

國立交通大學

土木工程學系

碩士論文

環流傳輸係數對彎道汙染質側向傳輸之影響分析



Effect of Circulatory Mixing Coefficient on Lateral
Contaminant Transport in Channel Bend

研究生：許芳綺

指導教授：楊錦釗 博士

謝德勇 博士

中華民國 102 年 1 月

環流傳輸係數對彎道污染質側向傳輸之影響分析

Effect of Circulatory Mixing Coefficient on Lateral Contaminant Transport in Channel Bend

研究生：許芳綺

Student : Fang-Chi Hsu

指導教授：楊錦釗

Advisor : Jinn-Chuang Yang

謝德勇

Te-Yung Hsieh



Submitted to Department of Civil Engineering
College of Engineering
National Chiao Tung University
in partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master
in
Civil Engineering
January 2013

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國 102 年 1 月

誌謝

承蒙恩師楊錦釗教授與謝德勇博士悉心指導，使得本論文得以順利完成，在做學問的態度以及為人處事的道理深受影響，在此致上萬分感恩。並感謝口試委員賴進松博士、連和政博士給予的寶貴意見與指教，使本論文更加完善且獲益良多。

在研究期間，特別感謝特別感謝文祿學長、胤隆學長、世偉學長、浩榮學長、建華學長、弘恩學長、昇學學長、仲達學長、仁凱學長、彥酉學長、聖翔學長、家偉學長、縉玲學姐、唯泰學長、紹唐學長、彥瑜學姐、東洲學長在學業、研究以及生活上，給予我的協助與照顧。感謝同窗建翔、昀直、舒勤、信富、韋豪、家榮、岱玲，學弟妹醇國、瑋廷、蓉瑩、亞雯、于軒、健賓，在研究生活中的陪伴與幫助、鼓勵。感謝交大熱舞社的同學與學弟妹、交大印度國際志工團的指導老師白啟光老師、潘美玲老師、彥堂、開成、一二團的成員們及交大印尼國際志工團的成員們，豐富了我的研究生活與開拓了眼界。感恩在這樣的路上能遇到大成就明師 妙禪師父，安住了我徬徨不安的心、開啟我人生新格局，感謝交大如來實證社的朋友們、好友舒涵、楷童如家人般的關心與鼓勵。最後要感謝我親愛的父母許象焱先生與楊玲華女士、妹妹許芳瑀的包容與支持。感謝外婆、堂哥、姑姑姑丈、叔叔嬸嬸給我的關懷與建議。謹將本論文獻給你們，一同分享這份喜悅。

環流傳輸係數對彎道污染質側向傳輸之影響分析

學生：許芳綺

指導教授：楊錦釗

謝德勇

國立交通大學土木工程學系碩士班

摘要

本研究分別採用擬似三維與水深平均二維模式進行彎道污染傳輸模擬，探討環流傳輸效應對側向傳輸的影響，其中擬似三維模式可利用解得的垂向流場與濃度場自動反應環流傳輸效應，水深平均二維模式則採用在梯度定理假設下所推導而得的 Fischer 等(1979)環流傳輸經驗公式來反應環流傳輸效應。本研究採用不符合梯度定理假設的 Almquist and Holley(1985)連續彎污染傳輸實驗案例進行模擬，分析不同環流傳輸效應模擬結果的差異性。

關鍵字：污染傳輸、擬似三維、水深平均二維、環流傳輸效應

Effect of Circulatory Mixing Coefficient on Lateral Contaminant Transport in Channel Bend

Student : Fang-Chi,Hsu

Advisor : Jinn-Chuang Yang

Te-Yung Hsieh

Department of Civil Engineering

National Chiao-Tung University

ABSTRACT

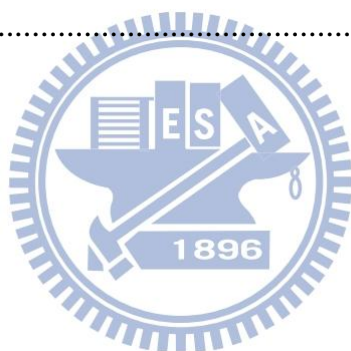
A quasi-3D model and a two-dimensional depth-averaged model are adapted in this study to analyze the circulatory-transport effect for the contaminant transport in open-channel bends. The quasi-3D model can provide the vertical velocity and contaminant profiles, so that the circulatory-transport effect can be computed automatically from the known velocity defect. The two-dimensional depth-averaged model adopts Fischer et al. (1979) circulatory-transport formula, which was derived based on the gradient transport assumption, to empirically reflect the circulatory-transport effect. The contaminant transport test in a meandering channel reported by Almquist and Holley (1985), which does not conform to the gradient transport assumption, is adopted herein to evaluate the difference between the models.

Key words : Contaminant Transport, quasi-3D, two-dimensional depth-averaged, circulatory transport effect

目錄

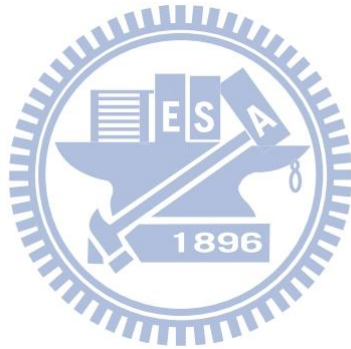
誌謝.....	I
摘要.....	II
ABSTRACT.....	III
目錄.....	IV
表目錄.....	VI
圖目錄.....	VII
符號表.....	IX
第一章 緒論	1
1.1 研究動機與方向.....	1
1.2 文獻回顧.....	1
1.3 研究目的與方法.....	2
第二章 理論基礎	3
2.1 水理部分.....	3
2.1.1 三維控制方程式.....	3
2.1.2 水深平均二維控制方程式.....	5
2.1.3 速度差異量方程式.....	6
2.1.4 模式輔助關係式.....	8
2.1.5 邊界條件.....	11
2.2 汙染傳輸部分.....	12
2.2.1 三維模式汙染傳輸方程式.....	12
2.2.2 二維模式汙染傳輸方程式.....	13
2.2.3 輔助關係式.....	13
2.2.4 邊界條件.....	14
第三章 數值架構	17
3.1 水理部分.....	17
3.1.1 求解架構.....	17
3.1.2 數值差分法.....	20
3.2 汙染傳輸部分.....	22

3.2.1 求解架構.....	22
3.2.2 數值差分法.....	23
第四章 模式驗證.....	26
4.1 水理部分.....	26
4.2 汙染傳輸部分.....	35
第五章 側向傳輸係數效應探討.....	42
5.1 側向環流傳輸通量之驗證.....	42
5.2 側向環流傳輸係數之理論背景說明	48
5.3 環流傳輸係數之影響評估.....	51
第六章 結論與建議.....	61
6.1 結論.....	61
6.2 建議.....	61
參考文獻.....	62



表目錄

表 2.1 曼寧 n 係數與粗糙高度 k_s 對照表.....15



圖目錄

圖 2.1 水深方向流速剖面示意圖.....	15
圖 2.2 正交曲線座標轉換示意圖.....	16
圖 2.3 σ 座標轉換示意圖.....	16
圖 3.1 水平二維模式控制體積法示意圖.....	24
圖 3.2 交錯格網(staggered grid)示意圖.....	25
圖 3.3 垂直模式控制體積法示意圖(計算區域).....	25
圖 4.1 Almquist and Holley(1985)實驗案例示意圖.....	28
圖 4.2 Almquist and Holley(1985)5 號斷面水柱主流流速 \bar{u} 三維模式之比較圖.....	29
圖 4.3 Almquist and Holley(1985)10 號斷面水柱主流流速 \bar{u} 三維模式之比較圖.....	30
圖 4.4 Almquist and Holley(1985)13 號斷面水柱主流流速 \bar{u} 三維模式之比較圖.....	31
圖 4.5 Almquist and Holley(1985)5 號斷面水柱側向流速 \bar{v} 三維模式之比較圖.....	32
圖 4.6 Almquist and Holley(1985)10 號斷面水柱側向流速 \bar{v} 三維模式之比較圖.....	33
圖 4.7 Almquist and Holley(1985)13 號斷面水柱側向流速 \bar{v} 三維模式之比較圖.....	34
圖 4.8 第二站左岸施放污染源案例之三維模式、二維模式模擬結果與實驗值實際濃度比較圖.....	37
圖 4.9 第二站右岸施放污染源案例之擬似三維模式模擬結果與實驗值實際濃度比較圖.....	39
圖 4.10 第六站左岸施放污染源案例之擬似三維模式模擬結果與實驗值實際濃度比較圖.....	40
圖 4.11 第六站右岸施放污染源案例之擬似三維模式模擬結果與實驗值實際濃度比較圖.....	41

圖 5.1 第二站左岸施放污染源案例之側向積分通量擬似三維模擬結果與實驗值比較圖.....	44
圖 5.2 第二站右岸施放污染源案例之側向積分通量擬似三維模擬結果與實驗值比較圖.....	45
圖 5.3 第六站左岸施放污染源案例之側向積分通量擬似三維模擬結果與實驗值比較圖.....	46
圖 5.4 第六站右岸施放污染源案例之側向積分通量擬似三維模擬結果與實驗值比較圖.....	47
圖 5.5 定義在彎道中的側向傳輸.....	50
圖 5.6 Almquist and Holley(1985)水深平均流速在側方向之比較圖.....	54
圖 5.7 第二站左岸施放污染源案例之一擬似三維模式、二維模式模擬結果與實驗值濃度比較圖.....	56
圖 5.8 第二站右岸施放污染源案例之一擬似三維模式、二維模式模擬結果與實驗值濃度比較圖.....	58
圖 5.9 第六站左岸施放污染源案例之一擬似三維模式、二維模式模擬結果與實驗值濃度比較圖.....	59
圖 5.10 第六站右岸施放污染源案例之一擬似三維模式、二維模式模擬結果與實驗值濃度比較圖.....	60

符號表

B = 渠道寬度

C = 濃度

C_f = 摩擦係數(= g/c^2)

c = Chezy 係數

d = 水深

f_c = 科氏力係數

g = 重力加速度

h = 正交曲線座標轉換係數

k_s = 粗糙高度

p = 壓力

Q = 流量

R_c = 曲率半徑

S = 渠道中心線長度

SI = 二次流強度因子

T = 有效剪應力項

t = 時間

$u = \zeta$ 方向流速

u_* = 剪力速度

$v = \eta$ 方向流速

$w = z$ 方向流速

Y = η 方向之位置

YM = η 方向之渠道中心

z = 水位高程

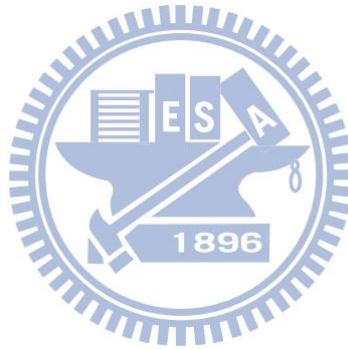
zl = 近底床流速之格網與底床間垂直距離

η = 正交曲線側方向座標軸

κ = von Karman's 係數

μ = 動力黏滯係數

ν_H = 水平黏滯係數



ν_l = 層流黏滯係數

ν_t = 紊流黏滯係數

ν_v = 垂向黏滯係數

ζ = 正交曲線主流方向座標軸

ρ = 密度

τ = 層流剪應力

ζ = 距離底床之高度與水深之比值

上標

b = 底床代號

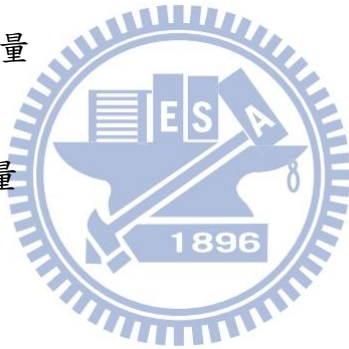
s = 水面代號

$(-)$ = 時間平均

(\prime) = 時間平均瞬時擾動量

$(\bar{\quad})$ = 水深平均

(\sim) = 物理量之空間微變量



下標

1 = 物理量在 ζ 方向的值

2 = 物理量在 η 方向的值

3 = 物理量在 z 方向的值

m = 物理量之斷面平均值

第一章 緒論

1.1 研究動機與方向

在天然河道中，河道多蜿蜒崎嶇不規則，較直線河道複雜許多。且由於彎道的影響，在側方向會產生二次流(secondary flow)現象。欲探討連續彎道的汙染傳輸效應，可藉由物理模型實驗或數值模擬了解汙染物質的動向。物理模型實驗根據原型之縮尺建造，試驗結果可信度高，然而物理模型的實驗設置經費龐大且耗時耗材耗人力與空間問題，並有尺度效應的存在，在應用上有所限制。數值模擬在某些假設條件下，模擬結果可得到相當合理之精確度與準確性，且數值模擬可更改輸入條件，適合應用在許多實驗案例上，有再利用性與長時間模擬等優點，甚至可發展到現地應用。

本研究之目的為利用數值模式，探討彎道汙染傳輸的問題，並解析環流傳輸係數在連續彎道模擬的影響。

1.2 文獻回顧

數值模式發展上，水深平均二維模式已普遍應用在蜿蜒河道的水利問題上，其模擬結果均相當合理，但是在二維水理計算上，缺乏三維維度的資訊，因此需要經驗公式輔助計算，在垂直剖面方向需使用對二次流速度剖面之假設，例如：de Vriend(1977)；側向傳輸計算時，需使用側向環流傳輸之經驗公式，例如：Fischer 等(1979)，而經驗公

式都有其適用範圍，例如：de Vriend(1977)假設水深遠小於渠道寬度、完全發展流況下，Fischer 等(1979)的梯度定理實用上受到很大限制。三維模式的發展有垂直方向的流速分佈，可提供垂直方向的水理或是汙染傳輸、底床沖刷等資訊，其運算量相當龐大，因此為了減少計算的時間，Lardner and Cekirge(1988)提出一水平垂直分離演算概念(VHS)，減少計算上的空間與時間，在水理部分有些假設下，能合理的模擬出三維分佈資訊。

1.3 研究目的與方法

本研究之目的為使用一擬似三維模式(鍾，2012)與水深平均二維模式(謝，2003)，探討連續彎道之側向傳輸問題。擬似三維模式可利用垂向流場資訊自動反應環流傳輸效應，二維模式則是採用 Fischer 等(1979)環流傳輸經驗公式來反應環流傳輸，最後再比較擬似三維模式與二維模式的模擬結果，探討環流傳輸效應對連續彎道汙染傳輸的影響程度。

第二章 理論基礎

本研究採用鍾(2012)使用 VHS 概念(如圖 2.1 所示)發展的三維模式作為本研究的三維分析工具；而當 VHS 三維模式忽略垂向流場計算時，模式即退化為水深平均二維模式謝(2003)。以下說明模式採用的理論基礎。

2.1 水理部分

2.1.1 三維控制方程式

為了使模式便利應用於天然河川不規則渠道的模擬，水平方向座標系統採用正交曲線座標，示意如圖 2.2 所示。

基於不可壓縮流與靜水壓分布之假設下，對那威爾-史托克司(Navier-Stokes)方程式取時間平均後，得控制方程式如下：

(1)連續方程式

$$\frac{\partial}{\partial \xi}(h_2 \bar{u}) + \frac{\partial}{\partial \eta}(h_1 \bar{v}) + \frac{\partial}{\partial z}(h_1 h_2 \bar{w}) = 0 \quad (2.1)$$

(2)動量方程式

ξ 方向：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{u}) + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho \bar{u}^2) + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho \bar{u} \bar{v}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho \bar{u} \bar{w}) + \frac{2(\rho \bar{u} \bar{v})}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{(\rho \bar{u}^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{(\rho \bar{v}^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \\ & + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho \bar{u}'^2) + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho \bar{u}' \bar{v}') + \frac{\partial}{\partial z}(\rho \bar{u}' \bar{w}') + \frac{2(\rho \bar{u}' \bar{v}')}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{(\rho \bar{u}'^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{(\rho \bar{v}'^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{h_1} \frac{\partial p}{\partial \xi} + \frac{1}{h_1 h_2} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \tau_{11}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \tau_{12}) + \frac{\partial}{\partial z} (h_1 h_2 \tau_{13}) \right] + \frac{\tau_{12}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{\tau_{22}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \quad (2.2)$$

η 方向：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{v}) + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho \bar{v}^2) + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \bar{u} \bar{v}) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho \bar{v} \bar{w}) + \frac{2(\rho \bar{u} \bar{v})}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{(\rho \bar{v}^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{(\rho \bar{u}^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \\ & + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho \bar{v}'^2) + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \bar{u}' \bar{v}') + \frac{\partial}{\partial z} (\rho \bar{v}' \bar{w}') + \frac{2(\rho \bar{u}' \bar{v}')}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{(\rho \bar{v}'^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{(\rho \bar{u}'^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \\ & = -\frac{1}{h_2} \frac{\partial p}{\partial \eta} + \frac{1}{h_1 h_2} \left[\frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \tau_{22}) + \frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \tau_{12}) + \frac{\partial}{\partial z} (h_1 h_2 \tau_{23}) \right] + \frac{\tau_{12}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{\tau_{11}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \quad (2.3) \end{aligned}$$

z 方向：

在一般淺水的天然河道，垂直方向之動量方程式可用靜水壓分佈

簡化



$$\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g = 0 \quad (2.4)$$

而垂直方向之流速可透過連續方程式求得，以減少模式之計算

量。

以上諸式中， ξ 、 η 、 z 為三維正交曲線座標方向，其中 ξ 、 η 為水平方向， z 為水深方向；下標 1、2、3 分別代表物理量在 ξ 、 η 、 z 方向代號； h_1 、 h_2 分別為 ξ 、 η 方向之轉換係數； u 、 v 、 w 分別為 ξ 、 η 、 z 方向流速； g 為重力加速度； t 為時間； τ 為層流剪應力； $(-)$ 表時間平均； $(')$ 表時間平均瞬時擾動量； ρ 為密度； p 為壓力。

2.1.2 水深平均二維控制方程式

將 2.1.1 節之三維控制方程式(2.1)、(2.2)、(2.3)利用萊布尼茲法則對深度方向積分，加上運動邊界與動力邊界條件，可得水深平均二維控制方程式

(1)連續方程式

$$h_1 h_2 \frac{\partial d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \bar{u} d) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \bar{v} d) = 0 \quad (2.5)$$

ξ 方向：

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{\bar{v}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right) &= -\frac{1}{h_1} \frac{\partial p_s}{\partial \xi} - \frac{\rho g}{h_1} \frac{\partial z_s}{\partial \xi} \\ &+ \frac{1}{dh_1 h_2} \left(T_{11} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + 2T_{12} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - T_{22} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{dh_2} \frac{\partial T_{12}}{\partial \eta} + \frac{1}{dh_1} \frac{\partial T_{11}}{\partial \xi} + \frac{(\tau_{s1} - \tau_{b1})}{d} \end{aligned} \quad (2.6)$$

η 方向：

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} + \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{\bar{u}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) &= -\frac{1}{h_2} \frac{\partial p_s}{\partial \eta} - \frac{\rho g}{h_2} \frac{\partial z_s}{\partial \eta} \\ &+ \frac{1}{dh_1 h_2} \left(T_{22} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + 2T_{12} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - T_{11} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{dh_1} \frac{\partial T_{12}}{\partial \xi} + \frac{1}{dh_2} \frac{\partial T_{22}}{\partial \eta} + \frac{(\tau_{s2} - \tau_{b2})}{d} \end{aligned} \quad (2.7)$$

式中，

$$T_{11} = \int_{z_b}^{z_s} (\tau_{11} - \rho \tilde{u}^2 - \rho \bar{u}'^2) dz \quad (2.8)$$

$$T_{22} = \int_{z_b}^{z_s} (\tau_{22} - \rho \tilde{v}^2 - \rho \bar{v}'^2) dz \quad (2.9)$$

$$T_{12} = \int_{z_b}^{z_s} (\tau_{12} - \rho \tilde{u}\tilde{v} - \rho \bar{u}'\bar{v}') dz \quad (2.10)$$

以上諸式中， d 為水深； z_s 為水面高程； z_b 為底床高程； τ_{si} 為 i 方向水面剪應力； τ_{bi} 為 i 方向底床剪應力； $(\bar{\quad})$ 表水深平均； $(\tilde{\quad})$ 表物理量之空間微變量(例： $\tilde{u} = \bar{u} - \bar{u}'$)；下標 s 、 b 分別為水面及底床代號； T 為有效剪應力項(effective stress term)，其包含層流剪應力、延散剪應力與紊流剪應力。

2.1.3 速度差異量方程式

在計算垂向各位置之速度差異量時，垂直方向轉換座標系統採用 σ 座標系統(Blumberg and Mellor, 1983)，如圖 2.3 所示，如此可將不規則的計算區域轉換至矩形計算區域求解，且方便處理渠道的側壁、自由液面及底床邊界。將 2.1.1 節之三維水理控制方程式(2.2)、(2.3)以靜水壓假設代入，並令 $\bar{u} = \tilde{u} + \bar{u}'$ 、 $\bar{v} = \tilde{v} + \bar{v}'$ ，得到之方程式扣掉 2.1.2 節之水深平均二維控制方程式(2.6)、(2.7)，即可得到速度差異量控制方程式。

ξ 方向：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \xi} + \frac{\tilde{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\tilde{u}}{h_1} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \xi} + \frac{\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \eta} + \frac{\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \eta} + \omega \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \sigma} \\ & + \frac{\bar{u}\tilde{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{\tilde{u}\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{\tilde{u}\tilde{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{2\bar{v}\tilde{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{\tilde{v}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \\ & = \frac{1}{\rho d} \frac{\partial \tau_{13}}{\partial \sigma} - \frac{(\tau_1^s - \tau_1^b)}{\rho d} + (\text{Horizontal Diffusion in } \xi) \end{aligned} \quad (2.11)$$

η 方向：

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} + \frac{\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} + \frac{\tilde{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \xi} + \frac{\tilde{u}}{h_1} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \xi} + \omega \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \sigma} \\
& + \frac{\bar{u}\tilde{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{\tilde{u}\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{\tilde{u}\tilde{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{2\bar{u}\tilde{u}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{\tilde{u}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \\
& = \frac{1}{\rho d} \frac{\partial \tau_{23}}{\partial \sigma} - \frac{(\tau_2^s - \tau_2^b)}{\rho d} + (\text{Horizontal Diffusion in } \eta) \quad (2.12)
\end{aligned}$$

式中，

$$\omega = \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \frac{\tilde{u}}{h_1} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} + \frac{\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} + \bar{w} \frac{\partial \sigma}{\partial z} \quad (2.13)$$

$$\sigma = \frac{z - z_b}{d} \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = -\frac{\sigma}{d} \frac{\partial d}{\partial t} \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \xi} = -\frac{1}{d} \frac{\partial z_b}{\partial \xi} - \frac{\sigma}{d} \frac{\partial d}{\partial \xi} \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \eta} = -\frac{1}{d} \frac{\partial z_b}{\partial \eta} - \frac{\sigma}{d} \frac{\partial d}{\partial \eta} \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial z} = \frac{1}{d} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned}
(\text{Horizontal Diffusion in } \xi) &= -\frac{1}{\rho d h_1 h_2} \left(T_{11} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + 2T_{12} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - T_{22} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right) \\
&- \frac{1}{\rho d h_2} \frac{\partial T_{12}}{\partial \eta} - \frac{1}{\rho d h_1} \frac{\partial T_{11}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} \left[\frac{2\nu_H}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{h_1} \right) + \frac{2\nu_H}{h_1^2 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right] + \frac{2\nu_H}{h_1^2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \xi^2} \\
&+ \frac{2\nu_H}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\bar{v}}{h_1 h_2} \right) \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{\nu_H}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{h_2}{h_1} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\bar{v}}{h_2} \right) + \frac{\nu_H}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{h_1}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\bar{u}}{h_1} \right) \\
&+ \frac{\nu_H h_1}{h_2^2} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \left(\frac{\bar{u}}{h_1} \right) + 2\nu_H \left[\frac{1}{h_1^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\bar{v}}{h_2} \right) + \frac{1}{h_2^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\bar{u}}{h_1} \right) \right] \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{2\nu_H}{h_1 h_2^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} \frac{\partial h_2}{\partial \xi}
\end{aligned}$$

(2.19)

$$\begin{aligned}
(\text{Horizontal Diffusion in } \eta) &= -\frac{1}{\rho dh_1 h_2} \left(T_{22} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + 2T_{12} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - T_{11} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) \\
&- \frac{1}{\rho dh_2} \frac{\partial T_{22}}{\partial \eta} - \frac{1}{\rho dh_1} \frac{\partial T_{12}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} \left[\frac{2\nu_H}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{h_2} \right) + \frac{2\nu_H}{h_1 h_2^2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right] + \frac{2\nu_H}{h_2^2} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \eta^2} \\
&+ \frac{2\nu_H}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\bar{u}}{h_1 h_2} \right) \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{\nu_H}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{h_2}{h_1} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\bar{v}}{h_2} \right) + \frac{\nu_H}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{h_1}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\bar{u}}{h_1} \right) \\
&\quad + \frac{\nu_H h_2}{h_1^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\frac{\bar{v}}{h_2} \right) + 2\nu_H \left[\frac{1}{h_1^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\bar{v}}{h_2} \right) + \frac{1}{h_2^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\bar{u}}{h_1} \right) \right] \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{2\nu_H}{h_1^2 h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} \frac{\partial h_1}{\partial \eta}
\end{aligned}
\tag{2.20}$$

ν_H 為水平黏滯係數 $= \nu_l + \nu_t$ ； ν_l 為層流黏滯係數； ν_t 為紊流黏滯係數
 $= \kappa u_* d / 6$ (Falconer 1980)； u_* 為剪力速度； κ 為 von Karman's 係數(約
 等於 0.4)； d 為水深。

2.1.4 模式輔助關係式

在二維模式與三維模式的控制方程式中，有些剪應力項需要經驗
 公式計算再帶入控制方程式中，因此需要經驗公式的輔助。

一、三維模式輔助關係式

1. 層流與紊流剪應力

採用 Boussinesq 之渦流黏性理論，層流與紊流剪應力可合併表示為

$$\frac{\tau_{11} - \bar{u}^2}{\rho} = 2\nu_H \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right)
\tag{2.21}$$

$$\frac{\tau_{22}}{\rho} - \bar{v}'^2 = 2\nu_H \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right) \quad (2.22)$$

$$\frac{\tau_{12}}{\rho} - \bar{u}'\bar{v}' = 2\nu_H \left[\frac{h_2}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\bar{v}}{h_2} \right) + \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\bar{u}}{h_1} \right) \right] \quad (2.23)$$

式中， $\nu_H = \nu_l + \nu_t$ ； ν_l = 層流黏滯係數； ν_t = 亂流黏滯係數 = $\kappa u_* d / 6$ (Falcon 1980)； $u_* = (\tau_b / \rho)^{1/2}$ = 剪力速度； κ = von Karman's 係數(約等於 0.4)。

2. 底床剪應力

三維模式可以得到垂直剖面方向的流速分佈，在經驗式方面採用可用近底床流速計算的底床剪應力經驗式。

底床剪應力使用 French (1986) 之經驗式

$$\frac{\tau_{b1}}{\rho} = \bar{u}_b |\bar{u}_b| \left[2.5 \ln \left(\frac{30z_1}{2.72k_s} \right) \right]^{-2} \quad (2.24)$$

$$\frac{\tau_{b2}}{\rho} = \bar{v}_b |\bar{v}_b| \left[2.5 \ln \left(\frac{30z_1}{2.72k_s} \right) \right]^{-2} \quad (2.25)$$

式中， \bar{u}_b 、 \bar{v}_b 分別為 ξ 、 η 方向之近底床流速； z_1 為近底床流速之格網與底床間垂直距離； k_s 為粗糙高度，曼寧 n 係數與粗糙高度 k_s 對照如表 2.1。

3. 垂向剪應力與流速梯度之轉換

正交曲線座標上的表示式：

$$\frac{\tau_{13}}{\rho} = \nu_V \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \sigma} + \frac{1}{h_1} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \xi} \right) \quad (2.26)$$

$$\frac{\tau_{23}}{\rho} = \frac{\nu_v}{d} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial \sigma} + \frac{1}{h_2} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \eta} \right) \quad (2.27)$$

式中， ν_v 為垂向黏滯係數。

二、 二維輔助關係式

1. 層流與紊流剪應力

與 2.2.1 節相同，採用 Boussinesq 之渦流黏性理論(2.21)、(2.22)、(2.23)經驗式。

2. 底床剪應力

二維模式沒有近底床的流速，因此採用計算水深平均流速估算的底床剪應力經驗公式。

底床剪應力採用 Rastogi and Rodi(1978)之經驗式

$$\tau_{b1} = C_f \rho u \sqrt{u^2 + v^2} \quad (2.28)$$

$$\tau_{b2} = C_f \rho v \sqrt{u^2 + v^2} \quad (2.29)$$

式中， $C_f = g/c^2$ = 摩擦係數； c = Chezy 係數。

3. 延散剪應力

因為積分水深平均產生之延散剪應力項，需對流速剖面做一適當假設。二維模式在延散剪應力僅考慮二次流的影響，並採用 de Vriend(1977)對二次流速度剖面之假設：

$$\bar{u} = u \left[1 + \frac{\sqrt{g}}{kc} + \frac{\sqrt{g}}{kc} \ln \zeta \right] = u f_m(\zeta) \quad (2.30)$$

$$\bar{v} = \bar{v}f_m(\zeta) + \frac{\bar{u}d}{k^2r} \left[2F_1(\zeta) + \frac{\sqrt{g}}{kc} F_2(\zeta) - 2\left(1 - \frac{\sqrt{g}}{kc}\right) f_m(\zeta) \right] \quad (2.31)$$

式中， $F_1(\zeta) = \int_0^1 \frac{\ln \zeta}{\zeta - 1} d\zeta$ ； $F_2(\zeta) = \int_0^1 \frac{\ln^2 \zeta}{\zeta - 1} d\zeta$ ； $r =$ 曲率半徑； $\zeta = (z - z^b) / d =$

距離底床之高度與水深之比值。

de Vriend(1977)之二次流速度剖面之適用範圍為(1)水深遠小於渠道寬度；(2)渠道寬度遠小於渠道之曲率半徑；(3)單一二次流(single secondary eddy only)；(4)完全發展流況(fully developed flow)。

2.1.5 邊界條件

本研究三維模式包含水深平均二維與速度差異量兩部分，就邊界條件設定而言，三維模式已包含二維模式部分，因此，以下分別以水深平均與速度差異量兩部分說明模式的邊界條件設定方式。

一、 水深平均二維部分

水平二維水理模式考量三種邊界條件設定，分別為渠道入流、渠道出流與固體邊界。一般而言，渠道入流邊界條件設定為單位寬度入流量，渠道出流邊界條件則採用水位高程設定。在固體邊界處，沿固體邊界法線方向採不透水邊界條件；而沿固體邊界切線方向可分為滑移與非滑移邊界條件。

二、 速度差異量部分

垂直水理模式考量渠道入流、渠道出流、自由液面及底床邊界條

件。在渠道入流及渠道出流處假設均勻流邊界條件。自由液面採風剪

力邊界條件 $\frac{\partial \bar{u}}{\partial \sigma} = \frac{d \tau_s}{\nu_v \rho}$ 、 $\frac{\partial \bar{v}}{\partial \sigma} = \frac{d \tau_s}{\nu_v \rho}$ ；而底床則採用底床剪力邊界條件

$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \sigma} = \frac{d \tau_b}{\nu_v \rho}$ 、 $\frac{\partial \bar{v}}{\partial \sigma} = \frac{d \tau_b}{\nu_v \rho}$ 。

2.2 汙染傳輸部分

2.2.1 三維模式汙染傳輸方程式

水平方向採用正交曲線座標系統表示，垂直方向使用 Sigma 座標，

則汙染傳輸三維控制方程式可表示為：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial C}{\partial t} + \omega \frac{\partial C}{\partial \sigma} + \frac{1}{h_1 h_2} \left(u h_2 \frac{\partial C}{\partial \xi} + v h_1 \frac{\partial C}{\partial \eta} \right) \\ &= \frac{1}{h_1 h_2} \left[v_H \frac{\partial C}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{h_2}{h_1} \right) + \frac{h_2}{h_1} \frac{\partial C}{\partial \xi} \frac{\partial v_H}{\partial \xi} + \frac{h_2}{h_1} v_H \frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2} \right. \\ & \left. + v_H \frac{\partial C}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{h_1}{h_2} \right) + \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial C}{\partial \eta} \frac{\partial v_H}{\partial \eta} + \frac{h_1}{h_2} v_H \frac{\partial^2 C}{\partial \eta^2} \right] + \frac{1}{d^2} \frac{\partial C}{\partial \sigma} \frac{\partial v_v}{\partial \sigma} + \frac{v_v}{d^2} \frac{\partial^2 C}{\partial \sigma^2} \end{aligned} \quad (2.32)$$

式中， v_H 、 v_v = 水平、垂直方向紊流擴散係數； C = 濃度； v_H 為水平黏

滯係數 = $\nu_l + \nu_t$ ； ν_l 為層流黏滯係數； ν_t 為紊流黏滯係數 = $\kappa u_* d / 6$

(Falconer 1980)； u_* 為剪力速度； κ 為 von Karman's 係數(約等於 0.4)；

d 為水深。

在三維流場可由水理部分求得的情況下，汙染傳輸方程式僅為單一變數的質量守恆方程式。因此，本研究在三維汙染傳輸部分將直接求解控制方程式，不特別再採用 VHS 概念。

2.2.2 二維模式汙染傳輸方程式

假定亂流傳輸和環流傳輸(Circulatory Transport)均符合梯度定理 (gradient theorem)，水深平均二維正交曲線座標汙染傳輸方程式可表示為：

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{C}}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{C}}{\partial \eta} = \frac{1}{h_1 h_2 d} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(v_v \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial \bar{C}}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{h_1 h_2 d} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[(v_H + e) \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial \bar{C}}{\partial \eta} \right] \quad (2.33)$$

式中， C =濃度； e =環流傳輸係數(Circulatory Mixing Coefficient)。

2.2.3 輔助關係式

一、 亂流傳輸

亂流傳輸在空間與時間上的計算，尚未能由控制方程式中得出，因此三維模式與二維模式皆採用亂流傳輸係數 Elder(1959)之經驗公式，表示為

$$v_v = 5.93 u_* d, \quad v_H = 0.23 u_* d \quad (2.34)$$

二、 環流傳輸

三維模式由於 VHS 概念可得到垂向分布的流速資訊，因此模式可自動反應環流傳輸係數效應；二維模式因為只有水深平均流速，在側方向採用 Fischer 等(1979)之環流傳輸係數經驗公式，表示為

$$e = 25 \left(\frac{\bar{u}d}{u_* r} \right)^2 \quad (2.35)$$

Fischer 等(1979)經驗式之適用範圍為水深遠小於渠道寬度之流況，且假設其符合梯度定理。

2.2.4 邊界條件

三維模式與二維模式在邊界條件上設定相同，渠道入流邊界條件設定為入流濃度分佈，渠道出流處邊界條件為 $\frac{\partial \bar{C}}{\partial \xi} = 0$ ，在固體邊界處，

邊界條件設定為 $\frac{\partial \bar{C}}{\partial \eta} = 0$ 。



表 2.1 曼寧 n 係數與粗糙高度 k_s 對照表

渠道類型	曼寧 n	k_s (mm)
Very smooth concrete surface	0.011~0.015	0.15~0.30
Gunite(smooth)	0.016~0.019	0.50~1.5
Rough concrete	0.018~0.022	3.0~4.5
Earth channels(straight,uniform)	0.016~0.02	3.0
Rubble masonry	0.02~0.025	6.0
Untreated gunite	0.018~0.03	3.0~10.0

資料來源”Flow in open channels”Second Edition,K.Subramanya

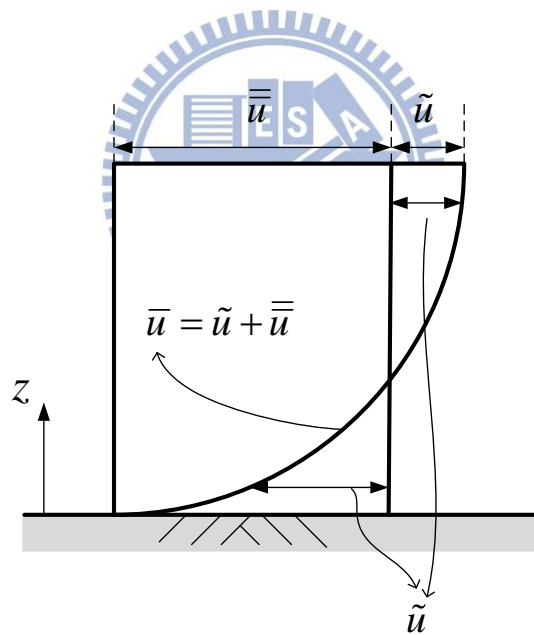


圖 2.1 水深方向流速剖面示意圖。(\bar{u} 為實際流速剖面； \bar{u} 為水深平均流速； \tilde{u} 為流速微變量)。

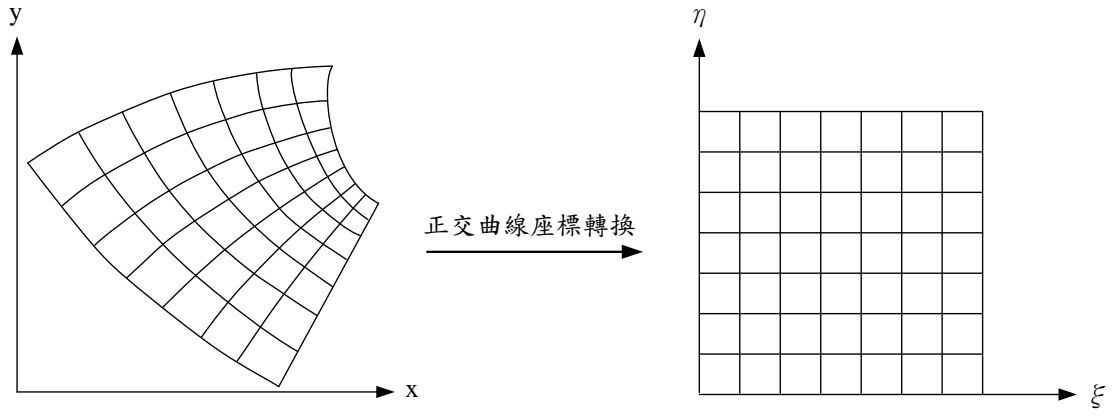


圖 2.2 正交曲線座標轉換示意圖

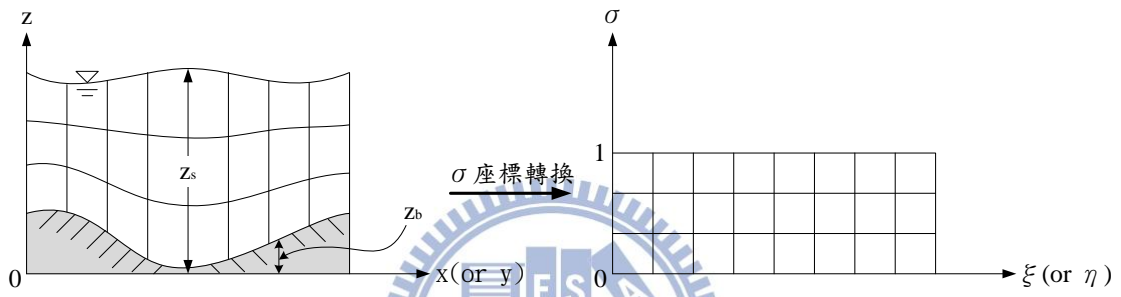


圖 2.3 σ 座標轉換示意圖

第三章 數值架構

3.1 水理部分

3.1.1 求解架構

一、 水深平均控制方程式

本研究基於分割操作之觀念，將動量方程式分割成二個步驟(延散步驟及傳播步驟)，並利用隱式數值方法求解。延散步驟求解移流項和擴散項，傳播步驟求解壓力項、底床剪應力項和連續方程式。據此，水理控制方程可改寫成

延散步驟

$$\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)^{n+\frac{1}{2}} = -(V^n \cdot \nabla)V^{n+\frac{1}{2}} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot T^{n+\frac{1}{2}} \quad (3.1)$$

傳播步驟

$$\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)^{n+1} - \left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)^{n+\frac{1}{2}} = -g \nabla(z_b + d)^{n+1} - \frac{\tau_b}{\rho d} \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot V^{n+1} = 0 \quad (3.3)$$

式中， V 表示速度向量； T 表示擴散及延散項； $n+1$ 表示 $(n+1)\Delta t$ 時刻之未知變數； $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ ； n 表示 $n\Delta t$ 時刻之已知變數； $n+1/2$ 表示在 $(n+1)\Delta t$ 與 $n\Delta t$ 間之未知變數。

(3.1)~(3.3)的一般式可表示成

延散步驟

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} &= -\frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} - \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} - \left(\frac{\bar{u}\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{\bar{v}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right) \\
&+ \frac{1}{\rho d h_1 h_2} \left(T_{11} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + 2T_{12} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - T_{22} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\rho d h_2} \frac{\partial T_{12}}{\partial \eta} + \frac{1}{\rho d h_1} \frac{\partial T_{11}}{\partial \xi} \\
&+ \frac{1}{\rho d h_1 h_2} \left[-(h_2 \tau_{11})_s \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + (h_2 \tau_{11})_b \frac{\partial z_b}{\partial \xi} - (h_1 \tau_{12})_s \frac{\partial z_s}{\partial \eta} + (h_1 \tau_{12})_b \frac{\partial z_b}{\partial \eta} \right] \quad (3.4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} &= -\frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} - \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} - \left(\frac{\bar{u}\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{\bar{u}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) \\
&+ \frac{1}{\rho d h_1 h_2} \left(T_{22} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + 2T_{12} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - T_{11} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{\rho d h_1} \frac{\partial T_{12}}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho d h_2} \frac{\partial T_{22}}{\partial \eta} \\
&+ \frac{1}{\rho d h_1 h_2} \left[-(h_2 \tau_{12})_s \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + (h_2 \tau_{12})_b \frac{\partial z_b}{\partial \xi} - (h_1 \tau_{22})_s \frac{\partial z_s}{\partial \eta} + (h_1 \tau_{22})_b \frac{\partial z_b}{\partial \eta} \right] \quad (3.5)
\end{aligned}$$

傳播步驟

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \frac{g}{h_1} \frac{\partial(z_b + d)}{\partial \xi} - \frac{\tau_{b1}}{\rho d} \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = -\frac{g}{h_2} \frac{\partial(z_b + d)}{\partial \eta} - \frac{\tau_{b2}}{\rho d} \quad (3.7)$$

和

$$h_1 h_2 \frac{\partial d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \bar{u} d) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \bar{v} d) = 0 \quad (3.8)$$

針對 $n+1$ 時刻的水深值 (d^{n+1}) 做線性化處理，且僅保留一階項，(3.8)

式可改寫成

$$h_1 h_2 \frac{\partial d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\alpha_1 \frac{\partial(\Delta d)}{\partial \xi} + \beta_1 \Delta d + \gamma_1 \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\alpha_2 \frac{\partial(\Delta d)}{\partial \eta} + \beta_2 \Delta d + \gamma_2 \right) = 0 \quad (3.9)$$

式中， $\alpha_1 = -\frac{h_2 g \Delta t}{C_\tau h_1} d^n$ ； $\beta_1 = \frac{h_2}{C_\tau} \bar{u}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{h_2 g \Delta t}{C_\tau h_1} \left(\frac{\partial z_b^{n+1}}{\partial \xi} + \frac{\partial d^n}{\partial \xi} \right)$ ； $\gamma_1 = \beta_1 d^n$ ；

$\alpha_2 = -\frac{h_1 g \Delta t}{C_\tau h_2} d^n$ ； $\beta_2 = \frac{h_1}{C_\tau} \bar{v}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{h_1 g \Delta t}{C_\tau h_2} \left(\frac{\partial z_b^{n+1}}{\partial \eta} + \frac{\partial d^n}{\partial \eta} \right)$ ； $\gamma_2 = \beta_2 d^n$ ；

$C_\tau = 1 + \Delta t \frac{C_f \sqrt{(\bar{u}^{n+\frac{1}{2}})^2 + (\bar{v}^{n+\frac{1}{2}})^2}}{d^n}$ ； $\Delta d = d^{n+1} - d^n$ ； $C_f = g/c^2$ 為摩擦係數； c

為 Chezy 係數。

二、 流速差異量部分

在垂直水理模式方面，考量數值計算的穩定性，一樣以隱示法求解，如此將(2.11)與(2.12)式改寫為

ξ 方向：

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \left(\frac{\tilde{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \omega \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \sigma} + \frac{\bar{u} \bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{\tilde{u} \bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{\nu_v}{d^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \sigma} \right)^{n+1} = M_u^n \quad (3.10)$$

η 方向：

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \left(\frac{\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \omega \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \sigma} + \frac{\bar{u} \bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{\tilde{u} \bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{\nu_v}{d^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \sigma} \right)^{n+1} = M_v^n \quad (3.11)$$

式中，

$$M_u^n = \left[f_c \tilde{v} - \frac{(\tau_{s1} - \tau_{b1})}{\rho d} \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \xi} - \frac{\tilde{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} - \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \eta} - \frac{\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} - \frac{\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} - \frac{\bar{u} \bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{2 \bar{v} \bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{\tilde{v}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{\nu_v}{dh_1} \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \xi} + (Horizontal\ Diffusion\ in\ \xi) \right]^n \quad (3.12)$$

$$M_v^n = \left[-f_c \tilde{u} - \frac{(\tau_{s2} - \tau_{b2})}{\rho d} \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} - \frac{\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} - \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \xi} - \frac{\tilde{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} - \frac{\tilde{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} - \frac{\bar{u} \bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right]^n$$

$$\left. + \frac{2\bar{u}\tilde{u}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{\tilde{u}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{v_v}{dh_2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \eta} + (\text{Horizontal Diffusion in } \eta) \right] \quad (3.13)$$

式中， v_v 為垂向黏滯係數。

3.1.2 數值差方法

一、 水深平均部分

在數值差分方法選用的考量上，利用顯式數值方法求解時，演算時間間隔將會受到很大的限制，在模擬天然明渠水流問題時將耗費冗長的演算時間與龐大的電腦計算量，在應用上有其困難存在。為解決這個問題，本研究採用隱式數值方法求解。

本模式採用控制體積(control volume)法的觀念來離散控制方程式，控制體積法的基本概念如圖 3.1 所示，其中(a)圖為實際區域，(b)圖為計算區域，E、W、N、S 表相鄰格點，e、w、n、s 表控制面。模式計算之變數則放置在交錯網格(staggered grid)上，如圖 3.2。在控制方程式中，除了移流項採用一階精度混合型上風法(hybrid scheme) (Spalding 1972)差分外，所有空間差分均採用二階精度的中央差分法。另外，時間項則採用簡單的前向差分方法。

中央差分法可表示成

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right)_p = \frac{\Psi_e + \Psi_w}{\Delta \xi} \quad (3.14)$$

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \right)_p = \frac{\Psi_n + \Psi_s}{\Delta \eta} \quad (3.15)$$

式中， $\Psi_e = 0.5 (\Psi_E + \Psi_P) = 0.5 (\Psi_{i+1,j} + \Psi_{i,j})$ ； $\Psi_w = 0.5 (\Psi_P + \Psi_W) = 0.5 (\Psi_{i,j} + \Psi_{i-1,j})$ ；
 $\Psi_n = 0.5 (\Psi_N + \Psi_P) = 0.5 (\Psi_{i,j+1} + \Psi_{i,j})$ ； $\Psi_s = 0.5 (\Psi_P + \Psi_S) = 0.5 (\Psi_{i,j} + \Psi_{i,j-1})$ ； Ψ 可
 表為 u 、 v 、 h_1 、 h_2 、 d 、 z_s 和 z_b ； i 、 j 分別代表水平格網上任一點
 之縱向及橫向位置。

混合型上風法為上風法(upwind scheme)與中央差分法組合而成，
 當移流效應重要時，採用上風法；移流效應不重要時，則採用中央差
 分法。至於移流效應重要性的判斷，則採用格網雷諾數(mesh Reynolds
 number) R_x 、 R_y 作為判斷的因子，當 $|R_x|$ 或 $|R_y|$ 大於 2 時，代表移流效
 應重要，差分方法採用能反映方向性的上風法； $|R_x|$ 或 $|R_y|$ 小於等於 2
 時，移流效應可視為不重要，差分方法採用中央差分法。

混合型上風法應用於本研究移流項的處理可表示成

$$\frac{\bar{u}^n}{h_1} \left(\frac{\partial \Phi^{n+1}}{\partial \xi} \right) = 0.5 \frac{\bar{u}_{i,j}^n}{h_{1,i,j}} \left[(1 - \alpha_x) \left(\frac{\Phi_{i+1,j}^{n+1} - \Phi_{i,j}^{n+1}}{\Delta \xi} \right) + (1 + \alpha_x) \left(\frac{\Phi_{i,j}^{n+1} - \Phi_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta \xi} \right) \right] \quad (3.16)$$

$$\frac{\bar{v}^n}{h_2} \left(\frac{\partial \Phi^{n+1}}{\partial \eta} \right) = 0.5 \frac{\bar{v}_{i,j}^n}{h_{2,i,j}} \left[(1 - \alpha_y) \left(\frac{\Phi_{i,j+1}^{n+1} - \Phi_{i,j}^{n+1}}{\Delta \eta} \right) + (1 + \alpha_y) \left(\frac{\Phi_{i,j}^{n+1} - \Phi_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta \eta} \right) \right] \quad (3.17)$$

其中，

$$\alpha_x = \begin{cases} 0 & |R_x| \leq 2 \\ 1 & R_x > 2 \\ -1 & R_x < -2 \end{cases} ; \alpha_y = \begin{cases} 0 & |R_y| \leq 2 \\ 1 & R_y > 2 \\ -1 & R_y < -2 \end{cases} \quad (3.18)$$

上列諸式中， $R_x = \frac{\bar{u}_{i,j}^n h_{1,i,j} \Delta \xi}{\mu / \rho}$ ； $R_y = \frac{\bar{v}_{i,j}^n h_{2,i,j} \Delta \eta}{\mu / \rho}$ ； μ 為流體動力黏滯係數

(dynamic viscosity)； Φ 可表成 \bar{u} 或 \bar{v} 。

二、 流速差異量部分

垂直水理模式亦採用控制體積法的觀念離散控制方程式，如圖 3.3 所示，E、W、N、S、T、B 為相鄰格點，e、w、n、s、t、b 為控制面。模式計算之變數亦放置在交錯網格(staggered grid)上。(3.10) 及(3.11)等式左邊採用 Crank-Nicolson method，其時間差分為二階精度；而等式右邊 M_u 和 M_v 的空間差分則採用中央差分法。

3.2 汙染傳輸部分

3.2.1 求解架構

汙染傳輸方程式與流速差異量相同，基於尺度之考量，濃度的移流傳輸採用垂直水平切割操作方法，在垂直方向的微分項採用隱式法，水平方向的微分項與濃度對水平微分項(M_c)，並對時間離散，如下所示：

$$\frac{C^{n+1} - C^n}{\partial t} + \omega \frac{\partial C^{n+1}}{\partial \sigma} - \frac{1}{d^2} \frac{\partial C^{n+1}}{\partial \sigma} \frac{\partial v_v}{\partial \sigma} - \frac{v_v}{d^2} \frac{\partial^2 C^{n+1}}{\partial \sigma^2} - \frac{w_f}{d} \frac{\partial C^{n+1}}{\partial \sigma} - \frac{C^{n+1}}{d} \frac{\partial w_f}{\partial \sigma} = M_c^{n*} \quad (3.19)$$

其中 M_c^{n*} 包含其他水平方向的移流擴散項，上標 n^* 表示疊代收斂，其包含的物理項如下：

$$M_c = \frac{1}{h_1 h_2} \left[v_H \frac{\partial C}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{h_2}{h_1} \right) + \frac{h_2}{h_1} \frac{\partial C}{\partial \xi} \frac{\partial v_H}{\partial \xi} + \frac{h_2}{h_1} v_H \frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2} \right. \\ \left. + v_H \frac{\partial C}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{h_1}{h_2} \right) + \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial C}{\partial \eta} \frac{\partial v_H}{\partial \eta} + \frac{h_1}{h_2} v_H \frac{\partial^2 C}{\partial \eta^2} - u h_2 \frac{\partial C}{\partial \xi} - v h_1 \frac{\partial C}{\partial \eta} \right] \quad (3.20)$$

3.2.2 數值差分法

採用中央差分法離散式(3.19)等號左方各空間項：

$$\begin{aligned} \frac{C^{n+1} - C^n}{\Delta t} + \omega \left(\frac{C_{k+1}^{n+1} - C_{k-1}^{n+1}}{\sigma_{k+1} - \sigma_{k-1}} \right) - \frac{1}{d^2} \left(\frac{C_{k+1}^{n+1} - C_{k-1}^{n+1}}{\sigma_{k+1} - \sigma_{k-1}} \right) \left[\frac{(v_V)_{k+1} - (v_V)_{k-1}}{\sigma_{k+1} - \sigma_{k-1}} \right] \\ - \frac{v_V}{d^2} \left[\frac{(C_{k+1}^{n+1} - C_k^{n+1})}{(\sigma_{k+1} - \sigma_k)(\sigma_k - \sigma_{k-1})} - \frac{(C_k^{n+1} - C_{k-1}^{n+1})}{(\sigma_k - \sigma_{k-1})^2} \right] - \frac{C^{n+1}}{d} \left[\frac{(w_f)_{k+1} - (w_f)_{k-1}}{\sigma_{k+1} - \sigma_{k-1}} \right] = M_c^{n*} \end{aligned} \quad (3.21)$$

將上式等號右邊，式(3.20)一樣以中央差分法離散空間項：

$$\begin{aligned} M_c = \frac{1}{h_1 h_2} \left\{ v_H (C_e^n - C_w^n) \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{h_2}{h_1} \right) + \frac{h_2}{h_1} (C_e^n - C_w^n) [(v_H)_e - (v_H)_w] + \frac{h_2}{h_1} v_H (C_{i+1}^n - 2C_i^n + C_{i-1}^n) \right. \\ \left. + v_H (C_n^n - C_s^n) \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{h_1}{h_2} \right) + \frac{h_1}{h_2} (C_n^n - C_s^n) [(v_H)_n - (v_H)_s] \right. \\ \left. + \frac{h_1}{h_2} v_H (C_{j+1}^n - 2C_j^n + C_{j-1}^n) - u h_2 (C_e^n - C_w^n) - v h_1 (C_n^n - C_s^n) \right\} \end{aligned} \quad (3.22)$$

下標符號 E、W、N、S、e、w、n 與 s 和格往離散的關連性與前節相

同，如圖 3.3 所示。n+1 表示 (n+1)Δt 時刻之未知變數；Δt = tⁿ⁺¹ - tⁿ；n 表

示 nΔt 時刻之已知變數。

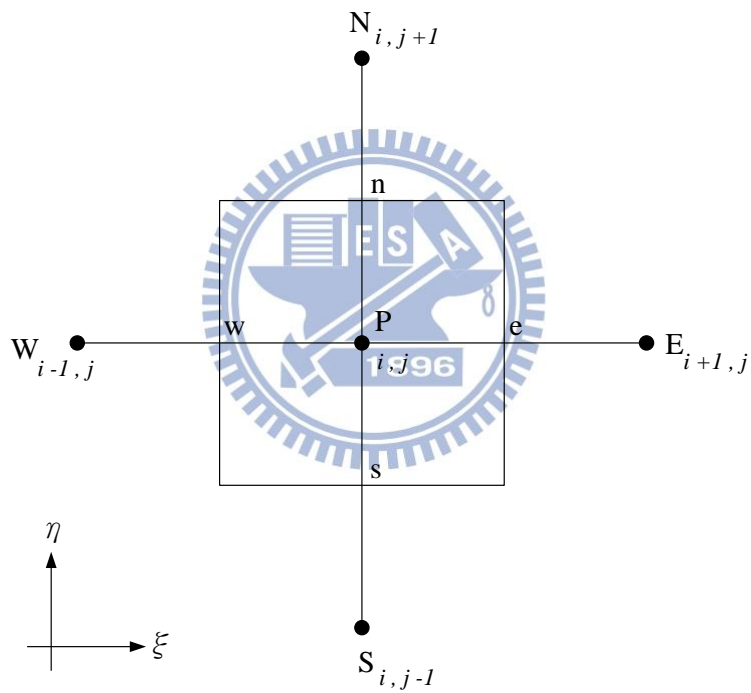
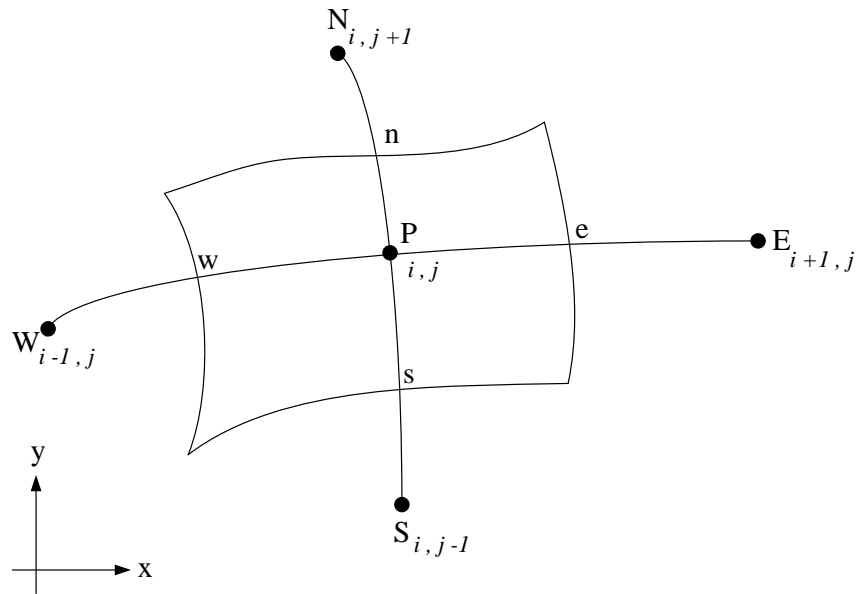


圖 3.1 水平二維模式控制體積法示意圖。 i 、 j 分別代表水平格網上任一點之縱向及橫向位置；(a) 實際區域；(b) 計算區域。

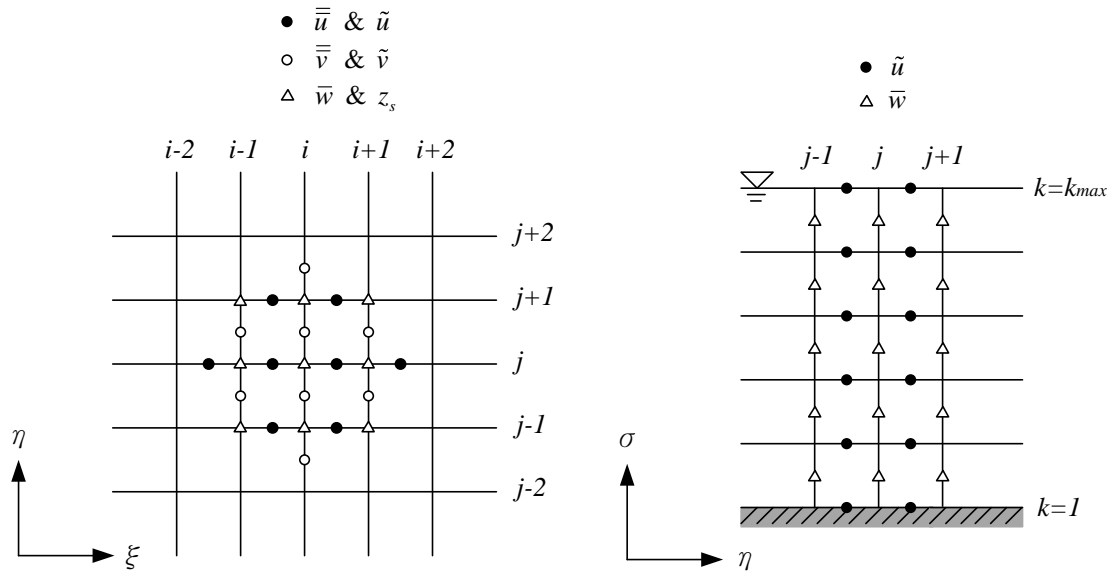


圖 3.2 交錯格網(staggered grid)示意圖

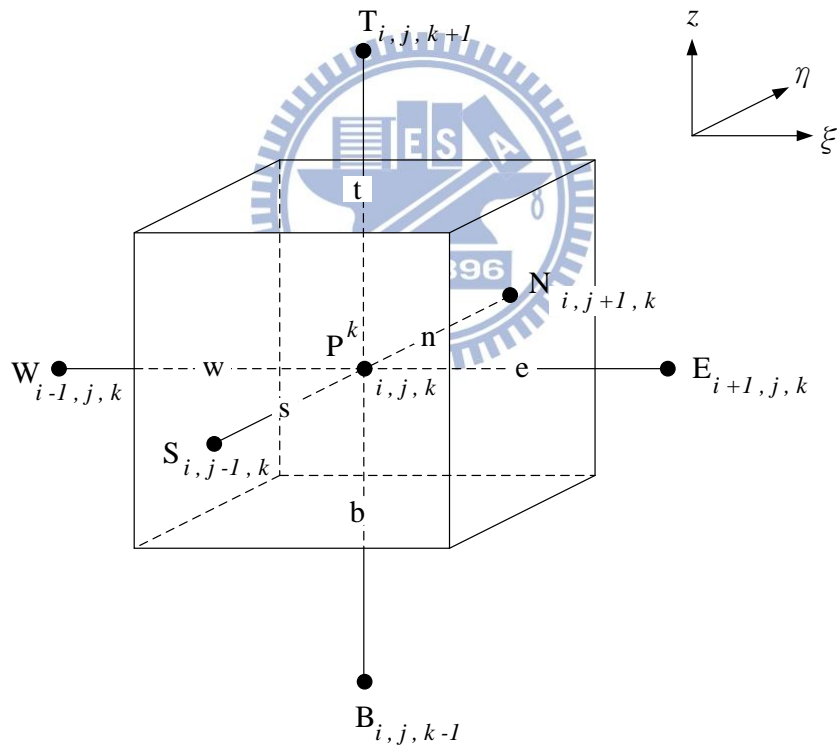


圖 3.3 垂直模式控制體積法示意圖(計算區域)。 i 、 j 分別代表水平格網上任一點之縱向及橫向位置； k 代表在垂向格網上的位置

第四章 模式驗證

4.1 水理部分

本研究採用 Almquist and Holley(1985)之連續彎渠道汙染傳輸實驗案例，此水槽為一蜿蜒之定床矩形渠道，渠寬 1.652m，由一直線渠道長 2.475m 連接兩個125°固定曲率半徑之彎道，渠道中心線曲率為 4.953m，渠寬與曲率半徑比值為 0.33，渠道坡度 0.001，Chezy 係數為 $60 m^{0.5} / s$ ，平均流速為 0.48m/s，福祿數為 0.45，二次流強度因子 SI 為 0.36，其中 $SI = \frac{\bar{u}d}{u_*R_c}$ 。上游邊界條件為固定入流量 $0.0991 m^3 / s$ ，下游邊界條件給定水位資料 0.1219m，側壁為滑移邊界條件。圖 4.1 為 Almquist and Holley(1985)實驗之示意圖，實驗分別在 1~15 號斷面量測數據，2 號及 8 號斷面分別為第一個彎道之入口及出口，10 號及 15 號斷面為第二彎道之入口及出口。本案例採用 101×35 之非均勻計算格網。

圖 4.2~4.4 圖分別為 5 號(第一個彎道中間)、10 號(第二彎道入口)和 13 號(第二彎道中間)斷面水柱主流流速 \bar{u} 三維模式的模擬結果與實驗值比較圖，圖 4.5~圖 4.7 分別為 5 號、10 號和 13 號斷面水柱側向流速 \bar{v} 三維模式的模擬結果與實驗值比較圖，每個斷面從左岸至右岸取五個水柱比較，分別為 $(Y-YM)/B = -0.375、-0.125、0、0.125$ 及 0.375 ，

其中 Y =側方向之座標點、 Y_M =斷面中點座標，圖中縱軸為水深，橫軸為流速。

在斷面主流流速垂向的分佈，由圖 4.2~圖 4.4 可看出大致上與實驗吻合，而靠近左岸水面處模擬結果誤差較大。由圖 4.5~圖 4.7 可看出斷面側向流速在垂向的分佈，從第 5 號斷面到第 13 號斷面因彎道反曲，反映二次流方向的改變，三維模擬結果與實驗值趨勢相同。圖 4.5 的二次流方向為順時針方向流動；圖 4.6 在直線段，主要受到第一個彎的殘留二次流效應影響；圖 4.7 的二次流方向為逆時針方向流動。

整體而言，在垂直方向的主流流速與側向流速值和 Almquist and Holley 實驗值相當吻合，驗證擬似三維模式模擬結果的合理性。



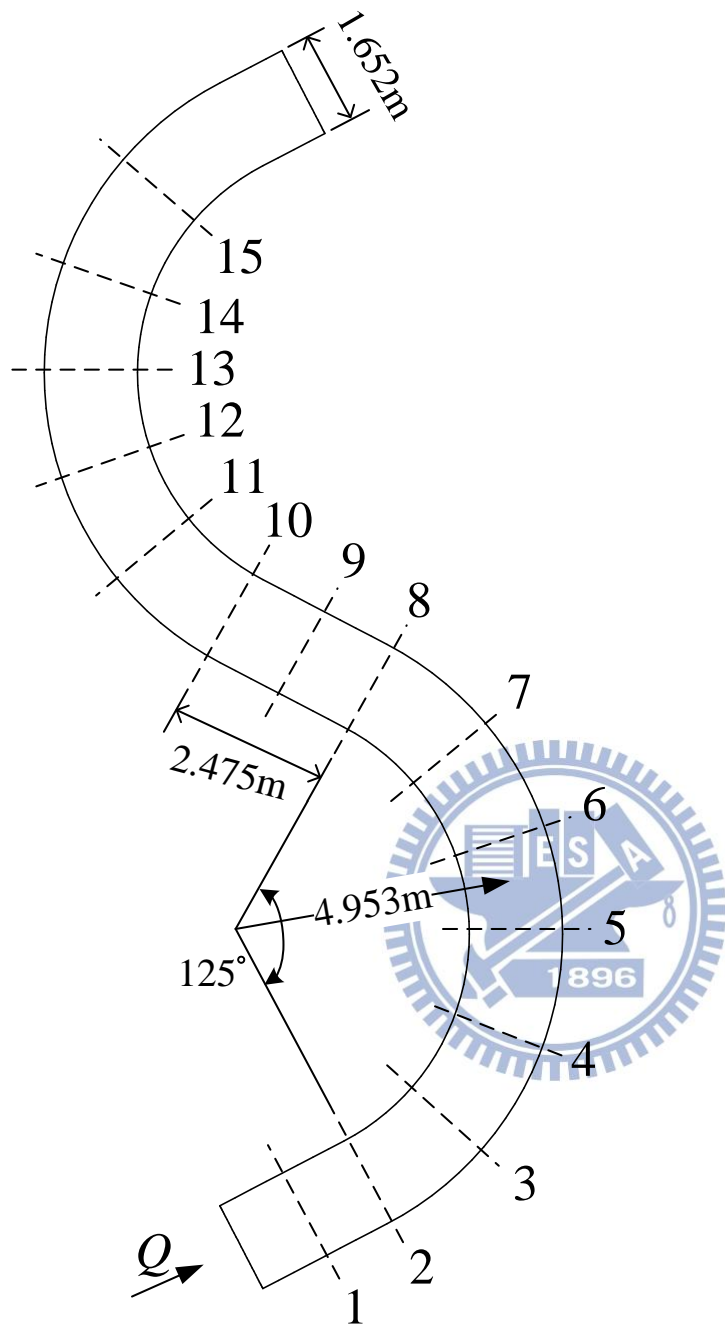


圖 4.1 Almquist and Holley(1985)實驗案例示意圖。

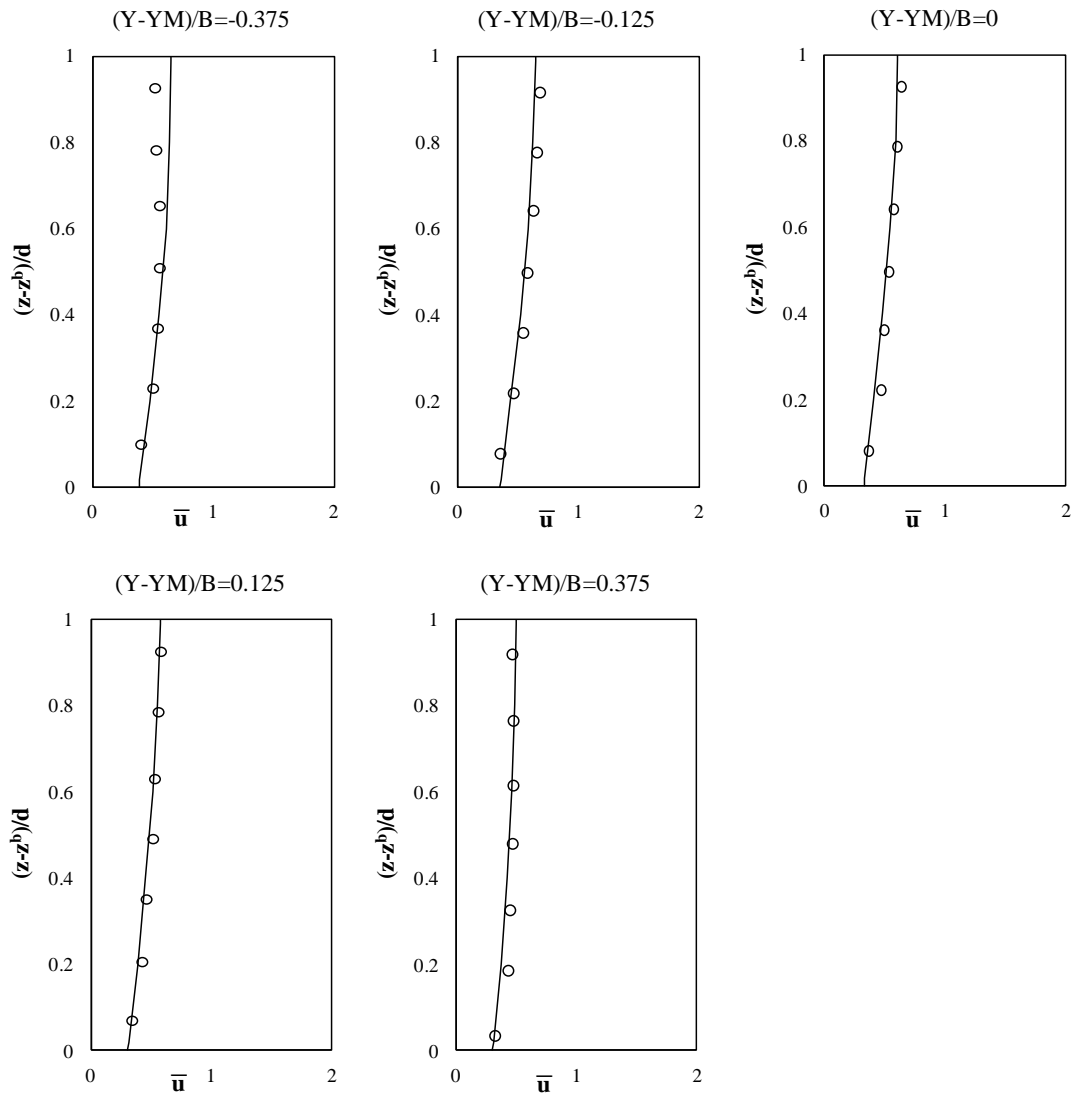


圖 4.2 Almquist and Holley(1985)5 號斷面水柱主流流速 \bar{u} 三維模式之比較圖。實驗值(o)；三維模擬結果(—)。

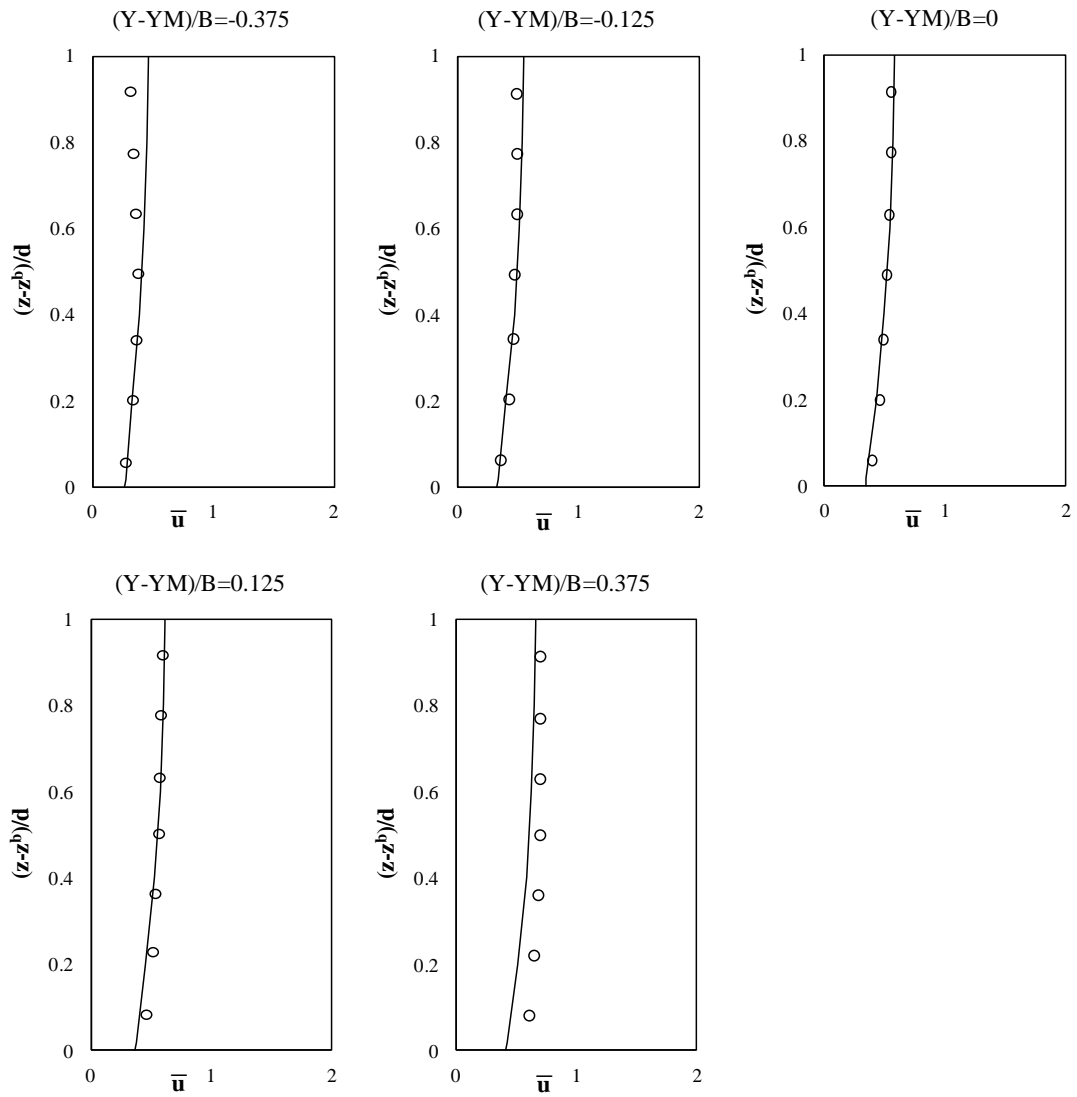


圖 4.3 Almquist and Holley(1985)10 號斷面水柱主流流速 \bar{u} 三維模式之比較圖。實驗值(o)；三維模擬結果(—)。

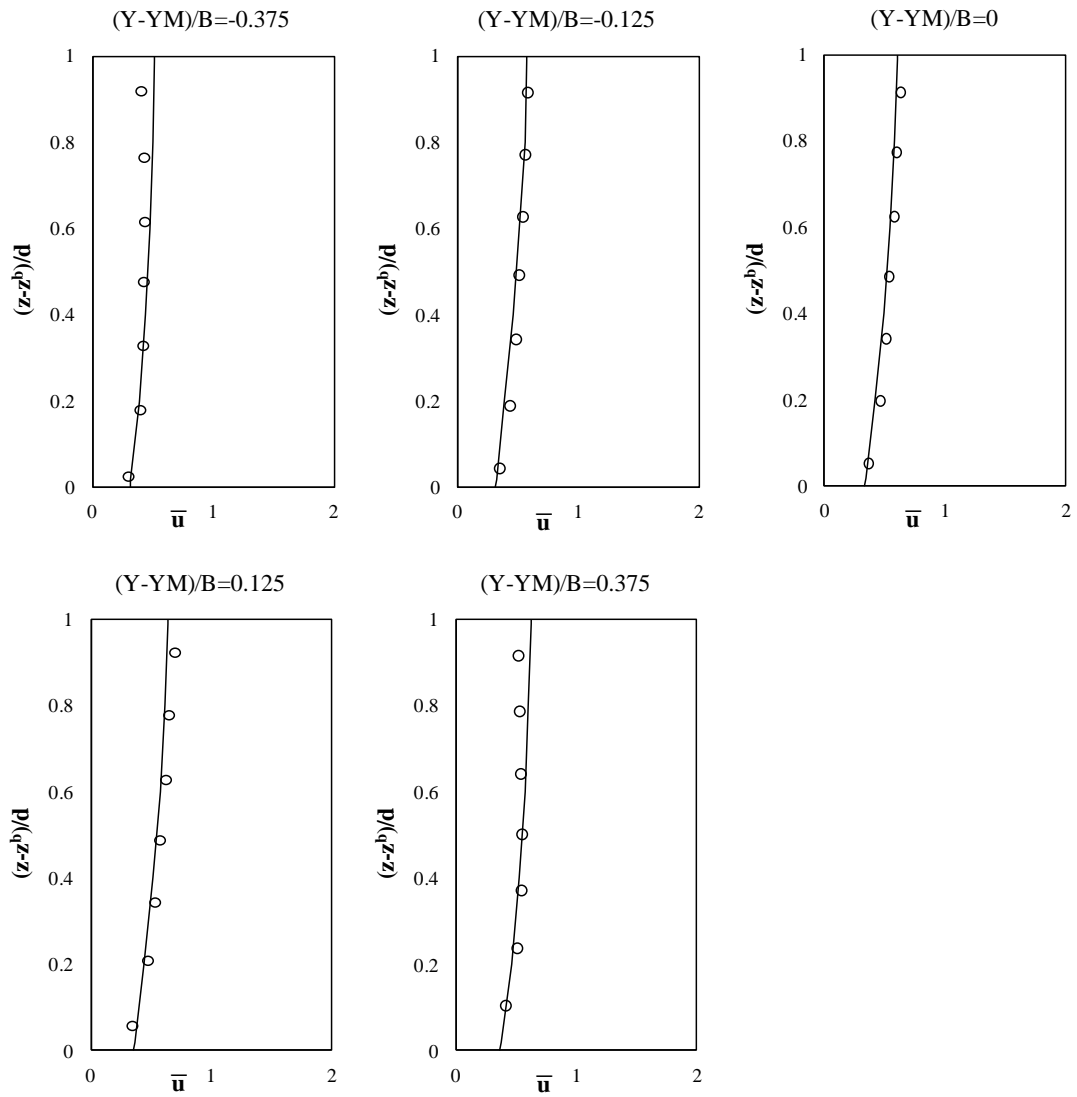


圖 4.4 Almquist and Holley(1985)13 號斷面水柱主流流速 \bar{u} 三維模式之比較圖。實驗值(o)；三維模擬結果(—)。

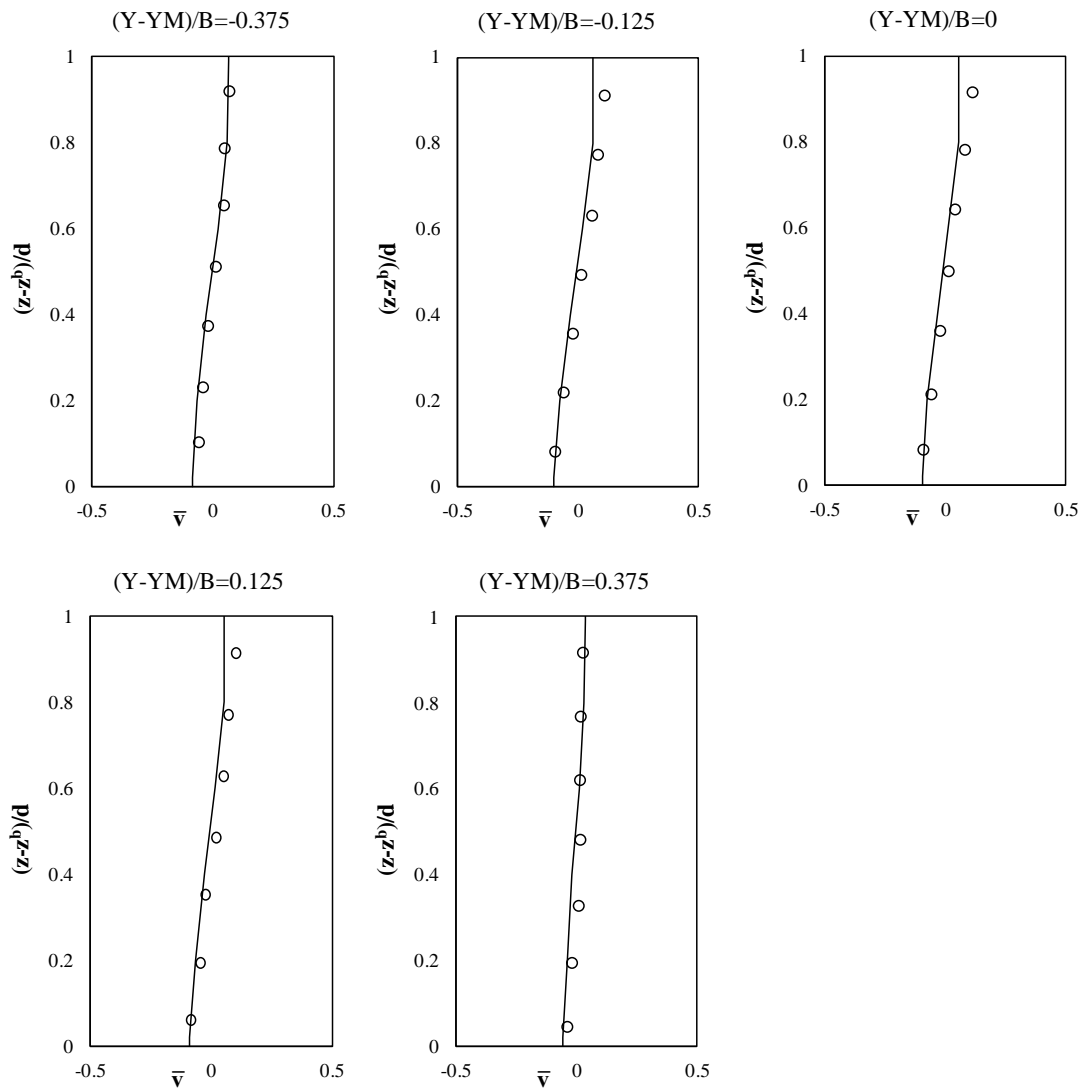


圖 4.5 Almquist and Holley(1985)5 號斷面水柱側向流速 \bar{v} 三維模式之比較圖。實驗值(o)；三維模擬結果(-)。

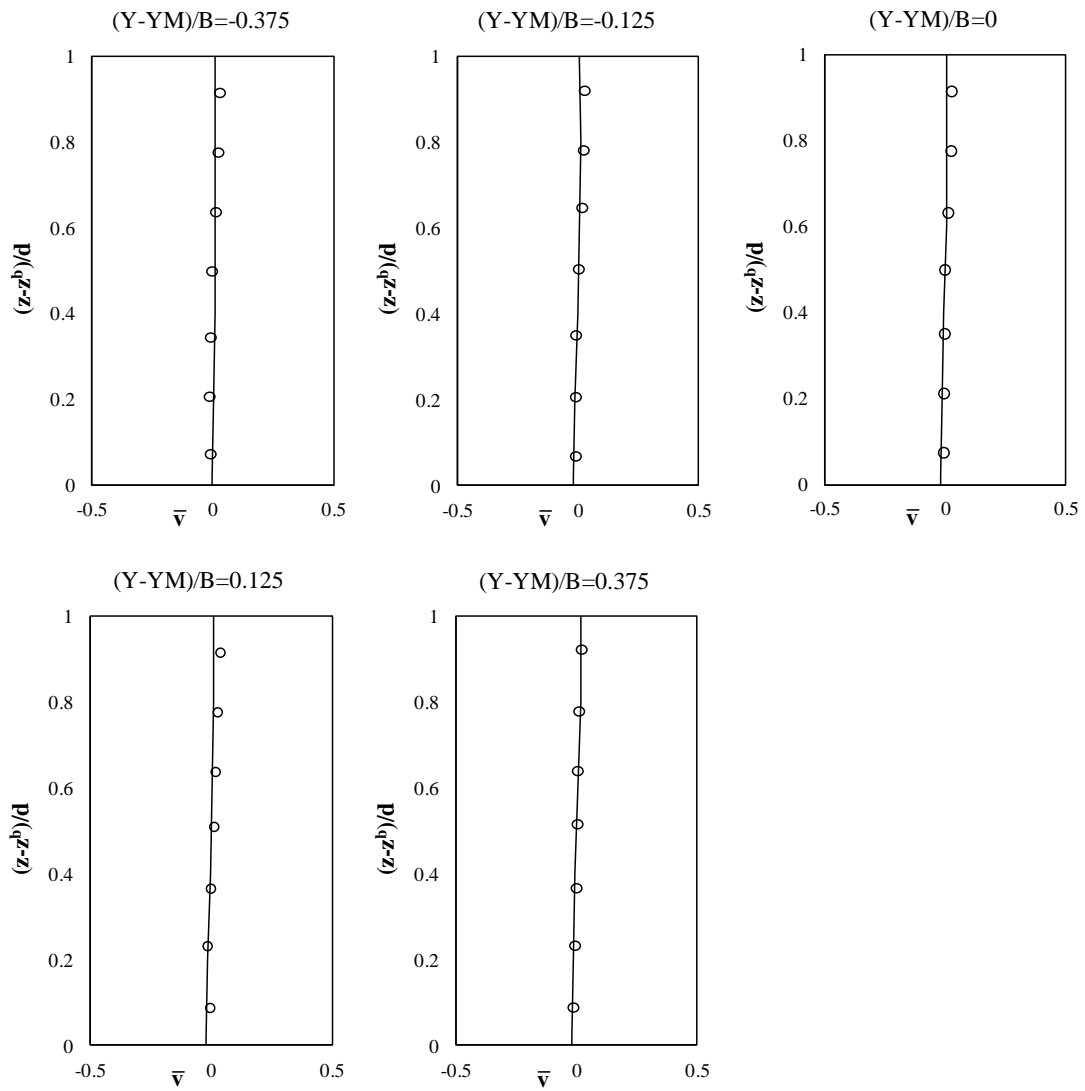


圖 4.6 Almquist and Holley(1985)10 號斷面水柱側向流速 \bar{v} 三維模式之比較圖。實驗值(o)；三維模擬結果(—)。

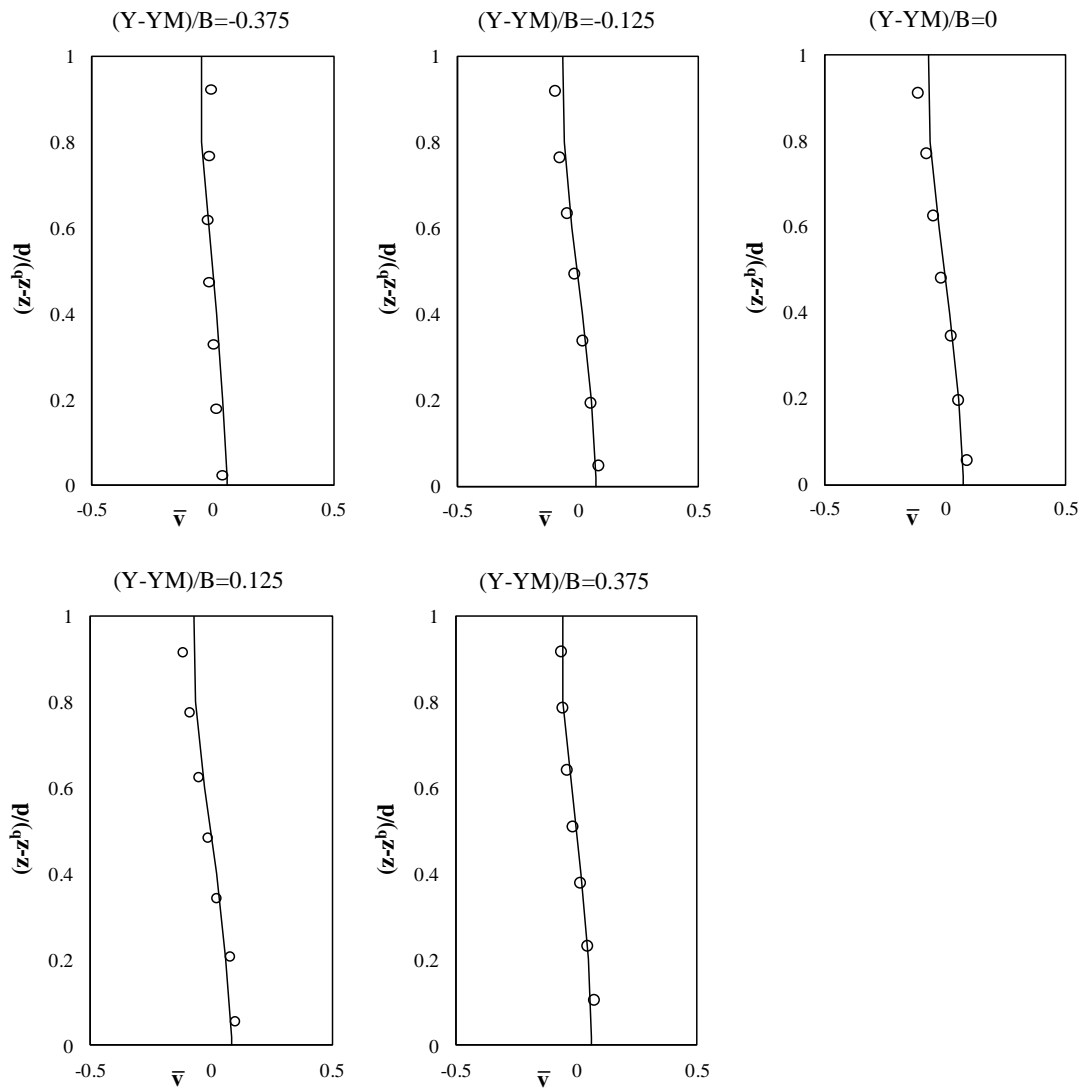


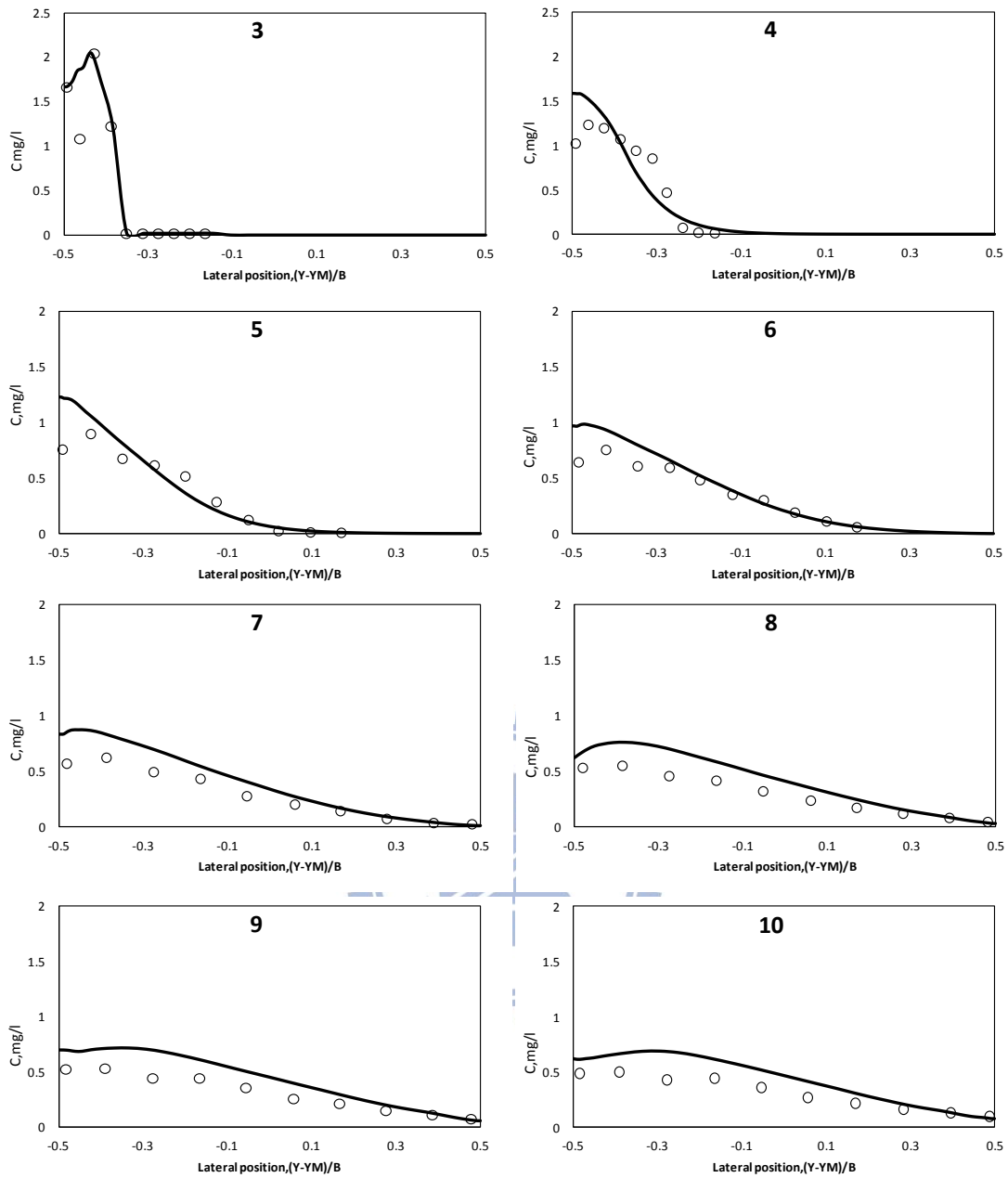
圖 4.7 Almquist and Holley(1985)13 號斷面水柱側向流速 \bar{v} 三維模式之比較圖。實驗值(o)；三維模擬結果(-)。

4.2 汙染傳輸部分

本研究同樣採用 Almquist and Holley(1985)之蜿蜒渠道汙染傳輸實驗案例進行擬似三維模式的模擬驗證，汙染源為鹽加甲醇溶液(溶液密度與水相同)，濃度為 60,000mg/l。此實驗分別在第二站與第六站之左岸及右岸施放汙染源，共四個案例，探討汙染物在連續彎道內之傳輸行為。

圖 4.8~圖 4.11 中橫軸為側方向之座標點 Y 減去斷面中點座標 YM 後再除以渠道寬度 B(圖皆為往下游看的方向)，縱軸為濃度值 mg/l。圖 4.8 左岸第二站施放汙染源案例，三維模式模擬結果的最大值皆大於實驗值之最大值；圖 4.9 右岸第二站施放汙染源案例，三維模式的模擬結果最大值與實驗值最大值相當吻合；圖 4.10 左岸第六站施放汙染源案例，在第 12 號斷面以前三維模式的模擬結果的最大值大於實驗值之最大值，在第 13 號斷面之後，三維模式最大值與實驗值之最大值吻合；圖 4.11 右岸第六站施放汙染源案例，三維模式的模擬結果最大值與實驗值最大值相當吻合。

這四組案例中，擬似三維模式模擬結果都與 Almquist and Holley(1985)實驗值模擬趨勢相同，驗證擬似三維模式在汙染傳輸模擬的可靠性。



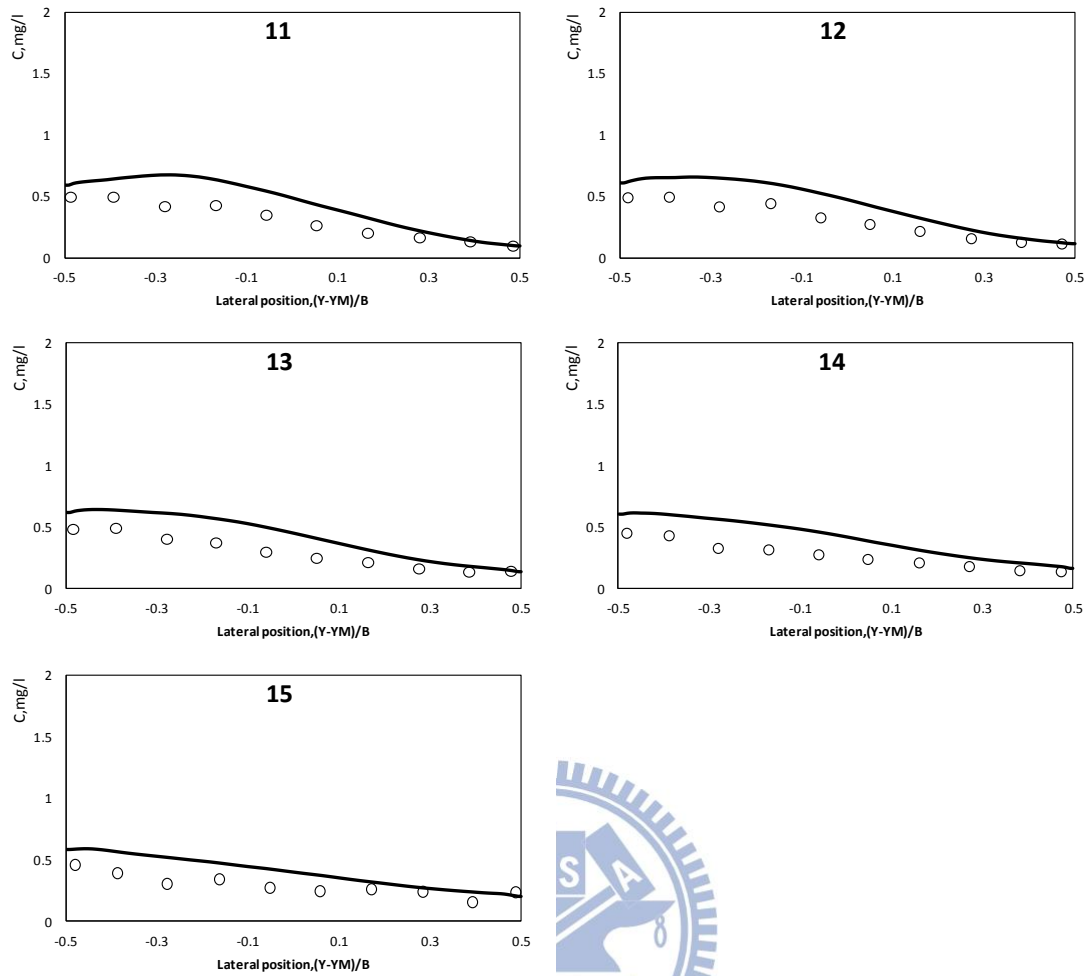
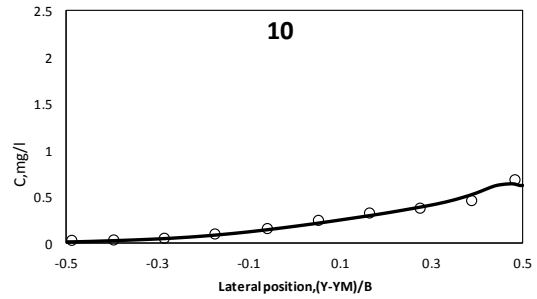
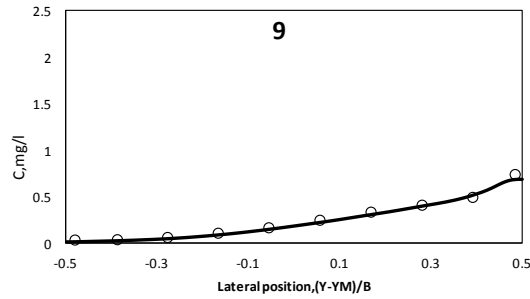
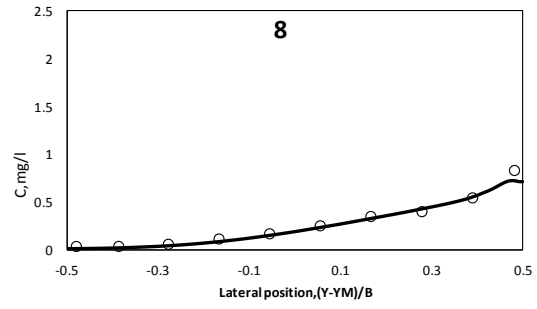
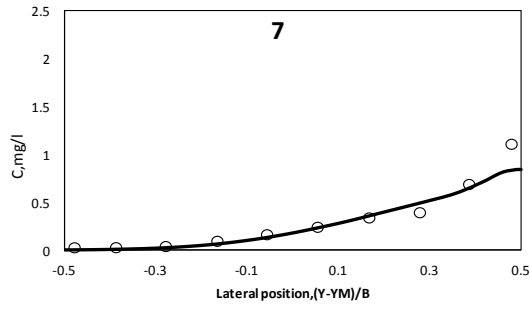
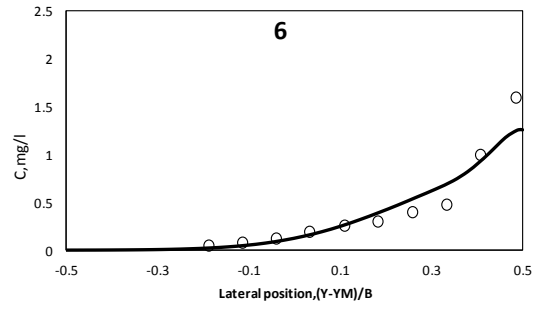
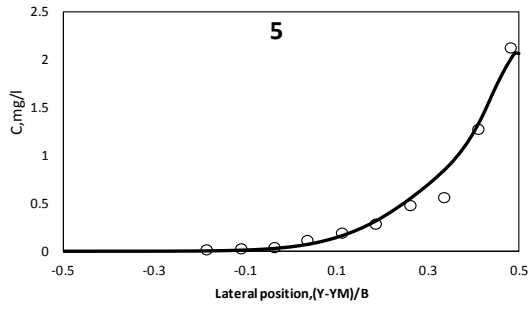
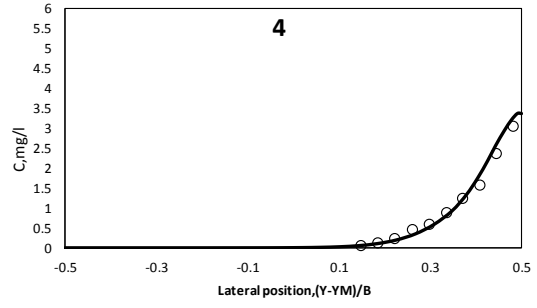
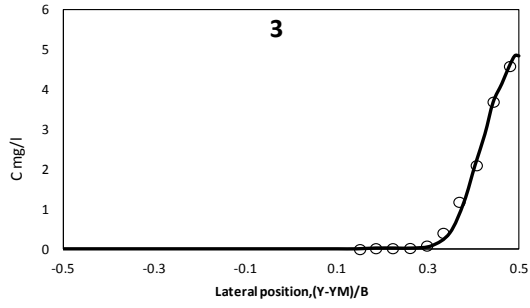


圖 4.8 第二站左岸施放污染源案例之擬似三維模式模擬結果與實驗值實際濃度比較圖。擬似三維模式模擬值(—)；實驗值(o)。



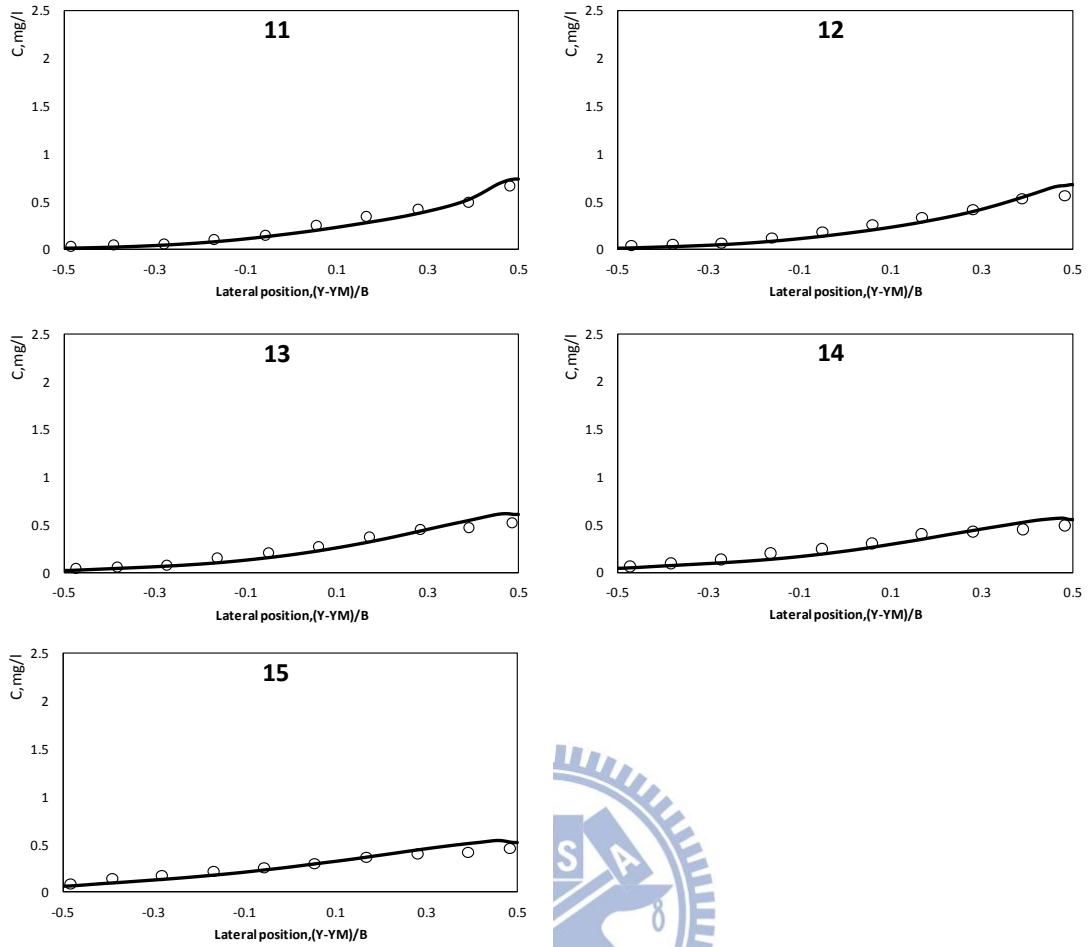


圖 4.9 第二站右岸施放污染源案例之擬似三維模式模擬結果與實驗值實際
濃度比較圖。擬似三維模式模擬值(—)；實驗值(o)。

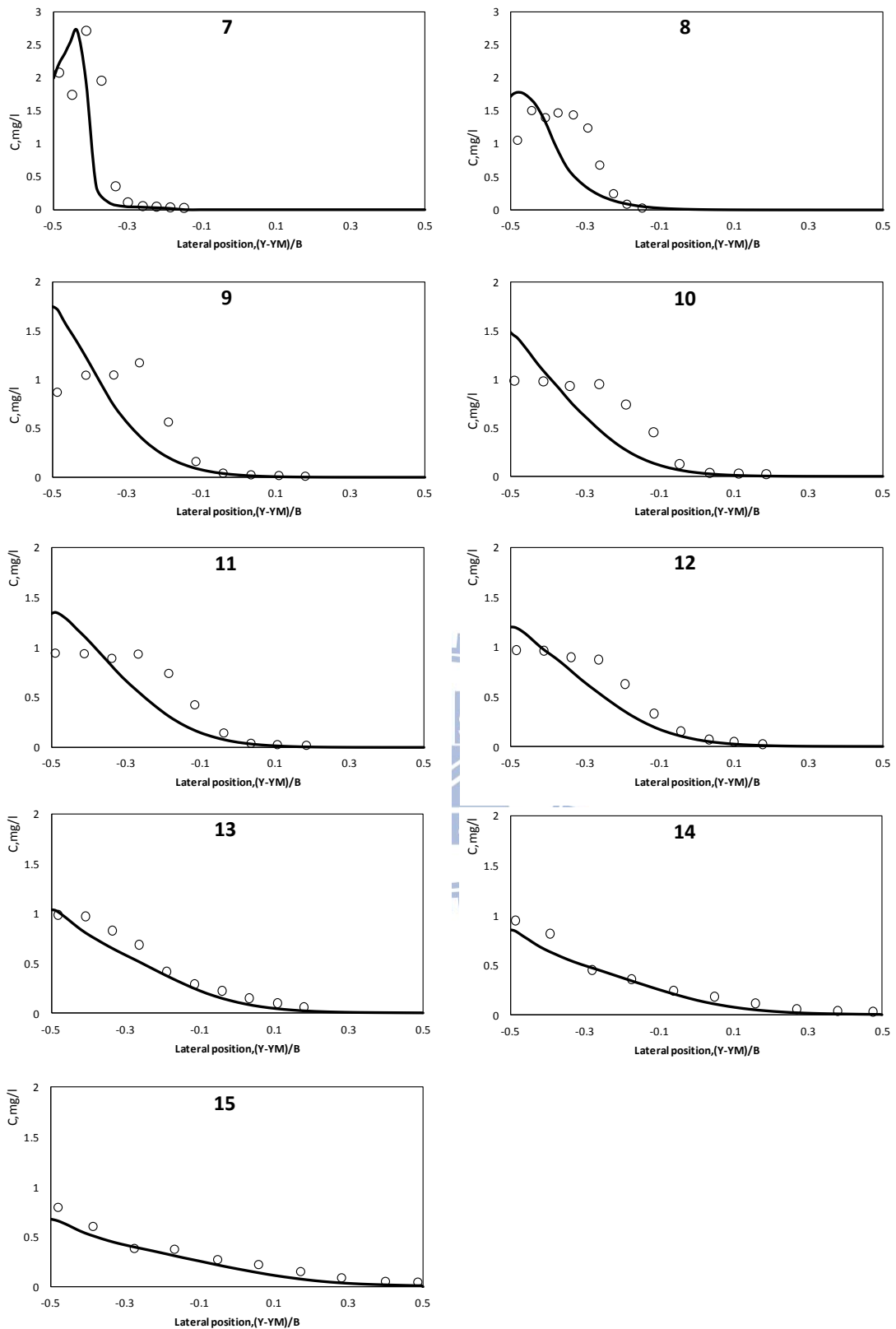


圖 4.10 第六站左岸施放污染源案例之擬似三維模式模擬結果與實驗值實際濃度比較圖。擬似三維模式模擬值(—)；實驗值(o)。

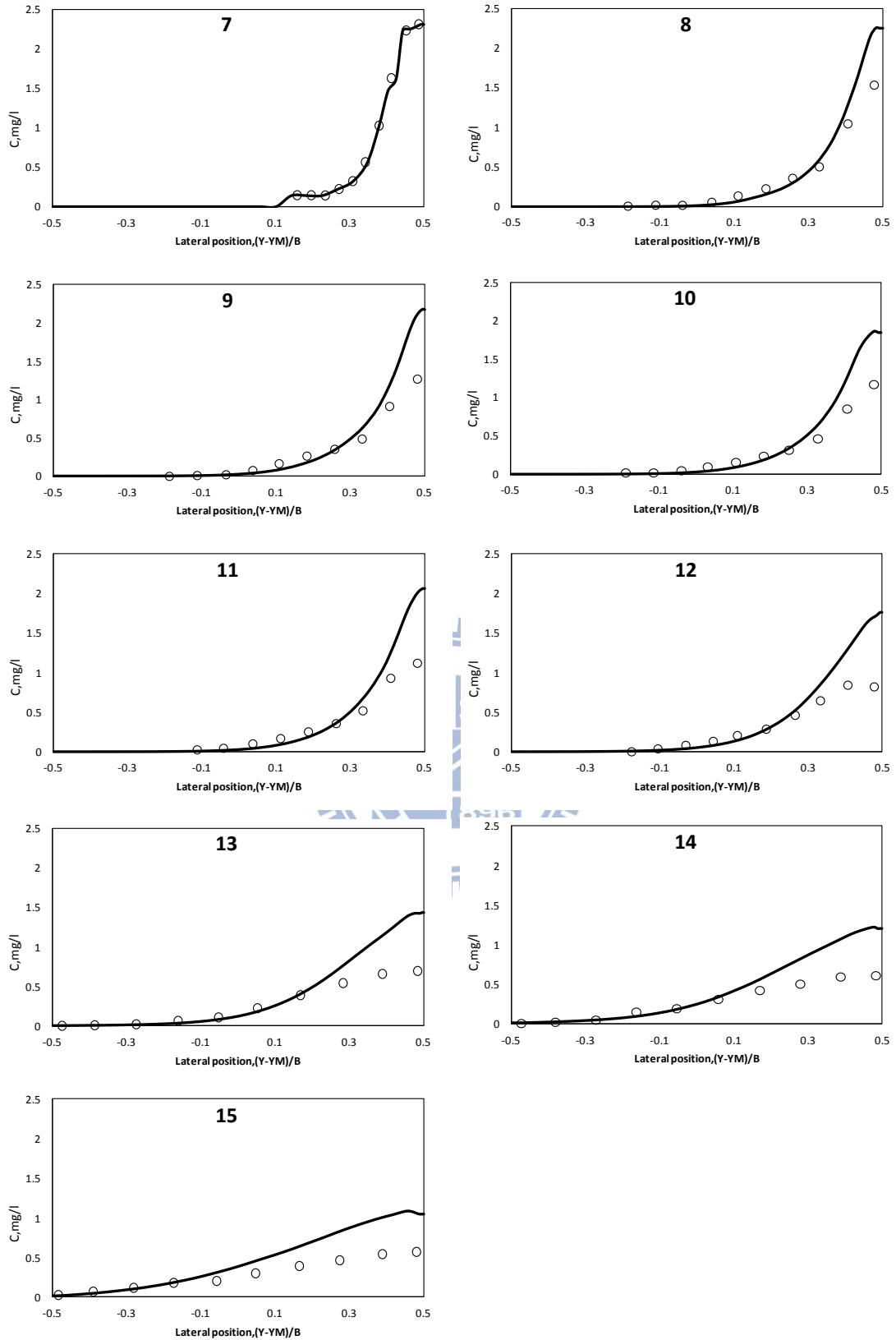


圖 4.11 第六站右岸施放污染源案例之擬似三維模式模擬結果與實驗值實際濃度比較圖。擬似三維模式模擬值(—)；實驗值(o)。

第五章 側向環流傳輸係數效應探討

5.1 側向環流傳輸通量之驗證

側向環流傳輸通量 T_c ，可定義為(Almquist and Holley, 1985)

$$T_c = \overline{v'c'd} \quad (5.1)$$

在此利用擬似三維模式的速度與濃度值積分和 Almquist and Holley(1985)的實驗值比較，驗證擬似三維模式的側向傳輸係數值的可靠性。

在圖 5.1~圖 5.4 中，縱軸是側向積分通量 T_c ，單位是 ft^2/s ，橫軸是比較點座標 Y 減去斷面中點座標 YM 後再除以渠道寬度 B。在圖 5.1 中，在第五站(Sta.5)擬似三維模式模擬值之最大值偏向左邊(左岸)且大於實驗值，在直線渠道第八站(Sta.8)，擬似三維模式模擬值大於實驗值，而在第十站(Sta.10)與第十三站(Sta.13)則與實驗值相當吻合；在圖 5.2 中，第五站(Sta.5)擬似三維模式模擬值之最大值偏向右邊(右岸)且大於實驗值，在直線渠道第八站(Sta.8)，擬似三維模式模擬值大於實驗值，而在第十站(Sta.10)擬似三維模式模擬值趨勢是向右岸漸大於實驗值，在第十三站(Sta.13)擬似三維模式模擬值小於實驗值且最大值偏右岸；圖 5.3 中，在第八站(Sta.8)擬似三維模式模擬值小於實驗值，在第十站(Sta.10)三維模式模擬值小於實驗值，在第十三站(Sta.13)擬似三維模式模擬值與實驗值相比偏向左岸；圖 5.4 中，在第

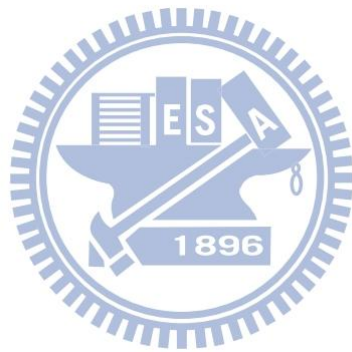
八站(Sta.8)擬似三維模式模擬值與實驗值相當吻合，在第十站(Sta.10)

擬似三維模式模擬值趨勢向右岸漸大於實驗值，在第十三站(Sta.13)

擬似三維模式模擬值與實驗值趨勢吻合但大於實驗值。

整體而言，側向環流傳輸通量模擬結果與實驗值變化趨勢吻合，

進一步驗證擬似三維模式模擬結果的合理性。



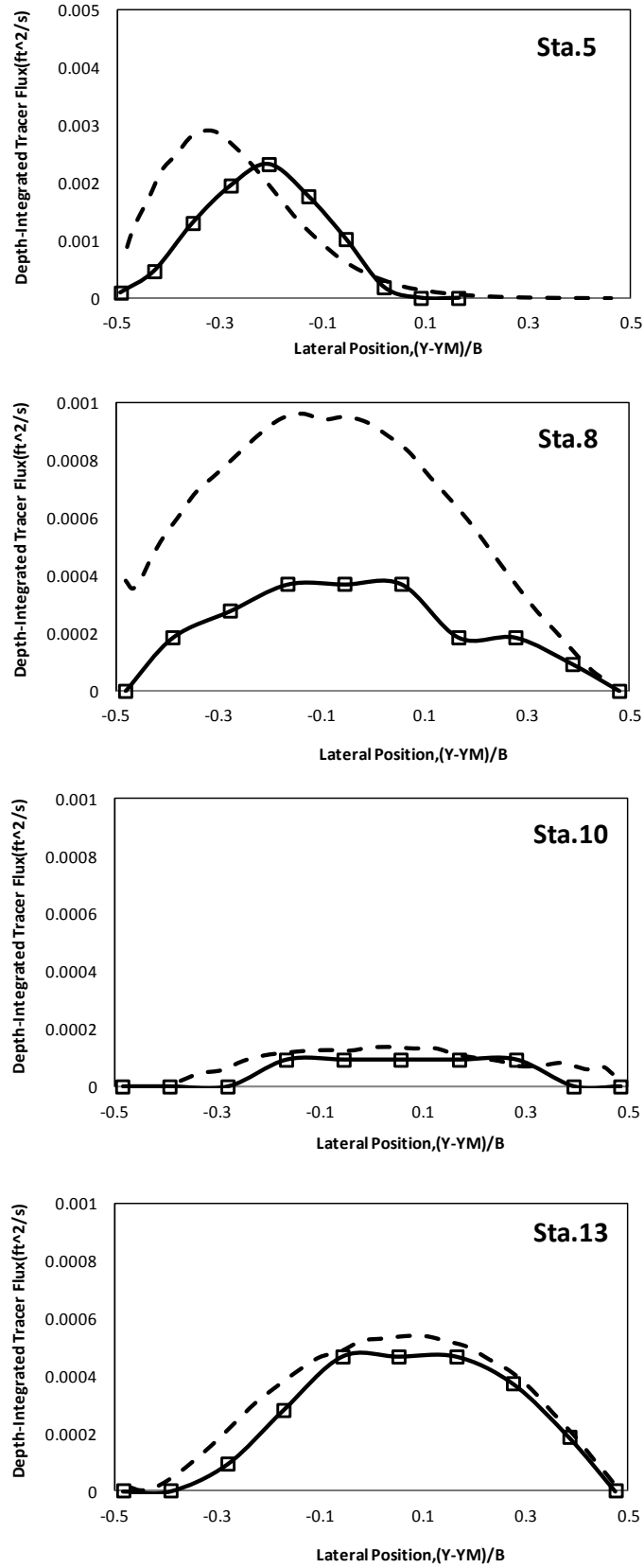


圖 5.1 第二站左岸施放污染源案例之側向積分通量擬似三維模擬結果與實驗值比較圖。實驗值(-□-)：擬似三維模擬值(--)

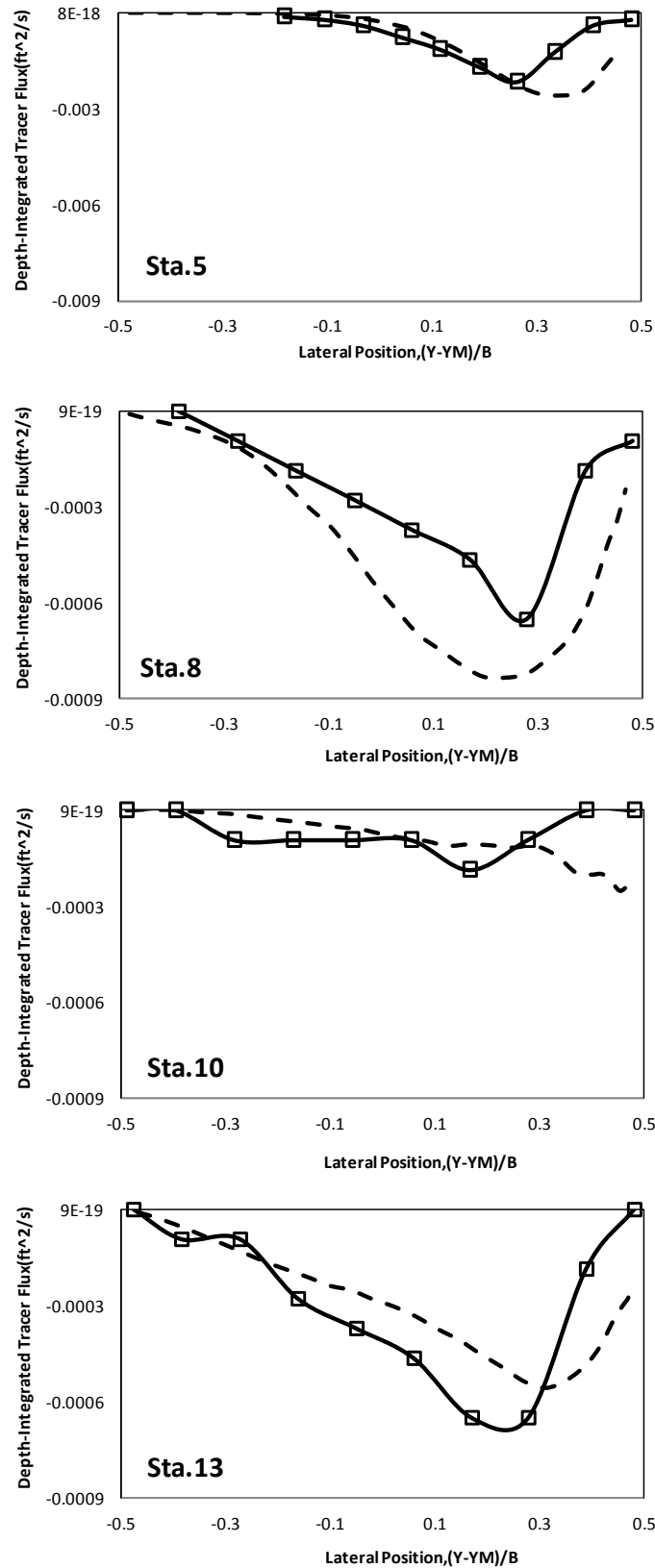


圖 5.2 第二站右岸施放污染源案例之側向積分通量擬似三維模擬結果與實驗值比較圖。實驗值(-□-)：擬似三維模擬值(--)

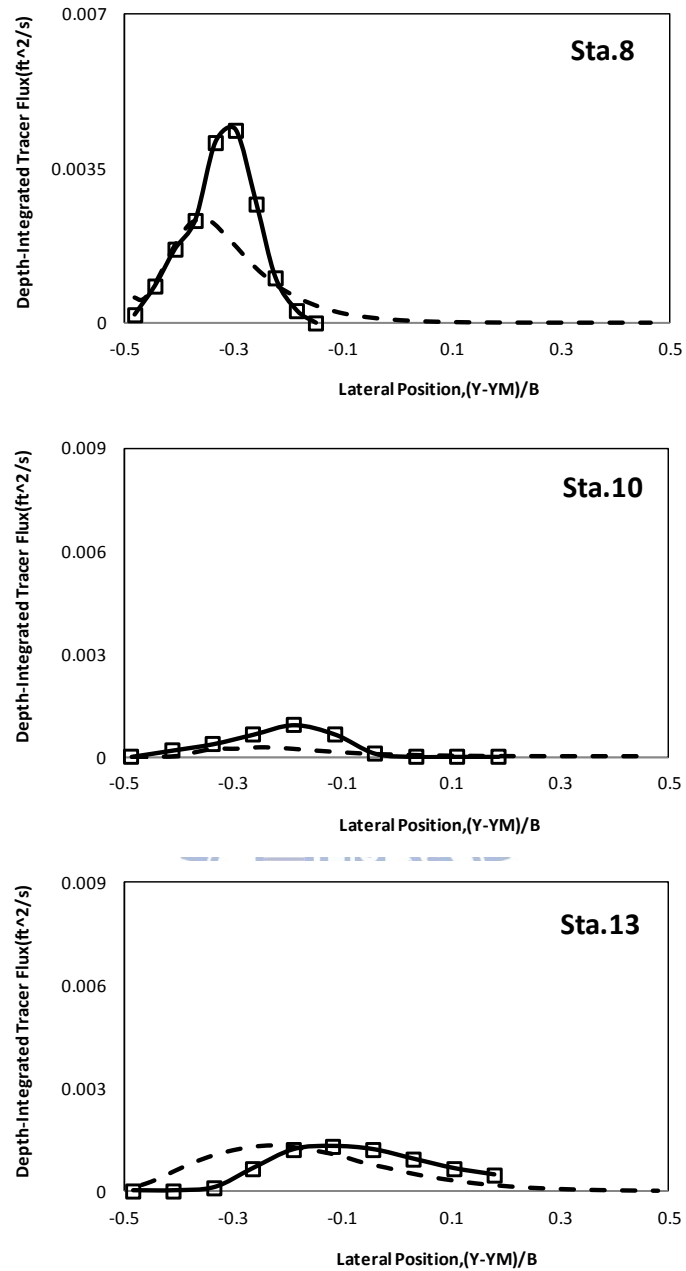


圖 5.3 第六站左岸施放污染源案例之側向積分通量擬似三維模擬結果與實驗值比較圖。實驗值(-□-)：擬似三維模擬值(--)

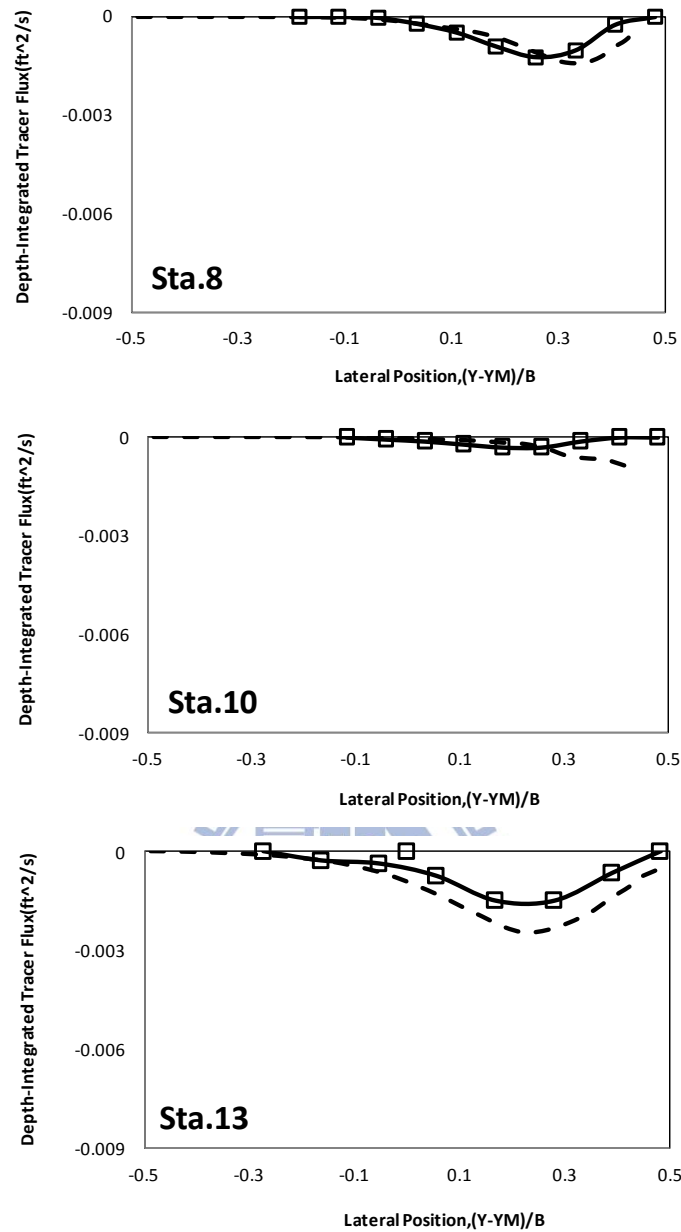



圖 5.4 第六站右岸施放污染源案例之側向積分通量擬似三維模擬結果與實驗值比較圖。實驗值(-□-)：擬似三維模擬值(--)

5.2 側向環流傳輸係數之理論背景說明

側向傳輸係數的影響因子有很多，包括底床剪力速度、水深、渠寬、底床糙度、渠道不規則、底床不一致，甚至對某些案例施放位置不同都會有影響。在彎道中，會產生二次流的現象，但環流傳輸並不一定符合梯度定理的假設，為了更了解側向環流傳輸係數，Almquist and Holley (1985)定義在彎道中的側向傳輸過程圖(如圖 5.5 所示)，橫軸是相對彎道長度無因次參數 $\frac{u_* L}{ud}$ (Taylor 1954; Elder 1959; Batchelor and Townsend 1956; Saffman 1962; Fischer 1966)；縱軸是二次流強度因子 $\frac{ud}{u_* R_c} = SI$ 。



彎道中的側向傳輸過程圖有分成四個區域：(I)可忽略區 (Reversible Transport)—彎道太短導致二次流效應無法順利發展；(II)初始區 (Initial Period)—彎道會產生二次流效應，但是彎道太短不適合用梯度定理計算；(III) 延散區 (dispersive period)—彎道會產生二次流效應且適合用梯度定理計算；(IV)無彎道效應影響區 (No effect of bend)—二次流效應太小導致側向混合傳輸現象不顯著。

本研究 Almquist and Holley (1985)實驗案例落於圖 5.5 第 II 區初始區的中間部分，彎道流況沒有達到完全發展流況，再加上渠道寬度沒有遠小於曲率半徑(B/r_c 為 0.33)，使此案例流況並無法完全滿足二為模式採用的 de Vriend (1977)之二次流速度剖面經驗式的假設條

件。



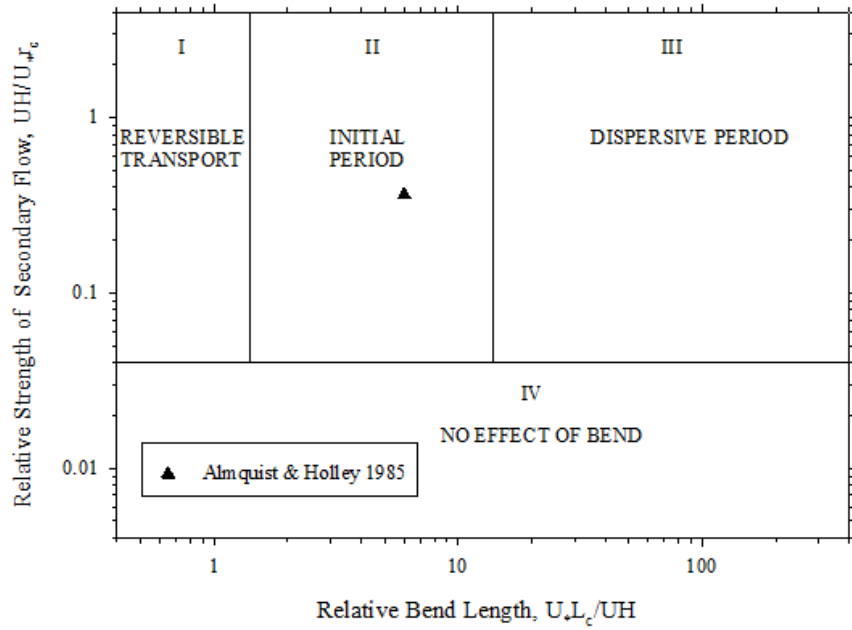


圖 5.5 定義在彎道中的側向傳輸過程圖。



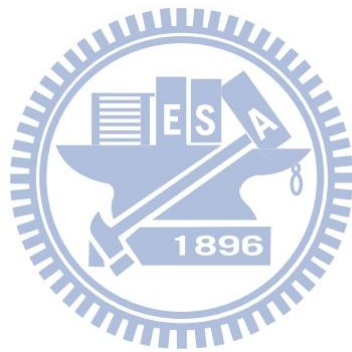
5.3 環流傳輸係數之影響評估

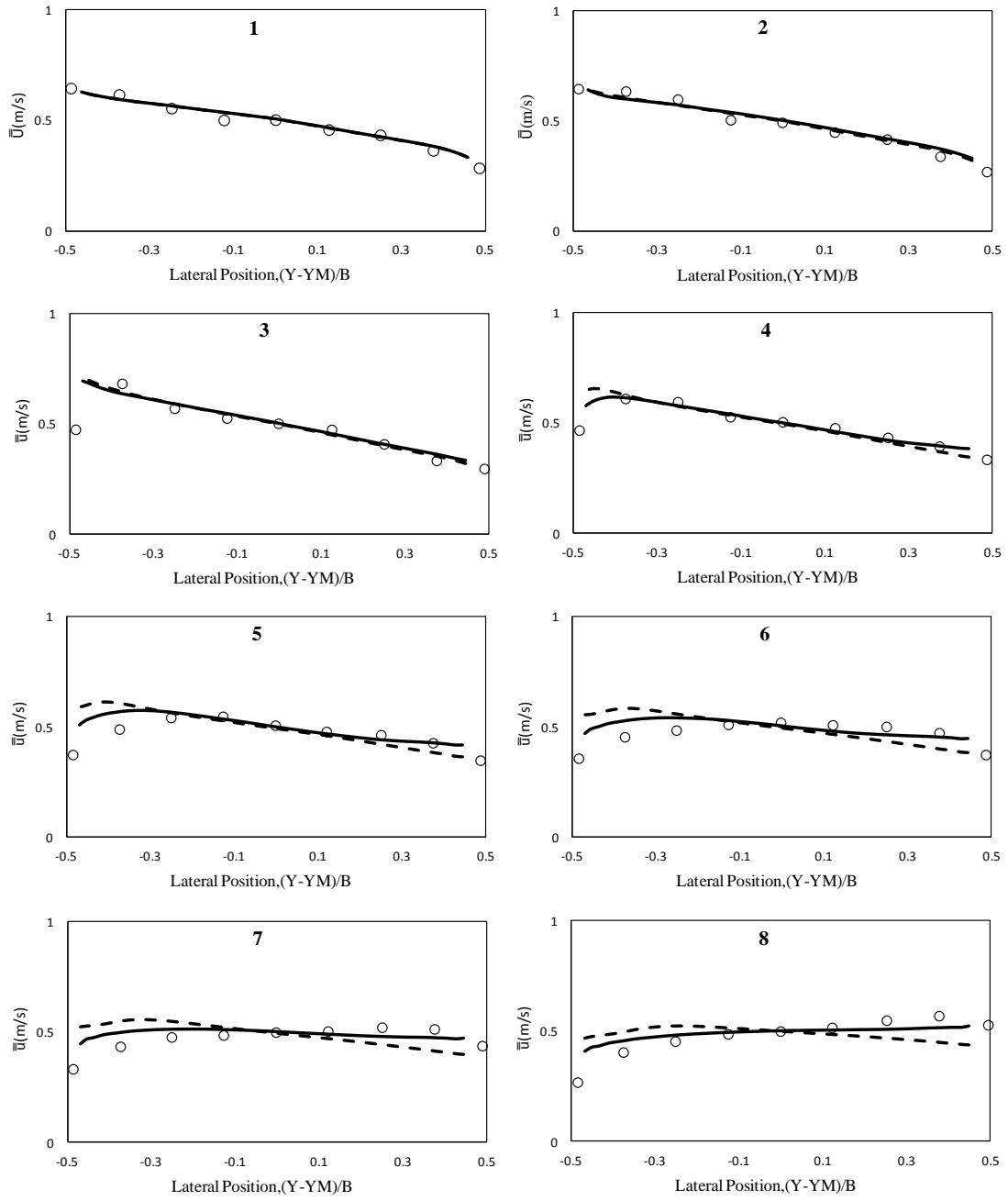
本研究分別採用擬似三維模式(鍾, 2012)與水深平均二維模式(謝, 2003)進行 Almquist and Holley(1985)連續彎汙染傳輸案例的模擬, 再藉由比較兩模式的模擬結果, 即可探討不同類型環流傳輸係數對模擬結果的影響程度, 其中擬似三維模式係利用垂向流場模擬結果自動反應環流傳輸效應, 二維模式因缺乏垂向流場資訊, 因此採用 Fischer 等(1979)環流傳輸經驗公式來反應環流傳輸。

在圖 5.6 為水理之水深平均流速 \bar{u} 在擬似三維模式、二維模式模擬結果與實驗值之比較圖。由圖 5.6 可看出在第一個彎道時(第 2 號斷面), 斷面最大流速在左岸(內岸), 而在第一個彎道出口處(第 8 號斷面), 斷面最大流速在靠近右岸(外岸)處, 進入第二個彎道後, 在入口處(第 10 號斷面)斷面最大流速在右岸(內岸), 在出口處(第 15 號斷面)流速趨近平均分佈。整體模擬結果可看出擬似三維模式與實驗值較符合, 在彎道反曲處(第 5 號斷面~第 13 號斷面), 即最大流速發生處由左岸轉換為右岸的過程中, 二維模式在 5 號~13 號斷面的流速分佈模擬結果不如擬似三維模擬結果佳, 例如在第一個彎道出口(第 8 號斷面), 二維模式的最高流速較實驗值之最高流速小。

圖 5.7 左岸第二站施放汙染源案例, 圖 5.8 右岸第二站施放汙染源案例, 圖 5.9 左岸第六站施放汙染源案例, 圖 5.10 右岸第六站施放

污染源案例。整體而言，在這四個案例中，擬似三維模式模擬結果與實驗值趨勢較二維模式模擬結果佳，說明當模擬案例落在初始區時，環流傳輸經驗公式存在適用性的問題。





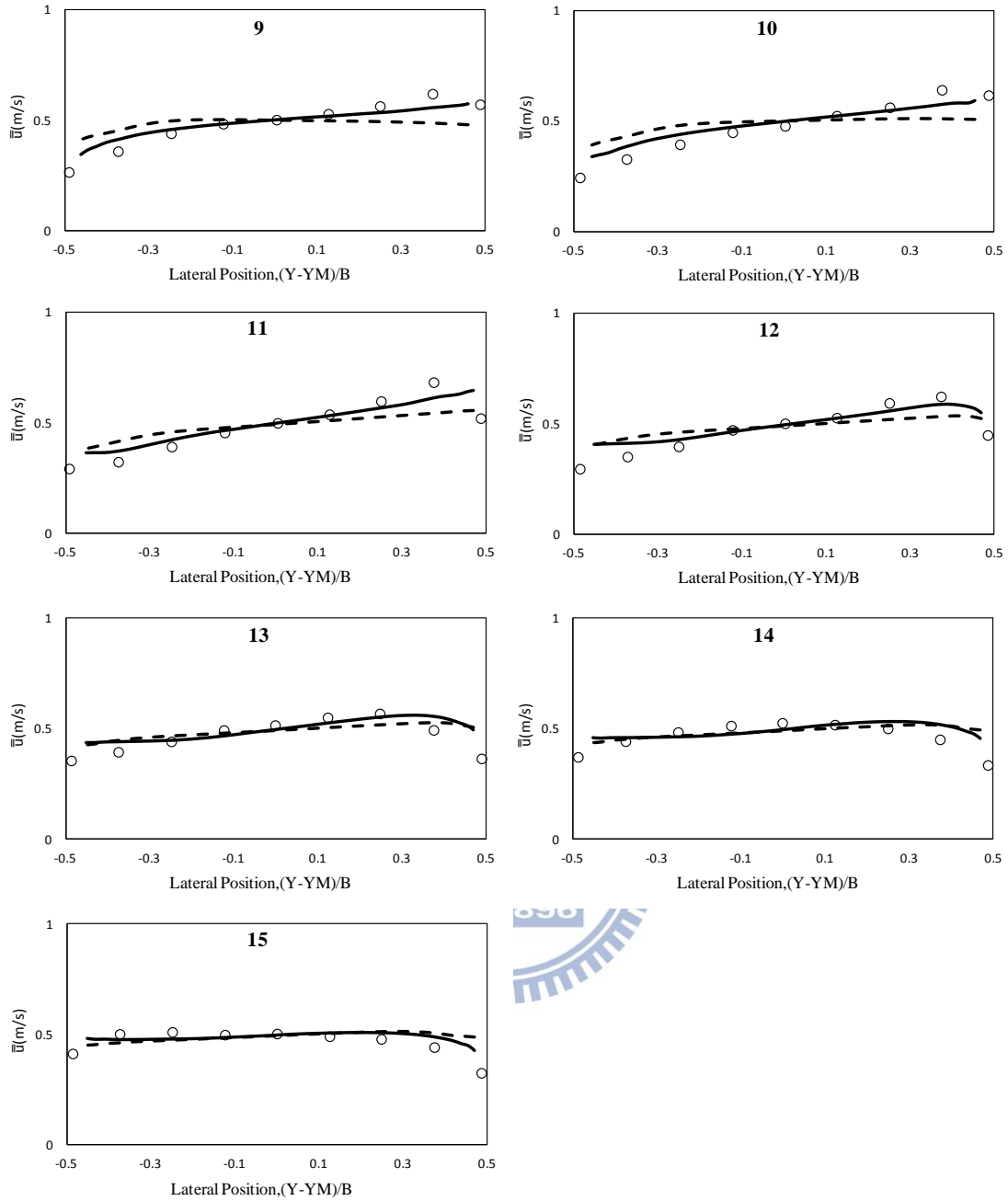
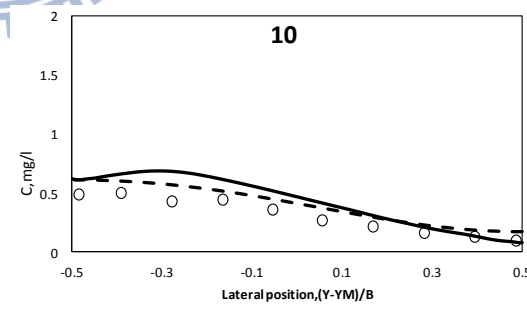
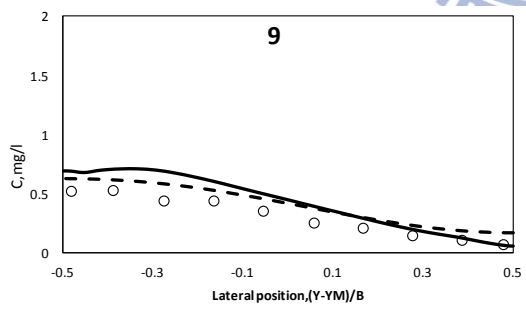
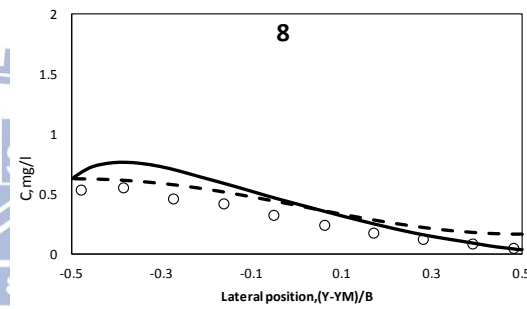
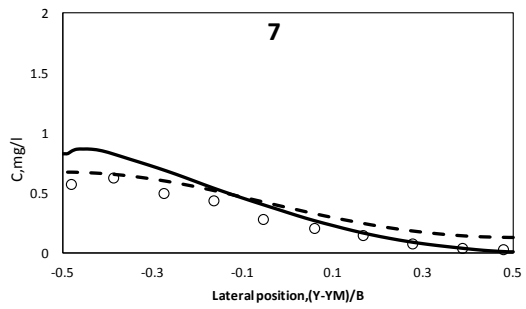
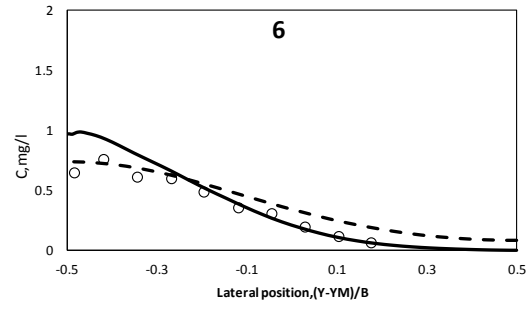
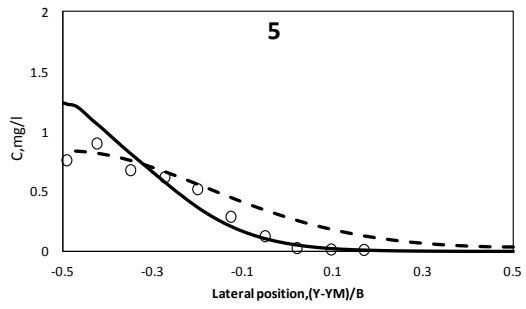
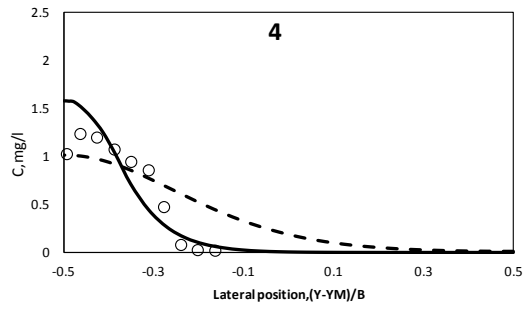
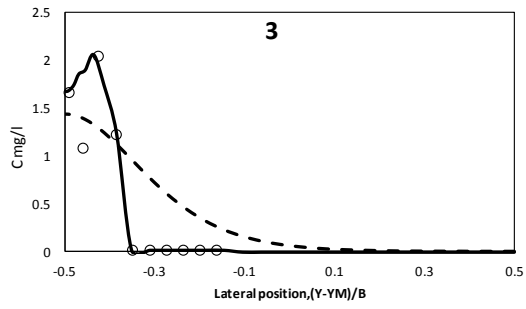


圖 5.6 Almquist and Holley(1985)水深平均流速在側方向之比較圖。實驗值(o)；擬似三維模擬結果(—)；二維模式模擬結果(--)



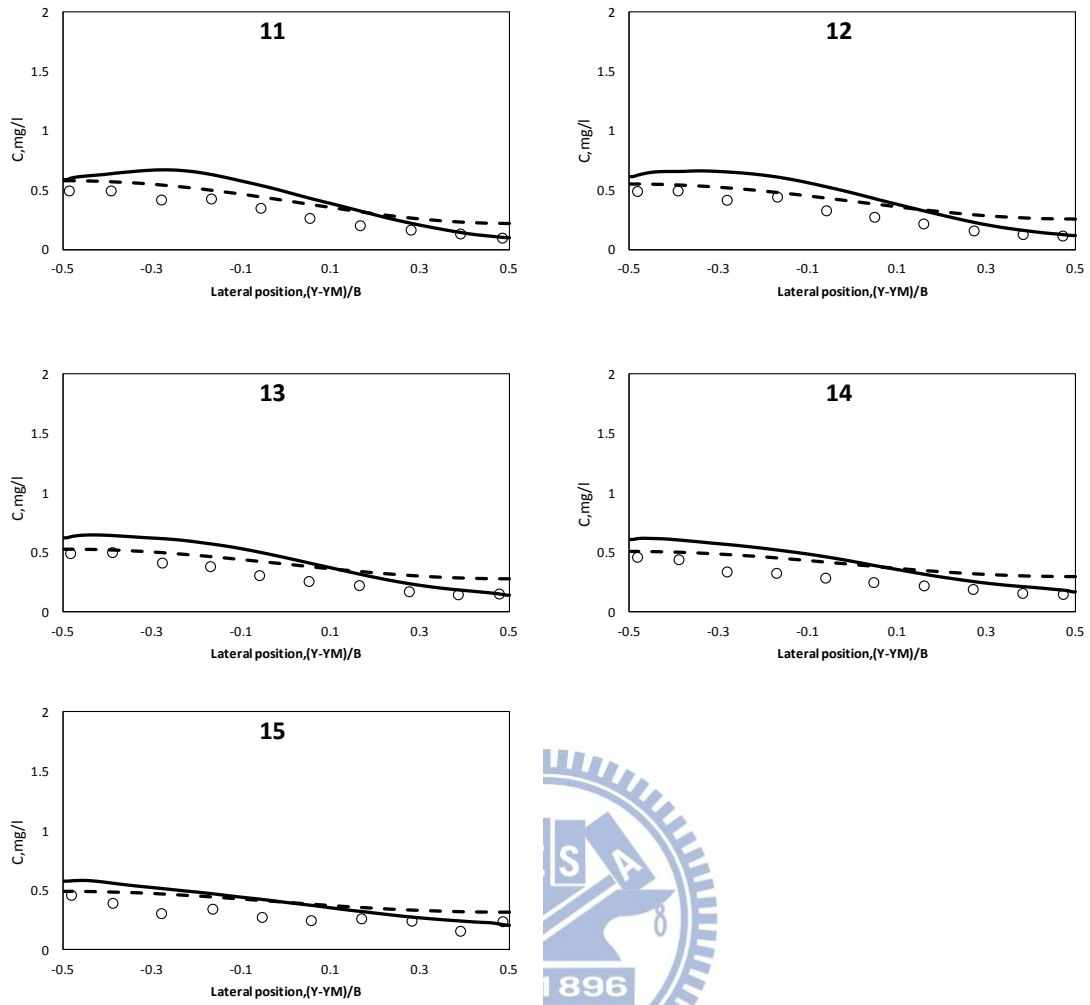
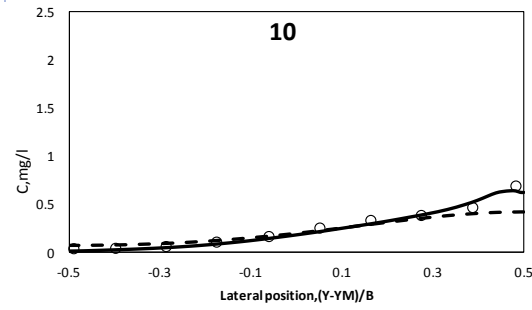
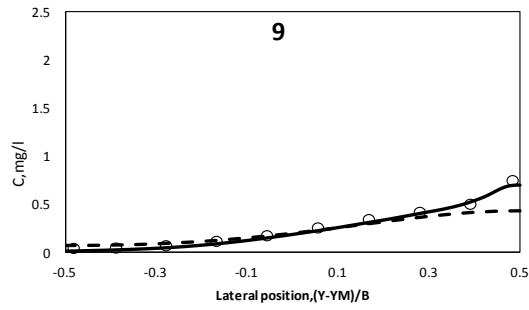
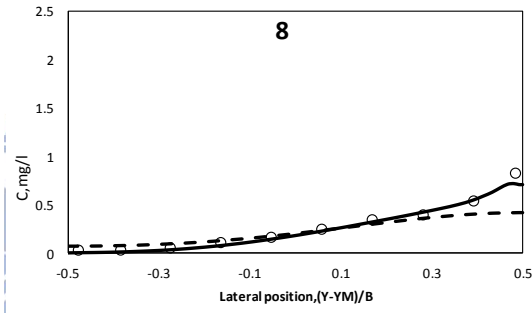
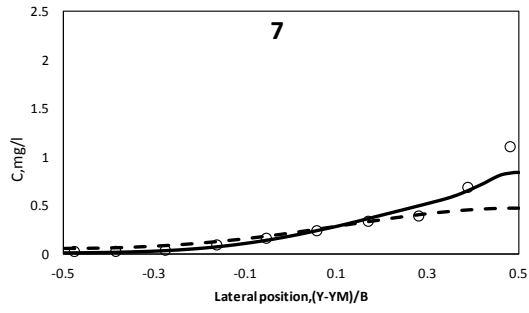
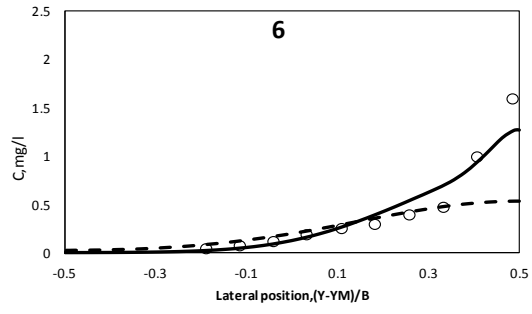
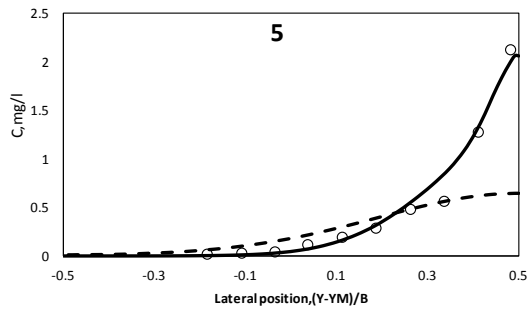
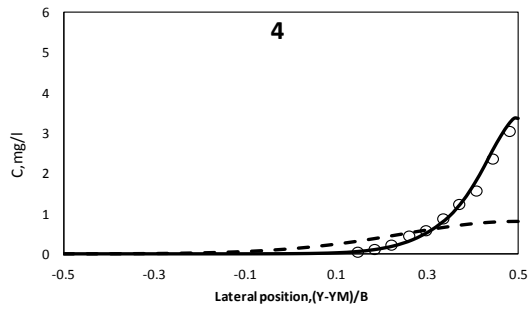
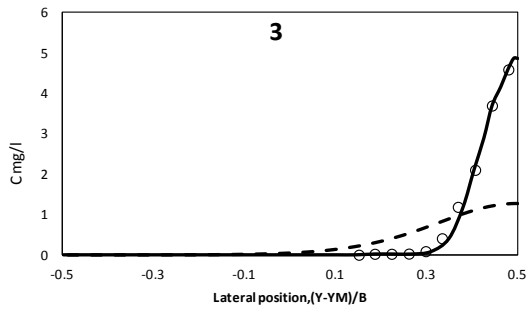


圖 5.7 第二站左岸施放污染源案例之一擬似三維模式、二維模式模擬結果與實驗值濃度比較圖。Almquist and Holley(1985)實驗值(o)；擬似三維模擬值(—)；二維模擬值(--)



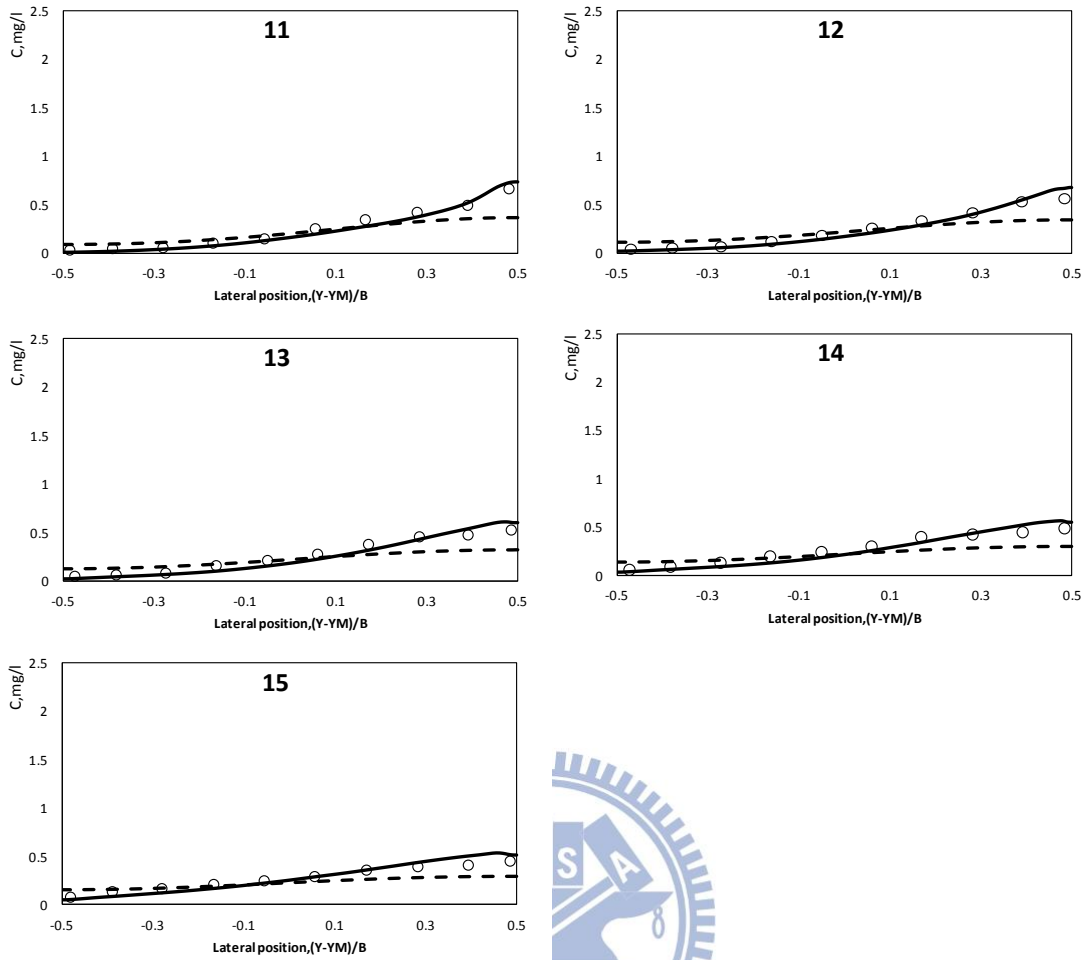


圖 5.8 第二站右岸施放污染源案例之一—擬似三維模式、二維模式模擬結果與實驗值濃度比較圖。Almquist and Holley(1985)實驗值(o)；擬似三維模擬值(—)；二維模擬值(--)

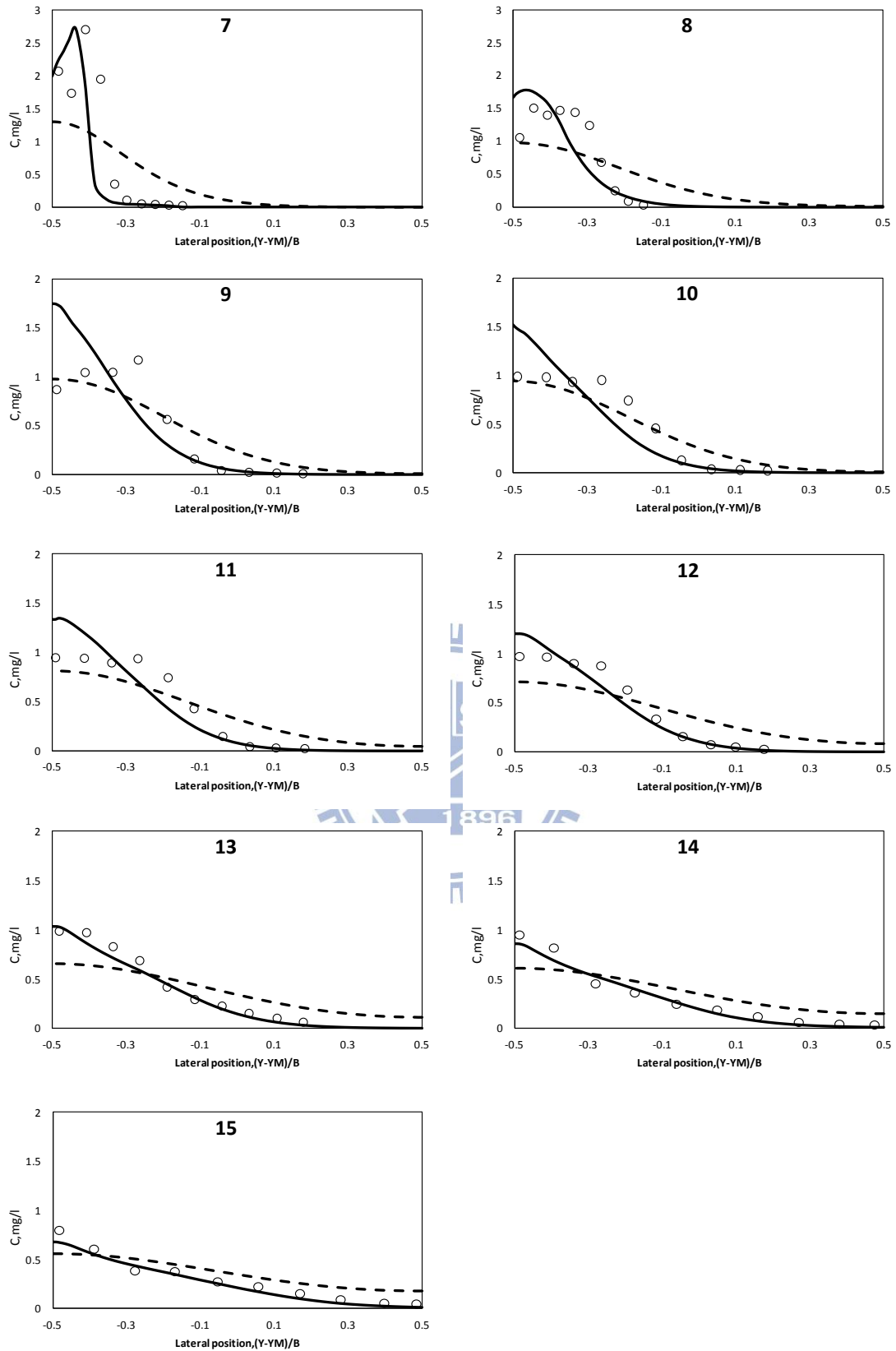


圖 5.9 第六站左岸施放污染源案例之一—擬似三維模式、二維模式模擬結果與實驗值濃度比較圖。Almquist and Holley(1985)實驗值(o)；擬似三維模擬值(—)；二維模擬值(--)

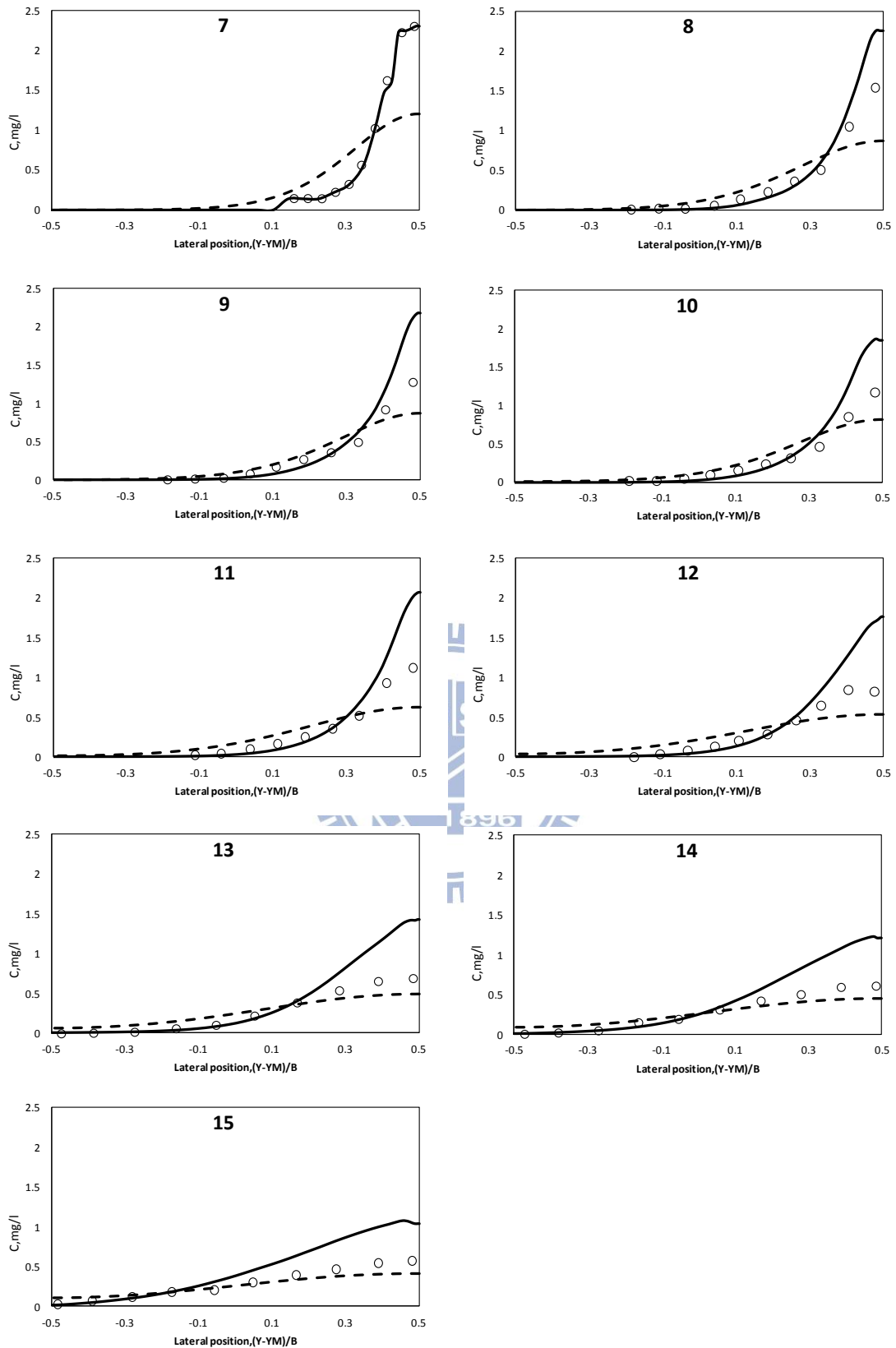


圖 5.10 第六站右岸施放污染源案例之一—擬似三維模式、二維模式模擬結果與實驗值濃度比較圖。Almquist and Holley(1985)實驗值(o)；擬似三維模擬值(—)；二維模擬值(--)

第六章 結論與建議

6.1 結論

1. 採用 Almquist and Holley(1985)連續彎汙染傳輸案例，進行擬似三維模式的驗證，此部分的結論包括：

- (1) 垂向流場模擬結果與實驗值相似，驗證擬似三維模式垂向流場模擬的正確性。

- (2) 環流傳輸通量 T_C 模擬結果雖在直線段存在較大差異，但整體模擬結果與實驗值趨勢吻合，驗證擬似三維模式污染傳輸模擬的合理性。

2. Almquist and Holley(1985)案例落於初始區，不符合梯度定理假設，因此採用以梯度定理為基礎所推導的 Fischer 等(1979)環流傳輸經驗公式的二維模式，模擬結果較擬似三維模式有較大的差異性。

6.2 建議

1. 本研究只探討初始區的實驗案例，建議未來可再採用不同區域的案例(例如延散區)，觀察不同區域側向環流傳輸效應的影響情況。
2. 本研究模式在紊流的計算上採用簡單的零方程式估算，建議未來可利用更完整的亂流模式(例如 $k-\varepsilon$ 紊流模型、大渦模式等)進行評估，釐清亂流機制的影響程度。

參考文獻

謝德勇(2003)，二維水理、污染傳輸及沉滓運移模式之研發與應用，

國立交通大學土木工程研究所博士論文。

鍾浩榮(2012)，河道三維高含砂水流沉滓運移模式發展與應用，國立

交通大學土木工程研究所博士論文。

Almquist, C.W., and Holley, E.R. (1985), Transverse mixing in meandering laboratory channels rectangular and naturally varying cross-section. Tech. Rep. (205), Center for Research in Water Resources, University of Texas at Austin.

Batchelor, G.K. and A.A. Townsend(1956), Turbulent Diffusion. Surveys in Mechanics, Cambridge University Press, Cambridge, U.K.

Blumberg, A.F., and Mellor, G.L. (1983), Diagnostic and prognostic numerical circulation studies of the South Atlantic Bight. Journal of Geophysics Research, 88(C8):4579-4592

de Vriend, H.J., and Koch, F.G. (1977), Flow of water in a curved open channel with a fixed plane bed. Report on experimental and theoretical investigations R675-V M1415 part I, Delf Univ. of Technology, Delf, The Netherlands.

Elder, J.W.(1959), The Dispersion of Marked Fluid in Turbulent Shear Flow. Journal of Fluid Mechanics, Vol.5, Part 4, May 1959.

Falconer, R.A. (1980), Numerical modeling of tidal circulation in harbors. J Waterway Port Coast Ocean Div; 106: 31-48.

Fischer, H.B.(1966), Longitudinal Dispersion in Laboratory and Natural Streams, Technical Rpt. KH-R-12, Caltech, Pasadena, California.

Fischer, et al.(1979), Mixing in Inland and Coastal Waters, Academic Press, New York.

French, R.H. (1986), Open Channel Hydraulics. McGraw-Hill Book

- Company, Singapore, 705 pp.
- Lardner, R.W., and Cekirge, H.M. (1988), A new algorithm for three-dimensional tidal and storm surge computations, *Appl. Math. Modeling*, Vol.12,471-481.
- M. Herzfeld, J. Waring, J. Parslow, N. Margvelashvili, P. Sakov and J. Andrewartha, *Sparse Hydrodynamic Ocean Code V1632 Scientific Manual*, CSIRO Marine Research, July 2010, pp 10.
- Rastogi, A.K. and Rodi, W. (1978), Prediction of Heat and Mass Transfer in Open Channels . *J. Hydr. Div., ASCE*, 104(3), 397-420.
- Saffman, P.G. (1962), The Effect of Wind Shear on Horizontal Spread from an Instantaneous Ground Source. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, Vol. 88, pp 382-393.
- Spalding, D.B. (1972), A novel finite difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 4, 551-559.
- Subramanya, K. (2001), *Flow in Open Channels*, Second Edition.
- Taylor, G.I. (1954), The Dispersion of Matter in Turbulent Flow Through a Pipe. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, Vol. 223 pp 446-468.