

# 國立交通大學

## 資訊科學工程研究所



碩士論文

影像與倒影之對稱偵測

Detection of Imagery Symmetry due to Optical Reflection

研究生：梁元宇

指導教授：林正中 副教授

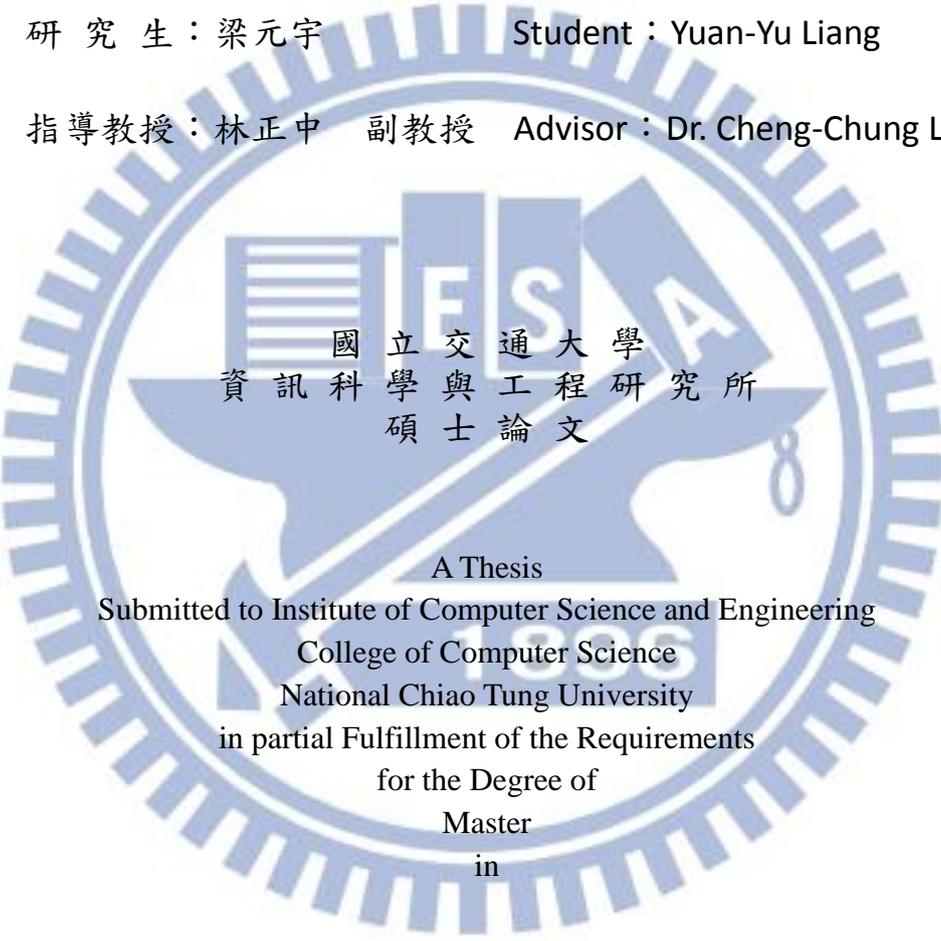
中華民國 一百零一 年 九月

影像與倒影之對稱偵測

Detection of Imagery Symmetry due to Optical Reflection

研究生：梁元宇 Student：Yuan-Yu Liang

指導教授：林正中 副教授 Advisor：Dr. Cheng-Chung Lin



國立交通大學  
資訊科學與工程研究所  
碩士論文

A Thesis

Submitted to Institute of Computer Science and Engineering

College of Computer Science

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Computer Science

September 2012

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國 101 年 9 月

# 影像與倒影之對稱偵測

學生：梁元宇

指導教授：林正中 副教授

國立交通大學資訊科學與工程研究所碩士班

## 中文摘要

本論文就影像與對稱倒影之對稱偵測課題加以探究並實作出可行有效之系統。其處理過程分成三個階段：1) 影像特徵點擷取 2) 梯度資訊統計分析 3) 對稱軸及對稱點配對搜尋。

論文研究重點在於特徵點擷取階段，整合亮度對比與兩種特定梯度結構分佈類型所取得之特徵點，特別適用於影像與倒影之對稱偵測之用。

# Detection of Imagery Symmetry due to Optical Reflection

Student : Yuan-Yu Liang

Advisor : Cheng-Chung Lin

Institute of Computer Science And Engineering  
National Chiao Tung University

## ABSTRACT

Study on the issues of detecting imagery symmetry due to optical reflection is presented in this thesis, based on which a system capable of effectively finding such reflective imagery symmetry was implemented.

The key lies in the extraction of feature points for feeding into a quite standard symmetry detecting process. The extraction exploits specific patterns in gradient structure in conjunction with contrast such that feature points in favor of reflective imagery symmetry detection are extracted.

## 誌謝

本篇論文的完成，首先要感謝我的指導教授林正中博士這兩年多來的教誨，令我習得許多影像處理上的知識，並且學習到灰階影像梯度向量在影像處理上的應用。還有感謝陳俊宏學長給予我部份論文方向的靈感。另外，亦十分感謝我的畢業口試評審委員廖弘源博士、陳良華博士及荊宇泰博士，提供許多寶貴的意見，補足論文裡不足的部分。

其次，感謝實驗室的學長姊、同學及學弟們這幾年來的砥礪、照顧與指導，從各位身上我習得許許多多的研究技巧與知識，使我能運用這些學到的知識順利完成論文及修正論文的缺失。當然還有在我背後一直默默支持我的同學朋友，以及許許多多曾經幫助過我的人，謝謝你們。其中，特別要感謝我的好友周郁婷同學，幫我論文的語句做最後的檢查。

最後，最要感謝我的家人，感謝有你們的一路陪伴關愛，沒有你們就沒有今天的我們，我也無法於此順利畢業，感謝你們的支持、打氣，由於有你們，在我失落時還能站起來堅持下去，謝謝你們辛苦的付出，你們是最棒的家人。

## 目錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
目錄	iv
圖片目錄	v
第一章 簡介	1
第二章 相關研究	5
2.1 梯度資訊統計法	5
2.2 特徵點辨識法	7
2.3 由梯度資訊切割影像	9
2.4 小結	12
第三章 處理方法	13
3.1 對稱偵測處理架構	14
3.2 特徵點擷取方法	18
3.2.1 亮度對比	19
3.2.2 梯度向量	20
3.2.3 大區塊同向性分佈	22
3.2.4 梯度相位角熵度(Entropy)計算	26
3.2.5 特徵點	28
3.3 梯度相位角統計分析	30
3.4 對稱軸投票流程	32
3.4.1 影像對稱點配對搜尋	33
3.4.2 霍夫轉換找對稱軸	35
第四章 實驗結果分析	39
4.1 影像類型與分析	39
4.1.1 主體倒影對稱	41
4.1.2 一般對稱單一對稱物體	43
4.1.3 一般對稱多重對稱物體	46
4.2 結果圖	50
4.2.1 與主觀認知相符的結果圖	50
4.2.2 與主觀認知不相符的結果圖	107
第五章 結論	110
5.1 影像特色點分析與討論	110
5.2 未來發展及總結	115
參考文獻	117

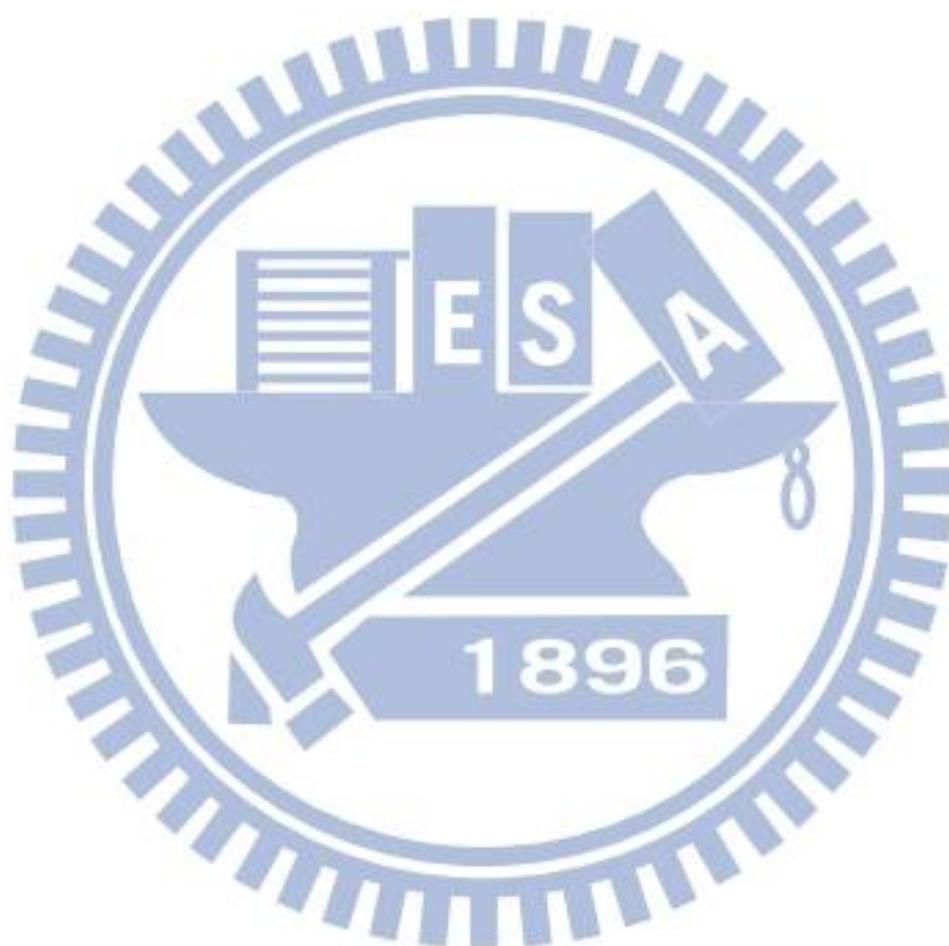
## 圖片目錄

圖 一-1 : (a) 旋轉對稱示意圖 (b) 軸對稱示意圖(文獻 [2]).....	1
圖 一-2 : 橋墩倒影對稱 .....	2
圖 一-3 : 梯度相位角統計直方圖(文獻 [4]).....	3
圖 一-4 : 對稱角度與對稱點關係圖(文獻 [6]) .....	4
圖 二-1 : 文獻 [3] 流程圖 .....	5
圖 二-2 : (a) 結果圖(b) $c(x)$ 的直方圖(文獻 [4]) .....	6
圖 二-3 : 文獻 [9] SIFT 結果圖 .....	7
圖 二-4 : 文獻 [7] 結果圖 .....	7
圖 二-5 : 文獻 [8] 流程圖 .....	8
圖 二-6 : 文獻 [8] 中的傾斜對稱 .....	8
圖 二-7 : 汽車表面的大面積一致性的光影變化 .....	9
圖 二-8 : 斑馬的條紋結構 .....	10
圖 二-9 : 純色馬、天空與雜草 .....	11
圖 三-1 : 系統架構圖 .....	14
圖 三-2 : a) 原圖 b) 亮度高對比圖 .....	15
圖 三-3 : a) 大區塊梯度同向性 b) 對比及大區塊梯度同向性圖 .....	16
圖 三-4 : Gradient Orientation Histogram $H(\theta)$ .....	16
圖 三-5 : a) 特徵點 b) 特徵點梯度資訊統計分析結果圖 .....	17
圖 三-6 : a) 對稱中點霍夫轉換結果圖 b) 對稱中點圖 .....	18
圖 三-7 : a) 原圖 b) 亮度對比圖(Mask 大小為 $3 \times 3$ ) .....	19
圖 三-8 : 相位角示意圖 .....	20
圖 三-9 : Convolution mask .....	21
圖 三-10 : 梯度相位角對應圖 .....	22
圖 三-11 : 用來算 Neighbor 數目的 Mask .....	23
圖 三-12 : a) 原圖 b) 梯度大區塊同向性權重圖 .....	23
圖 三-13 : a) 原圖 b) 梯度大區塊同向性亮度高對比區塊 .....	24
圖 三-14 : 梯度方向分類圖 .....	24
圖 三-15 : a) 原圖 b) 第二種大區塊同向性權重圖 .....	25
圖 三-16 : 影像梯度相位角熵度抓取圖例 .....	28
圖 三-17 : 梯度相位角分佈 .....	28
圖 三-18 : 特徵點抓取圖 .....	29
圖 三-19 : 景物邊緣梯度方向分佈 .....	30
圖 三-20 : (a) 對稱主要物體 (b) 對物體中心的環狀直方累計圖 .....	31
圖 三-21 : 梯度統計分析法圖例 .....	32

圖 三-22:對稱角度與對稱點關係圖 .....	33
圖 三-23:對稱點配對中點判定流程圖 .....	34
圖 三-24:對稱偵測中點圖及結果圖 .....	35
圖 三-25: $x-y$ 空間與 $\rho-\theta$ 空間關係圖 .....	36
圖 三-26:系統架構流程圖 2 .....	37
圖 四-1:一般線對稱單一對稱物體 .....	40
圖 四-2: a)主體倒影對稱 b)一般線對稱多重對稱物體 .....	40
圖 四-3:水邊的建築物倒影對稱 .....	41
圖 四-4:水邊建築物倒影對稱 .....	42
圖 四-5:孔雀開屏 .....	43
圖 四-6:草枝上的蝴蝶 .....	43
圖 四-7:孔雀開屏對稱偵測階段結果圖 .....	44
圖 四-8:草枝上蝴蝶對稱偵測中間結果圖 .....	45
圖 四-9:兩隻大象 .....	46
圖 四-10:兔子與貓 .....	46
圖 四-11:多棟高樓大廈 .....	47
圖 四-12:吃草莖的山羊 .....	47
圖 四-13:兔子與貓線對稱中間過程結果圖 .....	48
圖 四-14:兩隻大象線對稱中間過程結果圖 .....	49
圖 四-15:自然風景水面倒影 1 .....	50
圖 四-16:自然風景水面倒影 2 .....	51
圖 四-17:自然景物倒影 3 .....	52
圖 四-18:人繪倒影 .....	53
圖 四-19:水邊建築倒影 1 .....	54
圖 四-20:水邊建築物倒影 2 .....	55
圖 四-21:建築水面倒影 3 .....	56
圖 四-22:橋墩水面對稱 .....	57
圖 四-23:水面建築物倒影 3 .....	58
圖 四-24:水面建築物倒影 4 .....	59
圖 四-25:水面建築物倒影 5 .....	60
圖 四-26:水面倒影建築物 6 .....	61
圖 四-27:汽車路面倒影 .....	62
圖 四-28:水面汽車倒影 1 .....	63
圖 四-29:水邊美洲獅倒影 .....	64
圖 四-30:水邊鴨子 .....	65
圖 四-31:水邊獅子圖 .....	66
圖 四-32:水邊長頸鹿 .....	67
圖 四-33:水邊長頸鹿 1 .....	68

圖 四-34：多隻長頸鹿 1 .....	69
圖 四-35：水邊多隻長頸鹿 2 .....	70
圖 四-36：水邊長頸鹿 2 .....	71
圖 四-37：水邊長頸鹿 3 .....	72
圖 四-38：水邊獅子圖 1 .....	73
圖 四-39：雪地中的狼 .....	74
圖 四-40：獅子的頭 .....	75
圖 四-41：馬來膜 .....	76
圖 四-42：女模特兒臉 .....	77
圖 四-43：海膽 .....	78
圖 四-44：鐵塔 .....	79
圖 四-45：拱門 .....	80
圖 四-46：樹枝上的蝴蝶 .....	81
圖 四-47：草枝上的蝴蝶 .....	82
圖 四-48：樹葉上的蟬 .....	83
圖 四-49：盤子上的飛蛾 .....	84
圖 四-50：樹葉葉脈 .....	85
圖 四-51：人造標籤 1 .....	86
圖 四-52：人造標籤 2 .....	87
圖 四-53：人造標籤 3 .....	88
圖 四-54：桌巾圖案 .....	89
圖 四-55：剪紙 .....	90
圖 四-56：企鵝圖 .....	91
圖 四-57：兔子與貓中間階段結果圖 .....	92
圖 四-58：水邊兩隻老虎 .....	93
圖 四-59：兩隻貓頭鷹 .....	94
圖 四-60：老虎和獅子 .....	95
圖 四-61：老虎與兔子 .....	96
圖 四-62：狗與小貓 1 .....	97
圖 四-63：狗與貓咪 .....	98
圖 四-64：兩隻大象對稱偵測中間過程結果圖 .....	99
圖 四-65：水邊長頸鹿 1 .....	100
圖 四-66：戰鬥機飛行 .....	101
圖 四-67：戰鬥機飛行 1 .....	102
圖 四-68：辦公大樓 .....	103
圖 四-69：街道轉角 .....	104
圖 四-70：圓形街道 .....	105
圖 四-71：兩個機器人 .....	106

圖 四-72：山羊圖 .....	107
圖 四-73：一隻大象 .....	108
圖 四-74：多棟大樓 .....	109
圖 五-1：山羊中間過程圖 .....	111
圖 五-2：大象 2 中間過程圖 .....	112
圖 五-3：大樓中間過程圖 .....	113



# 第一章 簡介

在人造或是自然界的景物中，往往都存在對稱結構與特性。人類的視覺系統，能夠從複雜的背景中，辨識出對稱結構，以及首先注意到自然界中具對稱結構的景物(文獻 [1])。在參考文獻 [1]中，發現對稱的特性對人類視覺是一個重要的機制。所以，在電腦視覺的領域中，影像的對稱性偵測一直都受廣泛之探討，應用也甚廣。

對稱的種類大致上可以分為兩類(文獻 [2])；第一類為線對稱(Bilateral Symmetry)，第二類為點對稱(Rotational Symmetry)。當影像的景物存在一個對稱線，而對著這個對稱線兩側的具有相同的特徵與相似的形狀，如圖 一-1 (b)，我們說這個景物有線對稱。當影像的景物存在一個中心點，經過旋轉某個角度 $\theta = \frac{2\pi}{n}$ 後，形狀與特徵仍然沒有改變，我們說這個景物有點對稱，例如圖 一-1 (a)(此圖 $n = 4$ )，

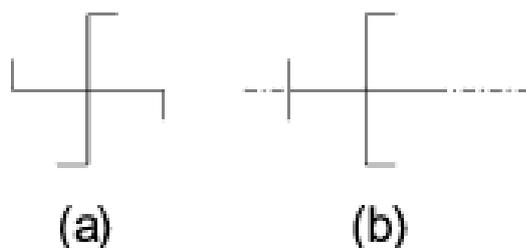


圖 一-1：(a) 旋轉對稱示意圖 (b) 軸對稱示意圖(文獻 [2])

此外，在線對稱之中，有一種特別的類型；主體本身雖無對稱，可是主體本身卻跟主體的倒影呈現線對稱，如圖 一-2；這類型的對稱在本論文稱為『主體倒影對稱』。如果這類對稱在影像中為面積分佈範圍大，或是唯一的對稱，本論文的系統也可以偵測出來。這類的線對稱並非景物本身的對稱而是因為光影的投射所產生，倒影通常會較主體影像體模糊，倒影本身光影變化雖然與主體類似但比較不完整，是一種不易抓取的對稱類型。

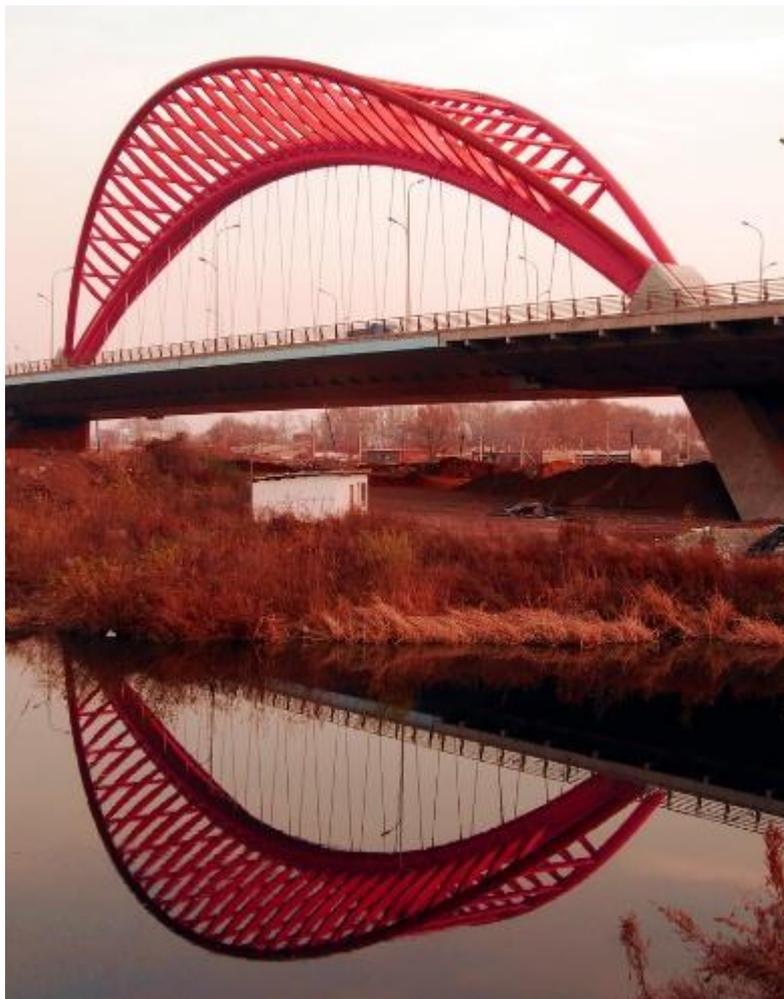
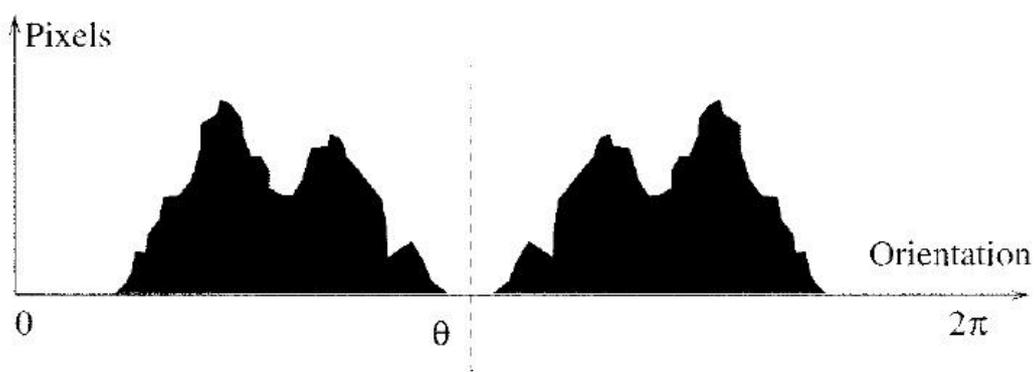


圖 一-2：橋墩倒影對稱

在文獻 [3] 的研究中，提出一項關於對稱的特性：將影像梯度的相位角做累計直方圖，發現在對稱方向兩邊的分佈會差不多，如圖一-3 所示。在文獻 [4] 的研究中，利用卷積特性結合文獻 [3] 的結果，推出更方便的方式找出主體的主要對稱方向。在圖一-4，可以清楚地知道對稱軸角度與兩個對稱點座標的關係，可藉此關係來檢驗找到的對稱角度是否正確。此外，在文獻 [5] 的觀察裡，利用影像裡各個像素的梯度、對比、亮度等資訊，可以把影像擷取出具有某些特徵的影像點。



圖一-3：梯度相位角統計直方圖(文獻 [4])

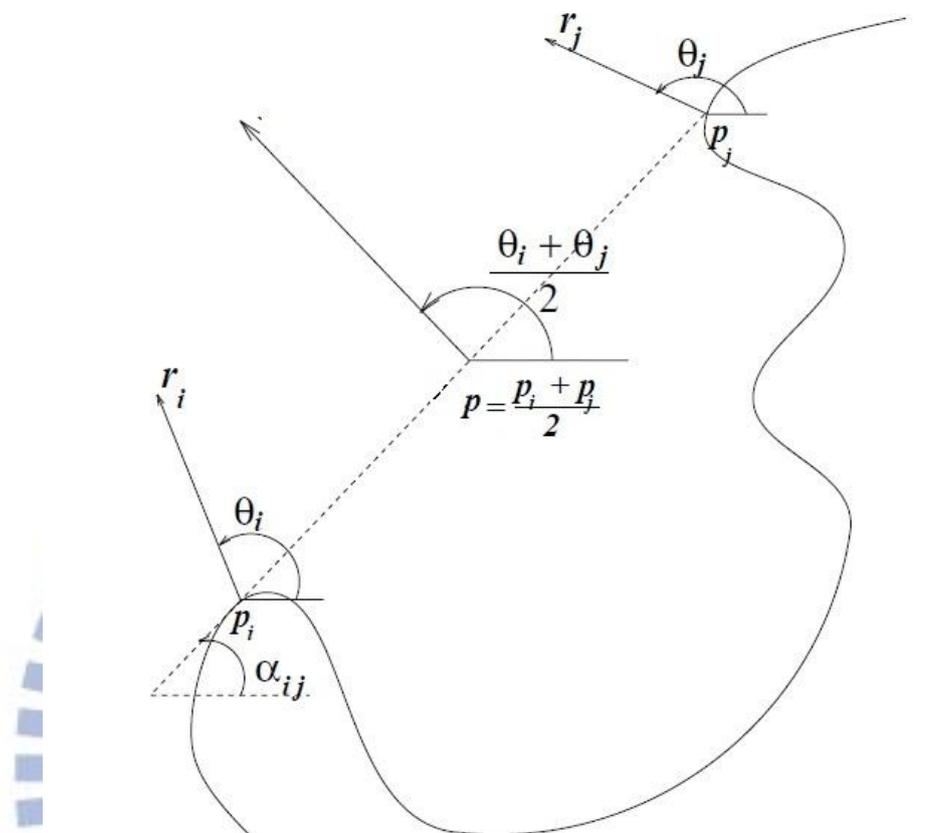


圖 一-4:對稱角度與對稱點關係圖(文獻 [6])

本篇論文主要針對線對稱進行分析跟處理，在文獻 [3] [4] [5] 的基礎上，建構幾個程式模組執行對稱性的判定。設計並實作一套流程，透過各個像素的梯度、亮度、與對比等資訊，進行整合自動化擷取輸入影像之主要對稱像素點與對稱軸，比較所擷取出的主要對稱像素點和位置與人眼認知上的差異度，並加以探討。

接下來將會在第二章中介紹，目前就個人已知對稱偵測相關技術的研究。第三章說明本篇論文所採用的處理程序及方法。第四章為實驗之結果與分析，第五章則是本篇論文的結論。

## 第二章 相關研究

目前在對稱偵測這個領域，已經有不少相關的文獻，觀察出來的一些對稱特性也不盡相同。基本上都是基於在對稱線兩側出現的相似性質，例如類似的光影特性(文獻 [6])，梯度的相位角度對著對稱線有相似的分佈(文獻 [3] [4])；而在文獻 [5]提出利用光影變化擷取出具有特殊性質的影像點，以上都是一些可用來做影像對稱偵測的依據。本章節中，主要介紹本論文所有參考的方法，將依序簡介梯度資訊統計法(文獻 [3] [4])，特徵點辨識法(文獻 [7] [8])，以及文獻 [5]中，利用光影特性，把影像分割的方法。

### 2.1 梯度資訊統計法

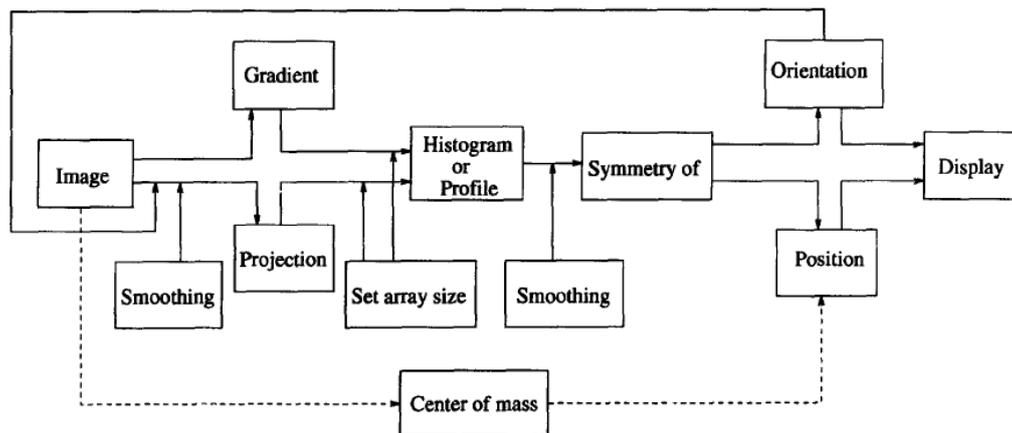


圖 二-1：文獻 [3] 流程圖

在文獻 [3] 中，提出了利用梯相位度角度資訊的對稱偵測方法，

如圖 2-1。此方法主要針對簡單的線對稱影像進行處理，先從原始影像中擷取梯度資訊，計算出梯度的相位角，對相位角進行統計，以直方圖顯示，如圖 一-3 所示，並以下列運算式計算：

$$c(x) = \sum_{\theta=0}^{\pi} h(x + \theta)h(x - \theta) , 0 \leq x \leq 2\pi$$

在文獻 [4] 中，把上面式子做一個改良，發現上式等同於將相位角的直方累計式  $h(\theta)$  自己對自己做卷積，也就是  $h * h$ 。在  $c(x)$  出現極大值的  $x$  會是可能對稱角度之一， $x$  介於  $0$  到  $2\pi$ ，在改良後的運算式中， $x$  可能有一個以上。接著必須用其他方式，例如圖 一-4 的關係式，來驗證找到的候選角  $x$  是否是真正的對稱角。圖 二-2(a) 為偵測的結果圖，圖 二-2(b) 為  $c(x)$  的直方圖。

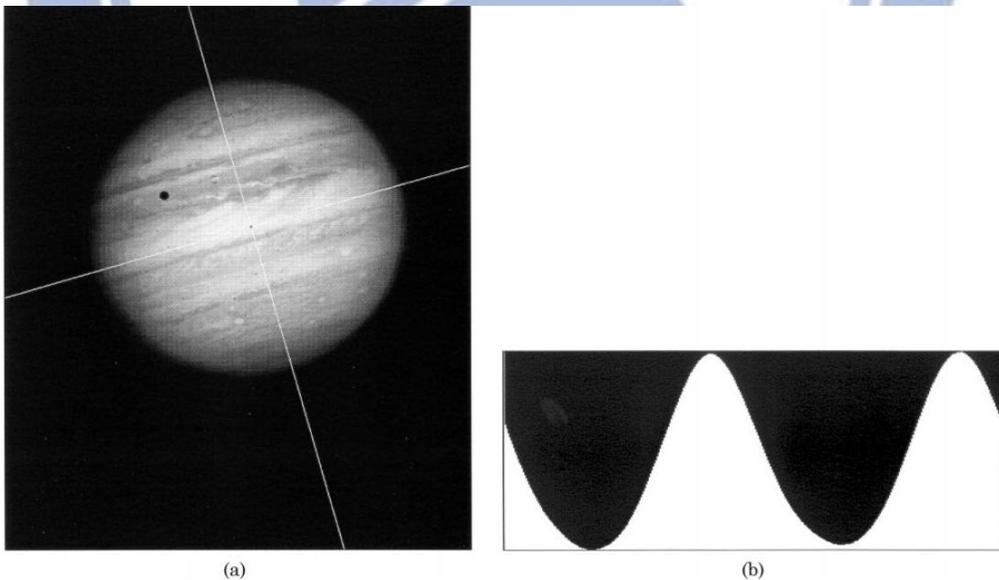


圖 二-2：(a)結果圖(b)  $c(x)$  的直方圖(文獻 [4])

## 2.2 特徵點辨識法

在文獻 [7] [8] 中，利用特徵擷取與辨識的方法，先使用 SIFT(Scale Invariant Feature Transform(文獻 [9])) 法擷取出影像中的特徵點，如圖 二-3 所示。然後將這些特徵點配對，找出相關聯的特徵點配對，接著檢驗這些特徵點配對是否有達成對稱的條件(例如：光影條件和梯度對稱等關係)，最後將符合條件的中心點留下來，以中心點做連線，可找出相對應的對稱軸，再用最小平方法修正到最正確的軸線上，流程如圖 二-5。



圖 二-3：文獻 [9] SIFT 結果圖

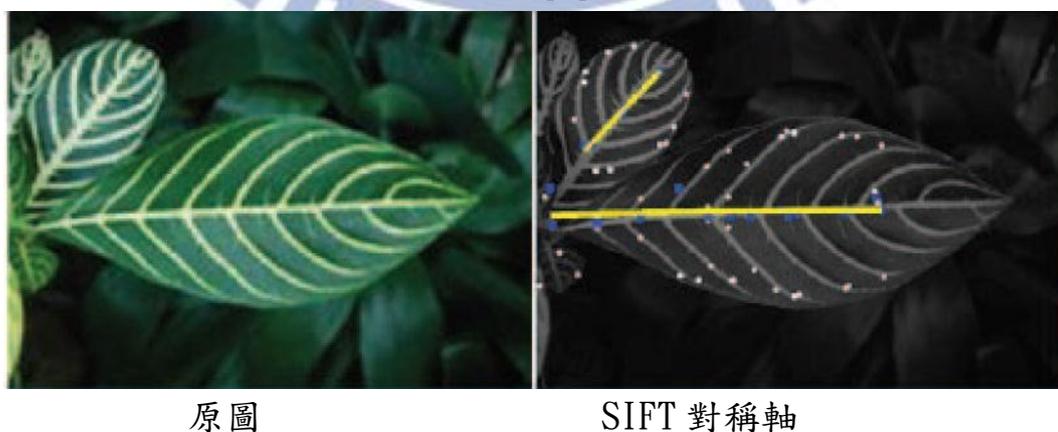


圖 二-4：文獻 [7] 結果圖

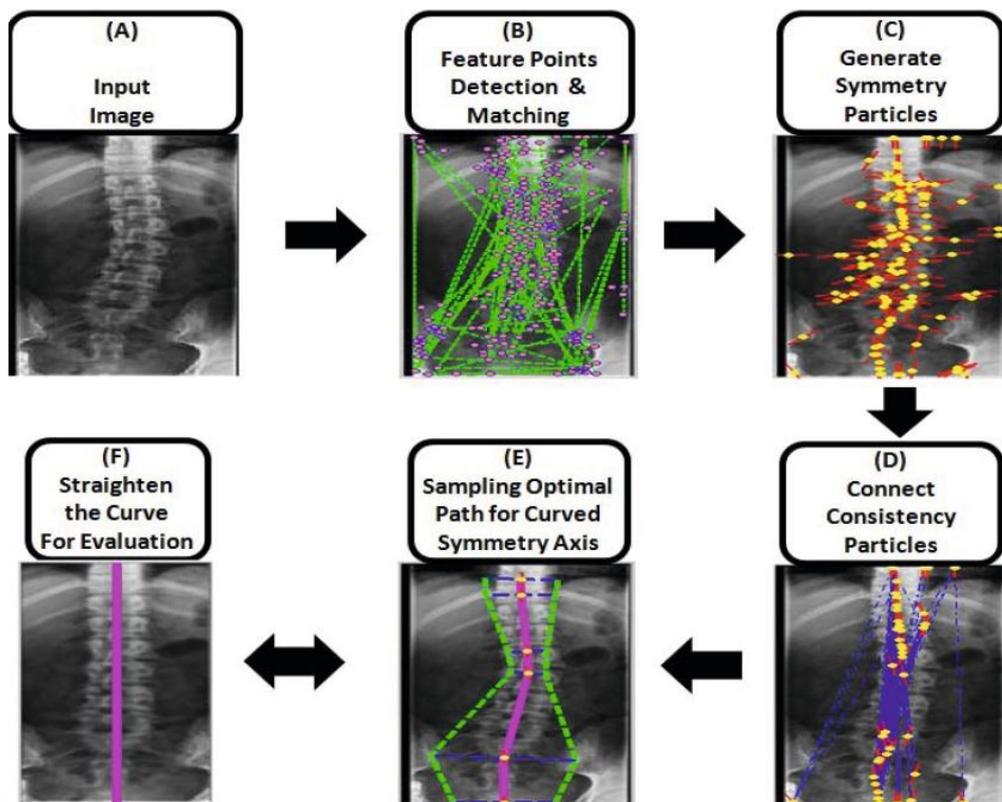


圖 二-5：文獻 [8] 流程圖

使用文獻 [7] [8] 中所述的特徵點辨識法，除了可以找到一般的線對稱，也可以找到文獻 [8] 中所定義的對稱軸彎曲的傾斜對稱，如圖 二-6 所示。

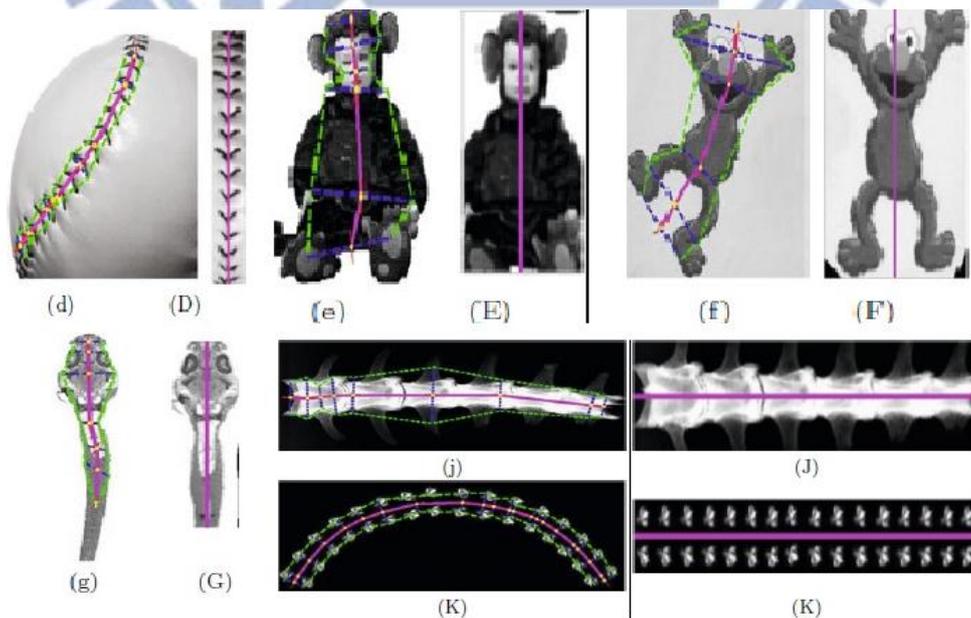


圖 二-6：文獻 [8] 中的傾斜對稱

## 2.3 由梯度資訊切割影像

在文獻 [5] 中，利用若干局部分佈的光影特性來擷取影像中特定的區塊，比如說：亮度對比、梯度相位角分佈。在文獻 [5] 中，首先把影像轉成灰階影像，計算灰階影像的梯度分佈。

根據梯度相位角的局部分佈，定義了三種特性的區塊：

以一個從參考點周圍區域  $M$  來看，

- 1) 同向性：排除參考點， $M$  內的點之相位角角度與參考點都相差不大。一般在影像中物體輪廓或是輪廓邊緣具有這樣的特性。例如：在陽光照射下，大型物體的邊緣大多會呈現相同的梯度分佈，如圖 二-7。



圖 二-7：汽車表面的大面積一致性的光影變化

2) 逆向性：在這個 M 區塊內，所有點的梯度相位角角度分佈，大致呈現兩個相差大約 180 度(或說徑度為  $\pi$ )之區域。一般而言，這樣的區塊大多會是條紋類型的結構組織或者不同結構組織的分界線，例如動物身上的毛絨、斑馬身上的條紋、物體的邊緣或者是表面內凹的縫隙(石縫、衣服、皮膚、樹皮皺折)，乃至表面長形凸隆等，如圖 二-8。

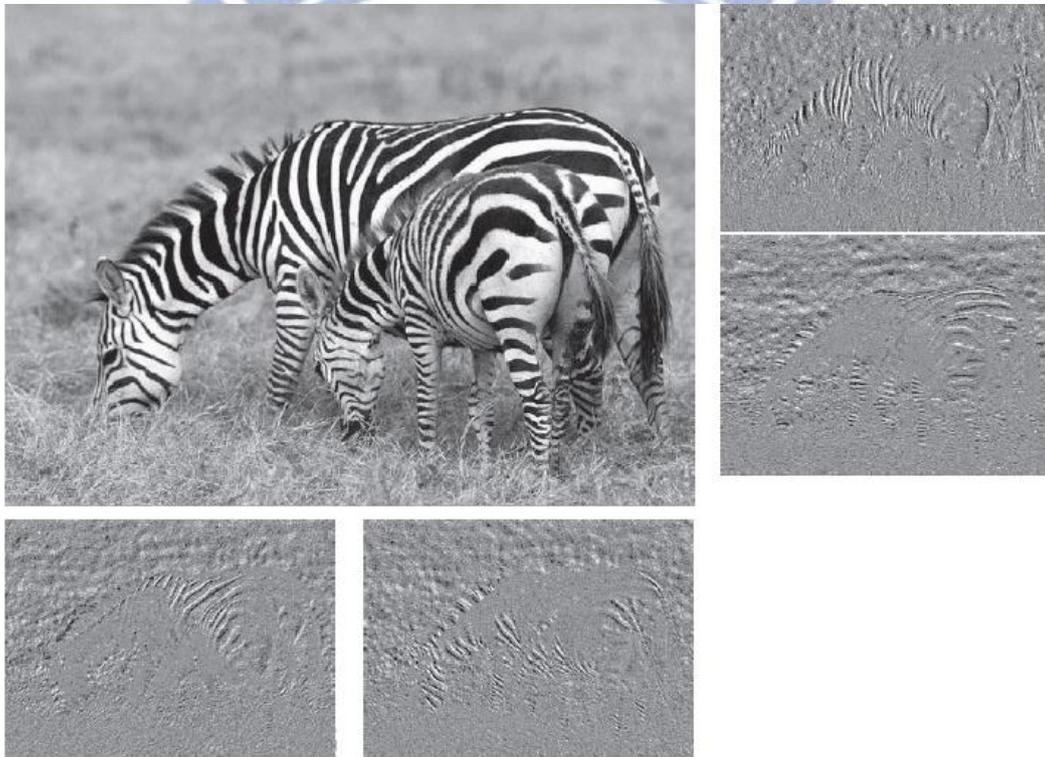


圖 二-8：斑馬的條紋結構

3) 散亂性：在這個 M 區塊內，所有點的梯度相位角分佈較為平均，不具有同向性及逆向性分佈的其他區塊。以下是文獻 [5] 觀察到的結果，通常在散亂性分佈區域，我們可以觀察到的是亮度變化大，但變化的方向很不固定的區域，例如雜草花叢；或者是亮度變化極弱的區域，例如天空、純色的馬。如果是分佈在亮度變化極弱的區域，那麼這個區域就不一定能區分出是背景或是主體目標。如圖 二-9。



圖 二-9：純色馬、天空與雜草

## 2.4 小結

由文獻 [7] [8] 研究可以發現，其實對稱現象的貢獻像素點主要在某些具有特性的特徵點，所以本論文將會設計出一個結合特徵點與文獻 [4] 所提方法的對稱偵測方法。

在本篇論文中，將會根據文獻 [5] 所觀察出的結果，設計出一個利用梯度相位角局部分佈的特性，擷取出新的特性區域，接著把這個區域的像素點結合到文獻 [4] 的觀點中，找出所有可能的對稱的角度，根據這些角度以及梯度向量對稱關係圖，算出所有具對稱性的配對點，最後把配對點的中點標示出來，並以霍夫轉換畫出最具代表性的對稱線。

### 第三章 處理方法

本論文希望透過梯度相位角方向、亮度對比等資訊先找出具有某些特性的影像點，然後對這些影像點的梯度相位角套用直方累計函數，並且引用文獻 [4]的關係式，找出所有可能的對稱角度。接著從這些影像點中檢驗出最主要的對稱角度，並且找出主要提供對稱資訊的像素點。在處理流程的中間若干步驟，實作了幾個不同的特徵點截取法，並透過實驗觀察的方式，找到一套較符合人類視覺判斷的參數組。在接下來的幾個小節，會依序將本論文系統架構、特徵點以及最後做對稱軸抓取的流程圖，做詳細的說明。

### 3.1 對稱偵測處理架構

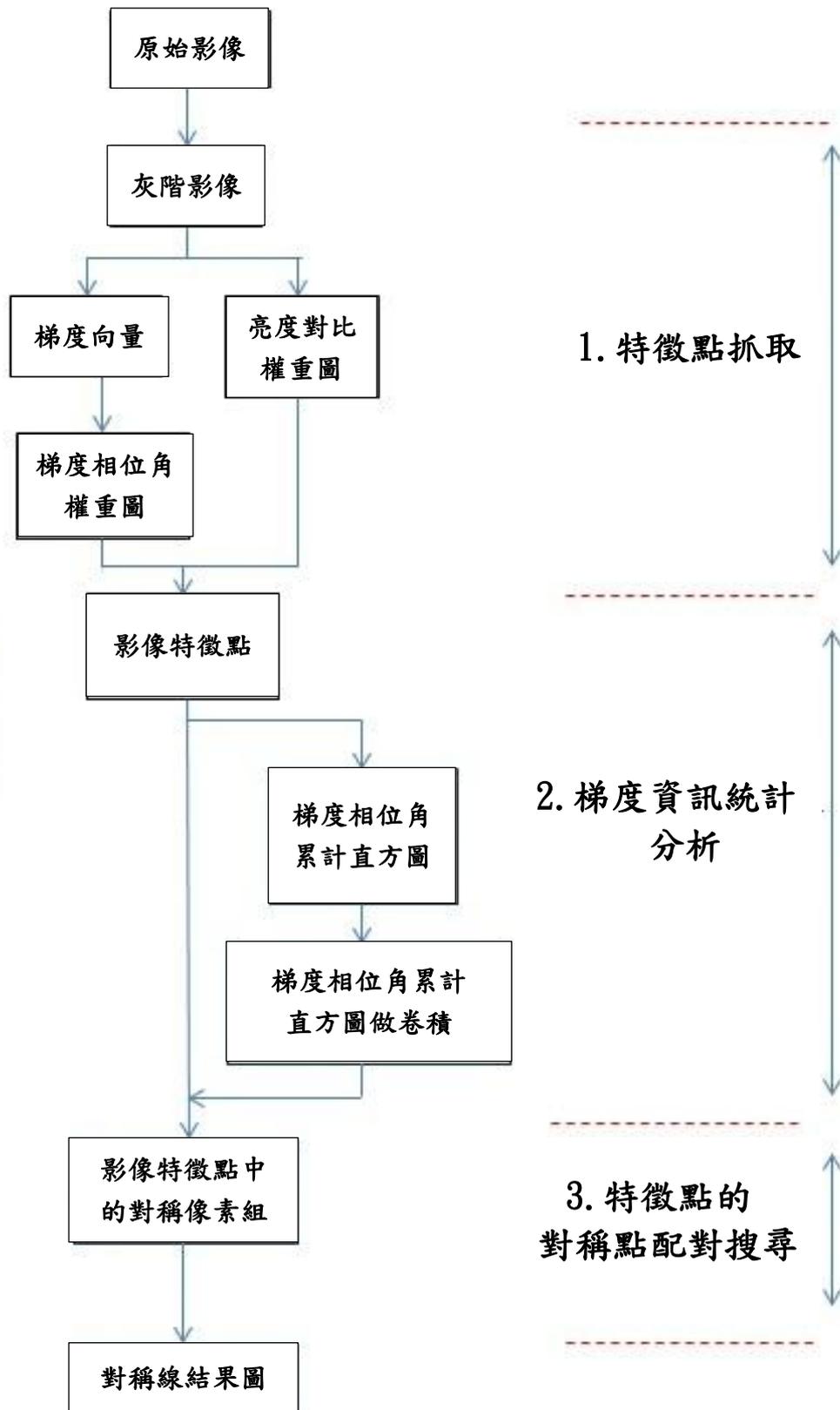


圖 三-1：系統架構圖

本論文的對稱偵測流程如圖 三-1 所示。主要分為三大步驟；步驟一，將原始影像轉換成灰階圖計算出梯度向量，由梯度向量的分佈特性抓取出特徵點；步驟二，將特徵點座梯度相位角做統計分析，找出所有可能的對稱角度；步驟三，利用前面兩個步驟得到資訊在所有的特徵點中找出所有符合的對稱點配對，再把像素組的中點做霍夫轉換找出最主要的對稱軸。

本論文中，特徵點的區域特性是採用大面積具有相似角度分佈以及角度平均分佈的特性，相較於文獻 [5] 中的同向性區域還多加了同向性區塊大小以及小區域局部角度平均分佈的特性(梯度相位角低度，詳見 3.2.4 討論)。先收集同時具有前面兩種特性的像素點，加上亮度對比高的特性，就可以得到本論文的梯度相位角對比權重圖，此圖的亮點就是用來作相位角直方圖的特徵點，這些點藉由一系列觀察發現，具有較高的對稱特性。



圖 三-2：a)原圖 b)亮度高對比圖

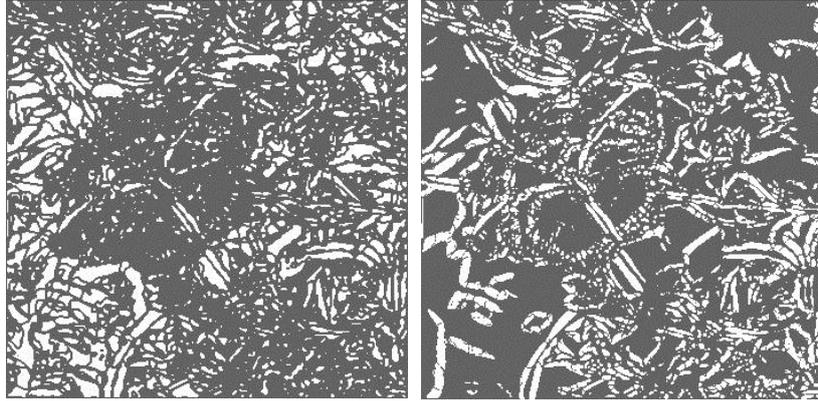


圖 三-3：a)大區塊梯度同向性 b)對比及大區塊梯度同向性圖

圖 三-3 與及圖 三-2 b)是由上述步驟一，要找出特徵點圖所需先做出的中間過程圖。

將這些特性點用文獻 [4]的運算式可以找出所有可能的主要對稱方向，也就是利用這些特性點的梯度相位角做直方圖累計得到下面附圖中的  $H(\theta)$ ，

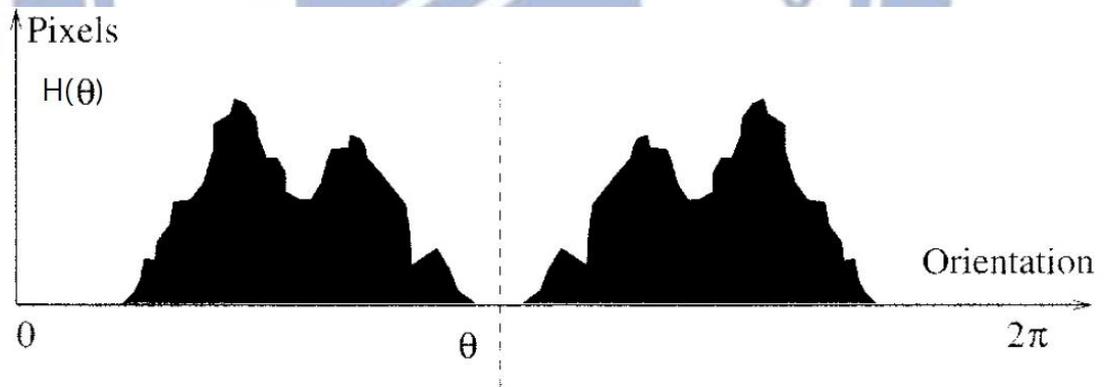


圖 三-4：Gradient Orientation Histogram  $H(\theta)$

再把  $H(\theta)$  自己對自己做卷積，如下式：

$$c(x) = \sum_{\theta=0}^{\pi} h(x + \theta)h(x - \theta), 0 \leq x \leq 2\pi$$

在  $c(x)$  中的所有極大值皆為可能的對稱角度；再利用圖 一-4 的關係式以及梯度大小去找尋這些極大值角度  $x$  相對應的對稱點配對

(Symmetry pair)，而這些可能的對稱方向找到的對稱點配對個數愈多，代表在這個方向的對稱愈明顯。因此，在本篇論文中，選取找到對稱點配對個數最多的方向，當作是最主要的對稱線方向，然後把對稱點配對中點標記起來做成中點權重圖。

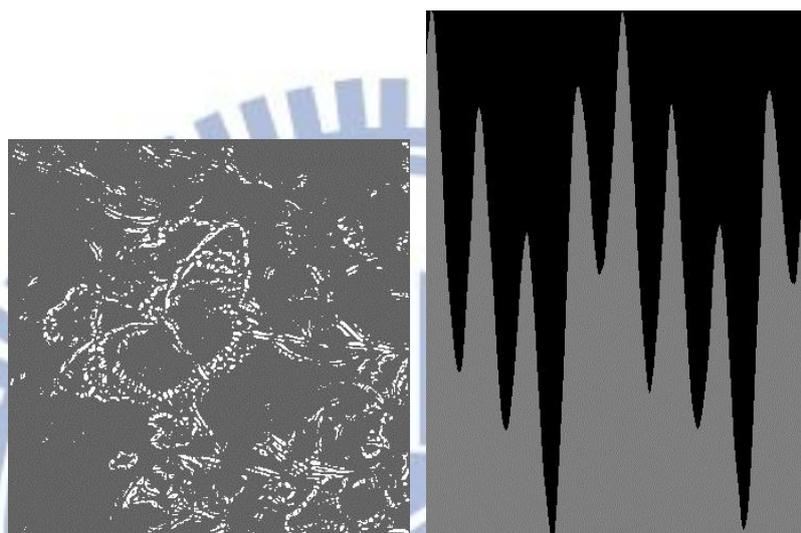


圖 三-5：a)特徵點 b)特徵點梯度資訊統計分析結果圖

圖 三-5 a)是由步驟一所產生的中間過程圖所組合出來，而圖 三-5 b)是由圖 三-5 a)在步驟二做梯度資訊分析所產生之結果圖。

中點權重圖做霍夫轉換後，即可得到最明顯的對稱線，並且利用對稱線經過的對稱點配對，可以找投票出對稱線的對稱點配對，這樣即可以找出對稱的範圍及位置，在結果圖部分會把主要的對稱線及最外圍的對稱點配對畫出來，以作為觀察是否與我們主觀上的認知相符。

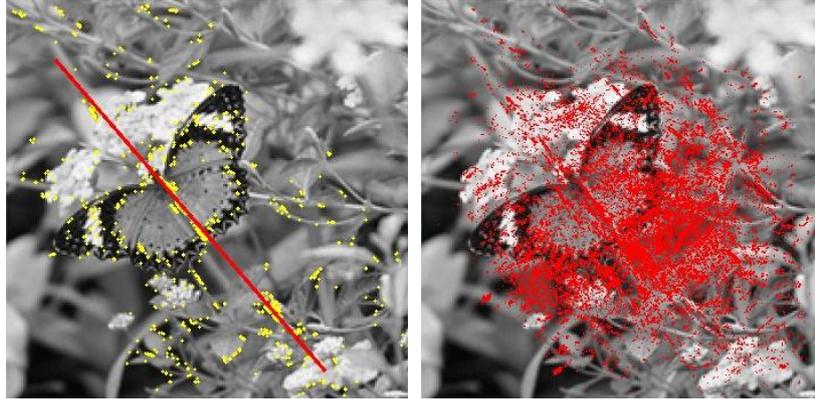


圖 三-6：a)對稱中點霍夫轉換結果圖 b)對稱中點圖

圖 三-6 b) 是由步驟二所分析出來的可能對稱角度，經由步驟三的對稱點配對搜索，以及分析出來最多配對數目方向的對稱中點權重圖。圖 三-6 a)是由圖 三-6 b)做霍夫轉換所產生之結果圖。

### 3.2 特徵點擷取方法

本節主要介紹本論文所使用的特徵點之擷取方式。本論文主要透過特徵點的抓取找出影像中具有若干光影特性的像素點，這些像素點具有較高對稱的特性，藉此避免一些不必要的干擾資訊。本論文的特徵點主要具有三種光影特性：亮度對比高、大面積梯度方向分佈一致以及影像參考像素點周圍梯度方向分佈平均。在接下來的幾個小節裡，會依序地詳述本論文用來抓取這三種特性的方法。

### 3.2.1 亮度對比

將彩色影像做完影像灰階化得到灰階影像，把灰階影像的亮度值  $I$ ，進行亮度對比值  $R$  的計算，計算公式如下：

$$R(x, y) = I_{\max} - I_{\min}$$

其中， $I_{\max}$  與  $I_{\min}$  的定義是如下：

$$I_{\max} = \max_{-\frac{n}{2} \leq i, j \leq \frac{n}{2}} I(x+i, y+j)$$

$$I_{\min} = \min_{-\frac{n}{2} \leq i, j \leq \frac{n}{2}} I(x+i, y+j)$$

在處理過程中，首先建立一個  $n \times n$  的遮罩(Mask)，接著對著每個像素做運算，在做運算時將此像素放在遮罩中心，並且在遮罩範圍內找出亮度最大值  $I_{\max}$  及亮度最小值  $I_{\min}$ ，計算出最大值與最小值的差值，當作此像素之對比差  $R$ ，其結果如圖 三-7：

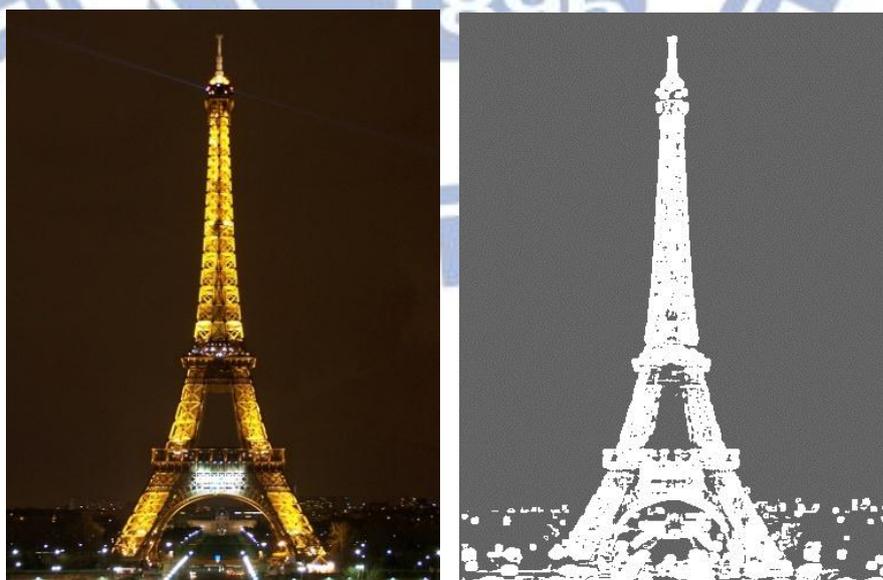


圖 三-7：a)原圖 b)亮度對比圖(Mask 大小為  $3 \times 3$ )

在本文中，所取出的像素點，是亮度對比較高的像素點。門檻值

的取法是算出所有像素點亮度對比的平均值及標準差，然後以平均值減去一個標準差作為門檻值，本文是擷取大於門檻值的像素點，也就是亮度高對比區域。

### 3.2.2 梯度向量

本節主要介紹文中梯度向量的計算方法，文中採取的是 $3 \times 3$ 的 Sobel Mask，與參考文獻 [2] [5] 相同，本節所得到的梯度資訊，在之後的 3.2.3 與 3.2.4 用來作抓取梯度方向分佈特性的依據。

本論文參考文獻 [2] [5] 的做法，以影像灰階亮度變化值作為梯度方向的參考值，示意圖如下：(方向為由暗指向亮)

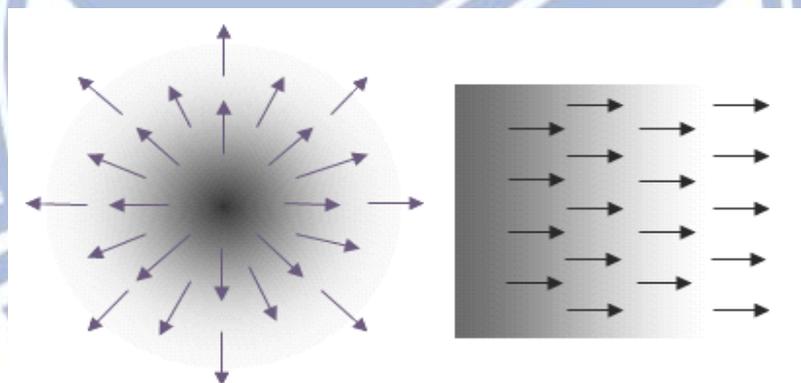


圖 三-8：相位角示意圖

在此梯度向量由下面式子定義：

$$\nabla L \equiv \text{grad}(L) \equiv \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial x} \\ \frac{\partial L}{\partial y} \end{bmatrix}$$

以下定義敘述取自 [2]，其中  $L \equiv L(x,y)$  為影像中  $(x, y)$  座標的亮度值，

$g_x$ 、 $g_y$ 分別為  $x$  和  $y$  方向的亮度值變化量，可以利用 prewitt mask 或 sobel mask 與灰階影像的亮度值做卷積，本論文的實驗皆是採用 sobel mask。在完成 $g_x$ 和 $g_y$ 的計算後，影像中像素座標 $(x, y)$ 的對比差大小為 $|\nabla L| = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$ ，相位角方向 $\theta = \tan^{-1} \frac{g_y}{g_x}$ ，並利用 $g_x$ 和 $g_y$ 的正負值將轉換成 0~360 度的範圍。

其中， $g_x$ 和 $g_y$ 的相關定義如下：

將一個影像的灰階值  $L$ ，分別對  $h1$  及  $h2$  做卷積，可以依序得到  $G_x$  跟  $G_y$  這兩個分別代表兩個軸方向對比差的矩陣：對每個  $i, j$ ，使得  $g_x = G_x(i, j)$  及  $g_y = G_y(i, j)$ ， $0 \leq i < \text{影像高度}$  且  $0 \leq j < \text{影像寬度}$ ，則有下列關係式：

$$g_y = \sum_{p=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{k=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} h1(i+p, j+k) \cdot L(i+p, j+k)$$

$$g_x = \sum_{p=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{k=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} h2(i+p, j+k) \cdot L(i+p, j+k)$$

圖 三-9：Convolution mask 為 prewitt mask 和 sobel mask。

$$h1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \qquad h1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$h2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad h2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Prewitt mask Sobel mask

圖 三-9：Convolution mask

### 3.2.3 大區塊同向性分佈

此步驟目的是希望找到影像中梯度方向分佈較為一致並且分佈較為廣泛的區域，為之後的對稱判斷去除一些不必要的干擾資訊。梯度方向資訊是承接梯度向量所得出的相位角方向，然後把相位角方向

分成八個類別 $S_1 \sim S_8$ ，分別是以下八個集合表示：

$$\begin{aligned}
 S_1 &= \{\theta | 0 \leq \theta \leq 22.5 \parallel 337.5 \leq \theta \leq 360\}, & S_2 &= \{\theta | 22.5 \leq \theta \leq 67.5\} \\
 S_3 &= \{\theta | 67.5 \leq \theta \leq 112.5\} & S_4 &= \{\theta | 112.5 \leq \theta \leq 157.5\} \\
 S_5 &= \{\theta | 157.5 \leq \theta \leq 202.5\} & S_6 &= \{\theta | 202.5 \leq \theta \leq 247.5\} \\
 S_7 &= \{\theta | 247.5 \leq \theta \leq 292.5\} & S_8 &= \{\theta | 292.5 \leq \theta \leq 337.5\}
 \end{aligned}$$

將梯度方向分成 $S_1 \sim S_8$ 八大類，用八個 0-1 矩陣來記錄該項素所在的類別。舉例來說，若相位角為 45 度，則屬於 $S_2$ ，所以在第二個矩陣此像素的相對應位置的值則為 1，而在其他七個矩陣此像素的相對應位置則為 0。如圖 三-10 所示：

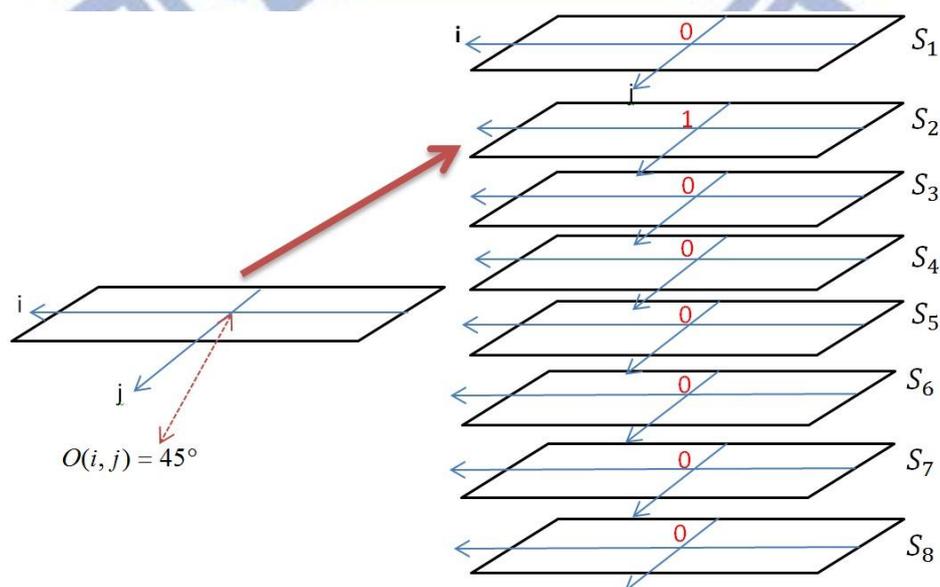


圖 三-10：梯度相位角對應圖

將此八個二元矩陣，對著一個  $3 \times 3$  且中心值為 0 其餘為值 1 的遮罩(Mask)做卷積(convolution)再與自己做交集，分別算出這八個類別矩陣不為 0 值的相連區塊的個數。如圖 三-11 所示，遮罩 Neighbor 是用來計算相連區塊個數，及大小為  $3 \times 3$ ：

$$\text{Neighbor} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

圖 三-11：用來算 Neighbor 數目的 Mask

將上述步驟對原本的八個二元矩陣做兩次，則可以得到一個區塊鏈結性的強弱對應，最小值為 0，最大值為 64，再將這八個矩陣相加，則可以得到具有相對應分佈大的同向性區塊。如圖 三-12：



圖 三-12：a)原圖

b)梯度大區塊同向性權重圖

將此相對應分佈大的同向性區塊再結合亮度對比度高的加權，此即為本篇論文所謂梯度大區塊同向性亮度高對比區域。這些特徵點具有特性為具有同向性高且分佈區塊大且具有亮度高對比。具有這些特性的點通常是物體的邊緣部分或是大面積同向性分佈的區塊，如圖 三-13：



圖 三-13：a)原圖

b) 梯度大區塊同向性亮度高對比區塊

這邊還有另一種找大區塊同向性的做法，這個做法參考自文獻

[10]，將梯度相位角個別分成兩種 4 大區塊，分別可以表示成下面兩

類：

$$\text{Div1} = \{C_1, C_2, C_3, C_4\}, \text{Div2} = \{C'_1, C'_2, C'_3, C'_4\} \text{ where}$$

$$C_1 = \{\theta | 0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ\}, C_2 = \{\theta | 90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ\}$$

$$C_3 = \{\theta | 180^\circ \leq \theta \leq 270^\circ\}, C_4 = \{\theta | 270^\circ \leq \theta \leq 359^\circ\}$$

and

$$C'_1 = \{\theta | 0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ \parallel 315^\circ \leq \theta \leq 359^\circ\}, C'_2 = \{\theta | 45^\circ \leq \theta \leq 135^\circ\}$$

$$C'_3 = \{\theta | 135^\circ \leq \theta \leq 225^\circ\}, C'_4 = \{\theta | 225^\circ \leq \theta \leq 315^\circ\}$$

可以用下面兩個圖來表示兩種不同的分類：

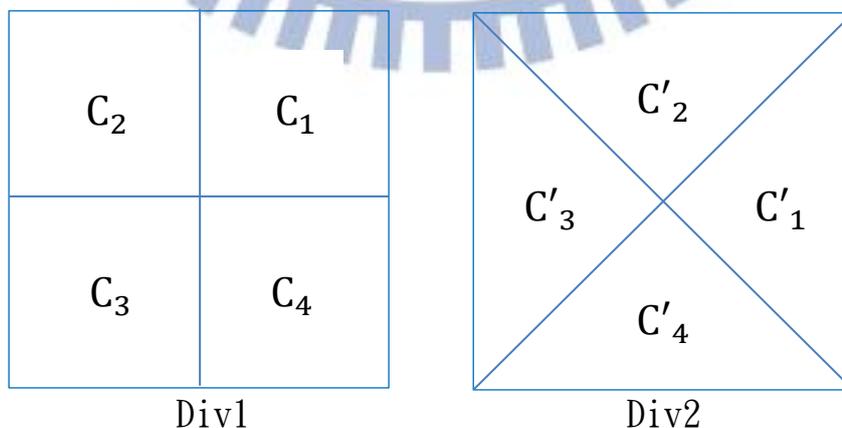


圖 三-14：梯度方向分類圖

其中每個  $C'_i$  與  $C_i$  的區間都相差  $45^\circ$  的間距，這兩種分割 Div1 與 Div2 彼此間剛好有一種互補的機制，所以兩個用前述的 Neighbor Mask 做卷積找到的類型區塊彼此相差  $45^\circ$ ，最後把這兩種區塊全部做加總，則可以得到另一種同向性大區塊的加權，用此區塊找到的圖示如下：



圖 三-15：a)原圖 b)第二種大區塊同向性權重圖

### 3.2.4 梯度相位角熵度(Entropy)計算

此步驟主要目的是希望抓取影像中周圍梯度方向分佈較平均的像素點(亦即周遭梯度方向較為散亂)，本步驟之梯度相位角資訊取自於 3.2.2 節所算出的梯度向量。本論文設計了一個運算式用來抓取周圍梯度方向分佈平均(亦即周遭梯度方向較為散亂)的像素點，定義此運算式為所謂的『梯度相位角熵度(Entropy)』。

梯度相位角熵度的運算方式如下：

對一個  $5 \times 5$  的遮罩(Mask)M，將遮罩內所有梯度相位角有定義的(不為-1)像素，與 3.2.3 節一樣，先分成八個類別，也就是  $S_1 \sim S_8$ ，分別

是以下八個集合表示：

$$\begin{aligned} S_1 &= \{\theta | 0 \leq \theta \leq 22.5 \parallel 337.5 \leq \theta \leq 360\}, S_2 = \{\theta | 22.5 \leq \theta \leq 67.5\} \\ S_3 &= \{\theta | 67.5 \leq \theta \leq 112.5\}, S_4 = \{\theta | 112.5 \leq \theta \leq 157.5\} \\ S_5 &= \{\theta | 157.5 \leq \theta \leq 202.5\}, S_6 = \{\theta | 202.5 \leq \theta \leq 247.5\} \\ S_7 &= \{\theta | 247.5 \leq \theta \leq 292.5\}, S_8 = \{\theta | 292.5 \leq \theta \leq 337.5\} \end{aligned}$$

用一個  $8 \times 1$  的累計矩陣(Accu)去計算出，每個類別的個數，把累計矩陣的累計個數除以所有梯度相位角有定義的總數，就是該類別出現

的機率( $P_i$ ， $1 \leq i \leq 8$ )，其定義如下：

- $G_s(p_{Ori}) = \begin{cases} k & \text{if } \exists k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 8, p_{Ori} \in S_k \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases}$
- $\delta_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x == i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$  where  $-1 \leq i \leq 8, i, x \in \mathbb{Z}$
- $Accu[i] = \sum_{pix \in M} \delta_i(G_s(p_{Ori}))$  where  $1 \leq i \leq 8$

pix : 所有在遮罩 M 內的像素點

total : 遮罩 M 內所有梯度相位角不為-1 的總數

- $total = \sum_{pix \in M} (1 - \delta_{-1}(Gs(p_{Ori})))$

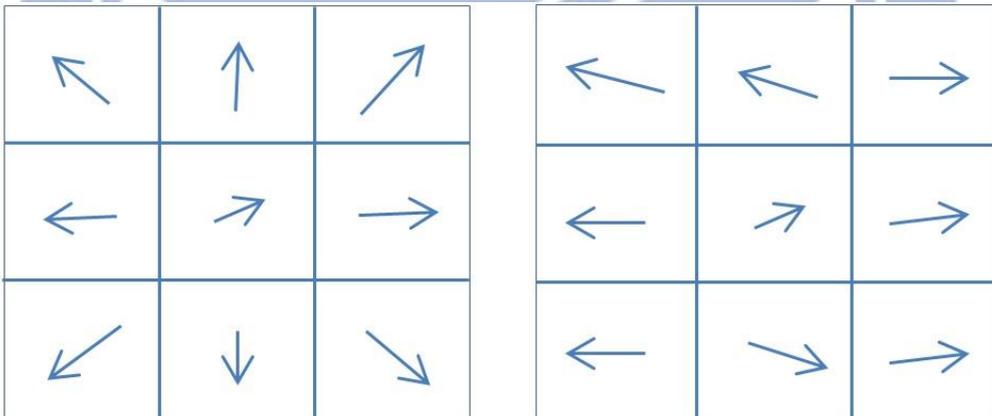
- $P_i = \frac{Accu[i]}{total}$  where  $1 \leq i \leq 8$

像素點 p 之梯度相位角熵度， $E_p$  定義如下：

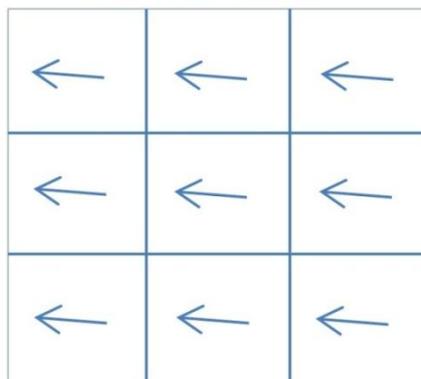
- $E_p = \sum_{i=1}^8 (-P_i * \log(P_i))$  if  $P_i \neq 0$

由上述 $E_p$ 的運算式， $E_p$ 的範圍是介於 0 到 1 之間的一個實數，

梯度方向熵度( $E_p$ )在下面兩種梯度方向分佈較為平均區域會有極大值(反應梯度方向散亂分佈之現象)：



梯度方向熵度( $E_p$ )在下面這種單一方向的梯度方向分佈會有極小值：



下面是採用梯度方向熵度以及亮度高對比所抓取出來的影像區域：

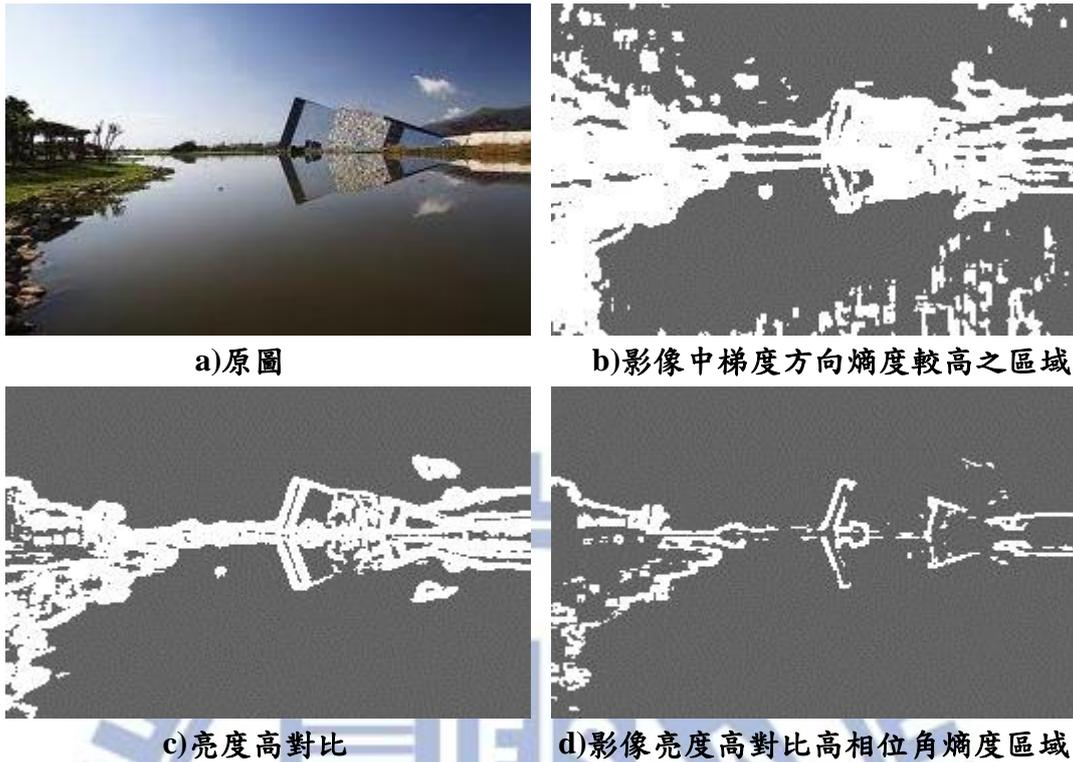


圖 三-16：影像梯度相位角熵度抓取圖例

### 3.2.5 特徵點

本文的特徵點，主要是結合 3.2.3 節的亮度高對比且大區塊同向性分佈區域與 3.2.4 節的亮度高對比且梯度相位角分佈平均(梯度方向散亂分佈)的區域，以下將探討，特徵點在影像中的特性。

在 3.2.4 可知，相位角梯度熵運算式找出梯度方向分佈較為平均的區域(梯度方向散亂分佈)，也就是下面兩種分佈(圖 三-17)：

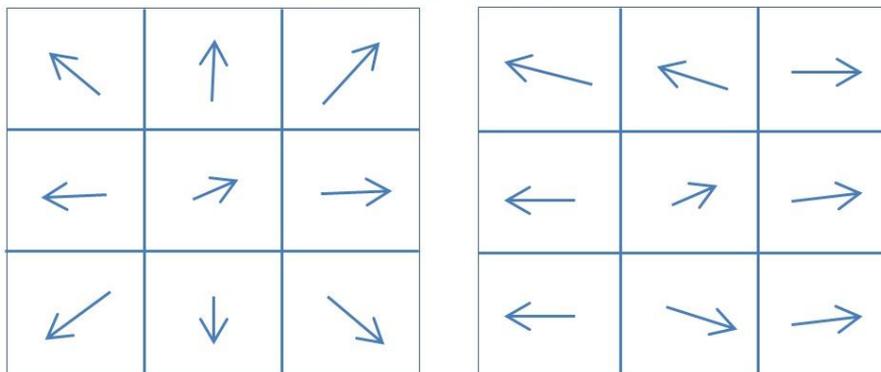


圖 三-17：梯度相位角分佈

然而，其實跟對稱比較相關的是右邊的分佈，所以如果把高對比大區塊同向性分佈跟 3.2.4 所述的高對比高梯度相位角熵度分佈這兩種區域做交集，則可以得到右邊分佈的區塊，也就是本論文的特徵點。

下圖是亮度高對比大區塊同向性分佈與亮度高對比梯度方向熵度所抓取的圖例：

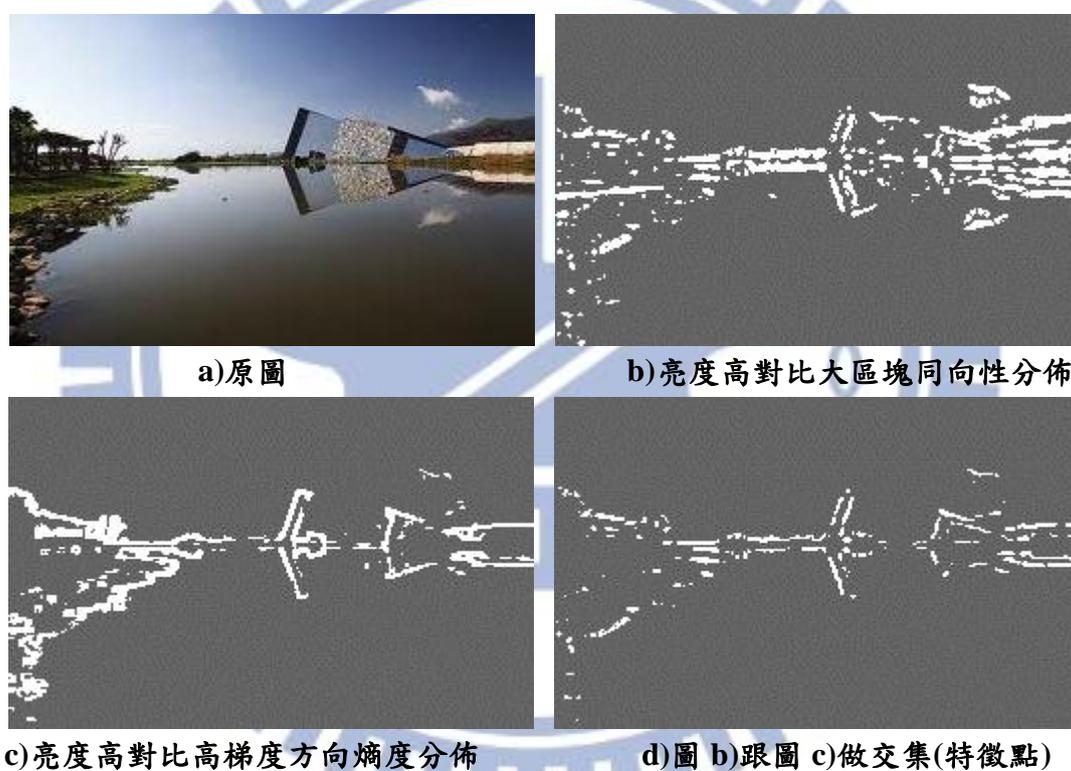


圖 三-18：特徵點抓取圖

經過發現，具有下列梯度方向分佈的通常是重要的景物邊緣：

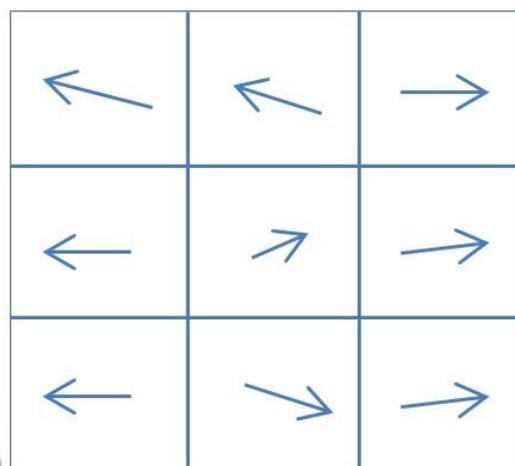


圖 三-19：景物邊緣梯度方向分佈

在本論文中抓取出來的特徵點，透過一系列地觀察，發現主要抓取得到的是影像的輪廓邊緣，而這類的特徵點對主體倒影對稱的抓取具有蠻大的幫助。

### 3.3 梯度相位角統計分析

此步驟主要是把上步驟所抓取得到的特徵點的相位角資訊做直方累計算出 $h(\theta)$ ，然後利用以下運算式做運算：

$$c(x) = \int_{\theta=0}^{\pi} H(x + \theta)H(x - \theta)d\theta$$

在文獻 [4] 中，發現上式等同於將 $h(\theta)$ 自己最自己做卷積，也就是， $c(x)$ 可以用 $h * h$ 來直接做運算，然後在 $c(x)$ 的極大值，即為可能的對稱主要方向。而這樣的現象主要觀察自下方圖 三-20 所示：

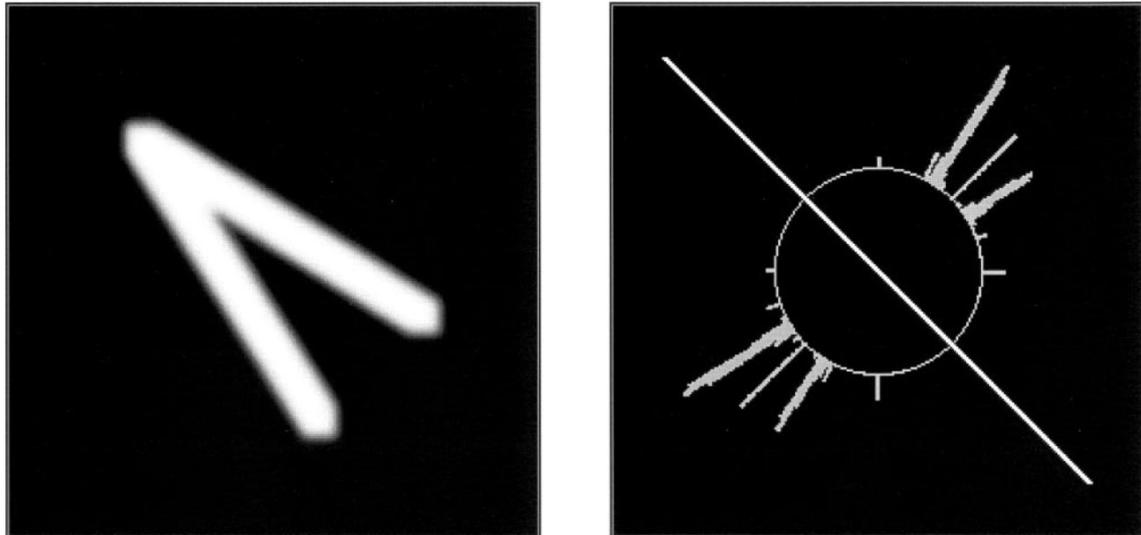
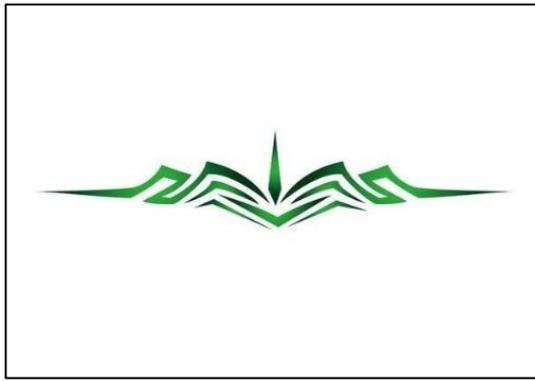


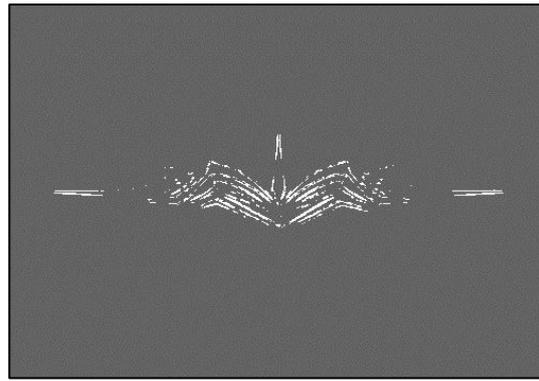
圖 三-20：(a)對稱主要物體 (b)對物體中心的環狀直方累計圖

圖 三-20 (b)是將 圖 三-20 (a)的梯度相位角直方累計以對稱物體中心為中心繪製環狀的直方累計圖，可以發現對直方累計對著主要對稱角度，兩邊有差不多的分佈。而要有這樣現象，必須是在做直方累計的點必須要為對稱主體，所以在 3-2 節中，本論文做了抓取主體特徵點的處理，藉由這個方式來增加 3-4 節，找出對稱方向的正確性。

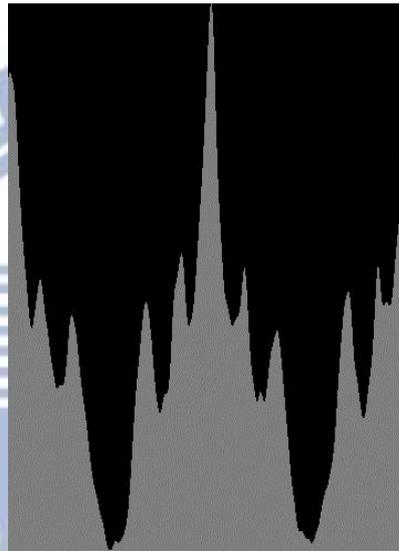
在本論文中，將主體特性點做了 $c(x)$ 的計算後可以得出圖 三-21 c)。可以發現對稱偵測的準確性，主要在於特性點的擷取；由於在實作過程中測試過一些不同的特性，在第四章中，將會再一一討論，不同特性點的效果。



a)原圖



b)特徵點



c)特性點做 $c(x)$ 運算後得到的直方圖累計

圖 三-21：梯度統計分析法圖例

### 3.4 對稱軸投票流程

此步驟主要是針對 3.3 節所找出的可能方向去搜索並累計有符合的對稱點配對，然後找出配對數目最多的方向，對此方向的配對計錄中點。最後，把這些記錄下來的中點，做霍夫轉換找出最明顯的對稱軸，畫出對稱軸以及投出對稱軸的影像對稱點配對。接下來的兩個小節裡，依序會介紹尋找對稱中點的流程與霍夫轉換找對稱軸的方法。

### 3.4.1 影像對稱點配對搜尋

此步驟是接續 3.3 節所做出的  $c(x)$  累計直方圖，從累計圖裡的找出所有的極大值，再根據圖 三-22 的關係式，比較候選對稱點配對的梯度對比大小是否相似，以及候選對稱點配對的夾角與對稱主要角度是否有垂直的關係，若有符合上述的關係就稱為所謂的對稱點配對。

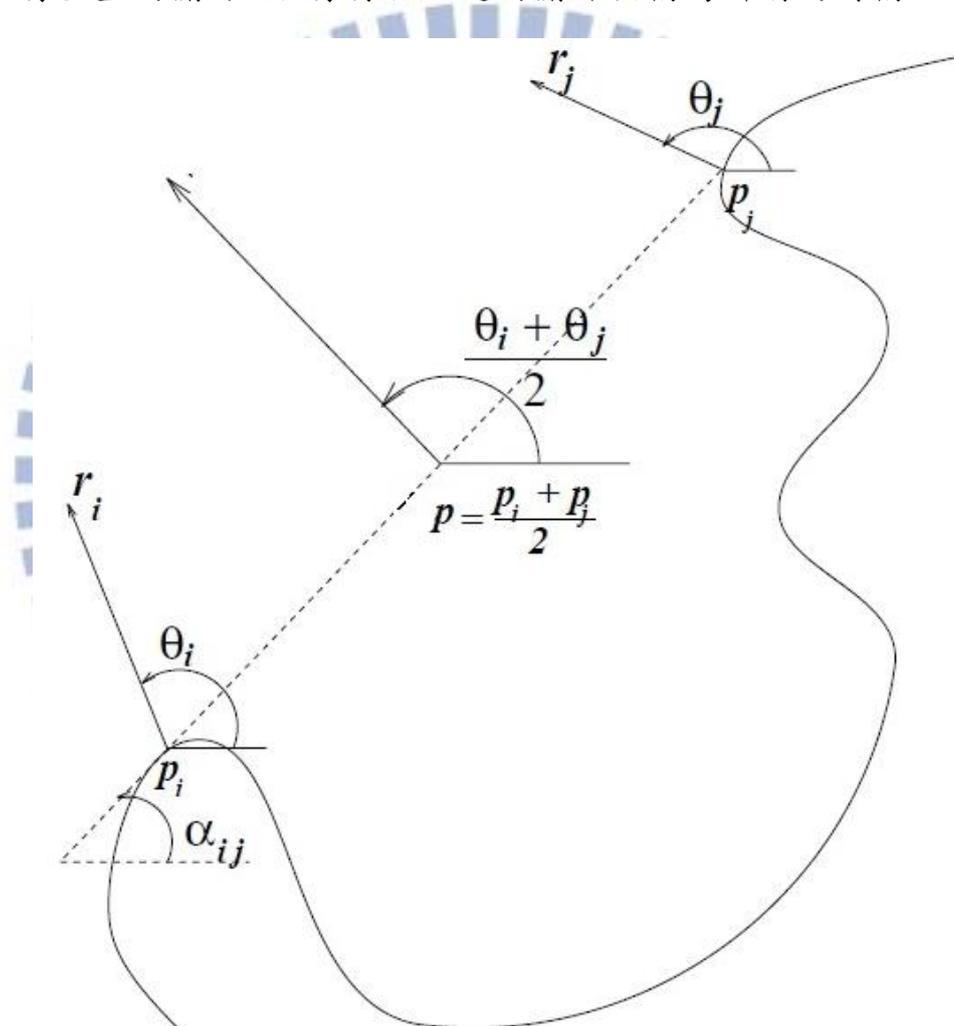


圖 三-22:對稱角度與對稱點關係圖

圖 三-23 是上述判定對稱點配對中點的流程圖：

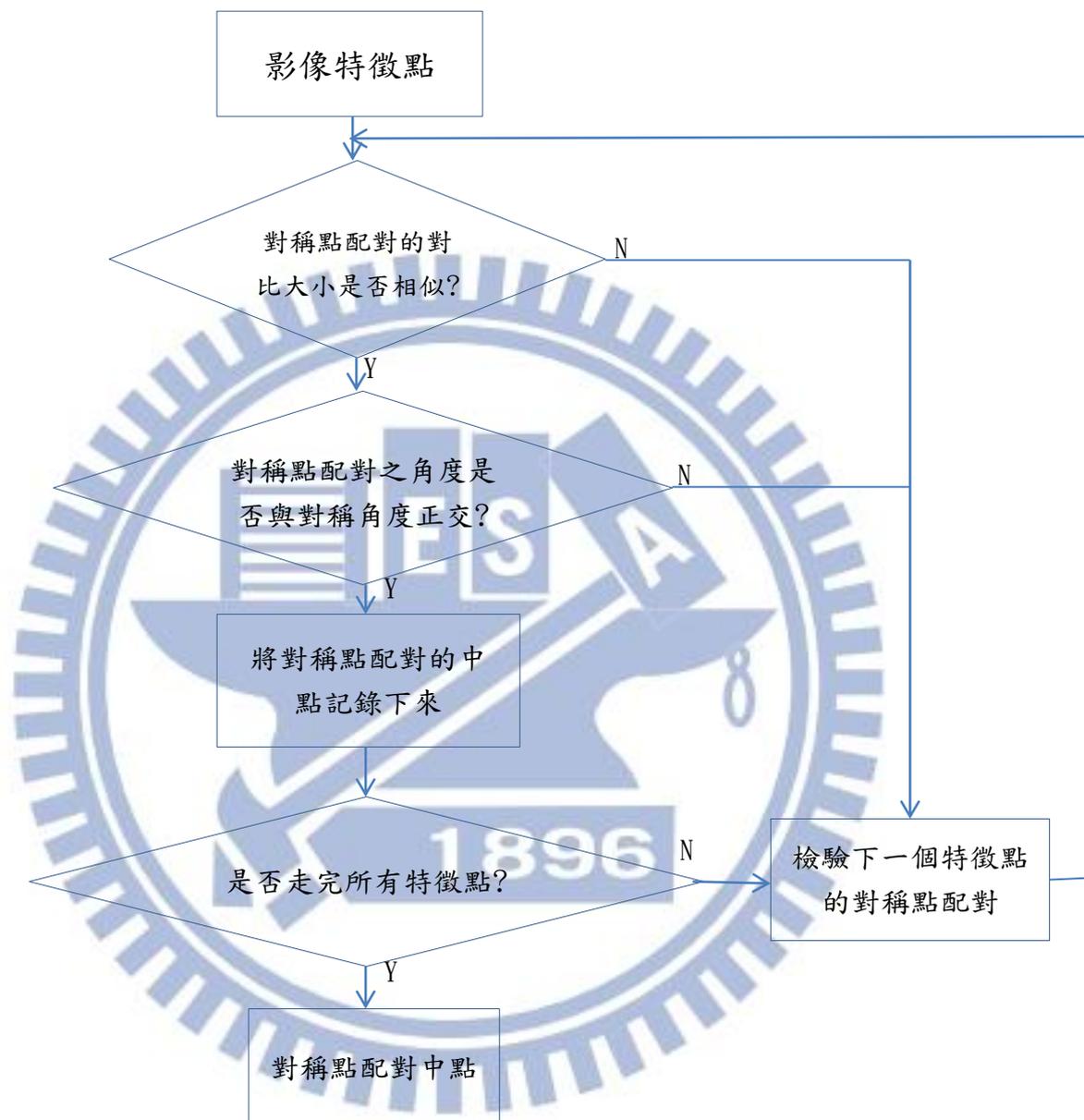


圖 三-23：對稱點配對中點判定流程圖

利用圖 三-23 的流程，在實作過程中，會用一個矩陣去記錄累計的中點數，以及一個堆疊矩陣去記錄，在該點所對應的所有對稱點配對，在 3.4.2 節會把這個中點累計數目矩陣以及堆疊矩陣用在霍夫轉換。

### 3.4.2 霍夫轉換找對稱軸

此步驟主要把 3.4.1 節所找出每個可能角度的對稱點配對數目做比較，找出最大配對數目的角度。接著把這個角度的對稱點配對中點做霍夫轉換，並利用 3.4.1 所提堆疊矩陣來記錄貢獻對稱軸的對稱點配對。本論文的方法雖然不用做對稱範圍的判定來畫出對稱線，但為了探討本論文方法之主要影響因素，所以把影響對稱投票的點也一起記錄下來，用來做最後的觀察，此部分結果會在第四章做一個詳細的討論。以下是綠色標籤所跑出的最大配對數角度中點圖：

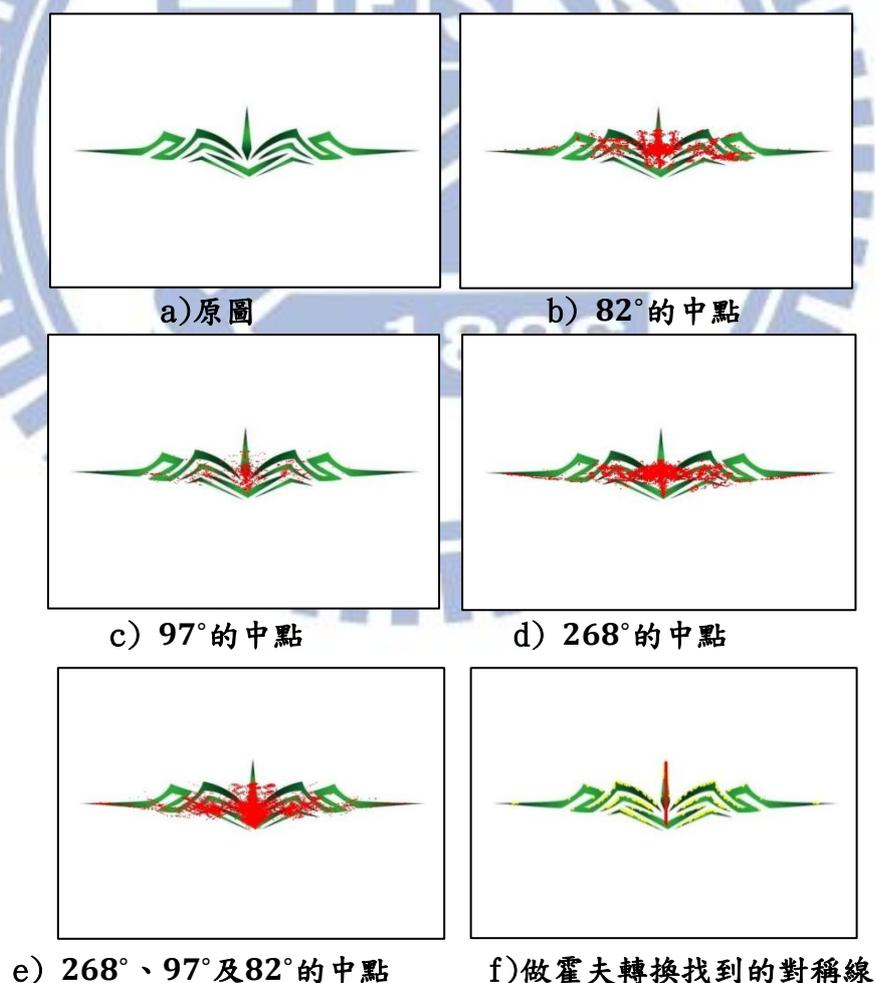


圖 三-24：對稱偵測中點圖及結果圖

本論文在找對稱軸方法是採用霍夫轉換法(Hough Transform)，此方法可以找出影像中得票數最高的一條直線，而這條線段可能就是所要找尋的對稱軸。以下引述自文獻 [2]

一般常見的直線表示法為  $x$ - $y$  參數空間的方程式：

$$y = ax + b$$

此時  $a$  表示斜率， $b$  表示截距。在霍夫轉換法中，將直線表示法轉為  $\rho$ - $\theta$  參數空間的方程式：

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$$

且在  $x$ - $y$  參數空間中的每個  $(x, y)$  座標都能轉換成  $\rho$ - $\theta$  參數空間中的  $(\rho, \theta)$  座標，下圖為示意圖：

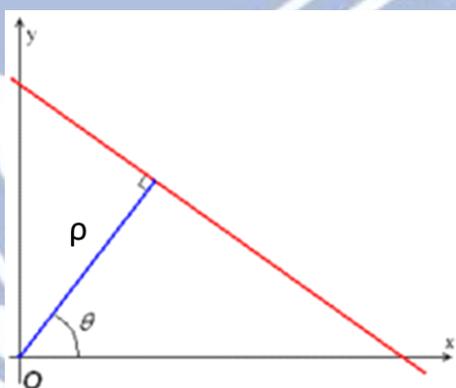


圖 三-25： $x$ - $y$  空間與  $\rho$ - $\theta$  空間關係圖

在霍夫轉換的過程中，利用步驟 3.4.1 所累計的中點累計矩陣，數值越高代表以此為中點的對稱點配對愈多，其座標點在霍夫轉換的處理中也擁有越高的權重值，將全部座標點從  $x$ - $y$  空間轉換到  $\rho$ - $\theta$  空間，並將所有點用一個矩陣累計下來，完成所有座標點的轉換後，找出  $\rho$ - $\theta$  累計矩陣中的最大值，透過最大值所在  $\rho$ - $\theta$  空間的座標參數將能夠決定一條直線，並將此直線定為對稱軸。

以下是對稱偵測流程中各階段產生的結果：

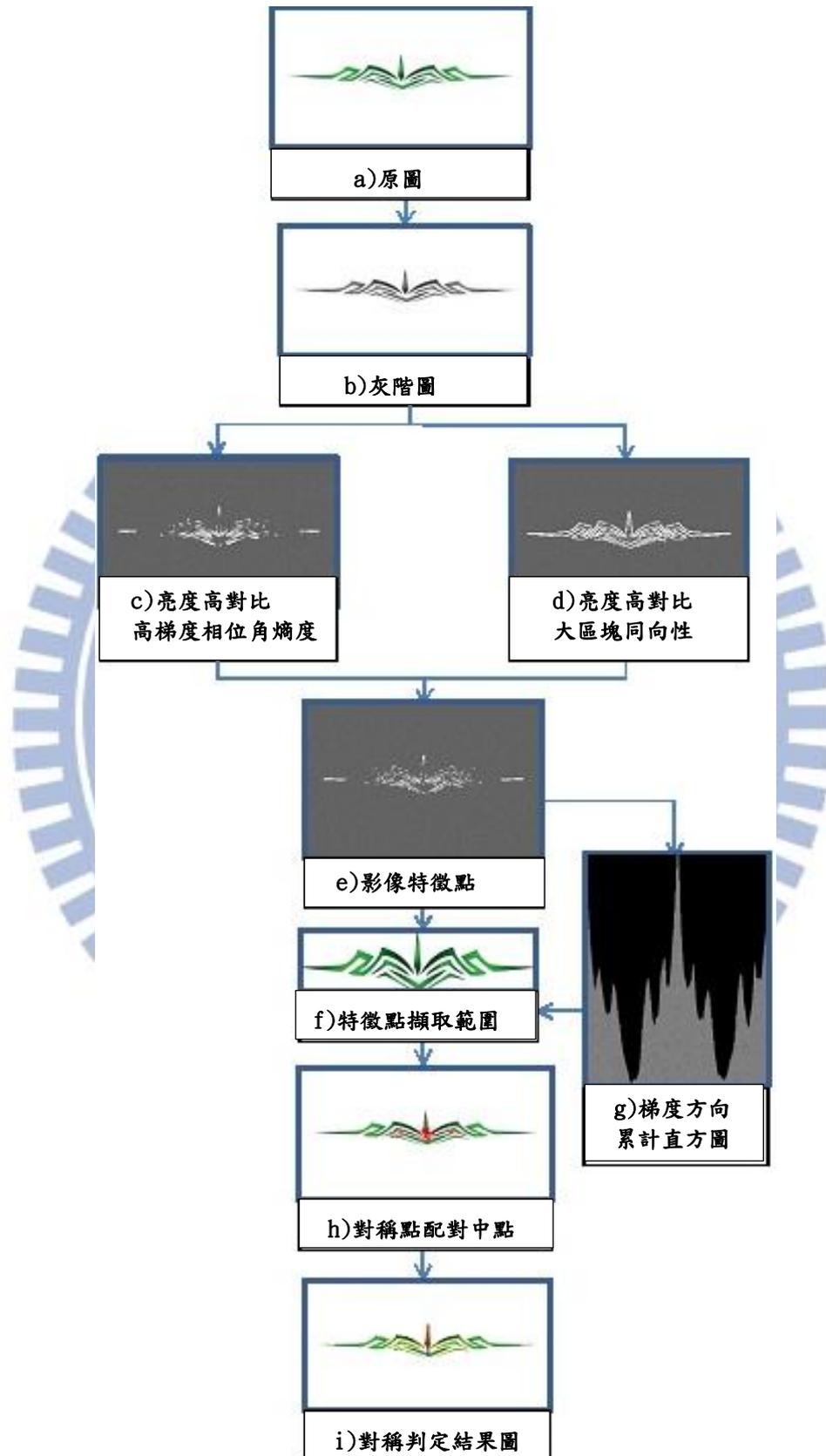
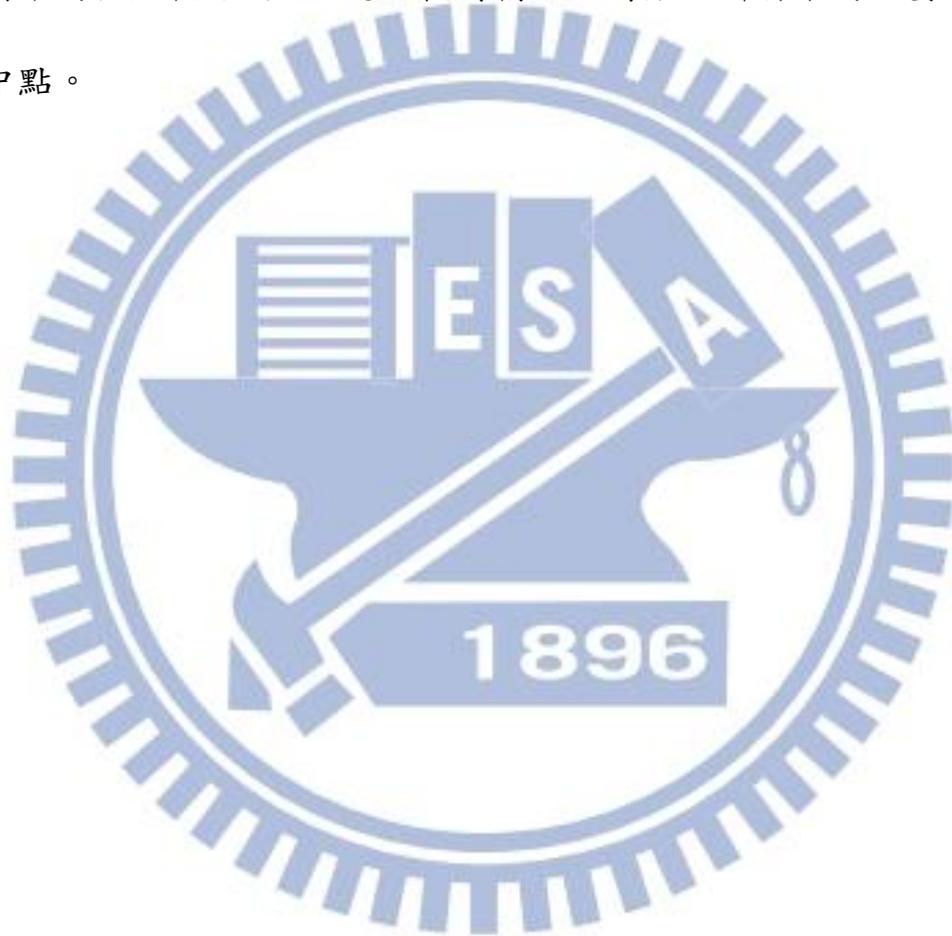


圖 三-26：系統架構流程圖 2

圖 三-26 中，a)圖跟 b)圖分別是原圖與對稱中點做霍夫轉換找出的最主要對稱線，c)圖是 3.3 節中抓取的特性點對應到原圖的主要範圍，e)圖是所抓取到的特徵點，特徵點主要是取出高對比梯度大區塊同向性與高對比高梯度方向熵度(Entropy)的部分。h)圖，主要是由 g)圖中的極大值方向，經過比較對稱點配對數目所留下的主要對稱方向中點。



## 第四章 實驗結果分析

本章節中，把所有實驗結果的圖例依據所觀察出來的特性進行分類，並且列出系統擷取的結果以及其中重要的流程圖，探討結果圖與主觀判定的差距，最後標列出影響對稱的區域。

### 4.1 影像類型與分析

對於要偵測的影像，先依據對稱類型分成主體倒影對稱與一般線對稱，再根據對稱的物體是否單一共分成三類。在接下來的實驗結果分析，會透過上述的方式進行影像分類，並進行討論。

在對稱類型的分類，本論文主要以對稱體是為影像主體以及其倒影來區分。若對稱體是由影像主體及倒影構成，則為主體倒影對稱；反之，若對稱體並非由影像主體與倒影所構成，即為一般的線對稱。

主體倒影對稱，一般都是出現在具有光滑平面的場景，例如：湖面、冰面、玻璃面等等可反射光影的光滑表面，所以一般在主體倒影對稱的圖片中背景或是周圍通常有湖水或是有玻璃窗的大廈這些景物；其他的對稱類型，背景則往往在其他的景物。主體倒影對稱影像中的對稱主體大多包含多個對稱物體，所以在此不對主體倒影對稱做單一對稱物體以及多重對稱物體的分類。

而在這一般的線對稱中，又可依據對稱物體是否為單一結構，分成單一物體與多重對稱物體。影像中對稱物體為單一：對稱的景物只有一個物體，例如圖 四-1。影像中對稱物體兩個以上，包含兩個：對稱的景物具有兩個以上物體，例如圖 四-2 b)。



圖 四-1：一般線對稱單一對稱物體



圖 四-2： a)主體倒影對稱 b) 一般線對稱多重對稱物體

圖 四-2 a)是主體倒影對稱，但由於對稱景物所含的物體數目不同，被分成不同的類別。同樣地，圖 四-1 與圖 四-2 b)都是屬於一般的線對稱，也一樣因為對稱景物所包含的物體數目不同，分成不同的類別。

#### 4.1.1 主體倒影對稱

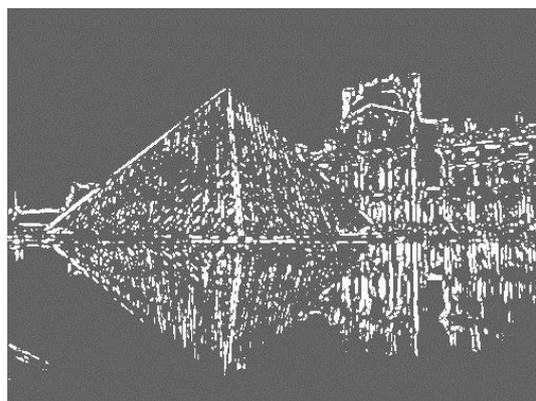


圖 四-3：水邊的建築物倒影對稱

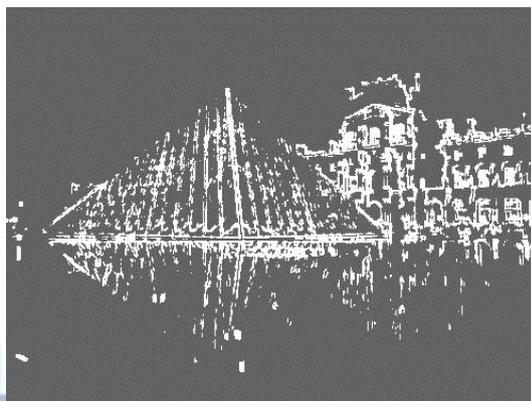
圖 四-3 是屬於主體倒影對稱，其最主要的對稱成因是由於建築物本身與建築物在水面的倒影所形成的對稱。雖然建築物本身也有範圍較小的對稱，但由於湖面倒影的對稱範圍較大，所以得到較高的權重值，使得最後投票出來的對稱軸位置，在於倒影與建築物影像本身的對稱線，而不是建築物自己本身的對稱軸。

從特徵點可以發現，經果亮度高對比大區塊同向性區域以及亮度高對比高熵(Entropy)度篩選出來的特徵點，主要會是對稱主體中的邊緣輪廓，本文的特徵點對主體倒影對稱，是個合適的抓取特徵。

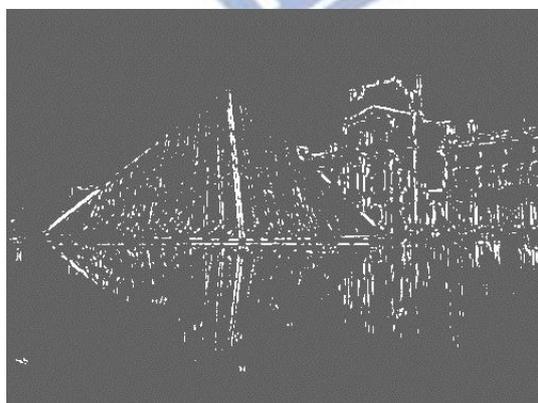
圖 四-4 是圖 四-3 做對稱偵測所產生的重要階段結果圖：



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖



e) 結果圖

圖 四-4：水邊建築物倒影對稱

#### 4.1.2 一般對稱單一對稱物體



圖 四-5：孔雀開屏

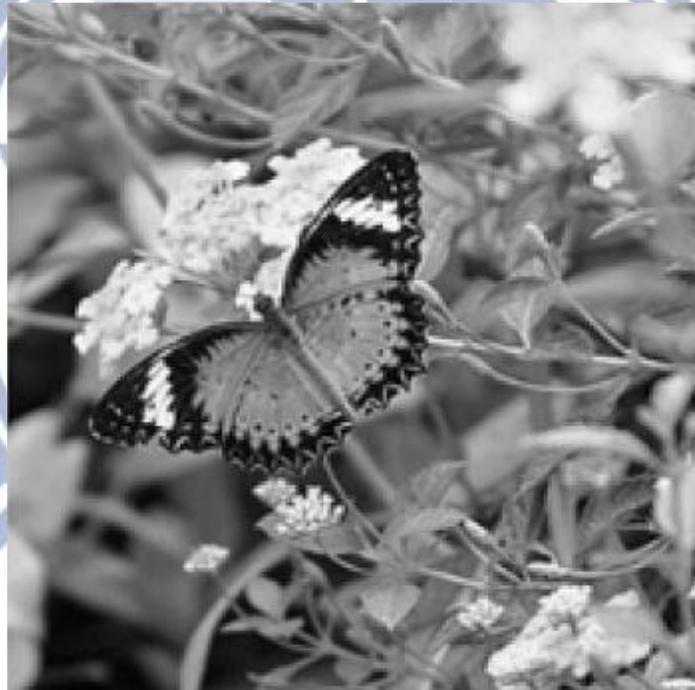
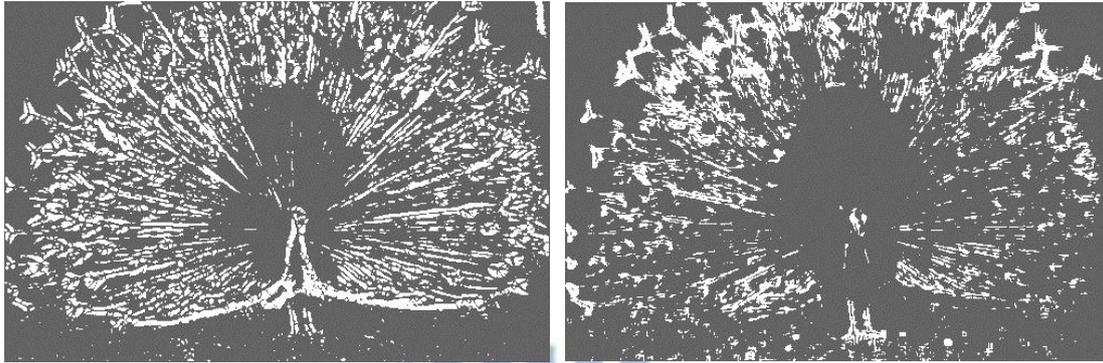


圖 四-6：草枝上的蝴蝶

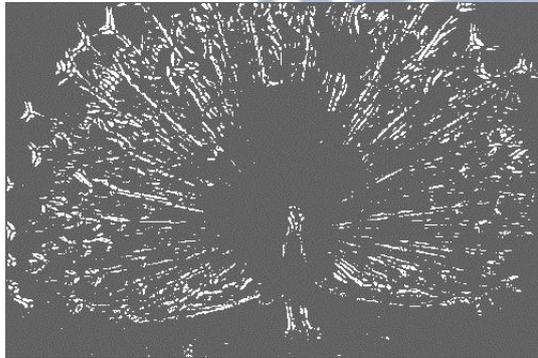
圖 四-5 與圖 四-6 這兩張影像是一般的線對稱，對稱主體的結構主要都是對稱物體本身，對稱影像也只有包含一個對稱物體，所以屬於單一對稱物體的線對稱圖例。此類影像，通常對稱主體明顯而單一，特徵點的抓取較其他類別的圖形完整，較能將主體從背景分離。

圖 四-7 是圖 四-5 做對稱偵測所產生的重要階段結果圖：

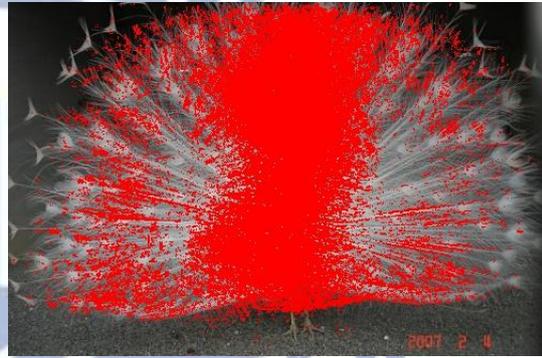


a) 亮度高對比大區塊同向性區域

b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖

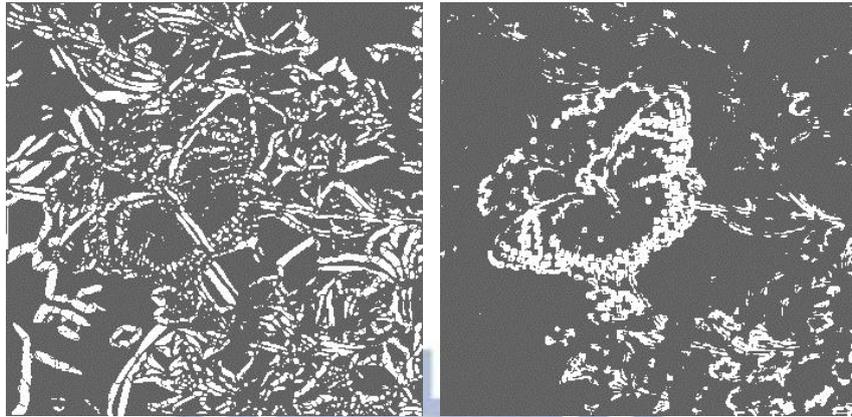


e) 結果圖

圖 四-7：孔雀開屏對稱偵測階段結果圖

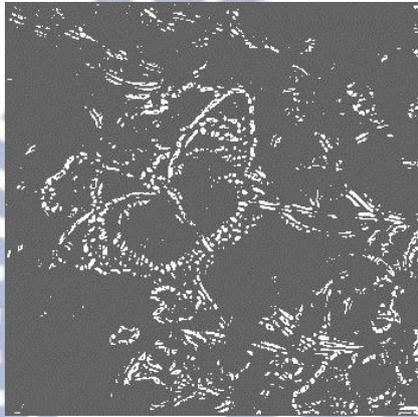
圖 四-5 背景比圖 四-6 的光影變化單純，所以較能將主體跟背景分離，也比較不受背景所雜訊所干擾。

圖 四-8 是圖 四-6 做對稱偵測所產生的重要階段結果圖：

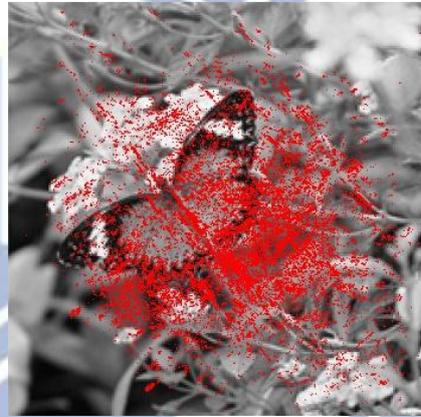


a) 亮度高對比大區塊同向性區域

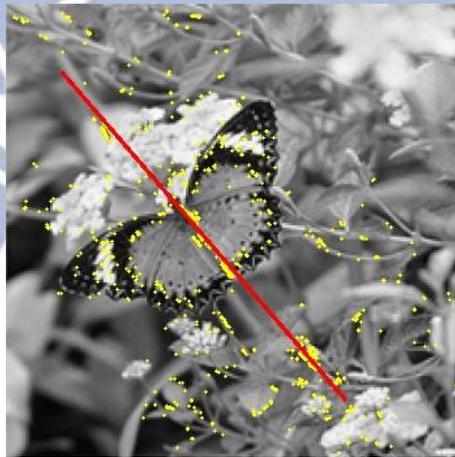
b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖



e) 結果圖

圖 四-8：草枝上蝴蝶對稱偵測中間結果圖

圖 四-6 雖然背景較複雜，但由於背景的草枝與他背景的景物在對稱的方向上也有些微的對稱，所以並不影響最後對稱軸的判定。

此類影像中，有些背景光影變化複雜，對稱主體又相對比較小，容易被背景干擾，這類的圖形在 5.1 將會再做一個詳細的討論。

#### 4.1.3 一般對稱多重對稱物體



圖 四-9：兩隻大象

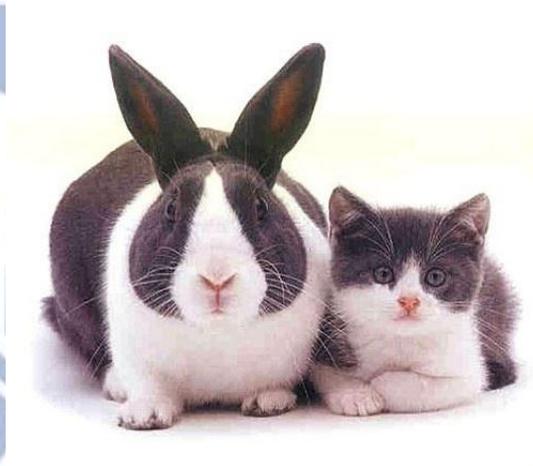


圖 四-10：兔子與貓

圖 四-9 與圖 四-10 的景物都包含了兩個以上的對稱物體，所以屬於多重對稱物體的影像，而對稱主體本身也非是主體影像與倒影形成的對稱，所以屬於一般的線對稱。這類的影像，因為具有多個對稱物體，對稱軸投票會受到多個對稱物體本身的輪廓影響。假如對稱物體的對稱範圍比較大，那就會投票出來就會是該個對稱物體的對稱軸，

例如圖 四-10；而如果對稱物體間彼此有對稱的現象，則對稱物體之間的對稱軸，會成為整張圖對稱範圍最大的對稱軸，例如圖 四-9。

如果影像之中，對稱物體的對稱範圍小，而對稱主體所含的對稱物體又太過繁多細碎，例如圖 四-11；則容易發現判斷出的對稱軸與主觀認定的對稱軸不同。此外，若是影像背景的景物對稱性值強烈，而對稱主體本身的光影變化也大，也可能發現判斷出的對稱軸是背景景物的對稱軸而不是主體本身的對稱軸，例如圖 四-12。在 5.1 節會再把這些判斷與主觀判定不同的圖與特徵點的影響，做個討論。

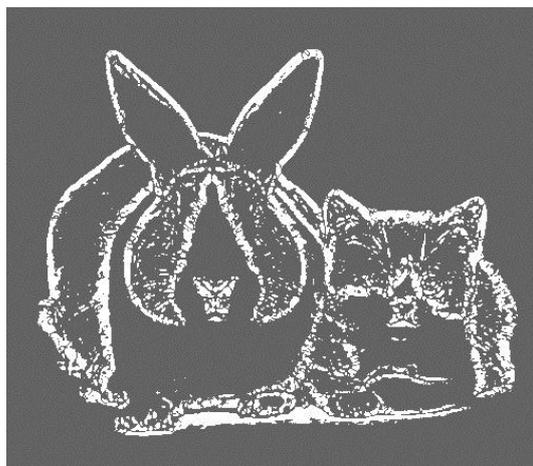


圖 四-11：多棟高樓大廈

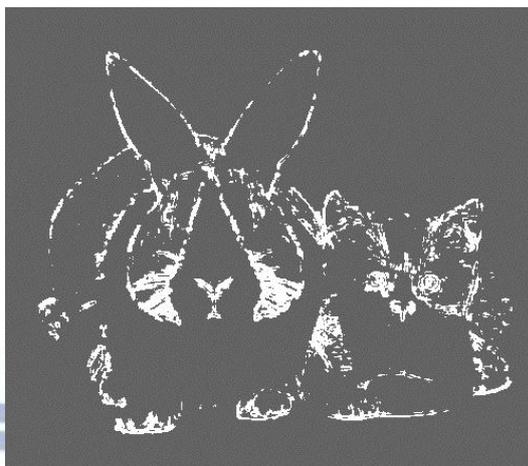


圖 四-12：吃草莖的山羊

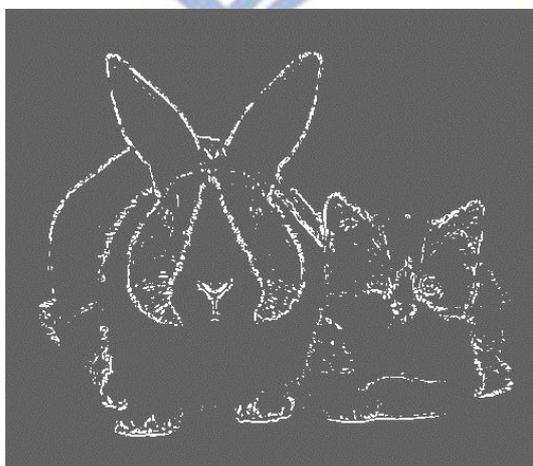
圖 四-13 是圖 四-10 做對稱偵測所產生的重要階段結果圖：



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



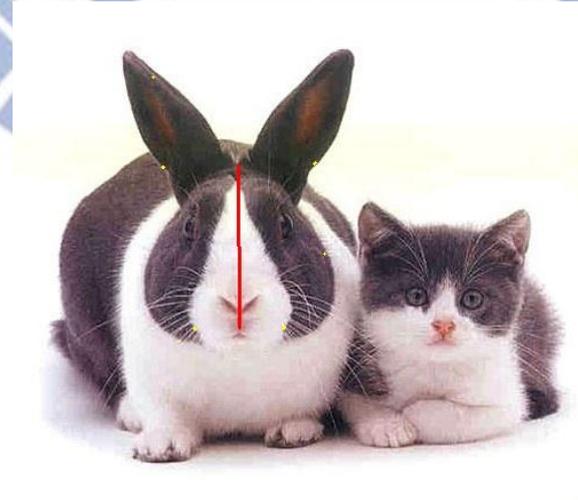
b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖



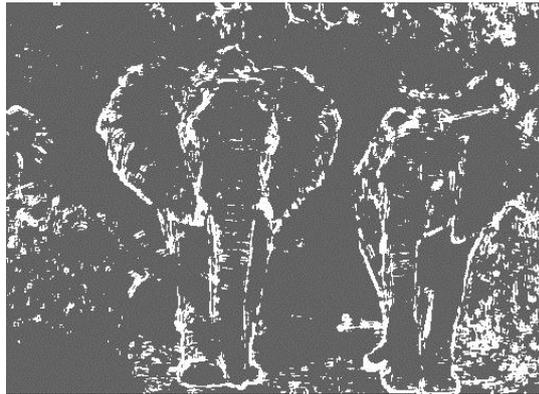
e) 結果圖

圖 四-13：兔子與貓線對稱中間過程結果圖

圖 四-14 是圖 四-9 做對稱偵測所產生的重要階段結果圖：



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖



e) 結果圖

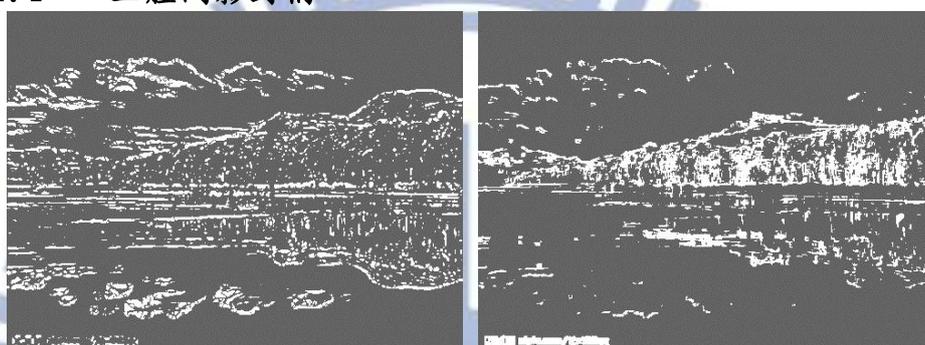
圖 四-14：兩隻大象線對稱中間過程結果圖

## 4.2 結果圖

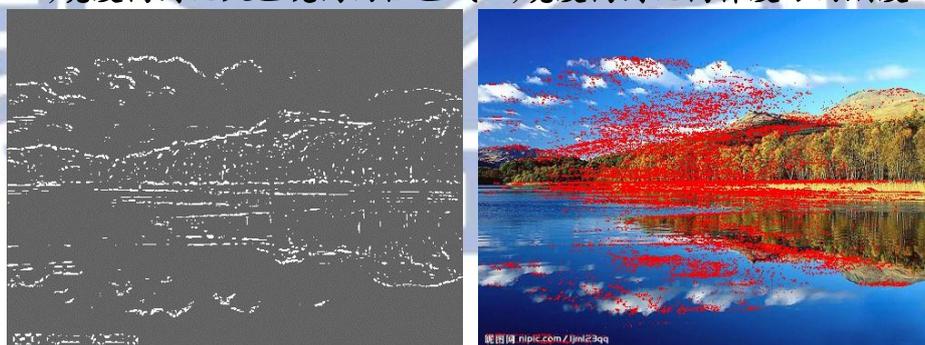
以下是所有實驗的影像，在本節會依據判斷出來的對稱軸是否與主觀認知的對稱軸相同來分類，再以 4.1 所介紹的三個種類來放置與分類。

### 4.2.1 與主觀認知相符的結果圖

#### 4.2.1.1 主體倒影對稱



a) 亮度高對比大區塊同向性區域 b) 亮度高對比高梯度方向熵度



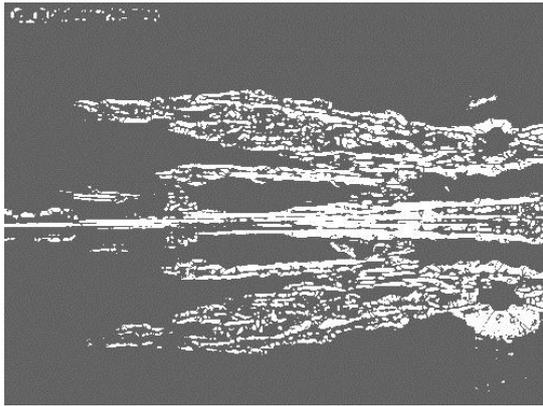
c) 特徵點

d) 中點權重圖

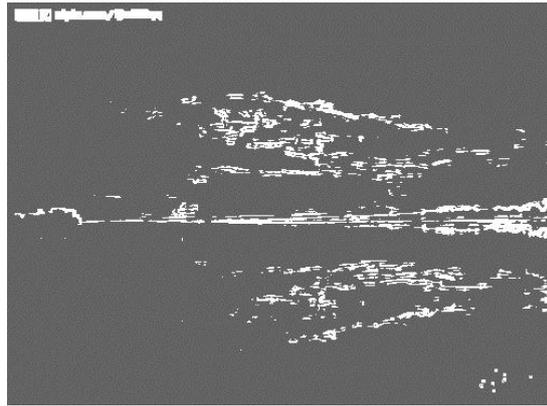


e) 結果圖

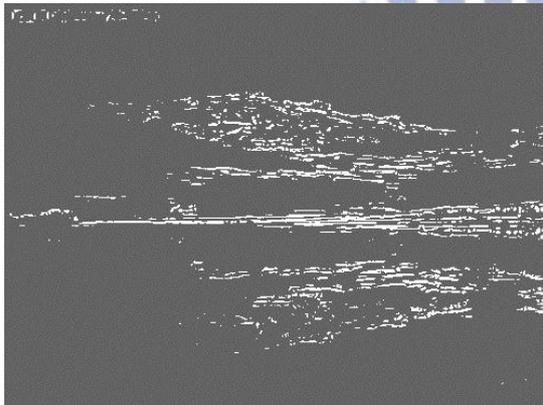
圖 四-15：自然風景水面倒影 1



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

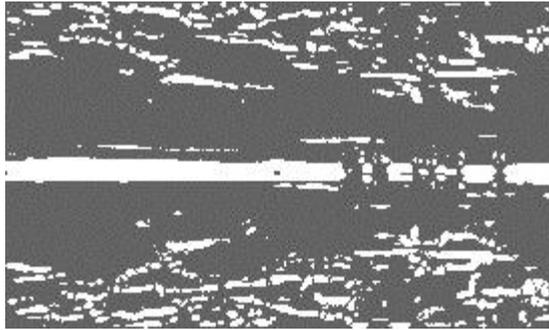


d) 中點權重圖

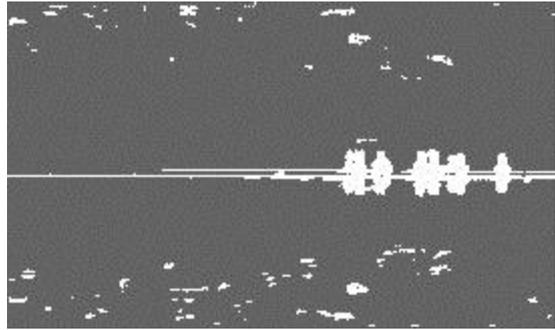


e) 結果圖

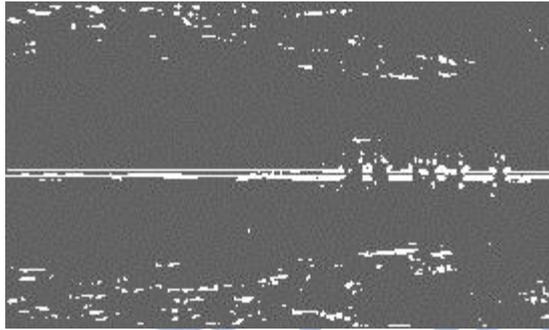
圖 四-16：自然風景水面倒影 2



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

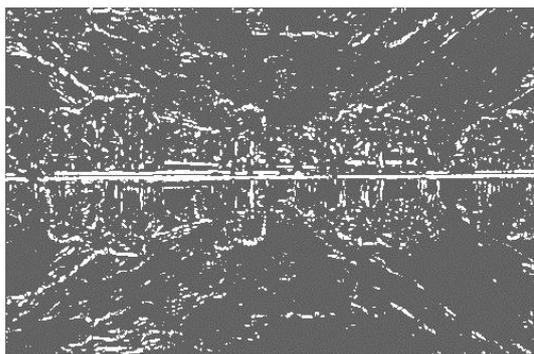


d) 中點權重圖



e) 結果圖

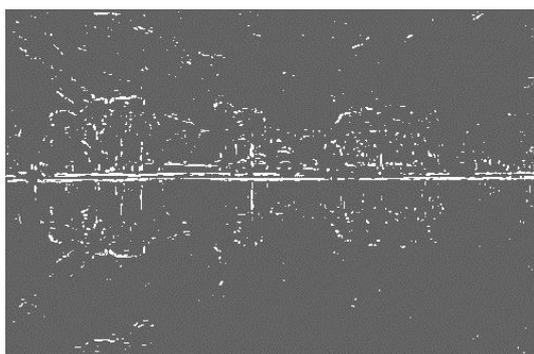
圖 四-17：自然景物倒影 3



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



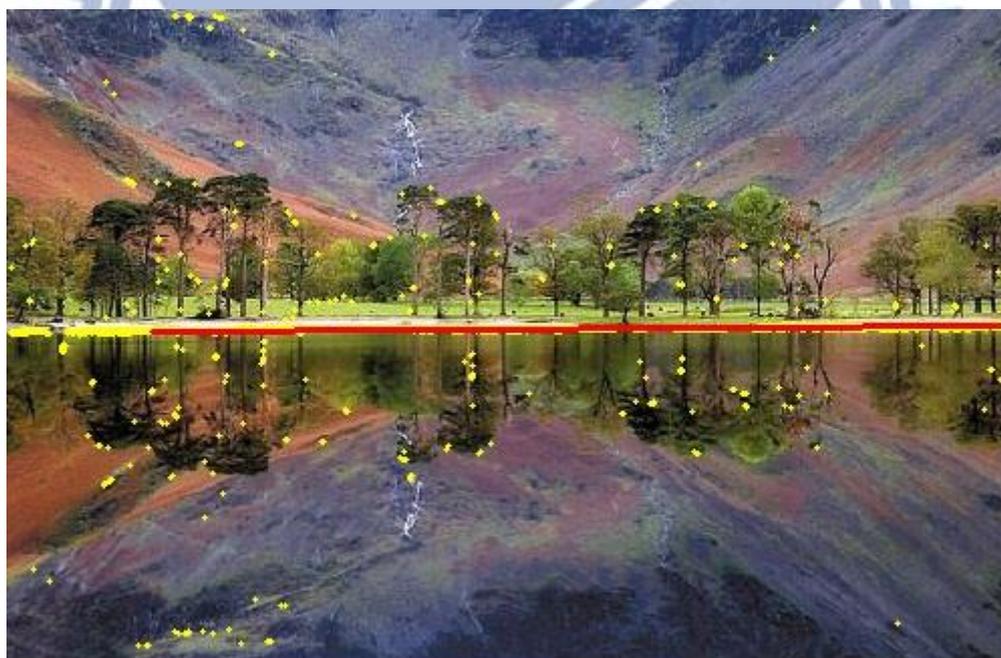
b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

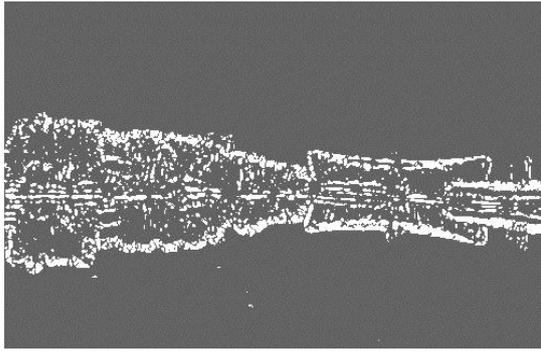


d) 中點權重圖

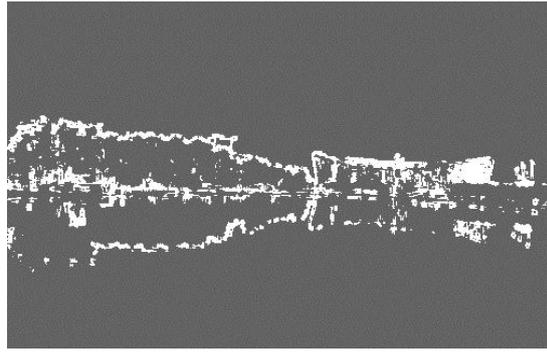


e) 結果圖

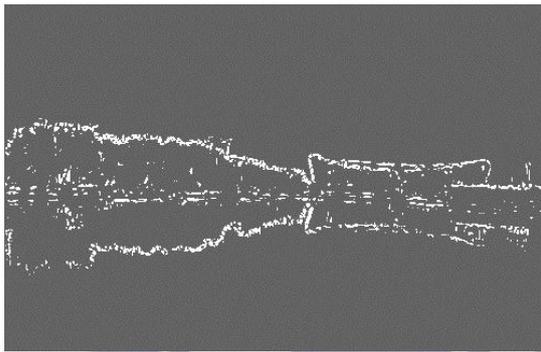
圖 四-18：人繪倒影



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

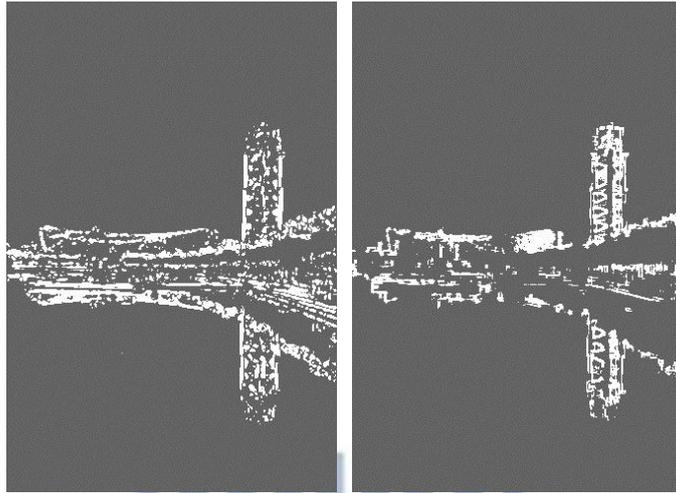


d) 中點權重圖



e) 結果圖

圖 四-19：水邊建築倒影 1



a) 亮度高對比大區塊同向性區域

b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

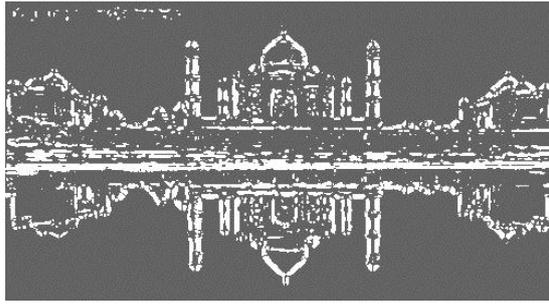


d) 中點權重圖

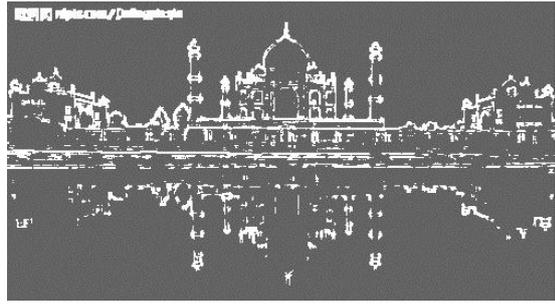


e) 結果圖

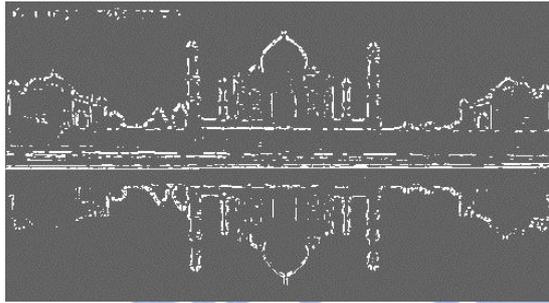
圖 四-20：水邊建築物倒影 2



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

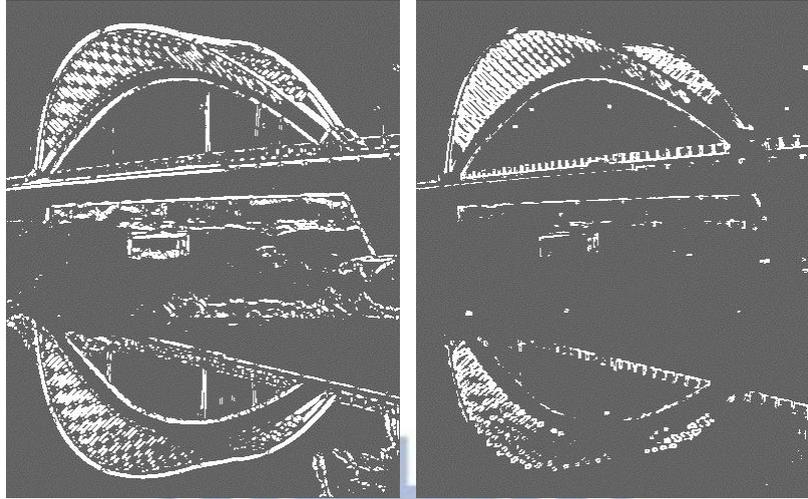


d) 中點權重圖

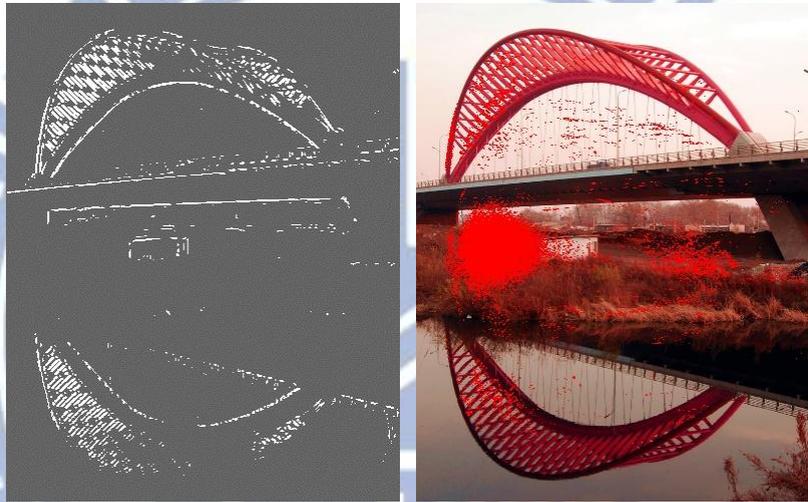


e) 結果圖

圖 四-21：建築水面倒影 3



a) 亮度高對比大區塊同向性區域 b) 亮度高對比高梯度方向熵度



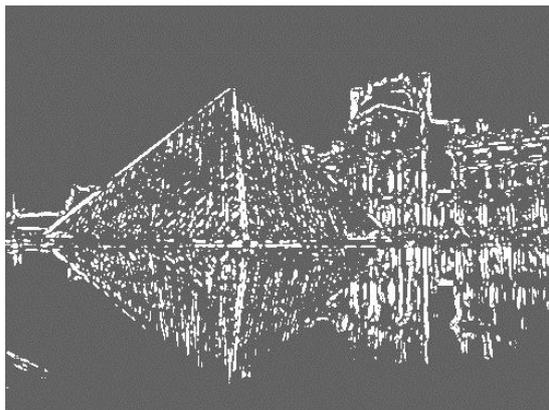
c) 特徵點

d) 中點權重圖

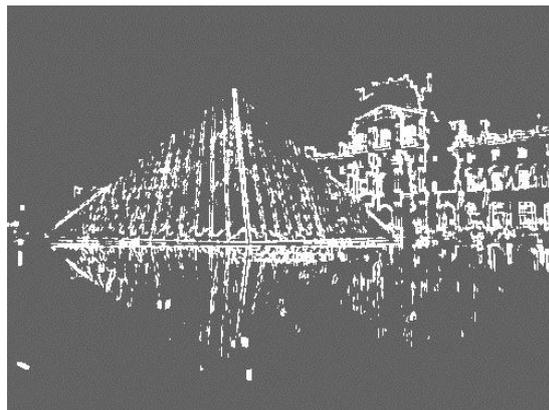


e) 結果圖

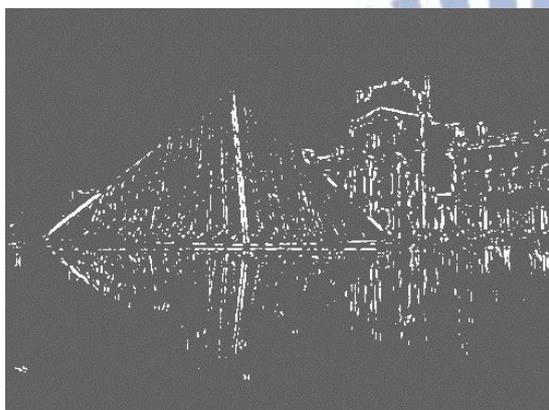
圖 四-22：橋墩水面對稱



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

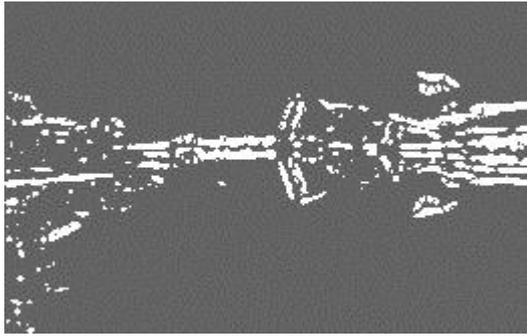


d) 中點權重圖

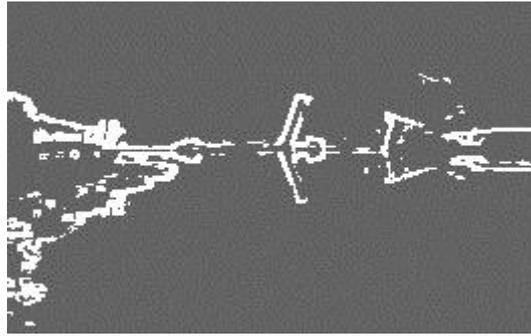


e) 結果圖

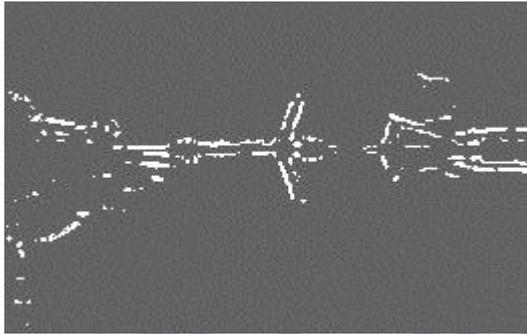
圖 四-23：水面建築物倒影 3



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

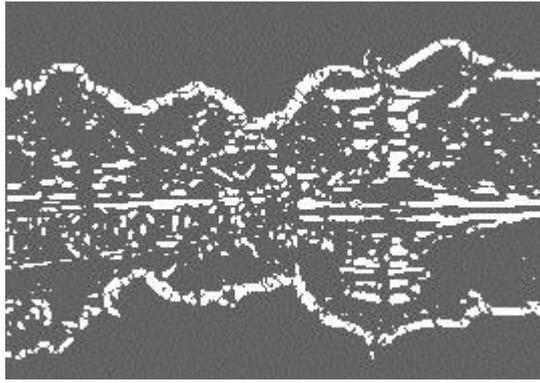


d) 中點權重圖

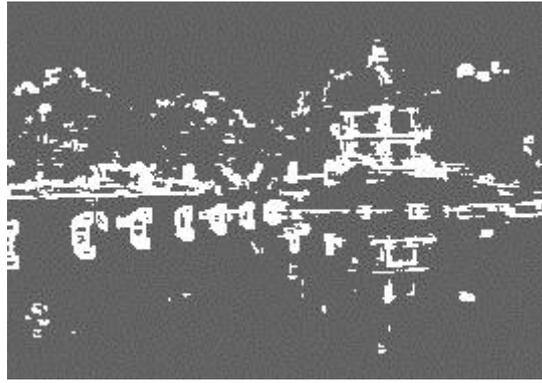


e) 結果圖

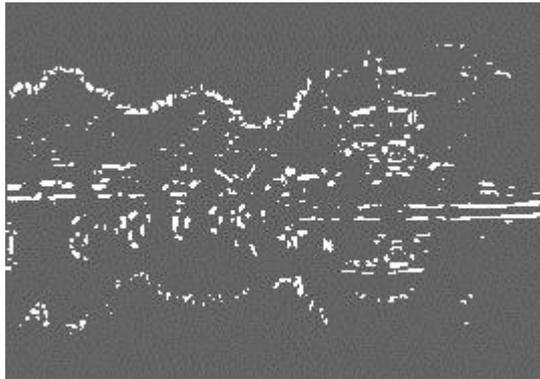
圖 四-24：水面建築物倒影 4



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖

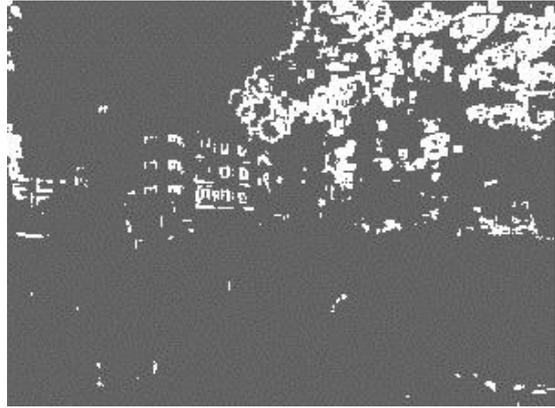


e) 結果圖

圖 四-25：水面建築物倒影 5



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

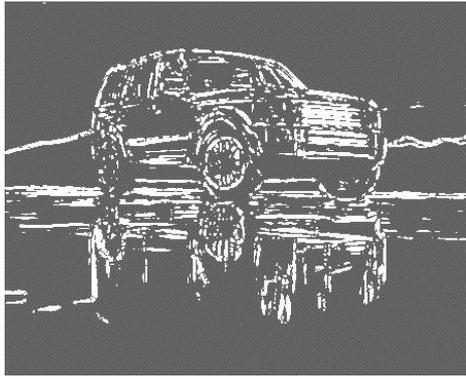


d) 中點權重圖

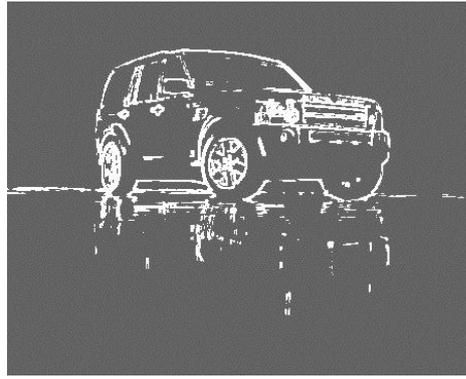


e) 結果圖

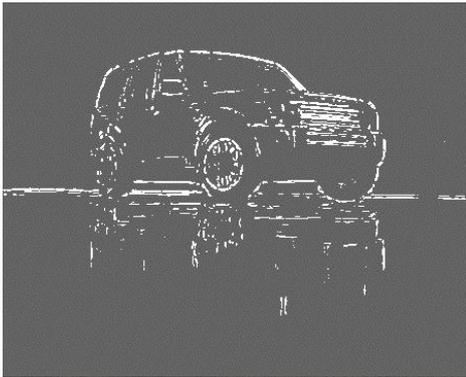
圖 四-26：水面倒影建築物 6



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

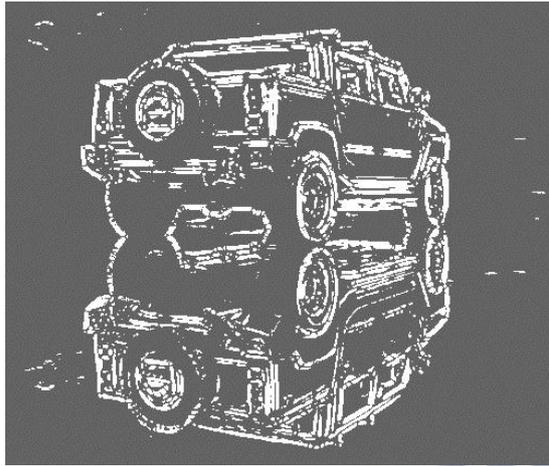


d) 中點權重圖

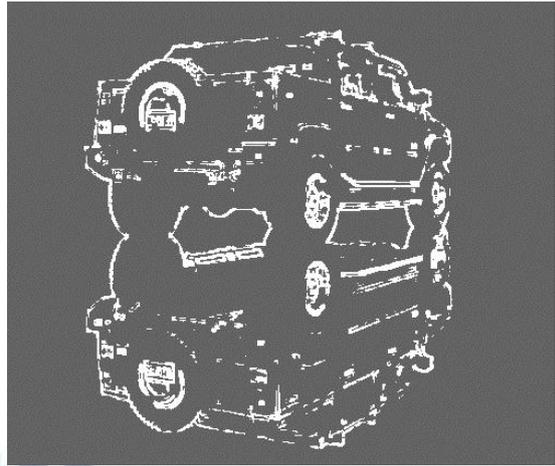


e) 結果圖

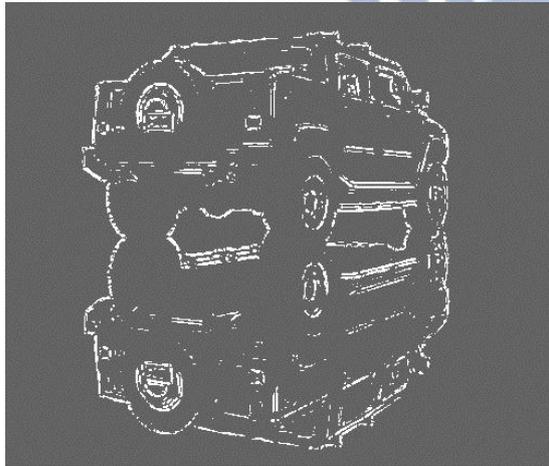
圖 四-27：汽車路面倒影



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

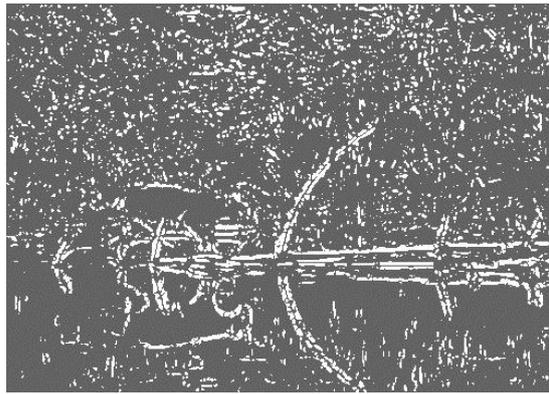


d) 中點權重圖

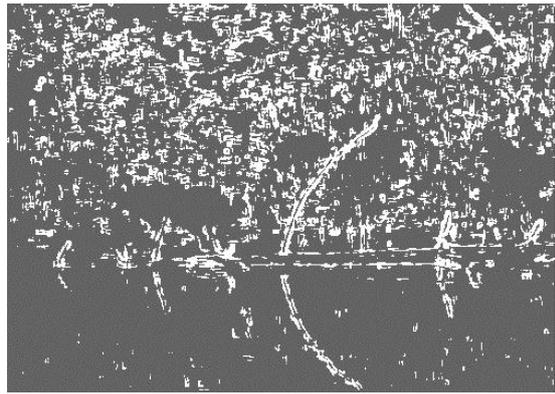


e) 結果圖

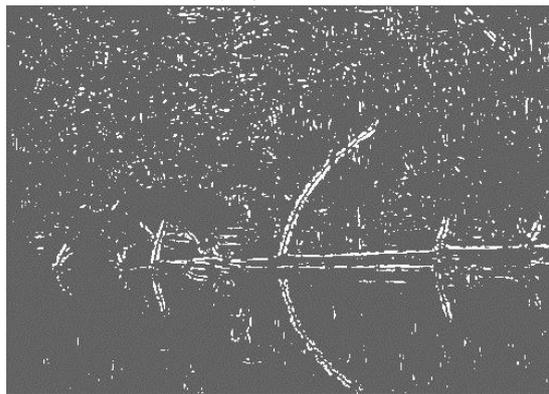
圖 四-28：水面汽車倒影 1



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



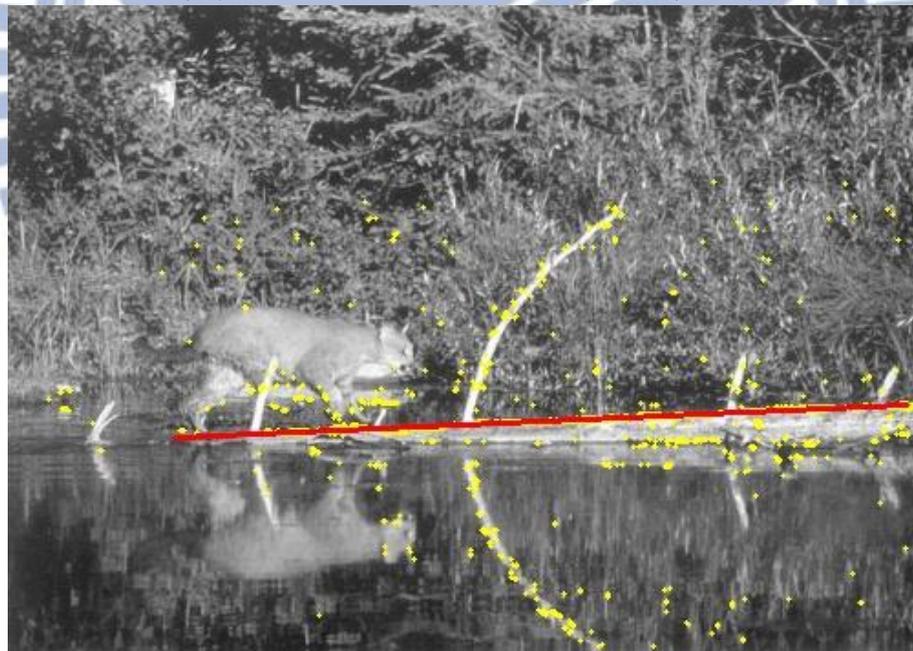
b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖

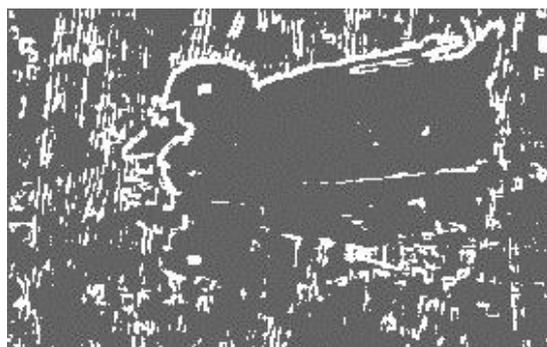


e) 結果圖

圖 四-29：水邊美洲獅倒影



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵



c) 特徵點

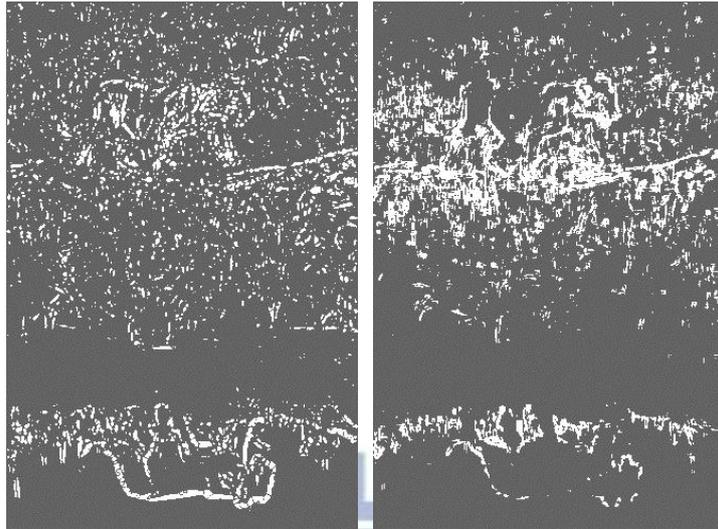


d) 中點權重圖



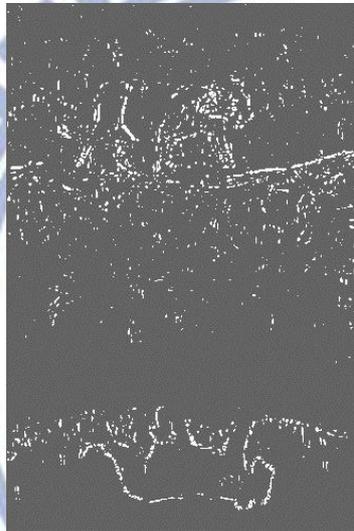
e) 結果圖

圖 四-30：水邊鴨子



a) 亮度高對比大區塊同向性區域

b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

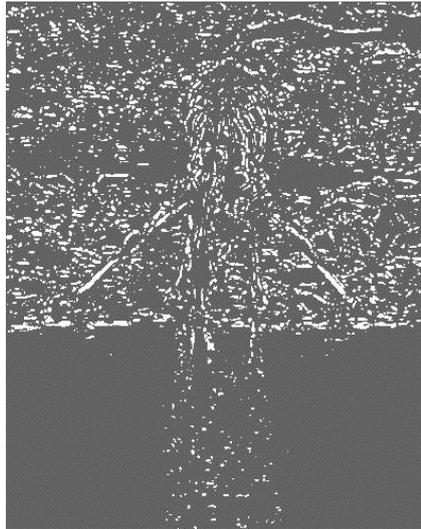


d) 中點權重圖

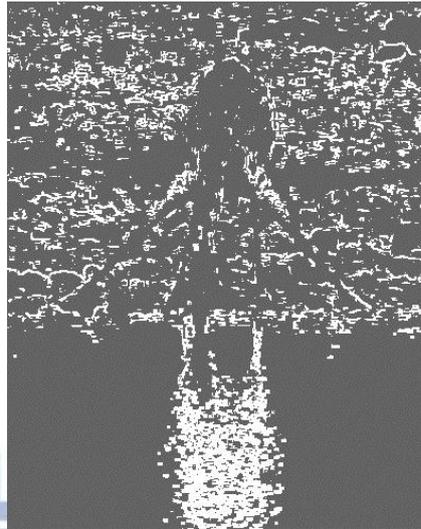


e) 結果圖

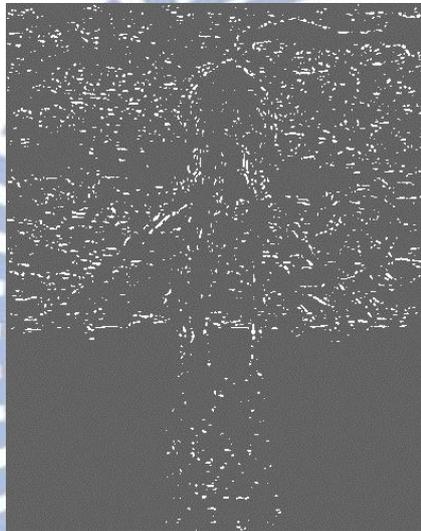
圖 四-31：水邊獅子圖



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



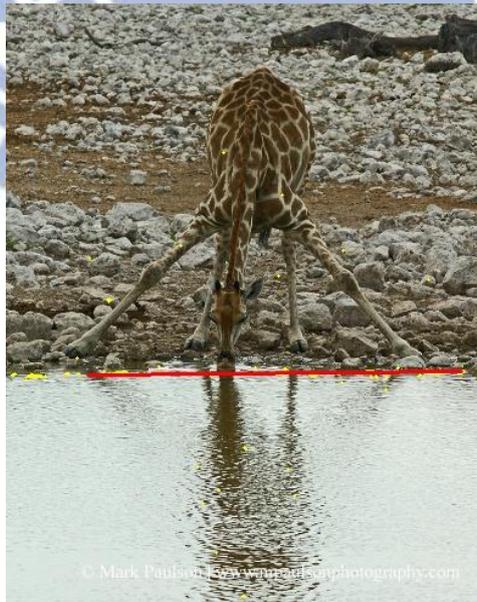
b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

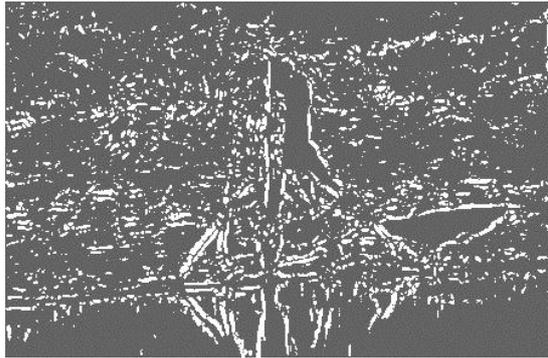


d) 中點權重圖

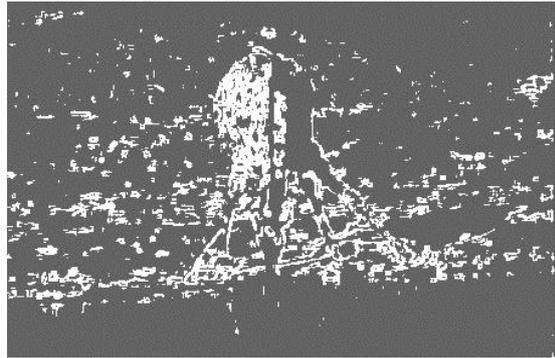


e) 結果圖

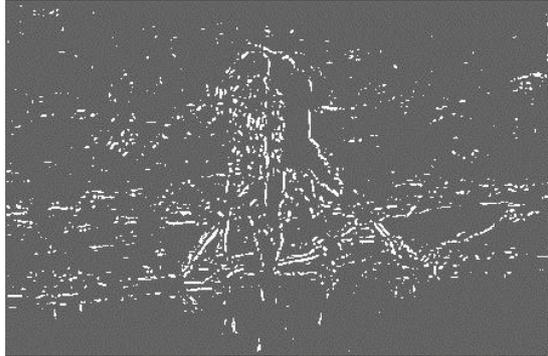
圖 四-32：水邊長頸鹿



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



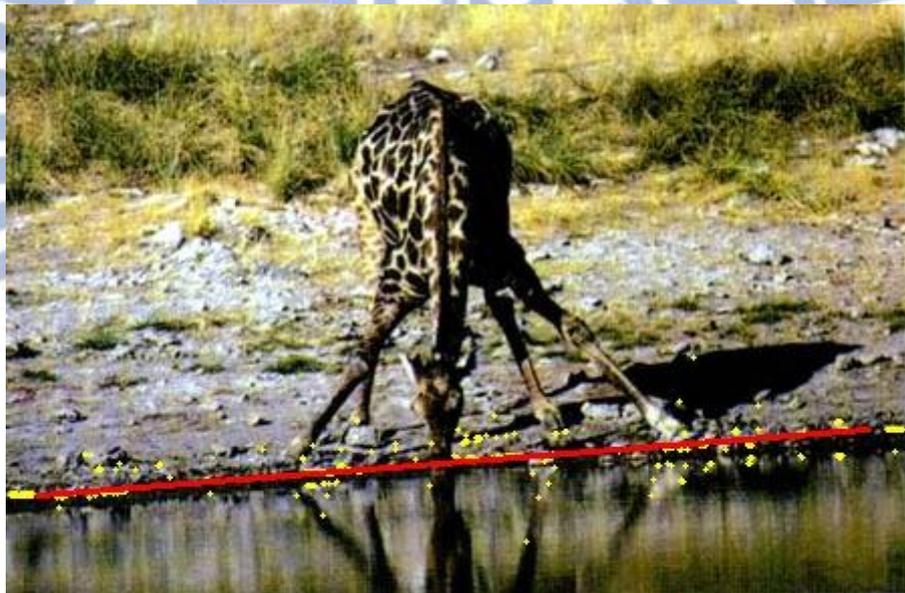
b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

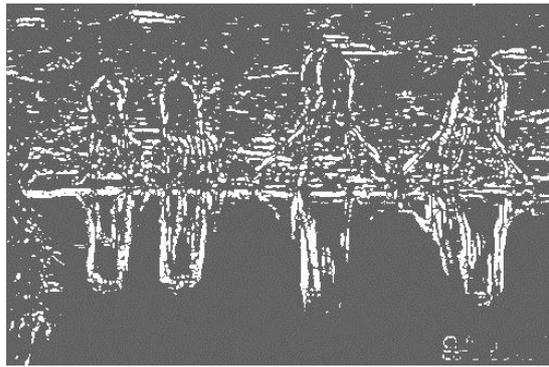


d) 中點權重圖

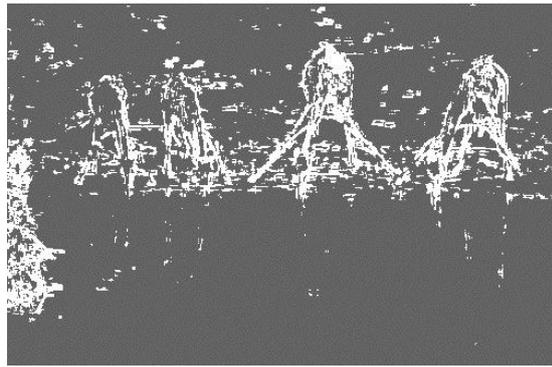


e) 結果圖

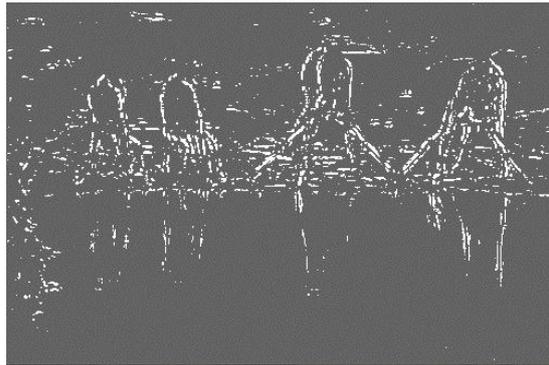
圖 四-33：水邊長頸鹿 1



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

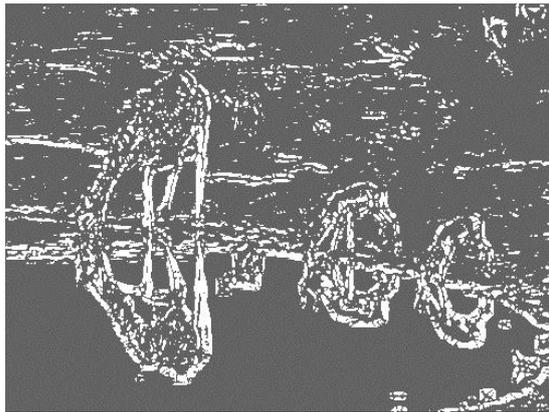


d) 中點權重圖

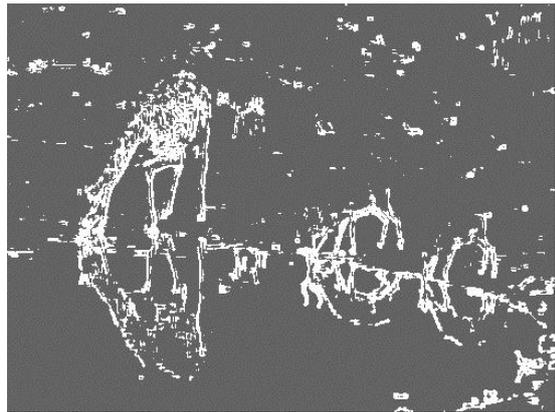


e) 結果圖

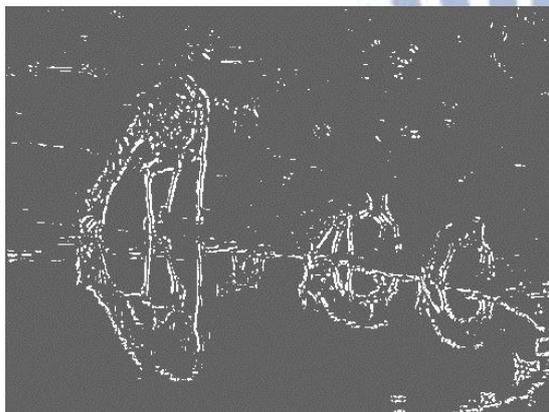
圖 四-34：多隻長頸鹿 1



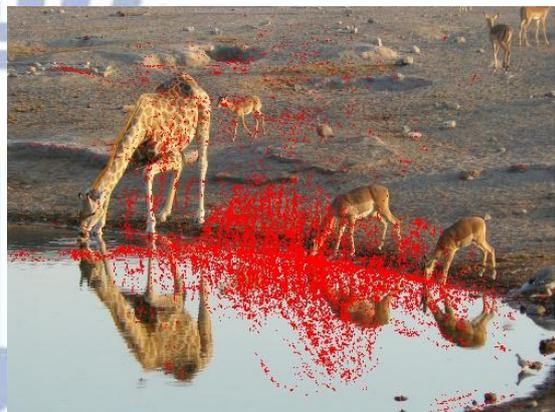
a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

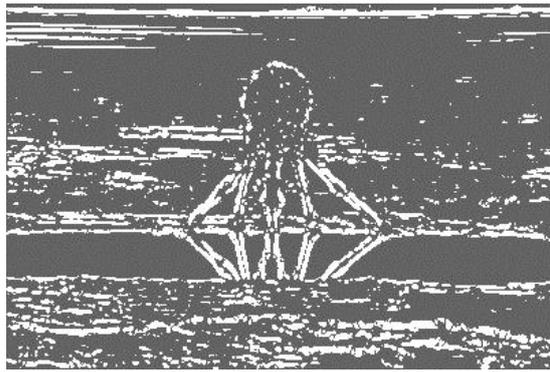


d) 中點權重圖

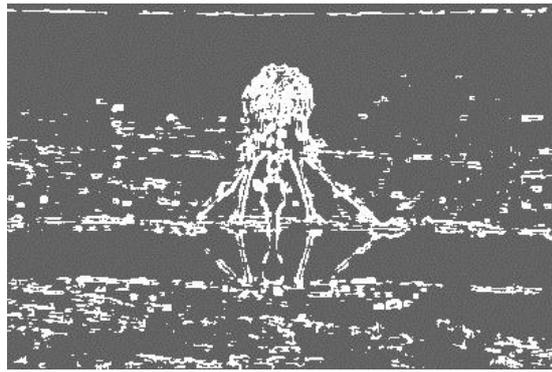


e) 結果圖

圖 四-35：水邊多隻長頸鹿 2



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖

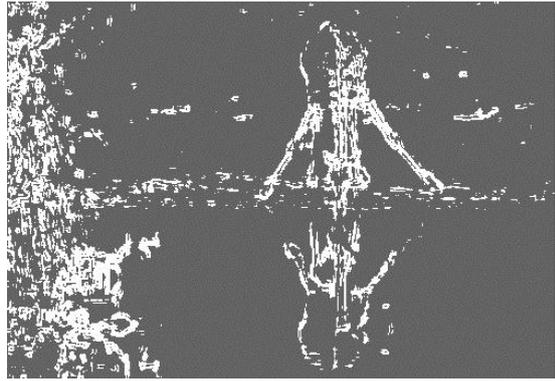


e) 結果圖

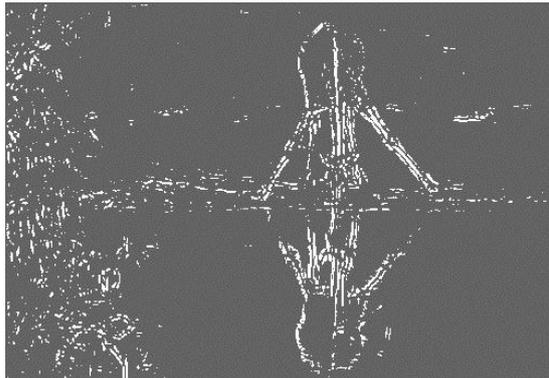
圖 四-36：水邊長頸鹿 2



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

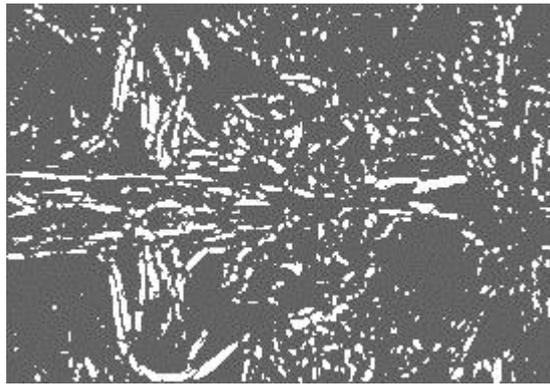


d) 中點權重圖

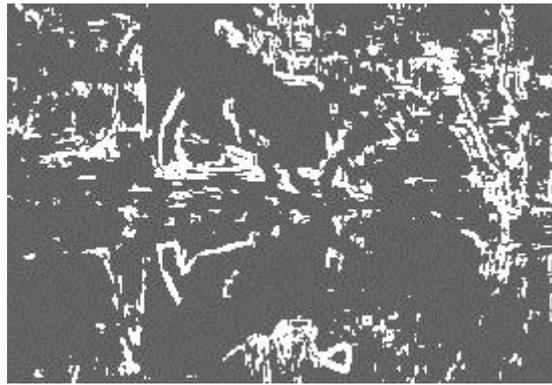


e) 結果圖

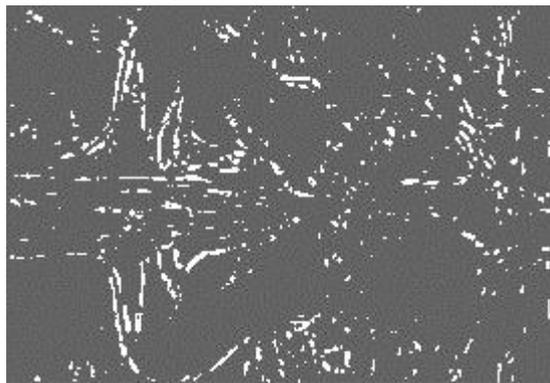
圖 四-37：水邊長頸鹿 3



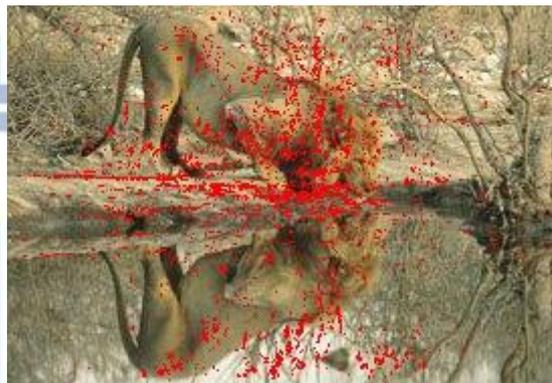
a) 亮度高對比大區塊同向性區域



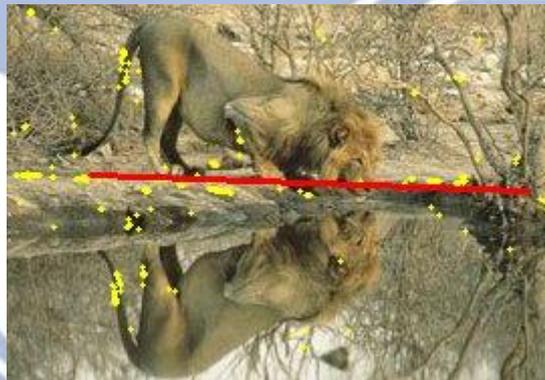
b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖



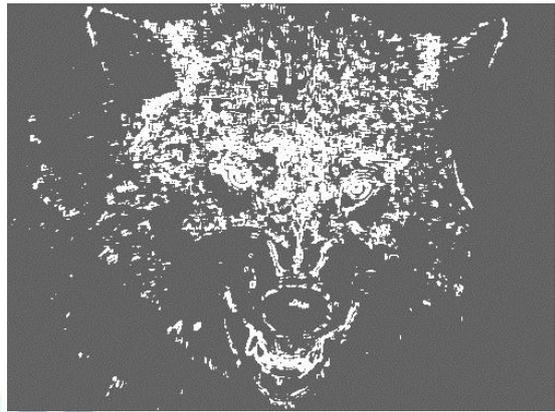
e) 結果圖

圖 四-38：水邊獅子圖 1

#### 4.2.1.2 一般線對稱單一對稱物體



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

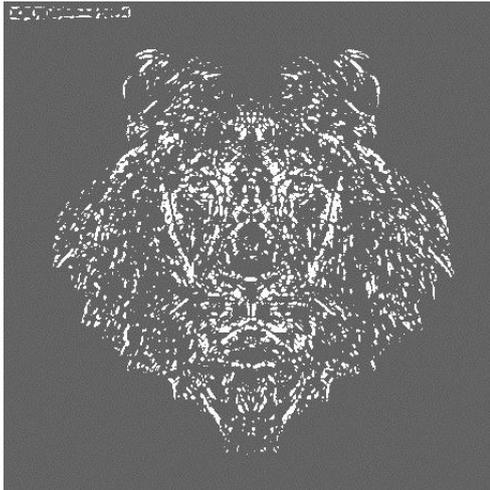


d) 中點權重圖



e) 結果圖

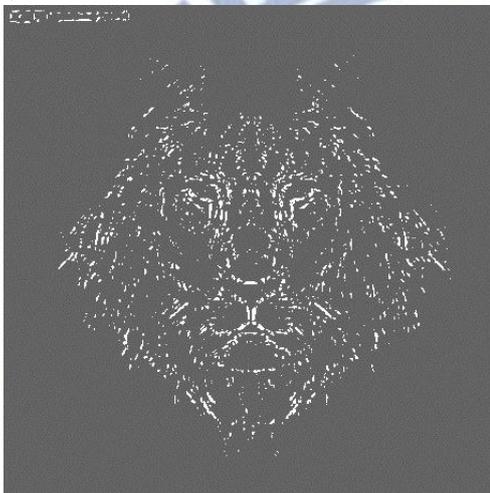
圖 四-39：雪地中的狼



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖

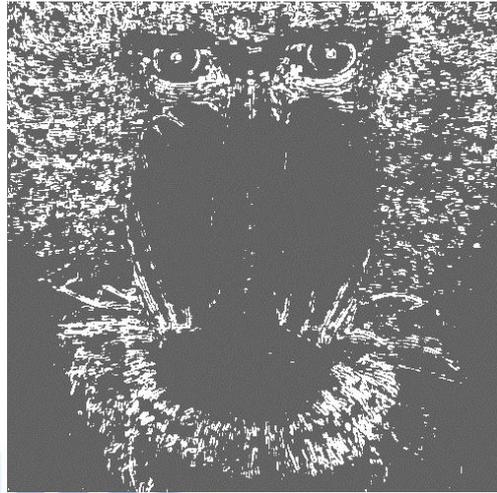


e) 結果圖

圖 四-40：獅子的頭



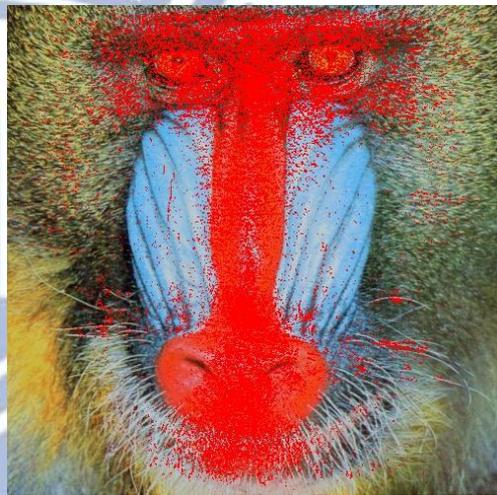
a) 亮度高對比大區塊同向性區域



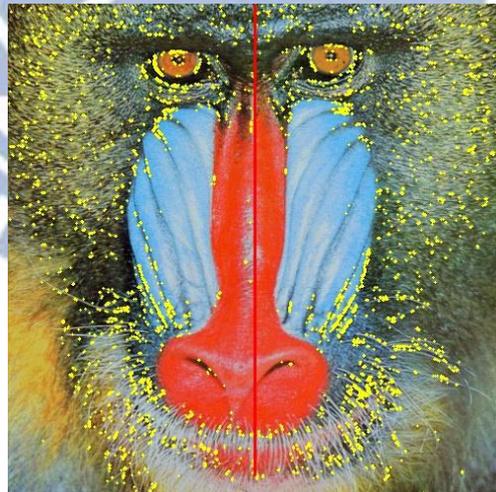
b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖



e) 結果圖

圖 四-41：馬來膜



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



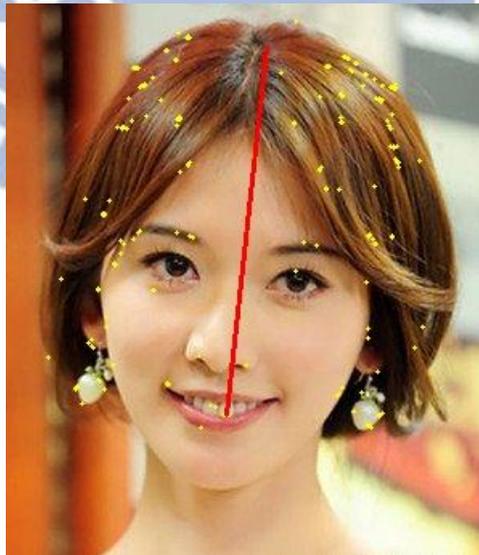
b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

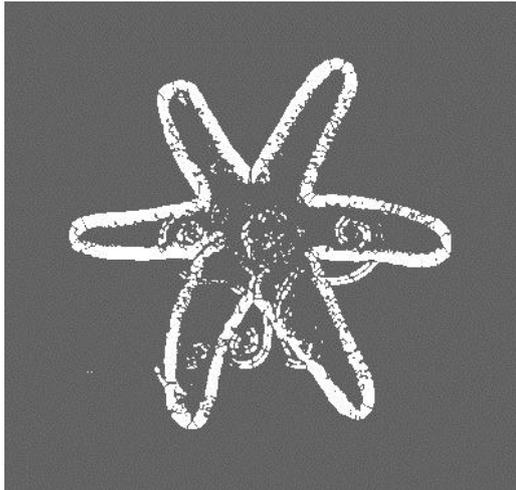


d) 中點權重圖

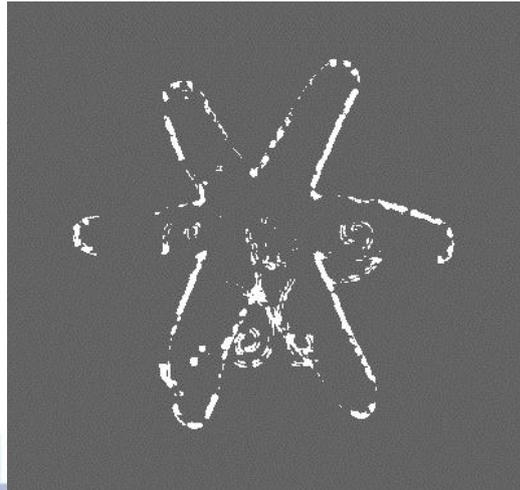


e) 結果圖

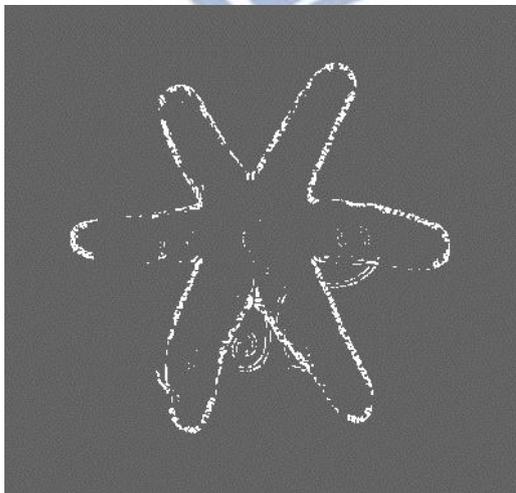
圖 四-42：女模特兒臉



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



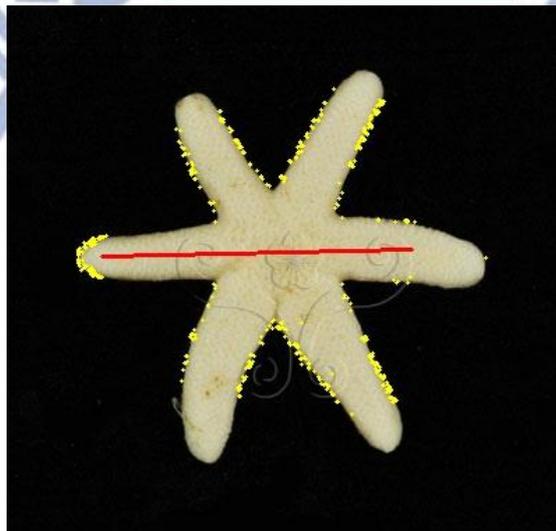
b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

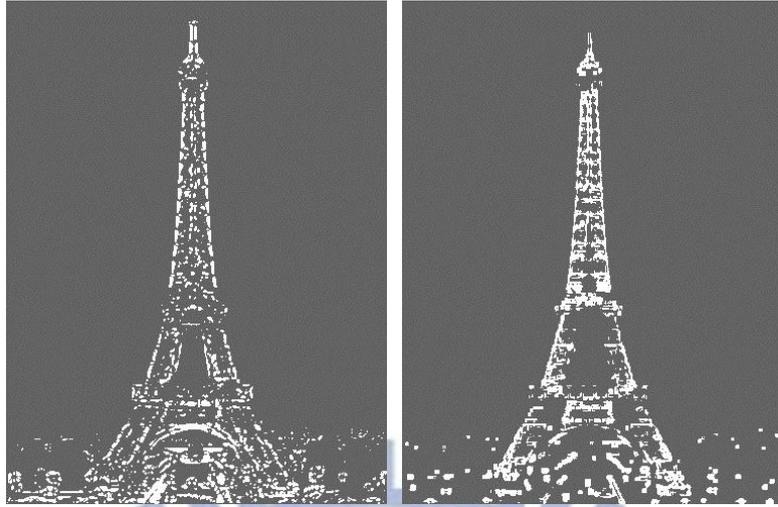


d) 中點權重圖

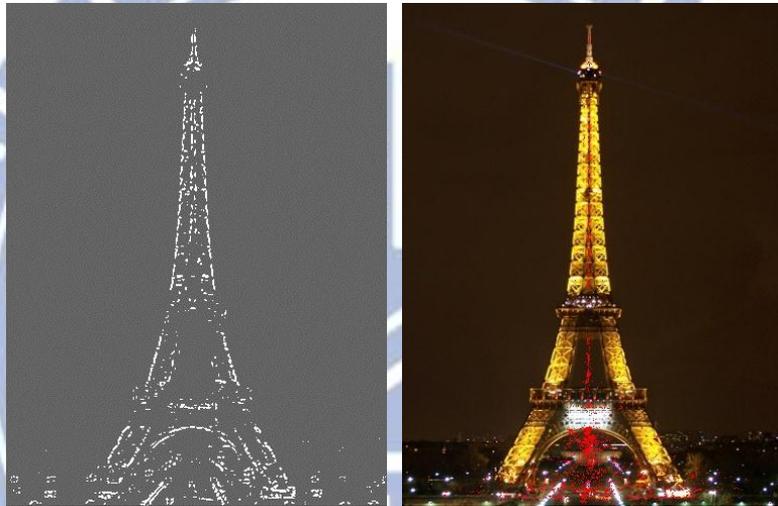


e) 結果圖

圖 四-43：海膽

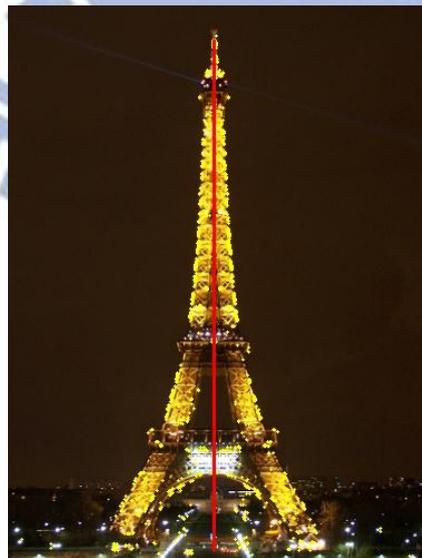


a) 亮度高對比大區塊同向性區域    b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

d) 中點權重圖

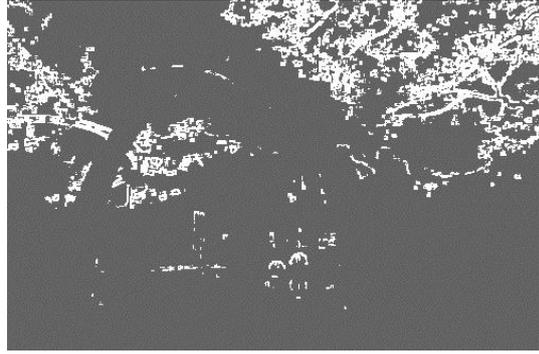


e) 結果圖

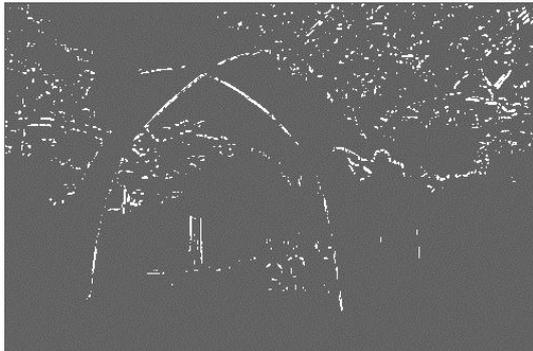
圖 四-44：鐵塔



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖

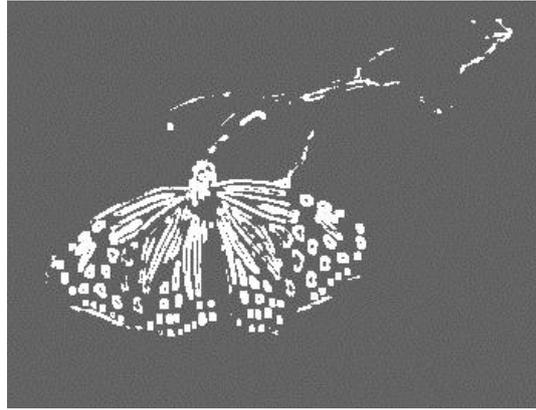


e) 結果圖

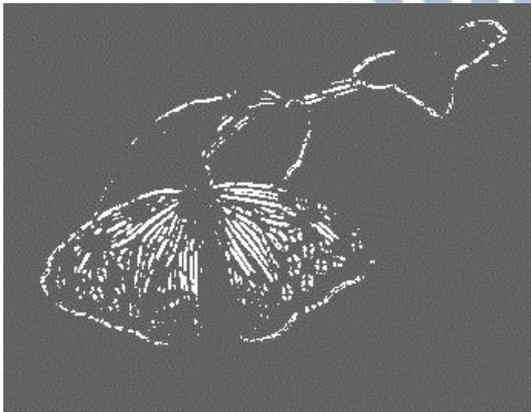
圖 四-45：拱門



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

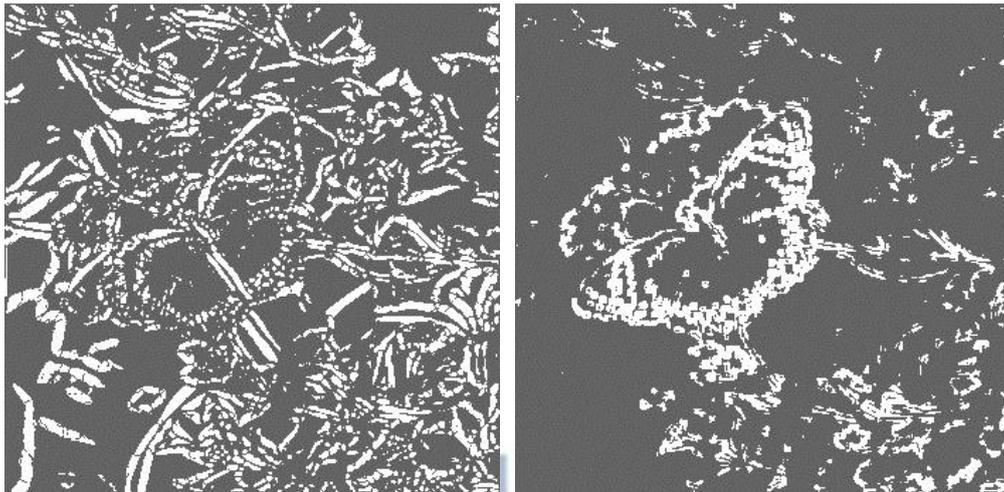


d) 中點權重圖



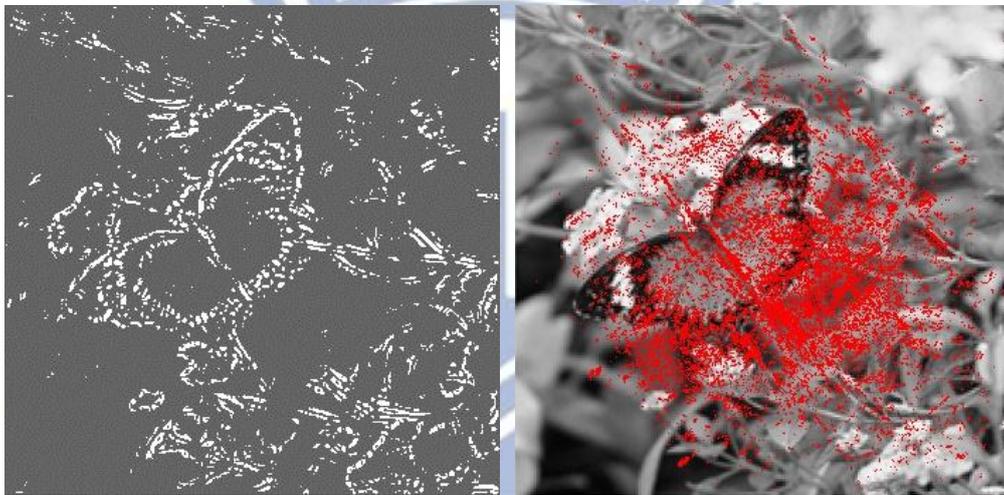
e) 結果圖

圖 四-46：樹枝上的蝴蝶



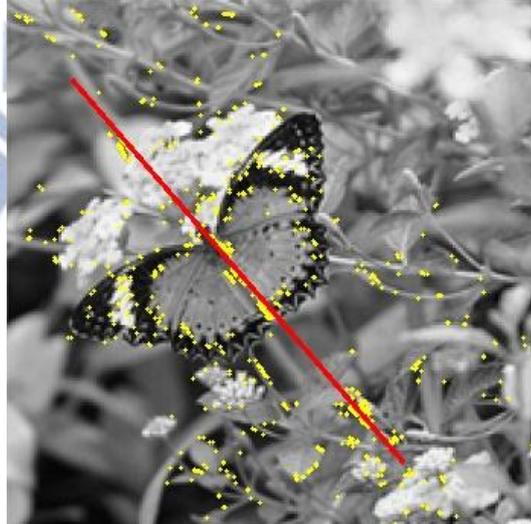
a) 亮度高對比大區塊同向性區域

b) 亮度高對比高梯度方向熵度



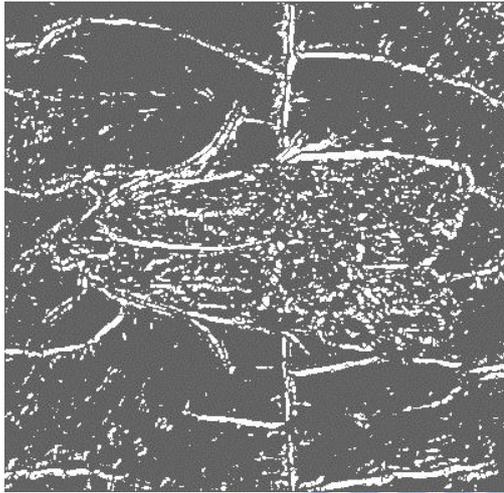
c) 特徵點

d) 中點權重圖

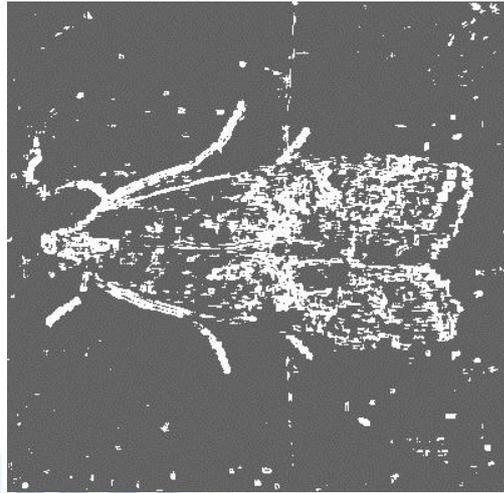


e) 結果圖

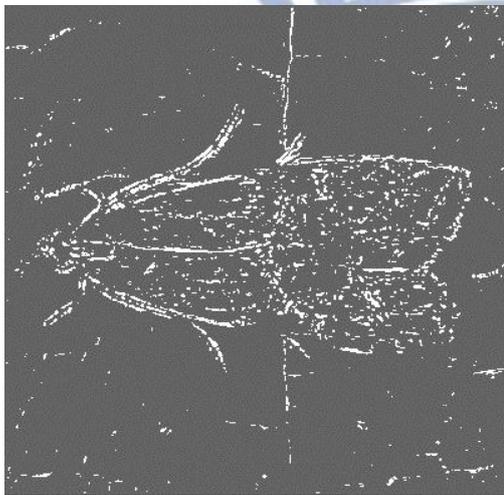
圖 四-47：草枝上的蝴蝶



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

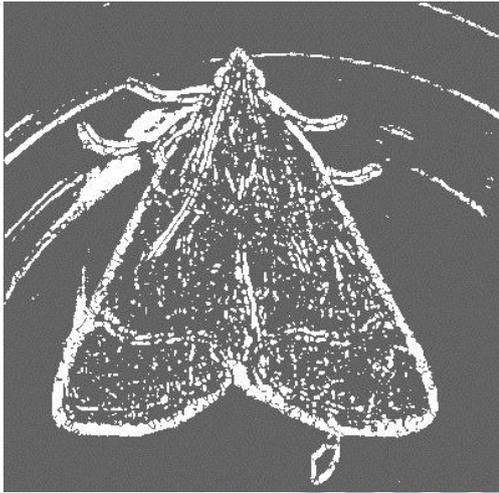


d) 中點權重圖

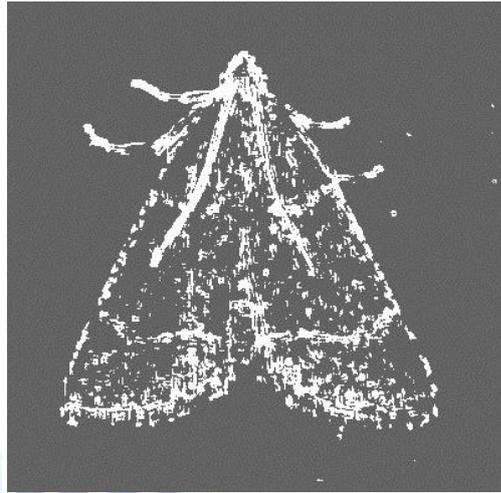


e) 結果圖

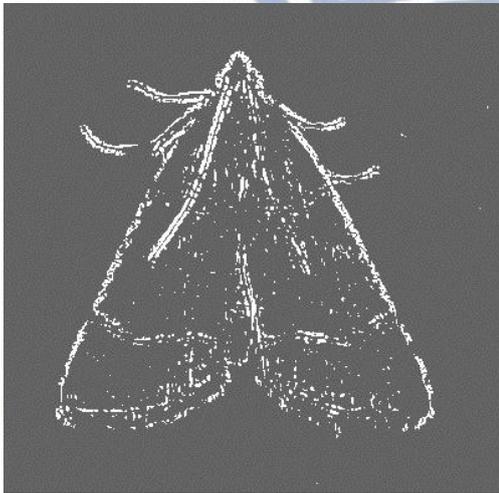
圖 四-48：樹葉上的蟬



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

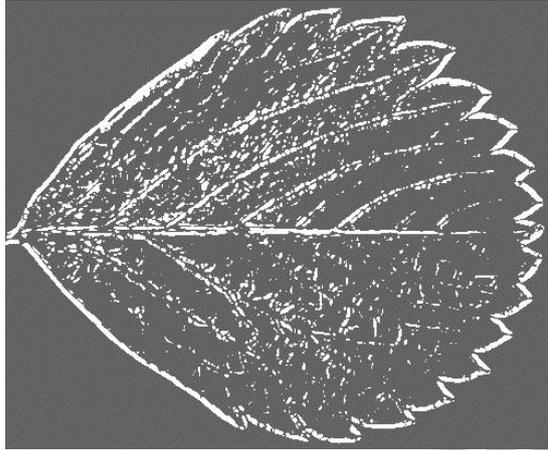


d) 中點權重圖

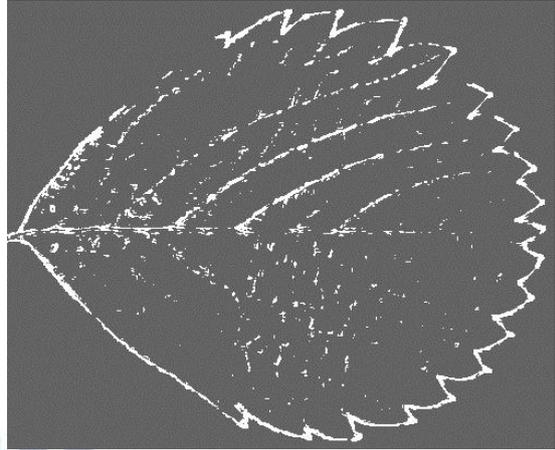


e) 結果圖

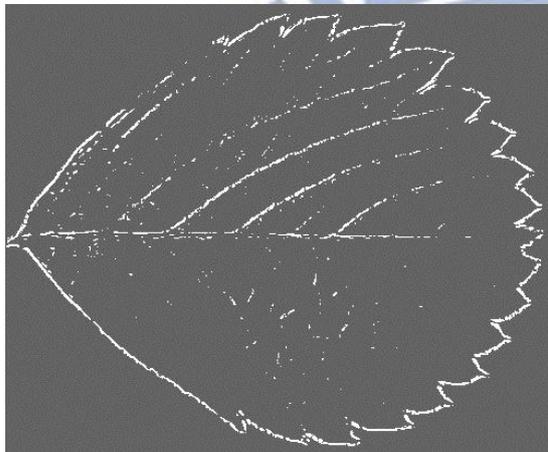
圖 四-49：盤子上的飛蛾



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



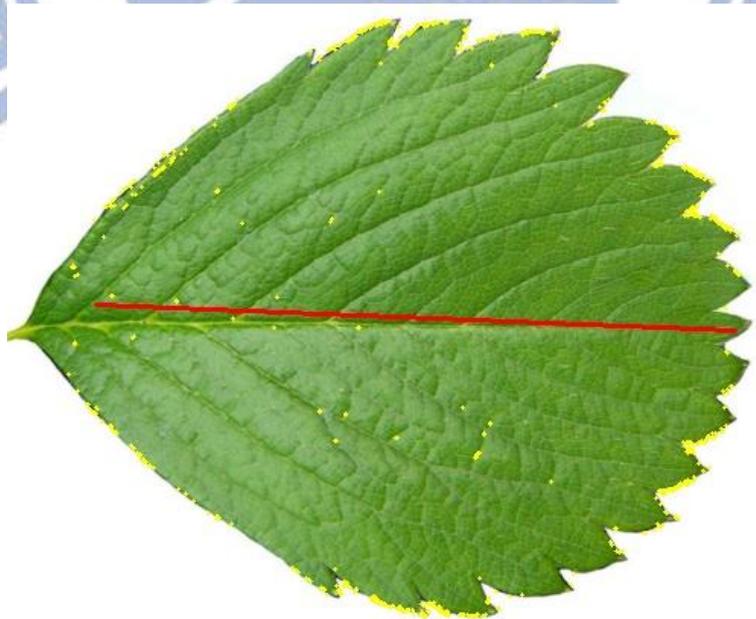
b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

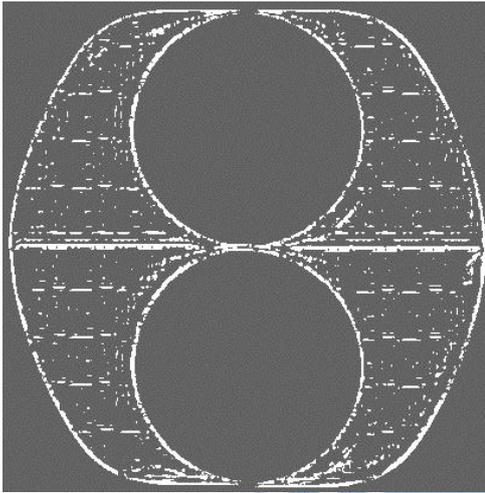


d) 中點權重圖

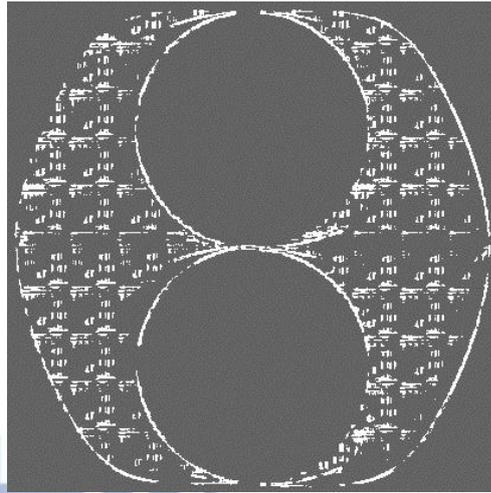


e) 結果圖

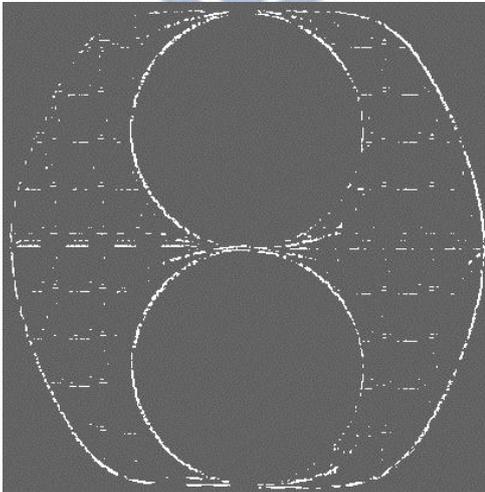
圖 四-50：樹葉葉脈



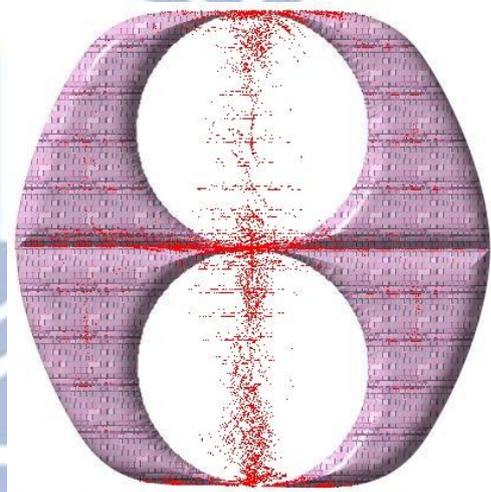
a) 亮度高對比大區塊同向性區域



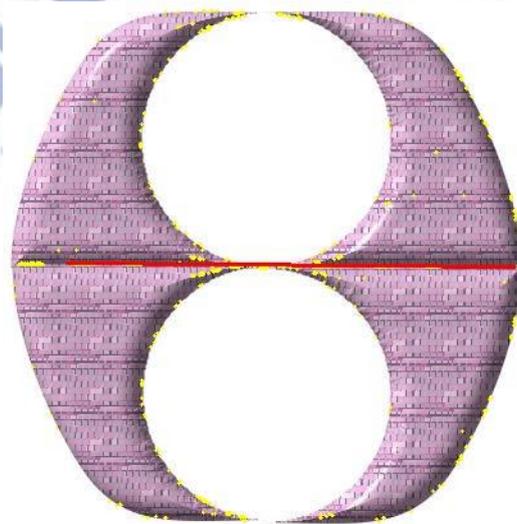
b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

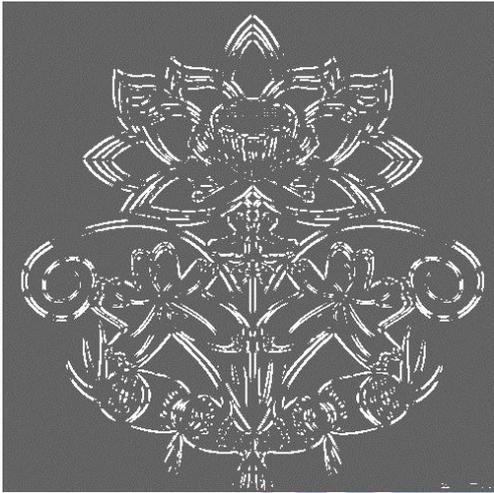


d) 中點權重圖



e) 結果圖

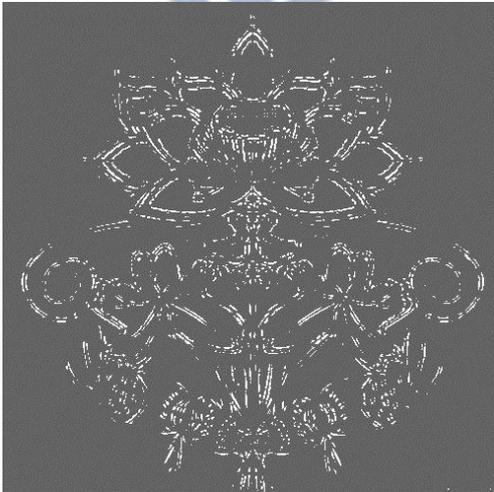
圖 四-51：人造標籤 1



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



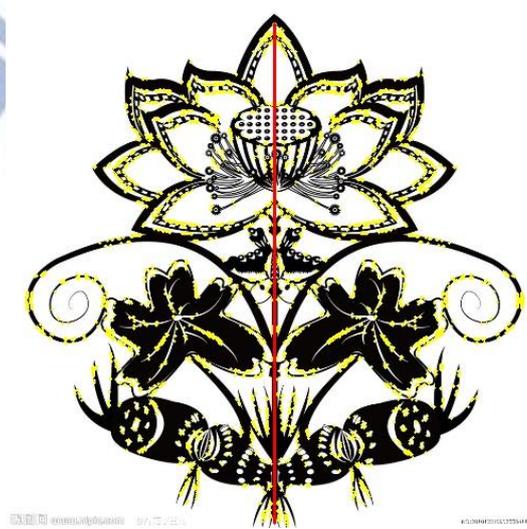
b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

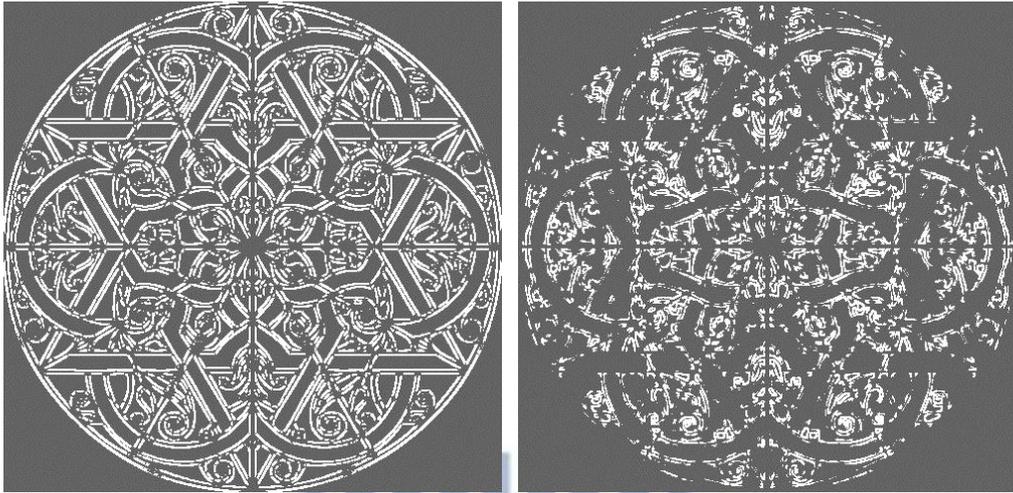


d) 中點權重圖



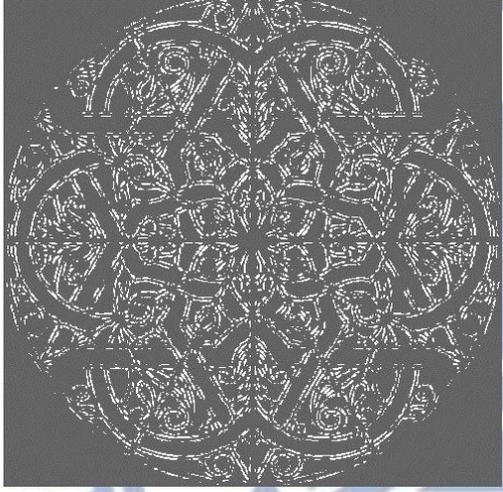
e) 結果圖

圖 四-52：人造標籤 2

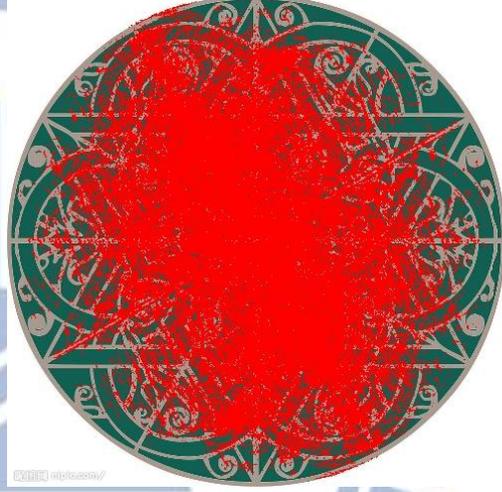


a) 亮度高對比大區塊同向性區域

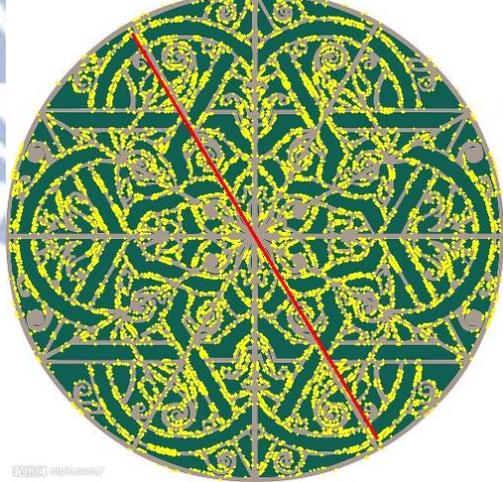
b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

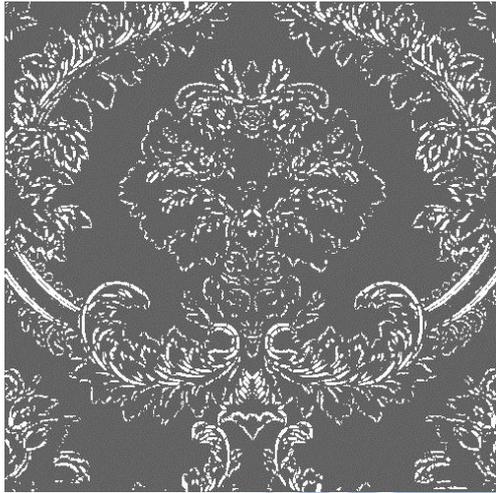


d) 中點權重圖



e) 結果圖

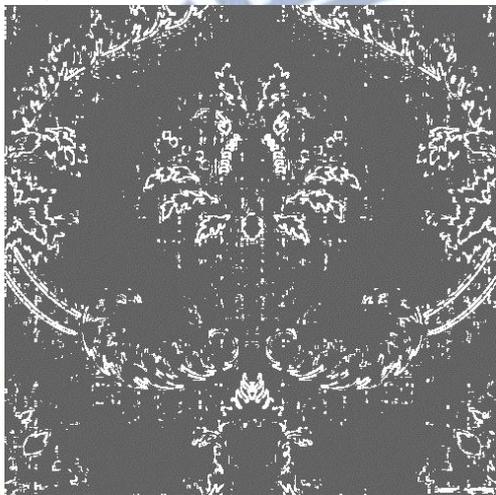
圖 四-53：人造標籤 3



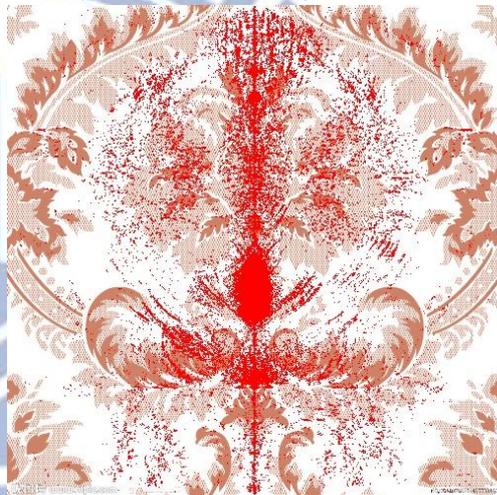
a) 亮度高對比大區塊同向性區域



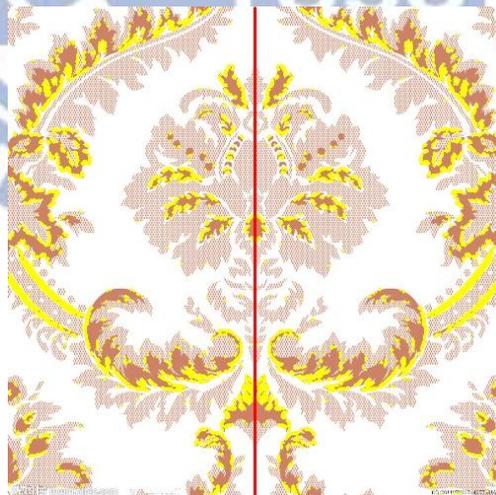
b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

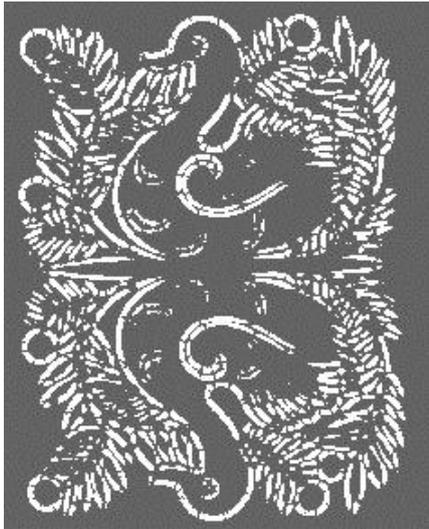


d) 中點權重圖

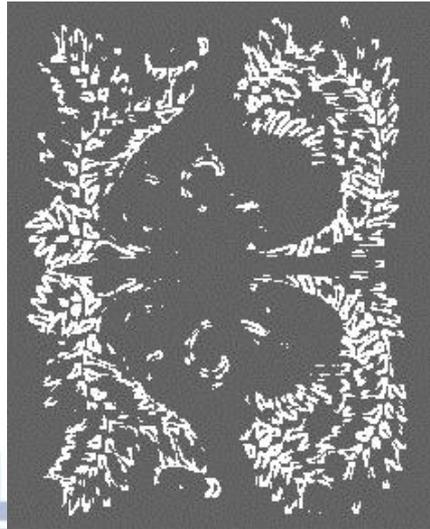


e) 結果圖

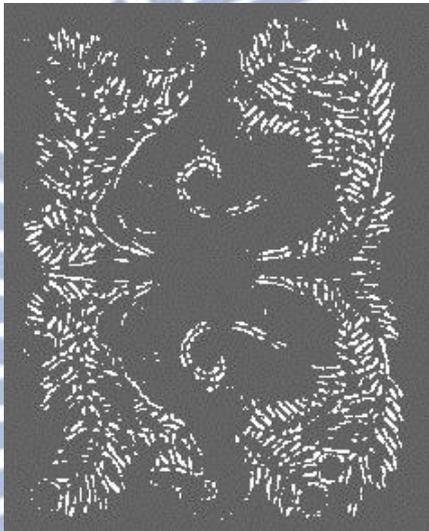
圖 四-54：桌巾圖案



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



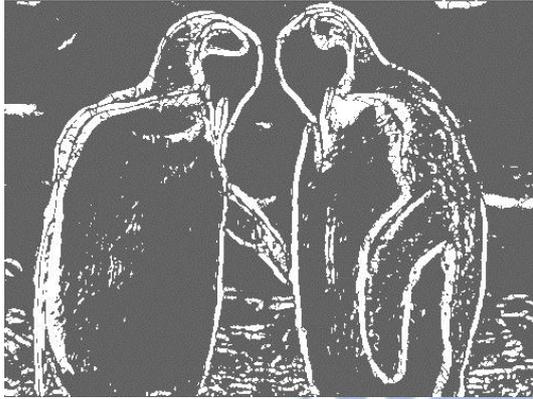
d) 中點權重圖



e) 結果圖

圖 四-55：剪紙

#### 4.2.1.3 一般線對稱多重對稱物體



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



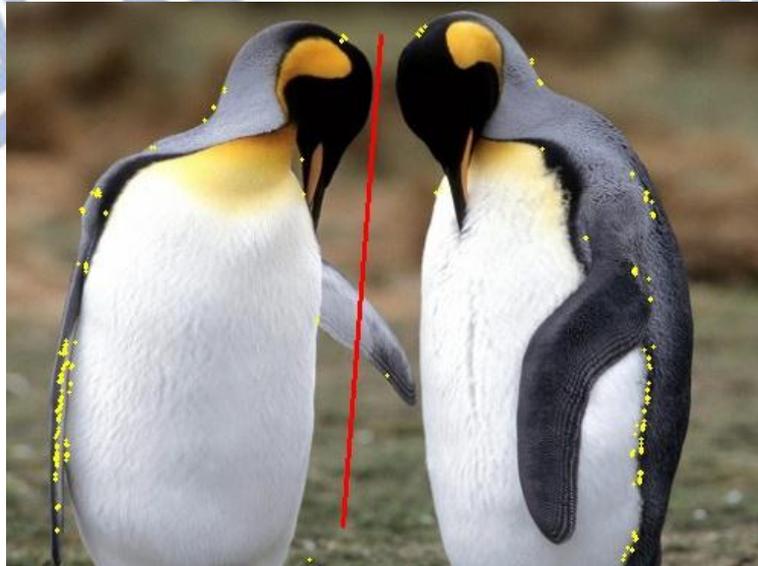
b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

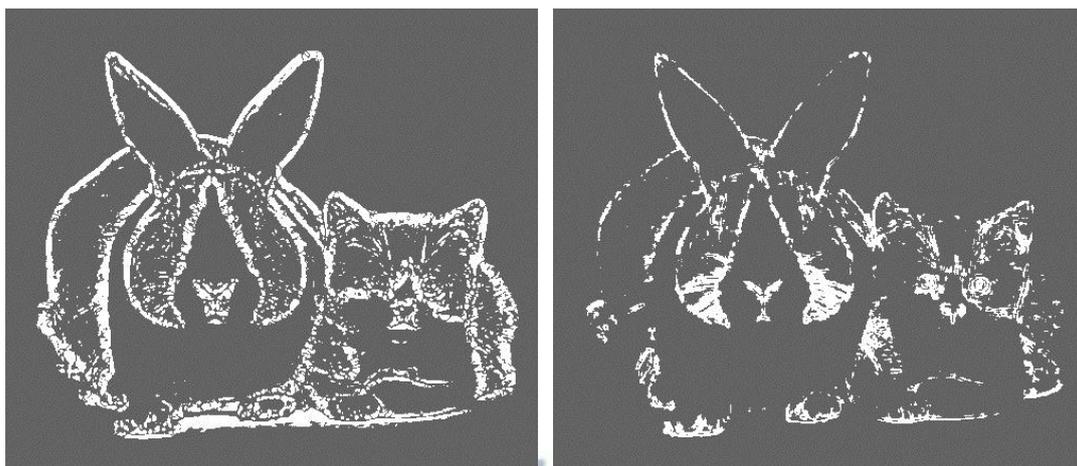


d) 中點權重圖



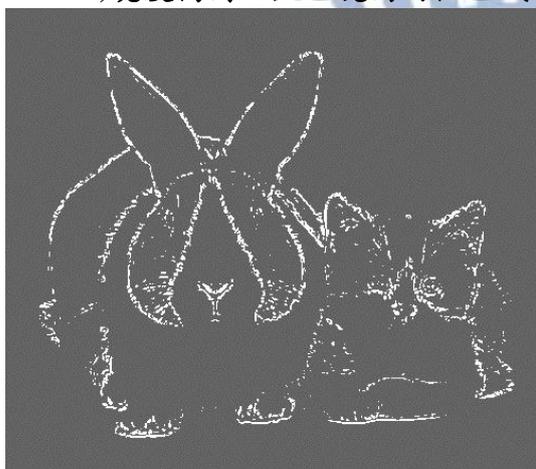
e) 結果圖

圖 四-56：企鵝圖



a) 亮度高對比大區塊同向性區域

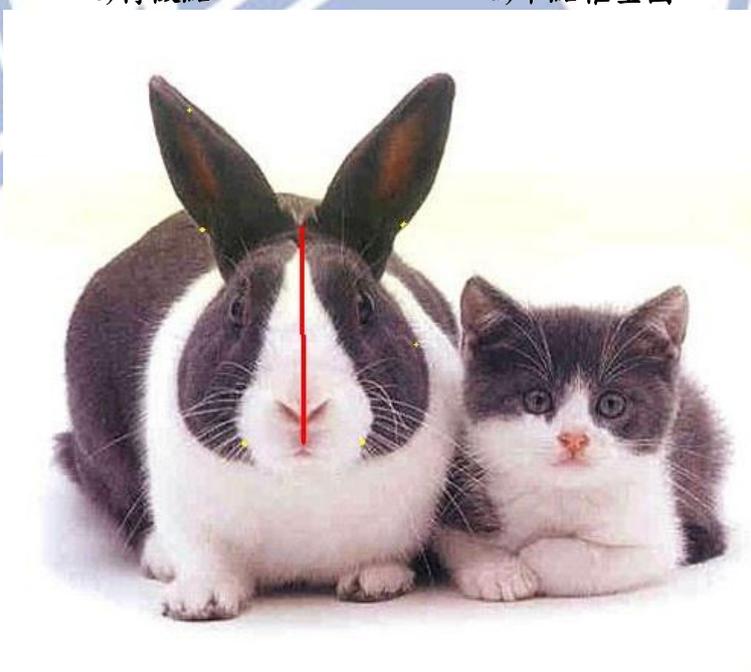
b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

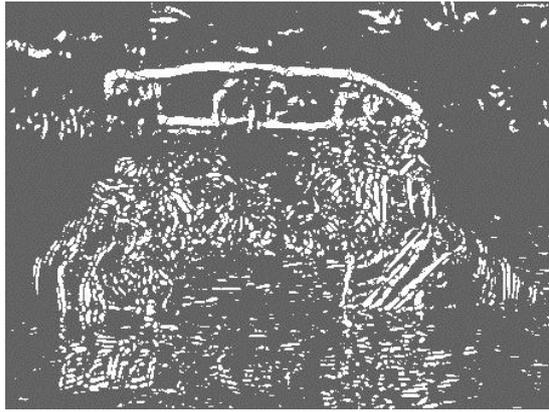


d) 中點權重圖

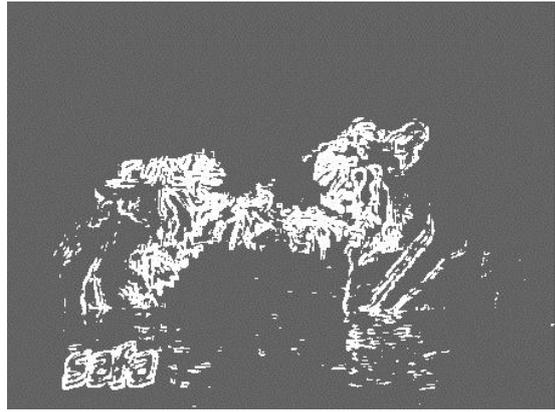


e) 結果圖

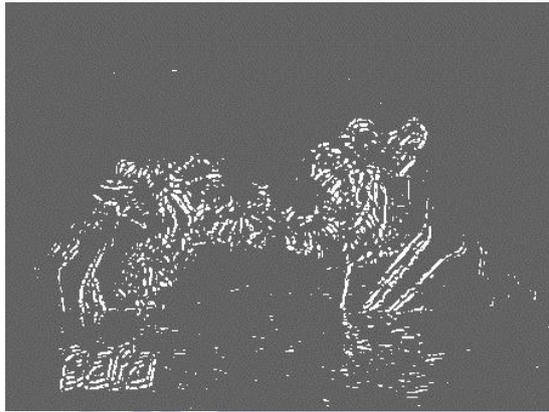
圖 四-57：兔子與貓中間階段結果圖



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖

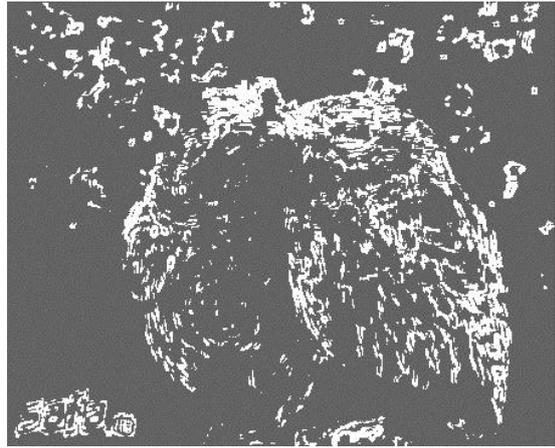


e) 結果圖

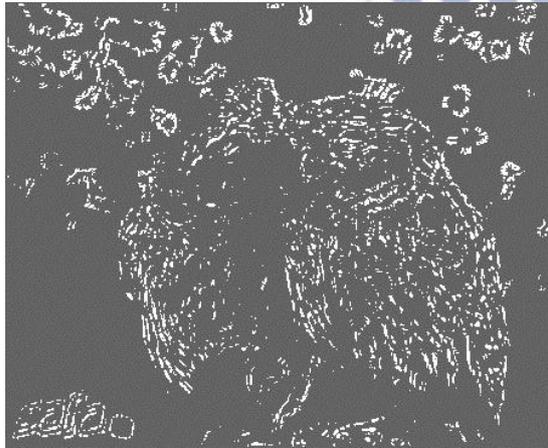
圖 四-58：水邊兩隻老虎



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖



e) 結果圖

圖 四-59：兩隻貓頭鷹



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖

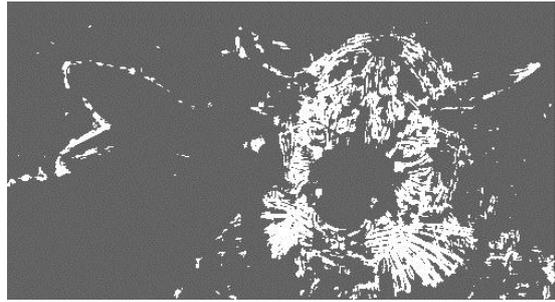


e) 結果圖

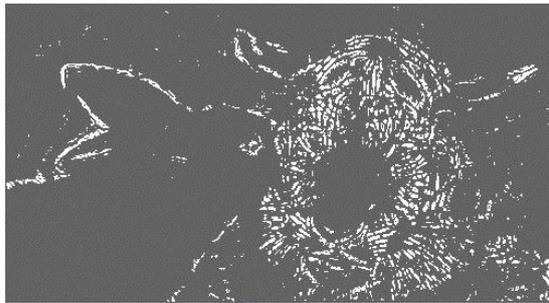
圖 四-60：老虎和獅子



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



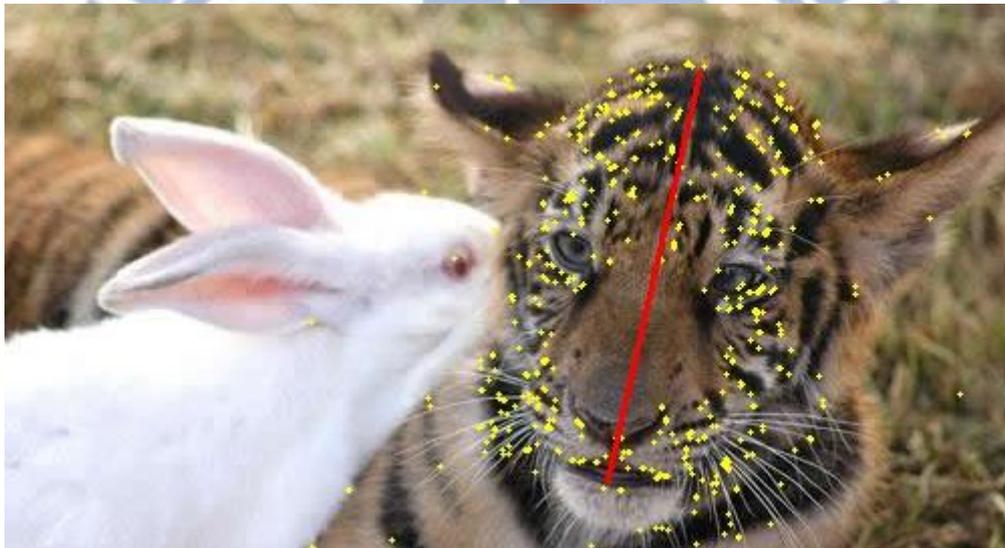
b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖



e) 結果圖

圖 四-61：老虎與兔子



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵



c) 特徵點

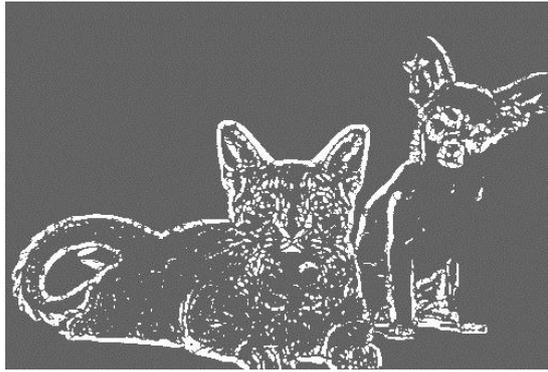


d) 中點權重圖

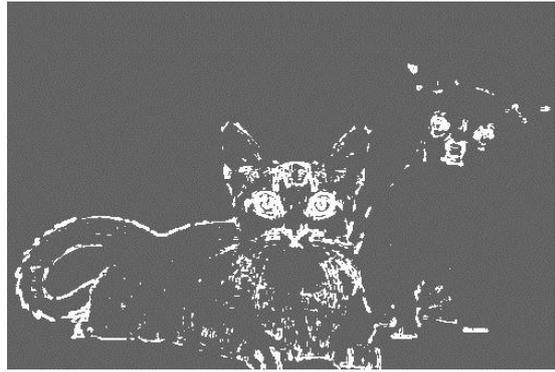


e) 結果圖

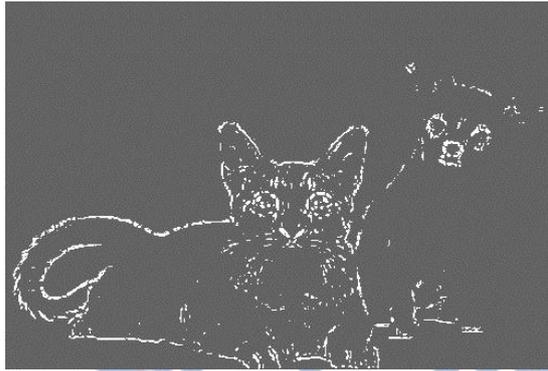
圖 四-62：狗與小貓 1



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



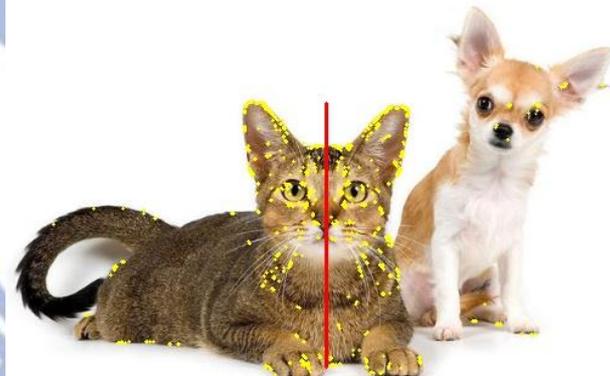
b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖

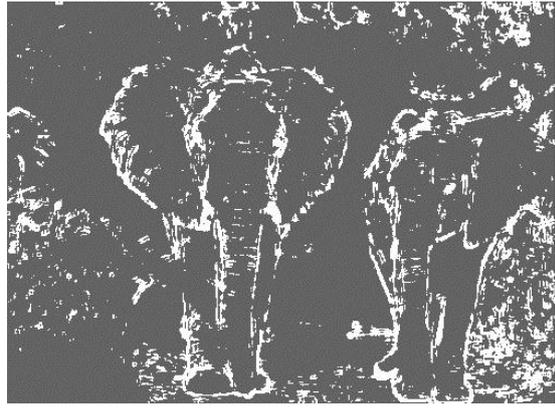


e) 結果圖

圖 四-63：狗與貓咪



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

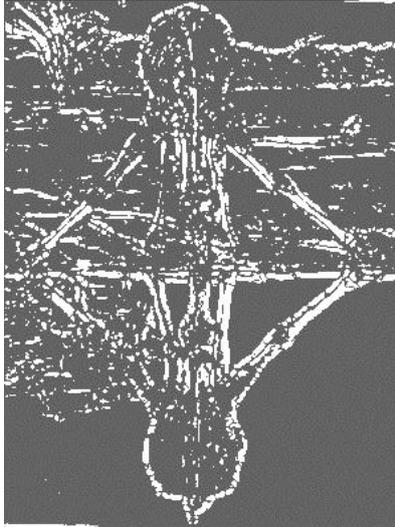


d) 中點權重圖



e) 結果圖

圖 四-64：兩隻大象對稱偵測中間過程結果圖



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

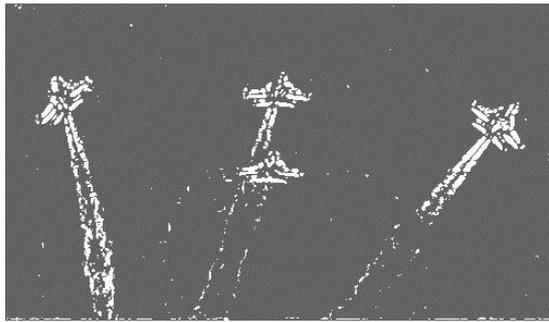


d) 中點權重圖

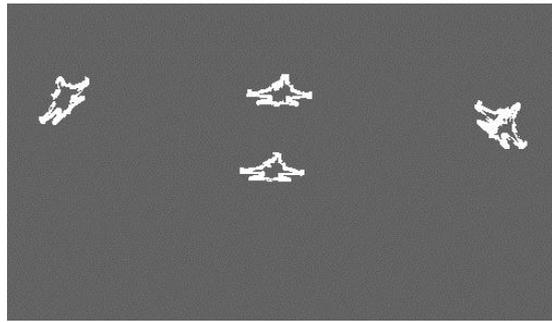


e) 結果圖

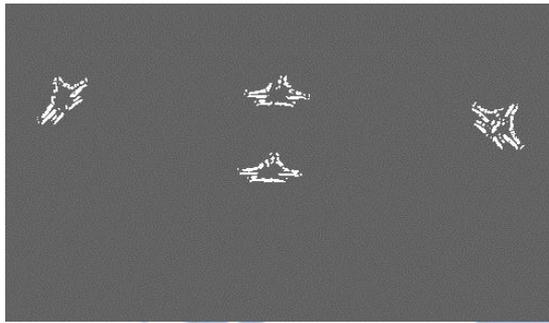
圖 四-65：水邊長頸鹿 1



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

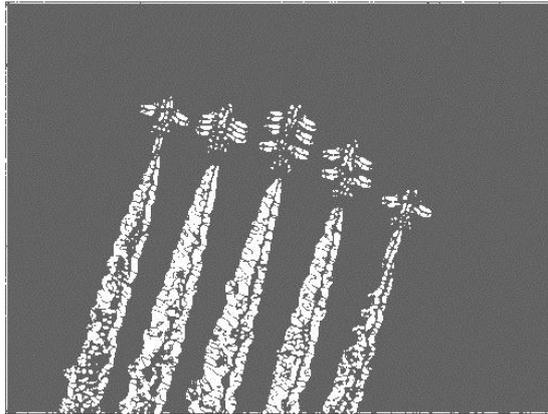


d) 中點權重圖

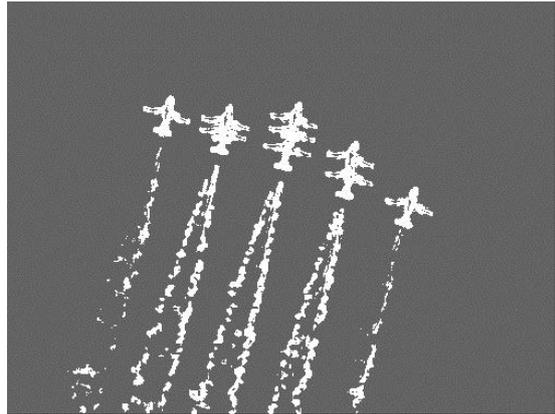


e) 結果圖

圖 四-66：戰鬥機飛行



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖



e) 結果圖

圖 四-67：戰鬥機飛行 1



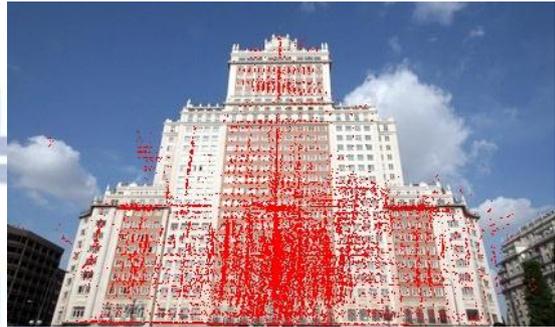
a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖



e) 結果圖

圖 四-68：辦公大樓



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



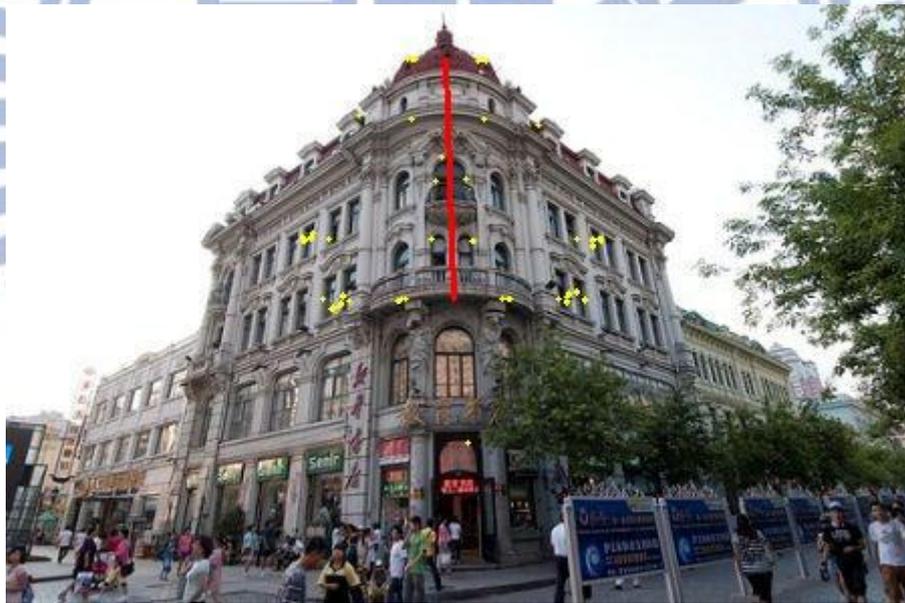
b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

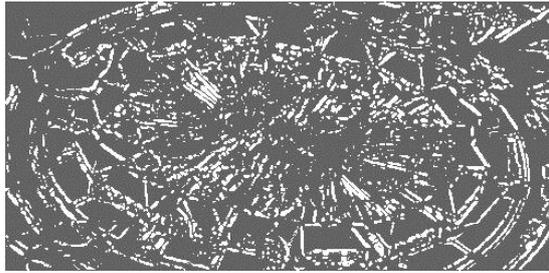


d) 中點權重圖

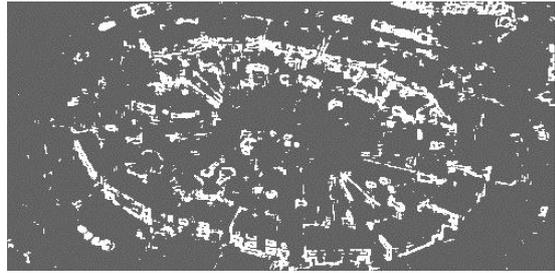


e) 結果圖

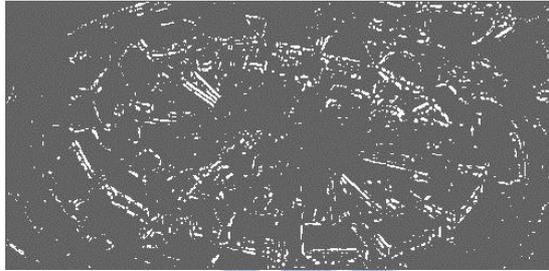
圖 四-69：街道轉角



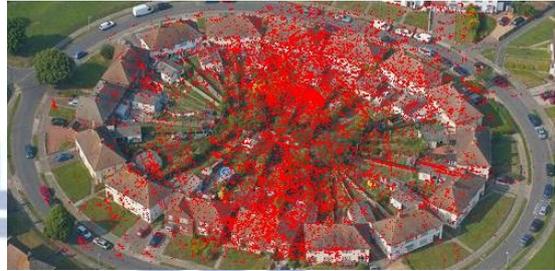
a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖



e) 結果圖

圖 四-70：圓形街道

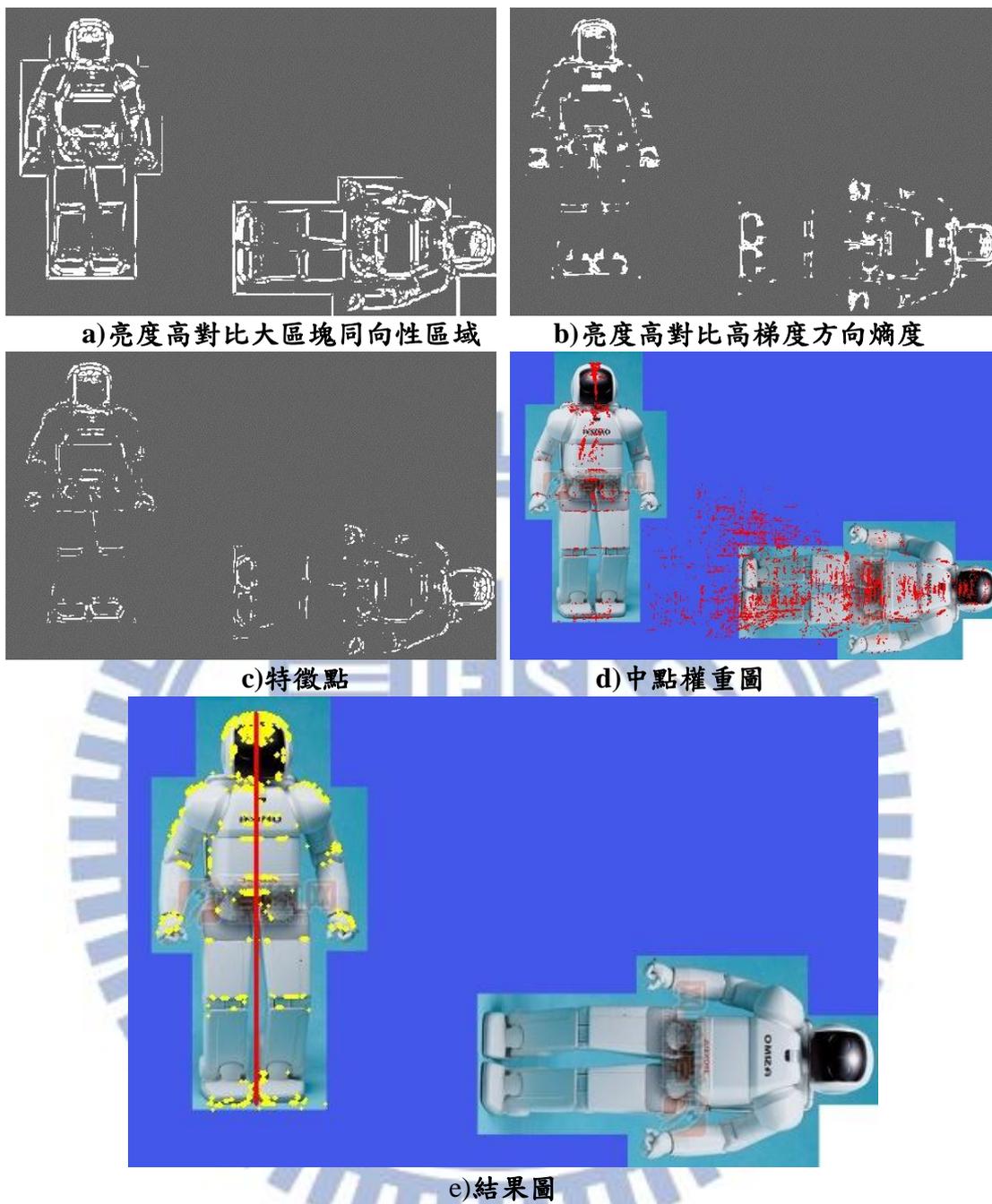
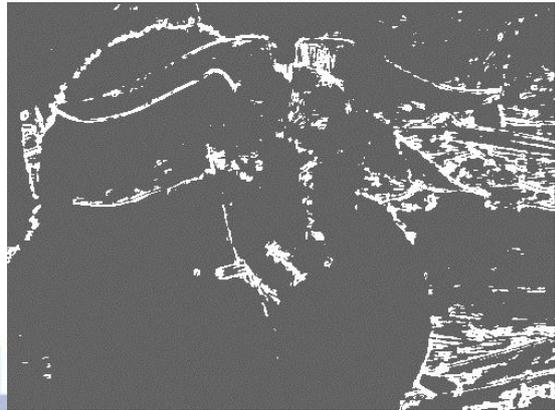


圖 四-71：兩個機器人

#### 4.2.2 與主觀認知不相符的結果圖



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



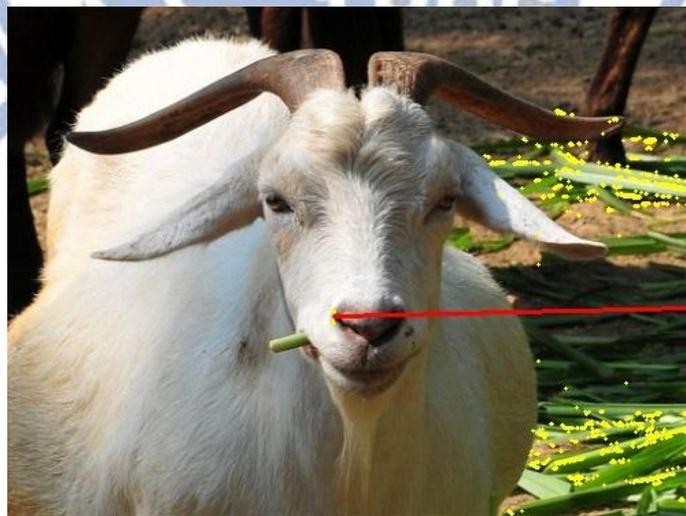
b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點

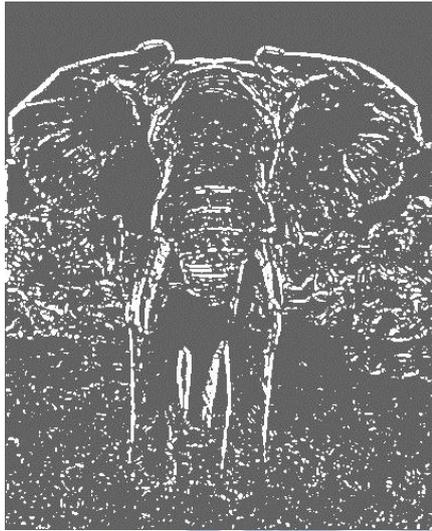


d) 中點權重圖



e) 結果圖

圖 四-72：山羊圖



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖



e) 結果圖

圖 四-73：一隻大象



a) 亮度高對比大區塊同向性區域



b) 亮度高對比高梯度方向熵度



c) 特徵點



d) 中點權重圖



e) 結果圖

圖 四-74：多棟大樓

## 第五章 結論

### 5.1 影像特色點分析與討論

經由許多的實驗與觀察後，本篇論文所提出的對稱偵測方法與主觀認定的對稱軸的相關程度，主要關鍵在於放入做對稱投票的特徵點是否大多數為對稱主軸相關；若有達到上述條件則會與主觀認定上的主要對稱軸較為一致。反之，則判斷出來的對稱軸則會與主觀上認定的對稱軸有一定的落差。

在第四章，所放的影像之中各有一些本篇論文所判斷出來與主觀認定的對稱軸不太一致的結果，下面將會依序探討可能導致對稱軸不符合主觀認定的原因，以及介紹本論特徵點所偵測出的對稱結果與特性。

(一) 圖 四-72：山羊圖

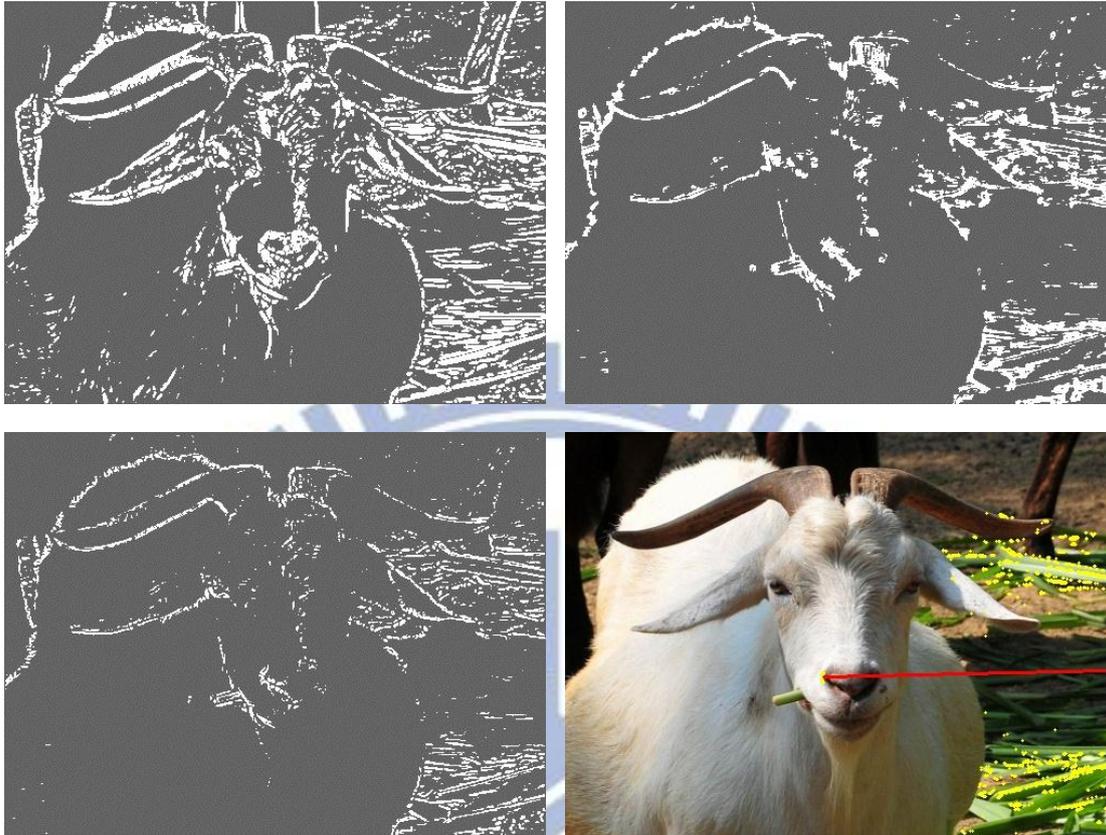


圖 五-1：山羊中間過程圖

圖 五-1 由左上到右下，依序是亮度高對比大區塊同向性分佈、亮度高對比高梯度方向熵度圖、影像特徵點、以及結果圖。山羊圖抓取出來的對稱軸，由結果圖可以發現由本篇論文方法所抓取出來的對稱大致上是背景景物的對稱，由特徵點圖可以發現山羊主體左右的對比分佈不太相似，抓取出較多背景對稱的部分，因此，抓取出的對稱軸與一般所認定的對稱軸不一致。

(二) 圖 四-73：一隻大象

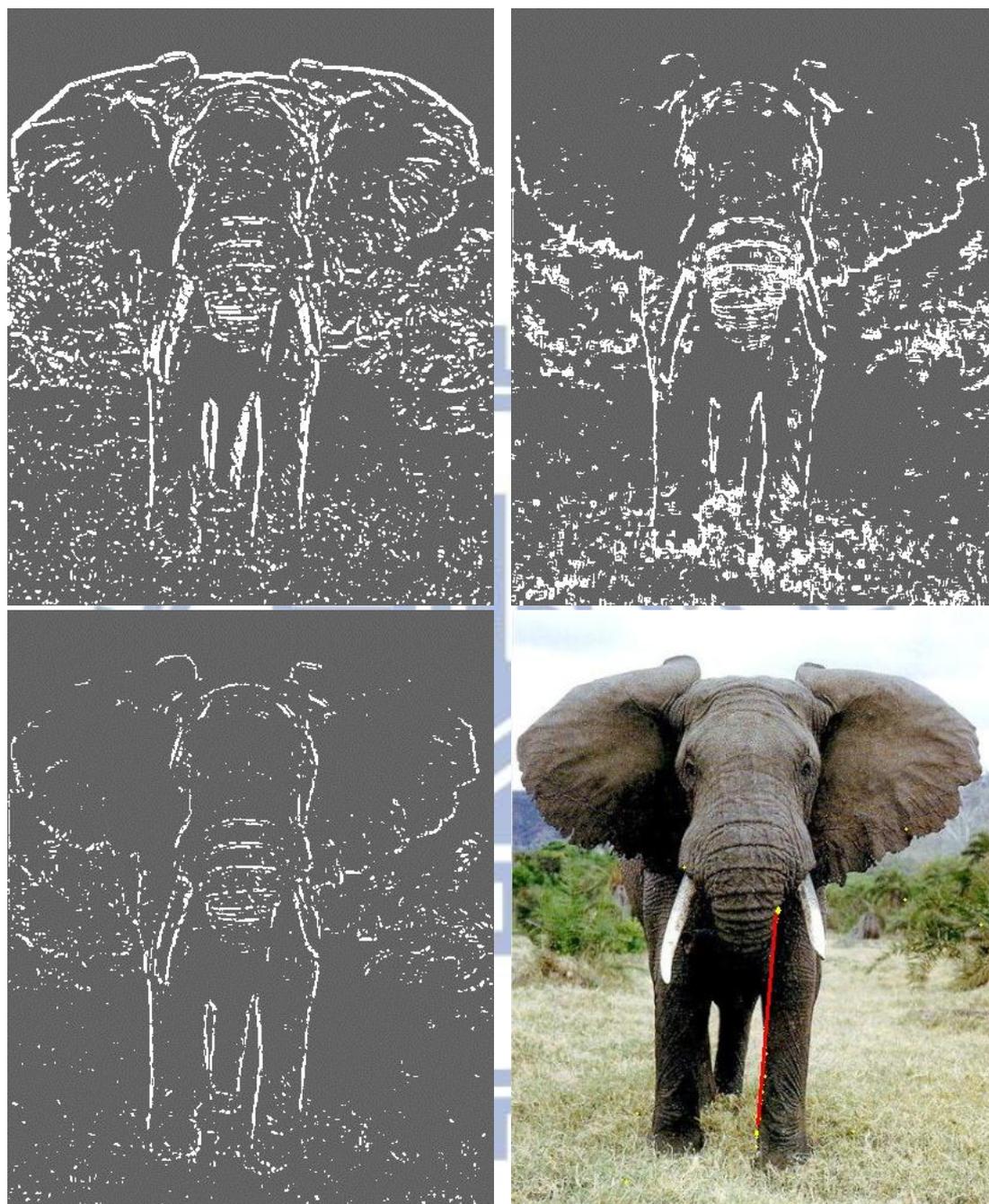


圖 五-2：大象 2 中間過程圖

圖 五-2 結果圖中找到的對稱軸跟主觀判定只差一些，從結果圖及特徵點的結果，可以看出是複雜的背景影響對稱軸，造成對稱軸偏差，太過複雜的背景會影響到主要對稱線的判定。

(三)圖 四-74：多棟大樓



圖 五-3：大樓中間過程圖

由圖 五-3 可以發現，這張大樓的背景亮度對比大而且結構複雜，導致抓取出的特性點分離不出主要的對稱體與背景結構，因此判斷出的對稱軸與主觀認知不同。

在本篇論文，主要是用影像梯度方向分佈具有三種特徵—梯度方向分佈平均、有大區塊同向性分佈、亮度高對比，來作為特徵點的擷取依據，上述的特性與文獻 [5]所述的梯度分佈逆性向相似。這個出發點是來自於文獻 [4]，在影像對稱軸兩側會有局部的大規模相似分佈；因而，想利用本論文所述的特徵點，先篩選出可能對稱的區塊，使得文獻 [4]的判斷依據更為準確。然而由上面幾個反例可以知道，在某些具有規則性大量分佈的複雜背景，或是本身主體的結構複雜對稱不夠明顯的影像，以本篇論文的方式，仍然無法將之與主體與背景做有效的切割，所以這部分是後續可以再改善之處。

由觀察可以發現本篇論文的特徵點，除了一般的線對稱，還可以判斷出具若干有明顯主體與倒影所形成的對稱線，在本論文把主體與倒影所形成的線對稱稱作『主體倒影對稱』。經由觀察，本論文所之特徵點所抓取主要在影像中的輪廓與輪廓周圍，對於主體倒影對稱的抓取有很大的幫助。

## 5.2 未來發展及總結

本篇論文結合文獻 [4]中所提到的梯度資訊統計法，以及源自文獻 [1]、[7]的影像特徵點以及文獻 [5]中藉由梯度抓取特徵點的方法，設計一套藉由梯度資訊來做影像特徵點，並將特徵點梯度資訊統計法利用影像對稱特找出影像對稱軸的方法。

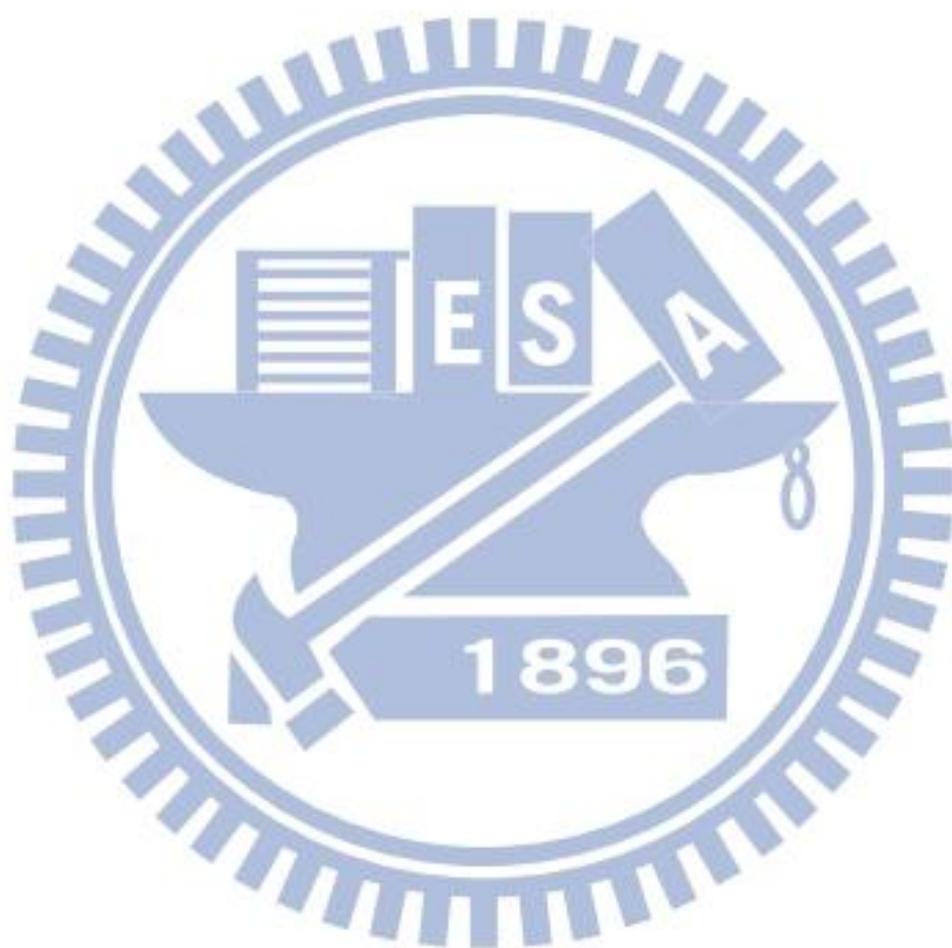
從結果圖來看，本篇所推斷的亮度對比度與梯度向量方向逆向性分佈無法包含所有對稱性的因素，使得有些對稱的判斷失誤。然而，在主體與倒影對稱這類對稱類型卻是個有效的特性。

以下是可改進以及可繼續研究的方向：

1. 本篇論文主要為抓取出影像中最主要的線對稱之對稱軸，但對於其他類型的對稱，比如點對稱，則尚未做出相對應的演算法。
2. 可針對同時具有多個對稱主體個別做對稱偵測，找出個別對稱主體的對稱軸。
3. 目前所抓取出的影像特性點，在某些較複雜的背景仍是無法有效地找出大部分的對稱主體，可針對目前的特徵點再做一些改良。

其中，第3點是本論文主要對稱判對需要改進的地方，有效地切割能夠準確地抓取出主體，使得本論文的準確度大大增加，而第2點

也可以藉由有效地切割影像來達成。



## 參考文獻

- [1] C, Sun D, Si, "Fast Reflectional Symmetry Detection Using Orientation Histograms," *Real-Time Imaging*, vol. 5, no. 1, pp. 63-74, 2 1999.
- [2] Lee, Seungkyu Liu, Yanxi, "Skewed Rotation Symmetry Group Detection," *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 32, no. 9, pp. 1659-1671, 9 2010.
- [3] Ho, Ming-Hung Lin, Cheng-Chung, "Symmetry Detection Based on Gradient-Derived Information," *Master Thesis*, 2011.
- [4] Sun, Changming, "Symmetry detection using gradient information," *Pattern Recognition Letters*, vol. 16, no. 9, pp. 987-996, 1995.
- [5] Chiang, Chun-Liang Lin, Cheng-Chung, "Basic Observations on Potential Cues Behind Vision Target Perception : Intensity, Contrast and Gradient Organization," *Master Thesis*, 2010.
- [6] Reisfeld, Daniel Wolfson, Haim Yeshurun, Yehezkel, "Context Free Attentional Operators : the Generalized Symmetry Transform," *International Journal of Computer Vision*, vol. 14, no. 2, pp. 119-130, 1995.
- [7] Lee, Seungkyu Liu, Yanxi, "Curved Glide-Reflection Symmetry Detection," *IEEE Transactions On Pattern Analysis And Machine Intelligence*, vol. 34, no. 2, pp. 266-278, Feb 2011.
- [8] Liu, Jingchen Liu, Yanxi, "Curved Reflection Symmetry Detection with Self-validation," in *Asian Conference on Computer Vision*, 2011.
- [9] Lowe, David G, "Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints," *International Journal of Computer Vision*, vol. 60, no. 2, pp. 91-110, 5 January 2004.
- [10] Hsueh, Chih-Jen Lin, Cheng-Chung, "Gradient Structure behind Visual Fields where Axial Symmetry Exists," 2012.
- [11] Rafael C.,Gonzalez Richard E.,Woods , *Digital Image Processing*, Pearson, 2010.