

國立交通大學

應用數學系

博士論文

迪布恩圖的直徑與寬直徑

Diameters and Wide-Diameters of de Bruijn Graphs



博士生：郭志銘

指導教授：博恆霖教授

中華民國九十六年十一月

迪布恩圖的直徑與寬直徑
Diameters and Wide-Diameters of de Bruijn Graphs

博 士 生：郭志銘

Student : Jyh-Min Kuo

指導教授：傅恆霖

Advisor : Hung-Lin Fu

國立交通大學
應用數學系
博士論文



Submitted to Department of Applied Mathematics
College of Science

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Doctor of Philosophy

in

Applied Mathematics

November 2007

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十六年十一月

迪布恩圖的直徑與寬直徑

學生：郭志銘

指導教授：傅恆霖

國立交通大學應用數學系

摘 要

在圖形理論上，研究討論網路的容錯及傳輸延遲課題中，連通性及直徑是兩個很重要的參數；而迪布恩圖具有很小的直徑及很大的連通性，常久以來被視為很重要的網路模型。然而迪布恩圖有個很大的缺點，就是點的個數嚴重受限制，於是在 1980 年左右，由兩批的人，獨立的發展出迪布恩圖的一般化，它完全保留迪布恩圖的所有特性，卻又很技巧的讓點數個數不受限制，這個改良，大大的增進迪布恩圖的應用與重要性。

如果把有向迪布恩圖的方向性拿掉，迴圈也拿掉，同時也避免多邊的情況，那就可以得到無向的迪布恩圖。同理，從一般化的有向迪布圖，也可以得到無向的一般化迪布恩圖。在這篇論文中，我們主要討論這些迪布恩圖。

首先，在第一章中，我們介紹一些基本的圖論預備知識，這些在往後幾章中都會用到。第二章中，我們介紹迪布恩圖的已知結果，這些都是非常重要的結論；有些漂亮的定理，我們也適度的給予證明。在一般性的縱覽之後，就進入第三章；雖然無向迪布恩圖的連通性早就知道了，但是寬直徑卻一直不得而知，在這一章中，我們探討寬直徑，從而保證對任意兩點都有足夠多條的不同路徑，而這些路徑都不會太長。第四章，我們討論無向一般化迪布恩圖的直徑，對一部份的圖形的直徑，都有明確的答案，但也留下不少的難題，等待解答。最後一章，列出幾個重要而且急迫的問題，都是往後研究的重點所在。

謝 誌

這篇論文的完成，首先要感謝指導教授——傅恆霖教授，他是位盡責的老師，對於基本定理與已知結果、對於尋找重要或可行的題目、排除無關或誤導的結果、以及下重要的結論，具有無比的天賦與能力。我以能向他學習研究為莫大的榮幸。這幾年來的學習研究過程中，傅老師盡其所能地提供我論文的方向，不厭其煩地修改論文，提醒我注意投稿的細節，寬容地允許我犯錯；此外在生活應對進退上，傅老師「柔軟寬厚、認真負責」的為人處世上的哲學，更是讓我在學識以外的收穫受益良多。回顧過去幾年的研究生活，與教授討論論文的時間真是非常的不固定，有清晨，有夜晚、有假日，更別提一邊吃飯，一邊討論了；傅老師完全配合我在職的身份，給與我莫大的關懷、照顧與包容。在此獻上最大的敬意與謝意。

其次，要感謝黃光明教授，這篇論文是源自他給的題目與研究方向，才有今日此論文的產生，而此論文一部份的結果，也要感謝黃老師。他是一位典範，一位學者，一位長者，能跟著他學習，亦是三生有幸。此外，黃老師的一席話「Benefit of the Doubt.」更影響我在與人合作研究上甚為深遠。

感謝陳秋媛教授，對這篇論文提供寶貴而且重要的建議。她教學非常認真，教導我對報告要用心、對論文要求完美，也主動關心學生、提供一切學習生活上必要的援助，都是值得我學習的地方。感謝翁志文教授，將圖論與代數做一個巧妙的結合，開闢另一個研究的方向，給我不同的切入點，謝謝他這幾年的指導與對這篇論文的建議。感謝黃大原教授，在我碩博士期間的指導，關於課堂內與課堂外的幫忙。

之所以能在交大順利畢業，還要特別感謝成德高中洪賢明前校長、蔡雅雅校長及教務處的同仁們，謝謝您的支持、協助包容，讓我能順利完成碩博士學位的進修研究。

在交大待了好多年，前前後後交了好多朋友，感謝學長姐、學妹們，是你們讓我這幾年的學習生活，變得更充實有趣、多彩多姿。

最後，要感謝我的父母親、岳父母、家人以及親愛的老婆，這麼多年來的支持、鼓勵、關懷與包容，讓我無後顧之憂的悠遊在數學大海之中。