.” J Hydraul Eng-Asce 136:557-571.
64. Zhang H, Huang Y and Zhao L (2001), “A mathematical model for unsteady sediment transport in the Lower Yellow River.”
65. Zhang, X.F., Lu, X.H., Dong, B.J., and Hu, C.H. (2011), “A quasi-3D mathematical bend flow model in non-orthogonal curvilinear coordinate system” J. Hydr. Engrg., 1, 268.
66. Ziegler and nisbet (1995), “Watts bar reservoir in Tennessee.”