

國立交通大學
光電工程研究所
碩士論文

THz 頻率量度之先導研究
一對半導體雷射與飛秒光頻梳之鎖相研究

Towards THz Frequency Metrology
Phase locking of a pair of semiconductor laser diode
and the femtosecond frequency comb



研究生：張學智
指導教授：潘犀靈 教授

中華民國 九十三年七月

**THz 頻率量度之先導研究
一對半導體雷射與飛秒光頻梳之鎖相研究**

Towards THz Frequency Metrology

Phase locking of a pair of semiconductor laser diode
and the femtosecond frequency comb



研究生：張學智

Student : Hsuen Chih Chang

指導教授：潘犀靈 教授

Advisor : Prof. Ci-Ling Pan

**國立交通大學
光電工程研究所
碩士論文**

THz 頻率量度之先導研究

一對半導體雷射與飛秒光頻梳之鎖相研究

研究生：張學智 指導教授：潘犀靈 教授

國立交通大學光電研究所

摘要

我們實現半導體雷射與飛秒鎖模雷射的互鎖。利用半導體雷射與飛秒雷射光梳頻的拍頻，半導體雷射頻率可以被鎖定在飛秒鎖模雷射的光梳頻上。在論文中利用脈衝雷射的光梳頻訊號來作為半導體雷射的頻率標準，並完成半導體雷射的穩頻，使得原本 100MHz 的頻率擾動降至 1MHz ~5MHz，並將半導體雷射光頻率鎖定在 358660.800GHz。

Towards THz Frequency Metrology

Phase locking of a pair of semiconductor laser diode and the femtosecond frequency

Student : Hsuen Chih Chang Advisor : Prof. Ci-Ling Pan

**Institute of Electro-Optical Engineering College of Electrical
Engineering and Computer Science Nation Chiao Tung University**



We characterize the phase locking between CW semiconductor laser and mode-locked pulse laser. Through beating signal between CW diode laser and mode-locked pulse laser, semiconductor laser could be locked to the harmonic frequency of repetition rate of mode locked laser. In this thesis, we use the harmonic frequency of mode-locked laser as the standard of dual-wavelength CW semiconductor laser and stabilize the frequency of laser diode. We depress the frequency fluctuation of laser diode from 100MHz to 1~5MHz and lock the frequency of CW diode laser to 358660.800GHz.

Acknowledgment

致謝

能完成這本論文，首先要感謝指導老師潘犀靈教授悉心教導，及口試委員們：賴 杰教授、施宙聰教授、趙如蘋教授、林恭如教授所提出的意見與指導。

在這研究論文題目的過程中，很感謝工研院量測中心彭錦龍博士及藍玉屏學姊在實驗上的協助及理論的教導，讓我受益匪淺。除此之外，也謝謝實驗室的學長姐：劉子安、許菽芳、蔡宗儒、李晁遠、王怡超、陳晉璋、陳昭遠、湯宗達、林世軒、小郭、小巫、林建宏、石宗盛等對我的協助指導，以及同學們：奕帆、之揚、龍進、秉其、沛霖對於我課業和生活上的幫助，還有親愛的學弟們：宗翰、羅誠、冠文、照仁、弘倫、禎佑、沁融幫忙處理實驗室的事務及協助實驗的進行，再來我要謝謝我的好朋友：郁琳，因為有你的陪伴，我的研究生生活才如此多采多姿，也因為有你的鼓勵，我才能順利畢業，真的很感謝你。

最後，我要感謝我最親愛的爺爺、爸爸、媽媽和兩個妹妹，在我求學過程中，一路上無條件給予我支持跟關心，使我無後顧之憂，順利完成碩士學位。你們是我最愛的人。

目錄

中文摘要

英文摘要

致謝

目錄

圖表目錄

第一章	緒論	1
1-1	研究目的	1
1-2	研究構想	2
1-3	連續波波長可調半導體雷射	3
1-4	論文架構	8
第二章	光梳頻 THz 頻率量測的基本原理	9
2-1	飛秒光梳頻	9
2-2	利用飛秒光梳頻量測光頻之原理	11
2-3	利用光混頻產生連續波兆赫輻射	17
第三章	系統原理與實驗方法	24
3-1	連續波波長外腔式可調半導體雷射系統	24
3-1.1	連續波長可調原理	24
3-1.2	結構設計	29
3-2	雷射穩頻系統	30
3-2.1	鎖相迴路基本原理及其架構	32
3-2.2	拍頻	46

3-3 外腔式半導體雷射與飛秒鎖模雷射互鎖的原理與實驗架構	49
3-3.1 單波長半導體雷射與飛秒鎖模雷射的拍頻	49
3-3.2 雙波長半導體雷射與飛秒鎖模雷射的拍頻	52
第四章 實驗結果與討論	54
4-1 雙波長半導體雷射	54
4-1.1 外腔式半導體雷射特性	54
4-1.2 雙波長雷射輸出特性	59
4-2 拍頻量測	62
4-3 外腔式半導體雷射與飛秒鎖模雷射的互鎖	64
第五章 總結與未來展望	69
參考資料	71



圖表目錄

圖 (1-1) Littrow grating 結構	6
圖 (1-2) grating incident 結構	6
圖 (2-1) 鎖模雷射的頻譜	10
圖 (2-2) 微結構光纖放大圖	14
圖 (2-3) 經微結構光纖展開的頻譜	15
圖 (2-4) 「f-2f self-referencing」實驗架構	15
圖 (2-5) 穩定後的 f_r 的頻率擾動	16
圖 (2-6) 偵測到的 offset 訊號以及穩定後的 f_o 的頻率擾動	16
圖 (2-7) 兩具有些微頻率差的波型重合模擬圖	18
圖 (2-8) Sinc-function 圖	20
圖 (2-9) 拍頻強度的角頻率是 Ω 。模擬中我們假設 I_1 等於 I_2	21
圖 (2-10) 雙波長雷射輸出光譜	22
圖 (2-11) 使用 Martin-Puplett 偏振式干涉儀和輻射熱偵測器 量測產生的連續波 THz 輻射波的同調性	22
圖 (2-12) CW THz 輻射波頻譜圖	23
圖 (3-1) 光柵繞射圖	28
圖 (3-2) 外腔半導體雷射結構圖	30
圖 (3-3) 鎖相迴路(PLL)的基本區塊	32
圖 (3-4) 鎖相迴路線性模型	34
圖 (3-5a) 被動式的迴路濾波器	37
圖 (3-5b) 主動式的迴路濾波器	37
圖 (3-6) AD9901 結構圖	40
圖 (3-7) 鎖相狀況圖	40

圖 (3-8) 鎖相狀況圖震盪源領先參考源時	41
圖 (3-9) 鎖相狀況圖震盪源落後參考源時	41
圖 (3-10) 震盪頻率遠小於參考頻率時的輸出	42
圖 (3-11) 震盪頻率遠大於參考頻率時的輸出	42
圖 (3-12) 震盪頻率與參考頻率互鎖時的輸出	43
圖 (3-13a) 除頻器一號輸出入訊號圖	45
圖 (3-13b) 除頻器二號輸出入訊號圖	45
圖 (3-14) 拍頻現象	46
圖 (3-15) 拍頻訊號示意圖	49
圖 (3-16) 實驗架構示意圖	51
圖 (3-17) 控制迴路架構示意圖	51
圖 (3-18) 一對外腔式半導體雷射系統	52
圖 (3-19) 一對半導體雷射與光梳頻互鎖系統	53
圖 (4-1a) 外腔雷射一號波長可調範圍光譜圖	55
圖 (4-1b) 外腔雷射二號波長可調範圍光譜圖	55
圖 (4-2a) 無外腔時, 雷射一號線寬約為 28MHz	57
圖 (4-2b) 有外腔時, 雷射一號線寬約為 19MHz	57
圖 (4-3a) 無外腔時, 雷射二號線寬約為 17.3MHz	58
圖 (4-3b) 有外腔時, 雷射二號線寬約為 14MHz	58
圖 (4-4) I_1 固定時, I_2 可調範圍	59
圖 (4-5) I_2 固定時, I_1 可調範圍	60
圖 (4-6) F-P 干涉儀觀察雙波長輸出情況	61
圖 (4-7) 拍頻訊號圖	63
圖 (4-8) 雙波長雷射與飛秒鎖模雷射的拍頻訊號	63

圖 (4-9) 互鎖時拍頻訊號疊加圖	64
圖 (4-10) 未互鎖時頻率擾動量	66
圖 (4-11) 互鎖時頻率擾動量	66
圖 (4-12) 互鎖時震盪源與參考源波形圖	67
圖 (4-13) 互鎖時頻譜圖	68
圖 (4-14) 未互鎖時頻譜圖	68



第一章 緒論

THz 科技的發展在這數年來有長足的進步，利用 THz 輻射波在通訊、生醫、顯像方面的研究不斷地有突破。為了面對在未來 THz 領域對於 THz 頻率量測上的需求，THz 頻率量度的研究成為重要課題。能訂出準確頻率的 THz，發展 THz 專用的相關量測儀器也就有了更好的條件。若能將兩個半導體雷射頻率差固定在 1THz，並將其產生差頻生成標準的 1THz 輻射波，則此 THz 輻射波也就是我們所期望可作為標準的 THz 輻射波了。

在 1970 年代初期皮秒級超短脈衝雷射的研究成功後，脈衝雷射就不斷的在創新，而鎖模雷射(Mode-locked laser)^[1]在產生超短脈衝的應用上扮演著相當重要的角色。利用微結構光纖可將短脈衝的頻譜大幅展開，將外腔式半導體雷射與脈衝的諧頻互鎖，利用被展開的頻譜光梳頻^[2]作為光頻率的標準準確得知外腔式半導體雷射光頻率是本篇論文的重點。

本章會介紹本論文的研究目的跟構想、實驗使用的雷射系統簡介以及論文的架構。

1-1 研究目的

現在的時間是用銫原子光的原子鐘為標準。現在測量一段不很長的時間，最精確的鐘是氫射，它利用氫原子特有的振盪頻率。

基本上我們研究的動機主要是希望藉由固定的頻率來作為定義 THz 輻射波的標準。這就像利用銫原子光的原子鐘為準則來定義時間一樣，我們希望藉由鈦藍寶石鎖模雷射的固定共振腔所產生的固定的諧頻來當 THz 輻射波的標準。

1-2 研究構想

這一個連續波半導體雷射與飛秒雷射的互鎖實驗的研究構想是利用鈦藍寶石鎖模雷射的光脈衝的諧頻作為固定的參考頻率，用這光脈衝的固定諧波頻率來做連續波半導體雷射的參考頻率，進而使連續波半導體雷射的輸出光與鈦藍寶石鎖模雷射的光脈衝同步，而且又可以達到連續波半導體雷射穩頻的效果。

我們架設外腔式半導體雷射以使我們的雷射具有波長可調的特性，並且可以降低雷射的線寬跟擾動，讓互鎖更容易達成。

若能將兩個半導體雷射同時鎖至鈦藍寶石鎖模雷射的不同諧波頻率上，使兩半導體雷射的光頻差為 1THz，則此兩半導體雷射可用來產生頻率 1THz 的輻射波，而由此生成的頻率 1THz 的輻射波就可以作為一個量測的標準，這在 THz 研究跟應用領域上都有很大的用處。

我們知道一般若要兩個訊號同步，常常使用鎖相迴路(Phase Locked Loop; PLL) ^[3] 的技術，藉由迴授控制使一震盪器產生和輸入

訊號同步的訊號。藉由壓電材料(PZT)對外腔式半導體雷射腔長做調變，進而達到迴授控制半導體雷射光頻率使其鎖在鈦藍寶石鎖模雷射的諧頻上。

應用鎖相迴路(PLL)的技術做連續波半導體雷射的穩頻與同步，達到雷射互鎖的目的。

1-3 連續波波長可調半導體雷射

波長可調雷射在光纖通訊、雷射光譜學、精密量測等研究領域中應用廣泛。這種雷射必須具備兩個基構成要件：一個是頻寬較大的增益介質，另一個是具有可選擇且可調整輸出波長機構的共振腔。目前使用廣泛的寬頻增益介質的雷射包括染料雷射、固態雷射如鈦藍寶石雷射、自由電子雷射、以及半導體雷射。染料雷射與鈦藍寶石雷射皆需要以另一個大功率泵雷射（例如氫離子雷射）來激發，而染料雷射還有另一個缺點，需要經常更換染料；自由電子雷射的輸出波長理論上可由紫外光調整到紅外光，是一個很理想的波長可調光源，但是本型雷射通常附屬於龐大且昂貴的同步加速器，所以尚不適宜由一般實驗室採用。半導體雷射因其體積小、壽命長、操作容易、可直接注入電流泵浦、調變頻率高點，故而使其極具商業價值。尤其在通訊系統的應用上，其非常適合作為通訊光源。近年來藉由製程技術的改

善，及雷射結構的改良，現在半導體雷射已可產生瓦級以上的輸出功率，這使得它的應用範圍更廣了。

波長可調之半導體雷射系統的波長選擇及調整方式有很多種，通常比較常被採用的方式是在外共振腔中置入一個適當的自由頻譜範圍 (Free Spectrum Range , 簡稱 FSR) 的 etalon^[4]、雙折射濾波片 (birefringent filter)^[5]、或是光柵 (grating)^[6-9] 等等。由於光柵的解析度高，且波長可調範圍較大，因此比較適合在一般研究實驗室使用。

目前常見的光柵外腔式半導體雷射系統架構主要有 Littrow^[6-7] (如圖 1-1) 與 grazing incident^[8-9] (如圖 1-2) 兩種，一般而言 Littrow 光柵結構繞射效率較高，但因其所使用的光柵條紋數較少，除非將光束展開，其解析度相對較低。Grazing incident 光柵由於光斜向入射，所以解析度較高。它是利用光柵繞射的原理將平行的不同波長入射光展成不同角度的繞射光，再利用全反射鏡選擇波長回饋。

一般產生雙波長輸出的方式是以 single-strip 雷射利用耦合共振腔 (couple cavity)^[10] 或雙光柵外腔^[11]。前者是在半導體雷射的出射面外加一較短外部共振腔，因兩者互相耦合的共振腔之縱向模不同，若將外腔做適當調整，等效上使模距加大，可產生兩個輸出波長。後者則是利用分光鏡將光束分成兩道，再分別以光柵調整波長回饋，形成雙外腔而產生雙波長的輸出。但上述兩者的缺點是兩波長穩定性

不好，且波長無法做較大範圍的調整。

我們實驗室以前改良了 grazing-incident 光柵外腔雷射無法同時選擇兩不同角度波長回饋的缺點，以透鏡將一階繞射光聚焦於不同點，因此我們可以同時選擇兩個波長回饋雷射二極體之中，以同時產生雙波長的輸出。

但是這樣的架構有一個缺點，那就是使用外腔雙波長雷射的輸出雙波長有爭奪增益的現象使得產生波長的穩定度欠佳，輸出強度也不能保持穩定。

現在本實驗用的方法並不同於以前實驗室所用的外腔雷射架構來產生雙波長雷射，而是改用兩個外腔半導體雷射來產生雙波長雷射。將兩雷射的輸出光調整為同軸，光偏振方向也用偏振片來調整成相同，這樣雙波長雷射在光導天線或是光導開關作用產生出兩雷射的差頻訊號時會有最大的效能，也可以避免外腔雙波長雷射的缺點。

Littrow grating

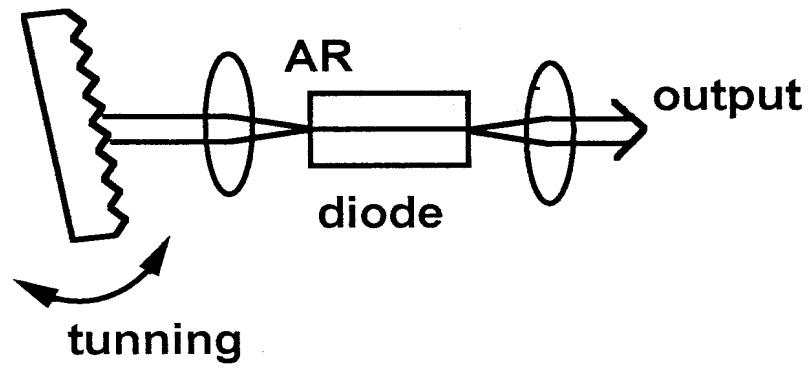


圖 (1-1) Littrow grating 結構



grazing-incident grating

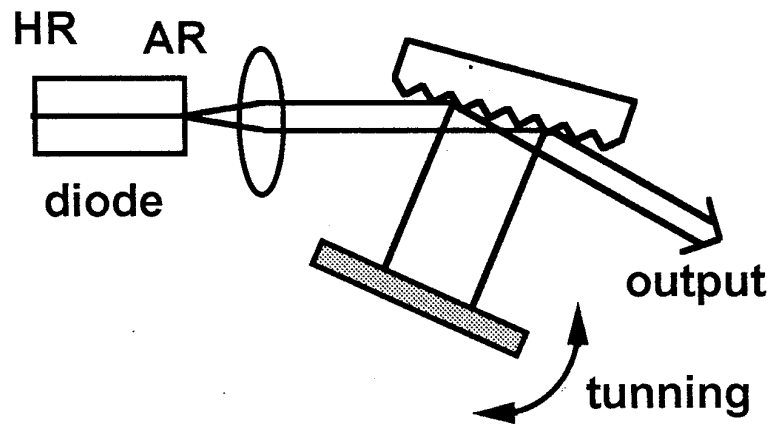


圖 (1-2) grating incident 結構

可調 THz 信號產生器

THz 強度調變的光訊號有許多的應用，例如寬頻光通訊、絕對距離量測用的外差干涉儀^[12]、雷射二極體內的四波混和^[13]、孤立子 (soliton) 光脈衝的產生^[14]、以及產生毫米波 (millimeter wave) 或 THz 輻射^[15]。利用將相同的兩道線性啾頻 (linear chirped) 光脈衝混和，將其一做時間延遲，Weling 等人^[15]報導一高達約 1THz 之可調的光正弦調變，但其工作週期 (duty cycle) 小於 0.3%，且此方法產生的 THz 輻射的頻寬相當寬，高達約 36GHz。利用直接調變一個高速的雷射二極體或使用一個外加的光波導調變器 (waveguide modulator)，可分別產生 63GHz^[16] 及 40 GHz^[17] 的調變訊號。另一種利用光電的技術產生高達 60GHz 的微波訊號的方式，是將兩束不同波長的雷射光在 MSESFET 或 HEMT 元件上作外差混和^[18]，這些實驗需要精確的校準兩束穩頻雷射光的方向，且至少其中之一為波長可調雷射。且必須以相位雜訊補償的方式，減低由 GHz 拍頻產生之電訊號的線寬 (linewidth)^[19]。選擇鎖模半導體雷射輸出光譜中相鄰的兩個模，且將其他模抑制，可產生 37.2GHz 的拍頻^[20]，其調變深度 (modulation depth) 高達 100%，但是其調變頻率很難調。Arahira 等人^[21]證實利用被動鎖模雷射產生重複率高達 1.54THz 的光脈衝，其時間平均光譜包含三個相鄰 12.5 (~1.5THz) 的縱向模，因此其脈

衝輪廓 (pulse envelop)(半寬 $\text{FWHM} \cong 260\text{fs}$) 非常接近正弦函數，也就是拍頻訊號。

1-4 論文架構

本論文的主要目的在探討如何將兩種雷射利用鎖相迴路(PLL)的技術進行相位的互鎖，進而達到雷射相位同步與穩頻。

在第二章我們會討論到連波半導體雷射的雜訊成因。在第三章最主要的是系統原理與實驗的方法，我們將會簡介鎖相迴路的基本理論，以及兩個雷射的互鎖的理論與實驗的系統架構。第四章的實驗結果與討論，觀察互鎖後的連波半導體雷射的穩頻現象並且討論實驗的結果。最後在第五章節則為總結與未來展望。

第二章 光梳頻 THz 頻率量測的基本原理

鎖模雷射 (Mode-locked laser) 在超短脈衝的應用上扮演相當重要的角色，本章將對應用飛秒鎖模雷射於 THz 頻率量測上的原理。鎖模雷射在頻域上具有許多等距同調的光梳 (Frequency comb) 可以作為光頻率的標準源。我們所使用的飛秒鎖模雷射是由工業研究院量測中心所提供^[29]，它藉由光纖的非線性效應將鈦藍寶石雷射的光梳展開到涵蓋可見光及近紅外光，擴大了可應用範圍。並且利用「f-2f self-referencing」技術穩定了光梳頻的頻率，成為良好的標準源。



2-1 飛秒光梳頻

要瞭解鎖模雷射如何應用在光頻計量，我們必須先對鎖模雷射的頻譜有所瞭解，飛秒脈衝雷射是藉由鎖定所有起振的雷射縱向模的相位而產生週期性的脈衝，由雷射腔輸出的脈衝雷射的電場強度可表為：

$$E(t) = A(t) e^{-i2\pi f_c t} + c.c. \quad (2-1)$$

其中 $A(t)$ 為週期性的波封方程式， f_c 為載波頻率。

而週期性的波封方程用傅立葉級數可展開成：

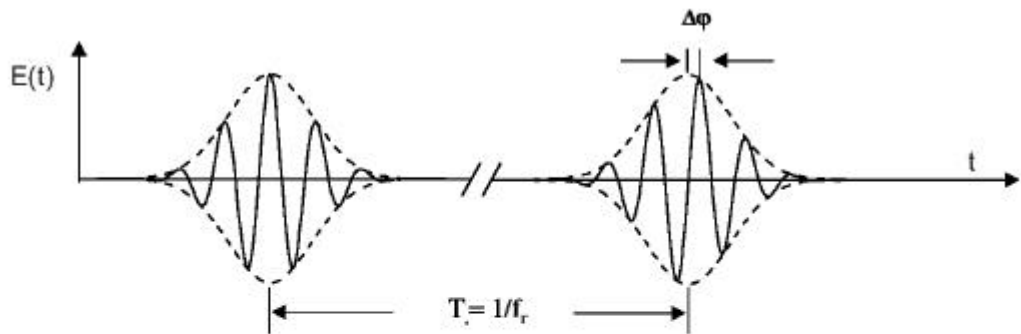
$$A(t) = \sum A_n e^{-i2\pi n f_r t} \quad (2-2)$$

其中 $f_r = v_g/2L$ 為脈衝的重複頻率， v_g 為群速度， L 為雷射腔長。

因此該脈衝雷射的電場可以寫成：

$$E(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{-i2P(f_c + nf_r)t} + c.c. \quad (2-3)$$

Time domain



Frequency domain

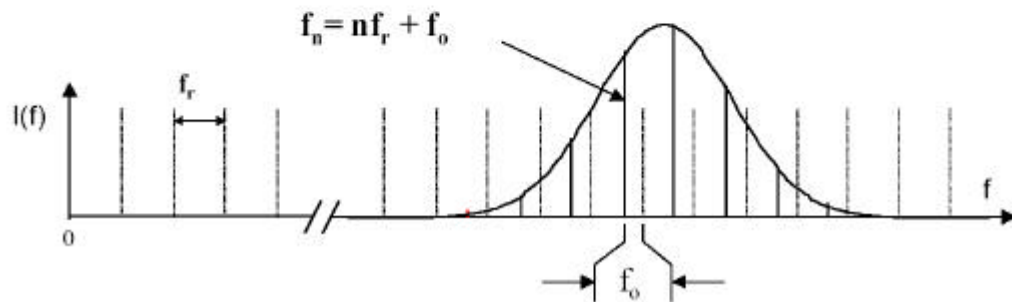


圖 (2-1) 鎖模雷射的頻譜

在頻譜上來看，這個電場是由相等頻率間距 f_r 的光梳所構成，而第 n 根光梳的頻率為脈衝重複頻率的整數倍，亦即 $f_n = n \times f_r$ 。以上的敘述並沒有考慮到載波相位和波封相位的問題，但是在雷射腔內的介質都有色散現象，因此會是造成波封以群速度而載波以相速度前進，由於這兩個速度不一樣，雷射脈衝每繞行雷射腔一週，載波相位和波封相位就會有 $\Delta\phi$ 的相位差 ($2\pi \geq \Delta\phi \geq 0$)，如圖 (2-1) 所示，

由於雷射在共振腔每繞一次，就要重複原來的狀態，因此雷射載波相位必須滿足 $2\pi f_0 T + \Delta\phi = n2\pi$ ，其中 T 為脈衝繞雷射腔一次所需時間、 n 為正整數，所以實際上滿足這樣條件的載波頻率為 $f_n = n \times f_r + f_0$ ，其中 $f_0 = (\Delta\phi / 2\pi) / T$ ，也可以表為 $f_0 = (\Delta\phi / 2\pi) f_r$ ，這個載波波封相位差使得各梳子的頻率並不等於雷射脈衝頻率的整數倍，而是有一個偏差頻率 (offset frequency) f_0 ，其中脈衝重複頻率 f_r 和偏差頻率 f_0 都是在微波範圍，因此利用一個鎖模雷射就可以將微波和光頻連結起來。如果 f_r 和 f_0 都是穩定的，那麼每一支光梳的頻率就穩定，一般飛秒雷射的頻譜寬度約在幾個 THz 以上，如果脈衝重複頻率是 1 GHz，那麼一個穩頻的飛秒雷射就含有數千個穩頻的雷射，這是傳統建議輻射所無法比擬的。



2-2 利用飛秒光梳頻量測光頻之原理

所謂的已知頻率是只要準確到知道雷射的頻率靠近哪一支光梳就可以，因此利用商用的波長儀先概略知道連續波雷射頻率靠近哪一支光梳即可，而這也是用飛秒光梳測量未知雷射頻率的先期步驟。

任何未知雷射其頻率在飛秒光梳含蓋的範圍，就可以直接和飛秒光梳拍頻，如果知道雷射頻率是在哪一個光梳區間，藉由拍頻的量測即可得到未知雷射的頻率。

要讓飛秒雷射能夠成為頻率量測的工具，必須要先穩定其脈衝重複頻率 repetition frequency f_r 和偏差頻率 offset frequency f_o 。脈衝 repetition frequency f_r 用快速的光二極體可以很容易偵測，藉由控制雷射的腔長即可控制重複頻率 repetition frequency f_r ，至於 f_o 的量測方法，可以由 $f_{2n}-2f_n = f_o$ 得知，也就是第 $2n$ 根光梳和第 n 根光梳的倍頻的頻差，因此必須要脈衝雷射的頻譜寬度夠寬，以致於涵蓋 f_n 及 $2f_n$ 的頻率範圍。目前僅有少數研究群，可以直接由脈衝雷射產生兩倍頻寬，較為普及的方法是利用特殊的微結構光纖 (microstructure fiber) 或者稱為光子晶體光纖 (photonic crystal fiber) 來延展飛秒雷射的頻譜。這種光纖的波導色散 (waveguide dispersion) 比傳統光纖容易操控，因此可用來平衡物質色散使得零色散的波長不同於一般的通訊光纖，零色散已經可以移轉到可見光範圍，一般的飛秒鈦藍寶石其中心波長約在 800 nm ，這樣的雷射光在這種光纖中可以傳遞較長的距離而其脈衝寬度不至於迅速變寬，因此非線性效應的作用距離較一般通訊光纖長，藉由光纖的非線性效應可以把飛秒雷射的頻譜寬度擴展到兩倍頻寬以上。參與的非線性效應機制包括自相位調制 (self phase modulation)、四波混合 (four wave mixing)、拉曼效應、孤粒子分裂 (soliton fission) 等等^{[27][28]}。

本實驗中利用微結構光纖^[25] (如圖 2-2 所示) 將鎖模雷射輸出光的頻譜展寬 (如圖 2-3 所示), 其光梳頻的分布從 500nm 到 1180nm。

此系統使用一種稱為「f-2f self-referencing」^[2] 的技術, 其實驗架構如圖 2-4, 利用展寬後的光梳頻可以測知雷射的 offset frequency f_o 以及 repetition frequency f_r , 並迴授控制 f_o 跟 f_r 的頻率。「f-2f self-referencing」是指利用微結構光纖將光頻展開後, 將較低頻的部分:

$$f_n = nf_r + f_o \quad (2-4)$$

利用倍頻晶體產生倍頻:

$$2f_n = 2(nf_r + f_o) \quad (2-5)$$

再與原本的高頻部分:

$$f_{2n} = 2nf_r + f_o \quad (2-6)$$

產生拍頻以量取 f_o :

$$2f_n - f_{2n} = 2(nf_r + f_o) - (2nf_r + f_o) = f_o \quad (2-7)$$

得到 offset frequency f_o 後, 將其鎖到一台頻率合成器上, 頻率合成器的時基參考到低雜訊微波頻率源。偏差頻率和頻率合成器的信號都先經過除頻後才送到數位相位偵測器上, 所得到的相位信號迴授控制聲光調制器藉以控制幫浦雷射的功率, 幫浦雷射的功率影響脈

衝雷射的功率，透過 Kerr 效應而改變折射率，因此可以控制載波波封相位，也就是控制偏差頻率。

將飛秒鎖模雷射光梳頻穩定後，他的每個光梳頻 $f_n = nf_r + f_o$ 就形同是在頻域上的一把尺的刻度。鎖模雷射的諧頻相當的穩定，可視為良好的頻率標準，經展寬後的光頻頻譜可用來應用的範圍更增加了。

圖 (2-5a、 b) 顯示穩頻後的 repetition frequency f_r 擾動量跟穩定度；圖 (2-6a) 顯示利用此技術所獲知的 offset frequency f_o ；圖 (2-6b) 顯示穩頻後的 offset frequency f_o 的擾動量。

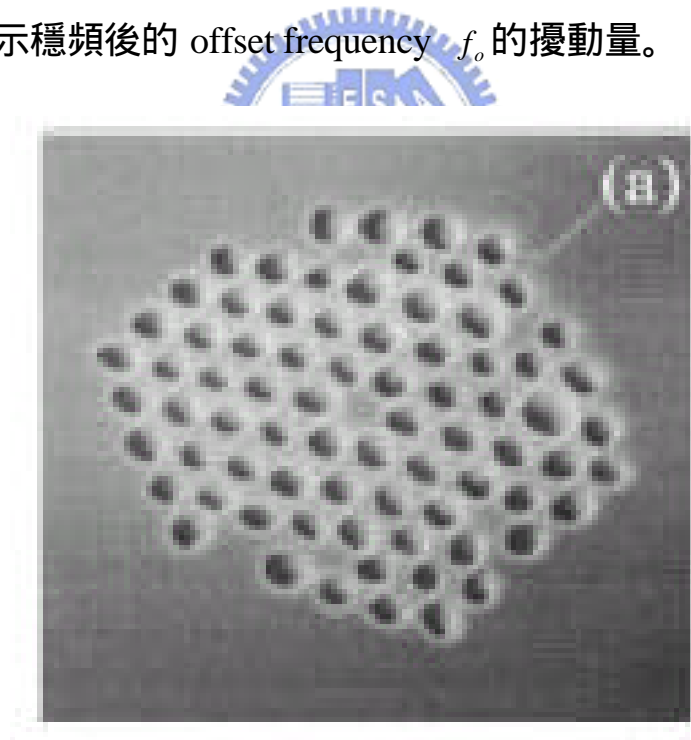


圖 (2-2) 微結構光纖放大圖

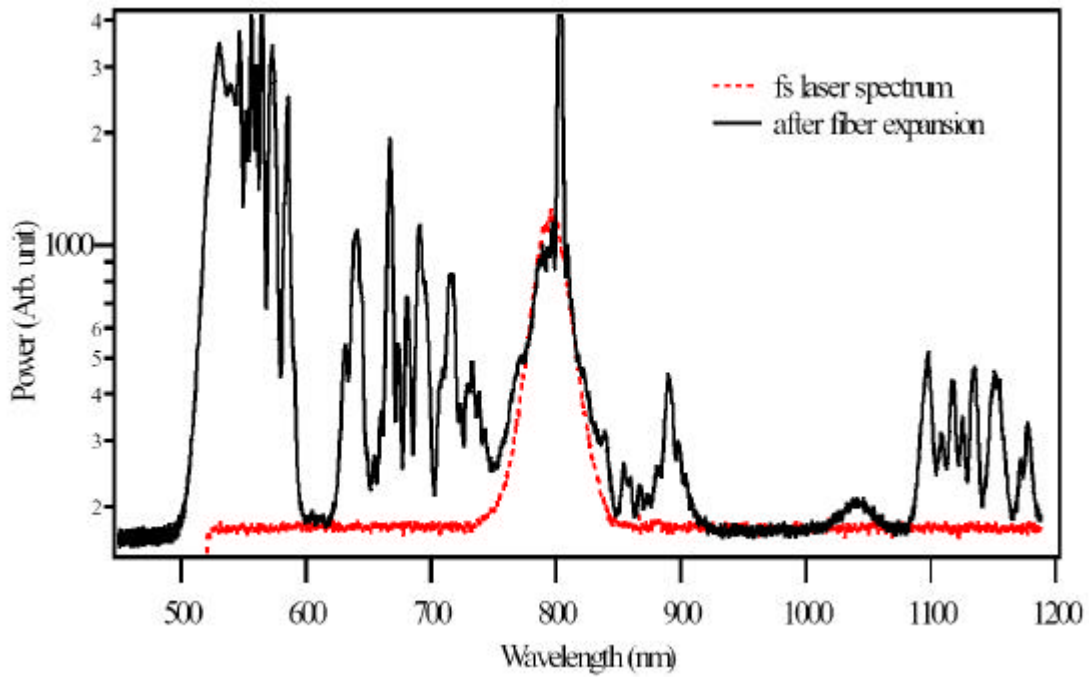


圖 (2-3) 經微結構光纖展開的頻譜

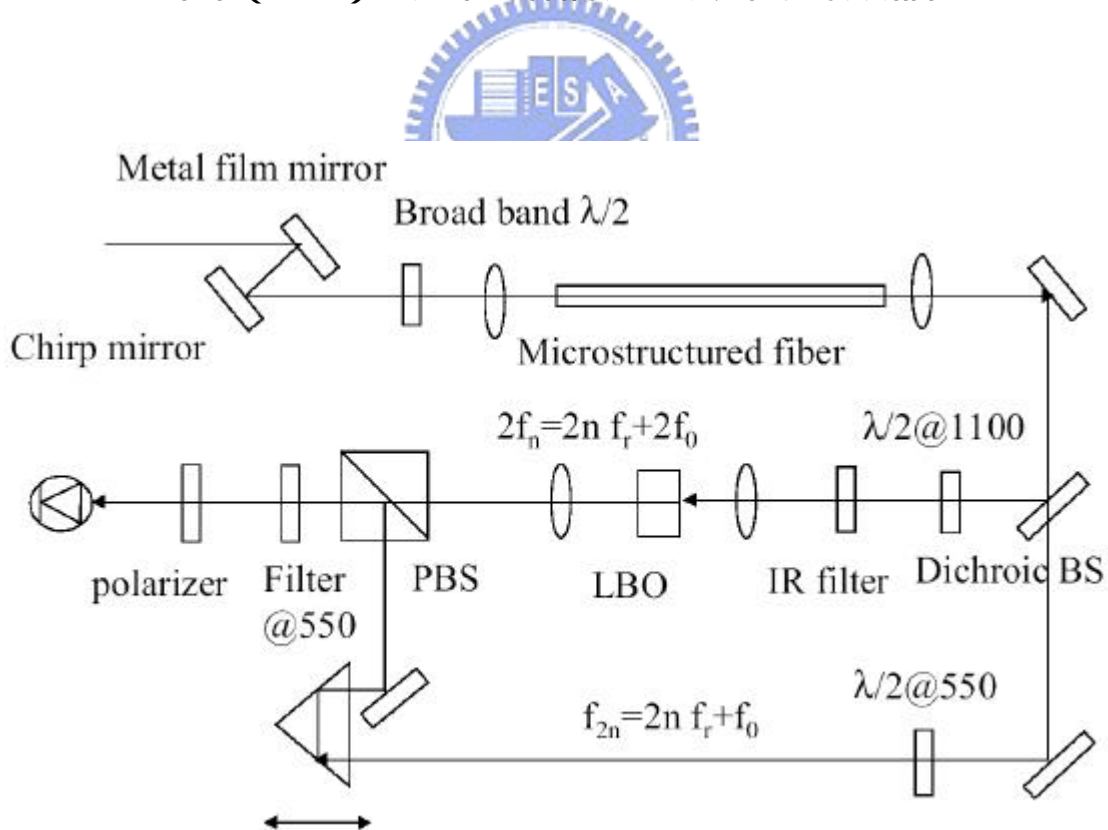


圖 (2-4) 「f-2f self-referencing」實驗架構

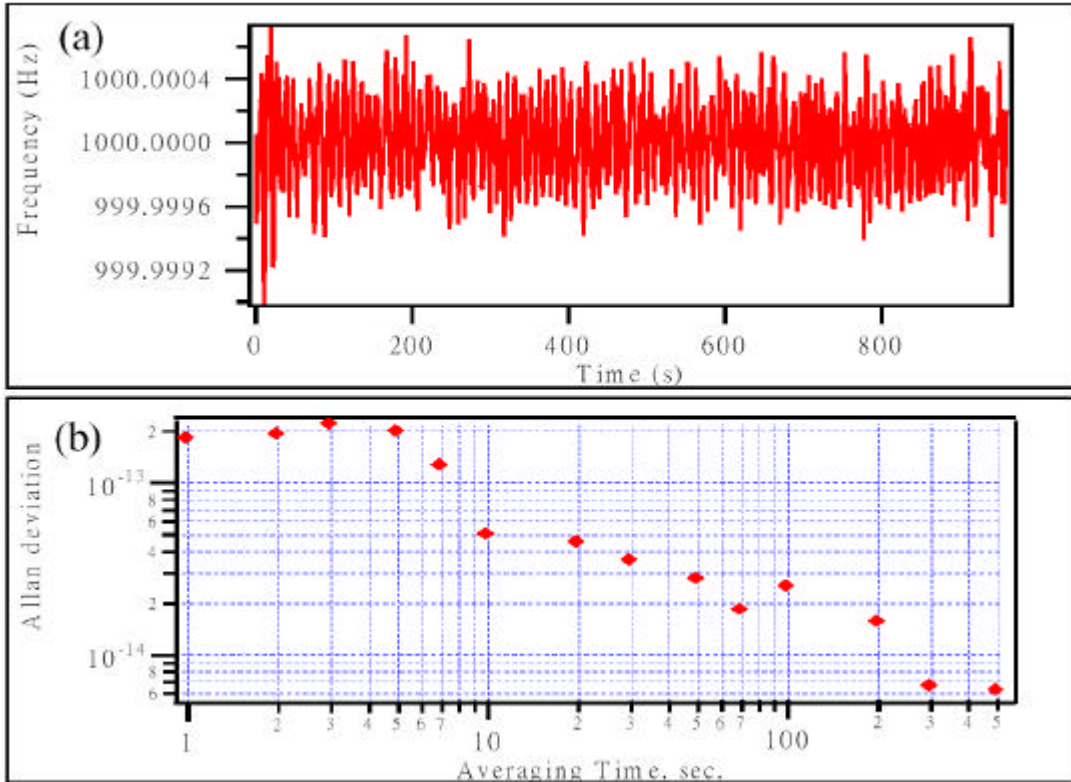


圖 (2-5) 穩定後的 f_r 的頻率擾動

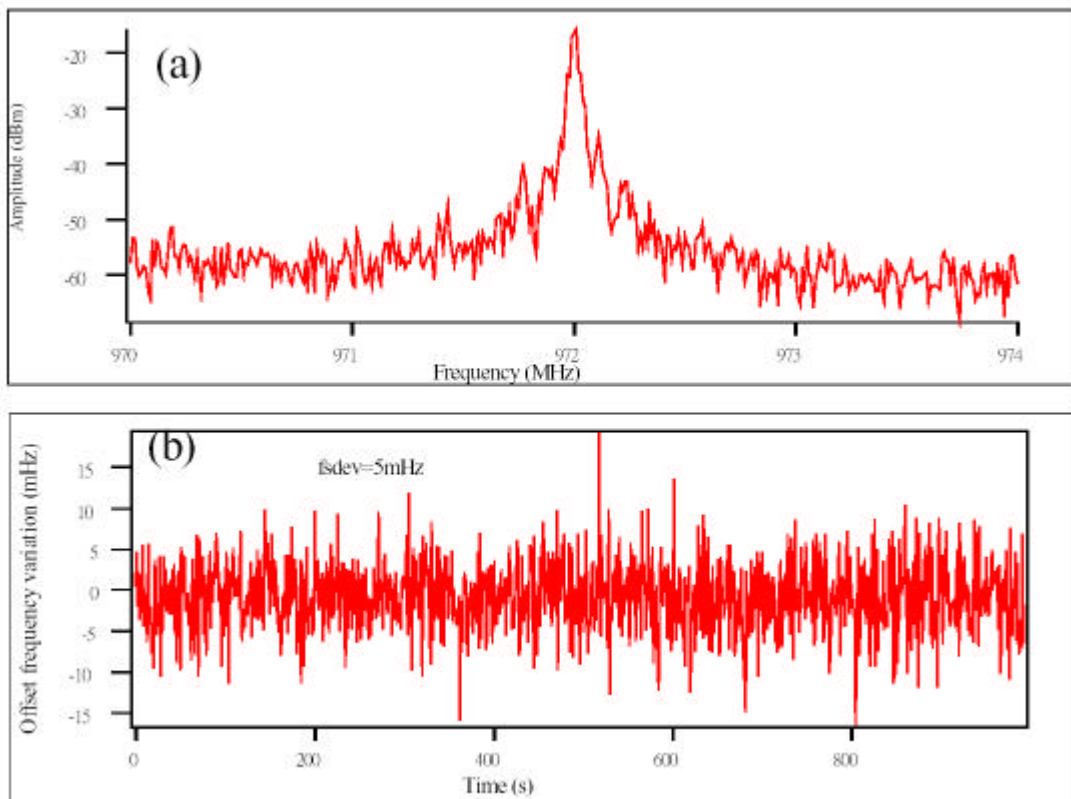


圖 (2-6) 偵測到的 offset 訊號以及穩定後的 f_o 的頻率擾動

2-3 利用光混頻產生連續波兆赫輻射

一般用來產生 THz 輻射的方式是利用一個鎖模的飛秒級雷射 (如鈦藍寶石雷射) 來產生。但是因為飛秒級的鎖模雷射體積大且價格昂貴，不是一般實驗室所能擁有的，所以很多人期待一個波長可調、體積小、穩定而又不貴的同調性 THz 光源的出現。

光混頻技術是產生連續波兆赫輻射的基本技術，他是利用兩個單模雷射或是一個多模雷射的混頻來產生光強度在 THz 頻率的拍頻。兩個頻率些微差異的波結合就是一個具有該差頻調變波包的波。其強度調變的光會激發光導天線中的電子電洞對，然後被加在光導天線的偏壓所加速。被加速的電子電洞對會產生 THz 輻射波，所產生的 THz 輻射波頻率正等於光拍頻的頻率。

當兩個頻率些微差異的電場同軸地傳播到已加偏壓的光導天線上，其拍頻訊號會產生輻射。我們假設兩平行電場為：

$$\begin{aligned} E_1(t) &= E_{10} \text{Cos}(\omega_1 t + \mathbf{f}_1) \\ E_2(t) &= E_{20} \text{Cos}(\omega_2 t + \mathbf{f}_2) \end{aligned} \quad (2-8)$$

其中 E_{10} , E_{20} , ω_1 , ω_2 , ϕ_1 and ϕ_2 是振幅，角頻率跟兩波的相位常數。

總電場就是以上兩電場的重合：

$$E(t) = E_1(t) + E_2(t) = E_1 \text{Cos}(\omega_1 t + \mathbf{f}_1) + E_2 \text{Cos}(\omega_2 t + \mathbf{f}_2) \quad (2-9)$$

從圖 (2-7) 中的模擬圖我們可以看到總電場的波型具有一個變化緩慢的波包跟變化快速的載子頻率在其中。

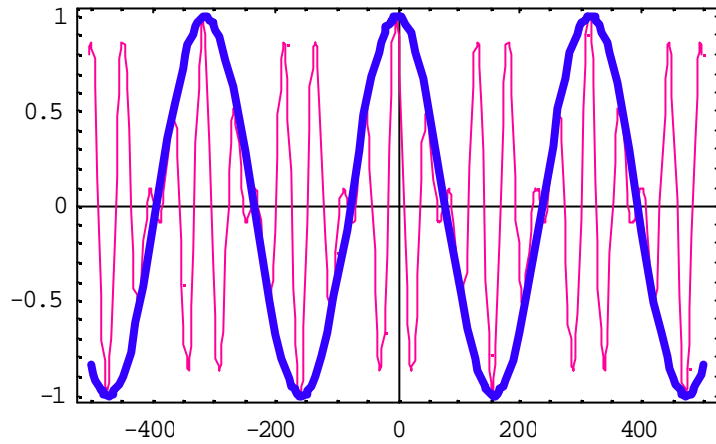


圖 (2-7) 兩具有些微頻率差的波型重合模擬圖。細線是兩波的疊加，粗線的波型頻率是 $(\omega_1 - \omega_2)/2$ 。

因為光導天線的光載子生命週期大約是 1 ps，所以它無法對較快的頻率產生反應。產生的拍頻強度需要對時間作平均：

$$\begin{aligned}
 I_{beat}(t) &= c\epsilon_0 \langle E^2(t') \rangle_T = c\epsilon_0 \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} (E_1(t') + E_2(t'))^2 dt' \\
 &= c\epsilon_0 \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} [E_1^2 \cos^2(\omega_1 t' + \mathbf{f}_1) + E_2^2 \cos^2(\omega_2 t' + \mathbf{f}_2) + 2E_1 E_2 \cos(\omega_1 t' + \mathbf{f}_1) \cos(\omega_2 t' + \mathbf{f}_2)] dt' \\
 &= \frac{c\epsilon_0}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} \left\{ E_1^2 \frac{1 + \cos 2(\omega_1 t' + \mathbf{f}_1)}{2} + E_2^2 \frac{1 + \cos 2(\omega_2 t' + \mathbf{f}_2)}{2} \right. \\
 &\quad \left. + E_1 E_2 \cos[(\omega_1 t' + \mathbf{f}_1) + (\omega_2 t' + \mathbf{f}_2)] + E_1 E_2 \cos[(\omega_1 t' + \mathbf{f}_1) - (\omega_2 t' + \mathbf{f}_2)] \right\} dt'
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{c\epsilon_0}{T} \left\{ E_1^2 \left[\frac{T}{2} + \frac{\text{Sin}2(w_1 t' + \mathbf{f}_1)}{2w_1} \right] \Big|_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} + E_2^2 \left[\frac{T}{2} + \frac{\text{Sin}2(w_2 t' + \mathbf{f}_2)}{2w_2} \right] \Big|_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} \right\} \\
&+ E_1 E_2 \frac{\text{Sin}[(w_1 + w_2)t' + (\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2)]}{w_1 + w_2} \Big|_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} + E_1 E_2 \frac{\text{Sin}[(w_1 - w_2)t' + (\mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2)]}{w_1 - w_2} \Big|_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} \}
\end{aligned}$$

(2-10)

其中 c 代表真空中的光速， ϵ_0 是自由空間的介電常數， T 是偵測器的反應時間：

我們已知：

$$\begin{aligned}
\frac{\text{Sin}(wt' + \mathbf{f})}{wT} \Big|_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} &= \frac{\text{Sin}[w(t + \frac{T}{2}) + \mathbf{f}] - \text{Sin}[w(t - \frac{T}{2}) + \mathbf{f}]}{wT} = \frac{2\text{Cos}(wt + \mathbf{f})\text{Sin}(\frac{wT}{2})}{wT} \\
&= \text{Cos}(wt + \mathbf{f})\text{Sinc}(\frac{wT}{2})
\end{aligned} \tag{2-11}$$

其中 $\text{Sinc}(\frac{wT}{2}) = \frac{\text{Sin}(\frac{wT}{2})}{\frac{wT}{2}}$.



將(2-11)帶入 (2-10)，可將式子簡化為：

$$\begin{aligned}
I_{beat}(t) &= c\epsilon_0 \left\{ \frac{E_1^2}{2} + E_1^2 \text{Cos}(2w_1 t + 2\mathbf{f}_1) \text{Sinc}(w_1 t) \right. \\
&+ \frac{E_2^2}{2} + E_2^2 \text{Cos}(2w_2 t + 2\mathbf{f}_2) \text{Sinc}(w_2 t) \\
&+ E_1 E_2 \text{Cos}[(w_1 + w_2)t + (\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2)] \text{Sinc}[\frac{(w_1 + w_2)T}{2}] \\
&+ \left. E_1 E_2 \text{Cos}[(w_1 - w_2)t + (\mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2)] \text{Sinc}[\frac{(w_1 - w_2)T}{2}] \right\}
\end{aligned} \tag{2-12}$$

下圖 (2-8) 描繪的是 Sinc-function $\text{Sinc}(x)$ 。圖中所示當 X 增加時， Y 會快速地降低。

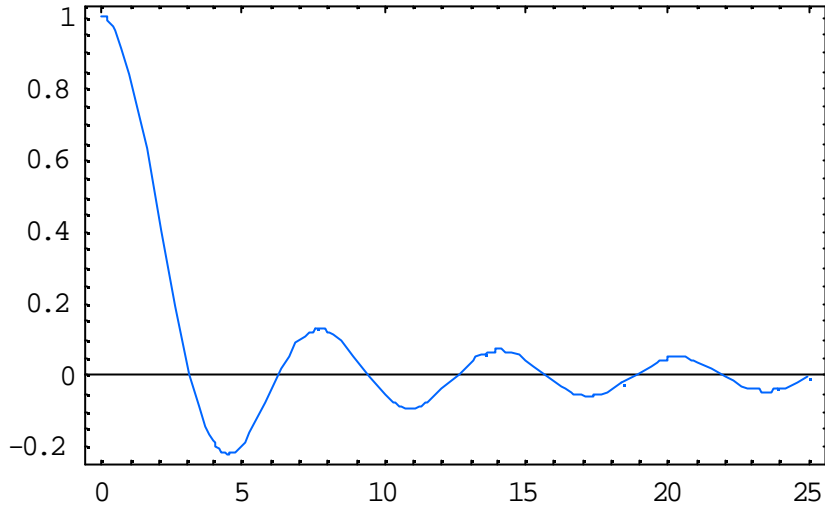


圖 (2-8) Sinc-function 圖。

當 X 大於 π (3.1415) 時， Y 值會小到可以被忽略。雷射頻率大約是 10^{15} Hz，但是快速偵測器反應時間 T 大約是 10^{-12} 秒。我們可以忽略在式子 (2-12) 中較快速的項目，所以等式可以被寫成：

$$\begin{aligned}
 I_{beat}(t) &= \frac{c\epsilon_0 E_1^2}{2} + \frac{c\epsilon_0 E_2^2}{2} + c\epsilon_0 E_1 E_2 \text{Cos}[(w_1 - w_2)t + (f_1 - f_2)] \text{Sinc}\left[\frac{(w_1 - w_2)T}{2}\right] \\
 &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \text{Cos}[\Omega t + f] \quad (2-13)
 \end{aligned}$$

以上頭兩個式子是光波一與光波二的平均強度。 Ω 是兩光波之間角頻率的差。 ϕ 是兩光波之間相位的差。其結果如下圖 (2-9) 所示：

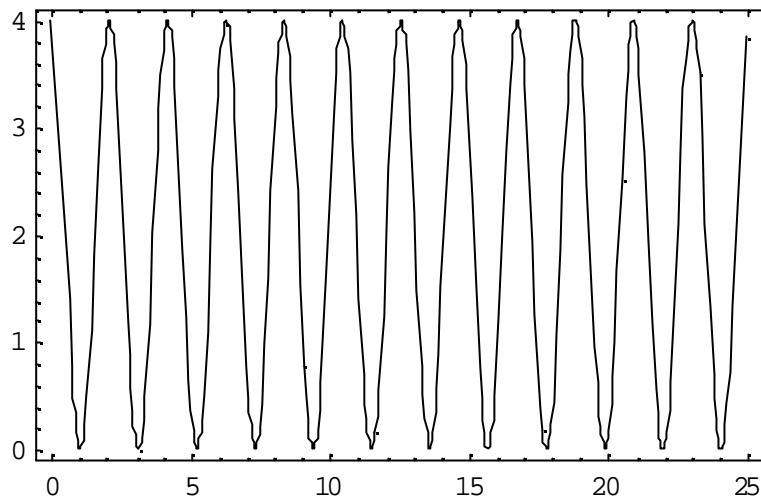


圖 (2-9) 拍頻強度的角頻率是 ω 。模擬中我們假設 I_1 等於 I_2 。

由本實驗室郭威宏學長的研究成果中得知，利用兩顆半導體雷射架設出一套雙波長雷射系統，它的最大輸出功率約 25 mW，波長差可調範圍為 2 nm (見圖 2-10)，而且長時間的相對頻率漂移量小於 300 MHz。使用 Martin-Puplett 偏振式干涉儀和輻射熱偵測器，來量測由做在半絕緣性砷化鎵基板上的蝴蝶結式天線產生的連續波 THz 的同調性 (見圖 2-11)。此天線的間隙是 10 μ m，長度是 1mm，其共振頻寬為 0.4 THz，峰值在 0.32 THz (見圖 2-12)。量測到的連續波 THz 同調長度約為 100 公分，線寬相當於 250 MHz，與雙波長雷射系統所量測到的頻率漂移量相符。若是再對雙波長雷射系統做穩頻的控制，相信所產生的連續波 THz 線寬可以小到數十 MHz 到數百 KHz。此窄頻寬的 THz 輻射可以用在光譜學或是成像上，可以得到較高的解析度。

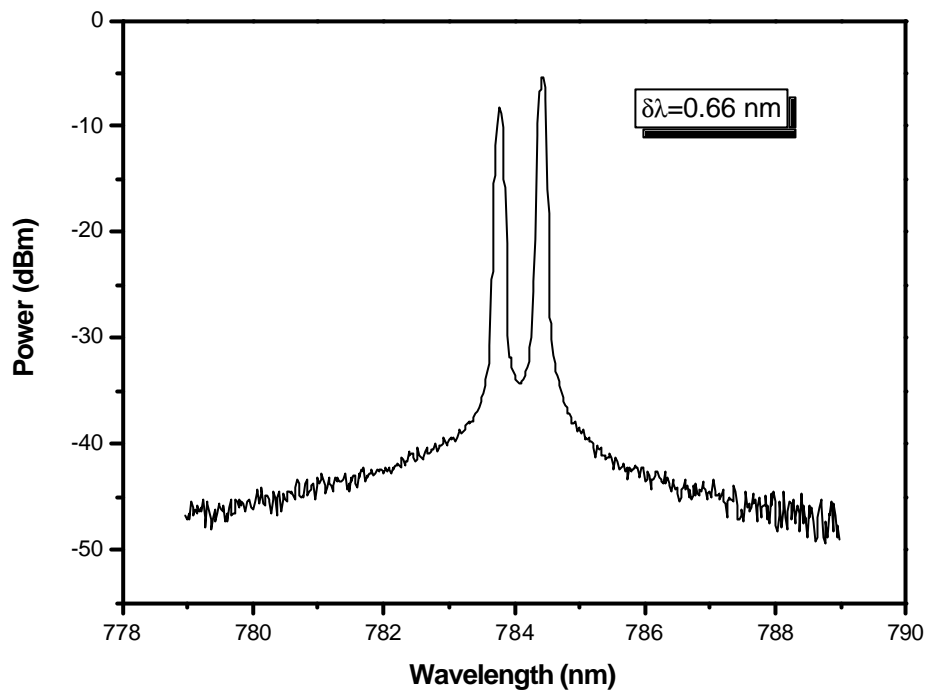


圖 (2-10) 雙波長雷射輸出光譜。

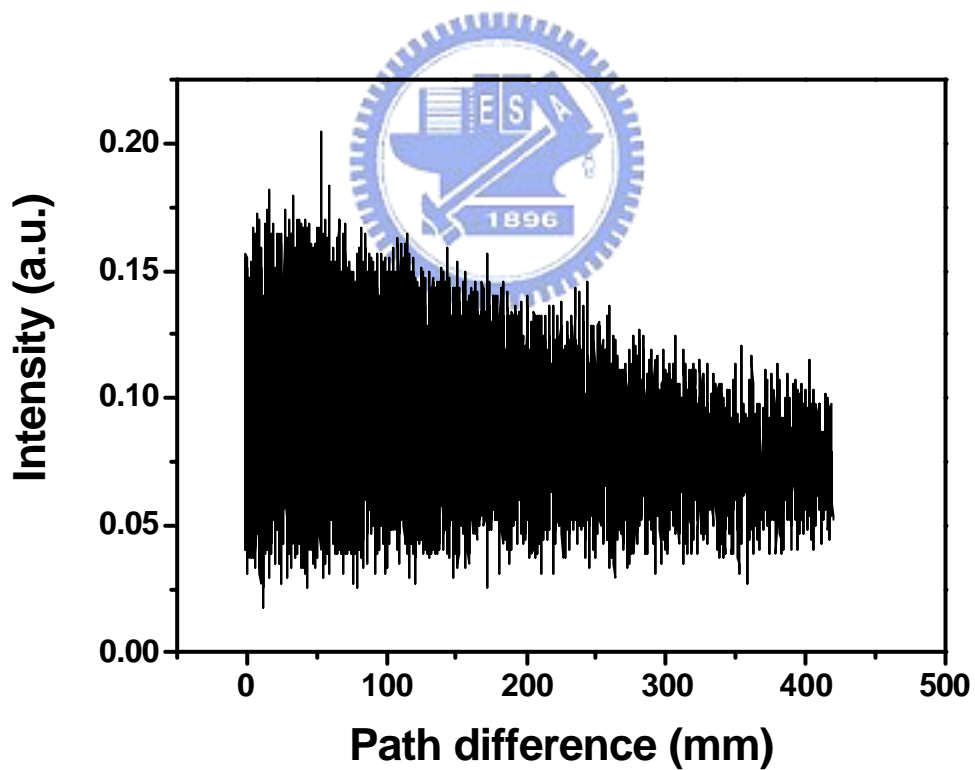


圖 (2-11) 使用 Martin-Puplett 偏振式干涉儀和輻射熱偵測器量測產生的連續波 THz 輻射波的同調性。

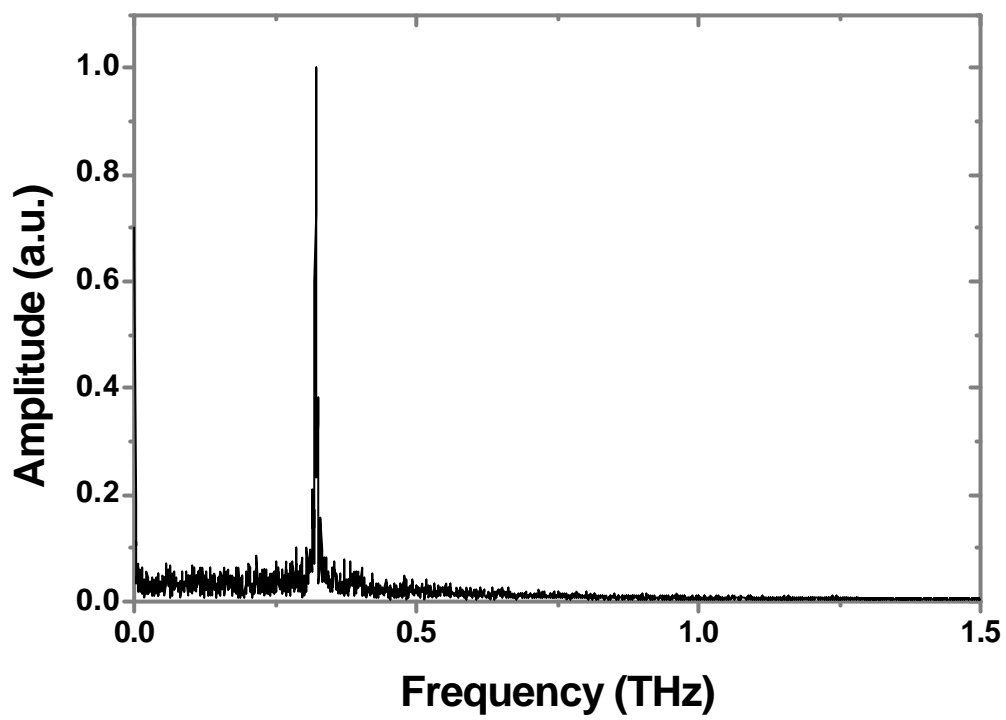


圖 (2-12) CW THz 輻射波頻譜圖。



第三章 系統原理與實驗方法

本章我們將對介紹連續波波長可調外腔式半導體雷射的系統架構，以及其與飛秒鎖模雷射互鎖的方法，並且說明實驗所應用到的電路架構。

3-1 連續波波長外腔式可調半導體雷射系統

3-1.1 連續波長可調原理

半導體雷射的波長可調特色是光柵選擇波長功能的運用結果。根據光柵繞射原理，如（圖 3-1）光柵繞射角度與波長的關係：

$$l = \frac{\Lambda}{m} (\sin q_i + \sin q_r) \quad (3-1)$$

其中 l ：入射光波長，

Λ ：光柵條紋的間距，

q_i ：入射角，

q_r ：m 階繞射反射角，

我們利用光柵將光自頻域座標展成空間分佈，並在一階繞射方向放置一平面鏡反射某單一波長的光，即可達到選擇單波長的功能；將(3-1)式微分可得不同波長的繞射角度差：

$$\frac{dl}{dq_r} = \Lambda \cos q_r \quad (3-2)$$

架設外腔後，系統非飽和淨功率增益 (unsaturated net mode

power gain) 可描述為^[24]：

$$G_{net} = g(I, l) - \alpha - \frac{1}{l} \left[\ln \frac{1}{r_1 r_2} + \ln \frac{r_2}{r_{eff}(I)} \right], \quad (3-3)$$

$$= g(I, l) - L(I)$$

其中 $g(I, \lambda)$ 為半導體雷射每單位長度非飽和模增益，

α 為半導體雷射內部每單位長度的損耗係數，

r_1, r_2 為半導體雷射兩端面之反射係數，

l 為半導體雷射的腔長，

$L(\lambda)$ 為組合腔體的淨損耗。

等效 (Effective) 反射率：

$$r_{err}(I) = \frac{r_2 + r_3(I)}{1 + r_2 r_3(I)}, \quad (3-4)$$

其中 r_3 為外腔將光反射回半導體雷射的反射係數。

$$\Delta L = -\frac{1}{l} \ln \left[\frac{r_2}{r_{eff}(I)} \right], \quad (3-5)$$

其中 ΔL 為外腔回授光所減少的損耗。

若我們選擇 λ_0 做為輸出波長，則以繞射光柵組成的外腔：

$$r_3(I) = 0, \quad I \neq I_0$$

$$r_3(I) = r_g, \quad I = I_0 \quad (3-6)$$

外腔式半導體雷射的邊界條件 (threshold condition) :

$$G_{net}(I_{th}, I_l) = 0$$

$$l = p \frac{l}{2n}, \quad (3-7)$$

其中 I_l 為雷射波長 ,

p 為正整數。

由此將 (式 3-3) 改寫為 :

$$G_{net}(I_{th}, I_l) = g(I_{th}, I_l) - a - \frac{1}{l} \left[\ln \frac{1}{r_1 r_2} + \ln \frac{r_2}{r_{eff}(I_l)} \right], \quad (3-8)$$

$$= g(I_{th}, I_l) - L(I_l) = 0$$

回授所造成的增益差 Δg :

$$\Delta g = -\Delta L = \frac{1}{l} \ln \left[\frac{r_2}{r_{eff}(I_l)} \right], \quad (3-9)$$

假設半導體雷射的增益輪廓為拋物線函數 , 則 :

$$g(I, I) = g_0 - \frac{1}{l} \left[\frac{I - I_0}{\Delta I} \right]^2, \quad (3-10)$$

$$= g_0 + \Delta g$$

其中 g_0, λ_0 為偏壓電流為 I 時的每單位長度增值和波長 ,

$\Delta \lambda$ 為半導體雷射的增益頻寬 (gain bandwidth)。

由式 (3-8) ~ 式 (3-10) , 當 $\Delta g = -\Delta L$ 時 , 有最大波長調整範圍 :

$$\Delta g = -\frac{1}{l} \left[\frac{I - I_0}{\Delta I} \right]^2 = \frac{1}{l} \ln \left[\frac{r_2}{r_{eff}(I_l)} \right] = -\Delta L$$

$$(I_0 - I)^2 = \Delta I^2 \ln \left[\frac{r_{eff}(I)}{r_2} \right] \quad , \quad (3-11)$$

$$\Delta I_t \cong 2(I - I_0) = 2\Delta I \left\{ \ln \left[\frac{r_{eff}(I)}{r_2} \right] \right\}^{1/2} \quad , \quad (3-12)$$

其中 ΔI_t 為最大波長可調範圍。

由式 (3-12), 當回授光強度愈大時, 波長可調範圍也愈大。

實驗量測顯示, 當雷射溫度為 19 , 工作電流在 60mA 時, 外腔式波長可調雷射的波長可調範圍為 $\Delta I_t = 3.132nm$, 頻率差為 $\Delta \nu = 1.344THz$ 。因此外腔式波長可調波長雷射很適合作為通訊以及雷達用途的 THz 微波信號產生器。

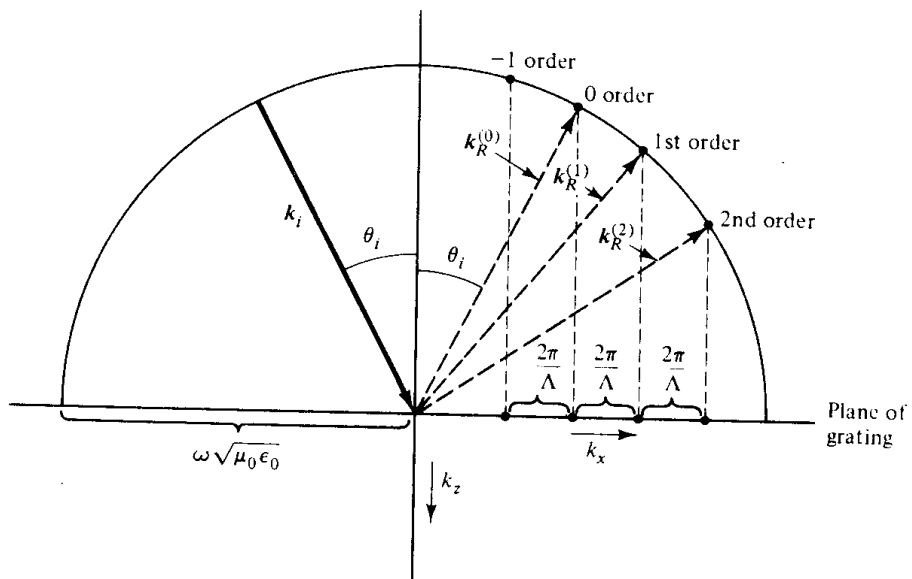
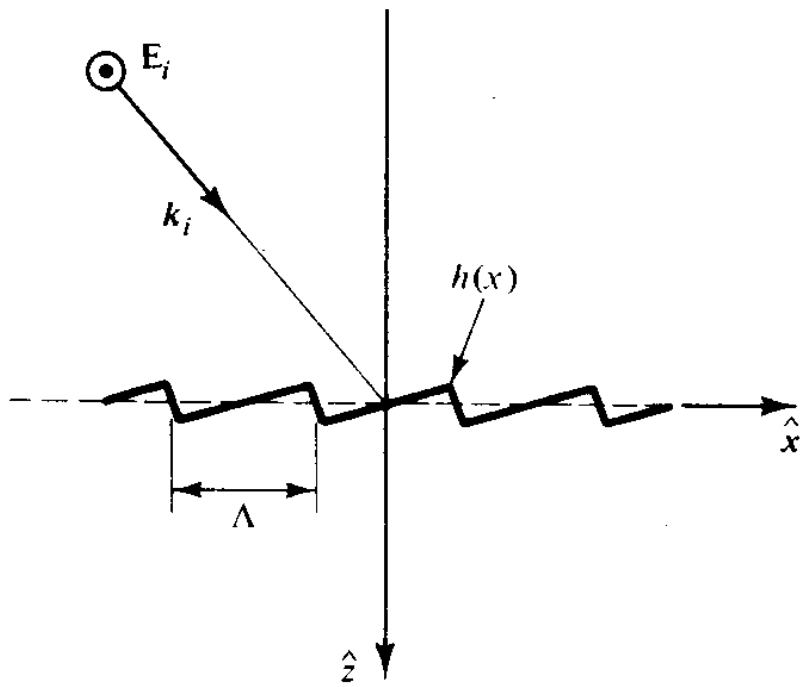


圖 (3-1) 光柵繞射圖

3-1.2 結構設計

實驗裝置如原理中之描述，我們使用雷射二極體（型號為 BlueSky VPSL-0830-040-x-9-D）作為增益介質，最大輸出功率為 40mW，而臨界電流約為 30mA，中心波長約為 830nm。一個寬 45mm，1800 lines/mm 的 grazing incident 的繞射光柵用來作此雷射系統的波長選擇及輸出耦合鏡（output coupling）。

外腔半導體雷射架構如圖 3-2 所示，雷射光由 diode 射出，利用 40 倍物鏡將光聚成平行，以入射角 75 度入射至光柵，其一階繞射光，經平面鏡反射後反射光回到 diode 形成穩定共振腔。水平移動平面鏡可選擇不同波長回饋。

在此我們將平面鏡貼在一 PZT 上，透過迴授系統而使 PZT 伸縮來控制外腔腔長，達到穩頻的目的。

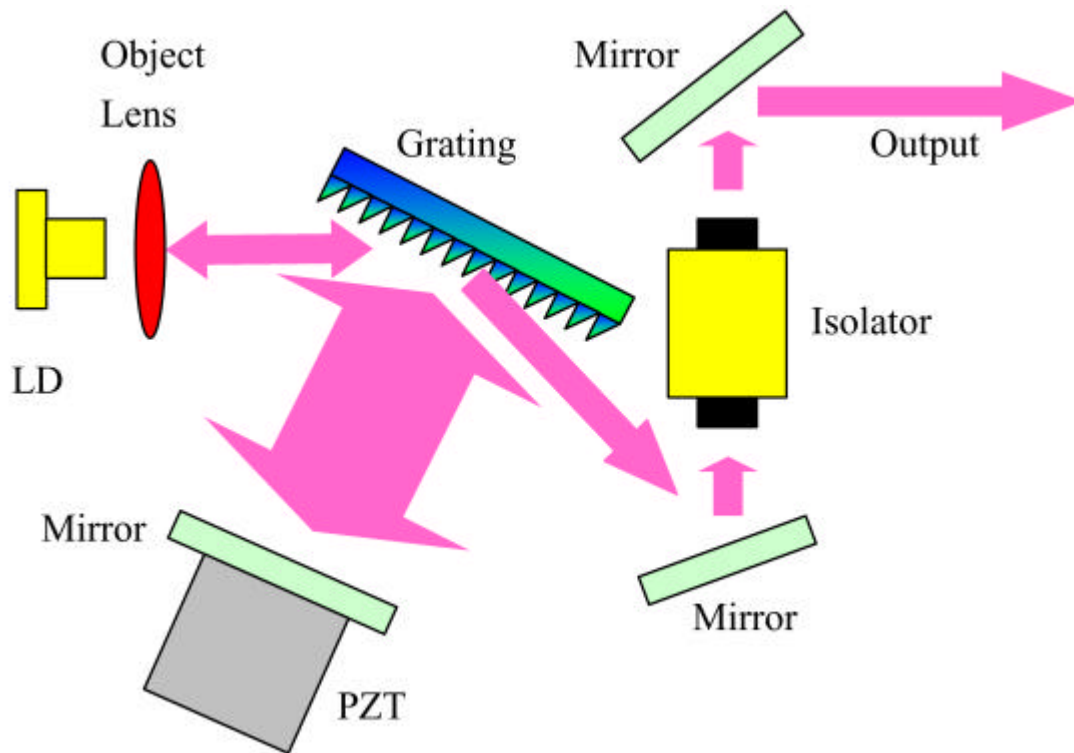


圖 (3-2) 外腔半導體雷射結構圖

3-2 雷射穩頻系統

由式 (2-6) 我們可以很容易發現幾種減低雜訊的穩頻方法：

(1) 降低外部雜訊 v_{ex} 所引起的頻率擾動。如降低電流源的電流擾動，溫控的溫度擾動，週圍溫度 (ambient temperature) 的擾動，及機械和聲波上的震動。

(2) 降低 β 參數。要降低由自發輻射引起的擾動並減低 β 參數的影響，這要從改變能帶結構如量子井結構或所謂的 cavity QED (quantum electrodynamics) 技術下手，這並不在我們討論的範圍內。

不過即使我們的雷射系統已經盡量做到上面二點，但還只算是被動穩頻控制。為了更進一步提高頻率穩定度，我們加入一電子電路去做主動回授控制。電子電路的負回授效應可以下式表示：^[A]

$$dn_{fb}(t) = \Delta n_{in}(t) + \Delta n_{ex}(t) - \int_0^{\infty} h(t) \cdot \{dn(t-t) + \Delta n_n(t-t)\} dt \quad , (3-13)$$

其中 $\Delta v_{in}(t)$ 為本質雜訊所引起的頻率漂移，

$\Delta v_{ex}(t)$ 為外部雜訊所引起的頻率漂移，

$h(t)$ ：回授電路的脈衝響應，

$\delta v(t)$ ：電路所量得的頻率擾動

Δv_n ：回授電路引起的雜訊大小，

將上式做富利葉轉換：

$$F(f) = \frac{1}{1+H(f)} \cdot \Pi_{in}(f) + \frac{1}{1+H(f)} \cdot \Pi_{ex}(f) - \frac{H(f)}{1+H(f)} \cdot \Pi_n(f) \quad , (3-14)$$

其中 $F(f)$ ： δv_{fb} 的富氏轉換形式，

$H(f)$ ： h 的富氏轉換形式，

$\Pi_{in}(f)$ ： Δv_{in} 的富氏轉換形式，

$\Pi_{ex}(f)$ ： Δv_{ex} 的富氏轉換形式。

由上式知經由回授電路的運作，等號右邊前兩項的本質雜訊和外部雜訊都已減低了，但它亦會如最後一項引進一個電路雜訊（極限）。

在穩頻系統中一個重要元件是頻率鑑別器（frequency

discriminator), 其功能為量測輸出頻率並將其轉為可以運用的信號。

需具備：容易操作、靈敏度高、穩定性佳等等幾個特點。

3-2.1 鎖相迴路基本原理及其架構

鎖相迴路 (Phase-locked loop : PLL) 是一個迴授控制系統，它使得震盪器的輸出訊號與迴路的輸入訊號在頻率及相位上達到同步。

鎖相迴路 (PLL) 的基本區塊有三：相位偵測器 (Phase detector : PD)、迴路濾波器 (Loop filter : LF)、壓控振盪器 (Voltage Controlled Oscillator : VCO) 【圖 3-3】。

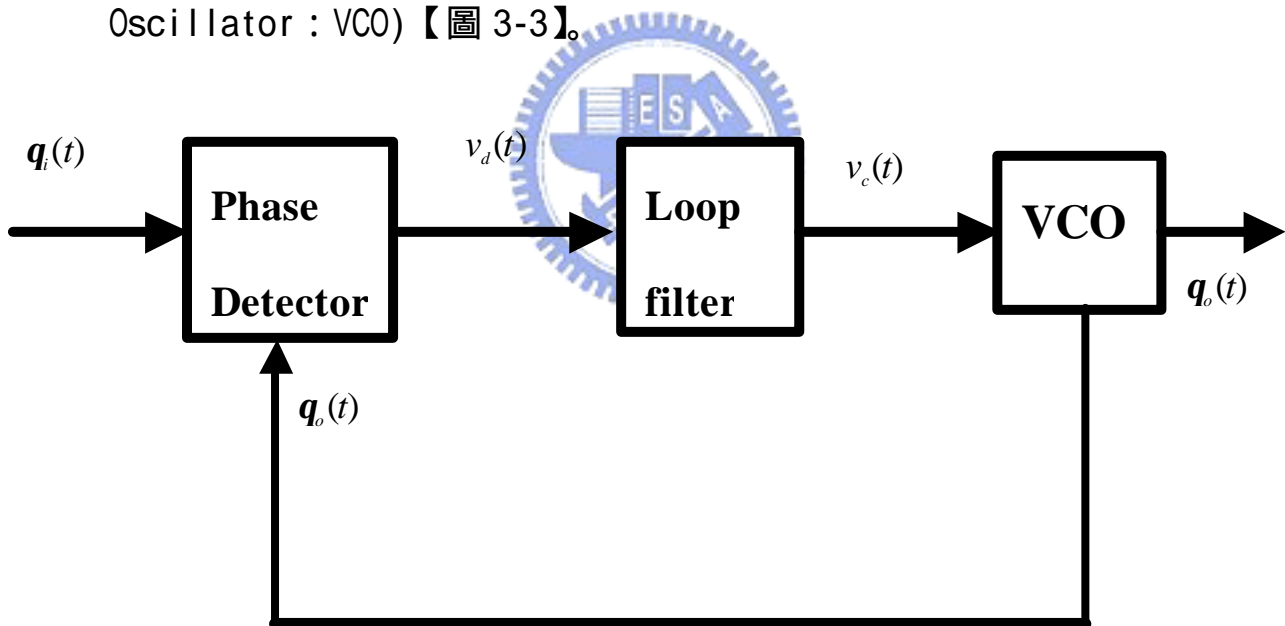


圖 (3-3) 鎖相迴路 (PLL) 的基本區塊

相位偵測器比較輸入訊號和壓控振盪器的相位，並輸出一個訊號 $v_d(t)$ ， $v_d(t)$ 這個訊號是兩個輸入訊號相位差的函數。相位偵測器的輸

出經過迴路濾波器，留下誤差雜訊的直流成份，用來驅動壓控振盪器。VCO 的控制電壓 $v_c(t)$ 驅動 VCO 改變振盪頻率，使得 VCO 的振盪頻率與輸入訊號頻率的差值逐漸變小，當這兩個頻率一樣，相位差為定值時(即輸出訊號與輸入訊號同步)，我們稱此狀態為“鎖定”(Locked)，此時 VCO 的振盪頻率 f_0 等於輸入訊號頻率 f_i 。鎖定以後，PLL 就會去追蹤(tracking)輸入訊號頻率，也就是說 VCO 的頻率迴隨著輸入訊號頻率的改變而改變。

鎖相迴路基本上是一個伺服控制系統，使壓控振盪器訊號與輸入訊號保持同步(synchronization)，所謂同步在在鎖相迴路中稱為“鎖住”(Locked)，即兩訊號的頻率相同，而相位差為定值。當鎖相迴路開始工作時，首先要求一個獲得(Acquisition)過程的時間，先達到頻率的一致再達到相位的鎖定(Locked)。一但鎖住後，需要鎖相迴路努力保持，使輸出得以隨時追蹤輸入訊號或是不備雜訊干擾，而這些性能均與迴路元件有密切關係。

鎖相迴路的線性模型

接下來要對鎖相迴路系統討論的是進一步的分析，鎖相迴路是一個非線性系統，但是在鎖定的情形下，若是相位誤差訊號(Phase error signal)很小時，系統就可以簡化成為線性系統。我們可以利

用線性控制系統原理，以拉普氏轉換(Laplace transform)得到迴路中三個基本功能區塊的轉移函數【圖 3-4】。

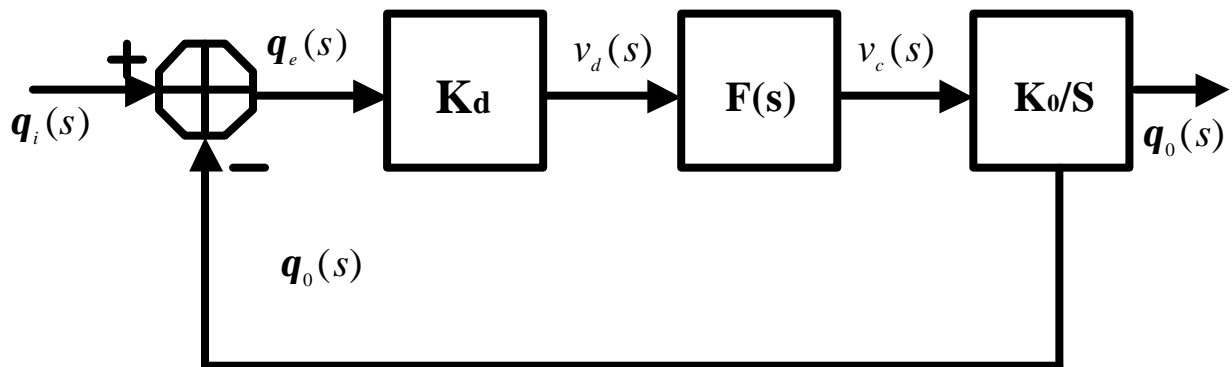


圖 (3-4) 鎖相迴路線性模型

鎖相迴路的基本功能是控制訊號相位，所以我們以相位為對象，進行系統的分析。假設輸入訊號相位為 q_i ，VCO 的輸出訊號相位為 q_o ，則偵測器的輸出為

$$v_d(t) = K_d(q_i - q_o) \quad (3-15)$$

其 Laplace transform 為

$$V_d(s) = K_d q_e(s) \quad (3-16)$$

其中 K_d 是相位檢測器的增益(單位 V/rad)， $q_e = q_i - q_o$ 為相位誤差函數。這個 $v_d(t)$ 訊號中含有直流與交流的成分，利用迴路濾波器將交流的訊號成份給濾掉。迴路濾波器的轉移函數用 $F(s)$ 表示，則

$$V_c(s) = F(s)V_d(s) \quad (3-17)$$

VCO 的輸出頻率

$$\omega_0 = \omega_c + K_0 v_c(t) \quad (3-18)$$

其中 ω_c 是 VCO 的中心頻率， K_0 是 VCO 的增益 (Gain Factor) 或是稱之為靈敏度 (Sensitivity) (單位 Hz/V)。因為相位是角頻率對時間的積分，所以

$$\theta_0 = K_0 \int_0^t v_c(t) dt \quad (3-19)$$

由 Laplace transform 可得

$$\theta_0(s) = \frac{K_0 V_c(s)}{s} \quad (3-20)$$

由於鎖相迴路各部分的 Laplace transform 為

相位檢測器 (PD) $\frac{V_d(s)}{\theta_e(s)} = K_d$ (3-21)

迴路濾波器 (LF) $\frac{V_c(s)}{V_d(s)} = F(s)$ (3-22)

壓控振盪器 (VCO) $\frac{\theta_0(s)}{V_c(s)} = \frac{K_0}{s}$ (3-23)

由 (3.7)、(3.8)、(3.9) 三式可計算出系統的相位及相位誤差

轉移函數為：

相位轉移函數 $\frac{\theta_0(s)}{\theta_i(s)} = \frac{K_0 K_d F(s)}{s + K_0 K_d F(s)}$ (3-24)

相位誤差轉移函數 $\frac{\theta_e(s)}{\theta_i(s)} = \frac{s}{s + K_0 K_d F(s)} = 1 - \frac{\theta_0(s)}{\theta_i(s)}$ (3-25)

這是在 PLL 已經鎖住的情形下所推導出來的結果。如果是在失鎖 (unlocked) 的情形下，則 PLL 模型就會變得很複雜，而且無法用線性模型去推演之。

迴路濾波器

由迴路的轉移函數(3-24)、(3-25)得知迴路濾波器對系統性能的優劣有很大的影響。迴路濾波器必須要相位誤差訊號從非線性元件的相位檢測器的輸出取出來，濾掉不必要的高頻訊號和雜訊，而且迴路濾波器也決定了系統的頻寬(Bandwidth)和動態特性。如果鎖相迴路中不使用迴路濾波器，那麼(3-22)式中的 $F(s)$ 就用 1 代入，使得(3-24)變成

$$\frac{q_o(s)}{q_i(s)} = \frac{K_0 K_d}{s + K_0 K_d} \quad (3-26)$$

很明顯的，我們可以發現對輸入相位訊號 q_i 而言，PLL 系統是一個一階的低通濾波器，我們稱這個 PLL 為一階的鎖相迴路。通常使用的 PLL 階數都大於 1，因為越高階數的 PLL 有越好的雜訊抑制能力。從數學模型上看來，鎖相迴路是個低通濾波器。但實際上，鎖相迴路是一個以輸入訊號頻率為中心頻率的帶通濾波器。

迴路濾波器有被動式的迴路濾波器【圖 3-5a】和主動式的迴路濾波器【圖 3-5b】之分，因為主動式的迴路濾波器具有較大的鎖住範圍、較大的直流增益以及穩態誤差為零等優點，所以 PLL 系統大都是採用主動式的迴路濾波器。以下我們就來看看主動式的迴路濾波器的轉移函數和其對 PLL 電路所造成的轉移函數特性。

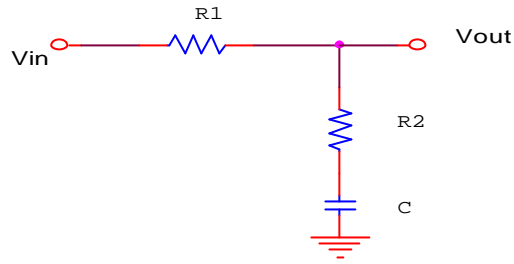
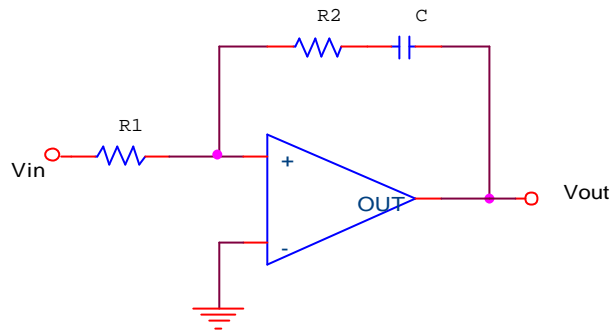


圖 (3-5a) 被動式的迴路濾波器



圖(3-5b)主動式的迴路濾波

【圖 3-5b】的主動式的迴路濾波器電路又稱之為主動式比例

積分電路(PI circuit) , 其轉移函數為

$$F(s) = \frac{R_{PI2}C_{PI}s + 1}{R_{PI1}C_{PI}s} = \frac{t_2s + 1}{t_1s} = K_p + \frac{K_I}{s} \quad (3-27)$$

其中 $t_1 = R_1C$; $K_p = \frac{R_2}{R_1}$

$t_2 = R_2C$; $K_I = \frac{1}{R_1C}$

已主動式比例積分微分電路作為迴路濾波器 , 則整個鎖相迴路

的相位轉移函數(3-24)是可寫成

$$H(s) = \frac{K_o K_d K_p s + K_o K_d K_I}{s^2 + K_o K_d K_p s + K_o K_d K_I} = \frac{2\zeta \omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2} \quad (3-28)$$

其中 $w_n = \left(\frac{K_o K_d}{t_1} \right)^{1/2}$ 為 PLL 的自然頻率 (Natural frequency)

$\alpha = \frac{t_2}{2} \left(\frac{K_o K_d}{t_1} \right)^{1/2} = \frac{t_2 w_n}{2}$ 為 PLL 的阻泥常數 (Damping

constant)

壓控震盪器

壓控震盪器是一個電壓-頻率轉換裝置，在迴路中作為被控震盪器，其震盪頻率是一個隨輸入控制電壓 $v_c(t)$ 線性的變化，即應有轉變關係：

$$w_0(t) = w_c + K_o v_c(t) \quad (3-29)$$

式中 $w_c(t)$ 是壓控震盪器的瞬間角頻率， K_o 為控制靈敏度或是稱之為壓控震盪器的增益係數，單位是 $[(\text{rad/s})V^{-1}]$ 。在實際的應用上壓控震盪器的控制特性只有在有限的線性範圍內，超過這個範圍靈敏度會下降。

由於壓控震盪器的輸出回饋到相位偵測器上，對相位偵測器輸出誤差電壓 $v_d(t)$ 起作用的不是頻率，而是其相位：

$$\int_0^t w_0(t) dt = w_0 t + K_o \int_0^t v_c(t) dt = w_0 t + q_0(t) \quad (3-30)$$

將上式(3.25)中的 $q_0(t)$ 改成 Laplace 轉換函數：

$$q_0(s) = K_o \frac{V_c(s)}{s} \quad (3-31)$$

這個函數具有一個積分因子 $1/s$ 是相位與角頻率之間的積分關係所造成的。壓控震盪器是不斷的利用回饋控制作補償，類似極小的 FM 調變，在訊號頻率附近掃動直至頻率與相位的鎖住。

如上所述，壓控震盪器應是一個具有線性控制特性的調頻震盪器，在本實驗中外腔式半導體雷射的互鎖與穩頻中，我們利用的是電壓控制，回授的誤差電壓訊號 $v_d(t)$ 當作 PZT 驅動器的調變外接輸入 (external input) 電壓。利用輸入電壓去控制 PZT 的長度進而改變外腔式半導體雷射輸出光的頻率，電壓對輸出頻率本身的影響約是 3MHz/V，在此 PZT 就是扮演 VCO 的角色。

此外我們用的半導體雷射的電流源是 ILX Lightwave LDX-3525，它的調變外接電壓對電流的轉換是 20mA/V，電流對半導體雷射輸出頻率本身的影響是 0.6GHz/mA，因此也可將半導體雷射視為 VCO。

相位偵測器

在相位偵測器上，我們使用主要由 AD9901 所構成的『數位式相位偵測器』^[B]。AD9901 是一種超快速的相位/頻率鑑別器，其響應頻率可達 200MHz，主要構造如圖 3-6，為四個 D type flip-flop 跟一個 exclusive-OR gate (XOR)。整個電路操作在兩個模態：作為線性

相位偵測器或是作為頻率鑑別器。

FUNCTIONAL BLOCK DIAGRAM

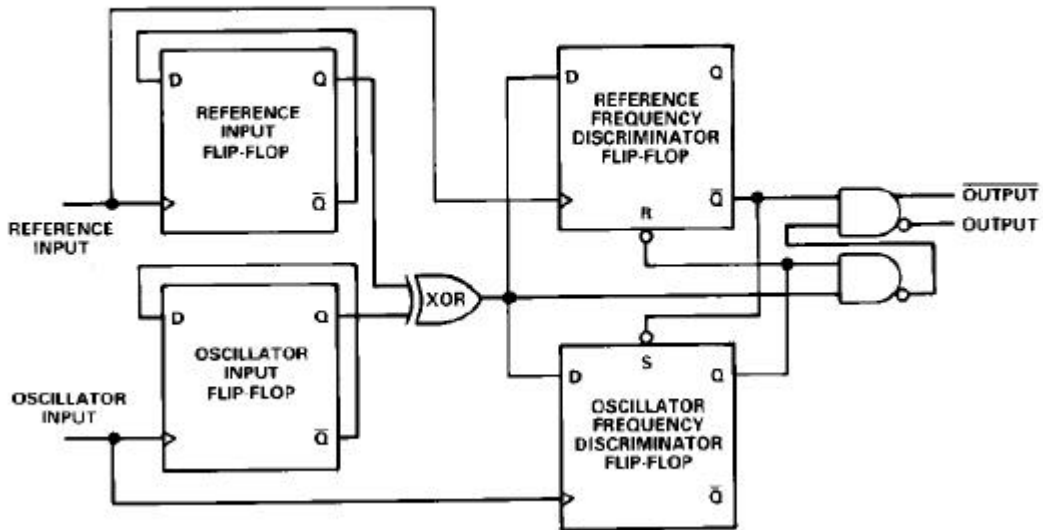


圖 (3-6) AD9901 結構圖

當輸入的震盪頻率跟參考頻率很接近時，它會作為相位偵測器。就是在接近鎖相的情況時，他會直接去量測兩個輸入訊號的相位差，任何相位的變動會使得輸出端產生變化。

當在鎖相狀況時，如圖 3-7，參考端跟震盪端的相位差會鎖在 180 度，輸出端的直流電壓訊號值為零。

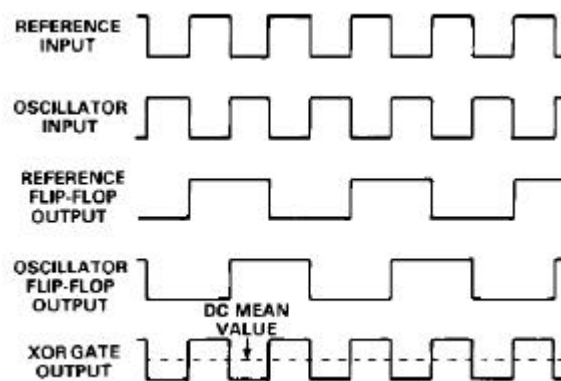


圖 (3-7) 鎖相狀況圖

在接近鎖相時，如圖 3-8，若震盪源的相位領先參考源的相位時，輸出端的直流電壓訊號值大於零。

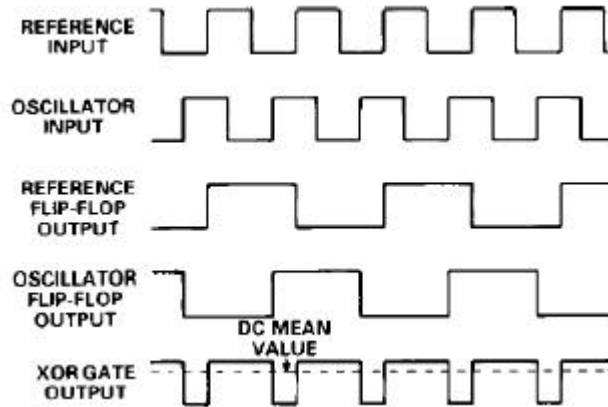


圖 (3-8) 鎖相狀況圖震盪源領先參考源時

在接近鎖相時，如圖 3-9，若震盪源的相位落後參考源的相位時，輸出端的直流電壓訊號值小於零。

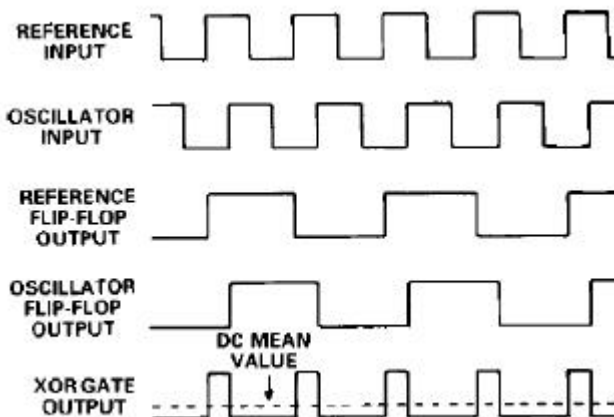


圖 (3-9) 鎖相狀況圖震盪源落後參考源時

在輸入的震盪頻率跟參考頻率相差較遠時，它會作為頻率鑑別器。此時，他的輸出端的直流電壓會保持在一個適當的準位把震盪頻率拉近參考頻率，一旦頻率差到達線性操作區域中時，相位偵測電路就會再次啟動而作為相位偵測器。

當震盪頻率遠小於參考頻率時，如圖 3-10，輸出端的直流電壓值會保持在一正值以將震盪頻率拉近到參考頻率。

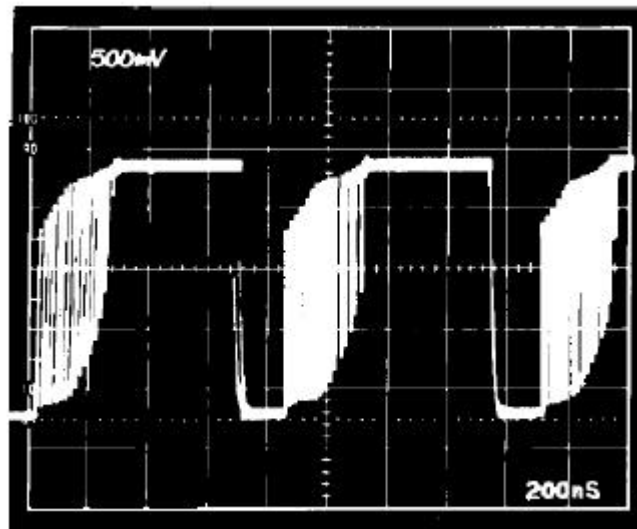


圖 (3-10) 震盪頻率遠小於參考頻率時的輸出

當震盪頻率遠大於參考頻率時，如圖 3-11，輸出端的直流電壓值會保持在一負值以將震盪頻率拉近到參考頻率。

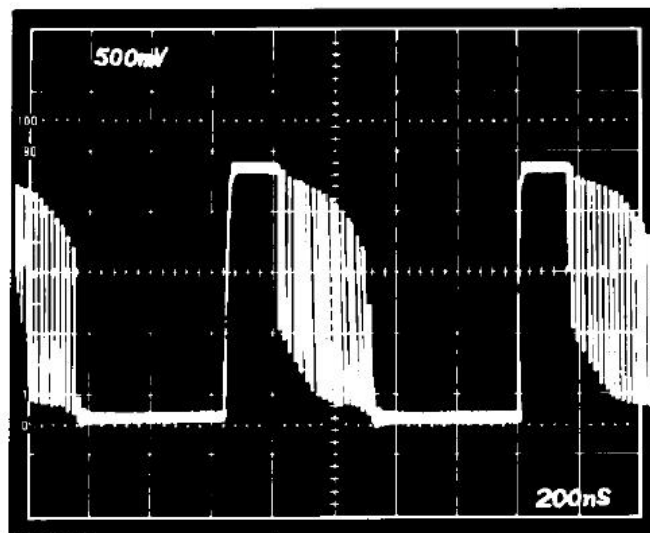


圖 (3-11) 震盪頻率遠大於參考頻率時的輸出

當震盪頻率等於參考頻率並互鎖住時，如圖 3-12，此時的輸出

來自於震盪頻率與參考頻率之間的相位差。當兩者之間的相位差接近 $-pRad$ 時，輸出訊號就如下圖所示。

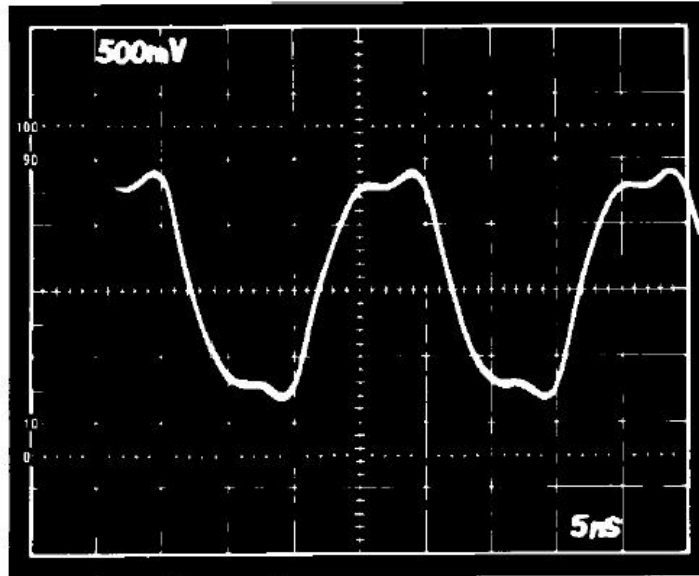


圖 (3-12) 震盪頻率與參考頻率互鎖時的輸出

除頻器 (prescaler)

實驗中的鎖相迴路 (PLL) 參考源 f_{ref} ，是來自於頻率合成器的同步訊號。震盪源 $|f_{LD} - f_{comb}|$ 是來自於半導體雷射與飛秒雷射 frequency comb 的拍頻訊號。由於相位檢測器的操作頻率最大極限大約在 200MHz，而我們所得的拍頻訊號頻率約在 200MHz 到 900MHz 之間。相對於相位檢測器的操作頻率來說頻率太高了，所以我們必須使用除頻器將震盪訊號頻率降低再輸入相位檢測器。同理參考源訊號頻率也是大於相位檢測器的操作頻率，所以也是要經過除頻器將參考源訊號頻率降低再輸入相位檢測器。

我們所使用的除頻器是 NEC 出產的 $mPB1509GV$ ，它的輸入頻率極限是 1000MHz，可以提供 2 倍除頻、4 倍除頻及 8 倍除頻。實驗中我們使用兩個 $mPB1509GV$ 提供 16 倍除頻。

我們使用的除頻器電路包含兩個 $mPB1509GV$ 晶片，利用跳線我們可以選擇想要的除頻數。

圖 (3-13a, b) 所示為我們測試所完成的兩個除頻器結果，藍色波形代表由頻率合成器生成的輸入訊號，其頻率為 100MHz；黃色代表除頻器輸出的訊號，其頻率為輸入頻率的十六分之一。

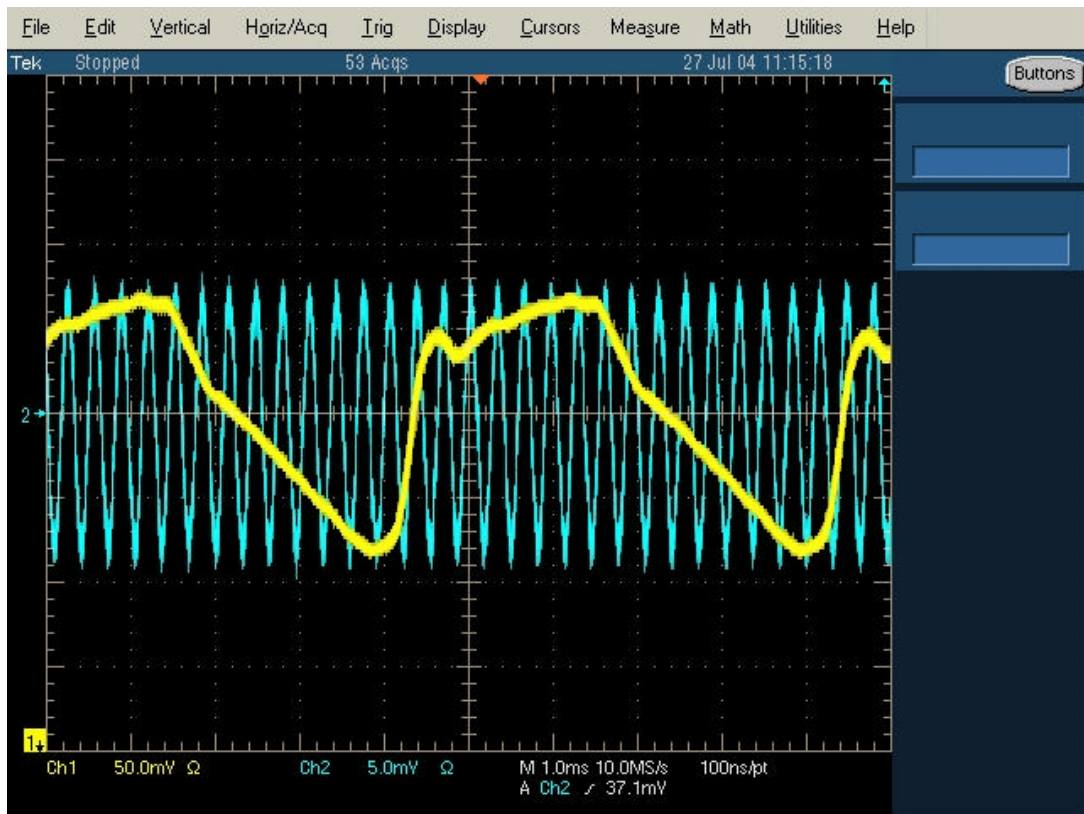


圖 (3-13a) 除頻器一號輸出入訊號圖

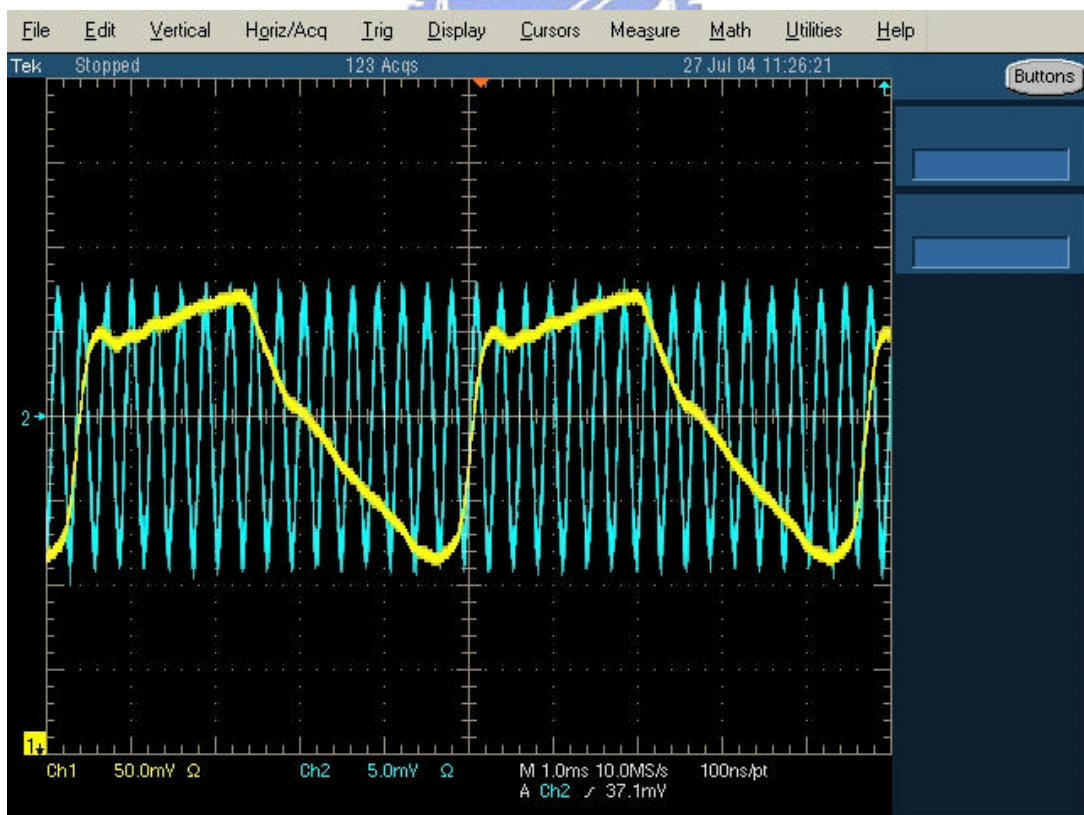


圖 (3-13b) 除頻器二號輸出入訊號圖

3-2.2 拍頻

本實驗使用外腔式雷射與飛秒鎖模雷射兩者之間的拍頻作為鎖相迴路中鎖相的訊號。將兩道雷射光加以重合後由光偵測器接收後即可得到拍頻訊號。

拍頻是一種隨時間變化的干涉現象。在圖(3-14a) 中有兩組波動，它們的頻率不同，但相差很小。圖(3-14b) 便是兩組波動疊加後的樣子，在開始時振幅很小，漸漸地振幅會變大，之後又回復到振幅較小的狀態，週而復始。

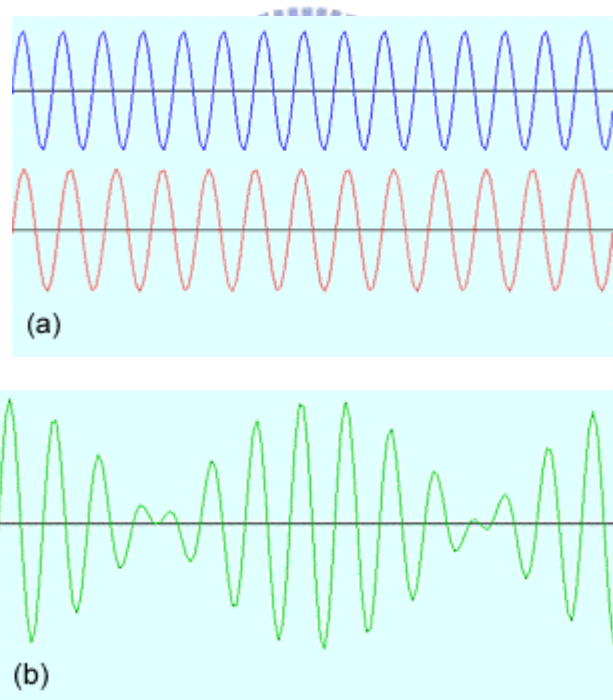


圖 (3-14) 拍頻現象

在本實驗中，令外腔雷射的光波電場表示式為：

$$E_{ECL} = A_{ECL} e^{i\omega_{ECL} t} \quad (3-32)$$

令飛秒雷射輸出的光梳電場表示式為：

$$E_{Comb} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{i\omega_n t} \quad (3-33)$$

當外腔雷射的光與飛秒雷射輸出的光重合在一起時，

$$E_{total} = E_{ECL} + E_{Comb} = A_{ECL} e^{i\omega_{ECL} t} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{i\omega_n t} \quad (3-34)$$

所以兩波相疊加後的光強度變為：

$$\begin{aligned} I_{total}^2 &= |E_{total}|^2 = E_{total} \times E_{total}^* \\ &= \left(A_{ECL} e^{i\omega_{ECL} t} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{i\omega_n t} \right) \times \left(A_{ECL} e^{-i\omega_{ECL} t} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-i\omega_n t} \right) \\ &= A_{ECL}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_{ECL} A_n e^{-i(\omega_n - \omega_{ECL})t} + \sum_{n=1}^{\infty} A_{ECL} A_n e^{i(\omega_n - \omega_{ECL})t} \\ &\quad + \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{i\omega_n t} \times \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-i\omega_n t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= A_{ECL}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} 2A_{ECL}A_n \cos[(\omega_n - \omega_{ECL})t] \\
&+ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_n A_m e^{i(\omega_n - \omega_m)t} + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_n A_m e^{-i(\omega_n - \omega_m)t} \\
&= A_{ECL}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} 2A_{ECL}A_n \cos[(\omega_n - \omega_{ECL})t] \\
&+ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} 2A_n A_m \cos[(\omega_n - \omega_m)t]
\end{aligned}
\tag{3-35}$$

所以當光偵測器偵測到以上的光波時，我們用頻譜分析儀觀察其輸出訊號，我們可以看到其頻譜包含數個頻率訊號，分別是外腔雷射與飛秒雷射光梳的拍頻以及飛秒雷射光梳之間彼此的拍頻。

若我們令外腔雷射的頻率為 f_{ECL} 、飛秒雷射光梳的頻率為 $f_n = nf_r$ ，其中 n 為正整數。外腔雷射與飛秒雷射光梳之間的最小的兩個拍頻就是 $\Delta f_1 = |nf_r - f_{ECL}|$ 以及 $\Delta f_2 = |(n+1)f_r - f_{ECL}|$ ；飛秒雷射光梳之間彼此的拍頻則是其光梳的頻率差 f_r 與它的倍數。其示意圖如圖 3-15。

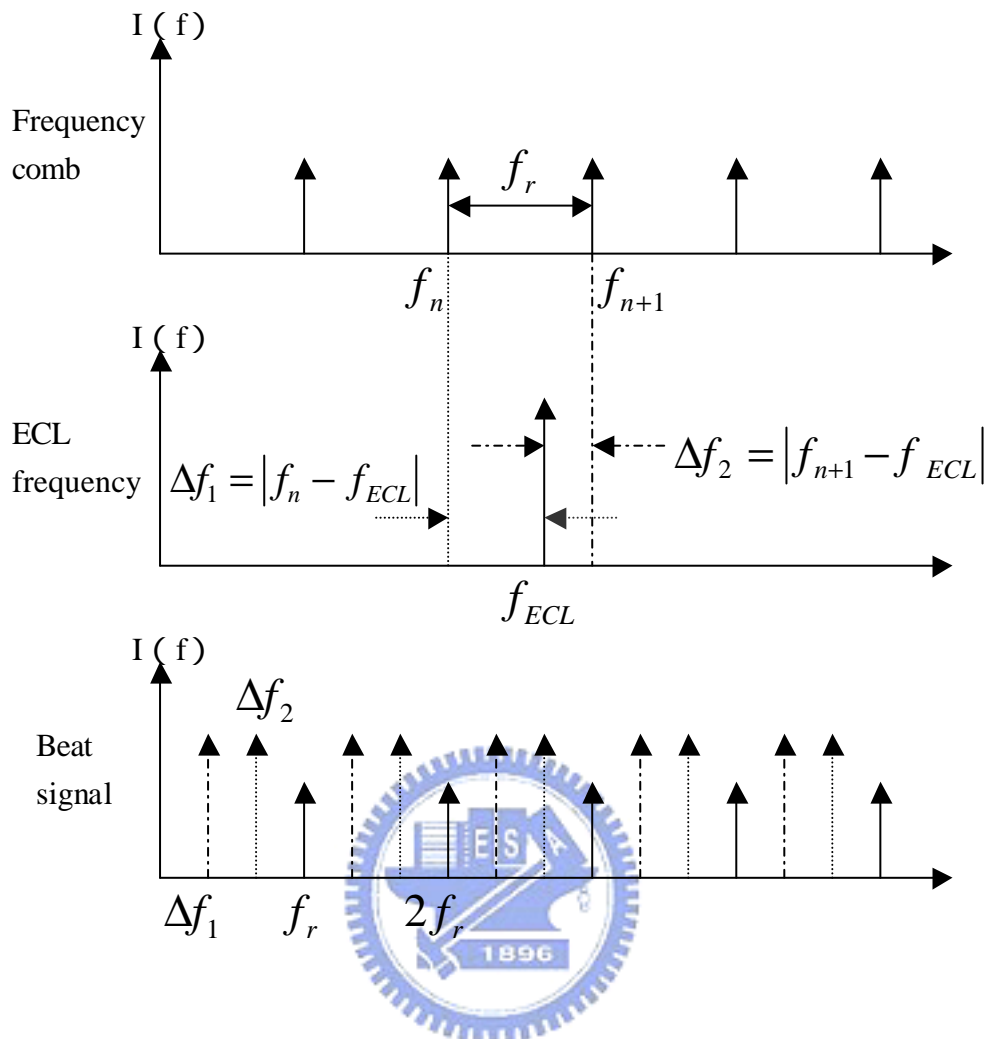


圖 (3-15) 拍頻訊號示意圖

3-3 外腔式半導體雷射與飛秒鎖模雷射互鎖的原理與實驗架構

3-3.1 單波長半導體雷射與飛秒鎖模雷射的拍頻

本實驗中所採用互鎖架構（如圖 3-16）是將外腔式半導體雷射與飛秒鎖模雷射的輸出光重合後，照射在光偵測器去監測出拍頻訊號。其架構如圖所示，使用 PBS 將兩道光重合，經 Polarizer 統一極化方向。因為我們所用的外腔雷射光波長約在 830nm 左右，我們希望

能與飛秒雷射 Frequency Comb 中波長部分相近的光進行拍頻。為了避免雜訊影響要拍頻的訊號，我們利用一個光柵作為 Band Pass Filter 將波長約在 830nm 左右的光濾出，經透鏡將光收集起來，聚焦在透鏡焦平面上的光偵測器感測晶片上，光偵測器即會偵測出半導體雷射與飛秒鎖模雷射的拍頻訊號。得到拍頻訊號後，之後使用放大器放大拍頻訊號再經 Band Pass Filter 濾出我們所想要的拍頻訊號

控制迴路架構(如圖 3-17)，我們使用鎖相迴路 (Phase lock loop) 比較拍頻訊號與參考訊號的關係並迴授控制外腔半導體雷射的頻率，將拍頻訊號與參考訊號鎖住並完成腔式半導體雷射與飛秒鎖模雷射的互鎖。其迴授控制架構如圖所示，首先利用除頻器將拍頻訊號頻率降至相位檢測器的工作範圍後，輸入至相位檢測器的振盪訊號輸入端中。另一方面從波型合成器中生成的參考訊號一樣經除頻器將訊號頻率降至相位檢測器的工作範圍後，送入至相位檢測器參考訊號輸入端中。

相位檢測器將鑑別兩輸入端的訊號頻率並比較兩輸入端訊號的相位差異。比較後的結果就從輸出端送至迴路濾波器濾出直流電壓，以產生誤差訊號代表相位檢測器兩輸入端頻率及相位上的差異。此誤差訊號就送至壓控振盪器即外腔雷射的 PZT 上迴授控制外腔雷射輸出的雷射頻率。

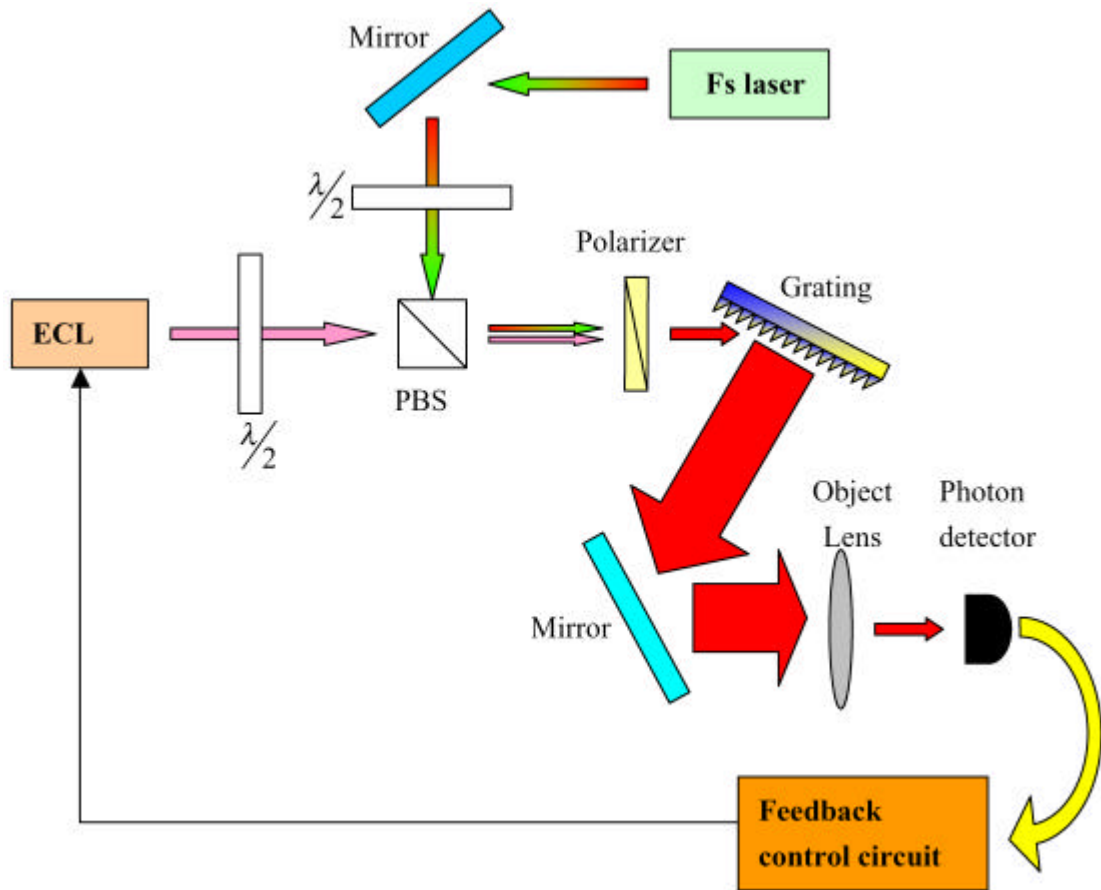


圖 (3-16) 實驗架構示意圖

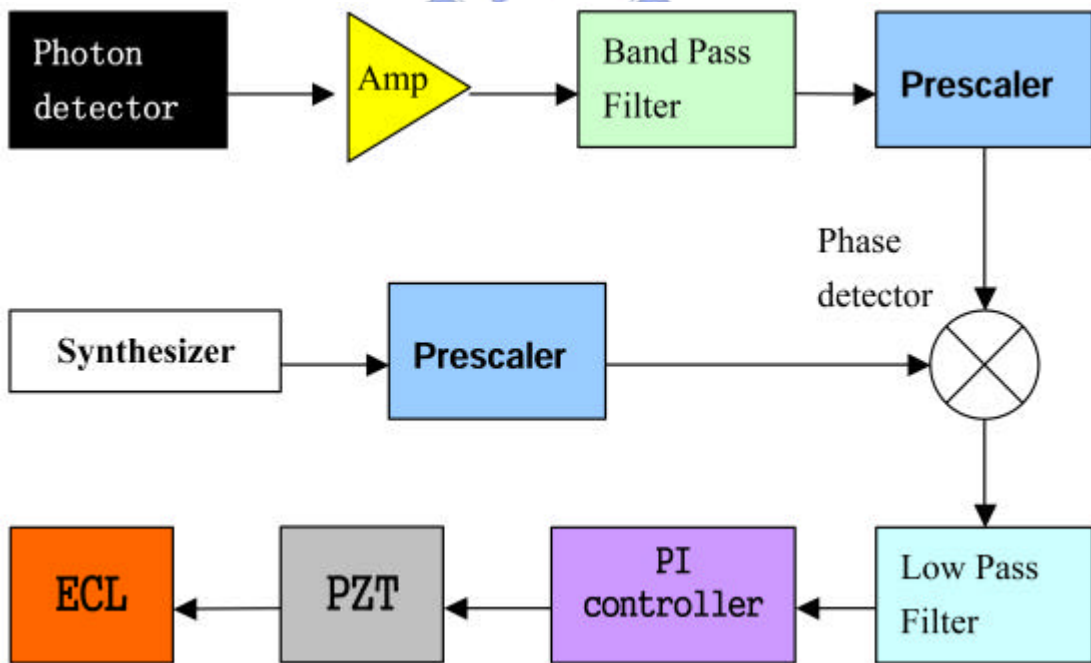


圖 (3-17) 控制迴路架構示意圖

3-3.2 一對半導體雷射與飛秒鎖模雷射的互鎖

我們所使用的一對半導體雷射架構如圖 3-18 所示，兩個外腔式半導體經由 PBS 將兩道光重合成同軸狀態。

一對導體雷射與飛秒鎖模雷射的拍頻互鎖架構如圖 3-19 所示，利用 PBS 將兩個外腔式半導體雷射的輸出光重合後，在與飛秒鎖模雷射的輸出光重合以產生拍頻。再利用光偵測器偵測拍頻訊號，再個別導入前述的迴授控制迴路中同時控制兩個外腔式半導體雷射的波長。

當完成一對半導體雷射與光梳頻的互鎖後，雙波長的輸出即可以用來產生 CW THz 輻射波。

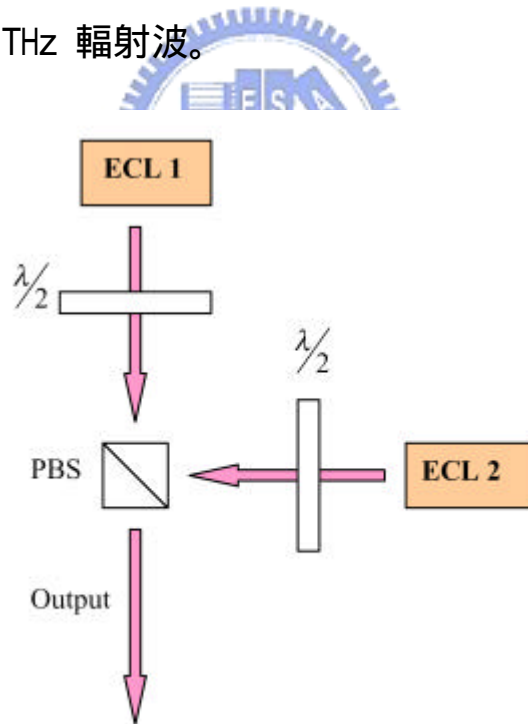


圖 (3-18) 一對外腔式半導體雷射系統

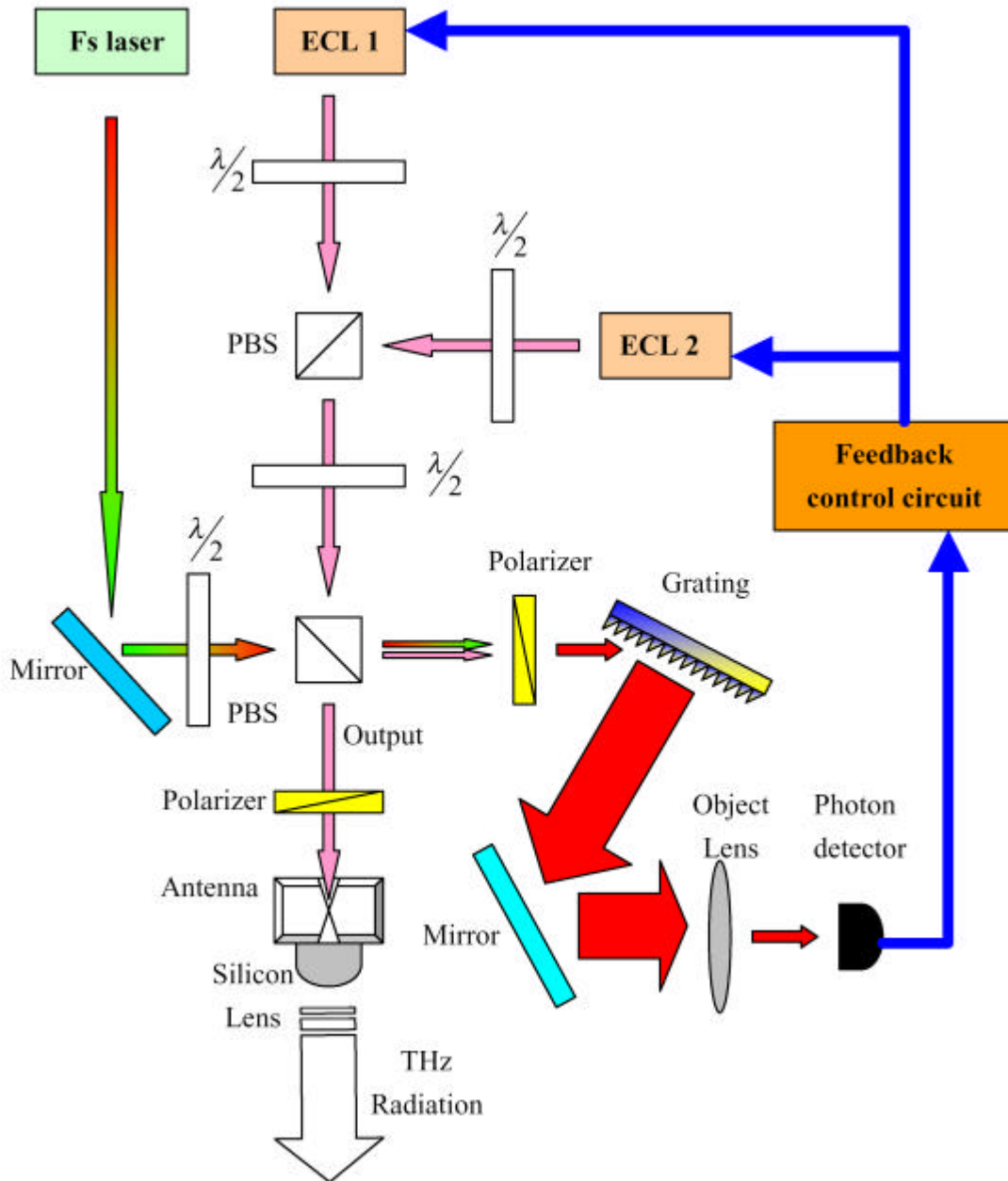


圖 (3-19) 一對半導體雷射與光梳頻互鎖系統

第四章 實驗結果與討論

本章說明實驗量測的結果並就結果做出說明跟討論。首先介紹外腔雷射特性量測的結果，再來說明兩雷射拍頻訊號的量測，最後講到兩雷射頻率互鎖的結果。

4-1 雙波長半導體雷射

4-1.1 外腔式半導體雷射特性

在具有外腔的情況下，我們的半導體雷射具有輸出波長可調的功能，利用微調反射鏡的水平角度我們可以調整輸出光的波長。圖（4-1a）中所示為外腔式半導體雷射一號的光譜圖，圖中紀錄著在外加電流 60mA 時我們調整不同波長的光譜，由圖可知本實驗中的此外腔半導體雷射其輸出波長最小約為 834.808nm、最大約為 837.940nm，波長可調範圍約在 3nm 左右，對應到頻率可調範圍約為 1.3THz。

圖（4-1b）中所示為外腔式半導體雷射二號的光譜圖，圖中紀錄著在外加電流 60mA 時我們調整不同波長的光譜，由圖可知本實驗中的此外腔半導體雷射其輸出波長最小約為 834.884nm、最大約為 837.628nm，波長可調範圍約在 2.744nm 左右，對應到頻率可調範圍約為 1.2THz，適合用來作為 THz 領域中的應用。

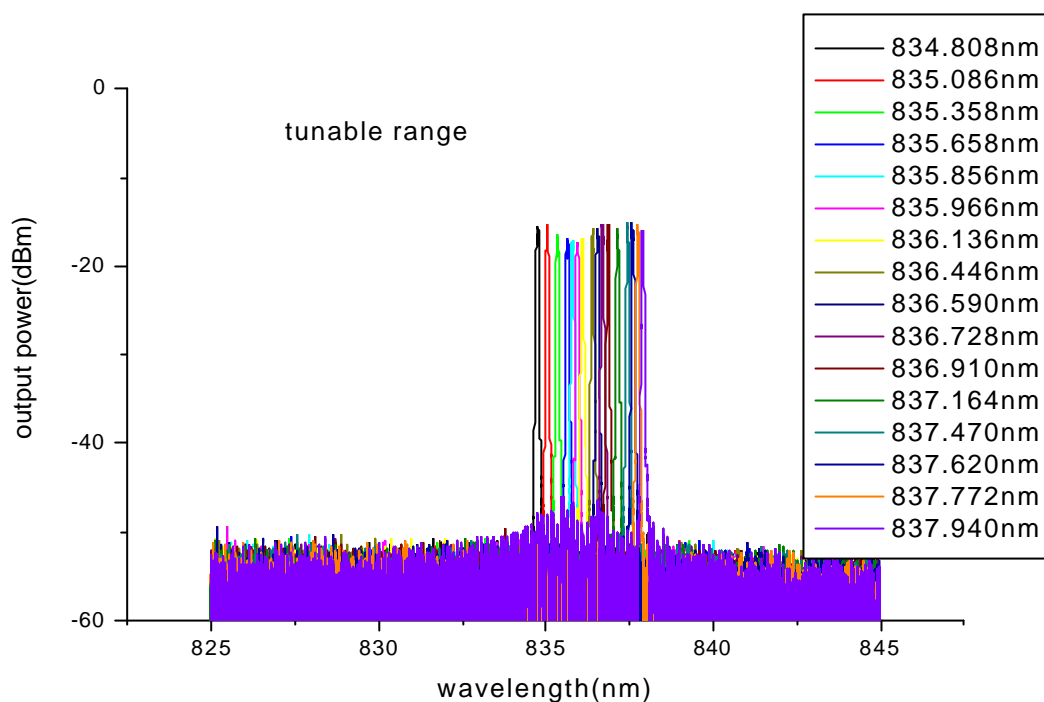


圖 (4-1a) 外腔雷射一號波長可調範圍光譜圖

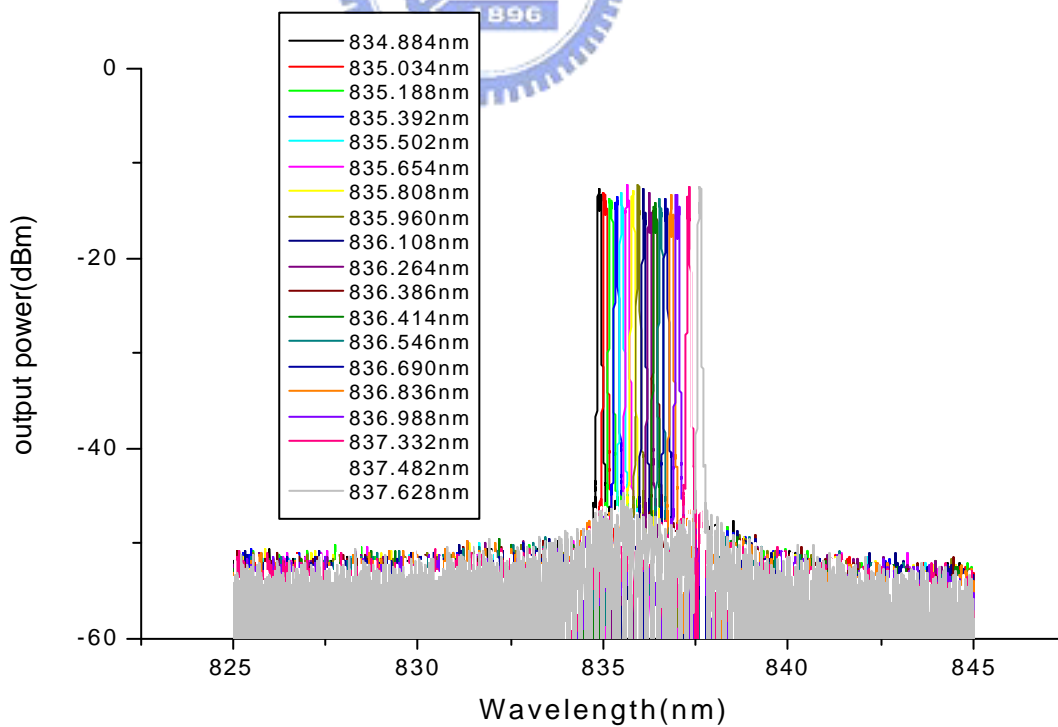


圖 (4-1b) 外腔雷射二號波長可調範圍光譜圖

架設外腔式半導體雷射還有一個優點就是可以降低雷射的線寬，因為長的共振腔可以抑制雷射介質中的原子產生自發放射。圖(4-2a),(4-2b),(4-3a),(4-3b)是我們利用 F-P 干涉儀來觀察雷射的線寬。

由圖(4-2a)中所示外腔雷射一號，在無外腔情況下時，雷射線寬約為 28MHz；由圖(4-2b)中所示，在有外腔情況下時，雷射線寬約為 19MHz。

由圖(4-3a)中所示外腔雷射二號，在無外腔情況下時，雷射線寬約為 17.3MHz；由圖(4-3b)中所示，在有外腔情況下時，雷射線寬約為 14MHz。

經比較在有無外腔作用的情況後，我們可以發現使用外腔確實具有降低雷射線寬的功用，將雷射線寬降低有助於我們在做雷射互鎖實驗時的效果。

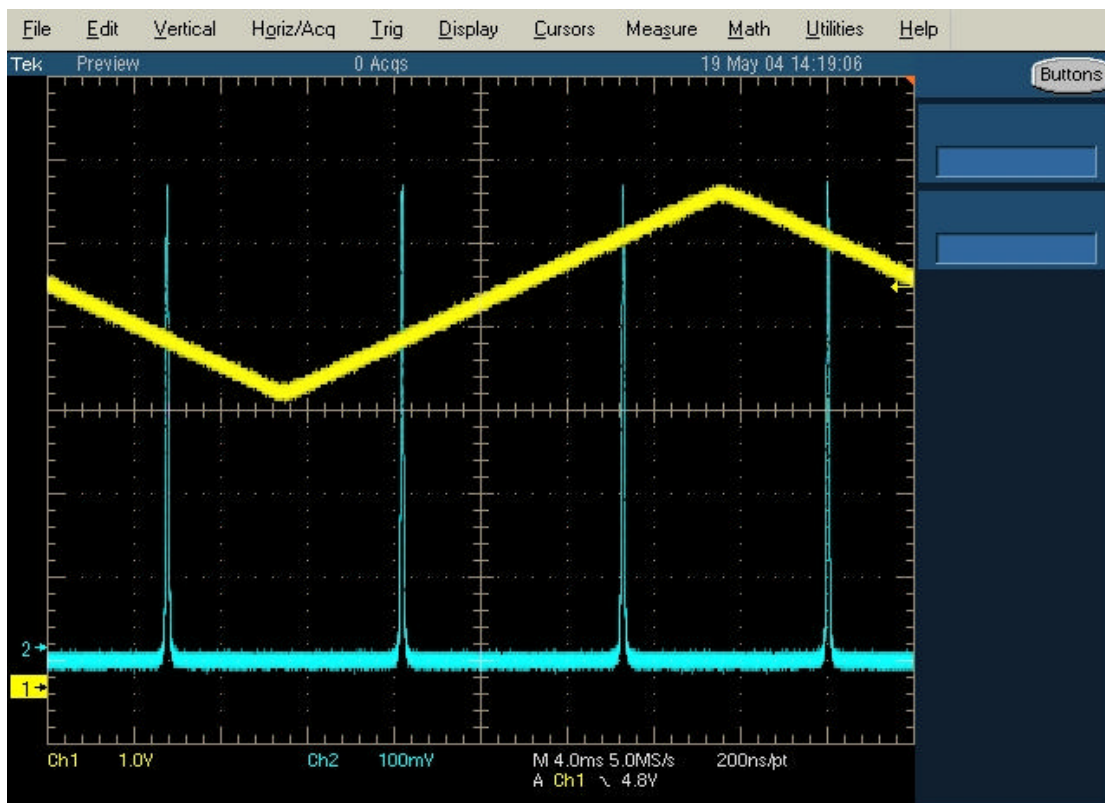


圖 (4-2a) 無外腔時，雷射一號線寬約為 28MHz

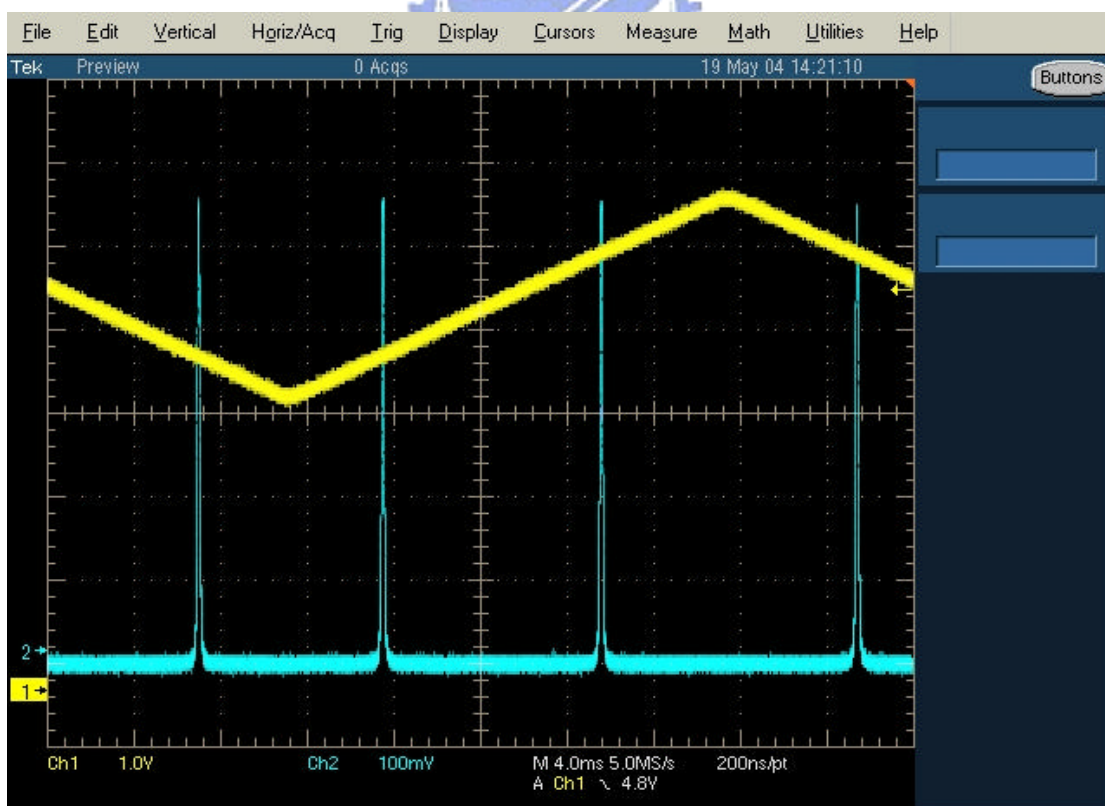


圖 (4-2b) 有外腔時，雷射一號線寬約為 19MHz

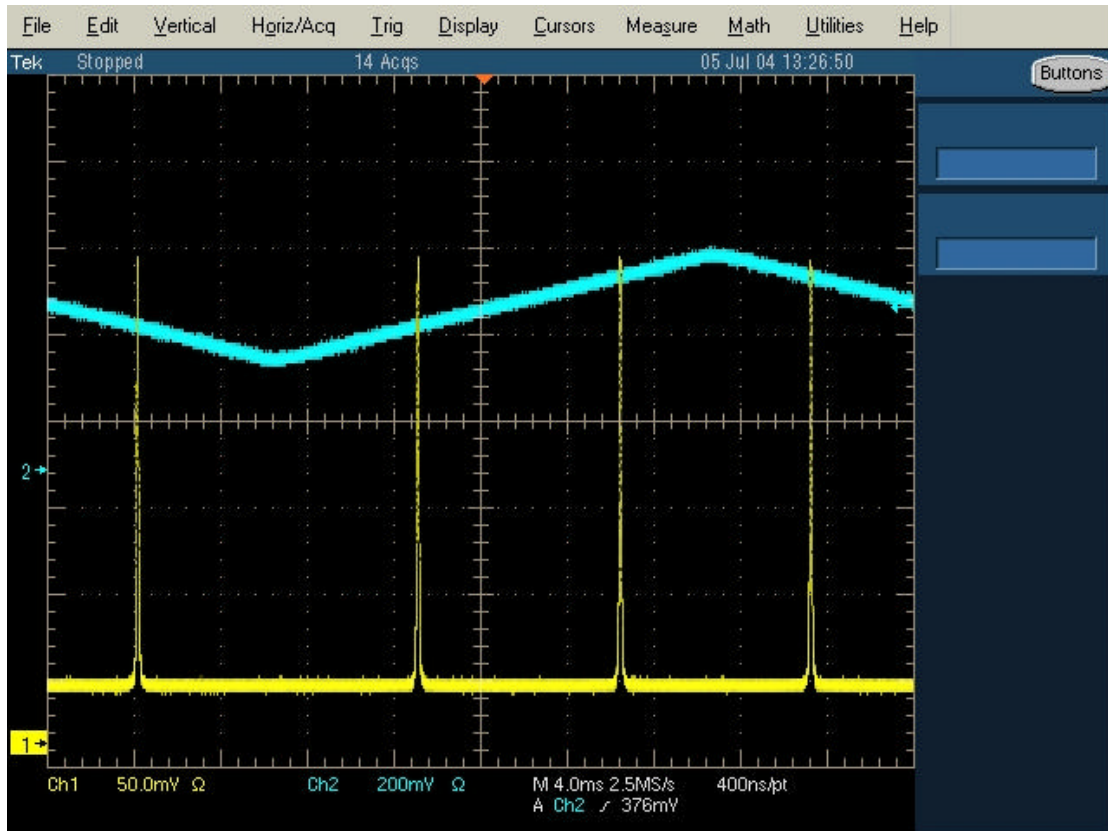


圖 (4-3a) 無外腔時，雷射二號線寬約為 17.3MHz

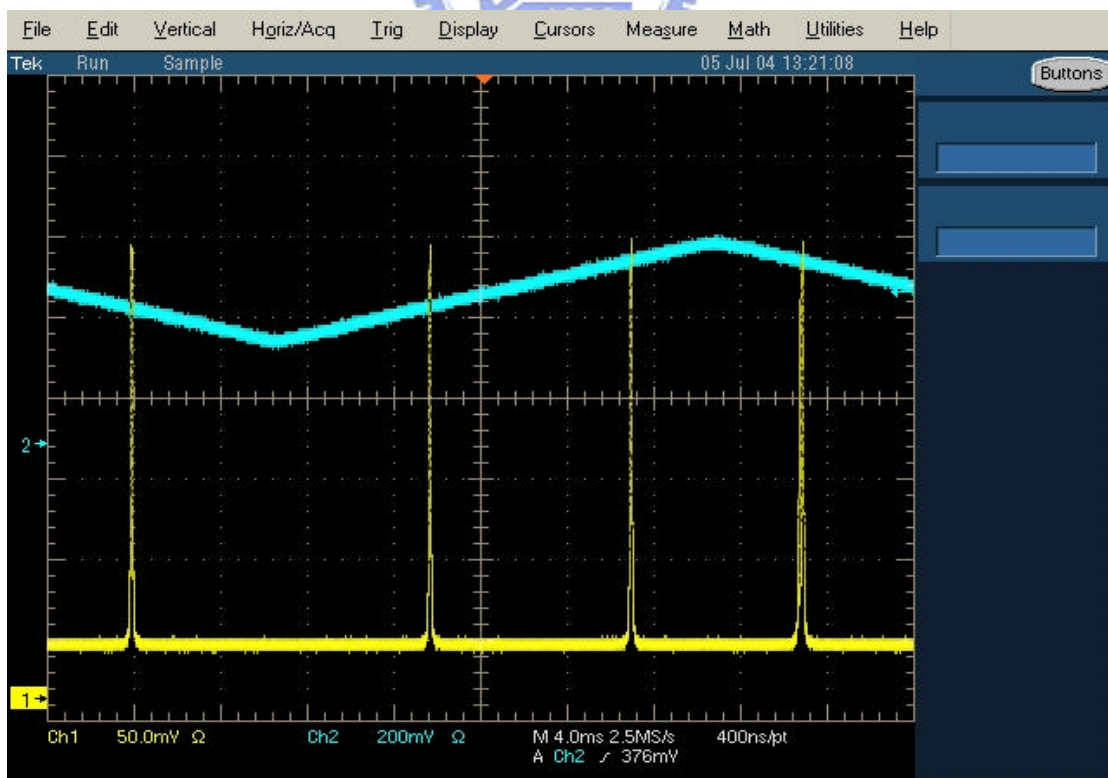


圖 (4-3b) 有外腔時，雷射二號線寬約為 14MHz

4-1.2 雙波長雷射輸出特性

我們利用 PBS 將兩個外腔雷射光重疊並調整到同軸，再將光經由光纖送入光譜儀中觀察重合雷射光的光譜。

圖 4-4 所示為在外加電流 60mA 時當我們固定外腔雷射一號波長 I_1 為 834.480nm，而調整外腔雷射二號波長 I_2 時的光譜。圖中 I_1 為 834.480nm， I_2 由 837.480nm 調至 834.720nm，波長差 ΔI 的變化範圍為 0.240nm 到 3nm。對應到頻率的可調範圍約為 1.2THz，適合用來作為產生 THz 的光源。

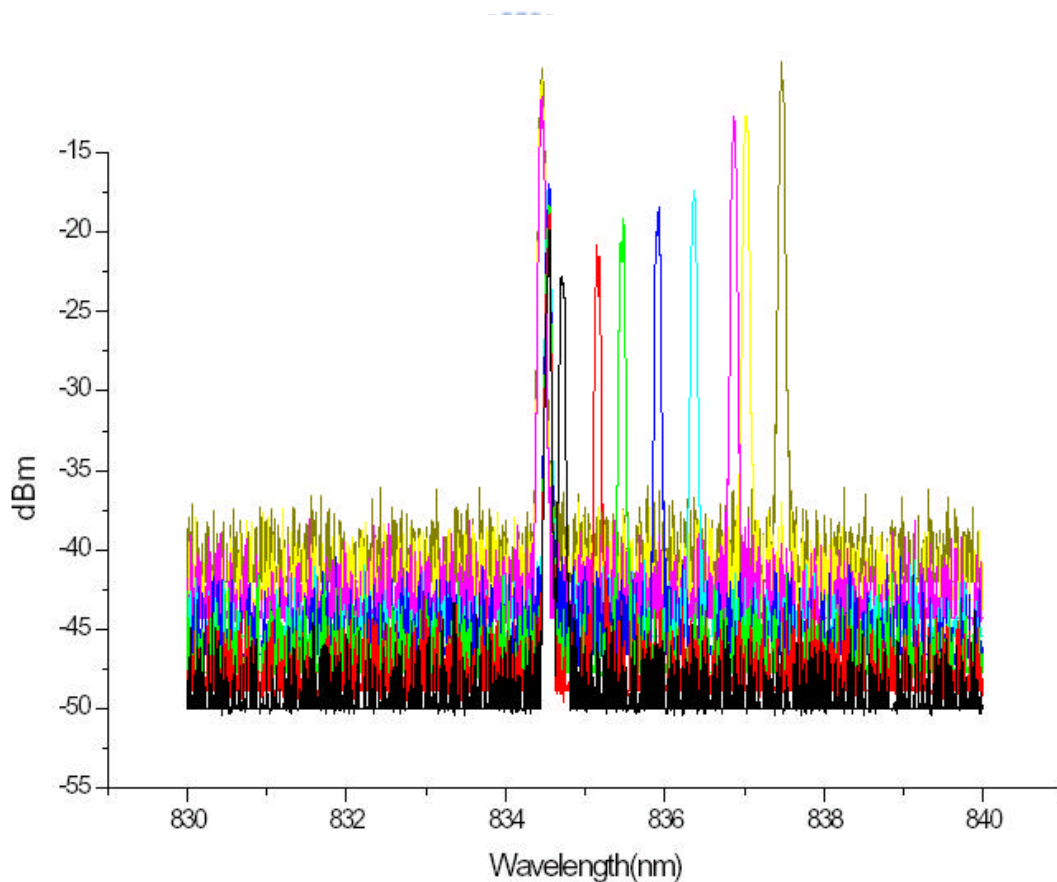


圖 (4-4) I_1 固定時， I_2 可調範圍

圖 4-5 所示為在外加電流 60mA 時當我們固定外腔雷射二號波長 I_2 為而調整外腔雷射一號波長 I_1 時的光譜。圖中 I_2 為 837.480nm, I_1 由 834.680nm 調至 837.240nm, 波長差 ΔI 的變化範圍為 0.240nm 到 2.8nm。對應到頻率的可調範圍約為 1.1THz。

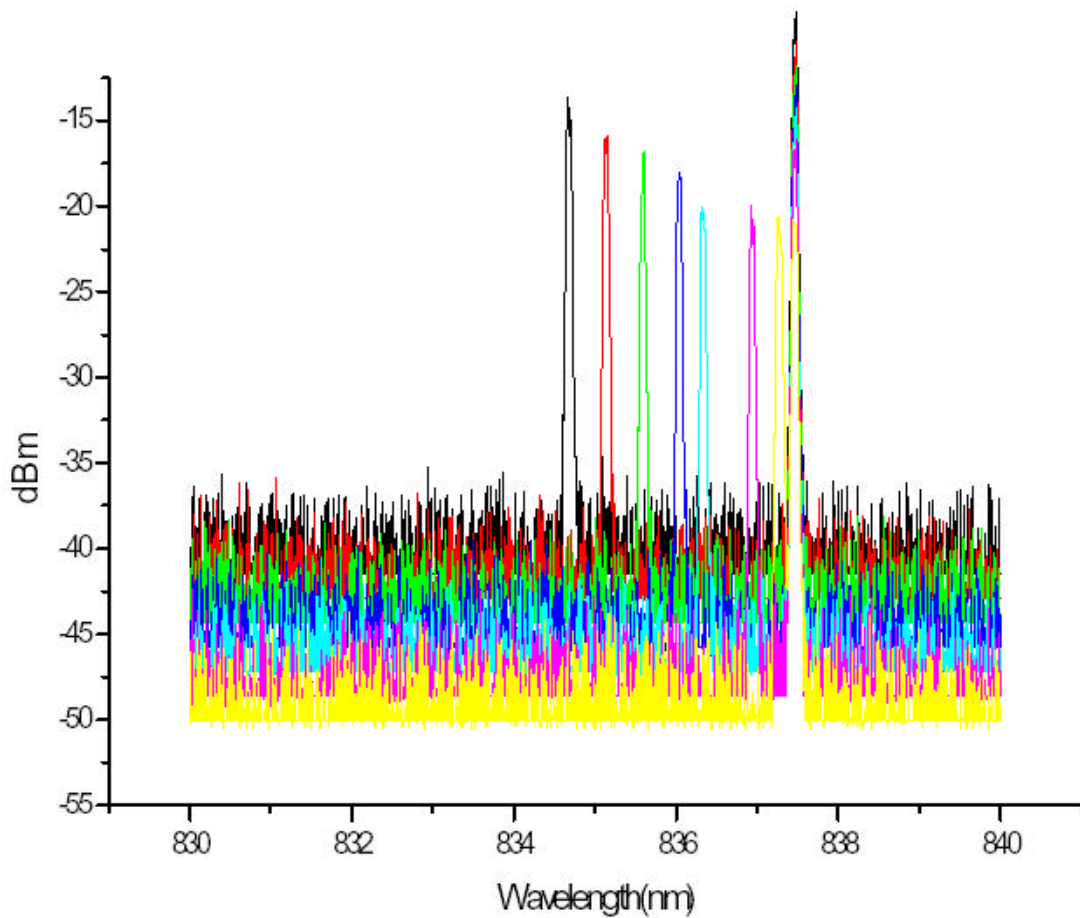


圖 (4-5) I_2 固定時, I_1 可調範圍

我們也透過 F-P 干涉儀來觀察雙波長輸出的情況，其結果如圖 4-6 所示，可以看到代表兩個波長的尖峰出現在三角波的上升區段。

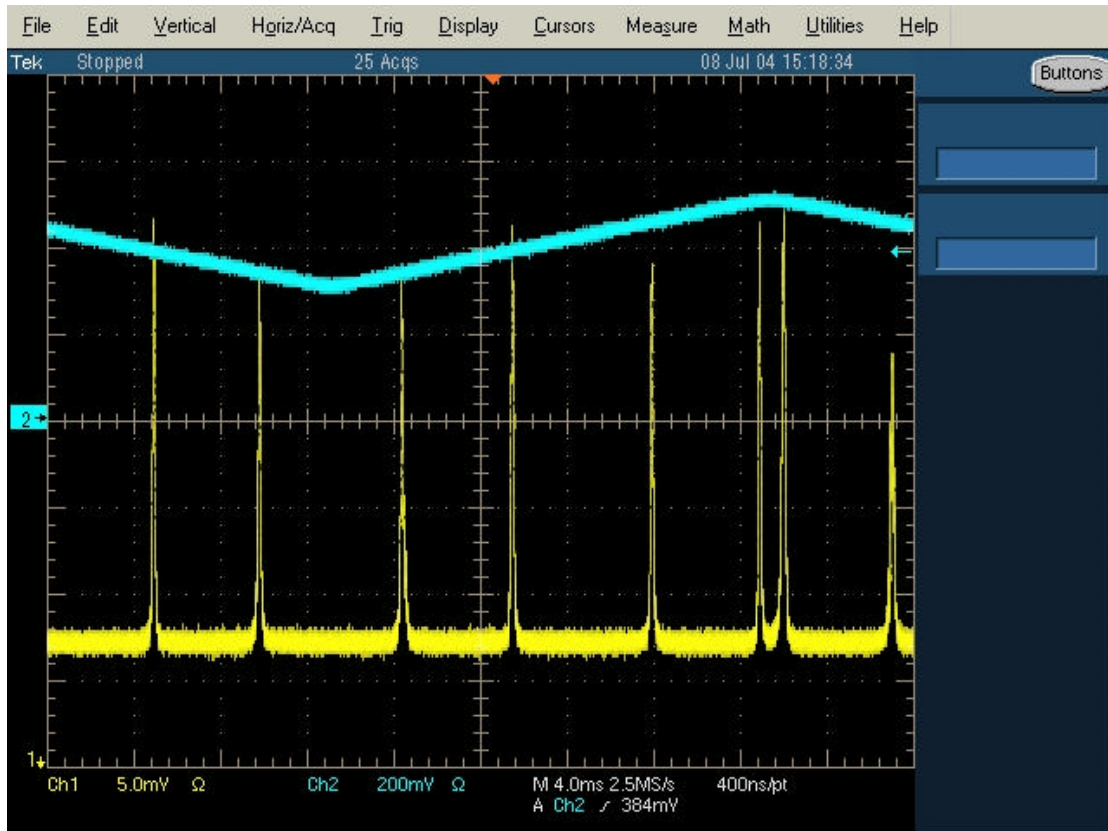


圖 (4-6) F-P 干涉儀觀察雙波長輸出情況

4-2 拍頻量測

我們將光偵測器的輸出接至頻譜分析儀 (Electronic Spectrum Analyser) 上去觀察光偵測器訊號的頻譜。當我們調整好光路使半導體雷射與飛秒鎖模雷射的光重合後，即可在頻譜分析儀上看到拍頻訊號，其結果如圖 (4-7) 所示。因為鎖模雷射的諧頻相差 1GHz，所以頻譜上會有 1GHz 的訊號代表鎖模雷射的諧頻彼此之間的拍頻。在 0 到 1GHz 之間有兩個頻率的訊號，分別在 0 到 500MHz 之間以及 500MHz 到 1GHz 之間各有一個，一是半導體雷射與相距最近諧頻的拍頻，在圖中約是在 180MHz；二是半導體雷射與相距第二近諧頻的拍頻，在圖中約是在 820MHz。




圖 4-8 所示為雙波長雷射與飛秒鎖模雷射的拍頻訊號。兩個波長的雷射光個別與鎖模雷射作用產生拍頻訊號，各自在 1GHz 的範圍內生成兩個拍頻訊號，所以圖中在 1GHz 的範圍內有四個拍頻訊號，各自的意義由圖所示分別是外腔雷射一號與最近的鎖模雷射諧頻的拍頻、外腔雷射二號與最近的鎖模雷射諧頻的拍頻、外腔雷射一號與第二接近的鎖模雷射諧頻的拍頻、外腔雷射二號與第二接近的鎖模雷射諧頻的拍頻。

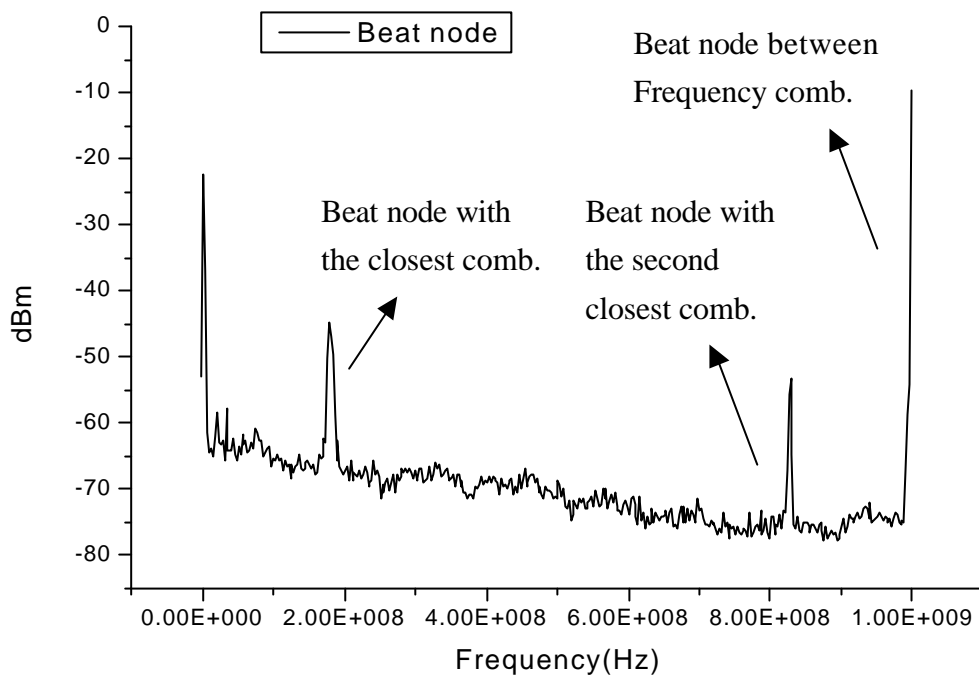


圖 (4-7) 拍頻訊號圖

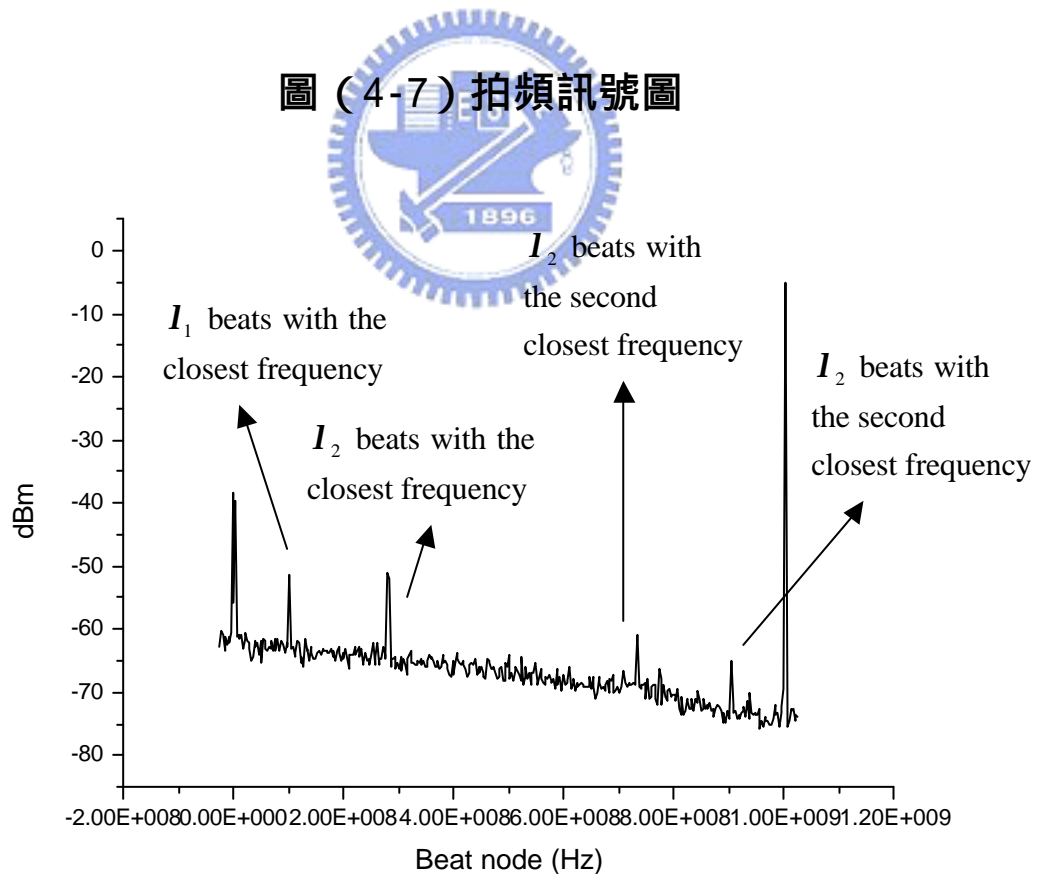
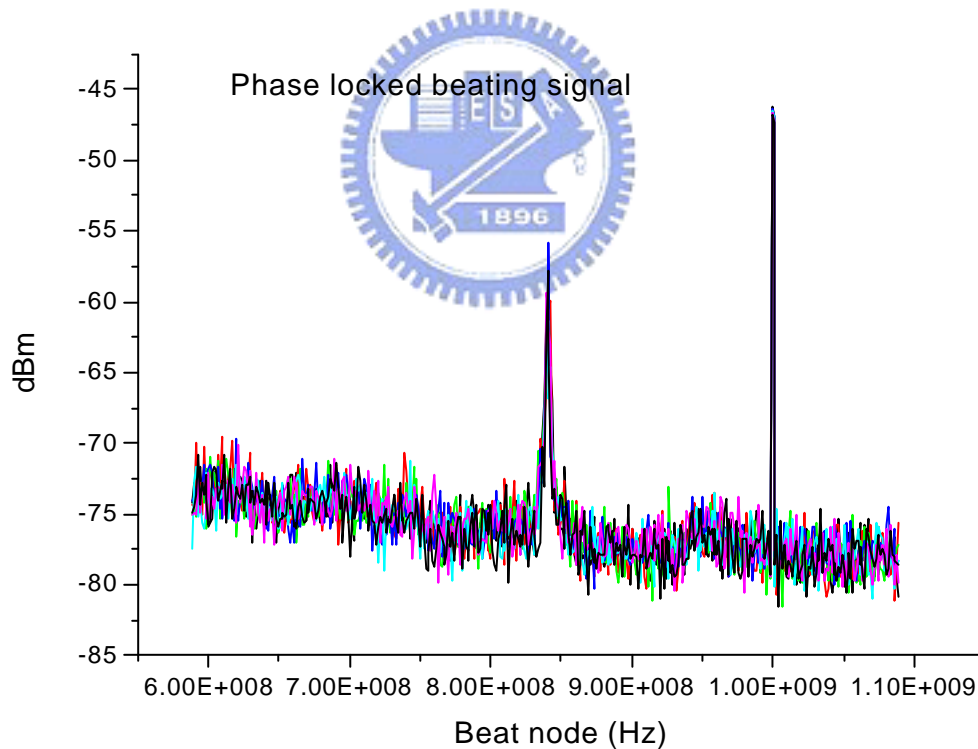


圖 (4-8) 雙波長雷射與飛秒鎖模雷射的拍頻訊號

4-3 外腔式半導體雷射與飛秒鎖模雷射的互鎖

當我們擷取到拍頻訊號後，使用鎖相迴路將半導體雷射與飛秒鎖模雷射互鎖，將拍頻頻率鎖定在840MHz之後我們可以在頻譜分析儀（ESA）上看到拍頻訊號的位置幾乎固定不動，只有相當小而肉眼幾乎看不出的變動。圖4-9所示為互鎖時的ESA上的訊號圖，此為連續擷取7張圖後重疊在一起，不同顏色代表不同時間點所擷取的圖，每張圖的間格約為5秒，可以看出圖形中的拍頻訊號幾乎沒有擾動，其擾動量約在0到5MHz。



圖（4-9）互鎖時拍頻訊號疊加圖

我們接下來觀察在頻率擾動量方面的結果，圖 4-10 所示的是我們量測未鎖頻時的頻率擾動量，在未做回授控制時的頻率擾動 (frequency fluctuation) 大約為 100MHz，而且頻率的漂移量 (frequency shift) 大約是幾百個 MHz。圖 4-11 所示的是鎖頻之後的頻率擾動量，其頻率擾動量約在 1-5MHz 左右。

我們的穩頻實驗中所使用的方法是將半導體雷射和鎖模脈衝雷射做拍頻，之後再將拍頻訊號做回授控制。脈衝雷射是用來作為半導體雷射的標準頻率。由以上結果可以明白我們利用半導體雷射與鎖模雷射諧頻的拍頻以及鎖相迴路可以將半導體雷射的光頻鎖在相對於鎖模雷射諧頻的頻率位置上。經由波長儀上的頻率計量顯示我們將半導體雷射的頻率鎖定在 358660.800GHz。



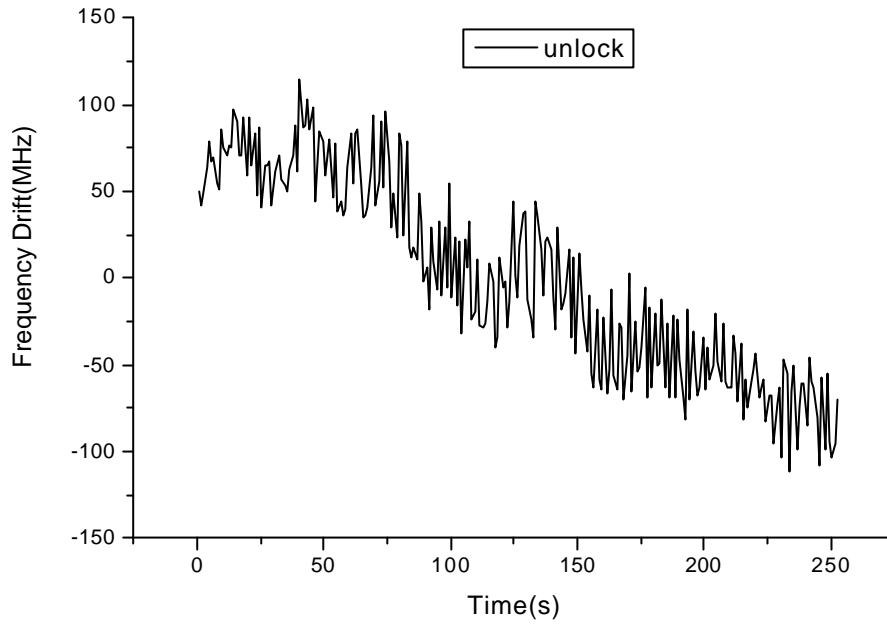


圖 (4-10) 未互鎖時頻率擾動量

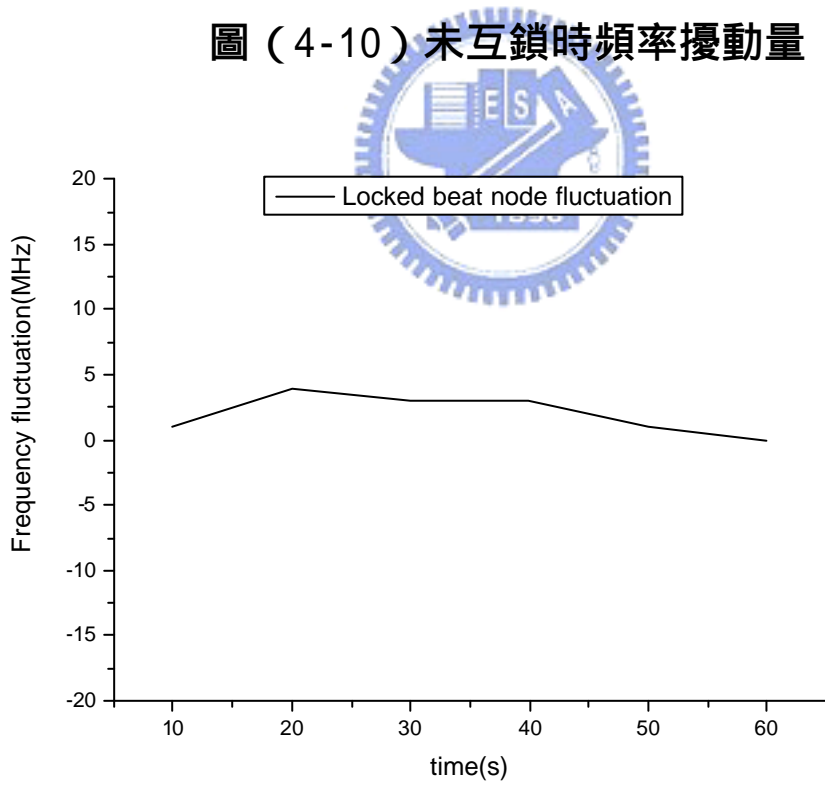
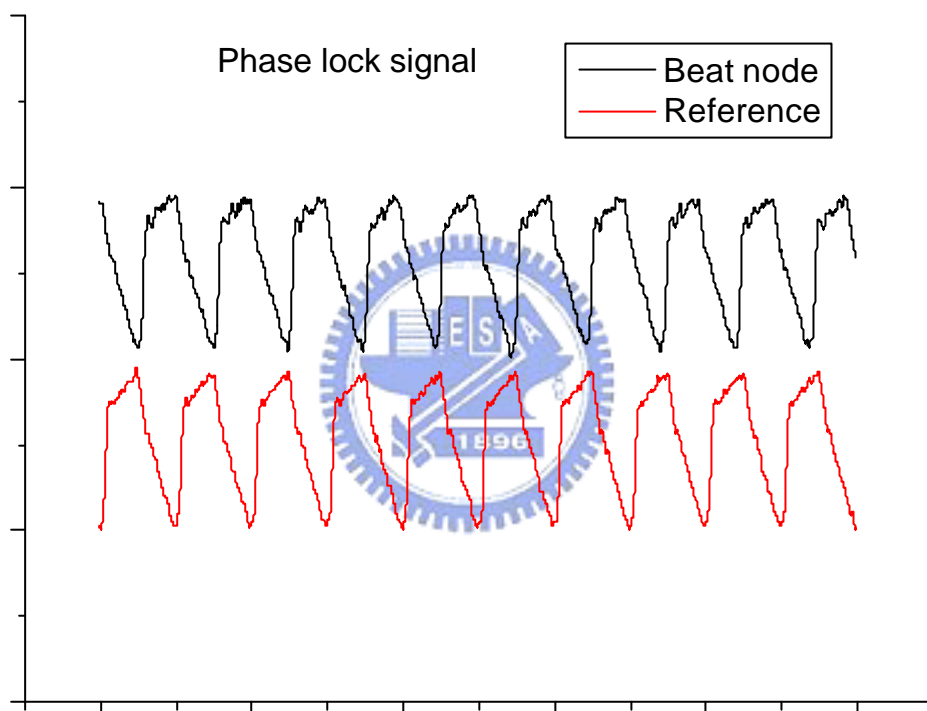


圖 (4-11) 互鎖時頻率擾動量

我們將相位檢測器兩個輸入端（振盪源與參考源）訊號接至示波器上觀察，圖4-12顯示的是當相位互鎖時兩輸入端的訊號，黑色是代表拍頻訊號、紅色代表的是參考訊號，由圖可知在相位互鎖時，兩訊號頻率相同相位則鎖定在180度，符合之前電路介紹時相位檢測器的特性。



圖（4-12）互鎖時震盪源與參考源波形圖

當我們達成互鎖之後，拍頻訊號的頻譜線寬也會降低。由圖4-13可以看到當我們把頻率鎖在800MHz時，其頻譜線寬與未鎖頻時（圖4-14）相比，其線寬較為降低。

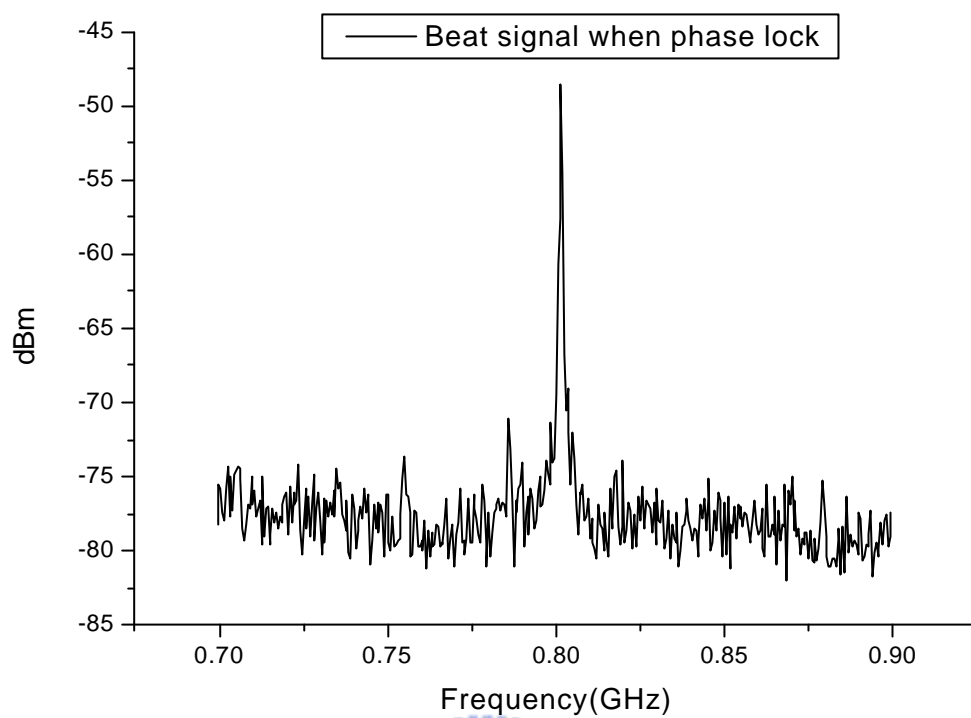


圖 (4-13) 互鎖時頻譜圖

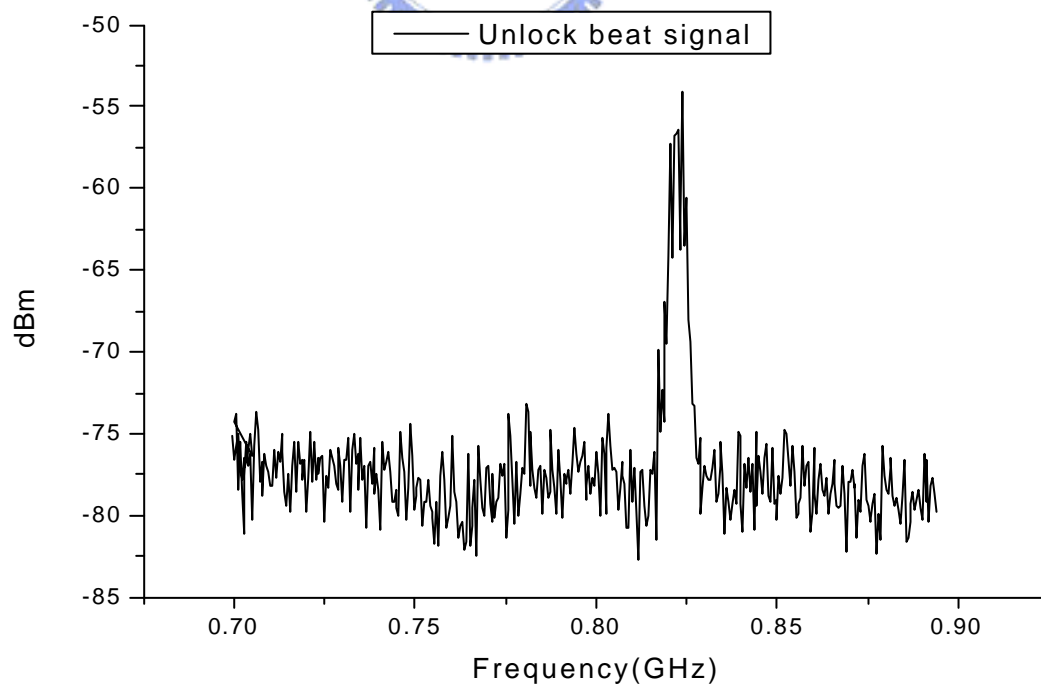


圖 (4-14) 未互鎖時頻譜圖

第五章 總結與未來展望

就波長穩頻而言，我們成功的把波長頻率漂移量由約100MHz降至小於1~5MHz，將半導體雷射的頻率鎖定在358660.800GHz。然實際上我們應可將頻率漂移量再降低，但受限於多外在的問題，例如也許是PZT反應時間太慢追不上光頻率的變化；或是電流源本身的擾動以及溫度變化的影響所造成對半導體雷射的輸出頻率有幾個MHz擾動等等，故僅能得此結果。

若能採用將相位檢測器輸出的誤差訊號經高頻濾波器直接注入至雷射二極體中應該可以更高速度地控制雷射的頻率^[26]，再配合PZT來迴授控制雷射頻率使穩頻的時間可以加長，相信應可將頻率穩定度提高。另一方面若我們能控制好外部環境減少對半導體雷射的影響，將外腔雷射架設在一特定基板上對整個外腔雷射系統進行溫控，並將整個外腔罩住避免外界聲音的影響，使雷射頻率自由漂移量更少，則頻率穩定度相對的亦將提高。

做這一個雷射互鎖實驗中所遇到的問題與困難最主要的有兩項：第一項是飛秒鎖模雷射在波長835nm左右部分的光強度較弱，使得與半導體雷射拍頻的訊號不強訊噪比較低，也使得在對光時難度增加以及在互鎖時的效果沒有很好。第二項是外腔雷射所以用的雷射二極體本身就具有小的共振腔，所以當我們架設外腔時要使外腔的光強

度高於內腔的光強度，這使得調整的難度加大，若沒有調整好，在互鎖時兩個腔的模態會有彼此互相搶奪增益的情況發生讓輸出光不穩，造成拍頻訊號被雜訊淹沒，而使互鎖失敗。

現在的頻率量測儀器中，能夠精確的量測微波訊號頻率的範圍只有在幾十個 Giga Hz 內，若是想要量測到 THz 這種更高頻率的訊號就必須要靠一些 THz 量測系統，經由那量測系統上取得我們所要的資訊，通常取一筆數據要花很長的時間。因此我們希望藉由光脈衝雷射和連續波半導體雷射的互鎖，令脈衝雷射的諧頻用來當作連續波半導體雷射鎖定的頻率標準。實驗的方法是我們先將雙波長連續波外腔式半導體雷射所輸出的雙波長雷射光與脈衝雷射產生出拍頻訊號，再利用鎖相迴路與銻原子鐘做鎖定，這樣一來當我們將半導體雷射和鎖模雷射互鎖時，這時的銻原子鐘就可以來追朔半導體雷射與脈衝雷射的差頻訊號。這時只要兩個外腔雷射的差頻能到 THz 的等級，我們就能利用這兩個外腔半導體雷射來做差頻生成頻率準確穩定的 THz 輻射波。雖然要完成 THz 輻射波的頻率標準進而追朔到 THz 的頻率資訊還有不少缺點等待改進，我們這一個論文算是完成雷射互鎖的第一步。THz 產生器則是高速資訊中不可或缺的關鍵元件。而本論文所研究之成果將可作為 THz 量測的重要基礎。

參考資料

- [1] Herman A. Haus, "Mode-Locking of Lasers" IEEE, Quantum Electronics, vol.6, No.6, pp.1173-1185, (2000).
- [2] Seong Tae Park, Eok Bong Kim, Jin Yong Yeom and Tai Hyun Yoon, "Optical frequency synthesizer with femtosecond mode-locked laser with zero carrier-offset frequency" Journal of Korean Physical Society, Vol. 42, No. 5, pp. 622~626, 2003.
- [3] Dan H. Wolaver Worcester Polytechnic Institute "Phase-Locked Loop Circuit Design"
- [4] M.W.Maeda, J.S.Patel, D.A.Smith, C.Lin, M.A.Saifi, and A.Von Lenhman, "An electronically tunable fiber laser with a liquid-crystal etalon filter as the wavelength-tuning element", IEEE Photon. Technol. Lett., vol.2, pp.787-789, 1990.
- [5] J.R.Andrews, "Low-voltage wavelength tuning of an external cavity diode-laser using a nematic liquid crystal-containing birefringent filter", IEEE Photon. Technol. Lett., vol.2, pp.334-336, 1990
- [6] F.Favre and D.Le Guen, "820nm of continuous tunability for an external cavity semiconductor laser", Electron. Lett., vol.27, pp.183-184, 1991
- [7] Paul Zorabedian, "Characteristics of an grating-external-cavity semiconductor laser containing intracavity prism beam expanders", J. Lightwave Technol. Lett., vol.10, pp.330-334, 1992
- [8] R Wyatt, "Spectral linewidth of external cavity semiconductor laser with strong, frequency-selective feedback", Electron. Lett., vol.21, pp.658-659, 1985
- [9] K.C.Harvey and C.J.Wyatt, "External-cavity diode-laser using a grazing incidence diffraction grating", Opt. Lett., vol.16, pp.910-912, 1991
- [10] P.de Groot, "Use of a multimode short-external-cavity laser diode for absolute-distance interferometry", Appl. Opt., vol.32, pp.4193-4198, 1993.
- [11] H.Lotern, Z. Pan. And M. Dagenaus, "Tunable dual-wavelength continuous wave diode laser operated at 830nm", Appl. Opt., vol.32, pp.5270-5273, 1993
- [12] E. Gelmini, U. Minoni, and F. Docchio, "Tunable, double-wavelength heterodyne-detection interferometer for absolute-distance measurements", Opt. Lett., vol.19, pp.213-215, 1994
- [13] Ch. Kouch and H. R. , "Bridging THz-frequency gaps in the near ir by coherent four-wave mixing in GaAlAs laser diode", J. Opt. Commun., vol.91, pp.371-376, 1992
- [14] S. V. Chernikov, J. R. Taylor, P. V. Mamyshev, and E. M. Dianov, "Generation of soliton pulse train in optical fiber using 2cw singlemode diode-laser", Electro. Lett., vol.28, pp.931-932, 1992
- [15] A. S. Weling, B.B. Hu, N. M. Friberg, and D. H. Auston, "Generation of tunable narrow-band from large-aperture photoconducting antennas", Appl. Phys. Lett.,

- vol.64,pp.137-139,1994
- [16] J. D. Ralston, S. Weisser, I. Esquivias, E. C. Larkins, P. J. Tasker, J. Rosenzweig, and J. Fleissner, "Control of differential gain, nonlinear gain, and damping factor for high-speed application of GaAs-based MGW lasers", *IEEE J. Quantum Electron.*, vol.29, pp.1648-1659, 1993
- [17] K. Noguchi, O. Mitomi, K. Kawano, M. Yanagibashi, "Highly efficient 40GHz bandwidth Ti:LiNbO₃ modulator employing ridge structure", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol.5, pp.52, 1993
- [18] D. V. Plant, D. C. Scott, H. R. Fetterman, "Generation of millimeter-wave radiation by optical mixing in FET's integrated with printed circuit antennas", *IEEE Microwave and Guided Wave Lett.*, vol.1, pp.132-134, 1991
- [19] O. Solgaard, J. Park, J. B. Georges, P. K. Pepeljugoski, and K. Y. Lau, "Millimeter-wave phase noise compensation of a beat note generated by photomixing of a 2 laser diodes", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol.5, pp.574-577, 1993
- [20] D. Novak and R. S. Tucker, "Millimeter-wave signal generation using pulsed semiconductor-lasers", *Electron Lett.*, vol.30, pp.1430-1431, 1994
- [21] S. Arahira, S. Oshiba, Y. Matsui, T. Kunii, and Y. Ogawa, "Terahertz-rate optical pulse generation from a passively mode-locked semiconductor-laser diode", *Opt. Lett.*, vol.19, pp.834-836, 1994
- [22] Schawlow, A. L., and C. H. Townes, *Phys. Rev.*, vol. 112, pp. 1940, 1958
- [23] D. W. Allan, "Statistics of atomic frequency standards", *Proc. IEEE*, vol. 54, pp. 221-230, 1966
- [24] N. Gade and J. H. Osmundsen, "Gain measurements on semiconductor lasers by optical feedback from an external grating cavity", *IEEE J. of Quantum Electron.* Vol. QE-19, pp.1238-1242, 1983
- [25] Jinendra K. Ranka, Robert S. Windeler, Andrew J. Stentz, "Visible continuum generation in air silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800nm", *Optics Letters.*, Vol. 25 Issue 1, pp. 25, 2000
- [26] A. Schoof, J. Grnert, S. Ritter, A. Hemmerich, "Reducing the linewidth of a diode laser below 30Hz by stabilization to a reference cavity with a finesse above 10⁵", *Optics Letters.*, Vol. 26 Issue 20, pp. 1562, 2001
- [27] S. Coen, A. H. L. Chau, R. Leonhardt, J. D. Harvey, J. C. Knight, W. J. Wadsworth, and P. St. J. Russel, *J. Opt. Soc. Am.* **B19**, 753 (2002)
- [28] A. V. Husakou and J. Herrmann, *J. Opt. Soc. Am.* **B19**, 2171 (2002)
- [29] Jin-Long Peng, Hyeyoung Ahn, and Robert S. Windeler, "Construction of a frequency-stabilized mode-locked femtosecond laser for optical frequency metrology", *OPT2003 Proceedings II*, pp.381, 2003.

- [A] Motoichi Ohtsu ,”Coherent quantum optics and technology”, Kluwer Academic Publishers, 1992
- [B] Analog Devices, “Ultrahigh speed Phase/Frequency Discriminator AD9901 data sheet”.

