

完成問題教材形式與合作學習活動

對國中生幾何問題解決成效與認知負荷之影響

研究生：劉羽恬

指導教授：林珊如 教授

國立交通大學教育研究所碩士班

摘要

本研究目的是根據工作記憶容量有限的觀點及認知負荷理論，探討「問題形式」(含「完成問題」或「傳統問題」兩種呈現形式)，搭配「教學活動」(含「個人學習」或「合作學習」兩種活動)，對台灣國中生理解幾何概念及解決問題之學習成效與認知負荷之影響。

研究對象為四個受試班級 115 位國中八年級學生，他們皆參與前測、教學、練習任務與後測四個階段。在練習任務階段，將受試班級分派至四個問題形式與教學活動組合的實驗情境，分別為「問題解決形式/個人學習」、「完成問題形式/個人學習」、「問題解決形式/合作學習」、「完成問題形式/合作學習」。各組在練習與後測階段，學生須完成每道題目（學習成就），亦須勾選單一題九點認知負荷量表。此外，為了瞭解教材設計的適當性，研究者進一步分析教材有效性分數，此公式結合了心智努力程度與表現分數，為教材設計良窳之指標。

本研究之結果為（一）四個受試班級先備知識程度不一致，（二）問題形式與教學活動對學生心智努力、學習成效與教材有效性的影響不大，（三）學生仍比較習慣「問題解決」的教材形式（四）採用「完成問題形式」學習的兩組學生，以系統結構化的方式學習到體積與表面積的觀念，在後測解題時表現出跟「完成問題形式」一樣有組織、步驟化的列式策略。相對的，採用「問題解決」學習的兩組學生，比較傾向自由列式，解題步驟不夠系統化，會急匆匆的合併(跳過)

解題步驟，但也更願意自行繪圖解題。最後，研究者根據研究結果提供建議給未來研究者、教師與教材設計者。

關鍵字：認知負荷理論、完成問題教材形式、合作學習、幾何問題解決



Exploring impacts of the completion problem format and
collaborative learning activity on junior's
geometry achievement and cognitive load

Student : Yu-Tien Liu

Advisor : Dr. Sunny S. J. Lin

Institute of Education

National Chiao Tung University

ABSTRACT

According to the perspective of limited capacity of working memory and cognitive load theory (Sweller, Van Merriënboer, & Paas, 1998), the purpose of this study was to investigate the effects of “problem formats” (completion problem vs. problem solving) and “learning activity” (individual learning vs. collaborative learning) on problem solving achievement and cognitive load among Taiwan junior high school students in learning geometry concepts and problem solving skills.

The participants were four-classes 8th graders (N=115). They all participated in four stages including pretest, instruction, learning tasks and posttest. In the learning phase, they were assigned to four experimental conditions in such a way that the first class had to learn individually from problem-solving tasks, the second class had to learn individually from completion-problem tasks, the third class had to learn in 3-person group from problem-solving tasks, the forth class had to learn in 3-person group from completion-problem tasks. The researcher analyzed the group differences of a 9-point cognitive load rating scale rated by participants after each learning task and posttest task, and posttest performance. Besides, in order to test whether instructional format were appropriate, researcher further calculated the instructional efficiency score which is an indicator of quality of instructional format.

The major findings of the research were summarized as follows.

1. The levels of prior knowledge of four classes were not equal.
2. No significant effects of problem format or learning activity were found no matter on mental effort, performance or instructional efficiency scores, nor were there interaction effects between problem format and learning activity.
3. The participants seemed to prefer problem solving format to completion problem.
4. The participants in completion problem format groups learned concepts of volume and area in an organized way and then listed the formula step by step which was consistent with what they taught in completion problem process. Comparatively, the students in problem solving groups solved the problems in intuitive and less organized patterns. For example, many students collapsed several problem-solving steps into one as if in a hurry and others redrew the geometry figures to shape their understanding and problem solving steps.

Finally, several suggestions were given for future researchers, teachers and instructional designers.

Key words: cognitive load theory, completion problem instructional format, collaborative learning, geometry problem solving

誌 謝

研究所兩年的時間很快就過去了，回想這兩年，是我人生的一大轉捩點，認識許多老師同學，幫助我一步步釐清自己、尋找自己的定位，他們都是我生命中重要的貴人，如今論文撰寫接近尾聲，要特別感謝一些人。

首先最要特別感謝的是我的指導教授珊如老師，從她帶領著我寫論文的那一刻起，即可感受到認真努力的態度與有經驗的做事原則，每每看著她批改回來的論文，當中枝微末節的地方也都修得很仔細，正因為她這樣的態度影響了我，也讓我有了想將論文寫得更好、更完整的動力。謝謝她以身作則帶領著 sunny lab 體會為人師表或是做研究所應該持有的態度與精神。此外，老師總能在極其忙碌的行程表中，撥出時間不厭其煩的與我分享了很多人生經驗，給予我許多鼓勵，謝謝她比我自己還相信自己，給了我很大的探索空間，希望我能說出自己對事情、對論文的想法，也希望我能更有自信，謝謝她讓以往總是人云亦云的我，漸漸地體會到個體思考的可貴與無價。老師是我的榜樣，未來有機會再向她學習，我會好好珍惜。接著，謝謝志鴻學長碩一開始就帶著我閱讀 paper、設計實驗、找施測班級、討論結果等，喜歡他冷靜平淡地幽默口氣，敬佩他做研究的毅力，他曾告訴我，在研究的過程中，犯錯是常態，要有耐心，要學會忍耐，並想辦法克服，的確我也從他身上感受到那股拚勁與持續不懈的努力。另外，要謝謝好貞學姐與善媚學姊在我尋找論文題目過程中幫忙集思廣益，以及思光老師、元萱老師在統計分析上所給予的建議，秦嘉、孟婷兩位學妹與雅雯在我提論文計畫與 final 時的幫忙與加油打氣。身在此 lab 真的是件幸福的事。

此外，也要謝謝宸風老師、鳳琴老師、玉秀老師提供班級盡力配合我進行實驗，給予實務上的建議，以及我的口委子鍵老師、靜宜老師、嘉瑜老師針對他們的專業領域給了我全面且具體的意見，幫助我論文撰寫更臻周全。

而在煩悶的讀書過程中，同學聚在一起討論或是聊天是最佳的解悶劑。謝謝

在研究所認識的每位同學，謝謝雅君、馨沂、晨寧把我當妹妹般的照顧關心，讓在異地求學的我倍感溫暖與窩心。很珍惜這兩年在研究室與同學培養出的情誼。最後要謝謝我最愛的家人，爸媽、大哥二哥一家人，他們給了我最多最多的溫暖與動力，是我永遠的避風港。也要特別謝謝我的男朋友，在這兩年給了我更多的包容與依靠，每當不順心時，他是我最佳的垃圾桶，常提醒我要堅持才能趨近完美的道理，謝謝他總是用行動默默在背後支持、陪伴，讓我讀書、撰寫論文無後顧之憂。

讀研究所這段期間體悟最深的是凡事盡力且心懷感恩。盡力後凡事順其自然，感恩伴我走過每個階段的人事物，無論好壞皆成就了現在的自己，我很幸福也要知足、珍惜。謝謝老天爺在我人生中安插了這美好充實的兩年，不僅開闊了視野也體會、學習到許多人生課題，期許自己秉持著這樣的態度去面對未來接踵而至的挑戰！

劉羽恬 謹誌

民國一〇一年六月

目錄

中文摘要.....	I
英文摘要.....	III
誌謝.....	V
目錄.....	VII
表目錄.....	IX
圖目錄.....	X
第一章 緒論.....	1
第一節 研究動機.....	1
第二節 研究目的.....	3
第三節 名詞釋義.....	4
第二章 文獻探討.....	6
第一節 認知負荷理論之基礎概念.....	6
第二節 完成問題效果對認知負荷的影響.....	16
第三節 合作學習對認知負荷的影響.....	19
第四節 本研究設計.....	26
第三章 研究方法.....	29
第一節 研究架構.....	29
第二節 研究對象.....	31
第三節 研究工具.....	32
第四節 研究設計與程序.....	34
第五節 資料分析.....	35
第四章 研究結果.....	37
第一節 各組的前測分數之比較分析.....	37

第二節 教學活動、問題形式與測量階段在表現分數上之影響.....	39
第三節 教學活動與問題形式對心智努力分數之影響.....	44
第四節 教學活動與問題形式對教材有效性分數之影響.....	46
第五節 高低分組、教學活動與問題形式在心智努力分數、表現分數、教材 有效性分數上之影響.....	47
第五章 結論與建議.....	55
第一節 結論.....	55
第二節 研究限制.....	58
第三節 建議.....	63
參考文獻.....	66
一、中文部分.....	66
二、英文部分.....	66
附錄一：面積與周長前測題本.....	69
附錄二：體積與表面積教學講義.....	73
附錄三-1：體積與表面積練習題本甲卷.....	76
附錄三-2：體積與表面積練習題本乙卷.....	81
附錄四：體積與表面積後測題本.....	86

表目錄

表 3-1 實驗情境	32
表 4-1 不同組別前測分數之描述性統計摘要表	37
表 4-2 不同組別前測分數之變異數分析摘要表	37
表 4-3 前測分數與三個依變項之相關係數表	38
表 4-4 各組在不同測量時段表現分數上之描述性統計摘要表	39
表 4-5 三因子混合設計（教學活動*問題形式*測量階段）之變異數分析摘要表	40
表 4-6 教學活動*問題形式在表現分數上之單純主要效果變異數分析摘要表	40
表 4-7 保留題與遷移題描述性統計摘要表	42
表 4-8 各組在保留題與遷移題之 MANCOVA 摘要表.....	43
表 4-9 各組在練習階段心智努力分數之描述性統計摘要表	44
表 4-10 各組在練習階段心智努力分數之變異數分析摘要表	44
表 4-11 各組在後測階段心智努力分數之描述性統計摘要表	45
表 4-12 各組在後測階段心智努力分數之變異數分析摘要表	45
表 4-13 各組在教材有效性分數之描述性統計摘要表	46
表 4-14 各組在教材有效性分數之共變異數分析摘要表	46
表 4-15 高分組在保留題中體積與表面積之錯誤率	47
表 4-16 三因子在後測表現分數上之描述性統計摘要表	48
表 4-17 三因子在表現分數上之變異數分析摘要表	48
表 4-18 三因子在教材有效性分數上之描述性統計摘要表	53
表 4-19 三因子在教材有效性分數上之變異數分析摘要表	54

圖目錄

圖 3-1 本研究架構圖	29
圖 3-2 傳統問題教材形式	33
圖 3-3 完成問題教材形式	33
圖 4-1 各組前後測分數之比較	41
圖 4-2 高低分組、問題形式與教學活動在表現分數上之比較	49
圖 4-3 循序漸進列式（接受完成問題形式班級）	50
圖 4-4 心算跳躍列式（接受問題解決形式班級）	50
圖 4-5 作圖搭配解題（接受問題解決形式班級）	51
圖 4-6 自由列式（接受問題解決形式班級）	51



第一章 緒論

第一節 研究動機

比較 1999 年與 2003 年國際數學與科學成就趨勢調查 (TIMSS) 我國八年級生對數學喜愛度 (林碧珍、蔡文煥, 2006), 相較於其他國家國際平均的顯著上升, 我國學生在這兩年對於數學喜愛度是顯著下降的, 且在 2003 年收集的對數學的評價以及學習數學的自信也皆低於國際平均。本研究者訪問蒐集了周遭具實務數學教學經驗的中小學老師, 整理了學生害怕、不喜歡學習數學的原因, 大致可分為以下幾點:

一、數學重視邏輯理解能力, 學生存在個別差異:

數學不同於其他文科科目, 並不是付出一定的努力, 就能有不錯的成績。數學著重的是邏輯理解能力的應用, 然而此能力涉及到個別差異, 有些學生天生對空間、數字就較敏感, 有些學生相對的就較弱, 對數理科目會有排斥感。

二、速食式教與學, 無法建構穩固基模:

當學生解決問題受阻礙時, 習慣直接向老師尋求答案, 而不是與同學討論、進一步思考, 找尋問題解決的方法, 換句話說, 缺乏學生數學思考的訓練。另外, 有時教師為了趕進度, 無法顧及全部學生的學習情況, 隨即進入下一單元, 因此部分跟不上進度的學生, 會因為沒有成就感而放棄。以上情況, 皆不利於學生基模的建構, 而基模不穩固, 對於日後的學習會更增困難。

三、教師教學方法傳統、制式化:

教師的教學方法仍偏向傳統式的教學, 亦即課堂講解, 然後不斷讓學生演練試題、考試, 成為固定的循環模式, 時間久了無法引起學生的動機, 學習態度意興闌珊。

四、升學主義取向:

在升學主義興盛的背景下, 學生會因師長過大、甚至不合理的期待而備感壓

力，學習沒有樂趣，易有挫敗感。

從上述幾點看來，若排除學生的背景差異，本研究認為要改善學生對數學的學習態度與成效，最重要且根本的關鍵在於學習初基礎知識的建構。許多學生害怕或放棄學習數學，原因即在於基礎不穩固，累積太多問題而阻礙了日後的學習。因此每次學習某一數學新單元時，必須對此特定單元的基本概念、運算方式奠定紮實的基礎。一旦基礎穩固，則會連帶影響學生的學習動機、成就感以及學習成效。

Sweller、Van Merriënboer 與 Paas(1998)提出認知負荷理論，探討如何善用人類的有限工作記憶容量，有效設計教材，提升學生的學習成效。認知負荷分為三種類型，分別為內部、外部、增生認知負荷。其中外部認知負荷的來源為不適當的教材設計、呈現方式或教學活動所造成，對學習目標並沒有幫助，可藉由改善教材而降低此外部負荷量。此外，認知負荷理論也藉由許多教材設計的實驗來探討對學生所產生的效果，包含範例參考效果、完成問題效果、分散注意力效果、冗贅效果等，實證研究結果也提供許多設計適當教材的原則。其中「完成問題效果」(completion problem effect)曾被認知負荷學者一再證實具有良好的教學指引效能，近來國中課本廠商也開始引用此效果來設計課本，在介紹概念、定理的一般性概念後，帶入特定實例時，不再呈現完整範例，而是在範例裡放入空白括號，學生必須專心跟隨範例所闡釋的觀念或邏輯推演，一面填補空白括號，無法隨意跳過範例。本研究將測試完成問題效果，因為在學生學習階段提供他們設計合適的教材，可以循序漸進的引導學生學習，集中學生的注意力，降低外部認知負荷，有助於基礎知識的建構與穩固。

除了教材設計外，Mason(2009)認為幾何問題的教學，必須讓學生能夠在適當的教學活動中主動經驗學習主題，並且可以參與討論與反思，而非只是講解課程以及背誦主要公式等教學方式。進行幾何科目教學，在學生主動探索後，能適時給予回饋，有助於學生發展對於幾何圖形或命題的理解(Mason, 2009)。教師上

課講述的方式、內容以及所安排、提供的學習環境也是影響學生基模建構的關鍵因素。近幾年認知負荷理論研究(Kirschner, Paas, & Kirschner, 2009a, 2009b; Kirschner, Paas, Kirschner, & Janssen, 2011)亦從學習者的角度著手，根據人類的認知結構，提出擴增的多人工作記憶容量論點。認為在處理複雜任務時，採用合作學習的教學活動比個人學習的教學活動佳，因為在合作學習的情境下，學生能集合眾人的工作記憶廣度，透過成員間互相討論、溝通、交流，分擔任務所造成的高負荷量，共同解決問題，並可進一步深層解決遷移問題。因此本研究設計了「柱體體積與表面積」計算的單元，雖然這個單元的概念並不抽象、也不是太困難，但立體圖形張開成為平面，可以造成新手沉重的認知負荷，圖形堆疊後也可以使表面積的計算變成非常複雜，此單元很容易設計出低複雜（低認知負荷）到高複雜度的系列題目，適合用來測試本研究的主張。如果能透過合作學習的教學活動，讓學生有主動參與的機會，彼此交流討論，成員在互助中解除沉重的認知負荷，建立適當的學習基礎，才能共同解決體積與表面問題。

根據上述文獻，本研究希望藉由不同的問題形式與教學活動的安排，探討何種問題形式與教學活動對學生學習成效是有助益的，可進一步作為日後教材設計與教師安排教學、學習活動的參考，讓學生學習基礎紮根，減少對數學的抗拒。

第二節 研究目的

根據上述的研究動機，本研究主要目的是以數學「柱體體積與表面積」為單元，分析比較不同的問題設計形式－亦即「完成問題」或「傳統問題」的呈現形式，搭配不同的教學活動－在「個人學習」或「合作學習」，探討學生在解決複雜數學問題時，問題形式與教學活動在學生的成就表現、心智努力程度與教材有效性上是否產生交互作用。研究假設陳述於第二章第四節本研究設計。

第三節 名詞釋義

一、國中生

本研究的國中生是以四班國中八年級的學生為樣本。因為本研究想探討的是學生在解決複雜問題時，不同問題形式與教學活動所產生的影響，採用的數學單元是他們尚未學習過的，因此對此四班國中八年級學生來說是複雜的任務。

二、完成問題教材形式

完成問題(completion problem)係指教材呈現已知條件、目標條件以及部分的解題步驟，學習者必須根據所提供的部分線索，自行將問題完成，算出答案，這是介於範例參考(worked example)形式與傳統問題(problem solving)形式間的橋樑(Sweller, Van Merriënboer, & Paas, 1998)。也就是讓範例呈現半完成狀態，然後要求學生進一步完成範例。

三、傳統問題教材形式

傳統問題(problem solving)形式的教材僅呈現已知條件與目標，學生根據這些條件算出答案，沒有其他線索以資輔助。Sweller(1988)認為學生學習一個新的、基模尚未建構完整的數學概念時，會傾向使用傳統的問題解決策略—手段目的分析策略(means-ends analysis)來解題。解題過程學生需要考慮目標，亦即題目要求的答案，還需考慮題目所提供的已知條件，以及目標與已知條件之間的差距，並找到一個問題解決的方法與程序來降低差距。

四、合作學習

合作學習(collaborative learning)係指團體裡的每位成員為了共同目標，彼此互助一起努力達成，成員對最終結果皆負有責任，而所付出的努力最後會受到鼓勵、酬賞(Roger & Johnson, 1994)。本研究將兩班受試班級置於個人學習的活動，另兩班受試班級則置於三人一組的合作學習活動，按學生能力低中高進行分組。

五、心智努力

本研究使用 Paas(1992)提出的單一題九點量表，讓受試者從 1 到 9 勾選進行

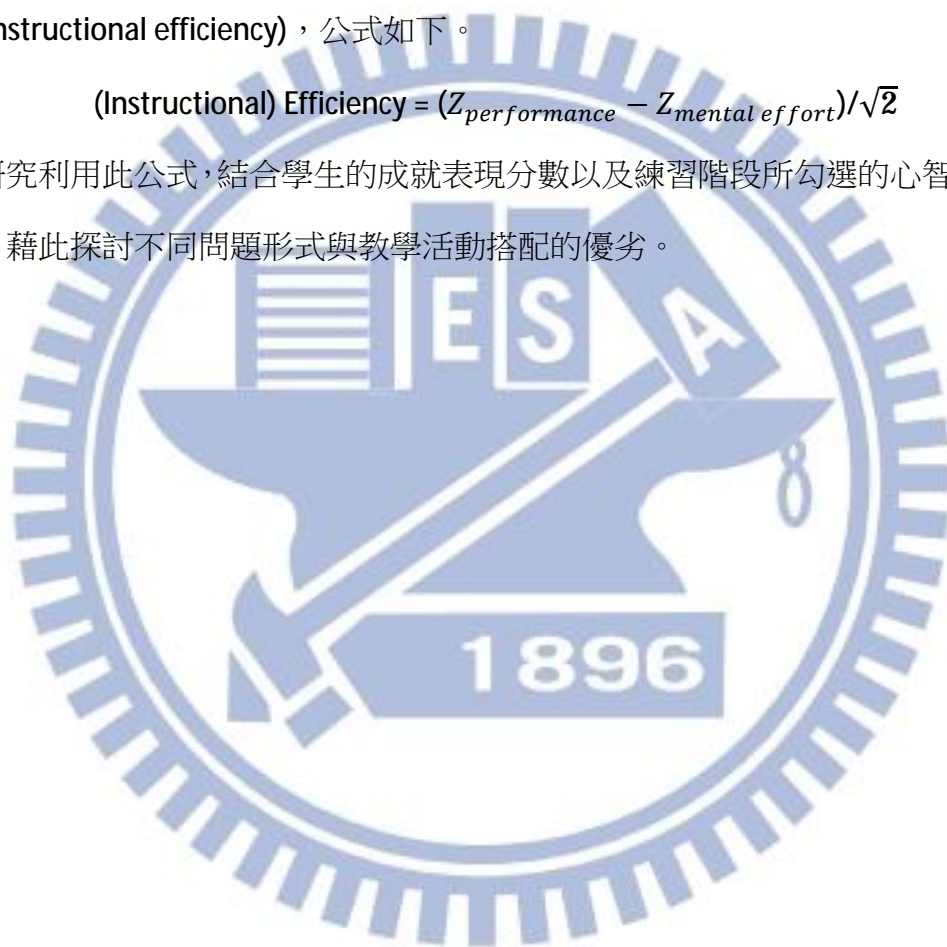
特定任務時所投入的心智努力程度，1 代表感受到非常低的心智努力程度，9 代表感受到非常高的心智努力程度。本研究要求學生在做完每道題目後，皆須勾選他們作答此道題目所付出的心智努力程度。

六、教材有效性

Paas 與 Van Merriënboer 在 1993 年所發展出的計算公式，此公式結合了與任務有關的表現分數以及心智努力程度，計算出的結果則用來表示教材設計的有效性(instructional efficiency)，公式如下。

$$(\text{Instructional}) \text{ Efficiency} = (Z_{\text{performance}} - Z_{\text{mental effort}})/\sqrt{2}$$

本研究利用此公式，結合學生的成就表現分數以及練習階段所勾選的心智努力程度，藉此探討不同問題形式與教學活動搭配的優劣。



第二章 文獻探討

第一節 認知負荷理論之基礎概念

一、認知負荷類型及與教材設計間的關係

認知負荷理論(cognitive load theory)是根據人類認知結構的局限所衍生的一套與教材設計有關的理論。早期的研究發現解決問題對人類的工作記憶帶來龐大負擔，新手缺乏完整的知識基模，或基模還缺乏自動化運作能力，因此需要使用手段-目的分析求解(Sweller, 1980; Sweller & Levine, 1982)。此時工作記憶要維持激發的訊息量非常大，例如要記住問題的內容、待解的目標、待解的次目標、次目標間的關係、解決次目標所需的參數等等。學者發覺新手解決問題的困境，因而提出減低認知負荷的教學與教材設計策略，希望將無效的負荷量縮減至最小，把對於學習有效的負荷量增至最大。認知負荷理論提出了許多普遍的學習原則，適用於各學科領域，並提供許多特定具體的教材設計指導方針，以實驗研究結果作為理論支持的證據，其基本主張為良好的教材設計或環境能促進有效的學習，對人類的認知處理過程具有影響力(Clark, Nguyen, & Sweller, 2006)。理論的發展逐漸將認知負荷分類為內部、外部、增生認知負荷(Sweller et al., 1998)。

(一) 內部、外部、增生認知負荷

為促進學習成效，學習者必須在有限的工作記憶區處理教材所呈現的訊息，而由教材訊息所形成的負荷根據對學習產生的不同作用被分成以下三種類型。

1. 內部認知負荷(intrinsic cognitive load)

在工作記憶區儲存與處理教材訊息所形成的負荷稱為內部認知負荷。內部認知負荷的起因為學習材料的複雜程度與訊息元素的互動性(element-interactivity)，學習者為了達成學習目標，必須同時在工作記憶中處理教材內容的各種元素，當元素量大且元素間互動密集，即形成高度的負荷(Kalyuga, Ayres, & Sweller, 2011)。

內部認知負荷是學習者成功處理訊息的「必要」條件。

2. 外部認知負荷(extraneous cognitive load)

外部認知負荷與教材內容的元素無關，而是由不適當的教材呈現方式或教學活動造成的。呈現教材的方式對學習者所造成的認知負荷是負面的、要避免的，因此從教材設計的角度來看，對學習目標並無幫助的負荷稱為外部認知負荷(Kalyuga et al., 2011)，可藉由改變教材形式、程序而被消除、降低。

3. 增生認知負荷(germane cognitive load)

到 1990 年代初期，認知負荷理論學者主張內部認知負荷是恆定的，教材設計應致力於消除對於學習有不良效果的外部認知負荷。但是老師如果能積極地引導學生建立知識基模，而產生良好的認知負荷，這是有效的認知程序所造成的，因此被稱為增生認知負荷(Kalyuga et al., 2011)。有別於內部和外部認知負荷為獨立的負荷來源，增生認知負荷是工作記憶中處理與內部認知負荷有關的元素交互作用所組成，透過處理內部認知負荷的元素交互作用而產生有效的學習與遷移(Sweller, 2010)。倘若教材的組織呈現能夠讓工作記憶容量最主要用來分配處理與內部認知負荷、增生認知負荷有關的元素與元素交互作用，那麼就會產生最大的學習效果。反之，若分配愈多的容量給外部認知負荷，相對地與學習有關的內部認知負荷與增生認知負荷則會分配到愈少的容量(Sweller, 2010)，因而阻礙了學習。因此適當的教學設計應該設法降低外部認知負荷，增加內部與增生認知負荷。

增生認知負荷是因為學習者要處理對學習目標有助益的各種類型學習活動所形成，因此在問題解決的練習階段，學習者必須建立穩固的基模或技術以利後續應用於處理不同類型的問題(Clark et al., 2006)。Clark 等人(2006)認為具變化性的參考範例題型(variable worked examples)會引導出較好的學習結果，而用來處理此具變化性的題型所產生的心智負荷即為增生認知負荷。變化性(variability)促

使學習者去分辨和確認與學習相關或不相關的特性，進而建立適當穩固的基模，利於日後較高層次的問題解決。學習階段一開始會產生較大的認知負荷和時間，但會有較大的學習遷移表現(Wouters, Paas, & van Merriënboer, 2008)。

內部與外部認知負荷具可加性，起因為在有限的工作記憶容量中處理訊息，兩者加總即為學習某一教材而形成的全部認知負荷。有些認知容量用來處理內部認知負荷以及增生認知負荷，其他容量則是被分配用來處理由教材設計所形成的外部認知負荷(Kalyuga et al., 2011)。教材設計的主要目的之一就是降低外部認知負荷，讓較多的記憶容量空間可用來處理對學習有關、有助益的內部認知負荷與增生認知負荷。

(二) 認知負荷類型與教材設計

1. 內部認知負荷與元素交互作用

誠如前述，內部負荷的多寡視工作記憶裡必須同步處理的元素個數及元素交互作用的程度而定。元素係指任何需要被學習的教材內容，例如概念、程序或是基模(Sweller, 2010; Sweller et al., 1998)。當學生學習新的英文字彙、電腦術語或是化學符號時，這些任務或許是困難的，因為包含了大量需要學習的項目。然而也可能不會造成太大的認知負荷，原因在於背誦字彙、術語或符號時，每個元素皆為獨立，學好單一個字彙無須區別其他字彙，單一字彙與其他元素交互作用的關聯性低，內部認知負荷就是低的。任務本身的內在特性決定在工作記憶的負荷是低的(Sweller et al., 1998)，倘若有個任務具低元素交互作用，卻很難學習，是因為該任務的元素總數量太多(Sweller & Chandler, 1994)。相反地，高元素交互作用的任務則包含了教材元素間彼此的交互作用，學習其中一個元素需要參照其他元素，元素交互作用愈多，造成的工作記憶負荷量就愈大(Sweller, 2010)。例如計算直柱體的表面積，長寬高數值都是教材的元素，學習者若要算出表面積，必須利用這些已知元素先分別求出側面矩形的面積、以及兩個底面積，最後再加總算

出直柱體的表面積。另外，學習者還要了解圖形立體空間的概念，這些個別求算面積與底面積的心智運作過程，包含了許多元素交互作用，元素間彼此互有關聯，因此必須在工作記憶區裡被同步考慮與處理、進而求出答案，是屬於高元素交互作用任務。

Sweller 與 Chandler (1994) 認為內部認知負荷大小取決於元素交互作用的個數。除了分析教材本身的内容特性外，尚需將學習者的（先備）知識納入考慮，因為對新手來說，學習柱體表面積計算會形成許多元素交互作用個數，然而對專家而言，卻可能只是單一的元素(Sweller et al., 1998)。在一特定已知的任務與學習者先備知識的背景下，內部認知負荷是固定的，無法藉由修改教材形式而有所變化，除非改變任務內在特性或學習者的先備知識程度(Sweller, 2010)。

本研究使用的數學單元為柱體體積與表面積的計算，包含大量的元素交互作用，預期受試者先前已具備平面圖形周長與面積計算的先備知識，但尚未學習立體圖形體積與表面積的計算，因此此任務對於受試者來說是新的學習主題，是複雜的。

2. 外部認知負荷與教材設計

Sweller 等人(1998)主張在設計教材架構時，必須小心避免由教材設計所造成的不良認知負荷。工作記憶容量是有限的，學習新事物皆在工作記憶區進行有意識地處理，據此，所有教材設計必須從認知負荷的觀點去分析。許多教材設計和程序是不適當的，因為沒有考慮到新手有限的工作記憶容量，因而造成學習者過度負荷阻礙了學習。

當學生學習一個新的數學主題時，大部分教材會呈現該主題重要觀念、新的學習材料，搭配參考範例(worked example)去解釋概念與問題解決的技巧。接著就會要求學生解決許多類似問題來練習解題的程序，學生在練習解題的階段中得花較多時間，而基模建構與解決技巧的獲得也最常在此階段發生(Sweller et al.,

1998)。因此教材設計良窳與問題解決策略（技巧）對學生能不能成功學習有關鍵地位，是基模建構及形成自動化機制與否的前提要件。

舉例來說，有些教材設計的範例是需要學習者自行整合多樣分散的圖文訊息，然而在這樣心智整合的過程中，對基模建構是沒有幫助的，而學習者因為分配過多的認知容量於處理與基模建構無關的訊息上，造成大量的外部認知負荷，干擾學習。Sweller, Chandler, Tierney, and Cooper (1990)比較了分散的圖文訊息與整合的圖文訊息在解決問題的時間與解題正確步驟次數上的影響。受試者為 28 位雪梨高級中學九年級的學生，分為兩組解決三道幾何問題，分別為傳統教材組（圖文教材訊息以分散的形式呈現）與整合教材組（圖文教材訊息以整合的形式呈現）。結果顯示，整合教材組比傳統教材組在解決問題的過程中，有較快的解決時間與較多的正確解題步驟次數。從實驗結果可知，良好的範例應消除注意力分散的效果，避免讓學習者須自行重整與組織教材訊息，降低不必要的外部認知負荷，讓學習者專注集中於處理與學習有關的教材訊息上，達成有效學習。

3. 增生認知負荷與教材設計

Van Merriënboer (1997)認為如果認知處理過程和基模的建構有直接的相關，這就帶來增生認知負荷。其基本假設如下：若教材本身複雜程度低、元素交互作用少，形成較低的內部認知負荷，或是由於適當的教材設計而有較低的外部認知負荷，抑或是上述兩者的結合，讓在有限的工作記憶容量中尚未被占據的容量可用來進行有效的學習，進一步地激勵學習者參與和基模建構有關的認知處理。上述假設的前提在於，所有與教材設計有關的認知負荷，或是三個認知負荷類型的加總，必須保持在有限的工作記憶容量空間裡。降低外部認知負荷只是移除對學習不利的條件，讓學習者的專注力從與學習不相關的教材上移開，引導學生直接專注於處理和學習相關的教材，特別是進行與基模建構相關的歷程，就是導入更多增生認知負荷。

舉例來說，傳統的教學設計都會讓學習者在開始解決問題前閱讀問題解決程序的範例，然而 Van Merriënboer(1990)的研究卻發現學生通常會跳過範例，只有在無法解決問題時，才會回過頭來參考範例。換句話說，在某些情境下，範例不能幫助學生專注於建構基模的認知處理，甚至造成額外的認知負荷。因此，提出範例還需要適當的教材設計，如果針對範例提出問題，要學生回答，或著只呈現半完成狀態的範例(稱為「完成問題」，completion problem)，要求學生進一步完成，皆可用來改善範例引發的難題，使學習者直接處理與學習相關的教材，促進認知思考進而增加增生認知負荷，產生有效的學習(Sweller et al., 1998)。

本研究考慮上述參考範例可能對學習造成的不適當影響，取而代之採用「完成問題」的形式，亦即讓範例呈現半完成狀態，先要求學生進一步完成範例後，再解決沒有範例的問題。本研究將檢驗有「完成問題」的輔助對比直接解決空白的問題，是否因引導專注、降低了外部認知負荷，因此更能促進學習。

二、測量方式與教材設計有效性

認知負荷理論致力於描述三類認知負荷的特性，以及對學習者產生的作用或影響，前面所述認知負荷的三個類型（內部、外部與增生認知負荷）屬於抽象、概念性的描述，以目前的測量技術無法區分出這三類認知負荷。因此在實務上頗多研究測量認知負荷時，將認知負荷區分為心智負荷(mental load)、心智努力(mental effort)與表現(performance)。

「心智負荷」係指由任務需求或環境所造成的負荷，與任務本身的內在特性、複雜程度--例如元素交互作用多寡以及教材設計形式的良窳有關，心智負荷只與學習任務有關。以學習者為基礎的面向的「心智努力」，係指學習者針對任務的需求分配認知系統的容量，以完成該任務。心智負荷與心智努力兩者都會影響學習者的「表現」，而表現--學習者的成就--亦是認知負荷的測量指標(Sweller et al., 1998)。整體而言，心智負荷屬於較客觀、穩固的負荷來源，心智努力則存在著

個別差異，Paas、Tuovinen、Tabbers 與 Van Gerven(2003)認為，心智努力可反映真實的認知負荷。

然而，該如何測量認知負荷，對研究者來說始終是一件困難的事情。因為除了上述多面向的獨立特性，心智負荷、心智努力與表現彼此之間可能存在交互作用，而交互作用所形成的複雜關係，使認知負荷的各種類別或指標很難獨立測量(Sweller et al., 1998)。以往實證研究較常用來測量認知負荷的方式有三種，分別為：主觀式測量、生理測量、以任務和表現為基礎的測量，分述如下。

(一) 主觀式測量

假設受試者能夠反思(省)認知過程並且描述此過程所付出的心智努力程度，則可使用自陳量表，讓受試者勾選所經驗過的努力或認知容量的消耗(Sweller et al., 1998)。儘管自陳量表的結果不盡然是正確可信的，但是學者主張受試者有相當的能力給予一個數值，來評定他們進行任務時感受到的心智努力程度(Gopher & Braune, 1984)。

大部分自陳式測量包含多題的區辨指標，讓受試者表達他們經驗到的認知負荷，指標如心智努力、疲勞、挫折感等。然而有些學者認為單一指標(題目)的自陳量表之評分結果也具有不錯的可信度(Paas & Van Merriënboer, 1994)。

Paas(1992)是第一個提出單一題目認知負荷量表的學者，他在 1992 年的研究，使用單一題九點量表，讓受試者從 1 到 9 勾選進行特定任務時所投入的心智努力程度。這是修正 Bratfish 等人在 1972 年測量受試者知覺任務困難度的量表而來(Bratfish, Borg, & Dornic, 1972)。Paas 使用此修正量表，比較 42 位年齡 16-18 歲的技術中學(secondary technical school)學生使用三個練習策略學習基礎統計，計算集中量數的成就表現，結果發現此量表的內部一致性係數為.90。而 1994 年的研究 Paas 進一步將上述的實驗(study 1)研究結果與另一個除了使用單題量表外，還使用生理儀器測量心跳變化性的實驗(study 2)做比較，探討此兩種測量方式的可信度與敏感性。該實驗為 Paas、Van Merriënboer 與 Adam(1994)利用電腦為教材，

比較 60 位年齡 19-23 歲技術中學學生在不同練習形式（傳統問題形式 vs. 範例參考形式）與題目變化性（低 vs. 高）四種練習情境下，學習幾何問題解決的效果，分別測量解題時間、表現、心智努力程度、心跳變化性以及教材有效性分數。結果顯示單題的自陳量表比生理測量，在兩個實驗上皆有較高的內部一致性係數 (study 1 = .90, study 2 = .82)，且對微小的變化也較具敏感性，填答問題不容易造成學生學習的干擾。

綜合上述實證研究結果，本研究擬使用此單一九點量表，測量進行學習任務時心智努力程度的指標。

（二）生理測量

認知功能的改變可以反映在生理測量上。認知負荷的生理測量方式包含觀察心跳速度的變化、大腦活動的改變以及眼球活動，例如瞳孔擴張(pupillary dilation)等。Paas 與 Van Merriënboer (1994)對 60 位 19-23 歲技術學校的學生在四個不同學習情境解決幾何問題時，測量心跳的變化，結果發現這種測量方式會受到干擾，且對於微妙的變動較不具敏感性。然而，相較於心跳速度變化與其他生理測量方式，不同任務情境的瞳孔變化，對於觀察認知負荷程度的變動具有高度的敏感性，研究者可計算瞳孔擴張的平均時間、瞳孔擴張的尖峰、或是達尖峰之前的潛伏時間，來觀察認知負荷的變化(Paas et al., 2003)。然而，實施生理測量需要儀器，實驗者需要一對一面對受試者，測量的經濟與時間成本都比較高。

（三）以任務和表現為基礎的測量方式

此種測量方式要求受試者同時執行兩項任務，一為首要任務(primary task)，亦即所要研究(量測)的目標任務，另一為次要任務(secondary task)，次要任務大多是需要維持注意力的簡單活動，例如偵測一個視覺或聽覺的信號，次要任務的表現可用來反映首要任務在認知系統上形成的負荷量程度，通常為反應時間、正

確性或是錯誤的比率(Paas et al., 2003)。Chandler 與 Sweller(1996)教導受試者程式設計，比較紙本指導手冊與電腦呈現的指導對程式設計表現的影響，並透過次要任務的測量來了解不同教學設計所造成的認知負荷程度。受試者為 30 位實習第一年的商科學生，這些實習生皆已完成 10 年級的課程並在不同的技術大學修習（商業）貿易課程。在進行首要任務（使用不同教材學習）時，次要任務同時出現在另一台電腦上，當聲音響起時，一個字母即出現在電腦螢幕上，受試者輸入新字母的同時，必須回憶前一個出現在電腦螢幕上的字母，計算回憶字母的正確性來測量首要任務所形成的認知負荷。

然而，利用次要任務來測量認知負荷有一項缺點，也就是它會干擾首要任務的進行，尤其當首要任務很複雜，或是某些特定受試者的認知容量是較有限時，例如老年人(van Gerven, Paas, van Merriënboer, & Schmidt, 2006)。因此可能會造成混淆（認知負荷來源有部分來自次要任務）或因同步處理兩項任務而形成過量認知負荷，所以較少研究使用此種測量方式來測量認知負荷。

評判上述三種測量認知負荷方法的優缺點，考量使用生理儀器所需花費的經濟與時間成本過高，以及使用次要任務測量認知負荷所可能產生的缺失，本研究決定採用 Paas(1992)修訂的、具可信度與敏感性的單一題九點量表作為測量心智努力程度的工具。

（四）教材設計的有效性

Paas 與 Van Merriënboer (1993)發展了一個計算公式，此公式結合了心智努力測量以及與任務有關的表現分數，計算出的結果則用來表示教材設計的有效性(instructional efficiency)。計算公式如下：

$$(\text{Instructional}) \text{ Efficiency} = (Z_{\text{performance}} - Z_{\text{mental effort}})/\sqrt{2}$$

Instructional Efficiency = 教材設計的有效性

$Z_{\text{performance}}$ = 學習表現的標準化 z 分數

$Z_{\text{mental effort}}$ = 心智努力的標準化 z 分數

他們認為心智努力與表現之間的關係可用來比較不同教材設計的有效性，如果受試者的表現高於預期投入的心智努力水平或是投入的心智努力低於預期表現的水平，就可以說該教材設計是比較有效的。換句話說，在此公式得高分，表示教材的有效性較高，受試者有較高的任務表現但只需付出相對較低的心智努力，稱為高教材有效性；低分則表示有較低的任務表現但須付出相對較高的心智努力，稱為低教材有效性。

本研究將利用教材有效性分數，探討受試者在不同教學活動接受兩種不同的問題形式，其在表現分數與練習階段心智努力程度上所產生的相對影響。

本研究有關認知負荷的測量將於第三章第一節，詳細描述。

三、認知負荷效果

認知負荷理論是根據人類知識的認知結構所提出的一套與教材設計有關的理論，它提供了許多教材設計原則，並以控制嚴謹、隨機分配的實驗情境證明這些原則成功的削減認知負荷。例如：範例參考效果(worked-example)、完成問題效果(completion problem)、分散注意力效果(split-attention)、感官模式效果(modality)、冗贅效果(redundancy)、專家逆反效果(expertise reversal)、非特定目標效果(goal-free)等，以上這些效果皆是為了降低外部認知負荷所提出的教材設計原則。而分割效果(isolated)與元素交互作用效果(element interactivity)是用來有效處理內部認知負荷的設計原則。提供多變化的範例(variable examples)、想像效果(imagination)或自我解釋效果(self-explanation)則為增加學習者增生認知負荷的教材設計原則(Plass, Moreno, & Brünken, 2010)。

由於範例參考效果是認知負荷理論學者最早提出的設計原則，已普遍應用在數學課程，本研究從降低外部認知負荷來源的角度著手，從上述效果中選擇完成問題效果作為設計依據，設計一套完成問題形式的數學教材，並與傳統的問題教材形式做比較。因為完成問題效果是由範例參考效果衍生而來，因此在下一節詳細介紹此兩種教材形式與效果。

第二節 完成問題效果對認知負荷的影響

一、範例參考效果

大部分的數學相關的問題，只要改變數值、參數或方程式關係，就會形成新的問題。當學生學習一個新的、基模尚未建構完整的數學概念時，會傾向使用傳統的問題解決策略—手段目的分析策略(means-ends analysis)來解題。解題過程學生需要考慮目標，亦即題目要求的答案，還需考慮題目所提供的已知條件，以及目標與已知條件之間的差距，並找到一個問題解決的方法與程序來降低差距(Sweller, 1988)，Sweller(1988)認為新手傾向使用此種由目標到已知條件一步一步倒向解題的策略。然而這樣解題的過程佔據了工作記憶容量太多的空間，而且對基模建構過程產生的影響很小，和學習並沒有很大的關聯。換句話說，手段目的分析策略不能達成有效學習。因此，使用傳統的問題解決策略並不能建構專門知識的基模，反而進一步造成外部認知負荷(Sweller et al., 1998)。

如果教材能夠以有效的方式(如提供範例參考)呈現及教導，也就是教材能幫助學生建構基模，讓學習者集中注意力，避免分散在其他與學習不相關的事物上，降低了外部認知負荷，就能促進學習(Sweller et al., 1990)。和傳統的問題形式相比，範例參考將學習者的注意力集中在問題的狀態與相關的解題程序，可導引學習者想出步驟、方法或是幫助基模的建構(Sweller et al., 1998)，相關研究結果也支持了上述假設。Cooper 與 Sweller(1987)比較傳統問題解決形式與範例參考形式在解決代數轉換問題（例如： $c(a+b)/e=d$ ，求 a ）的作答時間與錯誤個數的差異。受試者為 24 位八年級學生，分為傳統問題組及範例參考組。實驗程序為講解階段、問題解決策略獲得階段、測驗階段，在問題解決策略獲得階段對兩組有不同要求，其餘兩個階段皆相同。在問題解決策略獲得階段，題目是由四種題型所組成，每個題型兩題，共八題。傳統問題組被要求直接算出最後答案，然而範例參考組則是在每個題型的第一題皆提供範例，要求受試者必須確實了解範例內容，接著下一道題目與第一題類似，由受試者自行作答。結果顯示，範例參考組在策

略獲得階段比傳統問題組花費較少時間解決問題，且在測驗階段的遷移問題 (transfer problem) 表現較佳。顯示範例參考的形式可以增進基模的建構，並且較能解決新的數學問題，產生學習遷移的效果。另外，Paas 與 Van Merriënboer (1994) 的實驗使用電腦為教材，研究在不同練習形式（傳統問題形式 vs. 範例參考形式）與題目變化性（低 vs. 高）四種練習情境下，學生學習幾何問題解決的效果，分別測量了解題時間、表現、心智努力程度、心跳變化以及教材有效性分數。受試者為 60 位年齡 19-23 歲的技術中學學生，隨機分配至四個情境，同樣經過講解、練習、學習遷移三個實驗程序。結果顯示在學習遷移階段，無論變化性高或低的題目，範例參考組皆比傳統問題組有較高的表現，且感受到較少的心智努力程度，得到較佳的教材有效性分數。

然而，過度使用範例參考也會對學習者產生負向影響，例如學習動機不佳。當教材一直呈現範例參考時，會給學習者一個刻板的問題解決模式，因此可能會阻礙學習者對問題產生一些新穎、具創造力的解決方式等 (Smith, Ward, & Schumacher, 1993)。因此學者提出了一些替代的方式來取代範例參考形式的過度使用，其中一個即為完成問題形式。

二、完成問題效果

完成問題(completion problem)是指教材呈現已知條件、目標條件以及部分的解題步驟，學習者必須根據所提供的部分線索，將問題完成，算出答案，這是介於範例參考形式與傳統問題形式間的橋樑。某些特定的教材會使用完成問題形式，一開始提供大部分的解題步驟給學生，然後再逐步地將許多解題程序抽離，讓學習者自行解題，這樣的策略就是完成問題策略。以計算數學直角柱表面積為例，倘若以範例參考形式呈現，那麼教材會給予學生完整的表面積概念說明、解題步驟、計算方式與公式，並搭配直角柱的展開圖讓學生對立體空間更易明瞭，最後提供正確答案。而若以完成問題形式呈現，教材可能只提供學生表面積的概念說

明與解題程序的整體架構，而計算方式與公式則留給學生自行參閱上下文作答，或是要求學生試著自己畫出直角柱的展開圖，來幫助解出最後答案。完成問題形式結合了範例參考與傳統問題形式的重點，它不僅像範例參考形式一樣，能夠降低外部認知負荷，更能引導學生主動去閱讀教材，因為學生必須仔細閱讀完成問題教材中部分範例所提供的內容，才能算出最後答案(Sweller et al., 1998)。因此完成問題的教材設計形式可以幫助學習某一新領域的新手建構基模、穩固知識基礎（參見第 33 頁圖 3-3 範例）。

Paas(1992)比較在三種不同電腦輔助教學的練習形式下（傳統問題、完成問題、範例參考），受試者解決基礎統計集中量數問題的錯誤數、學習遷移表現與心智努力程度的差異。受試者為 42 位年齡 16-18 歲的技術中學學生。實驗程序為講解階段、練習階段、測驗階段，其中在練習階段有 12 道題目，分別以上述三種練習形式呈現。而在測驗階段有 24 題學習遷移題目，其中 12 題為近遷移，另 12 題為遠遷移。研究結果發現，傳統問題組明顯比完成問題組有較多不正確的解題程序，而在學習遷移的整體表現與遠遷移的表現上，完成問題組與範例參考組皆顯著高於傳統問題組的表現。這顯示完成問題與範例參考兩種教材形式比起傳統問題，較能幫助基模的建構，進而解決問題。而在心智努力程度上，完成問題組與範例參考組相較於傳統問題組，皆投入較低的心智努力程度。

Van Merriënboer (1990)在十堂電腦程式設計課程，比較 57 位十年級學生在完成問題教材形式與傳統問題教材形式之學習結果與遷移表現的差異。結果顯示，完成問題組在建構新程式的表現比傳統問題組顯著的好，此結果支持完成問題的呈現較能幫助基模的建構。而在另一篇以 40 位大學生為受試者的研究，進行二個半小時的電腦輔助教學圖像設計程式語言撰寫任務，完成問題形式組在程式撰寫測驗以及程式語言知識的多重選擇測驗表現，都比傳統問題形式組使用較多且較佳的程式語言範本(Van Merriënboer & De Croock, 1992)。綜上，可發現完成問題的形式比起傳統問題形式較能夠幫助學習者建構基模。

有效的教材設計不僅希望學習者能夠建立基本的知識結構，更能將其所學應用於不同情境。學者認為若要進一步獲得學習遷移的效果，就應讓受試者從範例形式或完成問題教材形式中進行更多的練習。因為這些設計讓學習者直接專注於與學習相關的內容上，能減少解題的時間，降低了外部認知負荷，提升了增生認知負荷，因此不僅增加了練習題目的次數，更提供演練具變化、應用性等不同類型題目的機會，最後達成基模建構、規則自動化以及學習遷移的效果(Paas & Van Merriënboer, 1994)。

本研究教學主題為「柱體體積與表面積計算」數學單元，對於受試者來說是新的學習主題。根據上述文獻實證結果推論，對於新手學習來說，範例參考教材形式與完成問題的教材形式較能促進基模的建構，並能集中學習者注意力降低外部認知負荷。然而相關文獻亦提及範例參考教材形式過度使用結果可能會造成學習者動機降低、易習得一套陳規的解題程序以及對於特定的學習者可能造成的負向影響等。因此本研究擬採用完成問題的教材設計，與傳統問題教材設計做比較。

第三節 合作學習對認知負荷的影響

除了上節所述透過有效的教材設計來降低外部認知負荷，近幾年研究開始以認知負荷理論為基礎，從學習者的角度去探討，發現合作學習比起個人單獨學習，較能夠有效地降低外部認知負荷，提升增生認知負荷，建構基模，促進學習遷移的效果(Kirschner, Paas, & Kirschner, 2008; Kirschner et al., 2009b; Kirschner et al., 2011)。因此本節首先介紹合作學習的現況與基本概念，接著談論合作學習與認知負荷之間的關係，以及與完成問題的教材形式可能形成的交互作用效果。

一、合作學習現況與基本概念

教學中，許多學習、練習的時間最主要用來幫助、安排教師在學生與教材（教

科書、課程計畫等)之間適當的互動,其他時間則是著重在教師如何與學生互動。然而學生應如何與其他學生互動,如何一起學習,對學校、老師與同學的看法以及自尊的感受,相對來說是較被忽略的 (Roger & Johnson, 1994)。學生在學習時,有三個與他人互動的模式,分別為競爭、個人、合作學習模式。而在這三個互動模式中,競爭的互動模式在目前的教育體制是最主要的,研究指出大部分美國的學生視學校為一競爭型的企業,學生總希望表現較其他學生優秀。這種競爭的觀念與心態在學生們入學時即已根深蒂固,並且在他們求學的過程中更深植人心 (Johnson & Johnson, 1987)。相似的情況也發生在台灣,在升學導向風氣瀰漫的教育體制下,學生們彼此相互競爭,以求得最佳表現。合作學習的模式,例如分享他人的成功、相互激勵課業或是在不同種族、性別等異質性背景下合作、學習,並不多見。因此本研究嘗試營造一個合作學習的環境,讓學生暫時擺脫競爭的心態,感受與他人合作、互動的氛圍,並比較與個人學習時的差異。而現就三個學習的互動模式加以描述如下。

學者認為學生在進行學習、達成目標時,有三個基本的與他人互動的模式,分別為人際競爭模式、個人學習模式、合作學習模式(Roger & Johnson, 1994),分述如下。

(一) 人際競爭模式

與他人互動的模式為彼此競爭、比賽,看誰是最傑出的。此種方式對於互助目標(goal interdependence)的達成是消極的。當一個人贏時,代表其他人就輸了。

(二) 個人學習模式

學習的目標是獨立地學習,成功與否視個自達成目標的程度表現而定。其他同學的成功與失敗並不會影響彼此的分數。

(三) 合作學習模式

此學習模式在與他人的互動及達成目標的互助性上都是正向積極的,團體裡每位成員對於學習任務的成功或失敗以及其他成員的學習皆負有責任。然而,真

正的合作學習環境是具有結構性的，而非僅將學生置於團體裡，讓他們自由談話，那並不會產生正向積極的互助性。合作學習應是團體裡的每位成員為了共同目標，彼此互助一起努力達成，成員對最終結果皆具責任，而所付出的努力最後會受到鼓勵、酬賞。倘若學習任務為柱體體積的計算，那麼團體成員必須互相協助討論，確認每位成員皆能成功了解概念、學會解題技巧、進一步計算出正確答案，以期在日後個別測驗時能夠有好的學習表現。團體的酬賞會隨著在日後測驗時個別成員的整體表現而增加。而此具有結構性的合作學習環境必須透過教師的管理與安排。學者認為良好的合作關係與學習環境應包含五個基本要素(Roger & Johnson, 1994)。

1. 積極互賴(positive interdependence)：團體成員間在目標、酬賞、資源、角色上，皆應存在著正向的互助關係。
2. 面對面的助長式互動(face-to-face promotive interaction)：團體成員面對面助長互動，激勵成員相互努力達成目標、完成任務。
3. 個人學習績效責任(individual accountability)：個別成員對達成團體目標、任務成功與否皆負有責任。
4. 人際與小團體技巧(interpersonal and small group skills)：團體成員為了達成共同目標，須適時使用人際互動的社會技巧。例如互相信任、接納與支持、清楚地溝通、積極地化解衝突、不一致等。
5. 團體歷程(group processing)：進行任務處理的過程中能夠有效發揮出團體運作的功能，例如：必須經常反映成員的貢獻對目標是否正確、有益，決定是否持續或進一步做改善的處理。

Kirschner 等人(2009a)提出相較於個人學習，合作學習的環境較能促進終身學習的概念。主要是基於以下假設，包括團體成員在合作的過程中會對任務進行討論、辯論與反思，能夠引導較深層的訊息處理，以及較豐富且有意義的學習。另外，儘管學習者不同的教育程度、生活背景差異等相關論點都可做為解釋合作學

習較個人學習為佳的依據，但傾向選擇合作學習為教學方式，最基本合理的解釋（假設）在於與個人學習相比，合作學習成果的效能(effectiveness)與效率(efficiency)較高。因此，如果團體裡 n 個成員的學習成果表現較 n 個個別學習者的總和高，那麼團體學習是有效能的；而當團體裡 n 個成員的學習成果相較於 n 個個別學習者，是投入較少的心智努力所獲得，那麼團體學習是有效率的。綜上，合作學習首要目的是達到真正的學習，也就是達到既有效能又有效率的學習效果(Kirschner et al., 2009a)。

本研究根據上述合作學習的介紹，並考量五個良好合作關係與環境的基本要素，將二個受試班級置於具結構性的合作學習活動中，並與另外兩個個別學習的受試班級作比較，探討合作學習是否有較佳的效能與效率。除了上述因素外，學者認為，若要進一步比較、分析、了解個人學習與合作學習間教材的有效性，尚必須將人類的認知結構列入考慮(Kirschner et al., 2009b)，因此接著詳述從認知負荷理論的觀點來探討合作學習。

二、合作學習與認知負荷理論

前面曾提及，內部認知負荷、外部認知負荷是具可加性的，形成與教材設計有關的整體認知負荷量，增生認知負荷則是用來處理與內部認知負荷有關的元素交互作用。而此整體認知負荷量必須維持在有限的工作記憶容量範圍內(Paas et al., 2003)，若整體負荷量超出範圍，則會阻礙學習。將認知負荷理論應用於合作學習的教學活動，倘若成員在團體裡能有效能、有效率的學習，則可表示團體成員間的認知系統結構以及需要被解決的任務特性是在眾人工作記憶容量範圍內被了解、容納以及密切交流。根據這樣的理論架構，可以更清楚了解，合作學習在甚麼樣的條件、如何對學習產生有效正確的影響，尤其是與個人獨立學習相較的情況下(Kirschner et al., 2009a)。

若將團體視為包含多人有限工作記憶容量的訊息處理系統，因合作而形成一

個共同、集體的工作區，任務以及與內部認知負荷有關的訊息可被分配於此多人合作的工作記憶區。本研究推論的假設為：倘若任務愈複雜，個體與其他個體互相合作的學習方式就會愈有效，因為結合多人的工作記憶容量，使可分配的認知空間較多，複雜任務帶來的負荷量不容易過量。反之，若在合作學習的活動中指派較簡單的任務，則產生的學習效果反而會比個人獨自解決的效果差，原因在於個體有足夠的認知容量獨自處理簡單任務所產生的負荷量，然而團體間溝通協調所形成的負荷對成員來說卻是額外、不必要的交易成本(transaction cost)(Kirschner et al., 2009b)。由上可知，合作學習有效與否必須視任務的複雜程度，以及在不同複雜程度下，成員間溝通協調形成的負荷對學習結果造成的影響大小而定。

交易成本(transaction cost)的概念源於經濟學，意指交易商品或服務時所需耗費的資源、金錢等，而應用於合作學習的活動中，係指學習者與其他學習者溝通與協調處理任務時所產生的認知負荷，設計教材時也必須將此負荷列入考慮(Kirschner et al., 2009b)。在處理複雜的任務時，比起能夠在團體成員間分配、交流任務所造成的高認知負荷並進而解決問題，則由溝通與協調所造成的交易成本相對來說是小的。換句話說，付出交易成本，成員得以解決高度複雜的任務，由成員共同分享的認知容量分擔任務造成的認知負荷，能夠讓成員進行較深層的訊息處理，建構基模，貯存於長期記憶。反之，在處理簡單的認知任務時，學習者本身即有足夠豐富的容量去獨自解決問題，如果採取合作學習，成員溝通協調付出的交易成本可能會高於任務帶來的負荷量，因此對於學習是不利的(Kirschner et al., 2008)。

Weldon 與 Bellinger(1997)比較個人與團體在回憶任務的表現，受試者為 192 位修習心理學的大學生，實驗程序為學習階段與測驗階段。在學習階段，分為三人一組，實驗者僅告訴受試者將進行問題解決任務，分別以圖片與文字兩種不同的刺激形式呈現 40 個項目，請他們做深淺兩種不同層次的認知處理，然而並未

告知受試者在測驗階段需單獨或是在團隊裡進行回憶任務。接著在測驗階段，受試者進行兩次的回憶任務，一次為個人獨自回憶，另一次則為三人一組的團體合作回憶，回憶在學習階段出現過的項目。結果發現，團體回憶比個人單獨回憶的總數量多，但是若與名義團體(nominal group)相比（亦即合併三人各自的回憶數量，且排除重複項目），團體裡的個人回憶數量會比他們單獨回憶時的數量少。換言之，在進行較簡單的回憶任務工作時，合作過程對團體裡成員的表現是不利的。然而，當任務為較複雜的問題解決時，學習者必須將訊息元素與其他相關元素做連結、交互作用，進而找出解決問題的方式，Laughlin、Bonner 與 Miner(2002)比較 82 隊四人一組的合作團體與 328 位獨立受試者在處理複雜任務時的表現，受試者為大學生，任務為透過方程式解決隨機配對的字母(A-J)與數字(0-9)問題。受試者首先必須提出以字母組成的方程式（例如： $A+E=?$ ），接著實驗者會以字母告訴受試者答案（例如： $A+E=D$ ），受試者必須猜測三個字母其中的一個數字（例如： $A=6$ ），然後實驗者會告訴受試者此數字答案對或錯。依此類推，受試者根據第一次的對錯再提出第二次的方程式，直到經過多次試驗把字母與數字全都配對成功。受試者可以自由組成方程式，愈複雜的方程式可確認到的字母愈多，方程式試驗的次數也會愈少。學者比較團體與個人試驗的次數、以及每個方程式中被確認的字母數量，結果顯示合作組如預期有較少的試驗次數，能提出較複雜的方程式，且在每一方程式中能確認較多的字母。綜上研究結果得知，任務的類型是合作學習是否有效的重要因素。面對簡單的回憶任務，倘若交易成本大於回憶工作的負荷量，合作學習會是無效的。而面對複雜的問題，當交易成本小於問題解決的負荷量，團體成員經由溝通、協調討論如何解決問題，此時合作學習比較可能是有效的。根據認知負荷理論，溝通與協調活動在簡單的任務上會形成外部認知負荷，會干擾學習，是需要避免的；而在複雜的任務上，則會增加增生認知負荷，因為溝通與協調的過程對於解決任務是必要的，可以達到有效的基模建構與學習遷移(Kirschner et al., 2009a)。

本研究根據認知負荷理論，考慮學習主題的元素、元素交互作用個數與學習者先備知識來定義教材複雜度，據此設計一套具複雜程度的教材，主題為「柱體體積與表面積的計算」。並根據認知負荷理論對於合作學習所提出的假設，亦即合作學習在處理複雜任務時的表現會較個人學習佳，將學生分派至合作組與個人組，比較兩個不同教學活動在處理複雜任務時的結果。

三、完成問題的教材形式與合作學習的交互作用

不同的教材呈現形式與不同的教學活動，對學生的學習成效會有不一樣的影響，當兩者搭配使用，可能會產生交互作用效果。Kirschner 等人(2011)根據認知負荷理論，探討合作學習與個人學習在範例參考與傳統問題的教材呈現形式的交互影響，受試者為 140 位平均年齡約 15 歲的中學生，要學習生物學遺傳率的計算問題，隨機分配至四個實驗情境。研究結果支持個人（合作）與範例參考（問題解決）兩個因子間有交互作用，亦即面對傳統問題的教材形式，合作小組有較佳的效能（成就表現）與效率（心智努力、教材有效性）。而面對範例參考的教材形式，個人組的成員則比合作組的成員有較佳的效能與效率。

本研究結合認知負荷理論與合作學習的觀點，並根據上述交互作用的研究結果，提出以下交互作用效果的假設（請參考第三章第一節研究架構圖）。

（一）從付出的心智努力程度（依變項一）來看，接受完成問題形式教材的個人組，因為教材提供了解題程序的局部架構，讓學習新主題的學習者能集中注意力於基模建構，避免分散在其他與學習不相關的事物上，阻止了外部認知負荷，因而能減輕學習者付出的心智努力程度。而接受問題解決形式教材的合作組，因為成員共有擴大的工作記憶容量，足以處理傳統問題教材形式所呈現的複雜任務，分配（擔）任務所帶來的認知負荷量，可減輕單一學習者承載的心智努力程度。因此預期無論是練習階段或後測階段，完成問題教材形式/個人組之心智努力程度會較合作組低，而問題解決教材形式/合作組心智努力程度會較個人組低。

(二) 在後測階段的成就表現(依變項二)上,接受完成問題教材形式/個人組,因為教材有完整的架構,因此有足夠的容量或空間解決問題,相對地合作組成員在此教材設計下所耗費的交易成本較大。而接受問題解決形式/合作組,成員藉由彼此溝通、協調,共同合作討論出解題方式,可進一步做深層的認知處理,增加了增生認知負荷,所產生的交易成本相對較小,個人組則必須耗費較多的工作記憶容量來處理問題,甚至可能超出容量範圍。因此預期在後測階段,完成問題教材形式/個人組的表現會比合作組佳,接受問題解決教材形式/合作組的表現會比個人組佳。

(三) 教材有效性(依變項三)乃綜合練習階段心智努力與成就表現的關係,檢驗哪一種教材方式有較佳的成就表現與較低的心智努力程度。預期接受完成問題教材形式/個人組的教材有效性會比合作組為佳,接受問題解決教材形式/合作組的教材有效性會比個人組為佳。

第四節 本研究設計

一、數學概念

(一) 數學單元

本研究所設計的單元為八年級下學期「柱體體積與表面積」的計算,受試者為四班尚未正式學習過此單元的八年級學生。

(二) 相關理論與實務

Mason(2009)在一篇談論幾何問題理解的文章中,即提出了 Pierre van Hiele 與 Dina van Hiele-Geldof 兩位荷蘭教師在觀察學生學習幾何問題時遭遇到的困難,因而建立的理論。此理論認為學生在空間幾何圖形的思考模式與計算具有五個發展階段,包含從辨識具體圖形到可以寫出正式的幾何證明,階段的發展是連續的,且必須累積足夠的學習經驗才會到下一階段。此五個階段分別為:視覺(visualization)、分析(analysis)、抽象(abstraction)、演繹(deduction)、嚴密(rigor)。

其中從第三個階段開始，不像前面兩個階段，學生可透過視覺與實際驗證的方法來認識幾何圖形與概念，因此屬於較高層次的思考，經常出現在國高中的幾何課程 (Mason, 2009)。

另外，本研究初步訪問三位有長期實務教學經驗的老師，他們認為大部分學生在學習體積與表面積單元時，較大的學習困難在於對於立體圖形沒有空間感，無法想像相對應的平面圖形，無法正確畫出從立體圖形到平面圖形的展開圖，也因此無法正確計算。或是當圖形設計有缺塊、格子組合成的形狀時，因為立體空間感不足，學生無法透視、想像格子分布的情況。另外，學生對於體積與表面積的概念、計算與單位容易搞混，對於圓柱體側面形狀的展開圖為長方形而非曲面容易產生誤解。上述的學習困難，老師們認為透過具體的實物操作教學，學生們會比較易理解。

本研究根據上述理論與實務經驗的論述，認為國中八年級學生正處於抽象、演繹等幾何思考模式的發展階段，且尚未累積足夠的學習經驗，此單元同時涉及到圖形的平面、立體、透視等心智轉換的運作過程以及計算，從認知負荷理論的觀點，是屬於高元素交互作用的複雜任務。綜上，本研究認為此單元對於受試者來說是具複雜程度的任務。

二、自變項

本研究有兩個自變項，分別為「問題形式」與「教學活動」。問題形式分為「完成問題形式」與「傳統問題形式」，而教學活動則分為「合作學習」與「個人學習」，關於自變項的介紹將於第三章詳細描述。

三、依變項

本研究的依變項有三類，分別為心智努力程度、成就表現、教材有效性分數。詳細的測量方式將於第三章介紹。

四、干擾變項之控制

數學能力是長期累積建立的，教學時各單元概念須以嚴謹的循序，漸進性帶

出。因此檢驗本研究自變項（四種教學組別）對各依變項的作用時，學生的數學先備知識將在事後以共變數分析統計法予以控制，以免成為干擾。

五、本研究綜合整理上述文獻，提出的交互作用假設如下。

（一）練習階段

H1: 在心智努力程度上，控制先備知識後，預期接受完成問題教材形式/個人組心智努力程度會較合作組低，而接受問題解決教材形式/合作組心智努力會較個人組低。

（二）後測階段

H2: 在心智努力程度上，控制先備知識後，預期接受完成問題教材形式/個人組心智努力程度會較合作組低，而接受問題解決教材形式/合作組心智努力會較個人組低。

H3: 在成就表現分數上，控制先備知識後，預期接受完成問題教材形式的個人組表現會比合作組佳，接受問題解決教材形式/合作組表現會比個人組佳。

H4: 在教材有效性上，控制先備知識後，預期接受完成問題教材形式/個人組教材有效性會比合作組佳，接受問題解決教材形式/合作組教材有效性會比個人組佳。

第三章 研究方法

第一節 研究架構

本研究根據認知負荷觀點，設計兩種不同形式的教材，一為完成問題形式的教材，另一為傳統問題形式的教材，搭配兩種不同教學活動，一為合作學習，另一為個人學習。並以國中八年級四個班級為樣本，採準實驗設計分派至上述四個情境，探究其在表現分數、心智努力程度與教材有效性上的關聯性。

研究架構圖如下：

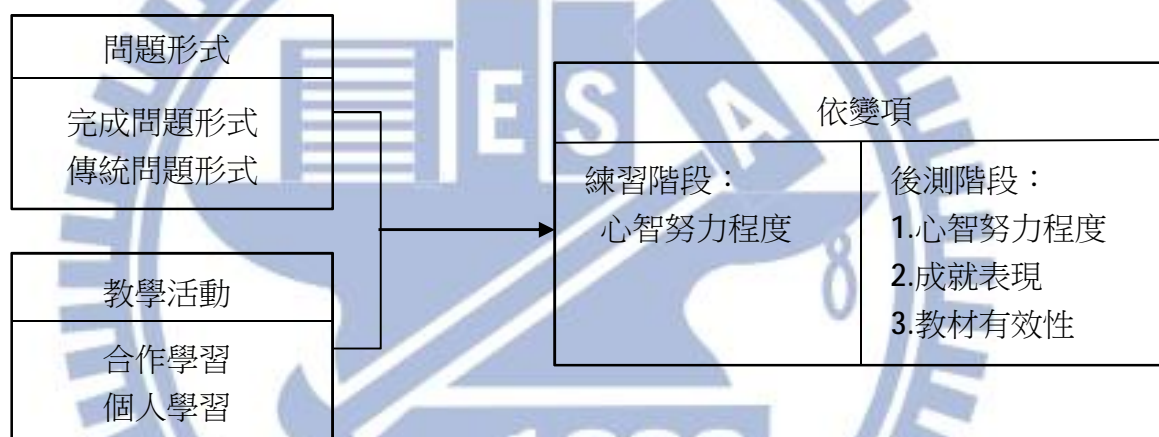


圖 3-1 本研究架構圖

一、自變項

本研究自變項為問題形式與教學活動，分述如下。

(一) 問題形式

本研究設計兩種不同的問題形式為第一個自變項，分別為完成問題形式與傳統問題形式。根據認知負荷理論，良好的教材設計可以削減外部認知負荷，根據前述文獻以及相關實證結果顯示，完成問題形式結合了範例參考與傳統問題教材形式的優點，可有效降低外部認知負荷，因此本研究針對學習主題：柱體體積與表面積，設計完成問題形式的教材內容，並與傳統的教材形式做比較。

（二）教學活動

本研究第二個自變項為教學活動。根據認知負荷理論，在處理複雜任務時，合作學習成員可利用多人分享的工作記憶容量，有效分擔任務所造成的高認知負荷量，團體成員透過溝通討論，進一步解決問題，並可促進更深層的思考，達到學習遷移的效果，提升了增生認知負荷。因此本研究分別設計了合作學習與個人學習的教學活動，比較在這兩個活動下處理複雜任務的結果。

二、依變項

本研究依變項為心智努力、表現、教材有效性，分述如下。

（一）心智負荷

心智負荷(mental load)指的是由任務需求或環境所造成的負荷，與任務本身的內在特性、複雜程度，例如元素交互作用多寡，以及教材設計形式的良窳有關。本研究設計心智負荷量表，要求每位受試者在做完每道題目時，從 1 到 9 勾選他們認為這道題目的難度，1 代表題目非常簡單，9 代表題目非常困難。心智負荷與內部認知負荷皆強調負荷來源為教材本身的複雜程度或特性所形成，因此我們可藉由受試者所勾選的心智負荷程度來做為解釋內部認知負荷大小的依據之一。然而本研究參考學者設計的實驗，較少針對心智負荷做相關統計分析，因此本研究擬就心智努力、表現分數與教材有效性分數做為依變項並進行分析。

（二）心智努力

心智努力(mental effort)係指學習者針對任務的需求所分配在認知系統上的容量。Paas 提出的單一題九點量表具高信度、敏感性，容易使用操作，在經濟與時間成本上皆低。因此本研究使用 Paas(1992)的量表，讓受試者從 1 到 9 勾選進行特定任務時所投入的心智努力程度，1 代表感受到非常低的心智努力程度，9 代表感受到非常高的心智努力程度，據此作為本實驗測量心智努力程度的指標。心智努力會受到個別差異、教材呈現形式、教材複雜度的影響，與三種認知負荷

類型皆有相關，很難獨立測量。

（三）表現

本研究計算受試者在後測階段的表現分數(performance)，後測階段題目七題，共計 35 分。而在後測階段則讓受試者個別施測，比較原先在練習階段屬於四個不同實驗情境的受試者，在後測題目的表現分數是否達預期假設。

（四）教材有效性

Paas 與 Van Merriënboer (1993)提出的公式，認為結合心智努力與表現之間的關係可用來比較不同教材設計的有效性，回顧公式如下：

$$(\text{Instructional}) \text{ Efficiency} = (Z_{\text{performance}} - Z_{\text{mental effort}})/\sqrt{2}$$

因此本研究根據此公式，計算每位受試者在不同教材設計情境下，心智努力(R)與表現(P)之間的關係，並進一步從結果中探討不同教材設計的優劣。

綜上，本研究使用心智力量表讓受試者勾選，並計算受試者在不同教材設計下的任務表現(P)，再結合表現與練習階段的心智努力(R)計算出教材有效性(E)，來作為具體解釋與認知負荷三個類型之間的關係。

第二節 研究對象

本研究選取新竹、苗栗地區國中八年級四個班級。領域單元為八年級下學期數學柱體體積與表面積之計算，受試班級尚未正式學習此單元，僅具平面圖形周長與面積相關的先備知識，因此此任務對受試班級來說是複雜的。在練習階段，將受試班級分派至四個情境(表 3-1)，其中兩班採合作學習，另兩班採個人學習，而在此分別的兩班不同教學活動下，一班使用完成問題形式的教材，一班使用傳統問題形式的教材。

	個人學習	合作學習（三人一組）
完成問題形式	班級 1	班級 2
傳統問題形式	班級 3	班級 4

表 3-1 實驗情境

第三節 研究工具

為達研究目的，本研究設計了「面積與周長前測題本」、「柱體體積與表面積教學講義」、「體積與表面積練習題本甲/乙卷」、「體積與表面積後測題本」、「認知負荷量表」等研究工具，茲分別說明如下。

一、面積與周長前測題本

本研究在前測階段欲了解受試班級幾何圖形的先備知識程度，設計了九題平面幾何圖形面積與周長的計算，分別為長方形、三角形與圓形，每個幾何圖形各三題，每題皆有兩子問題，一題兩分，共計十八分（詳見附錄一）。

二、柱體體積與表面積教學講義

受試的八年級學生尚未學習過柱體體積與表面積單元，因此在實驗處理前，四個受試班級皆須接受相同的一節課教學，授課老師根據研究者自編的教學講義授課，內容包含直柱體的概念介紹、體積與表面積的公式與算法、兩題解題範例（詳見附錄二）。

三、體積與表面積練習題本甲/乙卷

此練習階段的目的除了探究不同教材與不同學習環境下對成就表現與心智負荷感受程度的影響外，更要讓學生對柱體體積與表面積的理解與算法進一步建構基模。據此目的，本研究設計了兩種不同形式的教材，甲卷為「傳統問題形式」（圖 3-2），僅提供題目敘述，其餘全部空白，必須由受試者自行作答。乙卷為「完成問題形式」（圖 3-3），亦即提供解題步驟的整體結構，但將局部挖空括號，逐

步輔助解題、引導注意力，但答案最後必須由受試者自行算出。此練習題本除了呈現形式不同外，題目內容、題數皆一致，共計四道題目，每題五分，共計二十分，作答完後會給予正確答案請學生自行修正（詳見附錄三-1、三-2）。

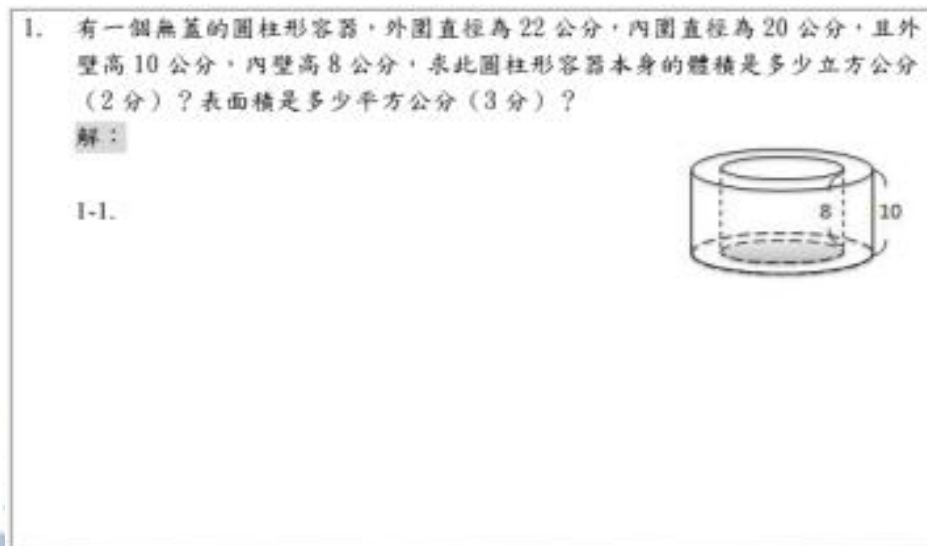


圖 3-2 傳統問題教材形式

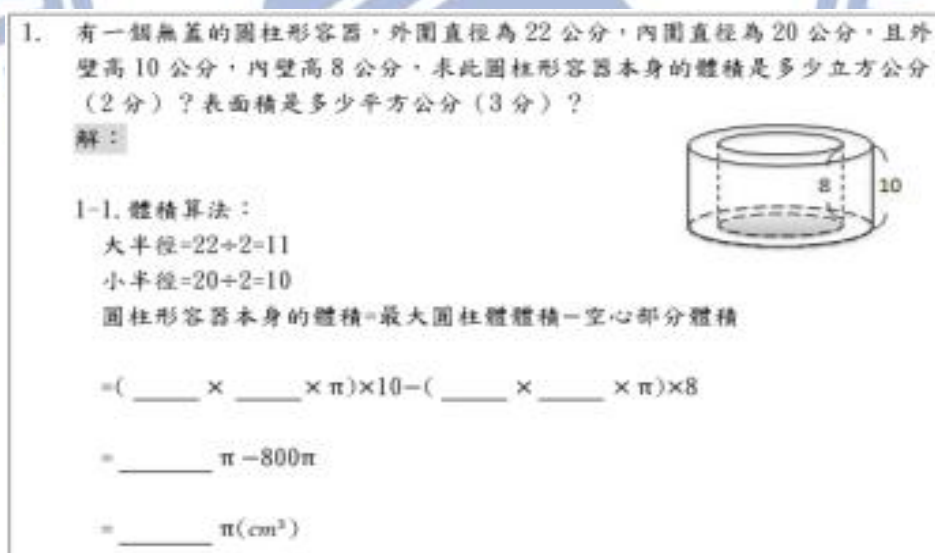


圖 3-3 完成問題教材形式

四、體積與表面積後測題本

後測階段為了探究受試者經過實驗處理，在成就表現與心智負荷感受程度上，是否如同研究所假設。受試者皆個別施測，題型皆以傳統問題形式(只呈現題目，沒有任何引導)呈現，測驗題本包含七道題目，每題五分，共計三十五分，並斟酌計算過程部分給分，其中四道題目為題型與難度和練習階段一致的保留題(retention problems)，另外三道題目題型則具變化性稱為遷移題(transfer problems)，欲探究受試者學習遷移與應用的效果(詳見附錄四)。

五、認知負荷量表

本研究採用 Paas(1992)九點量表，受試者在練習階段與後測階段做完每道題目後，皆須勾選作答該問題時所感受的心智努力程度，1 分代表投入的心智努力程度非常低，9 分則代表投入的心智努力程度非常高。

六、教材有效性測量

Paas 與 Van Merriënboer(1993)發展出的計算公式，此公式結合了表現與心智努力感受的測量，包含了學習過程與學習結果，因此對教材設計的有效性提供了一個可靠的數值評估。本研究在後測階段，將每位受試者的表現分數(P)與練習階段的心智努力程度(R)標準化為 Z 分數，最後結合兩項標準化分數，利用公式 $E = [(P - R) / \sqrt{2}]$ 算出每位受試者的教材有效性(E)。本研究利用此公式計算出的結果來判斷不同教材設計與教學活動對學生學習成效相對產生的影響。

第四節 研究設計與程序

研究設計與程序包含「前測」、「教學階段」、「練習階段」及「後測階段」四部分，分述如下。

一、前測

四個受試班級的學生皆須個別作答面積與周長前測題本，做為了解四個班級先備知識或智力程度差異的指標。測驗題本共計九道題目，施測時間為 30 分鐘。

二、教學階段

進行實驗處理前，四個受試班級皆須接受關於柱體體積與表面積概念介紹與計算的教學，授課老師根據研究者自編的柱體體積與表面積教學講義上課，並回答學生問題，授課時間 45 分鐘，完後將教學講義繳回。

三、練習階段

教學階段完後，將班級隨機分派至四個情境，根據情境事先將學生分成合作組或個人組，合作組依據能力低、中、高分成三人一組，兩個組別各根據甲/乙卷(甲卷為「問題解決形式」、乙卷為「完成問題形式」)進行體積與表面積練習。練習階段題目共四題，無論合作組或個人組的學生，每做完一道題目皆須個別勾選心智努力 9 點量表，其餘題目依此類推。練習階段施測時間為 45 分鐘。學生作答完，給予答案，請學生自行訂正。

四、後測階段

在後測階段，合作組成員必須獨立作業，與個人組一樣皆個別獨立作答體積與表面積後測題本，作答過程不能討論，受試者同練習階段每做完一道題目皆需勾選心智努力 9 點量表。後測題本共七道題目，四題保留題，三題遷移題，施測時間為 30 分鐘。施測完後，研究者再結合此測驗表現分數與練習階段的心智努力程度，算出每位受試者的教材有效性分數。

第五節 資料分析

資料分析包含「描述性統計」與「共變異數分析」兩部分。

一、描述性統計

(一) 前測分數的平均數與標準差

(二) 練習階段

在練習階段分析合作組與個人組在不同教材形式下心智努力程度的平均數與標準差。

（三）後測階段

四個受試班級在經過練習階段後，分析在後測測驗上的表現分數、心智努力程度與教材有效性的平均數與標準差。

二、共變異數分析

以前測所得到的受試班級先備知識的結果作為共變數，採用 **ANCOVA** 程序排除共變數。在練習階段，控制先備知識後，分別比較四個班級在心智努力程度上是否有顯著差異，而在後測階段，則分別比較四個班級在表現分數、心智努力程度以及教材有效性上是否有達顯著差異。



第四章 研究結果

本章共分五節，第一節為各組受試在前測分數之比較；第二節分析教學活動、問題形式與測量階段在表現分數之差異；第三節探討教學活動與問題形式在心智努力分數上之差異；第四節探討教學活動與問題形式在教材有效性之差異；第五節將全部受試班級區分出高低分組，分析高低分組、教學活動與問題形式在心智努力分數、表現分數、教材有效性上之差異。

第一節 各組的前測分數之比較分析

表 4-1 為四個受試班級在前測分數之平均數與標準差，表 4-2 為四個受試班級在前測之變異數分析摘要表。

表 4-1 不同組別前測分數之描述性統計摘要表

	個數	問題解決		完成問題	
		平均數	標準差	平均數	標準差
合作組	51	12.68	4.95	12.67	5.35
個人組	54	16.76	1.44	11.74	5.23
總計	105	14.72	4.15	12.21	5.25

表 4-2 不同組別前測分數之變異數分析摘要表

來源	型Ⅲ平方和	自由度	均方和	F 檢定	顯著性
教學活動(A)	64.87	1	64.87	3.18	.077
問題形式(B)	166	1	166	8.14	.005
教學活動*問題形式(A*B)	163.64	1	163.64	8.03	.006
殘差	2058.85	101	20.39		

由變異數分析摘要表得知，分配接受不同問題形式教學的班級，其前測分數達顯著差異（ $\bar{X}_{\text{問題解決}}=14.72$, $\bar{X}_{\text{完成問題}}=12.21$, $F_{(1,101)} = 8.143$, $p<.005$ ），而教學活動與問題形式兩因子的交互作用效果在前測分數上亦達顯著差異（ $F_{(1, 101)}=8.027$, $p<.006$ ）。進一步作單純主要效果發現，接受問題解決班級的前測分數顯著高於接受完成問題的班級（ $\bar{X}_{\text{問題解決}}=16.76$, $\bar{X}_{\text{完成問題}}=11.74$ ）。

根據此項結果顯示，四個班級在實驗處理前的數學先備知識程度高低有顯著區別。本研究另外分別求前測分數與心智努力程度、表現分數、教材有效性之間的相關，結果如表 4-3 所示。由表可知，前測與心智努力程度之間為低相關，與表現分數、教材有效性相關顯著。其中前測與表現分數之間達顯著高相關（ $r=.758$, $p<.001$ ）。因此本研究在下一節將前測分數納入成為第三個自變項，以三因子混合設計變異數分析考驗教學活動與問題形式在不同測量時段，在表現分數上否有達顯著差異。

表 4-3 前測分數與三個依變項之相關係數表

	心智努力分數		表現分數	教材有效性分數
前測分數	練習階段	後測階段		
	.006	-.001	.758**	.506**

第二節 教學活動、問題形式與測量階段在表現分數上之影響

本節探討不同教學活動與問題形式的受試班級在不同測量時段，在表現分數上的影響，分別將前測分數（總分 18 分）與後測分數（總分 35 分）化為百分比，分析如下。

表 4-4 為各組在不同測量時段表現分數上之平均數與標準差摘要表，表 4-5 為三因子（教學活動*問題形式*測量階段）混合設計變異數分析摘要表。

表 4-4 各組在不同測量時段表現分數上之描述性統計摘要表

時間	教學活動	問題形式	個數	平均數	標準差
前測	合作組	問題解決	27	.70	.27
		完成問題	24	.70	.3
		總數	51	.70	.28
	個人組	問題解決	27	.93	.08
		完成問題	27	.65	.29
		總數	54	.79	.25
	總數	問題解決	54	.82	.23
		完成問題	51	.68	.29
		總數	105	.75	.27
後測	合作組	問題解決	27	.46	.32
		完成問題	24	.44	.28
		總數	51	.45	.3
	個人組	問題解決	27	.63	.24
		完成問題	27	.33	.3
		總數	54	.48	.31
	總數	問題解決	54	.55	.29
		完成問題	51	.38	.3
		總數	105	.47	.3

（前測與後測分數均化為百分比）

表 4-5 三因子混合設計（教學活動*問題形式*測量階段）之變異數分析摘要表

來源	型Ⅲ平方和	自由度	均方和	F 檢定	顯著性
受試者間					
教學活動(A)	.17	1	.17	1.37	.245
問題形式(B)	1.17	1	1.17	9.28	.003
教學活動*問題形式(A*B)	1.03	1	1.03	8.17	.005
殘差	12.68	101	.13		
受試者內					
測量階段(C)	4.12	1	4.12	201.32	.000
A*C	.05	1	.05	2.32	.131
B*C	.01	1	.01	.27	.604
A*B*C	6.236E-5	1	6.236E-5	.003	.956
殘差	2.07	101	.02		

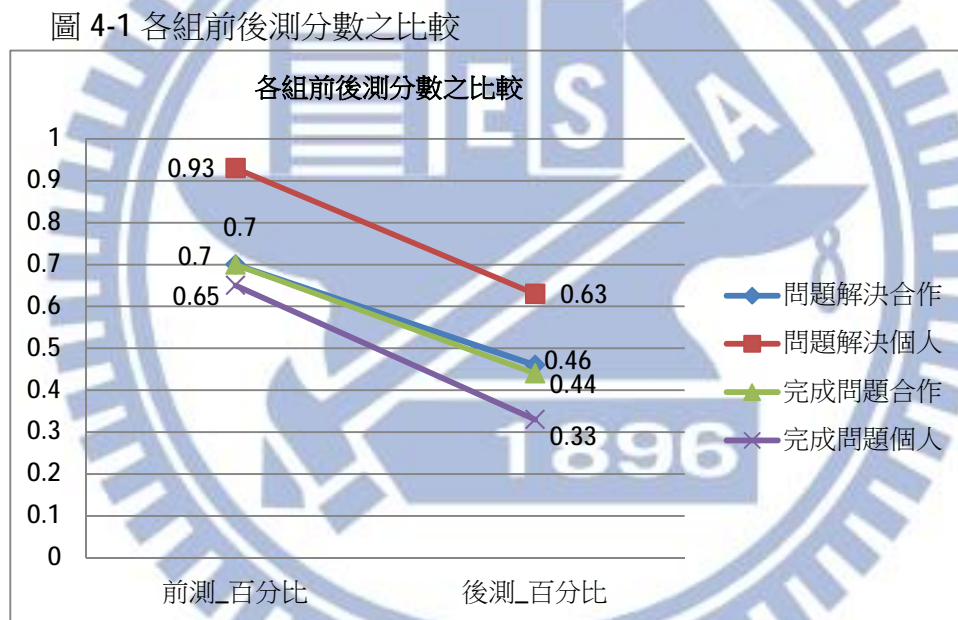
由三因子混合設計變異數分析摘要表得知，接受不同問題形式的班級在表現分數上達顯著差異（ $F_{(1,101)}=9.28, p<.003$ ），而教學活動與問題形式兩因子的交互作用效果也達顯著（ $F_{(1,101)}=8.17, p<.005$ ），顯示兩因子在不同組合下，對表現分數有不同影響，進一步作單純主要效果（表 4-6）比較。

表 4-6 教學活動*問題形式在表現分數上之單純主要效果變異數分析摘要表

來源	型Ⅲ平方和	自由度	均方和	F 檢定	顯著性	事後比較
教學活動						
在問題解決	.38	1	.38	4.76	.034	個人>合作
在完成問題	.17	1	.17	1.92	.173	
問題形式						
在合作組	.004	1	.004	.05	.831	問題>完成
在個人組	1.22	1	1.22	16.52	.000	
殘差						

結果顯示，接受不同教學活動的班級在問題解決教材形式下達顯著差異 ($\bar{X}_{\text{合作組}}=.46, \bar{X}_{\text{個人組}}=.63, F=4.764, p<.034$)，教學活動為個人組的班級，其表現分數較合作組佳。另外，接受不同問題形式的班級在個人組的表現分數亦達顯著差異 ($\bar{X}_{\text{問題解決}}=.63, \bar{X}_{\text{完成問題}}=.33, F=16.523, p<.001$)，接受問題解決教材形式的班級，其表現分數較完成問題教材形式的班級佳。亦即接受問題解決教材形式的個人組班級，在表現分數上顯著優於其他班級。

而在相依因子上，僅測量階段達顯著 ($F_{(1, 101)}=201.32, p<.001$)，事後比較結果發現，前測分數的表現顯著優於後測分數，如圖 4-1 所示。



綜上，接受問題解決的個人組班級，在表現分數上顯著優於其他班級。然而從測量階段達顯著的結果發現，四個受試班級的前測分數均較後測分數佳。表示教學活動與問題形式的教學成效並不大，受班級本身程度影響較大。詳細討論於第五章。

本節另外將後測的表現分數，拆成保留題與遷移題進行比較，探討接受不同教學活動與問題形式的班級在保留題與遷移題上的表現分數是否有差異。分別將保留題（總分 20 分）與遷移題（總分 15 分）化為百分比，分析如下。

表 4-7 為四個受試班級保留題與遷移題之平均數與標準差摘要表。而保留題與遷移題之間的相關達顯著（ $r=.646, p<.001$ ），因此本研究採 MANCOVA 探討四個受試班級在保留題與遷移題上的差異，如表 4-8。

表 4-7 保留題與遷移題描述性統計摘要表

題型	教學活動	問題形式	個數	平均數	標準差
保留題	合作組	問題解決	27	.42	.34
		完成問題	24	.41	.33
		總數	51	.41	.33
	個人組	問題解決	27	.58	.29
		完成問題	27	.29	.34
		總數	54	.44	.34
	總數	問題解決	54	.5	.32
		完成問題	51	.35	.34
		總數	105	.43	.34
遷移題	合作組	問題解決	27	.52	.33
		完成問題	24	.49	.33
		總數	51	.51	.33
	個人組	問題解決	27	.7	.25
		完成問題	27	.38	.34
		總數	54	.54	.33
	總數	問題解決	54	.61	.31
		完成問題	51	.43	.34
		總數	105	.52	.33

表 4-8 各組在保留題與遷移題之 MANCOVA 摘要表

來源	依變數	型 I 平方和	自由度	均方和	F 檢定	顯著性
前測分數	保留題	5.75	1	5.75	96.54	.000
	遷移題	5.24	1	5.24	87.1	.000
教學活動	保留題	.08	1	.08	1.30	.257
	遷移題	.04	1	.04	.73	.396
問題形式	保留題	.02	1	.02	.35	.557
	遷移題	.08	1	.08	1.39	.241
教學活動*	保留題	.007	1	.007	.11	.737
問題形式	遷移題	.03	1	.03	.55	.458
殘差	保留題	6	100	.06		
	遷移題	6.01	100	.06		

由二因子 MANCOVA 摘要表可得知，不同的教學活動或問題形式在保留題與遷移題上並未達顯著差異，交互作用效果也是。亦即四個受試班級在保留題與遷移題上的表現分數並未因題型、難度不同而有明顯差異。從表 4-7 描述性統計摘要表可得知，整體而言，四個受試班級在遷移題上的得分較保留題佳，與本研究所預期不同，於第五章詳細討論。

第三節 教學活動與問題形式對心智努力分數之影響

本節探討教學活動與問題形式在心智努力分數之影響，分為練習階段與後測階段。根據表 4-3 相關係數表可知，前測分數與練習、後測階段的心智努力分數呈現低相關，顯示前測分數與心智努力分數並無明顯相對關係，因此本節不以前測分數作為共變異數，而以二因子變異數分析探討教學活動與問題形式在練習與後測階段對心智努力分數之影響。

一、練習階段

表 4-9 為各組在練習階段心智努力分數之平均數與標準差摘要表，表 4-10 為不同教學活動與問題形式在練習階段的心智努力分數之變異數分析摘要表。

表 4-9 各組在練習階段心智努力分數之描述性統計摘要表

	個數	問題解決		完成問題	
		平均數	標準差	平均數	標準差
合作組	51	5.95	1.58	5.45	2.87
個人組	54	4.93	2.06	4.81	2.37
合計	105				

表 4-10 各組在練習階段心智努力分數之變異數分析摘要表

來源	型Ⅲ平方和	自由度	均方和	F 檢定	顯著性
教學活動(A)	17.98	1	17.98	3.56	.062
問題形式(B)	2.54	1	2.54	.50	.479
教學活動*問題形式(A*B)	.95	1	.95	.19	.665
殘差	509.68	101	5.05		

由變異數分析摘要表可得知，接受不同教學活動或問題形式的班級在練習階段之心智努力分數上並未達顯著差異（ $F_{(1, 101)}=3.56, p>.062$; $F_{(1, 101)}=.5, p>.479$ ），兩者之交互作用效果亦未達顯著（ $F_{(1, 101)}=.19, p>.665$ ）。

二、後測階段

表 4-11 為各組在後測階段心智努力分數之平均數與標準差，表 4-12 為不同教學活動與問題形式在後測階段的心智努力分數之變異數分析摘要表。

表 4-11 各組在後測階段心智努力分數之描述性統計摘要表

	個數	問題解決		完成問題	
		平均數	標準差	平均數	標準差
合作組	51	5.15	2.17	5.46	2.54
個人組	54	4.70	2.65	4.54	2.48
合計	105				

表 4-12 各組在後測階段心智努力分數之變異數分析摘要表

來源	型 III 平方和	自由度	均方和	F 檢定	顯著性
教學活動(A)	12.14	1	12.14	2	.161
問題形式(B)	.15	1	.15	.02	.877
教學活動*問題形式(A*B)	1.42	1	1.42	.23	.629
殘差	613.56	101	6.08		

由變異數分析摘要表可得知，接受不同教學活動或問題形式的班級在後測階段之心智努力分數上並未達顯著差異（ $F_{(1, 101)}=2, p>.161$; $F_{(1, 101)}=.02, p>.877$ ），兩者之交互作用效果亦未達顯著（ $F_{(1, 101)}=.23, p>.629$ ）。

綜上，無論是在練習階段或後測階段，接受不同教學活動與問題形式的班級在心智努力分數上並沒有顯著差異，未達預期的研究假設，於第五章討論。

第四節 教學活動與問題形式對教材有效性分數之影響

本節探討不同教學活動與問題形式在教材有效性分數上是否達顯著差異。由表 4-3 相關係數表可知，前測分數與教材有效性分數達顯著相關，因此本節以前測作為共變異數，採二因子共變異數分析探討教學活動與問題形式在教材有效性分數上之影響。

表 4-13 為各組在教材有效性分數上之平均數與標準差摘要表，表 4-14 為各組在教材有效性分數上之共變異數分析摘要表。

表 4-13 各組在教材有效性分數之描述性統計摘要表

	個數	問題解決		完成問題	
		平均數	標準差	平均數	標準差
合作組	51	-.22	.88	-.11	1.15
個人組	54	.49	.99	-.17	1.07
合計	105				

表 4-14 各組在教材有效性分數之共變異數分析摘要表

來源	型 I 平方和	自由度	均方和	F 檢定	顯著性
前測分數	29.41	1	29.41	34.93	.000
教學活動(A)	.64	1	.63	.76	.387
問題形式(B)	.002	1	.002	.002	.962
教學活動*問題形式(A*B)	.42	1	.42	.5	.483
殘差	84.21	100	.84		

由共變異數分析摘要表可得知，接受不同的教學活動或問題形式的班級在教材有效性分數上並未達顯著差異（ $F_{(1, 100)}=.756, p>.387$ ； $F_{(1, 100)}=.002, p>.962$ ），兩者之交互作用效果亦未達顯著（ $F_{(1, 100)}=.496, p>.483$ ）。

綜上，接受不同教學活動與問題形式的班級在教材有效性分數上並沒有顯著差異，未達預期的研究假設。在第五章進行討論。

第五節 高低分組、教學活動與問題形式在

心智努力分數、表現分數、教材有效性分數上之影響

本研究根據上述統計分析結果，因為四個受試班級起始點不一致，因此將全部四個受試班級以前測分數為標準進行高低分組，採三因子變異數分析進一步探討高低分組、教學活動、問題形式在心智努力分數、表現分數以及教材有效性分數上之差異，分析如下。

一、在心智努力分數上

高低分組、教學活動與問題形式三因子，無論在練習階段或是後測階段的心智努力分數上皆未達顯著差異。

本研究另外計算四個受試班級的高分組在各題的錯誤率，結果根據錯誤率發現後測題目的兩種子題(求體積與求表面積)的難度不同。以保留題為例，第一、二、四題皆有兩子題，分別求算體積與表面積。研究者計算四個受試班級在這些題項的錯誤率，如表 4-15 所示。

表 4-15 高分組在保留題中體積與表面積之錯誤率

	第一題	第二題	第四題	Mean
體積	20%	18%	9%	15.66%
表面積	58%	39%	33%	43.33%

表 4-15 顯示體積與表面積的難度是有差異的，表面積子題牽涉到的數值計算包含小數點的計算、其步驟也比較複雜，元素與元素間的交互作用較多，因此推論表面積的認知負荷程度應該高於體積。但本研究無法區分這兩種子題目的認知負荷程度，因為當初要求學生對同一大題（包含兩種子題）勾選認知負荷程度，並未個別收集體積與表面積子題的認知負荷。

二、在表現分數上

表 4-16 為三因子在表現分數上之平均數與標準差摘要表。表 4-17 為三因子在表現分數上之變異數分析摘要表。

表 4-16 三因子在後測表現分數上之描述性統計摘要表

	高分組						低分組					
	合作組			個人組			合作組			個人組		
	N	\bar{X}	S	N	\bar{X}	S	N	\bar{X}	S	N	\bar{X}	S
問題解決	14	22.71	10.51	27	22.07	8.35	13	9.15	7.2			
完成問題	15	21.8	5.31	14	17.64	10.23	9	5.11	6.29	13	5.	6.11
總和	29	22.24	8.1	41	20.56	9.16	22	7.5	6.99	13	5.	6.11

表 4-17 三因子在表現分數上之變異數分析摘要表

來源	型Ⅲ平方和	自由度	均方和	F 檢定	顯著性
高低分組	3498.62	1	3498.62	53.65	.000
教學活動	24.19	1	24.19	.37	.544
問題形式	240.96	1	240.96	3.7	.057
高低分組 * 教學活動	50.2	1	50.2	.77	.382
高低分組 * 問題形式	30.01	1	30.01	.46	.499
教學活動 * 問題形式	50.17	1	50.17	.77	.383
高低分組 * 教學活動 * 問題形式	.000	0	.	.	.
殘差	6390.90	98	65.21		

由三因子變異數分析摘要表可得知，高低分組的學生在表現分數上達顯著差異 ($F_{(1,98)}=53.65, p<.001$)，高分組的學生表現較低分組學生佳。問題形式對於表

現分數呈現邊緣性顯著 ($F_{(1, 98)}=3.7, p>.057$)，接受問題解決的學生表現較接受完成問題的學生佳。其餘則皆未達顯著。

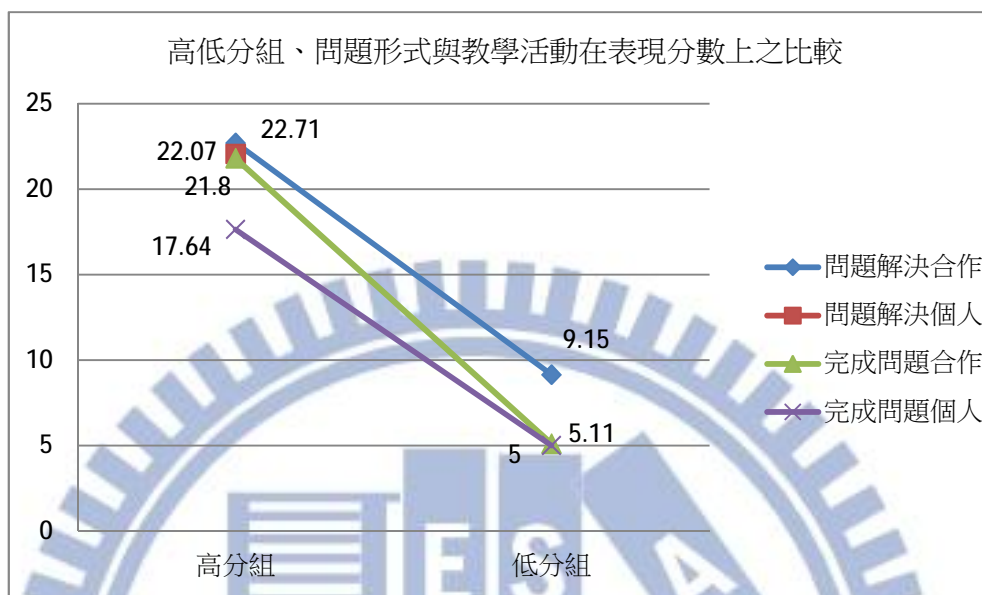


圖 4-2 高低分組、問題形式與教學活動在表現分數上之比較

由圖4-2可得知，在高分組部分，接受問題解決的合作組與個人組表現分數皆較完成問題的合作組與個人組佳。在低分組部分，也可看出接受問題解決的合作組表現分數較接受完成問題的合作組與個人組佳，其中問題解決個人組的班級，並沒有低分組，顯示除了班級程度不一致影響外，學生可能比較習慣問題解決形式的教材設計。

為探討研究假設不如預期的可能原因，進一步分析四個受試班級高分組在後測考卷上展現的解題歷程，由於低分組的解題歷程能提供的訊息量不多，因此不予以分析。觀察高分組學生的解題歷程，可歸納出以下四種型式：

1. 循序漸進列式：列式步驟完整，有條理的排列出每一個步驟，並按步就班根據步驟算出答案。亦即完成問題形式教材中強調的良好解題方式。如圖4-3所示。

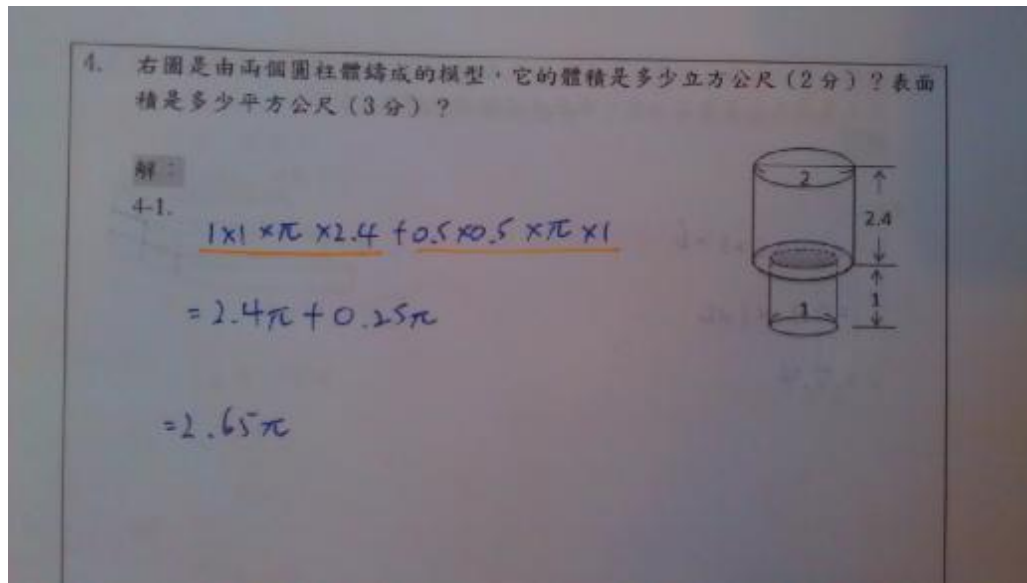


圖 4-3 循序漸進列式（接受完成問題形式班級）

2. 心算跳躍列式：列式步驟較不完整，明顯跳過某些歷程，呈現出來的式子較為零散，無法看出思考歷程。如圖4-4所示。

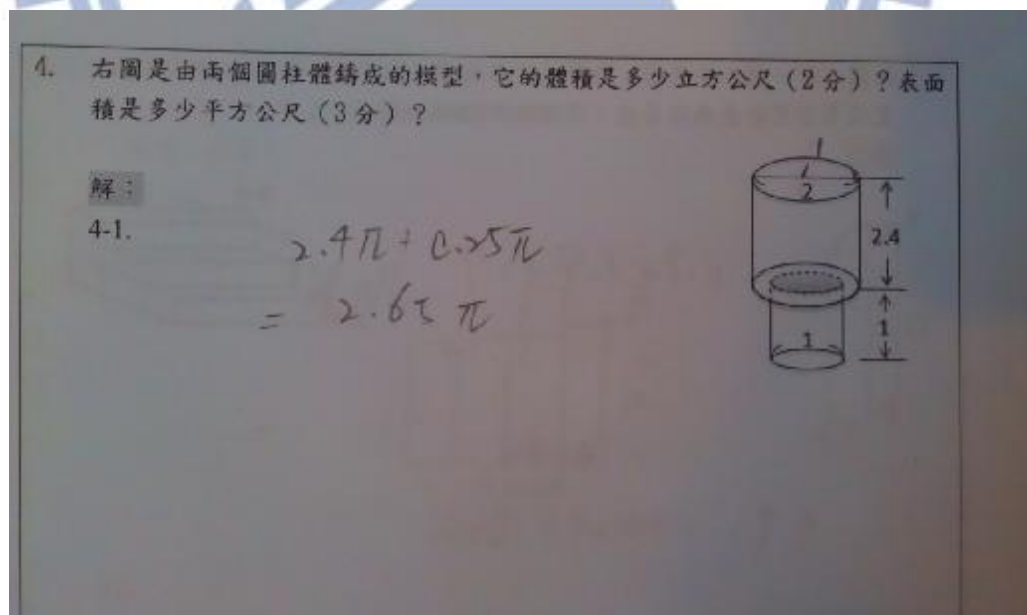


圖 4-4 心算跳躍列式（接受問題解決形式班級）

3. 作圖搭配解題：重新自行畫圖，以搭配解題歷程。如圖4-5所示。

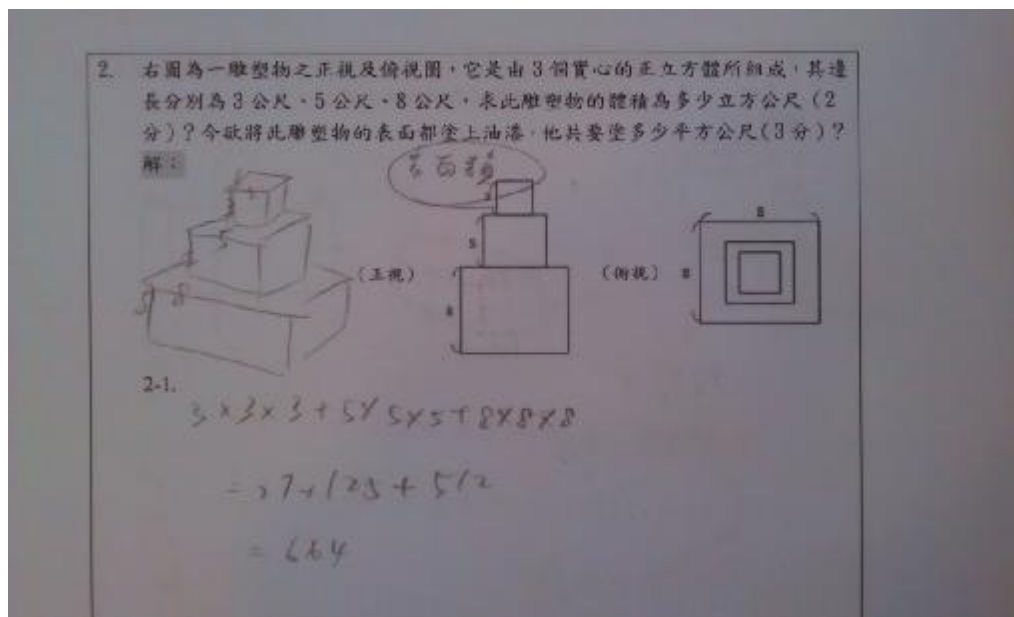


圖 4-5 作圖搭配解題（接受問題解決形式班級）

4. 自由列式：學生自行假設未知數（例如： $3^2 + 12^2 = X^2$ ）求答。如圖4-6所示。

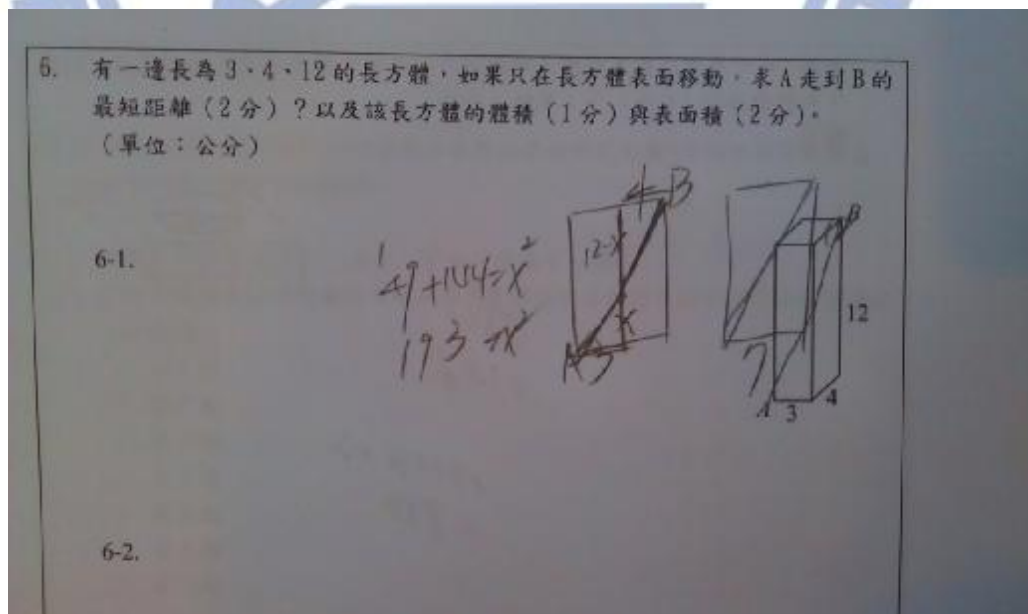


圖 4-6 自由列式（接受問題解決形式班級）

在保留題部分，接受完成問題形式班級的高學分組學生，其解題歷程幾乎都採用「循序漸進列式」，然而接受問題解決形式的班級有許多採用「心算跳躍列式」或「搭配作圖」來解題。研究者推論，完成問題組的班級在練習階段接受完成問題形式教材的引導，有較多逐步、正確列式的印象與觀念，因此在後測階段也採用循序漸進的列式法。而問題解決組由於在練習階段讓他們自由列式，並沒有循序漸進列式的引導，因此在解題策略上出現較多自由、跳躍列式的現象。研究者認為，完成問題形式的引導原意為減低認知負荷，附加的優點為可以養成學生解題循序漸進的習慣，並且可加深學生對體積與表面積整體正確觀念的認識。可惜的是本研究各借用班級一堂課時間進行教學與練習，所能規劃的時間太少，導致無法有明顯的學習成效。總之，結果發現受試班級在練習階段接受的問題形式會影響後測階段的列式方式。

另外，相較於完成問題形式的班級，接受問題解決形式的班級有較多「作圖搭配解題」的現象。研究者推論因為完成問題組在練習階段給予解題列式的鷹架輔助，問題解決組相對的面對是一片空白、可自由發揮，因為沒有任何提示，也有較不受限制的優點，其作圖搭配解題的策略需要增生認知負荷，學習成果也發現此一策略非常成功。

綜上，無論是完成問題或是問題解決的形式，從學生的解題程序來觀察，皆各有其優缺點。研究者認為如果問題形式也能設計出引導學生循序漸進列式，將會是最好的教學設計。建議數學老師教學時，在學習一個新概念時可給予完成問題教材，協助學生養成良好列式習慣，基礎觀念穩固後，漸漸地可改以問題解決形式呈現，讓學生自行作答。

三、在教材有效性分數上

回顧教材有效性分數之計算方式如下：

$$(\text{Instructional}) \text{ Efficiency} = (Z_{\text{performance}} - Z_{\text{mental effort}})/\sqrt{2}$$

若在此公式得高分，表示教材的有效性較高，受試者有較高的表現分數但只需付出相對較低的心智努力；低分則表示有較低的任務表現但須付出相對較高的心智努力。

表 4-18 為三因子在教材有效性分數上之平均數與標準差摘要表。表 4-19 為三因子在教材有效性分數上之變異數分析摘要表。

表 4-18 三因子在教材有效性分數上之描述性統計摘要表

	高分組						低分組					
	合作組			個人組			合作組			個人組		
	N	\bar{X}	S	N	\bar{X}	S	N	\bar{X}	S	N	\bar{X}	S
問題解決	14	.15	.94	27	.49	.99	13	-.62	.62			
完成問題	15	.21	1.02	14	.25	1.09	9	-.63	1.23	13	-.63	.89
總和	29	.18	.96	41	.41	1.01	22	-.62	.89	13	-.63	.89

表 4-19 三因子在教材有效性分數上之變異數分析摘要表

來源	型Ⅲ平方和	自由度	均方和	F 檢定	顯著性
高低分組	12.551	1	12.551	13.277	.000
教學活動	.407	1	.407	.431	.513
問題形式	.145	1	.145	.154	.696
高低分組 * 教學活動	.005	1	.005	.006	.940
高低分組 * 問題形式	.019	1	.019	.020	.888
教學活動 * 問題形式	.358	1	.358	.379	.540
高低分組 * 教學活動 * 問題形式	.000	0	.	.	.
殘差	92.644	98	.945		

由變異數分析摘要表得知，高低分組在教材有效性分數上有達顯著差異（ $F_{(1,98)}=13.277, p<.001$ ），高分組較低分組佳。其餘則未達顯著。詳細討論於第五章。

第五章 結論與建議

第一節 結論

本研究歸納統計分析之結果，提出以下之結論。

一、各組前測分數之分析

四個班級在實驗處理前的數學先備知識程度高低有顯著區別。接受問題解決的個人組班級的前測分數顯著高於其他受試班級。總之，四個受試班級先備知識程度不一致。

二、教學活動與問題形式在不同測量階段對表現分數上之影響

本研究採用混合設計三因子變異數分析探究教學活動與問題形式在不同測量階段對表現分數上之影響。結果顯示：

1. 接受問題解決教材形式的個人組班級，無論在前測或後測的表現分數皆顯著優於其他班級。
2. 不同測量階段在表現分數上達顯著，四個受試班級前測的表現分數皆優於後測。
3. 小結：本研究預期接受問題解決教材形式的合作組班級與接受完成問題教材形式的個人組班級在表現分數上有較佳成效。然而研究結果顯示與預期不符。從班級先備知識程度異質（問題解決個人組班級優於其他三組）與測量階段前測優於後測表現的顯著結果可推論，研究結果受班級本身程度影響較大。

本研究另外比較四個班級在保留題與遷移題表現分數上的差異。結果顯示不同的教學活動或問題形式在此兩個題型上的分數並未達差異。然而從描述性統計可發現，遷移題的表現分數較保留題佳，與研究假設預期受試班級在保留題上會因為在練習階段有接觸、練習過而相較於變化性的遷移題有較佳的表現結果不符。詳細討論於本章第二節。

三、教學活動與問題形式對心智努力程度之影響

（一）練習階段

1. 交互作用效果：教學活動與問題形式之交互作用效果在心智努力程度上未達顯著差異。
2. 主要效果：接受不同的教學活動或問題形式的班級在心智努力程度上未達顯著差異。

（二）後測階段

1. 交互作用效果：教學活動與問題形式之交互作用效果在心智努力程度上未達顯著差異。亦即心智努力程度不會因教學活動與問題形式的不同而有差異。
2. 主要效果：接受不同的教學活動或問題形式的班級在心智努力程度上未達顯著差異。亦即接受問題解決教材形式與完成問題教材形式的班級在心智努力程度上沒有顯著差異；教學活動為個人組與合作組的班級在心智努力程度上也未達顯著差異。
3. 小結：無論是練習階段或後測階段，四個受試班級的心智努力分數在交互作用效果與主要效果上皆未達顯著，與研究假設預期接受問題解決教材形式的合作組班級與接受完成問題教材形式的個人組班級有較低的心智努力分數不符。討論於本章第二節。

四、教學活動與問題形式對教材有效性分數之影響

1. 交互作用效果：控制前測分數後，教學活動與問題形式之交互作用效果在教材有效性分數上未達顯著差異。亦即教材有效性分數不會因教學活動與問題形式的不同而有差異。
2. 主要效果：控制前測分數後，接受不同的教學活動或問題形式的班級在教材有效性分數上未達顯著差異。亦即接受問題解決教材形式與完成問題教材形式的班級在教材有效性分數上沒有顯著差異；教學活動為個人組與合作組的班級在教材有效性分數上也未達顯著差異。

3. 小結：四個受試班級在教材有效性上的分數未達交互作用與主要效果顯著，與研究假設預期接受問題解決教材形式的合作組班級與接受完成問題教材形式的個人組班級會有較佳教材有效性分數不符。

五、高低分組、教學活動與問題形式在心智努力分數、表現分數、教材有效性分數上之影響

本研究根據前測分數區分四個受試班級的高低分組，進一步探討高低分組、教學活動與問題形式在心智努力分數、表現分數以及教材有效性分數上之差異，結果顯示：

1. 在心智努力分數上，無論是練習或是後測階段，三因子並沒有達顯著差異。
2. 在表現分數上，高低分組的學生在表現分數上達顯著差異，前測為高分組的學生在後測的表現較低分組學生為佳。問題形式對於表現分數呈現邊緣性顯著，接受問題解決的學生表現較接受完成問題的學生佳。
3. 在教材有效性分數上，高低分組在教材有效性分數上有達顯著差異 ($F_{(1, 98)}=13.277, p<.001$)，前測得高分的組別較低分組為佳，其餘則未達顯著。研究者推論由於心智努力程度在練習與後測階段皆未達顯著，顯示表現分數以及四個班級程度對達顯著性的影響較大。

第二節 研究限制

本研究結合過去研究，提出以下檢討。

一、實驗設計部分

Kirschner 等人(2011) 探討合作學習與個人學習在範例參考與傳統問題的教材呈現形式的交互影響，受試者為 140 位平均年齡約 15 歲的中學生，學習生物學遺傳率的計算問題。此研究未進行前測，僅假設學生生物學的先備知識程度是一致的，並且「隨機分派」學生至四個實驗情境。且在實驗程序部分，分為前測、練習階段、後測階段，這三個階段的時間控制非常嚴謹，每道題目皆有限制時間，且在進行每個階段前，都會有清楚的指導說明語讓受試者了解該階段施測重點。

反思本研究對教學環境控制權太低，無法隨機分派學生到不同組別學習，四個班級中有一個班級的初始數學能力太高，導致起始能力的不平衡；此外，本研究在答題上無法嚴謹限制時間，且在施測前並沒有進行指導語的說明，學生不清楚應做的事項，或許導致些許誤解。本研究的教學僅一節課時間，目標要學生學會體積與表面積的概念與計算，研究結果顯示在一節課內（45 分鐘）受試者無法學會全部內容，未來相關研究必須思考一節課的內容與時間上的搭配，進而調配內容多寡，例如：僅教授表面積概念與算法。

二、教學活動部分

（一）與過去研究作比較

Kirschner 等人(2011)在合作學習三人一組的教學活動安排上，設計每人均接受到三分之一的元素訊息，要達成任務，必須三人合作將各自的訊息討論拚湊而成，團體成員間彼此是積極互賴(positive interdependence)的。且為了避免有負荷卸載(offloading)的現象，規定受試者只能口頭討論，不能將想法記於紙上，此外，討論的內容也僅限與學習主題有關。

本研究合作組部分，並未完全根據合作學習的五個主要特性，積極互賴、面對面助長式互動、個人學習績效責任、人際與小團體技巧與團體歷程作教學活動

上的設計，而僅是要求團體成員共同將題目完成，並未讓學生交換拼出所有元素訊息。另外上述許多合作學習的特性必須透過觀察得知，然而本研究僅透過認知負荷量表以及表現分數等數據資料來分析合作學習的有效性，造成解釋上的缺陷，建議未來研究可搭配錄影或質性訪談。在後測部分，很難從解題程序判斷合作團體的三人各自在後測階段的作答、以及心智努力程度的轉變是否是因受練習階段共同討論而影響，要了解這方面的訊息，有必要採用訪談收集資料。

（二）教學活動與認知負荷

研究者在教學活動進行時，參與觀察合作組練習階段討論的情形，發現有些學生遇到疑問之處仍習慣向老師尋求解答，較少與同組成員討論；且由於在實驗前，學生們很少有合作學習的經驗，突然將他們置於一合作學習之環境，很難馬上就進入狀況，過程中可發現有些學生仍習慣傾向一人作答。另外在異質分組的狀態下，往往程度較高的學生必須教導其餘程度低的學生，認知負荷較高。且在合作學習的環境下，教室的聲音偏大，多數學生比較難靜下心來作答。合作組的認知負荷程度在上述許多無法控制的教學環境條件下，難以精確測量。未來建議在實驗前，可先讓學生熟悉合作學習的教學活動，安排一段時間以合作學習方式上課，並且教導學生如何有效合作，而研究者也必須明確安排、訂定有結構的合作學習活動，儘可能排除可能干擾之因子。

三、問題形式部分

（一）與過去研究相較

Kirschner 等人(2011) 在生物遺傳率計算題目設計方面細分題目的元素組成。詳細將學習內容區分成幾大塊，利用 JIGSAW 的概念，學生要學會某內容，必須將這幾大塊的主要觀念交換拚起來才行。且在後測題目部分，Kirschner 等人(2011) 事先對試題進行內部一致性分析並且請兩位專業教師對試題做評估，看是否適合學生，題目設計過程嚴謹。

本研究在題目設計部分，是以觀念為元素出題。亦即在體積與表面積的題目上，皆以二至三個主要觀念來設計題目，受試者若要達成任務，必須理解此二至三個觀念，這部分與上述研究的題目設計相似。然而並未對試題做事先的內部一致性分析，且在題目設計上和教學現場的教師討論仍不足夠，因此無法確切了解目前國中生在作答此一單元時會出現的問題與改善之道。另外，本研究前測題目（基本周長與面積）與後測題目（體積與表面積）難易度差太多，且在總分全距相差快一倍（前測總分 18 分，後測總分 35 分），可能影響研究結果的正確性與解釋。

另外，在保留題與遷移題設計部分，根據研究結果可知，四個受試班級的遷移題表現較保留題佳，研究者推論幾點可能原因如下。

1. 概念：遷移題的設計雖然不同於保留題，較具變化性，然而研究者發現四個受試班級高分組在遷移題的錯誤率遠遠低於保留題。研究者事後分析保留題與遷移題的題目特性，發現後者觀念若懂，所需列式較簡單，涉及的元素較少，而前者須處理的元素與元素間的交互作用較多、複雜。亦即保留題與遷移題的難度並不同。
2. 配分：雖然遷移題較簡單，但其中第五題與第七題並沒有子題項，若答對即可得五分，配分很高。而保留題包含二至三個子題項，全部答對也只得五分。
3. 補習：本研究設計的遷移題屬於熱門考題，因此會受補習以及練習的影響。

（二）問題形式與認知負荷

本研究所設計的完成問題教材形式，採用空格填空的方式，預期會因為空格的提示而降低學生們作答的外部認知負荷。然而研究結果卻發現，接受問題解決形式的班級在表現分數上皆較接受完成問題形式的班級佳。研究者實際觀察的過程中，發現學生對於完成問題形式的教材會因為必須思考空格要填什麼、中文或數字而反增外部認知負荷，因而增加了解題時間、降低效率。而傳統的問題解決

形式，因為沒有空格的限制，學生可根據想法自行作答，解題過程較順利，且根據高低分組在表現分數上的結果，也驗證了學生可能仍較適應問題解決形式，換句話說，接受問題解決形式的班級有較少的外部認知負荷。研究者認為，一直以來大部分教材內容都以問題解決的形式呈現，若突然要學生接受完成問題的教材形式，學生無法馬上適應習慣，因此若要評估教材的有效性，建議可從一段時間開始，例如某學期全部以完成問題形式教材上課，讓學生熟悉此問題形式的呈現，學期末再比較分析受試者在此兩種問題形式上認知負荷與表現分數上的成效。

在保留題與遷移題上的設計，特別是遷移題，建議可以在題目敘述上多點變化性，不同於課本或是補習所看到的敘述內容，但必須應用的概念不變，如此才可真正測出學生的理解程度與學習成效，並增加學生的增生認知負荷。

然而，從各組的解題歷程中發現，練習階段接受完成問題形式的班級，相較於接受問題解決形式的班級，在後測階段大部分皆使用步驟完整、循序漸進的列式。表示完成問題形式有產生正向的影響，可幫助學生學習初養成完整列式的習慣，進一步解決問題，惟本研究練習時間太少以及班級程度不一致，因此較難看出成效。

四、認知負荷量表

本研究採用 Paas(1993)的單一題九點量表。研究結果在心智努力分數上，無論是練習階段或後測階段皆未達顯著，研究者事後發現，部分受試者對於如何勾選心智努力分數會產生誤解，而且在僅一題量表的情況下，對心智努力程度的感受可能不夠深。因此建議未來在施測前，應該將如何勾選心智努力程度的指導語寫清楚，並向受試者說明。

另外，在第四章第五節部分，研究者統計了四個受試班級高分組在保留題上的錯誤率。結果發現，保留題中的體積與表面積的錯誤率有明顯差異，按常理，表面積的心智努力程度應高於體積，然而本研究設計的心智力量表為單一整題，

因此無法透過分別勾選體積與表面積的心智努力分數來驗證。建議未來在題項設計上，每一子題項皆應搭配心智努力量表，以利後續研究的分析。

本研究另外提出因某些現實環境條件的影響，在研究樣本、研究方法、研究時間、教學環境上的若干限制，茲分述如下。

一、研究樣本

本研究為準實驗設計，以班級為單位，無法隨機分派受試者，讓受試者在各方面的條件盡量一致。本研究受試的四個班級，從與受試班級的老師訪談過程中以及實驗結果可得知，四個班級在實驗前的數學先備知識程度並不一致，教學活動情境為個人組的兩個班級的先備知識皆較合作組為佳。亦即，本研究的研究樣本在進入實驗前的異質性過大，而研究者無法控制此因素，使得假設測試無法在理想狀況中進行。

二、研究方法

本研究採取準實驗設計探討教學活動與問題形式對學生數學學習成就之影響，收集認知負荷量表、學生表現分數、教材有效性分數等量化資料，雖然量化的分析可以客觀的呈現、探討學生在依變項上的表現與改變，然而合作學習與完成問題的教材形式對教師與學生而言，是較不常使用的教學活動與問題形式，因此若可輔以質性的訪談或問卷，除了客觀量化的結果外，更可進一步了解教師與學生對於這兩種層次的看法，對於研究結果會有更全面的解釋。

三、研究時間

本研究的實驗流程分為前測、教學階段、練習階段（實驗處理）、後測，受試的四個班級為新竹與苗栗地區各兩個班級，上述四個階段的施測必須與受試班級的上課進度相互配合，然而因為教學現場現實環境的限制，有些階段（前測、後測）只能用早自修等較零碎的時間施測，且教學階段授課的節數僅一節，無法進行維持數周的授課，難以確認學生是否確實學習到內容，而每個階段相隔的施

測時間必須以該四個班級實際的課堂時間為主，無法控制施測的間隔時間皆一致。

上述時間因素亦為影響本研究實驗結果與解釋之一大限制。

四、教學環境

本研究採用的班級為新竹、苗栗地區的四個班級，授課的教師不同，教學的風格形式也不一樣，對學生學習效果產生的影響也不盡相同。除此之外，學生在課外補習所產生的練習或記憶效果皆是干擾實驗結果的因素之一，難以排除。

第三節 建議

本研究根據實驗結果與討論，以及在實驗程序進行的過程中所觀察到的現象與心得，嘗試提出些許建議，可供未來的研究者、教學現場的教師以及教材設計者在進行相關工作時之參考，茲分述如下。

一、給未來研究者的建議

（一）研究樣本

本研究所施測的四個班級，只限於新竹、苗栗兩地區，建議未來研究者可擴大地區選取受試樣本，例如北、中、南地區的學校或是城鄉學校，比較不同地區的學校對於合作學習活動與問題形式是否有明顯的差異。另外，為了避免受試班級異質性過大導致干擾實驗結果，建議實驗前可先行做預試或前測，了解受試班級的程度，讓起始點一致，才可排除其對實驗結果的影響。

（二）研究方法

本研究是採用客觀量化的分析方法，但若想更深入了解教師或學生對於合作學習、教材設計形式的看法，建議可搭配觀察、晤談、開放性問卷等方式讓研究結果更顯完善周延。

（三）研究時間

合作學習的成效需要長時間才能夠顯現，建議未來研究者，若時間資源許可，可延長使用合作學習為教學活動的上課節數，如此較能觀察到合作學習對學生學習成效所產生的真正影響。

（四）研究變項

影響學生學習成效的因素，除了本研究的教學活動與問題形式兩變項外，尚有許多其他因素，例如：教師教法、學習風格、學習策略或學生的素質、程度等，皆會影響學生在依變項上的結果，建議未來研究者可另外對上述相關變項加以研究，或許可在變項間發現交互作用之效果。

二、給有意以合作學習為教學活動教師之建議

（一）合作學習是一個需要時間學習的技能

合作學習是教學活動，也是一種學習技能，教師必須教導學生如何透過合作學習來達成問題解決。換句話說，合作學習的效果並非一蹴可及，教師若有意以合作學習為主要教學活動，則必須經過長時間的訓練，培養學生彼此之間的團隊默契，讓學生們習慣此學習模式，進而善用此模式達成學習目的。

（二）合作學習在科目上的適切性

並非所有的科目教學都適用於合作學習教學活動，研究者訪問許多國高中教師，他們較常使用合作學習作為學習某一單元的教學活動，例如讓學生分組找出與課文相關的資料，並以海報呈現，然而其餘時間仍舊以個人學習為主。換句話說，合作學習可用來進行或學習某科目下的單元性活動並藉此提升學習動機，但在時間與教學、學習效率考量下，則較不適合全程使用合作學習來進行教學。另外，有些科目本身即較適合使用個人學習而非合作學習。

（三）省思合作學習在台灣教育體制下之適切性

研究者事後訪問許多有教學經驗的國高中老師，他們提到台灣的教育體制，由於升學競爭導致，無論老師、家長、學生都背負沉重壓力，而在有限的時間內，

很少使用或安排合作學習作為教學活動或學習環境，因為必須耗費大量的人力、物力、時間，不符合經濟成本。未來十二年國教若實行，減緩升學壓力之餘，或許可提高、增加使用合作學習的機會。

三、給教材設計者之建議

（一）向專家與教師尋求專業、實務上的建議

本研究施測完後，受試班級的數學老師向研究者提出了一些在教材設計上可能會影響、分散學生作答的地方，進而提供了一些改進的建議。因此藉由此次施測，研究者認為做任何研究必須能理論與實務並行，因此建議教材設計者在根據理論設計教材的同時，可請教較資深的教材編製專家或是向有相關科目教學實務經驗的老師請教，因為根據他們多年的授課經驗，最能理解學生大部分的問題為何，以及可能影響或干擾作答的因素等，增加專家效度，並且可在題目設計（例如：完成問題形式）完後，進行預試。

（二）進行多次大規模預試，並透過問卷、訪談蒐集質性內容

在各方面資源允許的狀況下，為了能夠有效推論至全國的母群體，建議可從北、中、南、東隨機抽取學校，進行較大規模的預試，另外並透過問卷及訪談等方式來蒐集與教學現場較相關的人之看法，例如：教師、學生。藉由質量化並行的方法，讓教材設計更臻嚴謹與適切。

參考文獻

一、中文部分

林碧珍、蔡文煥（2006）：TIMSS 2003 國小四年級學生的數學成就及其相關因素之探討。張秋男主編：TIMSS 2003 國際數學與科學教育成就趨勢調查國家報告（pp. 125-164）。國立台灣師範大學科學教育研究中心。

二、英文部分

- Bratfish, O., Borg, G., & Dornic, S. (1972). Perceived item-difficulty in three tests of intellectual performance capacity (Technical Report 29). *Institute of Applied Psychology, Stockholm, Sweden*.
- Chandler, P., & Sweller, J. (1996). Cognitive load while learning to use a computer program. *Applied Cognitive Psychology, 10*(2), 151-170.
- Clark, R. C., Nguyen, F., & Sweller, J. (2006). Efficiency in learning. *Identity, 2011*, 07-26.
- Cooper, G., & Sweller, J. (1987). Effects of schema acquisition and rule automation on mathematical problem-solving transfer. *Journal of Educational Psychology, 79*(4), 347.
- Gopher, D., & Braune, R. (1984). On the psychophysics of workload: Why bother with subjective measures? *Human Factors: The Journal of the Human Factors and Ergonomics Society, 26*(5), 519-532.
- Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1987). *Learning together and alone: Cooperative, competitive, and individualistic learning*. Prentice-Hall, Inc.
- Kalyuga, S., Ayres, P., & Sweller, J. (2011). *Cognitive Load Theory*. Springer.
- Kirschner, F., Paas, F., & Kirschner, P. A. (2008). Individual versus group learning as a function of task complexity: An exploration into the measurement of group cognitive load. *Beyond knowledge: The legacy of competence*, 21-28.
- Kirschner, F., Paas, F., & Kirschner, P. A. (2009a). A cognitive load approach to collaborative learning: United brains for complex tasks. *Educational Psychology Review, 21*(1), 31-42.
- Kirschner, F., Paas, F., & Kirschner, P. A. (2009b). Individual and group-based learning from complex cognitive tasks: Effects on retention and transfer efficiency. *Computers in Human Behavior, 25*(2), 306-314.

- Kirschner, F., Paas, F., Kirschner, P. A., & Janssen, J. (2011). Differential effects of problem-solving demands on individual and collaborative learning outcomes. *Learning and Instruction*.
- Laughlin, P. R., Bonner, B. L., & Miner, A. G. (2002). Groups perform better than the best individuals on letters-to-numbers problems. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 88(2), 605-620.
- Mason, M. (2009). The van Hiele levels of geometric understanding. *Colección Digital Eudoxus*, 1(2).
- Paas, F. (1992). Training strategies for attaining transfer of problem-solving skill in statistics: A cognitive-load approach. *Journal of Educational Psychology*, 84(4), 429.
- Paas, F., Tuovinen, J. E., Tabbers, H., & Van Gerven, P. W. M. (2003). Cognitive load measurement as a means to advance cognitive load theory. *Educational psychologist*, 38(1), 63-71.
- Paas, F., van Merriënboer, J. J. G., & Adam, J. J. (1994). Measurement of cognitive load in instructional research. *Perceptual and motor skills*, 79(1), 419-430.
- Paas, F., & Van Merriënboer, J. (1993). The efficiency of instructional conditions: An approach to combine mental effort and performance measures. *Human Factors: The Journal of the Human Factors and Ergonomics Society*, 35(4), 737-743.
- Paas, F., & Van Merriënboer, J. J. G. (1994). Variability of worked examples and transfer of geometrical problem solving skills : A cognitive load approach. *Journal of Educational Psychology*, 86(1), 122-133.
- Paas, F. G. (1992). Training strategies for attaining transfer of problem-solving skill in statistics: A cognitive-load approach. *Journal of Educational Psychology*, 84(4), 429.
- Plass, J. L., Moreno, R., & Brünken, R. (2010). *Cognitive load theory*: Cambridge Univ Pr.
- Roger, T., & Johnson, D. W. (1994). An overview of cooperative learning. *Creativity and collaborative learning*.
- Smith, S. M., Ward, T. B., & Schumacher, J. S. (1993). Constraining effects of examples in a creative generation task. *Memory & cognition*, 21(6), 837-845.
- Sweller, J. (1980). Hypothesis salience, task difficulty, and sequential effects on problem solving. *The American Journal of Psychology*, 135-145.
- Sweller, J. (1988). Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science*, 12(2), 257-285.
- Sweller, J. (2010). Element interactivity and intrinsic, extraneous, and germane cognitive load. *Educational Psychology Review*, 22(2), 123-138.

- Sweller, J., & Chandler, P. (1994). Why some material is difficult to learn. *Cognition and Instruction*, 12(3), 185-233.
- Sweller, J., Chandler, P., Tierney, P., & Cooper, M. (1990). Cognitive load as a factor in the structuring of technical material. *Journal of Experimental Psychology: General*, 119(2), 176-192.
- Sweller, J., & Levine, M. (1982). Effects of goal specificity on means–ends analysis and learning. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 8(5), 463.
- Sweller, J., Van Merriënboer, J. J. G., & Paas, F. (1998). Cognitive architecture and instructional design. *Educational Psychology Review*, 10(3), 251-296.
- van Gerven, P. W. M., Paas, F., van Merriënboer, J. J. G., & Schmidt, H. G. (2006). Modality and variability as factors in training the elderly. *Applied Cognitive Psychology*, 20(3), 311-320.
- Van Merriënboer, J. J. G. (1990). Strategies for programming instruction in high school: Program completion vs. program generation. *Journal of Educational Computing Research*, 6(3), 265-285.
- Van Merriënboer, J. J. G. (1997). *Training complex cognitive skills: A four-component instructional design model for technical training*: Educational Technology Pubns.
- Van Merriënboer, J. J. G., & De Croock, M. B. M. (1992). Strategies for computer-based programming instruction: Program completion vs. program generation. *Journal of Educational Computing Research*, 8(3), 365-394.
- Van Merriënboer, J. J. G., & Paas, F. (1990). Automation and schema acquisition in learning elementary computer programming: Implications for the design of practice. *Computers in Human Behavior*, 6(3), 273-289.
- Weldon, M. S., & Bellinger, K. D. (1997). Collective memory: Collaborative and individual processes in remembering. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 23(5), 1160.
- Wouters, P., Paas, F., & van Merriënboer, J. J. G. (2008). How to optimize learning from animated models: A review of guidelines based on cognitive load. *Review of Educational Research*, 78(3), 645.

附錄一：面積與周長前測題本

【面積與周長】

各位同學，您好：

感謝您參與這次的施測，施測的目的是想要知道您對於幾何圖形面積與周長計算的了解程度，本次試驗的時間共計 30 分鐘，施測的結果僅作為學術研究之用，請您放心作答，作答過程中如有任何問題，請隨時詢問老師，謝謝您的合作。

祝 學習愉快

中華民國 101 年 3 月
交通大學教研所 劉羽恬

第一部分：基本資料

1. 班級：_____
2. 性別：☐ (1) 男，☐ (2) 女
3. 姓名：_____
4. 座號：_____
5. 我喜歡的科目是(可複選)
☐ (1) 國文 ☐ (2) 英語 ☐ (3) 數學
☐ (4) 自然 ☐ (5) 社會 ☐ (6) 其他 _____
6. 我每天會花多少時間算數學(單選)
☐ (1) 0 至 1 小時
☐ (2) 1 小時至 2 小時
☐ (3) 2 小時至 3 小時
☐ (4) 3 小時至 4 小時
☐ (5) 4 小時至 5 小時
☐ (6) 5 小時以上
7. 我覺得我的數學程度
☐ (1) 很低
☐ (2) 低
☐ (3) 中
☐ (4) 高
☐ (5) 很高

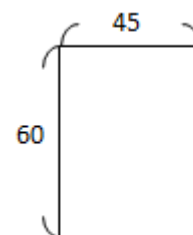
第二部分：計算題（每題 2 分，共計 18 分）

1. 長方形書桌的長與寬分別是 45 公分和 60 公分，這張書桌的面積是多少（1 分）？周長是多少（1 分）？

解：

1-1.

1-2.



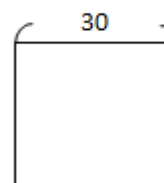
答： 1-1. _____ cm^2
1-2. _____ cm

2. 一條繩子剛好可以圍出一個邊長為 30 公分的正方形，請問這條繩子有多長（1 分）？圍出的正方形面積是多少（1 分）？

解：

2-1.

2-2.



答： 2-1. _____ cm^2
2-2. _____ cm

3. 繞正方形公園一圈是 2000 公尺，公園的邊長是多少公尺（1 分）？面積是多少平方公尺（1 分）？

解：

3-1.

3-2.

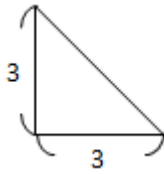


答： 3-1. _____ m
3-2. _____ m^2

4. 計算兩個直角三角形的面積。(單位：公尺)(各1分)

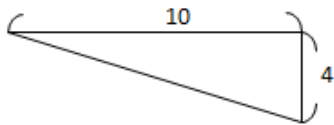
解：

4-1.



答： 4-1. _____ m^2
4-2. _____ m^2

4-2.

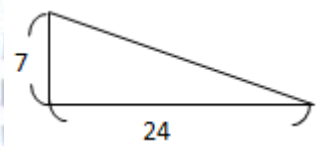


5. (1)一直角三角形兩股長各為7與24，求斜邊的長？(1分)

(2)一直角三角形的一股長為15，斜邊長為25，求另一股長？(1分)

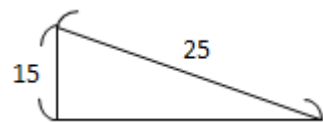
解：(單位：公分)

5-1.



答： 5-1. _____ cm
5-2. _____ cm

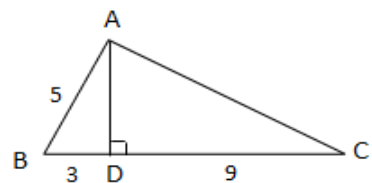
5-2.



6. 如圖，求直線AD的長(1分)？三角形ABC的面積(1分)？

解：(單位：公分)

6-1.



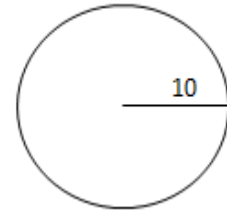
6-2.

答： 6-1. _____ cm
6-2. _____ cm^2

7. 一個半徑為 10 公尺的圓，面積是多少（1 分）？周長是多少（1 分）？
（圓周率請以 π 表示）。

解：

7-1.



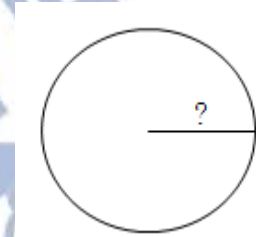
7-2

答： 7-1. _____ m^2
7-2. _____ m

8. 用一條長 314 公分的繩子圍成一個圓，這個圓的半徑是多少（圓周率請以 $\pi=3.14$ 計算，1 分）？
面積是多少（圓周率請以 π 表示，1 分）？

解：

8-1.



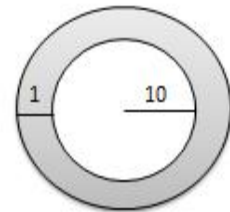
8-2.

答： 8-1. _____ cm
8-2. _____ cm^2

9. 有一個半徑 10 公尺的圓形池塘，在它的外圍有一條寬 1 公尺的道路，該圓形池塘的周長是多少（1 分）？道路的面積是幾平方公尺（1 分）？
（圓周率請以 π 表示）。

解：

9-1.

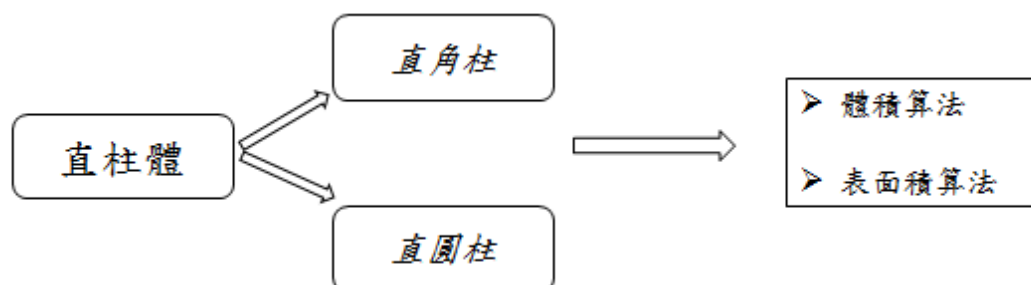


9-2.

答： 9-1. _____ m
9-2. _____ m^2

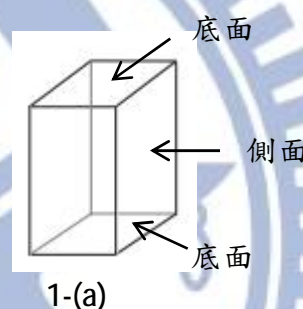
【直柱體一體積與表面積教學講義】

概念圖：

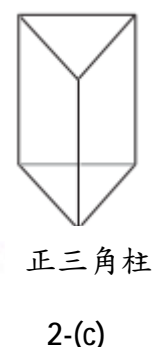
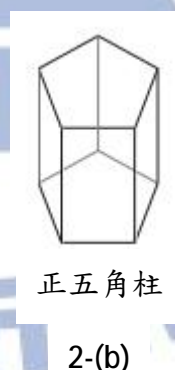


直角柱

1. 直角柱的特徵為側面都與底面垂直，上底與下底是兩個全等的多邊形。如圖 1-(a)為上下兩底皆為長方形的四角柱。



2. 若直角柱的上下兩底均為正多邊形，則稱為正角柱。如圖 2-(b)為正五角柱，圖 2-(c)為正三角柱。



直圓柱

3. 另一種柱體為直圓柱，直圓柱的上下兩底是半徑相同的圓，兩圓心的連線段（即此直圓柱的高）與上下兩底垂直，如圖 3-(e)。



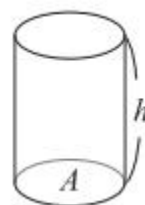
一般來說，直角柱與直圓柱統稱為**直柱體**。

4. 直柱體體積算法

長方體是大家熟悉的四角柱，其體積等於長 \times 寬 \times 高，而因為長寬的乘積等於底面積，所以體積也可以寫成：底面積 \times 高。這個體積公式也適用於一般直柱體，如圖 4-(f)、4-(g)所示。



4-(f)



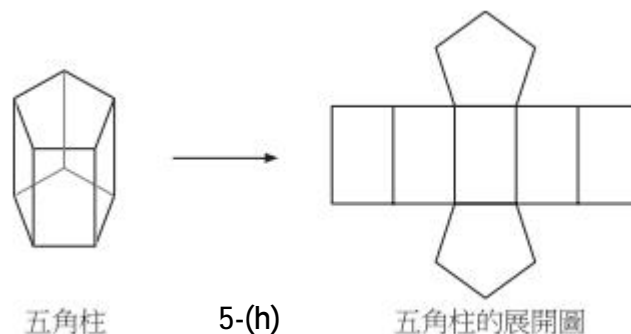
4-(g)

直柱體的體積= 底面積 \times 高 $=A\times h$

Ø 直柱體的體積= 底面積 \times 高 $=A\times h$

5. 直柱體表面積算法

(1)如果將直柱體沿著某些邊剪開，張開後攤平就成了直柱體的展開圖，為一平面圖型的組合，如圖 5-(h)、5-(i)。



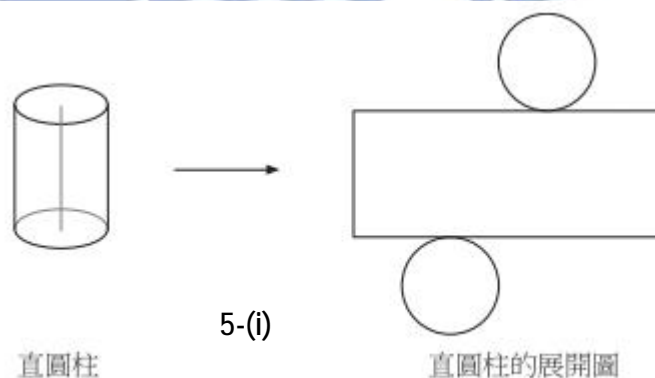
五角柱

5-(h)

五角柱的展開圖

直角柱表面積=所有側面矩形的面積和+兩底面積和

(2)由圖可知，無論是直角柱或直圓柱，它們側面的展開圖都是矩形。因此由展開圖可以看出直柱體表面積的算法。



直圓柱

5-(i)

直圓柱的展開圖

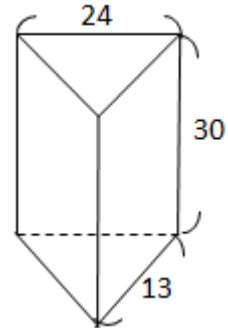
直圓柱表面積=底面圓周長 \times 高+兩底面積和

Ø 直角柱表面積=所有側面矩形的面積和+兩底面積和

Ø 直圓柱表面積=底面圓周長 \times 高+兩底面積和

解題範例

1. 右圖是一個底面為等腰三角形的三角柱，等腰三角形的底為 24 公分，腰為 13 公分，且角柱的高為 30 公分，那麼此角柱的體積為多少立方公分？表面積是多少平方公分？



解題說明：

- (1) 體積：

$$\text{等腰三角形的高} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$$

此三角柱體積=底面積×高

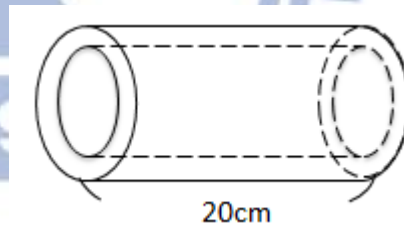
$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times 24 \times 5 \times 30 \\ &= 1800 \text{ (立方公分)} \end{aligned}$$

- (2) 表面積：

三角柱表面積=側面的面積和+底面積和

$$\begin{aligned} &= 24 \times 30 + 13 \times 30 \times 2 + 60 \times 2 \\ &= 720 + 780 + 120 \\ &= 1620 \text{ (平方公分)} \end{aligned}$$

2. 右圖是一個中空圓形鋼管，外圍直徑 10 公分，內圍直徑 8 公分，求此鋼管的體積與表面積。



解題說明：

- (1) 體積：

此中空圓形鋼管體積=外側鋼管體積-內側鋼管體積

$$\begin{aligned} &= 5 \times 5 \times \pi \times 20 - 4 \times 4 \times \pi \times 20 \\ &= 500\pi - 320\pi \\ &= 180\pi \text{ (立方公分)} \end{aligned}$$

- (2) 表面積：

由圖可知，此中空圓形鋼管的表面積

=外側鋼管面積+內側鋼管面積+上下緣環形區域面積

$$\begin{aligned} &= 5 \times 2 \times \pi \times 20 + 4 \times 2 \times \pi \times 20 + (5 \times 5 \times \pi - 4 \times 4 \times \pi) \times 2 \\ &= 200\pi + 160\pi + 18\pi \\ &= 378\pi \text{ (平方公分)} \end{aligned}$$

附錄三-1：體積與表面積練習題本甲卷

【體積與表面積練習題目】

各位同學，您好：

感謝您參與這次的施測，這次施測的目的是想瞭解您在數學任務進行中的心理感覺，整個施測分為兩個部分：

第一部分：施測說明

1. 分組
2. 進行任務
3. 填寫量表

第二部分：進行任務

任務階段共有四道題目，施測結果僅提供後續的學術研究之用，請依您施測過程的心理感覺填答。施測時間共計 30 分鐘，作答過程中，不能參考其他教材資料，如有問題，請詢問施測老師，謝謝您的合作。

祝 學習愉快

中華民國 101 年 3 月

交通大學教研所 劉羽恬

基本資料：

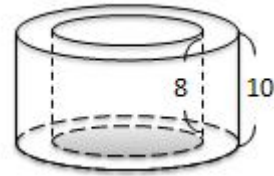
1. 班級： _____
2. 性別：☐ (1) 男，☐ (2) 女
3. 姓名： _____
4. 座號： _____
5. 組別：☐ (1) 合作組 ☐ (2) 個人組
6. 試卷：(1) 甲

第二部分：計算題（每題 5 分，共計 20 分）（圓周率請皆以 π 表示）

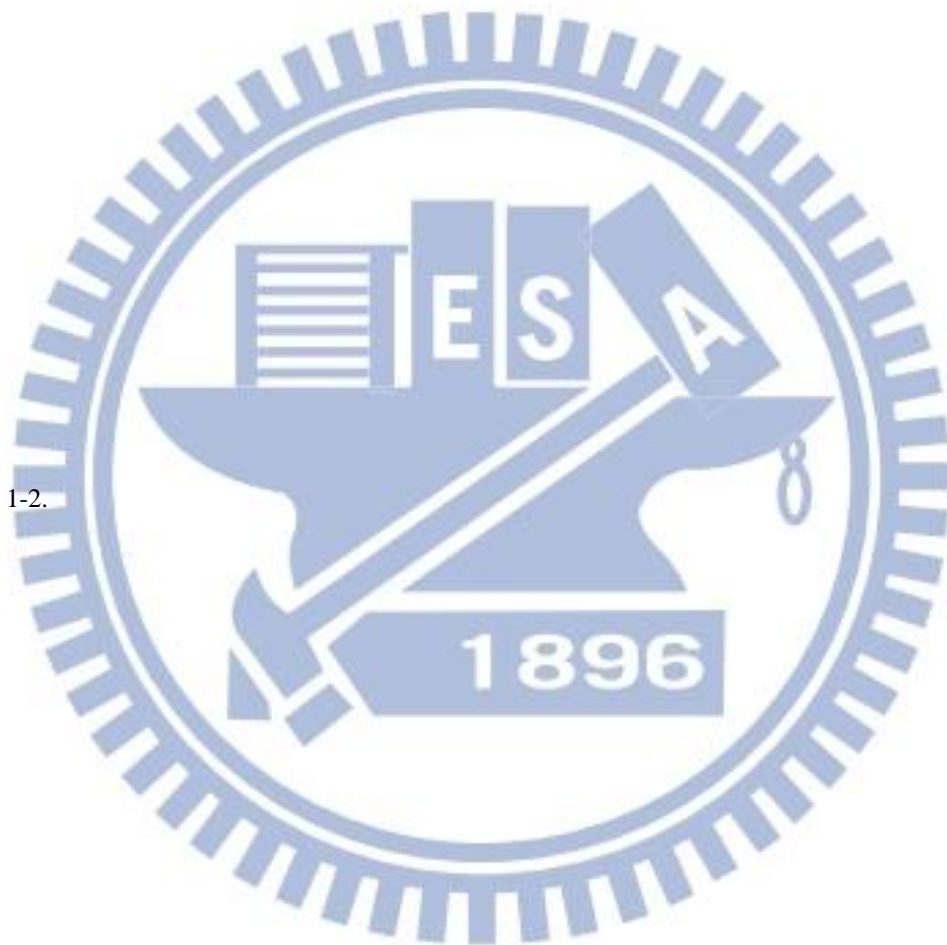
1. 有一個無蓋的圓柱形容器，外圍直徑為 22 公分，內圍直徑為 20 公分，且外壁高 10 公分，內壁高 8 公分，求此圓柱形容器本身的體積是多少立方公分（2 分）？表面積是多少平方公分（3 分）？

解：

1-1.



1-2.



答： 1-1. _____ cm^3
1-2. _____ cm^2

- 1-3. 若以 1-9 來描述，您認為這道題目有多難？（1 非常簡單 —————→ 9 非常難）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

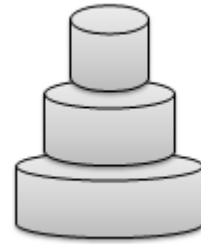
- 1-4. 若以 1-9 來描述，您認為作答此一題目付出了多少程度的努力？（1 非常低 —————→ 9 非常高）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

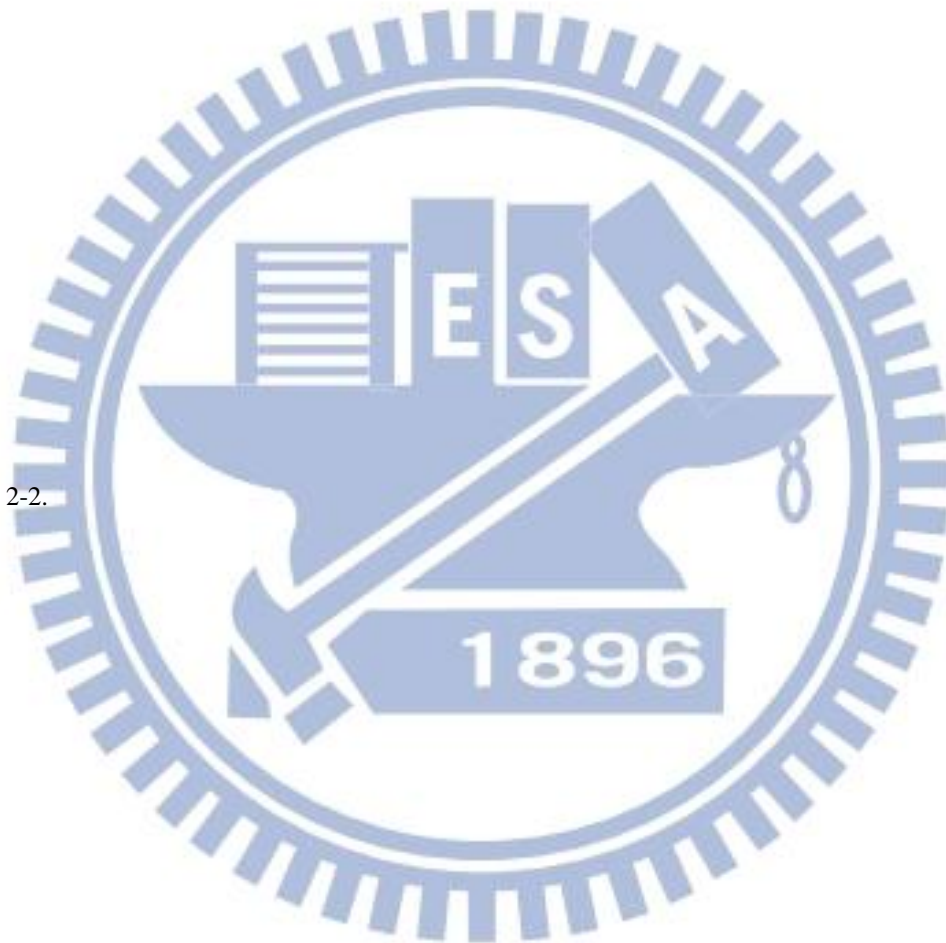
2. 右圖是高均為 1 公分，底面半徑分別為 0.5 公分、1 公分、1.5 公分三個圓柱所組合而成的圖形，求其體積（2 分）？表面積（3 分）？

解：

2-1.



2-2.



答： 2-1. _____ cm^3
2-2. _____ cm^2

2-3. 若以 1-9 來描述，您認為這道題目有多難？（1 非常簡單 —————→ 9 非常難）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

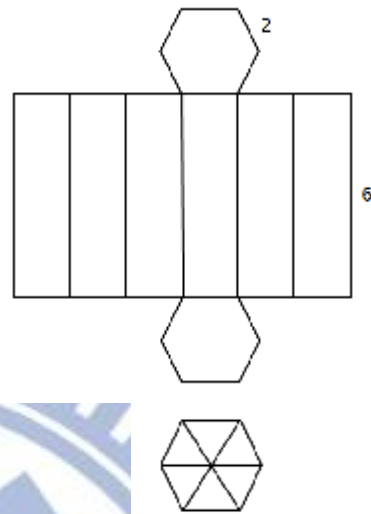
2-4. 若以 1-9 來描述，您認為作答此一題目付出了多少程度的努力？（1 非常低 —————→ 9 非常高）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

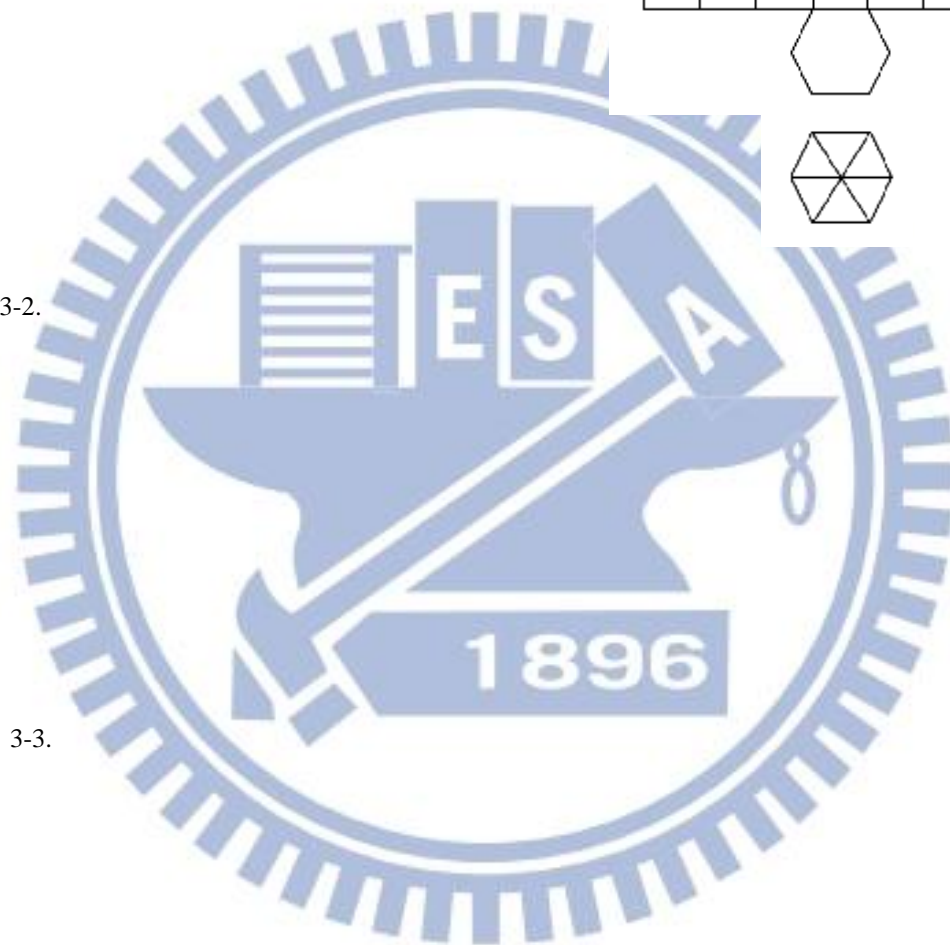
3. 下圖為一正六角柱展開圖，底面是邊長為 2 公尺的正六邊形，高為 6 公尺，求此正六角柱的底面積（2 分）？體積（1 分）？表面積（2 分）？

解：

3-1.



3-2.



3-3.

3-1. _____ m^2
 答： 3-2. _____ m^3
 3-3. _____ m^2

3-4. 若以 1-9 來描述，您認為這道題目有多難？（1 非常簡單 —————→ 9 非常難）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

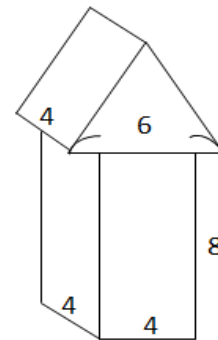
3-5. 若以 1-9 來描述，您認為作答此一題目付出了多少程度的努力？（1 非常低 —————→ 9 非常高）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

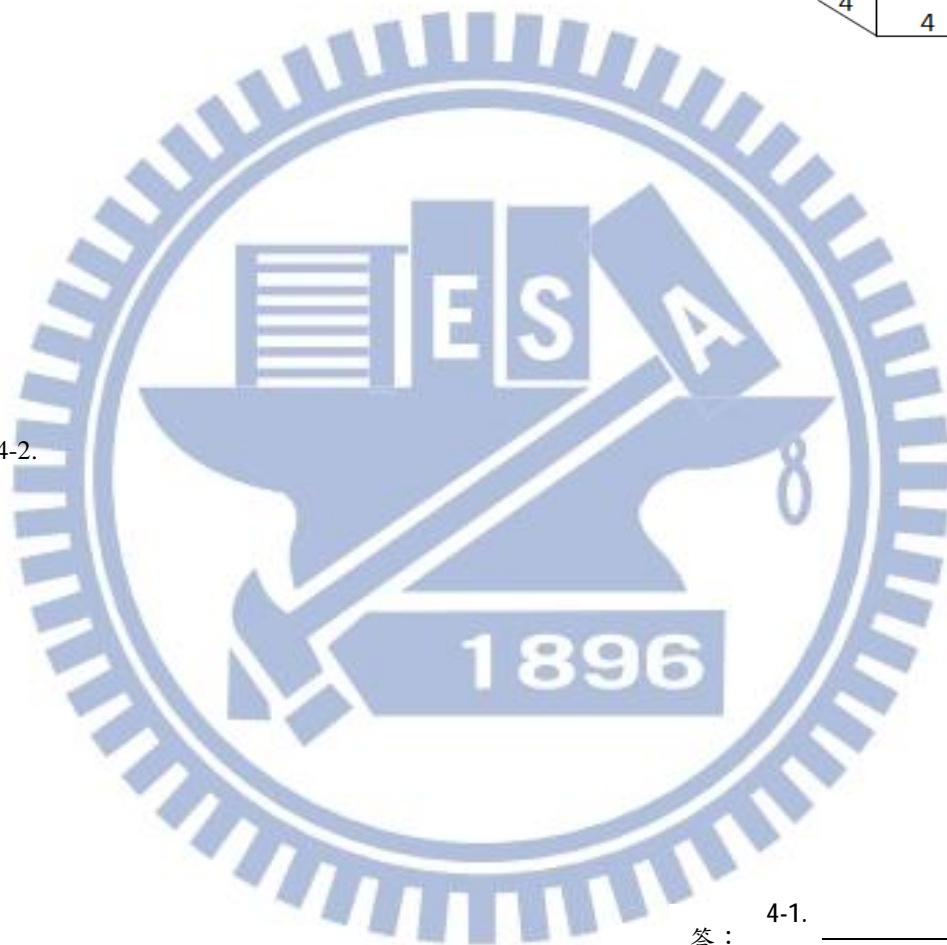
4. 如下圖，用一個三角柱和一個長方柱的積木疊成一棟房子。已知房子的總高度是 12 公分，請問此積木疊成的房子體積是多少立方公分？表面積是多少平方公分？

解：

4-1.



4-2.



答： 4-1. _____ cm^3
4-2. _____ cm^2

4-3. 若以 1-9 來描述，您認為這道題目有多難？（1 非常簡單 —————→ 9 非常難）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

4-4. 若以 1-9 來描述，您認為作答此一題目付出了多少程度的努力？（1 非常低 —————→ 9 非常高）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

附錄三-2：體積與表面積練習題本乙卷

【體積與表面積練習題目】

各位同學，您好：

感謝您參與這次的施測，這次施測的目的是想瞭解您在數學任務進行中的心理感覺，整個施測分為兩個部分：

第一部分：施測說明

1. 分組
2. 進行任務
3. 填寫量表

第二部分：進行任務

任務階段共有四道題目，施測結果僅提供後續的學術研究之用，請依您施測過程的心理感覺填答。施測時間共計 30 分鐘，施測過程中，不能參考其他教材資料，如有問題，請詢問施測老師，謝謝您的合作。

祝 學習愉快

中華民國 101 年 3 月

交通大學教研所 劉羽恬

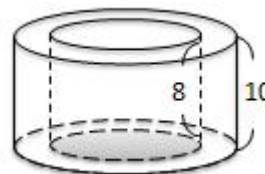
基本資料：

1. 班級： _____
2. 性別：☐ (1) 男，☐ (2) 女
3. 姓名： _____
4. 座號： _____
5. 組別：☐ (1) 合作組 ☐ (2) 個人組
6. 試卷：(2) 乙

第二部分：計算題（每題 5 分，共 20 分）（圓周率請皆以 π 表示）

1. 有一個無蓋的圓柱形容器，外圍直徑為 22 公分，內圍直徑為 20 公分，且外壁高 10 公分，內壁高 8 公分，求此圓柱形容器本身的體積是多少立方公分（2 分）？表面積是多少平方公分（3 分）？

解：



1-1. 體積算法：

$$\text{大半徑} = 22 \div 2 = 11$$

$$\text{小半徑} = 20 \div 2 = 10$$

圓柱形容器本身的體積 = 最大圓柱體體積 - 空心部分體積

$$= (\underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \pi) \times 10 - (\underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \pi) \times 8$$

$$= \underline{\quad} \pi - 800\pi$$

$$= \underline{\quad} \pi (cm^3)$$

1-2. 表面積算法：

觀察圖形可知，外部底面積 = 容器上緣環形區域面積 + 內部底面積

因此，圓柱形容器的表面積 = 外部側面面積 + 內部側面面積 + $\underline{\quad} \times 2$

$$= (\underline{\quad} \times 2 \times \pi) \times 10 + (\underline{\quad} \times 2 \times \pi) \times 8 + (\underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \pi) \times 2$$

$$= \underline{\quad} \pi + \underline{\quad} \pi + 242\pi$$

$$= \underline{\quad} \pi (cm^2)$$

答： 1-1. $\underline{\quad} cm^3$
1-2. $\underline{\quad} cm^2$

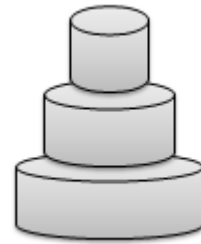
1-3. 若以 1-9 來描述，您認為這道題目有多難？（1 非常簡單 \longrightarrow 9 非常難）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

1-4. 若以 1-9 來描述，您認為作答此一題目付出了多少程度的努力？（1 非常低 \longrightarrow 9 非常高）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

2. 右圖是高均為 1 公分，底面半徑分別為 0.5 公分、1 公分、1.5 公分三個圓柱所組合而成的圖形，求其體積（2 分）？表面積（3 分）？



解：

2-1. 體積算法：

此模型的體積為=小圓柱體體積+中圓柱體體積+大圓柱體體積

$$= (\quad \times \quad \times \pi) \times 1 + (1 \times 1 \times \pi) \times 1 + (\quad \times \quad \times \pi) \times 1$$

$$= \quad \pi + 1\pi + \quad \pi$$

$$= \quad \pi (cm^3)$$

2-2. 表面積算法：

俯視此圖可觀察出，

三個圓柱體所形成的上部表面積=大圓柱體底面積

因此，此模型的表面積=

小圓柱體側面面積+中圓柱體側面面積+大圓柱體側面面積+ $\quad \times 2$

$$= (\quad \times 2 \times \pi) \times 1 + (1 \times 2 \times \pi) \times 1 + (\quad \times 2 \times \pi) \times 1 + (\quad \times \quad \times \pi) \times 2$$

$$= \quad \pi + 2\pi + \quad \pi + \quad \pi$$

$$= \quad \pi (cm^2)$$

答： 2-1. $\quad cm^3$
2-2. $\quad cm^2$

2-3. 若以 1-9 來描述，您認為這道題目有多難？（1 非常簡單 \longrightarrow 9 非常難）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

2-4. 若以 1-9 來描述，您認為作答此一題目付出了多少程度的努力？（1 非常低 \longrightarrow 9 非常高）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

3. 下圖為一正六角柱的展開圖，底面是邊長為 2 公尺的正六邊形，高為 6 公尺，求此正六角柱的底面積（2 分）？體積（1 分）？表面積（2 分）？

解：

3-1. 底面積算法：

一個正六邊形是由六個正三角形所組成（如圖 a），每一正三角形的邊長皆等於該六邊形的邊長。

由圖可知正三角形的高 = $\sqrt{2^2 - 1^2} = \underline{\hspace{1cm}}$

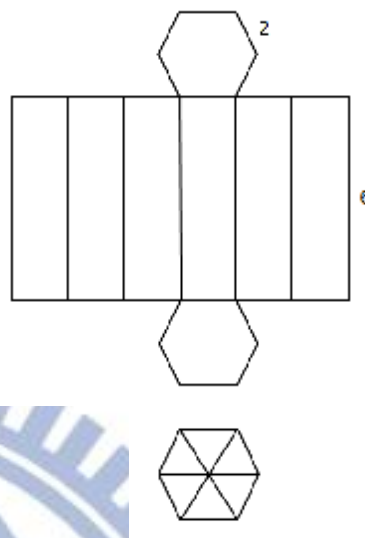
利用正三角形面積公式可得原正六角柱的底面積
 $= (2 \times \underline{\hspace{1cm}} \times \frac{1}{2}) \times \underline{\hspace{1cm}}$
 $= \underline{\hspace{1cm}} (m^2)$

3-2. 體積算法：

正六角柱體積 = $\underline{\hspace{1cm}}$ \times 高
 $= \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}}$
 $= \underline{\hspace{1cm}} (m^3)$

3-3. 表面積算法：

六個側面矩形面積和 + $\underline{\hspace{1cm}} \times 2$
 $= \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} \times 2$
 $= \underline{\hspace{1cm}} (m^2)$



3-1. $\underline{\hspace{1cm}}$ m^2
 答： 3-2. $\underline{\hspace{1cm}}$ m^3
 3-3. $\underline{\hspace{1cm}}$ m^2

- 3-4. 若以 1-9 來描述，您認為這道題目有多難？（1 非常簡單 \longrightarrow 9 非常難）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

- 3-5. 若以 1~9 來描述，您認為作答此一題目付出了多少程度的努力？（1 非常低 \longrightarrow 9 非常高）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

4. 如下圖，用一個三角柱和一個長方柱的積木疊成一棟房子。已知房子的總高度是 12 公分，請問此積木疊成的房子體積是多少立方公分？表面積是多少平方公分？

解：

4-1. 體積算法：

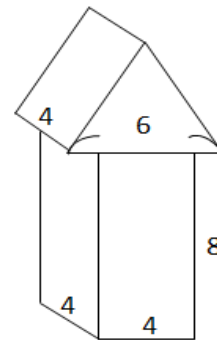
房子總高度是 12 公分，因此三角柱的高

= _____

房子體積=長方體體積+ _____

= _____ + _____

= _____ (cm^3)



4-2. 表面積算法：

三角柱與長方柱重疊部分面積不算，因此表面積=

三角柱側面面積+長方柱側面面積+長方柱下部底面積+ _____

= _____ + _____ + _____ + _____

= _____ (cm^2)

答： 4-1. _____ cm^3
4-2. _____ cm^2

4-3. 若以 1-9 來描述，您認為這道題目有多難？（1 非常簡單 —————→ 9 非常難）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

4-4. 若以 1-9 來描述，您認為作答此一題目付出了多少程度的努力？（1 非常低 —————→ 9 非常高）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

附錄四：體積與表面積後測題本

【體積與表面積】

各位同學，您好：

感謝您參與這次的施測，施測的目的是想要知道您對立體圖形體積與表面積計算的了解程度，您的用心作答非常重要，施測結果僅提供後續的學術研究之用，不作任何其他用途。本次測驗時間共計 30 分鐘，作答過程中，不能參考其他教材資料，請獨立作答，如有問題，請詢問施測老師，謝謝您的合作。

祝 學習愉快

中華民國 101 年 3 月

交通大學教研所 劉羽恬

基本資料：

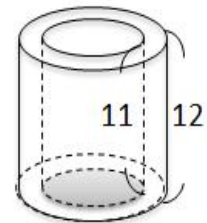
1. 班級： _____
2. 性別：☐ (1) 男，☐ (2) 女
3. 姓名： _____
4. 座號： _____
5. 組別：☐ (1) 合作組 ☐ (2) 個人組
6. 試卷：☐ (1) 甲 ☐ (2) 乙

第二部分：計算題（每題 5 分，共計 35 分）（圓周率請皆以 π 表示）

1. 右圖是一個圓柱形的木製筆筒，用尺量得外圍直徑為 10 公分，內圍直徑為 8 公分，且外側的高為 12 公分，內側的高為 11 公分。求這個筆筒本身的體積為多少立方公分（2 分）？
表面積為多少平方公分（3 分）？

解：

1-1.



1-2.



答： 1-1. _____ cm^3
1-2. _____ cm^2

- 1-3. 若以 1-9 來描述，您認為這道題目有多難？（1 非常簡單 \longrightarrow 9 非常難）

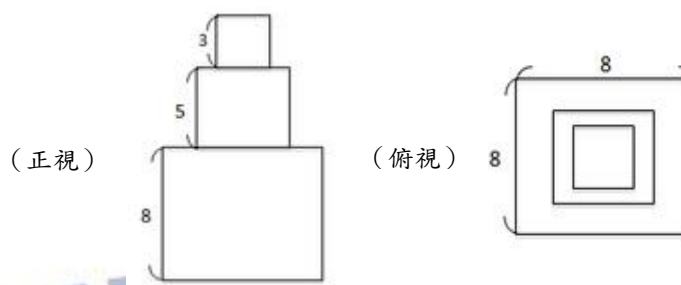
☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

- 1-4. 若以 1-9 來描述，您認為作答此一題目付出了多少程度的努力？（1 非常低 \longrightarrow 9 非常高）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

2. 右圖為一雕塑物之正視及俯視圖，它是由 3 個實心的正立方體所組成，其邊長分別為 3 公尺、5 公尺、8 公尺，求此雕塑物的體積為多少立方公尺（2 分）？今欲將此雕塑物的表面都塗上油漆，他共要塗多少平方公尺（3 分）？

解：



2-1.

2-2.

答： 2-1. _____ m^3
2-2. _____ m^2

2-3. 若以 1-9 來描述，您認為這道題目有多難？（1 非常簡單 —————→ 9 非常難）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

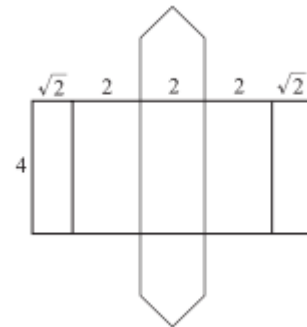
2-4. 若以 1-9 來描述，您認為作答此一題目付出了多少程度的努力？（1 非常低 —————→ 9 非常高）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

3. 有一直柱體的展開圖，求此直柱體的上下底面積之和（3分）？體積（2分）？（單位：公尺。）（此題底面積請以房屋形狀的區域計算。）

解：

3-1.



3-2.



答： 3-1. _____ m^2
3-2. _____ m^3

- 3-3. 若以 1-9 來描述，您認為這道題目有多難？（1 非常簡單 —————→ 9 非常難）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

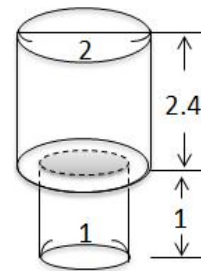
- 3-4. 若以 1-9 來描述，您認為作答此一題目付出了多少程度的努力？（1 非常低 —————→ 9 非常高）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

4. 右圖是由兩個圓柱體鑄成的模型，它的體積是多少立方公尺（2分）？表面積是多少平方公尺（3分）？

解：

4-1.



4-2.



答： 4-1. _____ m^3
4-2. _____ m^2

4-3. 若以 1-9 來描述，您認為這道題目有多難？（1 非常簡單 —————→ 9 非常難）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

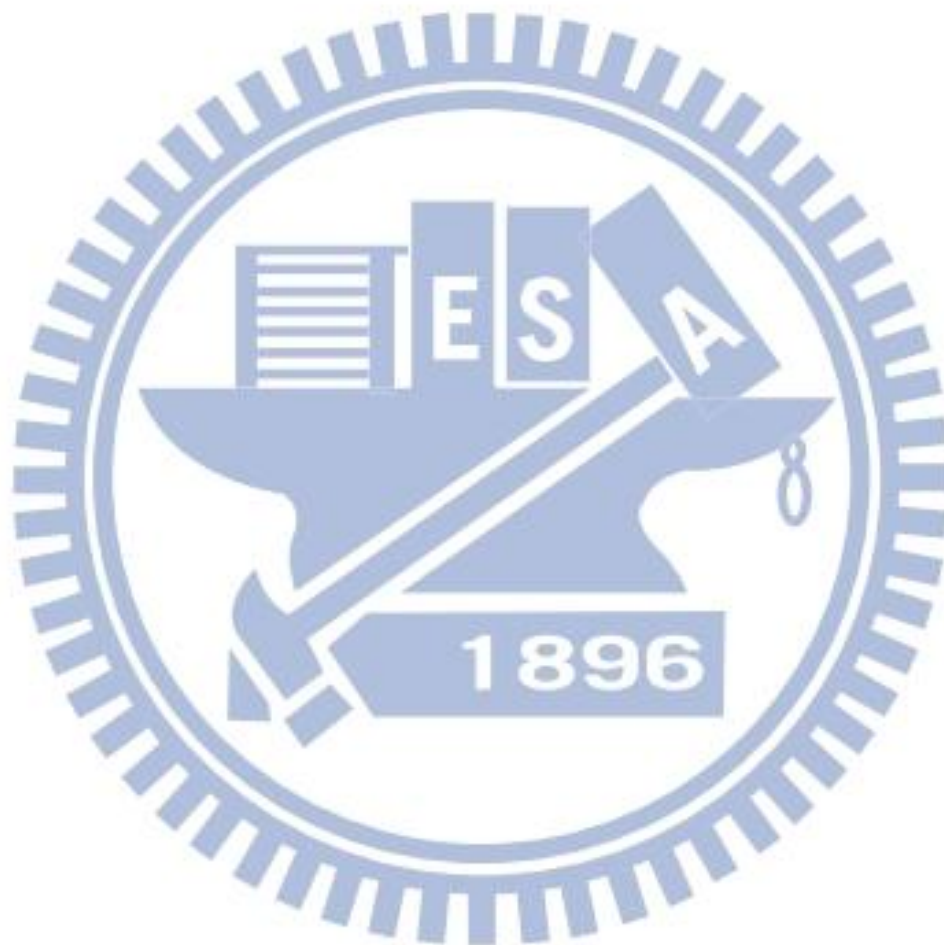
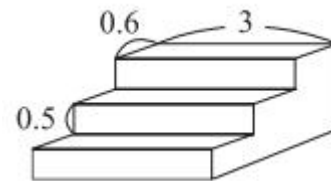
4-4. 若以 1-9 來描述，您認為作答此一題目付出了多少程度的努力？（1 非常低 —————→ 9 非常高）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

5. 如圖，有一個水泥階梯，相鄰的兩個面都互相垂直，階梯每階高 0.5 公尺，寬 0.6 公尺，長為 3 公尺，求此水泥階梯的體積（5 分）。

解：

5-1.



答： 5-1. _____ m^3

5-2. 若以 1-9 來描述，您認為這道題目有多難？（1 非常簡單 —————→ 9 非常難）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

5-3. 若以 1-9 來描述，您認為作答此一題目付出了多少程度的努力？（1 非常低 —————→ 9 非常高）

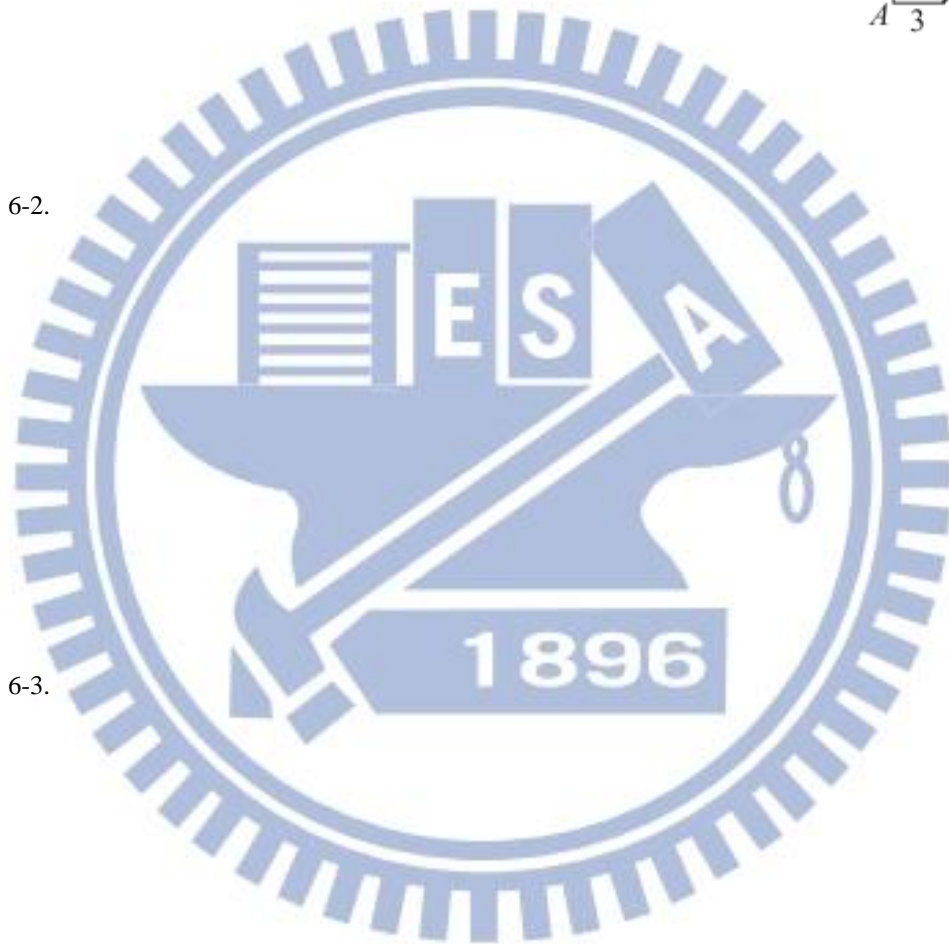
☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

6. 有一邊長為 3、4、12 的長方體，如果只在長方體表面移動，求 A 走到 B 的最短距離（2 分）？
以及該長方體的體積（1 分）與表面積（2 分）。
（單位：公分）

6-1.



6-2.



6-3.

6-1. _____ cm

答： 6-2. _____ cm^3

6-3. _____ cm^2

6-4. 若以 1-9 來描述，您認為這道題目有多難？（1 非常簡單 \longrightarrow 9 非常難）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

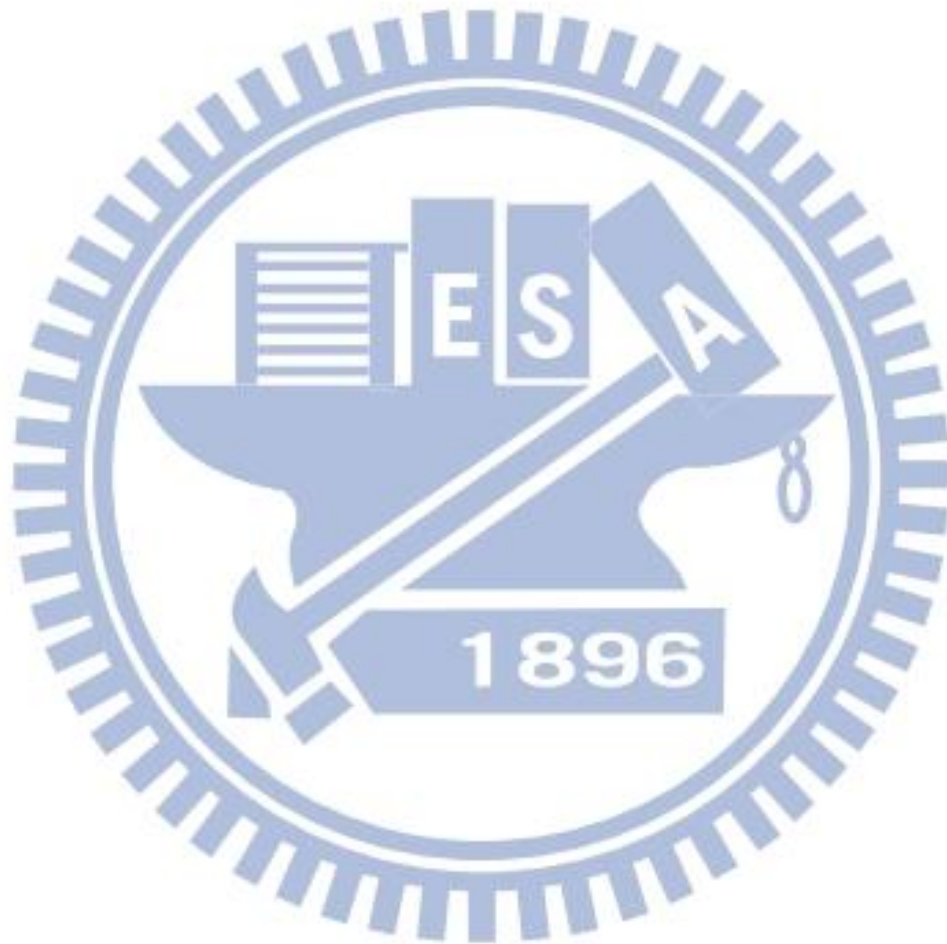
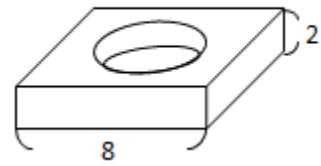
6-5. 若以 1-9 來描述，您認為作答此一題目付出了多少程度的努力？（1 非常低 \longrightarrow 9 非常高）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

7. 如圖，在一底面為正方形的正四角柱中間挖掉一個直徑為 4 的直圓柱，則剩下的體積為何（5 分）？（單位：公分）

解：

7-1.



答： 7-1. _____ cm^3

7-2. 若以 1-9 來描述，您認為這道題目有多難？（1 非常簡單 —————→ 9 非常難）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

7-3. 若以 1-9 來描述，您認為作答此一題目付出了多少程度的努力？（1 非常低 —————→ 9 非常高）

☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

非常謝謝您的作答！

最後，請您填寫下列問題。此問題僅供後續的學術研究之用，不作任何其他用途，請您安心作答，謝謝您的配合。

1. 請問您是否有補習？☐沒有 ☐有（續填下一題）
2. 若您有補習，請問前面的七題題目，有哪些題目是您已經在補習班學習過的？（可複選）
 - ☐ 第 1 題
 - ☐ 第 2 題
 - ☐ 第 3 題
 - ☐ 第 4 題
 - ☐ 第 5 題
 - ☐ 第 6 題
 - ☐ 第 7 題

