

# 國立交通大學

理學院科技與數位學習學程

碩 士 論 文

應用數位數學教學模式  
於國小六年級等量公理概念之教學研究

A Teaching Research of Using Electronic Mathematics Instruction Model on  
Sixth Graders of Equality Axiom

研 究 生 ： 王駿碩

指 導 教 授 ： 李源順 博士

陳明璋 博士

中 華 民 國 一 百 零 一 年 七 月

應用數位數學教學模式於國小六年級等量公理概念之教學研究

A Teaching Research of Using Electronic Mathematics  
Instruction Model on Sixth Graders of Equality Axiom

研究生：王駿碩

Student：Chun-Shuo Wang

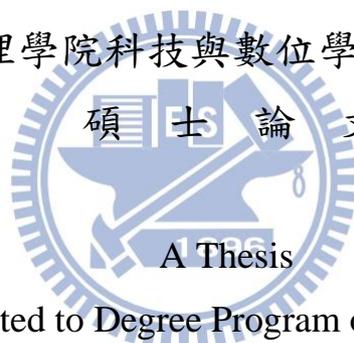
指導教授：李源順

Advisor：Yuan-Chun Lee

陳明璋

Ming-Jang Chen

國立交通大學  
理學院科技與數位學習學程



Submitted to Degree Program of E-Learning

College of Science

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Degree Program of E-Learning

July 2012

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百零一年七月

# 應用數位數學教學模式於國小六年級等量公理概念之教學研究<sup>1</sup>

學生：王駿碩

指導教授：李源順 博士

指導教授：陳明璋 博士

## 國立交通大學理學院科技與數位學習學程

### 摘要

本研究之主要目的在探討使用「數位數學教學模式」和「傳統教學模式」兩種不同教學方式，對國小六年級學生在「等量公理概念」學習成效及上課感受的差異，並探討實驗組學生在學習態度的改變。

本研究採準實驗研究設計，以桃園縣某國小六年級的兩個班級共 64 名學生為研究對象，分為實驗組與控制組各 32 人。於教學實驗後評量學生的學習成效及上課感受的影響，並於四週後進行延後測，測試學生的學習保留成效。實驗組另進行學習態度量表施測及學生晤談，了解學生在接受數位數學教學模式後對於學習態度上的影響。

依據實驗結果，分析如下：

1. 數位數學教學模式能提升中分群學生的學習成效。
2. 數位數學教學模式能提升學生在程序性知識、解題及中階複雜度的數學能力。
3. 數位數學教學模式能明顯降低學習的困難度，並提高其上課意願。
4. 數位數學教學模式對於多數學生的數學學習態度有正面的影響。

關鍵詞：認知負荷、數學學習態度、NAEP、數位數學教學模式

---

<sup>1</sup> 本論文部分研究成果與國科會專題研究計畫 100-2511-S-009-006- 及 99-2511-S-009-008- 相關。

# A Teaching Research of Using Electronic Mathematics Instruction Model on Sixth Graders of Equality Axiom

Student : Chun-Shuo Wang

Advisor : Yuan-Chun Lee  
Ming-Jang Chen

Degree Program of E-Learning  
National Chiao Tung University

## Abstract

The major purpose of this research is to compare the study result influence of the sixth graders on Equality Axiom by using two different teaching methods: the electronic mathematics instruction model and the traditional instruction model. Then, we try to discuss the learning attitude of experimental group students.

A quasi-experimental design was used in this research. 64 participants from 2 sixth-grade classes were selected from one larger elementary in Tao-Yuan County. The students were divided into the experimental group and the control group. After the experimental teaching, we analyzed the influence of learning effect and sense perception in class. After four weeks, the delayed posttest would be held to test students' retaining. In addition, the students of experimental group took learning attitude questionnaire and were interviewed to understand the impact of students' learning attitude.

The final conclusions are as followings:

1. Using the electronic mathematics instruction model can increase the middle achievers' learning effect.

2. Using the electronic mathematics instruction model can increase students' math ability of procedural knowledge, problem solving and solving moderate complexity problem.
3. Using the electronic mathematics education model can reduce the difficulty and increase sense perception in class significantly.
4. There were positive influences on the mathematics learning attitude in the experimental group.

Keywords: cognitive load, mathematics learning attitude, NAEP, the electronic mathematics instruction model



## 誌謝

經歷了兩年碩班的求學歷程，內心充滿了感觸。想當初，認識的朋友、以前的同學、身邊的同事紛紛進入研究所再進修攻讀，聚會時，常常被提起的問題就是：「你怎麼不讀研究所？」天知道我豈是不想讀，而是沒信心，怕考不上，更怕考上之後沒能順利畢業，所以遲遲沒有打算再進修。

然而，在順利進入交大碩士在職班之後，兩年時間一下就過去了，我終於跟大多數的人一樣即將畢業，並邁入人生的另一個階段。回首撰寫論文的這段過程，確是倍感艱辛，因為許多人的幫助和支持，我才能走到如今這一步。感謝交通大學的指導教授陳明璋老師，帶給我對於教學實務上有全然不同的想法，使我在教材製作及課堂引導有了更深一層的認識；感謝台北市立教育大學的指導教授李源順老師，指引我正確的數學教學態度與方法，開拓了我在國小數學教育不同的視野；感謝口試委員左台益老師和莊榮宏老師的建議與指教，使得論文能夠更完整且精實；感謝 AMA 特攻隊的同學，依萍、淑媛、世易、玫琪、敏惠及建巖，因為這群好夥伴互相的支援協助，讓我省下了許多寶貴的時間，可以更專注於自己的論文，尤其當遇到挫折和低潮時，有了大家溫暖的鼓勵與打氣，讓我有動力繼續堅持下去，才有今天論文的誕生；感謝我的女友家媛，因為她的包容與忍讓，每每在我煩躁或鬱悶的時候忍受我負面情緒的轟炸，對她，我有著說不完的愧疚，更讓我決心要盡快完成論文，未來好好彌補這段時間的虧欠。

最後謹以此文獻給我摯愛的雙親和家人，感謝你們在我求學的這段歷程默默的支持與鼓勵，讓我能更無後顧之憂地完成這段學業。謝謝大家！

# 目次

摘要.....	I
Abstract.....	II
誌謝.....	IV
目次.....	V
表次.....	VII
圖次.....	X
第一章 緒論.....	1
第一節 研究動機與背景.....	1
第二節 研究目的與待答問題.....	3
第三節 名詞釋義.....	4
第四節 研究的範圍與限制.....	5
第二章 文獻探討.....	7
第一節 NAEP 之數學教育理論.....	7
第二節 多媒體學習理論.....	15
第三節 認知負荷理論.....	23
第四節 等量公理概念.....	29
第五節 數學學習態度.....	39
第三章 研究方法.....	47
第一節 研究流程.....	47
第二節 研究對象.....	48
第三節 研究設計.....	51
第四節 研究工具.....	54
第五節 資料分析.....	68
第四章 研究結果與分析.....	73
第一節 不同教學模式對學生的學習成效分析.....	73

第二節 不同教學模式對學生的上課感受分析.....	101
第三節 數位數學教學模式對學習態度的影響.....	115
第五章 研究結論與建議.....	129
第一節 研究結論.....	129
第二節 研究建議.....	131
參考文獻.....	134
中文文獻.....	134
外文文獻.....	139
附錄一 教學活動設計.....	143
附錄二 實驗教材.....	152
附錄三 「等量公理概念」學習成就測驗.....	158
附錄四 「數位數學教學模式」學習態度量表.....	167
附錄五 上課感受量表.....	171



## 表 次

表 2-1	2005 年與 1990~2003 年的數學能力評量架構的異同處比較.....	14
表 2-2	九年一貫數學領域代數主題分年細目表.....	29
表 2-3	100 學年度現行版本等量公理教學研究摘要表.....	35
表 2-4	等量公理概念教學內容分析.....	38
表 3-1	受試母群體上學期班級人數與數學科階段評量成績一覽表.....	48
表 3-2	上學期數學科段考平均獨立樣本 $t$ 檢定摘要表 .....	49
表 3-3	不同成就分群學生上學期數學科段考平均獨立樣本 $t$ 檢定摘要表 .....	50
表 3-4	教學實驗總流程表.....	52
表 3-5	等量公理概念學習成就測驗雙向細目表.....	61
表 3-6	試卷的可靠性統計表.....	62
表 3-7	難度、鑑別度說明表.....	63
表 3-8	成就測驗評分標準表.....	64
表 3-9	成就測驗等量公理題型評分標準表.....	65
表 3-10	數位數學教學模式學習態度結構分析表.....	66
表 4-1	學習成就測驗前測成績獨立樣本 $t$ 檢定摘要表 .....	74
表 4-2	學習成就測驗後測成績獨立樣本 $t$ 檢定摘要表 .....	75
表 4-3	學習成就測驗延後測成績獨立樣本 $t$ 檢定摘要表 .....	76
表 4-4	整體學生學習成效與保留成效比較摘要表.....	77
表 4-5	不同成就分群學生前測成績獨立樣本 $t$ 檢定摘要表 .....	78
表 4-6	不同成就分群學生前測等量公理題型獨立樣本 $t$ 檢定摘要表 .....	79
表 4-7	不同成就分群學生後測成績獨立樣本 $t$ 檢定摘要表 .....	80
表 4-8	不同成就分群學生後測等量公理題型獨立樣本 $t$ 檢定摘要表 .....	81
表 4-9	不同成就分群學生延後測成績獨立樣本 $t$ 檢定摘要表 .....	82
表 4-10	不同成就分群學生延後測等量公理題型獨立樣本 $t$ 檢定摘要表 .....	83

表 4-11	高分群學生學習成效與保留成效比較表.....	83
表 4-12	中分群學生學習成效與保留成效比較表.....	84
表 4-13	低分群學生學習成效與保留成效比較表.....	84
表 4-14	數學能力前測成績獨立樣本 <i>t</i> 檢定摘要表 .....	86
表 4-15	數學能力前測等量公理題型成績獨立樣本 <i>t</i> 檢定摘要表 .....	87
表 4-16	數學能力後測成績獨立樣本 <i>t</i> 檢定摘要表 .....	87
表 4-17	數學能力後測等量公理題型成績獨立樣本 <i>t</i> 檢定摘要表 .....	88
表 4-18	數學能力延後測概念性題型成績獨立樣本 <i>t</i> 檢定摘要表 .....	89
表 4-19	數學能力延後測等量公理題型成績獨立樣本 <i>t</i> 檢定摘要表 .....	90
表 4-20	概念性題型學習成效與保留成效比較表.....	90
表 4-21	程序性題型學習成效與保留成效比較表.....	91
表 4-22	解題題型學習成效與保留成效比較表.....	91
表 4-23	前測不同複雜度成績獨立樣本 <i>t</i> 檢定摘要表 .....	93
表 4-24	前測等量公理題型不同複雜度成績獨立樣本 <i>t</i> 檢定摘要表 .....	94
表 4-25	後測不同複雜度成績獨立樣本 <i>t</i> 檢定摘要表 .....	95
表 4-26	後測等量公理題型不同複雜度成績獨立樣本 <i>t</i> 檢定摘要表 .....	96
表 4-27	延後測不同複雜度成績獨立樣本 <i>t</i> 檢定摘要表 .....	97
表 4-28	延後測等量公理題型不同複雜度成績獨立樣本 <i>t</i> 檢定摘要表 .....	98
表 4-29	低階複雜度題型學習成效與保留成效比較表.....	98
表 4-30	中階複雜度題型學習成效與保留成效比較表.....	99
表 4-31	高階複雜度題型學習成效與保留成效比較表.....	99
表 4-32	整體學生上課感受各面向獨立樣本 <i>t</i> 檢定摘要表 .....	101
表 4-33	整體學生學習效率和投入分數數值表(後測為 Y 軸).....	102
表 4-34	整體學生學習效率和投入分數數值表(等量公理題型為 Y 軸).....	103
表 4-35	高分群學生上課感受各面向獨立樣本 <i>t</i> 檢定摘要表 .....	105

表 4-36	中分群學生上課感受各面向獨立樣本 t 檢定摘要表 .....	106
表 4-37	低分群學生上課感受各面向獨立樣本 t 檢定摘要表 .....	106
表 4-38	不同成就分群學習效率和投入分數數值表(後測為 Y 軸).....	107
表 4-39	不同成就分群學習效率和投入分數數值表(等量公理題型為 Y 軸)....	108
表 4-40	相關係數的強度大小與意義.....	110
表 4-41	實驗組後測得分和上課感受各面向相關係數矩陣.....	111
表 4-42	實驗組等量公理題型得分和上課感受各面向相關係數矩陣.....	112
表 4-43	控制組後測得分和上課感受各面向相關係數矩陣.....	113
表 4-44	控制組等量公理題型得分和上課感受各面向相關係數矩陣.....	113
表 4-45	實驗組數位數學教學模式學習態度量表統計表.....	116
表 4-46	學習態度量表統計表(1).....	117
表 4-47	學習態度量表統計表(2).....	118
表 4-48	學習態度量表統計表(3).....	118
表 4-49	學習態度量表統計表(4).....	120
表 4-50	學習態度量表統計表(5).....	121
表 4-51	學習態度量表統計表(6).....	122
表 4-52	學習態度量表統計表(7).....	123
表 4-53	學習態度量表統計表(8).....	124
表 4-54	數位數學教學模式學習態度晤談大綱.....	125

## 圖 次

圖 2-1	1996 年~2003 年美國 NAEP 的數學評量架構圖 .....	8
圖 2-2	多媒體學習認知模型.....	17
圖 2-3	代數概念之知識架構圖.....	32
圖 3-1	學習效率圖.....	70
圖 3-2	投入分數圖.....	71
圖 3-3	學習效率與投入分數綜合圖.....	72
圖 4-1	整體學生學習效率和投入分數圖(後測為 Y 軸).....	103
圖 4-2	整體學生學習效率和投入分數圖(等量公理題型為 Y 軸).....	104
圖 4-3	不同成就分群學習效率和投入分數圖(後測為 Y 軸).....	108
圖 4-4	不同成就分群學習效率和投入分數圖(等量公理為 Y 軸).....	109



# 第一章 緒論

本研究旨在利用美國 NAEP 的數學評量架構結合多媒體學習理論與認知負荷理論，嘗試設計一個可以幫助國小六年級學生理解「等量公理概念」的資訊融入教學，並探討在此教學模式下，是否能提高學生的學習成效並降低認知負荷。本章內容分為五節：第一節研究動機與背景、第二節為研究目的與待答問題、第三節為名詞釋義、第四節為研究的範圍與限制。

## 第一節 研究動機與背景

有鑑於以往在六年級教授代數相關概念時，常會發現學生學習較為吃力，在皮亞傑的認知發展理論提到，此時期學生的認知發展層次，正處於由「具體運思期」過渡到「形式運思期」的階段，值此階段，依高年級數學課程內容進度，剛好是學生準備由「算術思維」發展到「代數思維」的過程，因此對於圖像或是情境的理解仍遠超過對抽象的概念或文字符號，尤其在六年級的代數課程中，包含以文字符號取代數的抽象內容，若無相當功力或教學經驗的老師，很可能解釋半天，學生仍很難對文字符號在代數上的意義有充分的了解，在基礎不穩固的情況下，造成學生在進入國中之後學習代數更為不易，許多學生後來對數學學習非常排斥，甚至產生恐懼，以致喪失學習信心與學習意願。

然而，在民國九十二年公佈之九年一貫數學能力指標中，明確指出六年級學生應能理解等量公理，並了解等式左右同加、減、乘、除一數時，等式仍然成立的概念(教育部，2003)。把原本國中一年級數學課程才提到的「等量公理」，提早放在國小六年級的數學課程，對於國小六年級的學生來說不僅是個挑戰，對國小教師教學上來說也是個新考驗。

因此，研究者希望能以有效的數學教學架構結合資訊融入教材設計的方式，取代傳統教學模式來進行代數單元的授課。在數學的教學理論上，採用美國

National Assessment of Educational Progress(簡稱 NAEP) 的數學教育成就評量架構做為參考。由於 NAEP 在美國已有四十多年的歷史，它有系統地評鑑學生的基本學識和能力，深受許多先進國家的重視；NAEP 於數學科的評量架構中，認為學生應具備概念性知識、程序性知識、解題三種數學能力，以及推理、連結、溝通三種數學威力；至 2005 年後，強調評量內容應包含低、中、高三種複雜度。它雖然是一個評量學生知能的架構，在「要怎麼收穫，先那麼栽」的理念下，我們發現這個架構也蠻適合做為描述教師數學教學樣貌的架構(Lee, Y.S.,2010)。

有了以 NAEP 的評量架構作為數學教育理論的背景，我們仍需想辦法克服學生對陌生的文字符號及數學文字題裡難以理解的語意結構所形成的阻礙，Sweller 等學者認為數學是一種「高要素互動」(High Element Interactivity)的學習任務，因為學習者一方面要了解題意、記取關鍵要素的相互關係，同時要運算，若教師一次只教學生其中一個技巧，而不同時教相關的其他概念，其結果將使學生無法充分了解(郭秀緞，2005)。

面對如此複雜的認知歷程，我們勢必要想辦法克服學生在學習過程中可能遭遇到的瓶頸與困難，因此，以 PowerPoint 作為媒體平台，在增益集外掛由陳明璋博士領導開發的 Activate Mind Attention 系統(簡稱 AMA)，融合多媒體學習理論和認知負荷理論，將教材設計為以教師授課為導向，並且適合教師和學生在課堂互動的教學環境。藉由電腦簡報的多媒體效果，可以激發學生對數學學習的興趣，進而引導其注意力；而透過預先編排的教材，能夠降低學生的認知負荷量，教師也可以掌控學生學習的進度，增加與學生互動的時間，進而了解學生的學習狀況。

故研究者的主要目的乃是針對國小六年級學生在學習等量公理概念時，以數學教育理論及資訊融入教學課程的特性，建構一個數位數學教學模式的環境，盼能以此方式達到協助學生釐清代數相關與等量公理的概念，做為教師未來在教學和課程設計上的參考。

## 第二節 研究目的與待答問題

### 一、研究目的

基於上述研究背景與動機，本研究欲以 NAEP 數學評量架構結合多媒體學習理論和認知負荷理論，設計以等量公理概念為主題之教材，探討國小六年級學生在數位數學教育的教學模式下，其學習成效、學習保留成效與上課感受方面所造成的影響，以及實驗組在接受數位數學教學模式之後，數學學習態度的差異。

### 二、待答問題

根據上述研究目的，本研究欲探討的問題如下：

1. 國小六年級學生在接受「數位數學教學模式」和「傳統教學模式」兩種不同的教學方式後，在等量公理概念的學習成效與學習保留成效為何？
2. 國小六年級不同數學學習成就的學生在接受「數位數學教學模式」和「傳統教學模式」兩種不同的教學方式後，在等量公理概念的學習成效與學習保留成效為何？
3. 國小六年級學生在接受「數位數學教學模式」和「傳統教學模式」兩種不同的教學方式後，在概念性知識、程序性知識、解題以及低、中、高三種複雜度的學習成效與學習保留成效為何？
4. 國小六年級學生接受「數位數學教學模式」和「傳統教學模式」兩種不同的教學法後，對上課感受的影響為何？
5. 國小六年級不同數學學習成就分群的學生接受「數位數學教學模式」和「傳統教學模式」兩種不同的教學法後，對上課感受的影響為何？
6. 國小六年級學生在接受「數位數學教學模式」後，對數學學習態度的影響為何？

## 第三節 名詞釋義

### 一、NAEP 評量架構

「國家教育發展評量」The National Assessment of Educational Progress(簡稱 NAEP)是美國評量學生成就的代表，在 NAEP2003 之前的數學領域評量架構主要分為數學內容、數學能力與數學威力；NAEP2005 之後，保留數學內容，加入複雜度來取代數學能力與數學威力。本研究所用之 NAEP 數學教育理論架構便是採用 NAEP2003 數學能力的概念性了解、程序性知識、解題及 NAEP2005 複雜度的低階、中階、高階共六個向度來作為教學的架構。

### 二、Activate Mind Attention 系統

Activate Mind Attention 系統(簡稱 AMA)，為陳明璋博士於 2002 年時，以 PowerPoint 簡報系統為平台，運用簡單的介面，重組 PowerPoint 的互動功能，提供一個按鈕式動態呈現(Button-based Animation)的教材呈現環境 (Chen,Mingjang,2003)。針對軟體的缺點改善，外掛增益集，開發出 Mathematical PresentationSystem(數學簡報系統，MathPS)。本是以數學教材設計為導向，後因不斷的研發創新，如今已不再侷限於數學領域，涵蓋科學教育、數學教育、視覺設計及計算機圖學方面等，因此改名為 Activate Mind Attention 系統(簡稱 AMA)，使其運用更為廣泛(陳明璋，2008)。

### 三、數位數學教學模式

數位數學教學模式(Electronic Mathematics Education Model )指的是以數學教育基礎作為理論背景，結合資訊科技理論呈現的一種課堂教學模式。本研究採用美國 NAEP 的數學評量架構作為教學的理論依據，以 PowerPoint 簡報系統作為教材的呈現平台，結合 AMA 激發式動態呈現的特性，以多媒體學習理論和認知負荷理論為教材設計原則，所設計的一種以教師授課為導向的教學模式。

## 四、傳統教學模式

本研究所指之傳統教學模式，教學特徵是以口述方式為主要的教授方式，再加上教科書、黑板和粉筆作為輔助教學之工具，有時會再搭配一些教具，或許是平面的圖卡或是立體的物體來協助教學。主要是老師依課本或紙本講義講解，學生聽課並反覆練習，較缺乏課堂的互動與溝通。

## 五、等量公理概念

本研究所指之等量公理概念，參酌現行九年一貫數學科課程綱要，並根據康軒版國小數學六年級下學期第五單元「列式與解題」中，所提之可以幫助學生理解的代數解題策略，內容包含文字符號的意義、未知數列式、等式的概念、等量公理的理解、以及用等量公理紀錄解題過程等。

### 第四節 研究的範圍與限制

#### 一、研究範圍

本研究參考的教材為康軒版國小數學六年級下學期第五單元「列式與解題」為主題範圍，並參酌王志銘、康淑娟 (2006)的「等量公理前置教學活動之實踐與探究」，加入等號概念的內容。依據 92 年教育部九年一貫數學領域課程綱要所提，未知數解題過程以兩步驟問題為限。研究對象為桃園縣某國小六年級兩個班共 64 位學生為研究對象，故不宜過度推論到其他地區的學生。

#### 二、研究限制

##### (一) 主題限制

本研究僅針對「等量公理概念」討論，因此對於不同的代數主題仍需設計不同的實驗與教材加以印證，無法類推。

## (二)母群體限制

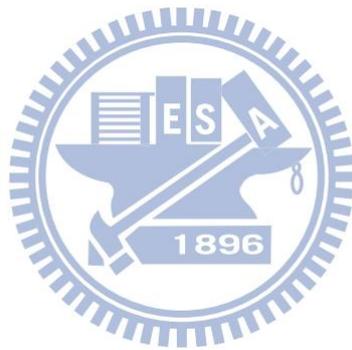
本研究對象為桃園縣某常態編班之國小六年級二個班之學生，因此研究結果無法推論至全國國民小學的學生。

## (三)受試人員限制

由於本研究的受試樣本並非研究者授課之班級，因此對於研究者的教學模式、口語速度等均較不熟悉，雖然在正式實驗前至該班級代課，期以消滅新奇效應，但仍有可能會影響到施測結果。

## (四)施測時間限制

樣本班級的教學與施測時間點稍不相同，稍微影響學生學習和受測的心態，可能會間接影響施測結果。



## 第二章 文獻探討

依據研究目的，本章文獻探討分成五節：第一節為 NAEP 之數學教育理論、第二節為多媒體學習理論、第三節為認知負荷理論、第四節為等量公理概念、第五節為數學學習態度。

### 第一節 NAEP 之數學教育理論

美國的 NAEP 為發展久遠的全國性評量，更是國際間發展大型數學評量的重要參考，故本研究以 NAEP 在數學領域的評量架構作為「數位數學教學模式」的教育理論背景，並以其架構作為本研究的教學策略及評量指標。

本節分成四節來討論。第一節是 NAEP 簡介，第二節是 NAEP1996~2003 數學能力評量架構，第三節是 NAEP2005 數學能力評量架構，第四節是 NAEP2003 與 NAEP2005 之比較。



#### 一、NAEP 簡介

國家教育發展評量(National Assessment of Education Progress，簡稱 NAEP)為美國的國家評量管理委員會(National Assessment Governing Board，簡稱 NAGB)負責制定並執行，至今已四十多年的歷史。NAEP 主要目的是用來評鑑學生的基本能力及學識，並測量其在長時間範圍內的教育發展情形，是美國評量學生成就的代表，其與 TIMSS、PISA 皆為國際間發展大型數學評量的重要參考。

NAEP 評量的學科領域包含閱讀、數學、經濟、自然科學、寫作、歷史、公民、地理與藝術；主要類型分為兩種，一為主要評量(Main NAEP)，另一為長期發展趨勢評量(Long-term Trend NAEP)，評量方式皆是選取四、八、十二年級學生進行施測，而兩者的差別在於學生的抽樣人數、評量內容的不同、評量實施時間的間隔以及結果的呈現方式。然而最終目的，在於將學生的評量結果以分數分

為基礎、熟練或進階，以了解學生的學習狀況。

此外，我國大學考試入學中心(簡稱大考中心)及台北市數學檢測亦參考 NAEP 在數學領域所提數學能力之概念、程序、解題三個向度為測驗目標，此亦為學生學習數學的主要三個層面，顯示其評量架構之代表性確是無庸置疑，故本研究將以 NAEP 的數學評量架構作為教學的理論依據，並以此評量學生在數學學習上的成效。

## 二、NAEP1996~2003 數學能力評量架構

美國 National Assessment of Educational Progress [NAEP](NAGB, 2002)從 1996 年起到 2000 年、2003 年的數學教育成就評量，即包含以數學內容(Content Strands)、數學能力(Mathematical Abilities)、數學威力(Mathematical Power)三個向度作為評量的架構，此三個向度所形成之架構圖如圖 2-1。

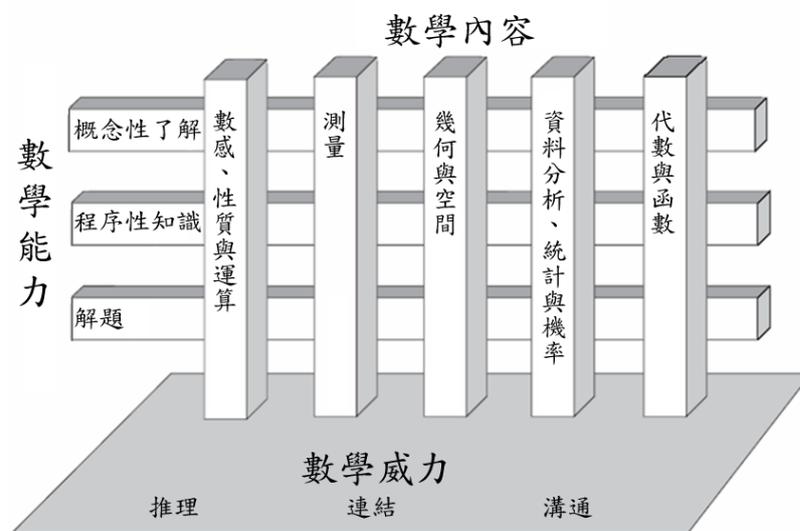


圖2-1 1996 年~2003 年美國 NAEP 的數學評量架構圖

資料來源：“The 1990–2003 Mathematics Framework”by National Center for Education Statistics, National Assessment of Educational Progress (NAEP), from <http://nces.ed.gov/nationsreportcard/mathematics/previousframework.asp>

由圖 2-1 可觀察到 NAEP 數學評量架構的三個向度之間的交互關係，其中，數學內容包含數感、性質與運算、測量、幾何與空間、資料分析、統計與機率、代數與函數；數學能力概念性了解、程序性知識、解題；數學威力則強調推理、連結與溝通。本研究之教學單元即著重在數學內容的代數教學的部分，以下茲就數學威力、數學能力與數學內容加以描述。

### (一) 數學威力

現今數學教育的理念是要培養學生的數學威力(Mathematical Power)，因此，美國 NAEP(NAGB, 2002)在 1996 年之後的評量架構增列了此一向度。此一向度的內涵，在我國九年一貫數學領域課程暫行綱要和課程綱要(教育部，2000，2003)中也可以看到。

美國 NAEP(NAGB, 2002)認為數學威力是學生有全面性的能力能結合和使用數學知識去進行探究、臆測、邏輯推理、解決非例行性的問題；能進行數學的溝通；以及能在數學脈絡之內，或其他的學科脈絡進行連結。因此，NAEP(NAGB, 2002)認為數學威力是由推理(Reasoning)、連結(Connections)和溝通(Communication)三個因子組成。

依據 National Council of Teachers of Mathematics[NCTM](2000)的學校數學原則與標準(Principals and Standards for School Mathematics)：

推理是指學生能認知數學的基本內容，學生能進行探究與數學臆測，學生能發展對數學論證的評價，學生能選擇使用不同的推理和證明方法。

連結是指學生能理解並進行數學概念間的連結，學生能了解數學概念是環環相扣的體系，學生能在數學外的領域辨認和使用數學。

溝通是指學生能透過溝通強化數學思維，藉由和同學、老師及他人溝通自己的想法，甚至能分析和評估他人的數學思維和策略，學生能使用數學語言表達他的數學概念。

數學威力的培養非一朝一夕可成，需由教學者引導，持續不斷的進行，因此

我們認為應將此融合在平日的數學常態教學中，讓學生能夠熟悉如何使用推理、連結與溝通，將它融合於數學的學習過程中，強化自己數學邏輯思考的架構，以達到有效學習的境界。

## (二) 數學能力

美國 NAEP(NAGB, 2002)認為數學能力可以看成學生在特定的數學知識內展現的數學能力。數學能力指的是概念性了解(Conceptual Understanding)、程序性知識(Procedural Knowledge)和解題(Problem Solving)三個因子。我國大學入學考試中心(林福來, 1994)在進行學生試題分析時也採用此一數學能力做為分析的向度。

依據 NAEP(NAGB, 2002)的說明：

概念性了解是指學生能辨識以及利用模型、圖形、或符號等不同方式來表達出某一數學概念，或是舉出此概念的相關例子或是反例作為說明；此外，他應能知道一些數學原理(如加法原理、乘法原理)並將原理間做相互連結、比較、以及整合應用。

程序性知識是指學生能在計算的過程中，選擇適當的程序並正確解題；同時，能用模式或符號來檢驗所使用的程序是否正確。

解題是指學生能從資料中逐漸辨識並形成問題；能夠瞭解這些資料的充分性與一致性，並能運用相關知識、推理能力，以及採取適合的策略，來找出答案；同時，更能去驗證這些答案的合理性與正確性，並將之推廣(李源順, 2005)。

本研究認為學生數學能力的培養不是短暫時間內可以達成，它需要持久的進行。同時，最好能在班級的數學教學過程中持續進行，而不是只有在非正規的數學課室中進行。因此，我們將探求一種可以在數學課室中培養學生數學能力的教學脈絡。

## (三) 數學內容

美國 NAEP(NAGB, 2002)所強調的數學威力與數學能力都和數學內容有密

切的關聯，NAEP 將數學內容分成五大類，包含數感、性質與運算，測量，幾何與空間，資料分析、統計與機率，以及代數與函數。本研究的教學內容為等量公理概念，此為代數相關的範疇，故僅針對此一向度討論。

### 三、NAEP2005 數學能力評量架構

類似自 1990 年到 2003 年所使用的數學能力評量架構，2005 年數學能力評量架構包含的數學內容與 NAEP2003 之前相同，包含數感、性質與運算，測量，幾何與空間，資料分析、統計與機率，以及代數與函數。

五個數學內容是數學能力評量架構中的第一個框架，另一個接續的框架是數學運算過程中的複雜性程度，可區分為低階複雜度(Low Complexity)、中階複雜度(Moderate Complexity)以及高階複雜度(High Complexity)的題型。低階複雜性的題型要求學生記憶特性，中階複雜性的題型認為學生應該能連結特性之間的關係以及高階複雜性的題型可以評量學生在一個數學模式上分析假設的能力。詳述如下(NAGB,2007；引自曾明義，2008)：

#### (一) 低階複雜度(Low Complexity)

這個類別非常需要學生去記憶與辨別先前學習過的觀念與原理原則。此種試題的典型例子是會具體指示出學生需要做到什麼，他常常是要學生去完成有關機械式操作的程序，不會提供給學生原本的數學方法和解決之道。適合於低階複雜度的出題類型。舉例如下：

1. 記憶或辨別一個事實、專有名詞或特性。
2. 能理解一個觀念的例子。
3. 計算出和、差、積或商。
4. 能了解相等的代表式子。
5. 完成一個具體說明的過程。
6. 能計算出一個已知變數的算式或方程式。

7. 能解決只有一個步驟的文字問題。
8. 畫出或計算出簡單的幾何圖形。
9. 能從繪圖、表格或圖形中得到訊息。

## (二) 中階複雜度(Moderate Complexity)

中度結構性的試題種類比起低結構性，包含了更多思考上的彈性與選擇性，他們通常需要一個慣用的、不是具體說明的、不只一個步驟的回答。學生們被期望去決定該做什麼，使用推理與問題解決等非正式的方法，以得到各領域解題的技能與知識。以下說明適合於中階複雜度的出題類型：

1. 能以一種以上的方式描述數學的狀況。
2. 依照情況與目的，選擇和使用不同的表現方法。
3. 解決需要多個步驟的應用問題。
4. 比較圖形或陳述。
5. 在一個解題過程中提供步驟的解釋。
6. 能說明視覺性的表現方法。
7. 能延伸數學模式。
8. 能從繪圖、表格或圖形中得到訊息，並利用他們來解決需要多重步驟的問題。
9. 用公式表現一個常見的問題，給予的資料與狀況。
10. 能說明簡單的討論主題。

## (三) 高階複雜性(High Complexity)

高度結構性的問題會加諸沉重的要求在學生上，這些學生必須致力於更多抽象的推理、計畫、分析、判斷與富創造力的思考。對於這類試題而言，令人滿意的回答是需要透過一個抽象和精熟的方法才能得到。在這個等級的試題或許會問學生下列的例子：

1. 描述如何針對不同的數學狀況，以不同的表現方法呈現。

2. 能展現一個具有多重步驟與結論的過程。
3. 分析過程與觀念之間的相似點與不同點。
4. 能歸納數學公式。
5. 用公式表現一個常見的問題、給予的資料與狀況。
6. 能解決新穎的問題。
7. 用一個以上的方法解決問題。
8. 對問題能解釋和證明其解法。
9. 能描述、比較和對照解題的方法。
10. 對一個複雜的狀況的數學模式能用公式表示。
11. 分析在一個數學模式中構成的假設。
12. 分析或產生一個推論式的討論主題。
13. 提供數學上的理由。

#### 四、NAEP2003 與 NAEP2005 之比較

NAEP 數學領域評量題目 2005 年修訂的新架構採用的是複雜度，此方式既類似又不同於 1996~2000 年所使用的架構：數學能力的分級（概念性了解、程序性知識、解題）。表 2-1 進一步比較 2005 年與 1996~2003 年的數學能力評量架構的異同處。

表2-1

2005年與1990~2003年的數學能力評量架構的異同處比較

評量架構向度	比較說明
評量內容	評量內容是相同的。2005年架構提供更清楚的各年級目標，4年級的評量內容比重分布情形並未改變，只有8年級與12年級的部分稍做修改。
認知部分	在2005的架構中，數學能力的部分強調複雜性，指的是數學結果的正確性取得的難易程度。
評量成就結果呈現方式	評量成就結果呈現方式為改變，仍採用基本、精熟與進階三種層次。
題目種類	題目種類有選擇題、簡答題、問答題，各種類的回答時間比例仍維持一樣。
計算過程	計算過程整個脈絡的前因後果在題型中皆會評量，在2005年的架構中，尤以導出結果的部分為主要評量關鍵。
運算過程與工具	運算過程與工具的需求維持不變。

資料來源：“2005 Mathematics Assessment,” by National Center for Education Statistics, National Assessment of Educational Progress(NAEP),2005a, Retrieved October 5, 2005, from <http://nces.ed.gov/nationsreportcard/mathematics/frameworkcomparison.asp>

## 第二節 多媒體學習理論

多媒體教材的優點除了較傳統教材更為生動之外，還可以提供豐富的訊息呈現效果，然而，當教材內容充滿了豐富又複雜的訊息之後，對學習者而言，反而是難以接受消化。透過文獻的探求，希望能夠改善多媒體教材在教學過程中的問題，進而達到提升學生學習的目的。

本節共分為四節來討論，第一節為多媒體學習；第二節為多媒體學習理論的三大基本假設；第三節為多媒體學習理論的教學設計原則；第四節為代數教材設計原則。

### 一、多媒體學習

多媒體就是將兩種或兩種以上不同呈現形式的媒體物件，經過選擇、設計並加以綜合的特殊形式。多媒體的本質是運用許多不同的媒體物件來呈現訊息，可以滿足許多特定需求，若是將文字、影像、圖形、旁白、動畫、視訊等媒體物件經由電腦軟體處理後，結合在一個整合性的媒體中做多元化的表現，即為本研究所指的多媒體。

多媒體的運用使資訊有了一個嶄新的面貌，它很重要的目的之一就是綜合各種媒體物件的優勢，提供不同溝通管道，以最佳的呈現方式表達資訊的主題與內容，亦即本研究運用多媒體於教學設計上之目的。

依據以往學者的研究，多媒體在教學上的功用可歸納如下(鐘榮豪，2002；邱勇達，2003；吳宇穎，2005)：

#### (一) 整合完備的學習內容

多媒體可將各種單一媒體與技術集合而成一完整的訊息空間，結合各種媒體物件所提供的多元功能，使單調的教學畫面變得生動活潑，更由於媒體間的交互作用，而增加使用者對訊息的注意力與理解，延長訊息保留的時間。

## (二) 激發學生的學習動機

多媒體由於結合了聲光及動畫等效果，因此較傳統教學媒體更能吸引學生的注意。同時多媒體以多重的方式組合教材，允許學生自行決定與組織其所喜好的主題，不僅適應個別化的彈性學習，更能增強學生的學習動機。

## (三) 整體感官的學習方式：

多媒體能夠讓使用者充分發揮各個感官的功能，生理學家認為人類每一項感覺器官均為接受訊息、改變觀念行為的利器，利用多種媒體交互或同時傳達訊息的效果更佳。

## (四) 互動溝通的學習環境

多媒體學習環境創造出一種主動的學習活動，學習者可以依自己的學習環境及狀態彈性地調整自己的學習進度，突破傳統受時空的限制，免於各種內、外在的拘束，因此能有效的打破師生隸屬關係之隔閡，產生更為高度的互動能力。

## (五) 電腦模擬導入學習

藉由電腦模擬真實情境的功能，在學習的過程中除了可節省因學習所耗費的材料、降低實作時不當操作產生的意外之外，虛擬實境更讓學習者身歷其境，即時到達不易抵達的地點或是觀察無法肉眼所見的物體，甚至隱含的抽象概念也都能一再重複瀏覽或變換視點角度以達到真正的瞭解，有助於學生導入學習及提高學習興趣。

儘管多媒體提供教師許多呈現教材多元的方法，但是當多媒體設計不良或選用不適當時，則可能會使媒體的特性盡失，甚至會分散學生的學習注意力或降低學習的成效(林菁、李曉媛，2003)。因此，為使多媒體學習更有效性，不能只依賴主觀的直覺來選擇多媒體呈現的方式，而必需有具體且明確的實證性規範或準則。

Mayer(2001)結合了 Paivio(1986)的雙碼理論，並加以擴充而提出多媒體學習理論，並將多媒體學習定義為以文字(Words)與圖像(Pictures) 來呈現教材內容的

方式進行學習。其中文字包括口述的文字以及書面的文字，圖像則包括靜態圖片、照片、圖表、動畫、影片等。

Mayer(2009)指出，當文字和圖像以多媒體呈現模式(Presentation Modes)經由眼睛和耳朵等兩種不同感官形式(Sensory Modalities)接收、進入感官記憶。接著經由注意力選擇部分適當的影像進入工作記憶、形成影像表徵(Image Representation)，再經由組織影像表徵形成圖像心智模型，最後和先備知識整合。亦即多媒體學習過程的三個步驟：選擇、組織、整合。處理過程如圖 2-2。

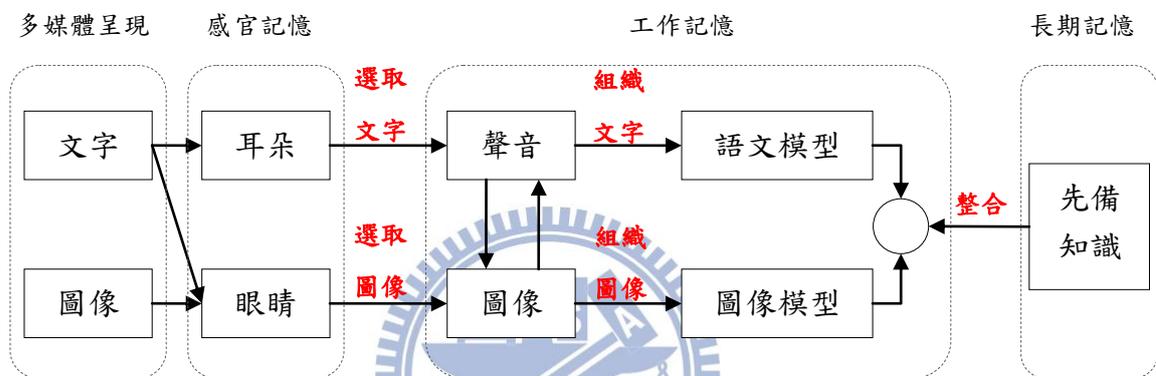


圖2-2 多媒體學習認知模型

資料來源：修改自 *Multimedia learning* (2nd ed.) (p.61), by Mayer, R. E., 2009, New York: Cambridge University Press.

## 二、多媒體學習理論的三大基本假設

Mayer(2001)主張，學習者在進行學習時的訊息處理過程有三個基本假設，分別為雙通道假設(Dual-Channel Assumption)、有限容量假設(Limited-Capacity Assumption)及主動處理假設(Active-Processing Assumption)。

### (一) 雙通道假設(Dual-channel Assumption)

人類擁有處理視覺與聽覺訊息的兩種通道，彼此是不相同的。此雙重通道假設的概念在認知心理學上發展許久，整合自 Pavio(1986)與 Baddeley(1992)的理論。Pavio(1986)提出雙碼理論(Dual-Coding Theory)，認為認知系統包含分為語文系統(Verbal System)和意象系統(Imagery System)兩個單位，前者處理語文素材(如視覺

書寫文字或口語表達文字)，後者處理圖像及非語文素材(如靜態圖片、影片、動畫或背景聲音)。Baddeley(1992)提出運作記憶模式(Model of Working-Memory)當中針對訊息處理理論中的工作記憶區分為語音迴路(Phonological Loop)與視覺空間(Visual-Spatial Sketch Pad)擷取器的方式，前者負責處理語文材料(Verbal Material)，包含語音及經由文字所轉化而來的語音；後者負責處理視覺材料(Visual Material)，包含各種圖片或圖表(王銘山，2008；Mayer, 2009)。

### (二) 有限容量假設(Limited-capacity Assumption)

人類的每個通道中，一次所能處理的訊息量有限，Miller 於 1957 年指出人類認知一次僅能處理  $7 \pm 2$  個單位的訊息。如果未經過複誦(Rehearsal)則容易消失，因此如果等待處理的訊息很多或教材內在要素互動性高，則必需耗費許多工作記憶，因而產生較大的認知負荷，易導致學習困難(吳伊帆，2009；Mayer, 2009)。

### (三) 主動處理假設(Active-processing Assumption)

人類的認知歷程，如注意訊息、選擇訊息、組織訊息等，這些歷程是主動處理的，使訊息可與長期記憶中的先備知識整合，以建構與經驗一致的認知表徵(Mayer, 2009)。當個體注意到訊息時，會藉由選擇將訊息帶入工作記憶，工作記憶會組織訊息、建立關聯，並和長期記憶中的先備經驗整合(李幸玟，2010)。

Mayer (2001)認為在人類的認知過程中，是分成兩個管道在進行的，在訊息呈現方面分成文字與圖像，在感覺記憶方面則從耳朵與眼睛進入，在工作記憶則又分成聲音和影像。學習者在經由多媒體學習時是主動意義建構者，組織多媒體教材中呈現的資訊並將其整合成連貫一致的心理表徵。

## 三、多媒體學習理論的教學設計原則

為使學習者在學習過程中能有效降低認知負荷，獲得更有效的學習，因此依據多媒體學習的特性，Mayer(2003)與之後其他學者陸續提出相關的多媒體教材

設計原則，且經過許多研究證實對學習者有所幫助，此設計原則共有十二項，若依 Mayer(2009)所提的三種認知的處理方式：外在的認知處理、本體的認知處理、衍生的認知處理，可將之分類為：

(一) 減低外在處理的設計原則

連貫原則(Coherence Principle) 、信號原則(Signaling Principle) 、重複原則(Redundancy Principle) 、空間接近原則(Spatial Contiguity Principle) 、時間接近原則(Temporal Contiguity Principle) 。

(二) 管理本體處理的設計原則

分割原則(Segmenting Principle) 、事先訓練原則(Pre-training Principle) 、形式原則(Modality Principle) 。

(三) 增加衍生處理的設計原則

多媒體原則(Multimedia Principle) 、個人化原則(Personalization Principle) 、聲音原則(Voice Principle) 、圖像原則(Image Principle) 。

茲就上述十二種原則，將與本研究相關的原則分述如下。

(一) 多媒體原則(Multimedia Principle)

當教材以文字搭配圖像呈現時，學習者的學習效果會比僅有文字單獨呈現的教材更好。以多媒體學習認知理論的訊息處理流程而言，當教材具備文字與圖像兩者，學習者接收訊息之後，該教材知識內容才能在運作記憶中組織成語文模型與圖像模型，語文模型與圖像模型兩者在運作記憶中整合將有助於學習。

(二) 空間接近原則(Spatial Contiguity Principle)

如果文字及圖片所呈現的彼此位置較近時，學生的學習成效將比文字及圖片兩者相對位置較遠時，學生的學習成效較佳，這是因為文字與圖片在處理時都屬於視覺管道，因此如果兩者之間的相對位置較遠，學習者在進行視覺上的搜尋時，會花費較多的時間，學習者較不可能同時將訊息容納於工作記憶中。

(三) 形式原則(Modality Principle)

若教材以語音文字搭配圖像來呈現，學習效果將優於視覺文字搭配圖像之教

材。以多媒體學習認知理論的觀點而言，由於人類的每個通道中一次所能處理的訊息量有限，語音文字搭配圖像的教材訊息係經由兩種不同感官來接收，即眼睛接收圖像、耳朵接收語音說明，如此所造成的認知負荷小於視覺文字搭配圖像之教材，當視覺文字與圖像組合呈現時，文字會造成的外在認知負荷，因為文字與圖像一開始都是以視覺通道來接收。

#### (四) 分割原則(Segmentation Principle)

分割原則(Segmentation Principle)指的是在設計多媒體教材時，將其分割為數個小片段，以便學習者能夠由每一片段中選擇文字及影像，而且有足夠的時間及能力去組織並且整合被選擇的文字及影像後，再進入下一個片段；相反地，如果多媒體教材是以連續不間斷的方式播放，學習者同樣能夠從第一個片段中選擇文字及影像，但當學習者忙於組織及整合被選擇的文字及影像時，便被要求對於接連呈現的訊息做選擇文字及影像的工作，這可能導致學習者二重管道皆超荷的情況發生，因而降低學習成效。

#### (五) 信號原則(Signaling Principle)

當多媒體教材含有可以提示教材重點之信號時，學習者對於教材的理解程度會提高。在信號原則中常用的方式為「突顯標題」(Heading)與「強調關鍵訊息」(Key Information)(Mayer, 2005)，如：在教學前清楚提示大綱及標題，講到關鍵字時提高音量或放慢速度，使用箭號、底線、粗體字等來指示重點，或以標記顏色、淡化非正在講解的部份來突顯正在講解之課程。透過信號的提示能引導學習者將注意力投注於重要的教材內容之上，避免注意力分散至其他不重要的內容而造成認知資源的浪費。

### 四、代數教材設計原則

Ayres(2001)發現學生在解代數問題時，往往在認知負荷較大的步驟上產生較多的錯誤，其錯誤的原因並非沒有掌握有關的解題規則，而是其工作記憶的容量

有限之故。為改善學生在代數學習上的窘境，謝東育(2009)以多媒體學習理論為基礎，提出了代數教材設計原則。此代數教材設計原則分為教學內容結構化、教材呈現區塊化、建立訊息關連以及口語簡化解說四項，說明如下。

#### (一) 教學內容結構化

分析教材內容，依其概念或性質作適當的分段切割。代數教材的內容常常是繁瑣而冗長的，例如：解方程式的過程、應用問題的文字敘述。因此，教材設計者必須針對授課內容進行結構性分析，將眾多訊息依主題或概念予以分段切割，統整歸納出教學順序，讓專家 (Expert) 能夠按結構依序學習，生手(Novice) 容易記住訊息之間的關聯。此原則與 Mayer (2009) 提出分割原則(Segmentation Principle)有相似之處。

#### (二) 教材呈現區塊化

區塊化的概念是將已完成段落切割的訊息，打破由上而下的循序藩籬，由教材設計者依講解需求自行安排訊息的所在位置。例如在解方程式的過程中，訂立解題的子目標，每個子目標就是一個區塊，完成一個區塊的學習便是達成一個子目標，將各區塊的概念串連便完成解題。讓學習者能夠串連局部訊息，看到教材的整體性，在腦中建立概念圖 (Concept Map)。此原則與 Mayer (2009) 提出空間接近原則(Spatial Contiguity Principle)有相似之處。

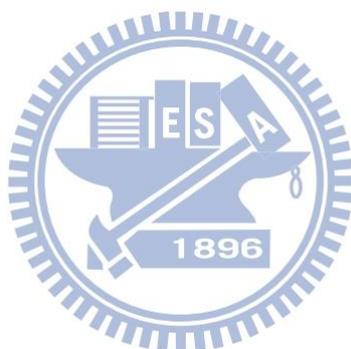
#### (三) 建立訊息關連

代數運算的重要關鍵在式子之間的推演關係，謝東育(2009)提出了下述兩種建立訊息關連的方法：

1. 對齊：算式中將上下元素對齊，讓學習者可以上下對照搜尋，觀察元素間的變化。
2. 二維圖像關係：教材結構化、區塊化後，各區塊間可利用曲線或線段搭配適性指標，建立彼此間的對應關係。

#### (四) 口語簡化解說

教師講解時應避免缺乏想像的代數符號及數學語言。可搭配適性指標，利用口語描述適性指標的特徵，明確引導學習者注意力聚焦在講解的訊息上，減少學生不必要的編碼 (Encoding) 與解碼 (Decoding)。此原則與 Mayer(2009) 提出個人化原則 (Personalization Principle) 有相似之處(葉子榕，2010)。



### 第三節 認知負荷理論

John Sweller 從 1970 年代開始致力於人類學習與問題解決的相關研究，在 1980 年代提出認知負荷理論後，該理論隨即引起國際重視，不但是許多理論的研究基礎，也廣泛地應用於教學設計中，是當前有關學習與教學設計最具影響的理論之一。

本節針對認知負荷理論，分成四節來討論。第一節是認知負荷理論的基本假設，第二節是認知負荷的類型，第三節是認知負荷的效應，第四節是認知負荷的測量。

#### 一、認知負荷理論的基本假設

Sweller(1998)提出四個認知負荷理論對認知架構的基本假設，分述如下：

##### (一) 工作記憶的容量是有限的

訊息的處理主要在工作記憶中，根據 Baddeley (1992) 的工作記憶理論，若待處理的訊息內容要素間互動性強，有高度關聯性，需互相參照才能了解，工作記憶區的資源將耗費更多，產生更大的認知負荷，導致學習上的困難(郭璟諭，2003)。

##### (二) 長期記憶的容量是無限的

長期記憶中儲存的訊息都是經過處理，有組織的知識基模(Schema)；在面對新的學習時，一個擁有愈大基模的學習者可以迅速地在其中提取可用的資訊與解決之道，而初學者就只能在工作記憶區中推理和搜尋，自然造成過重的認知負荷。這就是專家(Expert)和生手(Novice)在學習時的差別。

##### (三) 知識與技能以基模的型態儲存於長期記憶中

學習所得知識概念或技能會以基模的形式進行編碼並存於長期記憶中，基模可以組合多個訊息形成一個複雜的單位，如此便能減少工作記憶的容量，作為日後面臨新的學習時的資料庫。

#### (四) 基模運作自動化 (Schema Automation)是基模建構的重要過程

人類處理訊息的模式有兩種，一種是透過意識(Conscious)處理，一種是透過自動化(Automatic)處理。在意識層面上會占用許多工作記憶的空間，而自動化的處理則較少為意識控制，占用極少的記憶空間。當我們學習一項新的事物時，一開始透過意識處理的方式學習，經過不斷的練習與操作則可形成自動化的處理，構成基模。待基模自動化後，節省了運作記憶的空間，使我們能夠對更多訊息作同時或更深入的處理。

## 二、認知負荷的類型

根據 Sweller 等人(1998)的看法，認為認知負荷是指在進行特定學習任務(Task)時，加諸於學習者認知系統的負荷量。認知負荷的來源，可分為三類：

### (一) 內在認知負荷(Intrinsic Cognitive Load)

來自教材的特質(內在元素間的關聯程度)與學習者本身的程度(先備經驗)，以及兩者交互作用的影響。來自教材特質的認知負荷，主要和教材內部要素互動性有關，當教材的內部要素互動性低時，因為不需將大量的要素同時置入工作記憶區中，即可對各要素有所瞭解，因此，內在認知負荷較低；反之，則將造成較高的內在認知負荷；另外學習者本身的專門知能及先備知識也是內在認知負荷的來源。若學習者有完整的先備知識或與教材相關的基模，當訊息進入工作記憶，便能迅速與自動化的基模進行整合，大大的降低工作記憶的消耗，降低內在認知負荷。若不具備相關先備知識，則所有訊息必須在工作記憶區中處理，則易造成更大的認知負荷。因此內在認知負荷不易由教學設計來改變。

### (二) 外在認知負荷 (Extraneous Cognitive Load)

外在認知負荷又稱無效的認知負荷(Ineffective Cognitive Load)，源自不佳的教學方法或教材組織呈現方式，是額外的負荷。許多傳統的教學設計，因為未考慮訊息的結構與學習者的認知結構，因而造成學習者增加不必要的認知負荷，可

以藉由教材設計來降低外在認知負荷。

### (三) 有效認知負荷 (Germane Cognitive Load)

源自良好的教學設計，在教學設計或活動中，安排適當的難度，可能會增加學習者的負荷感，但卻能使其更專注於所要習得的知識內容上，此時產生的負荷是能夠促進學習的，因此稱為有效認知負荷。

當以上三種認知負荷的總和超過工作記憶可以處理的最大極限時，學習將會是無效的。因此在教學設計中必須特別注意，使認知負荷不會超載 (Overloading)。

Sweller (2010) 更進一步出新的看法，認為元素間的交互關聯 (Element Interactivity) 與內在認知負荷、外在認知負荷及增生認知負荷都有關，若在教學過程中所提供的教學訊息可以減少學習者同時處理多個交互關聯的情形，並將元素間的交互關聯情形具體且詳細的直接呈現出來，就能降低外在認知負荷，保留學習者的注意力資源用來處理內在認知負荷及增生認知負荷，讓學習達到最大的效果。

## 三、認知負荷的效應

Sweller et al.將認知負荷理論的相關研究整理歸納，並於 2010 年整理增修後，共提出十四項教學設計原則，其所對應的認知負荷類型如下：(Sweller et al.,1998 ; Sweller, 2010)：

### (一) 外在認知負荷：

開放目標效應(Goal-Free Effect)、工作示例效應(Worked Example Effect)、完成問題效應(Problem Completion Effect)、分散注意力效應(Split-Attention Effect)、形式效應(Modality Effect)、冗餘效應(Redundancy Effect)、專業知識反轉效應 (Expertise Reversal Effect)、指引漸退效應(Guidance Fading Effect)。

(二) 內在認知負荷：

獨立互動元素效應(Isolated-Interacting Elements Effect)、整體—模組效應(Molar-Modular Effect)、元素交互作用效應(Element Interactivity Effect)。

(三) 有效認知負荷：

變化效應(Variability Effect)、想像效應(Imagination Effect)、自我解釋效應(Self-Explanation Effect)。

茲就上述十四種效應，將與本研究相關的效應分述如下。

(一) 工作示例效應

在學習程序性的知識時，如果學習者是新手，那麼給予解題工作示例(Worked Example) — 完整的解題或解決步驟，其工作記憶資源只需用來考慮每個問題的狀態和相關發展並做為參考，便無需投入資源在與問題不相關發展的交互元素上，如此會比只給予問題讓學習者去解決來得好。

(二) 完成問題效應

完成問題 (Completion Problems) 是給定一個特定的目標狀態，提供學習者部分的解決方案，要求學習者繼續完成它 (Sweller, et al., 1998)。也就是工作示例的修改，保留部分解題或解決步驟，剩下的由學習者自行完成。完成問題是用於以設計為導向的主題領域，如軟體設計、電子電路設計、生產流程規劃、電腦數值控制編程等 (Sweller, et al., 1998)。且有大量的證據表示，相對於傳統問題解決，完成問題與工作示例一樣，能降低外在認知負荷、減少心力付出、促進基模建立並引發更好的學習轉化 (Paas, 1992; Sweller, et al., 1998)。

(三) 分散注意力效應

許多多媒體展演包含了互相關聯的圖像與文字，如果這些圖像和文字未整合在一頁，就空間安排而言是分離的，那麼分散注意力效應就會發生。因為學習者需要進行圖像和文字的搜尋與比對，這不僅與學習無關還浪費了大量的工作記憶

資源，也抑制了學習，即便展演的方式是以工作示例來呈現 (Kalyuga, 2009)。

同樣地，當口語解說與相對應的圖像不同步出現，學習者就必須將先出現的表徵保留在工作記憶中，等待另一個表徵出現，才能開始比對與整合。暫存和比對都需要耗費額外的工作記憶資源，這也是分散注意力效應。分散注意力效應常發生在真實的教育環境中 (Sweller, et al., 1998)，而此效應導致了外在認知負荷。為此，教學設計者在教學設計時應認真地留意並消弭這個問題。此與 Mayer (2001; 2009) 的空間接近原則和時間接近原則有異曲同工之妙。

#### (四) 形式效應 (Modality effect)

Mayer (2009) 的多媒體原則提到以雙碼形式展演學習教材會比僅採用一種形式呈現來得有效果。而當學習者接受圖像搭配口語解說之形式與圖像搭配文字解說之形式的教材呈現，前者的學習成效會優於後者，這便是形式效應 (Kalyuga, 2009)。

因為圖像與口語解說分別進入視覺通道和聽覺通道，不會有通道阻塞和資源不足的問題；若是圖像和文字解說，兩者同屬視覺形式，即會有爭通道之問題產生。又以人類的認知系統來看，當同時使用視覺和聽覺兩種處理器，工作記憶即能擴展應用 (Sweller, 2010)。此效應與多媒體設計原則之形式原則 (Modality Principle) 一樣 (吳嘉惠，2011)。

## 四、認知負荷的測量

認知負荷量的測量，主要是以「在學習時所花費的心力」，來做為學生的認知負荷量；並且再以學習者解題與遷移之能力來輔佐判斷。Sweller et al. (1998) 將認知負荷的測量方式分為三類：

### (一) 主觀衡量法 (Subjective Techniques)

假設學習者能自我反省，並將自己感知的負荷量化。如將所花的心智努力量化為「1」到「9」，所對應的是「極少的心智努力」到「極多的心智努力」，由學

習者評定本身的負荷後，選取較適合自己的尺度。

## （二）生理衡量法（Physiological Techniques）

假設認知運作會反映於生理，造成生理上的改變，因此利用測量心跳、腦波、血壓等，來測量學習者的認知負荷。

## （三）任務與績效衡量法（Task- and Performance-Based Techniques）

由客觀的任務困難度及學習成效，來推論學習者的心智努力程度，如：學習者所花費的學習時間、學習者的學習錯誤率...等。

國內外多位學者認為主觀衡量法在認知負荷的測量上，其信度、效度、敏感度上，都較生理衡量法為佳，且更具實用與可行性，故認為主觀衡量法是測量認知負荷最可行的方法。

因此，本研究採用主觀衡量法的七點量表，將認知負荷的向度分為上課意願、困難度、花費心力、理解程度與投入努力五個要素，測量受試學生的上課感受及認知負荷量。



## 第四節 等量公理概念

本研究所指之等量公理概念，係包含文字符號的意義、未知數列式、等式的概念及等量公理的理解等相關內容，本節將分別從教材內容分析、學生錯誤認知、教學內容研究三方面來討論。

### 一、國小代數教材內容分析

本研究主要依據 100 學年度康軒版國小數學六年級下學期第五單元「列式與解題」為教學單元，其課程編排係根據教育部國民教育司網站(2004)所公布之 92 年國民中小學九年一貫課程綱要。數學領域的課程綱要中，將數學內容分為「數與量」、「幾何」、「代數」、「統計與機率」、「連結」五大主題，並加重代數內容在國小數學教材的地位，其中使用未知數符號列式及理解等量公理的部分，更是提早向下紮根至國小階段，盼能協助國小學生順利銜接國中的代數課程，為將來的代數學習提早做準備。

九年一貫課程綱要將數學領域分為五大主題，其中國小階段和「代數」主題相關的分年細目表如表 2-2。

表2-2  
九年一貫數學領域代數主題分年細目表

	分年細目	對照指標
1-a-01	能在具體情境中，認識等號兩邊數量一樣多的意義。	N-1-02 A-1-01
1-a-02	能在具體情境中，認識加法的交換律、結合律，並運用於簡化計算。	A-1-03
1-a-03	能在具體情境中，認識加減互逆。	A-1-04
2-a-01	能用 $<$ 、 $=$ 與 $>$ 表示數量大小關係，並在具體情境中認識遞移律。 (同 2-n-03)	N-1-01 A-1-01
2-a-02	能將具體情境中單步驟的加、減問題列成算式填充題，並解釋式子與原問題情境的關係。	A-1-02

表 2-2

九年一貫數學領域代數主題分年細目表(續)

2-a-03	能在具體情境中，認識乘法交換律。	A-1-03
2-a-04	能理解加減互逆，並運用於驗算與解題。	A-1-04
3-a-01	能將具體情境中單步驟的乘、除問題列成算式填充題，並能解釋式子與原問題情境的關係。	A-1-02
3-a-02	能在具體情境中，認識乘除互逆。	A-1-05
4-a-01	能在具體情境中，理解乘法結合律、先乘再除與先除再乘的結果相同，也理解連除兩數相當於除此兩數之積。	A-2-01
4-a-02	能將具體情境中所列出的單步驟算式填充題類化至使用未知數符號的算式，並能解釋式子與原問題情境的關係。	A-2-03
4-a-03	能理解乘除互逆，並運用於驗算與解題。	A-2-02
4-a-04	能用中文簡記式表示長方形和正方形的面積公式與周長公式。	A-2-04
5-a-01	能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化心算。	A-2-01
5-a-02	能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算。	N-2-03
		A-2-01
5-a-03	能解決使用未知數符號所列出的單步驟算式題，並嘗試解題及驗算其解。	A-2-03
5-a-04	能用中文簡記式表示簡單平面圖形的面積，並說明圖形中邊長或高變化時對面積的影響。	N-2-19
		S-2-08
		A-2-04
5-a-05	能用中文簡記式表示長方體和正方體的體積公式。	A-2-04
6-a-01	能理解等量公理。(同 6-n-06)	A-3-02
6-a-02*	能使用未知數符號，將具體情境中的問題列成兩步驟的算式題，並嘗試解題及驗算其解。	A-3-03
		A-3-04
		A-3-06
6-a-03	能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。(同 6-n-10)	N-3-14
		A-3-03
		A-3-04
		A-3-05
		A-3-06
6-a-04*	能在比例的情境或幾何公式中，透過列表的方式認識變數。	A-3-07

表 2-2

九年一貫數學領域代數主題分年細目表(續)

6-a-05	能用中文簡記式表示圓面積、圓周長與柱體的體積公式。	S-3-04
		S-3-06

資料來源：教育部(2004) 九年一貫數學理領域課程綱要

由表 2-2 可發現，國小學生在尚未接觸到未知數列式之前，面對代數情境的相關問題，大多使用加減、乘除互逆的方式，配合多步驟算式處理，而不用文字符號格式紀錄解題過程。對學生來說，算術運算式的功用只是一種思考的記錄，是為了連結題目與答案的橋樑；然而，代數強調的是一種結構化的算則，運算式不僅是題目與答案之間的過程記錄，還需充當問題轉譯的角色。此外，對於等號意義由算式結果轉變為左右等價的概念，亦是學生在進入代數領域學習之前需先理解的課題。廖瓊菁(2001)提出代數學習的概念結構，包含數概念、文字符號概念及符號表徵的運算三個子概念，其包含內容如圖 2-3。





圖2-3 代數概念之知識架構圖(廖瓊菁，2001)

因此，在教導學生解決未知數問題的教學過程中，必須先訓練學生就題目之情境，以符號或其所假設的未知數列出代數式。至於代數問題的解題記錄及計算部份，可利用數的合成分解，或是數數的方法來解決算式填充題。進一步再訓練其利用嘗試錯誤或逆運算的方式解出所列出的等式。最後在六年級才代入等量公理的概念介紹，引導學生利用等量公理解一元一次方程式求出未知數。

由上述可知，等量公理在九年一貫的代數主題裡頭並非是個別的單一概念，其概念養成是由許多相關概念所代表的能力逐漸累積而成，其中必須要安排長時間來培養學生對於符號的理解與使用，且針對不同認知層次的學生採用循環、螺旋的方式，以期學生能在足夠且成熟的經驗之後，順利運用等量公理進行代數式的運算。

## 二、國小代數的迷思概念

國內外研究的結果大致指出，學生在代數的學習上存在相當多的困難。

Kieran(1984)指出 12 至 13 歲的學生對於符號與數學混合在一個式子呈現容易產生混淆。Brenner and Moseley(1997)發現，學生在剛開始學習代數時，在代數概念及變數符號表徵運算上，會產生學習困難。Kieran(1992)指出，學生主要有二大迷思概念：一是對等號意義，還停留在算術階段的「得到」；一是對未知數的認知，是將符號當成一個特定的物性或標誌。Knuth and Stephens(2006)認為在算術與代數的轉換過程中，其對等號意義轉換的不適應是造成學習代數的主要困難之一，並提出等號意義與解決代數問題高關聯的例證。

在對於文字符號的認知上，王如敏(2004)認為超過半數學生對文字符號缺乏有意義的了解，只會操作數學符號，但卻不懂數學實質意義。而對於文字符號與數字的簡記，則因為是代數語言的表示方式，因此有不少的學生對文字符號簡記的方式產生極大的困擾，不知道如何簡記代數式或根本不知道簡記代數式所表示的意義。因此，如何將一道數學文字題由文字的敘述轉換成以符號呈現的方式，的確是許多國中生感到困擾的問題。因此，當國小學生進入國中後，在數學學習上最大的改變就是要借助更多的符號來解答問題(張景媛，1994)。

袁媛(1993)研究國中一年級學生的文字符號及代數文字題的解題能力，發現學生解代數文字題的困難，大多出現在利用所假設的未知數把另一個未知數表示出來。因此，學生解題時以文字表示未知的數量關係，並依題意列出關係式，是解題成功的關鍵。謝和秀(2001)的研究中，則發現國中一年級學生，將「文字當作一般化的數字」及「文字符號當作變數」使得代數學習產生不少困難。

王佳文(1995)研究國小六年級的學生解未知數問題的表現，發現「 $a - \square = b$ 」及「 $a \div \square = b$ 」兩類題目時，學生最容易出現錯誤。廖瓊菁(2001)自編「等量公理的代數教學」教材，進行實驗設計研究時，發現以等量公理解  $\square + a = b$ 、 $\square - a = b$ 、 $\square \times a = b$ 、 $\square \div a = b$ 、 $a + \square = b$ 、 $a \times \square = b$  等六種題型時，是比傳統代數教材有教學成

效的，但對於  $a - \square = b$ 、 $a \div \square = b$  這二類題型時，則未有明顯的教學成效。

陳昭蘭(2007)的研究也發現國小學生在解代數式容易犯的錯誤包含對數的四則運算概念不清楚；對等量公理觀念不熟悉、誤用移項法則；對括號一知半解，覺得有無括號得結果是相同的；無法判斷答案的合理性；粗心造成的錯誤情形，題目看錯、忽略題目條件亦十分常見。

綜合以上看法，國小學生對於解代數式的錯誤認知及常見的迷思可歸納如下：

一、對文字符號所代表的意義不夠了解；二、不了解同類項合併的意義；三、不清楚算則中括號存在的意義；四、對於等號狹義的解讀；五、缺乏等量公理的概念；六、數學先備知識的不足。

### 三、等量公理的教學研究

Bernard and Cohen(1988)指出，學童用來解方程式的策略，一般來說可分為下列七種：

- 
- 一、運算法(use of number facts)
  - 二、點數法(use of counting techniques)
  - 三、嘗試錯誤法(trial and error substitution)
  - 四、覆蓋法(cover-up)
  - 五、逆算法(undoing or working backwards)
  - 六、等量公理(performing the same operation on both sides)
  - 七、移項法則(transposing or change side –change sign)

Kieran(1992)針對代數解題策略的研究發現：如果以單一方法來教導學生，效果會比較差，認為教師應嘗試混合覆蓋法與等量公理來教導學生。在九年一貫的教材安排中，等量公理即被視為解決未知數之代數問題的基礎，其相關概念被安排在國小六年級的課程中，主要教學內容包含透過列等式的訓練經驗等號兩邊

等量的觀念、利用等號兩邊等量的觀念解題、以及能理解並應用等量公理。

為了解國小階段對於等量公理教學內容的廣度及深度，研究者依據 100 學年度國小教科書現行各版本的教材，分析其五、六年級對於代數相關及等量公理概念的教學內容，整理如表 2-3。

表2-3

100 學年度現行版本等量公理教學研究摘要表

出版社	冊數	單元名稱	教學目標
康軒	第 10 冊	怎樣解題	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 能用 <math>x</math>、<math>y</math> 等文字符號表徵生活中的變量。</li> <li>2. 從生活情境中，了解代數式的表示法與意義。</li> <li>3. 能用文字符號表徵生活情境問題中的未知量，並列成等式。</li> <li>4. 能求出等式中文字符號的值，並作驗算。</li> </ol>
	第 11 冊	數量關係	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 能察覺圖形的簡單規律。</li> <li>2. 透過具體觀察及探索，察覺簡易數量樣式。</li> <li>3. 描述簡易數量樣式的特性。</li> <li>4. 觀察生活情境中數量關係的變化關係(和不變、差不變、積不變)。</li> <li>5. 觀察生活中的數量關係，並以文字或符號表徵這些數量。</li> </ol>
	第 12 冊	列式與解題	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 從生活情境中，了解代數式(如 <math>2x+6</math> 等)的表示法與意義。</li> <li>2. 給定文字符號的數值，能計算出代數式的值。</li> <li>3. 能用文字符號表徵生活情境兩步驟問題中的未知量，並列成等式。</li> <li>4. 能透過生活經驗檢驗、判斷等式的解，並解釋式子及解與原問題情境的關係。</li> <li>5. 能理解等式左右同加、減、乘、除一數時，等式仍然成立的概念。</li> </ol>

表 2-3

100 學年度現行版本等量公理教學研究摘要表(續)

南一	第 10 冊	怎樣列式	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 能用未知數符號列出單步驟算式題。</li> <li>2. 能嘗試解題及驗算。</li> </ol>
	第 11 冊	等量公理	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 在具體情境中了解等式的意義。</li> <li>2. 能理解等式左右同加、減、乘、除一數時，等式仍然成立。</li> <li>3. 能將情境問題用□或 x、y……列成兩步驟的算式題。</li> <li>4. 能解決含未知數的算式題並驗算答案的合理性。</li> </ol>
	第 12 冊	怎樣解題(一)	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 透過布題的討論和觀察，將問題簡化並思考解題的方法。</li> <li>2. 透過布題的討論和觀察，使用列表找規律的方法解決生活中的應用問題。</li> </ol>
		怎樣解題(二)	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 透過布題的討論和觀察，解決生活中常用的數量關係問題。</li> <li>2. 透過布題的討論和觀察，使用列表找規律的方法解決生活中的應用問題。</li> </ol>
部編	第 10 冊	未知數	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 能用符號表示乘除情境的問題。</li> <li>2. 能運用加減互逆解決含有未知數的單步驟（加或減）算式題。</li> <li>3. 能運用乘除互逆解決含有未知數的單步驟（乘或除）算式題。</li> </ol>
	第 12 冊	等量公理	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 能理解加、減、乘、除法的等量公式。</li> <li>2. 能應用等量公理，解決生活中的問題。</li> <li>3. 能求出算式中的未知數。</li> <li>4. 能列出含有未知數的算式，並進行解題。</li> </ol>

從表 2-3 發現，各版本介紹等量公理概念之前，皆先呈現以符號表示未知數之教材內容；接著帶入含有符號、數字與運算符號的式子並能夠在清楚題目意義後列出等式；最後透過實際的情境，使學生在生活中經驗以等量公理解決代數的問題。因此，我們可以得知等量公理對於整個代數學習架構的地位。

無庸置疑地，等量公理是代數學習重要的轉折點，而「等式」概念又是等量公理最重要的基礎概念，許多學者都曾點出「等式」的等價概念對於等量公理的重要性，然而各家版本教材對此卻著墨不深。故本研究參考台灣數學教師電子期刊「等量公理前置教學活動之實踐與研究」(王志銘、康淑娟，2006)，針對「等

式」概念提出三種教學活動來作為學生學習等式概念到等量公理之間的橋樑，引導學生從一般的等號為出發點，然後慢慢加入以文字符號於等式概念的教學活動中，待學生有了等式概念之後，再進入一般的等量公理教學活動。

除基本的等量公理之外，研究者兼看等量公理在整個代數學習架構的地位，分析探討等量公理的知識結構，因此，從代數架構中著手設計等量公理概念之相關教學分析，如表 2-4。

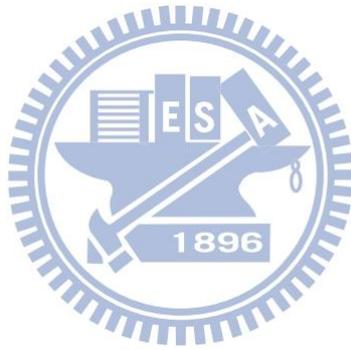


表2-4  
等量公理概念教學內容分析

相關概念	意義
文字符號的意義	能用 $x$ 、 $y$ 等文字符號表徵生活中的變量。
以單一未知數列式	能用文字符號表徵生活情境問題中的未知量。
以單一未知數列出等式	能依照題意之要求，以單一未知數形式列成等式。
等式概念建立	能了解等式代表等號左右兩邊的值相等。
等量加法公理	能理解等號兩邊同加一個數時，其等式仍然不變。
等量減法公理	能理解等號兩邊同減一個數時，其等式仍然不變。
等量乘法公理	能理解等號兩邊同乘一個數時，其等式仍然不變。
等量除法公理	能理解等號兩邊同除一個不為0的數時，其等式仍然不變。
等量公理格式記錄解單 步驟問題	能以等量公理格式記錄並解決單步驟的問題。
等量公理格式記錄解兩 步驟問題	能以等量公理格式記錄並解決兩步驟的問題。
等量公理解決生活情境 問題	運用等量公理原理解決生活情境中的兩步驟問題。

資料來源：整理自教育部，2003；陳紹銘，2006。

## 第五節 數學學習態度

學習態度意指在學習過程中，學習者對所學事物的內容所持正負向的看法，包括對課業的學習或主動學習之積極或消極的態度(蘇莎莉，2010)。故本研究亦希望藉由正負向學生的回饋，了解其數學學習態度之差異。

本節共分為三節，第一節為數學學習態度的意義；第二節為學習態度的測量；第三節為數學學習態度的相關研究。

### 一、數學學習態度的意義

Haladyna et al.(1983)的研究中指出態度與能力是不相同的，相同的態度有不同的能力表現，擁有相同的能力，也可能抱持著相異的態度。那麼甚麼是數學學習態度呢？魏麗敏(1988)認為數學學習態度指在個人對於數學的一般看法、喜歡或厭惡的程度，並涉及情感、認知和行為三方面，在情感方面包括對數學的喜好或厭惡等；在認知方面包括個人對數學的信念、有用程度的看法等；在行為方面包括是否堅持學習數學、肯花時間學數學等。吳梅蘭、曾哲仁(1994)指出數學態度是個體在後天的學習環境逐漸形成的，不是先天的行為傾向，數學態度包含認知性的、情感性的、以及行為性三種成分。邵淑華(1997)認為數學學習態度是指個體對數學學習所抱持的一種具有持久性而又一致性的行為傾向。吳明隆(1997)定義數學學習態度是個人對於數學的一般性觀感、看法、喜歡或厭惡的程度。高石城(1999)指出數學學習態度是基於過去的經驗，個人對數學所具有相當一致性與穩定性的理性認知、情感好惡與行動傾向的一種心理特質。

Garfield(1977)將數學學習態度分為五個層次：

- (一) 接受(Receiving)：願意去學習數學。
- (二) 反應(Responding)：願意參加數學活動。
- (三) 價值(Valuing)：主動承認數學的價值，積極推動數學的活動。

(四) 組織(Organization)：能統整數學的概念，以形成個人的價值體系。

(五) 價值的確認(Characterization by a Value)：能完全認同數學的概念。

鄭雅鈴(2004)指出數學態度並非與生俱來，而是後天經由個體在學習數學的過程中，不斷產生「同化－調適」發展的結果，數學態度可詮釋為個人在學習數學的過程中，對數學的認知性、情感性與行為性三方面的反應在外的行為表現：認知性反應指的是學生對學習數學知識的看法，如：對自己數學能力、數學有用性的評價等；情感性反應指的是學生學習數學的喜愛或厭惡的感受，如：上課情境的情緒感受、評量時情緒緊張、擔心、害怕的感受；行為性反應指的是學生趨近或逃避、選擇或放棄學習數學的行為傾向。

張春興(1997)認為態度係指個體對人、事、物的內在心理反應的行為取向，態度包含三個成分：認知性成分、情感性成分，行為性成分。認知性成分指對態度對象的了解或持有的信念、知識；表現於有思想或理智的個人對事物了解的情形，帶有善惡、好壞、利害之屬性。情感性成分指個體對所屬環境之人、事、物表示出好惡的情緒反應。行為性成分指個體對態度對象所採取的一種可觀察知覺的反應或行動傾向。

國內學者譚寧君(1992)、魏麗敏(1988)和張春興(1997)看法相同，認為數學態度可以分為認知、情意與行為三個成分：

#### (一) 認知成分

指對數學的信念與有用性的評價。包含：

##### 1. 學習數學的信心

指的是學生對自己的數學能力以及數學表現的看法。一般學生總將數學視為一門困難的科目，對數學感到害怕、排斥甚至有一些消極的反應傾向，是目前數學教育相當重視且希望改變的。

##### 2. 數學的有用性

指學生對數學實用性的看法，是否可用以解決日常生活的問題，或是幫助未

來的教育與工作。九年一貫課程強調數學課程應該以生活為中心，發展形成數學問題與解決數學問題的能力，可以幫助學生知道如何學且樂於學習，以幫助其社會適應。

## (二) 情意成分

指對數學的感覺與情緒狀態。

### 1. 數學成就的態度

指學生期待對數學成就的程度，願意去學習數學，建立樂觀的學習態度。

### 2. 數學焦慮

指學生在學習數學時所引發的緊張、不安、害怕的情緒。而數學焦慮與數學態度對數學成就具有顯著的預測作用與關係，因此消除學生的數學焦慮，提高數學態度，是增進學生數學成就的重要途徑(魏麗敏，1989)。

## (三) 行為成分

指對數學的實際行為的探究動機及內在的溝通傾向。

### 1. 數學探究動機

學習動機指的是引起學生學習活動，維持學習活動，並導致該學習活動趨向教師所設定的內在心理歷程。數學探究希望能培養學生透過數與形的訊息，主動分析資料，形成臆測、驗證的判斷能力。

### 2. 數學溝通傾向

指學生能與他人討論、表達個人的數學想法。九年一貫新課程中，表達、分享與溝通是基本能力之一，而多元民主的社會，更需要具有理性溝通的素養及培養學生與他人分享思考歷程與成果，並能尊重他人的意見與想法。

綜合以上國內外學者的說法，數學態度應包含認知、情意、行為三個層面，並且具有相當的一致性與持久性的心理特質。數學學習態度會在學生學習數學或接觸與數學有關的活動時，影響學生的學習意願，進而影響著學生的學習成就。

故本研究參考多位學者的見解，結合「數位數學教學模式」的教學內容，以學習數學的信心、數學成就的態度、數學焦慮、數學探究動機四個面向為本研究所欲探討之數學學習態度。其中數學的信心偏向張春興(1997)等學者所稱的認知層面，數學成就態度和數學焦慮偏向情意層面，數學探究動機則偏向行為層面。

## 二、學習態度的測量

態度是個體對其生活環境的人(個人或團體)、事(問題或事情)、物(組織、機構)所抱持的心理趨向，足以對這些刺激現象作出適當的評價，是一種內在的心理歷程，屬於潛在性變項，所以無法對它直接加以觀察，僅能就其外顯的行為加以評價、預測，因此一般心理學者、社會學者、教育學者對於態度的測量通常有下列幾種不同的方式(葛樹人，1990；黃安邦，1989；王文科，1991)：

(一) 利用訪問、面談直接向人們發問，要求人們說出對某一個特定主題的感受，常見的技術為填寫開放式或封閉式的表格、問卷或由應答者口頭表示意見。

(二) 對於一系列的陳述或具爭議的陳述，表示同意或不同意的程度。

(三) 利用投射測驗的反應，推論其無意中顯露的態度傾向。

(四) 利用自陳式態度量表，此類態度量表較重視對態度的評價面加以測量，目的在於決定受測者對刺激主題所抱持的好惡、贊成與否、同意不同意等態度，每一量表通常包括一系列關於某種事體或觀念的項目及敘述語句，由受試者對之作贊成與否或類似形式的反應，藉以了解其態度和態度的強弱程度。

目前常用的態度量表技術主要有以下四類：

(一) 塞斯通式(等距量表)：(The method of equal)

Thurstone 在 1929 年創立所謂「等距量表」並設計 30 個量表，用以測量人們對戰爭、教會、愛國心等態度，其編製程序如下：(葉重新，1992；葛樹人，1990；王文科，1995)

1. 確定欲研究測量的變項。

2. 蒐集及彙整與態度變項有關的陳述句(題目)。
3. 把題目交給評定者，請其依各自觀點將題目分成幾個不同的等級(一般將其分為十一個等級；從第一類:最不贊成或最不同意，第二類次之，依此類推，第十一類為最贊成或最同意)。
4. 依分類的結果，計算各項目表十一個等級的次數分配並決定每個項目的中數及模糊指數(即四分位差)，再依這些數據選出約二十個最具一致性，且量表值能大約作等距分佈的項目，編成正式量表。
5. 施測時由受試者對量表的題目逐條作「同意」、「喜愛」或「贊成」、「不同意」、「不贊成」之反應，取其在同意項目的所有量表分數之中數即得態度分數，分數愈高，代表受試者對該主題持有正面態度。
6. 在設計量表時如果要測量對一個單獨或較明確的事體的態度，則項目數可以在二十條左右，以三十條最佳。

由上觀之，等距量表的程序相當繁雜且以評定者來評定量表值似乎難以保持客觀，因此鮮少為研究者使用。

#### (二) 李克特量表(總加量表)：(The method of summated rating)

Likert 在 1932 年所設計，此量表是由一套態度項目構成，假設每一項目均具有同等的態度數值，根據受試者的反應同意或不同意的程度給予分數，所有分數的總和，即為個人的態度分數。

因為不需專家對各項目作評定，較節省時間，為目前意見或態度調查最常使用的一種樣式，其編製程序如下：

1. 界定態度變項。
2. 搜集有關資料、編製題目。
3. 編製完成後需進行預試，並利用因素分析找出最具鑑別力的項目組成正式量表。
4. 受試者對各項目指出其同意或贊同的程度，其計分方式一般為五個等級：

非常同意(SA)--5分；同意(A)--4分；未定(U)--3分；不同意(D)--2分；非常不同意(SD)--1分，受試者在各項得分的總和，即為其態度分數。

李克特量表通常採五點量表，方可依受試對象不同採三個或四個等級。

該量表為態度測量上最常用的工具，其優點為量表編製較容易，信度、效度亦高且題數較少，缺點為單以總分來代表個人態度，無法瞭解態度之間的差異程度，有些受試者可能採取某種反應心向(Response Set)來填答而造成誤差。

### (三) 戈特曼武士表(累加士表)：(The method of cumulative scale)

此量表由 Guttman 創立，量表僅測量某一特定的變項，是單向度的，每一個測驗題目包括好幾個陳述句，這些陳述句構成一個連續的向度，如果受試者贊同在連續向度上代表某一程度的陳述句，應該也會同意在此程度之下的全部陳述句，由此可以瞭解個體在量表上的位置；此方法比較少用且不普遍。

### (四) 語意區分量表：(Semantic differential scale)

Osgood、Suci 和 Tannenbaum 所提倡，認為一個觀念可能同時含兩種意義：表面的意義及內涵的意義，此種態度的測量方法是用來測量態度對象對個體所具有的隱含意義，將一個觀念或人、事、物以成對的形容詞劃分等級，由受試者勾選其認為最適當的一項，Osgood 利用「因素分析」分析七十六對意義相反的形容詞，發現語意區分聚集而成三個主要組群，依其顯著的次序而分為「評量向度」：如好--壞，美--醜；「效能向度」：如快--慢，厚--薄；「行動向度」：如主動--被動，好鬥--愛好和平；通常將量尺分數分配由左至右七個程度等級，受試者在各向度的分數相加，即得受試者對該觀念或人、事、物的態度分數。

語意區分的缺點在於有集中傾向、誤差、可能使用與考量的概念，無關的量尺，優點是有效、彈性、簡單且可減少受到先入為主的價值反應的影響及刻板的問答(王文科，1995)。

上述四種自陳式的態度測量方法通常以總加量表及語意區分量表最普遍，受試者在回答態度問卷時可能不依照自己態度作答，而是依照合乎社會規範或研究

者希望的答案作答，這是研究者應該在設計問卷時應努力克服的，最理想且客觀的態度測量是採用觀察法、晤談法、自陳式問卷等方式交互進行，但一般研究者限於人力、物力、財力等現實因素而採用單一測量方式。

綜上所述，每種測量的方法均有其優缺點，研究者在決定方法需視研究主題的實用性、研究目的而定，在進行過程中必須控制研究工具的效度、信度，以提高測量結果的準確性，因此，本研究所使用之數學學習態度量表乃以李克特五點量表之測量模式設計。

### 三、數學學習態度的相關研究

OECD 教育部指標與分析處總監史萊克(Andreas Schleicher)指出：學生必須要願意運用知識，才能將知識的效益顯現出來，這其中牽涉到的就是學習動機與態度(劉佩修，2009)。

McCoy(2005)曾說過數學學習態度顯著影響數學學習成效。譚寧君(1992)也指出學習數學雖然是一認知過程，很多研究顯示數學態度對學生決定未來是否繼續研讀數學或是否從事有關數學行業等卻扮演一個相當重要的角色，而且往往一個有較樂觀數學態度的學生也會有較高的學習成就。因此對數學學習而言，態度是相當重要的變數(Hammouri,2004)。也就是說除了數學學習成就之外，在數學的教學活動中，我們期待學生能養成正向的數學學習興趣和正向的數學學習態度(Smith & Ragan,1999)。

Steele & Arth(1998)提出教師應鼓勵學生多方尋求解法，重視自己的推理，口述數學思考，認同自己的思考，當學生提出頗具創意的解題方式時，教師應彈性的接受學生個人解題的說明，教師可以參與解題或鼓勵學生直覺的想法，這樣的彈性將促成學生互助合作、減低壓力、產生正向的態度，增加自信心。而且透過學生之間對不同解題路徑的討論，學生較不會產生數學焦慮(李清韻，2003)。

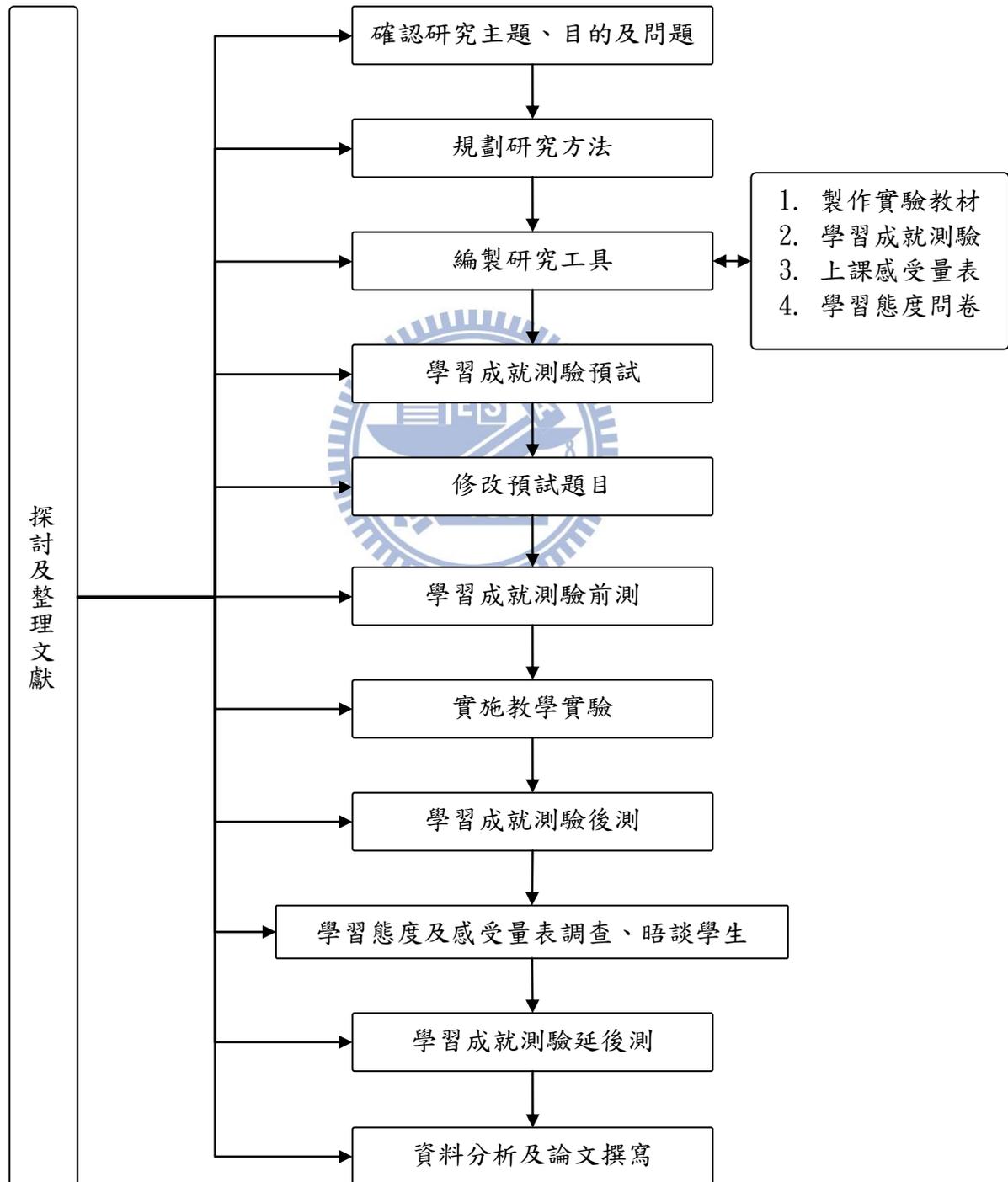
Ma & Xu(2004)的研究中指出數學學習成就的高低，數學學習態度扮演了關鍵性角色，因為較佳的數學學習態度能引導較佳的數學學習成就。在 McLeod(1992)的研究中以三、七、十一年級的學生為研究對象，指出數學態度和數學成就有顯著相關。張新仁(1982)認為學習態度比學習方法和學習習慣更能有效預測學生的學業成就。王秀槐(1984)認為，高、低學習成就學生的學習態度有顯著的差異。王三幸(1993)之研究也顯示，數學態度可以有效的預測數學成就。曾琬淑(1995)的研究中發現，數學成就與數學態度之間關係密切，小學兒童數學態度可以有效預測其數學成就。吳明隆與蘇耕役(1995)的研究顯示，學童的數學態度是預測數學成就之有效指標。吳元良(1996)的研究亦發現，控制智力因素後，數學態度與數學成就有顯著正相關。然而態度的養成是一個人成長過程中與個人、社團及環境的接觸互相影響及產生，則態度的形成是一種學習的過程，那麼態度的改變也是可被學習的，所以態度可能被改變。Higgins(1997)認為學生的數學成就如果提高，將會有較積極的數學態度和信念。消極的數學態度將使得未來的數學學習產生失敗的危機。宋藍琪(2007)的研究中發現，數學史融入對學生的數學學習態度有正向的影響，不但能增進孩子發表自我感受的動力，亦能提升學生對數學的好感，進而培養出以探求數學知識為榮的良好學習態度。

由以上國內外眾多的研究結果當中，我們可以體會到學生在學習數學時，除了數學學習成就以外，數學學習態度也是我們應該關注的焦點。因此，本研究針對國小六年級學生在學習「等量公理概念」時，透過數學學習態度的三個層次，探討學生接受「數位數學教學模式」之後學習態度的影響。

### 第三章 研究方法

本章旨在說明研究的步驟與架構，共分為五節。第一節為研究流程、第二節為研究對象、第三節為研究設計、第四節為研究工具、第五節為資料分析。

#### 第一節 研究流程



## 第二節 研究對象

本研究的主要目的在探討國小六年級學生在接受「數位數學教學模式」和「傳統教學模式」兩種不同的教學法之後，在等量公理概念學習成效與上課感受之差異，以及接受「數位數學教學模式」學生在溝通的表現。因此本研究的研究對象的選擇方式如下：

### 一、預試樣本

為考量預試題目的信度，研究者選取桃園縣某公立國中七年級學生二個班共 69 名學生，進行等量公理概念學習成就測驗預試。

### 二、正式樣本

本研究的正式樣本依便利抽樣方式，從研究者所任教之桃園縣某國小六年級中取樣二班共 64 名學生，以其中一班為實驗組，樣本數有 32 人；另一班則為控制組，樣本數有 32 人。

由於進行教學實驗的學校編班方式為 S 型常態編班，故依據上學期兩次段考的測驗分數平均為取樣標準，選取兩個人數、組成與環境接近之兩班級做為實驗樣本如表 3-1。

表3-1  
受試母群體上學期班級人數與數學科階段評量成績一覽表

班級	601	602	603	604	605	606	607	608	609	610	
人數	31	33	32	33	32	33	31	31	32	32	
階段評量 成績	一	85.85	81.67	82.06	83.33	84.58	82.34	84.47	90.63	86.88	86.09
	二	67.44	70.76	69.81	67.24	71.85	69.47	77.59	80.16	68	74.31
平均	76.65	76.22	75.94	75.29	77.83	75.91	81.03	85.40	77.44	79.12	
組別	控制組					實驗組					

之後，進行獨立樣本 t 檢定考驗實驗組與控制組兩組上學期兩次段考的測驗分數平均，以確定兩組學生數學成績無顯著差異。兩樣本的平均數各為 79.12 和

77.83，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = .300， $p = .586 > .05$ ，未達顯著水準，即代表實驗組與控制組的離散情形無明顯差別。由假設變異數相等，其  $t$  值等於 -.334、 $df = 62$ 、 $p = .739 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著，因此兩組程度可視為相同，檢定資料如表 3-2。

表3-2  
上學期數學科段考平均獨立樣本  $t$  檢定摘要表

變項	605 控制組 (n = 32)		610 實驗組 (n = 32)		$t(62)$	$p$	95% $CI$		Cohen's $d$
	$M$	$SD$	$M$	$SD$			$LL$	$UL$	
平均	79.13	15.31	77.83	15.71	0.33	.739	-6.454	9.048	0.08

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

由於本研究尚須探討實驗組與控制組在不同成就分群的學習表現，故將兩組分為高、中、低三個分群，其中高、中、低三組是採上學期數學科段考成績來分組，從最高分部分向下取總人數的 27% 為高分組人數，再從最低分部分向上取總人數的 27% 為低分組人數，其餘部分為中分組人數。由於兩組的受試樣本皆為 32 人，因此高分組取 9 人、中分組 14 人、低分組 9 人。

接著進行獨立樣本  $t$  檢定考驗同分群兩兩之間的差異性，分析結果發現，高、中、低三個分群在變異數相等 Levene 檢定的  $p$  值皆大於 .05，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等；三個分群的雙尾顯著性  $p$  值也都大於 .05，呈現考驗結果未達顯著，因此兩組同分群之間程度可視為相當，檢定資料如表 3-3。

表3-3

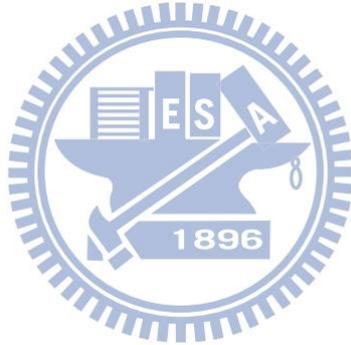
不同成就分群學生上學期數學科段考平均獨立樣本 *t* 檢定摘要表

	610 實驗組		605 控制組		<i>t</i>	<i>p</i>	95% <i>CI</i>		Cohen's <i>d</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>			<i>LL</i>	<i>UL</i>	
高分群	95.06	2.58	92.83	3.70	1.48	.159	-0.96	5.41	0.70
中分群	84.57	4.52	82.50	5.09	1.14	.265	-1.67	5.81	0.43
低分群	58.56	11.71	55.56	7.16	0.66	.521	-6.70	12.70	0.31

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

### 三、晤談樣本

晤談樣本是從實驗組中，挑選在「等量公理概念」後測成績的低、中、高三個分群中，學習態度正、反向回饋的學生各一名，共六名學生來接受晤談。



### 第三節 研究設計

本節將說明研究方法、研究變項及實驗流程。

#### 一、研究方法

本研究是挑選國小六年級數學科代數教材等量公理概念的單元為授課內容，探討國小六年級學生在接受「數位數學教學模式」和「傳統教學模式」兩種不同的教學法之後，在學習成效和上課感受所造成的影響，以及接受「數位數學教學模式」後學生學習數學態度的差異。研究過程採準實驗研究法。

在實驗之前，實驗組與控制組皆接受「等量公理概念」前測。之後，實驗組接受「數位數學教學模式」，而控制組則接受「傳統教學模式」，惟兩組上課之教材雖不同，然而上課過程的教學時間、進度掌控、內容編排、課堂練習盡量控制相同。實驗結束後，兩組再接受「等量公理概念」後測，並填寫學習態度量表及感受量表。待後測結束四周後，再進行「等量公理概念」延後測。

#### 二、研究變項

##### 1. 自變項

###### (1) 實驗組

以 NAEP 教育理論為教學架構，結合研究者以多媒體學習理論與認知負荷理論為背景所設計的教學教材，透過以簡報呈現的方式進行本研究所稱之「數位數學教學模式」來教學。故本研究為混合之變因，但主要仍是以 NAEP 教育理論為主要的教學模式。

###### (2) 控制組

以傳統紙本講義與版書解說為主要的教學模式，並適時搭配教具來輔助教學。

##### 2. 依變項

兩組接受教學實驗結束後，在「等量公理概念」測驗的學習成效和學習

保留成效，以及實驗過程中上課感受的影響。

### 3. 控制變項

#### (3) 授課教師

授課教師皆為同一人，為避免學生新奇效應，於正式實驗前向兩班教師代課一至二節。

#### (4) 授課環境

兩組皆在原班級教室上課。

#### (5) 教材內容

兩組上課的教材主題單元皆為「等量公理概念」，授課時間均為五節課。

#### (6) 教學進度

兩組教學進度每節皆控制相同。

#### (7) 測驗問卷

兩組在教學實驗後所作的階段學習成就測驗（後測及延後測）和量表，其題目內容、施測時間、給分標準均相同。



## 三、實驗流程

本研究教學階段、實驗流程與時間分配如表 3-4。

表3-4  
教學實驗總流程表

階段別	內容	時間
前置	前測	40 分鐘
教學活動一	用文字符號列式並求值	40 分鐘
教學活動二	等式的概念	20 分鐘
教學活動三	認識等量公理	80 分鐘
教學活動四	應用等量公理解題	60 分鐘

表 3-4  
教學實驗總流程表(續)

---

	後測	40 分鐘
	數學學習態度量表	20 分鐘
後置	上課感受量表	5 分鐘
	學生晤談	30 分鐘
	延後測(四週後)	40 分鐘

---



## 第四節 研究工具

本研究所使用的研究工具有：研究者自編的「數位數學教學模式」教學實驗的活動設計與上課教材、檢驗學生學習成效的「等量公理概念」學習成就測驗、了解學生學習態度差異的數位數學教學模式學習態度量表和測量學生學習過程課堂感知的上課感受量表，分述如下。

### 一、實驗組教學活動設計

本研究主要是以「等量公理概念」為主題來探討學生在接受不同教學法的差異，因此，以康軒版國小數學六年級下學期第五單元「列式與解題」為主軸，並參酌王志銘、康淑娟(2006)的「等量公理前置教學活動之實踐與探究」，加入等號概念的內容，再以 NAEP 的數學評量架構為教學理論架構，最後再與專家學者進行討論與修正，依討論結果設計本研究之教學活動(參照附錄一)，並將教學內容製作成以 PowerPoint 為展演平台的數位教材，作為實驗組教學之用。

教學活動設計主要分為四個教學活動，共五節課，茲就此四個活動之內容，分述如下。

教學活動一：用文字符號列式並求值

在九年一貫的課程綱要中，代數概念的教學進度是以螺旋式呈現，因此儘管學生在五年級下學期的課程中已學習過代數的基本概念和文字符號的意義，但在正式進入等量公理之前，仍需先聯結學生的舊經驗，因此透過活動一，讓學生複習代數式與文字符號意涵。

教學活動二：等式的概念

等量公理與等式概念有十分密切的關聯，根據廖瓊菁(2001)的研究發現，在國小六年級代數教學中，「等式」代表等號左右兩邊的值相等的想法，是學生由算術轉換為代數的關鍵概念，亦是學生學習等量公理的基礎。無庸置疑的，等量

公理是學習代數的重要轉折點，而「等式」概念又是等量公理的重要基礎概念，如果能提昇學生對等號概念及文字符號(代數)的理解層次，將能改善現行國小代數教材及教學設計上的缺失，並與等量公理作較佳的銜接，這對代數概念的教學將會有所助益(王志銘、康淑娟，2006)。因此本研究依據相關的研究結果並酌予修改部分內容作為本活動的教學內容，以幫助學生在學習等量公理前能有較佳的銜接。

### 教學活動三：認識等量公理

透過日常生活的經驗，在國小高年級階段，大多數的學生已對天秤左右兩邊等價即平衡的特性有所了解，因此便不再以具體操作的形式呈現，而改以半具體的圖像表徵，以動畫的方式操弄天秤左右兩端不同圖像讓天秤達至平衡，讓學生清楚等量公理的意義，然後再提升到抽象的文字符號(如  $x$ 、 $y$ )，幫助學生將圖像的表徵過程對應到符號的運算中，之後再經由反覆的練習，讓學生熟悉等量公理的程序性知識。

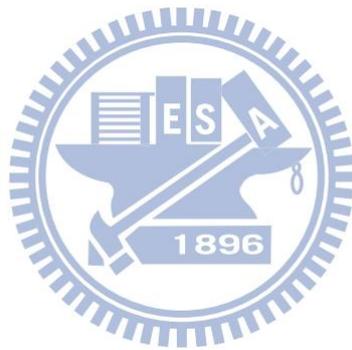
### 教學活動四：應用等量公理解題

依據 NAEP 評量架構的數學能力中提到，清楚概念性了解，熟練程序性知識，然後利用所學會的概念和程序去解決生活情境的問題，即是解題能力的培養；而代數文字題的解題過程往往令許多學生感覺到困難，袁媛(1993) 針對學生解題能力的不同，將學生的解題層次分為四種。層次一：能理解問題及假設問題；層次二：能理解問題、假設問題及導出未知數；層次三：能理解問題、假設問題、導出未知數並建立方程式；層次四：能理解問題、假設問題、導出未知數、建立方程式、解方程式並寫出答案。本活動欲藉由課本內的代數文字題，引導學生以等量公理格式記錄解題過程，以達層次四之目標。

## 二、實驗教材

本研究的實驗教材內容，主要在凸顯重要的訊息，降低不必要的雜訊，讓學

生能夠容易記住應該留意的重點，引發學生的注意力。因此，研究者在設計過程中以多媒體學習理論為原則，並結合認知負荷理論，以期學生能在教師展演過程中，降低其認知負荷並獲得有意義的學習。以下簡略呈現部分實驗組的教材內容(完整教材請參閱附錄二)。



活動一：用文字符號列式並求值

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">  <p style="text-align: center;">橡皮擦 1個10元      自動筆 1枝15元</p> </div> <p>1個橡皮擦和3枝自動筆， 總共要多少錢？</p> <p>1個橡皮擦和<math>x</math>枝自動筆， 總共要多少錢？</p>	<p style="text-align: center;"><b>解法</b></p> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;">  <math>10 \times 1 = 10</math> (元)         </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;">  <math>15 \times 3 = 45</math> (元)         </div> <hr style="border: 0.5px dashed black;"/> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"> <span style="margin-right: 10px;">總和</span> <math>10 + 45 = 55</math> (元)         </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;">  <math>15 \times x = 15x</math> (元)         </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <span style="margin-right: 10px;">總和</span> <math>10 + 15x</math> (元)         </div>	<p>以學生所熟悉的情境問題作為例子，複習學生在五年級時曾經學習過的文字符號的意義和單一未知數列式；藉由一般的算術算則，帶入未知數的概念。並運用多媒體教學設計原則的「分割原則」、「信號原則」、「空間接近原則」、「多媒體原則」，將訊息適當的分段切割，引導學生視覺搜尋，運算過程累積訊息，方便學生比對、建立關聯。</p>
<p>弟弟有<math>x</math>元， 哥哥的錢是弟弟的<b>5倍又多6元</b></p> <p>1. 哥哥有多少錢？</p> <p>2. 兩人共有多少錢？</p> <p>3. 媽媽又給他們20元， 兩人現在共有多少錢？</p>	<p style="text-align: center;"><b>解法</b></p> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"> <span style="margin-right: 10px;">弟弟的錢</span>  <math>x</math> (元)         </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"> <span style="margin-right: 10px;">哥哥的錢</span>  <math>5x + 6</math> (元)         </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"> <span style="margin-right: 10px;">兩人的錢</span>  <math>6x + 6</math> (元)         </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <span style="margin-right: 10px;">再加20元</span>  <math>6x + 26</math> (元)         </div>	

活動二：等式的概念

$$\frac{20-5}{\quad} \quad \frac{2+7 \times 2}{\quad}$$

上圖天平是否平衡？  
原因是什麼？

如果不會，怎麼樣才能讓天平的兩邊平衡？

**解法**

$20 - 5 = 15$        $2 + 7 \times 2 = 16$

左右兩邊數字一樣大，天秤就會維持平衡。

藉由半具體物「代數天秤」引入等式概念。天秤左右兩邊為數字所組成之算式，學生須透過計算算式的值，來判斷天秤是否平衡，兩邊是否相等，半具體物「代數天秤」會以動畫呈現出運算結果。接著在天秤兩邊的算式中加入符號未知數，在天秤維持平衡的前提下，學生須以維持平衡即左右相等的概念，找出符合條件的值。解題過程運用激發式動態呈現的效果，控制訊息的出現量。

$$\frac{18 \div x}{\quad} \quad \frac{3 \times y}{\quad}$$

天平要維持平衡，  
 $x$  和  $y$  分別是多少？

**解法**

左右兩邊數字一樣大，天秤才會維持平衡。

$18 \div x$	$3 \times y$
1	6
2	3
3	2
4	$1\frac{1}{2}$
5	$1\frac{1}{5}$
$\vdots$	$\vdots$

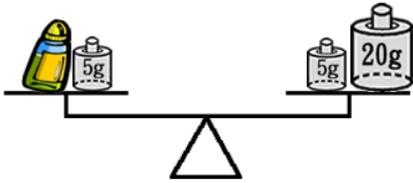
活動三：認識等量公理

等量加法公理



重  $x$  克，下圖天平剛好平衡。

若左右兩邊各加 1 個 5 克的砝碼，  
天平依然維持平衡。

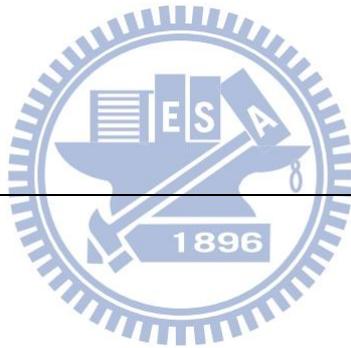


$$x = 20$$

$$x + 5 = 20 + 5$$

$$x + 5 = 25$$

29



以等量公理求  $x$  的值並驗算。

$$x \div 3 - 4 = 6$$

**解法**

$$x \div 3 - 4 = 6$$

$$x \div 3 - 4 + 4 = 6 + 4$$

$$x \div 3 = 10$$

$$x \div 3 \times 3 = 10 \times 3$$

$$x = 30$$

44

延續活動二的半具體圖像表徵方式，投影片左邊以動畫方式呈現等量加法公理的特性，右邊以激發式動態呈現的效果，將圖像的表徵過程對應到文字符號的運算。在程序性問題的解題過程中，以工作示例的方式展演，依據代數教材設計原則的「建立訊息關聯」，為了強調式子之間的推演關係，將算式中上下元素對齊，讓學習者可以上下對照搜尋，觀察元素間的變化。

活動四：應用等量公理解題

大雄原本有 50 元，  
從現在起每天存  $x$  元，  
存了 15 天，  
存款裡共有 275 元，  
大雄每天存多少錢？

**解法**

---


$$50 + x \times 15 = 275$$

$$x \times 15 + 50 = 275$$

$$x \times 15 + 50 - 50 = 275 - 50$$

$$x \times 15 = 225$$

$$x \times 15 \div 15 = 225 \div 15$$

$$x = 15$$

答：15 元

由於代數文字題在敘述上較為冗長，因此依據代數教材設計原則的「教學內容結構化」，透過把文字分段，訊息切割的方式，協助學生處理大量訊息；「教材呈現區塊化」，利用表格將題目中繁雜的資訊簡化，以利學生參照學習；「建立訊息關聯」，上下式子對應清楚，可以使學生不需耗費多餘的心力進行資料搜尋，降低學生在學習時的認知負荷。

---

草地上共有 7 隻雞和兔子，  
總共有 20 隻腳，  
請問雞和兔子各有幾隻？

**解法**

假設兔子有  $x$  隻，則雞有  $7 - x$  隻

	雞	兔	總數
隻	$7 - x$	$x$	7
腳數	$2 \times (7 - x)$	$4x$	20

$$2 \times (7 - x) + 4x = 20$$

$$14 - 2x + 4x = 20$$

$$14 + 2x = 20$$

$$14 + 2x - 14 = 20 - 14$$

$$2x = 6$$

$$2x \div 2 = 6 \div 2$$

$$x = 3 \text{ (隻兔子)}$$

$$7 - 3 = 4 \text{ (隻雞)}$$

### 三、「等量公理概念」學習成就測驗

本研究的前測、後測和延後測皆採用此份學習成就評量(請參照附錄三)，但為避免學生對前次測驗的答案仍有印象，再測試時會影響實驗的效度，故在後測和延後測時皆有修改題目的數字，但文字敘述部分則維持不變。在此次實驗中，前測試卷主要是將實驗組和控制組的學生做篩選一分出在各組的低、中、高分群；後測試卷為了解教學實驗後學生的學習效果；延後測試卷為了解教學實驗的延續效果。

#### (一) 效度分析

此學習成就測驗為研究者依 100 學年度康軒版數學課本、習作、教師手冊為基礎，並參考其他學者的研究結果所編修，經由校內兩位年資超過十年的數學科教師及指導教授審閱後修正，具有基本的專家效度；再依據 NAEP 數學科評量架構中，概念、程序、解題三個向度所構成的數學能力和低、中、高三種複雜度來考驗此學習成就測驗的內容效度，建立的雙向細目表如表 3-5。

表3-5  
等量公理概念學習成就測驗雙向細目表

數學內容	題數	教學目標			NAEP 評量架構複雜性		
		概念理解	程序運算	應用解題	低階	中階	高階
文字符號的意義	1	1			1		
以單一未知數列式	2			2、3	2		3
以單一未知數列出等式	2			5、6	5	6	
求單一未知數等式的值	1		4		4		
等式概念建立	1	7			7		
等量公理概念	1	8			8		

等量公理格式記錄解單步驟問題	2	9.1	、	9.1	、		
		9.2		9.2			
等量公理格式記錄解兩步驟問題	2	9.3	、	9.3	、		
		9.4		9.4			
等量公理解決生活情境問題	5			10、 11、12 13、14	10	12、14	11、13
總和	17	3	5	9	9	5	3

## (二) 信度分析

將此學習成就測驗由二個七年級的班級做試題預試，回收 69 分問卷，得到內部一致性信度 *Cronbach's α* 值為 0.936，顯示此份測驗試卷之內部一致性信度非常好，如表 3-6。

表3-6  
試卷的可靠性統計表

Cronbach's Alpha 值	項目的個數
.936	21

## (三) 難度及鑑別度分析

難度：難度(P)之計算方式為(高分組答對人數的百分比+低分組答對人數的百分比)/2，P 值愈大表示題目愈容易。一般會認為難度大於 0.8 的題目太簡單，小於 0.2 的則是太難。

鑑別度：鑑別度(D)是高分組答對人數的百分比與低分組答對人數的百分比之差異，主要是確定題目是否具有區分能力高下的作用，D 值愈大代表該試題鑑別度愈高。通常 D 值在 0.2 以上即可，但有改進空間；D 值大於 0.4 以上則表示優良。

此處之低、中、高三組是採預試成績來分組，從最高分部分向下取總人數的

27%為高分組，再從最低分部分向上取總人數的 27%為低分組，其餘部分為中分組。

本研究學習成就測驗之難度、鑑別度如表 3-7。其中題 1、2、9.1、9.2 之難度超過 0.8，且題 2、9.1 之鑑別度亦低於 0.2，應考慮捨棄或修改，然而考量國小高年級學生對代數抽象概念建立之不易，應循序漸進加強其對代數基本概念之理解及運算，故在與指導教授討論後，決定予以保留。

表3-7  
難度、鑑別度說明表

題號	難度(P)	鑑別度(D)
1	0.86	0.33
2	0.9	0.16
3	0.26	0.56
4	0.49	0.67
5	0.7	0.61
6	0.78	0.39
7	0.57	0.56
8	0.77	0.61
9.1	0.91	0.17
9.2	0.86	0.27
9.3	0.76	0.33
9.4	0.68	0.31
10	0.78	0.67
11	0.49	0.72
12	0.74	0.61
13	0.33	0.61
14	0.57	0.55

#### (五) 評分標準

本研究之成就測驗分為前測、後測、延後測三階段，其中前測施測前因尚未進行教學實驗，學生還不清楚等量公理解題的記錄格式，故在計算及應用題的部

分學生無需使用等量公理解題，採用舊經驗的算術法則解答即可。成就測驗評分標準如表 3-8。

表3-8  
成就測驗評分標準表

題號	得分	說明
1、2、3、5、6	1	每題一格，每格 1 分
4、7	1	每題二格，每格 1 分
8	1	每題八格，每格 1 分
9.1、9.2 9.3、9.4	2	列出合理計算過程，並算出正確答案。
	1	列出合理算式，未寫出答案或答案錯誤。
	0	列出完全錯誤的算式或未作答。
10、11、12 13、14	2	列出合理計算過程，並算出正確答案。
	1	列出合理算式，未寫出答案或答案錯誤。
	0	列出完全錯誤的算式或未作答。

於教學實驗後，因要求學生在後測及延後測的計算及應用題(以下稱為等量公理題型)的部分需使用等量公理格式記錄解題過程，故另行將此部分以等量公理題型之評分標準評分後再行分析討論。等量公理題型評分標準如表 3-9。

表3-9

成就測驗等量公理題型評分標準表

題號	得分	說明
9.1、9.2 9.3、9.4	3	能使用等量公理格式記錄解題過程，並算出正確答案。
	2	未使用等量公理，或嘗試使用等量公理記錄解題的格式錯誤，但寫出正確答案。
	1	列出合理算式，未寫出答案或答案錯誤。
	0	列出完全錯誤的算式或未作答。
10、11 12、14	4	能使用符號列出合理式子，並以等量公理格式記錄解題過程後列出正確答案。
	3	能使用符號列出合理式子，嘗試使用等量公理記錄解題的格式錯誤，但能算出正確答案。
	2	使用符號列式錯誤，或未使用等量公理，但能算出正確答案。
	1	列出合理算式，但未寫出答案或答案錯誤。
	0	列出完全錯誤的算式或未作答。

因此本研究在分析學習成效及學習保留成效時分為兩階段處理，第一階段為整體測驗的討論分析，此階段的計算及應用題的部分評分以只要能用正確方式計算即可；第二階段為等量公理題型的討論分析，此階段將針對學生是否有使用等量公理格式記錄解題過程來斟酌給分，如此可避免學生因為舊經驗而影響測驗後的差異，且亦可觀察出兩組在教學實驗後的學習成效。

#### 四、「數位數學教學模式」學習態度量表

為了瞭解實驗組學生在接受「數位數學教學模式」之後，對於數學學習態度的影響，因此，根據「運用 EME Model 於帶分數、假分數及其互換之教學研究」(黃美齡，2009)的 EME MODEL 學習問卷為藍本，參考學者張春興(1997)對態度的定義，將量表內容分為情意、行為、認知三個層次，並以學習數學的信心、數

學成就的態度、數學焦慮、數學探究動機四個面向為本研究所欲探討之數學學習態度。編修後即為本研究所用之「數位數學教學模式學習態度量表」(請參照附錄四)。量表題目共分為八大題，每一大題底下又分為四小題，每題以李克特量表採五點量表，以1分~5分來表示完全同意~完全不同意。本量表之結構分析如表3-10。

表3-10  
數位數學教學模式學習態度結構分析表

層次	項目內容	題號	題數
認知	學習數學的信心	7	1
情意	數學成就的態度、數學焦慮	1、2、3、8	4
行為	數學探究動機	4、5、6	3

## 五、上課感受量表

本研究所用之上課感受量表係以「以分段方式降低任務複雜度對專家與生手閱讀幾何證明的影響」(左台益，呂鳳琳，曾世綺，吳慧敏，陳明璋，譚寧君，2011)之幾何證明閱讀理解感受量表為參考藍本，並與研究認知負荷之專家學者共同討論修訂。Paas(1992)指出認知負荷是一種多向度的概念，可分為心智負荷與心智努力兩種，當學習者認為學習內容的困難度越高，或是覺得需要投入更多的努力才能理解內容時，其認知負荷就會越大。因此，本量表以困難度及花費心力兩向度作為心智負荷評定的來源，再以學習者感知實際所需投入之努力作為心智努力評定的依據。此外，對學習者而言，課程本身的複雜度亦牽涉到學習者學習之動機，為了降低課程的複雜度，研究者針對課程內容設計貼近學習者需求的簡報教材，希望能透過減少學習者對課程內容的認知負荷，增加對上課的意願。而學習者對課程的理解程度也影響其學習的信心，尤其剛接觸新課程時，若能提

升學習者對課程單元的理解，亦能連帶加強其信心，對課程內容更有把握。故研究者依上課意願、困難度、花費心力、理解程度與投入努力作為學習過程認知負荷評定之五個向度，作為本研究所用之「上課感受量表」(請參照附錄五)，以了解學生在學習「等量公理概念」之上課感受及學習過程所產生之認知負荷。

本量表共五題，採李克特量表七點尺度測量，針對學習者對不同教學方式所感受到的個人上課意願、課程內容的困難度、學習所需花費之心力、課程內容的理解程度、願意投入的努力程度作為評量的五個向度，並於實驗教學結束後立即施測，由學習者根據自己學習過程的感受作勾選。數字愈小，表示感受愈弱；數字愈大，表示感受愈強。整個量表每個題目的最低分為1分，最高分為7分，本研究分別探討受測者在五個向度中的上課感受，其中上課意願、信心指數、投入努力為正向指標，數值愈高則代表學習者負荷愈低；困難度與花費心力為負向指標，數值愈高則代表學習者負荷也愈高。



## 第五節 資料分析

本節主要說明研究過程所使用的統計方法及工具，包含獨立樣本 T 檢定、Effect Size、Pearson 相關性分析、學習效率與投入分數。

### 一、獨立樣本 T 檢定

用以初步檢定實驗組與控制組之間的起始能力是否相同，於教學實驗前後的三階段測驗亦使用獨立樣本 T 檢定進行考驗，了解不同教學法對於學生在學習與學習保留成效上的差異；上課感受量表同樣使用獨立樣本 T 檢定來分析兩組的負荷量是否有顯著差異。

### 二、Effect Size

為證明接受不同教學法的實驗組與控制組其學習成效的差異，除了以統計考驗之外，還可以「效果值」(Effect size)來表示實驗的效果。Mayer(2009)使用 Cohen's d 值來當作 Effect size，其計算公式如下：

$$\text{Cohen's } d = \frac{M_1 - M_2}{\sigma_{\text{pooled}}}$$

$$\left( \sigma_{\text{pooled}} = \sqrt{\frac{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{2}} \right), M_1 - M_2 : \text{實驗組平均} - \text{控制組平均}, \sigma : \text{標準差}$$

Effect size 的值若小於 0.2 則是小效果，若為 0.5 左右即為中效果，若為 0.8 則屬大效果，倘若值大於 1 即是強效果(Mayer,2009)。

### 三、Pearson 相關性分析

為表示兩連續變項間關聯程度之指標，本研究以學習成效和上課意願感受量表的五個向度做相關性分析。兩兩之間相關係數的絕對值越高，表示變項間的關

係越密切。若係數值為正，表示二者間為正相關；若係數值為負，表示二個變項間為負相關。正相關所顯示的統計意涵為一個變項測量值的得分越高，另一個變項的測量值得分也越高；負相關所顯示的統計意涵為一個變項測量值的得分越高，另一個變項的測量值得分則越低(吳明隆，2007)。

#### 四、學習效率與投入分數

本研究在學習成效及上課感受之表現，透過獨立樣本 t 檢定可以了解實驗組與控制組之間的差異，但是學習成效及上課感受之間的關係卻無法在個別獨立的分析中得到結果。為此，學者 Paas 和 van Merriënboer (1993) 提出了視覺化的學習效率 (Instructional Efficiency) 公式及效率圖像 (Efficiency Graph)，利用任務表現分數與認知負荷量來清楚呈現學習者真正的學習成效(吳嘉惠，2011)。在本研究之任務表現分數為學習成就測驗的後測成績，認知負荷量為上課感受量表中「花費心力」的負荷量，將任務表現分數與認知負荷量化為 Z 分數，則  $Z_p$  為學習成效 Z 分數， $Z_c$  為認知負荷 Z 分數；再以認知負荷量為橫軸坐標，任務表現分數為縱軸坐標，如下圖 3-1，結合兩者可明確地判別學習效率為何 (Paas, et al., 2003; Paas & van Merriënboer, 1993)。計算公式如下：

$$E = \frac{Z_p - Z_c}{\sqrt{2}} \quad (Z = \frac{x - \bar{x}}{s}; Z_p : \text{學習成效 Z 分數}; Z_c : \text{認知負荷 Z 分數})$$

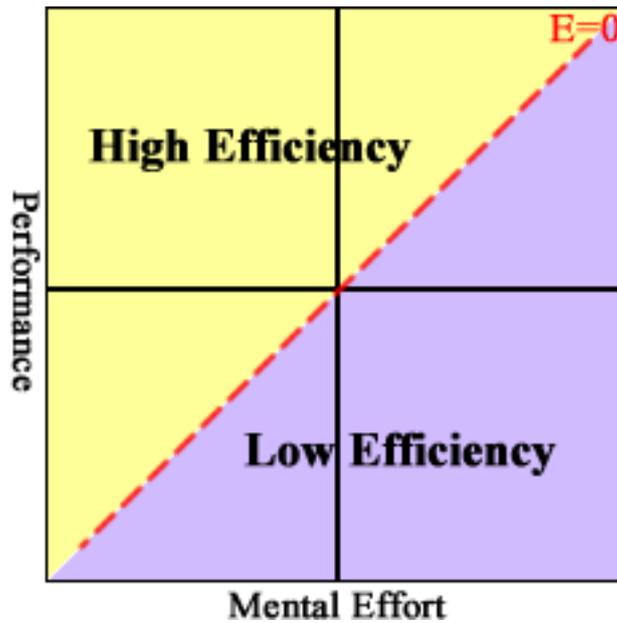


圖3-1 學習效率圖

資料來源：“Cognitive load measurement as a means to advance cognitive load theory.” by Paas, F., Tuovinen, J., Tabbers, H., & van Gerven, P., 2003, *Educational psychologist*, 38(1), 63-71. doi: 10.1207/S15326985EP3801\_8

左上區域代表學習者的任務表現高，認知負荷低，為高學習效率 (High-instructional Efficiency)；右下區域代表學習者的任務表現差，認知負荷又高，即為低學習效率 (Low-Instructional Efficiency)。Paas 和 van Merriënboer (1993) 認為這比單獨分析學習表現或認知負荷，更能清楚地反應出整體學習狀態。

Paas、Tuovinen、van Merriënboer 和 Darabi (2005) 認為個人的學習動機會帶動學習活動的認知分配，如果學習內容對於學習者已是學習過的、簡單的或無挑戰性的，那麼學習者將不會投入大量的心力去學習；換句話說，如果心力的付出被認為是一種能源浪費或者非成功的必要條件，學生便不會主動付出足夠的心力 (Paas, et al., 2005)。因此 Paas, 等人提出了學習投入分數 (Instructional Involvement Score) 的說法，這是基於動機、心智努力和表現是正相關的假設。計算公式如下：

$$I = \frac{Z_p + Z_c}{\sqrt{2}} \quad (Z = \frac{x - \bar{x}}{s}; Z_p : \text{學習成效 Z 分數}; Z_c : \text{認知負荷 Z 分數})$$

同樣以認知負荷量為橫軸坐標，任務表現分數為縱軸坐標，其視覺化圖像如下圖 3-2。座標圖之右上角區域表示高參與，左下角區塊表示低參與。

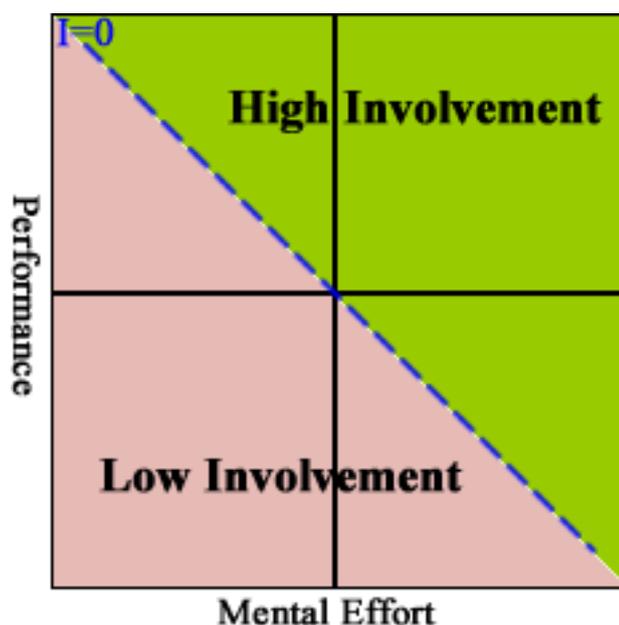


圖3-2 投入分數圖

資料來源：“A motivational perspective on the relation between mental effort and performance: Optimizing learner involvement in instruction.” by Paas, F., Tuovinen, J. E., van Merriënboer, J. J. G., & Aubteen Darabi, A., 2005, *Educational Technology Research and Development*, 53(3), 25-34. doi: 10.1007/BF02504795

結合學習效率與投入分數於同一座標平面，如圖 3-3， $E = 0$  和  $I = 0$  兩線垂直將平面分隔成四個區塊，如以  $E = 0$  為 x 軸， $I = 0$  為 y 軸，則第一象限為高效率高投入，第二象限為高效率低投入，第三象限為低效率低投入，第四象限為低

效率高投入。因此，第一象限為最理想狀態，第三象限為最不理想狀態 (Kalyuga, 2009)。

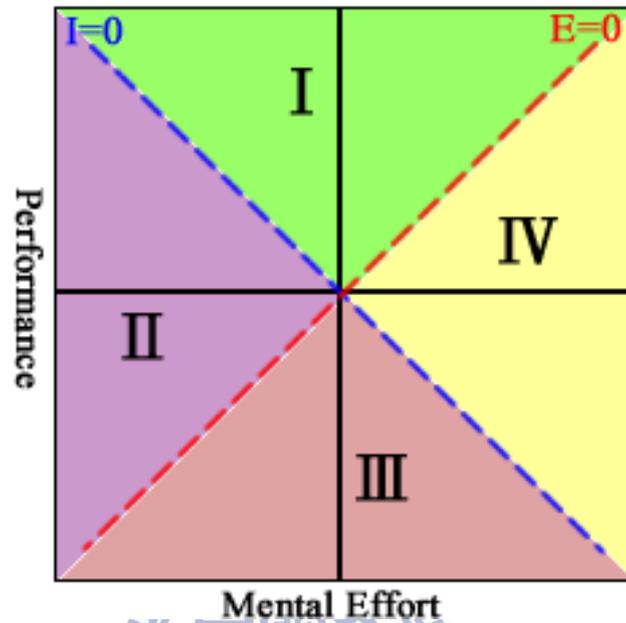


圖3-3 學習效率與投入分數綜合圖

資料來源：Kalyuga, S. (2009). *Managing Cognitive Load in Adaptive Multimedia Learning*. Hershey, PA: Information Science Reference.

## 第四章 研究結果與分析

本章旨在分析數位數學教學模式對國小學生學習代數之影響結果，研究者將實驗過程中所收集到的資料加以整理後，並進一步做統計上的分析與考驗，最後針對分析的結果進行討論。本章共分為三節，第一節為學習成效的分析；第二節為上課感受的分析；第三節為學習態度的分析。

### 第一節 不同教學模式對學生的學習成效分析

本節主要針對實驗組和控制組在接受不同的教學法之後，在等量公理概念的學習成效差異。

#### 一、整體學生學習成效分析

先分析實驗組與控制組整體學生在接受教學實驗後的學習成效與學習保留成效，藉以了解兩組學習成效上的差異。

由於成就測驗中，前半部內容屬於填充題的題型，無需使用等量公理格式記錄解題過程，且部分題型屬於五年級代數課程的舊經驗，包含文字符號的意義、未知數的列式等；後半部內容屬於計算及應用題的題型，需使用等量公理格式記錄解題過程，因此本研究在分析學習成效時將分為兩階段，第一階段為整體測驗的討論分析，第二階段為等量公理題型的討論分析。

#### (一) 實驗組與控制組學習成效分析

進行實驗之前，先利用獨立樣本  $t$  檢定考驗實驗組與控制組兩組在等量公理概念學習成就測驗前測的測驗分數平均，確定兩組學生在實驗前的立足點相同。兩樣本的平均數各為 23.16 和 24.97，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = .055， $p = .816 > .05$ ，未達顯著水準，即代表實驗組與控制組的離散情形無明顯差別。由假設變異數相等，其  $t$  值等於 -1.03、 $df = 62$ 、 $p = .307 > .05$ ，呈現考驗結果未達

顯著，因此兩組在前測的程度可視為相同。另外，由於認識等量公理及應用等量公理解題才是本次實驗教學著重的重點，因此在探討學習成效及保留成效時，除了分析實驗組和控制組在學習測驗平均成績的差異之外，再針對等量公理題型的部分進行分析。兩樣本在等量公理題型的平均數各為 9.56 和 10.28，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 =4.61， $p = .04 < .05$ ，達顯著水準，接受兩組不假設變異數相等，其  $t$  值等於 -0.75、 $df = 58$ 、 $p = .46 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著差異，且因  $t$  值為負，所以控制組成績平均明顯高於實驗組。檢定資料如表 4-1。

表4-1  
學習成就測驗前測成績獨立樣本  $t$  檢定摘要表

變項	610 實驗組 (n = 32)		605 控制組 (n = 32)		$t(62)$	$p$	95% CI		Cohen's $d$
	$M$	$SD$	$M$	$SD$			$LL$	$UL$	
前測	23.16	7.37	24.97	6.69	-1.03	.31	-5.33	1.71	-0.26
等量公理	9.56	3.33	10.28	4.27	-0.75	.46	-2.64	1.20	-0.19

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .



接受實驗處理之後，同樣利用獨立樣本  $t$  檢定考驗實驗組與控制組兩組在等量公理概念學習成就測驗後測的測驗分數平均。兩樣本的平均數各為 30.97 和 27.16，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 =1.580， $p = .214 > .05$ ，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其  $t$  值等於 2.04、 $df = 62$ 、 $p = .046 < .05$ ，呈現考驗結果達顯著差異，且因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均明顯高於控制組。在後測的等量公理題型的部分，同樣利用獨立樣本  $t$  檢定考驗實驗組與控制組兩組在後測的等量公理題型部分的測驗分數平均。兩樣本的平均數各為 19.41 和 15.78，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 =0.260， $p = .612 > .05$ ，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其  $t$  值等於 2.16、 $df = 62$ 、 $p = .035 < .05$ ，呈現考驗結果達顯著差異，且因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均仍明顯高於控制組。檢定資料如表

4-2。

表4-2  
學習成就測驗後測成績獨立樣本 *t* 檢定摘要表

變項	610 實驗組 (n = 32)		605 控制組 (n = 32)		<i>t</i> (62)	<i>p</i>	95% CI		Cohen's <i>d</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>			<i>LL</i>	<i>UL</i>	
前測	30.97	6.87	27.16	8.03	2.04	.046*	0.08	7.55	0.51
等量公理	19.41	6.47	15.78	6.98	2.16	.035*	0.26	6.99	0.54

\**p* < .05. \*\**p* < .01.

## (二) 實驗組與控制組學習保留成效分析

為確認在接受實驗處理之後，學生的學習效果是否有延續，因此利用獨立樣本 *t* 檢定考驗實驗組與控制組兩組在等量公理概念學習成就測驗延後測的測驗分數平均。兩樣本的平均數各為 31.41 和 28.25，變異數相等 Levene 檢定之 *F* 值 = 1.041，*p* = .312 > .05，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其 *t* 值等於 2.23、*df* = 62、*p* = .03 < .05，呈現考驗結果達顯著差異，且因 *t* 值為正，所以實驗組成績平均明顯高於控制組。在等量公理題型的部分，同樣利用獨立樣本 *t* 檢定考驗實驗組與控制組兩組在延後測的等量公理題型部分的測驗分數平均。兩樣本的平均數各為 18.47 和 14.47，變異數相等 Levene 檢定之 *F* 值 = 5.04，*p* = .03 < .05，達顯著水準，接受兩組不假設變異數相等，其 *t* 值等於 2.24、*df* = 59、*p* = .03 < .05，呈現考驗結果達顯著差異，且因 *t* 值為正，所以實驗組成績平均明顯高於控制組。檢定資料如表 4-3。

表4-3

學習成就測驗延後測成績獨立樣本 *t* 檢定摘要表

變項	610 實驗組 (n = 32)		605 控制組 (n = 32)		<i>t</i> (62)	<i>p</i>	95%	<i>CI</i>	Cohen's <i>d</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>			<i>LL</i>	<i>UL</i>	
成績	29.97	6.93	25.91	7.65	2.23	.030*	0.42	7.71	0.56
等量公理	17.34	6.45	13.31	6.75	2.44	.017*	0.73	7.33	0.61

\**p* < .05. \*\**p* < .01.

### (三) 整體學生學習成效分析摘要

如表 4-4，發現實驗組與控制組在未接受實驗處理前的前測成績無顯著差異，可視為程度相當；但在經過實驗處理後，不論是在後測或是等量公理題型的成績平均，實驗組的表現皆明顯優於控制組且達到顯著差異，而以整體受試樣本的 effect size 來看，在後測和等量公理題型分別為 0.51 和 0.54，表示在不同教學法的影響皆屬於中效果。

延後測的目的在於確認實驗組學生在經過教學實驗之後，仍能延續學習行為，而非僅是暫時的學習記憶。在上述的延後測分析中，可以發現兩組在延後測和等量公理題型的平均成績皆維持顯著差異，且實驗組成績仍明顯優於控制組，延續效果也較控制組為佳；而從整體受試樣本的 effect size 來看，延後測和等量公理題型分別為 0.56 和 0.61，表示不同教學法對學習成效的影響皆屬於中效果。

表4-4

整體學生學習成效與保留成效比較摘要表

變項	610 實驗組 (n = 32)		605 控制組 (n = 32)		<i>p</i>	Cohen's <i>d</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>		
前測成績	23.16	7.37	24.97	6.69	.31	
後測成績	30.97	6.87	27.16	8.03	.046*	0.51
延後測成績	29.97	6.93	25.91	7.65	.030*	0.56
前測等量公理成績	9.56	3.33	10.28	4.27	.46	
後測等量公理成績	19.41	6.47	15.78	6.98	.035*	0.54
延後測等量公理成績	17.34	6.45	13.31	6.75	.017*	0.61

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

## 二、不同成就分群學生學習成效分析

為了解不同教學法對不同成就分群學生的影響，將兩組上學期數學科段考平均的前 27% 為高分群，後 27% 為低分群，區分出高、中、低三個分群，並比較其學習成效與學習保留成效之差異。

### (一) 不同成就分群學生在實驗組和控制組的學習成效分析

為了探討實驗教學對於成就分群的學習成效，所以針對低、中、高分群去分析其前測、後測以及延後測的學習成就表現。首先對實驗組與控制組不同成就分群學生的前測比較，以確認兩組的立足點相同。利用獨立樣本 *t* 檢定考驗實驗組與控制組兩組的高分群學生在成就測驗前測的測驗分數平均，兩樣本的平均數各為 31.22 和 31.11，變異數相等 Levene 檢定之 *F* 值 = 1.15， $p = .30 > .05$ ，未達顯著水準，即代表實驗組與控制組的離散情形無明顯差別。由假設變異數相等，其 *t* 值等於 0.06、 $df = 16$ 、 $p = .96 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著，因此兩組高分群程度可視為相同；再檢測兩組中分群學生在成就測驗前測的測驗分數平均，兩樣本的平均數各為 22.86 和 25.57，變異數相等 Levene 檢定之 *F* 值 = 2.03， $p = .17 > .05$ ，未達顯著水準，即代表實驗組與控制組的離散情形無明顯差別。由

假設變異數相等，其  $t$  值等於-1.96、 $df=26$ 、 $p=.06 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著，因此兩組程度可視為相同；再檢測兩組低分群學生在成就測驗前測的測驗分數平均，兩樣本的平均數各為 15.56 和 17.89，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 =0.00， $p=1.00 > .05$ ，未達顯著水準，即代表實驗組與控制組的離散情形無明顯差別。由假設變異數相等，其  $t$  值等於-0.85、 $df=16$ 、 $p=.41 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著，因此兩組程度可視為相同，檢定資料如表 4-5。

表4-5  
不同成就分群學生前測成績獨立樣本  $t$  檢定摘要表

變項	610 實驗組		605 控制組		$t$	$p$	95% $CI$		Cohen's $d$
	$M$	$SD$	$M$	$SD$			$LL$	$UL$	
高分群	31.22	4.74	31.11	3.44	0.06	.96	-4.03	4.250	0.03
中分群	22.86	3.28	25.57	4.01	-1.96	.06	-5.56	0.13	-0.74
低分群	15.56	5.68	17.89	6.01	-0.85	.41	-8.18	3.51	-0.40

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

再進行兩組不同成就分群學生於前測等量公理題型的差異比較。兩組高分群學生的平均數各為 14.22 和 14.67，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = 2.00， $p=.18 > .05$ ，未達顯著水準，即代表實驗組與控制組的離散情形無明顯差別。由假設變異數相等，其  $t$  值等於-0.60、 $df=16$ 、 $p=.56 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著，因此兩組高分群程度可視為相同；兩組中分群學生的平均數各為 9.36 和 10.43，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 =8.50， $p=.01 < .05$ ，達顯著水準，接受兩組不假設變異數相等，其  $t$  值等於-1.17、 $df=19$ 、 $p=.26 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著，因此兩組中分群程度可視為相同；兩組低分群學生的平均數各為 5.89 和 5.67，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 =0.001， $p=.97 > .05$ ，未達顯著水準，即代表實驗組與控制組的離散情形無明顯差別。由假設變異數相等，其  $t$  值等於 0.17、 $df=16$ 、 $p=.87 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著，因此兩組低分群程度可視為相同，

檢定資料如表 4-6。

表4-6

不同成就分群學生前測等量公理題型獨立樣本 *t* 檢定摘要表

變項	610 實驗組		605 控制組		<i>t</i>	<i>p</i>	95% <i>CI</i>		Cohen's <i>d</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>			<i>LL</i>	<i>UL</i>	
高分群	14.22	1.79	14.67	1.32	-0.60	.56	-2.02	1.13	-0.28
中分群	9.36	1.55	10.43	3.06	-1.17	.26	-2.99	0.84	-0.44
低分群	5.89	2.67	5.67	2.87	0.17	.87	-2.55	2.99	0.08

\**p* < .05. \*\**p* < .01.

在接受實驗處理後，同樣利用獨立樣本 *t* 檢定考驗實驗組與控制組兩組不同成就分群學生在學習成就測驗後測的測驗分數平均。高分群學生的平均數各為 37.22 和 35.44，變異數相等 Levene 檢定之 *F* 值 = 2.279，*p* = .151 > .05，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其 *t* 值等於 1.73、*df* = 16、*p* = .102 > .05，呈現考驗結果未達顯著差異，但因 *t* 值為正，所以實驗組成績平均仍高於控制組；中分群學生的平均數各為 32.14 和 27.86，變異數相等 Levene 檢定之 *F* 值 = 4.952，*p* = .035 < .05，達顯著水準，接受兩組不假設變異數相等，其 *t* 值等於 2.22、*df* = 21、*p* = .037 < .05，呈現考驗結果達顯著差異，且因 *t* 值為正，所以實驗組成績平均明顯高於控制組；低分群學生的平均數各為 22.89 和 19.22，變異數相等 Levene 檢定之 *F* 值 = 0.133，*p* = .720 > .05，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其 *t* 值等於 1.37、*df* = 16、*p* = .190 > .05，呈現考驗結果未達顯著差異，但因 *t* 值為正，所以實驗組成績平均仍高於控制組。檢定資料如表 4-7。

表4-7

不同成就分群學生後測成績獨立樣本  $t$  檢定摘要表

變項	610 實驗組		605 控制組		$t$	$p$	95% $CI$		Cohen's $d$
	$M$	$SD$	$M$	$SD$			$LL$	$UL$	
高分群	37.22	1.79	35.44	2.51	1.73	.102	-0.40	3.95	0.82
中分群	32.14	3.68	27.86	6.21	2.22	.037*	0.27	8.30	0.84
低分群	22.89	5.99	19.22	5.36	1.37	.190	-2.01	9.34	0.65

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

在後測的等量公理題型的部分，同樣利用獨立樣本  $t$  檢定考驗實驗組與控制組兩組不同成就分群學生在後測的等量公理題型部分的測驗分數平均。兩組高分群學生的平均數各為 25.44 和 23.22，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 =2.742， $p = .135 > .05$ ，達顯著水準，接受兩組不假設變異數相等，其  $t$  值等於 1.40、 $df = 16$ 、 $p = .18 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著差異，但因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均明顯高於控制組。兩組中分群學生的平均數各為 20.43 和 15.14，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 =0.940， $p = .341 > .05$ ，達顯著水準，接受兩組不假設變異數相等，其  $t$  值等於 2.54、 $df = 26$ 、 $p = .017 < .05$ ，呈現考驗結果達顯著差異，且因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均明顯高於控制組。兩組低分群學生的平均數各為 11.78 和 9.33，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 =0.005， $p = .943 > .05$ ，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其  $t$  值等於 2.14、 $df = 16$ 、 $p = .048 < .05$ ，呈現考驗結果達顯著差異，且因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均明顯高於控制組。檢定資料如表 4-8。

表4-8

不同成就分群學生後測等量公理題型獨立樣本  $t$  檢定摘要表

變項	610 實驗組		605 控制組		$t$	$p$	95% $CI$		Cohen's $d$
	$M$	$SD$	$M$	$SD$			$LL$	$UL$	
高分群	25.44	2.74	23.22	3.90	1.40	.181	-1.15	5.59	0.66
中分群	20.43	4.88	15.14	6.05	2.54	.017*	1.02	9.56	0.96
低分群	11.78	2.73	9.33	2.06	2.14	.048*	0.03	4.86	1.01

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

## (二) 不同成就分群學生在實驗組和控制組的學習保留成效分析

為了解不同成就分群學生學習效果的延續，因此利用獨立樣本  $t$  檢定考驗兩組在等量公理概念學習成就測驗延後測的測驗平均分數。兩組高分群學生的平均數各為 35.89 和 33.78，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = 0.290， $p = .597 > .05$ ，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其  $t$  值等於 1.57、 $df = 16$ 、 $p = .136 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著，但因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均明顯高於控制組。兩組中分群學生的平均數各為 31.50 和 26.43，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = 1.207， $p = .282 > .05$ ，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其  $t$  值等於 2.93、 $df = 26$ 、 $p = .007 < .05$ ，呈現考驗結果達顯著，且因  $t$  值為正，實驗組成績平均明顯高於控制組。兩組低分群學生的平均數各為 21.11 和 17.22，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = 0.519， $p = .482 > .05$ ，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其  $t$  值等於 1.75、 $df = 16$ 、 $p = .100 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著差異，但因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均仍高於控制組。檢定資料如表 4-9。

表4-9

不同成就分群學生延後測成績獨立樣本  $t$  檢定摘要表

變項	610 實驗組		605 控制組		$t$	$p$	95% $CI$		Cohen's $d$
	$M$	$SD$	$M$	$SD$			$LL$	$UL$	
高分群	35.89	3.22	33.78	2.44	1.57	.136	-0.74	4.96	0.74
中分群	31.50	4.07	26.43	5.03	2.93	.007**	1.51	8.63	1.11
低分群	21.11	4.48	17.22	4.94	1.75	.100	-0.83	8.61	0.82

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

在延後測的等量公理題型的部分，同樣利用獨立樣本  $t$  檢定考驗兩組不同成就分群學生在延後測的等量公理題型部分的測驗平均分數。兩組高分群學生的平均數各為 23.78 和 21.11，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = 0.20， $p = .888 > .05$ ，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其  $t$  值等於 1.80、 $df = 16$ 、 $p = .091 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著差異，但因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均仍高於控制組。中分群學生的平均數各為 17.64 和 13.43，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = 15.314， $p = .001 < .05$ ，達顯著水準，接受兩組不假設變異數相等，其  $t$  值等於 2.84、 $df = 18$ 、 $p = .011 < .05$ ，呈現考驗結果達顯著差異，且因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均明顯高於控制組。兩組低分群學生的平均數各為 9.11 和 6.44，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = 0.136， $p = .718 > .05$ ，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其  $t$  值等於 1.89、 $df = 16$ 、 $p = .077 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著差異，但因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均仍高於控制組。檢定資料如表 4-10。

表4-10

不同成就分群學生延後測等量公理題型獨立樣本 *t* 檢定摘要表

變項	610 實驗組		605 控制組		<i>t</i>	<i>p</i>	95% <i>CI</i>		Cohen's <i>d</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>			<i>LL</i>	<i>UL</i>	
高分群	23.78	3.31	21.11	2.98	1.80	.091	-0.48	5.81	0.85
中分群	17.64	2.34	13.43	5.03	2.84	.011*	1.10	7.33	1.07
低分群	9.11	3.37	6.44	2.55	1.89	.077	-0.32	5.66	0.89

\**p* < .05. \*\**p* < .01.

### (三) 成就分群學生學習成效分析摘要

如表 4-11，實驗組與控制組的高分群學生在未接受實驗處理前的前測成績無顯著差異，可視為程度相當；但經過實驗處理後，在後測或是延後測的成績平均，實驗組的表現雖高於控制組，但都沒有達到顯著差異，而以兩組高分群受試樣本的 effect size 來看，皆屬於中大效果。

表4-11

高分群學生學習成效與保留成效比較表

變項	610 實驗組 (n=9)		605 控制組 (n=9)		<i>p</i>	Cohen's <i>d</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>		
前測成績	31.22	4.74	31.11	3.44	.96	
後測成績	37.22	1.79	35.44	2.51	.102	0.82
延後測成績	35.89	3.22	33.78	2.44	.136	0.74
前測等量公理成績	14.22	1.79	14.67	1.32	.56	
後測等量公理成績	25.44	2.74	23.22	3.90	.181	0.66
延後測等量公理成績	23.78	3.31	21.11	2.98	.091	0.85

\**p* < .05. \*\**p* < .01.

如表 4-12，實驗組與控制組的中分群學生在未接受實驗處理前的前測成績無顯著差異，可視為程度相當；但經過實驗處理後，在後測或是延後測的成績平均，實驗組的表現皆高於控制組，且都有達到顯著差異，而以兩組中分群受試樣本的

effect size 來看，皆屬於大效果以上。

表4-12

中分群學生學習成效與保留成效比較表

變項	610 實驗組 (n = 14)		605 控制組 (n = 14)		<i>p</i>	Cohen's <i>d</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>		
前測成績	22.86	3.28	25.57	4.01	.06	
後測成績	32.14	3.68	27.86	6.21	.037*	0.84
延後測成績	31.50	4.07	26.43	5.03	.007**	1.11
前測等量公理成績	9.36	1.55	10.43	3.06	.26	
後測等量公理成績	20.43	4.88	15.14	6.05	.017*	0.96
延後測等量公理成績	17.64	2.34	13.43	5.03	.011*	1.07

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

如表 4-13，實驗組與控制組的低分群學生在未接受實驗處理前的前測成績無顯著差異，可視為程度相當；但經過實驗處理後，在後測或是延後測的成績平均，實驗組的表現雖高於控制組，但只有後測等量公理題型有達顯著差異外，其餘皆無，而以兩組低分群受試樣本的 effect size 來看，都有達到中偏大以上的效果。

表4-13

低分群學生學習成效與保留成效比較表

變項	610 實驗組 (n = 9)		605 控制組 (n = 9)		<i>p</i>	Cohen's <i>d</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>		
前測成績	15.56	5.68	17.89	6.01	.41	
後測成績	22.89	5.99	19.22	5.36	.190	0.65
延後測成績	21.11	4.48	17.22	4.94	.100	0.82
前測等量公理成績	5.89	2.67	5.67	2.87	.87	
後測等量公理成績	11.78	2.73	9.33	2.06	.048*	1.01
延後測等量公理成績	9.11	3.37	6.44	2.55	.077	0.89

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

從成就測驗的獨立樣本  $t$  檢定和 effect size 來看，數位數學教學模式對於中分群學生有明顯的影響，而對於高、低分群的學生，從學習成就來看雖無明顯差異，但是效果值卻有中大效果。研究結果顯示數位數學教學模式可以提升中分群學生的數學能力，比傳統教學模式更能達到教學的效果；至於高分群學生因為學習能力較一般同儕強，因此不同的教學法對他們的學習表現沒有明顯的影響；低分群學生雖僅在後測等量公理題型達顯著差異，但從效果值來看，數位數學教學模式對低分群學生在等量公理概念的學習仍有影響。

### 三、數學能力分析

為了解「數位數學教學模式」和「傳統教學模式」在 NAEP 數學評量架構的教學成效，因此針對實驗組與控制組在數學能力的概念、程序、解題三個向度進行探討。

#### (一) 實驗組與控制組在數學能力的學習成效分析

首先比較實驗組與控制組學生前測，確認兩組的立足點相同。利用獨立樣本  $t$  檢定考驗實驗組與控制組兩組在前測的測驗分數平均。兩組在概念性題型的平均數各為 9.47 和 10.28，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = .46， $p = .50 > .05$ ，未達顯著水準，即代表實驗組與控制組的離散情形無明顯差別。由假設變異數相等，其  $t$  值等於 -1.26、 $df = 62$ 、 $p = .21 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著，因此兩組程度可視為相同。兩組在程序性題型的平均數各為 7.00 和 7.44，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = .25， $p = .62 > .05$ ，未達顯著水準，即代表實驗組與控制組的離散情形無明顯差別。由假設變異數相等，其  $t$  值等於 -0.72、 $df = 62$ 、 $p = .47 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著，因此兩組程度可視為相同。兩組在解題題型的平均數各為 6.69 和 7.25，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = .33， $p = .57 > .05$ ，未達顯著水準，即代表實驗組與控制組的離散情形無明顯差別。由假設變異數相等，其  $t$  值等於 -0.66、 $df = 62$ 、 $p = .51 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著，因此兩組程度可視

為相同。檢定資料如表 4-14。

表4-14

數學能力前測成績獨立樣本 *t* 檢定摘要表

變項	610 實驗組 (n = 32)		605 控制組 (n = 32)		<i>t</i> (62)	<i>p</i>	95% CI		Cohen's <i>d</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>			<i>LL</i>	<i>UL</i>	
概念	9.47	2.85	10.28	2.28	-1.26	.21	-2.10	0.48	-0.32
程序	7.00	2.37	7.44	2.47	-0.72	.47	-1.65	0.77	-0.18
解題	6.69	3.40	7.25	3.42	-0.66	.51	-2.27	1.14	-0.16

\**p* < .05. \*\**p* < .01.

接著考驗兩組在等量公理題型的立足點是否相同。因「等量公理概念」學習成就測驗的概念性題型未包含等量公理相關計算題型，故僅依程序性題型及解題題型來觀察學生在等量公理題型的程度是否相當。同樣利用獨立樣本 *t* 檢定考驗實驗組與控制組在前測等量公理題型的測驗分數平均。兩組在程序性題型的平均數各為 6.00 和 6.09，變異數相等 Levene 檢定之 *F* 值 = .96，*p* = .33 > .05，未達顯著水準，即代表實驗組與控制組的離散情形無明顯差別。由假設變異數相等，其 *t* 值等於 -0.18、*df* = 62、*p* = .86 > .05，呈現考驗結果未達顯著差異，因此兩組程度可視為相同。兩組在解題題型的平均數各為 3.75 和 4.19，變異數相等 Levene 檢定之 *F* 值 = .41，*p* = .52 > .05，未達顯著水準，即代表實驗組與控制組的離散情形無明顯差別。由假設變異數相等，其 *t* 值等於 -0.74、*df* = 62、*p* = .46 > .05，呈現考驗結果未達顯著，因此兩組程度可視為相同。檢定資料如表 4-15。

表4-15

數學能力前測等量公理題型成績獨立樣本 *t* 檢定摘要表

變項	610 實驗組 (n = 32)		605 控制組 (n = 32)		<i>t</i> (62)	<i>p</i>	95% CI		Cohen's <i>d</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>			<i>LL</i>	<i>UL</i>	
程序	6.00	2.02	6.09	2.22	-0.18	.86	-1.15	0.97	-0.04
解題	3.75	2.27	4.19	2.44	-0.74	.46	-1.62	0.74	-0.19

\**p* < .05. \*\**p* < .01.

在接受實驗處理之後，同樣利用獨立樣本 *t* 檢定考驗實驗組與控制組兩組在後測的測驗分數平均。兩組在概念性題型的平均數各為 12.00 和 10.94，變異數相等 Levene 檢定之 *F* 值 = .018，*p* = .90 > .05，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其 *t* 值等於 1.56、*df* = 62、*p* = .12 > .05，呈現考驗結果未達顯著差異，且因 *t* 值為正，所以實驗組成績平均明顯高於控制組。兩組程序性題型的平均數各為 8.47 和 7.50，變異數相等 Levene 檢定之 *F* 值 = 4.50，*p* = .038 < .05，達顯著水準，接受兩組不假設變異數相等，其 *t* 值等於 1.95、*df* = 57、*p* = .057 > .05，呈現考驗結果未達顯著差異，但因 *t* 值為正，所以實驗組成績平均仍高於控制組。兩組解題題型的平均數各為 10.50 和 8.72，變異數相等 Levene 檢定之 *F* 值 = 2.686，*p* = .106 > .05，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其 *t* 值等於 1.98、*df* = 62、*p* = .053 > .05，呈現考驗結果未達顯著差異，但因 *t* 值為正，所以實驗組成績平均仍高於控制組。檢定資料如表 4-16。

表4-16

數學能力後測成績獨立樣本 *t* 檢定摘要表

變項	610 實驗組 (n = 32)		605 控制組 (n = 32)		<i>t</i> (62)	<i>p</i>	95% CI		Cohen's <i>d</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>			<i>LL</i>	<i>UL</i>	
概念	12.00	2.81	10.94	2.65	1.56	.12	-0.30	2.43	0.39
程序	8.47	1.68	7.50	2.26	1.95	.057	-0.03	1.97	0.49

解題 10.50 3.24 8.72 3.94 1.98 .053 -0.02 3.58 0.49

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

在後測等量公理的部分，同樣利用獨立樣本  $t$  檢定考驗實驗組與控制組在後測等量公理題型的測驗分數平均。兩組在程序性題型的平均數各為 9.50 和 7.97，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = 1.331， $p = .253 > .05$ ，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其  $t$  值等於 2.06、 $df = 62$ 、 $p = .044 < .05$ ，呈現考驗結果達顯著差異，且因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均明顯高於控制組。兩組在解題題型的平均數各為 9.84 和 7.56，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = 3.279， $p = .075 > .05$ ，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其  $t$  值等於 2.07、 $df = 62$ 、 $p = .043 < .05$ ，呈現考驗結果達顯著差異，且因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均明顯高於控制組。檢定資料如表 4-17。

表4-17

數學能力後測等量公理題型成績獨立樣本  $t$  檢定摘要表

變項	610 實驗組 (n = 32)		605 控制組 (n = 32)		$t(62)$	$p$	95% CI		Cohen's $d$
	$M$	$SD$	$M$	$SD$			$LL$	$UL$	
程序	9.50	2.78	7.97	3.16	2.06	.044*	0.04	3.02	0.51
解題	9.84	3.98	7.56	4.82	2.07	.043*	0.07	4.49	0.52

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

## (二) 實驗組與控制組在數學能力的學習保留成效分析

為了解兩組學生學習效果的延續，因此利用獨立樣本  $t$  檢定考驗兩組在延後測數學能力的測驗分數平均。兩組在概念性題型的平均數各為 11.50 和 10.41，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = .747， $p = .39 > .05$ ，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其  $t$  值等於 1.83、 $df = 62$ 、 $p = .07 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯

著，但因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均仍高於控制組。兩組在程序性題型的平均數各為 8.25 和 7.47，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 =1.007， $p = .319 > .05$ ，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其  $t$  值等於 1.53、 $df = 62$ 、 $p = .131 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著，但因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均仍高於控制組。兩組在解題題型的平均數各為 10.06 和 8.03，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 =.258， $p = .614 > .05$ ，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其  $t$  值等於 2.28、 $df = 62$ 、 $p = .026 < .05$ ，呈現考驗結果達顯著差異，且因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均明顯高於控制組。檢定資料如表 4-18。

表4-18

數學能力延後測概念性題型成績獨立樣本  $t$  檢定摘要表

變項	610 實驗組 (n = 32)		605 控制組 (n = 32)		$t(62)$	$p$	95% CI		Cohen's $d$
	$M$	$SD$	$M$	$SD$			$LL$	$UL$	
概念	11.50	2.48	10.41	2.31	1.83	.07	-0.10	2.29	0.46
程序	8.25	1.95	7.47	2.12	1.53	.131	-0.24	1.80	0.38
解題	10.06	3.49	8.03	3.64	2.28	.026*	0.25	3.81	0.57

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

接著測試兩組學生在等量公理題型的數學能力表現。由於概念性題型無等量公理相關計算題型，故僅就程序及解題題型做比較。在延後測等量公理題型的部分，同樣利用獨立樣本  $t$  檢定考驗實驗組與控制組在延後測等量公理題型的數學能力測驗分數平均。兩組在程序性題型的平均數各為 8.47 和 7.19，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 =2.09， $p = .153 > .05$ ，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其  $t$  值等於 1.80、 $df = 62$ 、 $p = .076 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著差異，但因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均仍高於控制組。兩組在解題題型的平均數各為 9.06 和 6.91，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 =.778， $p = .381 > .05$ ，未達顯

著水準，接受兩組假設變異數相等，其  $t$  值等於 1.95、 $df = 62$ 、 $p = .056 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著差異，但因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均仍高於控制組。檢定資料如表 4-19。

表4-19

數學能力延後測等量公理題型成績獨立樣本  $t$  檢定摘要表

變項	610 實驗組 (n = 32)		605 控制組 (n = 32)		$t(62)$	$p$	95% CI		Cohen's $d$
	$M$	$SD$	$M$	$SD$			$LL$	$UL$	
程序	8.47	2.64	7.19	3.03	1.80	.076	-0.14	2.70	0.45
解題	9.06	4.27	6.91	4.57	1.95	.056	-0.06	4.37	0.49

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

### (三) 數學能力分析摘要

依據表 4-20 的結果顯示，實驗組與控制組在概念性題型的後測及延後測皆無顯著差異，且 effect size 皆屬於中偏小的效果，表示對於兩組學生而言，不同的教學設計對於概念性題型的學習成效無明顯的影響。推測應是概念性題型在展演的過程中，由於教材內在交互作用較低，對學習者的認知負荷較小，因此教材的設計對於學習者在概念性題型的表現相對來說影響不明顯。

表4-20

概念性題型學習成效與保留成效比較表

變項	610 實驗組 (n = 32)		605 控制組 (n = 32)		$p$	Cohen's $d$
	$M$	$SD$	$M$	$SD$		
前測成績	9.47	2.85	10.28	2.28	.21	
後測成績	12.00	2.81	10.94	2.65	.12	0.39
延後測成績	11.50	2.48	10.41	2.31	.07	0.46

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

依據表 4-21 的結果顯示，兩組學生在後測及延後測的程序性題型雖無顯著差異，然而在後測等量公理題型方面有達顯著差異，且 effect size 屬於中效果，表示對於兩組學生而言，不同的教學法對於程序性題型在等量公理的學習成效有明顯的影響。

表4-21  
程序性題型學習成效與保留成效比較表

變項	610 實驗組		605 控制組		<i>p</i>	Cohen's <i>d</i>
	(n = 32)		(n = 32)			
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>		
前測成績	7.00	2.37	7.44	2.47	.47	
後測成績	8.47	1.68	7.50	2.26	.057	0.49
延後測成績	8.25	1.95	7.47	2.12	.131	0.38
前測等量公理成績	6.00	2.02	6.09	2.22	.86	
後測等量公理成績	9.50	2.78	7.97	3.16	.044*	0.51
延後測等量公理成績	8.47	2.64	7.19	3.03	.076	0.45

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .



依據表 4-22 的結果顯示，兩組學生在解題部分的後測等量公理題型及延後測成績皆呈現顯著差異，且 effect size 屬於中效果，表示對於兩組學生而言，不同的教學設計對於學生在解題題型的學習成效有明顯的影響。

表4-22  
解題題型學習成效與保留成效比較表

變項	610 實驗組		605 控制組		<i>p</i>	Cohen's <i>d</i>
	(n = 32)		(n = 32)			
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>		
前測成績	6.69	3.40	7.25	3.42	.51	
後測成績	10.50	3.24	8.72	3.94	.053	0.49
延後測成績	10.06	3.49	8.03	3.64	.026*	0.57
前測等量公理成績	3.75	2.27	4.19	2.44	.46	

後測等量公理成績	9.84	3.98	7.56	4.82	.043*	0.52
延後測等量公理成績	9.06	4.27	6.91	4.57	.056	0.49

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

從成就測驗的獨立樣本 t 檢定和 effect size 來看，數位數學教學模式對於概念性題型的部分無顯著差異，且效果亦不明顯，推論是因為這部分的題目大多屬於舊經驗的內容，學生在五年級時便已學習過，因此雖以不同教學法展演，仍可從平均分數發現有差異，但整體而言影響不大；而程序性題型及解題題型皆呈部分顯著差異，且 effect size 屬於中效果，推論原因應為此兩類題型大多屬於新教材的內容，因此在接受不同的教學法之後，數位數學教學模式相對於傳統教學模式的優勢就會明顯呈現出來，因此有較好的學習成效。

#### 四、複雜度分析

為了解「數位數學教學模式」和「傳統教學模式」在 NAEP 數學評量架構的教學成效，除了採用 NAEP 在 2003 年以前的數學能力進行探討之外，另外再加入 2005 年後評量架構的另一框架—「複雜度」來對實驗組與控制組進行分析討論。

##### (一) 實驗組與控制組在不同複雜度的學習成效分析

首先以實驗組與控制組學生在不同複雜度題型的前測比較，確認兩組的立足點相同。利用獨立樣本 t 檢定考驗實驗組與控制組在前測不同複雜度題型的測驗分數平均，兩組在低階複雜度的平均數各為 17.34 和 18.69，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = .11， $p = .74 > .05$ ，未達顯著水準，即代表實驗組與控制組的離散情形無明顯差別。由假設變異數相等，其  $t$  值等於 -1.46、 $df = 62$ 、 $p = .15 > .05$ ，因此兩組程度可視為相同。兩組在中階複雜度題型的平均數各為 4.03 和 4.50，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = 1.25， $p = .27 > .05$ ，未達顯著水準，即代表實

驗組與控制組的離散情形無明顯差別。由假設變異數相等，其  $t$  值等於-0.61、 $df = 62$ 、 $p = .54 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著，因此兩組程度可視為相同。兩組在高階複雜度題型的平均數各為 1.78 和 1.78，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = .00， $p = 1.00 > .05$ ，未達顯著水準，即代表實驗組與控制組的離散情形無明顯差別。由假設變異數相等，其  $t$  值等於.00、 $df = 62$ 、 $p = 1.00 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著，因此兩組程度可視為相同，檢定資料如表 4-23。

表4-23

前測不同複雜度成績獨立樣本  $t$  檢定摘要表

變項	610 實驗組 (n = 32)		605 控制組 (n = 32)		$t(62)$	$p$	95% CI		Cohen's $d$
	$M$	$SD$	$M$	$SD$			$LL$	$UL$	
低	17.34	3.99	18.69	3.36	-1.46	.15	-3.19	0.50	-0.36
中	4.03	2.92	4.50	3.22	-0.61	.54	-2.01	1.07	-0.15
高	1.78	1.70	1.78	1.62	0.00	1.00	-0.83	0.83	0.00

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

在等量公理題型的部分，同樣利用獨立樣本  $t$  檢定考驗實驗組與控制組在前測等量公理不同複雜度題型的測驗分數平均。兩組在低階複雜度的平均數均為 5.56，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = .02， $p = .88 > .05$ ，未達顯著水準，即代表實驗組與控制組的離散情形無明顯差別。由假設變異數相等，其  $t$  值等於.00、 $df = 62$ 、 $p = 1.00 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著差異，因此兩組程度可視為相同。兩組在中階複雜度題型的平均數各為 3.56 和 3.84，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = 2.36， $p = .13 > .05$ ，未達顯著水準，即代表實驗組與控制組的離散情形無明顯差別。由假設變異數相等，其  $t$  值等於-0.38、 $df = 62$ 、 $p = .70 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著差異，因此兩組程度可視為相同。兩組在高階複雜度題型的平均數各為 0.63 和 0.88，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = 3.56， $p = .06 > .05$ ，未達

顯著水準，即代表實驗組與控制組的離散情形無明顯差別。由假設變異數相等，其  $t$  值等於-1.03、 $df = 62$ 、 $p = .31 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著差異，因此兩組程度可視為相同。檢定資料如表 4-24。

表4-24

前測等量公理題型不同複雜度成績獨立樣本  $t$  檢定摘要表

變項	610 實驗組 (n = 32)		605 控制組 (n = 32)		$t(62)$	$p$	95% CI		Cohen's $d$
	$M$	$SD$	$M$	$SD$			$LL$	$UL$	
低	5.56	0.95	5.56	1.05	0.00	1.00	-0.50	0.50	0.00
中	3.56	2.68	3.84	3.16	-0.38	.70	-1.75	1.18	-0.10
高	0.63	0.94	0.88	1.01	-1.03	.31	-0.74	0.24	-0.26

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

在接受實驗處理之後，同樣利用獨立樣本  $t$  檢定考驗實驗組與控制組在後測不同複雜度題型的測驗分數平均。兩組在低階複雜度題型成績的平均數各為 20.91 和 29.22，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = 0.453， $p = .503 > .05$ ，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其  $t$  值等於 1.87、 $df = 62$ 、 $p = .067 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著差異，但因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均仍高於控制組。兩組在中階複雜度題型成績的平均數各為 6.97 和 5.41，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = 2.497， $p = .119 > .05$ ，達顯著水準，接受兩組不假設變異數相等，其  $t$  值等於 2.32、 $df = 62$ 、 $p = .023 > .05$ ，呈現考驗結果達顯著差異，且因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均明顯高於控制組。兩組在高階複雜度題型成績的平均數各為 3.09 和 2.53，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = 1.564， $p = .216 > .05$ ，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其  $t$  值等於 1.25、 $df = 62$ 、 $p = .216 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著差異，但因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均仍高於控制組。檢定資料如表 4-25。

表4-25

後測不同複雜度成績獨立樣本  $t$  檢定摘要表

變項	610 實驗組 (n = 32)		605 控制組 (n = 32)		$t(62)$	$p$	95% CI		Cohen's $d$
	$M$	$SD$	$M$	$SD$			$LL$	$UL$	
低	20.91	3.42	19.22	3.80	1.87	.067	-0.12	3.49	0.47
中	6.97	2.46	5.41	2.91	2.32	.023*	0.22	2.91	0.58
高	3.09	1.65	2.53	1.93	1.25	.216	-0.34	1.46	0.31

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

在後測等量公理題型的部分，同樣利用獨立樣本  $t$  檢定考驗實驗組與控制組在後測等量公理不同複雜度題型的測驗分數平均。兩組在低階複雜度題型成績的平均各為 8.56 和 7.66，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = 4.792， $p = .032 < .05$ ，未達顯著水準，接受兩組不假設變異數相等，其  $t$  值等於 1.73、 $df = 55$ 、 $p = .09 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著，但因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均仍高於控制組。兩組在中階複雜度題型的成績平均各為 8.53 和 6.22，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = .841， $p = .363 > .05$ ，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其  $t$  值等於 2.13、 $df = 62$ 、 $p = .037 < .05$ ，呈現考驗結果達顯著差異，且因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均明顯高於控制組。兩組在高階複雜度題型成績的平均各為 2.25 和 1.66，變異數相等 Levene 檢定之  $F$  值 = 0.724， $p = .398 > .05$ ，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其  $t$  值等於 1.79、 $df = 62$ 、 $p = .078 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著差異，但因  $t$  值為正，所以實驗組成績平均仍高於控制組。檢定資料如表 4-26。

表4-26

後測等量公理題型不同複雜度成績獨立樣本 *t* 檢定摘要表

變項	610 實驗組 (n = 32)		605 控制組 (n = 32)		<i>t</i> (55)	<i>p</i>	95% CI		Cohen's <i>d</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>			<i>LL</i>	<i>UL</i>	
低	8.56	1.68	7.66	2.44	1.73	.090	-0.15	1.96	0.43
中	8.53	4.11	6.22	4.55	2.13	.037*	0.15	4.48	0.53
高	2.25	1.24	1.66	1.41	1.79	.078	-0.07	1.26	0.45

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

## (二) 實驗組與控制組在不同複雜度的學習保留成效分析

為了解兩組學生學習效果的延續，因此利用獨立樣本 *t* 檢定考驗兩組在延後測不同複雜度題型的測驗分數平均。兩組在低階複雜度題型成績的平均各為 20.63 和 19.19，變異數相等 Levene 檢定之 *F* 值 = 0.047， $p = .829 > .05$ ，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其 *t* 值等於 1.67、 $df = 62$ 、 $p = .100 > .05$ ，呈現考驗結果未達顯著，但因 *t* 值為正，所以實驗組成績平均仍高於控制組。兩組在中階複雜度題型成績的平均各為 6.31 和 4.81，變異數相等 Levene 檢定之 *F* 值 = 2.344， $p = .131 > .05$ ，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其 *t* 值等於 2.03、 $df = 62$ 、 $p = .047 < .05$ ，呈現考驗結果達顯著差異，且因 *t* 值為正，所以實驗組成績平均明顯高於控制組。兩組在高階複雜度題型成績的平均數各為 2.81 和 1.91，變異數相等 Levene 檢定之 *F* 值 = 0.194， $p = .662 > .05$ ，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其 *t* 值等於 2.14、 $df = 62$ 、 $p = .036 < .05$ ，呈現考驗結果達顯著差異，且因 *t* 值為正，所以實驗組成績平均明顯高於控制組。檢定資料如表 4-27。

表4-27

延後測不同複雜度成績獨立樣本 *t* 檢定摘要表

變項	610 實驗組 (n = 32)		605 控制組 (n = 32)		<i>t</i> (62)	<i>p</i>	95% CI		Cohen's <i>d</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>			<i>LL</i>	<i>UL</i>	
低	20.63	3.30	19.19	3.58	1.67	.100	-0.28	3.16	0.42
中	6.31	2.72	4.81	3.18	2.03	.047*	0.02	2.98	0.51
高	2.81	1.73	1.91	1.65	2.14	.036*	0.06	1.75	0.54

\**p* < .05. \*\**p* < .01.

在延後測等量公理的部分，同樣利用獨立樣本 *t* 檢定考驗實驗組與控制組在延後測等量公理不同複雜度題型的測驗分數平均。兩組在低階複雜度題型成績的平均數各為 8.31 和 7.53，變異數相等 Levene 檢定之 *F* 值 = 1.013，*p* = .318 > .05，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其 *t* 值等於 1.51、*df* = 62、*p* = .136 > .05，呈現考驗結果未達顯著差異，但因 *t* 值為正，所以實驗組成績平均仍高於控制組。兩組在中階複雜度題型成績的平均數各為 6.88 和 4.75，變異數相等 Levene 檢定之 *F* 值 = 0.249，*p* = .620 > .05，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其 *t* 值等於 2.27、*df* = 62、*p* = .027 < .05，呈現考驗結果達顯著差異，且因 *t* 值為正，所以實驗組成績平均明顯高於控制組。兩組在高階複雜度題型成績的平均數均為 1.78，變異數相等 Levene 檢定之 *F* 值 = .00，*p* = 1.00 > .05，未達顯著水準，即代表實驗組與控制組的離散情形無明顯差別。由假設變異數相等，其 *t* 值等於 .00、*df* = 62、*p* = 1.00 > .05，呈現考驗結果未達顯著，因此兩組程度可視為相同，檢定資料如表 4-28。

表4-28

延後測等量公理題型不同複雜度成績獨立樣本 *t* 檢定摘要表

變項	610 實驗組 (n = 32)		605 控制組 (n = 32)		<i>t</i> (62)	<i>p</i>	95%	<i>CI</i>	Cohen's <i>d</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>			<i>LL</i>	<i>UL</i>	
低	8.31	1.89	7.53	2.23	1.51	.136	-0.25	1.81	0.38
中	6.88	3.74	4.75	3.74	2.27	.027*	0.26	3.99	0.57
高	1.78	1.29	1.34	1.43	1.29	.203	-0.24	1.12	0.32

\**p* < .05. \*\**p* < .01.

### (三) 複雜度分析摘要

從表 4-29 發現，實驗組與控制組在低階複雜度題型的學習成效與學習保留成效皆無顯著差異，且 effect size 皆屬於中偏小的效果，表示對於兩組學生而言，不同的教學法對於低階複雜度題型的學習成效無明顯的影響。

表4-29

低階複雜度題型學習成效與保留成效比較表

變項	610 實驗組 (n = 32)		605 控制組 (n = 32)		<i>p</i>	Cohen's <i>d</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>		
前測成績	17.34	3.99	18.69	3.36	.15	
後測成績	20.91	3.42	19.22	3.80	.067	0.47
延後測成績	20.63	3.30	19.19	3.58	.100	0.42
前測等量公理成績	5.56	0.95	5.56	1.05	1.00	
後測等量公理成績	8.56	1.68	7.66	2.44	.090	0.43
延後測等量公理成績	8.31	1.89	7.53	2.23	.136	0.38

\**p* < .05. \*\**p* < .01.

從表 4-30 發現，兩組學生在中階複雜度題型的後測、延後測及等量公理題型皆呈現顯著差異，且 effect size 屬於中效果，表示對於兩組學生而言，不同的教學設計對於中階複雜度題型在等量公理的學習成效有明顯的影響。

表4-30

中階複雜度題型學習成效與保留成效比較表

變項	610 實驗組		605 控制組		<i>p</i>	Cohen's <i>d</i>
	(n = 32)		(n = 32)			
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>		
前測成績	4.03	2.92	4.50	3.22	.54	
後測成績	6.97	2.46	5.41	2.91	.023*	0.58
延後測成績	6.31	2.72	4.81	3.18	.047*	0.51
前測等量公理成績	3.56	2.68	3.84	3.16	.70	
後測等量公理成績	8.53	4.11	6.22	4.55	.037*	0.53
延後測等量公理成績	6.88	3.74	4.75	3.74	.027*	0.57

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

從表 4-31 發現，兩組學生僅在高階複雜度題型的延後測呈現顯著差異，且 effect size 屬於中效果，其他皆無顯著差異，效果值也普遍屬於中偏小，表示對於兩組學生而言，不同的教學設計對於高階複雜度題型在等量公理的學習成效無明顯的影響。

表4-31

高階複雜度題型學習成效與保留成效比較表

變項	610 實驗組		605 控制組		<i>p</i>	Cohen's <i>d</i>
	(n = 32)		(n = 32)			
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>		
前測成績	1.78	1.70	1.78	1.62	1.00	
後測成績	3.09	1.65	2.53	1.93	.216	0.31
延後測成績	2.81	1.73	1.91	1.65	.036*	0.54
前測等量公理成績	0.63	0.94	0.88	1.01	.31	
後測等量公理成績	2.25	1.24	1.66	1.41	.078	0.45
延後測等量公理成績	1.78	1.29	1.34	1.43	.203	0.32

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

從成就測驗的獨立樣本 t 檢定和 effect size 的結果來看，數位數學教學模式對於低階複雜度題型的後測及延後測皆無顯著差異，推論是因為這部分的內容困難度較小，對於大多數的學生而言學習過程負荷較低，因此不同教學法對學生的影響不大；而在中階複雜度題型的後測及延後測表現呈現顯著差異，且 effect size 屬於中偏大效果，推論應為題目難度較高，且題目多屬於新教材的範圍，因此在接受不同的教學法之後，數位數學教學模式相對於傳統教學模式的優勢就會明顯呈現出來；高階複雜度題型對學生本身的認知能力而言複雜度及困難度都比較高，儘管實驗組學生在此題型的平均仍高於控制組，但兩組在學習成效和學習保留成效幾乎無顯著差異。



## 第二節 不同教學模式對學生的上課感受分析

本節主要針對實驗組和控制組在接受不同的教學法之後，在學習等量公理概念過程中上課感受的差異，以及學習成就與上課感受之間的關係。

### 一、整體學生上課感受分析

#### (一) 實驗組與控制組上課感受分析

接受實驗處理之後，利用獨立樣本 t 檢定考驗實驗組與控制組兩組在等量公理概念的上課感受五個面向的影響。兩樣本的五個面向在變異數相等 Levene 檢定的  $p$  值皆大於 .05，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其中「上課意願」在雙尾顯著性  $p = .005 < .05$ ，「困難度」在雙尾顯著性  $p = .039 < .05$ ，兩者考驗結果皆達顯著差異，表示實驗組在此二面向明顯高於控制組。其他三個面向因雙尾顯著性  $p$  皆大於 .05，因此實驗組與控制組在其他面向皆無明顯差異。檢定資料如錯誤! 找不到參照來源。

表4-32

整體學生上課感受各面向獨立樣本 t 檢定摘要表

變項	610 實驗組 (n = 32)		605 控制組 (n = 32)		$t(62)$	$p$	95% $LL$	$CI$ $UL$
	$M$	$SD$	$M$	$SD$				
上課意願	4.81	1.20	3.88	1.39	2.890	.005**	0.289	1.586
困難度	4.38	1.52	5.13	1.31	-2.113	.039*	-1.460	-0.040
花費心力	4.53	1.14	5.06	1.05	-1.947	.056	-1.077	0.014
理解程度	4.56	1.37	4.09	1.28	1.417	.162	-0.193	1.130
投入努力	5.22	1.36	4.59	1.27	1.901	.062	-0.032	1.282

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

## (二) 實驗組與控制組的學習效率與投入分數分析

從前述分析來看，僅僅探討學習成效或上課感受的分析結果，無法窺得兩者之間的關聯，也就是說，同樣學習成效的學習者，有可能因為在認知負荷量上的差異，而在學習效率和投入分數上有所不同。因此，我們以學者所提之學習效率 (Paas & Merriënboer, 1994) 和投入分數 (Paas, 2005) 將學習成效和認知負荷結合分析，其中的認知負荷量，Paas 等學者 (Paas & Merrienboer, 1994; J. Sweller, et al., 1998) 以「投入心力」與「感受到的困難度」兩項作為負荷評定之方法，故本研究的認知負荷量採量表中「花費心力」之負荷量為依據，將此面向在量表中所得之分數為  $Z_c$ ，學生的學習成效後測分數為  $Z_p$ ，整體學生在學習效率和投入分數的整理如**錯誤! 找不到參照來源。**。

表4-33  
整體學生學習效率和投入分數數值表(後測為 Y 軸)

	$Z_p$ (Y)	$Z_c$ (X)	$E$	$I$
610 實驗組	0.249	-0.238	0.344	0.008
605 控制組	-0.249	0.238	-0.344	-0.008

註： $Z_p$  = 學習成效後測 Z 分數， $Z_c$  = 認知負荷花費心力 Z 分數， $E$  = 學習效率， $I$  = 投入分數

就整體而言，實驗組在學習效率和投入分數的表現都優於控制組，將上表以視覺化圖像表示，如**錯誤! 找不到參照來源。**。

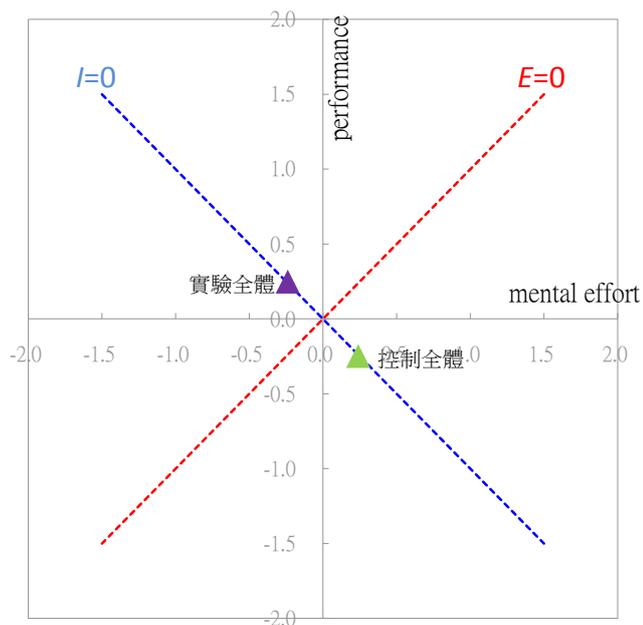


圖4-1 整體學生學習效率和投入分數圖(後測為 Y 軸)

由於後測內容包括用文字符號列式並求值、等式概念、認識等量公理及應用等量公理解題，前二者的內容偏重過去舊經驗的複習，認識等量公理及應用等量公理解題才是本次實驗教學著重的重點。因此除了分析整體的後測和上課感受之間的關聯之外，再來分析等量公理題型的得分和上課感受之間的關聯，以比較兩者之間的差異。

同樣以上課感受量表中「花費心力」所得之分數為  $Z_c$ ，學生的學習成效後測等量公理題型分數為  $Z_p$ ，整體學生在學習效率和投入分數的整理如**錯誤！找不到參照來源。**

表4-34

整體學生學習效率和投入分數數值表(等量公理題型為 Y 軸)

	$Z_p$ (Y)	$Z_c$ (X)	$E$	$I$
610 實驗組	0.262	-0.238	0.354	0.017
605 控制組	-0.262	0.238	-0.354	-0.017

註： $Z_p$  = 學習成效後測等量公理題型 Z 分數， $Z_c$  = 認知負荷花費心力 Z 分數， $E$  =

學習效率， $I$ =投入分數

就整體而言，實驗組在學習效率和投入分數的表現都優於控制組，將上表以視覺化圖像表示，如**錯誤！找不到參照來源。**。

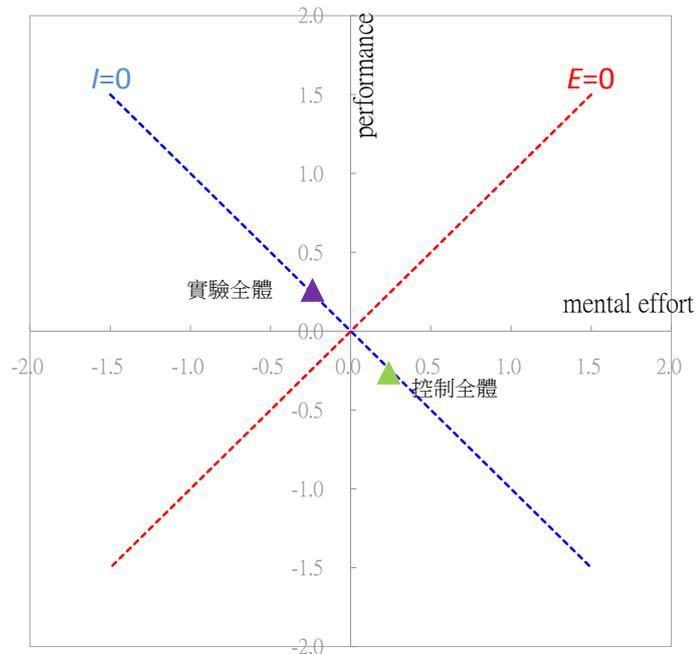


圖4-2 整體學生學習效率和投入分數圖(等量公理題型為 Y 軸)

依據以上分析，分別以後測或等量公理題型得分作為  $Z_p$ ，以上課感受量表中「花費心力」之負荷量為  $Z_c$  所得之結果並無不同，顯示對整體學生而言，接受數位數學教學模式的學生其學習效率較高，且投入之心力也較多，而接受傳統教學模式的學生學習效率較差，也較不願意投入心力學習，因此可以得知接受數位數學教學模式的學生在學習效率和投入分數的表現較接受傳統教學模式的學生為佳。

## 二、不同成就分群學生上課感受分析

### (一) 高分群學生在實驗組和控制組的上課感受分析

同樣利用獨立樣本 t 檢定考驗實驗組與控制組兩組的高分群學生在等量公理

概念的上課感受五個面向的影響。兩組高分群學生的五個面向在變異數相等 Levene 檢定的  $p$  值皆大於 .05，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，其中「花費心力」在雙尾顯著性  $p = .029 < .05$ ，呈現考驗結果達顯著差異，表示實驗組在此面向明顯高於控制組。其他四個面向因雙尾顯著性  $p$  值皆大於 .05，因此實驗組與控制組在其他面向皆無明顯差異。檢定資料如**錯誤! 找不到參照來源**。

表4-35  
高分群學生上課感受各面向獨立樣本 t 檢定摘要表

變項	610 實驗組 (n = 9)		605 控制組 (n = 9)		$t(16)$	$p$	95% CI	
	$M$	$SD$	$M$	$SD$			$LL$	$UL$
上課意願	4.89	1.27	4.44	1.24	0.753	.463	-0.807	1.696
困難度	3.00	1.22	4.22	1.39	-1.976	.066	-2.534	0.089
花費心力	3.56	0.88	4.56	0.88	-2.405	.029*	-1.881	-0.119
理解程度	5.67	1.22	5.56	0.53	0.250	.807	-0.869	1.091
投入努力	5.78	0.67	5.44	1.01	0.824	.422	-0.524	1.191

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

## (二) 中分群學生在實驗組和控制組的上課感受分析

利用獨立樣本 t 檢定考驗實驗組與控制組兩組的中分群學生在等量公理概念上課感受五個面向的影響。兩組中分群學生的五個面向在變異數相等 Levene 檢定的  $p$  值皆大於 .05，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，而「上課意願」、「花費心力」、「理解程度」、「投入努力」雙尾顯著性  $p$  值皆小於 .05，呈現考驗結果達顯著差異，表示實驗組在這四個面向皆明顯高於控制組。檢定資料如**錯誤! 找不到參照來源**。

表4-36

中分群學生上課感受各面向獨立樣本 t 檢定摘要表

變項	610 實驗組 (n = 14)		605 控制組 (n = 14)		t(26)	p	95% CI	
	M	SD	M	SD			LL	UL
上課意願	5.07	1.07	3.71	1.14	3.247	.003**	0.498	2.216
困難度	4.36	1.22	5.14	1.03	-1.847	.076	-1.660	0.089
花費心力	4.50	0.85	5.29	1.07	-2.148	.041*	-1.538	-0.034
理解程度	4.64	0.84	3.64	1.08	2.730	.011*	0.247	1.753
投入努力	5.64	1.01	4.36	1.15	3.144	.004**	0.445	2.126

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

### (三) 低分群學生在實驗組和控制組的上課感受分析

利用獨立樣本 t 檢定考驗實驗組與控制組兩組的低分群學生在等量公理概念五個面向的認知負荷量。兩樣本的五個面向在變異數相等 Levene 檢定的  $p$  值皆大於 .05，未達顯著水準，接受兩組假設變異數相等，所有面向因雙尾顯著性  $p$  值皆大於 .05，因此實驗組與控制組在全部面向皆無明顯差異。檢定資料如**錯誤!**找不到參照來源。。

表4-37

低分群學生上課感受各面向獨立樣本 t 檢定摘要表

變項	610 實驗組 (n = 9)		605 控制組 (n = 9)		t(16)	p	95% CI	
	M	SD	M	SD			LL	UL
上課意願	4.33	1.32	3.56	1.81	1.041	.314	-0.807	2.362
困難度	5.78	0.83	6.11	0.93	-0.802	.434	-1.215	0.548
花費心力	5.56	0.88	5.22	1.09	0.712	.487	-0.659	1.326
理解程度	3.56	1.33	3.33	0.87	0.419	.681	-0.901	1.346
投入努力	4.00	1.66	4.11	1.36	-0.155	.879	-1.629	1.406

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

#### (四) 成就分群學生在實驗組和控制組的學習效率與投入分數分析

同樣以上課感受量表中「花費心力」之負荷量為依據，將此面向在量表中所得之分數為  $Z_c$ ，學生的學習成效後測分數為  $Z_p$ ，整體學生在學習效率和投入分數的整理如**錯誤! 找不到參照來源。**。

表4-38

不同成就分群學習效率和投入分數數值表(後測為 Y 軸)

	$Z_p$ (Y)	$Z_c$ (X)	$E$	$I$
實驗組高分群	1.065	-1.113	1.540	-0.034
實驗組中分群	0.402	-0.266	0.473	0.096
實驗組低分群	-0.806	0.680	-1.051	-0.089
控制組高分群	0.746	-0.216	0.681	0.374
控制組中分群	-0.223	0.438	-0.467	0.153
控制組低分群	-1.284	0.381	-1.178	-0.639

註： $Z_p$ =學習成效後測 Z 分數， $Z_c$ =認知負荷花費心力 Z 分數， $E$ =學習效率， $I$ =投入分數

將實驗組與控制組依學習成就分成高、中、低三個分群，並以其學習效率和投入分數交互比較後發現，在學習效率部分，實驗組高分群 > 控制組高分群 > 實驗組中分群 > 控制組中分群 > 實驗組低分群 > 控制組低分群；在投入分數部分，控制組高分群 > 控制組中分群 > 實驗組中分群 > 實驗組高分群 > 實驗組低分群 > 控制組低分群。將上表以視覺化圖像表示，如**錯誤! 找不到參照來源。**。

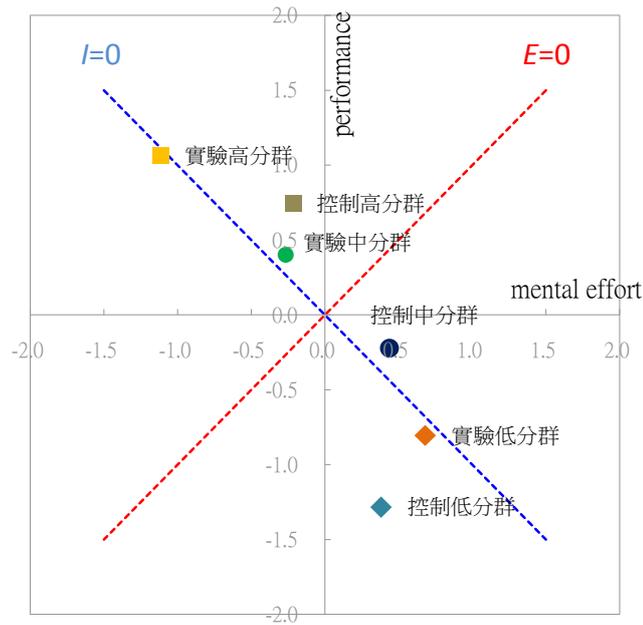


圖4-3 不同成就分群學習效率和投入分數圖(後測為 Y 軸)

為了解後測的等量公理題型和認知負荷的關聯，同樣以上課感受量表「花費心力」之負荷量為依據，以此面向在量表中所獲得之分數為  $Z_c$ ，學生的學習成效後測等量公理題型分數為  $Z_p$ ，整體學生在學習效率和投入分數的整理如**錯誤！找不到參照來源。**

表4-39

不同成就分群學習效率和投入分數數值表(等量公理題型為 Y 軸)

	$Z_p$ (Y)	$Z_c$ (X)	$E$	$I$
實驗組高分群	1.135	-1.113	1.589	0.015
實驗組中分群	0.410	-0.266	0.478	0.102
實驗組低分群	-0.841	0.680	-1.075	-0.113
控制組高分群	0.814	-0.216	0.728	0.422
控制組中分群	-0.354	0.438	-0.560	0.059
控制組低分群	-1.194	0.381	-1.114	-0.575

註： $Z_p$ =學習成效後測 Z 分數， $Z_c$ =認知負荷花費心力 Z 分數， $E$ =學習效率， $I$

=投入分數

再將兩組的三個成就分群，將其學習效率和投入分數比較後發現，在學習效率部分，實驗組高分群>控制組高分群>實驗組中分群>控制組中分群>實驗組低分群>控制組低分群；在投入分數部分，控制組高分群>實驗組中分群>控制組中分群>實驗組高分群>實驗組低分群>控制組低分群。將上表以視覺化圖像表示，如錯誤! 找不到參照來源。。

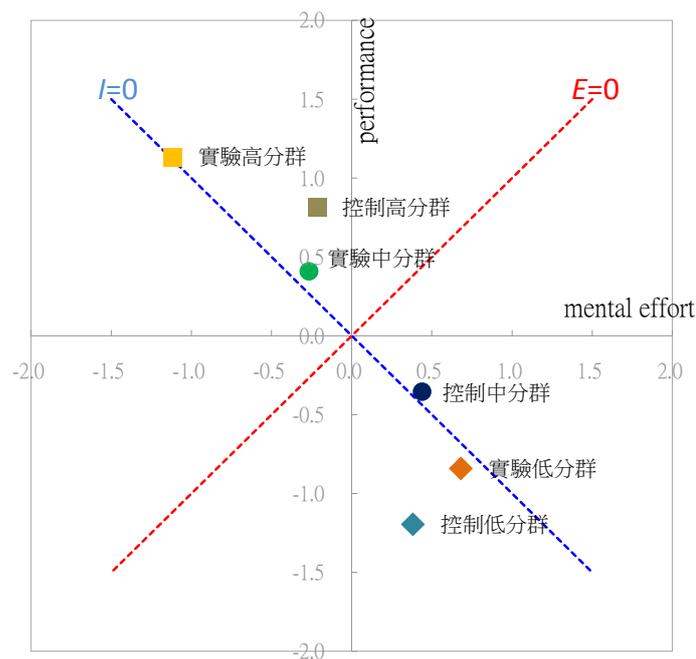


圖4-4 不同成就分群學習效率和投入分數圖(等量公理為 Y 軸)

綜合以上資料分析結果，顯示以「數位數學教學模式」和「傳統教學模式」進行教學，對於高分群學生僅在「花費心力」的負荷量有顯著差異，中分群學生在「上課意願」、「花費心力」、「理解程度」、「投入努力」五個負荷量皆達顯著差異，低分群學生的負荷量在各面向皆無顯著差異。

從成就分群的學習效率與投入分數來看，實驗組高分群、控制組高分群及實驗組中分群的學生學習效率較好，且投入之心力也較多，而在實驗組低分群、控制組中分群及控制組低分群的學習效率較差，也較不願意在學習上投入太多心力。相較之下可發現中分群學生的學習效率與投入分數在實驗組表現明顯優於控制

組。而高分群和低分群的學生在學習效率的部分，實驗組的表現皆高於控制組，在投入分數的部分，雖互有高下，但無損其在學習成效上的表現。表示以整體學生而言，「數位數學教學模式」確實比「傳統教學模式」更適合做為一般課堂教學的教學法。

### 三、學習成效與上課感受相關性分析

統計分析中，求二個連續變項間的關係，可採用 Pearson 積差相關。若二個變項間相關係數的絕對值越高，關係越密切。如果積差相關係數值為正，表示二者間為正相關；如果積差相關係數值為負，表示二個變項間為負相關。(吳明隆，2007)。

在本研究中，以上課感受量表中的五個面向及後測成績為連續變項進行相關性分析，其相關係數的強度判定如表 4-40。

表4-40  
相關係數的強度大小與意義



相關係數範圍（絕對值）	變項關聯程度
1.00	完全相關
.70 至.99	高度相關
.40 至.69	中度相關
.10 至.39	低度相關
.10 以下	微弱或無相關

資料來源：邱皓政（2007）。*量化研究法(二)：統計原理與分析技術*(頁 15-13)。

台北市：雙葉書廊。

### (一) 數位數學教學模式的學習成效與上課感受相關性分析

實驗組學生在上課感受量表各題項的相關係數矩陣中，如表 4-41、表 4-42 可明顯觀察到，後測或等量公理題型的得分與「困難度」和「花費心力」呈中度以上負相關、而與「理解程度」和「投入努力」呈中度以上正相關，表示在上完課之後，越覺得上課內容是容易且學習時用的心力較少的學習者，其理解與努力程度就越高，後測得分也就越高。

上課意願與「困難度」呈中度負相關，與「理解程度」呈中度正相關，表示上課意願越高的學習者，越覺得上課內容是容易的，對課程的理解程度也就越高。

困難度與「花費心力」呈中度正相關、而與「理解程度」和「投入努力」呈中度以上負相關，表示在上完課之後，越覺得上課內容是容易的學習者，其感受到花費的心力就越少，相對的理解的程度就越高，也就更願意努力學習。

花費心力與「理解程度」呈中度負相關，代表在學習過程中，感受到花費的心力越少的學習者，其對上課內容的理解程度就越高。

理解程度與「投入努力」呈中度正相關，代表在學習過程中，對上課內容的理解程度越高的學習者，就越願意努力學習。

表4-41

實驗組後測得分和上課感受各面向相關係數矩陣

	0.	1.	2.	3.	4.	5.
0.後測得分	—					
1.上課意願	.432*	—				
2.困難度	-.706**	-.490*	—			
3.花費心力	-.589**	-.161	.629**	—		
4.理解程度	.782**	.576**	-.758**	-.552**	—	

5.投入努力	.635**	.282	-.493**	-.286	.487**	—
--------	--------	------	---------	-------	--------	---

註：\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

表4-42

實驗組等量公理題型得分和上課感受各面向相關係數矩陣

	0.	1.	2.	3.	4.	5.
0.等量公理題型得分	—					
1.上課意願	.321	—				
2.困難度	-.755**	-.490*	—			
3.花費心力	-.654**	-.161	.629**	—		
4.理解程度	.791**	.576**	-.758**	-.552**	—	
5.投入努力	.525**	.282	-.493**	-.286	.487**	—

註：\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

## (二) 傳統教學模式的學習成效與上課感受相關性分析

控制組學生在上課感受量表各題項的相關係數矩陣中，如表 4-43、表 4-44 可明顯觀察到，後測或等量公理題型的得分與「困難度」呈中度負相關、而與「理解程度」呈中度以上正相關，表示在上完課之後，越覺得上課內容是容易的學習者，其理解的程度就越高，後測得分也就越高。

上課意願與「困難度」呈中度負相關，與「理解程度」和「投入努力」呈中度正相關，表示上課意願越高的學習者，越覺得上課內容是容易的，因此對課程的理解程度就越高，也就更願意努力學習。

困難度與「理解程度」和「投入努力」呈中度負相關，表示在上完課之後，越覺得上課內容是容易的學習者，其理解的程度就越高，也就更願意努力學習。

花費心力與「理解程度」呈中度負相關，代表在學習過程中，感受到花費的心力越少的學習者，其對上課內容的理解程度就越高。

理解程度與「投入努力」呈中度正相關，代表在學習過程中，對上課內容的理解程度越高的學習者，就越願意努力學習。

表4-43  
控制組後測得分和上課感受各面向相關係數矩陣

	0.	1.	2.	3.	4.	5.
0.後測得分	—					
1.上課意願	.295	—				
2.困難度	-.580**	-.434*	—			
3.花費心力	-.435*	-.106	.299	—		
4.理解程度	.686**	.498**	-.564**	-.487**	—	
5.投入努力	.311	.503**	-.453**	.069	.462**	—

註：\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

表4-44  
控制組等量公理題型得分和上課感受各面向相關係數矩陣

	0.	1.	2.	3.	4.	5.
0.等量公理題型得分	—					
1.上課意願	.377*	—				
2.困難度	-.553**	-.434*	—			
3.花費心力	-.356*	-.106	.299	—		
4.理解程度	.750**	.498**	-.564**	-.487**	—	
5.投入努力	.311	.503**	-.453**	.069	.462**	—

註：\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ .

綜上所述，可以發現兩個不同教學法的上課感受量表相關係數矩陣的關聯性

分析結果相似，後測得分與「困難度」接近高度負相關、與「花費心力」接近中度負相關、而與「理解程度」則接近高度正相關；困難度與「理解程度」呈中度以上負相關。就整體而言，本研究在上課感受的五個面向中，上課意願、理解程度和投入努力皆與學習成就呈正相關，困難度和花費心力與學習成就呈負相關，因此，若要降低學生的認知負荷來提高學習成效，則須降低困難度和花費心力的負荷量，此亦符合 Paas 等學者以「投入心力」與「感受到的困難度」作為負荷評定(Paas & Merrienboer, 1994; J. Sweller, et al., 1998)的說法。



### 第三節 數位數學教學模式對學習態度的影響

本節在探討數位數學教學模式對於實驗組學生數學學習態度的影響。首先，實驗組學生在接受數位數學教學模式後，全部 32 位學生均接受數位數學教學模式的學習態度量表調查，在填寫完問卷後接著進行晤談。晤談大綱是採半結構式，晤談對象則是從高、中、低分群裡挑選出正、負向回饋學生各一名來進行晤談，以了解實驗組學生在接受數位數學教學模式之後，對其數學的學習態度之影響。

#### 一、數學學習態度分析

本研究之數位數學教學模式學習問卷主要題項共計八大題，每一大題裡另有 4 小題，學生依每大題所填答的項目，再選擇填答其中的 2 小題。勾選「完全同意」者給 5 分、「同意」給 4 分，「尚可」給 3 分，「不同意」給 2 分、「完全不同意」給 1 分。學生於每大題所填答的結果記錄統計如表 4-45。

研究者發現在八個大題裡「完全同意」和「同意」的平均百分比分別為 33.2% 和 34%，加總起來為 67.2%，發現「數位數學教學模式」對於實驗組學生在情意方面的影響大致上是正向的。另外，填答「尚可」的百分比為 24.6%、「不同意」為 9.8%、「完全不同意」的百分比則為 2.3%，顯示不認同的學生人數僅佔全體人數約一成左右。

表4-45

實驗組數位數學教學模式學習態度量表統計表

題號	題目	百分比					平均數
		完全同意	同意	尚可	不同意	完全不同意	
1	上完這幾堂數學課，我會更想要學習數學。	40.6%	18.8%	25.0%	12.5%	3.1%	3.81
2	如果以後都能像這樣上課，我會比較想要上數學課。	37.5%	28.1%	18.8%	12.5%	3.1%	3.84
3	我比較喜歡這樣上數學課的方式。	31.3%	34.4%	21.9%	9.4%	3.1%	3.81
4	這幾堂數學課，上課時我會更注意上課內容。	37.5%	34.4%	15.6%	12.5%	0.0%	3.97
5	這幾堂數學課，上課時我會更專心認真上課。	31.3%	40.6%	18.8%	6.3%	3.1%	3.91
6	這幾堂數學課，上課時我會更積極參與上課。	25.0%	40.6%	21.9%	9.4%	3.1%	3.75
7	我覺得這幾堂數學課的上課模式，可以幫助我更容易了解等量公理的概念、計算和解題。	43.8%	31.3%	18.8%	6.3%	0.0%	4.13
8	這幾堂數學課，我覺得非常輕鬆自在。	18.8%	43.8%	28.1%	9.4%	0.0%	3.72
	總平均	33.2%	34.0%	21.1%	9.8%	2.0%	3.87

由表 4-46 可發現高達 59.4% 的學生認為在接受數位數學教學模式時，會更想要學習數學。然而，也有 15.6% 的學生認為接受數位數學教學模式並不會讓他們更想學習數學。再深入探討學生會更想要學習數學的原因，其中有 59.4% 的學生認為是因為老師使用電腦來教學；另外有 53.1 % 的學生認為因為上課時可以和

老師或同學討論並說出自己的想法，此二選項皆有超過半數且百分比差異不大，顯示資訊融入與課堂溝通皆為增加學生學習動機的因素。

表4-46

學習態度量表統計表(1)

題號	題目	完全同意	同意	尚可	不同意	完全不同意	平均數
1	上完這幾堂數學課，我會更想要學習數學。	40.6%	18.8%	25.0%	12.5%	3.1%	3.81
(1)	我會更想學習數學，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	37.5%	21.9%	21.9%	3.1%	0.0%	3.47
(2)	我會更想學習數學，主要是因為上課時老師會和我們溝通討論並說出自己的想法。	15.6%	37.5%	21.9%	9.4%	0.0%	3.13
(3)	我不會更想學習數學，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	0.0%	0.0%	0.0%	6.3%	9.4%	0.22
(4)	我不會更想學習數學，主要是因為上課時我需要和老師溝通討論並說出自己的想法。	0.0%	6.3%	6.3%	3.1%	0.0%	0.50

由表 4-47 可發現接近 65.6% 的學生認為在接受數位數學教學模式時，會更想要上數學課。然而，也有 15.6% 的學生認為接受數位數學教學模式並不會讓他們更想上數學課。再深入探討學生會更想要上數學課的原因，其中有 59.4% 的學生認為是因為老師使用電腦來教學；另外有 46.9 % 的學生認為因為上課時可以和老師或同學討論並說出自己的想法；相較之下這選項明顯人數較少，研究者依上課狀況推論應是學生雖肯定課堂溝通有助學習，然而部分學生不喜歡與老師溝通，害怕會緊張或擔心講錯丟臉，儘管如此，同意的學生依舊佔整體學生的多數，顯

示資訊融入與課堂溝通能增加數學課學習動機為大部分學生所認同。

表4-47

學習態度量表統計表(2)

題號	題目	完全同意	同意	尚可	不同意	完全不同意	平均數
2	如果以後都能像這樣上課，我會比較想要上數學課。	37.5%	28.1%	18.8%	12.5%	3.1%	3.84
(1)	我會比較想要上數學課，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	28.1%	31.3%	25.0%	0.0%	0.0%	3.41
(2)	我會比較想要上數學課，主要是因為上課時老師會和我們溝通討論並可以說出自己的想法。	21.9%	25.0%	37.5%	0.0%	0.0%	3.22
(3)	我不會比較想要上數學課，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	3.1%	0.0%	0.0%	12.5%	0.0%	0.41
(4)	我不會比較想要上數學課，主要是因為上課時我需要和老師溝通討論並說出自己的想法。	0.0%	6.3%	3.1%	3.1%	3.1%	0.44

由表 4-48 可發現高達 65.7% 的學生認為在接受數位數學教學模式時，會比較喜歡這樣的上課方式。然而，也有 12.5% 的學生認為接受數位數學教學模式並不會讓他們喜歡這樣的上課方式。再深入探討學生會喜歡這樣上課方式的原因，其中有 59.4% 的學生認為是因為老師使用電腦來教學，另外有 50 % 的學生認為因為上課時可以和老師或同學討論並說出自己的想法，顯示資訊融入和課堂溝通都能讓大多數的學生更喜歡這樣的上課方式，且認為資訊融入較課堂溝通影響為大的學生人數較多。

表4-48

學習態度量表統計表(3)

題號	題目	完全同意	同意	尚可	不同意	完全不同意	平均數
8	我比較喜歡這樣上數學課的方式。	31.3%	34.4%	21.9%	9.4%	3.1%	3.81
(1)	我比較喜歡這樣上數學課的方式，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	31.3%	28.1%	18.8%	6.3%	3.1%	3.41
(2)	我比較喜歡這樣上數學課的方式，主要是因為上課時老師會和我們溝通討論並可以說出自己的想法。	21.9%	28.1%	34.4%	3.1%	0.0%	3.31
(3)	我比較不喜歡這樣上數學課的方式，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	0.0%	0.0%	6.3%	3.1%	3.1%	0.28
(4)	我比較不喜歡這樣上數學課的方式，主要是因為上課時我需要和老師溝通討論並說出自己的想法。	3.1%	3.1%	3.1%	0.0%	3.1%	0.41

由表 4-49 可發現高達 75% 的學生認為在接受數位數學教學模式時，會更注意上課內容。然而，也有 12.5% 的學生認為接受數位數學教學模式並不會讓他們更注意上課內容。再深入探討學生會更想要注意上課內容的原因，其中有 56.3% 的學生認為是因為老師使用電腦來教學，另外有 50 % 的學生認為因為上課時可以和老師或同學討論並說出自己的想法，顯示資訊融入和課堂溝通都能讓大多數的學生更注意上課內容，且認為資訊融入較課堂溝通影響為大的學生人數較多。

表4-49

學習態度量表統計表(4)

題號	題目	完全同意	同意	尚可	不同意	完全不同意	平均數
3	這幾堂數學課，上課時我會更注意上課內容。	50.0%	25.0%	12.5%	12.5%	0.0%	4.13
(1)	我會更注意上課內容，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	31.3%	25.0%	28.1%	3.1%	3.1%	3.50
(2)	我會更注意上課內容，主要是因為上課時老師會和我們溝通討論並可以說出自己的想法。	21.9%	28.1%	34.4%	3.1%	3.1%	3.34
(3)	我不會更注意上課內容，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	0.0%	3.1%	3.1%	3.1%	0.0%	0.28
(4)	我不會更注意上課內容，主要是因為上課時我需要和老師溝通討論並說出自己的想法。	0.0%	0.0%	6.3%	3.1%	0.0%	0.25

由表 4-50 可發現高達 71.9% 的學生認為在接受數位數學教學模式時，會更專心認真上課。然而，也有 9.4% 的學生認為接受數位數學教學模式並不會讓他們更專心認真上課。再深入探討學生會更想要專心認真上課的原因，其中有 59.4% 的學生認為是因為老師使用電腦來教學，另外有 56.3 % 的學生認為因為上課時可以和老師或同學討論並說出自己的想法，顯示資訊融入和課堂溝通都能讓大多數的學生更專心認真上課，且認為資訊融入較課堂溝通影響為大的學生人數較多。

表4-50

學習態度量表統計表(5)

題號	題目	完全同意	同意	尚可	不同意	完全不同意	平均數
4	這幾堂數學課，上課時我會更專心認真上課。	31.3%	40.6%	18.8%	6.3%	3.1%	3.91
(1)	我會更專心認真上課，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	34.4%	25.0%	18.8%	12.5%	0.0%	3.53
(2)	我會更專心認真上課，主要是因為上課時老師會和我們溝通討論並可以說出自己的想法。	21.9%	34.4%	28.1%	6.3%	0.0%	3.44
(3)	我不會更專心認真上課，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	0.0%	0.0%	3.1%	6.3%	0.0%	0.22
(4)	我不會更專心認真上課，主要是因為上課時我需要和老師溝通討論並說出自己的想法。	0.0%	3.1%	0.0%	6.3%	0.0%	0.25

由表 4-51 可發現高達 65.6% 的學生認為在接受數位數學教學模式時，會更積極參與上課。然而，也有 12.5% 的學生認為接受數位數學教學模式並不會讓他們更積極參與上課。再深入探討學生會更想要積極參與上課的原因，其中有 53.2% 的學生認為是因為老師使用電腦來教學，另外有 46.9 % 的學生認為因為上課時可以和老師或同學討論並說出自己的想法，顯示資訊融入和課堂溝通都能讓大多數的學生更積極參與上課，且認為資訊融入較課堂溝通影響為大的學生人數較多。

表4-51

學習態度量表統計表(6)

題號	題目	完全同意	同意	尚可	不同意	完全不同意	平均數
5	這幾堂數學課，上課時我會更積極參與上課。	25.0%	40.6%	21.9%	9.4%	3.1%	3.75
(1)	我會更積極參與上課，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	21.9%	31.3%	25.0%	9.4%	0.0%	3.28
(2)	我會更積極參與上課，主要是因為上課時老師會和我們溝通討論並可以說出自己的想法。	18.8%	28.1%	34.4%	6.3%	0.0%	3.22
(3)	我不會更積極參與上課，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	0.0%	0.0%	6.3%	6.3%	0.0%	0.31
(4)	我不會更積極參與上課，主要是因為上課時我需要和老師溝通討論並說出自己的想法。	0.0%	0.0%	3.1%	6.3%	3.1%	0.25

由表 4-52 可發現高達 75.1% 的學生認為在接受數位數學教學模式時，會更容易了解等量公理。然而，也有 6.3% 的學生認為接受數位數學教學模式並不會讓他們更容易了解等量公理。再深入探討學生能容易了解等量公理內容概念的原因，其中有 62.5% 的學生認為是因為老師使用電腦來教學，另外有 59.4 % 的學生認為因為上課時可以和老師或同學討論並說出自己的想法，顯示資訊融入和課堂溝通都能讓大多數的學生更容易了解等量公理，且認為資訊融入較課堂溝通影響為大的學生人數較多。

表4-52

學習態度量表統計表(7)

題號	題目	完全同意	同意	尚可	不同意	完全不同意	平均數
6	我覺得這幾堂數學課的上課方式，可以幫助我更容易了解等量公理的概念、計算和解題。	43.8%	31.3%	18.8%	6.3%	0.0%	4.13
(1)	可以幫助我更容易了解等量公理的概念、計算和解題，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	28.1%	34.4%	21.9%	6.3%	3.1%	3.59
(2)	可以幫助我更容易了解等量公理的概念、計算和解題，主要是因為上課時老師會和我們溝通討論並可以說出自己的想法。	28.1%	31.3%	28.1%	6.3%	0.0%	3.63
(3)	不會幫助我更容易了解等量公理的概念、計算和解題，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	0.0%	0.0%	3.1%	3.1%	0.0%	0.16
(4)	不會幫助我更容易了解等量公理的概念、計算和解題，主要是因為上課時我需要和老師溝通討論並說出自己的想法。	0.0%	0.0%	3.1%	3.1%	0.0%	0.16

由表 4-53 可發現高達 62.6% 的學生認為在接受數位數學教學模式時，上課會比較輕鬆。然而，也有 9.4% 的學生認為接受數位數學教學模式並不會讓他們覺得上課比較輕鬆。再深入探討學生會覺得上課比較輕鬆的原因，其中有 65.7% 的學生認為是因為老師使用電腦來教學，另外有 46.9 % 的學生認為因為上課時可以和老師或同學討論並說出自己的想法，顯示資訊融入和課堂溝通都能讓大多數的學生覺得上課比較輕鬆，且認為資訊融入較課堂溝通影響為大的學生人數較多。

表4-53

學習態度量表統計表(8)

題號	題目	完全同意	同意	尚可	不同意	完全不同意	平均數
7	這幾堂數學課，我覺得非常輕鬆自在。	18.8%	43.8%	28.1%	9.4%	0.0%	3.72
(1)	我覺得非常輕鬆自在，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	34.4%	31.3%	21.9%	3.1%	0.0%	3.69
(2)	我覺得非常輕鬆自在，主要是因為上課時老師會和我們溝通討論並可以說出自己的想法。	18.8%	28.1%	31.3%	12.5%	0.0%	3.25
(3)	我不覺得非常輕鬆自在，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	0.0%	0.0%	3.1%	3.1%	3.1%	0.19
(4)	我不覺得非常輕鬆自在，主要是因為上課時我需要和老師溝通討論並說出自己的想法。	0.0%	0.0%	6.3%	0.0%	3.1%	0.22

## 二、晤談內容

在教學實驗結束後，從學習態度量表填寫正、負向回饋的學生依成就分群挑選出六名學生來參加晤談，晤談之大綱如表 4-54。

表4-54

數位數學教學模式學習態度晤談大綱

情意	(1) 為什麼喜歡(不喜歡)這種數學課上課方式?
	(2) 這次的數學課你最喜歡的地方在哪裡? 為什麼?
	(3) 你希望老師以後都這樣上數學課嗎? 為什麼?
行為	(4) 老師上課時經常問你們「為什麼? 請你說說看。」這樣的方式使你能與同學溝通自己的想法, 對於你的數學學習有沒有幫助? 為什麼?
	(5) 這樣上數學課的方式會不會讓你比較專心? 為什麼?
認知	(6) 你覺得像這樣上數學課會不會讓你比較容易了解? 為什麼?

為便於紀錄, 將所有晤談紀錄中的參加者使用代號記錄如下: T 為研究者、SH 為高分群學生代表、SM 為中分群學生代表、SL 為低分群學生代表。

(一) 正向回饋學生

本節所指之正向回饋學生為數位數學教學模式教學過程中接受度高, 且喜歡此教學法的學習者, 因此再透過以晤談的方式了解其原因, 探究此教學法對學生學習的影響。

就正向回饋學生的反應來看, 普遍認為數位數學教學模式對於數學的學習是有幫助的, 且較傳統教學法更能夠專心上課; 在晤談過程中, 還可以發現對於數位數學教學模式, 不同成就分群的學生在意的地方也不盡相同; 對於中、低分群的學生, 認為上課使用電腦對他們最明顯的影響是在於圖片和動畫, 比起單調的課本和黑板更能吸引他們的注意力, 而且上課時和同學的溝通, 也讓他們感覺比起平常上課更能放鬆; 對於高分群的學生, 他們能夠注意到使用電腦上課不僅有聲光效果的表現, 甚至認為經過設計的多媒體教材內容比起傳統課本更能幫助他們學習, 而課堂的溝通不僅可以使學生緊繃的神經放鬆, 更重要的是可以加強對觀念或問題的釐清。以下僅就正向回饋學生晤談的內容記錄如下:

T: 你為什麼會喜歡老師這樣上數學課的方式? 和平常的數學課哪裡不一

樣？

SH：還蠻喜歡的，因為和別科比起來至少有趣多了。

SM：因為這樣可以比較專心，而且有問題的話可以直接發問。

SL：因為用電腦上課很有趣，不會像課本那樣死古板。

T：是哦，所以你上課的時候有比較專心嗎？

SH：有，因為用電腦有解釋得比較清楚。

SM：有啊，因為用電腦比較吸引我，而且老師會問，所以我會比較認真聽。

SL：會啊，因為...就是...我比較喜歡電腦這種東西，不喜歡一直看課本。

T：SH，那用課本難道就不清楚嗎？

SH：嗯...因為比較起來，我覺得用電腦上課比用課本清楚。

T：如果以後老師都用這樣的方式教數學，你們會比較喜歡上數學課嗎？

SH：嗯。

SM：會啊。因為上課的方式很有趣。

SL：嗯...應該會吧。

T：那像這樣的上課方式，你比較喜歡或覺得有趣的地方在哪裡？

SH：就...用電腦上課比較清楚，而且可以跟同學討論，會比較放鬆，但是如果被點到，就會比較緊張。

SM：因為...就是會有圖嘛，還有像是動畫的那種感覺。

SL：喜歡...有時候可以跟同學討論，就可以不用一直上課。

T：SM，那圖片和動畫對你上課有什麼影響？

SM：就是...這樣子上課好像比較聽得懂。

T：所以，你覺得這樣上數學課讓你比較容易了解上課內容？

SM：嗯，好像可以比較看得清楚。

T：那SH、SL，你們覺得呢？

SH：等量公理那邊計算的寫法和後面比較困難的題目，用電腦看比較清楚。



SL：好像有吧。

T：SH，什麼東西用電腦看得比較清楚？

SH：計算過程那邊，用電腦的話對的比較整齊，看得比較詳細。

T：上課時，老師常常問你們為什麼，讓你們可以跟其他同學互相討論，這樣你覺得對學習有沒有幫助？

SH：因為有問題可以馬上問老師，也可以聽到其他人的答案，這樣學得比較快。

SM：有啊，因為我有問題就可以問同學、問老師，上課比較不會聽不懂。

SL：有，因為如果有很難的題目經過老師的講解或是看同學討論，就是可以比較容易了解题目的那個內容。

## (二) 負向回饋學生

本節所指之負向回饋學生為數位數學教學模式學習態度量表選擇不喜歡此教學法之學習者，因此再透過以晤談的方式了解其原因，探究此教學法對學生學習的影響。

負向回饋學生的人數明顯較正向回饋學生人數少很多，且不喜歡此教學法的因素多歸咎於上課習慣，認為這樣的方式無法對學習產生效果，甚至認為有多此一舉之嫌；對於中、低分群的學生，他們認為以電腦上課並無法使他們提起興致，而課間溝通對他們來說更是一大挑戰，因為他們大多是平常即怯於公開發表自己意見的學習者，所以這樣的上課方式對他們造成極大困擾與壓力；對於高分群的學生，認為以傳統教學方式即可在學習成效上有不錯的表現，因此對於以學習者為導向的教學模式反而呈現出無法接受的狀況，然而這並不代表此教學法對這些學生的學習沒有幫助。以下僅就負向回饋學生晤談的內容記錄如下：

T：對於這幾節數學課，為什麼比較不喜歡這樣的上課方式？

SH：比較習慣用課本上課，這樣的上課方式比較不習慣。

SM：就覺得平常那樣就好了，覺得沒有必要用電腦。

SL：嗯...不知道。

T：那你覺得這樣的上課方式，會不會讓你比較專心？

SH：還好，跟平常一樣。

SM：還是會啦，因為怕會被點到。

SL：嗯...好像差不多。

T：SM，所以你只是因為怕會被點到才比較專心，用電腦上課對你有沒有影響呢？

SM：嗯...好像有一點吧。

T：所以以後上數學課還是比較希望用以前的方式上課嗎？

SH：對啊，因為用課本比較習慣。

SM：嗯。

SL：嗯...可以啊。

T：所以你覺得這樣的上課方式，有沒有辦法讓你比較了解？

SH：應該是可以，但是就是比較不習慣。

SM：嗯...還好。

SL：好像跟以前差不多。

T：上課時，老師常常問你們為什麼，讓你們可以跟其他同學互相討論，這樣你覺得對學習有沒有幫助？

SH：有吧，因為這樣問可以比較清楚。

SM：嗯...應該有，因為可以聽到別人說的。

SL：就...差不多。

T：SL，你覺得跟平常的上課方式比較起來，都一樣？

SL：嗯，就還是聽不太懂，也不知道別人在講什麼。



## 第五章 研究結論與建議

本章共分為兩節，第一節是依據研究之分析結果，針對研究問題提出結論；第二節是依據研究過程及實驗結果，提出未來的研究者在教學環境及教育實務的應用及改進之參考。

### 第一節 研究結論

由實驗的結果分析來看，「數位數學教學模式」和「傳統教學模式」兩種不同的教學法對學生學習的影響如下：

- (一) 對於整體學生，在全部題型及等量公理題型的學習成效及學習保留成效皆達顯著差異，且效果值為中效果，顯示接受「數位數學教學模式」的學生在學習成效及學習保留成效都高於接受「傳統教學模式」的學生。
- (二) 對於中分群學生，在全部題型及等量公理題型的學習成效及學習保留成效皆達顯著差異，且效果值達大且有強效果，顯示「數位數學教學模式」相對於接受「傳統教學模式」有助於中分群學生學習成就的表現。
- (三) 對於低分群學生，在等量公理題型的學習成效達顯著差異，且就整體測驗效果值來說，皆達中大效果，顯示「數位數學教學模式」相對於接受「傳統教學模式」對低分群學生有良好的教學成效。
- (四) 對於整體學生而言，在程序性知識及解題的學習成效及學習保留成效達部分顯著差異，而就整體測驗效果值來說，皆達中效果，顯示「數位數學教學模式」相對於接受「傳統教學模式」對程序性知識及解題的理解有良好的教學成效。
- (五) 對於整體學生而言，在中階複雜度題型的學習成效及學習保留成效皆達顯著差異，而就整體測驗效果值來說，也都是中效果，顯示「數位數學教學模式」相對於接受「傳統教學模式」對中階複雜度題型的理解有良好的教學成效。

- (六) 「數位數學教學模式」和「傳統教學模式」對整體學生在「上課意願」的感受和「困難度」的負荷量有顯著的差異，且前者的學習效率較高，也較願意投入心力學習，後者的學習效率較低，也較不願意投入心力學習。
- (七) 「數位數學教學模式」和「傳統教學模式」對於高分群學生在「花費心力」的負荷量有顯著的差異，且都呈現高學習效率及高投入心力；對於中分群學生在「上課意願」的感受和「花費心力」、「理解程度」、「投入努力」的負荷量皆有顯著差異，且接受「數位數學教學模式」的中分群學生呈現高學習效率及高投入心力，而接受「傳統教學模式」的中分群學生卻是低學習效率及高投入心力，表示後者雖願意投入心力學習，但得到的學習效果顯然不如預期。
- (八) 接受「數位數學教學模式」的學生其學習成效與上課感受的部分面向之間存在相關。學生的學習成效與「困難度」和「花費心力」呈中度以上負相關、而與「理解程度」和「投入努力」呈中度以上正相關。
- (九) 接受「傳統教學模式」的學生其學習成效與上課感受的部分面向之間存在相關。學生的學習成效與「困難度」呈中度負相關、而與「理解程度」呈中度以上正相關。
- (十) 「數位數學教學模式」對多數學生學習態度的影響是正向的。

## 第二節 研究建議

研究者根據研究的結果，以及在研究過程中所發現的心得，分別提出在教學及研究上的建議，盼能成為未來延伸應用的方向及改進的參考。

### 一、對教學上的建議

- (一) 以等量公理格式記錄解題為本研究在解未知數的運算中，最困難的一個環節，也是學習者在學習過程中最難熟悉的概念。尤其，等量公理對學習者而言是新的內容，尚無法成為基模，在學習過程中更容易造成學生的認知負荷增加。本研究即發現，本研究教學實驗的節數為五節，其中實際接觸到等量公理僅三節，在這短暫的學習過程即要求學生能正確地以等量公理格式記錄解題過程著實不容易。因此，研究者建議在剛開始實施等量公理教學時，不要求學生以等量公理格式記錄解題為唯一作法，仍可先以學生所熟悉之算術經驗求未知數的解，並使等量公理能與生活情境的搭配，讓多數學生能在生活情境下理解等量公理的運用，再實施等量公理格式記錄解題的要求。
- (二) 根據 NAEP 數學評量架構中數學威力所強調的推理、連結、溝通，為學習者學習數學過程需日積月累培養的能力，本研究於教學過程中亦採取此教學策略引導學生做數學思考，但因受限於教學節數而未能確實地長久執行，因此研究者建議應將此教學策略運用於常態教學之中，多鼓勵學生推理、連結、溝通，以提升學生在數學學習的成效。
- (三) 本研究所採用之數學教育理論為美國 NAEP 的數學評量架構，並以之作為教學之理論架構，本著「評量學生的標準即為教師課堂教學的標準」的原則，是以學習成就測驗所列之題目皆與課堂教學之題型雷同，建議未來教師除了例行性問題之外，可再增列非例行性的題目，培養其問題解決能力的發展，讓學生不再僅是做數學，而是學數學。

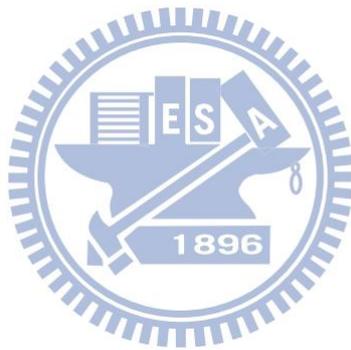
(四) 本研究強調之重點除了教學者可以控制訊息的出現量，避免學習者因大量訊息同時進入而造成負荷超載之外，更可以充分利用時間與學習者互動，溝通其數學概念；相比起傳統教學時課本內雜亂未經處理之訊息，或是老師花大量時間在黑板抄寫所浪費的時間，資訊融入教學更能使教學者掌握學習者的學習狀況，建議未來教師應多嘗試此一教學模式，對學生學習表現之進展會更有幫助。

## 二、對研究上的建議

- (一) 本研究樣本選取數量略顯不足，尤其再將樣本依成就分群之後，樣本數更少，因此未來建議擴大樣本數進行實驗。
- (二) 根據 NAEP 數學評量架構中數學威力所強調的推理、連結、溝通，為學習者學習數學過程需日積月累培養的能力，本研究於教學過程中亦採取此教學策略引導學生做數學思考，但因本研究實驗設計之教學節數只有五節，在此短短時日內要測知學生在數學威力的改變實屬不易，因此研究者建議可於未來採行動研究之方式，透過延長教學節數，觀察學生於學習過程中推理、連結、溝通能力之改變，與對數學學習成效的影響。
- (三) 依據研究結果，發現對於高、低分群學生而言，實驗組雖然皆高於控制組，但未有顯著的學習成效，推測應是高分群學生原本先備知識高，且較能有效運用解題策略；而低分群學生原本對於學習數學即較為抗拒，雖能藉由提高其上課意願及動機改善其學習態度，但是在教材的編排上對於改善低成就學生的學習仍嫌不足，因此未來思考如何規畫設計出更適用於整體學生的教學教材，讓不同成就分群的學生皆能獲得更有效的學習，為目前實務上亟待突破的瓶頸。
- (四) 本研究的實驗教學法為資訊融入數學教學，教材設計雖依據多媒體學習理論與認知負荷理論為設計原則，但以資訊融入的大方向來包裝，便無法測知影

響學生學習成效的因素為何，故未來建議可嘗試單獨做以視覺或口語引導方面相關的研究，了解對整體以至於不同成就分群學生教學成效的相關性，讓資訊融入教學不再只是迎合趨勢，而是能夠更準確幫助學生學習的教學方法。

- (五) 本研究對數學學習態度的測量僅針對接受數位數學教學模式的學生在接受實驗處理後學習態度的改變，研究方向略嫌狹隘，未來建議可擴大研究方向，探討接受不同教學法的學生在學習態度的改變，以及學習態度與學習成就之間的關係，提供未來教學者在教學實務上的依據。



## 參考文獻

### 中文文獻

- 王志銘、康淑娟 (2006)。等量公理前置教學活動之實踐與探究。台灣數學教師電子期刊第八期，21-37 頁。
- 王三幸(1993)。影響國小高年級學生數學學業成就的相關因素研究(碩士論文)。國立台灣師範大學，台北市。
- 王文科(1991)。學習心理學—學習理論導論。台北市：牛頓出版社。
- 王文科(1995)。教育研究法（第四版）。台北市：五南圖書公司。
- 王如敏(2004)。國二學生解一元一次方程式錯誤類型分析研究(碩士論文)。國立高雄師範大學，高雄市。
- 王秀槐(1984)。國中高、低成就學生家庭環境與學習態度之比較研究(碩士論文)。國立政治大學，台北市。
- 王佳文(1995)。國小六年級數學解未知數問題測驗之發展與學生在認知成份和錯誤組型之分析(碩士論文)。國立台南師範學院，台南市。
- 王銘山(2008)。多媒體呈現方式與先前知識對國小學生「氣象」主題學習結果之影響(碩士論文)。國立中正大學，嘉義縣。
- 吳元良(1996)。不同數學課程、性別、社經地位的國小學生在數學態度及其成就上比較之研究(碩士論文)。國立屏東師範學院，屏東縣。
- 吳伊帆(2009)。多媒體文字訊息設計與學習者控制播放模式對學習成效、使用時間及認知負荷影響之研究(碩士論文)。私立佛光大學，宜蘭縣。
- 吳宇穎(2005)。多媒體組合方式與知覺偏好對學習結果的影響(碩士論文)。國立中正大學，嘉義縣。
- 吳明隆(2007)。SPSS 統計應用學習實務：問卷分析與應用統計。台北縣：知城圖書。

- 吳明隆、蘇耕役(1995)。國民小學學生控制信念、重要他人態度知覺與數學態度及數學成就關係之研究。初等教育學刊，4，181-200。
- 吳梅蘭、曾哲仁(1994)。國小學童數學態度及其相關因素之研究。台南師院學生學刊，15，19-38。
- 吳清宜(2005)。屏東師範學院學生學習態度及其影響因素之研究(碩士論文)。國立屏東師範學院，屏東縣。
- 吳嘉惠(2011)。視覺引導在代數教材設計之探討—以解二元一次聯立方程式為例(碩士論文)。國立交通大學，新竹市。
- 呂鳳琳(2009)。幾何證明不同文本呈現方式對學生認知負荷與閱讀理解影響之研究(碩士論文)。國立臺灣師範大學，台北市。
- 宋藍琪(2007)。融入數學史教學對小五學生數學學習成效之實驗研究(碩士論文)。國立臺中教育大學，台中市。
- 李幸玟(2010)。前導組體型式與先備知識在多媒體學習成效與認知負荷上的影響—以國中地理科為例(碩士論文)。國立嘉義大學，嘉義縣。
- 李清韻(2003)。國小六年級學生數學溝通能力與後設認知能力之相關性研究(碩士論文)。國立台中師範學院，台中市。
- 李源順(2005)。同分母真分數加減運算的教學建議。台灣數學教師(電子)期刊，3，2-26。
- 林福來(1994)。八十三年度基礎科目數學科試題研發工作計劃。台北市：大學入學考試中心。
- 林菁、李曉媛(2003)。網路教學的媒體呈現方式之研究。教學科技與媒體，65，頁 34-58。
- 邵淑華(1997)。直接教學法在國小數學資源班補救教學之成效研究(碩士論文)。國立台灣師範大學，台北市。

- 邱勇達(2003)。多媒體工具 Squeak 融入國小自然科課程學習—以齒輪單元為例(碩士論文)。國立中央大學，桃園縣。
- 邱皓政(2007)。量化研究法(二)：統計原理與分析技術。台北市：雙葉書廊。
- 袁媛(1993)。國中一年級學生的文字符號概念與代數文字題的解題研究(碩士論文)。國立高雄師範大學，高雄市。
- 高石城(1999)。數學新課程對學生數學解題能力與數學態度影響之研究(碩士論文)。國立臺南師範學院，台南市。
- 張春興(1997)。教育心理學—三化取向的參與實踐。台北：東華。
- 張景媛(1994)。國中生數學學習歷程統整模式的驗證及應用：學生建構數學概念的分析及數學文字題教學策略的研究(博士論文)。國立台灣師範大學，台北市。
- 張新仁(1982)。國中生學習行為—學習方法、學習習慣與學習態度之研究(碩士論文)。國立台灣師範大學，台北市。
- 教育部(2000)。國民中小學九年一貫課程暫行綱要：數學學習領域。台北市：教育部。
- 教育部(2003)。國民中小學九年一貫課程綱要：數學學習領域。台北市：教育部。
- 教育部國民教育司網站(2004)。92年國民中小學九年一貫課程綱要。台北市：教育部。取自於 <http://www.edu.tw/eje/index.aspx>
- 郭秀緞(2006)。以認知負荷理論探討數學問題設計與後設認知策略教學對國小高年級學生數學解題之影響(博士論文)。國立高雄師範大學，高雄市。
- 郭璟諭(2003)。媒體組合方式與認知型態對學習成就與認知負荷之影響(碩士論文)。國立中央大學，桃園縣。
- 陳明璋(2008)。一個以授課為導向之數位教材設計及展演環境簡介—Activate Mind Attention (AMA)系統。國民教育，46(6)，57-63。

- 陳昭蘭(2007)。高雄市國小六年級學生文字符號概念與代數文字題解題錯誤類型之分析研究(碩士論文)。高雄師範大學，高雄市。
- 陳紹銘(2006)。國小六年級學童等量公理概念之模糊詮釋結構模式分析探討(碩士論文)。國立臺中教育大學，台中市。
- 曾明義(2008)。NAEP2007 評量架構在台灣國小學童之數學成就評量發展模式之應用(碩士論文)。國立台北教育大學，台北市。
- 曾琬淑(1995)。三種不同補救教學方式對國小數學科低成就學生實施成效之比較研究。國立台南師範學院國民教育研究所集刊，1，345。
- 黃安邦(1988)。社會心理學。台北市：五南圖書公司。
- 黃美齡(2009)。運用 EME Model 於帶分數、假分數及其互換之教學研究(碩士論文)。台北市立教育大學，台北市。
- 葉子榕(2010)。激發式動態教學對學習成效與認知負荷影響之研究(碩士論文)。國立交通大學，新竹市。
- 葉重新(1992)。心理測驗。台北市：大洋出版社。
- 葛樹人(1990)。心理測驗學。台北市：桂冠出版社。
- 廖瓊菁(2001)。國小六年級代數教學之研究(碩士論文)。國立屏東師範學院，屏東縣。
- 劉佩修(2009)。台灣是第 4 名的孩子。商業週刊，1109，260-263。
- 鄭雅鈴(2004)。數學討論活動對國小六年級學童解題表現及數學學習態度影響之實驗研究(碩士論文)。國立新竹師範學院，新竹市。
- 謝和秀(2001)。國一學生文字符號概念及代數文字題之解題研究(碩士論文)。國立高雄師範大學，高雄市。
- 謝東育(2009)。激發式動態呈現教學設計之研究—以代數為例(碩士論文)。國立交通大學，新竹市。

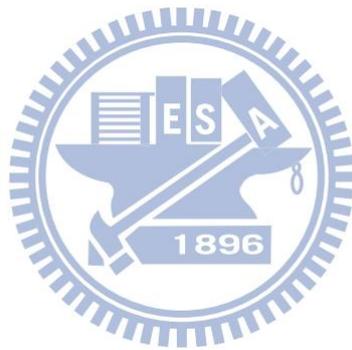
魏麗敏(1988)。國小學生數學焦慮、數學態度與數學成就之關係暨數學學習團體

諮商之效果研究(碩士論文)。國立台灣師範大學，台北市。

蘇莎莉(2010)。親師管教方式之異同對小六生學習態度影響之研究(碩士論文)。

私立南華大學，嘉義縣。

譚寧君(1992)。兒童數學態度與解題能力之分析探討。台北師院學報，5，619-688。



## 外文文獻

- Ayres, P. L. (2001). Systematic mathematical errors and cognitive load. *Contemporary Educational Psychology*, 26, 227-248.
- Baddeley, A. (1992). Working memory. *Science*, 255(5044), 556-559.
- Baron, R. A., & Greenberg, J. (1990). *Behavior in organizations: understanding and managing the human side of work*. Upper Saddle River, N. J. : Prentice Hall.
- Bernard, J. E., & Cohen, M. P. (1988). An integration of equation-solving methods into a developmental learning sequence. In A. F. Coxford (Ed.), *The ideas of algebra, K-12* (pp. 97-111). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Brenner, M. E., & Moseley, B. M. (1997). Learning by understanding: Introducing algebra through multiple representations and everyday problem solving (pp. 125-249). Making education more effective via curriculum design and teaching improvement, Taipei Municipal Teachers College, Taipei, Taiwan.
- Garfield, J. B. (1977). *An investigation of junior high school students' attitudes toward components of Mathematics*. Unpublished master thesis, University of Minnesota.
- Haladyna T. Shaughnessy J. & Shaughnessy J.M. (1983). A causal analysis of attitude toward mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14, 19.
- Higgins, K. M. (1997). The effect of year long instruction in mathematical problem solving on middle school students' attitudes, beliefs, and abilities. *The Journal of Experimental Education*, 66, 5-28.
- Kalyuga, S. (2009). *Managing cognitive load in adaptive multimedia learning*: Information Science Publishing.

- Kieran, C. (1984). A comparison between novice and more- expert algebra students on tasks dealing with the equivalence of equations. In J.M. Moser (Ed.), *Proceedings of Sixth Annual Meeting of Psychology of Mathematics Education in North America* (pp. 83-91). Madison, Wisconsin.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In Douglas A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). New York, NY: Macmillan.
- Knuth, E. J., & Stephens A. C. (2006). Does understanding the equal sign matter? Evidence from solving equations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(4), 297-312.
- Lee, Y.S., Lin, F.L., Lee, W.L., Wu, T.F., Hsu, S.F., & Ma, H.Y.(2010). The national survey on Taiwanese fourth-grade mathematics classrooms. In Pinto, M.M.F. & Kawasaki, T.F.(Eds.).(2010)*Proceedings of the 34th Conferences of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Belo Horizonte, Brazil: PME. vol 4. pp.329-336.
- Ma, X. & Xu, J. (2004) .Determining the Causal Ordering between Attitude toward Mathematics and Achievement in Mathematics. *American Journal of Education* 110, 256-280.
- Mayer, R. E. (2001). *Multimedia Learning* (1st ed.). New York: Cambridge University Press.
- Mayer, R. E. (2009). *Multimedia learning* (2nd ed.). Cambridge ; New York: Cambridge University Press.
- Mayer, R. E., & Moreno, R. (2003). Nine ways to reduce cognitive load in multimedia learning. *Educational Psychologist*, 38(1), 43-52.

- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education : A reconceptualization. In Grouws D. A. (Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York : Macmillan.
- National Assessment Governing Board(2002). *Mathematics framework for the 2003 national assessment of educational progress*. National Assessment Governing Board U.S. Department of Education.
- National Assessment Governing Board(2007). *Mathematics framework for the 2007 national assessment of educational progress*. National Assessment Governing Board U.S. Department of Education.
- Paas, F. G. (1992). Training strategies for attaining transfer of problem-solving skill in statistics: A cognitive-load approach. *Journal of Educational Psychology*, 84(4), 429. doi: 10.1037/0022-0663.84.4.429.
- Paas, F. G. W. C., & Merriënboer, J. J. G. (1994). Variability of worked examples and transfer of geometrical problem-solving skills: A cognitive-load approach. *Journal of Educational Psychology*, 86(1), 122-133.
- Paas, F. G. W. C., & van Merriënboer, J. J. G. (1993). The efficiency of instructional conditions: An approach to combine mental effort and performance measures. *Human Factors: The Journal of the Human Factors and Ergonomics Society*, 35(4), 737-743.
- Paas, F., Tuovinen, J. E., Van Merriënboer, J. J. G., & Aubteen Darabi, A. (2005). A motivational perspective on the relation between mental effort and performance: Optimizing learner involvement in instruction. *Educational Technology Research and Development*, 53(3), 25-34. doi: 10.1007/BF02504795.

- Pass, F., Tuovinen, J. E., Tabbers, H., & van Gerven, P. W. M.(2003). Cognitive load measurement as means to advance cognitive load theory. *Education Psychologist*, 38(1), 63-71.
- Smith, P. L. & Ragan, T. J. (1999). *Instructional Design*. New York : John Wiley & sons.
- Steele, D. F. & Arth, A. A. (1998). Math instruction and assessment: Preventing anxiety, promoting confidence. *Schools in the Middle*, 7, 44-48.
- Sweller, J. (1988). Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive science*, 12(2), 257-285. doi: 10.1016/0959-4752(94)90003-5
- Sweller, J. (2004). Instructional design consequences of an analogy between evolution by natural selection and human cognitive architecture. *Instructional Science*, 32(1), 9-31. doi: 10.1023/B:TRUC.0000021808.72598.4d
- Sweller, J. (2010). Element Interactivity and Intrinsic, Extraneous, and Germane Cognitive Load. *Educational Psychology Review*, 22(2), 123-138. doi: 10.1007/s10648-010-9128-5
- Sweller, J., van Merriënboer, J. J. G., & Paas, F. G. W. C. (1998). Cognitive architecture and instructional design. *Educational Psychology Review*, 10(3), 251-296. doi: 10.1023/A:1022193728205

## 附錄一 教學活動設計

### 教學目標

1. 從生活情境中，了解代數式(如  $2x+6$  等)的表示法與意義。
2. 給定文字符號的數值，能計算出代數式的值。
3. 能用文字符號表徵等號左右兩邊等價的未知數列式，並理解等式的概念。
4. 能用文字符號表徵生活情境兩步驟問題中的未知量，並列成等式。
5. 能理解等式左右同加、減、乘、除一數時，等式仍然成立的概念。
6. 能用等量公理解決生活情境問題

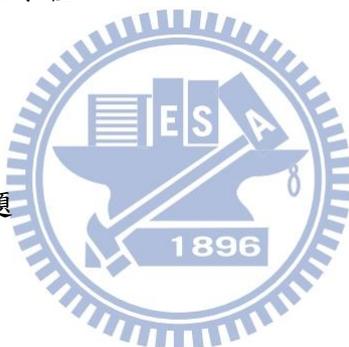
### 活動目標

活動一：用文字符號列式並求值

活動二：等式的概念

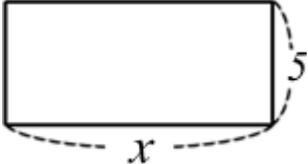
活動三：認識等量公理

活動四：應用等量公理解題



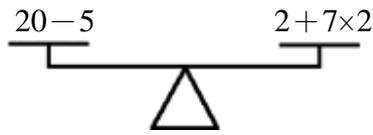
教學活動設計：

	活動目標	主要教學活動	時間	備註
活動一	<p>複習使用文字符號表徵未知數的量。</p> <p>能理解未知</p>	<p>一、文字符號的意義</p> <p><b>布題一：</b></p> <p>1. 橡皮擦 1 個 10 元，自動筆 1 枝 15 元，膠水 1 瓶 20 元，剪刀一支 25 元。</p> <p>(1) <u>小周</u>買了 1 個橡皮擦和 3 枝自動筆，共要多少錢？</p> <p>(2) <u>小蔡</u>買了 2 瓶膠水和 <math>x</math> 支剪刀，共要多少錢？</p> <p>2. 說明 <math>25x</math> 代表的是未知數，</p>	10 分	複習五年級代數內容，著重在概念性知識的發展。

<p>數與數字相乘可以做合併，但相加無法做合併。</p> <p>能用文字符號列出等式。</p> <p>能用文字符號列出等式。</p>	<p>所以跟數字相加之後無法再做合併。</p> <p>二、單一未知數列式</p> <p><b>布題二：</b> 下列哪些式子可以表示下圖長方形的周長？把它們圈起來。 <math>(x+5) \times 2</math>、<math>x+5</math>、<math>2x+10</math>、<math>x+x+5+5</math>、<math>5x</math></p>  <p><b>布題三：</b> 弟弟有 <math>x</math> 元，哥哥的錢是弟弟的 5 倍又多 6 元。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>哥哥有多少錢？</li> <li>兄弟兩人共有多少錢？</li> <li>媽媽又給他們 20 元，兩人現在共有多少錢？</li> </ol> <p>三、以單一未知數列出等式</p> <p><b>布題四：</b> 冰箱有 <math>x</math> 瓶牛奶，再放入 3 瓶之後，共有 11 瓶牛奶。依照上述題意列出等式。</p> <p><b>布題五：</b> 有 <math>x</math> 顆糖果，老師吃掉 2 顆之後，再把剩下的糖果平分給 6 個小朋友，每個小朋友可以分到 3 顆。依照上述題意列出等式。</p>	<p>10 分</p> <p>10 分</p>	<p>以文字符號代表數的延伸布題，著重解題的應用。</p>
--	--	-------------------------	-------------------------------

	<p>已知未知數的量，能算出代數式的值。</p>	<p>四、求單一未知數等式的值</p> <p><b>布題六：</b> 當 <math>x=6</math> 時，<math>3x+5=(\quad)</math></p> <p><b>布題七：</b> 一本 <math>x</math> 頁的小說，小桃看完 32 頁需要花 1 小時，如果他用同樣的速度看完整本，需要花多久時間？如果 <math>x=160</math>，看完整本需要花多久時間？</p> <p>承上題，若改為看完 32 頁需要花 <math>\frac{2}{3}</math> 小時，看完整本需要花多久時間？</p>	10 分	
活動二	<p>能明白等號左右兩邊算式不同，但值相同的情況下，等式成立。</p> <p>能理解等號和天秤的概念類似，皆能表達出左右兩邊等價的特性。</p> <p>能判斷天平左右兩側是否等價。</p>	<p>一、等式概念建立活動一</p> <p><b>布題一：</b> 哥哥有 15 元，弟弟有 10 元，爸爸分別給兩人 5 元和 10 元之後，兄弟兩人誰的錢比較多？</p> <p>二、等式概念建立活動二</p> <p>教師提問： 日常生活中，有什麼物品可以判斷兩邊重量相等或不相等？</p> <p><b>布題二：</b> 如下圖，在天平左右兩端放上數字，這個天平是否平衡？如果會。原因是什麼？如果不會，天平會有什麼反應？怎麼做，才能讓天平的兩邊平衡？</p>	10 分	<p>等式概念為等量公理的前置活動，為代數計算的基礎，著重在概念性知識的發展。</p> <p>能說明天平的特性，並以等號來表徵。</p>

能根據天平平衡的特性，找出天秤左右兩邊未知數的量。



**布題三：**

下面的天秤要維持平衡， $x$  和  $y$  分別是多少？

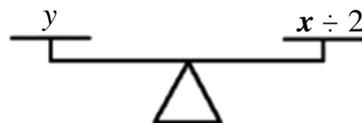
10 分

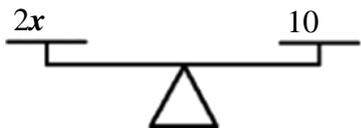
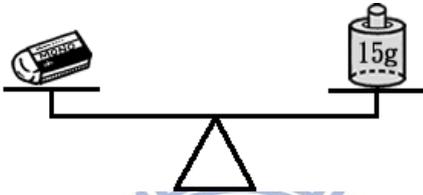
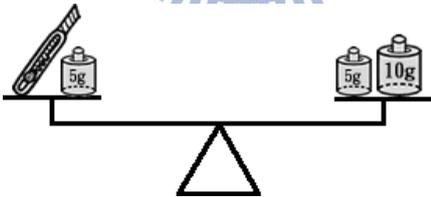
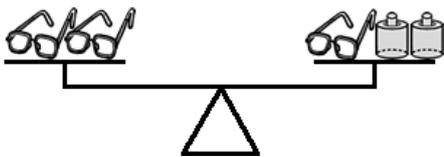


$x$	$y$
1	6
2	3
3	2
4	$1\frac{1}{2}$
...	...

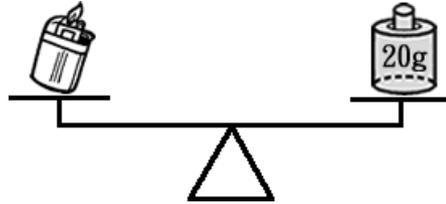
**布題四：**

下面的兩個天平都維持平衡， $x$  和  $y$  分別是多少？

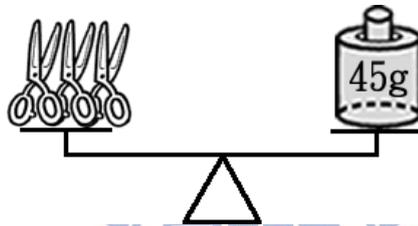


				
<p>活動三</p>	<p>理解等量公理</p>	<p>一、等量公理</p> <p>等量加法公理：橡皮擦重 <math>x</math> 克，下圖天平剛好平衡。若左右兩邊再同時各加 1 個 5 克的法碼，天平依然維持平衡。</p>  <p>等量減法公理：美工刀重 <math>y</math> 克，下圖天平剛好平衡。若左右兩邊再同時各拿走 1 個 5 克的法碼，天平依然維持平衡。</p>  <p>布題一：</p> <p>下面的天平剛好平衡。說說看，眼鏡和砝碼的重量有什麼關係？若砝碼重 10 公克，眼鏡重 <math>x</math> 公克，則 <math>x</math> 是多少？</p> 	<p>40 分</p>	<p>能藉由情境理解等量公理的內容，著重概念性知識的發展。</p> <p>能透過操作，理解等量加減乘除後仍是等量，並布題延伸至以文字符號和數字進行等量計算，著重在程序性了解的發展。</p>

等量乘法公理：打火機重  $a$  克，下圖天平剛好平衡。若左右兩邊同時放大 4 倍，天平依然維持平衡。

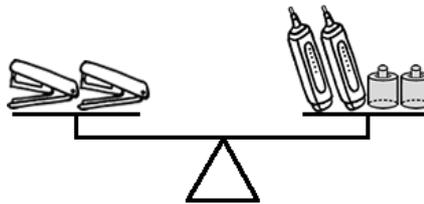


等量除法公理：剪刀重  $b$  克，下圖天平剛好平衡。若左右兩邊同時減少 3 倍，天平依然維持平衡。



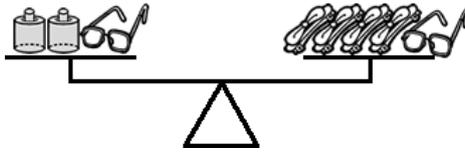
布題二：

下面的天平剛好平衡。說說看，釘書機、立可白和砝碼的重量有什麼關係？若立可白重 15 公克，砝碼重 10 公克，釘書機重  $x$  公克，則  $x$  是多少？



布題三：

下面的天平剛好平衡。說說看，髮夾和砝碼的重量有什麼關係？若砝碼重 20 公克，髮夾重  $x$  公克，則  $x$  是多少？



二、等量公理格式記錄解題

布題四：

$$5+x=15$$

$$5+x-5=15-5$$

$$x=10$$

練習：

$$5 \times x=15$$

$$5 \times x \div 5=15 \div 5$$

$$x=3$$

布題五：

$$16-x=8$$

$$16-x+x=8+x$$

$$16=8+x$$

$$16-8=8+x-8$$

$$8=x$$

$$x=8$$

練習：

$$16 \div x=8$$

$$16 \div x \times x=8 \times x$$

$$16=8 \times x$$

$$16 \div 8=8 \times x \div 8$$

$$2=x$$

$$x=2$$

布題六：

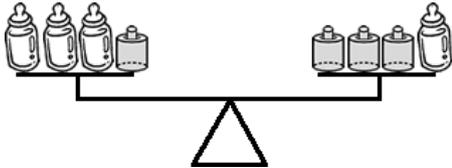
$$3+x \times 2=7$$

$$3-3+x \times 2=7-3$$

以文字符號和數字進行等量加減乘除的計算，著重在程序性了解的發展。

能使用等量公理格式記錄解決單步驟的問題。

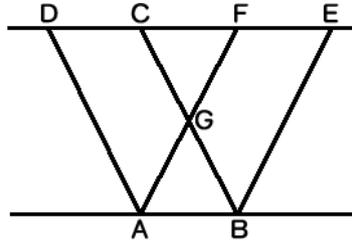
30 分

	<p>能使用等量公理格式記錄解決兩步驟的問題。</p>	$x \times 2 = 4$ $x \times 2 \div 2 = 4 \div 2$ $x = 2$ <p><b>練習：</b></p> $30 \div x - 4 = 6$ $30 \div x - 4 + 4 = 6 + 4$ $30 \div x = 10$ $x = 3$						
<p>活動四</p>	<p>能判斷使用等量公理記錄解題過程的正確性。</p> <p>能利用等量公理，解決生活情境中列出的兩步驟的等式問題。</p>	<p>一、判斷等量公理格式記錄解題的正確性。</p> <table border="1" data-bbox="507 768 1013 1005"> <tr> <td data-bbox="507 768 762 887"> <math display="block">x + 2 = 5</math> <math display="block">x + 2 - 2 = 5 - 2</math> </td> <td data-bbox="762 768 1013 887"> <math display="block">x - 2 = 5</math> <math display="block">x - 2 + 2 = 5 + 2</math> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="507 887 762 1005"> <math display="block">5x + 2 = 17</math> <math display="block">5x + 2 \times 10 = 17 \times 10</math> </td> <td data-bbox="762 887 1013 1005"> <math display="block">11 - 4x = 3</math> <math display="block">11 - 4x \div 2 = 3 \div 2</math> </td> </tr> </table> <p>二、等量公理解決生活情境題</p> <p><b>布題一：</b></p> <p>大雄原本有 50 元，從現在起每天存 <math>x</math> 元，存了 15 天，存款裡共有 275 元，大雄每天存多少錢？</p> <p><b>布題二：</b></p> <p>下圖天平剛好平衡，如果砝碼重 20 公克，奶瓶的重量是多少？</p> 	$x + 2 = 5$ $x + 2 - 2 = 5 - 2$	$x - 2 = 5$ $x - 2 + 2 = 5 + 2$	$5x + 2 = 17$ $5x + 2 \times 10 = 17 \times 10$	$11 - 4x = 3$ $11 - 4x \div 2 = 3 \div 2$	<p>10 分</p> <p>60 分</p>	<p>能判斷等量公理格式記錄解題的正確性，著重在概念性知識的發展。</p> <p>能用等量公理解決生活情境問題，著重在解題的應用。</p>
$x + 2 = 5$ $x + 2 - 2 = 5 - 2$	$x - 2 = 5$ $x - 2 + 2 = 5 + 2$							
$5x + 2 = 17$ $5x + 2 \times 10 = 17 \times 10$	$11 - 4x = 3$ $11 - 4x \div 2 = 3 \div 2$							

能利用等量公理解決面積的問題。

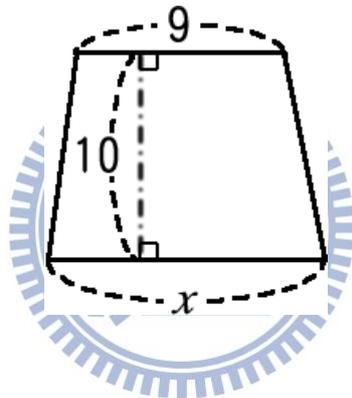
**布題三：**

ABCD 及 ABEF 皆為平行四邊形，那麼四邊形 AGCD 和四邊形 BEFG 的面積是否相等？



**布題四：**

下圖的梯形面積是 105 平方公分，下底的長是多少公分？



**布題五：**

農場上共有 35 隻雞和兔子，共有 94 隻腳，請問雞和兔子各有幾隻？

能解決雞兔同籠的問題。

能以任意方式解決雞兔同籠的問題，著重在解題的應用。

## 附錄二 實驗教材

### 等量公理概念教學教材

### 主題一 單一未知數列式

1個橡皮擦和3枝自動筆，總共要多少錢？1個橡皮擦和x枝自動筆，總共要多少錢？



**解法**

$$\begin{array}{r}
 10 \times 1 = 10 \text{ (元)} \\
 15 \times 3 = 45 \text{ (元)} \\
 \hline
 \text{總和 } 10 + 45 = 55 \text{ (元)} \\
 \\
 15 \times x = 15x \text{ (元)} \\
 \hline
 \text{總和 } 10 + 15x \text{ (元)}
 \end{array}$$

1個橡皮擦和3枝自動筆，總共要多少錢？

1個橡皮擦和x枝自動筆，總共要多少錢？

**解法**

$$\begin{array}{l}
 15 \text{元} \quad 15 \text{元} \quad 15 \text{元} \quad \dots \quad 15 \text{元} \\
 \hline
 = 15 \times x = 15x \text{ (元)}
 \end{array}$$

為什麼不寫  $x \times 15$ ?

$15x$  代表的是一個未知數，所以  $10 + 15x$  不能再做合併或化簡。

$x = 1$	$10 + 15 \times 1 = 25$
$x = 2$	$10 + 15 \times 2 = 40$
$x = 3$	$10 + 15 \times 3 = 55$
$\vdots$	$\vdots$

下列哪些式子可以表示右圖長方形的周長？把它們圈起來。

下列式子：  
 $(x+5) \times 2$  (圈)  
 $x + x + 5 + 5$  (圈)  
 $x + 5$   
 $5x$   
 $2x + 10$  (圈)

**解法**

長方形的周長

$(\text{長} + \text{寬}) \times 2$	$\text{長} \times 2 + \text{寬} \times 2$	$\text{長} + \text{寬} + \text{長} + \text{寬}$
$(x + 5) \times 2$	$2x + 10$	$x + 5 + x + 5$

弟弟有x元，哥哥的錢是弟弟的5倍又多6元。  
 1. 哥哥有多少錢？  
 2. 兩人共有多少錢？  
 3. 媽媽又給他們20元，兩人現在共有多少錢？

弟弟有x元，哥哥的錢是弟弟的5倍又多6元。

1. 哥哥有多少錢？

2. 兩人共有多少錢？

3. 媽媽又給他們20元，兩人現在共有多少錢？

$$\begin{array}{l}
 \text{弟弟的錢 } x \text{ (元)} \\
 \text{哥哥的錢 } 5x + 6 \text{ (元)} \\
 \hline
 \text{兩人的錢 } x + 5x + 6 = 6x + 6 \text{ (元)} \\
 \text{再加 } 20 \text{ 元} \\
 \hline
 6x + 6 + 20 = 6x + 26 \text{ (元)}
 \end{array}$$

哥哥有y元，哥哥的錢是弟弟的2倍又多6元。請問弟弟有多少錢？

**解法**

弟弟的錢  $\frac{y}{2}$ ，哥哥的錢 y

$$\begin{array}{l}
 y \\
 \hline
 y - 6 \\
 \hline
 (y - 6) \div 2
 \end{array}$$

冰箱有x瓶牛奶，再放入3瓶之後，共有11瓶牛奶。依上述題意列出等式。

**解法**

冰箱有  $x$  瓶牛奶， $\xrightarrow{\quad}$   $x$   
 再放入 3 瓶之後， $\xrightarrow{\quad}$   $x + 3$   
 共有 11 瓶牛奶， $\xrightarrow{\quad}$   $x + 3 = 11$   
 依上述題意列出等式。

有  $x$  顆糖果，老師吃掉 2 顆之後，再平分給 6 個小朋友，每人分到 3 顆，依上述題意列出等式。

**解法**

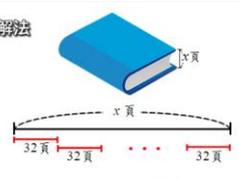
有  $x$  顆糖果， $\xrightarrow{\quad}$   $x$   
 老師吃掉 2 顆之後， $\xrightarrow{\quad}$   $- 2$   
 再平分給 6 個小朋友， $\xrightarrow{\quad}$   $\div 6$   
 每人分到 3 顆， $\xrightarrow{\quad}$   $(x - 2) \div 6 = 3$   
 依上述題意列出等式。

**解法**

當  $x = 6$  時，  
 $3x + 5 = ( \quad )$   
 $3 \times 6 + 5 = ( \quad )$   
 $3 \times 6 + 5 = 23$

一本  $x$  頁的小說，看完 32 頁要花 1 小時，用同樣的速度看完整本，需要花多久時間？如果  $x = 160$ ，看完整本書需要花多久時間？

**解法**



一本  $x$  頁的小說，  
 看完 32 頁要花 1 小時，  
 用同樣的速度看完整本，  
 需要花多久時間？  
 $x \div 32 \times 1 = x \div 32$  (小時)  
 如果  $x = 160$ ， $\xrightarrow{\quad}$   $x \div 32 = 160 \div 32 = 5$  (小時)  
 看完整本書需要花多久時間？

主題二 等式概念

哥哥有 15 元，弟弟有 10 元，爸爸分別給兩人 5 元和 10 元之後，兄弟兩人誰的錢比較多？

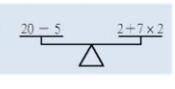
**解法**

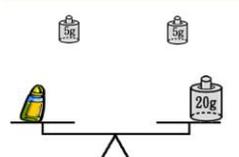
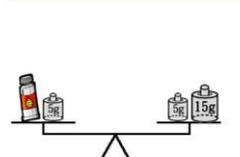
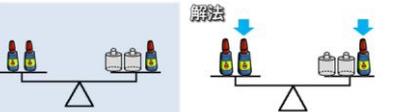
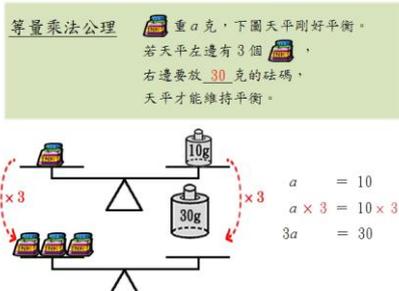
哥哥有 15 元，	兄	弟
弟弟有 10 元，	15	10
爸爸分別給兩人 5 元和 10 元之後，	5	10
兄弟兩人誰的錢比較多？	20	20
	$15 + 5 =$	$10 + 10$

等號代表的意義是左右兩邊的值相等。  
 不同的算式，只要值相等，兩個算式之間的等號就會成立，稱為等式。

$10 + 10 = 20$      $20 = 10 + 10$   
 $15 + 5 = 20$      $20 = 15 + 5$

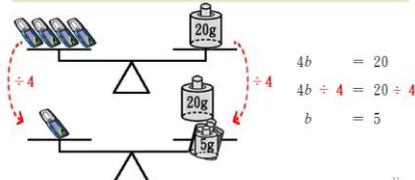
右圖天平是否平衡？原因是什麼？如果不會，怎麼樣才能讓天平的兩邊平衡？



<p><b>解法</b></p> $\frac{20-5}{\triangle} \quad \frac{2+7 \times 2}{\triangle}$ <p>上圖天平是否平衡？ 原因是什麼？</p> <p>如果不會，怎麼樣才能讓天平的兩邊平衡？</p> <p><math>20-5=15</math>    <math>2+7 \times 2=16</math></p> <p>左右兩邊數字一樣大，天秤就會維持平衡。</p> <p>21</p>	<p>天平要維持平衡，<math>x</math>和<math>y</math>分別是多少？</p> $\frac{18 \div x}{\triangle} \quad \frac{3 \times y}{\triangle}$ <p>22</p>
<p><b>解法</b></p> $\frac{18 \div x}{\triangle} \quad \frac{3 \times y}{\triangle}$ <p>天平要維持平衡，<math>x</math>和<math>y</math>分別是多少？</p> <p>左右兩邊數字一樣大，天秤才會維持平衡。</p> <p>23</p>	<p>兩個天平都維持平衡，<math>x</math>和<math>y</math>分別是多少？</p> $\frac{y}{\triangle} \quad \frac{x \div 2}{\triangle} \quad \frac{2 \times x}{\triangle} \quad \frac{10}{\triangle}$ <p>24</p>
<p><b>解法</b></p> <p>兩個天平都維持平衡，<math>x</math>和<math>y</math>分別是多少？</p> <p>左右兩邊數字一樣大，天秤才會維持平衡。</p> $\frac{2 \times x}{\triangle} \quad \frac{10}{\triangle} \quad \frac{y}{\triangle} \quad \frac{x \div 2}{\triangle}$ <p><math>2 \times x = 10</math>    <math>x = 5</math></p> <p><math>y = x \div 2</math>    <math>y = 2\frac{1}{2}</math></p> <p>25</p>	<p>主題三 認識等量公理</p> <p>26</p>
<p><b>等量加法公理</b></p> <p>重<math>x</math>克，下圖天平剛好平衡。 若左右兩邊各加1個5克的砝碼， 天平依然維持平衡。</p>  $\begin{aligned} x &= 20 \\ x + 5 &= 20 + 5 \\ x + 5 &= 25 \end{aligned}$ <p>27</p>	<p><b>等量減法公理</b></p> <p>重<math>y</math>克，下圖天平剛好平衡。 若左右兩邊各拿走1個5克的砝碼， 天平依然維持平衡。</p>  $\begin{aligned} y + 5 &= 20 \\ y + 5 - 5 &= 20 - 5 \\ y &= 15 \end{aligned}$ <p>28</p>
<p><b>解法</b></p> <p>天平維持平衡。</p> <p>(1) 和 有什麼關係？</p> <p>(2) 若重10克，重<math>x</math>克，則<math>x</math>是多少？</p>  $\begin{aligned} &= + \\ x &= 10 + 10 = 20 \end{aligned}$ <p>29</p>	<p><b>等量乘法公理</b></p> <p>重<math>a</math>克，下圖天平剛好平衡。 若天平左邊有3個， 右邊要放30克的砝碼， 天平才能維持平衡。</p>  $\begin{aligned} a &= 10 \\ a \times 3 &= 10 \times 3 \\ 3a &= 30 \end{aligned}$ <p>30</p>

**等量除法原理** 重  $b$  克，下圖天平剛好平衡。

若天平左邊只有 1 個 ，右邊要放 5 克的砝碼，天平才能維持平衡。



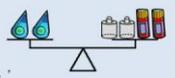
$4b = 20$   
 $4b \div 4 = 20 \div 4$   
 $b = 5$

32

右圖天平維持平衡。

(1)  和  有什麼關係？

(2) 若  重 10 克， 重 15 克， 重  $x$  克，則  $x$  是多少？

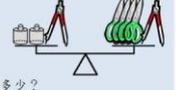


33

右圖天平維持平衡。

(1)  和  有什麼關係？

(2) 若  重 20 克， 重  $x$  克，則  $x$  是多少？



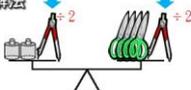
34

天平維持平衡。

(1)  和  有什麼關係？

(2) 若  重 20 克， 重  $x$  克，則  $x$  是多少？

**解法**



$x = x + x$   
 $20 = 2x$   
 $x = 10$

35

主題四 等量公理紀錄解題格式及應用

ES

1896

37

以等量公理求  $x$  的值。

$5 + x = 15$

**解法**

$5 + x - 5 = 15 - 5$   
 $x = 10$

38

以等量公理求  $x$  的值。

$5 \times x = 15$

**解法**

$5 \times x \div 5 = 15 \div 5$   
 $x = 3$

39

以等量公理求  $x$  的值。

$16 - x = 8$

**解法**

$16 - x + x = 8 + x$   
 $16 = 8 + x$   
 $16 - 8 = 8 + x - 8$   
 $8 = x$   
 $x = 8$

~~$16 - x = 8$   
 $16 - x - 16 = 8 - 16$   
 $-x = -8$~~

40

以等量公理求  $x$  的值。

$16 \div x = 8$

**解法**

$16 \div x \times x = 8 \times x$   
 $16 = 8 \times x$   
 $16 \div 8 = 8 \times x \div 8$   
 $2 = x$   
 $x = 2$

41

以等量公理求  $x$  的值。

$3 + 2x = 7$

**解法**

$3 + 2x = 7$   
 $2x + 3 - 3 = 7 - 3$   
 $2x = 4$   
 $2 \times x = 4$   
 $2 \times x \div 2 = 4 \div 2$   
 $x = 2$

42

**解法**

以等量公理求 $x$ 的值。

$$x \div 3 - 4 = 6$$

$$x \div 3 - 4 = 6$$

$$x \div 3 - 4 + 4 = 6 + 4$$

$$x \div 3 = 10$$

$$x \div 3 \times 3 = 10 \times 3$$

$$x = 30$$

43

**解法**

四個選項中，將計算過程符合等量公理的圖起來。

$x - 2 = 5$   
 $x - 2 - 2 = 5 - 2$   
 $x - 2 = 5$   
 $x - 2 + 3 = 5 - 3$   
 $5x + 2 = 17$   
 $5x + 2 \times 10 = 17 \times 10$   
 $11 - 4x = 3$   
 $(11 - 4x) \div 0 = 3 \div 0$

$\rightarrow (5x + 2) \times 10 = 17 \times 10$   
 $\rightarrow 0$  不可以當除數

44

大雄原有50元，從現在起每天存 $x$ 元，存了15天，存款裡共有275元，大雄每天存多少錢？

45

**解法**

大雄原有50元。

從現在起每天存 $x$ 元，存了15天。

存款裡共有275元。

大雄每天存多少錢？

$$50 + x \times 15 = 275$$

$$x \times 15 + 50 = 275$$

$$x \times 15 + 50 - 50 = 275 - 50$$

$$x \times 15 = 225$$

$$x \times 15 \div 15 = 225 \div 15$$

$$x = 15$$

答：15元

46

天平維持平衡，如果重20公克，的重量是多少？

47

**解法**

天平維持平衡，如果重20公克，的重量是多少？

$$2 \times 20 = 4 \times$$

$$10 =$$

答：10公克

48

ABCD及ABEF皆為平行四邊形，四邊形AGCD和四邊形BEFG的面積是否相等？

49

**解法**

ABCD及ABEF皆為平行四邊形，四邊形AGCD和四邊形BEFG的面積是否相等？

答：相等

50

梯形面積是105平方公分，下底的長是多少公分？

51

**解法**

梯形面積是105平方公分，下底的長是多少公分？

$$(上底 + 下底) \times 高 \div 2 = 梯形面積$$

$$(9 + x) \times 10 \div 2 = 105$$

$$(9 + x) \times 5 = 105$$

$$(9 + x) \times 5 \div 5 = 105 \div 5$$

$$9 + x = 21$$

$$9 + x - 9 = 21 - 9$$

$$x = 12$$

答：12公分

52

草地上共有7隻雞和兔子，總共有20支腳，請問雞和兔子各有幾隻？

草地上共有7隻雞和兔子，總共有20支腳，請問雞和兔子各有幾隻？

解法

~~×~~ ~~×~~ ~~×~~ ~~×~~ ~~×~~ ~~×~~ ~~×~~  
 ✓

雞	1	2	3	4	5	6
兔子	6	5	4	3	2	1
腳數	26	24	22	20	18	16

答：雞有4隻，兔子有3隻

13

14

草地上共有7隻雞和兔子，總共有20支腳，請問雞和兔子各有幾隻？



$$\begin{aligned}
 2 \times 7 &= 14 \\
 20 - 14 &= 6 \\
 6 \div 2 &= 3 \text{ (隻兔子)} \\
 7 - 3 &= 4 \text{ (隻雞)}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 4 \times 7 &= 28 \\
 28 - 20 &= 8 \\
 8 \div 2 &= 4 \text{ (隻雞)} \\
 7 - 4 &= 3 \text{ (隻兔子)}
 \end{aligned}$$

草地上共有7隻雞和兔子，總共有20支腳，請問雞和兔子各有幾隻？

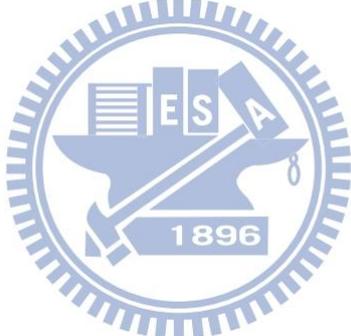
解法

假設兔子有  $x$  隻，則雞有  $7 - x$  隻

	雞	兔	總數
隻	$7 - x$	$x$	7
腳數	$2 \times (7 - x)$	$4x$	20

$$\begin{aligned}
 2 \times (7 - x) + 4x &= 20 \\
 14 - 2x + 4x &= 20 \\
 14 + 2x &= 20 \\
 14 + 2x - 14 &= 20 - 14 \\
 2x &= 6 \\
 2x \div 2 &= 6 \div 2 \\
 x &= 3 \text{ (隻兔子)} \\
 7 - 3 &= 4 \text{ (隻雞)}
 \end{aligned}$$

15



### 附錄三 「等量公理概念」學習成就測驗

#### 等量公理概念學習成就測驗前測

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_

各位同學，這是一份關於未知數與等量公理概念的試卷，為的是幫助老師了解各位在這個單元的數學知識結構，請依據題目寫下你認為最正確的答案，盡量將所有的計算過程寫在考卷的空白處，以便老師了解各位的想法。作答時間為 40 分鐘，請仔細用心的作答。若遇到任何問題，請舉手發問，謝謝各位同學的配合。

1.  $5x$  和下列哪些選項所代表的意思相同？相同的請打✓，不同的請打×。

( )  $5+x$     ( )  $2+3x$     ( )  $x \times 5$     ( )  $5 \times x$     ( )  $x+x+x+x+x$

2. 章魚哥原本有  $a$  元，派大星再給他 20 元之後，章魚哥現在有( ) 元。

3. 哥哥有  $y$  張遊戲王卡，哥哥遊戲王卡的張數是弟弟的 3 倍又多 7 張，那麼弟弟有( ) 張。

4. 根據文字符號所代表的數字，算出下列式子的值。

(1) 當  $x=5$  時， $x+5=( )$       (2) 當  $x=12$  時， $68+x \div 4=( )$

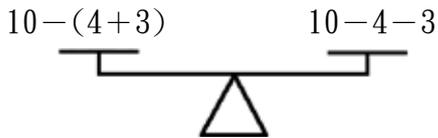
5. 木瓜一個 31 元，蘋果比木瓜還貴  $b$  元。如果蘋果的價錢是 55 元，依照題意列出等式為( )。

6. 早餐店老闆把  $a$  公升的豆漿，分裝到  $\frac{3}{5}$  公升的小杯子裡且剛好全部裝完，之

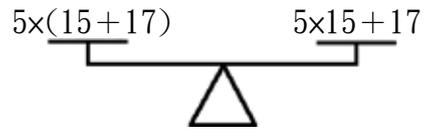
後賣出 12 杯，還剩下 13 杯，依照題意列出等式為( )。

7. 判斷下面的天秤是否平衡，平衡請打✓，不平衡請打×，並寫出原因(寫出哪邊比較重，或是兩邊一樣重)。

(1) ( ) 原因：



(2) ( ) 原因：



8. 下列式子的計算過程符合等量公理的打✓，不符合等量公理的打×。

(1) ( )	$6x - 5 = 7$ $6x - 5 + 8 = 7 + 8$	(2) ( )	$5x + 3 = 13$ $5x + 3 - 3 = 13 + 3$	(3) ( )	$8x + 5 = 21$ $8x + 5 \times 10 = 21 \times 10$	(4) ( )	$9 + 4x = 13$ $(9 + 4x) \div 0 = 13 \div 0$
(5) ( )	$19 - 9x = 7$ $(19 - 9x) \times 5 = 7 \times 5$	(6) ( )	$16 - 2x = 14$ $16 - 2x \div 2 = 14 \div 2$	(7) ( )	$4 \times (3x + 5) = 26$ $4 \times (3x + 5) \div 4 = 26 \div 4$	(8) ( )	$7x + 5 = 7x + 5$ $7x + 5 - 5 = 7x + 5 - 5$

9. 請算出  $x$  的值。

(1)  $x - 15 = 37$

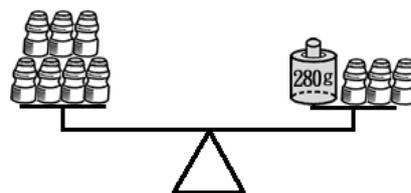
(2)  $13 \times x = 195$

(3)  $57 + x \div 9 = 65$

(4)  $8x - 19 = 101$

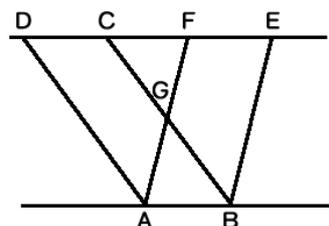
10. 爸爸今年  $x$  歲，20 年前爸爸的年齡是 12 歲，請問  $x$  是多少？

11. 如右圖，天秤的左邊放 7 瓶養樂多，右邊放 3 瓶養樂多和 280 公克的砝碼，剛好維持平衡，若養樂多每瓶重  $x$  公克，請問 1 瓶養樂多重多少公克？

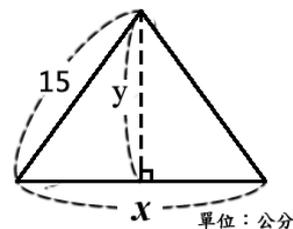


12. 梨子有  $x$  個，不小心碰壞了 21 個，剩下的梨子每個賣 35 元，共賣了 1925 元，請問梨子原本有幾個？

13.  $ABCD$  和  $ABEF$  皆為平行四邊形，如右圖。若四邊形  $AGCD$  的面積是 15 平方公分，三角形  $ABG$  面積是 4 平方公分，請問平行四邊形  $ABEF$  的面積是多少？



14. 有一等腰三角形，如右圖，周長為 48 公分，面積為 108 平方公分，請問  $x$  和  $y$  分別是多少公分？



## 等量公理概念學習成就測驗後測

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_

各位同學，這是一份關於未知數與等量公理概念的試卷，為的是幫助老師了解各位在這個單元的數學知識結構，請依據題目寫下你認為最正確的答案，盡量將所有的計算過程寫在考卷的空白處，以便老師了解各位的想法。作答時間為 40 分鐘，請仔細用心的作答。若遇到任何問題，請舉手發問，謝謝各位同學的配合。

1.  $3x$  和下列哪些選項所代表的意思相同？相同的請打✓，不同的請打×。

( )  $x+x+x$    ( )  $3 \times x$    ( )  $x \times 3$    ( )  $3+x$    ( )  $1+2x$

2. 章魚哥原本有  $6a$  元，派大星再給他 50 元之後，章魚哥現在有( )元。



3. 哥哥有  $y$  張遊戲王卡，哥哥遊戲王卡的張數是弟弟的 7 倍又多 1 張，那麼弟弟有( )張。

4. 根據文字符號所代表的數字，算出下列式子的值。

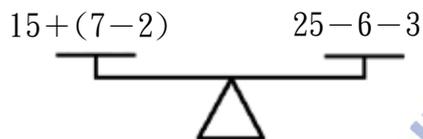
(1) 當  $x=17$  時， $31-x=( )$       (2) 當  $x=0$  時， $68+x \div 11=( )$

5. 木瓜一個 26 元，蘋果比木瓜還貴  $b$  元。如果蘋果的價錢是 65 元，依照題意列出等式為( )。

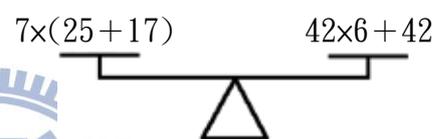
6. 早餐店老闆把  $a$  公升的豆漿，分裝到  $\frac{1}{2}$  公升的小杯子裡且剛好全部裝完，之後賣出 8 杯，還剩下 14 杯，依照題意列出等式為( )。

7. 判斷下面的天秤是否平衡，平衡請打✓，不平衡請打×，並寫出原因(寫出哪邊比較重，或是兩邊一樣重)。

(1)( )原因：



(2)( )原因：



8. 下列式子的計算過程符合等量公理的打✓，不符合等量公理的打×。

(1) ( )	$23 - x = 14$ $(23 - x) \div 3 = 14 \times 3$	(2) ( )	$7 + 3x = 21$ $7 + 3x \div 2 = 21 \div 2$	(3) ( )	$19 - 9x = 7$ $(19 - 9x) \times 5 = 7 \times 5$	(4) ( )	$4 \times (3x + 5) = 26$ $4 \times (3x + 5) \div 4 = 26 \div 4$
(5) ( )	$x \div 7 + 4 = 18$ $(x \div 7 + 4) \times 9 = 18 \times 9$	(6) ( )	$13x - 11 = 0$ $13x - 11 + 11 = 0 + 11$	(7) ( )	$9 + 4x = 13$ $(9 + 4x) \div 0 = 13 \div 0$	(8) ( )	$x + 3 = 13$ $x + 3 - 3 = 13 - 6$

9. 請以等量公理格式記錄解題過程算出  $x$  的值。

(1)  $x + 21 = 40$

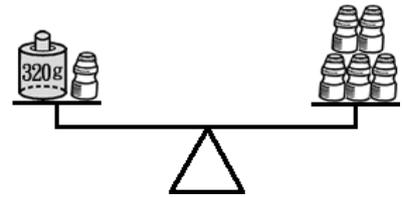
(2)  $x \div 13 = 16$

(3)  $4x - 17 = 75$

(4)  $x \div 8 + 19 = 38$

10. 爸爸今年 35 歲， $x$  年前爸爸的年齡是 18 歲，請問  $x$  是多少？(以等量公理格式記錄解題過程)

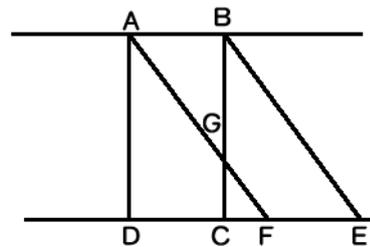
11. 如右圖，天秤的左邊放 1 瓶養樂多和 320 公克的砝碼，右邊放 5 瓶養樂多，剛好維持平衡，若養樂多每瓶重  $x$  公克，請問 1 瓶養樂多重多少公克？(以等量公理格式記錄解題過程)



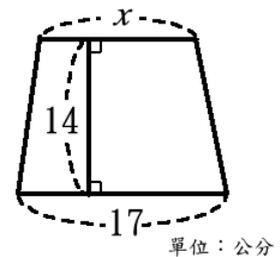
12. 梨子有  $x$  個，不小心碰壞了 25 個，剩下的梨子每個賣 37 元，共賣了 3256 元，請問梨子原本有幾個？(以等量公理格式記錄解題過程)



13. 如右圖， $\overline{AB}$  和  $\overline{DE}$  互相平行。若四邊形 AGCD 的面積是 26 平方公分，三角形 ABG 面積是 9 平方公分，請問平行四邊形 ABEF 的面積是多少？



14. 有一梯形，如右圖，面積為 203 平方公分，請問  $x$  是多少公分？(以等量公理格式記錄解題過程)



單位：公分

## 等量公理概念學習成就測驗延後測

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_

各位同學，這是一份關於未知數與等量公理概念的試卷，為的是幫助老師了解各位在這個單元的數學知識結構，請依據題目寫下你認為最正確的答案，盡量將所有的計算過程寫在考卷的空白處，以便老師了解各位的想法。作答時間為 40 分鐘，請仔細用心的作答。若遇到任何問題，請舉手發問，謝謝各位同學的配合。

1.  $4x$  和下列哪些選項所代表的意思相同？相同的請打✓，不同的請打×。

( )  $x+x+x+x$    ( )  $4 \times x$    ( )  $x \times 4$    ( )  $4+x$    ( )  $2+2x$

2. 章魚哥原本有  $3a$  元，派大星再給他 15 元之後，章魚哥現在有( )元。

3. 哥哥有  $y$  張遊戲王卡，哥哥遊戲王卡的張數是弟弟的 5 倍又多 2 張，那麼弟弟有( )張。



4. 根據文字符號所代表的數字，算出下列式子的值。

(1) 當  $x=7$  時， $x+6=( )$

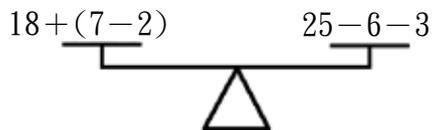
(2) 當  $x=5$  時， $28+x \times 3=( )$

5. 木瓜一個 16 元，蘋果比木瓜還貴  $b$  元。如果蘋果的價錢是 82 元，依照題意列出等式為( )。

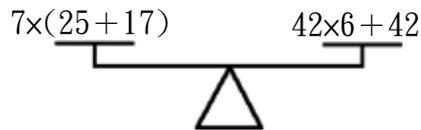
6. 早餐店老闆把  $a$  公升的豆漿，分裝到  $\frac{2}{3}$  公升的小杯子裡且剛好全部裝完，之後賣出 15 杯，還剩下 60 杯，依照題意列出等式為( )。

7. 判斷下面的天秤是否平衡，平衡請打✓，不平衡請打×，並寫出原因(寫出哪邊比較重，或是兩邊一樣重)。

(1) ( ) 原因：



(2) ( ) 原因：



8. 下列式子的計算過程符合等量公理的打✓，不符合等量公理的打×。

(1) ( )	$x \div 3 + 4 = 8$ $x \div 3 + 4 - 5 = 8 - 5$	(2) ( )	$6 - 2x = 3$ $(6 - 2x) \times 5 = 3 \times 5$	(3) ( )	$3x - 5 = 0$ $3x - 5 + 5 = 0 + 5$	(4) ( )	$7 \times (5 + x) = 56$ $7 \times (5 + x) \div 4 = 56 \div 4$
(5) ( )	$9 + 4x = 13$ $(9 + 4x) \div 0 = 13 \div 0$	(6) ( )	$6x + 1 = 10$ $6x + 1 - 3 = 10 - 6$	(7) ( )	$23 - x = 14$ $(23 - x) \div 3 = 14 \times 3$	(8) ( )	$7 + 3x = 21$ $7 + 3x + 2 = 21 - 2$

9. 請以等量公理格式記錄解題過程算出  $x$  的值。

(1)  $x + 11 = 37$

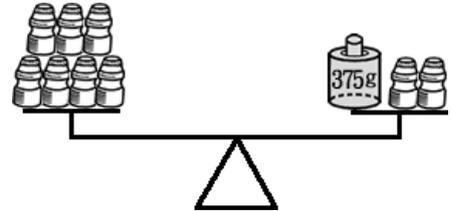
(2)  $9 \times x = 135$

(3)  $28 + 7x = 91$

(4)  $41 - x \div 5 = 33$

10. 爸爸今年 51 歲， $x$  年前爸爸的年齡是 26 歲，請問  $x$  是多少？(以等量公理格式記錄解題過程)

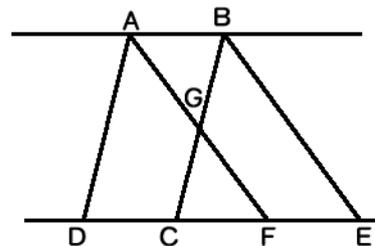
11. 如右圖，天秤的左邊放 7 瓶養樂多，右邊放 2 瓶養樂多和 375 公克的砝碼，剛好維持平衡，若養樂多每瓶重  $x$  公克，請問 1 瓶養樂多重多少公克？(以等量公理格式記錄解題過程)



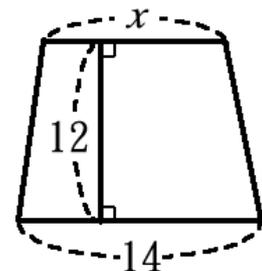
12. 梨子有  $x$  個，不小心碰壞了 25 個，剩下的梨子每個賣 55 元，共賣了 2145 元，請問梨子原本有幾個？(以等量公理格式記錄解題過程)



13.  $ABCD$  和  $ABEF$  皆為平行四邊形，如右圖。若四邊形  $BEFG$  的面積是 28 平方公分，三角形  $ABG$  面積是 13 平方公分，請問平行四邊形  $ABCD$  的面積是多少？



14. 有一梯形，如右圖，面積為 138 平方公分，請問  $x$  是多少公分？(以等量公理格式記錄解題過程)



單位：公分

## 附錄四 「數位數學教學模式」學習態度量表

各位同學：老師想瞭解大家在這單元上課的感受，所以請你填寫這份問卷。你的答案不會影響任何平時成績，也沒有正確答案，所以請根據自己的感想或看法，誠實地回答問卷上的每個問題。調查結果僅供學術研究之用，若有題目看不懂時可以舉手問老師！

六年\_\_\_\_\_班 姓名：\_\_\_\_\_

	完全同意	大部分同意	尚可	不同意	完全不同意
1. 上完這幾堂數學課，我會更想要學習數學。	5	4	3	2	1
根據上題，完全同意、同意、尚可，請填寫第(1)、(2)題。 完全不同意、不同意，請填寫第(3)、(4)題。					
(1) 我會更想學習數學，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	5	4	3	2	1
(2) 我會更想學習數學，主要是因為上課時老師會和我們溝通討論並說出自己的想法。	5	4	3	2	1
(3) 我不會更想學習數學，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	5	4	3	2	1
(4) 我不會更想學習數學，主要是因為上課時我需要和老師溝通討論並說出自己的想法。	5	4	3	2	1
2. 如果以後都能像這樣上課，我會比較想要上數學課。	5	4	3	2	1
根據上題，完全同意、同意、尚可，請填寫第(1)、(2)題。 完全不同意、不同意，請填寫第(3)、(4)題。					
(1) 我會比較想要上數學課，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	5	4	3	2	1
(2) 我會比較想要上數學課，主要是因為上課時老師會和我們溝通討論並可以說出自己的想法。	5	4	3	2	1
(3) 我不會比較想要上數學課，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	5	4	3	2	1

	完 全 同 意	大 部 分 同 意	尚 可	不 同 意	完 全 不 同 意
(4) 我不會比較想要上數學課，主要是因為上課時我需要和老師溝通討論並說出自己的想法。	5	4	3	2	1
3. 我比較喜歡這樣上數學課的方式。	5	4	3	2	1
根據上題，完全同意、同意、尚可，請填寫第(1)、(2)題。 完全不同意、不同意，請填寫第(3)、(4)題。					
(1) 我比較喜歡這樣上數學課的方式，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	5	4	3	2	1
(2) 我比較喜歡這樣上數學課的方式，主要是因為上課時老師會和我們溝通討論並可以說出自己的想法。	5	4	3	2	1
(3) 我比較不喜歡這樣上數學課的方式，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	5	4	3	2	1
(4) 我比較不喜歡這樣上數學課的方式，主要是因為上課時我需要和老師溝通討論並說出自己的想法。	5	4	3	2	1
4. 這幾堂數學課，上課時我會更注意上課內容。	5	4	3	2	1
根據上題，完全同意、同意、尚可，請填寫第(1)、(2)題。 完全不同意、不同意，請填寫第(3)、(4)題。					
(1) 我會更注意上課內容，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	5	4	3	2	1
(2) 我會更注意上課內容，主要是因為上課時老師會和我們溝通討論並可以說出自己的想法。	5	4	3	2	1
(3) 我不會更注意上課內容，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	5	4	3	2	1
(4) 我不會更注意上課內容，主要是因為上課時我需要和老師溝通討論並說出自己的想法。	5	4	3	2	1
5. 這幾堂數學課，上課時我會更專心認真上課。	5	4	3	2	1
根據上題，完全同意、同意、尚可，請填寫第(1)、(2)題。 完全不同意、不同意，請填寫第(3)、(4)題。					
(1) 我會更專心認真上課，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	5	4	3	2	1
(2) 我會更專心認真上課，主要是因為上課時老師會和我們溝通討論並可以說出自己的想法。	5	4	3	2	1
(3) 我不會更專心認真上課，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	5	4	3	2	1
(4) 我不會更專心認真上課，主要是因為上課時我需要和老師溝通討論並說出自己的想法。	5	4	3	2	1

	完 全 同 意	大 部 分 同 意	尚 可	不 同 意	完 全 不 同 意
6. 這幾堂數學課，上課時我會更積極參與上課。	5	4	3	2	1
根據上題，完全同意、同意、尚可，請填寫第(1)、(2)題。 完全不同意、不同意，請填寫第(3)、(4)題。					
(1) 我會更積極參與上課，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	5	4	3	2	1
(2) 我會更積極參與上課，主要是因為上課時老師會和我們溝通討論並可以說出自己的想法。	5	4	3	2	1
(3) 我不會更積極參與上課，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	5	4	3	2	1
(4) 我不會更積極參與上課，主要是因為上課時我需要和老師溝通討論並說出自己的想法。	5	4	3	2	1
7. 我覺得這幾堂數學課的上課方式，可以幫助我更容易瞭解等量公理的概念、計算和解題。	5	4	3	2	1
根據上題，完全同意、同意、尚可，請填寫第(1)、(2)題。 完全不同意、不同意，請填寫第(3)、(4)題。					
(1) 可以幫助我更容易瞭解等量公理的概念、計算和解題，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	5	4	3	2	1
(2) 可以幫助我更容易瞭解等量公理的概念、計算和解題，主要是因為上課時老師會和我們溝通討論並可以說出自己的想法。	5	4	3	2	1
(3) 不會幫助我更容易瞭解等量公理的概念、計算和解題，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	5	4	3	2	1
(4) 不會幫助我更容易瞭解等量公理的概念、計算和解題，主要是因為上課時我需要和老師溝通討論並說出自己的想法。	5	4	3	2	1
8. 這幾堂數學課，我覺得非常輕鬆自在。	5	4	3	2	1
根據上題，完全同意、同意、尚可，請填寫第(1)、(2)題。 完全不同意、不同意，請填寫第(3)、(4)題。					
(1) 我覺得非常輕鬆自在，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	5	4	3	2	1
(2) 我覺得非常輕鬆自在，主要是因為上課時老師會和我們溝通討論並可以說出自己的想法。	5	4	3	2	1
(3) 我不覺得非常輕鬆自在，主要是因為老師使用電腦來教我們上課。	5	4	3	2	1
(4) 我不覺得非常輕鬆自在，主要是因為上課時我需要和老師溝通討論並說出自己的想法。	5	4	3	2	1

9. 上完這單元的數學課，有什麼心得或感想（針對上課方式）？請把它寫下來。

---

---

---

---

---

