

國立交通大學

土木工程學系

碩士論文

啟發式和弦搜尋演算法之改良及應用

Improvement and Application of Heuristic Harmony
Search Optimization Method



研究生：江長潤

指導教授：潘以文 博士

中華民國一〇一年七月

啟發式和弦搜尋演算法之改良及應用
Improvement and Application of Heuristic Harmony Search
Optimization Method


研 究 生：江長潤

Student : Chang- Jun Chiang

指導教授：潘以文 博士

Advisor : Dr. Yii-Wen Pan

國 立 交 通 大 學
土 木 工 程 學 系
碩 士 論 文



A Thesis
Submitted to Department of Civil Engineering
College of Engineering
National Chiao Tung University
In Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master
in
Civil Engineering

July 2012

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一〇一年七月

啟發式和弦搜尋演算法之改良及應用

學生：江長潤

指導教授：潘以文 博士

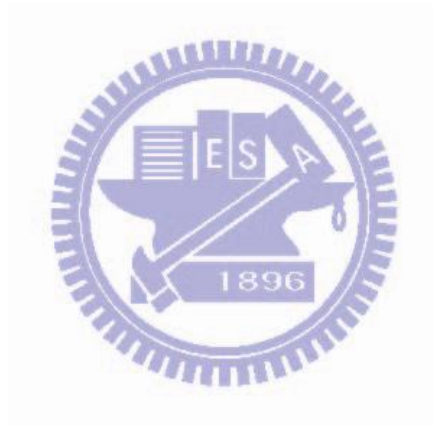
國立交通大學土木工程學系碩士班

中文摘要

啟發式演算法發展至今，已成功應用於各種領域。本研究旨在改善既有之啟發式和弦搜尋最佳化演算法（Harmony-Search Optimization Method）以提高其應用時之適用性與搜尋結果之收斂性。本研究以既有和弦搜尋演算法為基礎，針對啟發式演算法之集中強化（Intensification）與多樣化（Diversification）進行改善，以取得兩者間最佳之平衡。本研究先以參數自由設定之和弦搜尋演算法(Parameter-Setting-Free Harmony Search, 簡稱 PSF-HS)結合粒子群法(Particle Swarm Harmony Search, 簡稱 PS-HS)令和弦演算法中控制多樣化之參數 HMCR 與及控制調音率之參數 PAR 隨著迭代次數動態調整，使演算法於搜尋階段處於高多樣化的階段隨迭代次數增加而逐漸降低，漸次提高集中強化之比重，藉此提高和弦搜尋演算法的搜尋速度。再於驗證分析中，針對離散式例題分別加入移動平均、調音方向、粒子群法等方法以改善其搜尋所需迭代次數；針對連續式例題則於收斂階段時加入數值微分的方法以改善其收斂效果。隨後以經過修改與驗證後之演算法應用於新山壩滲漏問題之反算分析，並比較前人採用原版和弦搜尋

演算法之計算結果，證明採用本研究之改良方法可得到收斂更佳的解。復以國道 3 號 3.1k 邊坡問定問題進行反算分析，比對災後調查報告與現地資料結果，展示此方法於實際反算分析應用時之適用性與有效性。

關鍵字：啟發式最佳化演算法、和弦搜尋演算法、移動平均、粒子群法、梯度法、反算分析



Improvement and Application of Heuristic Harmony Search Optimization Method

Student : Chang- Jun Chiang

Advisor : Dr. Yii-Wen Pan

Department of Civil Engineering

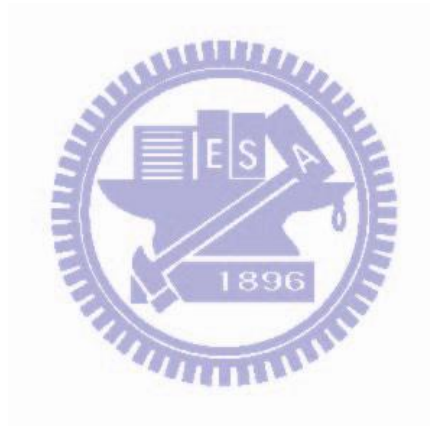
National Chaio Tung University

ABSTRACT

Heuristic optimization methods (HOM) have been successfully applied in various disciplines. This thesis aims to improve the existing harmony search (HS) method, as one of the HOM, in order to improve its applicability and convergence rate. The thesis attempts to seek a balance between intensification and diversification of the HOM. The improved algorithm combines the strategy of “parameter-setting-free (PSF) harmony search” (PSF-HS) with “particle swarm (PS) harmony search” (PS-HS). This algorithm enables the HMCR (which is the parameter controls diversification) and the PAR (which is the parameter controls intensification) to adjust dynamically along with iterations. It is able to emphasize diversification in the early search stage, and gradually transform to intensification in the later iterative stage to improve the search efficiency of the HS method. Several improved strategy on the HS method were tested and examined; these strategies include the usage of moving average in the PSF method, the control of tuning direction, the adding concept of the PS

method, and the shift to the gradient method in the final iterative stage. These improved algorithms were verified through two examples, including one discrete variable problem and one continuous problem. Finally, the improved methods were applied to the back analyses of two practical geotechnical problems to demonstrate their applicability and usefulness.

Key Words : Heuristic optimization method, Harmony search method, Moving average, Particle swarm method, Gradient method, Back analysis.



誌謝

光陰似箭，兩年的碩士生涯轉眼間已結束，完成碩士論文的這兩年內有歡笑有淚水，十分感謝我的指導教授潘以文老師的細心的指導與鞭策。讓我能夠順利畢業，另外也十分感謝 Meeting 時提供許多意見與方向的廖志中老師，讓我每次 Meeting 後都能有所突破，這兩年內有兩位老師的指導與督促，才能讓我再兩年內順利畢業，在此對兩位老師致上十萬分的敬意。

在此也要感謝四位口試委員黃燦輝老師、林炳森老師、田永銘老師與吳博凱老師，有他們給與我論文寶貴的意見以及不辭辛勞仔細的檢查論文內容與細節，才能讓我順利完成碩士論文，在此也對他們致上十萬分的敬意。

在此也要感謝求學過程中有方永壽老師、林志平老師、單信瑜老師以及黃安斌老師傾囊相授的教學，讓我在課堂上獲得不少寶貴的經驗與知識。

接下來必須感謝我們潘廖研究團隊的明萬學長、國維學長與慧蓉學姊感謝你們細心的指導，讓我從你們身上學會做研究的精神與身為一個大地工程師在現地必須具備的技能與知識。

然後要感謝的當然就是阿康學姊囉，沒有妳的話我想我光是寫從演算法摸索到開始寫程式就可能會花費幾年的時間，真的是能讓我完成這本論文的大貴人，在此志上崇高的敬意。

還有要感謝一起出差共患難的好同學，潘廖車神 APU、做研究最認真的小昱、最照顧我的齊學長、實驗室的志強與晚上一起努力的大布丁。有你們在我這兩年多的時間過得多采多姿，也很感謝你們有福同享有難同當，

讓我關關難過關關過，十分感謝他們。

最後要感謝我的好朋友林門的志昇，我們互相鞭策對方，一有鬆懈就要馬上提醒對方，沒有你的鞭策我想我現在可能還沒畢業吧，也感謝他在我有困難時常常能伸出援手，在此對這位好同學致上無比的敬意。

當然還要感謝親愛的學弟妹們，婉容、芋頭、暉凱、阿村、包包與靖哥的幫忙，特別是口試時細心的安排與接待口試委員等，讓我能無後顧之憂的盡情演出，真的十分感謝你們。

此外要感謝防災中心的助理們與最重要的佳廷學姊，沒有你們我就不用過活了，感謝你們的支持與照顧。

最後要感謝我的家人，體諒我時常因研究而不能花時間陪伴他們，並且在後面默默的支持我，讓我能無後顧之憂的全力衝刺碩士論文，一百萬分的感謝他們。

要感謝的人太多了，在這邊對沒感謝到的朋友與同學致上我一萬分敬意。

謹將這本論文獻給愛我的人與我愛的人

目錄

中文摘要.....	I
英文摘要.....	III
誌謝.....	V
目錄.....	VII
圖目錄.....	X
表目錄.....	XIII
第一章 緒論.....	1
1.1 研究動機與目的.....	1
1.2 研究流程.....	2
1.3 論文內容.....	5
第二章 文獻回顧.....	6
2.1 工程最佳化演算法.....	6
2.1.1 工程最佳化演算法的基本架構.....	6
2.1.2 常見問題型態的數學模式.....	9
2.2 最佳化演算法.....	10
2.2.1 最佳化的演算法的發展.....	10
2.2.2 常見最佳化演算法.....	12
2.2.3 最佳化演算法之優缺點.....	15
2.3 啟發式演算法.....	16
2.3.1 常見啟發式最佳化演算法.....	17
2.3.2 啟發式演算法的發展方向.....	33
2.4 小結.....	35
第三章 研究方法與規劃.....	36
3.1 電腦輔助程式與最佳化方法之選擇.....	36

3.1.1	MATLAB 計算軟體	36
3.1.2	FLAC 分析軟體.....	37
3.1.3	最佳化演算法之選擇.....	37
3.2	最佳化演算法之擬定流程.....	38
3.2.1	修改和弦搜尋演算法.....	38
3.2.2	驗證分析之規劃.....	42
3.3	研究案例模擬之策略與規劃.....	48
3.3.1	新山壩滲漏問題.....	48
3.3.2	國道 3 號 3.1k 崩坍事件.....	60
第四章	最佳化方法之驗證.....	65
4.1	不連續性問題.....	65
4.1.1	OHS 與 PSF-HS 之比較.....	65
4.1.2	PSF-HS 之改良.....	67
4.1.3	可靠度分析.....	73
4.2	連續性問題.....	74
4.2.1	改變待定變數個數之結果.....	74
4.2.2	數值微分.....	77
4.2.3	可靠度分析.....	79
4.3	小結.....	80
第五章	案例反算分析.....	81
5.1	新山壩滲漏問題.....	81
5.2	國道 3 號 3.1k 崩坍事件.....	84
5.2.1	初步參數測試.....	84
5.2.2	反算分析結果.....	86
5.2.3	反算分析結果之比對.....	89

5.3 小結	90
第六章 結論與建議	91
6.1 結論	91
6.2 建議	94
參考文獻	95

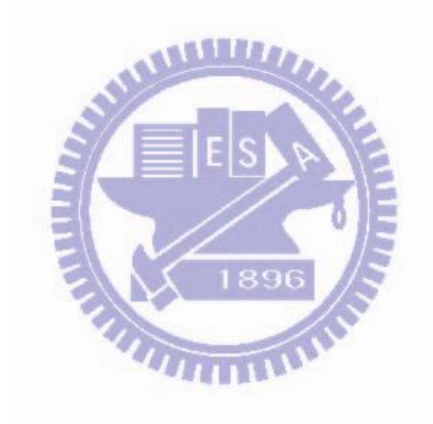


圖目錄

圖 1-1 土石壩滲流之最佳化問題反算流程圖	3
圖 1-2 研究流程圖.....	4
圖 2-1 工程最佳化演算法(改繪自 Reklaitis 等人, 1983)	7
圖 2-2 單變數模式(改繪自 Reklaitis et al., 1995).....	9
圖 2-3 螞蟻族群演算法示意圖	21
圖 2-4 HS 模擬與設計變數對照圖(Lee & Geem, 2005).....	25
圖 2-5 隨機產生初始和弦記憶	27
圖 2-6 和弦搜尋最佳化演算法流程圖(Lee & Geem, 2005).....	28
圖 2-7 新和弦產生之概念(Lee & Geem, 2005).....	28
圖 2-8 Rehearsal 產生之記錄矩陣(Geem 等人,2009).....	30
圖 3-1 原版和弦搜尋最佳化演算法流程圖	40
圖 3-2 修改後和弦搜尋(HS)最佳化演算流程圖	41
圖 3-3 PSF-HS 找到最佳解所需之迭代次數(Geem 等人,2010).....	43
圖 3-4 HMCR 與迭代次數之關係(Geem 等人,2010)	44
圖 3-5 PAR 與迭代次數之關係(Geem 等人,2010).....	44
圖 3-6 第一部分之研究流程	45
圖 3-7 The egg crate function 在(0,0)有全域最小值 0.....	46
圖 3-8 第二部分之研究流程	47
圖 3-9 新山水庫俯視圖(Google 地球).....	48
圖 3-10 新山大壩 Sta.0+195.29 橫斷面圖(改繪自 國立交通大學, 2010).49	
圖 3-11 新山壩俯視圖(改繪自 國立交通大學, 2010)	50
圖 3-12 新山壩 Sta.0k+170m 斷面圖(改繪自 國立交通大學, 2010).....	50
圖 3-13D4 量水堰排除降雨影響之滲水量與庫水位關係圖	51
圖 3-14 排除降雨影響之壩體總滲水量與庫水位關係圖	51

圖 3-15 新山水庫滲漏位置圖(陳冠亨，2006)	52
圖 3-16 新山壩斷面各材料透水係數分布圖(單位:cm/sec)	53
圖 3-17FLAC 模擬新山壩 Sta.0+170m 與材料參數圖	54
圖 3-18FLAC 網格建立(1 網格尺寸為 2m×2m)與初步分析飽和度圖	54
圖 3-19 水位觀測井對應於下游殼層位置圖	54
圖 3-20 新山壩漸進式之 HM 最佳搜尋結果之飽和度圖	56
圖 3-21 新山壩漸進式之 HM 最佳搜尋結果之壩材變數圖	56
圖 3-22 水平濾層之透水係數漸進式示意圖	57
圖 3-23 災害發生位置 (摘自國道 3 號 3.1 公里崩塌事件原因調查工作總結 報告).....	60
圖 3-24 災害發生現場情形 (摘自國道 3 號 3.1 公里崩塌事件原因調查工作 總結報告).....	61
圖 3-25 邊坡破壞範圍(99/4/26 航照).....	61
圖 3-26 滑動面之幾何形狀	62
圖 3-27 假設之地下水壓力面分佈示意圖	63
圖 4-1 HMCR 加入移動平均後之變化.....	67
圖 4-2 PAR 加入移動平均後之變化.....	68
圖 4-3 OHS 加入調音方向與搜尋次數之關係圖	69
圖 4-4 PSF-HS 加入調音方向與搜尋次數關係圖	69
圖 4-5 變數數量與迭代次數關係圖	76
圖 4-6 主要修改方法之可靠度分析	79
圖 5-1 新山壩漸進式之迭代次數與 HM 目標函數之關係圖	82
圖 5-2 低地下水位 ϕ 與 F.S.之關係圖	87
圖 5-3 低地下水位 α 與 F.S.之關係圖	87
圖 5-4 高地下水位 ϕ 與 F.S.之關係圖	88

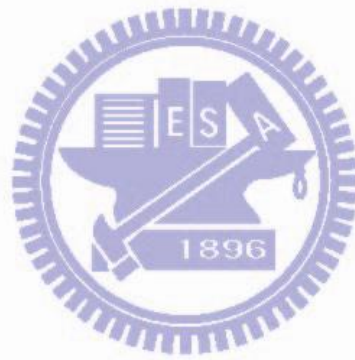
圖 5-5 高地下水位 α 與 F.S.之關係圖 88



表目錄

表 2-1 傳統與啟發式最佳化演算法之比較	15
表 2-2 Intensification 與 Diversification 之比較	16
表 2-3 Intensification 與 Diversification 主控參數與 5 個演算法說明	32
表 2-4 六個常見最佳化方法適用性比較	33
表 3-1 調音方法修改前後之比較	39
表 3-2 FLAC 初步模擬新山壩之相關資料	55
表 4-1 OHS 與 PSF-HS 參數設定	66
表 4-2 OHS 運算 10 次之結果	66
表 4-3 PSF-HS 運算 10 次之結果	66
表 4-4 PSR=0.5 測試 10 次之結果	70
表 4-5 PSR=0.6 測試 10 次之結果	71
表 4-6 PSR=0.7 測試 10 次之結果	71
表 4-7 PSR=0.8 測試 10 次之結果	71
表 4-8 PSR=0.9 測試 10 次之結果	72
表 4-9 PSR=1.0 測試 10 次之結果	72
表 4-10 PSR=0.5~1 之測試結果	72
表 4-11 可靠度分析之結果	73
表 4-12 演算法參數設定與收斂條件	74
表 4-13 變數量=2 測試 10 次之結果	74
表 4-14 變數量=3 測試 10 次之結果	75
表 4-15 變數量=4 測試 10 次之結果	75
表 4-16 變數量=5 測試 10 次之結果	76
表 4-17 PSF-HS 修改 1 版加入微分方法之參數設定	77
表 4-18 PSF-HS 修改 1 版加入微分方法於 bw 非定值之結果	77

表 4-19 PSF-HS 修改 1 版加入微分方法於 bw 定值之結果	78
表 5-1 新山壩漸進式以 PSF-HS 修改 1 版搜尋之結果	82
表 5-2 目標因子原本與修改 1 版之比較	82
表 5-3 PSF-HS 修改 2 版 δbw 之設定	83
表 5-4 演算法初始參數設定	84
表 5-5 待定參數於 OHS 方法測試 100 次之結果	85
表 5-6 待定參數於 PSF-HS 修改 1 版方法測試 100 次之結果	85
表 5-7 待定參數於 PSF-HS 修改 2 版方法測試 100 次之結果	85
表 5-8 待定參數之靈敏度測試	86
表 5-9 反算分析 10 次之結果	86



第一章 緒論

1.1 研究動機與目的

最佳化問題無所不在，日常生活中的財務規劃、路徑規劃等問題皆是最佳化問題。首先必須了解許多最佳化問題看似簡單，實際上並非如此，最有名的例子就是送貨員問題，而尋求這些問題之最適解的方法就是最佳化方法，最佳化方法發展到現在已廣泛應用於各種專業領域中，無論是數學、物理學、化學、經濟學、統計學、醫學…等，只要是求解最佳解的問題，經過適當簡化成數學模式後，都可藉由最佳化方法求得最適的結果。

最佳化方法當然也廣泛應用於工程領域中，如施工估價、工程設計、結構材料輕量化、營建管理…等，於大地工程中可能運用於破壞案例之逆推（反算）分析、參數標定、工程設計之最佳配置方案、風險決策分析等問題。最佳化演算法大致可區分為傳統最佳化演算法與近年之啟發式演算法，廣泛運用於各種工程科學與社會科學之問題。國外已有不少研究將近年來最佳化方法中發展快速的啟發式演算法應用於大地工程問題(如 Cheng 等人，2007；Kahatadeniya 等人，2009))，這些研究內容大多著重在比較各種啟發式方法應用於特定問題之求解效率的優劣，較少嘗試改進既有演算法所存在之缺點。康詩凰(2011)曾運用啟發式最佳化演算法於實際大地工程問題之逆推分析(土石壩滲流分析反算求解問題)，展示其方法可行且有效，但也建議其演算法仍有值得改善之空間。因此本研究之主要目的為改善啟發式演算法，期能提高演算法的適用性，並可應用於各種不同的大地工程

問題。本研究運用改善後之演算法分析實際邊坡破壞案例之反算，除展示啟發式演算法之實際運用，並期望提供未來相關問題的參考。

1.2 研究流程

本研究希望藉由適用性高的工程最佳化方法應用於大地工程相關之問題。首先進行文獻回顧，整理與介紹工程最佳化方法與其相關研究，並依發展先後介紹傳統最佳化演算法與啟發式演算法。由於傳統最佳化方法於實際應用時有許多限制且存在求解上的缺陷，並不易於直接應用於實際問題，因此進一步回顧相較於傳統最佳化演算法應用限制較少的啟發式演算法，並考慮本研究之目的為使用適用性高之最佳化方法應用於大地工程相關問題，最後選擇和弦搜尋演算法做修改作為本研究之反算分析方法。

由於本研究之重點為演算法的改進，在實際案例之應用時，於邊坡穩定反算之問題採極限平衡法分析，只需使用簡單之數學應用軟體(MATLAB)即可使用最佳化方法進行分析，而於土石壩滲流最佳化反算問題採用有限差分法之地工數值軟體 FLAC 做計算，並以 MATLAB 作為和弦搜尋最佳化流程之主控伺服，藉由兩者互通之介面（文字）檔進行最佳化分析流程，計算分析之流程圖表示如圖 1-1。

最佳化反算分析與應用之流程分為三個部份進行：

第一部分：最佳化演算法擬定

以和弦搜尋演算法為基礎，透過修改其演算法之參數變動法則與結合其他演算法之優點加以改進，最後再於收斂階段導入數值微分的概念，將此修改後的和弦搜尋演算法做為最佳化反算分析之方法。

第二部分：驗證分析

分別以有解析解的連續與不連續之問題，將兩個問題之最小值設定為目標函數，進行本研究之最佳化方法分析之驗證。

第三部分：實例應用

分別以國道 3 號 3.1k 七堵段崩坍事件與新山壩滲漏問題為本研究之最佳化反算分析之展示範例。

最後綜合探討實例應用之反算分析結果，以瞭解本研究所擬定之最佳化演算法於實際大地工程相關問題反算求解的功效。圖 1-2 為本研究之流程圖。

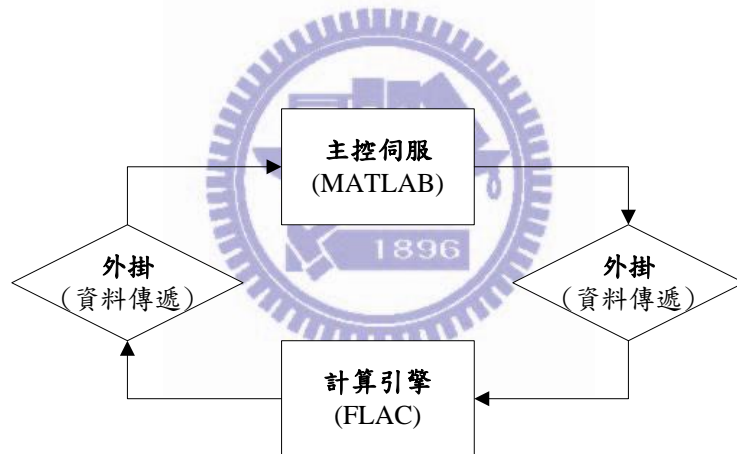


圖 1-1 土石壩滲流之最佳化問題反算流程圖

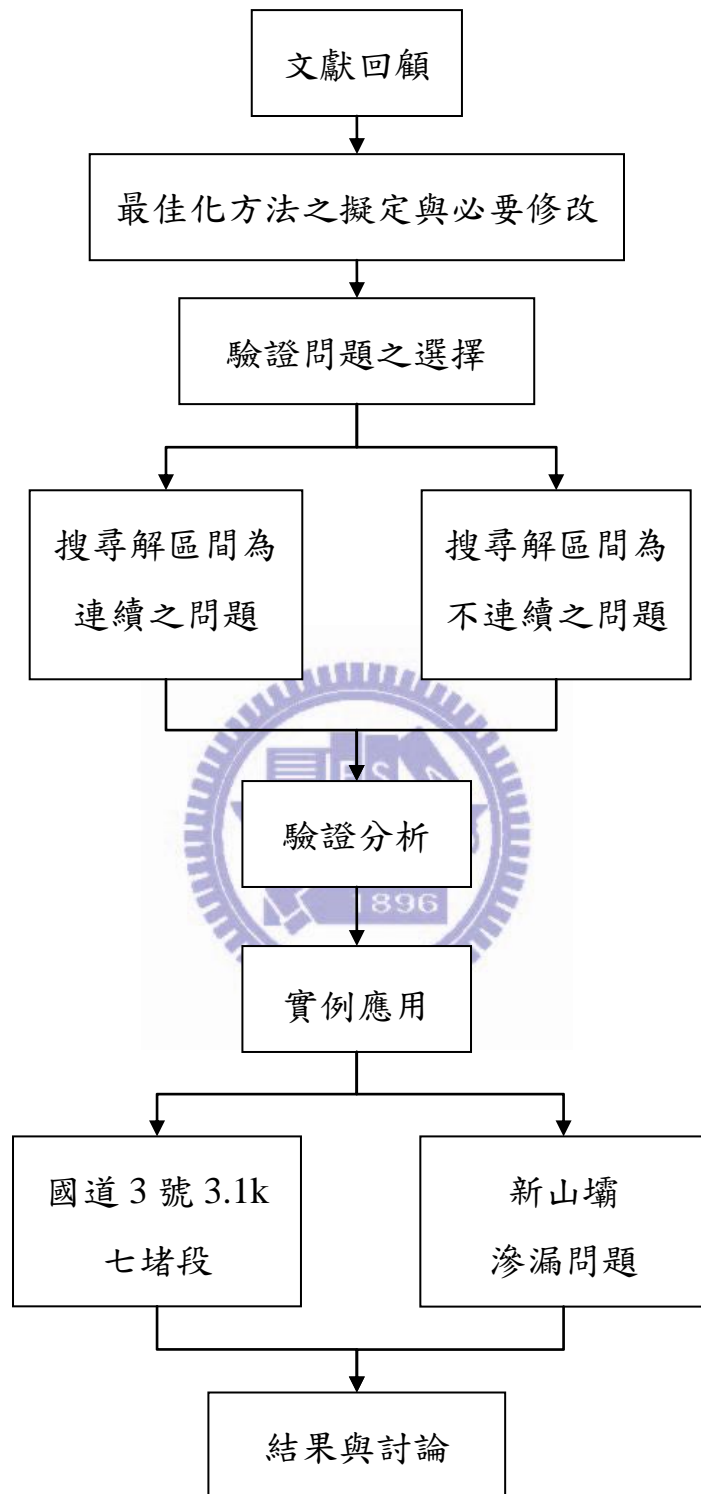


圖 1-2 研究流程圖

1.3 論文內容

本論文共分為六個章節，內容分別介紹如下：

第一章 緒論：說明本研究之動機與目的與其流程及內容。

第二章 文獻回顧：回顧本研究反算分析所用之方法，即工程最佳化方法，整理並介紹最佳化演算法之沿革與相關研究，再說明為何選擇修改啟發式演算法中的和弦搜尋演算法，作為本研究於邊坡穩定分析之最佳化問題求解法。

第三章 研究方法與規劃：先擬定本研究所使用之最佳化演算法，繼而透過兩個有解析解之連續與不連續問題驗證後，最後選定兩個實際案例新山壩滲漏問題與國道 3 號 3.1k 七堵段邊坡作為本研究擬定之最佳化方法的研究案例。

第四章 最佳化方法之改良與驗證：探討修改後之和弦搜尋演算法應用於解析問題之結果。

第五章 案例反算分析：本章內容為兩個實際案例最佳化反算分析結果與討論，最後配合現地資料綜合探討兩個案例之邊坡穩定問題。

第六章 結論與建議

第二章 文獻回顧

大地工程個案破壞後之原因探討，常會採用逆推(反算)分析(Inverse analysis)，採用試誤法(trial and error)固然可行，但效率與準確性往往有限，更佳之策略則為善用最佳化分析方法。此外，進行大地工程設計時，配置方案未必能選擇真正最佳組合，有時設計結果無法符合預期或是設計太過保守造成工程成本的增加與材料的浪費。為有效解決此問題，應可善用最佳化演算法(Optimization Algorithm)於工程分析與設計以獲得最可能之答案、最佳之配置，並有助於決策判斷。

本研究主要是藉由修改後的和弦搜尋演算法(Harmony Search, HS)作為求解大地工程上最佳化問題之方法。本章整理之文獻與討論分 4 個小節:2.1 節介紹工程最佳化與其組成的基本架構和數學模式；2.2 節先介紹最佳化演算法的發展過程與常見的最佳化演算法，並說明為何選擇啟發式演算法(Heuristic Optimization Algorithm)作為求解大地工程問題之方法。2.3 節進一步對啟發式演算法之相關文獻做整理:2.4 節為小結，說明為何選擇修改和弦搜尋演算法為本研究之最佳化演算法。

2.1 工程最佳化演算法

2.1.1 工程最佳化演算法的基本架構

工程最佳化演算法是用來求解工程上最佳化問題，如工程的設計、規劃與決策等分析問題，無非是想節省成本與時間，因此藉由此方法來求得最大效益的結果以解決工程最佳化問題。概略流程為將工程最佳化問題表

示數學模式，透過最佳化理論求解，最後由求得的解來解闡釋整個最佳化系統，此種不用真實操作求最佳解的方式稱為「工程最佳化演算法」，表示如圖 2-1。

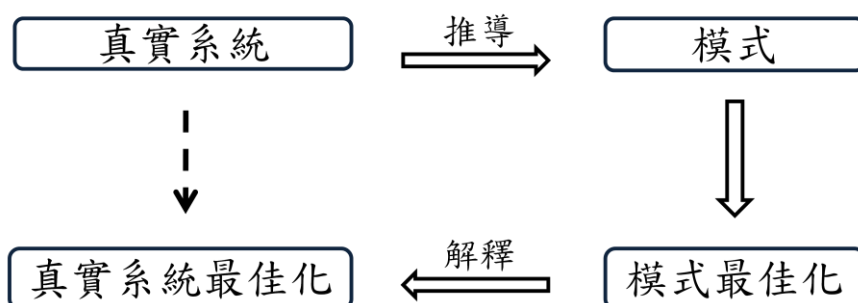


圖 2-1 工程最佳化演算法(改繪自 Reklaitis 等人，1983)

在將真實系統推導成數學模式時，Reklaitis 等人(1983)將構成工程最佳化演算法的基本數學架構，分成四個要件：

1. 定義最佳化問題系統邊界
2. 效能規範
3. 變數
4. 系統模式化

最佳化演算法基本數學架構組成順序說明如下：

1. 如何以適當的數學式來定義真實系統是相當重要的，這會影響整個最佳化問題是否能有效求解，所求得的解是否有意義。應避免將問題過於簡化，或是給太多不必要的考慮條件，甚至是關鍵因子完全被忽略了，因此要清楚瞭解問題的需求，才能有效的定義最佳化問題系統邊界。
2. 接著決定問題之最佳化的目的是要滿足哪些要求，當考慮的目標不只一個時，一般會選用一個為主要目標，其他則表示為限制條件，此類之要求規定稱效能規範。

3. 再來選擇能夠充分反映問題特性的因子，即設計變數，變數的選擇取決於問題考慮的仔細程度，若考慮太多不相關的變數或關鍵因子沒表達出來，可能會得到非最佳解。
4. 最後一步系統模式化，也就是綜合上述三個步驟，使整個問題系統表示為數學的模式。

典型問題是將最佳化問題轉換成函數形式求解最大值或最小值表示方式，如式 2-1：

$$\min. (or \max.) f(x) \quad (2-1)$$

限制條件

$$h_k(x) = 0$$

$$g_j(x) \geq 0$$

$$x_{iL} \leq x_i \leq x_{iU} \quad (or \ x_i \in X_i = [x_i(1), \dots, x_i(S), \dots, x_i(S_i)])$$

式中，函數 $f(x)$ 稱為目標函數(objective function)；

變數 $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_n]^T$ ， x 向量有 n 個分量(維度)；

$h_k(x) = 0$ ，等式限制條件之 $k = 1, \dots, K$ ；

$g_j(x) \geq 0$ ，不等式限制條件之 $j = 1, \dots, J$ ；

$x_{iL} \leq x_i \leq x_{iU}$ (or $x_i \in X_i = [x_i(1), \dots, x_i(S), \dots, x_i(S_i)]$)，連續(或離散)變數限制條件之 $i = 1, \dots, n$ ， x_{iL} 、 x_{iU} 為連續變數 x_i 之下限與上限， S 表示集合

2.1.2 常見問題型態的數學模式

最佳化演算法依問題複雜度、考慮條件或變數間之關連性等，可分成各種不同的問題型態，而設計者可依不同問題型態選擇適當的求解方法。不論哪種最佳化問題，為了求解上的需要，基本上都會簡化為數學模式來求解，因此，下面對照式 2-1 說明一般最佳化模式之不同問題型態分類：

1. 限制性與非限制性：除了目標函數與目標變數外，不考慮任何條件時，稱非限制性最佳化模式；反之，當變數值有上、下限或目標函數需要滿足次要目標時，稱限制性最佳化模式。
2. 單變數與多變數：當變數 x 向量為一個分量時，稱為單變數最佳化模式；變數 x 向量不只一個分量時，稱為多變數最佳化模式。
3. 連續、不連續與離散變數：當變數在某設計值範圍內稱為連續變數；在不同區間考慮不同函數關係的變數稱為不連續變數；若以數量、規格、尺寸或二選一等方式為設計因子，稱離散變數，如圖 2-2。

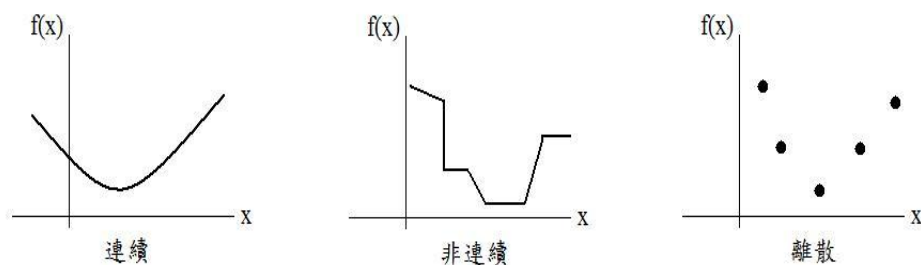


圖 2-2 單變數模式(改繪自 Reklaitis et al., 1995)

4. 單目標與多目標：單目標最佳化模式，如 2.1.1 節說明工程最佳化演算法的數學架構的效能規範，也就是無論有多少個最佳化目標，目標函數只考慮一時，稱之；相對的，當目標函數代表不只一個最佳化目標時，稱多目標最佳化模式。
5. 線性與非線性規劃：當目標函數與限制條件兩者為線性模式且 x 為連續變數，稱之為線性規劃(Linear Programming, LP)問題；若目標函數為非線性則稱非線性規劃(Nonlinear Programming, NLP)。

除了上述常見五種分類外，還可以更細部地將最佳化法架構不同要件，組合起來分類成更多型態。另外一種特殊分類為靜、動態問題，其主要不同在於：當要求變數 x^* 是否為最佳解時，稱靜態最佳化問題；而動態問題則是要如何找出最佳解，關於動、靜態問題在 2.2.2 節有詳細的說明。

2.2 最佳化演算法

2.2.1 最佳化的演算法的發展

最佳化演算法的應用無所不在，涵蓋了各種學科與專業領域，甚至是日常生活中的問題，如財務分配的規劃、送貨員問題等都是其應用。在大地工程領域中，各種正向與反向的問題只要能適當的定義成數學模式後，也都能應用最佳化演算法求取最佳解。

傳統最佳化演算法清楚的定義，經過不斷的數值分析與疊代可得到最適的結果。因此傳統最佳化演算法需要有數學的基礎，如向量與矩陣的運算、微積分、線性代數等。

最佳化演算法的源起可追溯至 Newton、Lagrange 與 Cauchy 的年代，而後由 Bernoulli、Euler、Lagrange 與 Weirstrass 奠定利用變分學 (Calculus of Variations) 方法處理最佳化問題的基礎。由於最佳化計算過程耗時，在二十世紀中期前發展緩慢，直到電腦問世之後，計算耗時的問題才得以解決。之後發展出一系列與線性規劃 (Linear Programming) 相關之方法。在 20 世紀末，最佳化演算法結合了人工智慧的啟發式演算法問世，如基因演算法 (Genetic Algorithms)、類神經網路法 (Neural Network Method) 等。最後近年來發展出一系列擬生的啟發式演算法，如螞蟻族群演算法 (Ant Colony Optimization, ACO)、粒子群法 (Particle Swarm Optimization, PSO) 等。

2.2.2 常見最佳化演算法

最佳化演算法發展至今，根據求解方式可分為傳統最佳化演算法與啟發式最佳化演算法，這個小節主要介紹運用較多數學技巧的傳統最佳化演算法。在介紹簡單的傳統最佳化演算法前，先以分析變數目的之靜、動態問題為兩大主體分類，並參考 Reklaitis 等人(1983)之文獻，整理介紹如下：

1. 靜態問題：判斷在區域內給定之變數值 x^* 是否為最佳解(一般都可表示為最小值方式求解)。在此只簡略介紹數學判斷方法與求最佳解的基本數學概念。假設函數 f 是二次可微分，若要滿足 x^* 為區域內極小值，則 f 在 x^* 處的一階與二階微分須滿足充分和必要條件。

必要條件：

$$\nabla f(x^*) = 0 \quad (2-2)$$

$$\nabla^2 f(x^*) = H(x^*) \geq 0 \quad (2-3)$$

充分條件：

若 $\nabla f(x^*) = 0$ 且 $H(x^*) > 0$

$$\text{其中 } H(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{pmatrix}, \text{ Hessian 矩陣。}$$

2. 動態問題：以最佳化方法和運用數學技巧等方式來找出或求得最佳解 x^* 。

其概念就是給定初始值或初始條件，循序漸進的推導或在問題範圍內做搜尋的迭代方式，直至求得最佳解或滿足最佳化條件為止。

而實際應用之問題多屬動態問題，動態問題中又可依變數量分為單變數與多變數問題，發展出的方法種類繁多，在此不多做贅述，其中一種方法：最陡坡降法(Steepest Descent Method)，本研究在修改版本的和弦搜尋演算法會應用此方法的概念，此法的主要精神是利用函數的一階導數配合一個與目標函數差值有關之係數來決定下一次迭代的移動方向與移動大小。

無論是哪種最佳化演算之數學方法，依搜尋過程所需運算的目標函數導數項次可簡單分為，零次法、一次法、二次法…、高次法，而工程最佳化之問題大部份只需計算至二次導數就可解決。除零次法外，基本上都要運算複雜的導函數值，且導數方法的限制為導數值要存在或連續等假設情況下才能使用。儘管這些方法在數學上的理論求解架構相當有系統性，或是所得到的最佳解符合理論最佳解或是極逼近最佳值，但於實際問題上的應用上可能不是單純假設或簡化可以求解的，比如：大規模的NP-complete問題(代表問題之一就是售貨員問題，此類問題隨著變數增加，計算量不只隨冪函數遞增，甚至可能成呈指數遞增)，需要大量計算時間同時需儲存大

量計算產生數值，因此必須考慮電腦或計算機的計算效率和記憶體大小。因而近年來由最佳化演算數學方法中之零次法，逐漸發展出一系列所謂之「啟發式最佳化演算法」(Heuristic optimization algorithms)，可依問題特性來設計，並能在有效計算時間內求出可被接受的近似最佳解。

啟發式演算法結合了隨機搜尋演算法的優點(如：能跳脫出，陷入局部性搜尋的困境、比較不會有數值計算上的問題產生、搜尋原理簡單和能有效搜尋到最佳解附近區域)與直接搜尋方法的優點(如：能使用當前或之前的計算值資料，類似使用者能夠考慮以往的經驗來決定下一次迭代的設計值一樣、加快收斂速度…等)。

傳統啟發式最佳化演算法的搜尋方法通常是，先利用貪心法則(Greedy Approach)在短時間內將問題範圍縮小至最佳解附近區域，並得近似起始點，接著再以局部最佳化方法來改善此近似值。而一般常見的啟發式最佳化演算法有：遺傳演算法(Genetic Algorithm, GA)、模擬退火法(Simulated Annealing, SA)、禁忌搜尋法(Tabu Search, TS)…等最佳化演算法，此部分在接續的 2.3 節有介紹。因此，接下來就對傳統數學最佳化演算法與啟發式最佳化演算法之優缺點做比較。

2.2.3 最佳化演算法之優缺點

由 2.2.2 節可知，傳統最佳化演算法求解過程一般順序是：先給定起始值和初始條件，以數值方法或技巧決定下一個搜尋點的移動方向和步長大小，漸漸地縮小搜尋範圍並趨近鄰近的最佳解的求解法；相對的啟發式最佳化演算法的求解方式，則是在整個問題系統中做有系統性的隨機搜尋，直到滿足設計者期盼的目標值或目標條件為止。以下對傳統最佳化演算法與啟發式最佳化演算法，在設計或求解上之優、缺點比較如表 2.1。

表 2-1 傳統與啟發式最佳化演算法之比較

	優點	缺點
傳統最佳化演算法	演算法之參數設定簡單	主觀性給定起始值
	適用簡化或假設性問題	需計算導數資料
	以導函數搜尋之迭代次數少	需記憶體儲存導數資料
	不需嘗試各種情況	屬區域性搜尋之局部最佳解
		實際應用的限制相當多
		適用範圍小
啟發式最佳化演算法	簡單搜尋概念求解	主觀性設定終止搜尋條件
	不用給定起始值	演算法參數的設定需經過測試
	不需繁雜的數學式	才能得到適用的參數值
	全域性搜尋	隨機搜尋之迭代方式，其迭代
	能跳脫局部解情形	次數比能使用函數之導數搜尋
適用範圍廣	方法多。	

2.3 啟發式演算法

啟發式最佳化演算法，是以理論概念將最佳化問題表示成一系列的設計變數，配合模擬自然界現象等最佳化策略，啟發我們設計演算法架構，並考慮先前搜尋結果來引導下一次迭代，以隨機方式而非以導函數資料來改善最佳解的演算法，此演算法兼顧 Intensification 與 Diversification 之特性，概念類似工程上探測(Exploration)與鑽探(Exploitation)，能克服傳統最佳化演算法計算上的缺陷。

在介紹常見的啟發式演算法前，必須先瞭解演算法的主要精神，從 Yang(2009)可知啟發式演算法的搜尋精神主要是由兩個元素構成：Intensification 與 Diversification。而此兩元素權重對於求解的優劣效率有相當重要性，比較如表 2-2(改自康詩凰(2011))。

表 2-2 Intensification 與 Diversification 之比較

比較	翻譯	比喻	值域	解	效率
Intensification	加強版	開發	局部	收斂	快
Diversification	多樣化	探測	整體	發散	慢

2.3.1 常見啟發式最佳化演算法

啟發式演算法與一般數值最佳化演算法最大不同在於求解方式為有系統的多次隨機搜尋直到達目標條件為止，而非以計算導數方式求解。相較於隨機搜尋，啟發式演算法並非是盲目的隨機產生新的解，而是透過模擬自然界生物的行為來引導搜尋解的方向。

這類方法最大優點是：求解效果佳，且相對於傳統求解最佳化法上，較不受限於如何適當選取初始值的問題，並以隨機方式搜索得到的解較靈活、較能跳脫局部解情形，因此也不用記錄求解過程大量函數導數資料，應用範圍也較廣。以下簡單介紹一些常見的啟發式最佳化演算法：遺傳演算法、模擬退火法、禁忌搜尋法、螞蟻族群演算法、粒子群法、和弦搜尋演算法。

1. 遺傳演算法(Genetic Algorithms, GA)

又稱基因演算法，由 John Holland 在 1975 年以達爾文進化論的「物競天擇，適者生存」所發展的一種搜尋演算法，這是最早出現的啟發式演算法，當時克服了許多傳統最佳化演算法的缺陷。此法是模擬生物過程對環境的適應能力，適應力高者，表示生存能力強，因此遺傳給下一代的機率相對較大。

搜尋步驟：

1. 先將變數進行編碼(Encoding)，以二位元或實數方式表示成染色體和基因的形式。
2. 定義目標函數與基因選擇的準則。
3. 隨機產生一組初始族群(Population)，並評估初始族群中，由不同染色體組成所代表的個體，即求函數值，並有各別被選取的機率大小。
4. 接著運用遺傳演算法三個運算元，進行基因的選擇(Selection)與複製(Reproduction)、交配(Crossover)和突變(Mutation)，產生下一代新的一組族群以改善當前的族群。
5. 重復更新直到到達目標為止。

方法特性：

適用於各種型態之問題，如：連續或不連續、線性或非線性、靜態或動態等問題，應用上比較不受限。此方法最大的缺點在於需將變數進行編碼與定義基因的遺傳準則，儘管如此，基因演算法仍是一套被廣泛使用的啟發式演算法。

2. 模擬退火法(Simulated Annealing, SA)

主要是 Kirkpatrick 等人在 1983 年提出，以 Metropolis 等人在 1953 年以蒙地卡羅的統計機率觀念，模擬分子在高溫狀態下，分子隨機散佈在範圍空間中移動，逐漸冷卻的行為。

搜尋步驟：

1. 定義初始溫度以及變數之初始值。
2. 設定最後的收斂溫度與迭代次數。
3. 定義冷卻準則(即接受機率，會隨溫度降低而變小)。
4. 接著在初始值附近找出一個新設計點目標值，判斷新設計值是否小於當前值，若是的話就取代當前值，否則就以隨機亂數判斷是否接受此設計值
5. 重複更新直到到達目標為止。

方法特性：

模擬退火法相較於傳統最佳化法能跳出局部解，是因為允許搜尋過程也可接受目標值較高的設計點。缺點為當設計問題的溫度區間太大時，所需計算的時間久。應用上，適用不連續的問題。

3. 禁忌搜尋法(Tabu Search, TS)

Glover, 1986 年以模仿記憶方式所發展的一種最佳化演算法。記憶之前搜尋結果以避免陷入局部解，也稱輔助式啟發性演算法。

搜尋步驟：

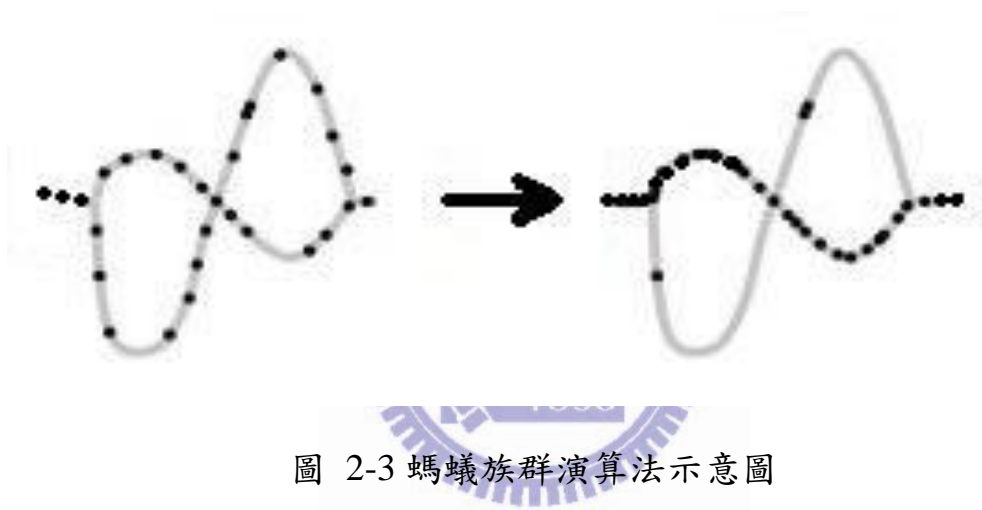
求解步驟與 SA 類似，搜尋概念一樣為選定一起始點，接著在起始點附近，隨機搜尋不在短期記憶之禁忌列表(Tabu List)中的下一個移動點，如果目標值比原本的點還差，則將此點加入禁忌列表並繼續搜尋，如目標值比原本的點好，則將原本的點加入禁忌列表並且往新的點移動若有則取代之，重複此步驟直到滿足終止條件止。

方法特性：

與 SA 相同要決定一起始點；短期記憶量越大，越不會陷入局部解，相對地，要儲存整個記憶列表的容量也會隨之變大；雖可利用長期記憶提升搜尋的多樣化，但全域性搜尋能力尚不足；應用上，特別適用工程管理方面問題。

4. 螞蟻族群演算法(Ant Colony Optimization, ACO)

Dorigo 等人於 1991 年由觀察螞蟻群覓食所發展的演算法，螞蟻搬運食物回程時，會分泌一種荷爾蒙的費洛蒙(Pheromone)，且荷爾蒙濃度會隨時間消散蒸發，其他螞蟻可依不同濃度大小之路徑機率選擇覓食路徑，依此方式重覆至最後，可發現幾乎所有螞蟻都走同一條接近最短路徑，如圖 2-3。



搜尋步驟：

1. 定義目標函數。
2. 定義費洛蒙濃度消散率。

$$\phi_{ij}^{t+1} = (1 - \gamma)\phi_{ij}^t + \delta\phi_{ij}^t \quad (2-4)$$

ϕ_{ij}^t 是位於 i, j 路徑上的費洛蒙數量。

γ 為費洛蒙的蒸發系數， $\gamma \in [0,1]$ 。

$\delta\phi_{ij}^t$ 為螞蟻移動後釋放的費洛蒙數量。通常 $\delta\phi_{ij}^t \propto 1/L$ ，如果路徑上沒有螞蟻經過，則 $\delta\phi_{ij}^t = 0$ 。

3. 透過位置移動公式決定螞蟻下一次移動點的位置：

$$p_{ij} = \frac{\phi_{ij}^{\alpha} d_{ij}^{\beta}}{\sum_{i,j=1}^{n_d} \phi_{ij}^{\alpha} d_{ij}^{\beta}} \quad (2-5)$$

α 與 β 為費洛蒙影響因子，通常皆設定為 2。

d_{ij}^{β} 是路徑 i,j 上的費洛蒙初始值，通常 $d_{ij}^{\beta} \propto 1/S_{ij}$ ， S_{ij} 為路徑距離。

4. 重複更新直到到達目標為止。

方法特性：

適用問題規模，廣特別適用路線規劃方面問題，於簡單問題可在短時間得相近之最佳解，而複雜問題則比其他演算法更能得較好的解；缺點為實際應用時需將問題轉換成路徑方式表示。而影響最大的是路徑選擇的機率與費洛蒙更新的參數設定，決定是否能搜尋成功的關鍵。

5. 粒子群法(Particle Swarm Optimization, PSO)

由 Kennedy 和 Eberhart 在 1995 年提出，與 GA 與 ACO 一樣是以群體為基礎所發展的一種最佳化演算法，模擬鳥群或魚群在空間中覓食的社會行為，但是粒子群法相較之下概念簡單許多，不需要用到突變與交配運算元，也不需要用到費洛蒙濃度，取而代之的是用空間中的距離與空間中粒子群互相的溝通。

搜尋概念為將個體視為粒子，一開始隨機產生各粒子的初始位置和初始速度；計算出表示各粒子適應力的函數值；接著每顆粒子會依本身經驗與直覺，在範圍空間內移動至覺得較佳的位置，即產生修正的速度與對應位置，比較函數值是否比當前好；當群體中有更佳的函數值時，粒子之間會相互溝通，並引導各粒子漸漸地往當前所謂的全體最佳解移動；依此方式不斷產生新的位置和速度直到滿足終止條件為止。

搜尋步驟：

1. 定義目標函數。
2. 隨機產生 n 個粒子與其初始位置和初始速度，計算每個粒子的目標函數值。
3. 每顆粒子產生新的速度並移動到新的位置(2-6 式)，並比較函數值是否比當前好，如比較好則取代粒子當前的目標值以及其位置。

$$v_i^{t+1} = v_i^t + \alpha\epsilon_1 \cdot [g^* - x_i^t] + \beta\epsilon_2 \cdot [x_i^* - x_i^t] \quad (2-6)$$

ϵ_1 與 ϵ_2 為介於0~1間的隨機值;

g^* 為當前全域性目標函數最佳值;

x_i^* 為第*i*個粒子的目標函數最佳值， $i=1\sim n$;

α 與 β 為設計參數，通常皆設定為2。

4. 當每顆粒子更新完當前的目標值之後，再判斷每個粒子更新後的目標值是否比原本群體的最佳目標值好，如比其好則取代之。

5. 重複更新直到到達目標為止。

方法特性：

考慮當前解群體的資訊；適用領域相當廣，大多情況下比GA收斂快，特別是對於動態系統提供了一個高適應性的最佳化方法；各粒子擁有各自的記憶與判斷力；屬於區域與全域共同評估的搜尋法。

6. 和弦搜尋演算法(Harmony Search, HS)

2001年由 Geem 等人所提出發表，為一種進化版的啟發式演算法，發展至今已有 10 年之久。此方法模擬音樂家們使用不同樂器一起即興演奏下，每位音樂家各自記憶所彈奏的曲調，並藉由每次合奏後來調音，因此，經過數次的即興演奏後所演奏的音樂會越來越和諧、越美妙，依此種方式產生的最佳演奏概念來求解，稱和弦搜尋演算法，如圖 2.4。

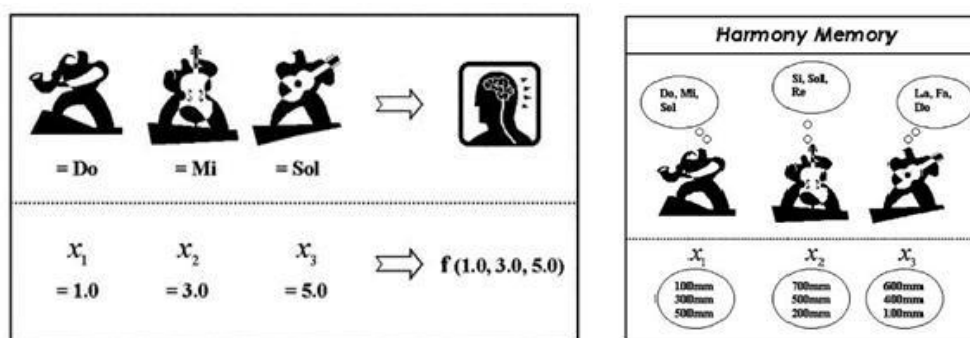


圖 2-4 HS 模擬與設計變數對照圖(Lee & Geem, 2005)

搜尋步驟：Geem (2010)說明最先進的 HS 演算法架主要分成 7 大步驟

步驟 1: 問題公式化(problem formulation)

步驟 2: 參數設定(algorithm parameter setting)

步驟 3: 隨機產生初始記憶(random tuning for memory initialization)

步驟 4: 改善和弦：隨機選取、考慮記憶與調音 (harmony improvisation : random selection, memory consideration, and pitch adjustment)

步驟 5: 記憶更新(memory update)

步驟 6: 滿足終止目標(performing termination)

步驟 7: 終曲(cadenza)

一開始將問題以數學模式表示，即公式化；接著給定參數值或相關參數設定後；以完全隨機模式產生一組解(和弦)作為初始和弦記憶向量(HM)，以上(步驟 1~3)歸類為問題的初始化，如圖 2-5；接下來(步驟 4~6)為問題的搜尋方式，設定演算法參數之機率(HMCR、PAR、bw)後隨機產生一個解(和弦)；此新產生的和弦若是比 HM 中任一個好，則剔除最差者並取代之；接著一直重複步驟 4、5 直至達終止目標為止。步驟 7 類似樂曲接近結尾的一段裝飾奏，將最佳解(和弦)再做一次演奏或修飾後來收尾。演算法完整流程表示如圖 2-6。

假設搜尋解區間為一群離散的值(即 bw 為定值)，形式如 $\{D_i(1), D_i(2), \dots, D_i(k), \dots, D_i(K_i)\}$ ，在改善和弦階段中分三種方式產生新和弦，分別是隨機選取(式 2-7)、考慮記憶(式 2-8)與調音(式 2-9)，而決定以哪種方式產生新和弦是以和弦記憶比率(Harmony Memory Considering Rate, HMCR)與調整比率(Pitch Adjusting Rate, PAR)控制，並以兩者參數關係來改善最佳化搜尋，其中第三種產生和弦的調音方法，其調整量的大小為 bw(Bandwidth)，三種產生新和弦之概念如圖 2-7。

方法特性：

離散、連續或不連續變數均能使用；不用給定初始值；較不受區域性限制；原理簡單，使用容易；搜尋解的量不會因變數量增加而大幅度上升。

$$D_i^{New} \leftarrow D_i(k), D_i(k) \in \{D_i(1), D_i(2), \dots, D_i(K_i)\} \quad (2-7)$$

$$D_i^{New} \leftarrow D_i(l), D_i(l) \in \{D_i^1, D_i^2, \dots, D_i^{HMS}\} \quad (2-8)$$

$$D_i^{New} \leftarrow D_i(l \pm 1), D_i(l) \in \{D_i^1, D_i^2, \dots, D_i^{HMS}\} \quad (2-9)$$

$$\mathbf{HM} = \left[\begin{array}{cccc|c} D_1^1 & D_2^1 & \dots & D_n^1 & f(\mathbf{D}^1) \\ D_1^2 & D_2^2 & \dots & D_n^2 & f(\mathbf{D}^2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ D_1^{HMS} & D_2^{HMS} & \dots & D_n^{HMS} & f(\mathbf{D}^{HMS}) \end{array} \right]$$

圖 2-5 隨機產生初始和弦記憶

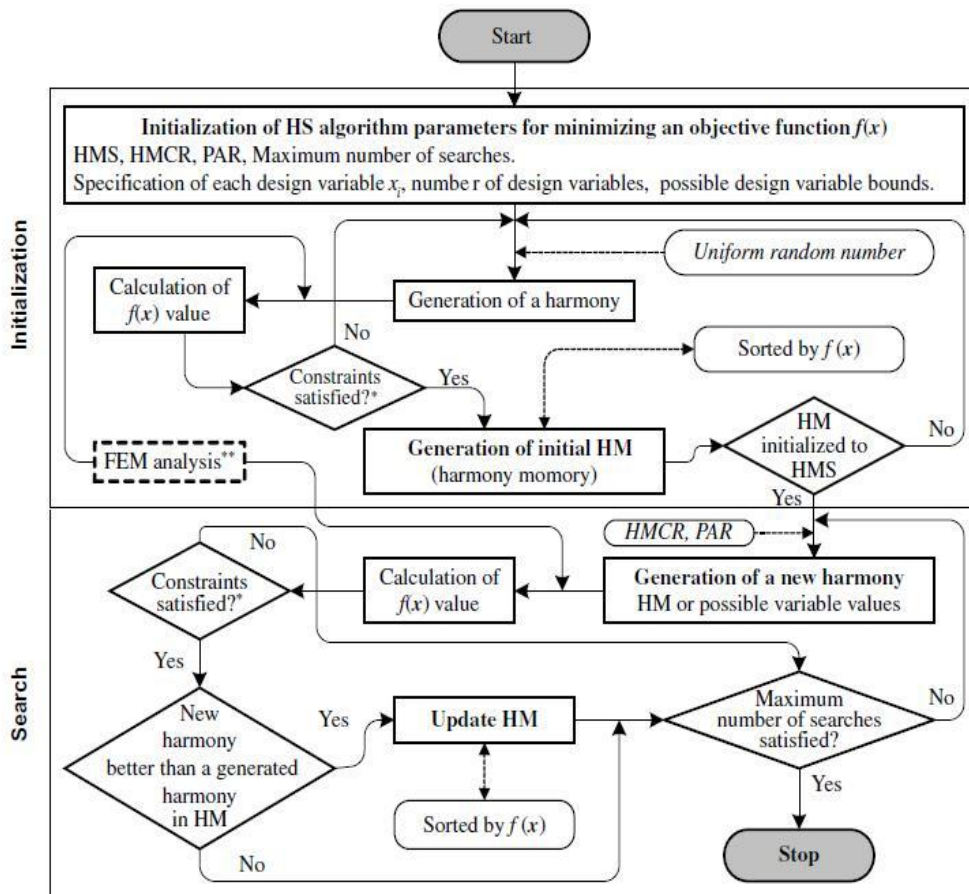


圖 2-6 和弦搜尋最佳化演算法流程圖(Lee & Geem, 2005)

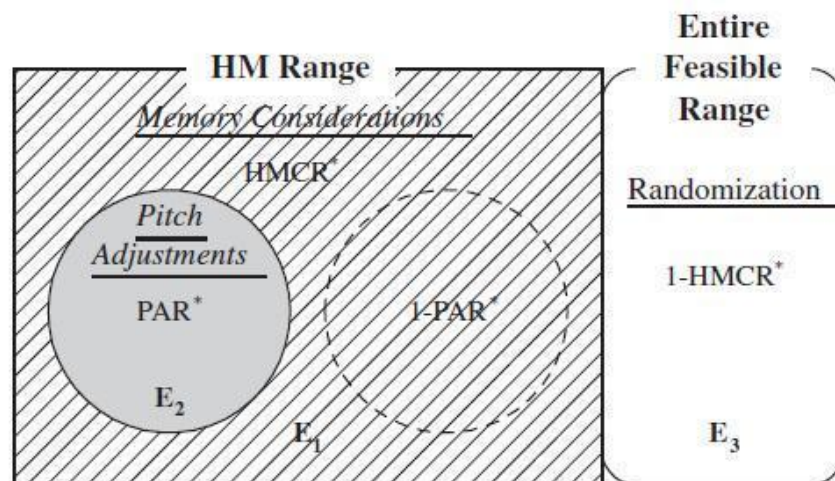


圖 2-7 新和弦產生之概念(Lee & Geem, 2005)

Geem 等人(2009)將和弦搜尋演算法加入了粒子群法的概念(藉由群體中當前的最佳粒子來引導群體的往最佳解移動)，與原版本之差別為選取 HM 產生新的和弦時加入一 PSR(Particle Swarm Rate)機率參數判斷考慮是否要選取當前 HM 中目標值最佳的和弦。

此外 Geem 等人(2010)又針對和弦搜尋演算法提出了一套參數自由設定的方法(Parameter-setting-free technique)，主要的目的是將原本為定值的 HMCR 與 PAR 調整為可隨迭代次數改變，此方法包含三個步驟：

(1) Random tuning：與原版和弦搜尋演算法相同，隨機產生與和弦記憶大小 (HMS)一樣多的初始和弦記憶，如圖 2-5。

(2) Rehearsal：利用初始的 HMCR 與 PAR 產生 m 倍 HMS 的新和弦(一般設定初始 HMCR 與 PAR 為 0.5，HMS 為 30，m 為 3)，並額外設置一個與 HMS 大小相同的記錄矩陣，記錄每次產生新和弦時的操作為隨機產生、選取和弦記憶或是調音產生，如圖 2-8。

(3) Performance：在每次迭代前利用式 2-10 與式 2-11 計算出 HMCR 與 PAR 以產生新和弦，如果新和弦有更新 HMS，則同步更新記錄矩陣。

$$HMCR_i = \frac{\text{Numbers}(y_i = \text{Memory})}{HMS} \quad (2-10)$$

$$PAR_i = \frac{\text{Numbers}(y_i = \text{Pitch})}{HMS} \quad (2.11)$$

$$\begin{bmatrix} y_1^1 = \text{Random} & y_2^1 = \text{Pitch} & \dots & y_n^1 = \text{Memory} \\ y_1^2 = \text{Memory} & y_2^2 = \text{Memory} & \dots & y_n^2 = \text{Pitch} \\ \vdots & \dots & \dots & \dots \\ y_1^{\text{HMS}} = \text{Memory} & y_2^{\text{HMS}} = \text{Random} & \dots & y_n^{\text{HMS}} = \text{Memory} \end{bmatrix}$$

圖 2-8 Rehearsal 產生之記錄矩陣(Geem 等人,2009)

此方法與原版和弦搜尋的差異在隨機產生和弦記憶後，透過 Rehearsal 的步驟來調整 HMCR 與 PAR 以產生新的和弦記憶，在面對各種實際問題時，若無明確待參數的 HMCR 與 PAR 的設定指標時，此方法可有效解決此問題。

啟發式最佳化演算法除了上述的方法外，近年來也發展出許多模擬生物行為的啟發式演算法，如：Bee Algorithms(BA)、Bat Algorithms (BA)、Firefly Algorithms(FA)...等，此類方法搜尋的概念類似，因此接下來介紹目前實際應用成功較多的 Firefly Algorithms。

7. 螢火蟲演算法(Firefly Algorithms, FA)

此演算法為 Yang 在 2007 年所提出，透過模擬螢火蟲利用閃爍的螢光吸引異性的行為所發展的演算法。

搜尋策略：螢火蟲在吸引異性時，會閃爍螢光，而螢光的強度除了與自身的發光強弱有關外，與其他螢火蟲間的距離也有關係，因此當一隻螢火蟲要尋找，另外一隻異性螢火蟲時，起初可能相距太遠因此採隨機飛行方式尋找，當兩隻螢火蟲靠近時可以透過閃爍的螢光吸引而尋找到目標。

方法特性：由於此方法是在問題的解集合空間中平均散佈 N 隻螢火蟲，再開始做搜尋，不會有陷入局部解之問題，收斂速度快。適用問題範圍廣，離散與連續的函數皆可使用。其主要控制因子為螢光的強度(式 2-12)：

$$I = I_0 e^{-\gamma r} \quad (2-12)$$

I_0 為螢光源之強度， I 為螢光傳遞距離 r 後的強度， γ 為光吸收率。

可看出只要當離目標直越近時， I 的值就會越大，收斂速度快，如果當散佈於解集合空間的螢火蟲不夠多時，容易錯過全域性的最佳解，因此如何在此兩參數間做平衡是搜尋是否成功的關鍵。

在介紹完上述幾種常見的最佳化演算法後，從先前介紹的啟發式演算法可知 Intensification 與 Diversification 對於求解的優劣效率有相當重要性，Yang (2009)整理幾個常見的最佳化演算法(SA、ACO、PSO、FA、HS) 比較 Intensification 與 Diversification 之主控參數與說明如表 2-3。

表 2-3 Intensification 與 Diversification 主控參數與 5 個演算法說明

	控制參數	Intensification	Diversification
SA	溫度	趨近設定低溫	高溫高能狀態
ACO	費洛蒙濃度、蒸發率	螞蟻分泌費洛蒙，依濃度選擇路徑機率	隨機行走
PSO	位置、速度	粒子本身經驗與群體判斷	隨機排列
FA	距離	螢火蟲發光相互吸引	隨機飛行
HS	記憶率、調音率	音樂家記憶(寫譜)	隨機的機率取樣

2.3.2 啟發式演算法的發展方向

啟發式最佳化演算法於工程上的應用範圍相當廣泛，在實際應用時，不論是在何種領域，最終都是透過轉換成數學式後以最佳化方法求解。由於不同的演算法適用於不同的問題型態，而要為某些問題而發展出一套演算法相較修改既有演算法困難許多，因此後續研究中，許多學者嘗試改善與修正原有的演算法，以增加其研究之演算法的適用性與搜尋效率，相關文獻如下：

1. Mahdavi 等人 (2006) 針對 HS 搜尋過程之調音參數(PAR、bw)做動態修改，並以例子比較和驗證其有效性。
2. Cheng 等人(2007b) 選出 6 個常見的最佳化方法對應用於邊坡穩定分析問題深淺適用性做比較—SA、GA、PSO、HM(SHM、MHM)、TS 與 ACO，如表 2-4。

表 2-4 六個常見最佳化方法適用性比較

問題複雜性	適用方法
一般~簡單(變數 <20)	每種方法都適用，以 HS 和 GA 最有效。TS 和 ACO 視問題而定。
一般~簡單(變數 >20)	MHM 和 PSO，求解時間不因問題複雜程度不同而太大變化。
更複雜或大量變數	PSO。
有軟弱薄層	PSO。
特殊作用情況	收斂較易失敗，SA 和 PSO。

3. Gao 等人(2009)提出兩個修正 HS 方法，可用來處理多模式型態和限制性之最佳化問題。第一種是以魚群演算法為靈感來使用 HM 處理多重模式型態之問題；第二種則是直接處理限制條件，最後以相關例子來模擬並驗證此兩種修正方法。
4. Jiang 等人(2010)，結合 HS 之特色用以改善 SA 退火速度，主要方式是將 HS 所產生的新解，當作 SA 之初始條件狀態去搜尋，並以一些常見的最佳化數學式測試，結果顯示改善後的 SA 收斂速度比原始 SA 和其他演算法快。
5. Mukhopadhyay 等人(2008)以統計分析方式推導並證明母體變異數 (Population-variance)與 HS 搜尋解之性能，並做一些參數探討。
6. Wang 和 Huang(2010)，說明 HS 應用範圍相當廣泛，但有些困難之處在於如何選擇適當的參數值，因此用一些數學技巧使參數值也能有經驗性的隨迭代過程變化，並與原始 HS 和一些改良的 HS 方法比較，其結果是更好的。

2.4 小結

本研究之目的為應用最佳化演算法於大地工程相關問題，而從 2.3.2 節可知，可透過修改既有的演算法提高演算法的適用性與搜尋效率，因此從 2.3.1 節介紹啟發式演算法中挑選適用性高的做修改，首先排除 GA、ACO 兩種方法，因為 GA 需先將問題變數編碼，而 ACO 需將問題轉換成路徑方式表示，接著 SA 與 TA 則受限於問題的搜尋區間大小，因此也排除在外，最後考慮 PSO、FA 與 HS 三種方法，PSO 是以當前最佳解來引導其他解移動的方向，相較於 HS 整體的隨機搜尋性較差，FA 則是先將所有可能解均勻散布於解的空間，再快速收斂至最佳解的區域，但是相較於 HS 收斂的參數設定較複雜，且 Geem(2010)提出的參數自由設定的和弦搜尋演算法 (PSF-HS) 相較於 PSO 與 FA 更能有效控制搜尋的 Intensification 與 Diversification，因此本研究選用和弦搜尋演算法來做修改，最後為了提高收斂速度，在和弦搜尋演算法趨近收斂階段時，會改以傳統最佳化演算法中的最陡坡降法做計算以提高收斂速度。

除了和弦搜尋演算法的修改，也會對演算法的參數設定跟搜尋效率與搜尋次數的關係做研究，期望能改善和弦搜尋演算法於實際應用時的缺點，進而應用於複雜的大地工程問題。

第三章 研究方法與規劃

本研究之主要內容為修改一已存在之演算法作為本研究之最佳化方法，並以有解析解之數學問題做驗證，再將此最佳化方法應用於實際案例，最後針對實際應用時演算法參數與問題待參數之關係做探討。

3.1 電腦輔助程式與最佳化方法之選擇

本節介紹求解最佳化問題所用之最佳化方法與求解最佳化演算計算過程常用之電腦語言或程式平台(如：Fortran、C++、MATLAB…等)，由於本研究之主要目的為最佳化演算法的改善，於實際應用時，於邊坡穩定分析選擇模式較單純的問題測試，因此只需選用 MATLAB 來當作其運算之工具，於新山壩滲漏問題選用地工分析軟體 FLAC，並以 MATLAB 作為主控程式進行和弦搜尋最佳化演算法之計算。

3.1.1 MATLAB 計算軟體

MATLAB 是 MATrix LABoratory 的簡稱，為一功能強大的數學運算軟體，也是一套專為工程和計算所設計的高效率電腦計算軟體。在科學計算程式設計上的優勢有：操作容易、平台獨立性、預設函式與特別功能的工具箱、和裝置無關的繪圖、使用者圖形介面、MATLAB 編譯器等優點。其中選用 MATLAB 為執行程式主要原因之一為：其具有獨立的 MATLAB 編譯器，此編譯方式可將原始 MATLAB 程式轉成獨立的執行檔。

3.1.2 FLAC 分析軟體

FLAC 代表 Fast Lagrangian Analysis of Continua，為美國 Itasca Consulting Group, Inc. 為大地工程及開挖工程所發展的一套數值分析軟體，採用顯式有限差分法求解，可應用在大地工程中基礎、邊坡穩定、隧道、水利工程、地質鑽孔、堤壩滲流或地震分析等相關問題。FLAC 應用於滲流方面問題上，能模擬流體在可滲透性介質中流動，除了可單獨模擬流動外也可與力學模式進行模擬，以表達流體-固體相互作用等情形。此外，此軟體可依使用者需要，選擇在指令視窗的驅動模式下或圖形介面驅動模式下執行，因此，本研究選擇 FLAC 為本研究執行滲流分析計算引擎。

3.1.3 最佳化演算法之選擇

本研究採用和弦搜尋演算法(HS)做修改，原因如下：

1. 原理簡單，使用容易；
2. 對於變數為連續、不連續或離散型均適用；
3. 搜尋次數不會因變數量增加而成指數增加；
4. 演算法之收斂與發散參數(HMCR)與解的改善(PAR)皆由一隨機機率控制，相較於其他演算法於實際問題應用時限制較少。

3.2 最佳化演算法之擬定流程

本研究最佳化演算法擬定流程分兩個部分詳述：3.2.1 節說明整個和弦搜尋演算法的修改過程；3.2.2 節介紹修改後的演算法於驗證分析時的問題選擇與如何定義收斂跟終止條件。詳細修改演算法參數設定則的流程會在第四章做完整的說明。

3.2.1 修改和弦搜尋演算法

從 Geem 等人於 2001 年發表和弦演算法至今已成功應用於各種不同領域的實際問題中，而 Geem 等人分別於 2009 年與 2010 年針對和弦搜尋演算法提出了 Particle-swarm harmony search(PS-HS)與 Parameter-setting-free harmony search algorithm (PSF-HS)，本研究採用 PSF-HS 之方法於第一階段分兩個部分做修改，首先第一部分為結合粒子群法的概念，在選取和弦記憶時選取當前目標函數值最好的和弦，接著第二部分為加入調音方向，透過每次更新和弦記憶時記錄是以調音產生的新和弦，根據紀錄結果於下次調音時決定新和弦的調音方向。最後再以 Geem 等人(2010)中 PSF-HS 的一個測試問題做驗證。

第一階段的測試問題屬於一離散(調音值固定)且不連續的問題，然而許多實際案例中之問題多屬連續性問題，故第二階段採連續性問題做測試，

以第一階段修改後之演算法做修改，又由於原版和弦搜尋演算法於連續問題之調音方法(調音時隨機產生一介於 $-bw \sim bw$ 之間的值)在收斂階段的改善有限，因此本研究嘗試在收斂階段加入數值微分的觀念，流程為一開始給定一固定的起始 bw 做演算，等到和弦記憶的值接近收斂時(收斂之定義於下一小節 3.2.2 有詳細說明)，再利用數值微分計算出下一次迭代用之調音值，讓整個演算法於最後收斂階段能快速收斂至目標函數值附近，相較於原版和弦收尋演算法的隨機產生的調音值，期望此法能夠在更短的時間內得到更精確的結果。調音方法修改前後之比較如表 3-1，原版之和弦搜尋演算法流程如圖 3-1，本研究擬定之最佳化方法之流程如圖 3-2。

表 3-1 調音方法修改前後之比較

	原版		修改版	
	不連續問題	連續問題	不連續問題	連續問題
調音值	bw	$-bw \sim bw$	bw	bw
數值微分	無	無	無	有

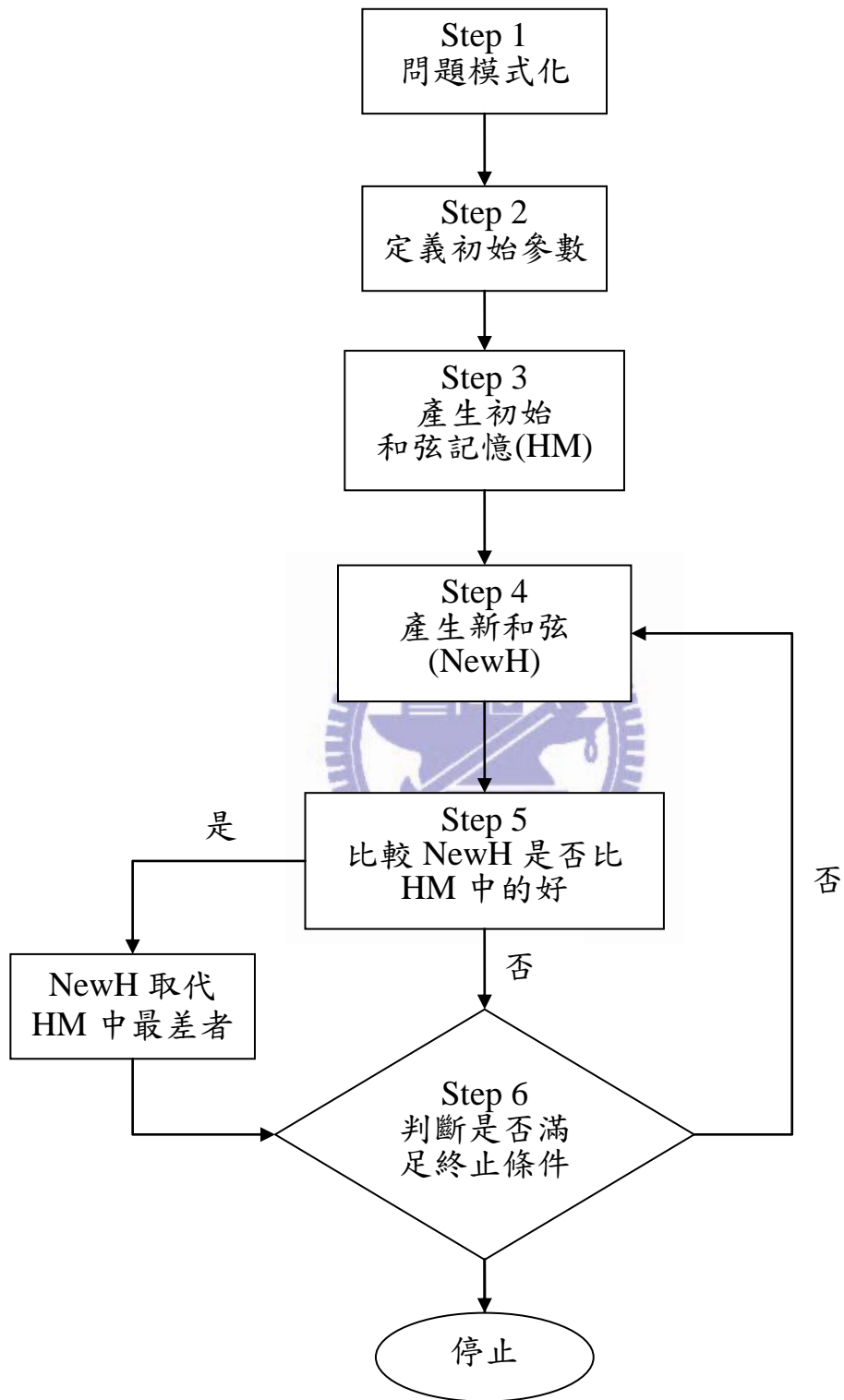


圖 3-1 原版和弦搜尋最佳化演算法流程圖

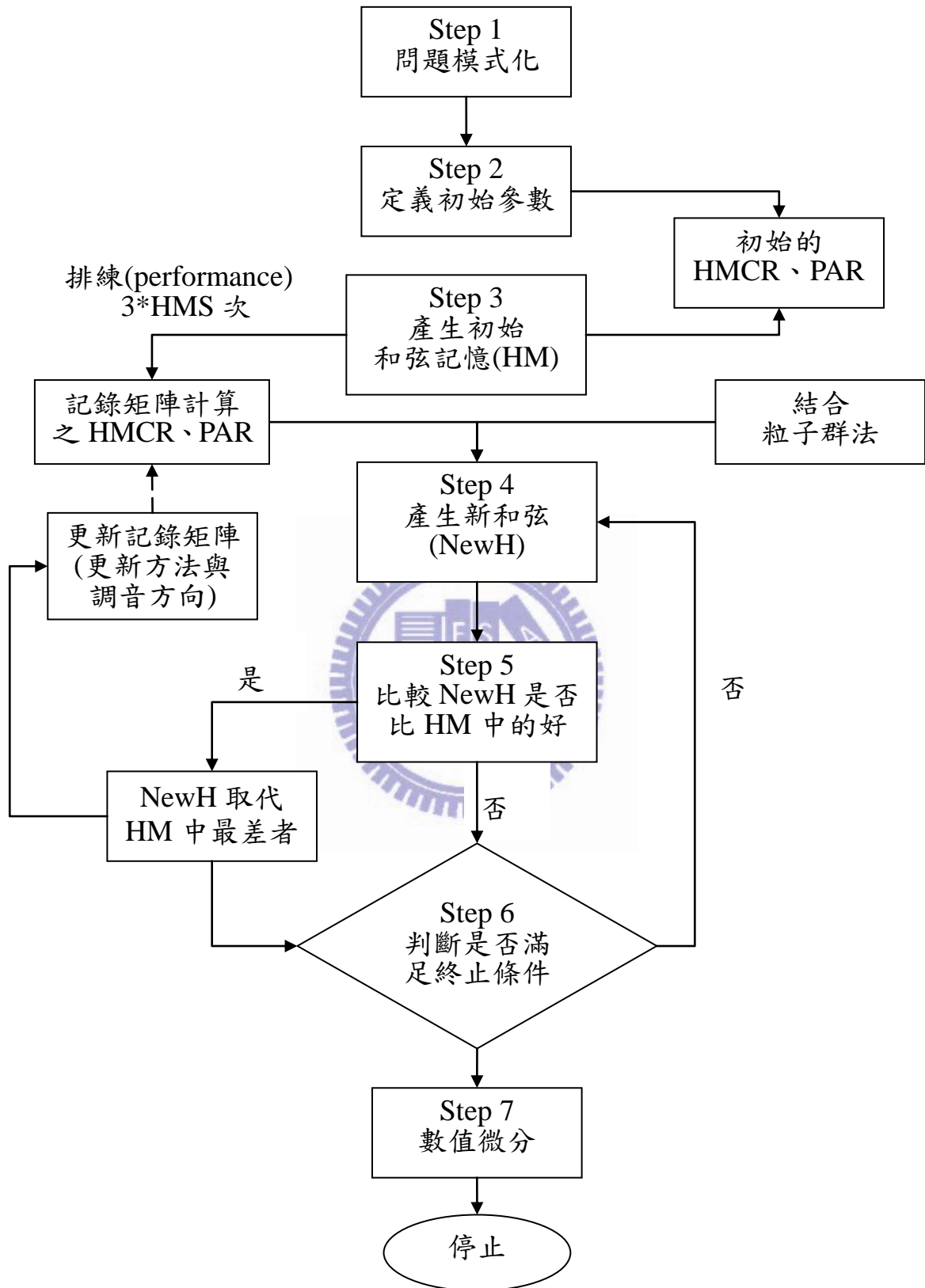


圖 3-2 修改後和弦搜尋(HS)最佳化演算流程圖

3.2.2 驗證分析之規劃

就本研究驗證分析之規劃，本節中分兩大部分說明之。第一部分為修改後方法與原版方法的收斂效率(在相同收斂準則下之結果)之比較，藉此比較修改後之方法與原版的優劣，此部分借用 Geem 等人(2010)論文中曾採用過之例題，以一不連續且搜尋解之區間為離散形態(即 bw 為一定值) 之問題做為驗證問題。由於許多問題是屬於連續性之問題，因此第二部分藉由一多目標連續函數，經可靠度分析比較各個版本的方法於收斂時與目標函數誤差之範圍，期能藉此驗證本研究擬定之最佳化方法比原版本方法的搜尋效率更好，搜尋解更接近真實解以及目標函數差值更小。

最佳化演算法必須清楚的定義終止條件(根據收斂準則或滿足最大迭代次數做判斷)，在傳統數學最佳化中是以收斂準則做判斷，是依據每次迭代後最佳解的改變量(殘差值)做判斷，必須知道以殘差值做判斷並不能保證搜尋的解是正確的，這是傳統數學最佳化會陷入局部解的原因之一，因此在啟發式演算法中嘗試加入數值微分的概念，在當前的解都往正確的方向移動時，加速演算法的收斂效果，如此可避免傳統數學方法會陷入局部解的情形。

由於目前本研究著重於方法的改進，因此於方法之驗證時選用有解析解的方程式做驗證，在經過多次的測試後，終止條件設定最大迭代次數為 1000 次，收斂準則為與目標函數真值之差值為判斷。

3.2.2.1 搜尋解為離散之不連續單目標問題

式 3-1 為 Geem 等人(2010)中 PSF-HS 的測試方程式。

$$\begin{aligned} \text{Minimize } f(x) &= \sum_{i=1}^5 (x_i - 1)^2 & (3-1) \\ x_i &\in \{1, 2, \dots, 10\} \end{aligned}$$

此問題之最佳解為(1,2,3,4,5)，Geem 等人(2010)的 PSF-HS 之測試結果如圖 3-3，圖 3-4，圖 3-5。由於此問題之解區間為離散形態，且 bw 為定值 1，因此終止準則為：

(1) 最大迭代次數 $N_{\text{maxsearch}} = 1000$ 。

(2). $\varepsilon = |f_{\text{obj_new}} - f_{(1,2,3,4,5)}| = 0$

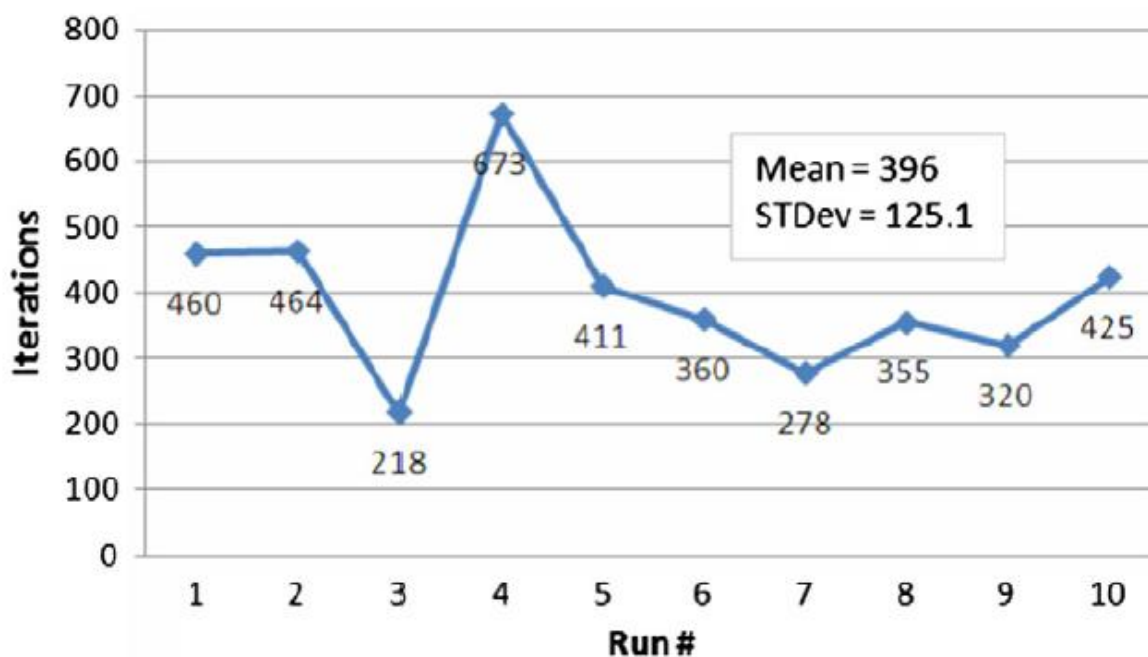


圖 3-3 PSF-HS 找到最佳解所需之迭代次數(Geem 等人,2010)

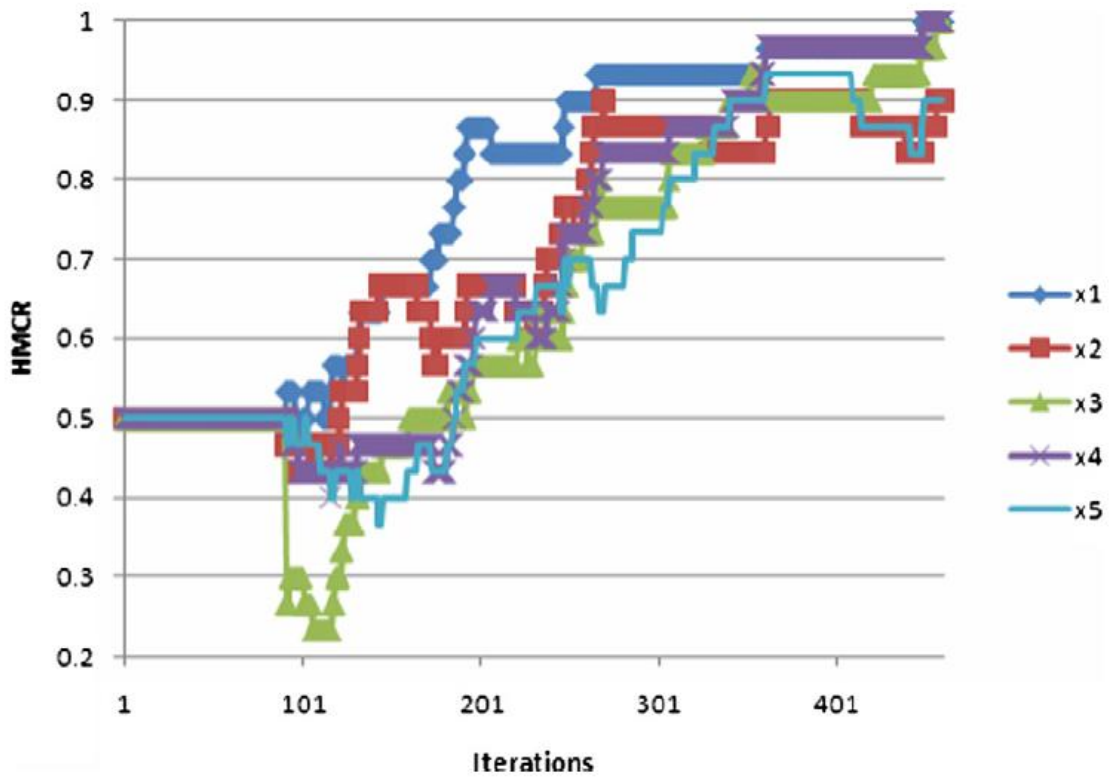


圖 3-4 HMCR 與迭代次數之關係(Geem 等人,2010)

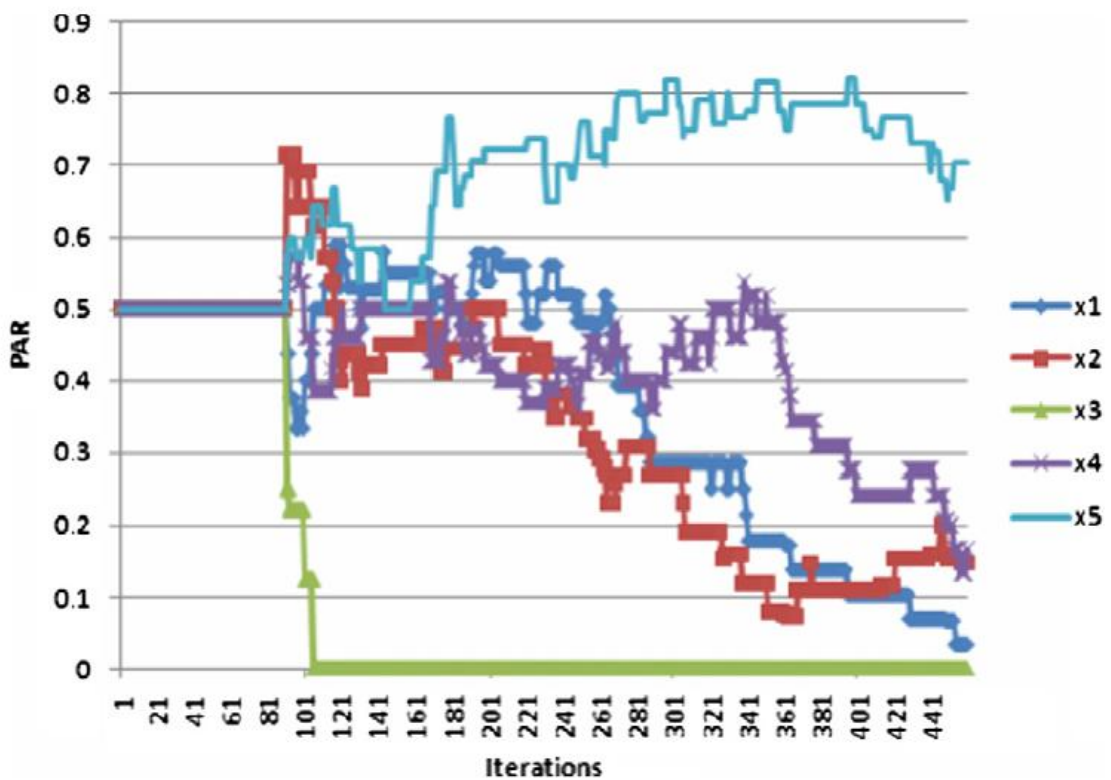


圖 3-5 PAR 與迭代次數之關係(Geem 等人,2010)

此部分之詳細規劃流程如圖 3-6。

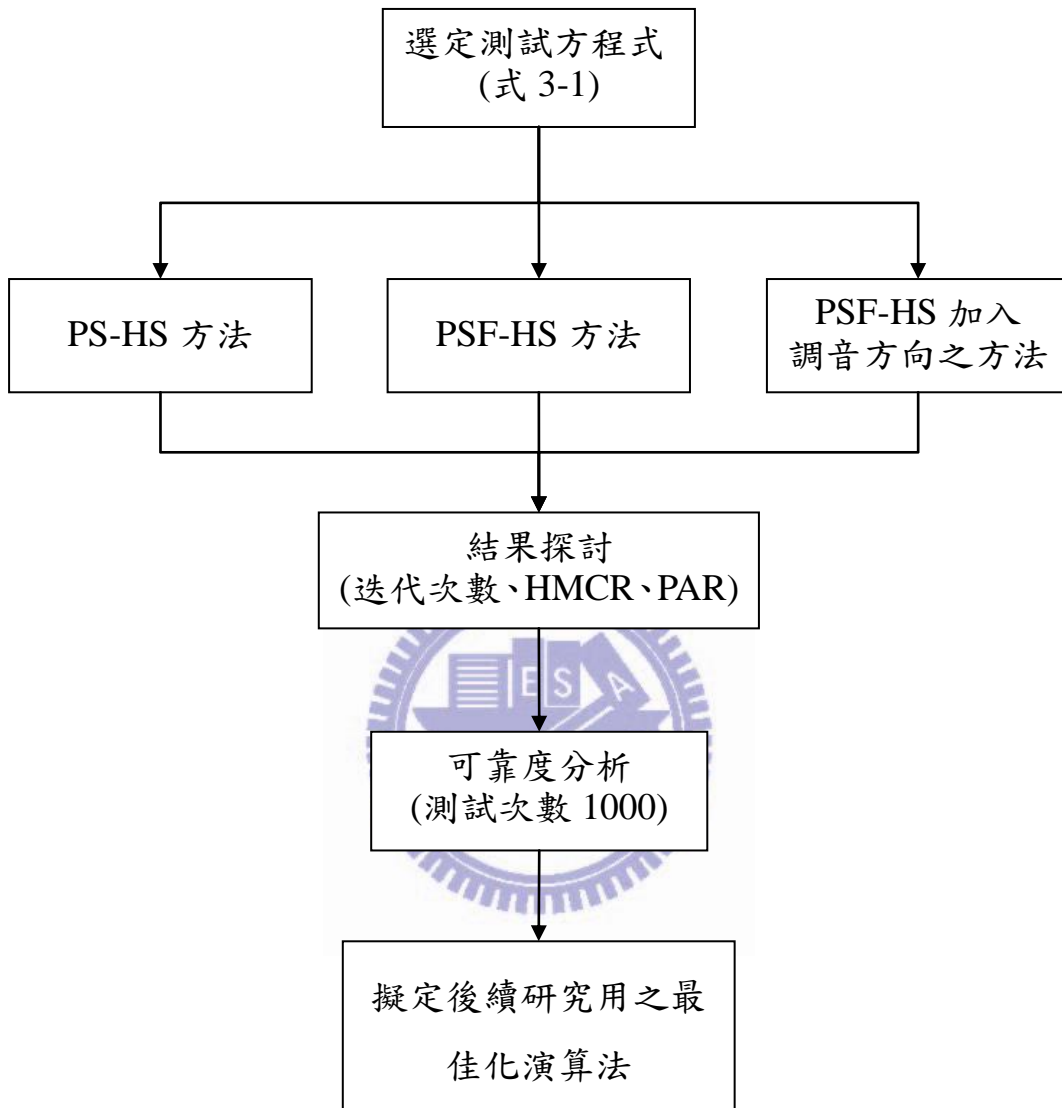


圖 3-6 第一部分之研究流程

3.2.2.2 搜尋解為連續之連續多目標問題

式 3-2 為蛋盒函數 (The egg crate function)，方程式之全域性最佳解為 (0,0)，方程式的形狀如圖 3-7 所示為一多極值之方程式。此函數在(0,0)具有全域最小值 0。

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + 25[\sin^2(x) + \sin^2(y)] \quad (3-2)$$

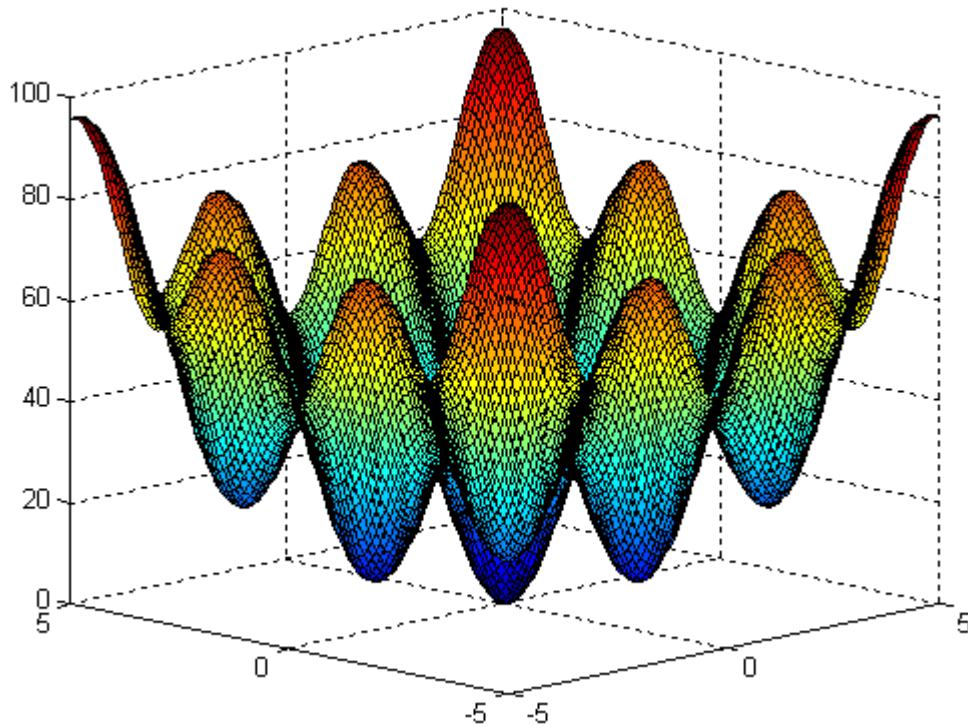


圖 3-7 The egg crate function 在(0,0)有全域最小值 0

為了解演算法於不同待定變數個數下迭代次數與收斂精度的關係，驗證時採用，探討待定變數個數由 2 到 5 等情況下之結果。

$$f(x,y) = \sum_{i=2}^5 x_i^2 + \sum_{i=2}^5 25[\sin^2(x_i)] \quad (3-3)$$

終止準則為：

(1) 最大迭代次數 $N_{\maxsearch} = 1000$ 。

(2). $\varepsilon = |f_{obj_new} - f_{Global\ min}| \leq 10^{-1}$

此部分之詳細流程如圖 3-8

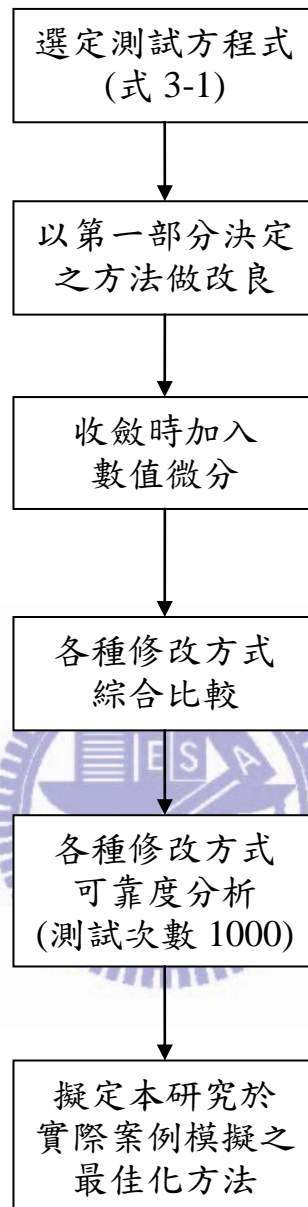


圖 3-8 第二部分之研究流程

3.3 研究案例模擬之策略與規劃

本節介紹本研究選用之兩個研究案例的背景資料與模擬規劃，而模擬之結果與討論在第五章有完整的說明。

3.3.1 新山壩滲漏問題

康詩凰(2011)曾以新山壩之滲漏水問題為範例，示範和弦搜尋法結合地工分析軟體於大地工程反算分析之運用。本論文亦借用同一問題，來展示經本研究改善後的和弦搜尋法之功效。以下摘錄康詩凰(2011)對該案例背景之整理與簡介。

3.3.1.1 背景

新山壩於民國 69 年完工，建於基隆市安樂區，為單一供應基隆與汐止地區用水，於民國 87 年完成壩體加高工程，集水面積為 1.6 平方公里，壩高 51m 加高至 66m，壩軸最長為 262m，壩頂標高由 EL.75m 升至 EL.90m，主要期望蓄水量可由 400 萬噸增加為 1000 萬噸。圖 3-9 為新山水庫俯視圖。圖 3.7 為新山壩 Sta.0+195.29 橫斷面圖，紅框為築高段。



圖 3-9 新山水庫俯視圖(Google 地球)

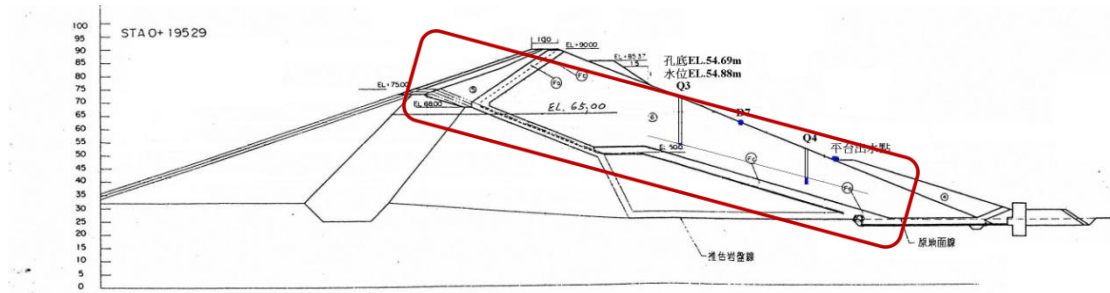


圖 3-10 新山大壩 Sta.0+195.29 橫斷面圖(改繪自 國立交通大學, 2010)

由圖 3-10 可看出，加高部分直接築於原有的壩體上，致使心層為傾斜設計，濾層也隨之變成特別的 < 型，因此，新山壩為一典型不對稱型土石壩。陳冠亨(2006)蒐集國內、外關於土石壩破壞案例或文獻做整理，主要有壩頂溢流造成壩體侵蝕、管湧或滲漏造成之壩體侵蝕或集中滲流、邊坡滑動、地震、沉陷…等破壞模式，由此可知壩體滲漏問題對土石壩穩定有其重要性。此外，由國立交通大學(2010)報告指出，整理新山水庫過去滲漏文獻，並施作非破壞性檢測資料與數值模擬的結果做整合推估，壩面異常滲漏可能因壩體內存在特定滲流路徑或受限於濾層排水效能等情形而生，以致新山壩目前最高庫水位仍停留在 EL.83m 左右。因此，本研究選用新山壩為滲流分析研究對象。

考慮 FLAC 為二維數值分析軟體，需要選擇新山壩其中之一斷面為研究滲流分析與建模參考圖使用。先參考圖 3-11 為新山壩俯視圖，其中紅色數字為水位觀測井長期監測之水位資料；黃色區塊表示有長期蒐集到滲漏水之位置；藍色箭頭方向表示壩體水流方向，且幾乎與壩軸成垂直關係。另由紅色箭頭所指的 Sta.0k+170.68 表示此斷面附近之壩體，如圖 3-12 示，對照出此斷面平台出水高程為 EL.46m，明顯高於由水位觀測井(L1、L2、L3)繪製之浸潤面高程。

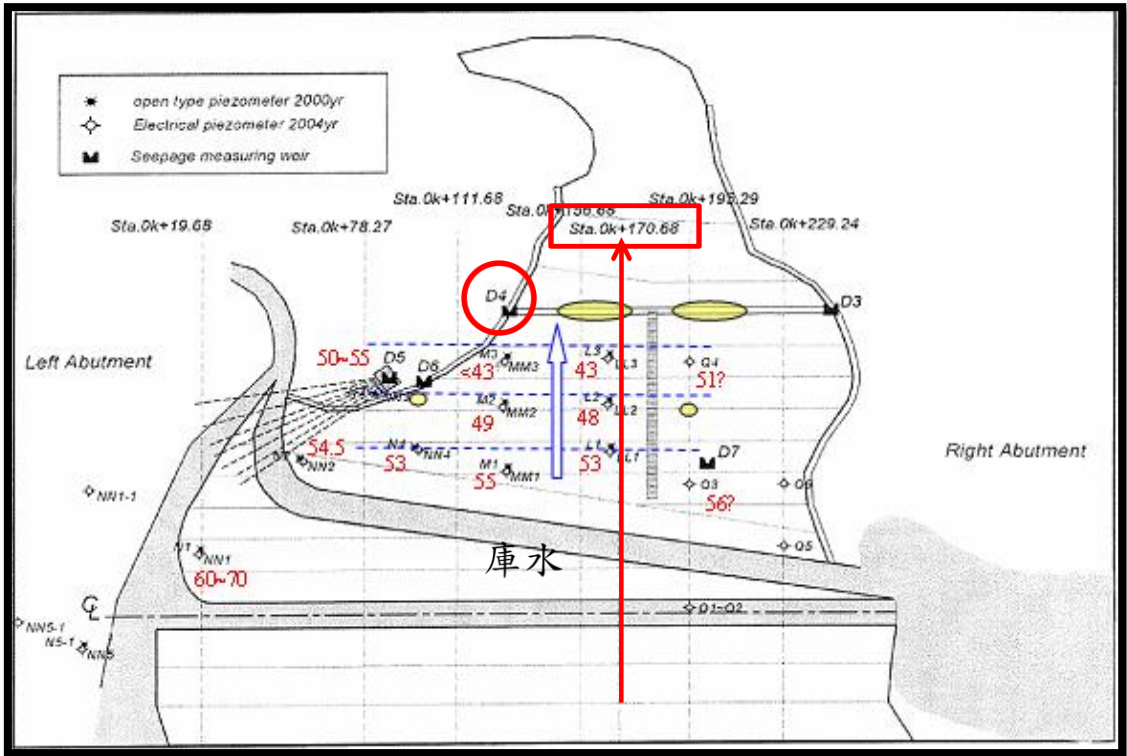


圖 3-11 新山壩俯視圖(改繪自 國立交通大學，2010)

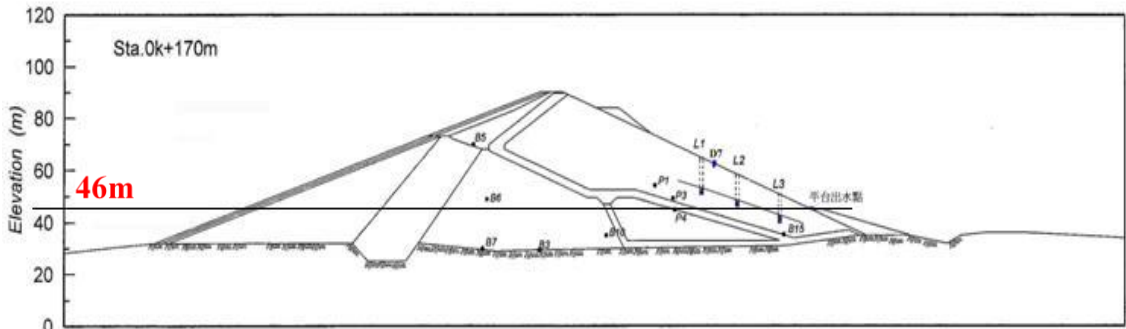


圖 3-12 新山壩 Sta.0k+170m 斷面圖(改繪自 國立交通大學，2010)

然而，再考慮圖 3-11 上所標誌之紅色圓圈，因平台左右高差關係，D4 量水堰所蒐集到之平台滲出水為壩體左側，即 Sta.0k+170m 附近之出滲水，其排除降雨影響之長期監測資料如圖 3-13，庫水位 EL.82m 時之滲水量約 0.5CMD。圖 3-14(D1 為加高前；D2 為加高後；括弧內之人工，表示監測數據以人工方式量測)總壩體滲水量與庫水位關係圖，一樣為排除降雨影響之長期監測資料，其中庫水位接近 82m 有幾筆數據接近 0 或超過 350 CMD，應屬人為擷取數據之誤差。

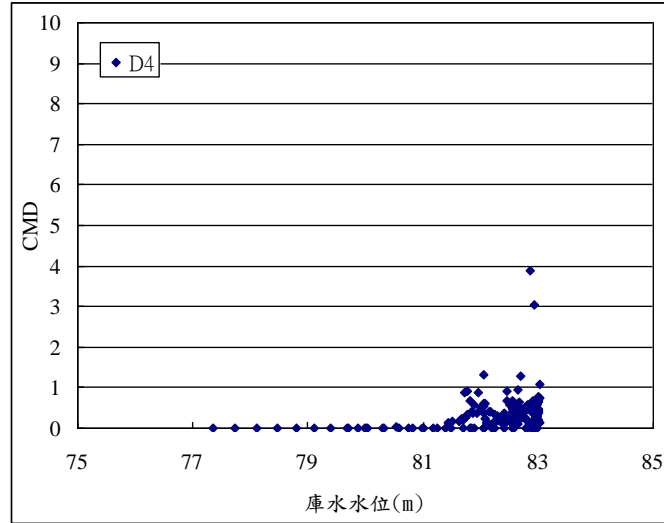


圖 3-13D4 量水堰排除降雨影響之滲水量與庫水位關係圖

(國立交通大學，2010)

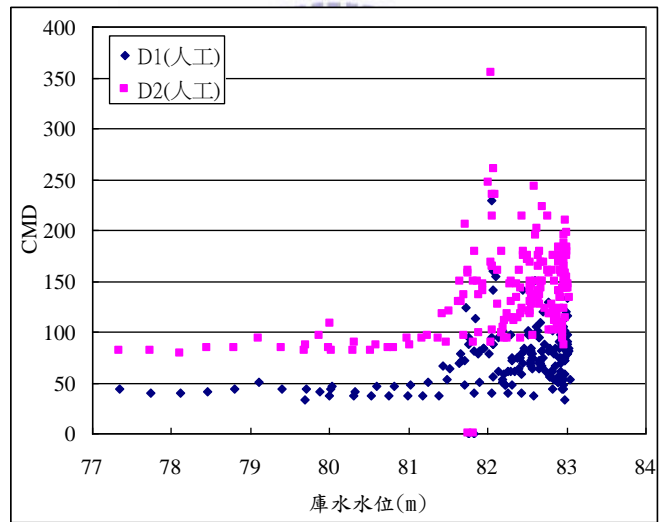


圖 3-14 排除降雨影響之壩體總滲水量與庫水位關係圖

(國立交通大學，2010)



圖 3-15 新山水庫滲漏位置圖(陳冠亨，2006)

選用新山壩 Sta.0+170m 作為研究模擬對象原因說明如下：

1. 有詳細設計圖可供 FLAC 建模使用；
2. 平台處有異常滲出水現象，與長期監測數據；
3. 在此斷面附近 5m 內有 3 孔水位觀測井之水位資料可供參考；
4. 此斷面雖然不是新山壩最大斷面，不過仍屬於次大之斷面，可足以用來表示此壩體內部幾何關係。

圖 3-16 為新山壩斷面各材料透水係數分布圖，由國立交通大學(2010)參考自 Peng 等人(2008)之底圖與中興工程顧問股份有限公司 (2008) 之壩材透水係數來源(經透水試驗獲得)，其中括弧參考自捷儀工程顧問(股)公司 (2004) 之工程地質鑽探報告書之試驗結果。

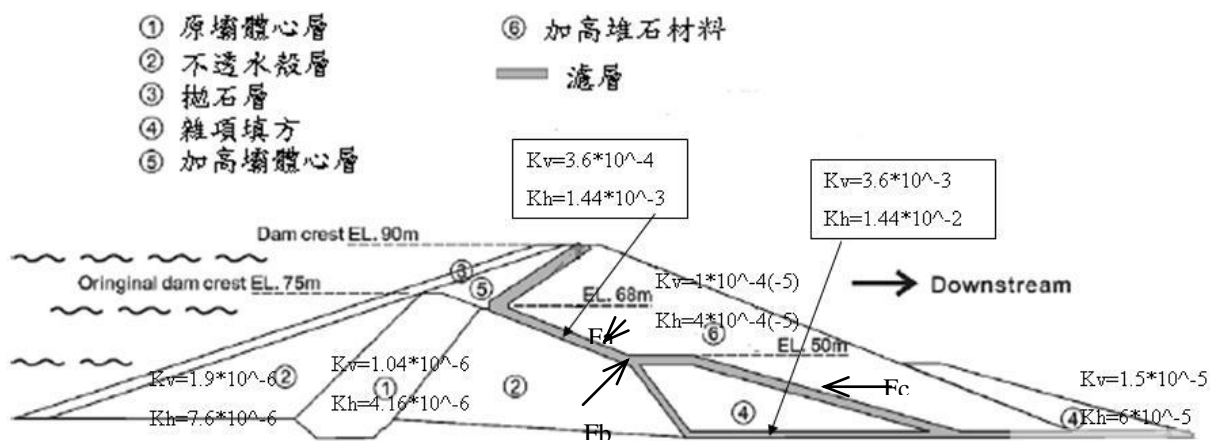


圖 3-16 新山壩斷面各材料透水係數分布圖(單位:cm/sec)
(國立交通大學, 2010)

因此，FLAC 網格建模參考新山壩 Sta.0+170m 去設計；材料參數使用參考國立交通大學(2010)數值模擬之參數，並以總壩體滲流量逆推各材料滲透係數；此外，考慮壩體內部可能存有高透水通道，其透水係數參考國立交通大學(2010)示蹤劑施放結果 ($1.6 \times 10^{-2} \sim 5.4 \times 10^{-2}$ cm/sec)；並考慮示蹤劑施放當時之庫水位監測數據為 EL.82m，因此以庫水位 EL.82m 作為上游殼層之邊界，而下游壩趾出水處也施加 4 m 高之水位，以造成水壓差；本研究不考慮庫水位急速升降情形，因此以水壓變化與時間無關之穩態模式進行滲流分析。FLAC 初步建模與各材料透水係數如圖 3-17；飽和度與網格

表示如圖 3-18；局部放大壩材與水位觀測井分佈如圖 3-19(黃色為井口；藍色為水位所在網格；黑色為水位(壓)計埋設所在網格)；其中 L1 水位與水位計在同一網格，因此以黑色外框取代之，初步分析結果等資料如表 3-2。

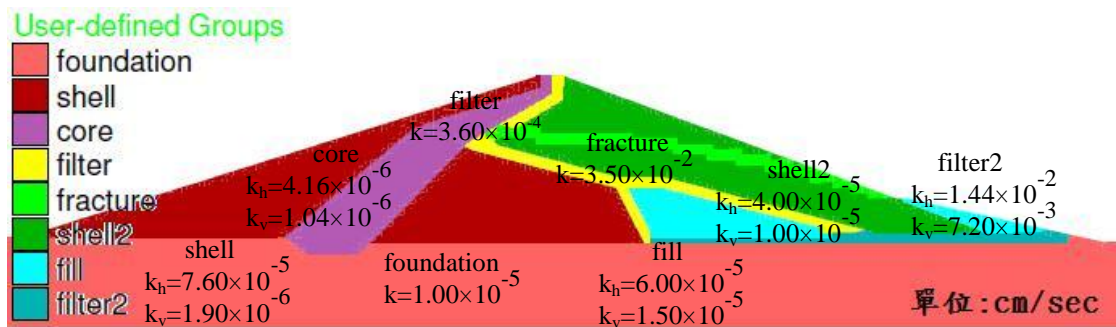


圖 3-17FLAC 模擬新山壩 Sta.0+170m 與材料參數圖

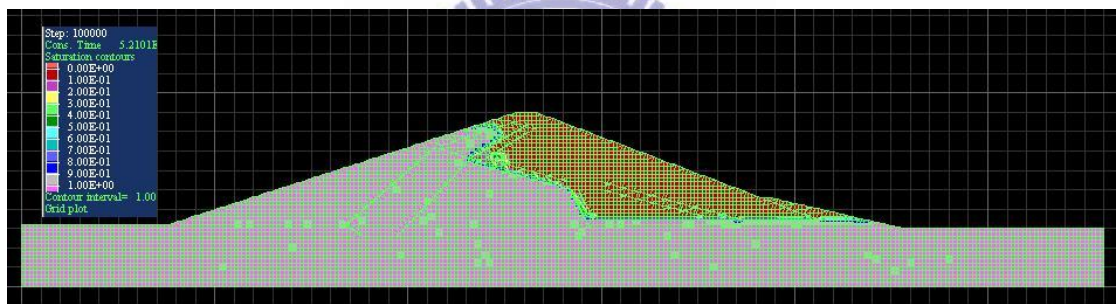


圖 3-18FLAC 網格建立(1 網格尺寸為 2m×2m)與初步分析飽和度圖

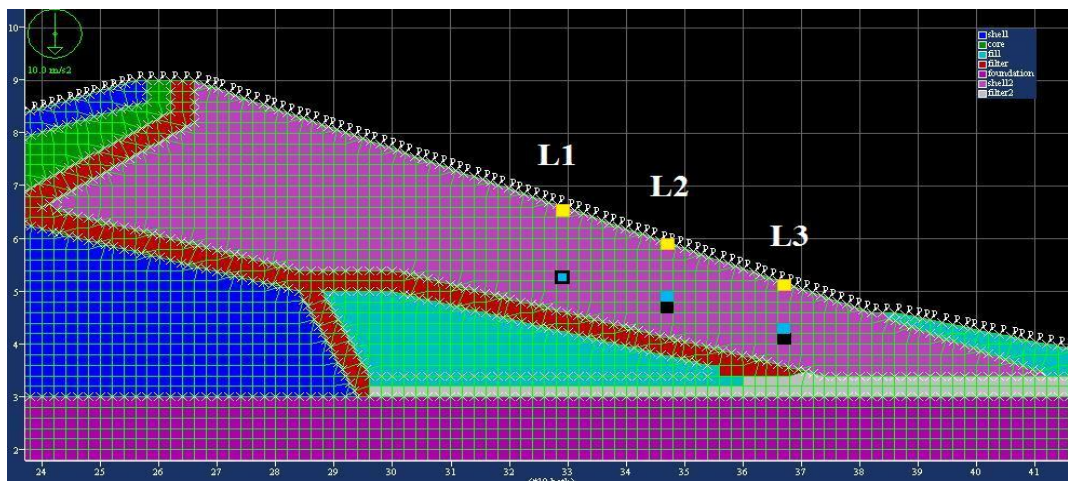


圖 3-19 水位觀測井對應於下游殼層位置圖

表 3-2 FLAC 初步模擬新山壩之相關資料

斷面	蓄水位高程 (m)	單位長度滲流量 (cms/m)	總滲流量(CMD)
Sta.0+170m	EL.82m	6.629×10^{-6}	114.55

※總滲流量(m³/day) = 單位長度滲流量(m³/sec/m) × 土壩平均總長度
(200m) × 86400

※單位壩長滲流量(m³/day/m) = 單位長度滲流量(m³/sec/m) × 86400

3.3.1.2 研究方法

本研究引用康詩凰(2011)之研究方法，滲流分析採用 FLAC 軟體進行計算，並以 MATLAB 為主控伺服器進行和弦搜尋演算法之計算。

3.3.1.3 研究規劃

本研究以康詩凰(2011)論文中所考慮的一種境況，設定下游水平濾層透水性（依二次函數）漸進變化，以本研究經改良驗證後之和弦搜尋演算法進行演算，與康詩凰(2011)採用原版和弦搜尋演算法所得結果比較，藉此驗證修改後之和弦搜尋演算法可進一步改善原版和弦搜尋法搜尋所需迭代次數過多之缺點。

經迭代 200 次後，康詩凰(2011)發現其中最佳目標函數值計算結果出現在第 183 次(N_search=183)，該次目標函數值(f_{min_obj})為 0.0072499。目標因子總壩體滲流量(HM_Q)為 129.1 CMD，總水頭之目標因子 th1 最佳值為 51.17 m，水頭之目標因子 th2 最佳值為 47.9m 水頭之目標因子 th3 最佳值為 44.19m，與目標值 43m 差 2m 內，結果標示於圖 3-20 之飽和度圖上。此外，將搜尋之最佳待定變數值標示於圖 3-21 壩材分布圖中。

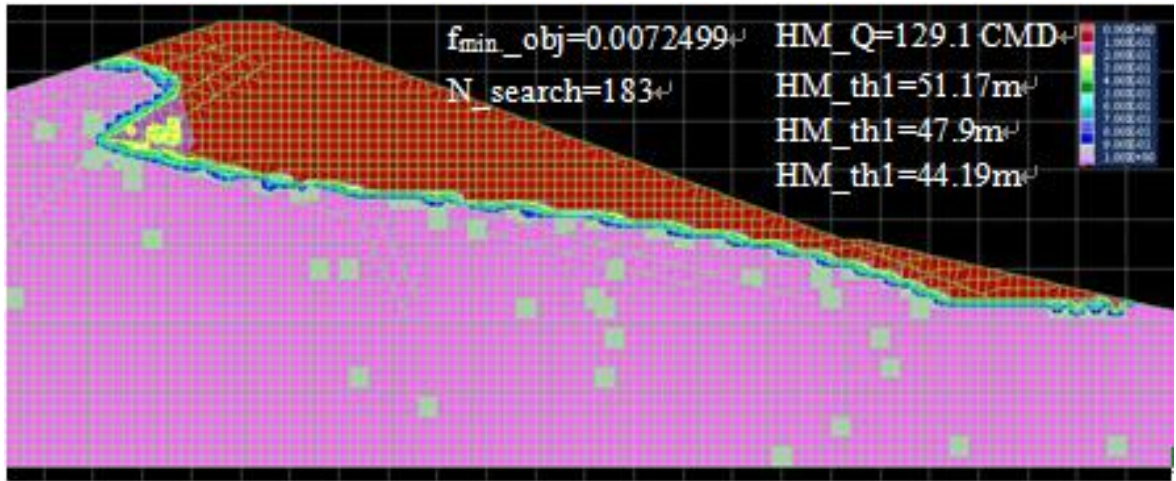


圖 3-20 新山壩漸進式之 HM 最佳搜尋結果之飽和度圖

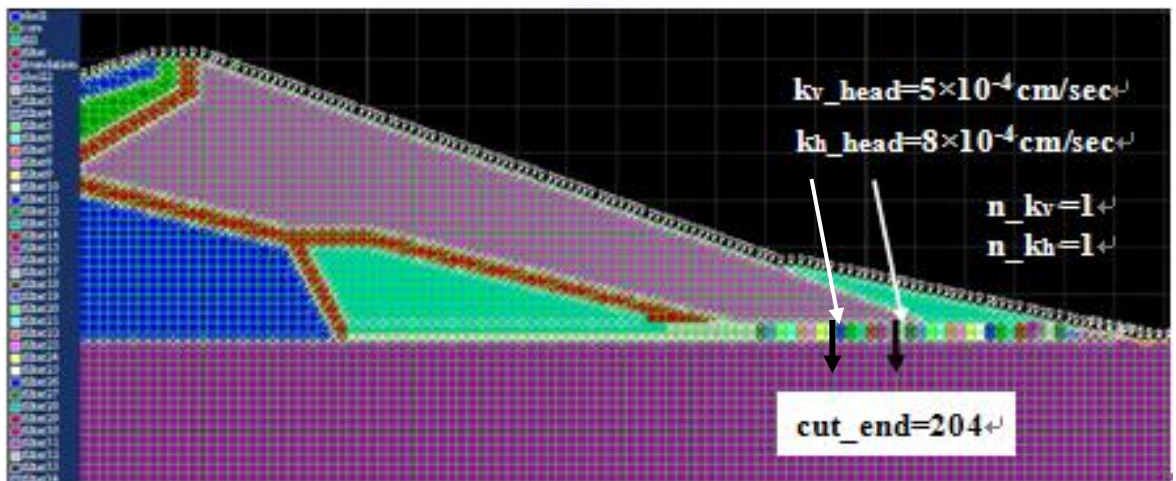


圖 3-21 新山壩漸進式之 HM 最佳搜尋結果之壩材變數圖

新山壩之幾何形狀與演算法所需相關參數如下(摘自康詩凰 2011)：

假設於變化段內，由上游往下游方向隨機產生漸進式之起始變化位置，再隨機產生數段不同透水係數之壩材，如圖 3-22，其中已知 $k_{h_end} = 2 \times 10^{-2} \text{ cm/sec}$ 、 $k_{v_end} = 5 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ 。

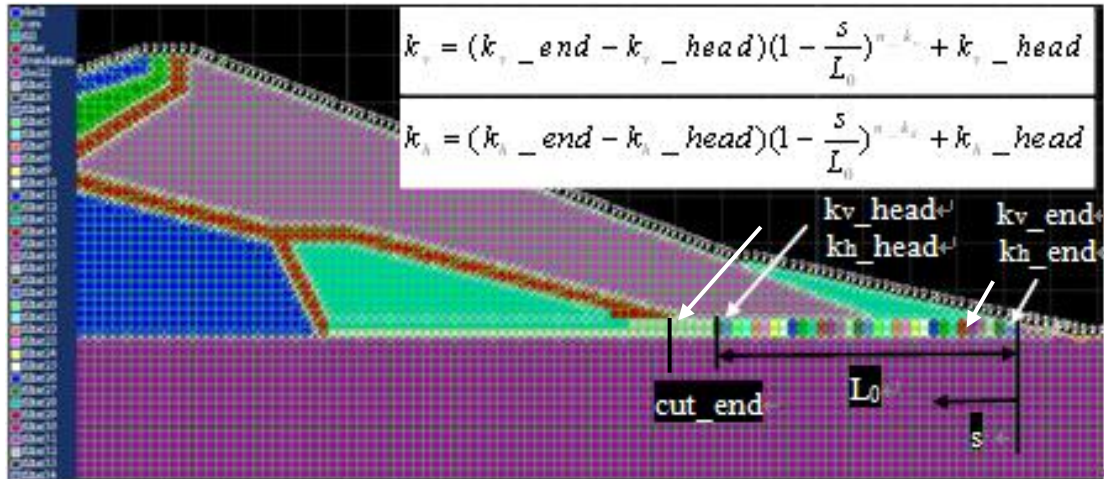


圖 3-22 水平濾層之透水係數漸進式示意圖

1. 待定變數(5 個)

- (1) 變化段上游起始位置： cut_end 。
- (2) 變化段上游起始垂直透水係數： k_{v_head} 。
- (3) 變化段上游起始水平透水係數： k_{h_head} 。
- (4) 變化段垂直透水係數之次數： n_{k_v} 。
- (5) 變化段水平透水係數之次數： n_{k_h} 。

2. 限制條件

- (1) 變化段上游起始位置(網格)： $190 \leq cut_end \leq 210$ ， cut_end 為整數。
- (2) 變化段上游起始垂直透水係數(cm/sec)： $k_v_head = (1 \sim 5) \times 10^{-4}$ ，
 k_v_head 以科學記號表示至整數。
- (3) 變化段上游起始水平透水係數(cm/sec)： $k_h_head = (1 \sim 4) \times k_v_head$ ，
 k_h_head 為 k_v_head 整數倍。
- (4) 變化段垂直透水係數之次數： $n_{k_v} = 1 \sim 5$ ， n_{k_v} 為整數。
- (5) 變化段水平透水係數之次數： $n_{k_h} = 1 \sim 5$ ， n_{k_h} 為整數。
- (6) 更新條件：各水位觀測井需有大於零之水頭。
- (7) 其他(如:FLAC 滲流分析計算設定)。

3. 目標函數因子(4 個)

目標函數：

$$\begin{aligned} f_{obj} = & \alpha_Q \left(\frac{\bar{Q}_{obs} - \bar{Q}_{HM}}{\bar{Q}_{obs}} \right)^2 + \alpha_{th1} \left(\frac{\bar{th1}_{obs} - \bar{th1}_{HM}}{\bar{th1}_{obs}} \right)^2 \\ & + \alpha_{th2} \left(\frac{\bar{th2}_{obs} - \bar{th2}_{HM}}{\bar{th2}_{obs}} \right)^2 + \alpha_{th3} \left(\frac{\bar{th3}_{obs} - \bar{th3}_{HM}}{\bar{th3}_{obs}} \right)^2 \end{aligned} \quad (5-3)$$

- (1) 總壩體滲水量(CMD)： Q_{HM} ， $\bar{Q}_{obs} = 120$ 。

(2) 三個水位觀測井之總水頭(m)： $th1_HM$ 、 $th2_HM$ 、 $th3_HM$ ，

$$\bar{th1_obs} = 53、\bar{th2_obs} = 48.5、\bar{th3_obs} = 43。$$

4. 參數設定

表 5.7 新山壩漸進式之參數設定

HMS	HMCR	PAR	bw	α_Q	α_{th1}	α_{th2}	α_{th3}
10	0.6	0.7	1	0.5	2	3	2

5. 終止條件

(1) 最大迭代次數 $N_maxsearch = 200$ 。

(2) 先滿足 $140 \leq \bar{Q}_HM \leq 100$ 、 $51.5 \leq \bar{th1}_HM \leq 54.5$ 、 $47.5 \leq \bar{th2}_HM \leq 49.5$ 與

$41 \leq \bar{th3}_HM \leq 45$ 後，才判斷是否滿足 $\varepsilon = |f_{obj_NewH} - \bar{f}_{obj_HM}| \leq 10^{-4}$ 。

3.3.2 國道 3 號 3.1k 崩坍事件

3.3.2.1 背景

國道三號大埔段（北上 2.8 公里處、南下 3.1 公里處），於民國 99 年 4 月 25 日 14 時 33 分左右發生嚴重的邊坡崩塌事件，進而造成近 20 萬立方公尺的土石坍滑於國道上，並且導致 4 人罹難，災害發生之位置現場情形如圖 3-23 與圖 3-24。由於災害發生時，並無暴雨與地震的影響，因此本研究想藉由啟發式方法探討災害發生之原因。

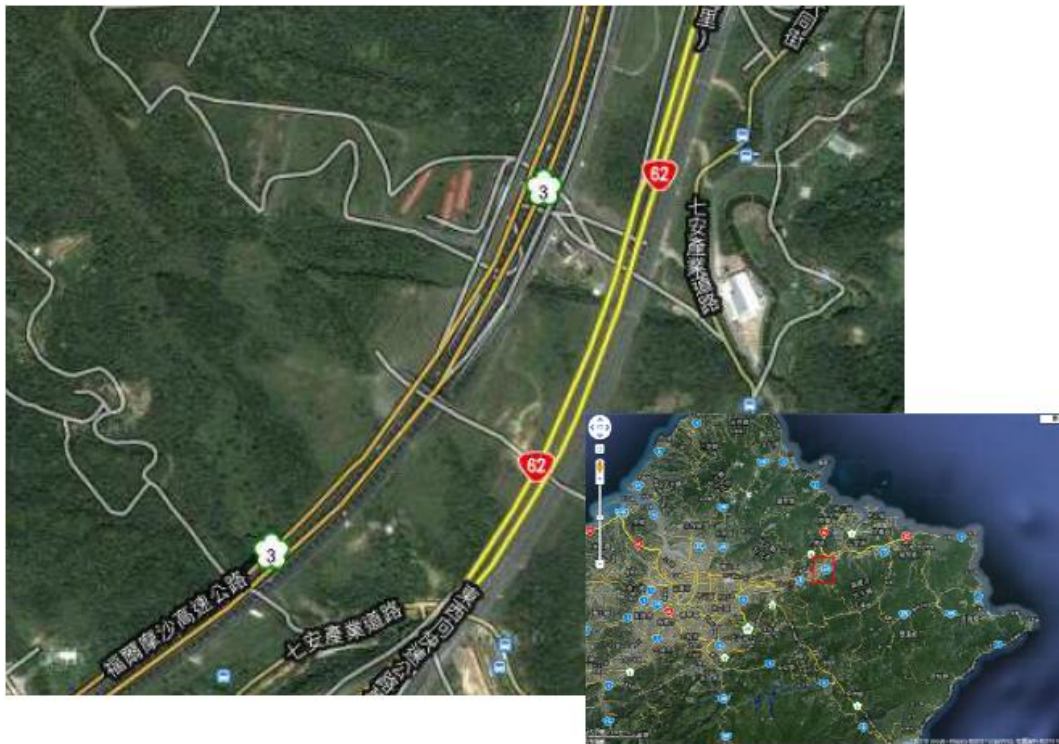


圖 3-23 災害發生位置

(摘自國道 3 號 3.1 公里崩塌事件原因調查工作總結報告)



圖 3-24 災害發生現場情形
(摘自國道3號3.1公里崩塌事件原因調查工作總結報告)

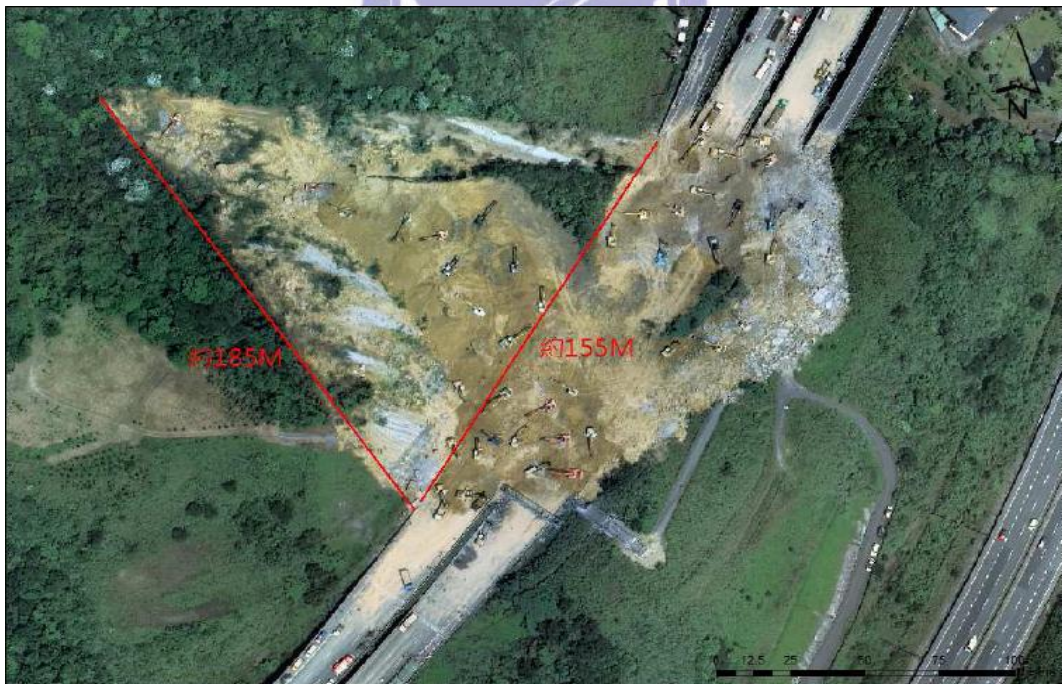


圖 3-25 邊坡破壞範圍(99/4/26 航照)
(摘自國道3號3.1公里崩塌事件原因調查工作總結報告)

3.3.2.2 研究方法

本研究中邊坡穩定分析方法採用極限平衡法^{注一}(Limit Equilibrium Method)，以啟發式方法反算各種影響因子在安全係數為 1.0 時的結果。

(注一：極限平衡分析法為考慮一潛在滑動面，並假設滑動面上各點之破壞為同時發生，即滑動面上各點之安全係數皆相同，並且遵守力學破壞準則(如摩爾-庫倫破壞準則)；同一地層採用相同剪力參數，配合依不同方法所假設條件，將原屬靜不定問題化為靜定問題，進而求得滑動面剪力強度之安全係數，而此安全係數也代表整體邊坡之安全係數。)

3.3.2.3 研究規劃

本研究採 2 維擬 3 維之分析方法，圖 3-26 為研究案例之滑動體滑動面之幾何形狀擬定示意圖，圖 3-27 為滑動體中最長剖面(即圖 3-26 中 180m 之剖面)之假設的水壓力面分佈示意圖，整體之水壓力則以圖 3-27 之形式向剖面兩側分佈於滑動體中，將其積分起來即為滑動體中的地下水壓力 U_w (式 3-4)。

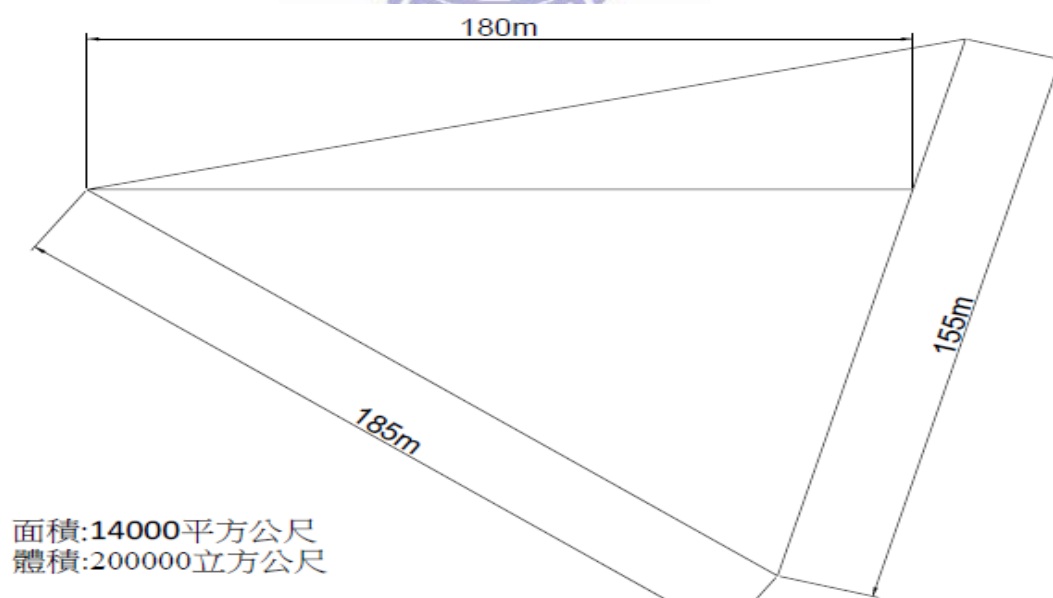


圖 3-26 滑動面之幾何形狀

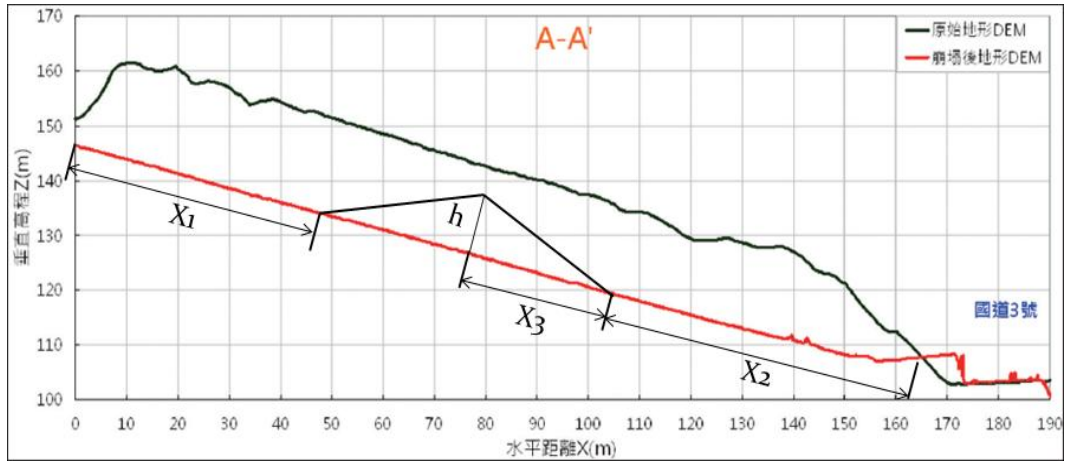


圖 3-27 假設之地下水壓力面分佈示意圖

1. 待定變數(7 個)

- (1). 滑動面之剪力強度參數： c 、 φ 。
- (2). 地錨力折減係數： α 。
- (3). 滑動體中水壓力分佈參數： h 、 x_1 、 x_2 、 x_3 。

2. 限制條件

- (1). 滑動面之剪力強度參數： $0 \leq c \leq 1(\text{kg/cm}^2)$ 、 $14 \leq \varphi \leq 20(^{\circ})$ 。
- (2). 地錨力折減係數： $0 \leq \alpha \leq 1$ 。
- (3). 地下水壓力分佈參數： $0 \leq h \leq 6(\text{m})$ 、 $0 \leq x_1 \leq 90(\text{m})$ 、 $0 \leq x_2 \leq 90(\text{m})$ 、 $0 \leq x_3 \leq (180 - x_1 - x_2)(\text{m})$ 。

3. 目標函數

$$f_{obj} = F.S. - 1$$

$$= \frac{cA + (W \cos \theta + \alpha T \sin(\theta + \delta) \cos 15^{\circ} - U_w) \tan \varphi + \alpha T \cos(\theta + \delta) \cos 15^{\circ}}{W \sin \theta} - 1$$

$$U_w = \frac{155h(L - x_1 - x_2)(2L + x_1 - 2x_2 - x_3)}{6L} \dots \dots \dots (3-4)$$

其中 A 為滑動面積 $\doteq 14000\text{m}^2$ 、W 為滑動體之重力 $\doteq 200000 \times 2.1\text{T}$

θ 為滑動面之傾角 $= 15^{\circ}$ ， δ 為地錨與滑動面之夾角 $= 15^{\circ}$ 。

T 為地錨力之合力 $\doteq 408 \times 60 = 24840\text{T}$ 。

4. 參數設定

(1). HMS=30

(2). 初始 HMCR 與 PAR=0.5

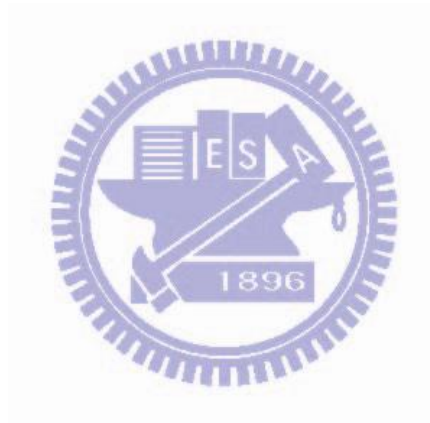
(3). bw=搜尋範圍的千分之一

5. 終止條件

(1) 最大迭代次數 $N_{\text{maxsearch}} = 1000$

(2) 判斷目標函數差值是否滿足

$$\varepsilon = |f_{\text{obj_new}} - f_{\text{obj_F.S.=1}}| \leq 10^{-3}$$



第四章 最佳化方法之驗證

本章分別以有解析解之連續與不連續問題進行修改後之和弦搜尋演算法之驗證。驗證方式藉由此兩個問題之最小值當作目標值，藉由分別加入粒子群法(PS)、參數自由設定方法(PSF)、調音方向以及數值微分，驗證修改後之和弦搜尋演算法其適用性與收斂性與原版和弦搜尋演算法的優劣，並探討於不同問題時初始參數設定之差異。

4.1 不連續性問題

本節說明和弦演算法初步修改的流程與測試之方式與結果，主要是針對產生新和弦之參數方法做修改，測試之方程式皆為 3.2.2 節中的 3.1 式。4.1.1 節以原版和弦搜尋演算法(OHS)與參數自由設定之和弦搜尋演算法(PSF-HS)做比較，並根據測試結果作探討；4.1.2 節則是以 PSF-HS 為基礎加入粒子群法與調音方向的概念，比較此兩方法的優劣；4.1.3 節則針對修改後之方法做可靠度分析，並做個小結與擬定後續待修改之演算法版本。

4.1.1 OHS 與 PSF-HS 之比較

表 4-1 為演算法的參數設定，從表 4-2 與表 4-3 的結果可知 OHS 於 10 次的測試中有 9 次收斂失敗(所需的迭代次數超過設定的最大迭代次數)，而 PSF-HS 則是 10 次全部可收斂成功且所需的迭代次數遠小於 OHS，因此以 PSF-HS 為主體進行後續演算法的修改。

表 4-1 OHS 與 PSF-HS 參數設定

	HMS	HMCR	PAR	bw	N_maxsearch
OHS	30	0.5	0.5	1	1000
PSF-HS	30	0.5	0.5	1	1000

表 4-2 OHS 運算 10 次之結果

Run#	x1	x2	x3	x4	x5	Obj_f(x)	Iteration
1	1	2	2	4	5	1	1000
2	1	2	3	4	4	1	1000
3	1	2	3	4	5	0	879
4	1	2	3	5	5	1	1000
5	1	2	4	4	5	1	1000
6	1	2	3	4	4	1	1000
7	1	2	2	4	5	1	1000
8	1	2	3	3	5	1	1000
9	2	2	3	4	4	2	1000
10	1	2	3	3	5	1	1000

表 4-3 PSF-HS 運算 10 次之結果

Run#	x1	x2	x3	x4	x5	Obj_f(x)	Iteration
1	1	2	3	4	5	0	430
2	1	2	3	4	5	0	468
3	1	2	3	4	5	0	490
4	1	2	3	4	5	0	339
5	1	2	3	4	5	0	381
6	1	2	3	4	5	0	203
7	1	2	3	4	5	0	312
8	1	2	3	4	5	0	440
9	1	2	3	4	5	0	526
10	1	2	3	4	5	0	445

4.1.2 PSF-HS 之改良

PSF-HS 之改良分三個部分：移動平均、調音方向、粒子群法。

(1).移動平均

PSF-HS 於運算時，偶爾會出現收斂失敗的情形，根據 Geem(2010)之結果(圖 3-4 與圖 3-5)，推測 HMCR 與 PAR 於迭代時變化過大很可能導致尚未搜尋到全域性最佳解附近時就提早進入收斂階段(HMCR \approx 1，更新時以 HM 做選取與調音)，為解決此問題嘗試加入移動平均的方法，每次計算出目前迭代所需之 HMCR 與 PAR 後，先與前數代（於以下測試中訂為前 9 代，與新計算出的一代，合計共 10 代）的值取平均後再進行迭代。

圖 4-1 與圖 4-2 中藍線為原本 PSF-HS 之結果，紅線為加入移動平均之結果，顯著改善了原本 HMCR 與 PAR 變化過大的問題，並且從圖 4-1 可看出 HMCR 延緩了約 100 次迭代次數後才接近 1，具體改善了進入提早收斂的問題。

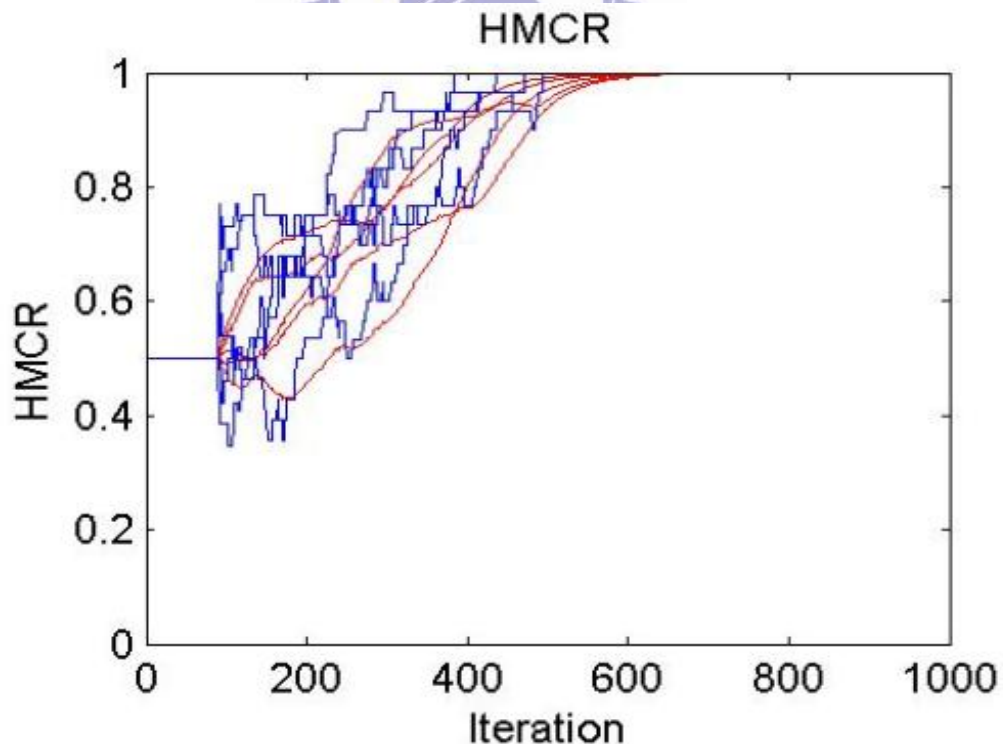


圖 4-1 HMCR 加入移動平均後之變化

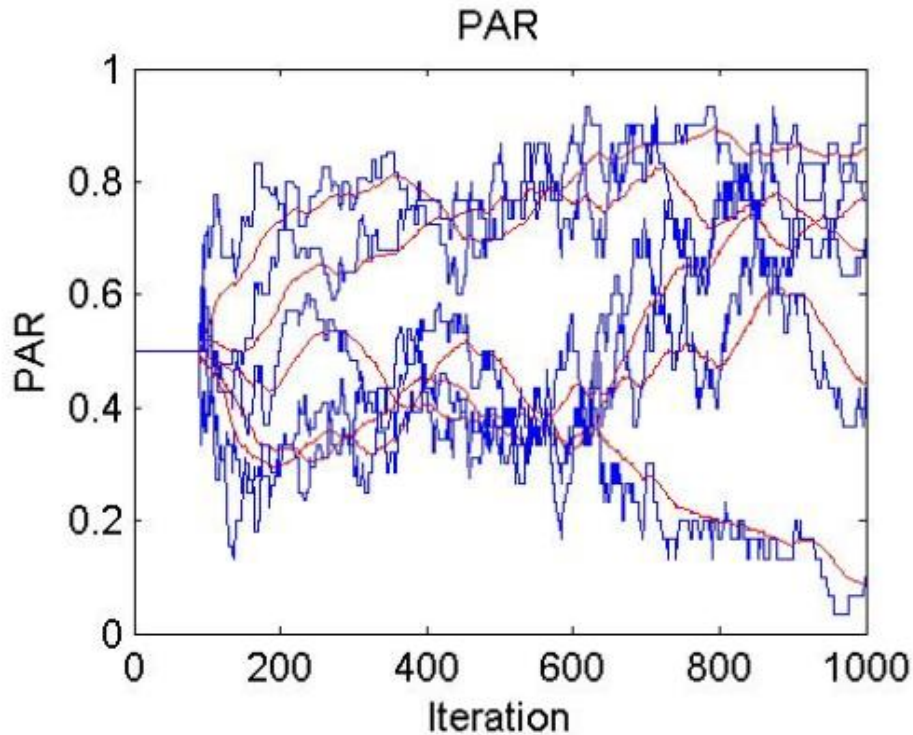


圖 4-2 PAR 加入移動平均後之變化

(2).調音方向

由於 PSF-HS 於每次更新 HM 時，會記錄更新所選用的方法，在下一次迭代時根據記錄的結果計算 HMCR 與 PAR，因此仿照此邏輯，於更新時如果是以調音為更新方式且目標函數值有改善，則記錄此次更新時調音的方向，於下次更新是以調音方法時，根據記錄的結果決定調音移動的方向取代原本以機率決定移動方向的方法。

圖 4-3 與圖 4-4 為 OHS 與 PSF-HS 加入調音方向與搜尋次數關係圖，結果顯示加入調音方向後有明顯的改善，於 OHS 方法搜尋成功的次數比無調音方向多一次，且平均迭代次數也少了約 200 次；但是於 PSF-HS 則無此現象，結果顯示加入調音方向後所需的迭代次數有可能降低也有可能增多，推測因為 PSF-HS 方法於 HMCR 與 PAR 之改變可能會影響調音的選取機率因而造成此結果，後續再以 1000 次的可靠度分析結果討論可能之原因。

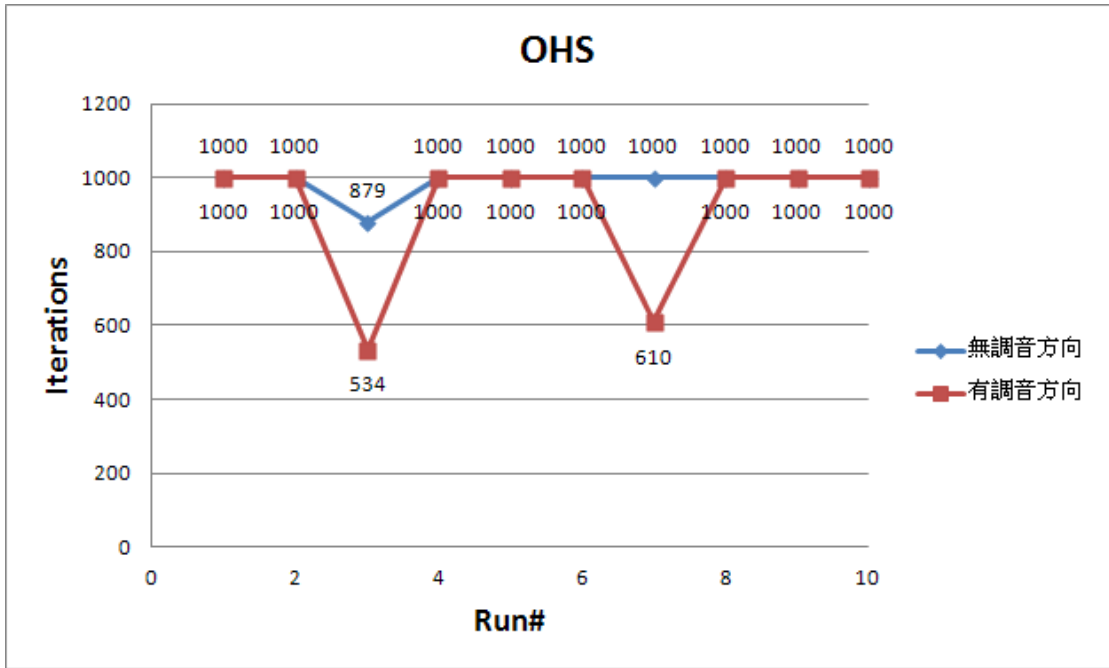


圖 4-3 OHS 加入調音方向與搜尋次數之關係圖

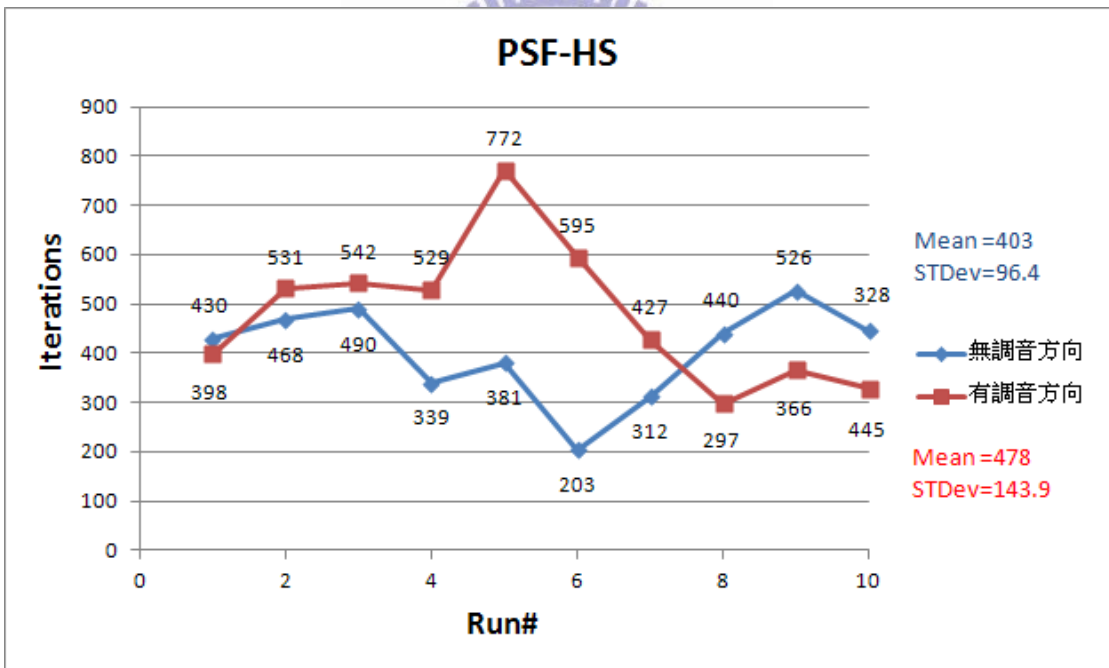


圖 4-4 PSF-HS 加入調音方向與搜尋次數關係圖

(3).粒子群法

針對 PSF-HS 於不連續問題之改良，最後嘗試結合粒子群概念之 PS-HM 方法，於產生和弦階段，是以選取 HM 產生新和弦時，加入 PSR(Particle Swarm Rate)考慮是否要選取當前目標函數最佳解的和弦做為新和弦。Geem(2009)之 PS-HM 建議於未知的問題時 PSR 一般設定為 0.5，其測試之許多例子 PSR 介於 0.5~1，測試結果顯示並非每種問題 PSR=0.5 效果最好，需實際測試之後才能得知，因此分別測試了 PSR=0.5~1 之情況如表 4-4~表 4-9。

表 4-4 PSR=0.5 測試 10 次之結果

Run#	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	Obj_f(x)	Iteration
1	1	2	3	4	5	0	205
2	1	2	3	4	5	0	215
3	1	2	3	4	5	0	279
4	1	2	3	4	5	0	220
5	1	2	3	4	5	0	288
6	1	2	3	4	5	0	399
7	1	2	3	4	5	0	208
8	1	2	3	4	5	0	395
9	1	2	3	4	5	0	170
10	1	2	3	4	5	0	309

表 4-5 PSR=0.6 測試 10 次之結果

Run#	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Obj_f(x)	Iteration
1	1	2	3	4	5	0	458
2	1	2	3	4	5	0	357
3	1	2	3	4	5	0	174
4	1	2	3	4	5	0	214
5	1	2	3	4	5	0	107
6	1	2	3	4	5	0	255
7	2	2	3	4	5	1	1000
8	1	2	3	4	5	0	358
9	1	2	3	4	5	0	319
10	1	2	3	4	5	0	334

表 4-6 PSR=0.7 測試 10 次之結果

Run#	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Obj_f(x)	Iteration
1	1	2	3	4	5	0	252
2	1	2	3	4	5	0	386
3	1	2	3	4	5	0	320
4	1	2	3	4	5	0	409
5	1	2	3	4	5	0	189
6	1	2	3	4	5	0	187
7	1	2	3	4	5	0	173
8	1	2	3	4	5	0	232
9	2	2	3	4	5	1	1000
10	1	2	3	4	5	0	385

表 4-7 PSR=0.8 測試 10 次之結果

Run#	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Obj_f(x)	Iteration
1	1	2	3	4	5	0	195
2	1	2	3	4	5	0	186
3	1	2	3	4	5	0	206
4	1	2	3	4	5	0	394
5	1	2	3	4	5	0	210
6	1	2	3	4	5	0	159
7	1	2	3	4	5	0	261
8	1	2	3	4	5	0	1000
9	1	2	3	4	5	0	274
10	1	2	3	4	5	0	245

表 4-8 PSR=0.9 測試 10 次之結果

Run#	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	Obj_f(x)	Iteration
1	1	2	3	4	4	1	1000
2	1	2	3	4	5	0	226
3	1	2	3	4	5	0	336
4	1	2	3	4	5	0	250
5	1	2	3	4	5	0	395
6	1	2	3	3	5	1	1000
7	1	2	3	4	5	0	311
8	1	2	3	4	5	0	252
9	1	2	3	4	5	0	284
10	1	2	3	4	5	0	232

表 4-9 PSR=1.0 測試 10 次之結果

Run#	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	Obj_f(x)	Iteration
1	1	3	3	4	5	1	1000
2	1	2	3	4	5	0	378
3	1	2	3	4	5	0	573
4	1	2	3	4	5	0	194
5	1	2	3	4	5	0	389
6	1	2	3	4	5	0	240
7	1	2	3	4	5	0	352
8	1	2	3	4	5	0	285
9	1	2	3	4	5	0	198
10	1	2	3	4	5	0	202

將上述結果整理如表 4-10，結果顯示 PSR 於 0.5~1 於此問題無明顯差異，因此採用收斂失敗次數較少之結果，於後續測試時 PSR 設定為 0.5。

表 4-10 PSR=0.5~1 之測試結果

PSR	收斂失敗次數	收斂成功之平均搜尋次數
0.5	0	268.8
0.6	1	286.2
0.7	1	295.9
0.8	0	262.1
0.9	2	219.2
1	1	254.3

4.1.3 可靠度分析

本小節針對前述幾種改良方式分別各測試了 1000 組做為可靠度分析的依據，其中由於 OHS 之收斂所需搜尋次數普遍較 PSF-HS 多，因此於 OHS 之可靠度分析只有調音方向的改良差異，其餘皆為 PSF-HS 之改良的測試，結果如表 4-11。

表 4-11 可靠度分析之結果

改良版本	收斂失敗次數	收斂成功次數	收斂成功平均迭代次數
OHS	691	309	627.9
OHS 有調音	744	256	668.5
PSF-HS	6	994	421.8
PSF-HS 有調音	20	980	461.3
PSF-HS 移動平均	3	997	421.2
PSF-HS 移動平均+PSR=0.5	10	990	302.6

根據表 4-11 結果顯示，加入控制調音方向之改良於 OHS 與 PSF-HS 均未有效提高收斂成功次數，儘管加入調音方向後會有機會有較小之收斂成功的迭代次數，會有此結果，推測為參數間的影響(以此問題為例，前一代之解為(2,3,4,4,5)，新一代之解為(3,2,3,4,5)，依此結果記錄下次調音時第一個參數反而會往 4 移動，而非往正確的方向 2 移動)導致記錄的結果錯誤，誤導了調音的方向，以致於要花更多的迭代次數才能找到最佳解，因此才會有降低或提高迭代次數之結果，要改善此問題必須要一個一個參數分開調音才能避免參數間的影響，但會花費更多的函數計算的次數，雖可求得最佳解，但會花費更多的時間，所以在調音方向的改良上目前結果顯示是失敗的；移動平均的測試結果顯示能避免收斂失敗的情形，最後再加入粒子群法(PSR=0.5)，結果顯示收斂失敗次數為 10 跟 PSF-HS 與 PSF-HS 移動平均相比相差不大，但是於收斂成功所需迭代次數少了約 100 次，因此在移動平均與粒子群法的改良上，目前結果顯示是有效的。因此後續之研究將採用 PSF-HS 加入移動平均與 PSR=0.5 之版本(以下簡稱 PSF-HS 修改 1 版)。

4.2 連續性問題

本節以 4.1 節不連續問題修改後之 PSF-HS 修改 1 版，應用於連續性問題時在收斂階段加入數值微分方法為主要修改方向。4.2.1 節先探討修改後之 PSF-HS 修改 1 版在不同的待變數個數與所需之迭代次數的關係；4.2.2 節則是著重於收斂階段加入數值微分方法後，調音大小設定為定值或非定值之影響，以及如何定義收斂準則，使數值微分的結果最佳化，最後將結果與無數值微分之和弦搜尋演算法做比較。4.2.3 節則是將本節修改後之多版本方法做可靠度分析，根據結果擬定本研究所採用之最佳化方法。

4.2.1 改變待變數個數之結果

本小節欲驗證改良後之啟發式演算法(PSF-HS 修改 1 版)所需之迭代次數不會隨變數量增加呈現高度非線性增加的趨勢，因此在相同的演算法參數設定與收斂條件下(表 4-12)，改變變數數量(從 2 變數逐步增加到 5 變數)探討其迭代次數的變化趨勢(表 4-13~表 4-16)。

表 4-12 演算法參數設定與收斂條件

HMS	HMCR	PAR	bw	收斂條件
30	0.5	0.5	0.01	$\epsilon \leq 0.1$

表 4-13 變數量=2 測試 10 次之結果

Run#	x_1	x_2	Obj_f(x)	Iteration
1	0.054952	0.004867	0.079052	355
2	0.052437	-0.0007	0.071441	302
3	-0.05777	0.016876	0.09409	224
4	-0.02663	0.033779	0.048084	135
5	-0.02818	0.031453	0.046349	157
6	-0.04891	-0.03758	0.098854	361
7	0.027918	0.052229	0.091124	280
8	-0.05908	0.012807	0.094906	386
9	0.054266	0.00273	0.076686	256
10	-0.03667	0.041779	0.080295	332
Mean				278.8

表 4-14 變數量=3 測試 10 次之結果

Run#	x_1	x_2	x_3	Obj_f(x)	Iteration
1	-0.04735	0.036265	-0.01328	0.097007	463
2	0.001451	-0.05715	-0.00537	0.085625	201
3	-0.00962	-0.0047	-0.05359	0.077567	211
4	-0.05839	-0.00145	-0.02008	0.099094	781
5	-0.00724	-0.02934	-0.04665	0.080291	348
6	-0.00379	-0.05229	-0.02918	0.09353	577
7	-0.0521	0.027234	0.005924	0.090694	314
8	0.018219	-0.05898	0.002624	0.099165	316
9	-0.01509	-0.03972	-0.03474	0.07829	306
10	0.012328	0.050979	-0.00524	0.072181	318
Mean					383.5

表 4-15 變數量=4 測試 10 次之結果

Run#	x_1	x_2	x_3	x_4	Obj_f(x)	Iteration
1	0.048564	-0.00793	-0.00017	-0.03235	0.090108	469
2	0.004608	-0.00296	0.032163	0.048135	0.087861	502
3	-0.01089	-0.04703	-0.02023	0.023608	0.085682	485
4	0.025521	-0.03291	-0.0342	-0.00757	0.076965	388
5	0.002775	-0.0603	-0.00348	0.006444	0.096022	629
6	0.01259	-0.00499	-0.05959	-0.00188	0.097087	636
7	0.046085	0.017103	-0.03437	-0.00606	0.094443	372
8	-0.00456	0.00793	0.044287	-0.04076	0.096303	529
9	0.000649	0.002121	-0.06156	-0.00045	0.09856	465
10	-0.0025	-0.00331	0.001651	-0.05975	0.093228	846
Mean						532.1

表 4-16 變數量=5 測試 10 次之結果

Run#	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	Obj_f(x)	Iteration
1	0.008159	0.003002	-0.04706	-0.03657	0.00345	0.094579	653
2	0.006711	-0.05779	0.012513	-0.00912	-0.01207	0.097929	751
3	0.033906	0.03059	-0.00204	0.041039	-0.00278	0.098274	635
4	-0.00431	0.016119	0.05464	-0.01182	0.008726	0.090399	715
5	0.007934	-0.03674	-0.01277	0.014954	-0.03945	0.087222	687
6	0.006065	-0.02505	-0.01867	0.03175	0.019027	0.061942	536
7	-0.01976	0.016201	0.012541	-0.00761	0.05387	0.097949	1066
8	0.059376	-0.00057	-0.0027	-0.01296	-0.00419	0.096581	777
9	-0.03765	-0.00756	0.018923	0.027702	0.025893	0.08501	781
10	-0.02689	0.000474	-0.0242	0.019078	-0.04386	0.093467	729
Mean							733

將變數量與迭代次數取平均值之結果整理成圖 4-5，結果顯示隨著變數量上升，啟發式和弦搜尋演算法所需之迭代次數僅會約略成線性增加，不會如許多傳統最佳化方法會隨變數之數量呈現高度非線性增加。

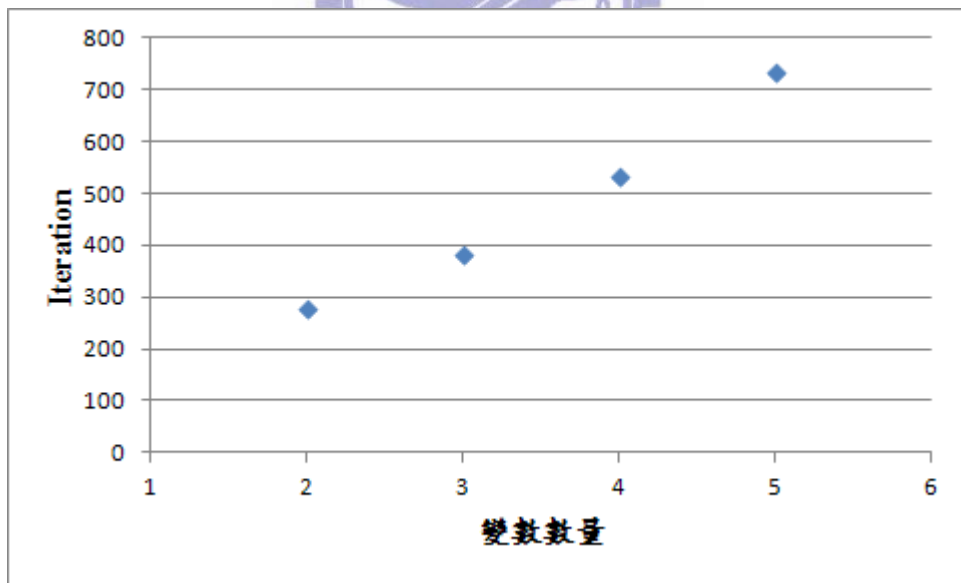


圖 4-5 變數數量與迭代次數關係圖

4.2.2 數值微分

以 4.1 節擬定之方法於收斂時加入數值微分做改良，本研究數值微分的方法採用最陡坡降法結合變分學的概念，方法說明如下：

原最陡坡降法之流程為 $x_{i+1} = x_i - \alpha \nabla f(x)$ ，將 x_{i+1} 代入方程式可近似為 $f(x_{i+1}) = f(\alpha)$ ，再透過 $\frac{df}{d\alpha} = 0$ ，可求 α ，但是由於微分不易計算，因此結合變分學之原理，由 $\delta f(x) = \nabla f(x) \cdot \delta x$ 及近似 $\delta x = X_{i+1} - X_i = -\alpha \nabla f(x)$ ，可得結果 $\delta f(x) = -\alpha \nabla f(x) \cdot \nabla f(x)$ ，進而可解得變數調整量（雷同於調音量）。

以下以變數量=5 之情形做驗證，以 PSF-HS 修改 1 版分別以 bw 非定值與 bw 定值加入數值微分兩方法做測試，並以相同之收斂條件下所需之迭代次數作判斷，演算法參數設定如表 4-17， $N_{\text{maxsearch}}=2000$ ，結果如表 4-18 與表 4-19。

表 4-17 PSF-HS 修改 1 版加入微分方法之參數設定

HMS	HMCR	PAR	bw	δbw	收斂條件
30	0.5	0.5	0.01	0.0001	$\varepsilon \leq 0.1$

表 4-18 PSF-HS 修改 1 版加入微分方法於 bw 非定值之結果

Run#	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Obj_f(x)	Iteration
1	-6.44E-05	0.000666	0.001498	-3.66E-05	-0.0007	8.28E-05	1770
2	0.001402	-9.31E-05	-0.00055	0.000274	0.001498	0.000119	2000
3	-0.00011	-0.00192	-0.00215	-0.00035	0.001243	0.00026	2000
4	0.000119	-0.00053	0.004468	-0.00014	0.190564	0.933769	2000
5	3.36E-05	-0.00099	-0.00048	-0.00125	-0.00108	0.000103	2000
6	0.001772	3.00E-05	-0.33575	0.000194	0.000434	2.826658	2000
7	0.000702	-0.00011	-9.84E-05	-0.06674	-0.00015	0.115653	2000
8	0.001501	-0.00202	-0.00367	0.00028	0.000224	0.000518	2000
9	-0.00118	-0.00059	0.000114	0.001165	0.000443	8.63E-05	856
10	-0.0011	0.000316	-0.00106	-0.001	-7.41E-05	8.88E-05	1456

表 4-19 PSF-HS 修改 1 版加入微分方法於 bw 定值之結果

Run#	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Obj_f(x)	Iteration
1	4.85E-05	5.09E-05	4.92E-05	3.83E-05	3.69E-06	2.3E-07	66
2	5.86E-05	5.56E-05	4.95E-05	5.06E-05	4.22E-05	3.46E-07	766
3	-1.08E-05	7.98E-06	3.72E-05	3.97E-05	4.29E-05	1.29E-07	693
4	9.28E-05	3.93E-05	4.72E-05	3.87E-05	3.76E-05	3.98E-07	716
5	5.95E-05	3.53E-05	4.10E-05	5.33E-05	4.72E-05	3E-07	755
6	5.52E-05	4.98E-05	3.28E-05	8.46E-05	3.87E-05	3.97E-07	780
7	3.06E-05	1.05E-05	6.60E-05	2.39E-05	6.28E-05	2.58E-07	806
8	4.93E-05	4.83E-05	4.91E-05	4.89E-05	7.41E-06	2.5E-07	61
9	4.69E-05	6.51E-05	5.29E-05	4.34E-05	5.13E-05	3.57E-07	626
10	5.07E-05	-1.69E-05	5.03E-05	8.07E-06	4.94E-05	2.05E-07	66

比較結果可知 OHS 中之調音方法(bw 非定值)之結果差異較大，所需之迭代次數也較多，以 bw 為定值結合數值微分之方式之結果明顯改善 OHS 以隨機機率控制 bw 大小的不確定性，因此於後續案例分析時採用 PSF-HS 修改 1 版以 bw 為定值加入數值微分之方法(後續簡稱為 PSF-HS 修改 2 版)。

4.2.3 可靠度分析

本小節針對前述幾種方法各測試了 1000 組做為可靠度分析的依據，根據修改方式分為五個方法做測試，分別為 PSF-HS 修改 1 版 (分無微分、粒子群與無微分、無粒子群兩種方法)、PSF-HS 結合 OHS 調音方法(無微分、無粒子群、bw 非定值)、PSF-HS 修改 2 版 (分有微分、粒子群與有微分、無粒子群兩種方法)，測試結果如圖 4-6，此圖為連續問題中搜尋出的五個解與真解之差值的平均值，結果顯示有做後段（收斂階段）數值微分的結果精度可介於 $10^{-3} \sim 10^{-5}$ ，無數值微分之結果精度只介於 $10^{-1} \sim 10^{-3}$ ，接著再比較有微分與無微分中有無粒子群的結果顯示加入粒子群的百分比略高於無粒子群的百分比，符合 4.1 節中粒子群可改善演算法之結論，因此後續案例應用將採用 PSF-HS 修改 2 版做研究。

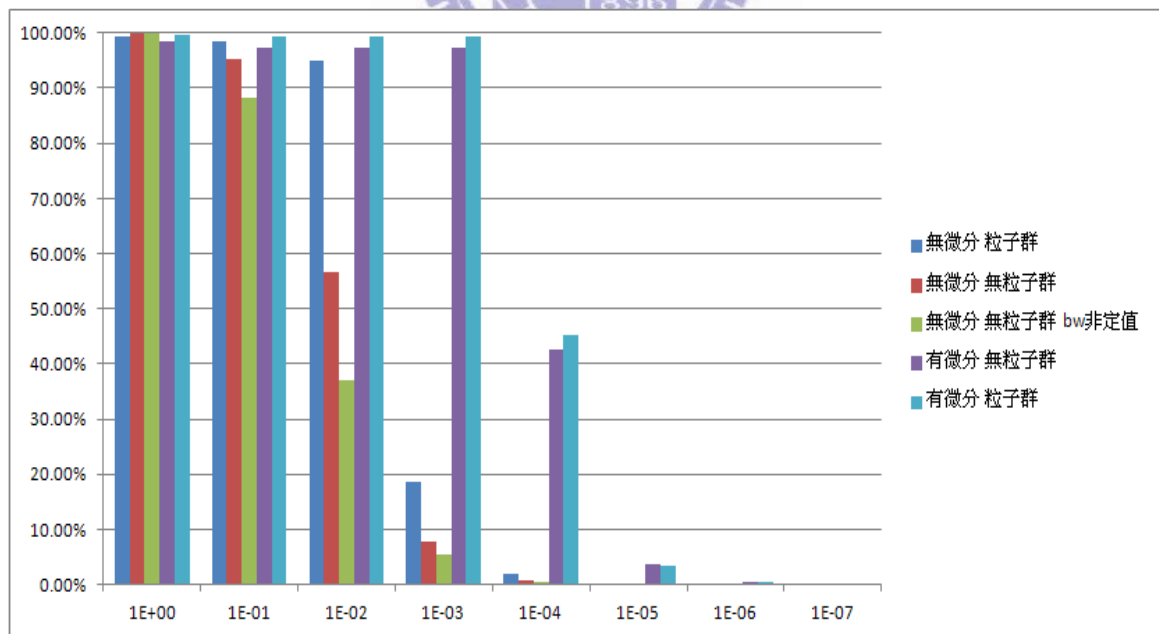


圖 4-6 主要修改方法之可靠度分析

4.3 小結

經由 4.1 與 4.2 節之改良比較，藉由選擇調音方向改善策略來提高收斂速度並無實際效果，但結合粒子群法搜尋概念與後期數值微分則頗為有效。而目前的 PSF-HS 修改 2 版於測試中亦有少數幾次數值微分階段收斂失敗的情況產生，究其原因接是無法在設定的最大迭代次數內滿足收斂條件(此問題即為 PSF-HS 修改 1 版收斂失敗之情形)導致數值微分失敗，其餘滿足收斂條件後做數值微分之結果皆能收斂成功，而收斂之精度則取決於 δbw 。

於案例分析時，待定參數的設定如無法掌握其特性，則必須要經過多次測試方能決定出合適的演算法初始設定值，而 PSF-HS 修改 2 版已經除去了定義 HMCR 與 PAR 之步驟，只需設定適當的初始 bw 與 δbw 即可使用，相較於其他演算法其適用性已提高許多，且於後段（收斂階段）又加入數值微分方法，也能有效提高了本方法的收斂速度與精度，因此可確定本研究所擬定之啟發式演算法(PSF-HS 修改 2 版)針對適用性與收斂性之改良確實具有有效性與可行性。

第五章 案例反算分析

本章分別以新山壩滲漏問題與國道 3 號 3.1k 崩坍事件進行本研究所擬定之啟發式和弦演算法進行最佳化演算之反算分析。5.1 節為新山壩滲漏問題之反算分析結果；5.2 節為國道 3 號 3.1k 崩坍事件反算分析結果；5.3 節為結果與討論。

5.1 新山壩滲漏問題

本案例以本研究所改良之和弦搜尋演算法取代康詩凰(2011)所採用之原版和弦演算法進行反算分析，康詩凰(2011)計算之結果如圖 5-1 所示，迭代 200 次中最佳目標函數值計算結果為第 183 次，目標函數值只能低至 0.0072499，對應目標因子總壩體滲流量(HM_Q)為 129.1 CMD，與目標值 120 CMD 相差在 10 CMD 以內；而總水頭之目標因子 th1 最佳值為 51.17 m，與目標值 53m 相差在 2m 以內；水頭之目標因子 th2 最佳值為 47.9m，與目標值 48.5m 相差在 2m 以內；水頭之目標因子 th3 最佳值為 44.19m，與目標值 43m 相差在 2m 以內。

本研究以 PSF-HS 修改 1 版迭代 200 次之結果(HM 和弦記憶)如表 5-1 所示，在迭代 200 次中，於第 130 次即找到最佳目標函數值為 0.00495。最佳解之目標因子總壩體滲流量為 118.4 CMD，總水頭目標因子 th1 為 51.31m，總水頭目標因子 th2 為 48.11m，總水頭目標因子 th3 為 44.56m，結果比較如表 5-2，由此案例分析之結果可知 PSF-HS(修改 1 版)確實可有效提高 OHS 之搜尋之效率。

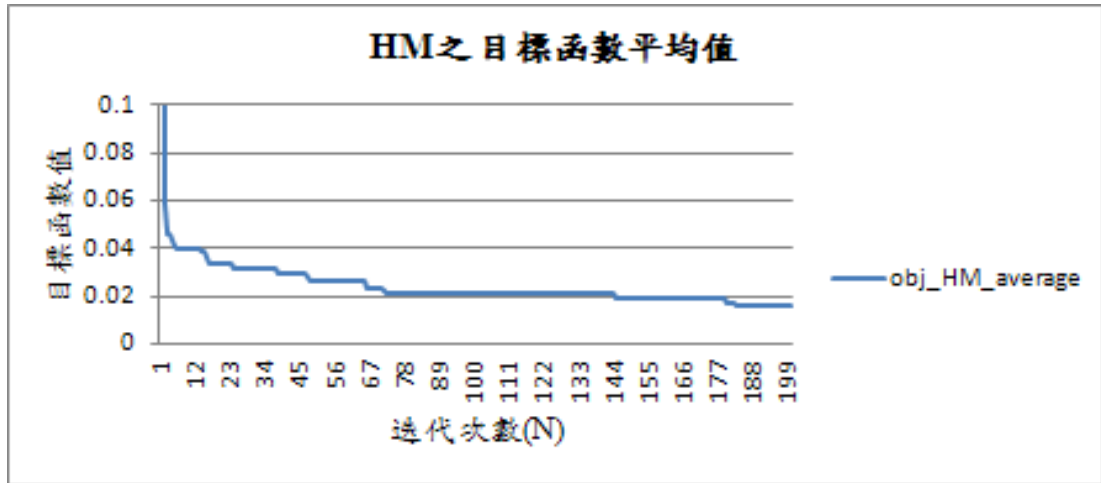


圖 5-1 新山壩漸進式之迭代次數與 HM 目標函數之關係圖

表 5-1 新山壩漸進式以 PSF-HS 修改 1 版搜尋之結果

kv_head	kh_head	n_kv	n_kh	cut_end	f_obj
0.0003	0.0005	2	4	205	0.012921
0.0002	0.0003	3	5	205	0.01287
0.0005	0.0007	2	4	205	0.015417
0.0005	0.0008	2	1	205	0.004979
0.0004	0.0012	3	1	205	0.00495
0.0001	0.0012	2	1	205	0.017098
0.0005	0.0005	4	5	205	0.013532
0.0001	0.0013	1	1	205	0.010059
0.0001	0.0003	1	5	205	0.014311
0.0005	0.0008	2	1	205	0.004979

表 5-2 目標因子原本與修改 1 版之比較

	Q(CMD)	th1(m)	th2(m)	th3(m)
目標值	120	53	48.5	43
OHS	129.1	51.17	47.9	44.19
PSF-HS 修改 1 版	118.4	51.31	48.11	44.56

本研究嘗試以 PSF-HS 修改 2 版改善最佳解的收斂性，結果如表 5-3 所示，根據前三組結果可知微分方向往負的方向移動可改善解的收斂性，但是 δbw 之影響不如預期，並非設定較小而目標值的改善也較小，原推測為參數靈敏度之影響，根據參數之靈敏度差異設定不同之 δbw 做測試，但是根據結果所示，參數靈敏度之影響應可排除，最後改以較大之 $\delta bw(0.1*bw)$ 進行數值微分做測試，卻可改善目標函數值。推測乃因有限元素網格之布置，模擬水平濾層之總元素數目必然有限，因此本問題其實具有不連續問題形態之屬性，或許也可能仍尚未收斂至全域性最佳解附近時即已開始改採梯度法（藉數值微分計算），因此梯度法於此例並無法有效改善搜尋解之收斂性。

表 5-3 PSF-HS 修改 2 版 δbw 之設定

微分方向	kv_head	kh_head	n_kv	n_kh	目標函數值
+	0.01*bw	0.001*bw	0.01*bw	0.01*bw	0.21755367
-	0.01*bw	0.001*bw	0.01*bw	0.01*bw	0.02226453
+	0.01*bw	0.01*bw	0.01*bw	0.01*bw	0.19717918
-	0.01*bw	0.01*bw	0.01*bw	0.01*bw	0.00741604
+	0.001*bw	0.001*bw	0.001*bw	0.001*bw	11.1148962
-	0.001*bw	0.001*bw	0.001*bw	0.001*bw	0.20459321
-	0.01*bw	1.67E-04*bw	0.001*bw	0.001*bw	0.04750396
-	0.1*bw	0.1*bw	0.1*bw	0.1*bw	0.00445457

5.2 國道 3 號 3.1k 崩坍事件

本節之反算分析分三個部分：5.2.1 節為反算分析前的初步參數測試，瞭解各影響參數的靈敏度及相關性；5.2.2 節根據初步測試的結果進行反算分析；5.2.3 節為分析結果與災後調查報告之比對。

5.2.1 初步參數測試

根據 3.3.2 節所述之內容進行初步參數測試，先以表 5-4 之初始演算法參數設定分別以 OHS、PSF-HS 修改 1 版與 PSF-HS 修改 2 版測試 100 次結果如表 5-5~(*100 次結果之平均值)

表 5-7 所示，目標函數值與呼叫函數次數之結果與連續問題驗證分析之結果相符，再根據標準差可知 7 個待定參數中以 c 、 φ 、 α 、 h 的靈敏度較大。

表 5-4 演算法初始參數設定

HMS	HMCR	PAR	bw	δbw	收斂條件
30	0.5	0.5	10^{-3} *搜尋範圍	10^{-2} *bw	$\epsilon \leq 10^{-3}$

表 5-5 待定參數於 OHS 方法測試 100 次之結果

	c(kg/cm ²)	φ(°)	α	h(m)	x ₁ (m)	x ₂ (m)	x ₃ (m)	目標函數值	Call f(x)*
Mean	0.02	14.44	0.20	3.66	40.43	38.80	47.58	6.93E-04	527.40
STDEV	0.02	0.39	0.13	1.63	28.38	26.60	34.65	1.17E-03	236.35

(*100 次結果之平均值)

表 5-6 待定參數於 PSF-HS 修改 1 版方法測試 100 次之結果

	c(kg/cm ²)	φ(°)	α	h(m)	x ₁ (m)	x ₂ (m)	x ₃ (m)	目標函數值	Call f(x)*
Mean	0.03	14.40	0.17	3.28	39.77	42.98	48.11	4.81E-04	345.42
STDEV	0.02	0.29	0.13	1.57	24.81	27.09	31.52	2.66E-04	103.52

(*100 次結果之平均值)

表 5-7 待定參數於 PSF-HS 修改 2 版方法測試 100 次之結果

	c(kg/cm ²)	φ(°)	α	h(m)	x ₁ (m)	x ₂ (m)	x ₃ (m)	目標函數值	Call f(x)*
Mean	0.06	14.32	0.10	4.52	35.94	21.19	44.90	1.20E-15	485.80
STDEV	0.02	0.23	0.08	1.21	23.78	18.43	35.86	1.25E-15	101.90

(*100 次結果之平均值)

接著以測試之結果進行靈敏度分析，待定參數調整的量為 1 單位之 bw 結果如表 5-8 所示，結果顯示 c 之靈敏度太高而 x_1 、 x_2 、 x_3 之靈敏度太低，又於實際滑動時安全係數為 1 時的臨界狀態下，滑動面應已有變位量，且根據國道 3 號 3.1 公里崩塌事件原因調查工作總結報告之內容，災後於現場取回之滑動面岩心試體的直接剪力試驗結果顯示其殘餘 c 值皆為 0，因此後續之反算分析將 c 值設定為 0，而 x_1 、 x_2 、 x_3 則假設為定值。

表 5-8 待定參數之靈敏度測試

待定參數	c(kg/cm ²)	$\varphi(^{\circ})$	α	h(m)	x_1 (m)	x_2 (m)	x_3 (m)
目標函數值改變量	1.2879	0.0668	0.2105	0.0107	0.0005	0.0009	0.0001

5.2.2 反算分析結果

根據 5.2.1 節中靈敏度測試之結果，待定參數的初始 bw 設定如下，其餘演算法之參數設定同表 5-4。

$\varphi(^{\circ})$	α	h(m)
3*bw	bw	21*bw

反算分析之問題從原本 7 個待定參數簡化為 3 個待定參數，而 x_1 、 x_2 、 x_3 分別假設為 90m、10m、40m，結果如表 5-9 所示。

表 5-9 反算分析 10 次之結果

Run#	$\varphi(^{\circ})$	α	h(m)	x_1 (m)	x_2 (m)	x_3 (m)	目標函數值
1	14.83	0.24	3.69	90	10	40	0
2	14.92	0.49	9.09	90	10	40	0
3	15.32	0.33	8.22	90	10	40	0
4	14.45	0.64	9.14	90	10	40	2.66E-15
5	14.29	0.59	7.15	90	10	40	2.44E-15
6	14.57	0.56	8.25	90	10	40	-2.1E-15
7	14.16	0.65	7.52	90	10	40	0
8	14.20	0.61	7.02	90	10	40	-2.1E-15
9	15.21	0.13	3.84	90	10	40	3.11E-15
10	14.23	0.35	2.12	90	10	40	1.78E-15

結果顯示 ϕ 角約在 $14^\circ\sim 15^\circ$ 之間，而滑動面之傾角約為 15° ，搜尋出之結果滿足滑動條件，根據 α 與 h 判斷事件發生之原因可能有二，一者為地錨因鏽蝕逐漸降低地錨之抗拉能力和邊坡之安全係數，二者為地下水水位升高進而降低安全係數導致邊坡發生滑動，從 α 與 h 之結果可知兩參數為競合之關係，因此分析策略為分低地下水水位與高地下水水位兩種情形分別反算安全係數從 0.8~1.3 各測試了 30 組做統計與討論。

1. 低地下水水位

此部分之 h 為 0.5m 其餘參數假設相同，結果如圖 5-2 與圖 5-3 所示。

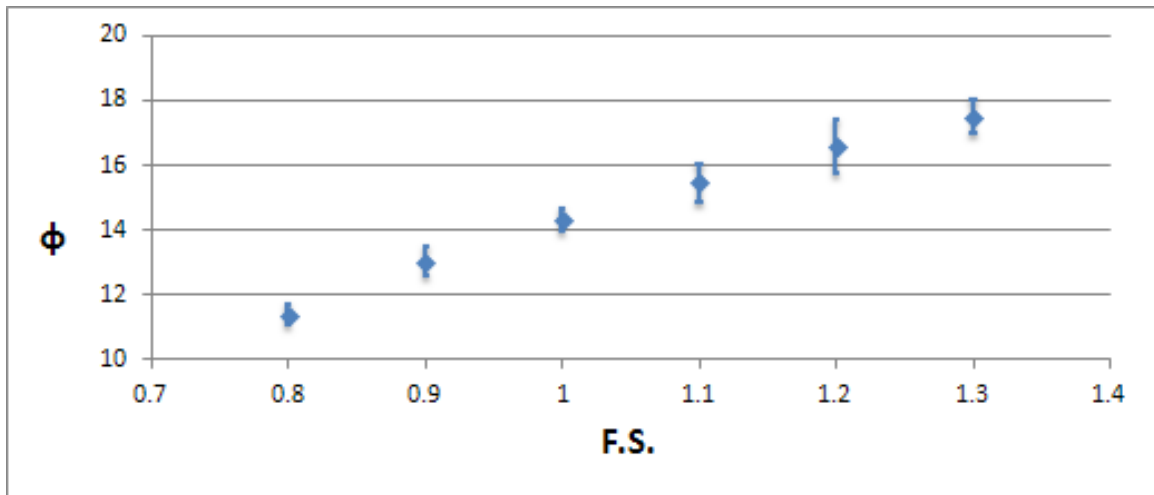


圖 5-2 低地下水水位 ϕ 與 F.S. 之關係圖

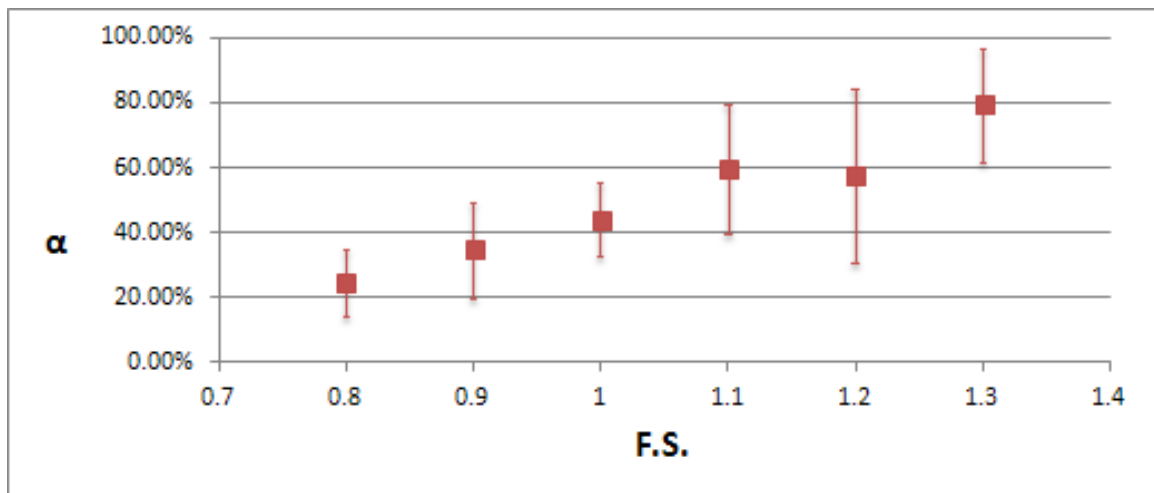


圖 5-3 低地下水水位 α 與 F.S. 之關係圖

2. 高地下水位

此部分之 h 為 5m 其餘參數假設相同，結果如圖 5-4 圖 5-2 與圖 5-5 所示。

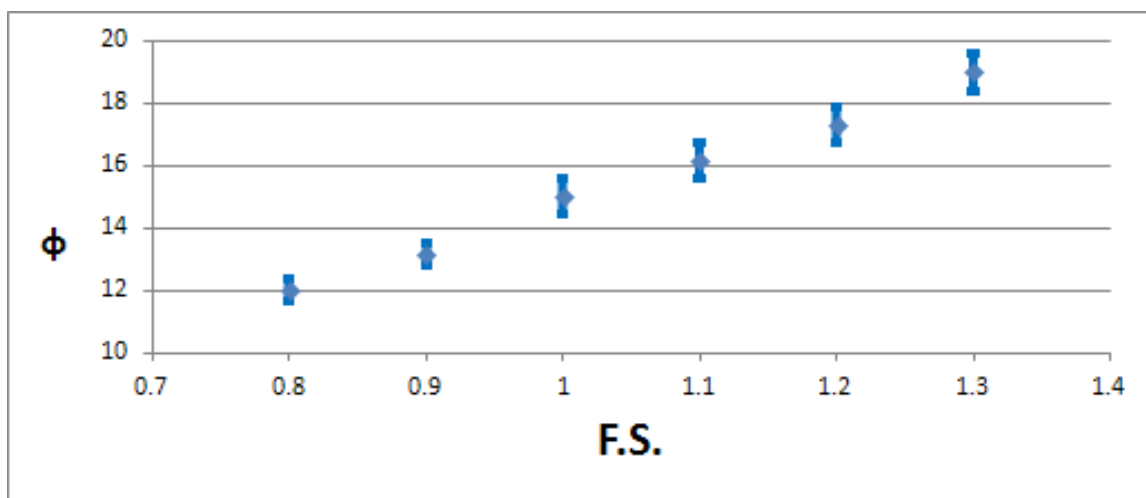


圖 5-4 高地下水位 ϕ 與 F.S. 之關係圖

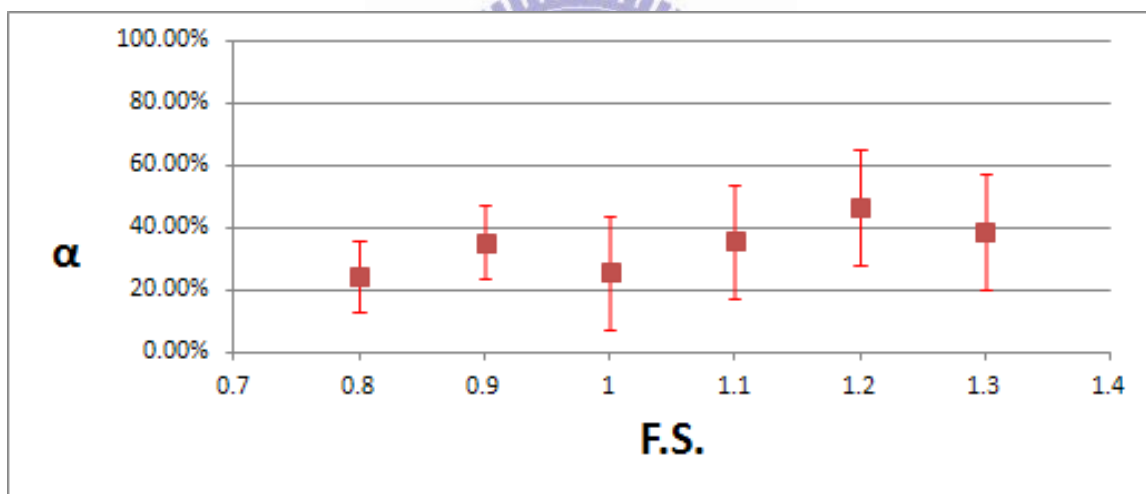


圖 5-5 高地下水位 α 與 F.S. 之關係圖

由結果可知，在低地下水位之情形且安全係數為 1 時之 ϕ 角約為 14° ， α 約為 40%，在高地下水位之情形且安全係數為 1 時 ϕ 角約為 15° ， α 約為 20%，由於沒有滑動時之地下水位資料，而地錨之真實折減率並無資料可供比較，只知道事件發生前有相當時間未降雨，因此合理推測當時之地下水位位置應該頗低，而反算分析出之結果顯示低地下水位之情形 ϕ 角小於 15° 滿足滑動之條件，相較於高地下水位之 ϕ 角較為合理。

5.2.3 反算分析結果之比對

根據國道3號3.1公里崩塌事件原因調查工作總結報告的破壞原因分析，認為此次災害發生之可能原因為順向坡楔型塊滑動面先前已因地下水入滲，造成滑動面之軟化，於破壞前即已達到臨界滑動狀況，當時僅由已呈現鏽蝕狀況之地錨維持其穩定性；災害之發生當時應是逐漸鏽蝕的地錨鋼絞線之斷面積減小至臨界狀況以下，該瞬間單位斷面積所受應力頓時超過負荷，荷重被迫轉移下，於短時間內各獨立地錨發生連續性破壞所導致之結果。

再根據台62線2.8K段師公格山順向坡調查、整體治理規劃及環境影響評估技術服務期中報告，其鑽探結果與水位觀測井之資料顯示於平時無降雨的情況下，地下水位面的位置皆位在滑動面以下，因此可合理推測滑動當時之地下水位面極可能是位在滑動面附近。

比對上述調查報告之結果，可知災害發生之現場狀況與反算分析假設低地下水位之條件相近，而反算分析出之結果推測災害發生之原因為地錨因鏽蝕逐漸降低地錨之抗拉能力和邊坡之安全係數。

由此次反算分析的結果可知，儘管在待定參數間互相競合的情況下，本研究所改良之啟發式演算法(PSF-HS 修改2版)可以適當簡化之數學模式於較短之時間內反算出與災後調查差異不大之結果，顯示此方法於實際應用時之適用性與有效性。

5.3 小結

由以上兩件不同最佳化問題範例之搜尋結果可知：

1. 修改後之和弦搜尋演算法於土石壩滲流分析問題與邊坡穩定分析問題相較原版和弦搜尋演算法可以更少之迭代次數(約 50 次，1 次約迭代需 15 分鐘)找到更精確的結果(原版目標值為 0.00725，PSF-HS 修改 1 版之目標值為 0.00495)，驗證其收斂的效率與效能均較原版和弦搜尋演算法佳。
2. 於新山壩滲漏問題中，微分方法尚無法有效改善搜尋結果，推測原因為計算目標函數梯度向量時，因為各變數之敏感度迥異，未能適當選定各變數之變異量以估算導數(偏微分)，因此估算出之梯度向量可能誤導微分方法中之調音值(δbw 調整改變之大小超過最佳值但仍比原來之結果好)，才會未達成改善搜尋之結果。
3. 於國道 3 號 3.1k 崩坍事件之反算分析結果，在低地下水位之假設形態下之最佳化搜尋結果較符合實際滑動時之情形，此結果也與國道 3 號 3.1 公里崩塌事件原因調查工作總結報告的破壞原因分析結果相符合。

第六章 結論與建議

本章綜合歸納研究結果與本研究之結論，並提出建議供未來相關演算法改良之研究議題與以和弦搜尋最佳化演算法應用於大地工程反算分析之參考。

6.1 結論

本研究內容乃針對歸屬啟發式最佳化演算法的弦搜尋演算法之演算法改良與應用，啟發式演算法相較於傳統最佳化演算法，求解時可避免陷入局部解之情形，但收斂所需之迭代次數較多，本研究之主要目的即為改善啟發式演算法的搜尋效率與效能。並以有解析解之連續與不連續問題驗證改良後之和弦搜尋演算法，再以新山水庫滲漏問題與國道 3 號 3.1k 崩坍事件作為本研究修改之和弦搜尋演算法進行反算分析之案例。由研究結果可得以下結論：

1. 在眾多啟發式演算法中本研究採用適用性較廣之 PSF-HS 做修改，首先加入移動平均改善 HMCR 與 PAR 在迭代時會提早收斂的問題，並結合 PS-HS 之搜尋概念以提高求解之效率，根據驗證知結果可知此部分之改良具體、有效降低所需之迭代次數
2. 本研究曾嘗試調音階段加入調音方向以改善原本隨機調音之不確定性，基於驗證之結果發現調控調音方向並未發揮功能，研判原因係當某次迭代目標函數值有所改善時，不能確保僅有一待參數是以調音方法改善和弦，因此會有參數間的靈敏度的迥異影響了各參數於調音方向上判斷錯誤，即當某一參數調整之方向其實未改善和弦，反而因為其它參數對

於目標值函數值改善貢獻更大時，讓整體之目標函數值仍有改善之假象，導致記錄錯誤的結果而誤導認為該參數調音方向會有利於目標值函數值之改善。

3. 本研究也嘗試於後期收斂階段以數值微分方法提高搜尋解的精度，從驗證結果與案例分析可知在適當的定義最佳化問題之數學模式下可有效改善搜尋的結果
4. 綜合上述內容藉由加入移動平均改善 HMCR 與 PAR、結合 PS-HS 之搜尋概念、以及後期收斂階段引入數值微分方法等改良手段皆可提高和弦搜尋演算法的收斂之速度與搜尋結果之精度。
5. 從驗證分析分別採用連續問題與離散問題，於離散問題嘗試加入移動平均、調音方向、粒子群法之改良，結果顯示僅有調音方向之結果是失敗的，另外兩種方法均能有效降低收斂所需的迭代次數；於連續問題測試了不同變數的情況下收斂所需之次數以及加入數值微分後之收斂效果，從結果可知本研究修改之和弦搜尋演算(PSF-HS 修改 2 版)法仍保原版和弦搜尋演算法之隨機性、避免陷入局部解與迭代次數不會隨變數量增加呈高度非線性上升之趨勢。
6. 啟發式演算法之精神為集中強化 (Intensification) 與多樣化 (Diversification)，嘗試各種修改方式之目的皆為改進上述兩個部分，拓展搜尋之範圍確保能找到全域性最佳解，強化已搜尋到之最佳解提高搜尋解之精度，本研究所修改之 PSF-HS 修改 2 版，相較於其它演算法提供了一個面對參數不確定性之問題時高適用性之方法，此法於不連續性問題驗證結果可知，可達快速收斂之求解效能；於連續性問題驗證結

果可知之數值微分部分，則需清楚定義搜尋範圍與設定適當的演算法參數下方能有效改善搜尋的最佳解。

7. 本研究改良之和弦搜尋啟發式演算法(PSF-HS 修改 2 版)應用於實際工程案例分析反算求解時，將最佳化問題數學模式化後，只需清楚定義目標函數方程式與合理的搜尋範圍即可進行和弦搜尋演算法，可說明此方法的適用性；於國道 3 號 3.1k 崩坍事件之結果，以極限平衡法清楚定義出目標函數方程式後，以和弦搜尋演算法進行反算分析，可有效分析可能的破壞原因，與災後調查報告結論相近，展現此方法的有效性。
8. 由驗證分析與案例應用之過程可知，於國道 3 號 3.1k 崩坍事件中由於參數間靈敏度之差異，於數值微分階段時，起初各變數均設定為定值計算，有少部分的情況會無法改善搜尋的結果，經過靈敏度測試後，得適當設定 bw 與 δbw ，可有效減少數值微分失敗之情形，因此在最佳化演算法之參數與待參數之設定(bw 、 δbw 、收斂準則)，需先經過測試方能決定適用的參數設定與待參數之搜尋範圍，此即最佳化方法中 NFL(No-Free-Lunch theorem)定理之精神。
9. 本研究所擬定之 PSF-HS 修改 1 版(以 PSF-HS 為基礎加入移動平均與 PS-HS 等改良方法)適用於不連續與離散之問題，PSF-HS 修改 2 版(以 PSF-HS 修改 1 版為基礎再加入數值微分方法)適用於連續性之問題，實際應用時之步驟為以 PSF-HS 修改 1 版做測試後設定適當的參數後(可於較少迭代次數滿足所需之收斂條件)，再視問題形態與收斂所需之精度判斷是否需要加入數值微分(即 PSF-HS 修改 2 版)。

6.2 建議

1. 本研究之數值微分方法，在某些特殊問題(如新山壩滲漏問題)下也有可能不適用，於該狀況下，或可以多層次之搜尋法取代(以 PSF-HS 修改 1 版將搜尋範圍縮小後，以此範圍當作新的搜尋範圍在以 PSF-HS 修改 1 版搜尋，重複此步驟至滿足設定之收斂準則)。
2. PSF-HS 結合 PS-HS 之方法，其中最佳 PS 之考量，原本為採用當前和弦記憶中最佳解，未來或可考慮以偵測其叢集性之方式，選出幾組最佳候選和弦來選取取代原本之方式。
3. PSF-HS 修改 2 版中，由於調音為定值，因此所能改善之結果有限，可令待搜尋之結果接近收斂時，再開始數值微分之梯度法運算。
4. 本研究以 PSF-HS 結合 PS-HS 之改良效果佳，後續研究演算法之改良可嘗試再混和不同啟發式演算法之優點，以改善既有演算法之缺點。
5. 於新山壩滲漏問題中，微分方法尚無法有效改善搜尋結果，推測原因為問題形態為不連續問題，如未能適當選定各變數之變異量以估算導數(偏微分)，可能高估或低估微分方法中之調音值。因此在數值微分前可先考慮參數搜尋範圍大小之影響，設法設計估算導數之策略。
6. 本研究僅針對壩體滲漏問題與邊坡穩定問題做應用，後續研究可考慮改良此法應用於各種大地工程最佳化問題，譬如：最低成本考量，最佳配置、最少挖填方、土工結構之安全診斷、....等等。

參考文獻

1. Abbaspour, K. C., Schulin, R. and van Genuchten M. Th., “Estimating unsaturated soil hydraulic parameters using ant colony optimization” *Advances in Water Resources*, vol. 24, pp. 827-841, 2001.
2. Abido, M. A., “Robust design of multimachine power system stabilizers using simulated annealing” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 15, no. 3, pp. 297-304, 2000.
3. Alexandre, E., Cuadra, L. and Gil, R., “Sound classification in hearing aids by the harmony search algorithm” Geem, Z. W.(Ed.) : *Music-Inspired Harmony Search Algorithm*, SCI, vol. 191, pp. 173-188, 2009.
4. Ayvaz, M. T., “Identification of groundwater parameter structure using harmony search algorithm” Geem, Z. W.(Ed.) : *Music-Inspired Harmony Search Algorithm*, SCI, vol. 191, pp. 129-140, 2009.
5. Bell, J. E. and McMullen, P. R., “Ant colony optimization techniques for the vehicle routing problem” *Advanced Engineering Informatics*, vol. 18, pp. 41-48, 2004.
6. Camp, C. V., Pezeshk, S. and Cao, G., “Optimized design of two-dimensional structures using a genetic algorithm” *Journal of Structural Engineering*, vol. 124, no. 5, pp. 551-559, 1998.
7. Ceylan, H. and Ceylan, H., “Harmony search algorithm for transport energy demand modeling” Geem, Z. W.(Ed.) : *Music-Inspired Harmony Search Algorithm*, SCI, vol. 191, pp. 163-172, 2009.
8. Chang, W. A. and Ramakrishna, R. S., “A genetic algorithm for shortest path routing problem and the sizing of populations” *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 6, no. 6, pp. 566-579, 2002.
9. Cheng, Y. M. et al., “Partical swarm optimization algorithm for the location of the critical non-circular failure surface in two-dimensional slop stability analysis” *Computers and Geotechnics*, vol. 34, pp. 92-103, 2007.
10. Cheng, Y. M., Li, L. and Chi, S. C., “Performance studies on six heuristic global optimization methods in the location of critical slip surface” *Computers and Geotechnics*, vol. 34, pp. 462-484, 2007.
11. Cheng, Y. M., “Modified harmony methods for slope stability problems” Geem, Z. W.(Ed.) : *Music-Inspired Harmony Search Algorithm*, SCI, vol.

- 191, pp. 141-162, 2009.
12. Chiang, C. L., "Improved genetic algorithm for power economic dispatch of units with valve-point effects and multiple fuels" *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, no. 4, pp. 1690-1699, 2005.
 13. Dell'Amico, M. and Trubian, M., "Applying tabu-search to the job-shop scheduling problem" *Annals of Operations Research*, vol. 41, pp. 231-252, 1993.
 14. Fesanghary, M., "Harmony search applications in mechanical, chemical and electrical engineering" Geem, Z. W.(Ed.) : *Music-Inspired Harmony Search Algorithm*, SCI, vol. 191, pp. 71-86, 2009.
 15. Gao, X. Z., Wang, X. and Ovaska, S. J., "Harmony search methods for multi-modal and constrained optimization" Geem, Z. W.(Ed.) : *Music-Inspired Harmony Search Algorithm*, SCI, vol. 191, pp. 39-51, 2009.
 16. Geem, Z. W., Tseng, C. L. and Williams, J. C., "Harmony search algorithms for water and environmental systems" Geem, Z. W.(Ed.) : *Music-Inspired Harmony Search Algorithm*, SCI, vol. 191, pp. 113-127, 2009.
 17. Geem, Z. W., "Particle-swarm harmony search for water network design" *Engineering Optimization*, vol. 41, no. 4, pp. 297-311, 2009
 18. Geem, Z. W., "State of the art in the structure of harmony search algorithm" Geem, Z. W. : *Recent Advances in Harmony Search Algorithm*, SCI, vol. 270, pp. 1-10, 2010.
 19. Geem, Z. W. et al., "Parameter-setting-free harmony search algorithm" , *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 217, pp. 3881-3889, 2010.
 20. Gendreau, M., Hertz, A. and Laporte, G., "A tabu search heuristic for the vehicle routing problem" *Management Science*, vol. 40, no. 10, pp. 1276-1290, 1994.
 21. Gendreau, M., "Parallel tabu search for real-time vehicle routing and dispatching" *Transportation Science*, vol. 33, no. 4, pp. 381-390, 1999.
 22. Ingram, G. and Zhang, T., "Overview of applications and developments in the harmony search algorithm" Geem, Z. W.(Ed.) : *Music-Inspired Harmony Search Algorithm*, SCI, vol. 191, pp. 15-37, 2009.
 23. Kariuki, B. M. et al., "The application of a genetic algorithm for solving crystal structures from powder diffraction data" *Chemical Physics Letters*, vol. 280, pp. 189-195, 1997.

24. Kahatadeniya, K. S. et al., "Determination of the critical failure surface for slope stability analysis using ant colony optimization" *Engineering Geology*, vol. 108, pp. 133-141, 2009
25. Lee, K. S. and Geem, Z. W., "A new meta-heuristic algorithm for continuous engineering optimization: harmony search theory and practice" *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 194, pp. 3902-3933, 2005.
26. Mahdavi, M., Fesanghary, M. and Damangir, E., "An improved harmony search algorithm for solving optimization problems" *Applied Mathematics and Computation*, vol. 188, pp. 1567-1579, 2007.
27. Mahdavi, M., "Solving NP-complete problems by harmony search" Geem, Z. W.(Ed.) : *Music-Inspired Harmony Search Algorithm*, SCI, vol. 191, pp. 53-70, 2009.
28. Maier, H. R. et al., "Ant colony optimization for design of water distribution systems" *Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 129, no. 3, pp. 200-209, 2003.
29. Mukhopadhyay, A. et al., "Population-variance and explorative power of harmony search: An analysis" in *Proc. 2nd MATEIT—Organized at C*, vol. 37, New Delhi, India, pp. 775-781, 2008.
30. Nakano, R. and Yamada, T., "Conventional genetic algorithm for job shop problems" *Proc. 4th Int. Conf. on Geneting Algorithms*, pp. 474-479, San Diego, CA, 1999.
31. Park, J. B. et al., "A particle swarm optimization for economic dispatch with nonsmooth cost functions" *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, no. 1, pp. 34-42, 2005.
32. Panchal, A., "Harmony search in therapeutic medical physics" Geem, Z. W.(Ed.) : *Music-Inspired Harmony Search Algorithm*, SCI, vol. 191, pp. 189-203, 2009.
33. Rajendran, C. and Ziegler, H., "Ant-colony algorithms for permutation flowshop scheduling to minimize makespan/total flowtime of jobs" *European Journal of Operational Research*, vol. 155, pp. 426-438, 2004.
34. Reklaitis, G. V., Ravindran, A. and Ragsdell, K. M., "Engineering Optimization : Methods and Applications", vol. 1, 2
35. Svergun, D. I., "Restoring low resolution structure of biological macromolecules from solution scattering using simulated annealing" *Biophysical Journal*, vol. 76, pp. 2879-2886, 1999.

36. Van Laarhoven, P. J. M., Aarts, E. H. L. and Lenstra, J. K., "Job shop scheduling by simulated annealing" *Operations Research*, vol. 40, no. 1, pp. 113-125, 1992.
37. Wachowiak, M. P. et al., "An approach to multimodal biomedical image registration utilizing particle swarm optimization" *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 8, no. 3, pp. 289-301, 2004.
38. Wang, C. M. and Huang, Y. F., "Self-adaptive harmony search algorithm for optimization" *Expert Systems with Applications*, vol. 37, pp. 2826-2837, 2010.
39. Xu, H. et al., "Harmony search optimization algorithm: Application to a reconfigurable mobile robot prototype" *Geem, Z. W. : Recent Advances in Harmony Search Algorithm, SCI*, vol. 270, pp. 11-22, 2010.
40. Yang, X. S., "Harmony search as a metaheuristic algorithm" *Geem, Z. W.(Ed.) : Music-Inspired Harmony Search Algorithm, SCI*, vol. 191, pp. 1-14, 2009.
41. Yang, X.S., *Engineering Optimization: An Introduction with Metaheuristic Applications*. Wiley, Chichester (2010)
42. 莊勝雄譯，「工程最佳化—方法與應用」，國立編譯館，台北，民國八十四年。
43. 徐業良，「工程最佳化設計」，國立編譯館，台北，民國八十六年。
44. 交通部公路總局第一區養護工程處，「台62 線2.8K 段師公格山順向坡調查、整體治理規劃及環境影響評估技術服務期中報告」，民國九十九年
45. 康詩凰，「土石壩滲漏之啟發式反算分析」，國立交通大學，碩士論文，民國一百年。
46. 交通部，「國道3號3.1公里崩塌事件原因調查工作」，民國一百年。