

國立交通大學

光電工程研究所

碩士論文

有限尺寸的陣列對於次波長孔徑陣列

穿透率增強現象之影響

Finite-size effect on the transmission enhancement of
subwavelength aperture arrays

研究生：陳冠宏

指導教授：陳志隆 教授

中華民國九十三年六月

有限尺寸的陣列對於次波長孔徑陣列穿透率增強現象之影響

Finite-size effect on the transmission enhancement of
subwavelength aperture arrays

研究生：陳冠宏

Student : Kuan-Hung Chen

指導教授：陳志隆

Advisor : Jyh-Long Chern

國立交通大學
光電工程研究所
碩士論文



A Thesis
Submitted to Institute of Electro-Optical Engineering
National Chiao Tung University
in partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master
in

Electro-Optical Engineering

June 2004

Hsinchu, Taiwan

中華民國九十三年六月

感謝詞

首先，要感謝的是在這兩年來使我成長許多的指導教授 陳志隆老師，不僅在學業上給予我耐心的指導與深刻討論，引領我完成了此篇論文，還讓我學習了處世的態度，感謝老師在生活上對我的照顧及鼓勵。

感謝實驗室的學長姐，帶領我熟悉實驗上的技巧與數據處理，一起參與了許多期刊與會議的投稿。也感謝實驗室的學弟妹們，陪我渡過了一段愉快的時光，謝謝實驗室夥伴們的幫助。

最後我要感謝我的父母親 陳瑤琨先生 歐陽婉惠女士，感謝他們在求學路程中的支持與鼓勵，我才能積極的面對所有的困難與挫折。



有限尺寸的陣列對於次波長孔徑陣列穿透率增強現象之影響

學生 陳冠宏

指導教授 陳志隆

國立交通大學光電工程研究所碩士班

摘要



本篇論文主要的目的是研究次波長孔徑的微波穿透率，設計分析孔徑的大小與陣列的排列並且進行實驗，實驗的波段在 8 GHz 到 12 GHz，在單一孔徑的實驗當中，我們量測了次波長孔徑的穿透量並且跟 Bethe's limit 來比較，另外也研究了孔徑的形狀與微波穿透率的相關性。在多孔徑陣列的實驗中，我們研究了有限尺寸的陣列對於穿透率增強現象的影響，主要使用的是最基本的 3X3-array。本論文驗證了由於表面電漿被激發而產生的穿透量增強現象，並且發現在滿足表面電漿被激發的條件時，穿透量因為光束束寬和陣列面積的影響具有多值現象。

Finite-size effect on the transmission enhancement of subwavelength aperture arrays

Student : Kuan-Hung Chen

Advisors : Dr. Jyh-Long Chern

Institute of Electro-Optical Engineering
National Chiao Tung University

Abstract



We experimentally investigate the transmission characteristics of subwavelength aperture by microwave analog experiment (8GHz ~ 12GHz), paying attention on enhancement feature. We found that in single hole cases, the transmissions depend on the shape of the apertures. For multiple hole cases, we investigate the influence of finite-size effect on the transmission characteristics of multiple subwavelength apertures. Within a finite size of confirmed area, a basic unit element of multiple apertures (hole array), i.e., a 3X3 array, is considered. We observed astonishingly transmission maximum and verify that the results indeed correspond to the excitation of surface plasmons. It is found that the transmission versus the ratio between the wavelength and the aperture size (λ/d) can be multi-valued when surface plasmons are excited.

感謝詞	i
摘要	ii
Abstract	iii
目錄	iv
圖表目錄	vi
第一章 簡介	1
1.1 表面電漿在平坦表面的傳播情形	3
1.2 表面電漿的色散關係	5
1.3 光子跟表面電漿的耦合	7
1.3.1 Grating Coupler	8
1.3.2 ATR Coupler	10
第二章 次波長孔徑的研究	13
2.1 次波長孔徑與 Bethe's limit	13
2.2 T. W. Ebbesen 等人近年來的研究	14
2.3 Tineke Thio 等人的研究	17
第三章 樣品與實驗裝置	18
3.1 樣品	18
3.2 微波實驗系統裝置	21
第四章 單一次波長孔徑	25
4.1 單一次波長孔徑穿透量的理論限制	25
4.2 單一次波長孔徑的穿透實驗	26

第五章 多孔徑陣列	30
5.1 孔徑陣列的理論分析	30
5.2 孔徑陣列的實驗與討論	32
5.3 穿透量的多值現象	40
第六章 總結	41
附錄 A 向量網路分析儀	44
參考資料	48



圖表目錄

圖 1.1	表面電漿共振	3
圖 1.2	表面電漿在 Z 方向的電場呈指數衰減至零	3
圖 1.3	表面電漿的色散曲線	7
圖 1.4	光波入射皺狀表面示意圖	8
圖 1.5	表面電漿與光子的轉換	9
圖 1.6	ATR coupler 系統	10
圖 1.7	ATR coupler 系統的色散曲線	11
圖 1.8	空氣層在中間的 ATR coupler	12
圖 2.1	$d = 900 \text{ nm}$, $a = 150 \text{ nm}$, $t = 200 \text{ nm}$ 銀孔徑陣列的照片	14
圖 2.2	$d = 900 \text{ nm}$, $a = 150 \text{ nm}$, $t = 200 \text{ nm}$ 銀孔徑陣列的穿透量頻譜	15
圖 2.3	旋轉樣品 0 度到 24 度，穿透量頻譜極值的移動情形	15
圖 2.4	單一次波長孔徑與周圍的皺狀結構	17
圖 3.1	單一孔徑的幾何示意圖	19
圖 3.2	圓形孔徑照片，面積為 0.81 cm^2	19
圖 3.3	方形孔徑照片，面積為 0.81 cm^2	19
圖 3.4	孔徑陣列的幾何示意圖	20
圖 3.5	孔徑陣列的照片，陣列參數 $d = 0.9 \text{ cm}$	20
圖 3.6	系統輸入端的照片	21
圖 3.7	發射天線的場形	22
圖 3.8	實驗系統示意圖	23
圖 3.9	實驗系統的 S21	24
圖 4.1	單一次波長孔徑的穿透率，微波頻率 10GHz	26
圖 4.2	對數座標，加入 Bethe 曲線以及幾何穿透曲線	28

圖 5.1	不同陣列參數的微波穿透率(a) 8GHz , (b) 9GHz , (c) 10GHz	32
圖 5.2	將陣列參數 d 對波長作歸一化	34
圖 5.3	3X3-array 到 7X7-array 在 8GHz ~ 12GHz 的 S21 (正向入射)	35
圖 5.4	3X3-array 到 7X7-array 在 8GHz ~ 10GHz 的相對穿透量	35
圖 5.5	6x6-array 的 S21 圖 , $d = 24 \text{ mm}$, 入射光為 p-polarize , 旋轉角度由 0 度到 24 度	36
圖 5.6	6x6-array 的 S21 圖 , $d = 24 \text{ mm}$, 入射光為 s-polarize , 旋轉角度由 0 度到 24 度	37
圖 5.7	$d = 24 \text{ mm}$ 的 7X7-array 以及 5X5-array 與光束大小	39
圖 5.8	同樣 λ/d 值 , 穿透率具有多值	40
圖 A.1	2.port 微波網路示意圖	44
表 A.1	由 S 參數推導其他網路矩陣	45
圖 A.2	向量網路分析儀(HP 8720D)	46
圖 A.3	HP 網路分析儀(HP8510)的內部示意圖	47

第一章 簡介

在許多的應用上我們需要將光束縮小，不過將光束縮小的同時，保留原本所攜帶的能量成爲一個重要的課題。孔徑(aperture)是光學系統中常見的一個元件，它能使得通過孔徑的光束縮小，有效的隔絕了部分入射的光束，然而孔徑會造成能量的浪費，而且被阻擋的光線將會反射而造成雜散光(stray light)。另外我們常用透鏡來使光線聚焦到焦點，但是光束只有在焦點附近被匯聚的很小，其他地方則會發散的很快，如果我們使用第二個透鏡做平行(collimate)的調整，會使得系統長度變長，使用的元件變多，而且對於機構上的準確性也有很高的要求。

由於許多科技上的需求，我們必須限制光束的束寬，甚至要求到波長的尺度，在一般的情況下，孔徑的光通量會正比於孔徑開口的面積；但是當孔徑小到波長的尺度時，光通量會大幅的下降，我們在孔徑的背後仍然可以量測到光波的能量，只是量測到的能量十分微弱，此時光子很難通過狹小的孔徑開口，因此必須用波動光學的知識來考量，而一些其他的效應也會影響光通量的大小。

在 1944 年，Bethe 由 Maxwell 方程式導出了一個結果 [1]，這個結果推導出了一個上限，一個電磁波對於次波長孔徑(subwavelength aperture)穿透量的限制，在一般情況下，電磁波對於一個次波長孔徑的穿透量不會超過這個上限。許多的研究都受到了這個上限的影響，例如近場光學等等，而突破這個限制也成爲了光學領域中的一個重要目標。

近年來，在這個穿透量的限制上有著許多突破 [2-10]，例如 Ebbesen 等人的研究，他們利用週期性調變的金屬表面結構，致使光波與表面電漿(Surface plasmons)之間發生耦合(coupling)，使得次波長孔徑的光通量成功的提升了數倍 [2]。由於表面結構週期性的調變是產生表面電漿來提升光通量的主因，所以我們研究的課題主要就環繞在表面結構上面。

在本章第一節中我們將描述表面電漿在平坦表面的傳播情形，由於表面電漿出現在金屬與介電質的界面之間，因此必須討論表面電漿在界面時的色散行爲，這將在第二節中有詳盡的公式推導 [11]。在第三節中，經由色散方程式，我們將描述皺狀表面(corrugated surfaces)如何跟入射的光波作用激發起表面電漿，我們將介紹 ATR coupler 和 grating coupler [11-13]，兩種幫助光子和表面電漿耦合的系統。



1.1 表面電漿在平坦表面的傳播情形

表面電漿(Surface plasmons)又叫作 surface plasmon polaritons，surface electromagnetic wave，是一種電磁表面波，也可以說是一種被束縛的表面模態(mode)，代表著金屬表面電荷縱向震盪的現象。表面電漿的傳播方向是沿著兩個介質的界面，而且它的電磁場強度隨著離界面的距離越遠，而呈指數衰減至零(exponential decay)。表面電漿共振(surface plasma oscillations)指的是在金屬或金屬薄膜界面的電子電荷量同調的起伏(coherent fluctuation)。

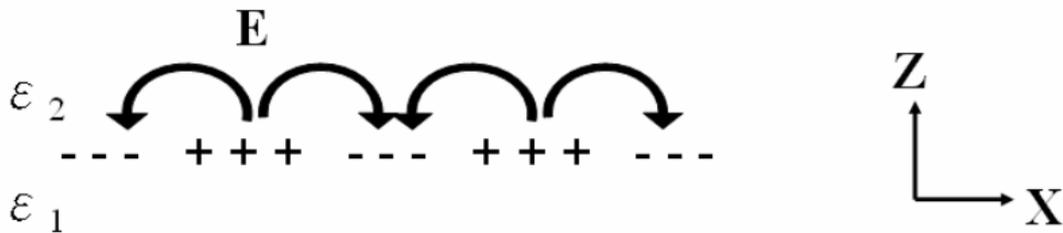


圖 1.1 表面電漿共振

圖 1.1 為表面電漿在兩個介質界面之間傳播的示意圖，圖片中也繪出了正負電荷以及電場，由於在 Z 為無窮遠處的時候，正負電荷的電場在 Z 方向的值會互相抵銷，所以 Z 軸的電場強度隨著距離增加而呈指數衰減至零，如圖 1.2 所示。

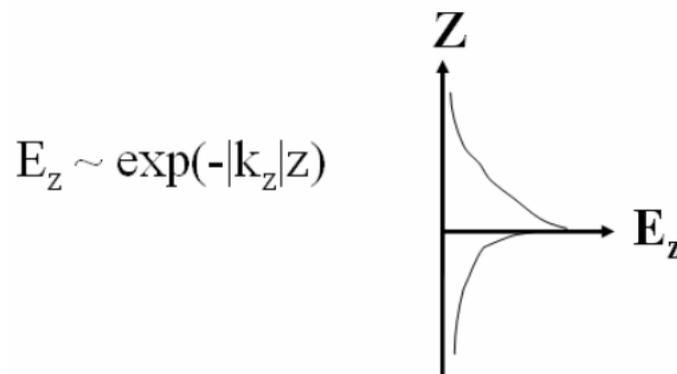


圖 1.2 表面電漿在 Z 方向的電場呈指數衰減至零

由於表面電漿的電磁場強度在界面處為最大，在 z 趨近無窮遠處為零，我們可以把電場寫成下面的形式

$$E = E_0^\pm \exp[i(k_x x \pm k_z z - \omega t)] \quad (1.1)$$

電場在 z 大於 0 時為正，小於 0 時為負， k_z 為虛數項，所以離界面越遠處，電場強度會呈現指數的衰減。寫出表面電漿的基本式之後，接下來我們將討論表面電漿的色散關係。



1.2 表面電漿的色散關係

由於表面電漿出現在金屬與介電質的界面之間，所以我們必須討論它在界面時的色散行為(dispersion relation)。表面電漿的縱向振盪頻率(longitude oscillation frequency) ω 和它的波動向量 (wave vector) k_x 具有一個色散的關係，這是由於界面的電磁場邊界條件必須被滿足的關係，推導過程如下 [11]

首先我們寫出表面電漿在界面的兩個介質中的基本式

for $z > 0$

$$E_x = E_{x2} \exp[i(k_{x2}x + k_{z2}z - \omega t)]$$

$$E_z = E_{z2} \exp[i(k_{x2}x + k_{z2}z - \omega t)]$$

$$H_y = H_{y2} \exp[i(k_{x2}x + k_{z2}z - \omega t)]$$

for $z < 0$

$$E_x = E_{x1} \exp[i(k_{x1}x - k_{z1}z - \omega t)]$$

$$E_z = E_{z1} \exp[i(k_{x1}x - k_{z1}z - \omega t)]$$

$$H_y = H_{y1} \exp[i(k_{x1}x - k_{z1}z - \omega t)]$$

而兩種介質的界面邊界條件為

$$E_{x1} = E_{x2} \tag{1.2}$$

$$\epsilon_1 E_{z1} = \epsilon_2 E_{z2}$$

$$H_{y1} = H_{y2}$$

由旋度定理

$$\nabla \times H = \epsilon \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} E \quad \rightarrow \quad \frac{\partial H_{yi}}{\partial z} = -\epsilon_i E_{xi} \frac{\omega}{c} \quad \text{可以得出}$$

$$+ k_{z1} H_{y1} = + \frac{\omega}{c} \epsilon_1 E_{x1} \quad (1.3)$$

$$+ k_{z2} H_{y2} = - \frac{\omega}{c} \epsilon_2 E_{x2} \quad (1.4)$$

整理 1.3 式，1.4 式之後代入 1.2 式

$$\frac{k_{z1}}{\epsilon_1} H_{y1} + \frac{k_{z2}}{\epsilon_2} H_{y2} = 0 \quad (1.5)$$

$$H_{y1} - H_{y2} = 0 \quad (1.6)$$

由於 \mathbf{H} 不為零，所以 1.5 式，1.6 式的判別式為零

$$Det = \frac{k_{z1}}{\epsilon_1} + \frac{k_{z2}}{\epsilon_2} = 0 \quad (1.7)$$

再將波動向量 \mathbf{k} 分解成 x 以及 z 方向

$$k_x^2 + k_z^2 = \epsilon_i \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 = k^2 \quad (1.8)$$

由 1.7 式，1.8 式可得 1.9 式

$$k_x = \frac{\omega}{c} \left(\frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \right)^{1/2} \quad (1.9)$$

1.9 式就是表面電漿在(金屬 / 介質)界面的色散關係式。由此色散關係式，可以再度驗證表面電漿的強度在無窮遠處為零。

假設 $\epsilon_1 < 0$ 為金屬，絕對值 $|\epsilon_1| > 1$ ， $\epsilon_2 = 1$ 為空氣，代入 1.9 式，則 $k_x > \frac{\omega}{c}$ ，

而由於 $k_x^2 + k_z^2 = k^2 = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2$ ，所以 k_z 成為虛數項，在 Z 為無窮遠處，電場強度隨著指數趨勢衰減至零。

1.3 光子跟表面電漿的耦合

一般來說，光子入射平坦的金屬薄膜表面時並不會激發起表面電漿，這是因為光子跟表面電漿的動量之間無法滿足守恆的緣故。由 1.9 式作表面電漿的色散曲線圖 [11]，如圖 1.3 所示，長虛線代表入射光，表面電漿的色散關係則是短虛線。

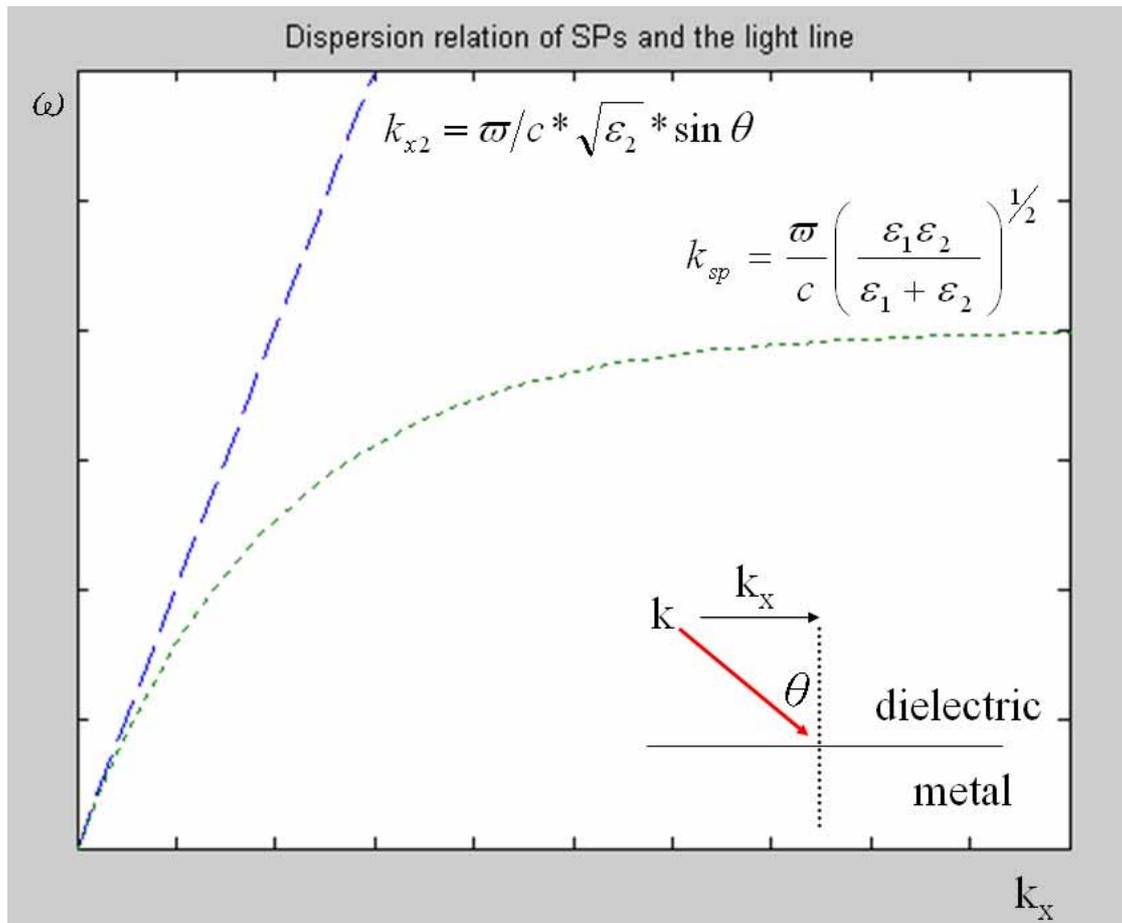


圖 1.3 表面電漿的色散曲線

由上圖可以知道表面電漿的色散曲線 $\omega(k)$ 永遠位在代表光子的曲線右方，代表在同一頻率時，表面電漿會具有較大的波動向量 k_x ，無論光束的入射角度為何，光子均無法激發起表面電漿。

爲了激發起表面電漿，光子的波動向量 k_x 必須加上某個 Δk_x ，才能使光子的能量耦合給表面電漿。通常有兩種方式可以滿足此條件，第一種爲 grating coupler，第二種爲 ATR coupler。

1.3.1 Grating Coupler

表面電漿可以跟皺狀表面(corrugated surfaces)以及入射光波耦合(couple)，這個現象被應用在許多光學的量測儀器上。Grating coupler 指的是週期性的表面結構，假設光線以角度 θ 入射一個 grating，如圖 1.4 所示，grating 的 grating constant 爲 d ，我們可以將此一維 grating 寫成 $S(x) = \sin(\frac{2\pi}{d}x)$ ，光束入射 grating 在 x 方向的波動向量爲 $k = \frac{\omega}{c} \sin \theta$ ，則入射光與 grating 在 X 方向的波動向量總和爲

$$k_x = \frac{\omega}{c} \sin \theta \pm \nu g = k_{sp} \quad (1.10)$$

其中 $g = 2\pi / d$ ，而 ν 爲整數，如圖 1.4 所示

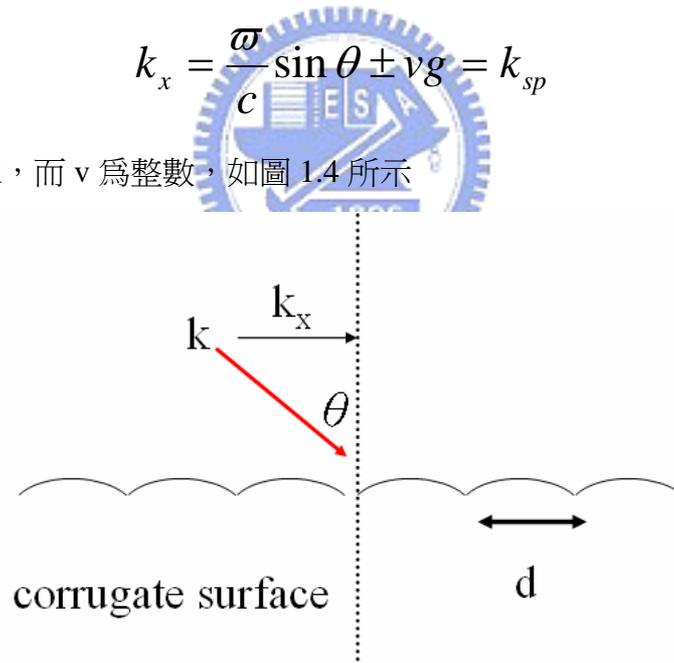


圖 1.4 光波入射皺狀表面示意圖

在符合 1.10 式的情形下，入射光子的能量可轉換到表面電漿模態中，相反的，如果表面電漿模態要將能量轉換回光子的形式，也必須藉由 *grating* 的幫助，圖 1.5 繪製出表面電漿和光子的色散關係，以及兩者之間轉換的途徑(AB 線段)。AB 線段彌補了兩條曲線之間的 k_x 差異，藉由調整入射光的角度，我們在符合 1.10 式時會發生反射光大幅降低的狀況，代表著成功的激發了表面電漿模。

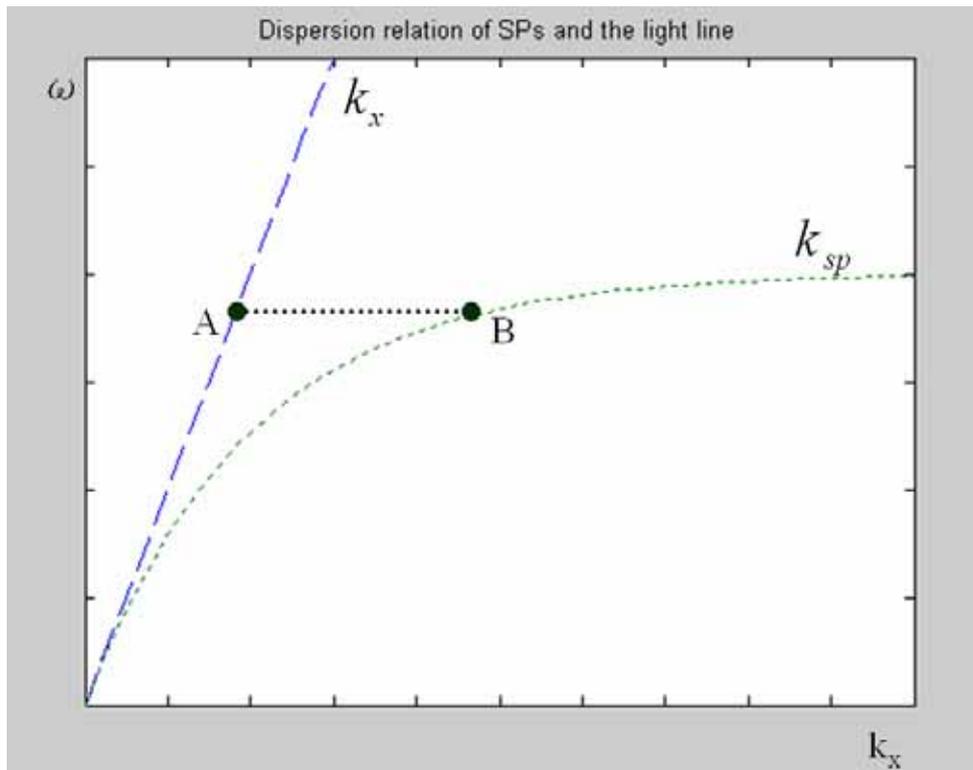


圖 1.5 表面電漿與光子的轉換

藉由 *grating coupler* 的幫助，可使得入射光以及表面電漿耦合，此篇論文的主旨即是在探討 *grating coupler* 的一些現象以及限制，我們主要用的是有限尺寸的陣列來當作二維的 *grating*，並探討與接近無窮大的陣列之差異性。

1.3.2 ATR coupler

除了利用週期性的 grating 耦合之外,另外一種方式是 ATR coupler(attenuated total reflection) [12-13],這是藉由光波的消逝全反射以及介質之間的差異,來達到光子傳遞能量給表面電漿的效果,系統的設置如圖 1.6 所示 [13]。

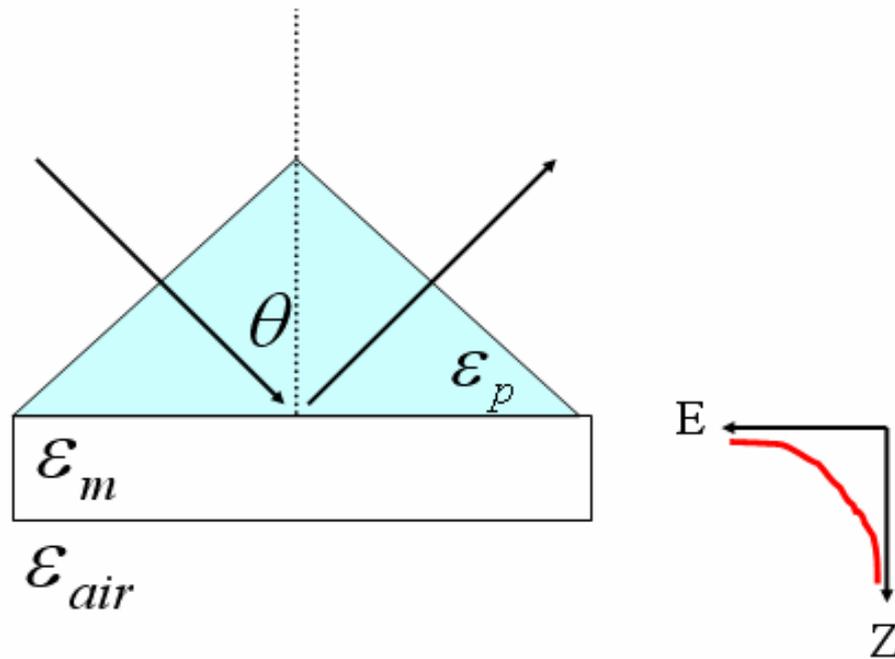


圖 1.6 ATR coupler 系統

上方的三角形為稜鏡,光束入射之後處於稜鏡的介質(玻璃, $n = 1.5$)之中,以入射角 θ 入射金屬薄膜並且被反射,此時消逝波(evanescent wave)在 X 方向的波動向量為

$$k_x = \frac{\omega}{c} \sin \theta * \sqrt{\epsilon_p} = k_e \quad (1.11)$$

當金屬薄膜的厚度很薄時,消逝波的強度能穿過金屬薄膜,在介電常數比較低的空氣層和金屬的界面激發起表面電漿,也就是圖 1.7 中 T 曲線跟 metal/air 曲線的交點,此時波動向量 k_x 的條件滿足了

$$k_e = \frac{\omega}{c} \sin \theta * \sqrt{\epsilon_p} = k_{sp} \quad (1.12)$$

於是能量可穿過金屬層而激發 metal/air 界面的表面電漿，此時會觀察到反射光大幅降低的狀況 [12]。

圖 1.7 則是 ATR coupler 的系統色散關係。A 是代表光子在空氣中的曲線，P 代表光子在稜鏡(prism)中的色散曲線，T 則是光子在稜鏡中偏折某個角度入射時的曲線。在 T 曲線跟 metal/air 曲線的交點滿足了表面電漿激發的條件。

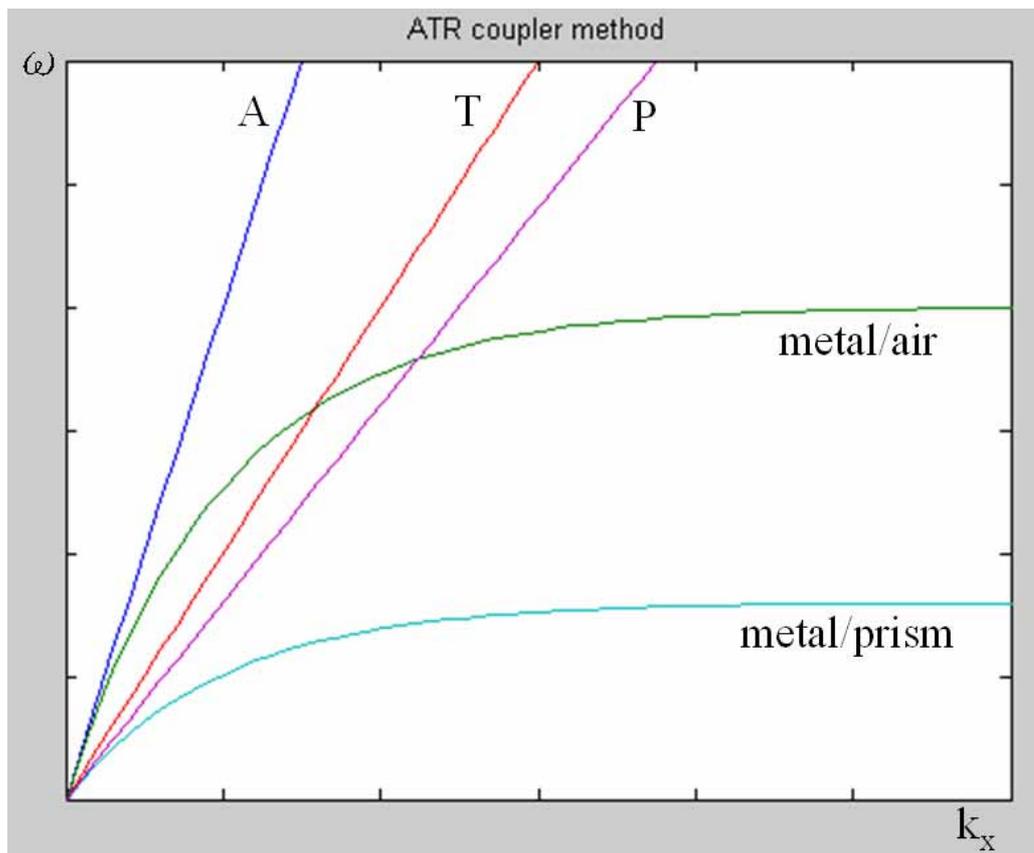


圖 1.7 ATR coupler 系統的色散曲線

圖 1.8 為另一種 ATR coupling 的系統 [12]，這個系統跟之前所敘述的相同，不過在此系統中，夾在中間的是空氣層，而且空氣層的厚度必須控制在 200nm 以內，因此造成了製作上的困難。

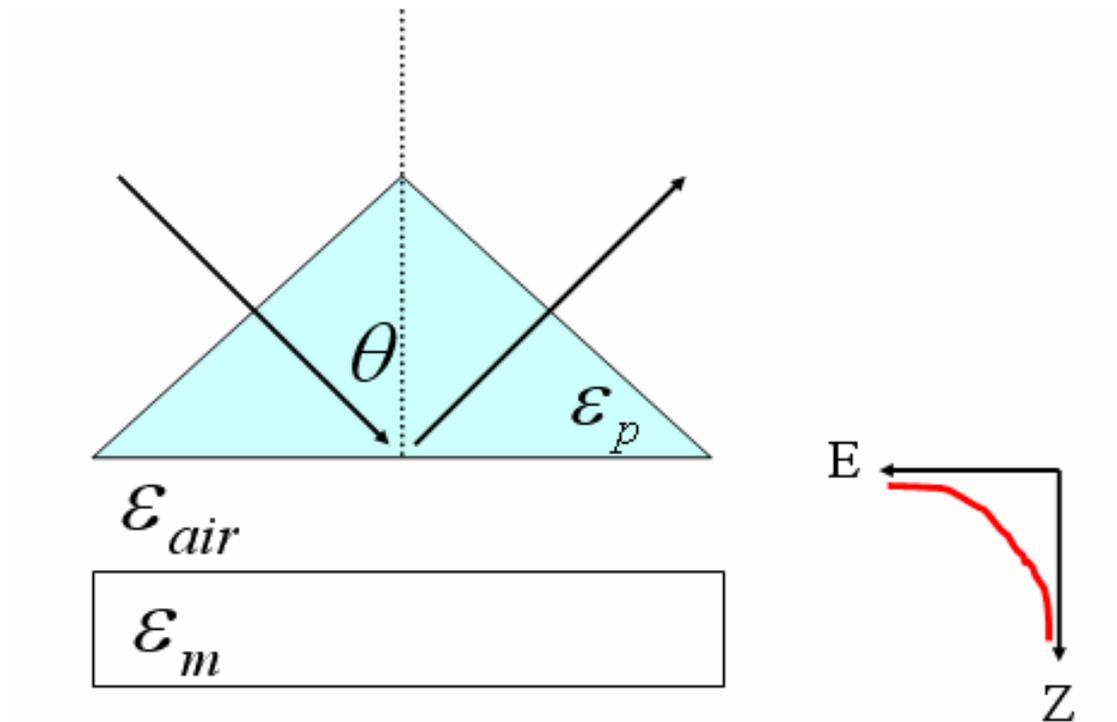


圖 1.8 空氣層在中間的 ATR coupler

第二章 次波長孔徑的研究

第二章我們將介紹次波長孔徑的研究，一開始我們介紹 **Bethe** 對於次波長孔徑電磁波穿透量的理論推導，這個推導的結果就是我們所熟悉的 **Bethe's limit**。接著我們將介紹 **Ebbesen** 等人近年來所做的研究，以及在單一次波長孔徑方面 **Tineke Thio** 等人的成果。

2.1 次波長孔徑與 **Bethe's limit**

次波長孔徑(subwavelength aperture)指的是孔徑的尺寸小於或遠小於電磁波的波長，由於孔徑的尺寸比波長要小，所以這時必須用波動學說的觀點來解釋相關的現象，而在次波長孔徑的條件下，光的穿透量將會小於幾何穿透量(geometric transmission)。一般情況下，我們要估計孔徑能讓多少能量通過，使用的是面積比例的計算；將全部能量乘上可以通過光束的面積所佔之比例，得到的穿透量就是幾何穿透量。

1942 年 **Bethe** 研究在一個完美導體平面上的圓形次波長孔徑對於電磁波的繞射現象 [1]，他得到了一個滿足於 **Maxwell's equation** 以及相關的邊界條件的解，這個解指出在 $ka \ll 1$ 的情形下，電磁波在通過次波長孔徑時，實際的穿透量除以幾何穿透量將和某個係數的四次方有關，此係數為孔徑的直徑 a 除以電磁波波長 λ ，如 2.1 式，這個解在物理上代表著次波長孔徑電磁波穿透量的限制，使得次波長的光束在能量的攜帶上具有一定的困難。不過，近年來各種的研究發現，次波長孔徑周圍的表面在通過特殊處理過後，光的穿透量仍然能保持一定的水準 [2-8]，接下來我們將介紹一些相關的研究。

$$\frac{T}{f} \propto \left(\frac{a}{\lambda}\right)^4 \quad (2.1)$$

2.2 T. W. Ebbesen 等人近年來的研究

T. W. Ebbesen 等人在 1998 年在 *Nature* 發表了一篇文章 [2-3]，文章裡面提到了他們對於孔徑陣列的研究，首先他們利用蒸鍍法 (evaporation) 將銀(金,鉻)鍍在石英基片上，接著利用離子束在金屬層製造出圓形的洞，洞的直徑 a 介於 150 nm 到 1 μm 之間，而陣列的週期 d 介於 0.6 到 1.8 μm 之間，厚度 t 為 0.2 μm ，圖 2.1 為他們的樣品圖。

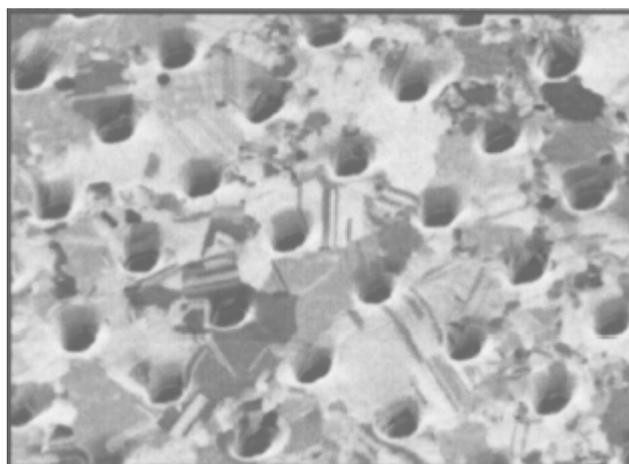


圖 2.1 $d = 900 \text{ nm}$ ， $a = 150 \text{ nm}$ ， $t = 200 \text{ nm}$ 銀孔徑陣列的照片 [3]

實驗主要著重在量測樣品的光穿透量，光的波長範圍從 200 nm 到 2000 nm，在他們的實驗結果中發現了幾個明顯的穿透量極大值，其中最大的一個發生在波長為 1370 nm 處，此時波長幾乎是孔徑直徑的十倍，而穿透量為幾何穿透量的兩倍，遠遠超過了 *Bethe* 所提出的極限值，圖 2.2 為他們實驗的結果。他們認為這是由於表面電漿和入射光的耦合所造成的現象，並且提出了兩個證明，第一個證明是將蒸鍍的金屬(Ag, Cu, Cr)改成 Ge 薄膜之後，原本的現象消失了，代表此現象必須出現在金屬薄膜上。第二個原因是當旋轉樣品後，入射光的角度改變，使得 p-polarize 入射光頻譜裡的極大值分裂成兩個並且向相反的方向移動，而 s-polarize 入射光則不會有這樣的現象(圖 2.3)，這跟一般表面電漿的實驗有類似的結果，在分析表面電漿的理論公式之後，他們認為表面電漿就是造成光穿透量增強的主因。

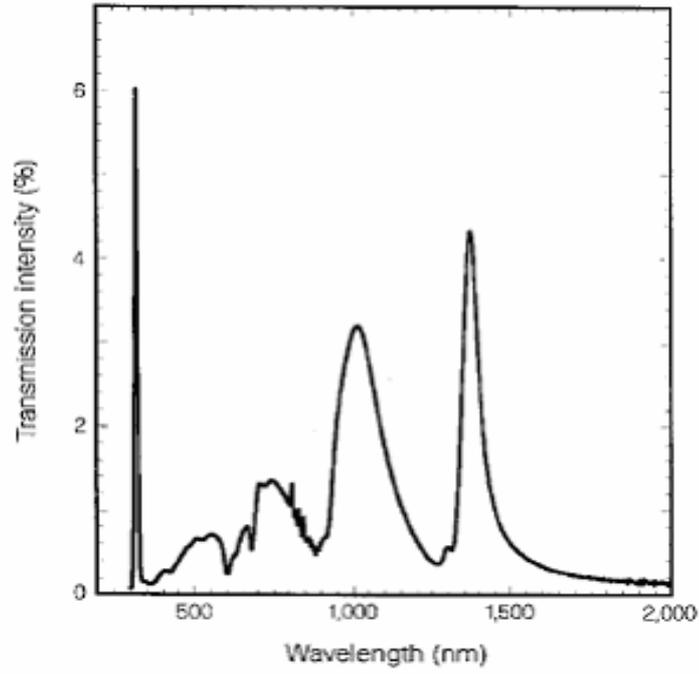


圖 2.2 $d = 900 \text{ nm}$, $a = 150 \text{ nm}$, $t = 200 \text{ nm}$ 銀孔徑陣列的穿透量頻譜 [2]

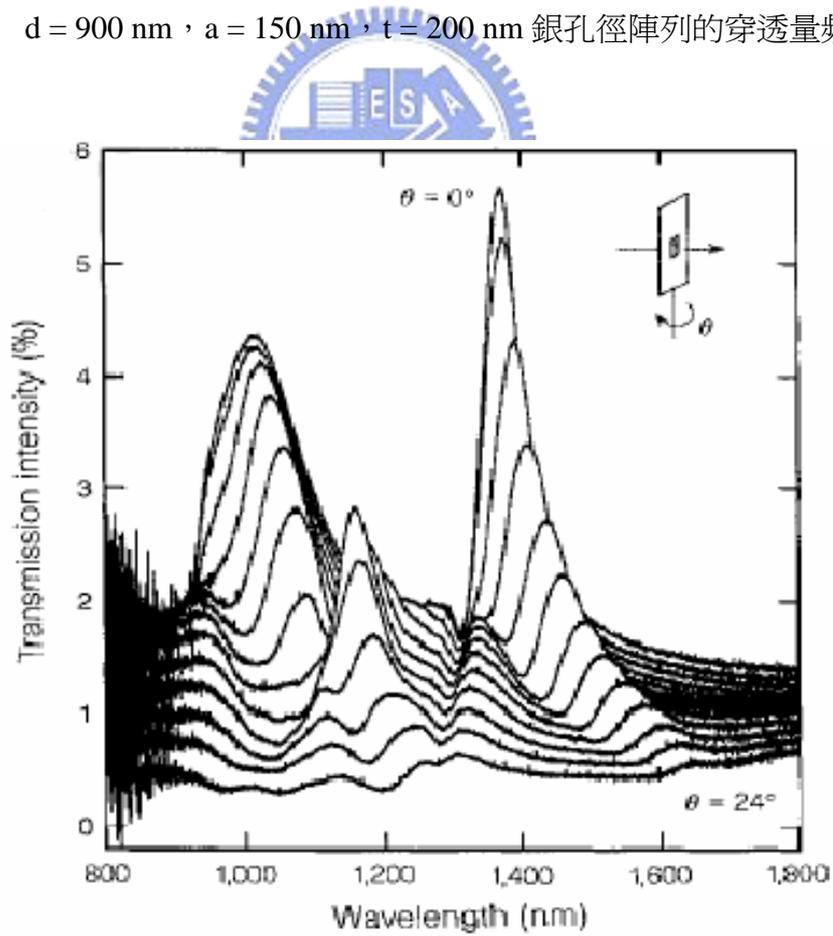


圖 2.3 旋轉樣品 0 度到 24 度，穿透量頻譜極值的移動情形 [2]

另外，他們在整理結果之後歸納出了一些樣品參數所造成的影響 [2]。穿透量的極值發生的位置跟陣列參數 d 有很大的關係，而和金屬的材質，金屬層的厚度，洞的深度無關。而極值分佈的寬度則與孔徑的深度與寬度比值 t/a 有關，這關係到了樣品兩邊表面電漿模態的簡併行為 [6]。

Ebbesen 等人提出了一個有效提升光穿透量的技術，即使波長比孔徑大上十倍，在波長條件符合時仍然會出現尖銳的穿透值，穿透量可以超過原本孔徑面積分配到的幾何穿透量，這種孔徑陣列的設計是一種全新的微光學元件，具有增強特定波長的光通量之效果。

這種結構極為類似之前所介紹的 *grating coupler*，被擋住的入射光的能量在轉換成表面電漿模態之後，沿著界面傳播，然後在洞口附近再藉由 *grating coupler* 的幫助將能量轉換成光子，因此造成了穿透量的增強。我們實驗主要就是延伸 Ebbesen 他們的結果，研究陣列尺寸並不再是無窮大時所造成的影響，並且對於表面電漿模態是否存在加以驗證。接下來我們介紹另一種類似的結構，使用的是單一的次波長孔徑。

2.3 Tineke Thio 等人的研究

在 2001 年 *Optics Letters* 中, Tineke Thio 等人發表了另一種的表面結構 [5], 這種結構最大的不同是使用了單一的次波長孔徑, 他們的樣品圖如圖 2.4 所示。他們同樣是藉由離子束來製作出次波長孔徑以及孔徑四周圍的起伏圖案, 由於孔徑周圍的圖案也是 *grating* 的一種, 正如之前所提過的皺狀表面(*corrugated surfaces*)會與入射光耦合激發起表面電漿, 此種結構也具有將光通量增強的效果, 而通過的光束在這種結構下更為集中, 在近場光學以及高密度光儲存等方面具有很大的影響。

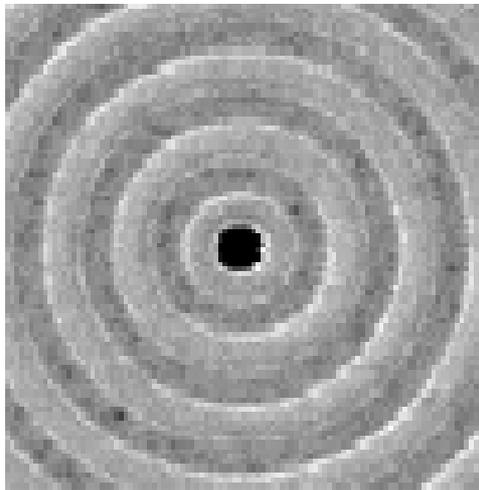


圖 2.4 單一次波長孔徑與周圍的皺狀結構 [5]

第三章 樣品與實驗裝置

在本章中我們將詳細描述我們樣品的製作，以及樣品的相關參數。實驗系統是由三個部分所組成--發射端，接收端，以及微波吸收室，在下面兩節中我們將對這些儀器有詳盡的介紹，在最後的附錄 A 中則包括了向量網路分析儀的介紹以及基本工作原理。

3.1 樣品

我們使用的樣品為微波電路板(Print Circuit Board)，板子的總厚度為 1.6 mm，而表面鍍的銅為 0.04 mm 厚，基板是玻璃纖維(glass epoxy)，玻璃纖維的介電常數是 $\epsilon_r \sim 4.5$ ，玻璃纖維在微波波段是透明材質，而微波對於銅的趨膚深度(skin depth)在 10GHz 為 0.6 μm 。

我們使用微波電路板雕刻機(EverPrecision EP2002)來雕刻電路板，雕刻機的工作原理是使用大小不同的鑽刀，將電路板上的銅箔層刮除，形成我們所需的圖案或是電路，或是製作出我們想要的孔徑陣列。目標的圖形必須先使用 Autocad 或是 ADS2000 繪製完成，然後再轉成 DXF 檔，計算路徑之後才開始雕刻。

我們首先要研究單一個次波長孔徑的微波穿透情形，於是我們在 PCB 板上雕製了許多不同大小的孔徑，分為圓形以及正方形兩種形狀，圖 3.1 為樣品圖案的幾何示意圖，同一組的圓形以及正方形孔徑具有一樣的面積。圖 3.2 為單一圓形孔徑的照片，其面積為 0.81 cm^2 ，圖 3.3 為單一正方形孔徑，邊長 0.9 cm，面積同樣為 0.81 cm^2 。

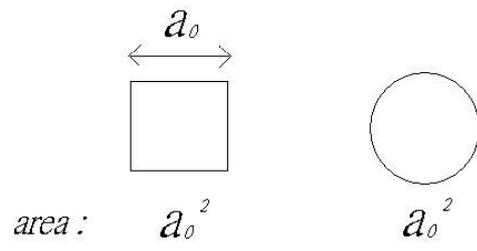


圖 3.1 單一孔徑的幾何示意圖

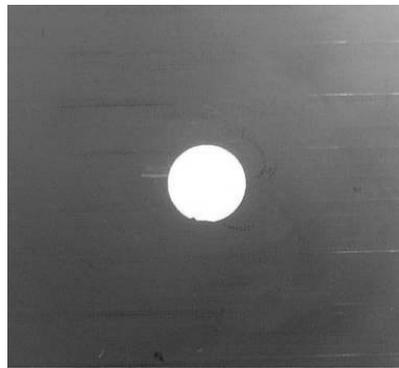


圖 3.2 圓形孔徑照片，面積為 0.81 cm^2

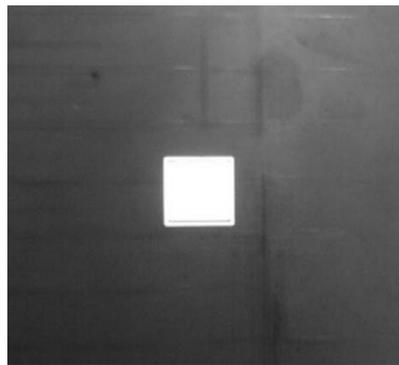


圖 3.3 方形孔徑照片，面積為 0.81 cm^2

爲了多孔徑陣列實驗，我們在 PCB 板上雕刻了許多不同尺寸的正方形孔徑陣列，每個正方形孔徑的邊長 a_0 從 3 mm 到 30 mm，而陣列的週期設計成 $d = 2a_0$ ，圖 3.4 爲正方形孔徑陣列的幾何圖形，而圖 3.5 爲一個陣列參數 $d = 18$ mm 的樣品照片，整個電路板的大小爲 220 mm X 330 mm。

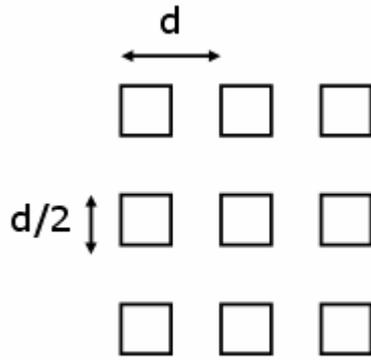


圖 3.4 孔徑陣列的幾何示意圖

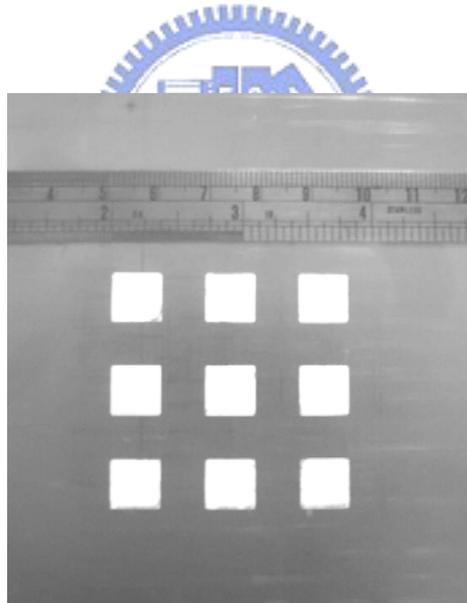


圖 3.5 孔徑陣列的照片，陣列參數 $d = 18$ mm

3.2 微波實驗系統裝置

接下來是我們的微波實驗系統，在波源方面，我們使用了一台 1~20 GHz 的信號產生器(Agilent 83731B)將微波信號傳到號角透鏡天線發射微波(Flann Microwave 16810-FA)，主要實驗的頻率在 8 GHz ~ 12 GHz 之間(微波的波長為 25 mm ~ 37.5 mm)。圖 3.6 是一張從輸入端所拍的照片，微波發射天線在圖的中央，而四周是微波吸收板。

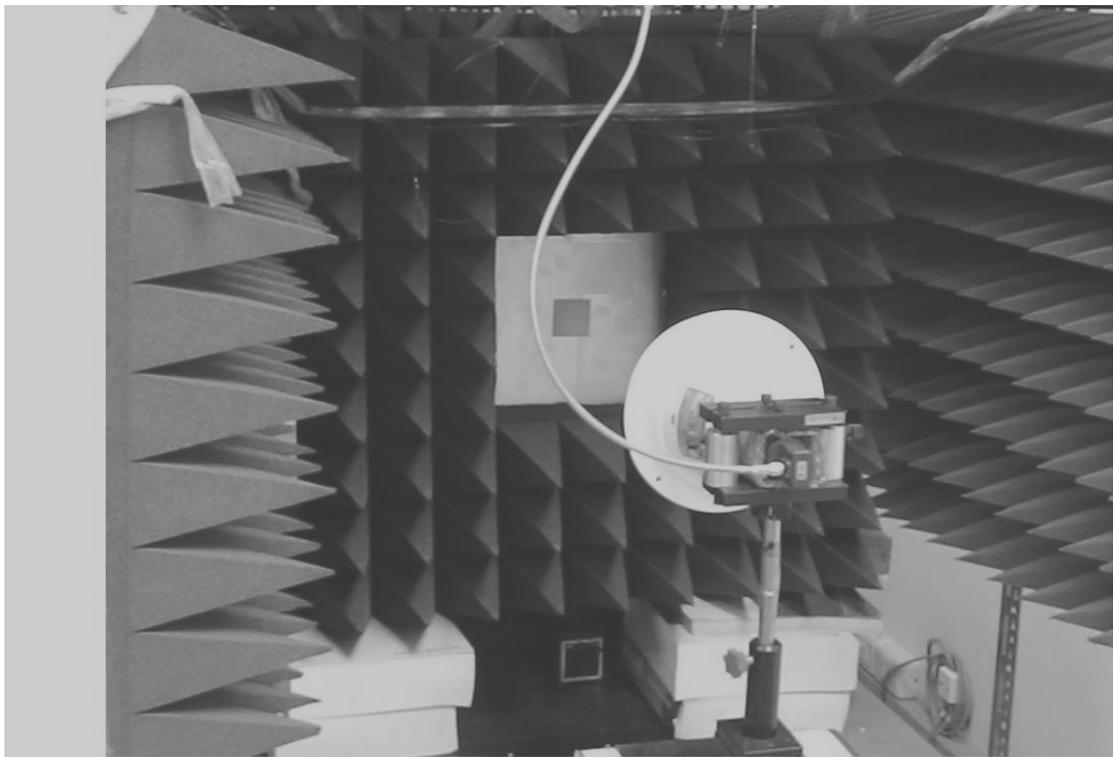


圖 3.6 系統輸入端的照片

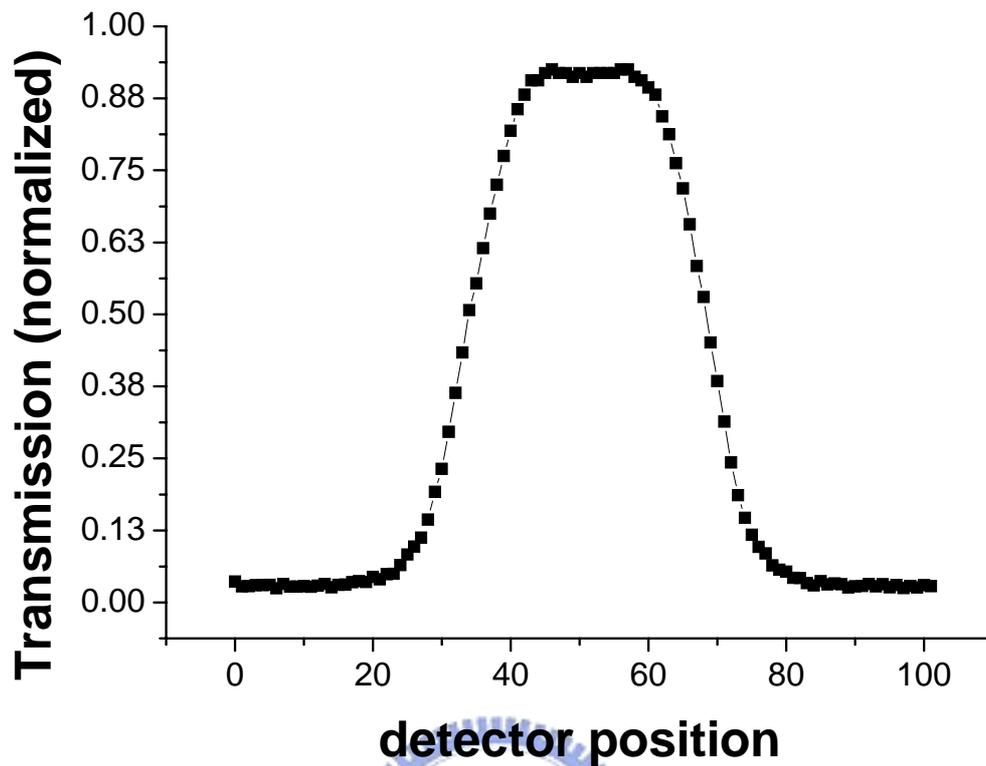


圖 3.7 發射天線的場形

圖 3.7 為微波發射天線的場形，每個橫軸單位是 5 mm，掃描全長為 510 mm。由圖可以知道這個天線的場形為一個幾乎均勻的平面波，而且波束的直徑大約為 160 mm。

接收端部分，我們使用號角天線(Flann Microwave 17240-20)來偵測穿透樣品之後的微波強度，並且連接到最高可達 20 GHz 的數位示波器(HP 54750A)，此外必須接上一台信號產生器(Agilent E4432B)作為 trigger 的信號。

實驗是在一個中型的微波吸收室進行，微波吸收室的四周佈滿了微波吸收板，可以有效的避免多次反射引起的誤差，此外也可避免發射端以及接收端之間發生不必要的共振。

微波波束的直徑估計大約是 160 mm，發射天線放置在距離實驗桌 0.4 m 的高度，距離樣品大約 0.5 m，經過預先測量之後可以知道微波在進入樣品時，呈現了一個均勻的強度分佈。接收天線放置在距離樣品 0.1 m 的地方，這個距離能接受到足夠的訊號，而且不會接近到足以和微波波源發生共振。圖 3.8 為實驗系統的示意圖，各儀器放置的位置如同之前所提。

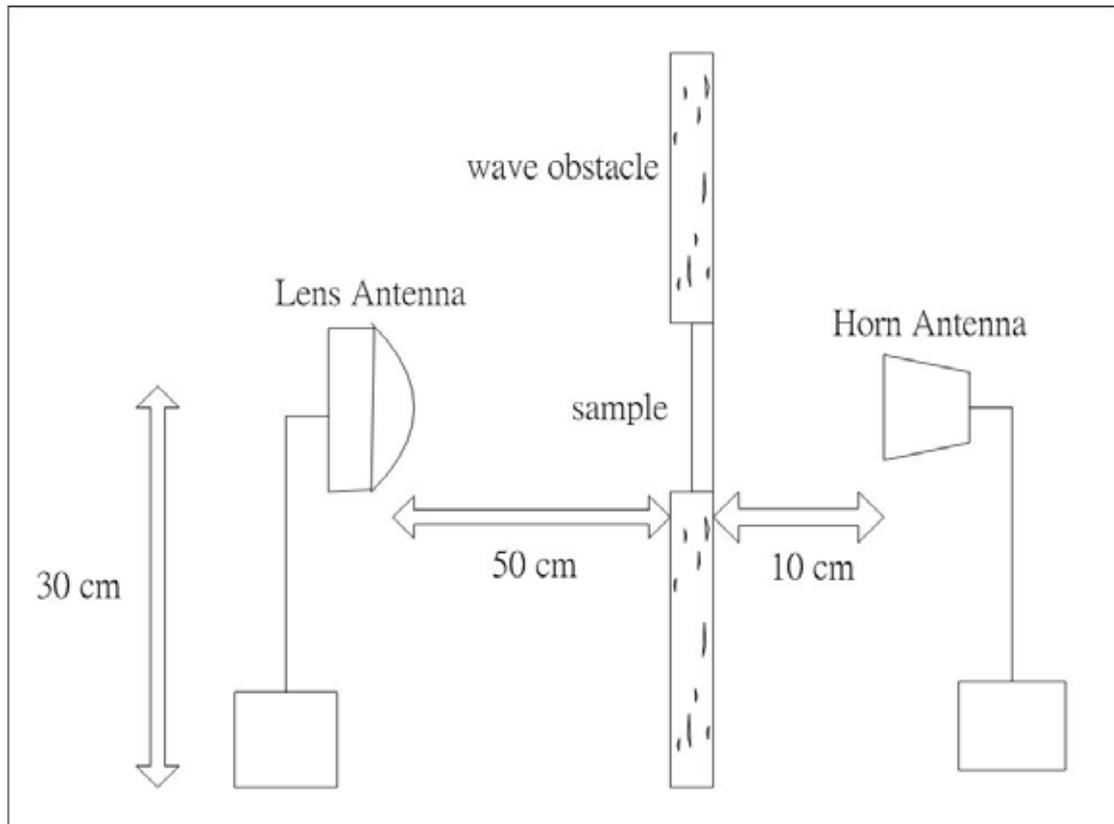


圖 3.8 實驗系統示意圖

爲了接收到所有通過孔徑的能量，我們將接收端的天線來回掃描接收信號，經由電動平移台來控制，可以橫跨 0.5 m 的寬度，穿透量的計算是將每隔 5 mm 收到的信號加起來，這個總量除以沒有樣品時測量所得到的總量，則可以求出相對的穿透率，此外背景的雜訊訊號也列入了考量。

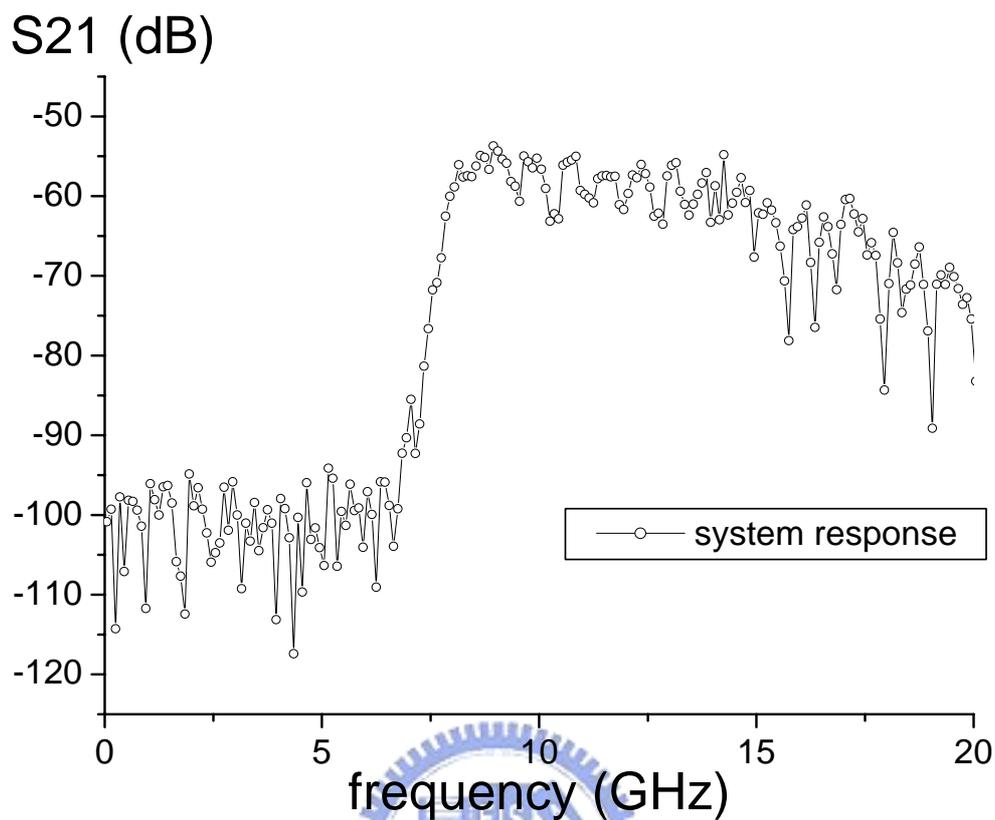


圖 3.9 實驗系統的 S21

除了之前提到的儀器之外，在實驗中也使用了向量網路分析儀(HP 8720D) (vector network analyzer)來量測，天線的位置和之前一樣沒有改變，而訊號現在是連接到網路分析儀來處理，網路分析儀的一些基本介紹放置在附錄 A 中。

圖 3.9 是微波實驗系統的 S21 曲線，埠 1 為發射端的號角透鏡天線，埠 2 為接收端的號角天線，中間沒有放置任何樣品，相隔的總距離為 0.6 m。由圖中可見，我們實驗的頻率範圍由 8GHz 到 12GHz，是頻率響應較為平坦的區域。

第四章 單一次波長孔徑

在本章中將討論單一次波長孔徑的理論以及本論文所作的穿透量實驗結果，由於次波長孔徑的穿透率由 **Bethe's limit** 所限制，我們將在微波波段量測穿透功率來驗證 **Bethe's limit** 是否正確。我們也將觀察不同形狀的孔徑如何影響穿透量的大小，並且將結果與 **Bethe** 的推導做比較。

4.1 單一次波長孔徑穿透量的理論限制

在多孔徑或是陣列孔徑的系統當中，穿透率的增強現象是由於一些耦合現象，例如本論文主要想討論的 **surface plasmon** 效應，而這些效應並不會出現在沒有經過特別設計的單一次波長孔徑的系統中。而且，單一次波長孔徑的特性量測可以作為 **3X3** 陣列孔徑的參考基準，所以必須先討論單一次波長孔徑的穿透特性。


$$\frac{T}{f} \propto \left(\frac{a}{\lambda}\right)^4 \quad (4.1)$$

上式是 **Bethe** 所推論的單一次波長孔徑的穿透效率，**T** 將會和孔徑直徑的六次方成正比，而 **f** 是幾何穿透量，也就是總穿透量乘上入射光可通過的面積比率，由於 **f** 是面積相關，所以是和孔徑直徑 **a** 的平方成正比，**T / f** 之後則是和 **a** 成四次方的正比關係，這是對一個在無窮大的完美導體平面上的一個圓形次波長孔徑所推導出來的結果。

4.2 單一次波長孔徑的穿透實驗

接著要討論的是單一次波長孔徑的微波穿透率實驗。由於微波對於銅材質的趨膚深度(skin depth)大約為 $0.6 \mu\text{m}$ ，而樣品的銅箔層為 0.04 mm ，這個厚度遠大於微波的趨膚深度，所以微波無法穿過具有銅箔覆蓋的區域。圖 4.1 是在入射微波頻率 10GHz 下，兩種不同孔徑形狀之樣品的微波穿透率圖，橫軸對應的是孔徑的尺寸。在我們的結果中可以見到在孔徑較大的區域，圓形孔徑的穿透率呈現向上的趨勢，不過穿透量的上升並沒有增加的很快，而方形孔徑的上升趨勢也很類似。由於幾何穿透量是無樣品時的總穿透量乘上可以通過光束的面積比率，所以隨著孔徑尺寸的增加，幾何穿透量會呈現二次曲線上揚的趨勢，而實驗數據從 $a = 2 \text{ cm}$ 到 $a = 4 \text{ cm}$ 之間大約上揚了四倍，這裡的穿透量曲線符合幾何穿透量的估計，將穿透率 T 除以幾何穿透量 f 後為一個常數值。

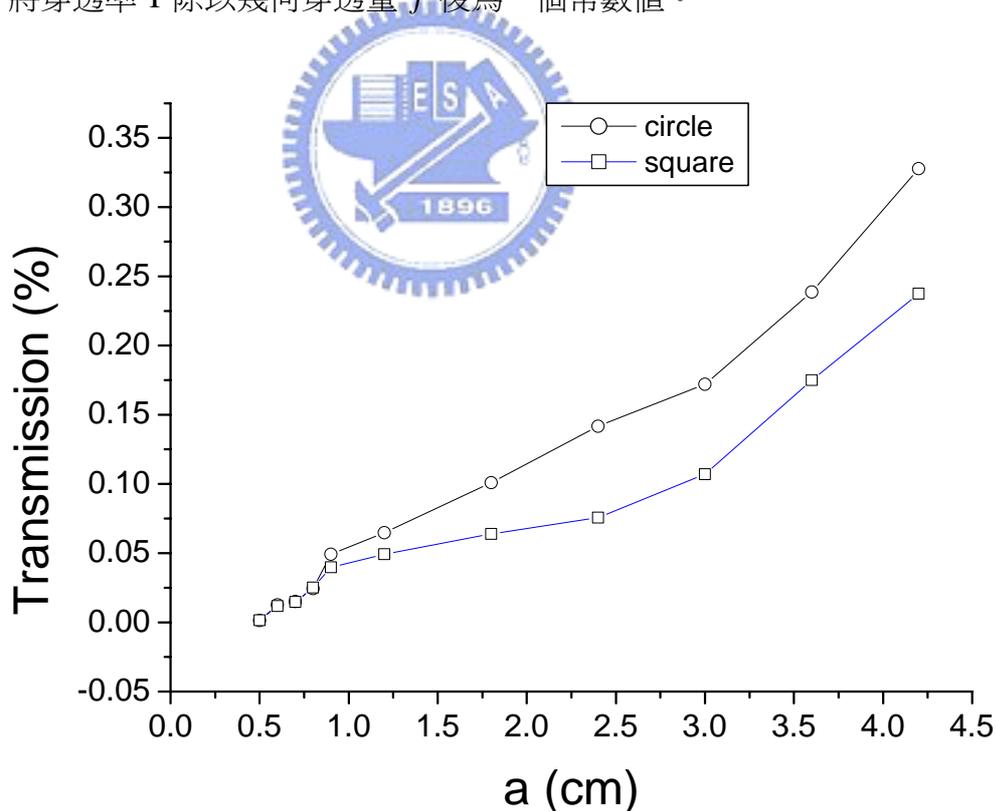


圖 4.1 單一次波長孔徑的穿透率，微波頻率 10GHz

由於沒有經過特殊設計的次波長單一圓形孔徑，其電磁波穿透量不會超過 Bethe 理論的限制，爲了跟 Bethe 的公式比較，在圖 4.2 中我們作了一條以六次方的趨勢上升的曲線，這代表著 Bethe 的推論，而圖 4.2 的座標是採用 log 座標。觀察六次方曲線以及實驗值，我們發現在孔徑尺寸小的區域，實驗結果和 Bethe 推導的極限十分接近，小孔徑尺寸的實驗值之斜率接近了 Bethe 的預估值之斜率；另外，我們也繪製了符合幾何穿透量的二次方上升曲線，在孔徑尺寸較大的區域，斜率與幾何穿透值的斜率十分接近。

在 Bethe 的公式推導中，設定的條件爲 $ka \ll 1$ ，根據這個條件，在 $\lambda = 3 \text{ cm}$ (10GHz)的情形下， a 必須要遠小於 0.5 cm 才是符合 Bethe 推導的區域，此時的穿透率會隨著六次方的趨勢急遽下降。因此，由圖 4.2 可以驗證，在孔徑尺寸小的地方，的確較爲符合 Bethe 的六次方下降趨勢，次波長孔徑的穿透量將會和孔徑直徑的六次方成比例；較大的孔徑所得到的實驗數據，則是屬於幾何穿透量的區域，經過分析之後，和幾何穿透量的二次方曲線預測值十分類似。

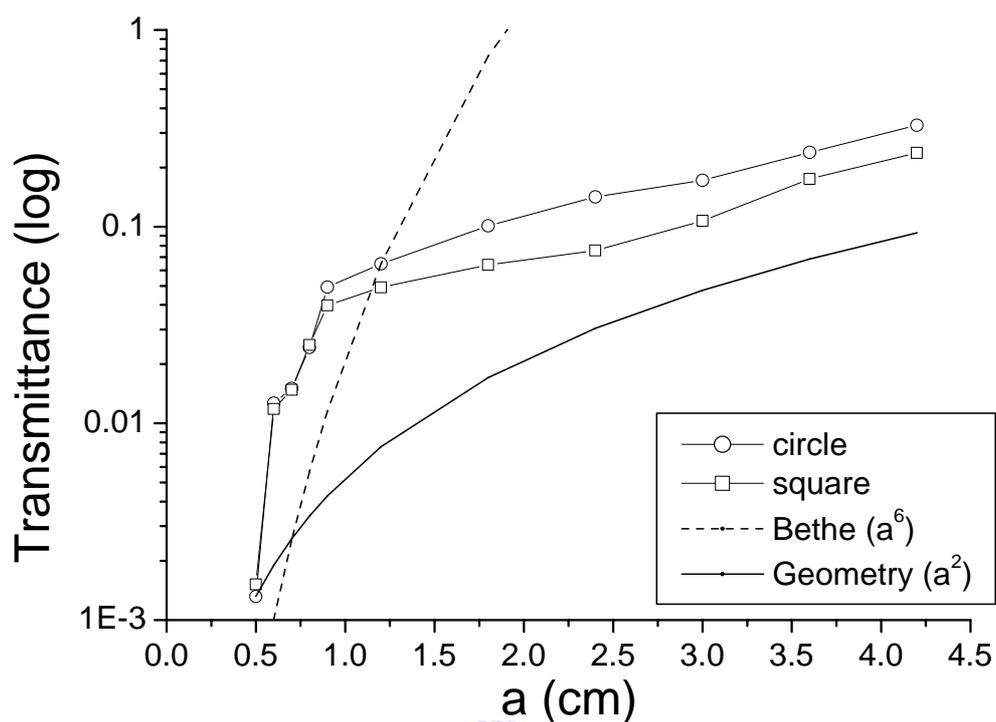


圖 4.2 對數座標，加入 Bethe 曲線以及幾何穿透曲線

除了孔徑的面積大小影響穿透量之外，孔徑周圍的條件無庸置疑的也會影響到電磁波的穿透量，接下來要討論的是孔徑形狀對於穿透量的影響。

在我們設計孔徑形狀的時候，圓形以及方形孔徑的面積是設計成一樣大小，所以電磁波可通過的面積是相同的，不過經過多次試驗之後，在圖 4.1 中我們可以看到圓形孔徑的穿透量要比方形孔徑的穿透量來的大，而此差異性在孔徑尺寸縮小之後逐漸的消失。

我們認為兩種形狀的穿透率差異是由於微波的偏振特性所造成的，由於微波的偏振方向是沿著 y 方向，而方形孔徑是躺在 x, y 方向，由於偏振方向和孔徑邊緣方向相同，造成了孔徑邊緣的穿透量下降；而圓形孔徑在各方向是均勻的，所以微波偏振的方向對圓形孔徑的影響較小，使圓形孔徑的穿透量較大。

在孔徑尺寸遠小於波長的時候，孔徑形狀對於穿透率的影響逐漸消失，兩個形狀的孔徑之間，穿透量差異會逐漸減小是十分合理的；因為在孔徑尺寸遠小於波長的時候，方形孔徑和圓形孔徑在大尺度的檢視之下可以視為兩種接近的幾何形狀，所以兩種形狀的孔徑其穿透曲線會在小尺寸處逐漸收斂到一起。



第五章 多孔徑陣列

在前人的研究中，穿透量的增強是由於表面電漿被激發所致，而入射光與表面電漿的能量耦合必須藉由 *grating coupler* 的幫助，之前 Ebbesen 等人已經研究了陣列的週期，金屬層厚度以及孔徑大小種種的變因。在本章中我們要討論的是陣列大小所造成的影響，由於 3X3 次波長孔徑陣列是有限的陣列，所以結果勢必和前人假設的無窮陣列結果不同；我們將由 3X3-array 到 7X7-array 的實驗結果與理論上的結果比較，並且討論差異的原因。此外，如果觀測到穿透量增強的現象，則必須確定是否為表面電漿能量耦合所造成的。

5.1 孔徑陣列的理論分析與估算

如果忽略孔徑與孔徑之間的互相影響或是其他的效應，當光在通過 n 個孔徑時，其穿透值將會是單一孔徑時的 n 倍，但是如果週期性的無窮陣列使表面電漿被激發，那麼穿透量將會改變。

$$k_{sp} = \frac{\omega}{c} \left(\frac{\epsilon_1 \epsilon_m}{\epsilon_1 + \epsilon_m} \right)^{1/2} \quad (5.1)$$

5.1 式為之前所推導過的表面電漿的色散關係式， ω 是光的角頻率， ϵ_1 是介質的介電常數，而 ϵ_m 是金屬的介電常數。由於動量守恆，入射光子，表面電漿和 *grating* 之間的關係必須滿足

$$\vec{k}_{sp} = \vec{k}_x + i\vec{G}_x + j\vec{G}_y \quad (5.2)$$

其中 \vec{k}_{sp} 是表面電漿的波動向量， \vec{k}_x 是入射光子在 X 方向的波動向量， $|\vec{G}_x| = |\vec{G}_y| = \frac{2\pi}{d}$ 為正方形陣列的倒晶格向量(reciprocal lattice vectors)， i 和 j 為常數，代表著不同的模態。

合併 5.1，5.2 式之後我們可以得到

$$\left(\sqrt{i^2 + j^2}\right)\lambda = d\sqrt{\frac{\epsilon_m \epsilon_1}{\epsilon_m + \epsilon_1}} \quad (5.3)$$

5.3 式代表著可以藉由電磁波波長以及樣品的介電常數等等資料，決定要如何設計陣列參數 d ，使得入射的光子能夠激發表面電漿模態，並且藉由能量的轉換，使得通過孔徑陣列的光通量大幅增加。

必須注意的是 5.3 式代表的是無窮陣列的情形，接下來我們的實驗將利用有限的陣列來比較表面電漿模態激發條件的差異性。

我們在這裡先進行三個表面電漿模態的估算，玻璃纖維的 ϵ 為 4.5，而銅在微波的介電常數為一個很大的負值再加上一個非常大的虛部。經過化簡之後，5.3 式變為


$$\left(\sqrt{i^2 + j^2}\right)\lambda = d\sqrt{\epsilon_1} \quad (5.4)$$

而 $i = 1, j = 0$ 的 (1,0) mode 經過計算之後， λ/d 值為 2.1213。(1,1)mode 的 λ/d 值為 1.5002。(2,0)mode 的 λ/d 值為 1.0607，這些結果在下面的討論中將會用到。

5.2 孔徑陣列的實驗與討論

由於微波的尺寸大都在公分等級，在實用上必須縮小物件的尺寸才能廣泛的被應用，所以決定對於基本的陣列，一個 3X3-array 來進行研究。另一個目的是為了比較從無限邊界陣列(infinite boundary)換成有限邊界陣列(finite boundary)造成的影響。在微波穿透實驗中，我們量測了各種不同尺寸的 3X3-array 對於各種不同頻率的微波的穿透率，實驗的結果如圖 5.1 所示。在這裡我們將微波的穿透率對 d 做圖， d 為陣列的週期，一共有三個頻率的微波，分別是 8 GHz，9 GHz，10 GHz，圖中的虛線是將各點用多項式畫出的漸近線，8 GHz 是用四階的多項式來繪製漸近線，而 9GHz 和 10GHz 都是用三階的多項式來漸近。

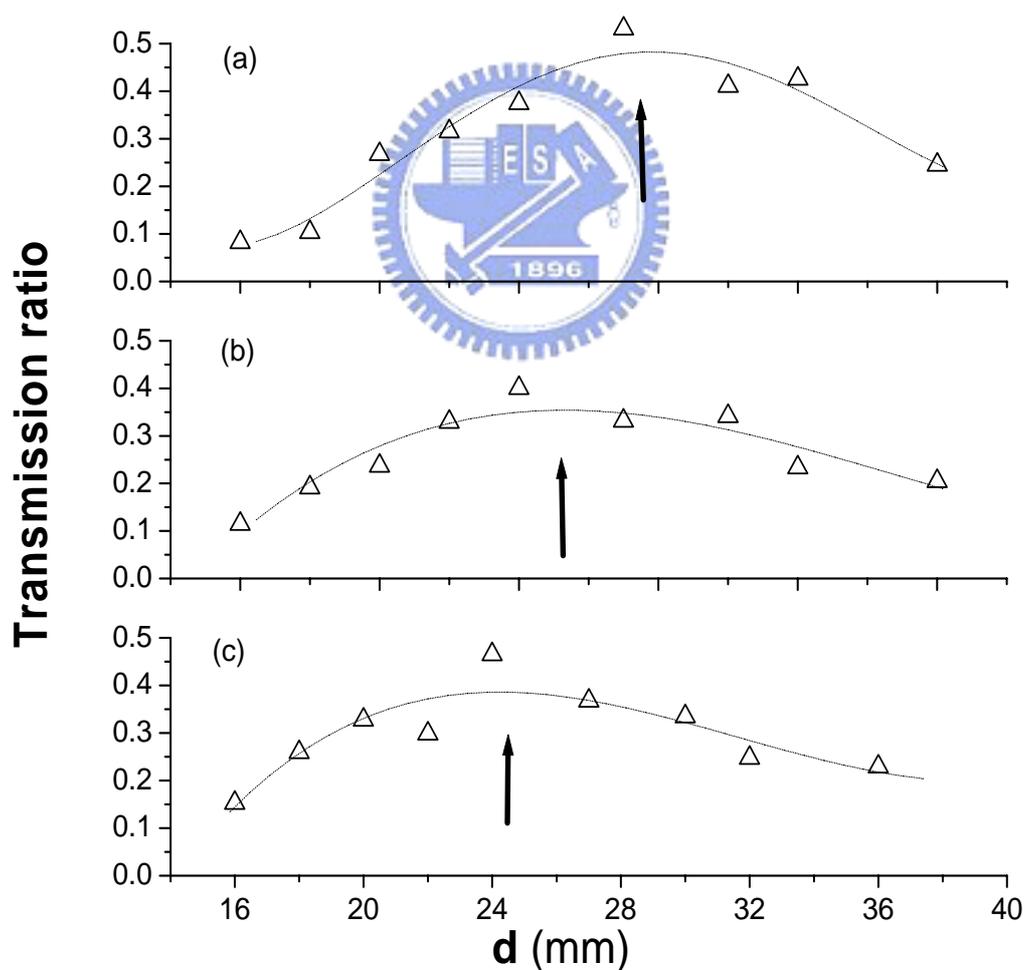


圖 5.1 不同陣列參數的微波穿透率(a) 8GHz，(b) 9GHz，(c) 10GHz

從中可以觀察到在 8 GHz 的圖中，在 $d = 24\sim 30$ mm 處有一段的穿透率是向上突出的，而圖中的箭頭代表著漸近線的估計極大值，在 27.54 mm；至於 9 GHz，10 GHz 漸近線的估計極大值則在 25.08 mm 以及 24.46 mm。

現在我們回顧一下之前提到的 5.3 式

$$\lambda / d = \sqrt{(\varepsilon_m \varepsilon_1) / (\varepsilon_m + \varepsilon_1)}$$

利用 5.3 式所計算出的理論極大值，(1,1)mode 出現的位置分別是在 24.99 mm，22.22 mm 以及 19.99 mm (8GHz，9GHz，10GHz)，(2,0)mode 出現的位置分別是在 35.35 mm，31.43 mm 以及 28.28 mm (8GHz，9GHz，10GHz)。

爲了觀察方便，將 8 到 10 GHz 的數據集合在一起，以陣列參數 d 對於個別的波長來做歸一化的動作之後，整理出穿透率的數值如圖 5.2。同樣的，將數據點以多項式推算出漸近線，其極值發生在 1.26，利用向下的箭頭表示之。

由圖 5.2，極值發生位置 1.26 恰好位於之前理論估算的(1,1)mode (λ/d 值 1.5002) 及(2,0)mode (λ/d 值爲 1.0607)兩個理論值之間，必須注意的是，估算是建立在無窮陣列的假設之下，而實驗使用的陣列爲 3X3-array。無論如何，必須先探討表面電漿是否參與了穿透量的增強效應。

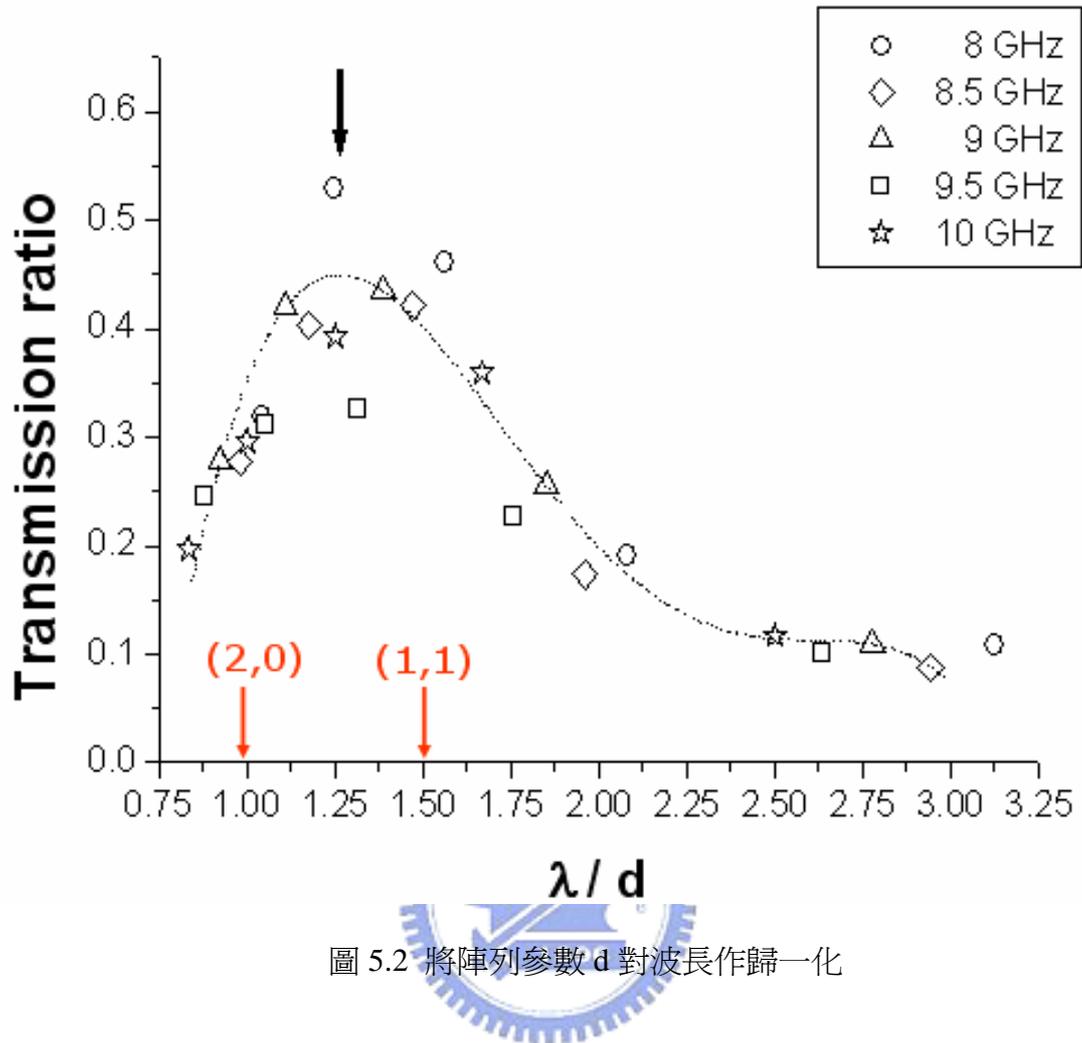


圖 5.2 將陣列參數 d 對波長作歸一化

爲了證明 3X3-array 穿透量的增強現象並不是偶然發生的，我們分別進行了 3X3, 4X4, 5X5, 6X6, 7X7 的陣列樣品實驗，陣列週期 d 爲 24 mm，由 3X3-array 一直到 7X7-array，有限陣列和無窮大陣列特性上的差異應該越來越小，從圖 5.3 可以知道，在 8GHz ~ 9.5GHz 附近，由 3X3-array 到 7X7-array 都發生了穿透量增強的現象，爲了觀察方便，我們將圖 5.3 的 S21 指數 log 單位換爲十進位的圖 5.4，而增強現象更爲明顯，這代表了穿透量增強現象並不只有發生在 3X3-array，其他有限的陣列也都有此現象。

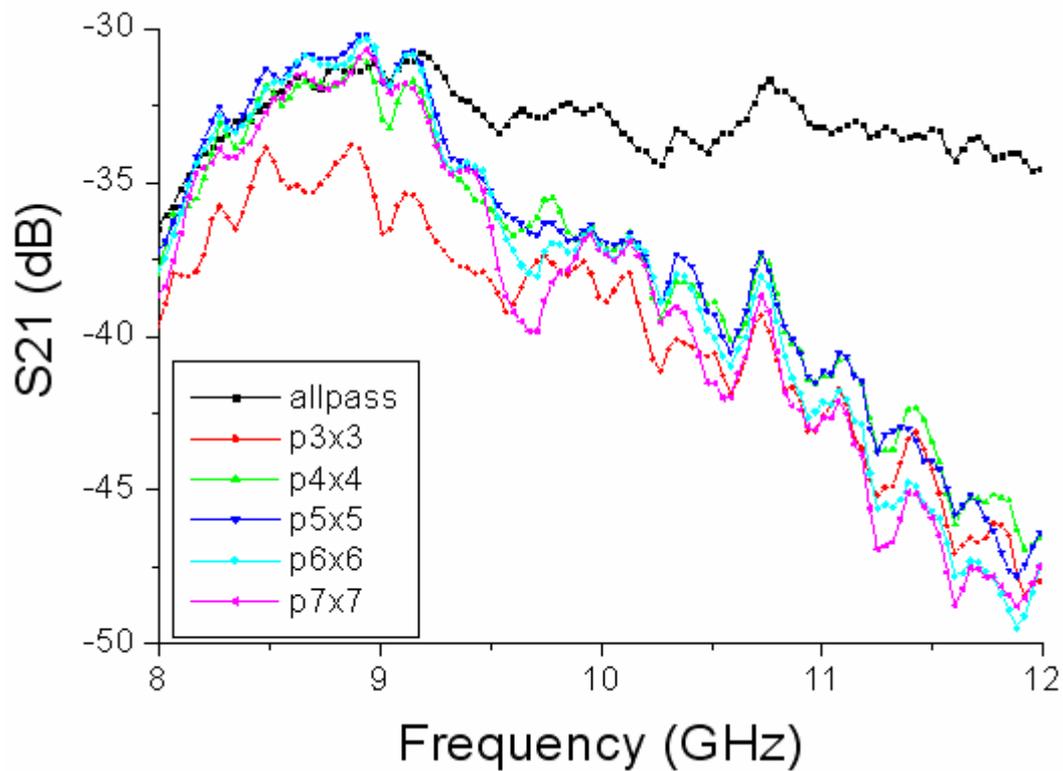


圖 5.3 3X3-array 到 7X7-array 在 8GHz ~ 12GHz 的 S21 (正向入射)

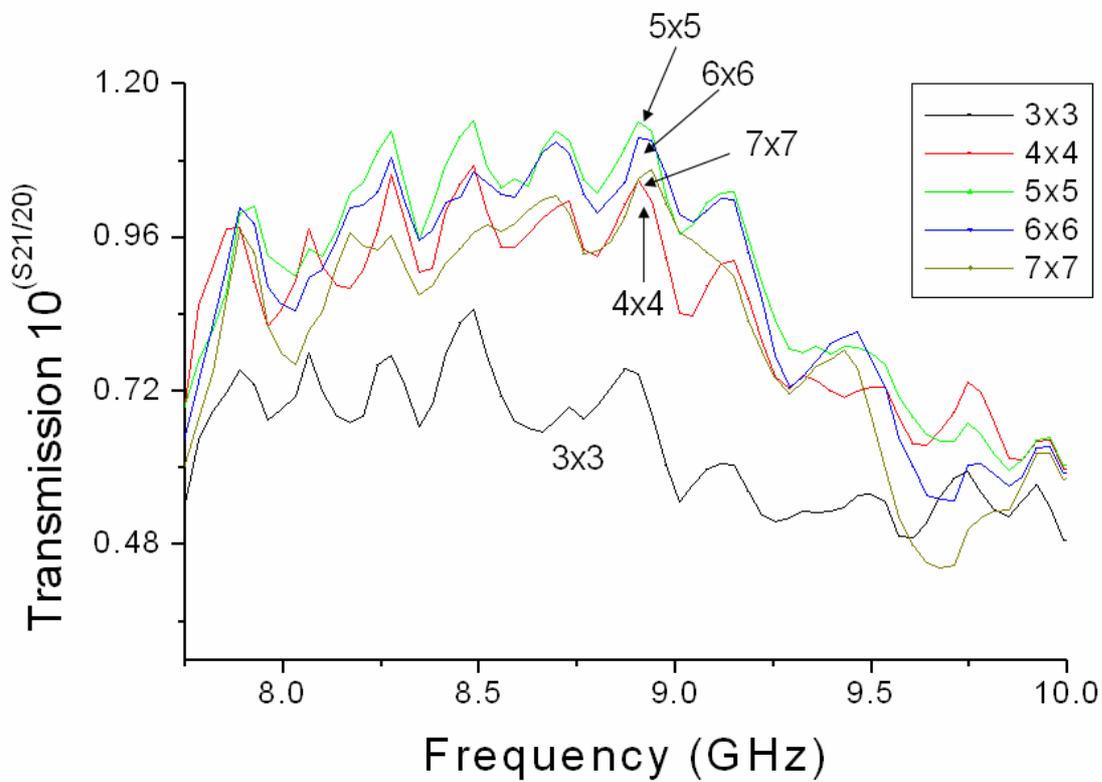


圖 5.4 3X3-array 到 7X7-array 在 8GHz ~ 10GHz 的相對穿透量

再來我們要驗證增強現象是由表面電漿所引起的。由 Ebbesen 等人以及前人有關表面電漿激發實驗的結果，我們知道在旋轉樣品之後，穿透量極值發生的位置將會移動，如同圖 2.3 所示，極值將往波長較大的一邊移動，而強度會逐漸下降，而且此現象只會出現在入射光為 p-polarize 的情況下。由圖 5.5，我們可以知道 6X6 的陣列，在入射光為 p-polarize 的情況下的確發生了極值移動的情形，並且往頻率較小的方向移動，對應到前人的結果是完全符合的，在圖 5.6 我們也展示了入射光為 s-polarize 的情形，可以知道在 s-polarize 的情形下，旋轉樣品並不會有極值飄移的情形。因此，我們證實了在 8GHz 到 9GHz 附近，穿透量極值的發生是由於表面電漿的激發所造成的。

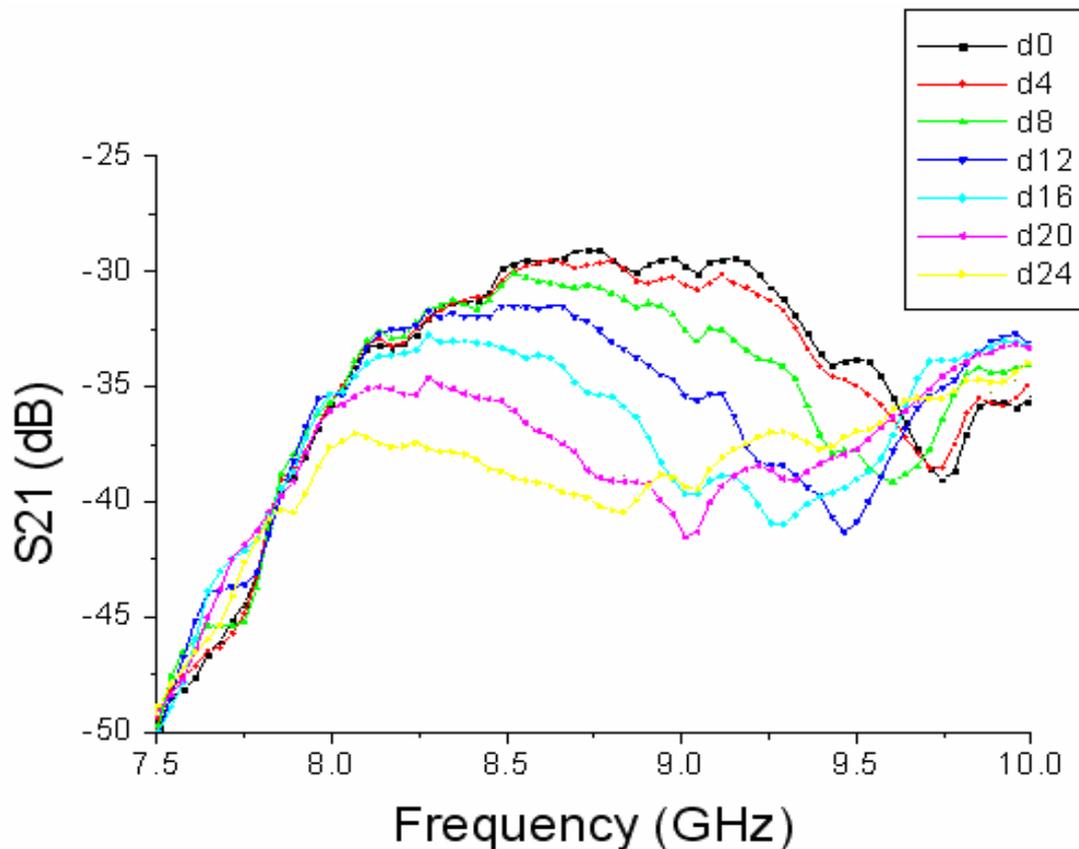


圖 5.5 6x6-array 的 S21 圖，d = 24mm，入射光為 p-polarize，
旋轉角度由 0 度到 24 度

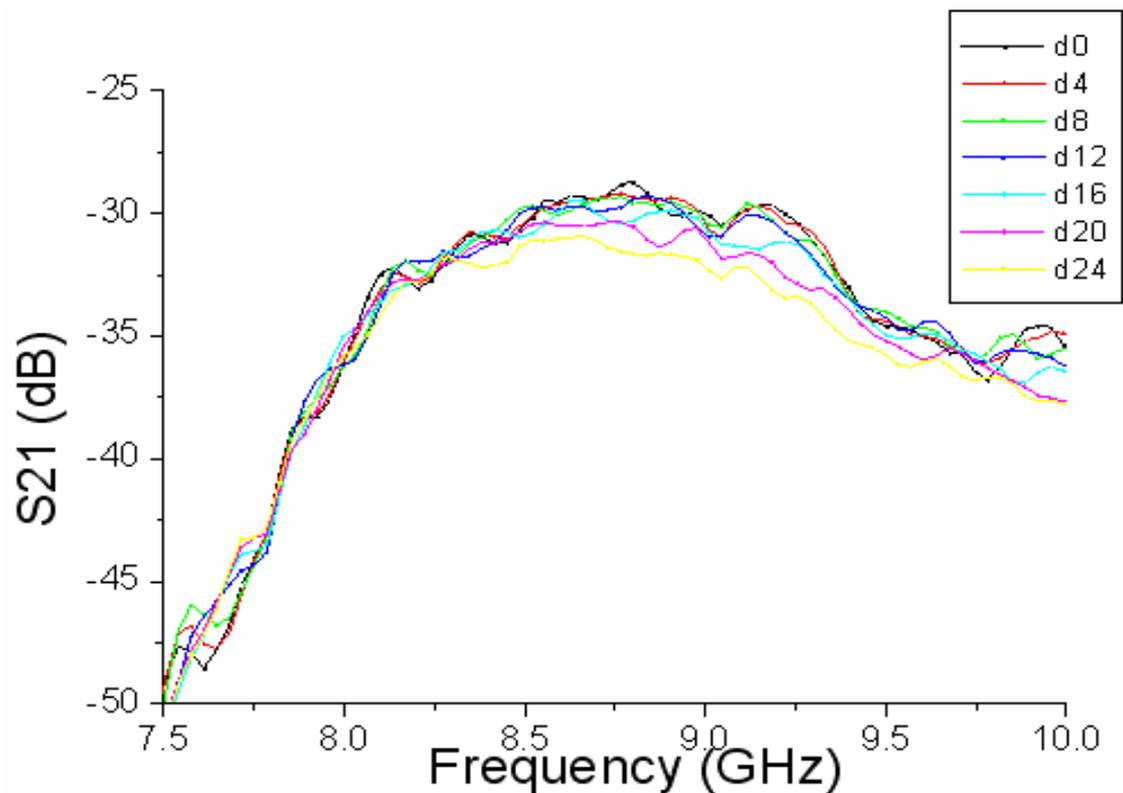


圖 5.6 6x6-array 的 S21 圖， $d = 24\text{mm}$ ，入射光為 s-polarize，
旋轉角度由 0 度到 24 度

接下來我們比較單一次波長孔徑的穿透量與 3X3-array 的穿透量，在圖 5.1(c) 代表 10 GHz 的曲線中， $a = 1.2\text{ cm}$ 的穿透率大約是 0.45，而在單一孔徑時， $d = 2a = 2.4\text{ cm}$ 的穿透率為 0.0338，由於現在是一個 3X3 的陣列，在均勻平面波入射的條件下，面積為 9 倍，估計的穿透量則為 9 倍，所以我們將單一孔徑的穿透值乘以 9，得到了 0.306，由 0.45 除以估計值 0.306 大約是 1.5 倍，由此可以證實本研究中得到了一個穿透率增強 1.5 倍的元件，主要使用波段在 10 GHz。

我們已經證實了這個極值是由表面電漿與入射光能量耦合的結果，接下來我們要研究這個極值是屬於哪一個 mode。在圖 5.2 之中，極值位於兩個 mode (1,1) (2,0) 之間，因此我們使用了 $d = 24\text{ mm}$ 的陣列來觀察，在 $d = 24\text{ mm}$ 的條件下，(1,1) mode 對應到的增強頻率為 8.3GHz；(2,0) mode 對應到的頻率是 11.78GHz，

在圖 5.3 之中，增強現象只出現在 8~10GHz 之間，因此我們推論增強現象是由表面電漿 (1,1) mode 所造成的。

雖然表面電漿的 (1,1) mode 造成了實驗觀察到的增強現象，但是增強現象發生的頻率並不完全符合使用無窮陣列理論所得的估算值，在 Fumiaki 和 Masanori 的期刊中提到 [15]，有限陣列和表面電漿能量耦合時，滿足耦合的波長條件並不會位移，不過能量耦合的頻寬會變為有限，由於本實驗穿透量極值發生的波長位置仍然位移了一些，我們認為這是有限孔徑大小影響了表面銅箔的等效介電常數 ϵ_{eff} 所產生的影響，也就是說由於鑽孔的大小和陣列週期相比可能過大，造成整個銅金屬表面的等效介電常數改變，使得表面電漿與光子耦合的頻率發生位移。



另外我們觀察到的實驗結果中，穿透量增強的範圍被拓展了，如圖 5.1，圖 5.2 所示。在 Fumiaki 和 Masanori 的期刊中提到 [15]，當陣列漸漸趨近於無限大時，極值將會變的更為尖銳。所以，由於有限陣列的影響，我們的 3X3-array 會是一個寬闊的極值，穿透量的極值會比無窮陣列更為寬廣；另外，在 Ebbesen 等人的報告中 [6] 也指出，孔徑在金屬層中的深度非常淺時，兩個面之間模態的耦合將會影響到決定穿透率大小的機制，如果兩個面之間的模態耦合，那麼模態之間的簡併將會產生一個尖銳的較高能量模態以及一個有著較低能量的寬模態，因此也會觀測到極值發生區域被擴展的現象。

此外，有限光束束寬的影響出現在圖 5.4 中。在實驗中我們改變了陣列的尺寸；從 3X3-array 開始增加陣列的尺寸，一直到陣列為 7X7-array 為止。依據預測，穿透量應該逐漸上升，但是在圖 5.4 的結果中，3X3-array 到 5X5-array 的趨勢是上升的，而 5X5-array 到 7X7-array 的穿透量卻開始下降。我們認為這是有

限光束束寬的影響，在 7X7-array 的例子之中，表面電漿模態以及其他的一些外圍的模態同時都會被激起，這些外圍的模態可能與表面電漿模態之間的相位並沒有同調，模態之間的互相干擾使穿透量因此下降。圖 5.7 畫出了 5X5-array 以及 7X7-array 的大小，光束恰好可以籠罩 3X3-array，4X4-array，5X5-array，而 6X6-array，7X7-array 則有一些外圍的孔徑沒有被包住。

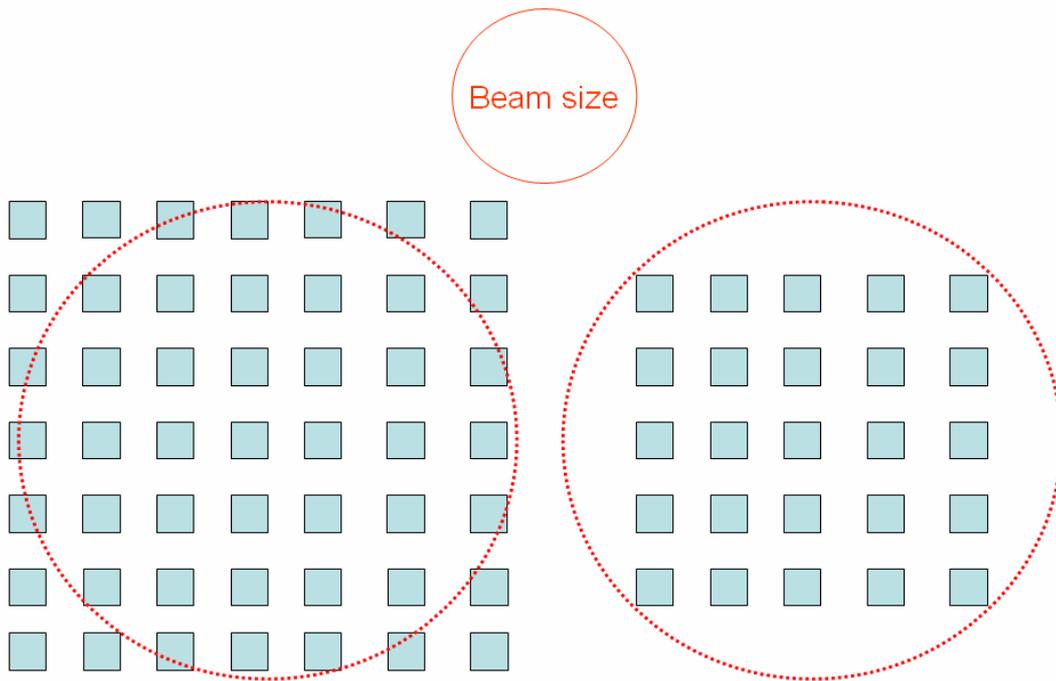


圖 5.7 $d = 24 \text{ mm}$ 的 7X7-array 以及 5X5-array 與光束大小

5.3 穿透量的多值現象

另外有一件值得注意的地方，在圖 5.2 中穿透率在有些地方為多值(注意 8 GHz 以及 10 GHz 在向下箭頭↓附近的值)，當波長以及陣列參數 d 成比例放大或縮小時，穿透率隨之改變了，為了研究這個發現，我們繼續製作了許多特殊陣列參數的樣品，並且以特定頻率的微波量測其穿透率。

圖 5.8 是實驗所得的結果，其中展示了 8 GHz (波長 37.5 mm) 以及 12 GHz (波長 25 mm) 時，各波長對應於適當比例的陣列參數 d 所量測出的穿透率，為了估計誤差值，實驗一共進行了三次。

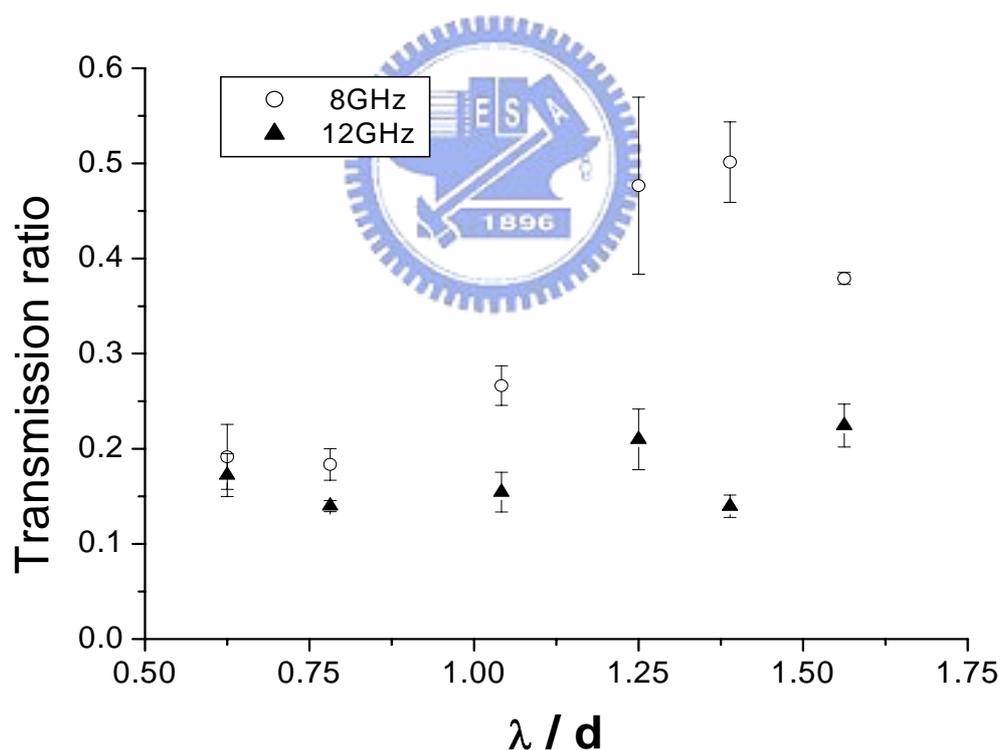


圖 5.8 同樣 λ / d 值，穿透率具有多值

在同一頻率下，當 λ/d 值增加時，代表著陣列參數 d 值縮小了，觀察 5.8 圖，我們可以發現穿透率確出現了分歧，由於實驗進行了三次都有類似的結果，所以不能以實驗的誤差來簡單解釋之。

由於穿透量的極值出現在 $\lambda/d = 1.25$ 附近，因此多值現象可能和表面電漿模的激發有關。我們認為在滿足表面電漿激發條件時，穿透量會因為光束束寬的影響而具有多值現象。由於陣列整體的面積小於光束束寬，因此在 λ/d 值較大時，8GHz 將對應到較大的 d 值，並且具有較大的陣列面積，此時會激發表面電漿的面積較大，所以 8GHz 有著較大的穿透量；而 12GHz 的陣列尺寸在同樣的 λ/d 值時，對應到較小的陣列面積，以致於表面電漿激發之效應低弱，使得穿透量提升的不多。另外在 λ/d 為 0.75 附近，並不滿足表面電漿被激發的條件，以致於穿透量與表面電漿以及光波波束無關。

值得注意的是，微波波源是具有偏振性的，而偏振方向是上下偏振，恰好與陣列延伸的其中一個方向一致，陣列就算旋轉 90 度之後也是同樣的幾何形狀，因此旋轉樣品後再進行一次穿透量多值的實驗，並不影響到原本的結果，證明了多值現象與微波偏振方向無關。

第六章 總結

最後我們為本篇論文的結果做個總結。

在單一孔徑方面，實驗觀察到對於同樣面積的孔徑，圓形的孔徑會比方型的孔徑具有較高的穿透量，我們認為這是由於微波偏振的方向和方形孔徑邊緣方向的影響。在孔徑的面積縮小到孔徑長度為波長的十分之一時，方形孔徑邊緣和圓形之間的差異性可以被忽略，使得兩種形狀的孔徑穿透量的差異性逐漸消失。

另外我們也對 Bethe 定理的預測進行實驗，在 Bethe 推導的限制中，次波長孔徑的穿透量將會和孔徑直徑的六次方成比例，由於 Bethe 預測的條件是在 $ka \ll 1$ 的狀況，在波長為 3 cm 的情況下，直徑 a 必須遠小於 0.5 cm；由實驗數據的 log 強度圖可以知道，孔徑的直徑在 $ka \ll 1$ 時，和 Bethe 的六次方曲線非常接近；較大的孔徑所得到的實驗數據則是屬於幾何穿透量的區域，經過分析之後，和幾何穿透量所預測的二次方曲線也十分類似。

在多孔徑陣列方面，我們研究主軸在 infinite boundary 到 finite boundary 對穿透率以及 surface plasmons mode 的影響，我們探討了最簡單的 3X3-array 的特性，並且觀察到了在微波頻率下，3X3 的次波長孔徑仍舊有穿透率增強的效應，實驗所量得的穿透量增強量為原本估計的 1.5 倍，與一些期刊中對於可見光附近所得的結果類似 [2-3,6-8]。由於 3X3-array 的數據在歸一之後，peak 值集中在 $\lambda/d=1.25$ 附近，因此我們研究了表面電漿與這個穿透量極值的關係，在旋轉樣品之後，發現極值移動的方式跟一般表面電漿的行為相同，只有 p-polarize 的入射光在旋轉樣品之後，極值位置往頻率小的方向移動，因此確定了極值是由於表面電漿的耦合所產生，經過推算我們認為這個表面電漿模態為(1,1)mode，而其他有限大小的陣列也都具有相似的穿透量增強效應以及表面電漿行為。

我們也進行了不同大小的有限陣列穿透實驗， $d = 24 \text{ mm}$ ，由 3x3-array 到 7X7-array 的各組來作比較，我們發現 5X5-array 的穿透強度在 8~9.5GHz 是最強的，我們認為這是有限光束束寬的影響，在光束束寬比陣列小的情況之下，表面電漿模態以及其他的一些外圍的模態同時都被激起，這些外圍的模態與表面電漿模態之間的相位並沒有同調，以致於互相干擾而使得穿透量出現下降的情形。

另外，本實驗觀察到了在同樣的參數 λ / d 比值下，在各種陣列的樣品之穿透量並不一致，而多次的實驗肯定了這並不是單純的實驗誤差所致。由於穿透量的極值出現在 $\lambda / d = 1.25$ 附近，我們認為滿足表面電漿激發的條件時，穿透量會因為光束束寬的影響而具有多值現象。由於陣列整體的面積小於光束束寬，因此在 λ / d 值較大時，8GHz 將對應到較大的 d 值，由於相對的具有較大的陣列面積，所以表面電漿被激發的面積所佔的比例較多，所以 8GHz 有較大的穿透量。

雖然理論的分析已有基本的結果與架構，然而還有許多實驗結果仍有可延伸的方向，例如增加實驗的波段，利用各種不同的材質，以及不同的陣列排列造成不同的倒晶格向量(三角晶格)，這些因素都會改變表面電漿的行為，而表面電漿的激發在特殊的穿透量增強現象中具有十分重要的影響。由於表面電漿激發的方向性以及頻率的篩選機制，使得這種設計能在微波雷達系統中加以應用，在微波頻段下，將功率以及能量放大，壓低不必要的雜訊是我們所追求的目標之一；而表面電漿藉著金屬表面的電磁特性達成了設計的要求，從微波到可見光的波段都可以有不錯的表現。由於微波應用的範圍十分廣泛，例如微波爐加熱，超速偵測，生物醫療科技，衛星轉播，雷達防衛，無線通信等等，未來無線區域網路與個人通訊服務也將朝著消費性電子與無線通信的方向發展，相信此應用會在微波收發系統上有不錯的表現。

附錄 A 向量網路分析儀(vector network analyzer)

網路分析儀量測的是微波網路的 S 參數(scattering matrix)，所以我們先從 S 參數開始介紹。

在低頻時，我們將多埠網路用 Z 參數，Y 參數，ABCD 參數來描述網路的特性，但是在高頻時，由於確實的短路測試以及開路測試不易，所以不能直接得到這些參數，因此發展出 S 參數來敘述分析微波網路的特性。

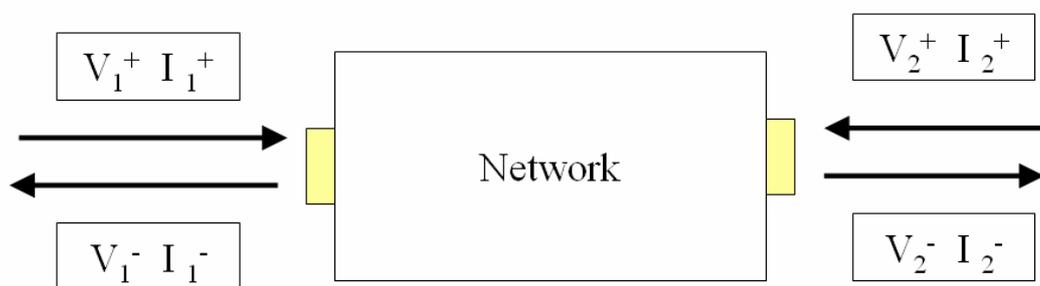


圖 A.1 2 port 微波網路示意圖

圖 A.1 為一個典型的 2 port 微波網路，電壓電流的正負號代表著入射波與反射波，我們可以將入射波與反射波的關係寫成一個矩陣，此矩陣稱為散射矩陣(scattering matrix)。

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \end{bmatrix}$$

散射矩陣代表著某個 port 的入射波電壓與出現在另一個 port 的出射波電壓之間的比值，例如 S11 就是代表著埠 1 的反射波電壓值除以入射波電壓值，而 S21 代表埠 2 的反射波電壓值除以埠 1 的入射波電壓值，所以利用 S 參數我們可以表現一個微波系統的特性。

由散射矩陣可以轉換成其他的網路參數矩陣 [14]，我們將轉換方式收錄在下面的表 A.1

表 A.1 由 S 參數推導其他網路矩陣

Z 矩陣	
$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$	
$Z = \begin{bmatrix} Z_0 \frac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}S_{21}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}} & Z_0 \frac{2S_{12}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}} \\ Z_0 \frac{2S_{21}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}} & Z_0 \frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}} \end{bmatrix}$	

Y 矩陣	
$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$	
$Y = \begin{bmatrix} Y_0 \frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}} & Y_0 \frac{-2S_{12}}{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}} \\ Y_0 \frac{-2S_{21}}{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}} & Y_0 \frac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}S_{21}}{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}} \end{bmatrix}$	

ABCD 矩陣	
$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$	
$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}S_{21}}{2S_{21}} & Z_0 \frac{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \\ \frac{1}{Z_0} \frac{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}}{2S_{21}} & \frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \end{bmatrix}$	

圖 A.2 為我們使用的向量網路分析儀(HP 8720D)，兩個埠都連接到 HP 85131 纜線(3.5mm flexible test port cable)，纜線的適用頻率為直流到 26.5GHz，在纜線中的能量損耗低而且可以隔絕雜訊。

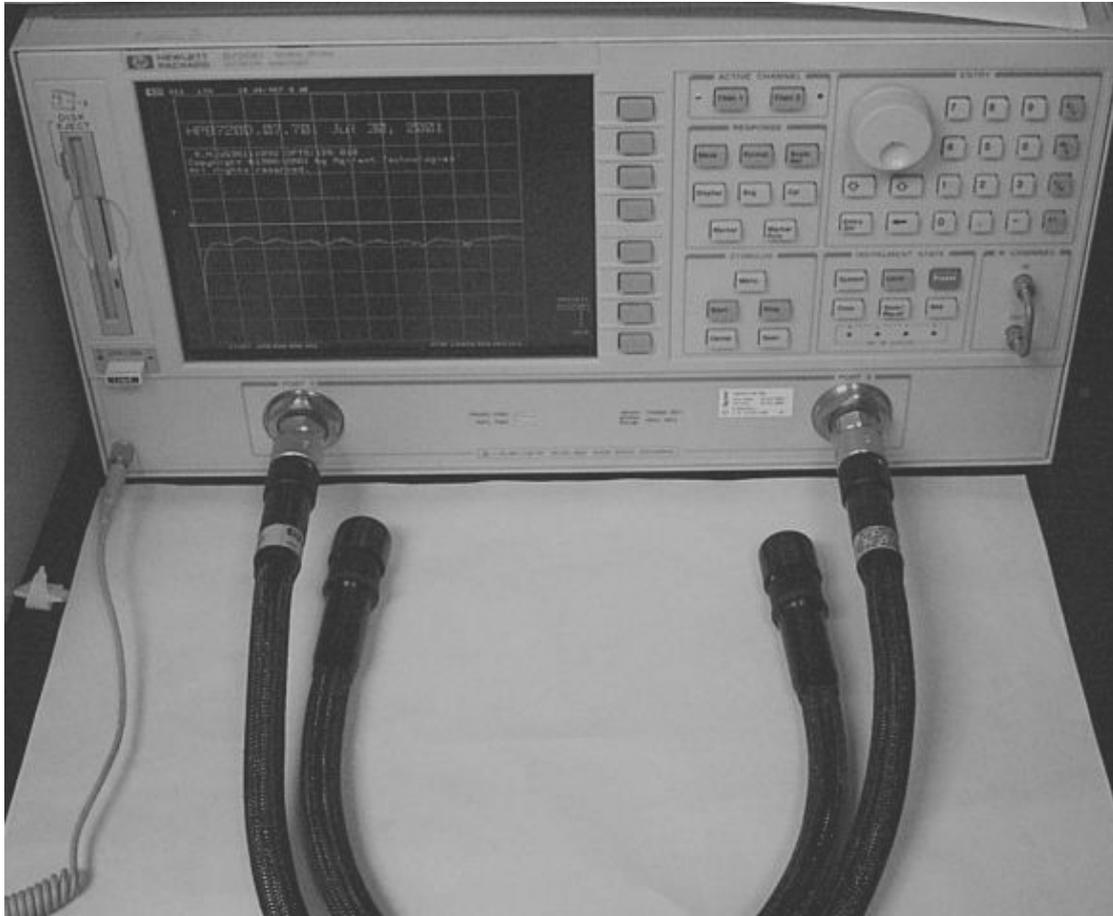


圖 A.2 向量網路分析儀(HP 8720D)

向量網路分析儀可以用來量測主動或被動網路的 S 參數，它利用兩個通道的微波 transceiver 來處理微波網路的入射波以及反射波的強度與相位變化，圖 A.3 為 HP 網路分析儀(HP8510)的內部示意圖 [14]。操作時，RF 源通常設定成掃描某個頻率帶，入射波與反射波的數據經過處理後， S 參數可以被計算出，而駐波比(SWR)，反射損耗(RL)，群速度延遲(Group delay)，阻抗(Z)等等網路參數都可以經過 S 參數的轉換求出。

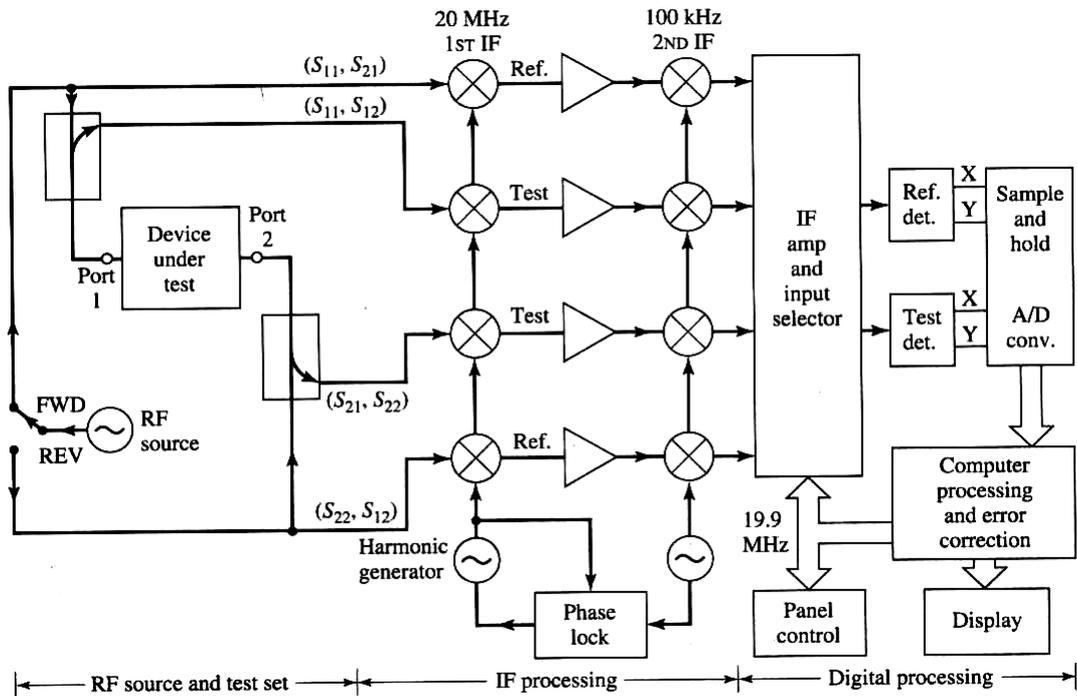


圖 A.3 HP 網路分析儀(HP8510)的內部示意圖 [14]

在使用網路分析儀之前，必須先利用 calibration kit 來校正，藉由連接到標準的 50 歐姆阻抗，我們可以精準的校正開路，短路，反射以及透射值，電腦在儲存這些校正值之後會拿來當作之後計算的依據。

參考資料

- [1] H. A. Bethe, Phys. Rev. **66**,163 (1944).
- [2] T. W. Ebbesen, H. J. Lezec, H. F. Ghaemi, T. Thio, and P. A. Wolff, Nature **391**, 667 (1998).
- [3] H. F. Ghaemi, T. Thio, D. E. Grupp, T. W. Ebbesen, and H. J. Lezec, Phys. Rev. B **58**, 6779 (1998).
- [4] H. J. Lezec, A. Degiron, E. Devaux, R. A. Linke, L. Martin-Moreno, F. J. Garcia-Vidal, and T. W. Ebbesen, Science **297**, 820 (2002).
- [5] T. Thio, K. M. Pellerin, R. A. Linke, H. J. Lezec, and T. W. Ebbesen, Opt. Lett, **26**, 1972 (2001).
- [6] A. Degiron, H. J. Lezec, W. L. Barnes, and T. W. Ebbesen, Appl. Phys. Lett. **81**, 4327 (2002)
- [7] D. E. Grupp, H. J. Lezec, T. W. Ebbesen, K. M. Pellerin, and T. Thio, Appl. Phys. Lett. **77**, 1569 (2000).
- [8] T. J. Kim, T. Thio, T. W. Ebbesen, D. E. Grupp, and H. J. Lezec, Opt. Lett. **24**, 256 (1999).
- [9] L. Martin-Moreno, F. J. Garcia-Vidal, H. J. Lezec, K. M. Pellerin, T. Thio, J. B. Pendry, and T. W. Ebbesen, Phys. Rev. Lett. **86**, 1114 (2001)
- [10] E. Popov, M. Nevière, S. Enoch, and R. Reinisch, Phys. Rev. B **62**, 16100 (2000).
- [11] H. Raether, *Surface Plasmons*,(Springer-Verlag, Berlin, 1988)
- [12] A. Otto, Z Phys. **216**, 398 (1968)
- [13] E. Kretschmann, H. Raether, Z. Naturforsch. **23a**, 2135 (1968)
- [14] David M. Pozar, *Microwave Engineering*, (John Wiley&Sons, 1998)
- [15] F. Miyamaru and M. Hangyo, Appl. Phys. Lett. **84**, 2742 (2004)