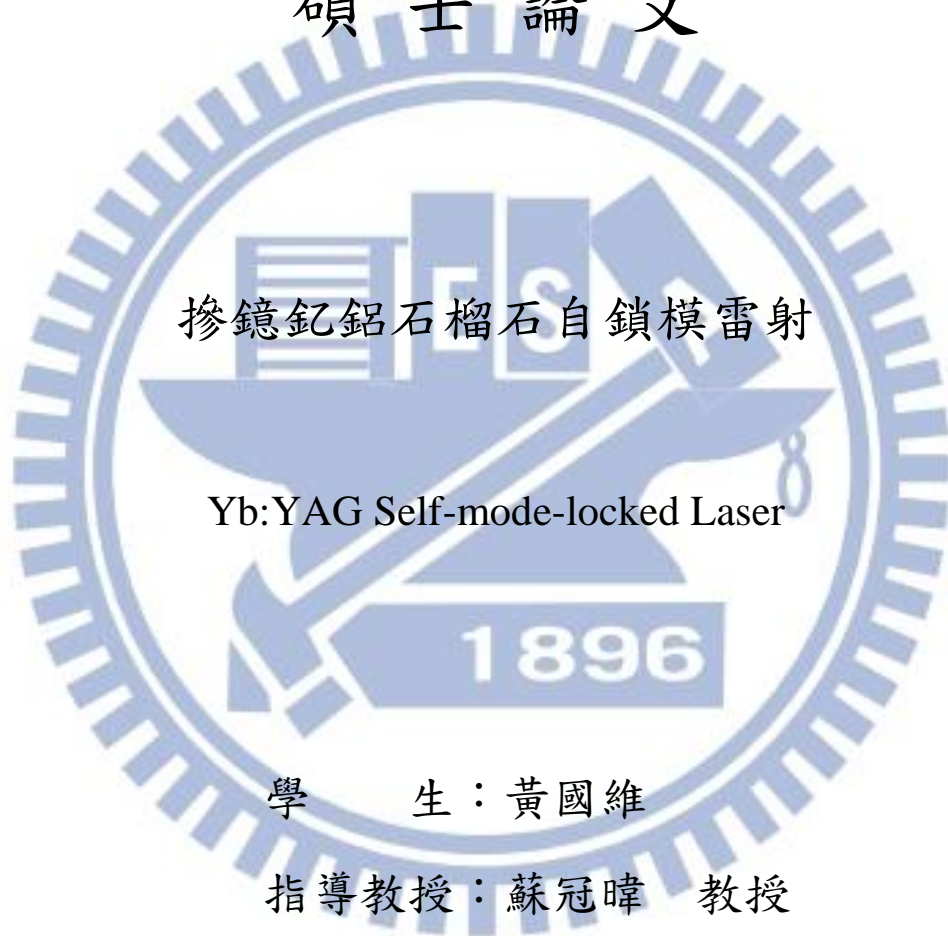


# 國立交通大學

電子物理研究所

碩士論文



摻鐳鈮鋁石榴石自鎖模雷射

Yb:YAG Self-mode-locked Laser

學生：黃國維

指導教授：蘇冠暉 教授

中華民國一百零一年七月

摻鐿鈮鋁石榴石自鎖模雷射

Yb:YAG Self-mode-locked Laser

學生：黃國維

Student : Guo-Wei Huang

指導教授：蘇冠暉

Advisor : Kuan-Wei Su



July 2012

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百零一年七月

# 摻鏡釷鋁石榴石自鎖模雷射

學生：黃國維

指導教授：蘇冠暉 教授

國立交通大學電子物理所碩士班

## 摘要

高重複率的脈衝雷射在工業、通訊與學術研究方面均有很廣泛的應用，因此本論文使用 Yb:YAG 當作增益介質，搭配自鎖模方法來創造高重複率的脈衝雷射。我們利用不同摻雜濃度的 Yb:YAG 以及不同的共振腔設計來研究自鎖模雷射其輸出表現，在實驗中發現其脈衝重複率可以達到 600GHz，這是由於增益介質表面有鍍膜，會形成『標準具效應』來達成諧波鎖模。實驗中使用鑽石散熱片來減少熱效應以提昇雷射功率。另外我們也在實驗中觀察到在不同時間尺度下，雷射總共會有四層不同的波動變化，最外層及第三層波動為偏振態競爭所造成，第二層波動為張弛振盪，而最內層波動為鎖模脈衝。

# Yb:YAG Self-mode-locked Laser

Student : Guo-Wei Huang

Advisor : Kuan-Wei Su

Institute of Electrophysics

National Chiao Tung University

## ABSTRACT

Pulsed lasers with higher repetition rates have extensive application in industry, communication, academic research. In this thesis, we use Yb:YAG as a gain medium with self-mode-locked method to create a high repetition rate pulsed laser. We use different doping concentrations of Yb:YAG and different cavity design to study the performance of self-mode-locked laser output. In the experiment, the pulse repetition rate up to 600GHz. The gain medium is coated to form a cavity mirror and to play an etalon for achieving harmonic mode-locking. A diamond heat spreader is employed to reduce the thermal effects for power scale-up. In addition, we also observed in the experiment, the Yb:YAG self-mode-locked laser will have four layers fluctuations under different time scales. The outermost and the third layer caused by the polarization competition, the second layer for relaxation oscillation, while the innermost layer of the mode-locked pulse.

## 誌謝

碩班的兩年生活很快就過去了，在這兩年裡面我學到很多做實驗的技巧與做研究的態度，首先要感謝我的指導教授蘇冠暉老師的細心指導，與老大的討論總是可以順利的引導我至正確的方向。另外也要感謝陳永富老師的教誨，在老師身上不只學到許多知識，在人生哲理方面也得到許多新的想法。特別要感謝莊威哲學長的細心指導，帶我從頭學起，直到能獨立負責實驗。

另外也要感謝實驗室的成員們：梁興弛、黃依萍、余彥廷、陳毅帆、黃郁仁、林毓捷、李易純、江柏毅、陳建至、曾映舜、董容辰、陳威霖、許凱勝、唐政猷、段必輝、卓俊佑、Eric 等人在實驗上的幫助與生活上的陪伴。最後感謝我的父母與家人以及我的朋友們，因為有你們的支持與鼓勵，我才能如此順利的完成學業。



# 目 錄

中文摘要.....	I
ABSTRACT.....	II
誌謝.....	III
目錄.....	IV
表目錄.....	VI
圖目錄.....	VII
<b>第一章 序言.....</b>	<b>1</b>
1-1 研究動機.....	1
1-2 本論文架構.....	2
References.....	3
<b>第二章 鎖模雷射理論介紹與超短脈衝量測技術.....</b>	<b>6</b>
2-1 鎖模雷射原理.....	6
2-2 鎖模雷射之介紹與發展.....	11
2-2-1 主動式鎖模雷射.....	11
2-2-2 被動式鎖模雷射.....	14
2-2-3 自發性鎖模雷射.....	16
2-3 超短脈衝量測技術.....	19
References.....	26
<b>第三章 摻鎳釷鋁石榴石自鎖模雷射之熱效應探討.....</b>	<b>28</b>
3-1 準三階雷射與摻鎳釷鋁石榴石晶體之雷射特性.....	28
3-2 鑽石散熱片對雷射熱效應之改善.....	31
3-3 實驗架構介紹.....	33
3-4 實驗結果與討論.....	35
References.....	39

<b>第四章</b>	<b>摻鏡鈮鋁石榴石自鎖模雷射之偏振態動態分析及鎖模穩定性研究.....</b>	<b>41</b>
4-1	雷射中不同雷射偏振態與其時間動態之關聯.....	41
4-2	摻鏡鈮鋁石榴石自鎖模雷射中不同偏振態之動態分析及鎖模穩定性研究.....	43
	References.....	49
<b>第五章</b>	<b>晶體摻雜濃度與腔體設計對於摻鏡鈮鋁石榴石自鎖模雷射之影響....</b>	<b>51</b>
5-1	晶體摻雜濃度對摻鏡鈮鋁石榴石自鎖模雷射影響之比較研究.....	51
5-2	雷射中之簡併共振腔.....	66
5-3	簡併共振腔對於摻鏡鈮鋁石榴石自鎖模雷射之影響探討:平平腔與平凹腔之區別.....	69
<b>第六章</b>	<b>總結與未來研究方向.....</b>	<b>91</b>



## 表目錄

表 2.1	不同脈衝形狀其自相關函數與反卷積係數.....	25
表 3.1	材料特性.....	33
表 4.1	不同相對角度之相位變化.....	45
表 5.1	11 at. % Yb:YAG 自鎖模雷射實驗數據整理表.....	65
表 5.2	24 at. % Yb:YAG 自鎖模雷射實驗數據整理表.....	65
表 5.3	11 at. % Yb:YAG 平凹腔實驗數據整理.....	80
表 5.4	24 at. % Yb:YAG 平凹腔實驗數據整理.....	88
表 5.5	11 at. % Yb:YAG，不同重複率之理論光程腔長.....	89
表 5.6	24 at. % Yb:YAG，不同重複率之理論光程腔長.....	89





## 圖目錄

圖 2.1	非鎖模雷射，各個模態間的振幅圖(a)及相位圖(b)，振幅與相位均是隨機分佈，(c)輸出的雷射強度圖.....	7
圖 2.2	理想的鎖模雷射，各個模態間的振幅圖(a)及相位圖(b)，振幅為高斯分佈，初始相位均為零，(c)輸出的雷射強度圖.....	8
圖 2.3	鎖模雷射輸出強度對時間作圖，縱模數分別為 $N=3, 5, 7$ .....	10
圖 2.4	振幅調制鎖模.....	12
圖 2.5	頻率調制鎖模.....	14
圖 2.6	飽和吸收體的非線性穿透率對歸一化光通量作圖，橫軸為對飽和吸收體之飽和通量做歸一化.....	15
圖 2.7	附加脈衝鎖模實驗架構圖.....	17
圖 2.8	克爾透鏡鎖模機制示意圖.....	18
圖 2.9	邁克爾遜干涉儀測量電場自相關函數裝置示意圖.....	19
圖 2.10	對延遲時間 $\tau$ 之干涉儀的時間平均輸出功率 $\langle P_{out} \rangle$ .....	21
圖 2.11	共線式二倍頻產生裝置示意圖.....	23
圖 2.12	非共線式二倍頻產生裝置示意圖.....	24
圖 3.1	簡化的四能階雷射能階示意圖.....	30
圖 3.2	Yb:YAG 之能階圖.....	30
圖 3.3	Yb:YAG 在溫度為 300K 時吸收與輻射頻譜圖.....	31
圖 3.4	薄盤雷射(thin-disk laser)晶體變形示意圖.....	32
圖 3.5	夾緊式圓盤雷射(clamped disk laser)裝置圖.....	32
圖 3.6	實驗架構示意圖，散熱片擺在增益介質前方.....	34
圖 3.7	實驗架構示意圖，散熱片擺在增益介質後方.....	35
圖 3.8	雷射輸出功率對增益介質吸收功率作圖.....	36
圖 3.9	case1，沒有使用散熱片的輸出光譜圖.....	37

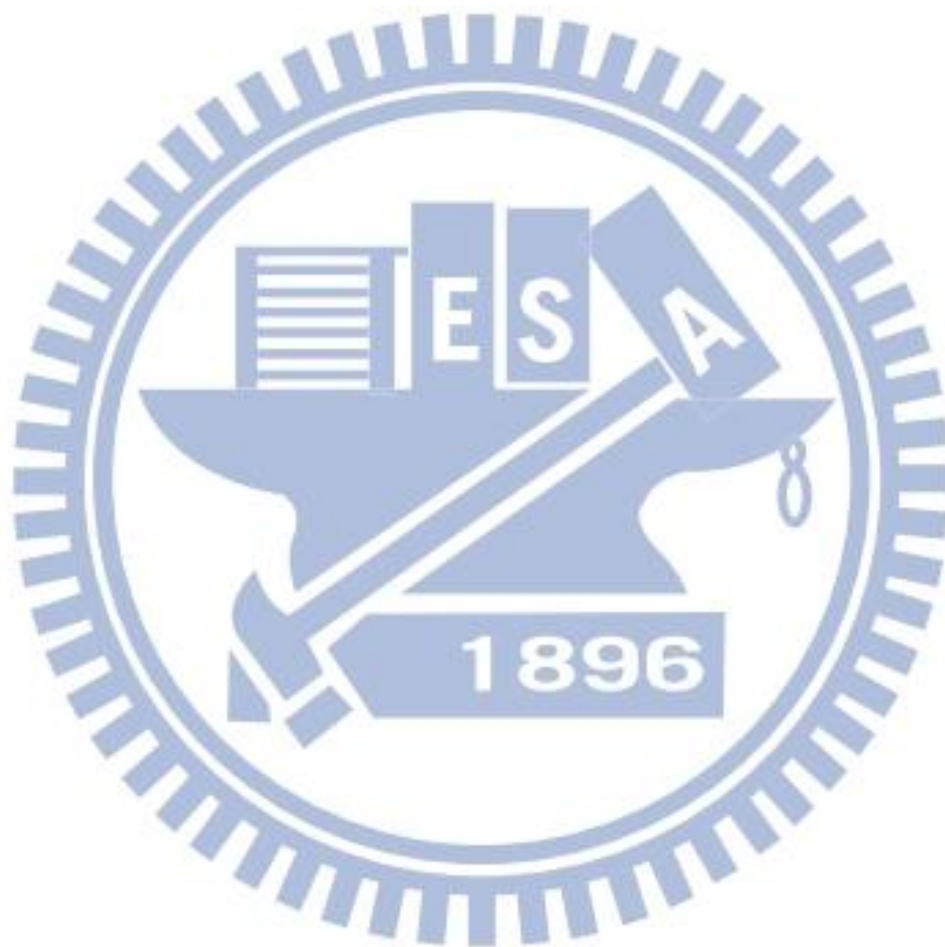
圖 3.10	case2，使用散熱片(擺腔外)的輸出光譜圖.....	37
圖 3.11	case1，沒有使用散熱片的的脈衝波形圖.....	38
圖 3.12	case2，使用散熱片(擺腔外)的脈衝波形圖.....	38
圖 4.1	Nd：YAG 雷射輸出強度之時間演化(a)無區分偏振(b)選擇垂直偏振(c)選擇水平偏振.....	42
圖 4.2	實驗架構圖，腔長固定為 5mm.....	43
圖 4.3	激發功率 5.3W， $\theta=90^\circ$ ，圖(a)、(b)、(c)為使用示波器所觀測到之偏振態動態變化，為前三層；圖(d)為光譜分析儀所量測到之鎖模脈衝，為最內層.....	44
圖 4.4	激發功率 5.3W，功率最佳化時，PBS <sub>1</sub> 與 PBS <sub>2</sub> 相對角度由 0°轉至 90°，前三層的動態變化.....	46
圖 4.5	雷射為不同偏振態下之輸出功率比較.....	47
圖 4.6	激發功率 5.3W，雷射輸出為水平線偏振時.....	47
圖 4.7	激發功率 5.3W，雷射輸出為垂直線偏振時.....	48
圖 4.8	不同激發功率其波動之重複率.....	48
圖 5.1	實驗架構圖.....	52
圖 5.2	不同濃度 Yb:YAG 其輸出功率比較.....	52
圖 5.3	鎖模脈衝其一階自相關函數曲線與二階自相關函數曲線，此為利用 24 at. % Yb:YAG 且光程腔長為 5.25mm.....	54
圖 5.4	11 at. % Yb:YAG 諧波鎖模脈衝之二階自相關函數曲線，光程腔長分別為 5.47mm、6.54mm、6.91mm，重複率分別為 80.88GHz、160.2GHz、240GHz.....	55
圖 5.5	11 at. % Yb:YAG 諧波鎖模脈衝之二階自相關函數曲線，光程腔長分別為 5.47mm、6.54mm、6.91mm，其脈衝半高寬分別為 2.17ps、0.57ps、0.63ps.....	56

圖 5.6	11 at. % Yb:YAG 諧波鎖模脈衝之一階自相關函數曲線，光程腔長分別為 5.47mm、6.54mm、6.91mm.....	58
圖 5.7	11 at. % Yb:YAG 諧波鎖模，光程腔長分別為 5.47mm、6.54mm、6.91mm 之光譜圖，其縱模間隔分別為 0.292nm、0.59nm、0.876nm.....	59
圖 5.8	24 at. % Yb:YAG 諧波鎖模脈衝之二階自相關函數曲線，光程腔長分別為 7.10mm、6.60mm、4.39mm，重複率分別為 149.4 GHz、300.2 GHz、448.9GHz.....	60
圖 5.9	24 at. % Yb:YAG 諧波鎖模脈衝之二階自相關函數曲線，光程腔長分別為 7.10mm、6.60mm、4.39mm，其脈衝半高寬分別為 1.00ps、0.76ps、0.67ps.....	61
圖 5.10	24 at. % Yb:YAG 諧波鎖模脈衝之一階自相關函數曲線，光程腔長分別為 7.10mm、6.60mm、4.39mm.....	62
圖 5.11	24 at. % Yb:YAG 諧波鎖模，光程腔長分別為 7.10mm、6.60mm、4.39mm 之光譜圖，其縱模間隔分別為 0.548nm、1.098nm、1.643nm.....	63
圖 5.12	厄米高斯光束的光學共振腔.....	67
圖 5.13	共振腔之簡併頻率.....	68
圖 5.14	實驗架構圖 (a)平行平面腔 (b)平凹腔.....	70
圖 5.15	吸收激發功率為 4.81W，平均輸出功率對光程腔長圖(11 at. % Yb:YAG 平行平面腔).....	71
圖 5.16	吸收激發功率為 4.81W，平均輸出功率對光程腔長圖(11 at. % Yb:YAG 平凹腔).....	71
圖 5.17	11 at. % Yb:YAG 平凹腔允許穩定單脈衝腔長示意圖.....	73
圖 5.18	光程腔長 54mm 之脈衝特性圖，(a)與(b)為二階自相關函數曲線，(c)為一階自相關函數曲線，(d)為光譜圖.....	74
圖 5.19	光程腔長 94.31mm 之脈衝特性圖，(a)與(b)為二階自相關函數曲線，(c)	

	為一階自相關函數曲線，(d)為光譜圖.....	75
圖 5.20	光程腔長 135.31mm 之脈衝特性圖，(a)與(b)為二階自相關函數曲線，(c)為一階自相關函數曲線，(d)為光譜圖.....	76
圖 5.21	光程腔長 155.4mm 之脈衝特性圖，(a)與(b)為二階自相關函數曲線，(c)為一階自相關函數曲線，(d)為光譜圖.....	77
圖 5.22	光程腔長 161.37mm 之脈衝特性圖，(a)與(b)為二階自相關函數曲線，(c)為一階自相關函數曲線，(d)為光譜圖.....	78
圖 5.23	光程腔長 194.61mm 之脈衝特性圖，(a)與(b)為二階自相關函數曲線，(c)為一階自相關函數曲線，(d)為光譜圖.....	79
圖 5.24	吸收激發功率為 1.66W，平均輸出功率對光程腔長圖(24 at. % Yb:YAG).....	81
圖 5.25	24 at. % Yb:YAG 平凹腔諧波鎖模脈衝之二階自相關函數曲線，光程腔長分別為 8.95mm、8.55mm、6.75mm、5.23mm，重複率分別為 152.88GHz、301.61GHz、450.74GHz、602.01GHz.....	82
圖 5.26	24 at. % Yb:YAG 平凹腔諧波鎖模脈衝之二階自相關函數曲線，光程腔長分別為 8.95mm、8.55mm、6.75mm、5.23mm，其脈衝半高寬分別為 1.669ps、0.798ps、0.562ps、0.552ps.....	83
圖 5.27	24 at. % Yb:YAG 平凹腔諧波鎖模脈衝之一階自相關函數曲線，光程腔長分別為 8.95mm、8.55mm、6.75mm、5.23mm.....	84
圖 5.28	24 at. % Yb:YAG 平凹腔諧波鎖模脈衝，光程腔長分別為 8.95mm、8.55mm、6.75mm、5.23mm 之光譜圖，其縱模間隔分別為 0.557nm、1.104nm、1.641nm、2.191nm.....	85
圖 5.29	吸收激發功率為 1.66W，24% Yb:YAG 平平腔架構，重複率對光程腔長圖，色塊區域代表允許存在穩定脈衝之腔長.....	87
圖 5.30	吸收激發功率為 1.66W，24% Yb:YAG 平凹腔架構，重複率對光程腔長	

圖，色塊區域代表允許存在穩定脈衝之腔長.....87

圖 6.1 光纖放大實驗裝置簡圖.....91



# 第一章 序言

## 1-1 研究動機

過去 20 多年來由於飛秒鎖模固態雷射的發展，脈衝的重複率也越來越快，對於重複率達 10GHz 以上的脈衝可以有許多的應用，例如光學採樣(optical sampling)[1]、光的任意波型產生(optical arbitrary waveform generation)[2]、量子通信(quantum communication)[3]、光子交換(photonic switching)[4]。而實現高重複率的脈衝方法有許多種，例如諧波鎖模光纖雷射(harmonically mode-locked fiber lasers)[5,6]，量子井法布里-珀羅雷射(quantum-well Fabry-Perot laser)[7]，被動式諧波鎖模垂直外腔面射型雷射(passively harmonically mode-locked vertical-external-cavity surface-emitting lasers)[8,9]，被動式鎖模固態雷射(passively mode-locked solid-state lasers)[10,11]。

在固態雷射增益介質之中，二極體激發式摻鎳(ytterbium, Yb)雷射對於小型高效率的飛秒光源而言，已經被認定為優秀的系統，因為摻鎳物質有較小的量子缺陷與較高的量子效率。最近摻鎳增益介質已被證實可以用來做克爾透鏡鎖模，包括 Yb:KY(WO<sub>4</sub>)<sub>2</sub> [12]，Yb:YVO<sub>4</sub> [13]，Yb:Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> [14]，以及 Yb:YAG [15] 晶體，但是到目前為止，在摻鎳克爾透鏡鎖模雷射的脈衝重複率還沒有超過 1 GHz。又最新研究發現，在許多端面激發(end pumped)固態雷射或是半導體雷射中，可以觀察到自鎖模現象[16,17]，據推測這些自鎖模的物理機制與克爾透鏡以及熱透鏡有關[14-18]，這些實驗奠定了發展超高重複率鎖模雷射的基礎。

因此在本論文之中，我們用 Yb:YAG 搭配自鎖模來實現高重複率的脈衝雷射，但是因為 Yb:YAG 有嚴重的熱問題，所以我們試著利用鑽石散熱片來幫助散熱；在實驗中，我們使用不同濃度的晶體來觀察鎖模的效果，也有搭配不同的共振腔結構來觀察鎖模效果。

## 1-2 本論文架構

本論文的第一章首先敘述研究動機與論文架構。第二章是介紹鎖模的基礎理論、鎖模分類與超短脈衝量測技術。第三章主要在探討熱效應的影響，由於我們使用的增益介質 Yb:YAG 屬於準三階雷射系統，對於溫度非常敏感，因此需要一個有效的散熱方法，以避開高溫，本論文我們藉由使用鑽石散熱片來改善散熱問題。第四章是 Yb:YAG 自鎖模雷射的偏振態動態分析，在實驗中有觀察到雷射其兩個正交分量的反相位動態變化行為。第五章為自鎖模雷射的研究，首先探討採用不同摻雜濃度的 Yb:YAG 晶體，會對其產生什麼影響；再來則是比較共振腔為平平腔或平凹腔時，其雷射輸出的差異。最後第六章則是總結與未來的研究方向。



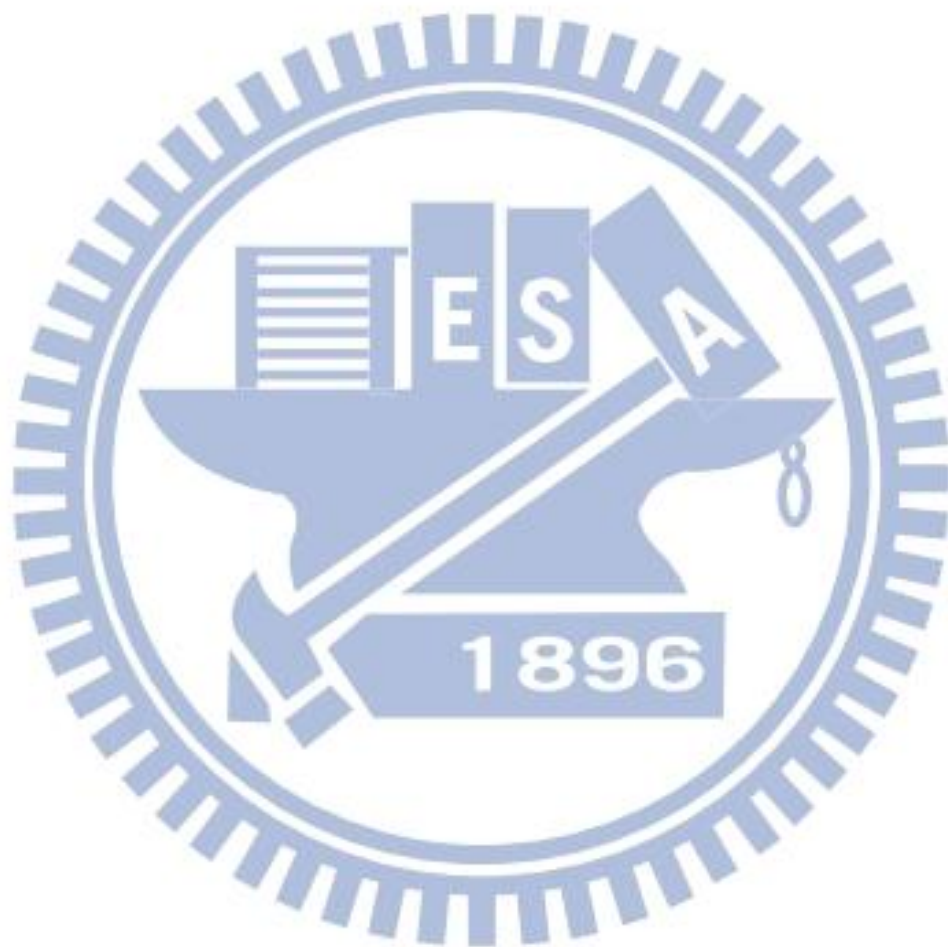
## References

- [1] H. Taylor, "An optical analog-to-digital converter - Design and analysis," IEEE J. Quantum Electron. **15**, 210 (1979).
- [2] S. T. Cundiff and A. M. Weiner, "Optical arbitrary waveform generation," Nature Photonics **4**, 760 (2010).
- [3] Ch. Silberhorn, P. K. Lam, O. Weiß, F. König, N. Korolkova, G. Leuchs, "Generation of Continuous Variable Einstein-Podolsky-Rosen Entanglement via the Kerr Nonlinearity in an Optical Fiber," Phys. Rev. Lett. **86**, 4267 (2001).
- [4] D. A. B. Miller, "Optics for low-energy communication inside digital processors: quantum detectors, sources, and modulators as efficient impedance converters," Opt. Lett. **14**, 146 (1989).
- [5] E. Yoshida and M. Nakazawa, "80~200 GHz erbium doped fibre laser using a rational harmonic mode-locking technique," Electron. Lett. **32**, 1370 (1996).
- [6] J. Schröder, S. Coen, F. Vanholsbeek, and T. Sylvestre, "Passively mode-locked Raman fiber laser with 100 GHz repetition rate," Opt. Lett. **31**, 3489 (2006).
- [7] K. Sato, "Optical pulse generation using fabry-Pe´rot lasers under continuous-wave operation," IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron. **9**, 1288 (2003).
- [8] A. H. Quarterman, A. Perevedentsev, K. G. Wilcox, V. Apostolopoulos, H. E. Beere, I. Farrer, D. A. Ritchie, and A. C. Tropper, "Passively harmonically mode-locked vertical-external-cavity surface-emitting laser emitting 1.1 ps pulses at 147 GHz repetition rate," Appl. Phys. Lett. **97**, 251101 (2010).
- [9] P. Klopp, U. Gribener, M. Zorn, and M. Weyers, "Pulse repetition rate up to 92 GHz or pulse duration shorter than 110 fs from a mode-locked semiconductor disk laser," Appl. Phys. Lett. **98**, 071103 (2011).
- [10] A. E. H. Oehler, T. Südmeyer, K. J. Weingarten, and U. Keller, "100 GHz



- passively mode-locked Er:Yb:glass laser at 1.5  $\mu\text{m}$  with 1.6-ps pulses,” *Opt. Express* **16**, 21930 (2008).
- [11] Y. F. Chen, H. C. Liang, J. C. Tung, K. W. Su, Y. Y. Zhang, H. J. Zhang, H. H. Yu, and J. Y. Wang, “Spontaneous subpicosecond pulse formation with pulse repetition rate of 80 GHz in a diode-pumped Nd:SrGdGa<sub>3</sub>O<sub>7</sub> disordered crystal laser,” *Opt. Lett.* **37**, 461 (2012).
- [12] H. Liu, J. Nees, and G. Mourou, “Diode-pumped Kerr-lens mode-locked Yb:KY(WO<sub>4</sub>)<sub>2</sub> laser,” *Opt. Lett.* **26**, 1723 (2001).
- [13] A. A. Lagatsky, A. R. Sarmani, C. T. A. Brown, W. Sibbett, V. E. Kisel, A. G. Selivanov, I. A. Denisov, A. E. Troshin, K. V. Yumashev, N. V. Kuleshov, V. N. Matrosov, T. A. Matrosova, and M. I. Kupchenko, “Yb<sup>3+</sup>-doped YVO<sub>4</sub> crystal for efficient Kerr-lens mode locking in solid-state lasers,” *Opt. Lett.* **30**, 3234 (2005).
- [14] G. Q. Xie, D. Y. Tang, L. M. Zhao, L. J. Qian, and K. Ueda, “High-power self-mode-locked Yb:Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> ceramic laser,” *Opt. Lett.* **32**, 2741 (2007).
- [15] S. Uemura and K. Torizuka, “Kerr-Lens Mode-Locked Diode-Pumped Yb:YAG Laser with the Transverse Mode Passively Stabilized,” *Appl. Phys. Express* **1**, 012007 (2008).
- [16] H. C. Liang, R. C. C. Chen, Y. J. Huang, K. W. Su, and Y. F. Chen, “Compact efficient multi-GHz Kerr-lens mode-locked diode-pumped Nd:YVO<sub>4</sub> laser,” *Opt. Express* **16**, 21149 (2008).
- [17] H. C. Liang, Y. J. Huang, W. C. Huang, K. W. Su, and Y. F. Chen, “High-power, diode-end-pumped, multigigahertz self-mode-locked Nd:YVO<sub>4</sub> laser at 1342 nm,” *Opt. Lett.* **35**, 4 (2010).
- [18] Roberto Paiella, Federico Capasso, Claire Gmachl, Deborah L. Sivco, J. N. Baillargeon, A. L. Hutchinson, A. Y. Cho and H. C. Liu, “Self-Mode-Locking of

Quantum Cascade Lasers with Giant Ultrafast Optical Nonlinearities,” *Science*  
**290**, 1739 (2000).



## 第二章 鎖模雷射理論介紹與超短脈衝量測技術

### 2-1 鎖模雷射原理

如果我們想要得到脈衝寬度在皮秒或飛秒尺度以下的超短脈衝，可以經由利用鎖模方法的固態雷射得到。所謂鎖模是利用光的相互干涉改變光在時間軸上的光分佈，使能量集中在某一時間輸出。鎖模是一種對雷射光束的時間控制技術，藉由控制不同縱模(longitudinal modes)的相對相位(phase)及強度來達成，因此雷射會有多個縱模同時存在。在自由運行的雷射中，一般不同縱模之間沒有固定強度及相位。在圖 2.1 中顯示非鎖模雷射在共振腔內的雷射頻譜及時間結構。在頻譜圖中，可以看到雷射是由許多間隔 $\frac{c}{2L}$ 的頻率所組成，每個頻率就是一個允許在共振腔內共振的縱模，此處  $c$  是指光速， $L$  是共振腔長。由圖中可以知道每個縱模之間都是互相獨立不相干的，相位是隨機分布在 $-\pi$ 到 $+\pi$ 之間。在時間軸上，可以看到強度分布是隨機的。反過來說，如果每個縱模之間的相位關係是固定的，則可以產生高強度的單發脈衝，即所謂的鎖模(mode-locking)或是鎖相(phase locking)。圖 2.2 就是一個理想的鎖模雷射，其頻譜振幅是高斯分佈(Gaussian distribution)，並且指定所有縱模的初始相位都是零。則在時間軸上，可以看到輸出雷射為高斯脈衝。

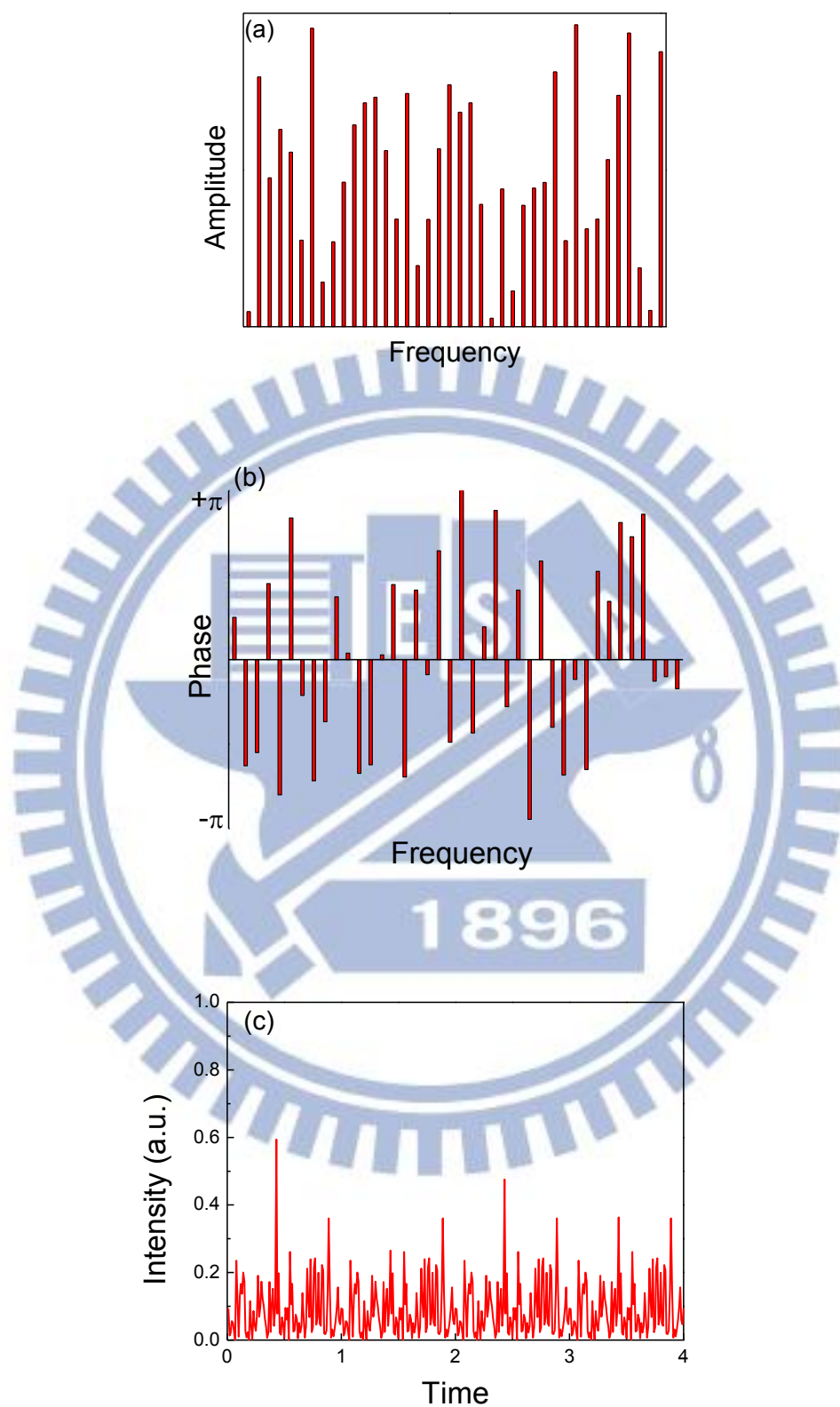


圖 2.1 非鎖模雷射，各個模態間的振幅圖(a)及相位圖(b)，振幅與相位均是隨機分佈，

(c)輸出的雷射強度圖

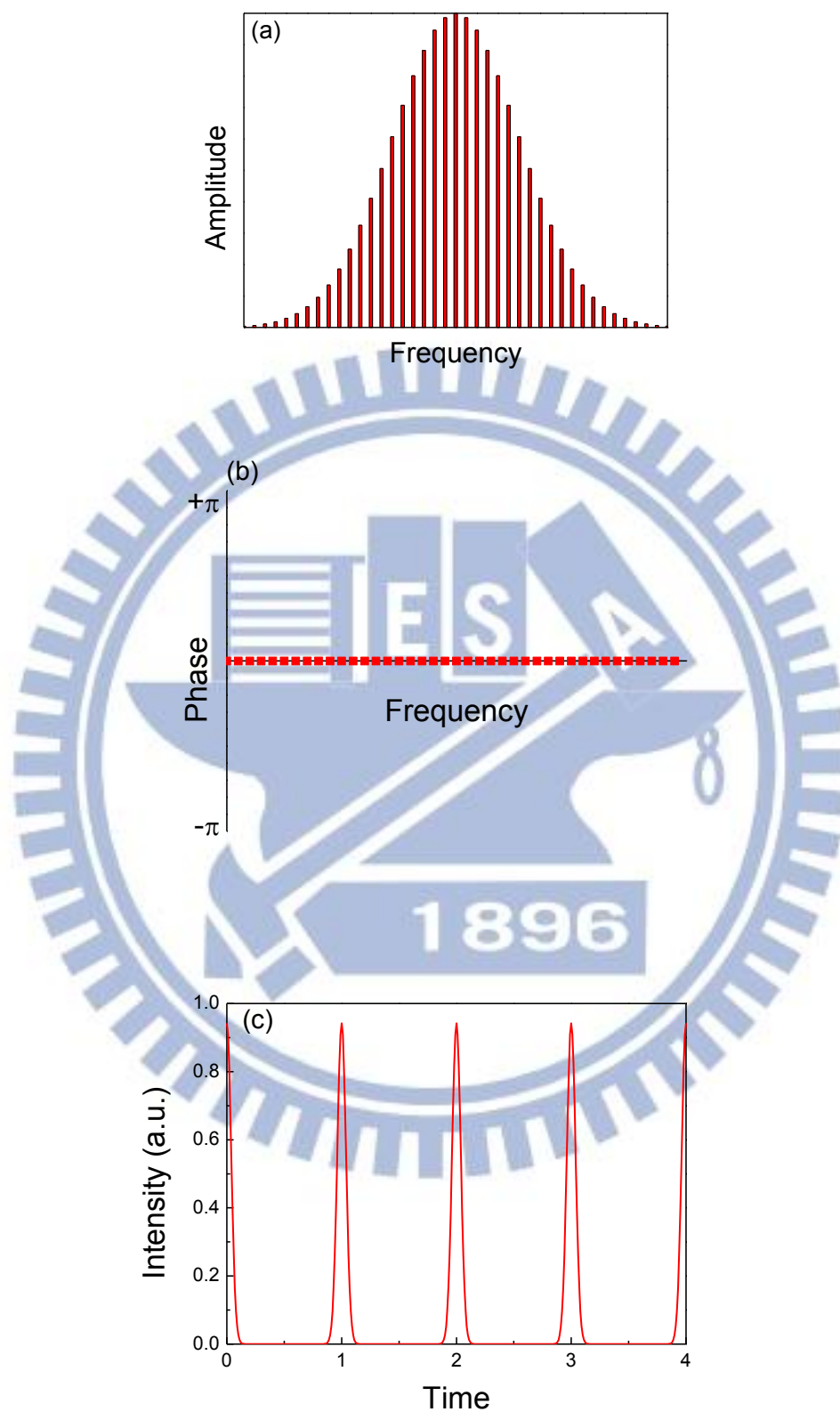


圖 2.2 理想的鎖模雷射，各個模態間的振幅圖(a)及相位圖(b)，振幅為高斯分佈，初始相位均為零，(c)輸出的雷射強度圖

鎖模的理論分析可以藉由不同縱模的電場相加來描述，如果假設雷射被限制在單一橫模(transverse mode)的輸出，但是其中有  $N = 2M + 1$  個縱模的振盪，在中心頻率旁邊有  $2M$  個額外頻率，每個相鄰的縱模間隔  $\omega_{FSR} = \frac{2\pi}{T_r}$  的角頻率， $T_r$  是共振腔的往返時間( $T_r = \frac{2L}{C}$ )，因此電場可以寫成下式

$$E(t) = \sum_{n=-M}^M E_n e^{i[(\omega_0 + n \cdot \omega_{FSR})t + \phi_n]} \quad (2.1)$$

上式中  $\omega_0$  是增益曲線的中心頻率， $E_n$  是第  $n$  模態的電場振幅， $\phi_n$  則是第  $n$  模態的相位。一般情況下，不同縱模之間的的振幅與相位是隨機的，這會形成圖 2.1 的非鎖模雷射。但是在鎖模雷射裡，所有縱模的相位是相等的，因此雷射輸出會由隨機混亂的變成一根根明確的單脈衝輸出。

我們可以由此估算脈衝的寬度，先假設中心頻率的初始相位為零，則  $\phi_n = 0$ ，再令所有的模態都有相同的振幅，即  $E_n = E_0$ ，則總電場之和可以改寫成

$$E(t) = E_0 \sum_{n=-M}^M e^{i(\omega_0 + n \cdot \omega_{FSR})t} \quad (2.2)$$

式(1.2)為一有限的總和，可以代換成

$$E(t) = E_0 e^{i\omega_0 t} \left( \frac{1 - e^{iN\omega_{FSR}t}}{1 - e^{i\omega_{FSR}t}} \right) \quad (2.3)$$

因此可以知道雷射輸出的強度為

$$I(t) = E(t)E^*(t) = E_0^2 \frac{\sin\left(\frac{N}{2}\omega_{FSR}t\right)^2}{\sin\left(\frac{1}{2}\omega_{FSR}t\right)^2} \quad (2.4)$$

圖 2.3 就是一個腔長 6cm 的鎖模雷射分別在縱模數  $N=3, 5, 7$  的輸出強度圖，重複率為 2.5GHz 且脈衝的半高寬分別為 124 ps、72 ps、51 ps，可以發現縱模數目越多則脈衝越窄，強度越集中。

若要估計脈衝的寬度  $t_{1/2}$  (定義為脈衝從零點到零點時間的一半)，先假設脈衝

峰值開始時間為零，到第一個零值的時間取  $\sin(\frac{N}{2}\omega_{FSR}t_{1/2})=0$ ，即  $\frac{N}{2}\omega_{FSR}t_{1/2} = \pi$ ，

因此  $t_{1/2}$  可以近似為

$$t_{1/2} \approx \frac{T_r}{N} \approx \frac{1}{\Delta\nu} \quad (2.5)$$

此處的  $\Delta\nu$  是雷射的增益曲線寬度，等於縱模數  $N$  乘以各模態間距  $(1/T_r)$ ，上述是因為我們假設這是一個完美的鎖模雷射，即所有增益曲線下的縱模都被鎖住的情況。由式(2.5)我們可知若要形成較短的鎖模脈衝，則需要較大的增益曲線頻寬，此外也可以知道脈衝的寬度約略等於光在腔長的往返時間除以被鎖住的縱模數。因此若給定一個增益曲線頻寬，我們可估算出可能得到的最短脈衝寬度。現在若是對於一個鎖模雷射，增益曲線下的縱模強度為高斯分佈，其所形成的鎖模脈衝也會是高斯的外型，則其脈寬頻寬乘積(pulse width/bandwidth product)可寫成

$$t_p \Delta\nu = 0.44 \quad (2.6)$$

此處的  $t_p$  指的是脈衝的半高寬(full-width half-maximum, FWHM)。另外，如果脈衝的外型是符合雙曲正割函數(hyperbolic secant function)的話，其脈衝的脈寬頻寬乘積則為

$$t_p \Delta\nu = 0.315 \quad (2.7)$$

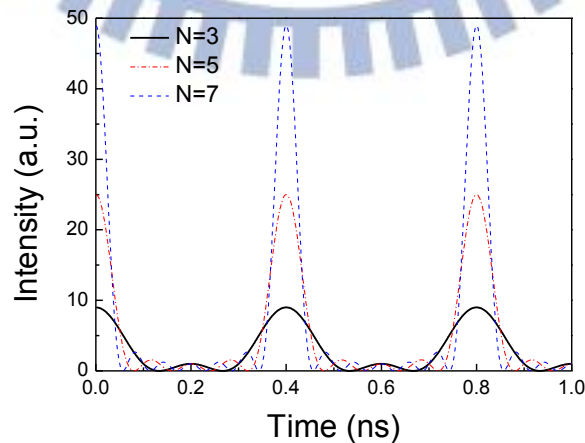


圖 2.3 鎖模雷射輸出強度對時間作圖，縱模數分別為  $N=3, 5, 7$

## 2-2 鎖模雷射之介紹與發展

鎖模雷射基本上可以分成 3 種類型，主動式鎖模雷射、被動式鎖模雷射與自發性鎖模雷射，以下就各種類型鎖模稍做介紹：

### 2-2-1 主動式鎖模雷射

Gürs 與 Müller 於 1963 年在微波激射器(Maser)第一次觀察到鎖模現象[1]，之後由 Hargrove、Fork 與 Pollack 在 1964 年研發出第一台主動式鎖模雷射，他們是利用聲光調制器(acousto-optical modulator)調變氦氖雷射腔內的損耗，使其調變頻率與腔內往返時間一致[2]。在同一年，Harris 與 Targ 則使用頻率調制器得到頻率調變鎖模(FM mode-locking)的氦氖雷射[3]。

要達成鎖模，需要在腔內放置一個控制損耗的機械裝置，在主動式鎖模(active mode-locking)，通常是放入電光調制器(electro-optical modulator)或是聲光調制器，它們可以調控不同縱模之間的振幅或頻率，進而形成鎖模，由於我們可以控制調變頻率因此稱為主動式，其可以產生重複率為  $\nu_m = \frac{C}{2L}$  的鎖模脈衝。主動式鎖模通常又可分為兩類，使用振幅調制器(AM)或頻率調制器(FM)。

#### ➤ 振幅調制(Amplitude modulation)

又稱為損耗調制，在雷射腔內放入一個調制光損耗的裝置，我們假設其調制頻率為  $f_m = \frac{C}{2L}$ 。首先從頻率特性上來分析鎖模過程，假設共振腔內先振盪的是增益曲線中心的縱模  $\nu_0$ ，即  $E_0 \cos(2\pi\nu_0 t)$ ，當其通過調制器，由於是損耗調制，相當於調制振幅，可寫成下式

$$\begin{aligned} E(t) &= E_0(1 + \delta_c \cos 2\pi f_m t) \cos(2\pi\nu_0 t) \\ &= E_0 \cos(2\pi\nu_0 t) + E_0 \frac{\delta_c}{2} \cos[2\pi(\nu_0 - f_m)t] + E_0 \frac{\delta_c}{2} \cos[2\pi(\nu_0 + f_m)t] \end{aligned} \quad (2.8)$$

式中  $\delta_c$  為調制深度，使得中心縱模處除了原本的頻率  $\nu_0$  之外，還會有兩個邊頻



$\nu_0 \pm f_m$ ，這兩個邊頻有相同的初始相位，並且與原來的中心縱模  $\nu_0$  有一致的相位。當這兩個邊頻通過調制器時，也要受到調制，便會出現  $\nu_0 \pm 2f_m$  的邊頻光，以此類推。這些邊頻光與相對應的縱模互相耦合，直到將增益曲線內所有的縱模都振盪起來，又因為他們與中心頻率的相位都相同，且彼此都間隔相同頻率，因此就達成鎖模目的，所以這些縱模疊加起來，就形成超短雷射脈衝。

若是由時間軸上來看鎖模機制，因為調制器給定了損耗的週期，所以如果在某一時刻  $t$ ，光經過調制器時，損耗不為零，則有一部分光被損耗掉。光在腔內往返，又再次通過調制器，因損耗有週期性，所以在  $T+t$  時，此道光又受到損耗。如此下去，這道光被損耗掉。因此只有在損耗為零時，通過調制器的光才能不斷的被放大而變強，得到週期為  $T = \frac{2L}{C}$  的脈衝，如圖 2.4 所示。圖中縱軸代表調制器穿透率，橫軸為時間。

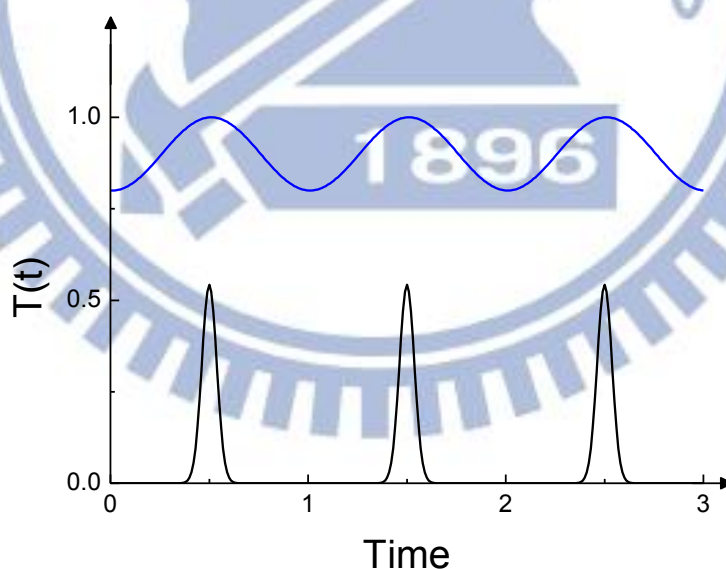


圖 2.4 振幅調制鎖模

➤ **頻率調制(Frequency modulation)**

也稱為相位調制，在雷射共振腔內放入一個調制光的相位的裝置，也可以達

到鎖模的目的。先從頻率特性來分析，調制相位是指振幅不變的時候，相位以頻率  $f_m$  變化，可以寫成

$$E(t) = E_0 \cos[2\pi\nu_0 t + \phi_c \cos(2\pi f_m t)] \quad (2.9)$$

$\phi_c$  是調相函數， $\nu_0$  是增益曲線中心頻率。調相之後的光成份可以為無限個邊頻光所組成，因為上式可以表示成

$$E(t) = E_0 \sum_{-\infty}^{+\infty} J_n(\phi_c) \cos(2\pi\nu_0 + n2\pi f_m)t \quad (2.10)$$

式中  $J_n$  為貝賽爾函數，可見到這些邊頻光都有相同的相位，且中心縱模一致，具有相同的頻率間隔  $f_m$ ，所以當他們將相對應的縱模都激發起來耦合時，達到鎖模效果。

接著由時間過程來分析，由於相位被週期性的調制，所以在某一時刻  $t$ ，光通過調制器，如果  $\frac{d\phi}{dt} \neq 0$ ，則此道光會引起一個頻率的移動，其移動大小與方向由  $\frac{d\phi}{dt}$  決定。在腔內往返一趟後，時間  $T+t$  時，光又進到調制器，又因  $\frac{d\phi}{dt} \neq 0$ ，繼續引起頻率移動，如此下去，此道光將被移出增益曲線之外，最後消失。因此只有在  $\frac{d\phi}{dt} = 0$  相對應的時刻通過調制器的光，在頻率上才不會移動，可以在腔內進行多次往返而進行光放大，最後成為週期  $T = \frac{2L}{C}$  的脈衝。

由於  $\frac{d\phi}{dt} = 0$  是相位調制曲線的極大與極小處，所以在脈衝與調制信號之間的相位關係存在雙重性，即存在  $180^\circ$  自發相位開關效應，如圖 2.5 所示。這會造成雷射輸出脈衝會在這兩種情況隨機漂移，破壞穩定性，因此要採取額外措施，抑制上述效應。

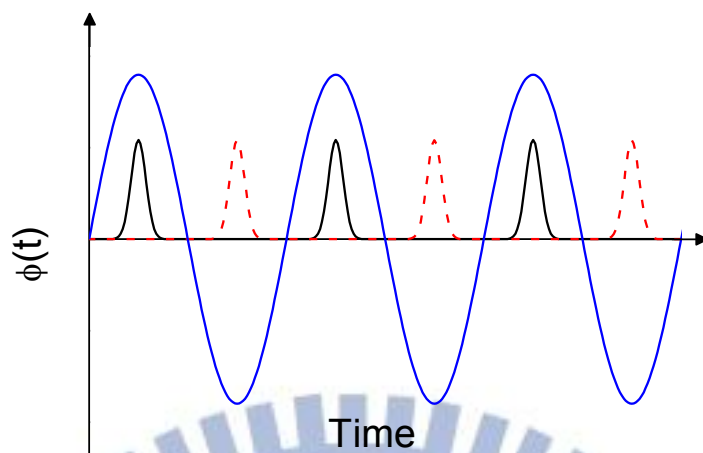


圖 2.5 頻率調制鎖模

### 2-2-2 被動式鎖模雷射

雖然已經有主動式鎖模的技術了，但是主動式鎖模有其缺點，例如需要一個外加的調制器來驅動鎖模，且其調變頻率需要準確的與腔內模態間隔相匹配，除此之外，調制器也會限制所能達到的脈衝寬度，為了要改善這些缺點，所以被動式鎖模方法因此誕生。

在 1965 年，Mocker 與 Collins 做出了第一台被動式鎖模雷射，他們發現可以用飽和吸收染料盒(saturable absorber dye cell)來鎖模[4]，在實驗中他們發現 Q 開關脈衝分裂成許多間隔相同時間的短脈衝，這段時間恰好等於光在腔內的往返時間。1972 年，Ippen、Shank 與 Dienes 研究出了第一台可以連續輸出的被動式鎖模雷射[5]，之後在 1974 年他們更發展出次皮秒(sub-picosecond)的脈衝[6]。

被動式鎖模是將主動式鎖模的外加調制器改成會隨腔內光強改變損耗的非線性元件，其損耗會隨著光強增加而減少。下面我們討論將飽和吸收體(saturable absorber)當作非線性光學元件的被動式鎖模，其鎖模原理主要是利用飽和吸收體的非線性吸收效應。飽和吸收體的非線性吸收效應起初是被應用在 Q 開關脈衝固態雷射裡，飽和吸收體是由對應雷射波長有吸收的有機染料所組成，當有足夠

強的雷射輻射時，染料的基態電子會全部被激發至高能階，此時染料變透明，意思為當共振腔內逐步增加光強度時，共振腔內的損耗會逐步減少。如圖 2.6 所示，橫軸為對飽和吸收體之飽和通量歸一化後之光通量，縱軸為飽和吸收體之穿透率，可以發現飽和吸收體的穿透率隨光強度增加而上升，即飽和吸收體的吸收隨光強度變化。

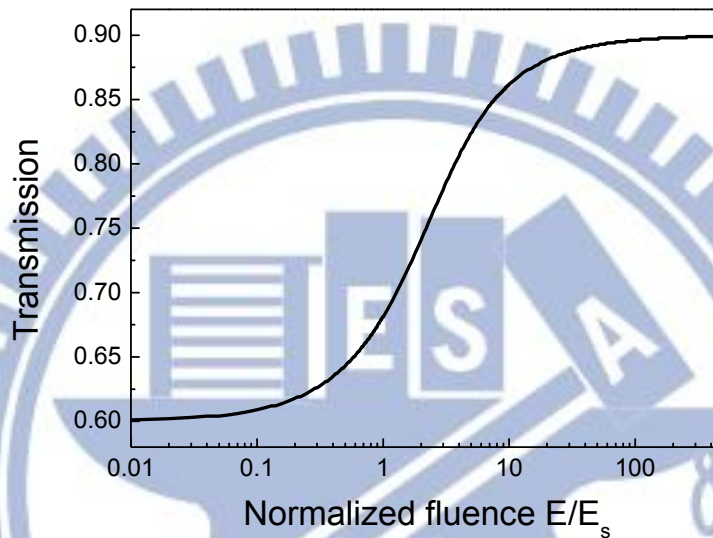


圖 2.6 飽和吸收體的非線性穿透率對歸一化光通量作圖，  
橫軸為對飽和吸收體之飽和通量做歸一化

但是要用作鎖模的飽和吸收體必須滿足下列條件：

- (1) 飽和吸收體的吸收譜線需要與雷射波長一致，並且吸收譜線的線寬要大於或等於雷射增益曲線線寬。
- (2) 飽和吸收體的復原時間(recovery time)要短於光在腔內的往返時間。

這樣的飽和吸收體在腔內受雷射振盪過程中的光照射，不斷地改變吸收率，重複由吸收→透明→吸收，將使得飽和吸收體起到如上述主動鎖模中調制器的作用，會在腔內產生邊頻光( $\nu_0 \pm m \cdot f_m$ )，而輸出鎖模脈衝。而最近市面上大部分的被動式連續輸出鎖模雷射都會利用腔內半導體飽和吸收鏡(intracavity semiconductor saturable absorber mirror, SESAM)來啟動與維持鎖模[9-11]。

### 2-2-3 自發性鎖模雷射

自發性鎖模(spontaneous mode-locking)雷射就是在整個雷射架構中，沒有外加的調制裝置或是任何非線性元件而只有增益介質的情形之下，產生自發性鎖模的現象。在早期鎖模雷射的研究，自發性鎖模的現象在氦氖雷射(He-Ne)、紅寶石雷射(Ruby)、摻釹玻璃晶體(Nd:glass)以及氬離子(Argon ion)的雷射系統中被發現，但是在 1960 年代，因為對鎖模雷射技術的不純熟，自發性鎖模雷射的脈衝現象並沒有在當時被認為可以用來產生穩定的超短脈衝雷射。在 1990 年代初期，被動式鎖模染料雷射漸漸的被被動式鎖模固態雷射取代，1991 年，Spence、Kean 與 Sibbett 使用鈦-藍寶石(Ti: sapphire)當作增益介質與鎖模元件，產生 60 飛秒的脈衝[8]，這種技術提供了一種很簡單就可以產生超短脈衝的方法，被稱為克爾透鏡鎖模(Kerr lens mode-locking, KLM)。克爾透鏡鎖模就是一種常見的自發性鎖模，這種鎖模方法通常是利用人造的飽和吸收體其非線性折射率，被稱為光學克爾效應(Optical Kerr effect)來達成鎖模目的，在這些雷射中除了要有很快的振幅調制之外，其相位調制也非常重要。克爾透鏡鎖模雷射通常可以產生飛秒等級甚至更短的脈衝。

所謂光學克爾效應就是指介質的折射係數  $n$  隨著光強度  $I$  而變化：

$$n = n_o + n_2 I(t) \quad (2.11)$$

$I(t)$  是指脈衝光強度， $n_2$  稱為非線性折射係數， $n_2$  值很小通常可以忽略，但是對於高強度的脈衝而言，此效應會變得非常明顯。光在通過長度為  $L$  的非線性材料時可以觀察到非線性相位偏移的現象，數學式可以寫成

$$\Delta\phi(t) = \frac{-\omega}{c} n_2 I(t) L = \frac{-2\pi}{\lambda} n_2 I(t) L \quad (2.12)$$

對鎖模而言，這個隨時間變化的相位調制可以轉換成振幅調制來穩定鎖模脈衝，在實際應用上，有許多的技術是利用這種自我振幅調制來實行。

利用光學克爾效應的自我振幅調制的第一種方法，是使用非線性相位偏移來

調整兩個耦合共振腔的相互干涉，這種方法稱為附加脈衝鎖模(additive pulse mode-locking, APM)或叫做耦合共振腔鎖模(coupled cavity mode-locking)。在這種方法中，是將原本共振腔中輸出的雷射導至一個外加的共振腔，在外加共振腔中經過其非線性調制後再反饋回原本共振腔中進行相互干涉而達成鎖模。在大部分的例子裡，通常是將一段非線性光纖作為外加共振腔，1984 年的光孤子雷射(The soliton laser)是第一台利用光纖當作耦合共振腔的鎖模雷射[12]，之後這種技術主要用於增加主動式鎖模雷射的效能，1989 年 Goodberlet 等人將這技術延伸用於鈦-藍寶石雷射[13]，以達成自行啟動的被動式附加脈衝鎖模(Self-starting, passive APM)，圖 2.7 為附加脈衝鎖模的基本架構圖。

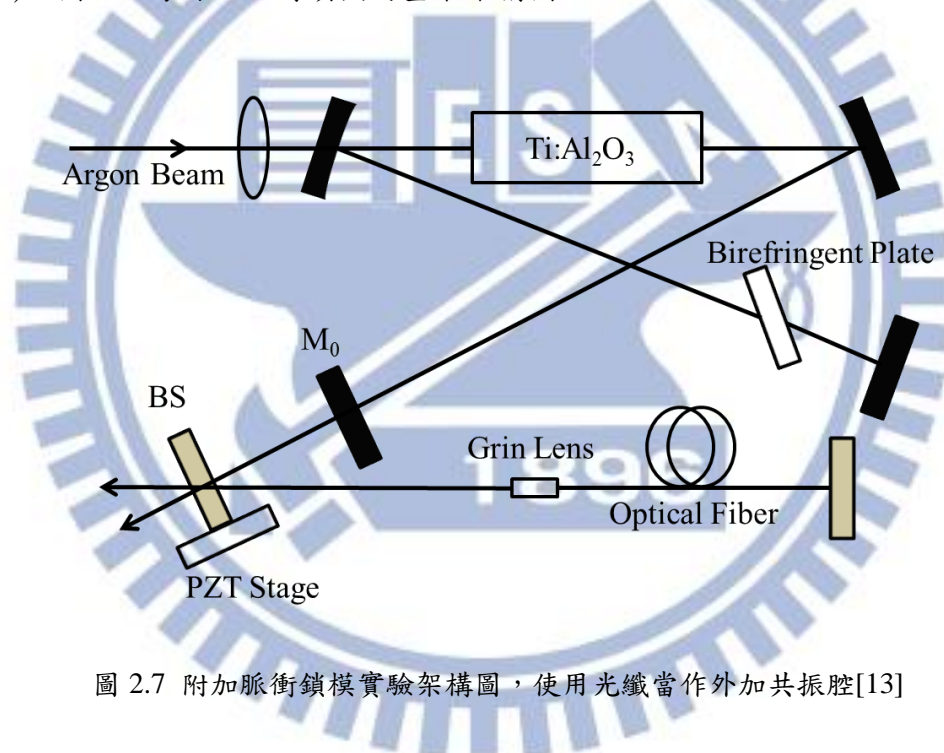


圖 2.7 附加脈衝鎖模實驗架構圖，使用光纖當作外加共振腔[13]

另外一種常見利用光學克爾效應的技術，就是克爾透鏡鎖模，這種方法在鈦-藍寶石雷射中很常見，在 1991 年就有人利用這種方法做出 60 飛秒的脈衝雷射[8]，一開始這種雷射被描述為自鎖模(Self-mode-locked)，因為鎖模機制尚未被確定，之後才被確定為是因為非線性透鏡效應所引起的非線性折射率導致快速的自我振幅調變而形成鎖模。在現今的鈦-藍寶石雷射研究中，克爾透鏡鎖模是很重要的一種方法，因其可以做出飛秒等級的脈衝，甚至可以應用到其他種類固態雷

射的增益介質上。

在克爾透鏡鎖模裡，共振腔內通常有增益介質以及克爾介質(Kerr medium)，雷射光束的自聚焦(Self-focusing)效應搭配光圈或者是克爾介質可以產生自我振幅調制來達成鎖模，效果等同於速度很快的飽和吸收體。在這種類型的雷射裡面，我們不需要靠任何外加的調制器就能鎖模，因此又被稱為自鎖模雷射(Self mode-locked laser)。克爾透鏡效應表現在時間上會出現自相位調變，使得脈衝頻寬增加；表現在空間上，則會導致自聚焦效應而改變其空間模態。如下圖 2.8 所示，雷射強度高時，在增益介質處會出現自聚焦效應而導致其空間模態縮小，此時以較小之激發雷射空間模態來激發，將使高強度模態獲得增益較低強度模態多。加上光圈限制低強度模態的通過，亦即損耗較高，因此強者越強，弱者越弱，而達成脈衝的壓縮。在某些實驗架構中，共振腔中不一定需要克爾介質與光圈，增益介質自身就可以充當為克爾介質以及軟光圈(soft aperture)。

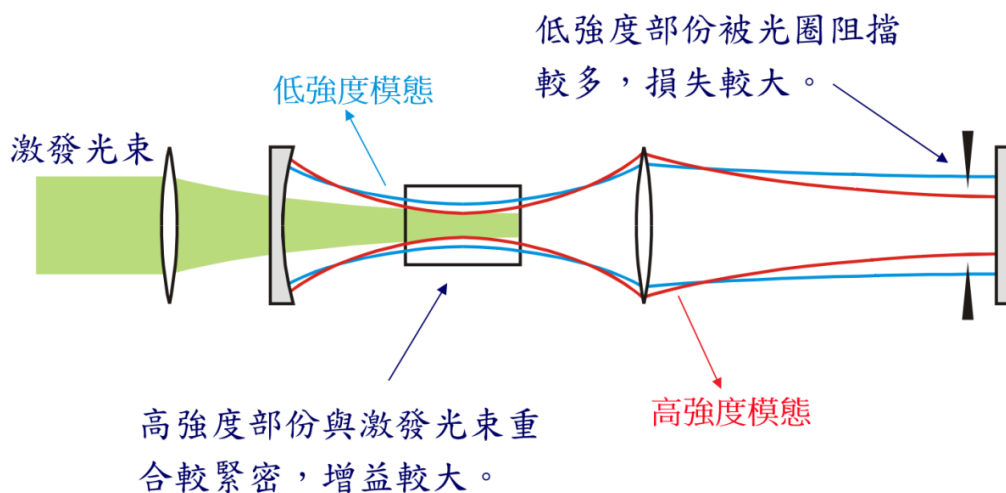


圖 2.8 克爾透鏡鎖模機制示意圖

儘管克爾透鏡鎖模法是一種很有效用來產生較短脈衝的方法，但是在超快雷射的實際應用中依舊有一些明顯的缺點，例如它需要一個啟動機制以及很精確的共振腔校準。

## 2-3 超短脈衝量測技術

前面幾節我們討論鎖模的理論以及如何產生超短脈衝，但卻沒有講到要如何量測超短脈衝，因此在接下來介紹兩種我們使用到的量測飛秒脈衝的量測技術。

### ➤ $G_1(\tau)$ 電場自相關(electric field autocorrelation)量測

實驗裝置如圖 2.9 所示，可以將入射脈衝經過分光鏡之後拆成兩道脈衝，分別經由 M1 與 M2 反射之後在經由分光鏡重組，其中可以控制 M1 的前後移動，使得 L1 與 L2 的差異造成兩道脈衝相差延遲時間  $\tau$ ，兩道光經過重組互相干涉後進入光偵測器中，紀錄其平均功率。

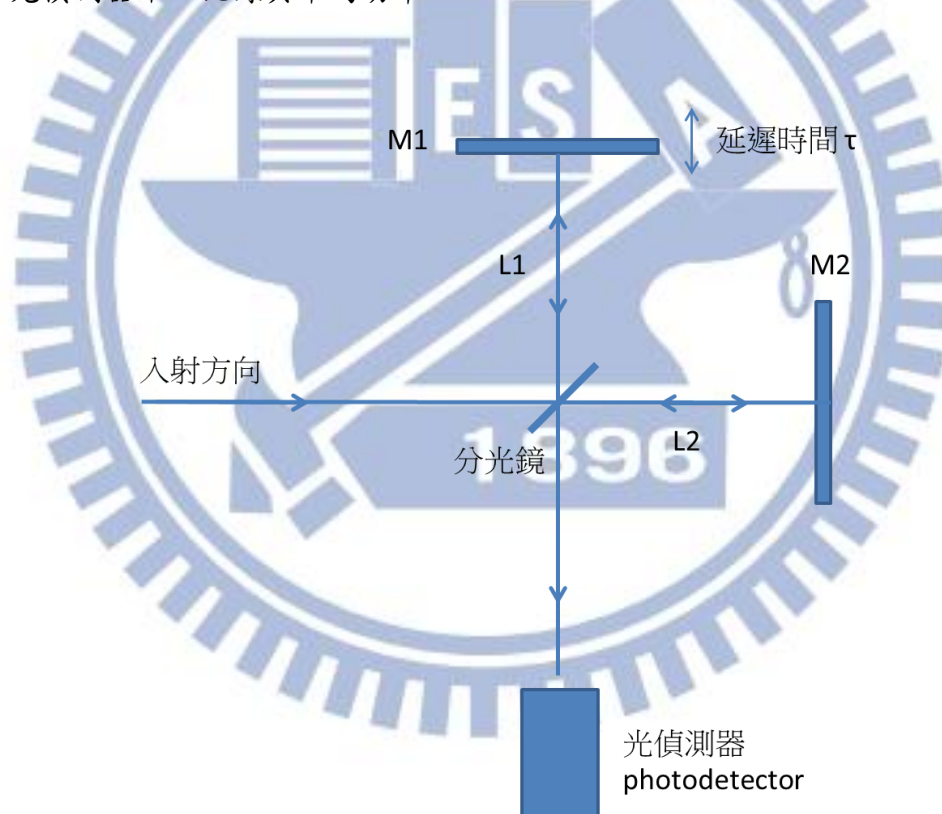


圖 2.9 邁克爾遜干涉儀測量電場自相關函數裝置示意圖

我們現在來分析上述的量測，假設電場寫為  $e(t) = \text{Re}\{a(t)e^{j\omega t}\}$ ， $a(t)$  為其複數電場振幅(complex electric field amplitude)，則經由干涉儀出來的電場可以寫成



$$e_{out}(t) = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ a(t-t_1)e^{j\omega_0(t-t_1)} + a(t-t_2)e^{j\omega_0(t-t_2)} \right\} \quad (2.13)$$

上式的延遲時間  $t_1$  與  $t_2$  分別為  $t_1 = 2L_1/c$  與  $t_2 = 2L_2/c$ ，式中的  $\frac{1}{2}$  是因為考慮到光通過 50-50 分光鏡有反射加穿透(光通過分光鏡時，單趟穿透或反射，其電場必須乘以  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ，因為功率有 50% 反射且有 50% 穿透)。其輸出功率可寫成

$$P_{out}(t) = \frac{1}{4} \left\{ |a(t-t_1)|^2 + |a(t-t_2)|^2 + \left[ a(t-t_1)a^*(t-t_2)e^{j\omega_0(t_2-t_1)} + c.c. \right] \right\} \quad (2.14)$$

上式的 c.c. 為共軛複數(complex conjugate)，如果我們假設光偵測器的速度比脈衝慢，則它所量到的是對時間積分的強度，即脈衝能量，可以表示成

$$\int dt P_{out}(t) = \frac{1}{2} \int dt |a(t)|^2 + \left[ \frac{e^{j\omega_0\tau}}{4} \int dt a(t)a^*(t-\tau) + c.c. \right] \quad (2.15)$$

此處我們引入延遲  $\tau = t_2 - t_1$ ，並且假設對時間積分強度是與脈衝延遲無關的，且其交叉項(cross terms)之積分只與兩脈衝的相關延遲有關，因此我們現在可以定義對於其電場振幅  $a(t)$  的一階自相關函數  $\Gamma_a(\tau)$  為

$$\Gamma_a(\tau) = \frac{1}{\Delta T} \int_{-\Delta T/2}^{\Delta T/2} dt a(t)a^*(t-\tau) = \langle a(t)a^*(t-\tau) \rangle \quad (2.16)$$

其中的  $\Delta T$  假設趨近於  $\infty$ ，且  $\langle \rangle$  則是平均的意思。在超快光學之中，式(2.16)所求得之值又稱為場或振幅自相關，自相關代表其兩道脈衝是相同的。圖 2.9 中光偵測器的輸出與時間平均功率成正比，因此我們重新改寫式(2.15)與式(2.16)為

$$\langle P_{out} \rangle = \frac{1}{2} \Gamma_a(0) \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\Gamma_a(\tau)e^{j\omega_0\tau} + \Gamma_a^*(\tau)e^{-j\omega_0\tau}}{\Gamma_a(0)} \right) \right\} \quad (2.17)$$

因為  $a(t)$  為複數，所以  $\Gamma_a(\tau)$  亦為複數，我們將其改寫成  $\Gamma_a(\tau) = |\Gamma_a(\tau)|e^{j\Phi(\tau)}$ ，式

(2.17) 可以變為

$$\langle P_{out} \rangle = \frac{1}{2} \Gamma_a(0) \{1 + G_1(\tau)\} \quad (2.18)$$

上式中我們引入了電場的一階自相關函數  $G_1(\tau)$ ，其與  $\Gamma_a(\tau)$  的關係式為

$$G_1(\tau) = \frac{|\Gamma_a(\tau)|}{\Gamma_a(0)} \cos(\omega_0\tau + \Phi(\tau)) \quad (2.19)$$

我們可以經由式(2.16)得知  $\Gamma_a(\tau) = \Gamma_a^*(-\tau)$ ，因此可以知道  $G_1(\tau)$  為偶函數。另外

則是  $\frac{|\Gamma_a(\tau)|}{\Gamma_a(0)} \leq 1$ ，其最大值發生在  $\tau=0$ ，即干涉儀中兩道光完美的時間重疊；若

是對於非零之延遲，則其重疊部分會減少且其相關函數值是降低的。現在舉一個

簡單例子，若我們假設脈衝為高斯形狀  $a(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{t_p^2}\right)$ ，經由直接積分可得

$\frac{\Gamma_a(\tau)}{\Gamma_a(0)} = \exp\left(-\frac{\tau^2}{2t_p^2}\right)$ ，因此可以得到高斯形狀脈衝其時間平均功率  $\langle P_{out} \rangle$  圖，如圖

2.10，另外可以知道其振盪的包絡線(envelope)對於平均功率歸一化之後為

$$1 \pm \frac{|\Gamma_a(\tau)|}{\Gamma_a(0)}$$

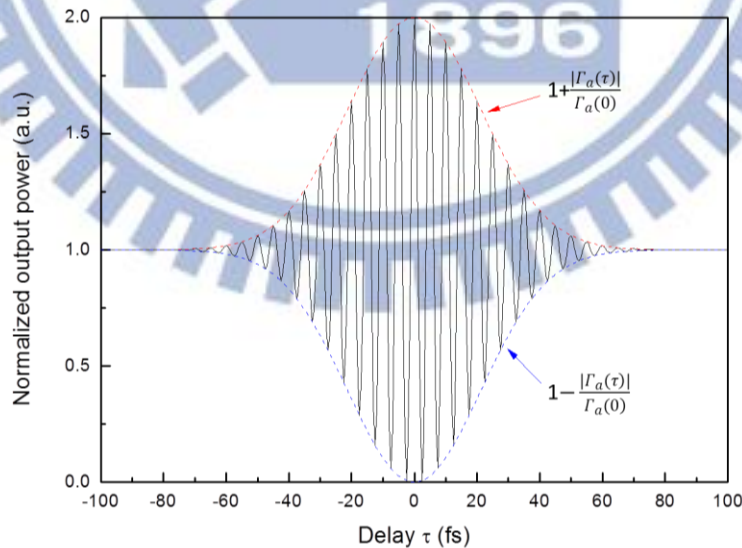


圖 2.10 對延遲時間  $\tau$  之干涉儀的時間平均輸出功率  $\langle P_{out} \rangle$ ，

縱軸功率為對  $\frac{1}{2}\Gamma_a(0)$  歸一化

我們若計算  $\Gamma_a(\tau)$  的傅立葉轉換可得

$$F\{\Gamma_a(\tau)\} \sim \int d\tau e^{-j\omega\tau} \int dt a(t) a^*(t-\tau) \quad (2.20)$$

再將  $\tau = t - \eta$  代換可得

$$F\{\Gamma_a(\tau)\} \sim \int dt a(t) e^{-j\omega t} \int d\eta e^{-j\omega\eta} a^*(\eta) = |A(\omega)|^2 \quad (2.21)$$

上式的  $A(\omega)$  為  $a(t)$  之傅立葉轉換，同樣的，若我們也對  $G_1(\tau)$  做傅立葉轉換，可以得到

$$F\{G_1(\tau)\} \sim |E_{in}(\omega)|^2 \quad (2.22)$$

此結果代表電場之一階自相關函數  $G_1(\tau)$  為功率譜(power spectrum)之逆傅立葉轉換，功率譜可以利用光譜儀(spectrometer)量到。

我們可以由偵測器量到平均功率，經由數學運算求得  $\Gamma_a(\tau)$ ，再對其做傅立葉轉換，若假設其相位為零，我們將其開根號可得到  $A(\omega)$ ，再經過逆傅立葉轉換得到脈衝  $a(t)$ ，由此可得脈衝寬度(pulse width)。

#### ➤ $G_2(\tau)$ 強度自相關(intensity autocorrelation)量測

自相關儀(autocorrelator)為目前量測超快雷射脈衝寬度最普遍之工具，實驗裝置如圖 2.11 所示，其原理是利用非線性效應中二倍頻產生機制(second harmonic generation, SHG)，利用非線性晶體產生二倍頻光，加上移動自相關儀其中一道光束之時間延遲(time delay)，產生光程差後可以得到二階自相關函數曲線，再透過數學之運算還原得到脈衝寬度之輪廓，此種儀器架構稱為二階自相關儀。

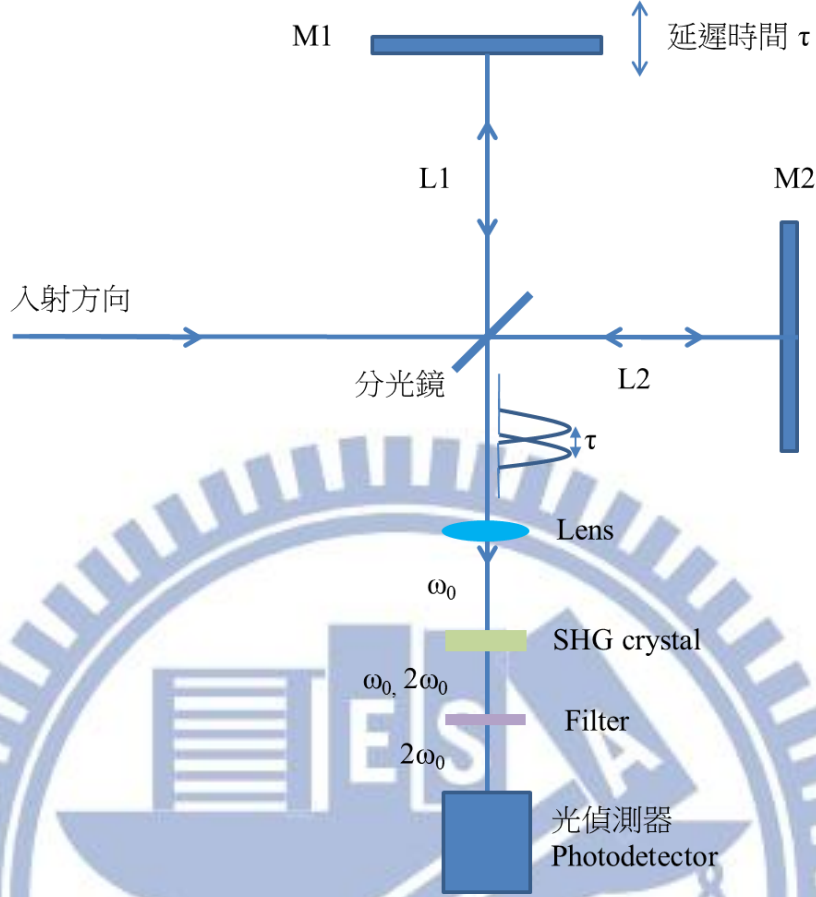


圖 2.11 共線式二倍頻產生裝置示意圖，用以量測強度自相關函數

詳細分析上述量測，入射倍頻晶體之前的電場可以寫為

$$e_{out}(t) = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ a(t) e^{j\omega_0 t} + a(t-\tau) e^{j\omega_0(t-\tau)} \right\} \quad (2.23)$$

二倍頻之電場，會與入射電場平方成正比，因此寫為

$$e_{SHG}(t) \sim e_{out}^2(t) \sim \text{Re} \left\{ \left[ a^2(t) + a^2(t-\tau) e^{-2j\omega_0\tau} + 2a(t)a(t-\tau) e^{-j\omega_0\tau} \right] e^{2j\omega_0 t} \right\} \quad (2.24)$$

實際量測時是紀錄時間平均之功率，可以表示為下式

$$\begin{aligned} \langle P_{SHG}(t) \rangle &\sim 2 \langle |a(t)|^4 \rangle + 4 \langle |a(t)|^2 |a(t-\tau)|^2 \rangle + \\ &\left\{ 2 \left\langle \left( |a(t)|^2 + |a(t-\tau)|^2 \right) a(t) a^*(t-\tau) \right\rangle e^{j\omega_0\tau} + \left\langle \left[ a(t) a^*(t-\tau) \right]^2 \right\rangle e^{2j\omega_0\tau} \right\} + c.c. \end{aligned} \quad (2.25)$$

上式中我們假設第一項與  $\tau$  無關，第二項則是隨著  $\tau$  的變化相對緩慢，第三與第四項分別為  $\omega_0$  與  $2\omega_0$  之干涉貢獻，通常我們會將訊號平均好幾個光學週期來消除

干涉項，此時時間平均二倍頻功率變為

$$\langle P_{SHG}(t) \rangle \sim \langle |a(t)|^4 \rangle \left( 1 + \frac{2 \langle |a(t)|^2 |a(t-\tau)|^2 \rangle}{\langle |a(t)|^4 \rangle} \right) \quad (2.26)$$

我們在此定義強度自相關函數  $G_2(\tau)$  為

$$G_2(\tau) = \frac{\langle I(t)I(t-\tau) \rangle}{\langle I(t)^2 \rangle} \quad (2.27)$$

上式的  $I(t) \sim |a(t)|^2$ ，因此式(2.26)變為

$$\langle P_{SHG}(t) \rangle \sim 1 + 2G_2(\tau) \quad (2.28)$$

此功率為一固定的背景值加上兩倍的強度自相關函數。

另外一種常見的實驗架構如圖 2.12 所示，為非共線式，將兩道脈衝以不同方向入射倍頻晶體，在這種架構中，背景值會被消除，因此功率會變成

$$\langle P_{SHG}(t) \rangle \sim G_2(\tau) \quad (2.29)$$

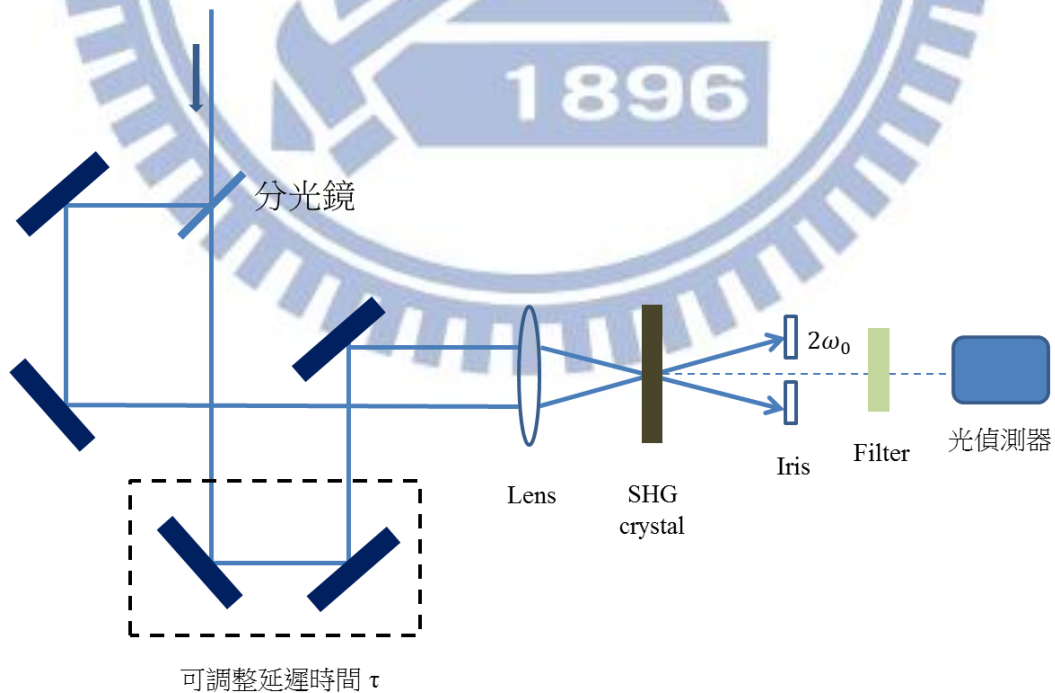


圖 2.12 非共線式二倍頻產生裝置示意圖

若我們想由此計算脈衝寬度，須先假設一個特定的脈衝形狀，再經由強度自相關函數  $G_2(t)$  的圖來估計其半高寬(FWHM)  $\Delta\tau$ ，最後除以其相對應之反卷積係數得到脈衝之真實脈衝寬度  $\Delta t$ ，可參見表 2.1。

表 2.1 不同脈衝形狀其自相關函數與反卷積係數

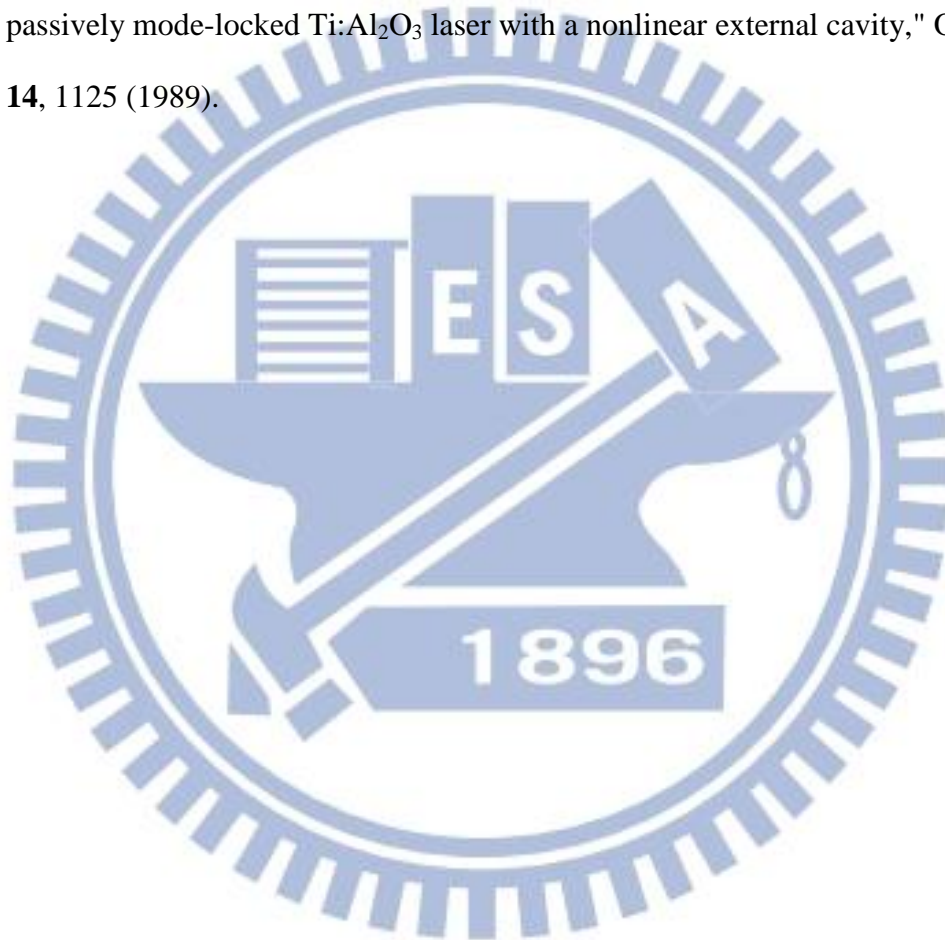
$I(t)$	$G_2(\tau)$	$\frac{\Delta\tau}{\Delta t}$
$\exp(-2t^2)$	$\exp(-\tau^2)$	$\sqrt{2}$
$\text{sech}^2(t)$	$\frac{3[\tau \cosh(\tau) - \sinh(\tau)]}{\sinh^3(\tau)}$	1.543
$e^{-t}$ for $t \geq 0$ , 0 otherwise	$e^{- \tau }$	2

## References

- [1] K. Gürs and R. Müller, "Breitband-modulation durch steuerung der emission eines optischen masers," *Phys. Lett.* **5**, 179 (1963).
- [2] L. E. Hargrove, R. L. Fork, and M. A. Pollack, "Locking of He-Ne laser modes induced by synchronous intracavity modulation," *Appl. Phys. Lett.* **5**, 4 (1964).
- [3] S. E. Harris and R. Targ, "FM oscillation of the He-Ne laser," *Appl. Phys. Lett.* **5**, 202 (1964).
- [4] H. W. Mocker, R. J. Collins, "Mode competition and self-locking effects in a Q-switched ruby laser," *Appl. Phys. Lett.* **7**, 270 (1965).
- [5] E. P. Ippen, C. V. Shank, and A. Dienes, "Passive mode locking of the cw dye laser," *Appl. Phys. Lett.* **21**, 348 (1972).
- [6] C. V. Shank and E. P. Ippen, "sub-picosecond kilowatt pulses from a mode-locked cw dye laser," *Appl. Phys. Lett.* **24**, 373 (1974).
- [7] R. L. Fork, C. H. B. Cruz, P. C. Becker, and C. V. Shank, "Compression of optical pulses to six femtoseconds by using cubic phase compensation," *Opt. Lett.* **12**, 483 (1987).
- [8] D. E. Spence, P. N. Kean, and W. Sibbett, "60-fsec pulse generation from a self-mode-locked Ti:sapphire laser," *Opt. Lett.* **16**, 43 (1991).
- [9] U. C. Keller, D. A. B. Miller, G. D. Boyd, T. H. Chiu, J. F. Ferguson, M. T. Asom, "Solid-state low-loss intracavity saturable absorber for Nd:YLF lasers : an antiresonant semiconductor Fabry-Perot saturable absorber," *Opt. Lett.* **17**, 505 (1992).
- [10] U. Keller, K. J. Weingarten, F. X. Kartner, D. Kopf, B. Braun, I. D. Jung, R. Fluck, C. Honninger, N. Matuschek, and J. Aus der Au, "Semiconductor saturable absorber mirrors (SESAM's) for femtosecond to nanosecond pulse generation in solid-state laser," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron* **2**, 435

(1996).

- [11] I. D. Jung, F. X. Kartner, N. Matuschek, D. H. Sutter, F. Morier-Genoud, Z. Shi, V. Scheuer, M. Tilsch, T. Tschudi, and U. Keller, "Semiconductor saturable absorber mirrors supporting sub-10-fs pulses," *Appl. Phys B* **65**, 137 (1997).
- [12] L. F. Mollenauer and R. H. Stolen, "The soliton laser," *Opt. Lett.* **9**, 13 (1984).
- [13] J. Goodberlet, J. Wang, J. G. Fujimoto, and P. A. Schulz, " Femtosecond passively mode-locked Ti:Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> laser with a nonlinear external cavity," *Opt. Lett.* **14**, 1125 (1989).





### 第三章 摻鎳鈮鋁石榴石自鎖模雷射之熱效應探討

#### 3-1 準三階雷射與摻鎳鈮鋁石榴石晶體之雷射特性

大部分的固態雷射增益介質都是四階系統(four-level system)，如圖 3.1 所示。基態電子經由泵浦激發至  $E_3$ ，位於  $E_3$  的電子很快的衰減至  $E_2$ ，而  $E_2$  是一個準穩態，因此在  $E_2$  上可以得到粒子數的累積，如果  $E_3 \rightarrow E_2$  和  $E_1 \rightarrow E_0$  的躍遷速度都很快，而  $E_2 \rightarrow E_1$  的躍遷很慢，則粒子數反轉就會在  $E_2$  與  $E_1$  之間達到。四階雷射系統的雷射下能階(low laser level) $E_1$  與基態能階(ground state) $E_0$  之間的能量差  $\Delta E \gg kT$ ，因此在室溫下，位於雷射下能階的電子遠少於基態能階的電子數。

而所謂的準三階系統(quasi-three-level system)是一種介於三階系統與四階系統之間的情況，其雷射下能階與基態能階很靠近，即  $\Delta E \geq kT$ ，由波茲曼分佈定律(Boltzmann distribution law)：

$$N_1 = N_0 \exp(-\Delta E / kT) \quad (3.1)$$

由式(3.1)可知，當能階差  $\Delta E$  很小或工作溫度  $T$  變大時，下能階的電子數  $N_1$  將增加，此時需要更多的激發能量才能達到粒子數反轉。

當下能階的電子濃度增加，除了增加粒子數反轉的困難外，也會造成重複吸收損耗(reabsorption loss)。重複吸收損耗是增益介質重複吸收本身輻射的光子，造成共振腔內光子的損耗，在準三階雷射系統，基態電子容易因為溫度上升的關係而躍遷到雷射下能階  $E_1$ ，使共振腔光子碰撞下能階的電子機率增加，當光子碰撞下能階電子時，電子將吸收光子能量躍遷至雷射上能階(upper laser level)  $E_2$ ，將會減少腔內共振的光子數，降低整體效能。而在四能階系統中，因為  $\Delta E \gg kT$ ，且下能階電子的生命期很短，因此受激發的電子只會經過短暫停留便回至基態，使得下能階的電子數  $N_1$  幾乎為零，故重複吸收問題不嚴重。因此在準三階系統與四階系統互相比較時，溫度對於準三階系統的影響遠比四階系統大，所以使用良好的散熱方法降低晶體工作溫度，將提高準三階雷射的效能。

固態雷射的雷射晶體可以分為兩部份，活性離子(active ion)與主材(host)，本論文所使用的 Yb:YAG，Yb<sup>3+</sup>是活性離子，YAG 是主材。活性離子其特性決定增益介質的吸收頻譜與輻射頻譜、生命週期...等，而主材之晶格結構要有適當的空位，以供摻雜的活性粒子填入。優秀的增益介質主材，需要有高硬度、低熱膨脹係數、高熱傳導率、熱光係數  $dn/dT$  要小，透明範圍大，光在經過主材時損耗低，並且雷射波長不能被主材吸收。本論文使用的 YAG 就是一種具有這些特性的優秀主材，其硬度高(莫氏硬度達 8.5)、熱導係數高、損壞閾值(damage threshold)功率也高。

Yb:YAG(Ytterbium-doped Y<sub>3</sub>Al<sub>5</sub>O<sub>12</sub>)晶體，中文名：摻鎳鈮鋁石榴石，圖 3.2 為 Yb:YAG 之能階圖[1]，可看到 Yb:YAG 有非常簡單的電子能階結構，只由基態  $^2F_{7/2}$  與激發態  $^2F_{5/2}$  所組成，兩能階差約 10,000cm<sup>-1</sup>。圖 3.3 為 Yb:YAG 在 300K 時的吸收及輻射頻譜圖[2]，由圖中可以看到 Yb:YAG 在波長 941nm 有一吸收峰值，此時吸收頻寬達 18nm，另一個吸收峰值則是在 970nm，吸收頻寬為 4nm。Yb:YAG 的雷射波長通常為 1030nm，有些時候雷射波長會在 1050nm，為高功率二極體激發固態雷射常用的一種增益介質，Yb:YAG 具有很高的斜效率、高機械強度以及高導熱性，並且沒有上轉換(up-conversion)、激發態吸收(excited-state absorption)...等寄生效應。

Yb:YAG 屬於準三階雷射，所以激發功率閾值較高，又存在重複吸收損耗的問題，因此對於溫度非常敏感，當激發功率升高或是散熱系統不良時，晶體的溫度將會快速升高，重複吸收損耗更加嚴重，造成雷射效率不佳，因此 Yb:YAG 需要一個有效的散熱方法，以避開高溫。

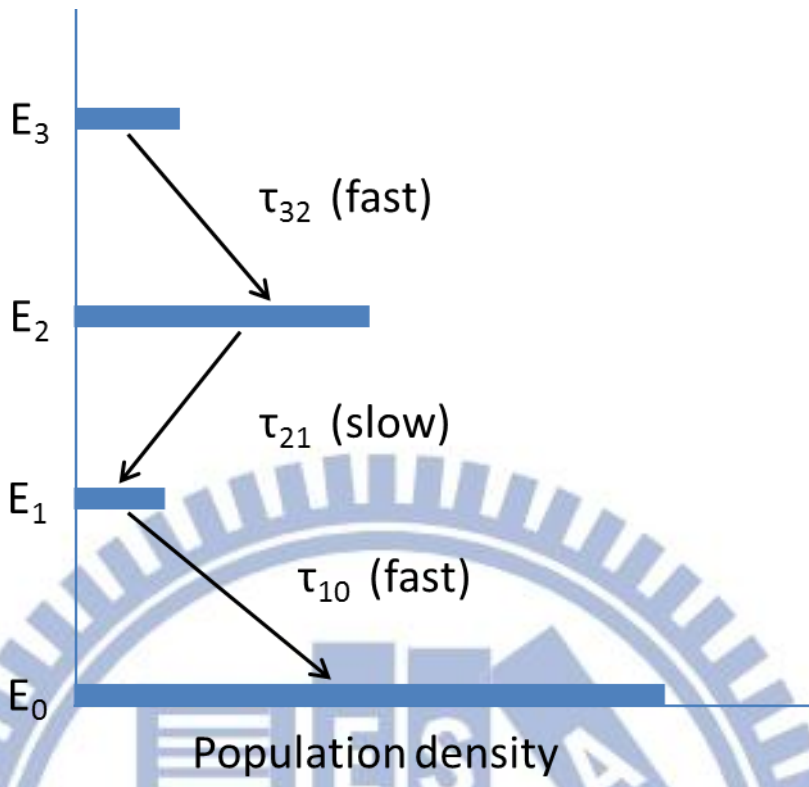


圖 3.1 簡化的四能階雷射能階示意圖

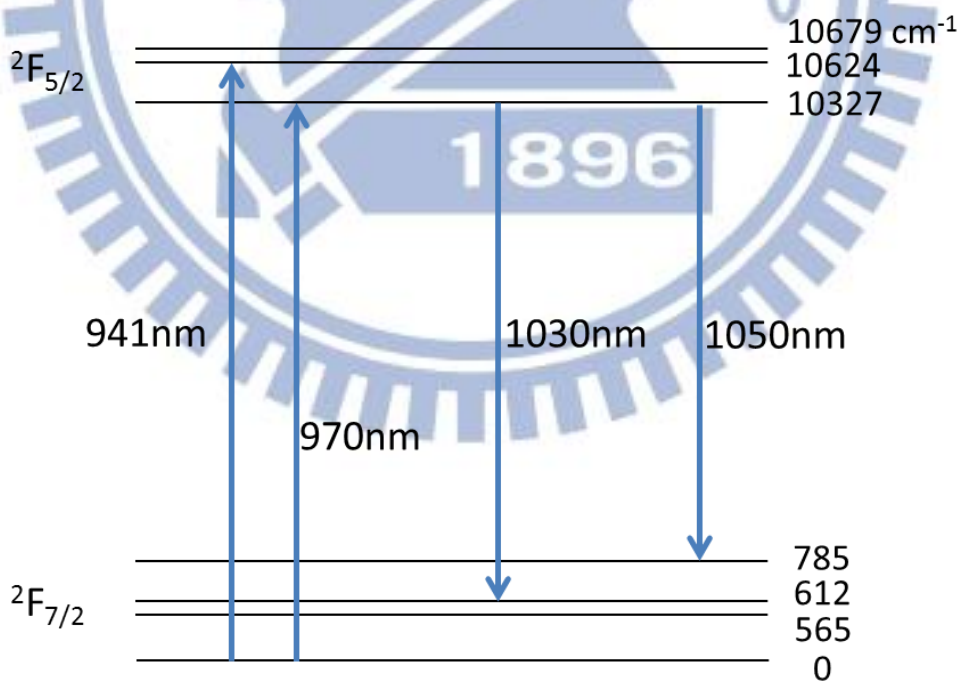


圖 3.2 Yb:YAG 之能階圖[1]

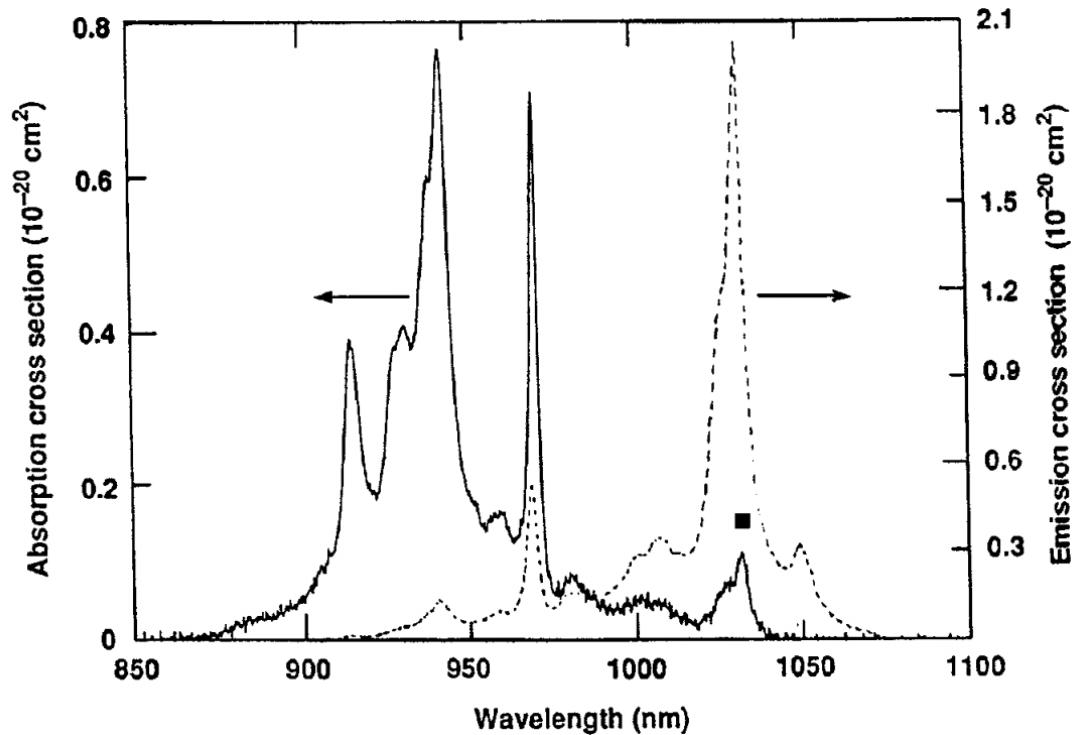


圖 3.3 Yb:YAG 在溫度為 300K 時吸收與輻射頻譜圖[2]

### 3-2 鑽石散熱片對雷射熱效應之改善

限制二極體激發式(diode pumped)固態雷射效能的主要原因之一，是由於無法有效移除增益介質因吸收激發能量所產生的熱能。因為激發能量只有一部分可以被轉換為雷射能量，其中大部份的能量是被增益介質吸收且轉換為熱能，我們必須靠一些散熱方法將熱移除，如果熱量不能被有效的移除，增益介質會因為工作溫度的上升，從而降低雷射的效率。此外，若熱在增益介質上不是均勻分佈，可能會造成反常的熱透鏡效應而導致雷射光束模態的變化，或者增益介質可能產生嚴重的應力變化，嚴重者會造成晶體彎曲或破裂[3]。如圖 3.4，圖上表示晶體為面激發型(face-pumped)雷射，其主要依靠晶體與背面散熱器接觸來散熱，晶體吸收激發光導致晶體的正表面溫度較高，背面則與散熱器接觸溫度較低，故正面的熱膨脹較背面嚴重，因此造成晶體彎曲；晶體正中間的凸起則是因為被激發光聚焦正打造成熱沈積而受熱膨脹形成。若要減小晶體受熱變形的程度，我們可以將晶體固定在藍寶石窗口與散熱座之間且夾緊，如圖 3.5 所示[3]。另一方面來說，

若是使增益介質有較高效率的冷卻，也能夠實現更高的雷射功率與更好的光束質量。

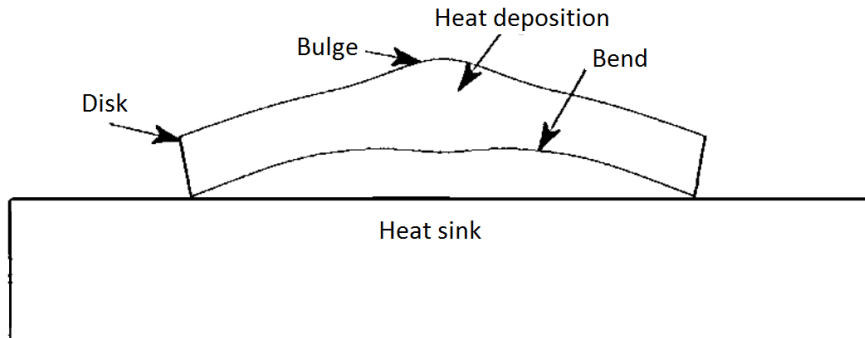


圖 3.4 薄盤雷射(thin-disk laser)晶體變形示意圖[3]

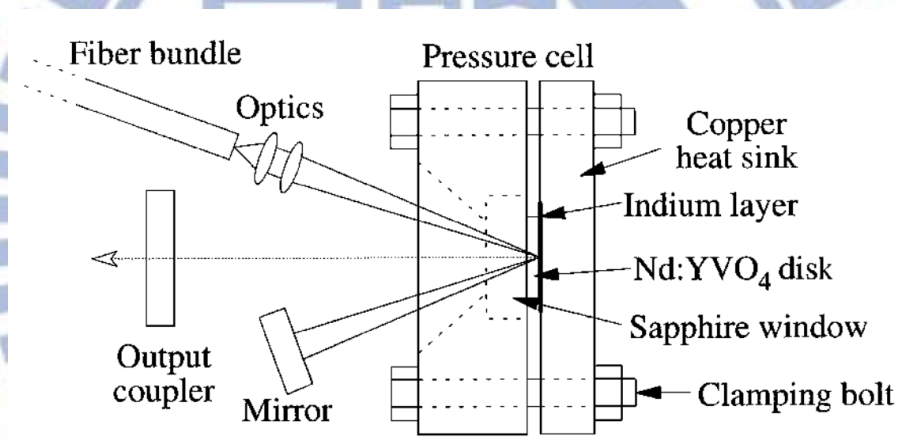


圖 3.5 夾緊式圓盤雷射(clamped disk laser)裝置圖[3]

最近人造的鑽石散熱片(diamond heat spreader)因其傑出的光學特性和高導熱的機械特性，已經被證實可以用以改善光激發式的固態雷射，例如摻雜介質雷射(doped dielectric lasers)[4-7] 和半導體雷射[8-10]。關於導熱係數的比較可參見表 3.1，可以發現鑽石散熱片的導熱係數約為銅的 5 倍，因其良好的導熱性能，故可以有效的降低雷射晶體因受熱所產生的晶體變形，以及減緩晶體隨著激發功率增大所造成的溫度上升。當其用在摻雜介質雷射上面，鑽石散熱片可以幫助改善熱透鏡效應和應力變化[4]；當用在半導體雷射上時，因為溫度會限制了輸出

功率，鑽石散熱片能減少溫度的上升進而提高輸出功率[11]。為了將鑽石散熱片的散熱功能最佳化，通常會將其擺在共振腔內，因為這可以將餘熱疏導至高導熱材料的路徑最短化。

表 3.1 材料特性[12]

材料	折射率 n	導熱係數, k ( $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ )	熱光係數, $dn/dT$ ( $\times 10^{-6} K^{-1}$ )
鑽石散熱片 (Diamond)	2.38-2.42 (from 400nm-10m)	1900-2200 (at 300K) 1500-1600 (at 425K)	9.6
藍寶石(Sapphire)	1.76(at 820nm)	18.7-20.2 (at 310K)	--
銅(Copper)	--	379-386 (at 173-273K)	--
Nd:YAG	1.82(at 808nm)	10.5-14 (at 293-373K)	7.3
Nd:YVO <sub>4</sub>	$n_o=1.97, n_e=2.19$ (at 808nm)	5.1-5.2 (at 300K)	8.5 (a-axis) 2.9 (c-axis)
Yb:YAG	1.82	14 (at 293K)	8.9

### 3-3 實驗架構介紹

圖 3.6 為實驗架構的示意圖，雷射增益介質為 11 at. % Yb:YAG，晶體長度為 1.03mm，直徑 4.0mm，晶體沿著[111]方向切割，Yb:YAG 的前表面 S<sub>1</sub> 鍍上對激發光 970nm 有高穿透(T>95%)的膜、對雷射波長 1030-1060nm 有高反射(R>99.8%)的膜當作前鏡。晶體的後表面 S<sub>2</sub> 則是鍍上對激發光 970nm 有高反射(R>95%)的膜，進而導致激發光的二次反射，以及對雷射波長 1030-1060nm 有高穿透(T≈95%)的膜，由此估計 11% at. Yb:YAG 增益介質的二次吸收可以達到約 83%。

我們將邊長為 4.5mm、厚 0.5mm，正方形的鑽石散熱器貼在增益介質的前表面上，以用來幫助散熱，鑽石散熱片對於激發光 970nm 的穿透率約為 70%。鑽石散熱片的前端與水冷式散熱銅座相貼，而銅座又與熱電冷卻器(thermal-electric cooler, TEC)相接，我們將熱電冷卻器的溫度維持在 15°C，銅座

導出的餘熱則由水管帶走。增益介質的後表面則是在銅座與 Yb:YAG 之間墊了一層銅片(indium foil)，銅片中間挖了一個直徑 2mm 的圓孔。由於鑽石散熱片與增益介質之間不是緊密接觸會留有空隙，因此會產生干涉條紋，所以我們可以藉由干涉條紋來判斷散熱片與增益介質是否有均勻接觸。在本實驗中，我們使用對 1030nm 有 80% 反射率的耦合輸出鏡。Yb:YAG 的激發光源我們採用雷射波長為 970nm 的二極體雷射(laser diode)，其最大輸出功率為 16W，經過光纖之後的 970nm 其光點直徑為 200 $\mu$ m，激發光再經由聚焦鏡組以 2:1 大小成像重新聚焦在增益介質上，聚焦鏡組的焦距為 25mm，其耦合效率約為 87%，聚焦到增益介質上的光束直徑大約為 130 $\mu$ m。

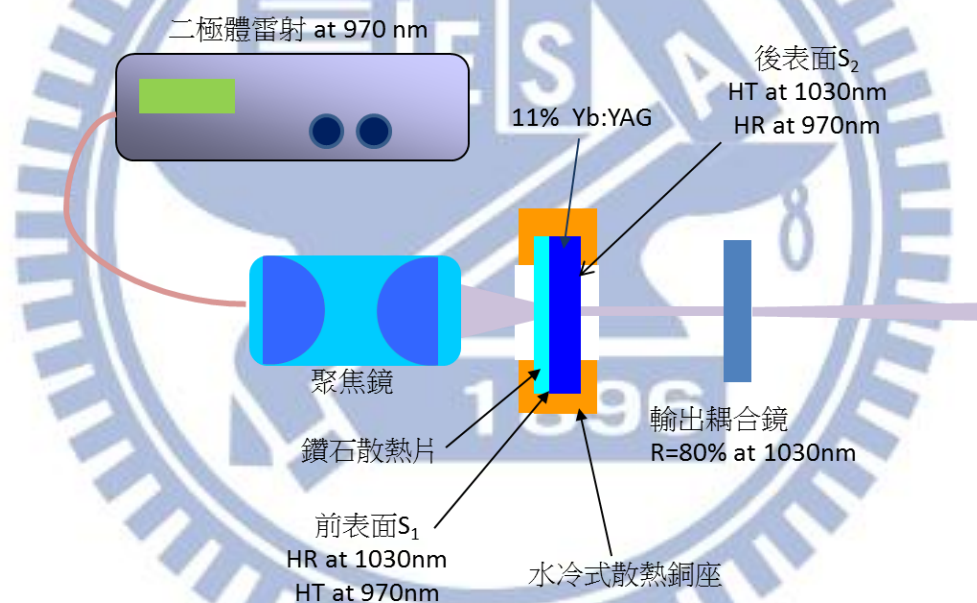


圖 3.6 實驗架構示意圖，散熱片擺在增益介質前方

在這一小節我們主要討論鑽石散熱片的影響，因此我們將實驗分成 3 種架構來進行比較。

**Case1.** 實驗沒有用鑽石散熱片來改善散熱。

**Case2.** 實驗有用鑽石散熱片來改善散熱，且散熱片擺在增益介質前方，即擺放在腔外，如圖 3.6 所示。

**Case3.** 實驗有用鑽石散熱片來改善散熱，但是散熱片改成擺在增益介質後方，即擺放在腔內，如圖 3.7 所示。

在此實驗架構中，我們將散熱銅座至輸出耦合鏡的距離均固定為 2.35mm。

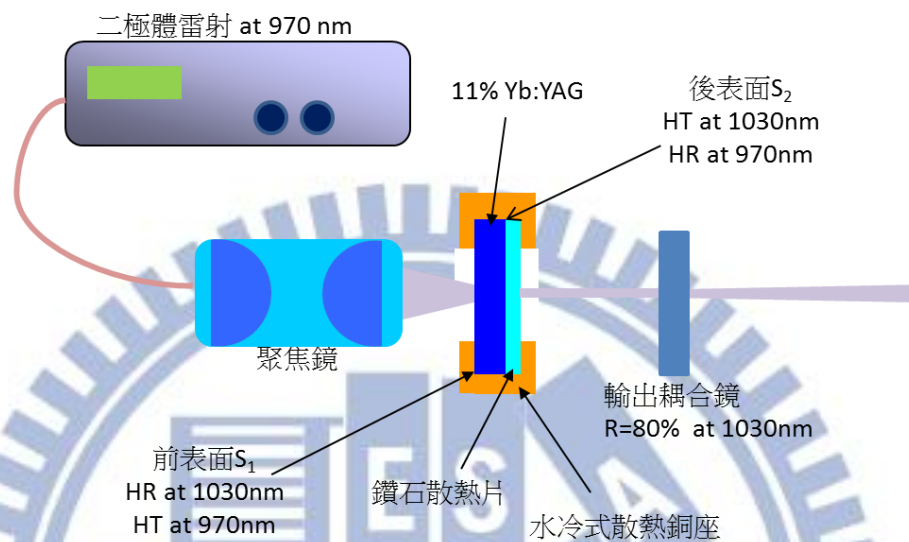


圖 3.7 實驗架構示意圖，散熱片擺在增益介質後方

### 3-4 實驗結果與討論

圖 3.8 為不同條件下的雷射輸出功率對晶體吸收激發功率作圖。在實驗中，對於增益介質吸收激發功率(absorbed pump power)，我們需要將聚焦鏡組的耦合效率(約 87%)、鑽石散熱片對 970nm 激發光的穿透率(約 70%)以及增益介質的吸收率(約 83%)考慮進去，由圖 3.8 可以看到若是將鑽石散熱片擺放在增益介質前面，其最大吸收激發功率可以達到 8.9W，而若是沒有使用鑽石散熱片或是將其擺放在增益介質後面，其最大吸收激發功率可以達到 11W。

圖中可以發現輸出功率最大的為 case2 的 4.47W，再來為 case3 的 3.17W，最後則是 case1 的 2.22W，可以發現有使用鑽石散熱片的 case2 與 case3 輸出功率都比沒有使用鑽石散熱片的 case1 高，表示鑽石散熱片確實能減少熱效應影響，而有助於提昇雷射功率，而將散熱片置於腔外(case2)則是又比置於腔內(case3)的表現好。圖中 case1 的斜效率(slope efficiency)為 35%，光轉換效率(optical



conversion efficiency) 為 25.7%；case2 的斜效率為 85.9%，光轉換效率為 54.4%；case3 的斜效率為 42.4%，光轉換效率 33.9%。

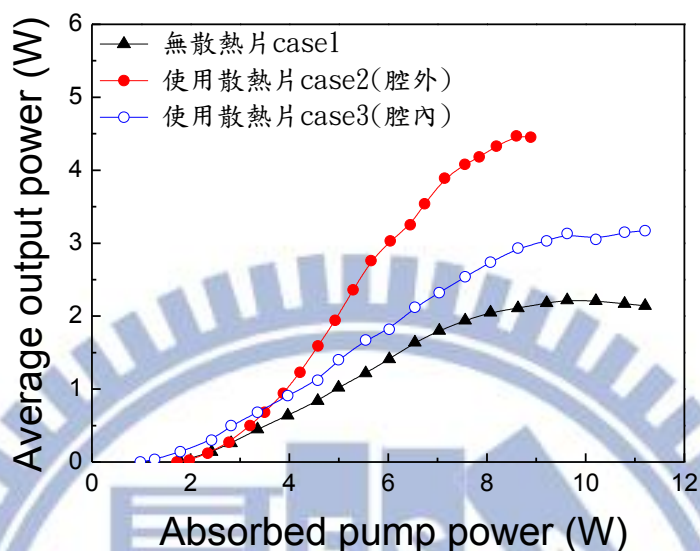


圖 3.8 雷射輸出功率對增益介質吸收功率作圖，分為有使用鑽石散熱片(腔內及腔外)，與沒有使用鑽石散熱片

下面我們藉由光譜分析儀(optical spectral analyzer, 型號為 Advantest Q8347)與自相關儀(autocorrelator, 型號為 APE pulse check, Angewandte Physik & Elektronik GmbH) 來分析鎖模脈衝的時間行為，比較使用散熱片(擺腔外)與無使用散熱片的鎖模結果，即 case1 與 case2 的比較。

圖 3.9 與圖 3.10 分別為 case1 與 case2 的輸出光譜圖，可以發現有使用鑽石散熱片 case2 的縱模彼此間隔都相等，因此鎖模效果可以比 case1 好，而且沒有使用散熱片時，發現其雷射輸出波長會亂跳，比較不穩定。圖 3.11 與圖 3.12 分別為 case1 與 case2 的脈衝波形圖(二階自相關函數曲線)，圖 3.11 可看出沒有使用鑽石散熱片，其輸出脈衝不穩定，每一瞬間的脈衝波形都不相同。比較圖 3.11 與圖 3.12，可知使用鑽石散熱片的確會幫助鎖模脈衝的穩定性增加。

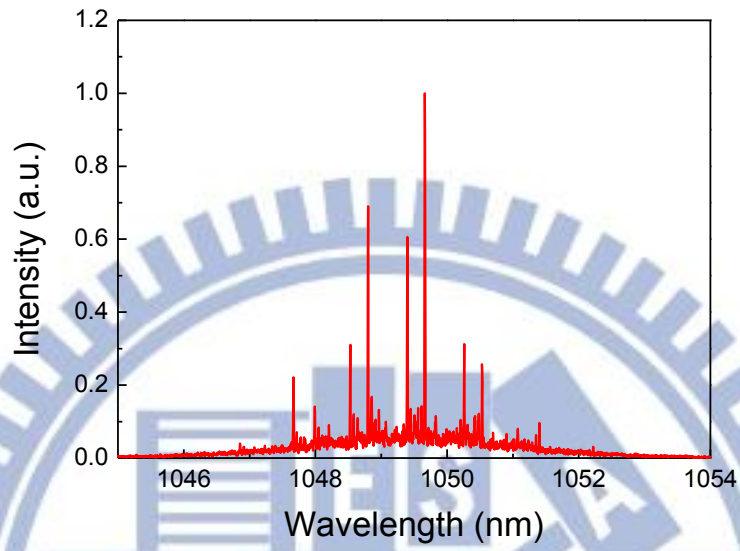


圖 3.9 case1，沒有使用散熱片的輸出光譜圖

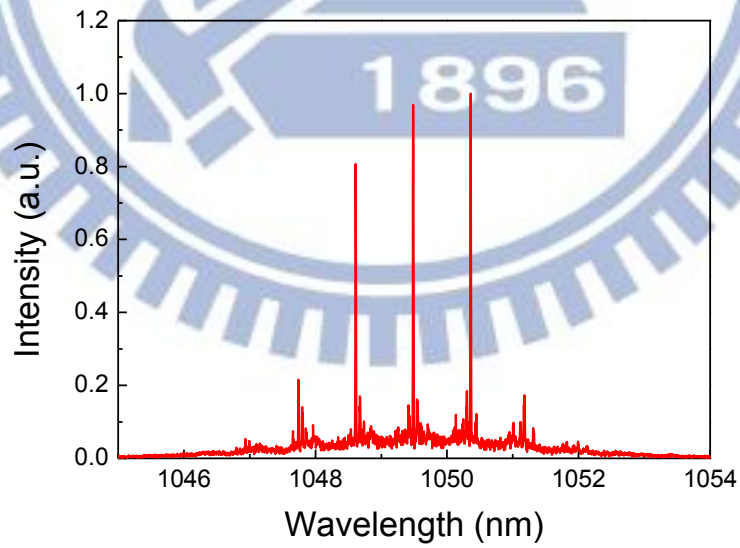


圖 3.10 case2，使用散熱片(擺腔外)的輸出光譜圖

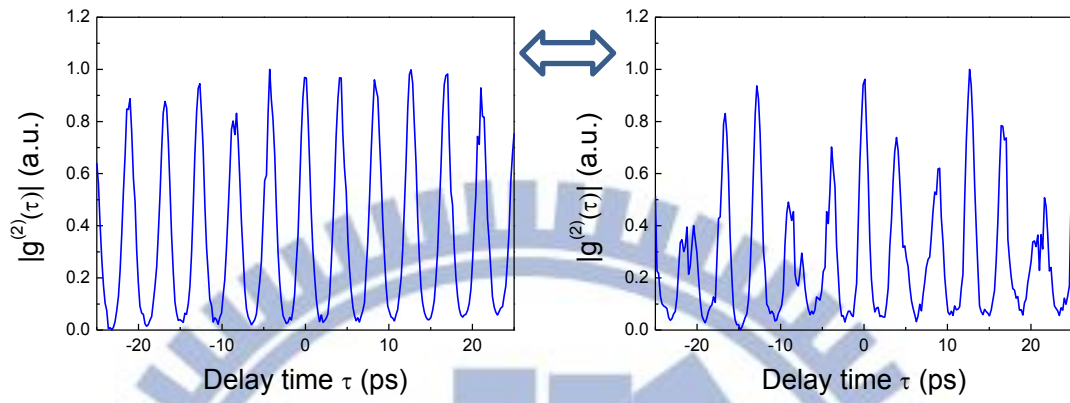


圖 3.11 case1，沒有使用散熱片的脈衝波形圖，其脈衝不穩定

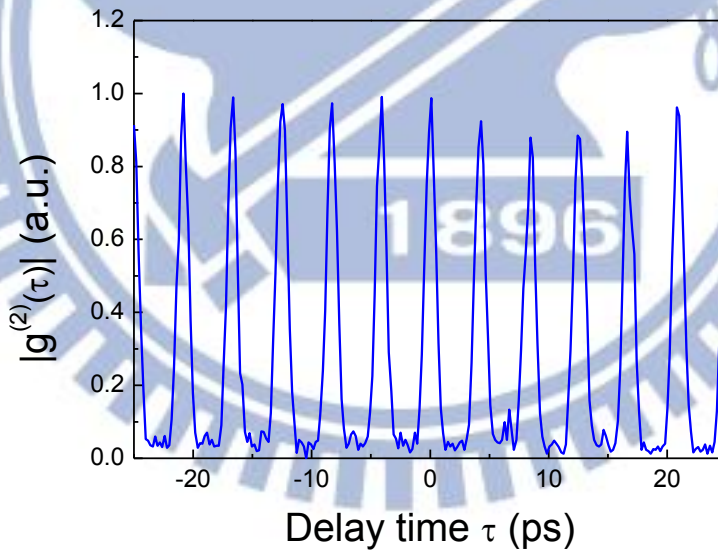
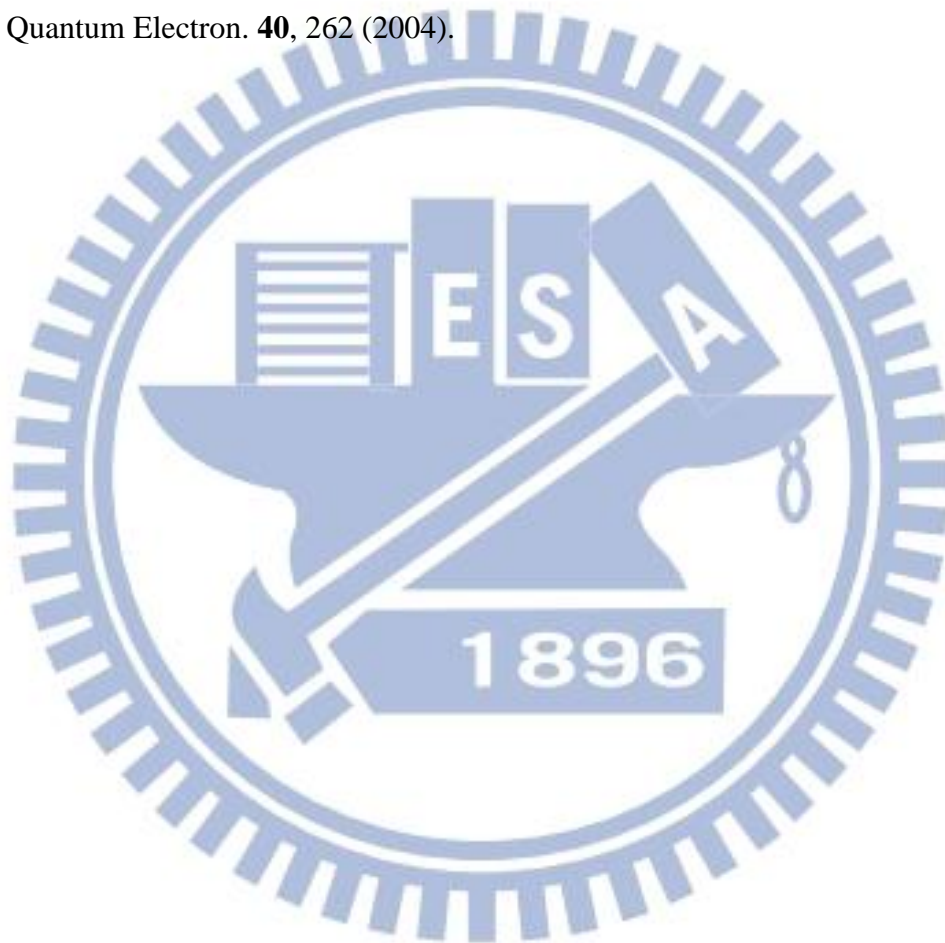


圖 3.12 case2，使用散熱片(擺腔外)的脈衝波形圖，可以長時間維持穩定的波形

## References

- [1] T. Taira, W. M. Tulloch, and R. L. Byer, "Modeling of quasi-three-level lasers and operation of cw Yb:YAG lasers," *Appl. Opt.* **36**, 1867 (1997).
- [2] W. F. Krupke, "Ytterbium Solid-State Lasers—The First Decade," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **6**, 1287 (2000).
- [3] Y. Liao and R. J. D. Miller, "Pressure tuning of thermal lensing for high-power scaling," *Opt. Lett.* **24**, 1343 (1999).
- [4] R. L. Fork, W. W. Walker, R. L. Laycock, J. J. A. Green, and S. T. Cole, "Integrated diamond sapphire laser," *Opt. Express* **11**, 2532(2003).
- [5] Y. Tzuk, A. Tal, S. Goldring, Y. Glick, E. Lebiush, G. Kaufman, and R. Lavi, "Diamond Cooling of High-Power Diode-Pumped Solid-State Lasers," *IEEE J. Quantum Electron.* **40**, 262 (2004).
- [6] P. Millar, R. B. Birch, A. J. Kemp, and D. Burns, "Synthetic diamond for intracavity thermal management in compact solid-state lasers," *IEEE J. Quantum Electron.* **44**, 709 (2008).
- [7] P. Millar, A. J. Kemp, and D. Burns, "Power scaling of Nd:YVO<sub>4</sub> and Nd:GdVO<sub>4</sub> disk lasers using synthetic diamond as a heat spreader," *Opt. Lett.* **34**, 782 (2009).
- [8] J. M. Hopkins, S. A. Smith, C. W. Jeon, H. D. Sun, D. Burns, S. Calvez, M. D. Dawson, T. Jouhti and M. Pessa, "0.6 W CW GaInNAs vertical external-cavity surface emitting laser operating at 1.32  $\mu\text{m}$ ," *Electron Lett.* **40**, 30 (2004).
- [9] J. E. Hastie, S. Calvez, M. D. Dawson, T. Leinonen, A. Laakso, J. Lyttikainen, and M. Pessa, "High power CW red VECSEL with linearly polarized TEM<sub>00</sub> output beam," *Opt. Exp.* **13**, 77 (2005).
- [10] N. Laurand, C. L. Lee, E. Gu, J. E. Hastie, S. Calvez, and M. D. Dawson, "Microlensed microchip VECSEL," *Opt. Express* **15**, 9341 (2007).

- [11] A. J. Kemp, G. J. Valentine, J. M. Hopkins, J. E. Hastie, S. A. Smith, S. Calvez, M. D. Dawson, and D. Burns, "Thermal Management in Vertical-External-Cavity Surface-Emitting Lasers: Finite-Element Analysis of a Heatspreader Approach," *IEEE J. Quantum Electron.* **41**, 148 (2005).
- [12] Y. Tzuk, A. Tal, S. Goldring, Y. Glick, E. Lebiush, G. Kaufman, and R. Lavi, "Diamond Cooling of High-Power Diode-Pumped Solid-State Lasers," *IEEE J. Quantum Electron.* **40**, 262 (2004).



## 第四章 摻鏡鈮鋁石榴石自鎖模雷射之偏振態動態分析及鎖模穩定性研究

### 4-1 雷射中不同雷射偏振態與其時間動態之關聯

雷射的偏振態效應從雷射剛被發現時就已經開始研究了，雷射的兩個正交偏振場之間週期性的反相位振盪已經在許多種類的雷射系統中被發現，例如光纖雷射[1-5]、Nd:YAG 雷射[6,7]、垂直共振腔面射型雷射(VCSELs)[8]、CO<sub>2</sub> 雷射[9]等。兩個偏振本徵態的方向可以由雷射本身的對稱性殘缺機制(symmetry breaking mechanisms)所選擇。偏振態動力學，其中特別是反相位偏振態動力學(antiphase polarization dynamics)，由於其在編碼信息傳輸(transmission of encoded information)[10,11]、外差式探測系統(heterodyne detection systems)[12]、都普勒測速儀(Doppler velocimetry)[13]與光學微波系統(optical microwave systems)[14]的應用潛力，現在已經成為一個知名的研究領域。類似的行為也可以在多模態雷射中看到[15-17]，此時反相位動態出現在不同的軸向模式(axial modes)之間。

實驗中為了量測其反相位偏振動態，通常會先將雷射拆成兩道極化方向互相正交的光，再用兩個偵測器分別接收到有兩個輸入頻道的示波器觀察，如此一來比較兩道信號就會發現呈現反相位的振盪，例如圖 4.1 所示[18]，為 Nd:YAG 雷射其輸出隨時間變化的偏振態動態變化，圖(a)為沒有使用區分偏振的結果，圖(b)為選擇垂直偏振方向之結果，圖(c)為選擇水平偏振方向之結果，可以看到其垂直偏振輸出與水平偏振輸出有反相位振盪的現象。這一現象的理論解釋是建立在兩個不同粒子數反轉子集(two different subsets of population inversions)的基礎上[1,6,7,19,20]，每個粒子數反轉都與每個極化場的本徵態有關聯，上述為通常的假設，但是目前尚沒有直接的證據來證明此論述。我們可以藉由直接測量粒子數反轉的反相位動態來確認關於這個論述的正確性，其提供了一個觀察這模型的預測，而不僅僅是關於此現象的部分解釋。

雷射中的反相位偏振態動力學可用一個簡單的模型來解釋，其考慮到雷射是由與兩個正交偏振本徵值有關兩個雷射子系統所組成，且每個子系統是用其強度與粒子數反轉來描述。兩個子系統靠交叉飽和現象(cross-saturation phenomena)耦合：其中一道偏振強度是靠另一道偏振相關的粒子數反轉來放大(交叉增益效應)，一道偏振光的受激輻射的粒子數反轉飽和是與另一道偏振有關。反相位偏振動力學的交叉飽和現象是由於角燒孔效應(angular hole burning)，即偏振態交叉飽和的原因。

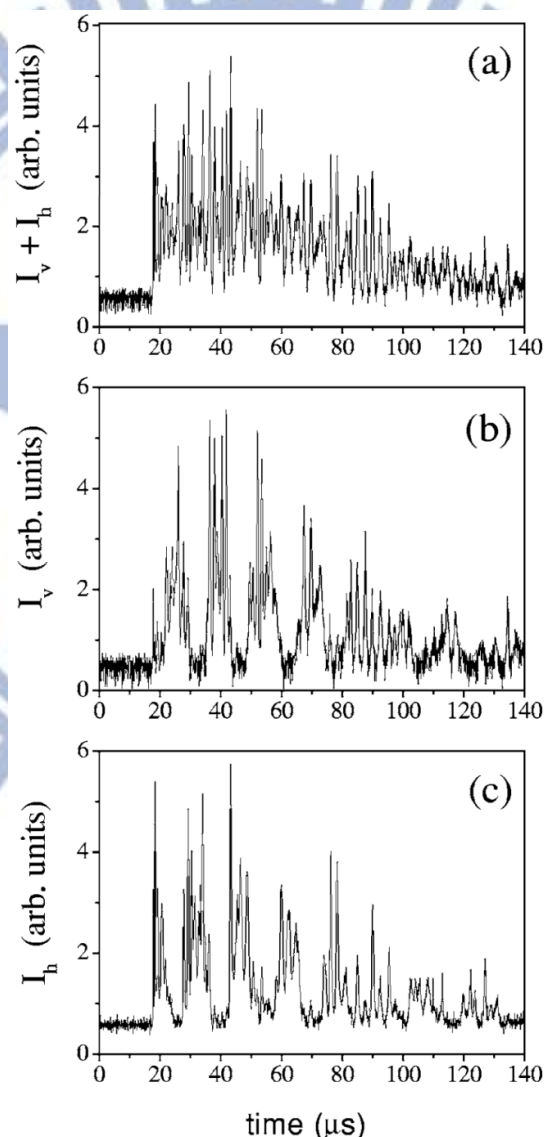


圖 4.1 Nd:YAG 雷射輸出強度之時間演化 (a)無區分偏振 (b)選擇垂直偏振  
(c)選擇水平偏振[18]

## 4-2 摻鎳鈮鋁石榴石自鎖模雷射中不同偏振態之動態分析及鎖模穩定性研究

### 定性研究

實驗架構如圖 4.2 所示，我們利用摻雜濃度 11 at. % Yb:YAG 搭配對 1030nm 有反射率 80% 的輸出鏡，輸出鏡後方使用分光鏡將輸出光拆成兩道光，分別通過偏極化分光鏡(Polarization Beam Splitter)PBS<sub>1</sub> 與 PBS<sub>2</sub>，使用兩顆光偵測器接收訊號，再由示波器(oscilloscope)同時觀測兩道訊號，這邊要注意將分光鏡至兩個 PBS 的距離調整為相同，使其兩訊號之光程差為零。偏極化分光鏡 PBS，是由兩個 45 度角的等腰直角形稜鏡底邊粘合而成的稜鏡，可以將入射光拆成兩道偏振方向相互正交的分量。

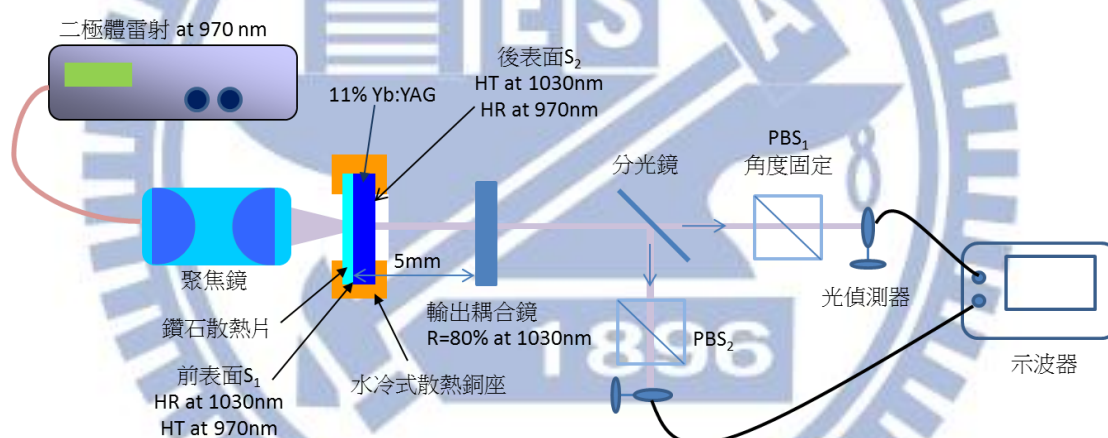


圖 4.2 實驗架構圖，腔長固定為 5mm

當我們將輸出雷射功率調整至最佳化時，且將 PBS<sub>1</sub> 固定在水平偏振方向的角度，再旋轉 PBS<sub>2</sub> 的角度使其與 PBS<sub>1</sub> 的角度相差  $\theta = 90^\circ$ ，即是說將 PBS<sub>2</sub> 固定在垂直偏振方向的角度。利用示波器同時量測通過 PBS<sub>1</sub> 與 PBS<sub>2</sub> 之後的光，在實驗中我們發現雷射輸出在不同的時間尺度之下，總共有四層波動(fluctuation)變化，前三層波動變化我們利用示波器觀測，第四層波動變化其實為鎖模脈衝，由於其重複率超過示波器的量測極限，因此我們改用光譜分析儀來觀測，如圖 4.3 所示，可看到最外層為 10ms 尺度，第二層為 1 $\mu$ s 尺度，第三層為 100ns 尺度，最內層



為 ps 等級。此時兩道光分別為水平偏振方向與垂直偏振方向，由圖 4.3 中可看到在最外層與第三層其是反相位(anti-phase)的關係，第二層與最內層則為同相位(in phase)之關係。我們推測各層其相位變化之原因：最外層與第三層是因為不同偏振態之間的互相競爭(polarization competition)造成，會有反相位偏振態動態變化，因此會是相反相位，而第二層則是因為張弛振盪(relaxation oscillation)所形成，會是同相位；最內層為鎖模所形成的脈衝，因此也是同相位。

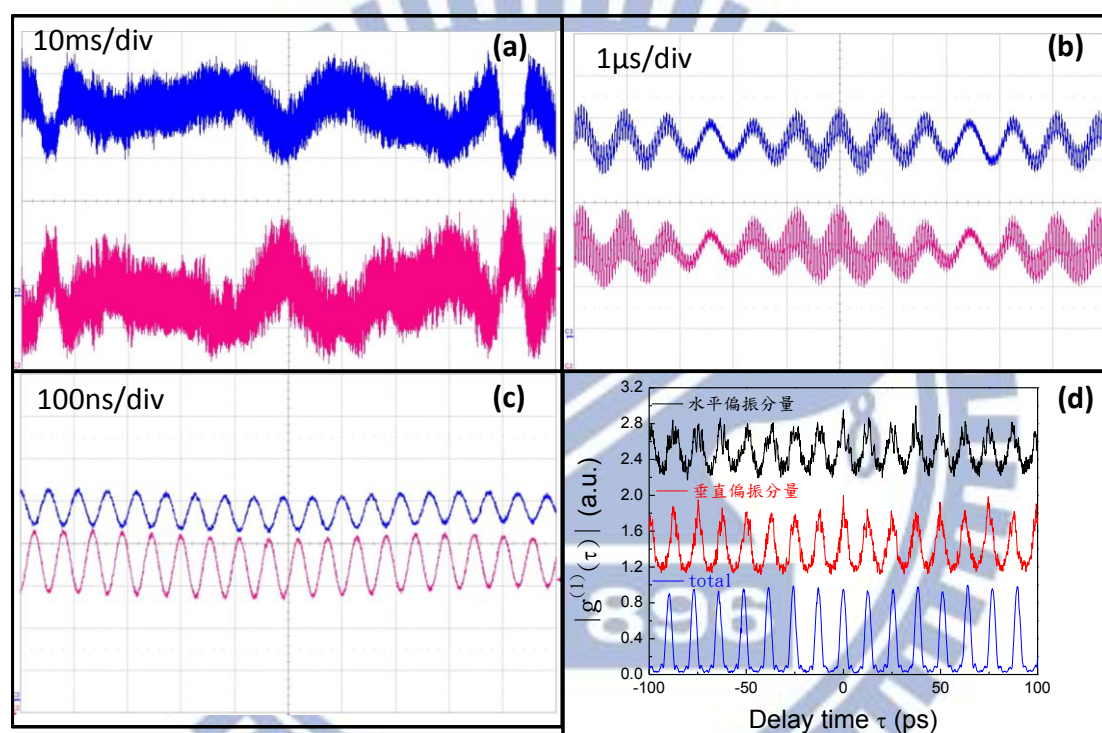


圖 4.3 激發功率 5.3W， $\theta = 90^\circ$ ，圖(a)、(b)、(c)為使用示波器所觀測到之偏振態動態變化，為前三層；圖(d)為光譜分析儀所量測到之鎖模脈衝，為最內層  
(10ms/div 指橫軸每格為 10ms)

再來如果我們將  $PBS_1$  與  $PBS_2$  的相對角度  $\theta$  由  $0^\circ$  逐漸轉至  $90^\circ$ ，觀察其前三層的變化，實驗結果如圖 4.4 所示。因為最內層變化成因為鎖模脈衝，故不論為何種偏振角度均會為同相位，所以這邊我們暫時不討論最內層的變化。當  $\theta = 0^\circ$  時，兩道光偏振方向一致，因此理論上此時兩道訊號應該同相位，結果實驗可發

現與理論吻合。我們將實驗結果的相位變化整理成表 4.1，可以發現不論在任何角度，第二層均為同相位，這是因為第二層變化的形成原因為張弛振盪，故會為同相位。另外，發現最外層與第三層在不同角度時，會有不同的相位改變，由此實驗結果，我們發現雷射當其功率最佳化時，其實是由兩個互相正交的偏振分量所組成，因此在不同的相對角度，這兩道訊號分別是由不同大小的正交分量所疊加而成，所以在  $0^\circ$  到  $90^\circ$  之間的角度會形成相位偏移(shift)的現象。

表 4.1 不同相對角度之相位變化

PBS <sub>2</sub> =0° relative to PBS <sub>1</sub>	PBS <sub>2</sub> =30° relative to PBS <sub>1</sub>	PBS <sub>2</sub> =45° relative to PBS <sub>1</sub>	PBS <sub>2</sub> =60° relative to PBS <sub>1</sub>	PBS <sub>2</sub> =90° relative to PBS <sub>1</sub>
最外層:同相位 第二層:同相位 第三層:同相位 最內層:同相位	最外層:同相位 第二層:同相位 第三層:相位偏移 最內層:同相位	最外層:反相位 第二層:同相位 第三層:相位偏移 最內層:同相位	最外層:反相位 第二層:同相位 第三層:相位偏移 最內層:同相位	最外層:反相位 第二層:同相位 第三層:反相位 最內層:同相位

在實驗中，我們又發現可以經由調整輸出鏡的傾斜(tilt)，將雷射輸出光調成線性偏振光，此時線偏振光的功率約在功率最佳化時的 95% 以上。圖 4.5 為我們分別量測功率最佳化、調成單一水平偏振方向與調成單一垂直偏振方向三種情況時的輸出功率，由圖可知三種情況的功率差別不大。雷射輸出的偏振方向，我們本來猜測會與晶體擺放角度或是銅座的散熱方向有關，但是實驗中發現，當我們將輸出調成線性偏振時，若將晶體旋轉  $\theta$  度，則其線偏振方向也跟著旋轉  $\theta$  度；因此可以推測其偏振方向與晶體擺放角度有關，而與銅座散熱方向無關。

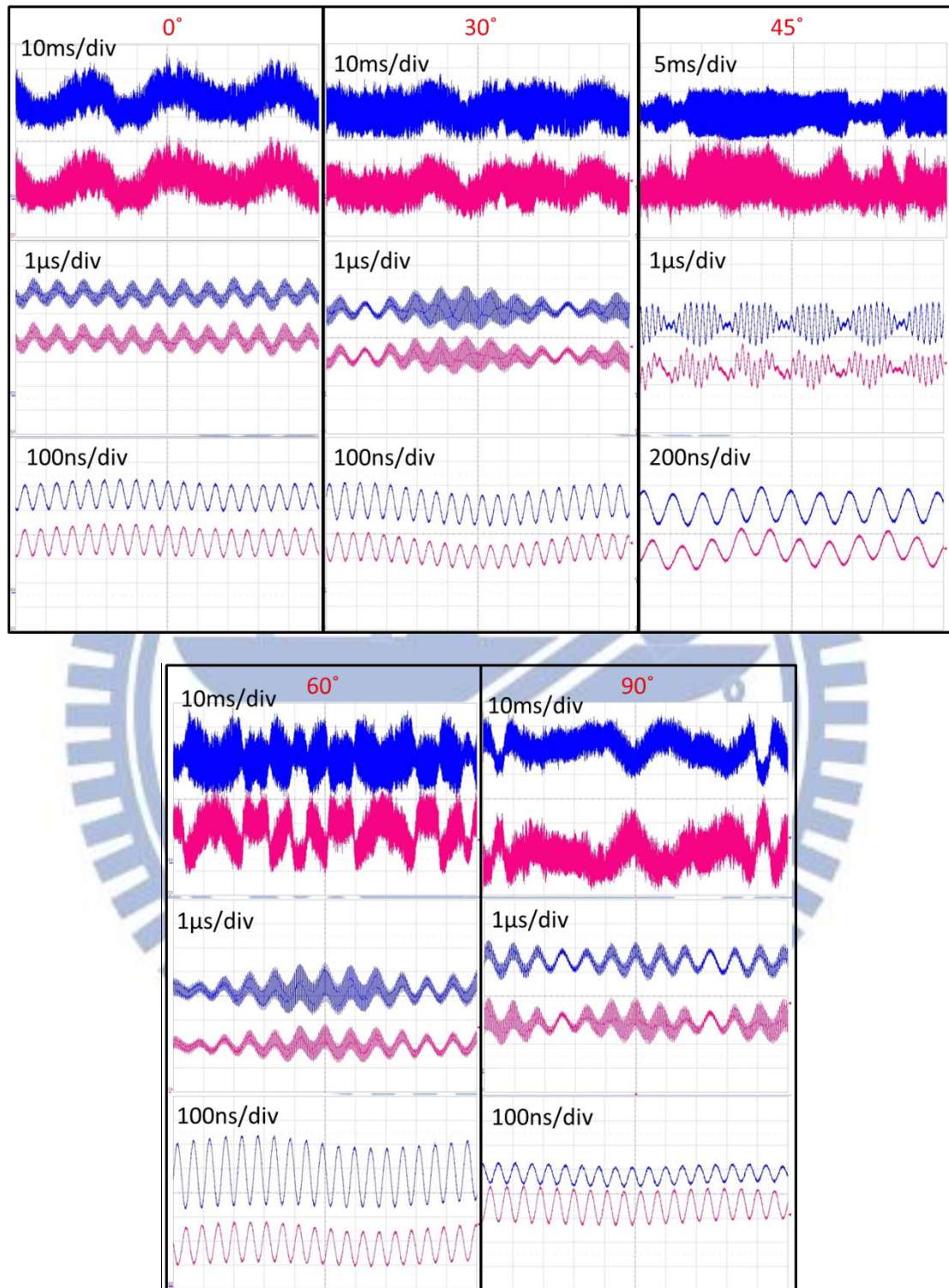


圖 4.4 激發功率 5.3W，功率最佳化時，PBS<sub>1</sub> 與 PBS<sub>2</sub> 相對角度由 0° 轉至 90°，前三層的動態變化

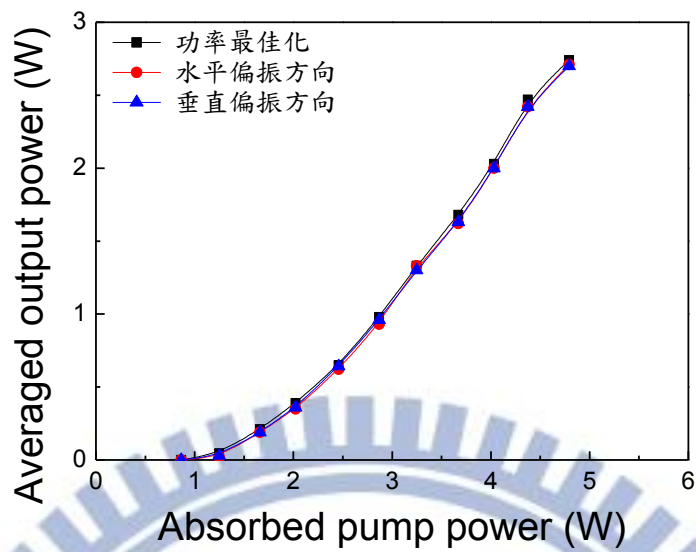


圖 4.5 雷射為不同偏振態下之輸出功率比較

若我們將雷射輸出調成水平方向的線偏振光時，一樣觀察其前三層的變化，實驗結果為圖 4.6，若為垂直方向的線偏振則為圖 4.7。此時我們發現，若是將輸出調成單一線偏振光時，示波器所觀察到的波動只會剩下兩層，即最外層與第二層，第三層波動此時消失。且第一層波動變成類似直流訊號(DC signal)，而第二層還是保有波動的振盪。由此可以確定最外層與第三層波動的形成原因是由於兩個偏振態的互相競爭所造成，因此在調成線偏振時，最外層與第三層的波動就消失了。

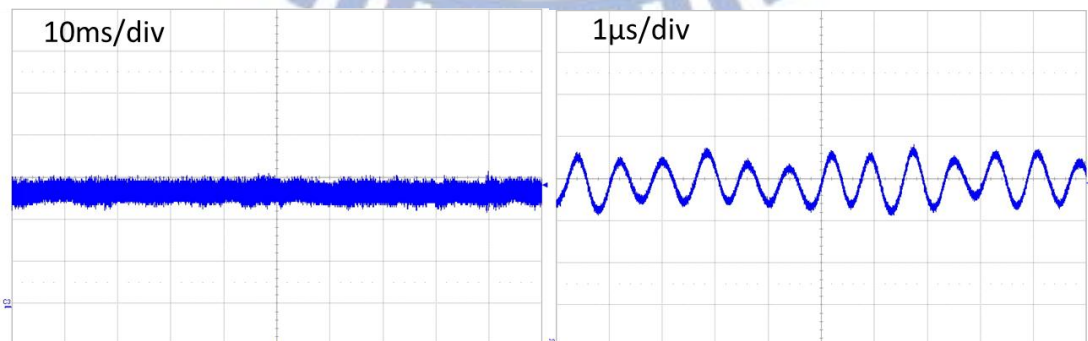


圖 4.6 激發功率 5.3W，雷射輸出為水平線偏振時

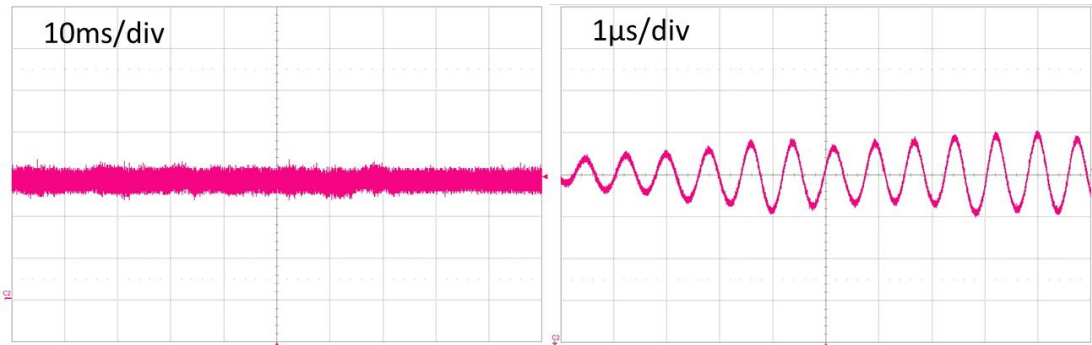


圖 4.7 激發功率 5.3W，雷射輸出為垂直線偏振時

我們將不同激發功率所造成的波動其重複率繪製成圖表示，如圖 4.8 所示，此處因為最外層的波動無規律性，無法計算其重複率，故沒列出。由圖可以知道，第二層及第三層，其波動重複率都會隨著激發功率上升而增加。

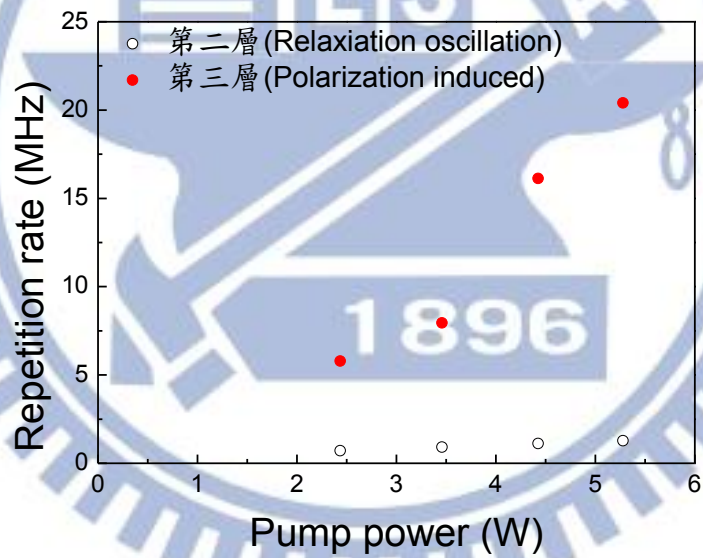


圖 4.8 不同激發功率其波動之重複率

## References

- [1] S. Bielawski, D. Derozier, and P. Glorieux, "Antiphase dynamics and polarization effects in the Nd-doped fiber laser," *Phys. Rev. A* **46**, 2811 (1992).
- [2] E. Lacot, F. Stoeckel, and M. Chenevier, "Dynamics of an erbium-doped fiber laser," *Phys. Rev. A* **49**, 3997 (1994).
- [3] B. Meziane, F. Sanchez, G. M. Stephan, and P. L. Francois, "Feedback-induced polarization switching in a Nd-doped fiber laser," *Opt. Lett.* **19**, 1970 (1994).
- [4] A. J. Poustie, "Polarization cross saturation in an  $\text{Er}^{3+}$ -doped fiber ring laser," *Opt. Lett.* **20**, 1868 (1995).
- [5] S. Randoux, V. Lecoecue, and J. Zemmouri, "Polarization instabilities and antiphase dynamics in a Brillouin fiber ring laser," *Phys. Rev. A* **56**, R1717 (1997).
- [6] P. Khandokhin, N. Milovsky, Y. Mamaev, E. Ovchinnikov, and E. Shirokov, "Polarization dynamics of Nd:YAG laser with weakly anisotropic Fabry-Perot cavity," *Proc. SPIE* **3682**, 53 (1998).
- [7] M. Brunel, O. Emile, M. Alouini, A. Le Floch, and F. Bretenaker, "Experimental and theoretical study of longitudinally monomode vectorial solid-state lasers," *Phys. Rev. A* **59**, 831 (1999).
- [8] F. Prati, G. Giacomelli, and F. Marin, "Competition between orthogonally polarized transverse modes in vertical-cavity surface-emitting lasers and its influence on intensity noise," *Phys. Rev. A* **62**, 033810 (2000).
- [9] I. Leyva, E. Allaria, and R. Meucci, "Transient polarization dynamics in a  $\text{CO}_2$  laser," *Opt. Commun.* **217**, 335 (2003).
- [10] E. A. Viktorov and P. Mandel, "Transmission of encoded information based on antiphase dynamics" *Opt. Lett.* **22**, 1568 (1997).
- [11] G. D. VanWiggeren and R. Roy, "Communication with Dynamically Fluctuating

- States of Light Polarization,” *Phys. Rev. Lett.* **88**, 097903 (2002).
- [12] G. W. Baxter, J. M. Dawes, P. Dekker, and D. S. Knowles, “Dual-polarization frequency-modulated laser source,” *IEEE Photonics Technol. Lett.* **8**, 1015 (1996).
- [13] P. Nerin, P. Puget, P. Besesty, and G. Chartier, “Self-mixing using a dual-polarisation Nd:YAG microchip laser,” *Electron. Lett.* **33**, 491 (1997).
- [14] M. Brunel, F. Bretenaker, and A. Le Floch, “Tunable optical microwave source using spatially resolved laser eigenstates,” *Opt. Lett.* **22**, 384 (1997).
- [15] E. A. Viktorov and P. Mandel, “Low Frequency Fluctuations in a Multimode Semiconductor Laser with Optical Feedback,” *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3157 (2000).
- [16] K. Otsuka, “Winner-takes-all dynamics and antiphase states in modulated multimode lasers,” *Phys. Rev. Lett.* **67**, 1090 (1991).
- [17] K. Wiesenfeld, C. Bracikowski, G. James, and R. Roy, “Observation of antiphase states in a multimode laser,” *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1749 (1990).
- [18] E. Cabrera, O.G. Calderon, and J. M. Guerra, “Experimental evidence of antiphase population dynamics in lasers,” *Phys. Rev. A* **72**, 043824 (2005).
- [19] M. San Miguel, Q. Feng, and J. V. Moloney, “Light-polarization dynamics in surface-emitting semiconductor lasers,” *Phys. Rev. A* **52**, 1728 (1995).
- [20] H. Zeglache and A. Boulnois, “Polarization instability in lasers. I. Model and steady states of neodymium-doped fiber lasers,” *Phys. Rev. A* **52**, 4229(1995).

## 第五章 晶體摻雜濃度與腔體設計對於摻鎳鈮鋁石榴石自鎖模雷射之影響

### 5-1 晶體摻雜濃度對摻鎳鈮鋁石榴石自鎖模雷射影響之比較研究

本節主要探討晶體摻雜濃度不同時，對 Yb:YAG 自鎖模雷射會有何影響。實驗架構圖如圖 5.1 所示，與 3-3 節的架構類似，只是此時我們將耦合輸出鏡改為對雷射波長 1030-1060nm 有 94% 的反射率。本節實驗我們利用兩種不同摻雜濃度之 Yb:YAG 晶體，一顆摻雜濃度為 11 at. %，晶體長度為 1.03mm，另一顆摻雜濃度為 24 at. %，晶體長度為 0.55mm，兩顆直徑皆為 4.0mm，且晶體表面鍍膜都相同，前表面 S1 鍍上對激發光 970nm 有高穿透( $T > 95\%$ )、對雷射波長 1030-1060nm 有高反射( $R > 99.8\%$ )的膜當作前鏡。後表面 S2 則是鍍上對激發光 970nm 有高反射( $R > 95\%$ )膜，進而導致激發光的二次反射，以及對雷射波長 1030-1060nm 有高穿透( $T \approx 95\%$ )的膜，11 at. % Yb:YAG 的二次吸收估計可以達到約 83%，而 24 at. % Yb:YAG 的二次吸收則約為 89%。同樣將邊長為 4.5mm、厚 0.5mm 正方形的鑽石散熱片貼於晶體前方以幫助散熱，晶體與散熱片均固定在水冷散熱銅座上，以熱電冷卻器(TEC)控制晶體溫度為  $14^{\circ}\text{C}$ 。激發光源採用雷射波長為 970nm 的二極體雷射，經由聚焦鏡組以 2:1 大小成像重新聚焦在晶體上，聚焦鏡組的焦距為 25mm，其耦合效率約為 87%。

首先我們先比較濃度 11% 的 Yb:YAG 與濃度 24% 的 Yb:YAG 其輸出功率，如圖 5.2 所示，11% 的 Yb:YAG 其斜效率為 54.4%，轉換效率為 40.2%；24% 的 Yb:YAG 其斜效率為 75.3%，轉換效率為 56.9%，可以發現濃度比較高的 Yb:YAG 晶體其效率比較好。



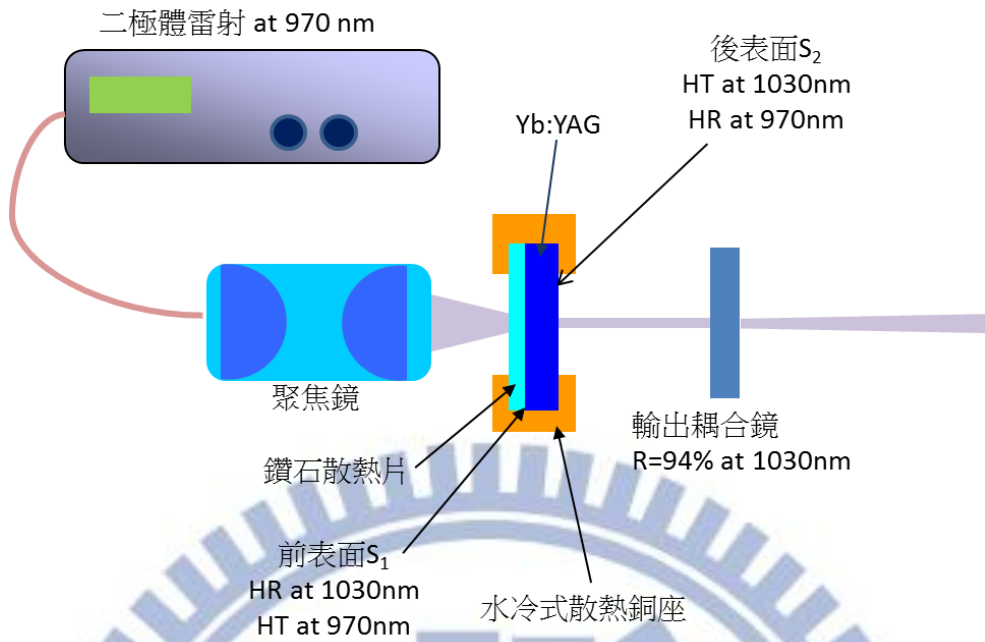


圖 5.1 實驗架構圖

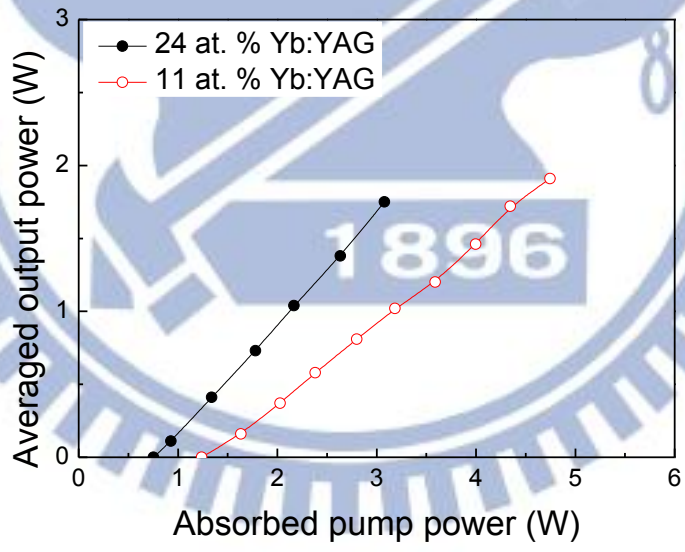


圖 5.2 不同濃度 Yb:YAG 其輸出功率比較，此時光程腔長均固定為 5.25mm

我們在實驗中可以靠調整輸出耦合鏡的位置來控制腔長，即不同的光程腔長 (optical cavity length)，當光程腔  $L_{opt}$  長若是剛好調整至與晶體長度  $L_{cry}$  為相對應比例時，會有諧波鎖模 (harmonically mode-locking) 產生，進而產生不同重複率的鎖模脈衝。

光程腔長  $L_{opt}$  為光在腔內所走的距離，即物理距離乘以介質折射率，此處之光程腔長由晶體之前表面算起到輸出鏡的距離，可寫成

$$L_{opt} = L_{cry} + d_{air} \quad (5.1)$$

$L_{cry}$  為晶體之物理長度乘以晶體折射率，本論文實驗是利用 Yb:YAG，故取  $n_{Yb:YAG} = 1.82$ ， $d_{air}$  為晶體後表面至輸出鏡之距離。

在實驗中，我們發現由光譜分析儀所量測的一階自相關函數曲線(first-order autocorrelation traces)  $g^{(1)}(\tau)$  與利用自相關儀所量到的二階自相關函數曲線(second-order autocorrelation traces)  $g^{(2)}(\tau)$  有良好的對應，如圖 5.3 所示，可以看到其脈衝間距與形狀都相似，這代表了雷射其光譜相位幾乎是固定的。

實驗中利用濃度 11% 的 Yb:YAG 的自鎖模雷射可以靠調整不同腔長，而得到近似 80GHz、160 GHz 以及 240 GHz 的脈衝雷射。例如當我們將光程腔長分別調整至 5.47mm、6.54mm、6.91mm 時，可以得到重複率分別為 80.88GHz、160.2GHz、240GHz 的自鎖模脈衝雷射，如圖 5.4 所示，為自相關儀所量得的二階自相關函數曲線，即脈衝列(pulse train)，可以看出當脈衝重複率越快時其脈衝穩定性越差。

由光程腔長  $L_{opt}$  我們可算出自由光譜範圍  $\Delta\nu_{FSR}$  (free spectral range, FSR)

$$\Delta\nu_{FSR} = \frac{c}{2L_{opt}} \quad (5.2)$$

上式  $c$  為光速，對於光程腔長為 5.47mm、6.54mm、6.91mm 之共振腔，其  $\Delta\nu_{FSR}$  分別為 27.7 GHz、23.2 GHz、21.9 GHz，由此可得到其諧波鎖模分別對應到 3 階、7 階以及 11 階。圖 5.5 則為單發脈衝之二階自相關函數曲線，本論文利用雙曲正割函數(hyperbolic secant function)來模擬脈衝形狀，可得到脈衝其半高寬(FWHM)分別為 2.17ps、0.57ps 及 0.63ps。

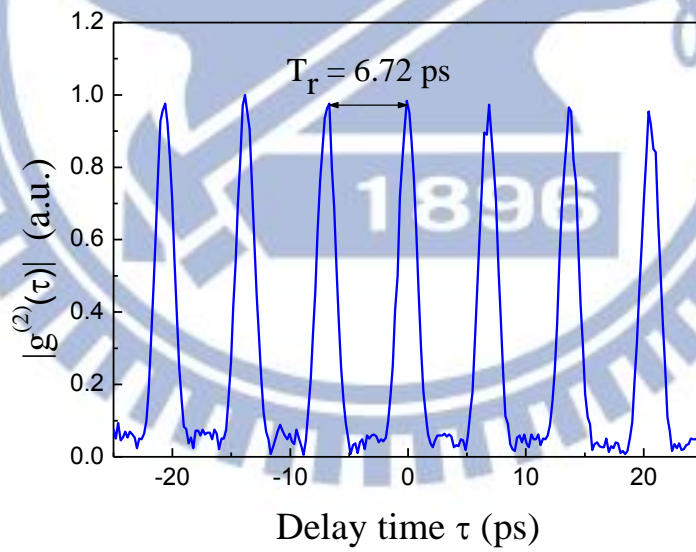
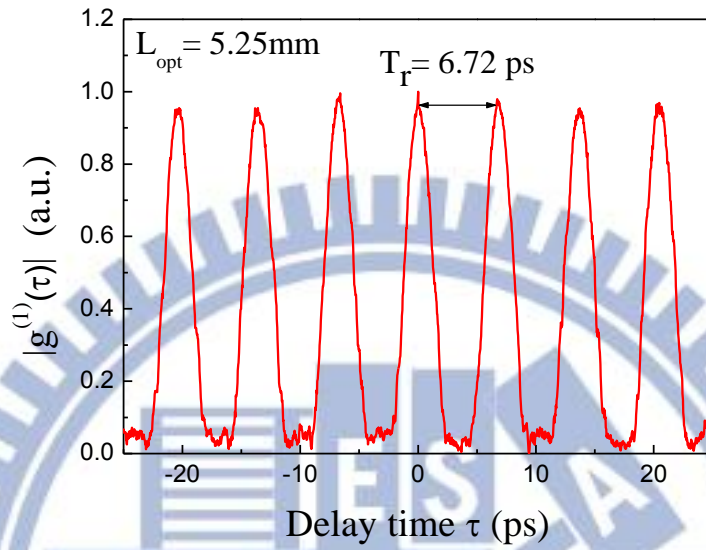


圖 5.3 鎖模脈衝其一階自相關函數曲線與二階自相關函數曲線，此為利用 24 at. %

Yb:YAG 且光程腔長為 5.25mm

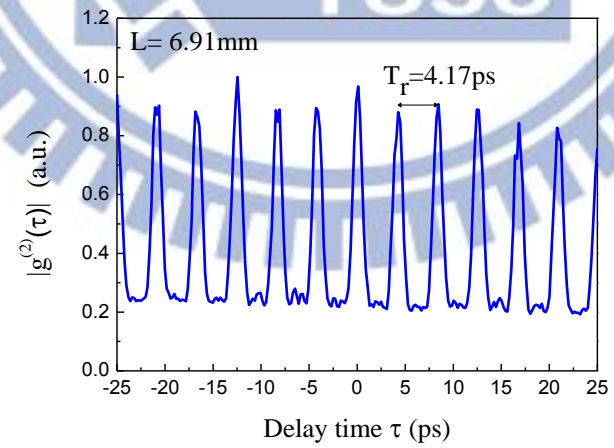
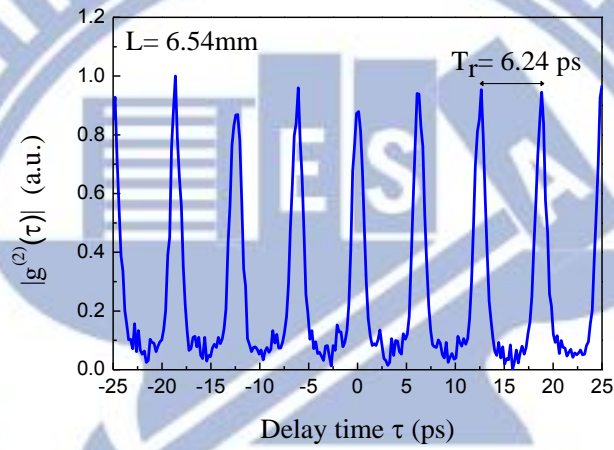
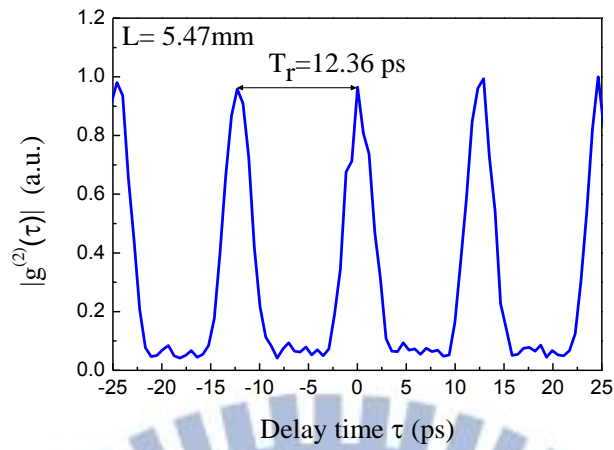


圖 5.4 11 at. % Yb:YAG 諧波鎖模脈衝之二階自相關函數曲線，  
光程腔長分別為 5.47mm、6.54mm、6.91mm，  
重複率分別為 80.88GHz、160.2GHz、240GHz

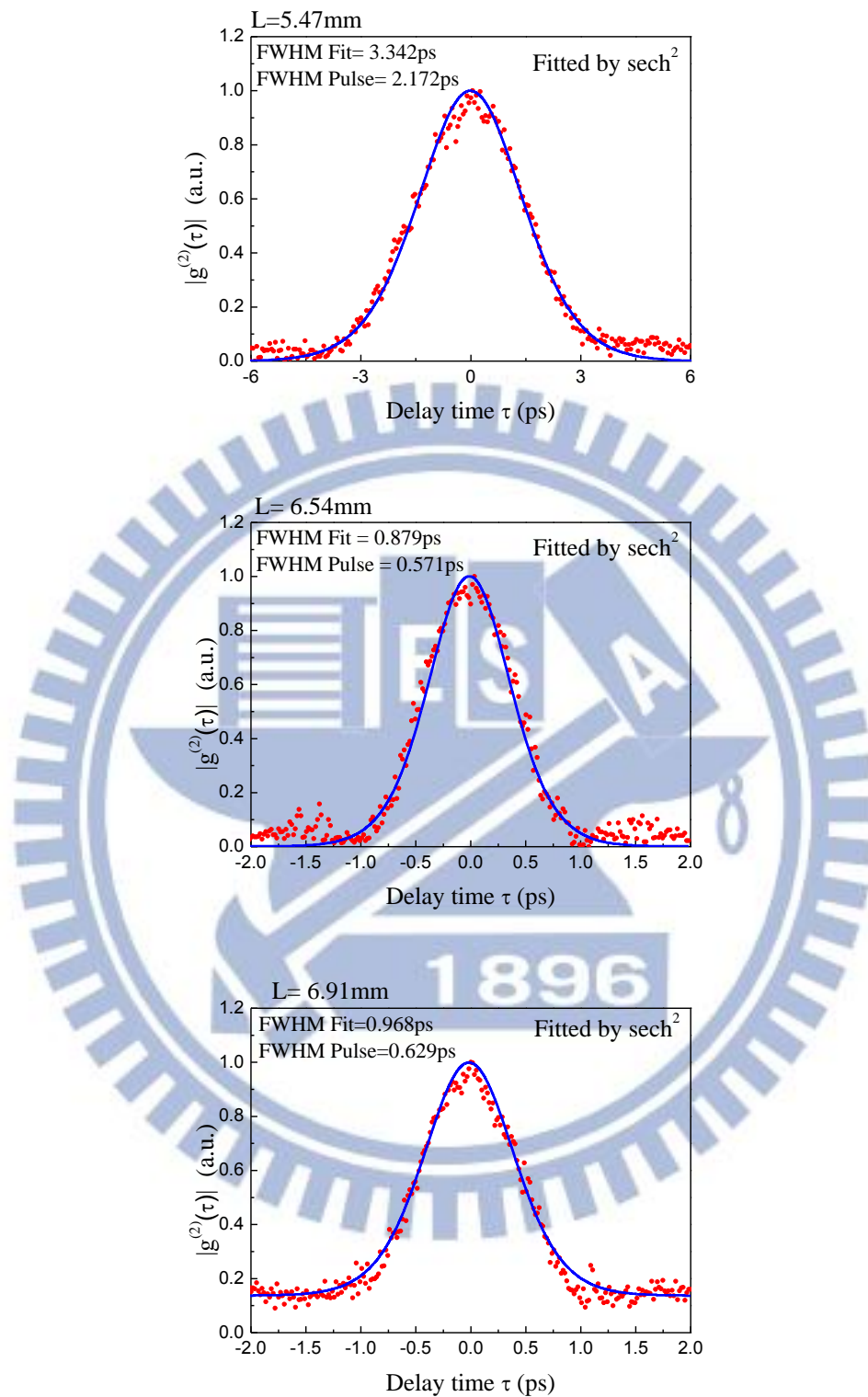


圖 5.5 11 at. % Yb:YAG 諧波鎖模脈衝之二階自相關函數曲線，光程腔長分別為 5.47mm、6.54mm、6.91mm，其脈衝半高寬分別為 2.17ps、0.57ps、0.63ps

圖 5.6 為利用光譜分析儀所得到的一階自相關函數曲線，分別對應圖 5.4 之三種腔長 5.47mm、6.54mm 與 6.91mm，可看到與二階自相關函數曲線  $g^{(2)}(\tau)$  有良好的對應。圖 5.7 為其對應之光譜圖，由此可看出各縱模之間隔  $\Delta\lambda$  分別為 0.292nm、0.59nm 及 0.876nm，亦可知當脈衝重複率越快時，被鎖住的縱模數越少。

另外我們知道光速  $c = \nu\lambda$ ， $\nu$  為頻率， $\lambda$  為波長，由此可推得

$$|\Delta\nu| = \left| \frac{c}{\lambda^2} \Delta\lambda \right| \quad (5.3)$$

且由式(5.2)  $\Delta\nu = \frac{c}{2L_{opt}}$  為縱模間距(頻率)代入式(5.3)可得

$$\Delta\lambda_{fund} = \frac{\lambda^2}{2L_{opt}} \quad (5.4)$$

由此可算出基礎縱模間距(波長)  $\Delta\lambda_{fund}$ ，再乘以其諧波鎖模階數，可得到與光譜圖上的  $\Delta\lambda$  相對應的值。

而利用摻雜濃度為 24% 的 Yb:YAG 自鎖模雷射，也可以靠調整腔長來得到不同重複率之鎖模脈衝。例如當我們將光程腔長調至 7.10mm、6.60mm、4.39mm 時，可得到重複率為 149.4 GHz、300.2 GHz、448.9 GHz 之鎖模脈衝，如圖 5.8 所示。對應這些光程腔長之自由光譜範圍  $\Delta\nu_{FSR}$  分別為 21.34GHz、22.96GHz、34.51GHz，由此可得到其諧波鎖模分別對應到 7 階、13 階以及 13 階。另外，圖中一樣可看到重複率較高時，脈衝較不穩定。

圖 5.9 為單發脈衝之二階自相關函數曲線，對於圖 5.8 之三種長度，可得其脈衝半高寬分別為 1.00ps、0.76ps、0.67ps。圖 5.10 為利用光譜分析儀所得到的一階自相關函數曲線，可看到與圖 5.85 之二階自相關函數曲線  $g^{(2)}(\tau)$  有良好的對應。圖 5.11 為其對應之光譜圖，由此可看出各縱模之間隔  $\Delta\lambda$  分別為 0.548nm、1.098nm、1.643nm。

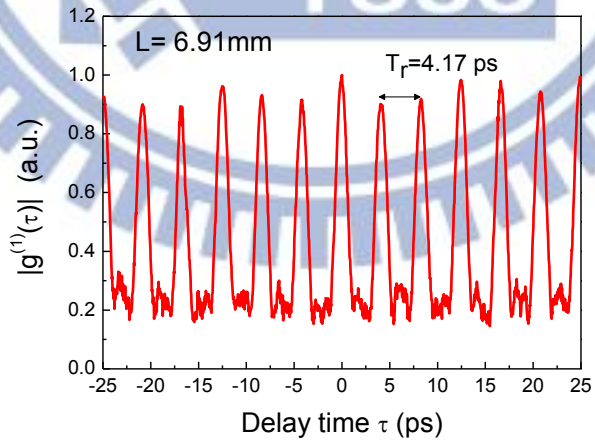
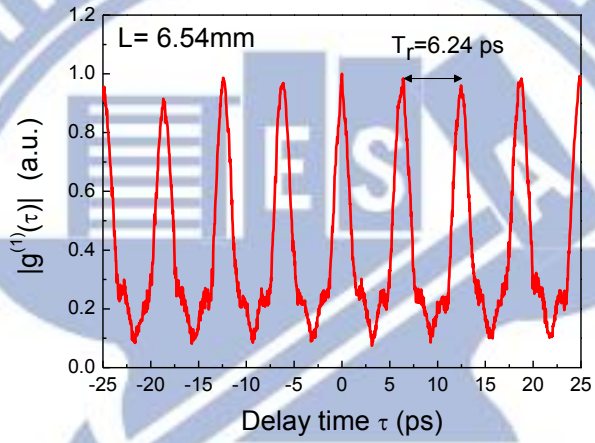
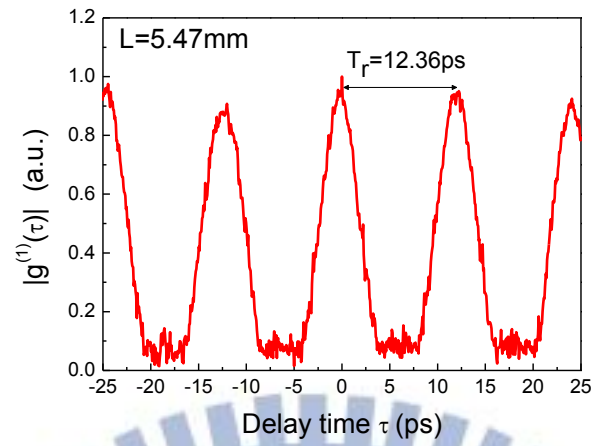


圖 5.6 11 at. % Yb:YAG 諧波鎖模脈衝之一階自相關函數曲線，  
光程腔長分別為 5.47mm、6.54mm、6.91mm

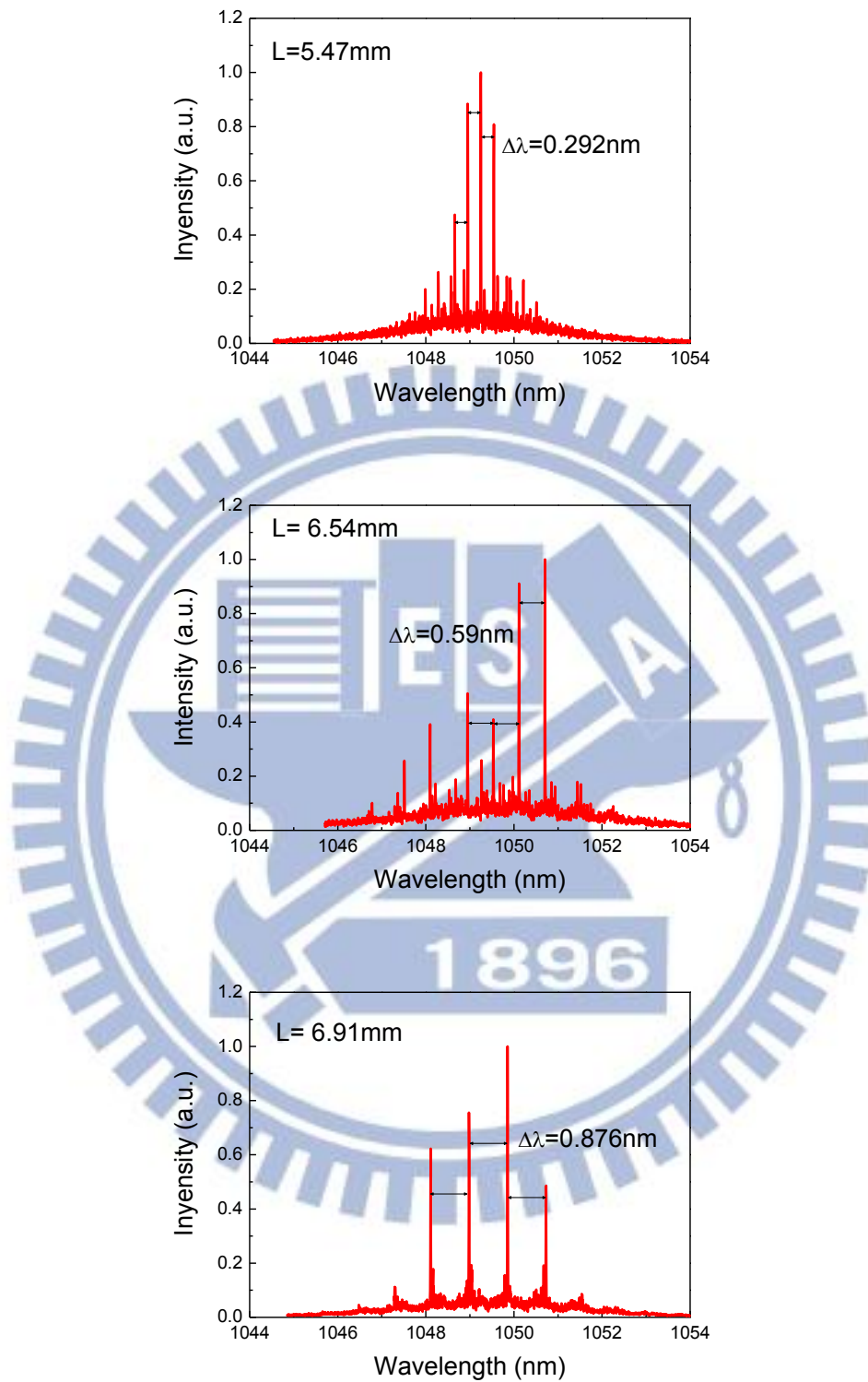


圖 5.7 11 at. % Yb:YAG 諧波鎖模，  
光程腔長分別為 5.47mm、6.54mm、6.91mm 之光譜圖，  
其縱模間隔分別為 0.292nm、0.59nm、0.876nm



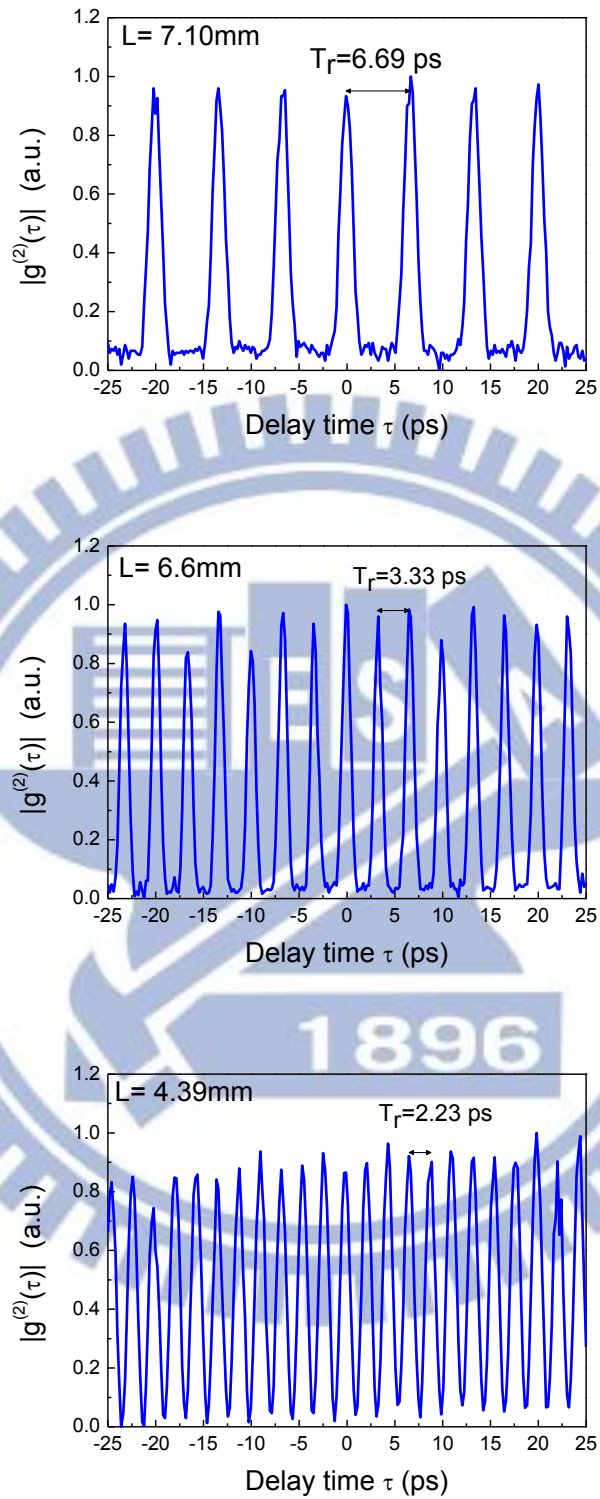


圖 5.8 24 at. % Yb:YAG 諧波鎖模脈衝之二階自相關函數曲線，

光程腔長分別為 7.10mm、6.60mm、4.39mm，

重複率分別為 149.4 GHz、300.2 GHz、448.9 GHz

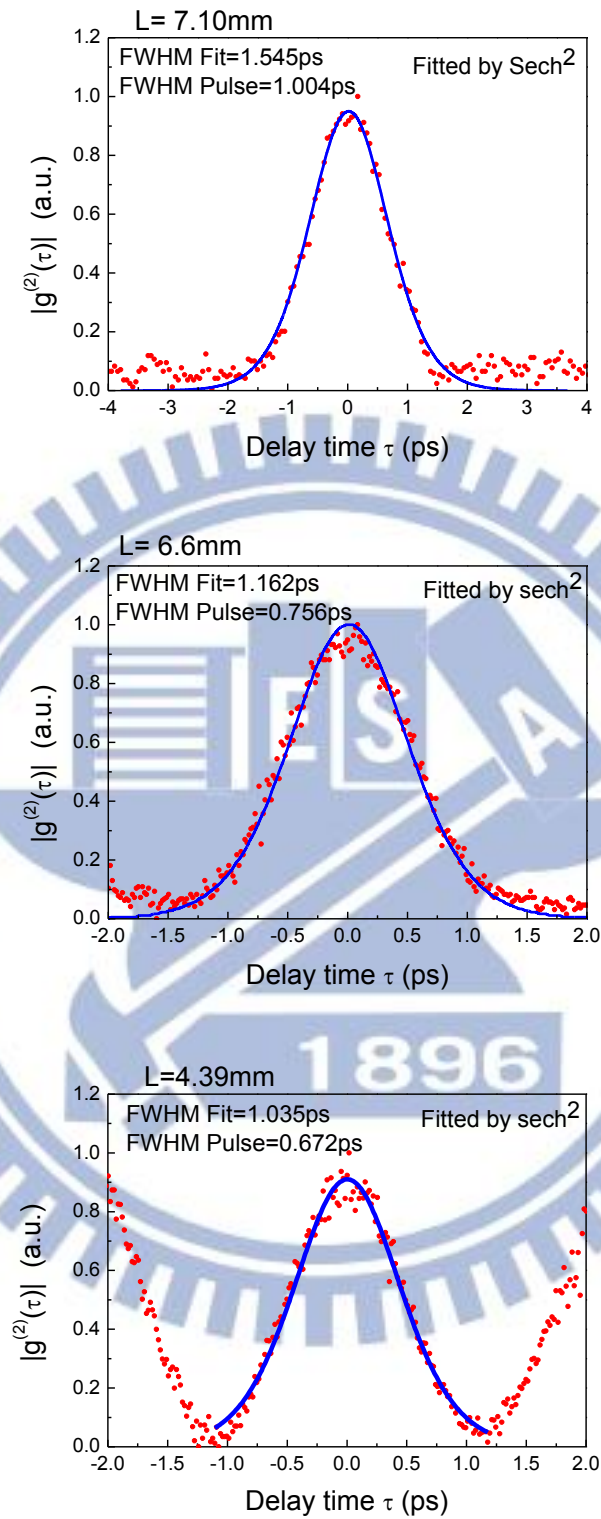


圖 5.9 24 at. % Yb:YAG 諧波鎖模脈衝之二階自相關函數曲線，  
光程腔長分別為 7.10mm、6.60mm、4.39mm，  
其脈衝半高寬分別為 1.00ps、0.76ps、0.67ps

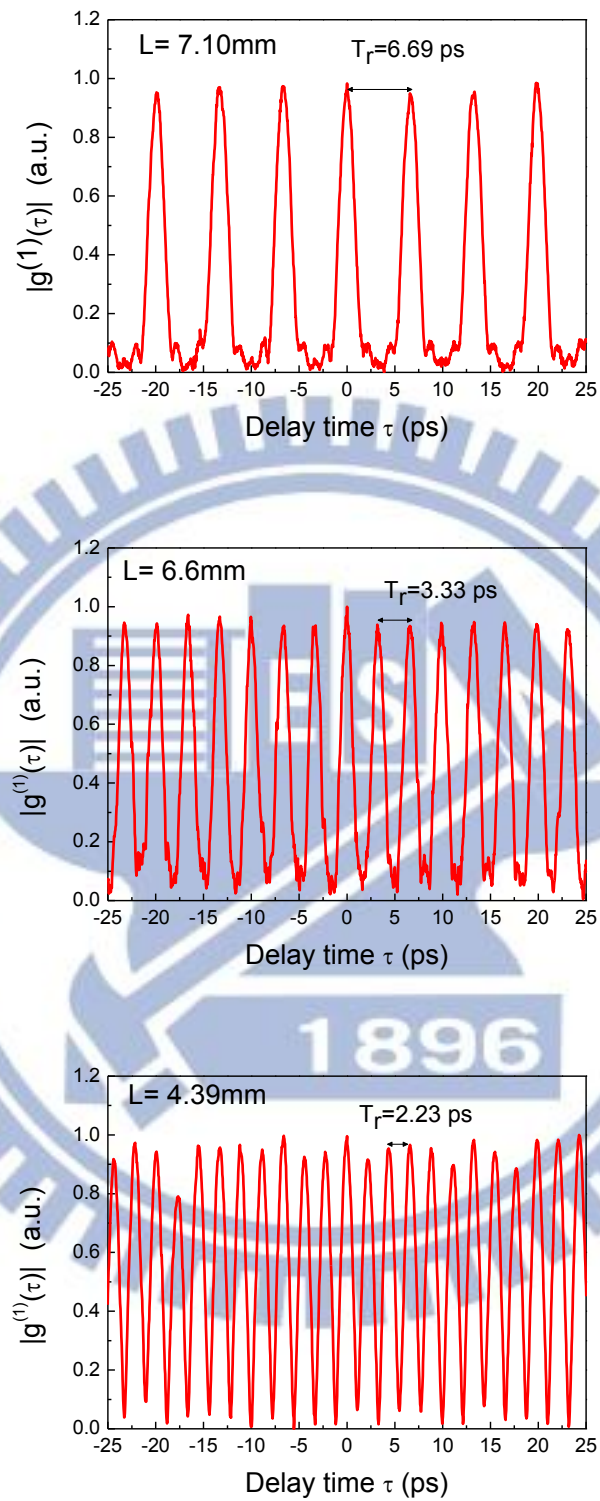


圖 5.10 24 at. % Yb:YAG 諧波鎖模脈衝之一階自相關函數曲線，  
光程腔長分別為 7.10mm、6.60mm、4.39mm

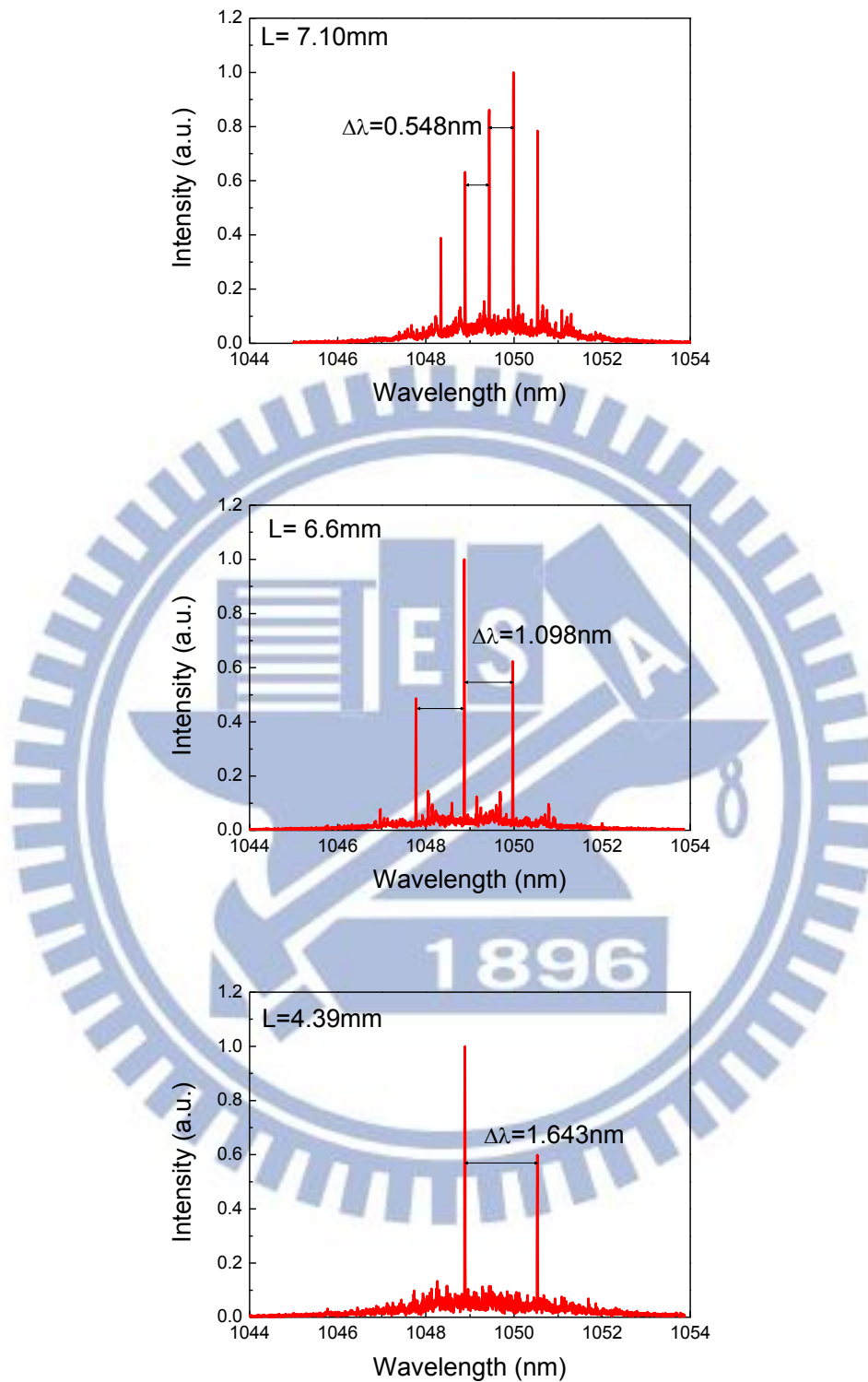


圖 5.11 24 at. % Yb:YAG 諧波鎖模，  
光程腔長分別為 7.10mm、6.60mm、4.39mm 之光譜圖，  
其縱模間隔分別為 0.548nm、1.098nm、1.643nm

由實驗我們可以得知，使用不同濃度的 Yb:YAG 晶體，其自鎖模雷射表現最大的差異在於可以實現的重複率不同。由前面的實驗結果，我們發現 11% at. Yb:YAG 自鎖模雷射其脈衝重覆率只能為 80GHz 的倍數，而 24% at. Yb:YAG 脈衝重覆率只能為 150GHz 的倍數，是因為標準具效應(etalon effect)的關係。兩顆晶體由於濃度不同，其厚度亦不同，11% at. Yb:YAG 晶體厚度為 1.03mm， $L_{cry,11\%} = 1.87mm$ ，可推算出其脈衝基礎重複率為 80GHz；24% at. Yb:YAG 晶體厚度為 0.55mm， $L_{cry,24\%} = 1mm$ ，其脈衝基礎重複率為 150GHz。由此可得知實驗中的自鎖模脈衝，其脈衝基礎重複率來源是因為不同的晶體厚度所造成，我們經由晶體厚度推算得到的基礎重複率與實驗結果吻合。實驗中因為 Yb:YAG 晶體受光激發而會有熱透鏡效應，此時晶體扮演了克爾透鏡鎖模中的克爾介質，靠其所產生的非線性效應來達成自發性鎖模。

對於各種不同光程腔長，我們可以計算其  $\frac{L_{cry}}{L_{opt}}$ ，例如圖 5.4 之三種長度其  $\frac{L_{cry}}{L_{opt}}$  值化為最簡分數分別很接近  $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{2}{7}$  及  $\frac{3}{11}$ ，其中分母對應到其諧波鎖模之階數，而分子則分別對應到其為脈衝基礎重複率之倍數；而對於圖 5.8 之三種長度，其  $\frac{L_{cry}}{L_{opt}}$  值分別很接近  $\frac{1}{7}$ 、 $\frac{2}{13}$  及  $\frac{3}{13}$ ，其中分母與分子亦分別對應到個別之倍數。

在 11% at. Yb:YAG 自鎖模雷射中，即圖 5.4~圖 5.7，當重複率為 240GHz 時，其被鎖住的縱模間隔為  $\Delta\lambda \approx 0.87nm$ ；重複率為 160GHz 時，其縱模間隔為  $\Delta\lambda \approx 0.59nm$ ；重複率為 80GHz 時，其縱模間隔為  $\Delta\lambda \approx 0.29nm$ 。而在 24% at. Yb:YAG 自鎖模雷射中，即圖 5.8~圖 5.11，我們發現當重複率為 450GHz 時，由光譜圖可以看出只剩下兩個縱模被鎖住，且其縱模間隔為  $\Delta\lambda \approx 1.6nm$ ；當重複率為 300GHz 時，則有三個縱模被鎖住，其縱模間隔為  $\Delta\lambda \approx 1.09nm$ ；當重複率為 150GHz 時，此時會有 3~6 個縱模被鎖住，其縱模間隔為  $\Delta\lambda \approx 0.5nm$ 。我們將

所有實驗數據全部整理成表 5.1 及表 5.2，表上的階數代表其諧波鎖模之階數，其計算方式為：由光程腔長  $L_{opt}$  我們可利用式(5.2)算出自由光譜範圍  $\Delta\nu_{FSR}$ ，此時諧波鎖模階數為  $\frac{\text{Repetition rate}}{\Delta\nu_{FSR}}$ 。可以看出當重複率越高時，被鎖住的縱模數越少，這可以解釋為什麼脈衝重複率越高時其脈衝穩定性越差。由表也可看出，重複率越快時，其脈衝半高寬越短，縱模間距  $\Delta\lambda$  越寬。

表 5.1 11 at. % Yb:YAG 自鎖模雷射實驗數據整理表

Optical length (mm)	5.69	6.54	6.91	7.71	8.39
Repetition rate (GHz)	78.28	160.2	240	77.8	161.5
階數	3	7	11	4	9
Pulse width* (ps)	1.191	0.571	0.629	1.714	0.585
Mode space $\Delta\lambda$ (nm)	0.290	0.59	0.876	0.286	0.59

\*Pulse width fitted by sech<sup>2</sup>

表 5.2 24 at. % Yb:YAG 自鎖模雷射實驗數據整理表

Optical length (mm)	4.39	5.25	5.6	5.95	6.6	7.1	7.86	9.2	10	11.25
Repetition rate (GHz)	448.91	144.63	300.32	153.66	300.2	149.41	153.66	147.13	152.1	148.3
階數	13	5	11	6	13	7	8	9	10	11
Pulse width* (ps)	0.677	1.388	0.713	0.930	0.756	1.004	1.159	1.025	1.183	1.364
Mode space $\Delta\lambda$ (nm)	1.643	0.534	1.09	0.558	1.098	0.548	0.564	0.544	0.555	0.544

\*Pulse width fitted by sech<sup>2</sup>

## 5-2 雷射中之簡併共振腔

我們知道在雷射共振腔中最簡單的解為  $TEM_{0,0}$ ，即所謂的高斯光束(Gaussian beam)，而更高階的解其中之一為厄米-高斯波(Hermite-Gaussian Waves) $TEM_{m,n}$ ，可以表示為下式

$$\begin{aligned} \frac{E(x, y, z)}{E_{m,n}} = & H_m \left[ \frac{\sqrt{2}x}{\omega(z)} \right] H_n \left[ \frac{\sqrt{2}y}{\omega(z)} \right] \times \frac{\omega_0}{\omega(z)} \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{\omega^2(z)} \right] \\ & \times \exp \left\{ -j \left[ kz - (1 + m + n) \tan^{-1} \left( \frac{z}{z_0} \right) \right] \right\} \times \exp \left[ -j \frac{kr^2}{2R(z)} \right] \end{aligned} \quad (5.5)$$

上式的  $xy$  平面為垂直光束行進方向之面，其原點為光軸， $z$  為由光腰(beam waist)算起的軸向距離， $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  為波數(wave number)， $\omega(z)$  為光斑大小(spot size)， $\omega_0$  是指光腰， $R(z)$  為光束波前的曲率半徑。

$$\omega^2(z) = \omega_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda_0 z}{\pi n \omega_0^2} \right)^2 \right] = \omega_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_0} \right)^2 \right] \quad (5.6)$$

$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{\pi n \omega_0^2}{\lambda_0 z} \right)^2 \right] = z \left[ 1 + \left( \frac{z_0}{z} \right)^2 \right] \quad (5.7)$$

$$z_0 = \frac{\pi n \omega_0^2}{\lambda_0} \quad (5.8)$$

$H_m(u)$  為厄米多項式(Hermite polynomial)，定義為

$$H_m(u) = (-1)^m e^{u^2} \frac{d^m e^{-u^2}}{du^m} \quad (5.9)$$

現在若  $TEM_{m,n}$  在  $z=0$  到  $z=d$  之間傳播，其相位差可以寫成

$$\phi(d) - \phi(0) = kd - (1 + m + n) \tan^{-1} \left( \frac{d}{z_0} \right) \quad (5.10)$$

令厄米高斯光束在圖 5.12 之共振腔內振盪，則相位差需要滿足下式

$$kd - (1 + m + n) \tan^{-1} \left( \frac{d}{z_0} \right) = q\pi \quad (5.11)$$

由  $z_0 = \sqrt{dR_2} \times \sqrt{1 - \frac{d}{R_2}}$  及  $k = 2\pi \frac{\nu}{c}$ ，可以輕易的推導出  $TEM_{m,n,q}$  的共振頻率

$$\nu_{m,n,q} = \frac{c}{2d} \left[ q + \frac{(1+m+n)}{\pi} \cos^{-1} \sqrt{1 - \frac{d}{R_2}} \right] \quad (5.12)$$

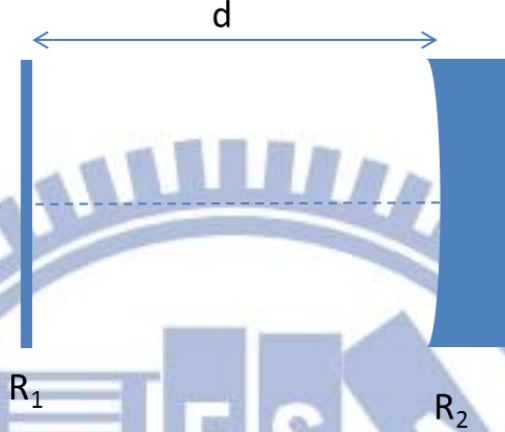


圖 5.12 厄米高斯光束的光學共振腔

如果  $M_1$  非平面透鏡，而是有曲率半徑  $R_1$  的透鏡，則式(5.12)可以改成

$$\nu_{m,n,q} = \frac{c}{2L} \left[ q + \frac{(1+m+n)}{\pi} \cos^{-1} \sqrt{g_1 g_2} \right] \quad (5.13)$$

上式中的  $d$  為腔長， $R_i$  為透鏡的曲率半徑，且

$$g_i = 1 - \frac{L}{R_i} \quad (5.14)$$

其中  $m$  與  $n$  代表的是雷射的橫模(transverse modes)， $q$  代表縱模(longitudinal

modes)，若現在我們假設圖 5.12 的  $\frac{d}{R_2} = \frac{1}{2}$ ，則式(5.12)變成

$$\nu_{m,n,q} = \frac{c}{2L} \left( q + \frac{(1+m+n)}{4} \right) \quad (5.15)$$

因此可知，若是  $m$  或  $n$  增加 1，則頻率會改變四分之一的基礎間隔  $\frac{c}{2L}$ ，如圖 5.13

所示，可知兩種模態即使有不同的  $m$ 、 $n$  與  $q$ ，但還是可以有相同的振盪頻率，

這就是所謂的簡併頻率(frequency degeneracy)。



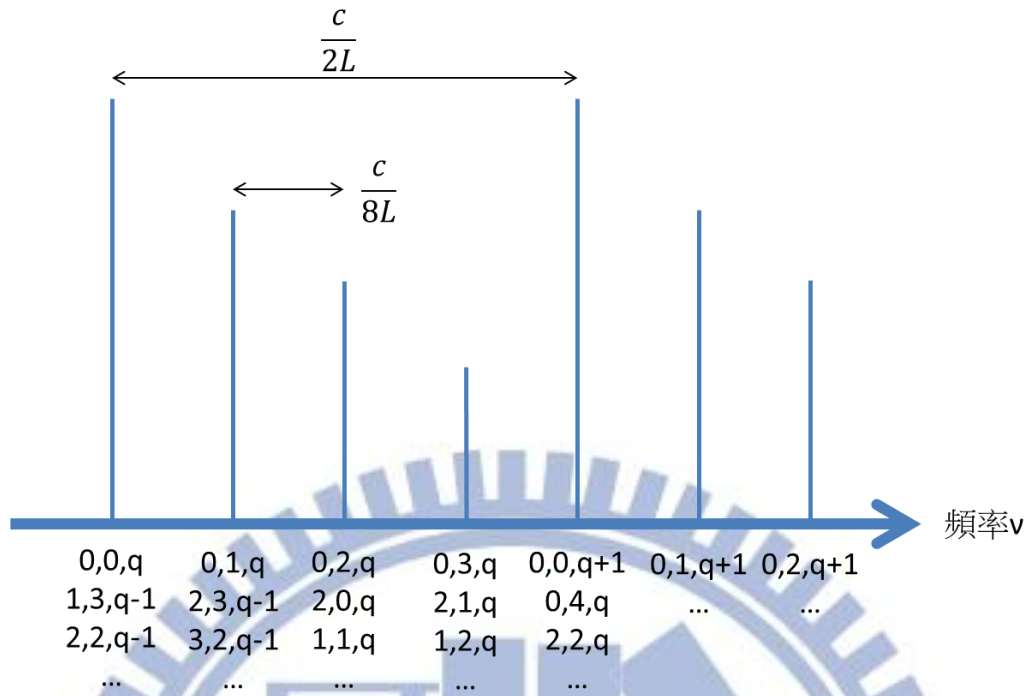


圖 5.13 共振腔之簡併頻率

由式(5.13)，縱模間距可以寫成

$$\Delta \nu_L = \frac{c}{2L} [(q+1) - 1] = \frac{c}{2L} \quad (5.16)$$

橫模間距為

$$\begin{aligned} \Delta \nu_T &= \frac{c}{2L} [(1 + (m+1) + n) - (1 + m + n)] \frac{\cos^{-1} \sqrt{g_1 g_2}}{\pi} \\ &= \frac{c}{2L} \frac{\cos^{-1} \sqrt{g_1 g_2}}{\pi} \end{aligned} \quad (5.17)$$

如果  $\frac{\Delta \nu_L}{\Delta \nu_T} = \frac{P}{Q}$ ，可以簡化成

$$\frac{P}{Q} = \frac{\pi}{\cos^{-1} \sqrt{g_1 g_2}} \quad (5.18)$$

若我們共振腔為平凹腔，取  $g_1 = 1 - \frac{L}{R}$ ， $g_2 = 1$

$$\cos^2 \left( \frac{Q\pi}{P} \right) = g_1 = 1 - \frac{L}{R} \quad (5.19)$$

$$L = (1 - \cos^2 \frac{Q\pi}{P}) R \quad (5.20)$$

由此，若我們知道 P 與 Q，則可以推算出簡併共振腔長度 L。

### 5-3 簡併共振腔對於摻鏡鈮鋁石榴石自鎖模雷射之影響探討:平平腔

#### 與平凹腔之區別

此節我們探討使用相同摻雜濃度的 Yb:YAG 晶體，然後採用不同的共振腔設計：平平腔與平凹腔，觀察其對於自鎖模脈衝的影響。首先我們研究利用 11% at. Yb:YAG 的自鎖模雷射，圖 5.14 為實驗架構圖，圖 5.14-(a)為利用 11% at. Yb:YAG 搭配對雷射波長 1030nm 有 94% 反射率之耦合輸出鏡，共振腔前鏡則為 Yb:YAG 晶體的前表面，此構成平行平面腔(Plane-Parallel Resonator)，簡稱平平腔，此實驗架構與 5-1 節中使用濃度 11 at. % Yb:YAG 之自鎖模雷射相同；圖 5.14-(b)為同樣利用 11% at. Yb:YAG 當作增益介質，但是耦合輸出鏡改換成對雷射波長 1030nm 有 94% 反射率，曲率半徑為 250mm 之鏡子，此時共振腔變為平凹腔(Plano-Concave Resonator)。

在實驗中發現平平腔的腔長不能拉得太長，當平平腔其腔長拉至約 1cm 時，功率就開始急遽的衰減，如圖 5.15 所示，而平凹腔則是允許我們將腔長拉至 10 幾公分長，且其輸出功率還是維持差不多，如圖 5.16 所示。這是因為平平腔對於熱透鏡(thermal lens)效應比較敏感，且其所需調整精度較高，一旦拉長腔長很容易就無法在腔內產生來回共振，而導致雷射功率下降；而平凹腔其調整精度較低，且損耗也較低，故可以允許有較長的腔長。

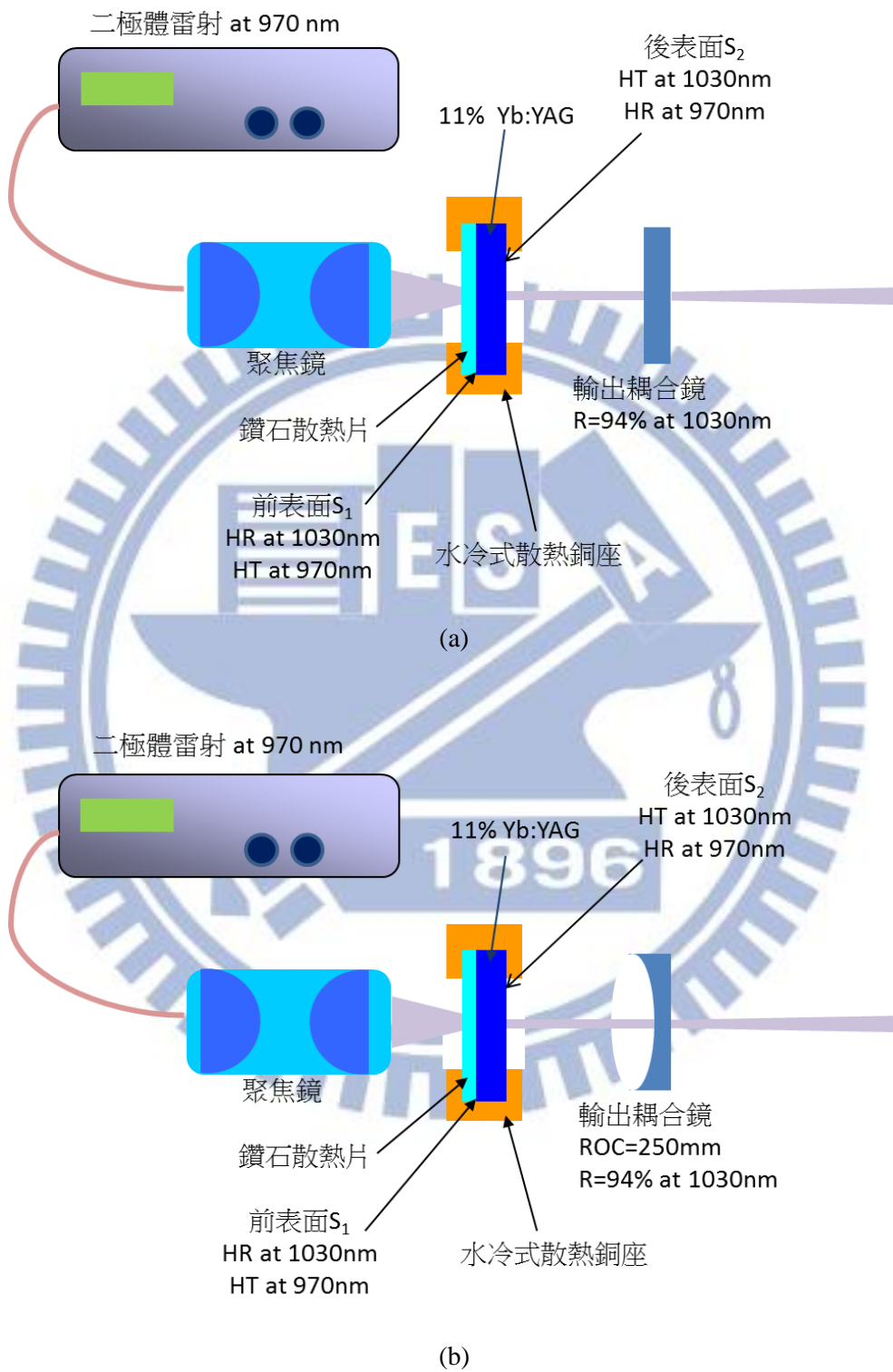


圖 5.14 實驗架構圖 (a)平行平面腔 (b)平凹腔

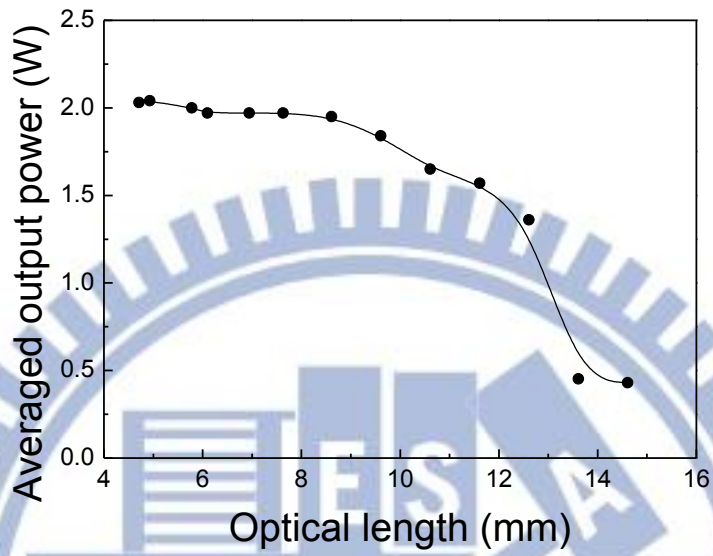


圖 5.15 吸收激發功率為 4.81W，平均輸出功率對光程腔長圖  
(11% Yb:YAG 平行平面腔)

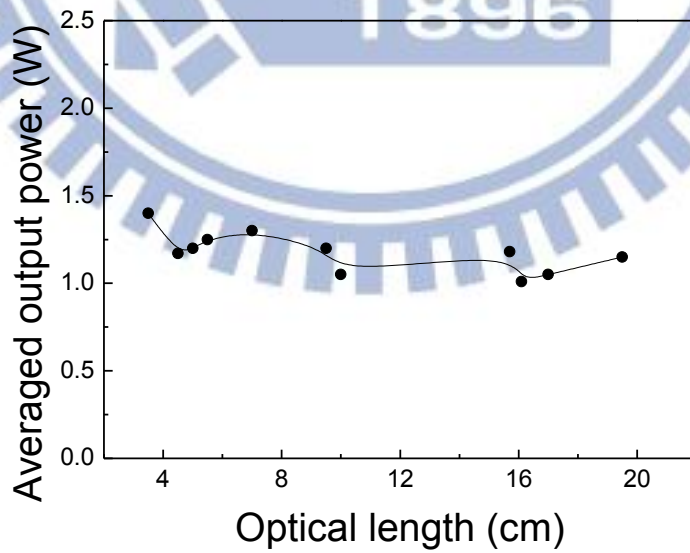


圖 5.16 吸收激發功率為 4.81W，平均輸出功率對光程腔長圖  
(11% Yb:YAG 平凹腔)

在平平腔架構的實驗中，我們可以靠調整不同的腔長來得到重複率近似於 80GHz、160 GHz 及 240 GHz 的鎖模脈衝。但是在平凹腔架構的實驗中，我們發現不管如何調整腔長，都只能得到重複率為 80GHz 的脈衝雷射，而且以光程腔長 16.1cm 為界線，小於這長度的腔長，只有某些特定的長度才允許存在重複率為 80GHz 的單脈衝(single pulse)，其餘的長度都不行；而腔長若大於 16.1cm 之後，發現任意長度都可以調出 80GHz 的單脈衝。根據實驗數據我們可以繪製出平凹腔穩定脈衝的腔長圖，如圖 5.17 所示，色塊區域代表可以穩定存在單脈衝之距離，在光程腔長小於 16.1cm 時，只有在特定長度 5.4cm、9.43cm 以及 13.53cm 才有穩定的 80GHz 單脈衝，圖 5.18、圖 5.19 及圖 5.20 分別為光程腔長為 54mm、94.31mm、135.31mm 之 80GHz 鎖模脈衝圖，即符合特定長度允許存在穩定脈衝之點。而當腔長小於 16.1cm，且非特定長度時，則如圖 5.21 所示，為光程腔長為 15.54cm 之脈衝圖，可看到其脈衝形狀為多脈衝(multi-pulse)，非為穩定單脈衝，且可以看到其光譜圖之中的縱模間隔  $\Delta\lambda$  非等距，表示此時鎖模效果不好。若是光程腔長大於 16.1cm，則於任何長度均可以調成 80GHz 單脈衝，例如圖 5.22 及圖 5.23 所示，其光程腔長分別為 161.37mm 及 194.61mm。

在平凹腔的實驗中，因為此時所使用的晶體摻雜濃度為 11 at. %，其脈衝基礎重複率為 80GHz，與實驗結果之重複率吻合。且我們可以藉由計算簡併共振腔(degenerate cavity)長度來解釋為何只有在特定長度時，才可以存有穩定的單脈衝。由式(5.20)可推得

$$\frac{Q}{P} = \frac{1}{\pi} \cos^{-1} \left( \sqrt{1 - \frac{L}{R}} \right) \quad (5.21)$$

將特定腔長 54mm、94.31mm、135.31mm 代入 L，R 為曲率半徑 250mm，可以算出  $\frac{\Delta\nu_T}{\Delta\nu_L} = \frac{Q}{P}$  分別為  $\frac{2}{13}$ 、 $\frac{4}{19}$  與  $\frac{5}{19}$ ，代表這些特定腔長恰好對應到簡併共振腔長度，因此允許存在穩定的鎖模脈衝。

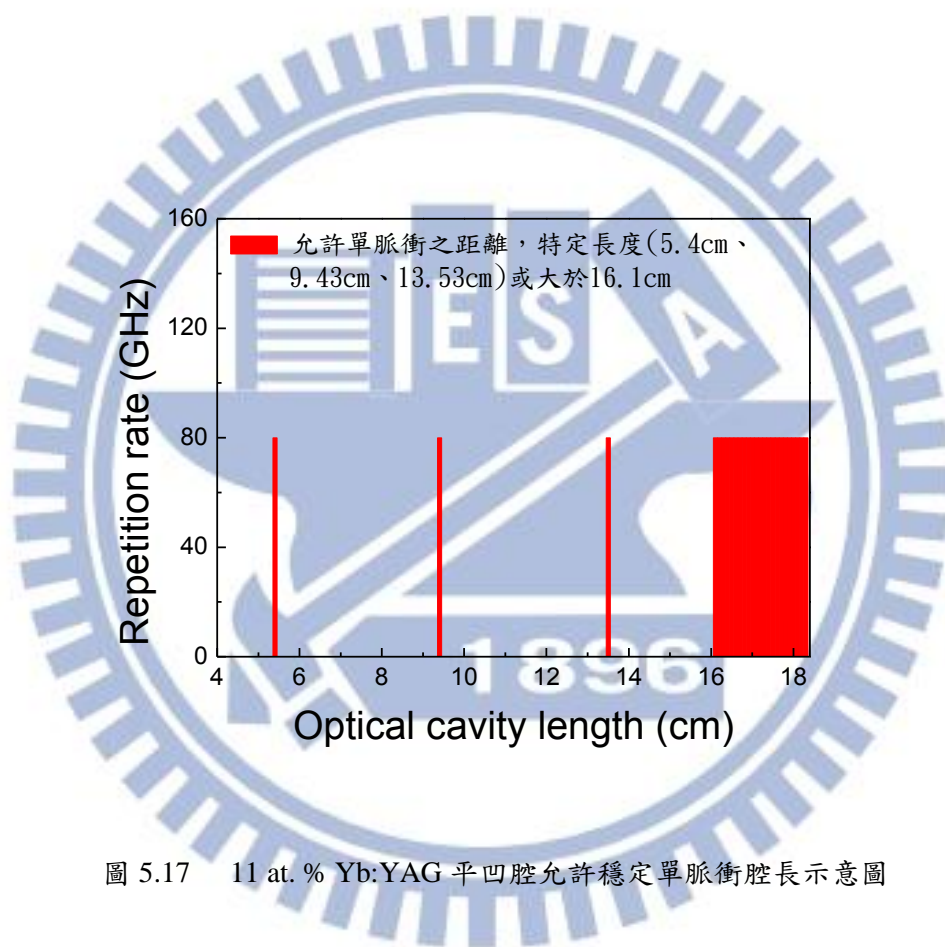


圖 5.17 11 at. % Yb:YAG 平凹腔允許穩定單脈衝腔長示意圖

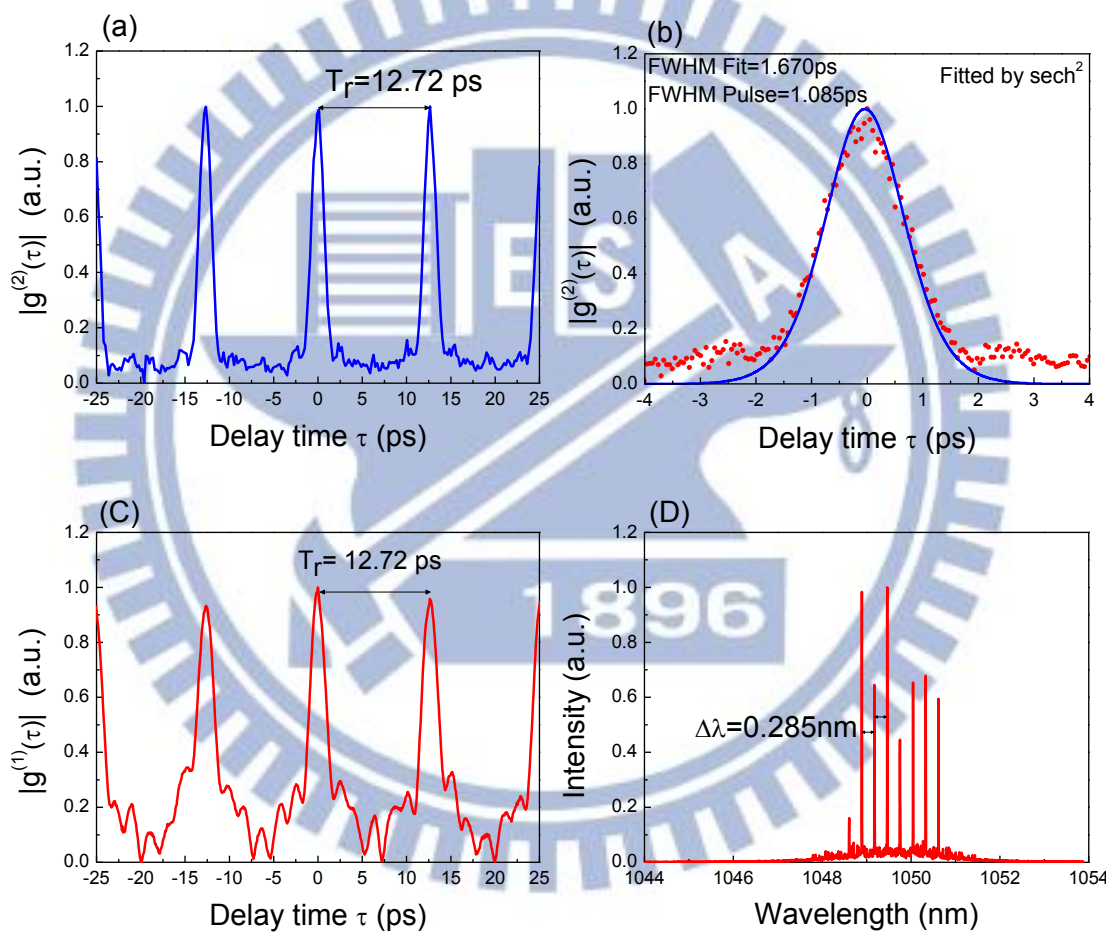


圖 5.18 光程腔長 54mm 之脈衝特性圖，(a)與(b)為二階自相關函數曲線，(c)為一階自相關函數曲線，(d)為光譜圖

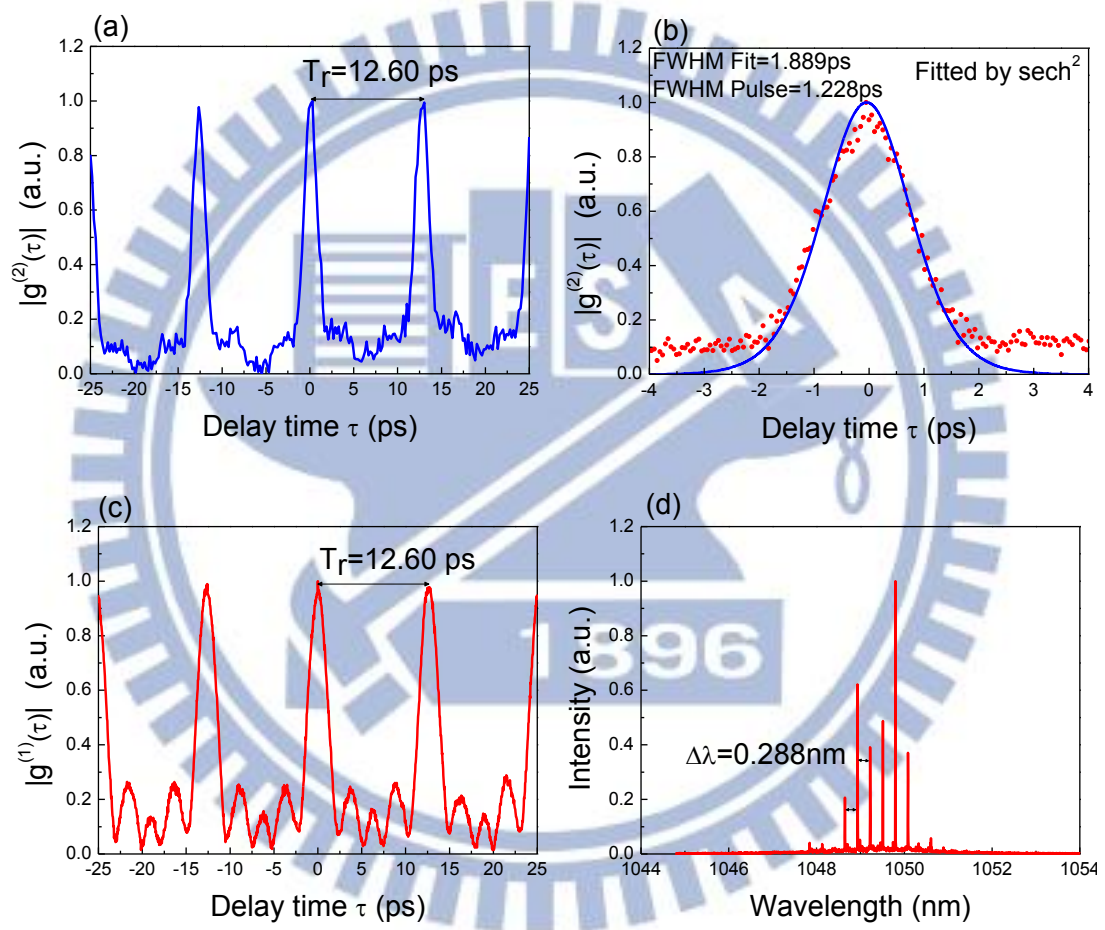


圖 5.19 光程腔長 94.31mm 之脈衝特性圖，(a)與(b)為二階自相關函數曲線，(c)為一階自相關函數曲線，(d)為光譜圖



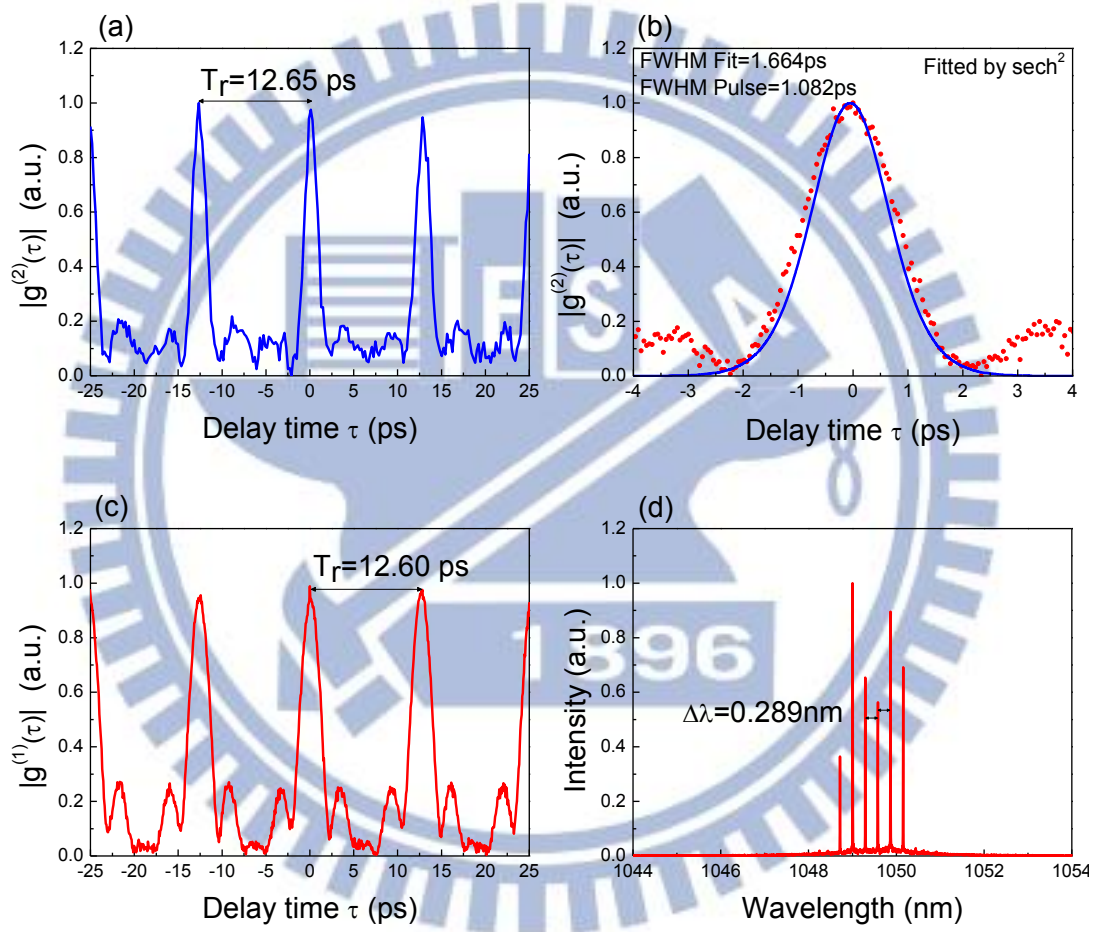


圖 5.20 光程腔長 135.31mm 之脈衝特性圖，(a)與(b)為二階自相關函數曲線，(c)為一階自相關函數曲線，(d)為光譜圖

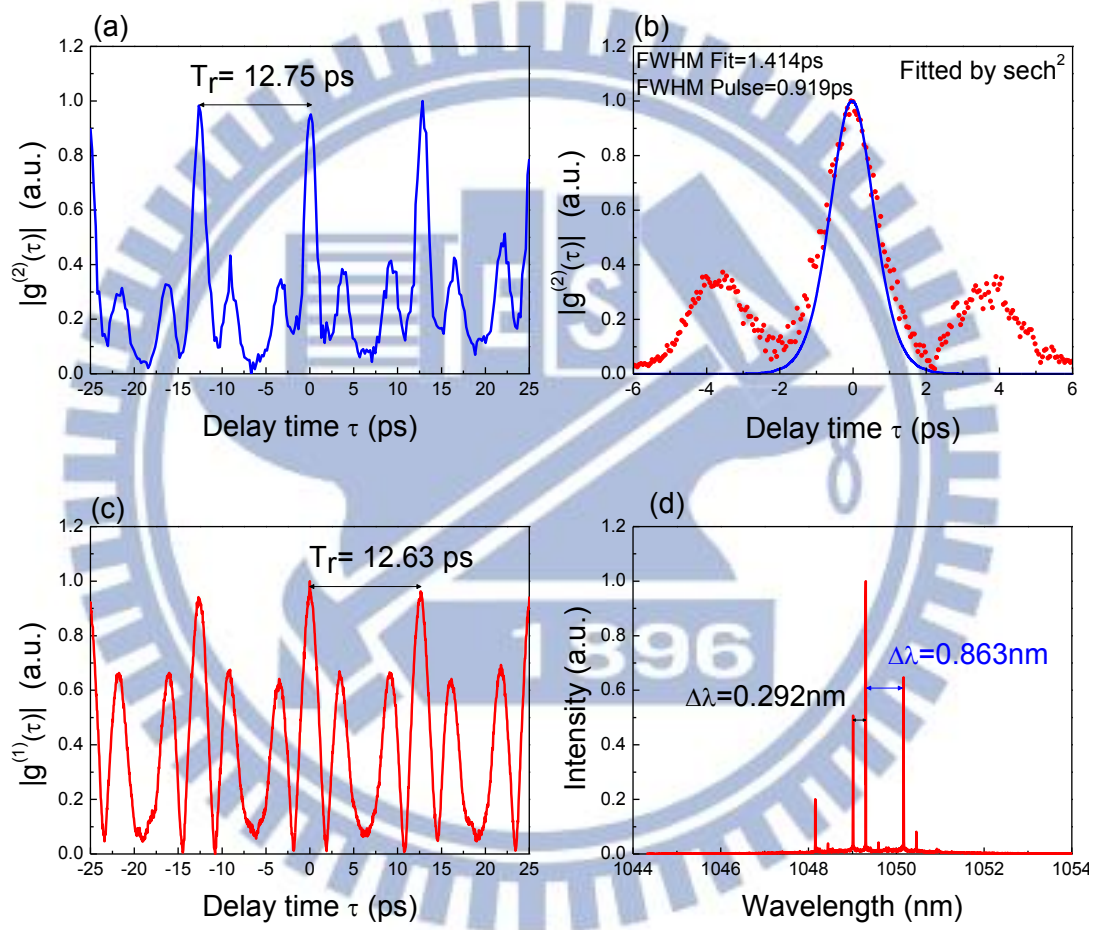


圖 5.21 光程腔長 155.4mm 之脈衝特性圖，(a)與(b)為二階自相關函數曲線，(c)為一階自相關函數曲線，(d)為光譜圖

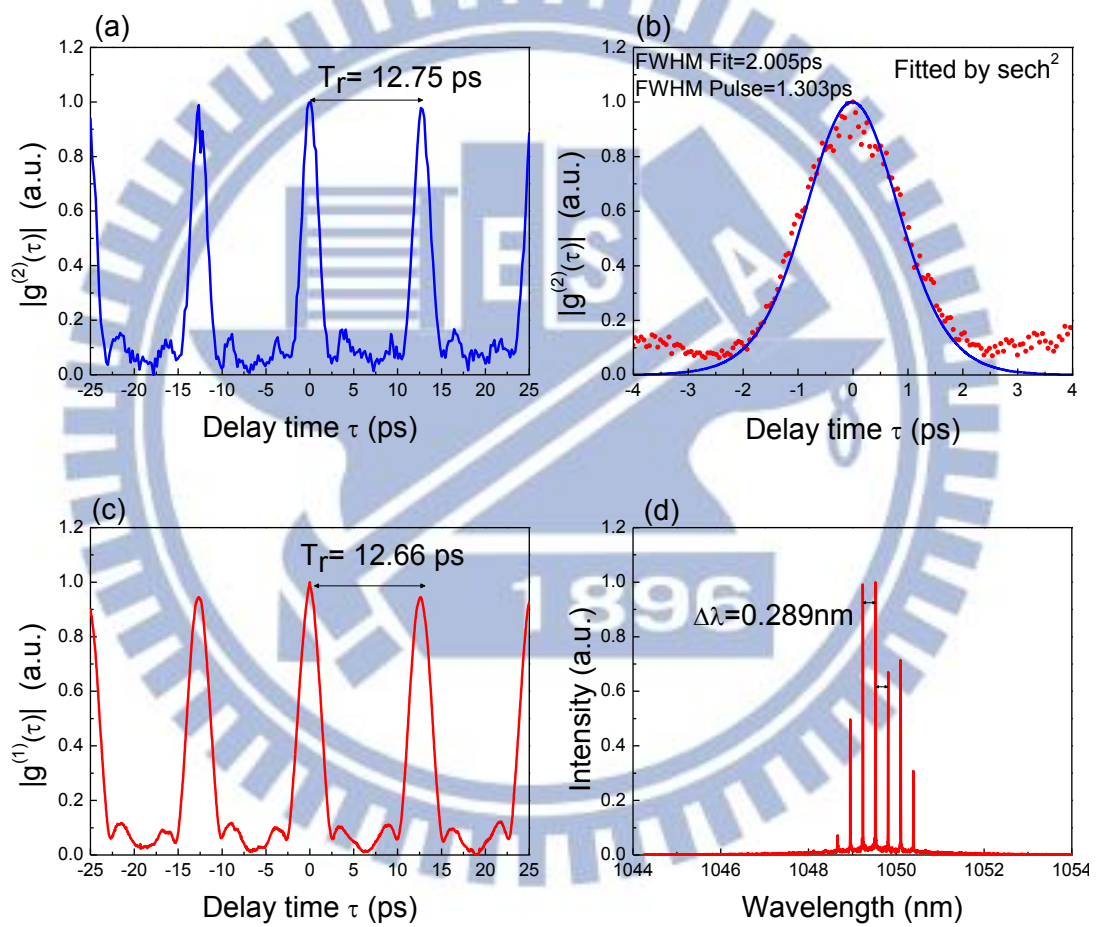


圖 5.22 光程腔長 161.37mm 之脈衝特性圖，(a)與(b)為二階自相關函數曲線，(c)為一階自相關函數曲線，(d)為光譜圖

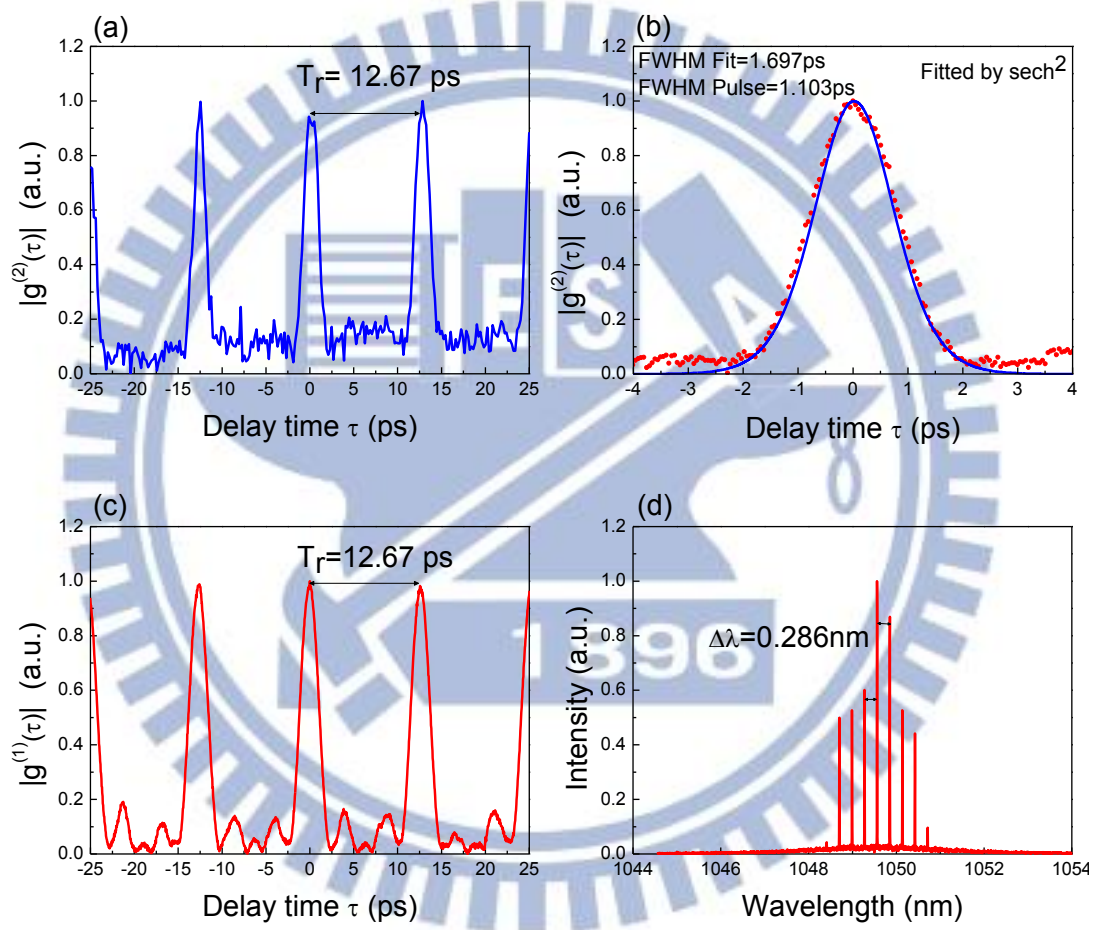


圖 5.23 光程腔長 194.61mm 之脈衝特性圖，(a)與(b)為二階自相關函數曲線，(c)為一階自相關函數曲線，(d)為光譜圖

我們將 11 at. % Yb:YAG 平凹腔數據整理成表 5.3，計算其  $\frac{L_{cry}}{L_{opt}}$ ，可以發現

化成最簡分數時，其分母會對應到表上的階數，而分子皆為 1，因為此時重複率皆為近似 80GHz，倍率為 1。

表 5.3 11 at. % Yb:YAG 平凹腔實驗數據整理

Optical length (mm)	54	94.31	135.31	161.37	194.61
Repetition rate (GHz)	78.63	78.83	77.31	77.93	77.93
階數	28	49	69	83	100
Pulse width* (ps)	1.085	1.228	1.082	1.303	1.103
Mode space $\Delta\lambda$ (nm)	0.285	0.288	0.289	0.289	0.286

\*Pulse width fitted by  $\text{sech}^2$

在 11 at. % Yb:YAG 自鎖模雷射實驗中，我們發現平平腔與平凹腔架構的差別在於，平凹腔相對於平平腔其腔長可以允許拉比較長，且隨著腔長增加功率下降比較緩慢，這是由於平平腔對於熱透鏡效應比較敏感，且其所需調整精度較高，一旦拉長腔長很容易就無法在腔內產生來回共振，而導致輸出功率下降；而平凹腔其調整精度較低，且損耗也較低，故可以允許有較長的腔長。

接下來我們將 Yb:YAG 摻雜濃度由 11% 換成 24% 的，實驗裝置與前述相同，一樣觀察其平平腔與平凹腔對於鎖模有何影響。首先我們一樣先比較拉長腔長的影響，實驗結果如圖 5.24 所示，結果發現此時平平腔與平凹腔其腔長皆不能拉太長，否則輸出功率都會急遽下降，推測是由於熱透鏡效應在較高濃度(24%)

的晶體比較嚴重，導致腔長一旦拉長會使得共振腔不穩定，故功率下降。但是還是可以由圖看出來，平凹腔其功率下降比平平腔來的緩慢，表示平凹腔對於功率穩定方面比平平腔好。

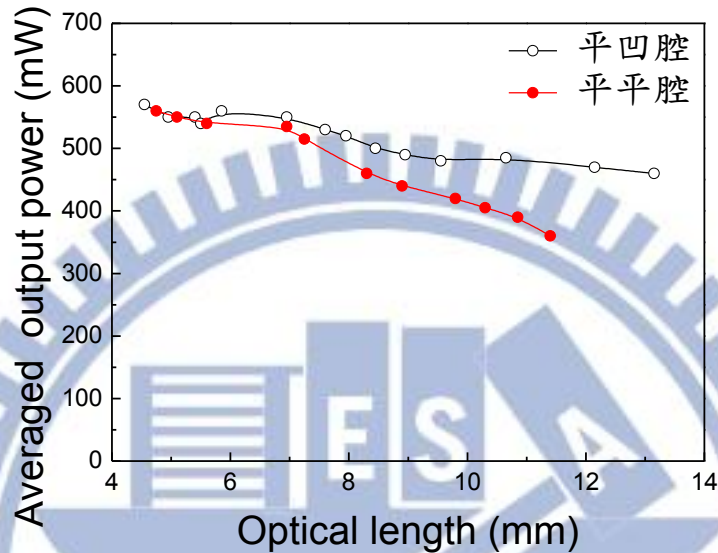


圖 5.24 吸收激發功率為 1.66W，平均輸出功率對光程腔長圖(24 at. % Yb:YAG)

使用 24 at. % Yb:YAG 平凹腔架構時，發現可以與平平腔一樣依靠調整腔長來得到不同重複率的鎖模脈衝。在 24% 平平腔架構中，我們有觀察到重複率為 150GHz、300GHz 及 450GHz 之脈衝，而在 24% 平凹腔中我們一樣可以觀察到重複率為 150GHz、300GHz 與 450GHz 之脈衝，甚至可以觀察到重複率高達 600GHz 的鎖模脈衝。例如在 24% Yb:YAG 平凹腔架構中，當我們將光程腔長分別調整至 8.95mm、8.55mm、6.75mm 及 5.23mm 時，可以得到重複率分別為 152.88GHz、301.61GHz、450.74GHz、602.01GHz，如圖 5.25 所示，為自相關儀所量測到的脈衝列，可以看出當脈衝重複率越快時其脈衝穩定性越差。

對於光程腔長為 8.95mm、8.55mm、6.75mm、5.23mm 之共振腔，可算出其自由光譜範圍  $\Delta\nu_{FSR}$  分別為 16.93GHz、17.72GHz、22.45GHz、28.68GHz，由此可得到其諧波鎖模分別對應到 9 階、17 階、20 階與 21 階。圖 5.26 為單發脈衝

之二階自相關函數曲線，利用雙曲正割函數來模擬脈衝形狀，可得到脈衝其半高寬(FWHM)分別為 1.669ps、0.798ps、0.562ps、0.552ps。

圖 5.27 為利用光譜分析儀所得到的一階自相關函數曲線，分別對應圖 5.22 之腔長 8.95mm、8.55mm、6.75mm、5.23mm，可看到與二階自相關函數曲線  $g^{(2)}(\tau)$  有良好的對應。圖 5.28 為其對應之光譜圖，由此可看出各縱模之間隔  $\Delta\lambda$  分別為 0.557nm、1.104nm、1.641nm、2.191nm。

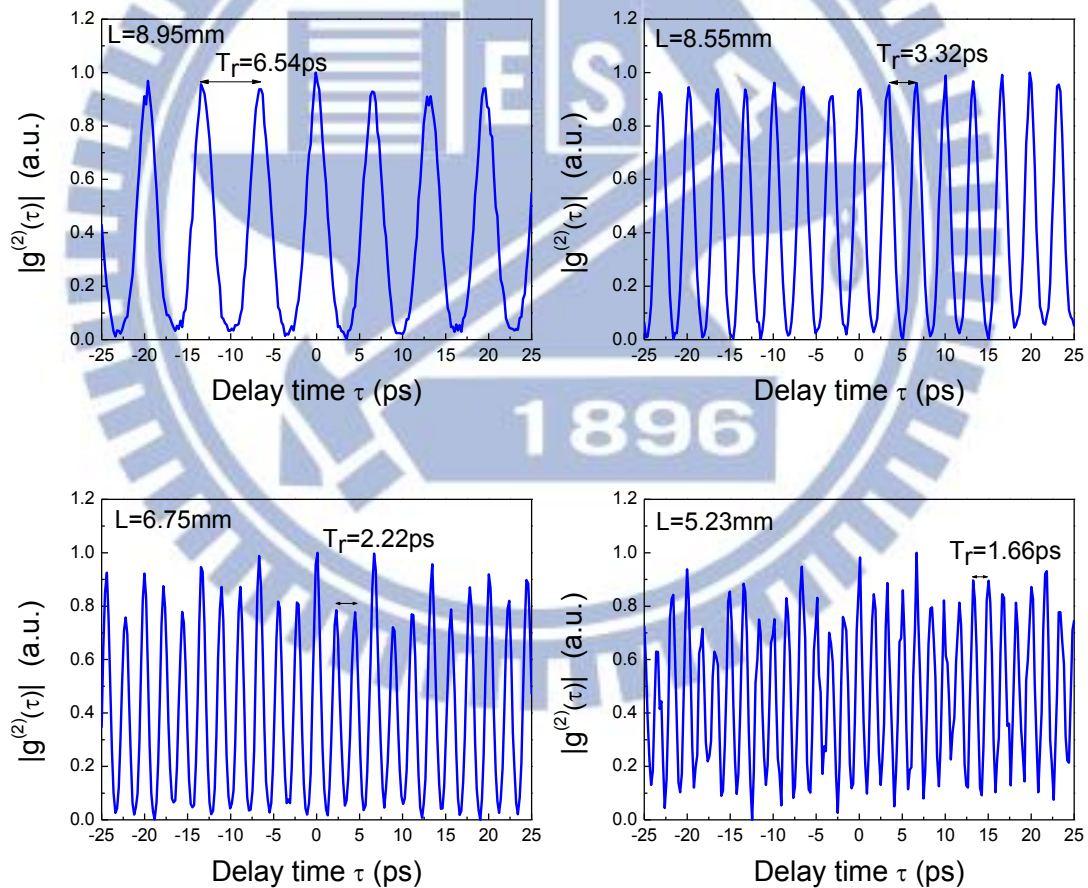


圖 5.25 24 at. % Yb:YAG 平凹腔諧波鎖模脈衝之二階自相關函數曲線，

光程腔長分別為 8.95mm、8.55mm、6.75mm、5.23mm，

重複率分別為 152.88GHz、301.61GHz、450.74GHz、602.01GHz

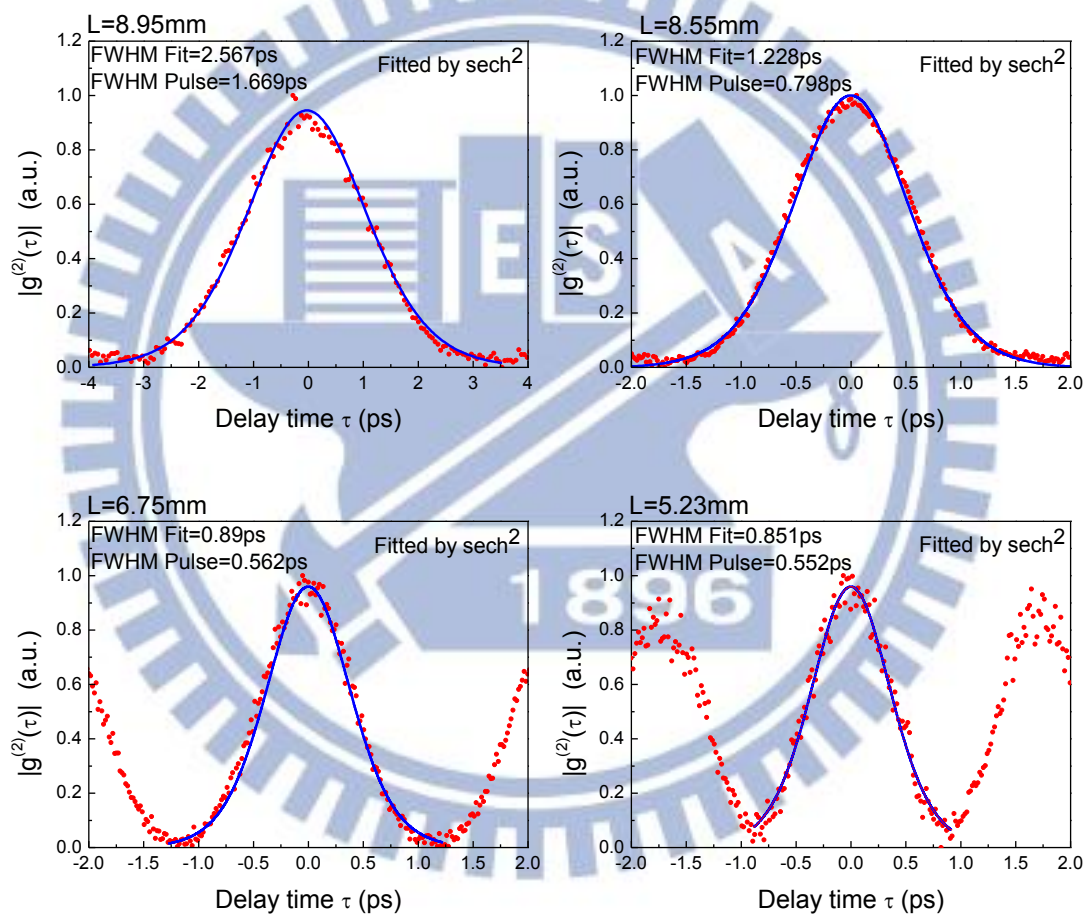


圖 5.26 24 at. % Yb:YAG 平凹腔諧波鎖模脈衝之二階自相關函數曲線，

光程腔長分別為 8.95mm、8.55mm、6.75mm、5.23mm，

其脈衝半高寬分別為 1.669ps、0.798ps、0.562ps、0.552ps



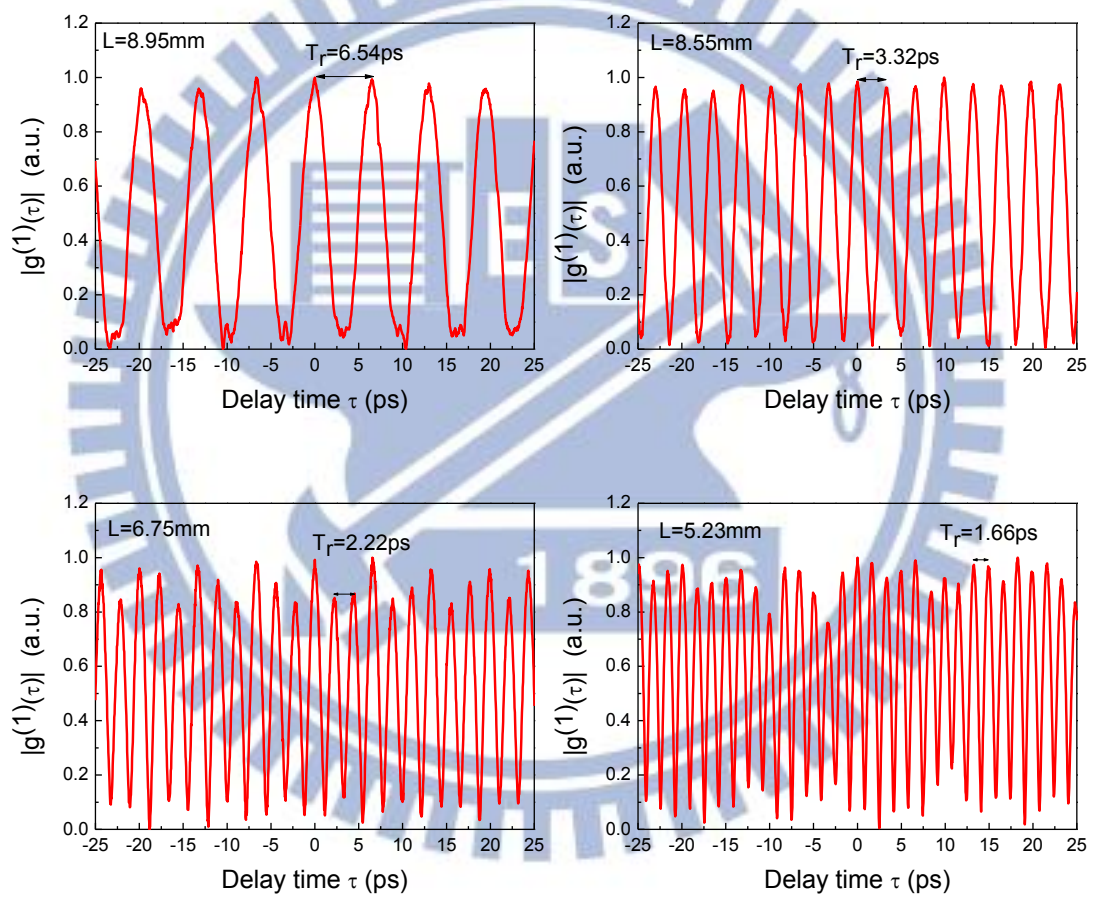


圖 5.27 24 at. % Yb:YAG 平凹腔諧波鎖模脈衝之一階自相關函數曲線，  
光程腔長分別為 8.95mm、8.55mm、6.75mm、5.23mm

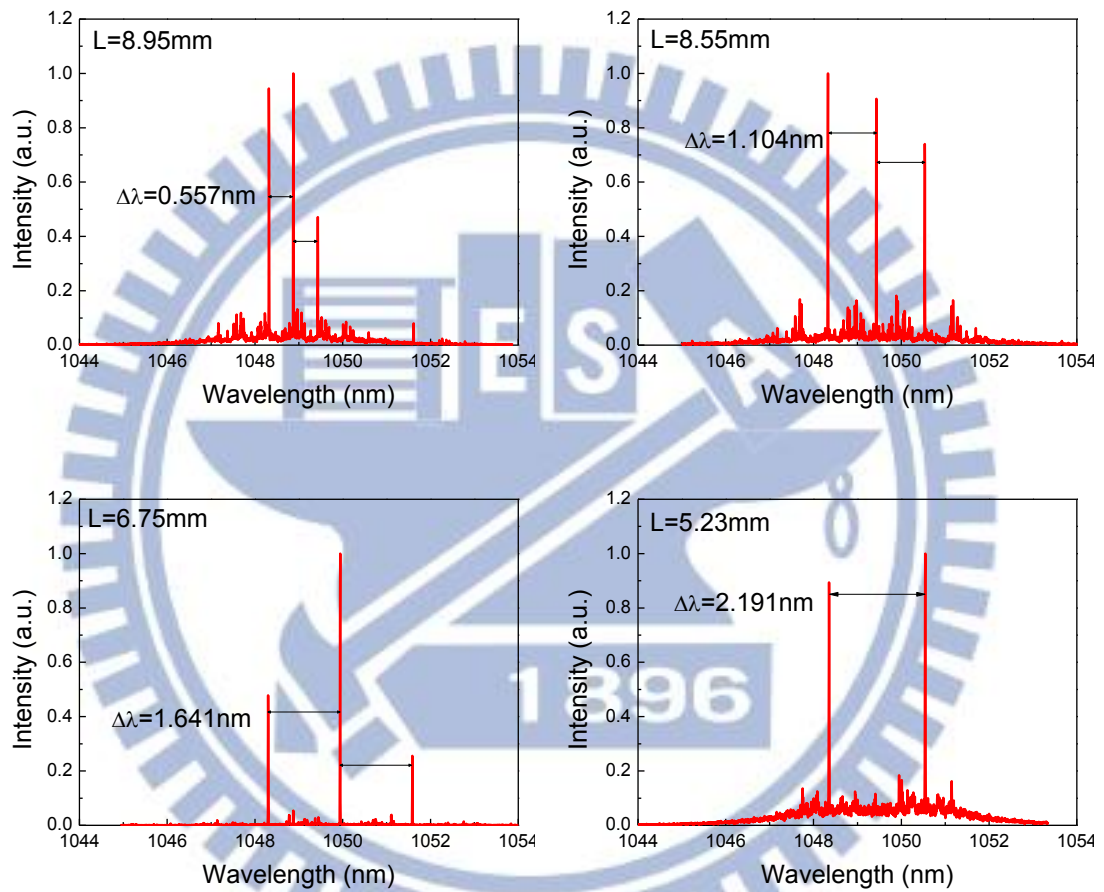


圖 5.28 24 at. % Yb:YAG 平凹腔諧波鎖模脈衝，

光程腔長分別為 8.95mm、8.55mm、6.75mm、5.23mm 之光譜圖，

其縱模間隔分別為 0.557nm、1.104nm、1.641nm、2.191nm

在使用摻雜濃度為 24% 的 Yb:YAG 架構下，我們依據實驗數據可分別畫出平平腔與平凹腔其分別允許存在穩定脈衝的腔長圖，如圖 5.29 及圖 5.30 所示。可以看到在平平腔架構中，能允許穩定存在的重複率幾乎都為 150GHz，只有少部份才為 300GHz 或 450GHz，且隨著光程腔長越長其色塊也越胖，代表其能穩定存在鎖模脈衝的範圍逐漸變大。若是在平凹腔架構之中，則是可看到重複率為 150GHz 與 300GHz 交錯出現，而 450GHz 與 600GHz 則是夾雜在其中間出現。我們將使用摻雜濃度為 24 at. % Yb:YAG 平凹腔架構其實驗數據整理為表 5.4，24 at. % Yb:YAG 平平腔之數據可參見表 5.2。

在平平腔的實驗架構裡，若我們要理論估計其能存在穩定脈衝之位置，需要考慮兩個條件，標準具效應(etalon effect)以及熱透鏡效應(thermal lens effect)，需要同時滿足這兩個條件，才能在平平腔架構中穩定存在。而若是在平凹腔架構中，則是需要滿足三個條件，除了上述兩個條件之外，另外還需要額外符合簡併共振腔長度(degenerate cavity length)，如此才能在平凹腔架構中穩定存在。

由標準具效應，我們可以推算出不同濃度(不同厚度)其對應到可以穩定存在自鎖模脈衝之光程腔長，如表 5.5 及表 5.6 所示，表上之階數代表其諧波鎖模之階數，例如在表 5.4 中，光程腔長為 5.5mm 時，實驗重複率為 304.22GHz，剛好可以對應到表 5.6 中，300GHz 欄中第 11 倍的地方。在表中，我們推算出各種重複率所對應到的光程腔長，代表了在其值附近一小段範圍內可能可以調整出穩定的鎖模脈衝，但是不一定會準確的對應到理論值，因為可能有其他因素會造成誤差，例如：Yb:YAG 所造成的熱透鏡效應、輸出鏡調整的傾斜角度差異…等。另外若某腔長同時對應到多個重複率，例如表 5.6 中的光程腔長為 1mm 時，同時對應到多種重複率，此時雷射會自行調整為最低重複率的脈衝輸出，因為低重複率的脈衝比較能穩定存在。

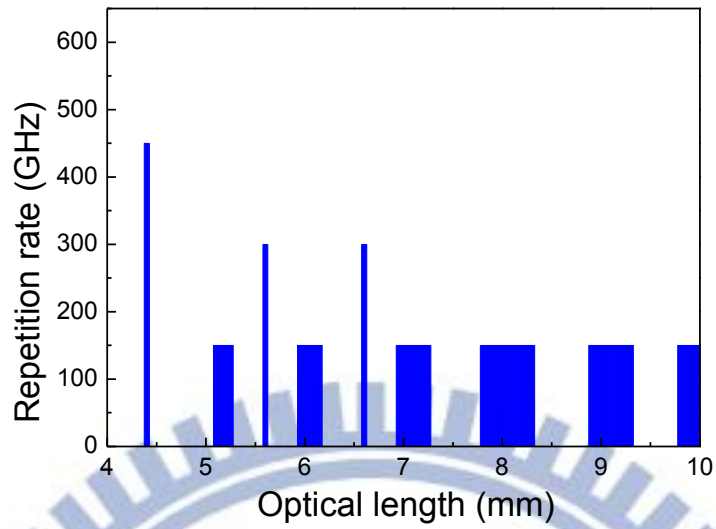


圖 5.29 吸收激發功率為 1.66W，24 at. % Yb:YAG 平平腔架構，  
橫軸為光程腔長，縱軸為重複率，  
色塊區域代表允許存在穩定脈衝之腔長

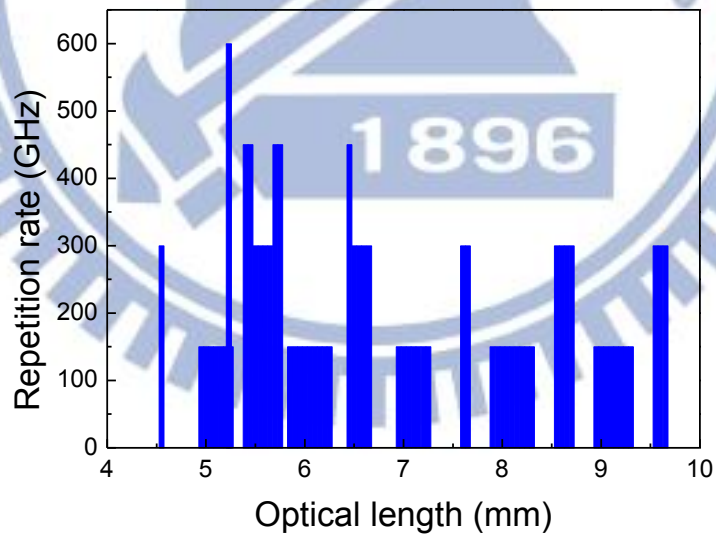


圖 5.30 吸收激發功率為 1.66W，24 at. % Yb:YAG 平凹腔架構，  
橫軸為光程腔長，縱軸為重複率，  
色塊區域代表允許存在穩定脈衝之腔長

表 5.4 24 at. % Yb:YAG 平凹腔實驗數據整理

<b>Optical length (mm)</b>	<b>4.55</b>	<b>4.95</b>	<b>5.23</b>	<b>5.4</b>	<b>5.5</b>	<b>5.75</b>	<b>5.85</b>	<b>6.45</b>	<b>6.6</b>
Repetition rate (GHz)	301.61	153.66	602.01	450.74	304.22	450.74	153.66	447.09	299.04
階數	9	5	21	16	11	17	6	19	13
Pulse width* (ps)	0.625	1.55	0.552	0.601	0.842	0.572	1.704	0.685	0.657
Mode space $\Delta\lambda$ (nm)	1.098	0.558	2.191	1.646	1.112	1.649	0.568	1.635	1.095

<b>Optical length (mm)</b>	<b>6.75</b>	<b>6.95</b>	<b>7.6</b>	<b>7.95</b>	<b>8.45</b>	<b>8.55</b>	<b>8.95</b>	<b>12.15</b>	<b>13.15</b>
Repetition rate (GHz)	450.74	152.88	300.32	151.4	448.91	301.61	152.88	149.1	300.32
階數	20	7	15	8	25	17	9	12	26
Pulse width* (ps)	0.562	1.327	0.689	1.237	0.778	0.798	1.669	1.298	0.816
Mode space $\Delta\lambda$ (nm)	1.641	0.557	1.089	0.558	1.644	1.104	0.557	0.544	1.094

\*Pulse width fitted by  $\text{sech}^2$

表 5.5 11 at. % Yb:YAG，不同重複率之理論光程腔長(單位:mm)

階數	80GHz	160GHz	240GHz
1倍	1.875	0.9375	0.625
2倍	3.75	1.875	1.25
3倍	5.625	2.8125	1.875
4倍	7.5	3.75	2.5
5倍	9.375	4.6875	3.125
6倍	11.25	5.625	3.75
7倍	13.125	6.5625	4.375
8倍	15	7.5	5
9倍	16.875	8.4375	5.625
10倍	18.75	9.375	6.26

表 5.6 24 at. % Yb:YAG，不同重複率之理論光程腔長(單位:mm)

階數	150GHz	300GHz	450GHz	600GHz
1倍	1	0.5	0.333	0.25
2倍	2	1	0.667	0.5
3倍	3	1.5	1	0.75
4倍	4	2	1.333	1
5倍	5	2.5	1.667	1.25
6倍	6	3	2	1.5
7倍	7	3.5	2.333	1.75
8倍	8	4	2.667	2
9倍	9	4.5	3	2.25
10倍	10	5	3.333	2.5
11倍	11	5.5	3.667	2.75
12倍	12	6	4	3

在 24 at. % Yb:YAG 自鎖模雷射實驗中，我們發現平平腔與平凹腔架構其最大差別在於，平凹腔比較能允許高重複率之脈衝存在，我們可以發現在平凹腔架構中多觀察到了平平腔中所沒有的 600GHz 脈衝，且重複率為 450GHz 之脈衝與平平腔相比之下也有比較頻繁的出現。此結果推測是因為在平凹腔架構中，表 5.5 與表 5.6 中所算出的光程腔長其穩定範圍會縮小，因此兩個相近的腔長其穩定範圍的重疊部份會減少，故其中有較高機率會出現較高重複率之脈衝。而在 11 at. % Yb:YAG 自鎖模雷射實驗結果中提到的，關於平凹腔可以允許腔長比較長這點差別，在使用摻雜濃度為 24% Yb:YAG 的架構中，因為高濃度的晶體其熱透鏡效應較嚴重，故平凹腔與平平腔一樣均不能將腔長拉太長。

由實驗數據我們可以發現，在 24% Yb:YAG 自鎖模雷射中，平平腔與平凹腔中均能觀察到諧波鎖模的現象，但是在 11% Yb:YAG 自鎖模雷射中，只有平平腔有諧波鎖模的現象，在平凹腔中卻沒有，只有觀察到重覆率為 80GHz 的脈衝。此現象推測是由於在 11%平凹腔實驗中，腔長拉太長的原因，所以高重複率的鎖模脈衝不能穩定存在。且在光程腔長大於 16.1cm 之後，其穩定範圍已經全部重疊在一起，故會形成一個重覆率均為 80GHz 的大範圍色塊，代表此範圍均能出現穩定脈衝。

經由上述的實驗結果與討論，可以發現，若是當我們想要腔長可以拉比較長的情況時，應該選擇較低濃度(11%)的 Yb:YAG 晶體搭配平凹腔；而若是想要有較高重覆率的脈衝，則是選擇較高濃度(24%)的 Yb:YAG 晶體搭配平凹腔。此外，選擇不同濃度的晶體，意思等同於選擇不同厚度的晶體，此時根據標準具效應，會有不同的基礎脈衝重覆率，因此諧波鎖模之後的重覆率也會因此改變。

## 第六章 總結與未來研究方向

本論文主要研究利用 Yb:YAG 晶體當作雷射的增益介質搭配自鎖模方法得到高重複率之鎖模脈衝，我們在實驗中觀察到脈衝重複率最高可以達到 600GHz，這種高重複率脈衝是由於晶體的前表面與後表面均有鍍高反射的膜，使晶體前表面可以與後表面形成標準具效應(etalon effect)，進一步達成諧波鎖模(harmonic mode-locking)。在實驗過程中，我們也研究如何利用鑽石散熱片(diamond heat spreader)來幫助散熱以提高 Yb:YAG 自鎖模雷射的效率與其脈衝的穩定性。另外在實驗中也觀察到 Yb:YAG 雷射的波動變化，發現在不同時間尺度下，總共有四層波動，其中最外層與第三層的波動變化據推測是由於不同偏振態的互相競爭所形成，第二層波動變化為張弛振盪的表現，最內層波動變化則是鎖模脈衝。

本論文的研究貢獻主要有兩點：第一點是發現摻鎳(Yb)自鎖模雷射其鎖模脈衝重複率可以達到 600GHz，第二點則是發現脈衝的一階自相關函數曲線(first-order autocorrelation traces)  $g^{(1)}(\tau)$  與其二階自相關函數曲線(second-order autocorrelation traces)  $g^{(2)}(\tau)$  有良好的對應，圖形幾乎一致，證明我們的鎖模雷射其光譜相位幾乎是固定相同的。

在未來的研究中，可利用本實驗架構再加上光纖放大，實驗裝置如圖 6.1，應能達到更高的輸出功率，以便有更多的應用方向可以發展。

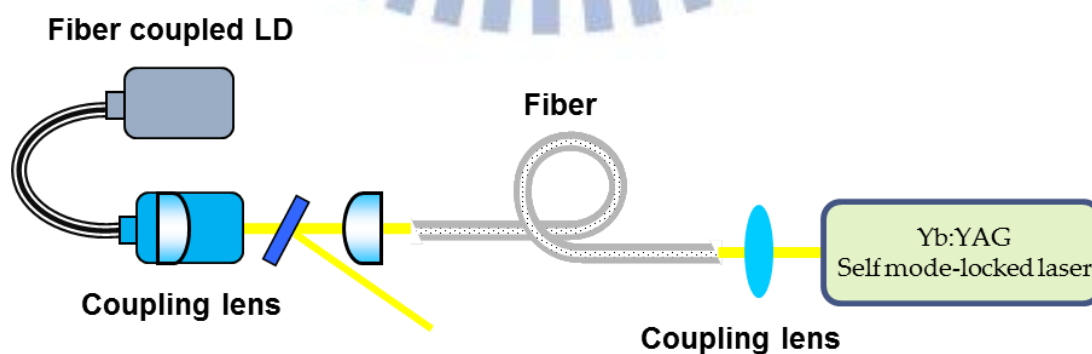


圖 6.1 光纖放大實驗裝置簡圖