

國立交通大學

光電工程研究所

碩士論文

雙波長光彈調變式橢圓偏光儀  
及波形量測法

Two-wavelengths photoelastic modulation ellipsometry  
and its Post-flight analysis



研究生：柯凱元

指導教授：趙于飛教授

中華民國九十三年六月

# 雙波長光彈調變式橢圓偏光儀 及波形量測法

Two-wavelengths photoelastic modulation ellipsometry and its  
Post-flight analysis

研究生：柯凱元

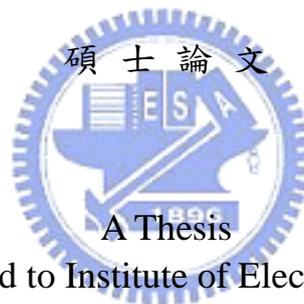
Student : Kai-Yuan Ko

指導教授：趙于飛

Advisor : Dr. Yu-Faye Chao

國立交通大學

光電工程研究所



Submitted to Institute of Electro-Optical  
Engineering  
College of Electrical Engineering and Computer Science  
National Chiao Tung University  
In Partial Fulfillment of the Requirements  
For the Degree of  
Master  
in  
Electro-Optical Engineering  
June 2004  
Hsin-chu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十三年六月

# 雙波長光彈調變式橢圓偏光儀 及波形量測法

學生:柯凱元

指導教授:趙于飛

國立交通大學

光電工程研究所

## 摘要

一個(週期)波形紀錄了一個資訊，只要能將波形儲存下來，我們就可以得知樣品在某時間點的狀態。因為數據擷取卡可以將光彈調變式橢圓偏光儀的波形數量化並記錄，因此我們可以藉由 DAQ 卡紀錄訊號波形之後再加以分析來推測當時樣品發生的狀況，我們稱此法為波形量測法，此法可以量到很短時間發生的事件並記錄所有資訊。在反射式的光彈調變式橢圓偏光儀的架構下以一標準  $\text{SiO}_2/\text{Si}$  薄膜當作樣本，我們將所存的波形採傅立葉轉換的方法並推算出橢圓偏光參數  $\Psi$  和  $\Delta$ ，其結果可以與 NI 所發行的虛擬鎖相放大器所量出的結果相匹配。藉由兩個週期的分析，我們可以一秒鐘內量測到 25000 組偏光參數，大大的提高了量測速度。以此法我們可將交替雙波長(488, 632.8 nm)量測法實現。此結果可以作為將來用 LabVIEW 頻譜分析儀來實現雙波長即時量測的參考。我們並拿液晶加週期性方波電壓當作動態樣本，來測試此法對動態樣本量測的可行性。另一方面，我們發現輸出訊號的波形會隨著不同電壓及波長做特定的變動。將來可以藉由對波形在時域上的分析，就可以得知道樣品的資訊。

# Two-wavelengths photoelastic modulation ellipsometry and its post-flight analysis

Student: Kai Yuan Ko

Advisor: Dr. Yu-Faye Chao

Institute of Electro-Optical Engineering

National Chiao Tung University

## Abstract

For increasing the speed of measurement, we propose to record the waveform then analyze it afterward, namely post flight analysis (PFA) technique. The waveform in a photoelastic modulator ellipsometric system can be digitized by the Data Acquisition system (DAQ), so it is suitable for this PFA technique. We successfully Fourier transformed the waveform measured in the photoelastic modulation (PEM) ellipsometry, which was set to study a SiO<sub>2</sub>/Si thin film. The results are comparable with those measured by the NI virtual Lockin Amplifier. Taking two cycles for analyzing, we can speed up the PEM ellipsometry by a factor of 25000. A two wavelengths ellipsometry is set up for measuring the ellipsometric parameters  $\Psi$  and  $\Delta$  of SiO<sub>2</sub>/Si thin film, but the phase is fixed at 0.383 under the wavelength of 568.2 nm. Beside the ellipsometric parameters of the static sample, we also measured a dynamic sample-liquid crystal to demonstrate the ability of the technique. In addition, we also like to introduce a simple phase analysis in the time domain. The accuracy of these two techniques are still under study.

## 誌謝

感謝趙于飛老師這兩年來的關心以及指導，老師親切隨和的指導和重視人本的精神，讓我在做研究的態度以及方法上受益良多之外，在做人處世的態度上，讓我有新的體認以及很大的啟發。這兩年老師耐心的指導下，引導我思考的方向，讓我的觀念更加清楚之外且加強我獨立思考的能力，真的是獲益非淺。使我研究生活愉快且充實。

另外感謝夢偉學長帶領我做實驗，教我很多實驗的儀器，以及硬體設備，並在生活上以及實驗上提供了我不少的建議以及幫助。也謝謝康元、建遠、柏儒學長在研究以及實驗上的提供建議以及幫忙，俊儀同學在平常生活上以及研究上相互討論以及幫忙。還有君愷、育承、奕德、俊逸、嘉倫學弟們的協助及支持。

最後要感謝我父母的在背後默默的支持以及鼓勵，以及辛苦的栽培我，讓我能夠無慮且順利完成學業及研究。



# 章節目錄

中文摘要.....	I
英文摘要.....	II
誌謝.....	III
章節目錄.....	IV
表目錄.....	VI
圖目錄.....	VII
第一章 緒論.....	1
第二章 基本原理.....	5
2.1 偏振光的型態與表示法.....	5
2.2 史托克參數(Stokes Parameters)和穆勒矩陣(Mueller Matrix)...	8
2.3 光彈調變器.....	11
2.4 光彈調變式橢圓偏光儀.....	16
2.5 雙波長量測法.....	19
第三章 光彈調變式橢圓偏光儀的波形訊號在頻域上的分析.....	20
3.1 前言.....	20
3.2 頻域上的分析.....	20
3.3 實驗架構.....	24
3.4 實驗步驟.....	25
3.5 實驗結果.....	26
第四章 雙波長光彈調變式橢圓偏光儀的即時量測.....	35
4.1 實驗架構.....	35
4.2 實驗目的.....	36
4.3 實驗步驟.....	36
4.4 實驗結果.....	36
第五章 液晶加電壓當作動態樣品量測.....	47
5.1 實驗架構.....	47
5.2 實驗目的.....	48
5.3 實驗步驟.....	48

5.4 實驗結果.....	49
第六章 結論.....	<b>54</b>
參考文獻.....	<b>56</b>
附錄 A 時域分析法.....	57
附錄 B NI Lock-In Amplifier Start-Up Kit.....	62
附錄 C 頻域量測法的 matlab 程式.....	68
附錄 D 時域量測法的 matlab 程式.....	72
附錄 E 取波形程式.....	76
附錄 F 驅動液晶的電壓 LabVIEW 程式.....	78



## 表目錄

表 2-1: 常引用的偏極態.....	9
表 3-1: FFT 法所求得 $I_{dc}$ 以及各倍頻訊號.....	28
表 3-2: 三組鎖相放大器的各倍頻訊號.....	28
表 3-3: 在 2 毫秒區間所量測到的 $I_{1f}$ 值與 Lock-In 量測值做比較....	29
表 3-4: 在 2 毫秒區間所量測到的 $\Psi$ 、 $\Delta$ 值與 Lock-In 值做比較....	29
表 3-5: 11 個區段的 $\Delta$ 以及 $\psi$ 值及其飄動值與 Lock-In 量測值.....	31
表 4-1: 交替雙波長中 632.8 nm $\Psi$ 、 $\Delta$ 的平均值與標準差.....	42
表 4-2: 交替雙波長中 488 nm $\Psi$ 、 $\Delta$ 的平均值與標準差.....	42
表 4-3: 由時域法所得到第 1,2 區段的 $\Psi$ 、 $\Delta$ 平均值與標準差.....	43
表 4-4: 由頻域法所得到第 1,2 區段的 $\Psi$ 、 $\Delta$ 平均值與標準差.....	43



## 圖目錄

圖 2-1: 橫向傳播光場.....	5
圖 2-2: 旋轉的橢圓偏振光.....	6
圖 2-3: 線性偏振光.....	6
圖 2-4: 圓偏振光.....	7
圖 2-5: 橢圓偏振光.....	7
圖 2-6: 單次反射型態.....	12
圖 2-7: 多次反射型態.....	12
圖 2-8: 光彈調變器構造示意圖.....	14
圖 2-9: 反射式光彈調變量測系統基本架構圖.....	16
圖 3-1: 直流及一倍頻與 Sinc 函數褶積的結果.....	22
圖 3-2: 兩週取樣週期直流及一倍頻與 Sinc 函數褶積的結果.....	23
圖 3-3: 反射式光彈調變量測系統基本架構圖.....	23
圖 3-4: 使用 FFT 法取到頻域上各倍頻的值.....	26
圖 3-5: 抓取 I1f 的訊號對時間圖.....	27
圖 3-6: I1f 在 2 毫秒內的飄動及波動.....	28
圖 3-7: 第一區段內 $\Delta$ 與 $\Psi$ 對時間圖.....	30
圖 3-8: 不同區段的 $\Delta$ 及 $\Psi$ 值.....	30
圖 3-9: 不同起始點所計算出的 $\Delta$ 比較圖.....	32
圖 3-10: 擷取的波形.....	33
圖 3-11: 起始相位修正為 $0^\circ$ 時 $\Delta$ 與 $\Psi$ 對時間圖.....	34
圖 4-1: 雙波長量測架構圖.....	35
圖 4-2: 0.01 秒內交替雙波長所以抓取的波形包絡面圖.....	37
圖 4-3: 488 nm 與 632.8 nm 及混合光的波形圖.....	38
圖 4-4: 488 nm 與 632.8 nm 及沒光時候的波形圖.....	38
圖 4-5: 以 568.2 nm 為中心波長改變不同波長進行量測.....	39
圖 4-6: 交替雙波長同時量測的結果.....	40
圖 4-7: 交替雙波長量測的 $\Psi$ 對時間圖.....	40

圖 4-8: 雙波長量測到 $\Delta$ 對時間圖.....	41
圖 4-9: 488 nm 經過 PEM 之後的波形圖.....	45
圖 4-10: 488 nm 下經過樣本擷取到的波形與理論擬合圖.....	45
圖 4-11: 632.8 nm 經過 PEM 之後的波形圖.....	46
圖 4-12: 632.8 nm 下經過樣本所擷取到的波形與理論擬合圖.....	46
圖 5-1: 液晶加電壓當作動態樣品做量測的架構圖.....	47
圖 5-2: 液晶的驅動電壓圖形以及其放大圖.....	48
圖 5-3: $\Delta_0$ 對時間的關係圖.....	50
圖 5-4: 488 nm 波長下量測液晶加電壓的 $\Psi$ 與 $\Delta$ 對時間圖.....	51
圖 5-5: 比對驅動液晶的電壓及 $\Delta$ 對時間圖.....	51
圖 5-6: 632.8 nm 波長下量測液晶加電壓的 $\Psi$ 與 $\Delta$ 對時間圖.....	52
圖 A-1: 反射式光彈調變式橢圓偏光儀架構.....	57
圖 B-1: LockinDEMOSimple.vi ( 左 ) 以及 LockinDEMO.vi ( 右 ) 程式...	62
圖 B-2: LockinDEMOSimple.vi 的程式方塊流程圖.....	62
圖 B-3: 改寫 LockinDEMOSimple.vi 程式的前置面板圖.....	63
圖 B-4: LockinDEMOSimple.vi 的程式方塊流程圖.....	64
圖 B-5: 鎖相迴圈圖.....	65
圖 B-6: 取值迴圈圖.....	66
圖 B-7: 解根子程式.....	66
圖 B-8: 解根子程式方塊流程圖.....	67
圖 E-1: 取波形程式的前置面板.....	76
圖 E-3: 取波形程式的程式方塊流程圖.....	77
圖 F-1: 驅動液晶電壓程式的前置面板.....	78
圖 F-2: 驅動液晶電壓程式的程式方塊流程圖.....	79
圖 F-3: Execute Function Generator 程式方塊流程圖.....	79
圖 F-4: compute func gen waveform 程式方塊流程圖.....	79
圖 F-5: 驅動液晶電壓的子程式.....	80
圖 F-6: lcgenerate 子程式的程式方塊流程圖.....	80

# 第一章 緒論

光波具有很多有趣的特性，包括光的波長 (Wavelength)，光的強度 (Intensity)，光的同調性 (Coherence)，以及光的偏振性 (Polarization)。光的偏振特性在由丹麥科學家 Bartholinus 於 1669 年發現方解石晶體 (Calcite) 的雙折射特性之後，就開始被發現並陸續研究。直到 20 世紀初期因為鍍膜技術的需求，光的偏極性才比較受到重視並受到更多更廣泛的研究以及應用。

偏振光被廣泛地應用於橢圓儀，藉由控制橢圓儀的偏光片以及析光片偏光角，便可以精準的量測薄膜的厚度。橢圓儀依照元件的不同可歸類為三種不同的架構：(1) 歸零橢圓儀，(2) 光度橢圓儀，(3) 干涉橢圓儀。由歸零式橢圓儀架構 (null type ellipsometry) 中的 PCSA 架構，因為機械的轉動速度有限，也會有機械轉動造成的寄生誤差 [2]，於是有了被光度橢圓儀中的光彈調變器 (Photoelastic Modulator - PEM) 取代的趨勢 [3]，而發展出光彈調變式橢圓偏光儀 (P-PEM-S-A) 架構。光彈調變器是利用電光效應來調變光的相位延遲 [2]，即時得到不同的偏光狀態資訊對樣本做解析，其為晶體振動而非機械的轉動所以具有高速解析樣品變動的特性。

因為光彈調變式橢圓偏光儀的高速量測特性，此系統已經被廣泛的用在蝕刻系統上，藉由鎖相放大器鎖取蝕刻系統各倍頻的值，進而推算橢圓偏光參數並算出樣品的厚度。

光彈調變式橢圓偏光儀不僅可以靜態地用在量測樣品的性質，也可以動態地量測樣品的變化狀況。兩者皆以鎖相放大器來鎖相抓取倍頻訊號，當作量測方法的依據。鎖相放大器在準度方面提供了我們量測重要的參考，而在速度方面則限制住了 PEM 的高速量測特性。不過也因為目前 PEM 用在速度上，只有蝕刻系統為最快速且最為廣泛應用，他提供一秒鐘至少 10 個點的資訊，就已經足夠解析蝕刻當時的狀態並滿足我們對蝕刻狀態的需求。但是在更快速變動的樣本，鎖相放大器就不能幫助 PEM 發揮他的高速量測特性。

而每次實驗過程通常會經過很長一段時間，在示波器上常常會看到剛開機時候的波形與一段時間之後的波形會做凹凸不同的改變，理論上相同狀態的工作環境所表現的波形會相同。於是我們懷疑 PEM 不穩定，但不知道什麼原因造成，由以往經驗得知溫度是一個重大的變因，於是在冷氣與室溫的狀況下我們各做一個穩定度實驗。發現 PEM 除了會受溫度影響之外，開機也需要一段時間到達穩定期。因此使用 PEM 需要維持一個穩定的工作環境，除了要暖機之外還要保持恆溫，且儘量不要對 PEM 的狀態做更動。

光彈調變器對於不同波長具有不同的相位調變振幅，因此對不同波長的入射光，PEM 的相位調變振幅要調整為符合自波長的  $0.383 * 2\pi$  的位置[4]。因此，每次改變不同波長的入射光時，PEM 控制面板也要調整為相同的波長，不僅麻煩，也會對 PEM 造成不穩定。於是對於之前所發展的多波長量測方法中，我們採用固定 568.2 nm 為中心波長的方法，作為實現用多波長蝕刻系統的前期研究。以此方法可以不變動 PEM，使其維持穩定的狀態下工作。並以此方法做實驗當中，我們發現對於同一個樣本在改變不同入射光波長的時候，示波器上的波形也會做特定的變動。

基於以上兩個的理由，我們想對波形加以分析。仿照影像式橢圓儀的想法，我們把一週期波形 ” 照相 ” 起來並且紀錄了當時的樣品狀態及偏光資訊。一張照片就相當於紀錄了 20 微秒的資訊，我們再對波形進行分析就可以得知短暫時間當時發生了什麼事情。就可以達到並發揮 PEM 的高速量測特性，因此便開始發展波形量測法。因為數據擷取卡 (DAQ) 可量化並儲存波形，並且具有很高速的取樣頻率，可以把一段時間所發生的事情全部都 ” 照 ” 下來，也就是將光強度以及時間都全數紀錄下來，之後在藉由不同的波形分析方法來對當時樣品狀態做分析。

我們對波形採用時域以及頻域兩種分法來做波形分析以及對實際樣品做量測。在頻域上我們對波形做傅立葉轉換，並以兩個週期當作一個解析點(資訊)，如此我們可以量到 40 微秒的樣品資訊，相當

於一秒鐘可以量測到 25000 組偏光狀態來解析樣品狀態。且與 NI 所發行的虛擬鎖相放大器所量測的值相比對，我們經由頻域的解析法所計算的結果可以相匹配。此種量測結果將來也可當作 LabVIEW 用頻譜分析儀來實現雙波長做即時量測的參考。

另一方面我們也將擷取下來的波形做時域上的分析，可以藉由判斷節點的數目以及波形的凹凸程度計算樣品的偏光資訊，將來也可由示波器上波形的形狀判斷樣品的性質以及波形的改變對橢圓偏光參數初步的判斷。本文將分別在交替雙波長量測  $\text{SiO}_2/\text{Si}$  薄膜及液晶加電壓當作靜態以及動態系統來展現波形量測法在頻域及時域中的量測速率及其量測結果。

本論文對光彈調變式系統的波形量測方法做廣泛的探討，主要的重點有四：

### 第一部分 波形量測的頻譜式方法

因為數據擷取卡可以將光強度量化，我們便可以將擷取到的波形做分析。因此可以將發生的事情全部紀錄下來，藉由對波形做頻譜分析及倍頻式的方法算出  $\Psi$  和  $\Delta$ 。

### 第二部分 用雙波長相互交替實現雙波長量測

在靜態樣品下可用相互交替的雙入射光波長以達動態的系統的效果。此法以 568.2 nm 為中心波長，並擷取波形作事後分析的波形量測法，光彈調變器在雙波長下的調變振幅可以一併量到，用此兩方法將交替雙波長的方法實現。本動態系統所量測到的光彈調變振幅並不隨時間改變且大小也與理論預測值相符，且推算出的橢圓偏光參數  $\Psi$  和  $\Delta$  吻合。

### 第三部分 對動態樣本的量測

拿液晶加電壓當作實際的動態樣本，並同樣以 568.2 nm 為中心

波長的方法量測到的光彈調變振幅並不隨時間改變且大小也與理論預測值符合。

#### 第四部分

在示波器上由不同入射光波長可以看到波形上明顯的不同，顯然的只要知道 $\Psi$ 和 $\Delta$ 對波形的影響，我們就可以由波形判斷樣品的 $\Psi$ 和 $\Delta$ 。



## 第二章 基本原理

### 2.1 光的偏振態與表示法

我們通常以電場的時變分布來定義光波之偏振狀態。假設一光波之傳播方向為  $z$  方向，其電場之振動方向將位於  $X$ - $Y$  平面上，以  $\vec{E}(z,t)$  表示空間中光波某一點之電場時變關係式可以表示為

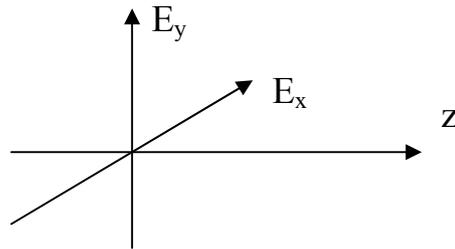


圖 2-1 橫向傳播光場

$$\vec{E}(r,t) = \text{Re}(E_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \delta)}) = E_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j}$$

其中

$$E_x = E_{ox} \cos(kz - \omega t - \delta_x)$$

$$E_y = E_{oy} \cos(kz - \omega t - \delta_y)$$

$k$  : 波數 (wave number)

$\omega$  : 角頻率 (angular frequency)

$\delta_x, \delta_y$  :  $x$  及  $y$  方向電場之相位 (phase)

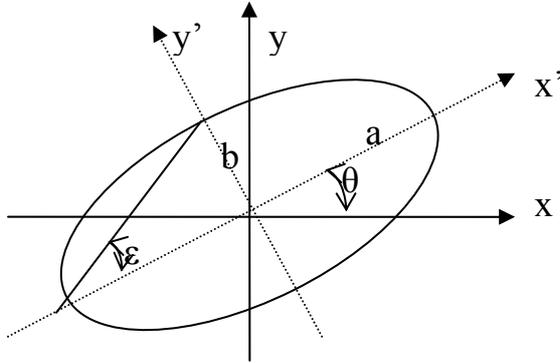
當  $z=0$  時，電場之分布 (如圖 2-2) 可寫成以下橢圓方程式：

$$\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)\cos\delta = \sin^2\delta \quad (2.1)$$

$\delta = \delta_y - \delta_x$  : 為  $y$  方向與  $x$  方向電場的相位差

我們再將  $x, y$  座標旋轉一角度  $\theta$ ，座標轉換成  $x', y'$  座標，關係式為

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E'_x \\ E'_y \end{bmatrix}$$



$\theta$  : 偏振角 (azimuth angle)

$\epsilon$  : 離心率角  
(elliptical angle)

圖 2-2 旋轉的橢圓偏振光

$$a^2 = E_{ox}^2 \cos^2 \theta + E_{oy}^2 \sin^2 \theta + 2E_{ox}E_{oy} \sin \theta \cos \theta \cos \delta$$

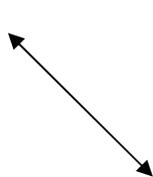
$$b^2 = E_{ox}^2 \sin^2 \theta + E_{oy}^2 \cos^2 \theta - 2E_{ox}E_{oy} \sin \theta \cos \theta \cos \delta$$

(2.1)式可簡化成：

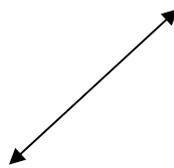
$$\frac{E_x'^2}{a^2} + \frac{E_y'^2}{b^2} = 1$$

故光波在某一點之電場分布為橢圓型故稱橢圓偏振。不同的相位差  $\delta$  電場就會有不同的橢圓偏振，以下討論幾種特例：

(1)當  $\delta = 0, \delta = \pi$  時，電場為沿著固定方向振動，稱為線性偏振光。



$\delta = 0$

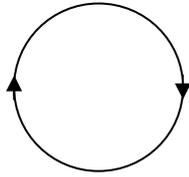


$\delta = \pi$

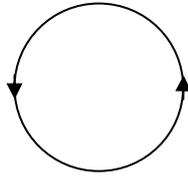
(圖 2-3：線性偏振光)

(2) 當  $\delta = \pm \frac{\pi}{2}$ ，且  $E_{ox} = E_{oy}$  時，電場向量為順或逆時針圓形偏振稱，又

稱右，左旋圓偏振光。



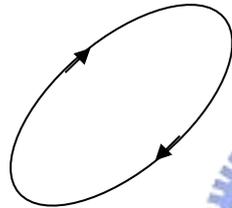
$$\delta = \pi/2$$



$$\delta = -\pi/2$$

(圖 2-4：圓偏振光)

(3) 當  $\delta \neq 0, \delta \neq \pm\pi, \delta \neq \pm\pi/2$  時，電場之振動方向投影於平面為橢圓，稱為橢圓偏振光。



$$\delta = \pi/4$$

(圖 2-5：橢圓偏振光)

為方便描述光波之偏振狀態，通常以一  $2 \times 1$  行向量表示電場震動分量，表示光波在空間中的瞬時偏振狀態，此矩陣稱為 Jones vector [7] 我們將常用的 Jones vector 整理在表 2-1。

$$|E\rangle = \begin{bmatrix} E_{ox} e^{i\delta_x} \\ E_{oy} e^{i\delta_y} \end{bmatrix} e^{i(kz - \omega t)}$$

一般而言 Jones vector 只能形容純偏振 (pure polarized) 光，不能形容非偏振 (unpolarized) 光或部份偏振 (partially polarized) 光，但一般光波大部份均為非偏振或部份偏振光，故須用 Stokes Parameters 來代表，才能更完整描述光波的偏振狀態。

## 2.2 史托克參數(Stokes Parameters)和穆勒矩陣(Mueller Matrix)

Stokes Vector 為一  $4 \times 1$  階矩陣 [5]

$$S(\text{Stokes - Vector}) = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$$

$$S_0 = E_x^2 + E_y^2$$

$$S_1 = E_x^2 - E_y^2$$

$$S_2 = 2E_x E_y \cos \delta = E_x E_y^* + E_x^* E_y$$

$$S_3 = 2E_x E_y \sin \delta = i[\langle E_x E_y^* \rangle - \langle E_x^* E_y \rangle]$$

將最常引用的偏極態整理在表 2-1，若考慮一般的部分偏極光的偏極率  $P$ ，則廣義的橢圓偏極光可用 Stokes vector 表示：

$$S = I_0 \begin{bmatrix} 1 \\ P \cdot \cos 2\theta \cdot \cos 2\varepsilon \\ P \cdot \sin 2\theta \cdot \cos 2\varepsilon \\ P \cdot \sin 2\varepsilon \end{bmatrix}$$

其中  $I_0$  : 光波的總亮度(Intensity)

$\theta$  : 橢圓偏極光的方位角(Orientation angle)

$\varepsilon$  : 橢圓率(Ellipticity Angle)

$P$  : 偏光率(Degree of Polarization)

$$P = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0}, \quad P = \begin{cases} 0, & \text{unpolarized} \\ 1, & \text{pure polarized} \\ 0 < P < 1, & \text{partially polarized} \end{cases}$$

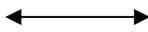
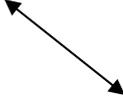
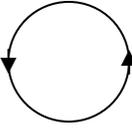
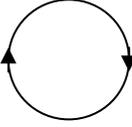
	Jones vector	Stokes parameter	圖示
X 方向線偏振	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	
Y 方向線偏振	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	
正 45 度線偏光	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	
負 45 度線偏光	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$	
左旋圓偏光	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$	
右旋圓偏光	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	

表 2-1 常引用的偏極態

Mueller matrix 是一個  $4 \times 4$  階的矩陣[5]，它是用來表示光學元件的傳導矩陣，其主要架構仍是建立在 Stokes Parameters 上，以下列舉常用的 Mueller matrix，分別為理想偏光片或析光片、補波片、以及旋轉矩陣。

理想偏光片或析光片

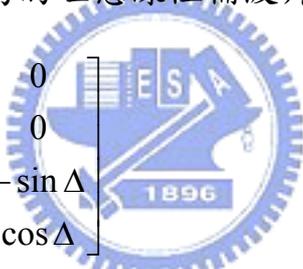
$$M_p = \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

補波片

$$M_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\theta + \cos \Delta \sin^2 2\theta & (1 - \cos \Delta) \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin \Delta \sin 2\theta \\ 0 & (1 - \cos \Delta) \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta + \cos \Delta \cos^2 2\theta & -\sin \Delta \cos 2\theta \\ 0 & -\sin \Delta \sin 2\theta & \sin \Delta \cos 2\theta & \cos \Delta \end{bmatrix}$$

其中  $\Delta$  為相位延遲

當快軸在 x 方向相位差為的理想線性補波片的 Mueller Matrix 為

$$M_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \Delta & -\sin \Delta \\ 0 & 0 & \sin \Delta & \cos \Delta \end{bmatrix}$$


旋轉矩陣

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

當光路徑中有數個偏光元件，則出射光的 Stokes vector 為

$$S_{out} = M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdots S_{in}$$

其中

$S_{in}$  : 入射光的 Stokes vector,  $S_{out}$  : 出射光的 Stokes vector

$M_1, M_2, M_3$  為各偏光元件的 Mueller matrix

## 2.3 橢圓偏光參數 $\Psi$ 和 $\Delta$ 之定義

Fresnel 根據介面條件 (Boundary conditions) 來計算反射振幅的大小，從 Fresnel equation 得到介質表面的反射係數及穿透係數 [5]

$$r_p = \frac{n_1 \cos \theta_0 - n_0 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_1 + n_0 \cos \theta_0} \quad (2.2)$$

$$r_s = \frac{n_0 \cos \theta_0 - n_1 \cos \theta_1}{n_0 \cos \theta_0 + n_1 \cos \theta_1} \quad (2.3)$$

$$t_p = \frac{2n_0 \cos \theta_0}{n_1 \cos \theta_0 + n_0 \cos \theta_1} \quad (2.4)$$

$$t_s = \frac{2n_0 \cos \theta_0}{n_0 \cos \theta_0 + n_1 \cos \theta_1} \quad (2.5)$$

其中  $r_p$  為平行入射面方向之反射振幅係數  
 $r_s$  為垂直入射面方向之反射振幅係數  
 $n_0$  為入射前介質之折射率，空氣折射率為 1.0  
 $n_1$  為待測物之折射率  
 $\theta_0$  為入射角  
 $\theta_1$  為折射角

$r_p$ 、 $r_s$  皆為複數(complex number)，將其表示成尤拉表示式(eular form)

$$\begin{cases} r_p = |r_p| e^{i\delta_p} \\ r_s = |r_s| e^{i\delta_s} \end{cases}$$

$$\frac{r_p}{r_s} = \frac{|r_p|}{|r_s|} e^{i(\delta_p - \delta_s)} = \tan \Psi \cdot e^{i\Delta} \quad (2.6)$$

其中  $\tan \Psi = \frac{|r_p|}{|r_s|}$ ,  $\Delta = \delta_p - \delta_s$

$\tan \Psi$  表反射光在平行入射面與垂直入射面之振幅大小比值

$\Delta$  表反射光在平行入射面與垂直入射面之相位差

這兩參數  $\Psi$  與  $\Delta$  通常被命名為橢圓偏光參數 (ellipsometric parameters)，橢圓儀所能測得的即為此兩個參數，如何藉此參數轉換為光學常數則須先了解偏極光經介質反射時所遵循的物理模式方能推算。我們以 (A)單次反射型態的塊狀物(bulk medium) (B)多次反射型態的薄膜(thin film) 兩種模式來討論。

(A)bulk medium: 單次反射型態 (如圖 2-6)

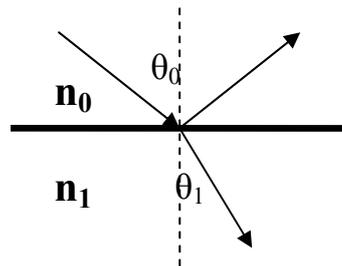


圖 2-6：單次反射型態

此種型態僅有一次反射發生，其反射係數比  $\frac{r_p}{r_s} = \tan \Psi \cdot e^{i\Delta}$ ，由 (2.2)、(2.3) 式可得知  $\Psi$  與  $\Delta$  是  $n_o$ 、 $n_1$ 、 $\theta_0$  的函數。

(B)thin film: 多次反射型態 (如圖 2-7)

此型態為現在橢圓儀使用最為廣泛的用來對薄膜厚度做量測。我們在此根據其反射型態來討論，其反射與透射振幅係數為 [5]

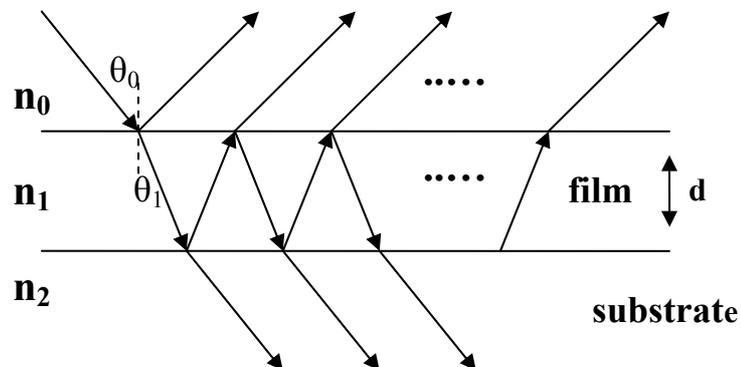


圖 2-7：多次反射型態

$$r = r_{01} + t_{01}t_{10}r_{12}e^{-i2\beta} + t_{01}t_{10}r_{10}r_{12}^2e^{-i4\beta} + t_{01}t_{10}r_{10}^2r_{12}^3e^{-i6\beta} + \dots$$

$$t = t_{01}t_{12}e^{-i\beta} + t_{01}t_{12}r_{10}r_{12}e^{-i3\beta} + t_{01}t_{12}r_{10}^2r_{12}^2e^{-i5\beta} + \dots$$

其中

$$\beta = 2\pi \frac{d}{\lambda} n_1 \cos \theta_1, \quad n_1 \cos \theta_1 = (n_1^2 - n_0^2 \sin^2 \theta_0)^{\frac{1}{2}}$$

$d$  為待測物厚度

$r_{01}$  是光線從介質 0 入射到介質 1 的反射係數

$r_{10}$  是光線從介質 1 入射到介質 0 的反射係數

$r_{12}$  是光線從介質 1 入射到介質 2 的反射係數

$t_{01}$  是光線從介質 0 入射到介質 1 的透射係數

$t_{10}$  是光線從介質 1 入射到介質 0 的透射係數

$t_{12}$  是光線從介質 1 入射到介質 2 的透射係數

若為無限多次反射則



$$r = r_{01} + \frac{t_{01} \cdot t_{10} \cdot r_{12} e^{-i2\beta}}{1 - r_{01} \cdot r_{12} e^{-i2\beta}} \quad (2.7)$$

$$\text{且 } r_{10} = -r_{01}, \quad t_{01}t_{10} = 1 - r_{01}^2$$

由(2.6)和(2.7)式之定義可得

$$\tan \Psi \cdot e^{i\Delta} = \frac{r_{01p} + r_{12p} \cdot e^{-i2\beta}}{1 + r_{01p} \cdot r_{12p} \cdot e^{-i2\beta}} \cdot \frac{1 + r_{01s} \cdot r_{12s} \cdot e^{-i2\beta}}{r_{01s} + r_{12s} \cdot e^{-i2\beta}}$$

由上述式子可知  $\Psi$  與  $\Delta$  是  $n_o$ 、 $n_1$ 、 $n_2$ 、 $\theta_0$ 、 $d$  的函數。因此可以藉由  $\tan \Psi$ 、 $\Delta$  和已知的  $n_o$ 、 $n_2$ 、 $\theta_0$  求出待測物的折射率  $n_1$ 、厚度  $d$  [6]。

一無相性待測物( isotropic sample )之 Mueller Matrix 為[5]

$$M = \begin{bmatrix} 1 & -\cos 2\psi & 0 & 0 \\ -\cos 2\psi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\Psi \cos \Delta & \sin 2\Psi \sin \Delta \\ 0 & 0 & -\sin 2\Psi \sin \Delta & \sin 2\Psi \cos \Delta \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

## 2.3 光彈調變器

調變光訊號可以經由聲光調變以及電光調變兩種方法調製。而電光調變可以經由所加電壓訊號來改變，很容易的就可以依照需求性做調變，由電訊號就可以簡單且快速的對光訊號做調製。其利用加電壓改變晶體的雙折射特性，讓入射光因為電壓改變晶體的光軸軸向，使出射光達到調變的目的。

光彈調變器相似於電光調變器，其構造如圖 2-8 所示，由控制器(controller)，信號高壓驅動器(driver)以及光學頭(optical head)所組成，藉由產生控制器改變驅動器不同的電壓改變與光學頭相黏的石英晶體的振動頻率而帶動光學頭的共振，所以光彈調變器又可稱為壓光調變器(pizo-optic modulator)[1, 7]。對整個光彈調變器而言，光學頭是最重要的組件。

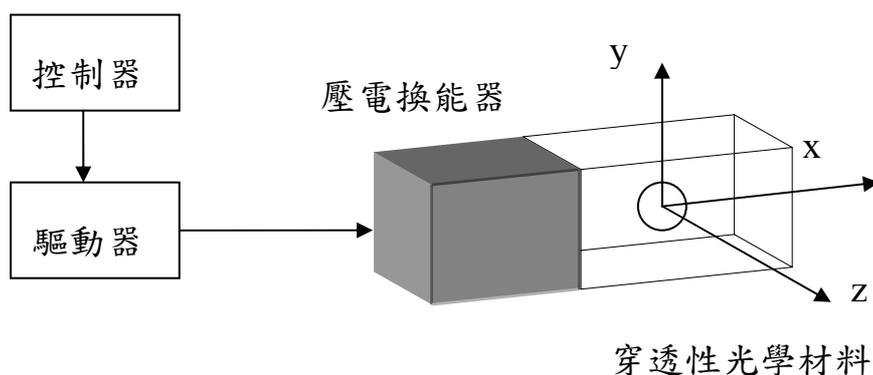


圖 2-8 光彈調變器構造示意圖

當光學頭共振時，光學材料在 x 及 y 方向產生不同的折射率，因此 x 與 y 方向偏振會產生一個相位差變化為  $\Delta_p = \delta_0 \cdot \text{Sin}(\omega \cdot t)$  [8]。除此之外，壓電換能器與穿透性材料之間由黏膠黏著在一起，因此進行相位調變的時候，會衍生出光彈調變器的內稟雙折射  $\Delta_l$ ，產生的相位差變化應該修正為  $\Delta_p = \Delta_l + \delta_0 \cdot \text{Sin}(\omega \cdot t)$

因此光彈調變器可視為一個隨時間改變的線性單光軸晶體(Linear Birefringence Crystal)且帶有一不隨時間改變的內稟雙折射，所以 PEM 的 Mueller 矩陣模型可以表示如下：

$$M_{pem} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \Delta_p & -\sin \Delta_p \\ 0 & 0 & \sin \Delta_p & \cos \Delta_p \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$\text{其中 } \Delta_p = \Delta_l + \delta_0 \cdot \text{Sin}(\omega \cdot t) \quad (2.10)$$

$\Delta_l$  為內稟雙折射， $\delta_0$  為相位調變振幅，並把相位調變振幅表為  $\delta_0 = 2\pi \cdot \Delta_0$ ， $\Delta_0$  表示異常光與尋常光在一週期相位差中所佔的比例

若將 PEM 的光軸校正在  $0^\circ$ ，當一束  $45^\circ$  偏極光對於 PEM 的光學頭來說，x 方向偏振光為異常光(extra-ordinary ray)，簡稱 e 光，而 y 方向偏振光相當於尋常光(ordinary ray)，簡稱 o 光所以  $\Delta_p$  相當於此兩道光經過 PEM 後產生的相位差，此相位差會隨時間改變，除此之外並且具有一個殘存(residual)的雙折射存在。

## 2.4 光彈調變式橢圓偏光儀

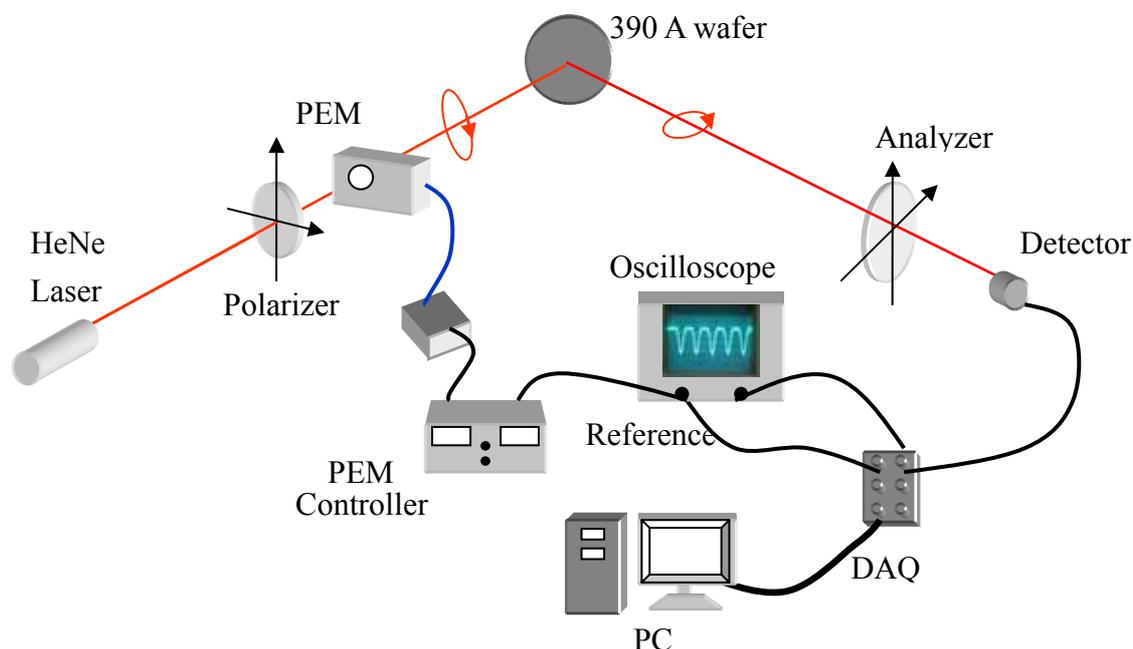


圖 2-9 反射式光彈調變量測系統基本架構圖

如圖 2-9 的架構圖，HeNe 雷射經過偏光片之後的(Stokes vector)為  $S_p$ ，入射的偏極態通過光彈調變器  $M_{pem}(\theta, \Delta_p)$ ，並射入待測物  $R_{SAM}(\Psi, \Delta)$ ，反射後再經過析光片  $M_A(a)$ ，出射的偏極態  $S_f$  的數學模式我們可以表示為  $S_f = M_A(a) \cdot R_{SAM}(\Psi, \Delta) \cdot M_{pem}(\theta, \Delta_p) \cdot S_p$

$$S_f = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \frac{I_0}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2a & \sin 2a & 0 \\ \cos 2a & \cos^2 2a & \cos 2a \cdot \sin 2a & 0 \\ \sin 2a & \cos 2a \cdot \sin 2a & \sin^2 2a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\cos 2\psi & 0 & 0 \\ -\cos 2\psi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\Psi \cos \Delta & 0 \\ 0 & 0 & -\sin 2\Psi \sin \Delta & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2c & \sin 2c & 0 \\ 0 & \sin 2c & \cos 2c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \Delta_p & -\sin \Delta_p \\ 0 & 0 & \sin \Delta_p & \cos \Delta_p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2p & \sin 2p & 0 \\ 0 & -\sin 2p & \cos 2p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2p \\ \sin 2p \\ 0 \end{bmatrix}$$

將偏光片的方位角置於-45度( $p = -45^\circ$ )，校正光彈調變器的光軸在0度( $\theta = 0^\circ$ )，而析光片的方位角在45度( $a = 45^\circ$ )，可以得到光強

度的表示式為

$$I = \frac{I_0}{4}(1 + \tan^2 \Psi - 2 \cdot \tan \Psi \cdot \cos(\Delta - \Delta_p)) \quad (2.11)$$

其中  $\Delta_p = \Delta_I + \delta_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ ,

$\Delta_I$  為內稟雙折射

$\delta_0$  為相位調變振幅

而  $\delta_0 = 2\pi \cdot \Delta_0$

針對  $\Delta_p$  做傅立葉貝索(Fourier Bessel Expansion)展開，我們可以得到以下的關係式為

$$\cos(\sin \Delta_p) = J_0(\delta_0) + 2J_2(\delta_0) \cdot \cos 2 \cdot 2\pi f_0 t + 2J_4(\delta_0) \cdot \cos 4 \cdot 2\pi f_0 t + \dots \quad (2.12)$$

$$\sin(\sin \Delta_p) = 2J_1(\delta_0) \cdot \sin 2\pi f_0 t + 2J_3(\delta_0) \cdot \sin 3 \cdot 2\pi f_0 t + \dots \quad (2.13)$$

代入(2.11)式我們可以整理為

$$I_{dc}(P = -45^\circ, A = 45^\circ) = \frac{I_0}{4}(1 + \tan^2 \Psi - 2 \cdot \tan \Psi \cos(\Delta - \Delta_I)J_0(\delta_0)) \quad (2.14)$$

$$I_{1f}(P = -45^\circ, A = 45^\circ) = -I_0[\tan \Psi \sin(\Delta - \Delta_I)J_1(\delta_0)] \quad (2.15)$$

$$I_{2f}(P = -45^\circ, A = 45^\circ) = -I_0[\tan \Psi \cos(\Delta - \Delta_I)J_2(\delta_0)] \quad (2.16)$$

$$I_{3f}(P = -45^\circ, A = 45^\circ) = -I_0[\tan \Psi \sin(\Delta - \Delta_I)J_3(\delta_0)] \quad (2.17)$$

$$I_{4f}(P = -45^\circ, A = 45^\circ) = -I_0[\tan \Psi \cos(\Delta - \Delta_I)J_4(\delta_0)] \quad (2.18)$$

由(2.15)及(2.17)式

$$\frac{I_{1f}}{I_{3f}} = \frac{J_1(\delta_0)}{J_3(\delta_0)}, \text{ 其中 } \delta_0 = 2\pi \cdot \Delta_0 \quad (2.19)$$

即可求出  $\Delta_0$ ，在作量測之前，我們必須先要校正相位調變振幅調在  $J_0(\delta_0) = 0$  的地方，才可開始做量測[4]。 $\delta_0$  校正之後， $J_0(\delta_0) = 0$ ，因此由(2.14)、(2.15)、(2.16)分別可得到  $I_{dc}$ 、 $I_{1f}$ 、 $I_{2f}$  為

$$I_{dc}(P = -45^\circ, A = 45^\circ) = \frac{I_0}{4}(1 + \tan^2 \Psi) \quad (2.20)$$

$$I_{1f}(P = -45^\circ, A = 45^\circ) = -I_0[\tan \Psi \sin(\Delta - \Delta_I)J_1(\delta_0)] \quad (2.21)$$

$$I_{2f}(P = -45^\circ, A = 45^\circ) = -I_0[\tan \Psi \cos(\Delta - \Delta_l)J_2(\delta_0)] \quad (2.22)$$

將(2.21)與(2.22)式相除

$$\frac{I_{1f}}{I_{2f}} = \tan(\Delta - \Delta_l) \frac{J_1(\delta_0)}{J_2(\delta_0)} \quad (2.23)$$

$$\Delta = \Delta_l + \text{ArcTan}\left(\frac{I_{1f}}{I_{2f}} \times \frac{J_2(\delta_0)}{J_1(\delta_0)}\right) \quad (2.24)$$

$$\text{由 } \sin(\Delta - \Delta_l) = \frac{I_{1f}}{-I_0[\tan \Psi J_1(\delta_0)]} \quad (2.25)$$

$$\cos(\Delta - \Delta_l) = \frac{I_{2f}}{-I_0[\tan \Psi J_2(\delta_0)]} \quad (2.26)$$

將(2.25)、(2.26)平方相加會得到

$$1 = \left(\frac{I_{1f}}{-I_0[\tan \Psi J_1(\delta_0)]}\right)^2 + \left(\frac{I_{2f}}{-I_0[\tan \Psi J_2(\delta_0)]}\right)^2 \quad (2.27)$$

$$\tan \Psi = \left(\frac{I_{1f}}{-I_0 J_1(\delta_0)}\right)^2 + \left(\frac{I_{2f}}{-I_0 J_2(\delta_0)}\right)^2 \quad (2.28)$$

$$I_{dc} = \frac{I_0}{4}(1 + \tan^2 \Psi)$$

$$I_0 = \frac{4 \cdot I_{dc}}{\text{Sec}^2 \Psi} \text{ 代回(2.27)式可得}$$

$$1 = \left(\frac{I_{1f}}{2I_{dc} \sin 2\Psi J_1(\delta_0)}\right)^2 + \left(\frac{I_{2f}}{2I_{dc} \sin 2\Psi J_2(\delta_0)}\right)^2 \quad (2.29)$$

$$\Psi = \frac{1}{2} \text{ArcSin}\left(\sqrt{\left(\frac{I_{1f}}{2I_{dc} J_1(\delta_0)}\right)^2 + \left(\frac{I_{2f}}{2I_{dc} J_2(\delta_0)}\right)^2}\right) \quad (2.30)$$

藉由(2.24)以及(2.30)我們就可以即時推算出橢圓參數 $\Delta$ 以及 $\Psi$ 。

## 2.5. 雙波長量測法: 以 568.2 nm 為中心波長[4]

因為光的路程為固定，所以經過 PEM 之後尋常光與異常光產生的相位差為  $\Delta_p = 2\pi\Delta_0 \sin \omega t = 2\pi d(n_e - n_o)/\lambda$ ，可見光底下  $\text{CaF}_2$  的折射率  $n$  值幾乎為定值，因此  $(n_e - n_o)$  可以視為定值。且不同波長光線經過相同的光路下  $d$  為定值，因此相位差  $\Delta_0$  與  $\lambda$  成反比  $\Delta_0 \cdot \lambda = d \cdot (n_e - n_o)$ ，在數學上相當於  $\Delta_0$  與  $\lambda$  兩變數相乘值  $d \cdot (n_e - n_o)$  為定值，相當於  $\Delta_0 \cdot \lambda = c$ ， $c$  為一定數，此函數為雙曲線函數。因此當我們對 568.2 nm 為中心波長的光將其相位調變振幅  $\Delta_0$  調整在 0.383，相當於此雙曲線與  $\Delta_0 \cdot \lambda = 0$  兩線的交點在  $\lambda$  座標為 568.2 nm。因此不同波長的  $\Delta_0$  對此中心點對稱。因此理論上，對於 488 nm 以及 632.8 nm 此兩色光的  $\Delta_0$  都會落在以 568.2 nm 為中心波長所畫的雙曲線上。因此的對於其他波長實際上的調變振幅為



$$(\text{實際穿透光之下的})\Delta_0 = \frac{568.2\text{nm}}{\lambda(\text{實際穿透光的波長})\text{nm}} \cdot 0.383 \quad (2.31)$$

因此對於任何光在任意的光彈調變振幅下我們可以表示為

$$(\text{實際穿透光之下的})\Delta_0 = \frac{568.2\text{nm}}{\lambda(\text{實際穿透光的波長})\text{nm}} \cdot \Delta_0 (\text{當}\lambda = 568.2\text{nm時}\delta_0)$$

# 第三章 光彈調變式橢圓偏光儀的 波形訊號在頻域上的分析

## 3.1 前言

波形量測法是使用 DAQ 卡將訊號的波形擷取下來並採事後波形分析的方法來得到各倍頻資訊以及得到時域上波形的表現。藉由此方法我們先以頻譜分析來模擬鎖相放大器 (Lock-In Amplifier) 抓取各倍頻的訊號，因此不需串接多台鎖相放大器就可以達到同樣的成果。如此量測的速度掌握在我們手上，並不需要被儀器本身的介面時間所控制，大幅增加可以量到的偏光資訊的點數。

此法會將樣品的變化資訊完全紀錄於波型之中，採用不同的方法做分析，並不會影響到資料本身。我們在此先採用頻域訊號分析方法來進行量測，並由倍頻式的方法可以求得橢圓偏光參數  $\Psi$  以  $\Delta$  值，以及光彈調變振幅  $\delta_0$ 。我們拿 NI 發行的虛擬鎖相放大器量測到的值與訊號頻譜分析的量測法做比對，來比較此方法的準確性。

## 3.2 頻域上的分析

### 一. 取樣長度 (Frame Size)

取樣長度為時域上樣本的總數，也就是樣本的長度。無論如何取數據永遠不可能取到無限多，只有有限的大小，因此在頻域上取到的訊號不會是只有單一個頻率值而有一個頻寬，也就是說取樣長度的傅立葉轉換將會由  $\mathfrak{F}\{1\} = \delta(0)$  變為  $\mathfrak{F}\{\text{rect}(\frac{t}{a})\} = a \cdot \text{Sinc}(af)$ ，因此取樣長度做傅立葉轉換之後在頻域為  $\text{Sinc}(af)$  函數。

由(2.11)式，光彈調變式橢圓偏光儀的訊號可以用直流訊號以及基偶倍頻訊號相加減來表示。我們可以簡化表示為

$$I_{dc} + I_{1f} \cdot \sin(2\pi \cdot ft) + I_{2f} \cdot \cos(2 \cdot 2\pi \cdot ft) + I_{3f} \cdot \sin(3 \cdot 2\pi \cdot ft) + I_{4f} \cdot \cos(2 \cdot 2\pi \cdot ft) \dots \quad (3.1)$$

因此一有限取樣樣本範圍的且具有各倍頻的 PEM 橢圓儀的訊號可以

$$\text{寫為 } (I_{dc} + I_{1f} \cdot \sin(2\pi \cdot ft) + I_{2f} \cdot \cos(2 \cdot 2\pi \cdot ft) + I_{3f} \cdot \sin(3 \cdot 2\pi \cdot ft) + \dots) \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{a}\right) \quad (3.2)$$

相當於訊號與方波函數做相乘，而在頻域上相當將(3.2)式做傅立葉轉換，相當於訊號的傅式頻譜與  $\text{Sinc}(af)$  函數做褶積(Convolution)，因此在頻譜上可以表示為

$$(I_{dc} \cdot \delta_0 + \frac{I_{1f}}{2} [\delta(f - f_0) - \delta(f + f_0)] + \frac{I_{2f}}{2} [\delta(f - 2f_0) + \delta(f + 2f_0)] + \dots) \otimes \text{Sinc}(af) \quad (3.3)$$

以  $I_{dc}$  與一倍頻的正頻率為例子，要使兩頻率之間的  $I_{dc} \cdot \delta(f) \otimes$

$\text{Sinc}(af) + \frac{I_{1f}}{2} \cdot \delta(f - f_0) \otimes \text{Sinc}(af)$  函數恰可鑑別，直流值  $I_{dc} \cdot \text{Sinc}(af)$  的零點必須要落在一倍頻  $\frac{I_{dc}}{2} \cdot \delta(f - f_0) \otimes \text{Sinc}(af) = \frac{I_{dc}}{2} \cdot \text{Sinc}(a(f - f_0))$  函數的

中心點上，此兩訊號才不會互相重疊干擾，如圖 3-1 所示。其他倍頻

間的關係也可以依此類推。因此  $\text{Sinc}(af)$  的第一零點必須落在  $\frac{f_0}{n}$  的地

方， $n \in N$ 。所以  $\text{Sinc}(af_0)$  的一半寬度為  $\frac{1}{a} = \frac{f_0}{n}$ ， $a = \frac{n}{f_0} = n \cdot T_0$ ， $T_0$  為訊

號的週期，因此取樣長度要為訊號週期的倍數

$$a = \frac{n}{f_0} = nT_0, \quad n \in N, \quad T_0 \text{ 為訊號的週期} \quad (3.4)$$

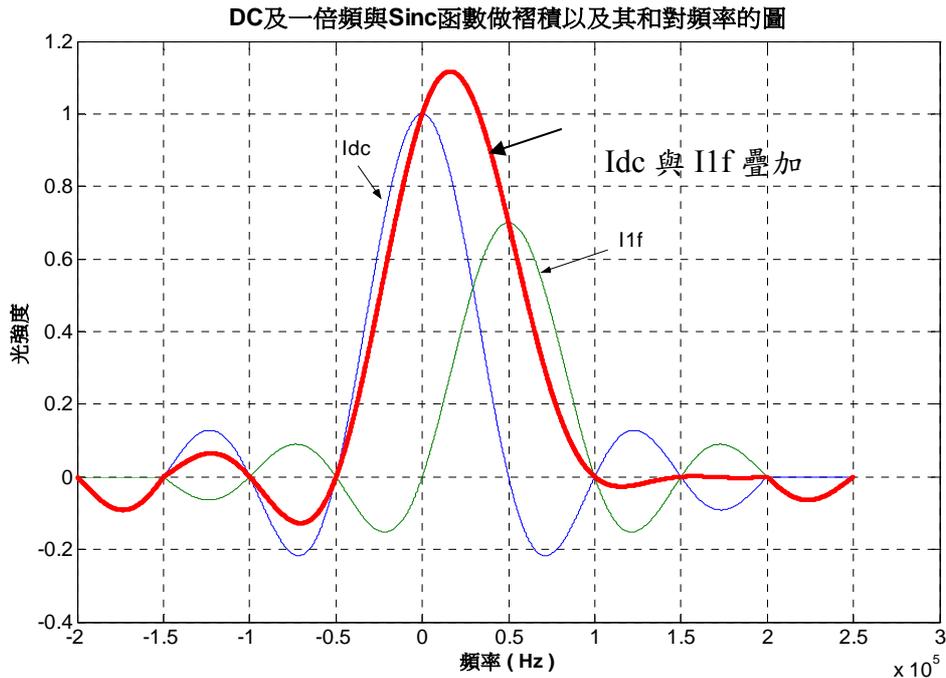


圖 3-1 直流及一倍頻與 Sinc 函數褶積的結果恰可鑑別

## 二. 取樣頻率(Sampling rate $f_s$ )

取樣頻率  $f_s$  影響頻域上兩樣事情，一為 Nyquist Rate，二為時域及頻域上的點數。

首先取樣頻率  $f_s$  要大於 Nyquist Rate， $f_s > 2f$ ，此時在頻域上訊號才不會互相干擾，因此取樣頻率所要考慮的其他影響只有剩下取樣點數的問題。

由離散傅立葉轉換的定義我們得知時域上有  $N$  個取樣點數對應於頻率上就會有  $N$  個點[9]。假設 PEM 的振動頻率為  $f_0$ ，當取樣頻率為  $f_s$  表示時域上一週期共取樣了  $f_s / f_0$  個點。取樣頻率  $f_s$  表示在頻域上頻率長度為  $f_s$ ，且頻域上的點數與時域上相同皆有  $f_s / f_0$  個點，因此頻域上每一點頻率的間隔為  $f_0$ 。又離散傅立葉轉換為離散的時域對應到離散的頻域，只有離散值並沒有小數值，所以要正確的表達一個週期內的訊號，取樣頻率要剛剛好恰為 PEM 頻率的整數倍，所以  $f_s = n \cdot f_0$ ， $n \in N$ 。由 Nyquist Rate 得知  $f_s$  至少為  $2f_0$ ，所以取樣頻率

為訊號頻率的整數倍且至少為兩倍。

$$f_s = n \cdot f_0, \quad n \in N, \quad n > 2. \quad (3.5)$$

### 三. 取樣的方法

若取樣長度為一週期，在頻域上離散頻率點之間的距離剛好為 PEM 訊號頻率  $f_0$ 。我們想在各倍頻之間多加一點，且這一點可以把我們有興趣的倍頻訊號分隔開來，我們拿的取樣的點數為一週期取樣點數的兩倍，也就是取樣長度取了 PEM 訊號週期的兩週。恰巧地，取樣長度在頻域所造成的結果， $\delta(f) \otimes \text{Sinc}(2af) = \text{Sinc}(2af)$  的第二零點會落在一倍頻  $\delta(f - f_0) \otimes \text{Sinc}(2af) = \text{Sinc}(2a(f - f_0))$  的中心變成恰可鑑別，如圖 3-2 所示。其他倍頻可以依此類推。因此各倍頻之間不會相互影響，且分隔各倍頻的頻率點的函數值為 0，我們可以輕易的分辨並抓取到各個倍頻訊號的值。因此在相同的頻寬之下，想要增加頻域上的點數就要增加取樣周期的數目，我們增加頻域上的點數多一倍，取樣長度就增加了一倍，因此取樣長度我們取 PEM 周期的 2 倍，也就是兩週來做一次傅立葉轉換。

在取樣頻率方面，我們想要量到輸出光訊號的四倍頻，要滿足 Nyquist rate 條件底下，取樣頻率至少要是 PEM 4 倍頻訊號的 2 倍，也就是  $51 \times 4 = 204$  KHz 的 2 倍，為 408 KHz。所以取樣頻率至少要取 PEM 頻率 51 KHz 的 8 倍，且要為 PEM 頻率的整數倍。為了一併處理時域上波形的表現，我們採用 DAQ 卡的最高取樣頻率 5M Hz 當作我們的取樣頻率，此為 PEM 基頻 51 KHz 的 98 倍，符合(3.5)式是為訊號頻的倍數。

取樣週期為 PEM 的兩周期，做一次傅立葉轉換，理論上頻域每一個點的間隔為 25.5 KHz，只有在倍頻訊號上面有函數值在其餘非倍頻訊號的頻率點上的函數值均為 0。

所以我們取 5M Hz 的取樣頻率來擷取所有的數據，而在頻域解析法中我們取兩週做傅立葉轉換。(3.6)

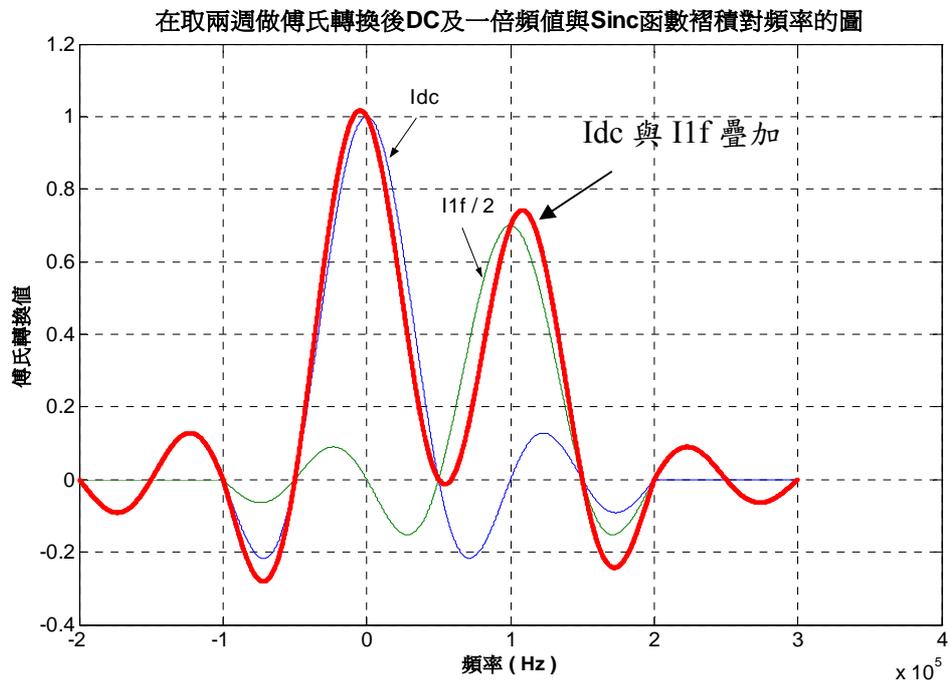


圖 3-2 兩週取樣週期直流及一倍頻與 Sinc 函數褶積的結果

### 3.3 實驗架構

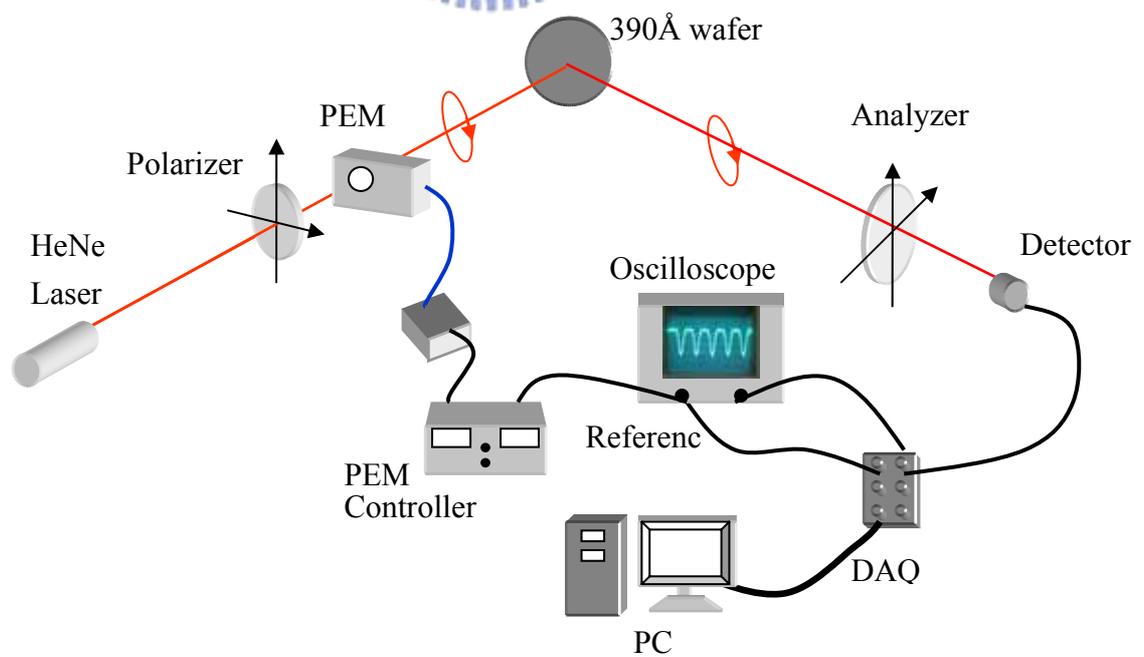


圖 3-3 反射式光彈調變量測系統基本架構圖

以下為實驗器材：

1. He-Ne Laser: Melles Griot laser 10mw.
2. Polarizer, Analyzer: Melles Griot 03FPG015 sheet polarizer of extinction ratio  $10^{-4}$ .
3. PEM (Photoelastic Modulator) : Hinds instruments, PEM-90
4.  $\text{Si}_2\text{O}_2/\text{Si}$  六吋 390 Å wafer
5. Detector: Thorlabs PDA55 silicon pin diode Spectral Range:400-1000 nm
6. DAQ card (Data Acquisition card): NI PCI-6111
7. LabVIEW
8. NI Lock-In Amplifier StartUp Kit

### 3.4 實驗步驟

將偏光片的方位角置於 $-45^\circ$ ，將 PEM 光軸放在  $0^\circ$ ， $70^\circ$ 入射到  $\text{SiO}_2/\text{Si}$  的薄膜，反射後經過方位角位於  $45^\circ$ 的析光片，經由光偵測器收光，並由 DAQ Card 將接收到的光的資訊儲存下來做事後分析，並與 NI Lock-In Amplifier 程式所計算出來的各倍頻值做比對。虛擬 NI Lock-In Amplifier 程式位於附錄 B 有詳細的說明。

在擷取的過程中，由 LabVIEW 取波形程式，選定好取樣頻率(Scan rate) 5M Hz 以及總共想要取到的點數(Scan number) 0.5 M 相當於 1 秒鐘的資料量，紀錄在所要的目錄以及檔名之下(副檔名為 txt 檔)，之後交由附錄 C 的程式用 Matlab 做快速傅立葉轉換，我們可以得到  $I_{dc}$ 、 $I_{1f}$ 、 $I_{2f}$ 、 $I_{3f}$ 、 $I_{4f}$  或者其他各倍頻訊號，但是我們只需要用到  $I_{DC}\sim I_{4f}$  倍頻即可，由(2.19)式及可算出  $\Delta_0$ ，而由(2.24)以及(2.30)式，我們便可以計算出樣品的橢圓偏光參數  $\Psi$  以及  $\Delta$ 。

### 3.5 實驗結果

將擷取下來的檔案交由附錄 C 用 Matlab 做計算，在程式之中我們用 5MHz 的取樣頻率，以及兩周期的樣本數來做快速傅立葉轉換，結果如圖 3-4 所示。與理論結果吻合，倍頻值中間的非倍頻值幾乎為 0，可以當作分辨各倍頻訊號的區隔。

因為 PEM 面板上面顯示的頻率並非精確值，我們並沒有調整取樣頻率剛好是 PEM 訊號頻率的週期倍數讓 DAQ 卡來精確的抓訊號，因此所抓的點並沒有精確的滿足取樣頻率與取樣長度所需滿足的條件。因此非倍頻的點的強度就並非完全為 0，而計算出來的倍頻值也會有誤差，並不完全正確，所以我們拿我們計算得到的各倍頻的值與 NI 虛擬鎖相放大器來做比較。

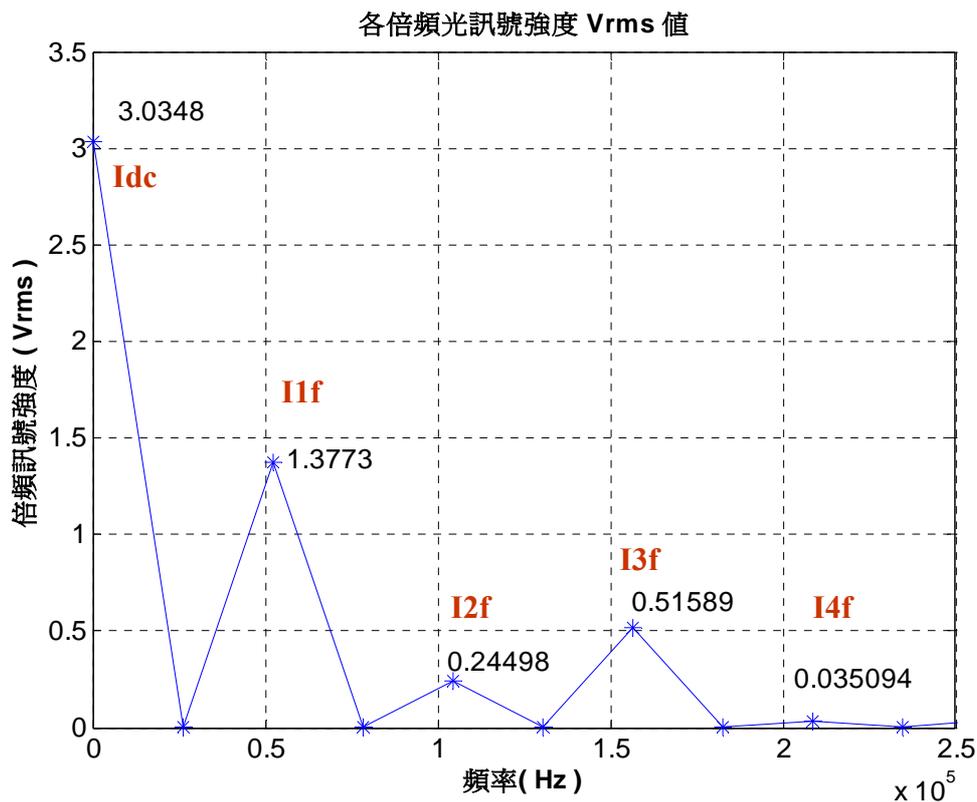


圖 3-4 使用 FFT 法取到頻域上各倍頻的值

以  $I_{1f}$  為例子，如圖 3-5 所示，初期發展過程還不知道程式能抓取的時間區段，而任由 LabVIEW 程式抓取，但事後才知道程式會分開抓取 11 個區段，每段的時間間隔約為 2 毫秒，而非連續的。因此在

不連續點會計算到錯誤的值，在圖上會看到突起的現象。我們發現計算出的值，除了每個區段的誤差飄動( fluctuation )之外，在不同區段還會微幅的周期性的波動。各區段之中最大飄動值為 0.001855 V，不同區段間的最大波動值為 0.001769 V，平均值在 1.3773 V，所以各區段的誤差飄動及波動幅度都約為 0.14%，誤差都已經很小。且  $I_{1f}$  的值與 NI Lock-In Amplifier 程式(之後我們都簡稱做 NI Lock-In)所量出來的值也都非常吻合。如表 3-1 表 3-2 所示。

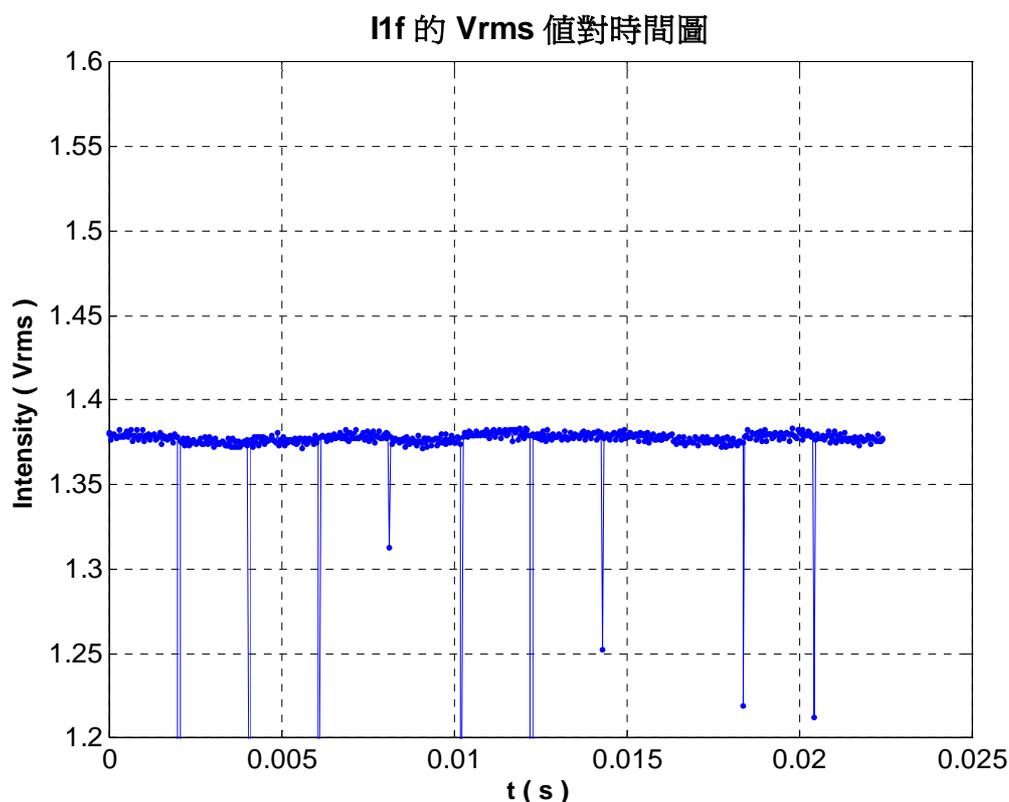


圖 3-5 抓取 I1f 的訊號對時間圖

區段	Idc	I1f(Vrms)	I2f(Vrms)	I3f(Vrms)	I4f(Vrms)
1	3.04235	1.378671	0.243844	0.514319	0.034532
2	3.033725	1.374988	0.249681	0.512364	0.037926
3	3.0361	1.376096	0.243552	0.513384	0.034591
4	3.036033	1.375994	0.243519	0.513062	0.034599
5	3.038908	1.378671	0.249352	0.512441	0.037391
6	3.045239	1.380306	0.244233	0.514552	0.034512
7	3.041325	1.378971	0.250148	0.513302	0.038186
8	3.041848	1.378683	0.244841	0.513471	0.034567

9	3.03585	1.375733	0.2442	0.512358	0.034539
10	3.043488	1.379508	0.244531	0.514191	0.034513
11	3.038522	1.377408	0.243943	0.513525	0.034568

表 3-1 FFT 法所求得  $I_{dc}$  以及各倍頻訊號

	$I_{dc}$	$I_{1f}(V_{rms})$	$I_{2f}(V_{rms})$	$I_{3f}(V_{rms})$	$I_{4f}(V_{rms})$
1	3.03649	1.376631	0.246697	0.512629	0.035986
2	3.036449	1.376634	0.246665	0.512629	0.035984
3	3.036684	1.376638	0.246633	0.512638	0.035987

表 3-2 三組鎖相放大器的各倍頻訊號

我們同時拿 NI Lock-In 的程式做實驗來比對，其取得各倍頻資訊的速度為一秒鐘兩組資訊，我們將其量測的結果列在表 3-2。將表 3-1 與表 3-2 做比對， $I_{dc} \sim I_{4f}$  誤差都在小數點後第三位。因此以頻譜的方法，除了可以穩定地與精準地量到  $I_{dc}$  以及各倍頻值之外，我們還可以量到 40 微秒的資訊，相當於一秒鐘可以量測到 25000 組偏光資訊，比起 NI Lock-In 程式快了 12500 倍。因此我們便可以藉由這 25000 組偏光資訊探討在 40 微秒內發生的事情。

$I_{1f}$  的  $V_{rms}$  值對時間圖

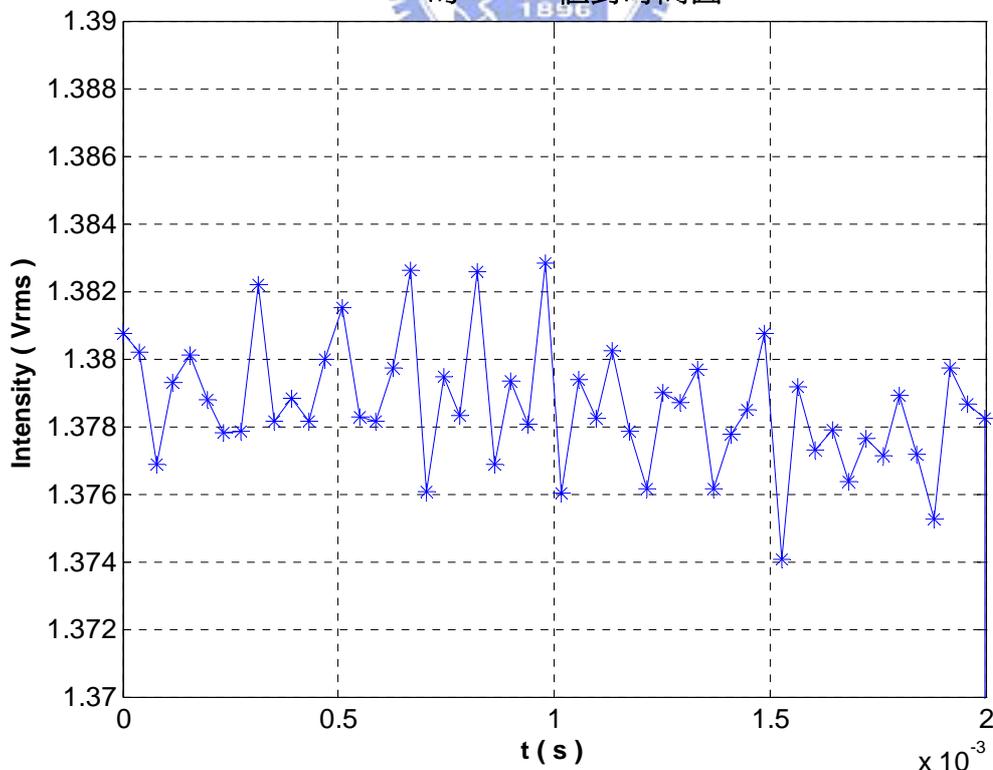


圖 3-6  $I_{1f}$  在 2 毫秒內的飄動及波動

我們先拿第一區段來觀察，如圖 3-6 所示，為第 0~2 毫秒的時間。雖然我們可以量測到 40 微秒的偏光變化，但是會上下誤差漂動，需要再多一點時間點來確認更精準的量測值，我們選定 14 個點約 0.52 毫秒的平均結果來檢視飄動的誤差，來得到比較準確的值。因此我們可以說我們可以量到 40 微秒的變化，精準度已經達到了，但我們還需要 0.52 毫秒的時間來看平均的狀態來達到更好的精準度條件。每 0.52 毫秒平均與 Lock-In 比較結果如表 3-3 所示。

	毫秒	I <sub>1f</sub> (Vrms)	標準差
<b>FFT</b>	0.00 - 0.52	1.37935	0.001506
	0.52 - 1.40	1.379171	0.001695
	1.40 - 1.56	1.378233	0.001502
	1.56 - 2.08	1.377718	0.001274
<b>Lock-In</b>	0.00 - 0.50	1.376631	

表 3-3 在 2 毫秒區間所量測到的  $I_{1f}$  值與 Lock-In 量測值做比較

由表 3-3 以及圖 3-6 得知倍頻會有上下飄動以及週期波動的現象，藉由較多點數平均可以檢視波動的狀況，將在稍後做討論。

於是由量到的  $I_{dc}$ 、 $I_{1f}$ 、 $I_{2f}$ 、 $I_{3f}$ 、 $I_{4f}$  來計算橢圓偏光參數  $\Psi$  與  $\Delta$ ，由(3.4)式計算出  $\delta_0$ ，代回(3.5)、(3.6)式便可得到  $\Psi$  與  $\Delta$ ，量測到的值如圖 3-7 以及表 3-4 所示。

	毫秒	$\Psi$	標準差	$\Delta$	標準差
<b>FFT</b>	0.00 - 0.52	19.39914	0.045135	102.1664	0.113924
	0.52 - 1.40	19.39643	0.042449	102.19	0.086023
	1.40 - 1.56	19.39787	0.041179	102.198	0.121843
	1.56 - 2.08	19.39382	0.046542	102.1827	0.083438
<b>Lock-In</b>	0.00 - 0.50	19.40562		102.352	

表 3-4 在 2 毫秒區間所量測到的  $\Psi$ 、 $\Delta$  值與 Lock-In 值做比較

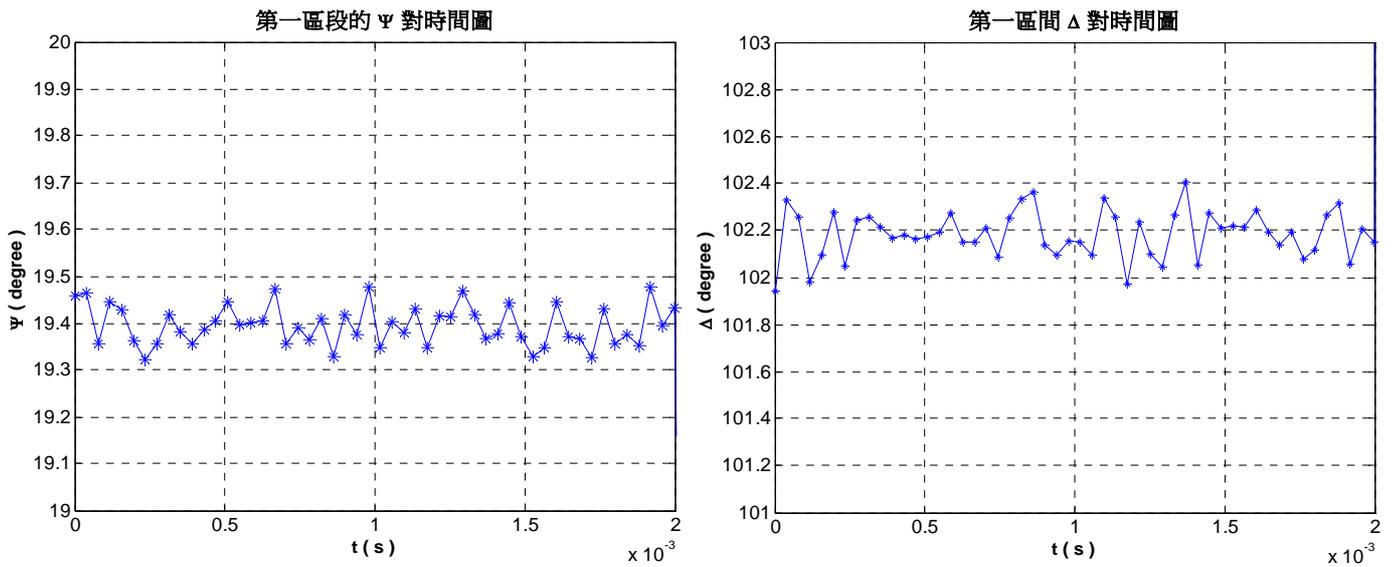


圖 3-7 第一區段內  $\Delta$  與  $\Psi$  對時間圖

與 Lock-In 的結果相比， $\Psi$  相當準確， $\Delta$  差了  $0.2^\circ$ ，也非常準確，且誤差飄動的幅度也不大。

$\Psi$  以及  $\Delta$  對時間圖

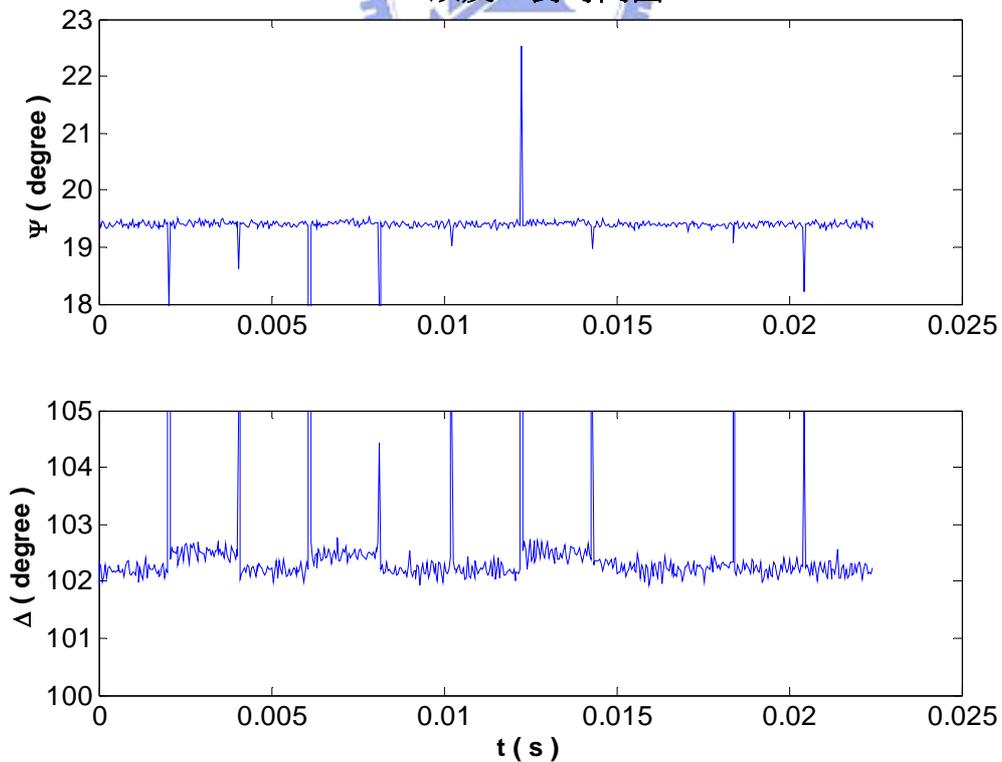


圖 3-8 不同區段的  $\Delta$  及  $\Psi$  值

	區段	$\Psi$	標準差	$\Delta$	標準差
<b>FFT</b>	1	19.39592	0.042681	102.1842	0.102122
	2	19.42024	0.041795	102.5071	0.102241
	3	19.40106	0.035015	102.192	0.090488
	4	19.39644	0.039479	102.1952	0.101436
	5	19.42239	0.041144	102.4771	0.110834
	6	19.39716	0.04185	102.1939	0.103346
	7	19.42159	0.036518	102.5024	0.117705
	8	19.39352	0.037961	102.244	0.122543
	9	19.38908	0.033023	102.2387	0.095733
	10	19.39806	0.038364	102.2175	0.099616
	11	19.40114	0.043801	102.2045	0.107728
<b>Lock-In</b>	0.00 – 0.5	19.40562		102.352	

表 3-5 11 個區段的  $\Delta$  以及  $\Psi$  值及其飄動值與 Lock-In 量測值

如表 3-5 所示，在 11 個區段較長的時間(0~20 毫秒)做量測  $\Psi$  依然相當準確， $\Delta$  會做週期性的波動，其長時間平均值為 102.2869 與 NI Loc-In 只相差 0.07°。其產生的原因，我們懷疑為 DAQ 卡的取樣頻率並非為 PEM 訊號的倍數，交由電腦做自動運算，因此每次起始點會改變，當起始點回到來的地方就剛好會週期性的產生。因此我們將取下來的波形由不同的起始點來做傅立葉轉換，將其計算出來的  $\Delta$  做個比較，其結果如圖 3-9 所示。

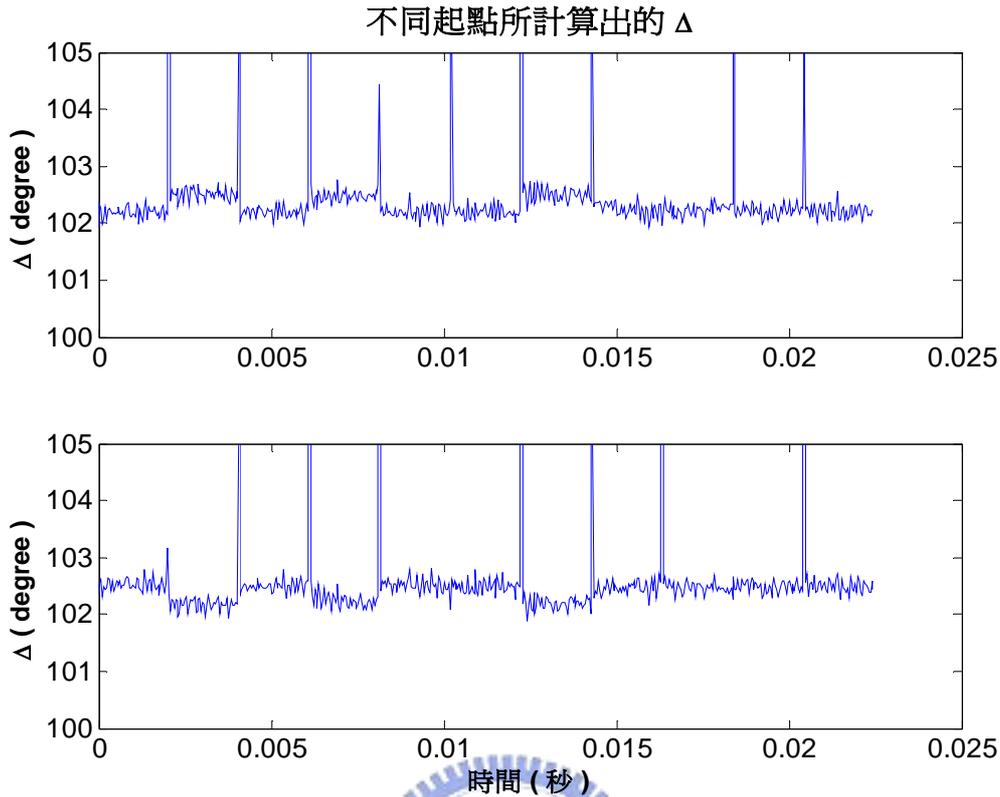


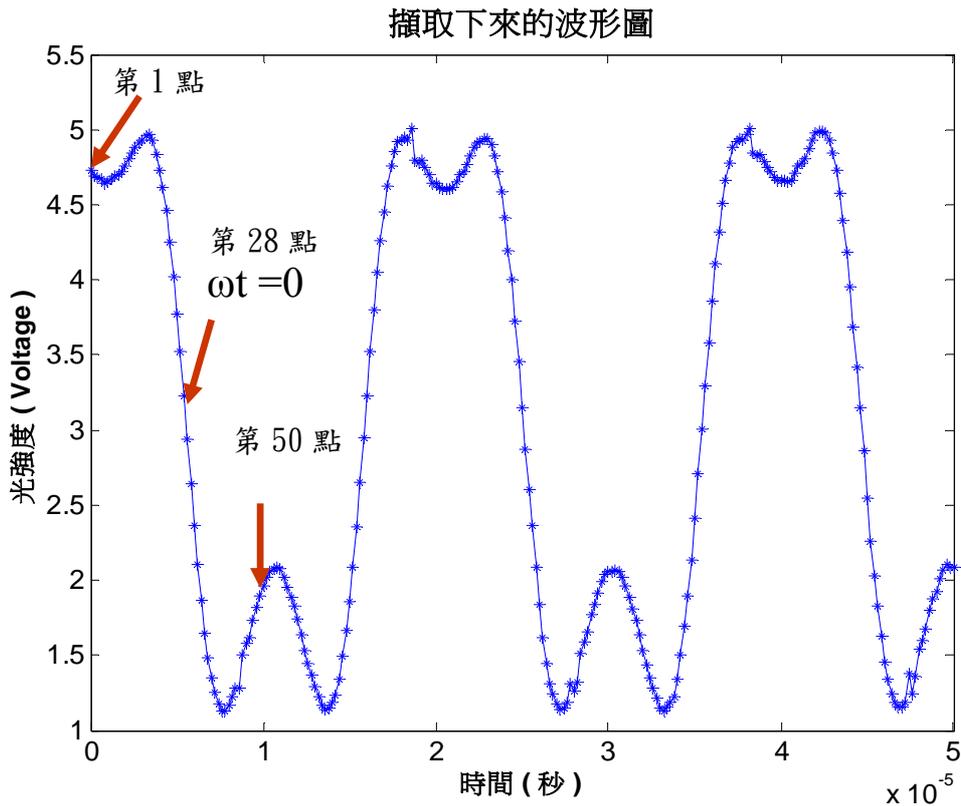
圖 3-9 不同起始點所計算出的  $\Delta$  比較圖

擷取下來的波形並不改變，但是起始點不同做傅立葉轉換計算出來的  $\Delta$  會不相同。當起始點為第一點的時候，所計算出來的  $\Delta$  如圖 3-9 的上半圖所示，而當起始點為第 50 點，相當於第一個點的相位多  $90^\circ$  的位置，所計算出來的  $\Delta$  如圖 3-9 的下半圖所示，兩者的  $\Delta$  相差了  $0.4$  度。由理論式  $I_0/4 \times [1 - 2 \cdot \text{Cos}(\Delta - \Delta_I - \delta_0 \cdot \text{Sin}\omega t) \cdot \text{Tan}\Psi + \text{Tan}^2\Psi]$  推算，當  $\omega t = 0$  的時候，其位置相當於第 28 點的時候，起始相位為  $0$ ，才符合  $\Delta_p = \Delta_I + \delta_0 \cdot \text{Sin}\omega t$  的訊號。第 1 點的相位所造成的  $\Delta_p$  相當於  $\Delta_p \cong \Delta_I + \delta_0 \cdot \text{Sin}(\omega t - \pi/2) \cong \Delta_I - \delta_0 \cdot \text{Cos}\omega t$ ，第 50 點的相位所造成的相位差相當於  $\Delta_p = \Delta_I + \delta_0 \cdot \text{Sin}(\omega t + \pi/2) \cong \Delta_I + \delta_0 \cdot \text{Cos}\omega t$ ，此時所用的理論模型 (2.12) 與 (2.13) 式會變成

$$\text{Cos}(\text{Cos}\Delta_p) = J_0 - 2J_1 \cdot \text{Cos}2 \cdot 2\pi f_0 t + 2J_3 \cdot \text{Cos}4 \cdot 2\pi f_0 t - \dots$$

$$\text{Sin}(\text{Cos}\Delta_p) = 2J_2 \cdot \text{Cos}2\pi f_0 t - 4J_4 \cdot \text{Cos}3 \cdot 2\pi f_0 t + \dots$$

藉由(2.24)、(2.30)式來算出  $\Delta$ 、 $\Psi$  會造成錯誤，所以每次做計算的時候必須要控制適當的相位零點位置。但是程式目前並沒有自動選取相位零點的功能都交由電腦做全部的運算，所以會看到計算出來的  $\Delta$  會有週期性的變動誤差。要自動選取相位零點的位置必須要有觸發 (trigger) 來抓取相位零點或者由程式計算出相位的零點。



其原因是取樣頻率設定成 PEM 的振動頻率，但是並非抓的精準的一週期 98 個點而是一週期 97.75 個點。因此交由程式自動運算的時候，每次取  $98 \times 2 = 196$  個點做快速傅立葉轉換，每經過 4 週期相位就會往又移動 1 個點，經過  $4 \times 98$  週期相位就會位移 98 個點相當於一週期，但是我們取兩週做一次傅立葉轉換來計算出  $\Delta$  以及  $\Psi$ ，所以  $\Delta$  與  $\Psi$  每經過 200 點會有一次週期的循環，在圖 3-11 可看到  $\Delta$  計算出週期性波動的結果比  $\Psi$  明顯。

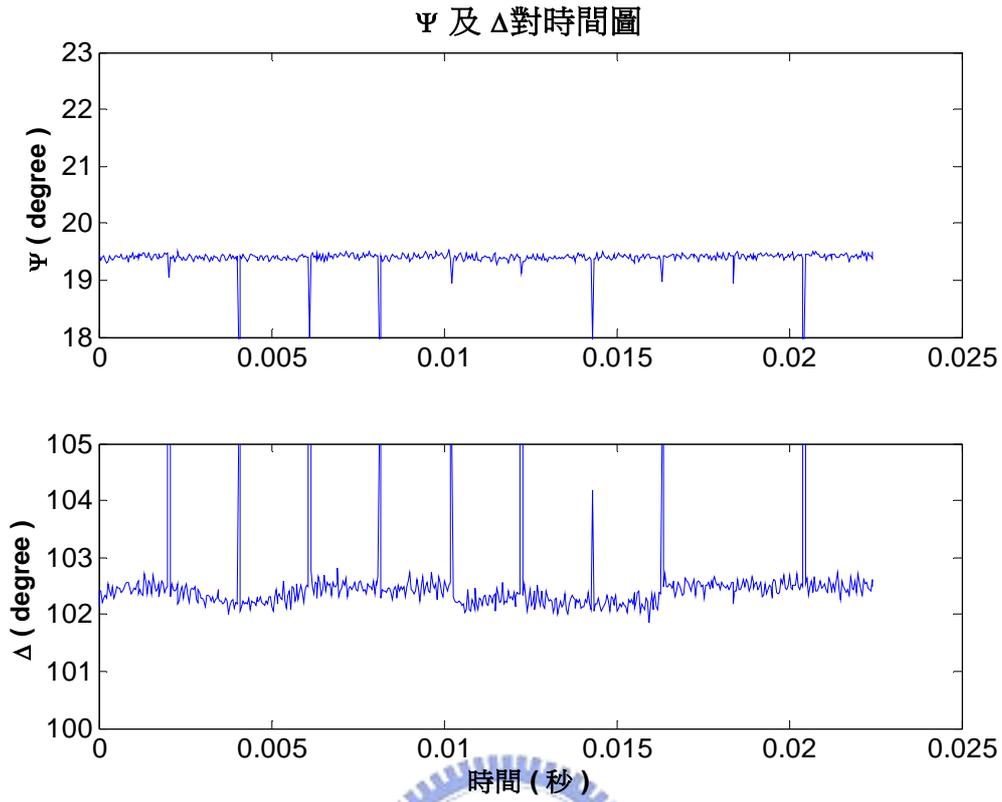
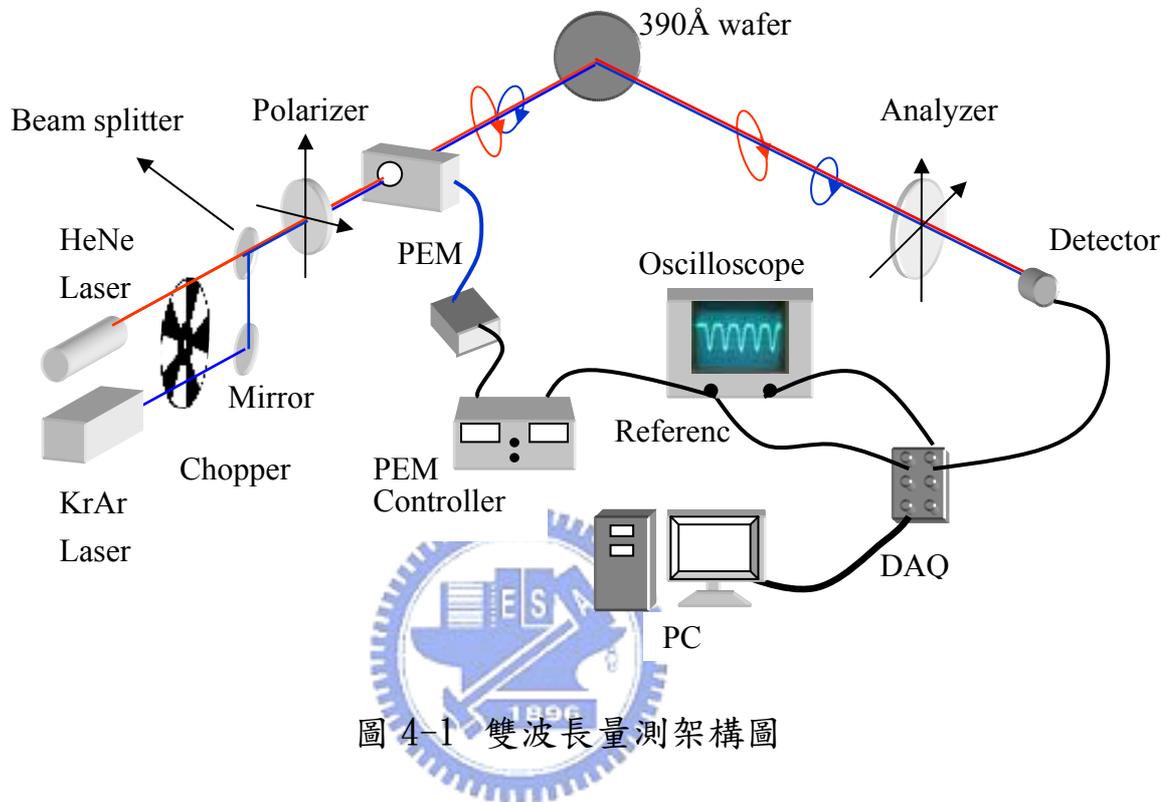


圖 3-11 起始相位修正為  $0^\circ$  時  $\Delta$  與  $\Psi$  對時間圖



# 第四章 交替雙波長的靜態樣品量測

## 4.1 實驗架構



如架構圖

以下為實驗器材：

1. He-Ne Laser: Melles Griot laser 10mw.
2. Kr-Ar Laser: Melles Griot
3. Chopper: 五葉，馬達的最大為轉速 100 r.p.s，最快為 500 Hz
4. Beam Splitter: 50/50
5. Polarizer, Analyzer: Melles Griot 03FPG015 sheet polarizer of extinction ratio  $10^{-4}$ .
6. PEM ( Photoelastic Modulator) : Hinds instruments, PEM-90
7.  $S_iO_2/S_i$  六吋 390 Å wafer
8. Detector: Thorlabs PDA55 silicon pin diode Spectral Range:400-1000 nm

9. DAQ card ( Data Acquisition): NI PCI-6111

10. LabVIEW

11. NI Lock-In StartUp kit Amplifier

## 4.2 實驗目的

由截波器來架構交替雙波長量測的系統，並藉由波形量測法去掉系統的輸出時間(I/O time)，可以在短暫時間內得到多組的偏光資訊將雙波長的方法加以實現。

## 4.3 實驗方法

KrAr 雷射選擇在 488 nm 的藍光雷射下，調整 HeNe 與 KrAr 雷射的光路上下平行，在進入分光鏡時將兩道光合在一起變成同一光路，並在進入分光鏡之前由對稱的五葉截波器( chopper )來交替選光，因為截波器是對稱的只要兩路光線平行且兩路光線所在的平面經過截波器的中心，此兩光線便可以因為截波器的對稱而交替的選光。偏光片的方位角位於 $-45^\circ$ ，將 PEM 光軸校正到  $0^\circ$ ，以  $70^\circ$  的入射角打到  $\text{SiO}_2/\text{Si}$  的薄膜，反射後經過方位角位於  $45^\circ$  析光片，經由光偵測器收光，並由 DAQ 卡將接收到的光的資訊儲存下來做事後分析。在擷取的過程中，選定好恰當的取樣頻率( sampling rate )及總共擷取的時間，之後擷取下來的波形交由 Matlab 做波形分析。

## 4.4 實驗結果

### (1)交替雙波長量測

擷波器的轉速到為 100 Hz，共五葉交替選光，所以交替頻率為 500 Hz，因此在圖 4-2 可以看到 0.01 秒內有五次週期的包絡面，每個包絡面包含兩種波長，光強度較大的包絡面是 632.8 nm 波長擷取到的波形，另一個則是波長為 488 nm 的包絡面。而圖中光強度為 9 V 的訊號是 488 nm 與 632.8 nm 兩道光都通光截波片所相加出來的光強

度，而 0 V 的時候是兩道光都不通過的時候。因為我們無法將擷波器精準到調到轉動時剛剛好交替雙波長而不漏光，因此會有兩道光路都過與兩道光路都不過的現象，相當於不連續點，在這些地方的所計算出的值並非有用的資訊而需要被忽略掉。

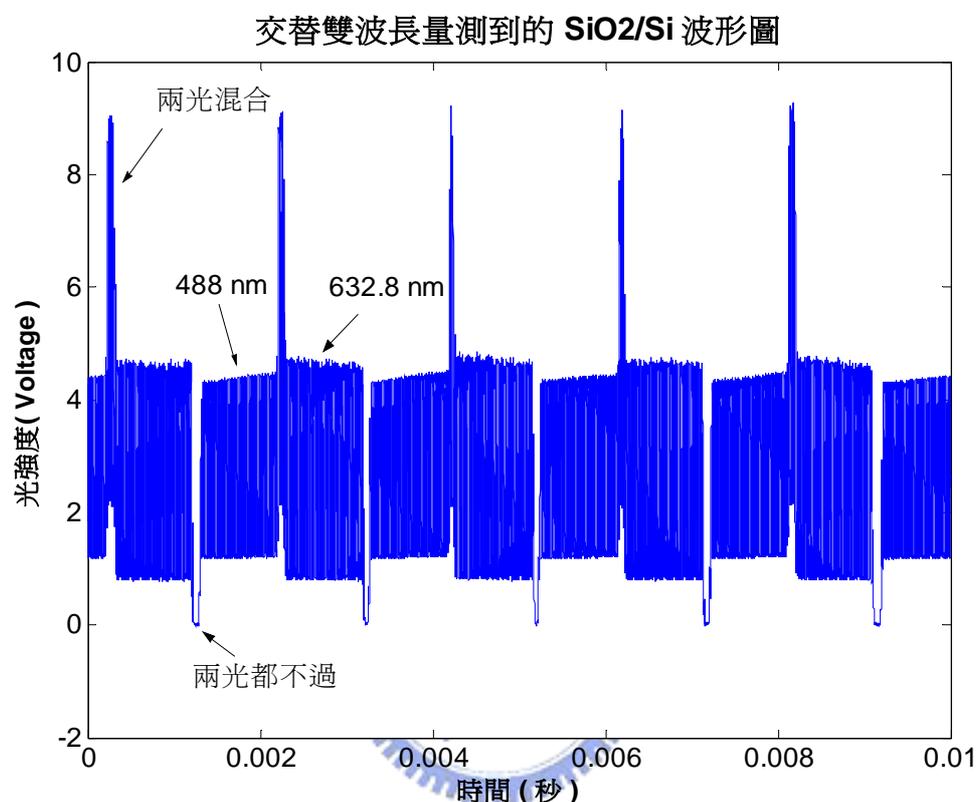


圖 4-2 0.01 秒內交替雙波長所以抓取的波形包絡面圖

圖 4-3 分別為 632.8 nm，兩光混合(488 nm 與 632.8 nm)，以及 488 nm 的光對於 390Å 的 SiO<sub>2</sub>/Si 薄膜量測時的波形表現圖。不同的光波長對於 PEM 波形會有不同的改變，其凹凸程度不相同，488 nm 明顯的比起 632.8 nm 的凹凸的程度更往內凹，而在兩光都通過的地方波形的凹凸程度介於兩者之間，相當於 632.8 nm 與 488 nm 兩波形的混合。由附錄 A 中我們得知，波形內凹的程度越多表示偏振光所見到的相位差  $\Delta$  越大。圖 4-4 為 488 nm，兩道光都不過，632.8 nm 對於 390Å 的 SiO<sub>2</sub>/Si 薄膜量測時的波形表現圖。

觀察兩道光線混合以及都被遮住光的區域都包括 6-7 個波形，因此如果用頻域以兩週期做分析，所計算出來的  $\Psi$  與  $\Delta$  都會有 4 個壞

的點(錯誤的偏光資訊)需要被捨棄掉。

交替雙波長量測到的 SiO<sub>2</sub>/Si 波形圖

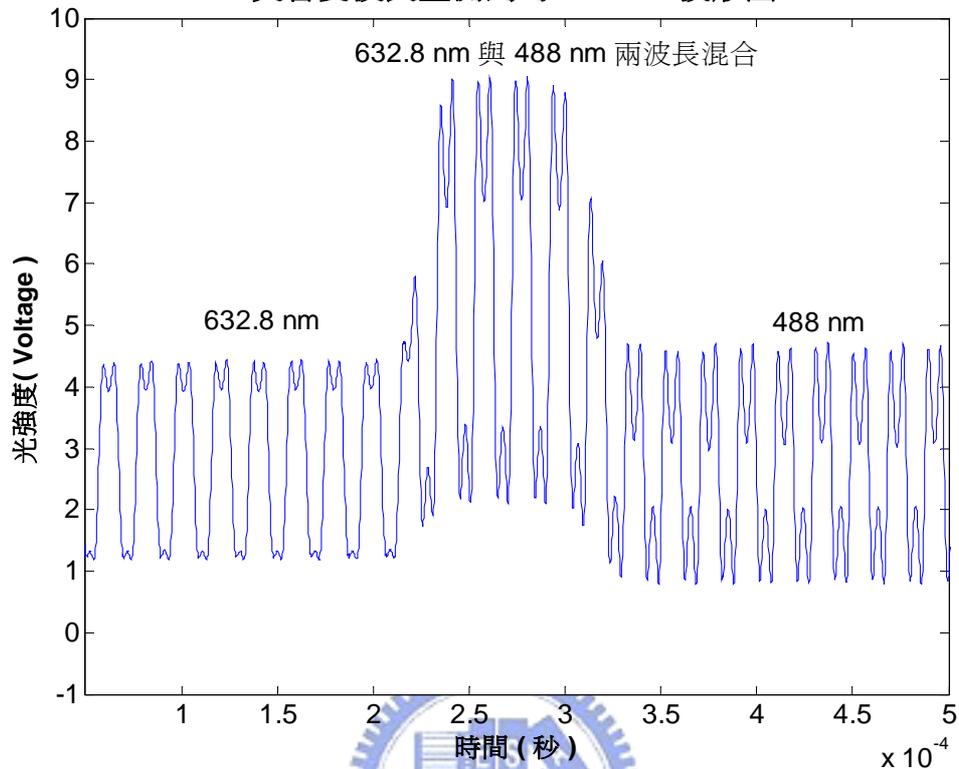


圖 4-3 488 nm 與 632.8 nm 及混合光的波形圖

交替雙波長量測到的 SiO<sub>2</sub>/Si 波形圖

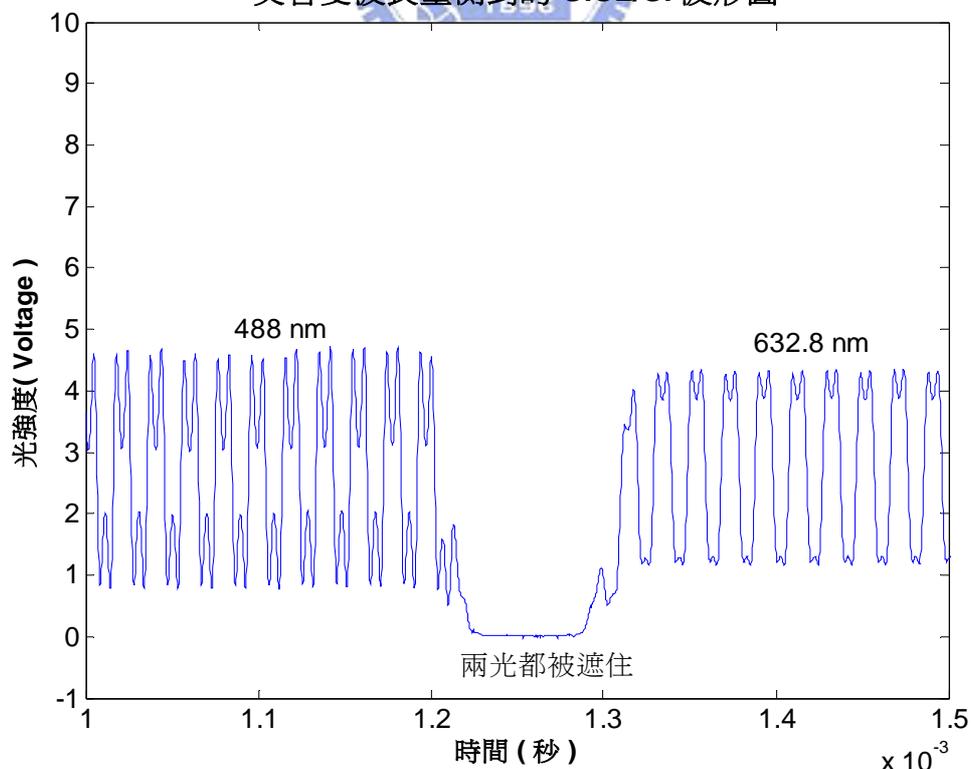


圖 4-4 488 nm 與 632.8 nm 及沒光時候的波形圖

## (2) 由頻域上計算的結果

我調整 PEM 面板的波長為 568.2 nm，並對各波長進行相位調變振幅進行量測，其與理論符合，和波長成反比，如圖 4-5 所示。並將該波長所計算出的光彈調變振幅值  $\delta_0$  帶回(2.24)式與(2.30)式便可以算出樣本的橢圓偏光參數  $\Delta$  和  $\Psi$ 。我們並在交替雙波長的架構下同時進行量測，對不同波長的代入適當的光彈調變振幅來修正並可量測出該樣品的橢圓偏光參數，如圖 4-6 所示。

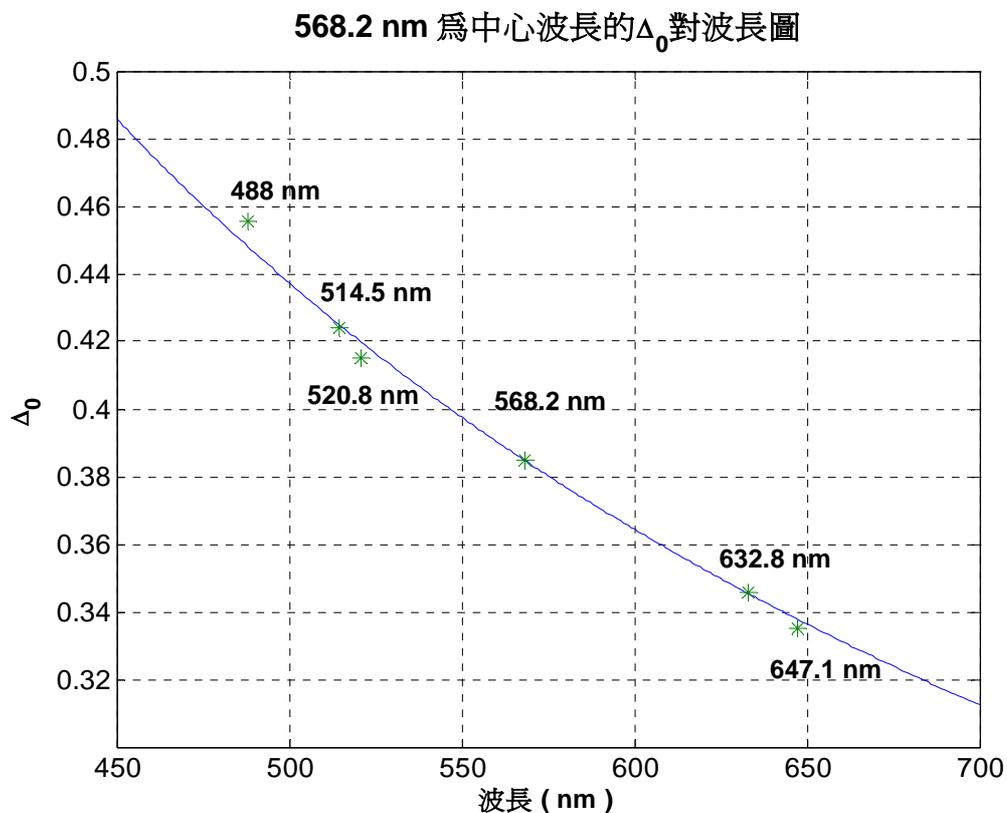


圖 4-5 以 568.2 nm 為中心波長改變不同波長進行量測

交替雙波長量測 $\Delta_0$ 對時間圖

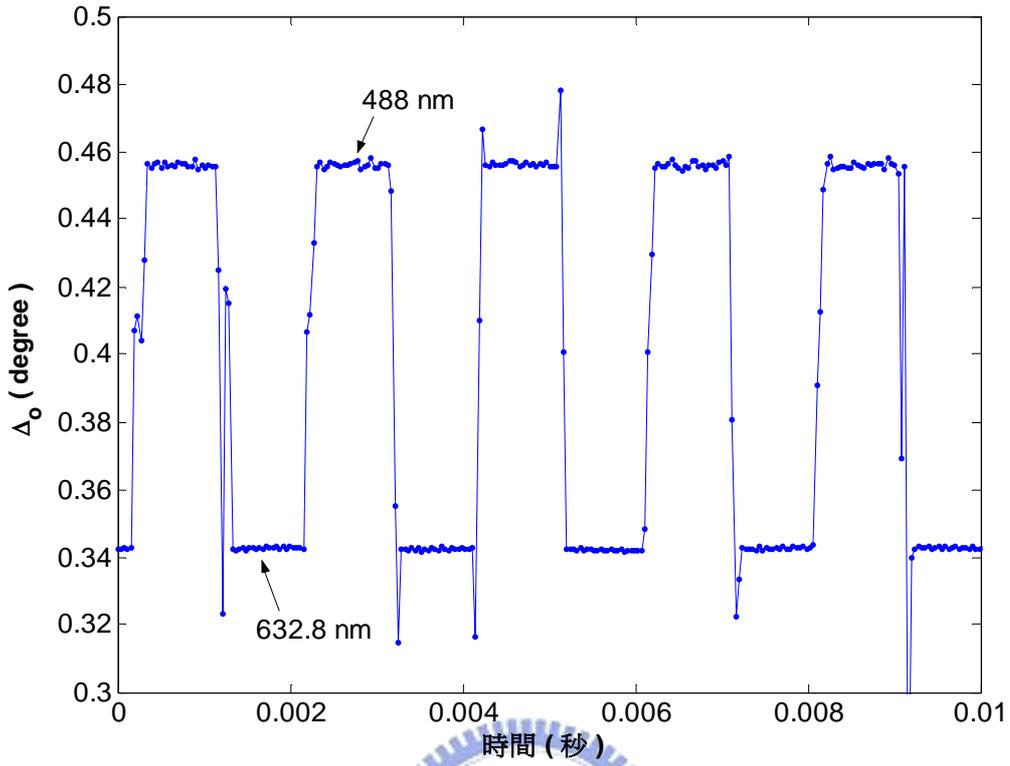


圖 4-6 交替雙波長同時量測的結果

交替雙波長量測 $\Psi$ 對時間圖

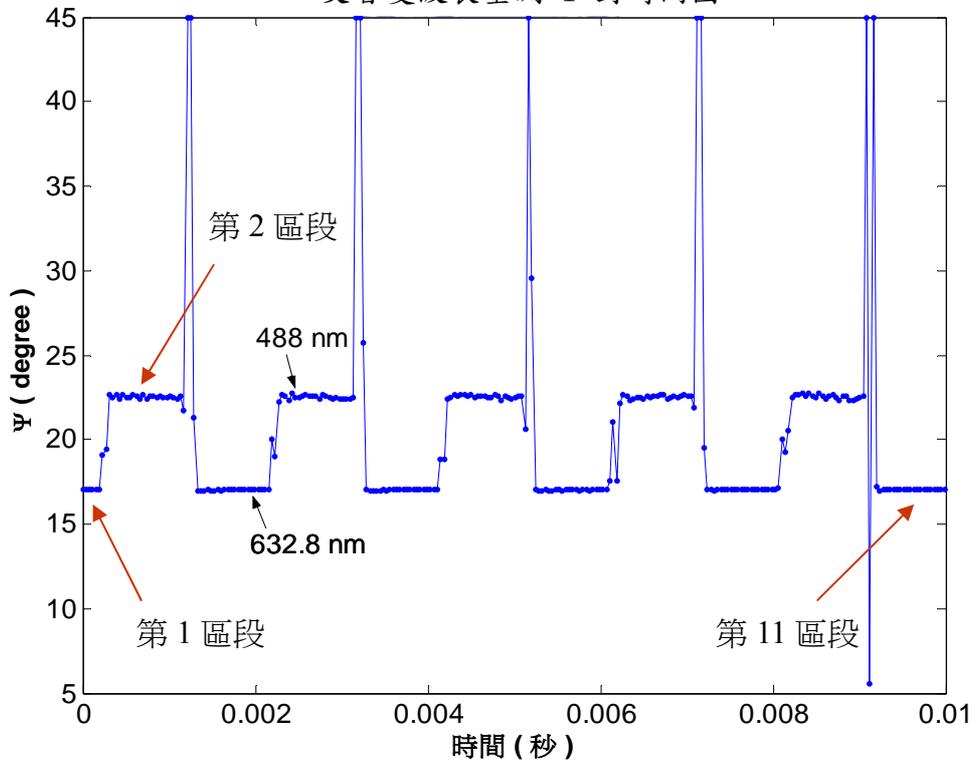


圖 4-7 交替雙波長量測的 $\Psi$ 對時間圖

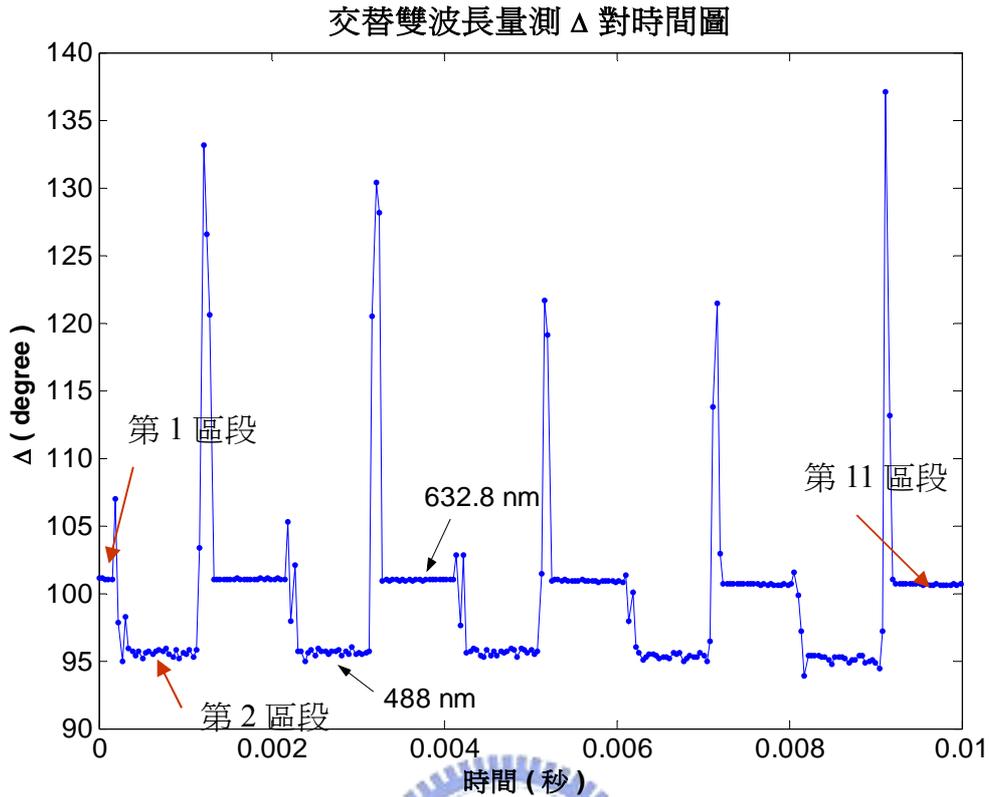


圖 4-8 雙波長量測到  $\Delta$  對時間圖

### (3) 誤差分析

由計算出的  $\Psi$ 、 $\Delta$  之中一共取了 22 個區段來比對較長時間量測的準確性，各區段如圖 4-7 與圖 4-8 所示。各區段相當於截波器一個開口的時間，將此開口內所計算得到的各個  $\Psi$ 、 $\Delta$  值做平均以及標準差的結果如表 4-1 與表 4-2 所示。在每個區段內  $\Delta$  的飄動值約為 0.05 度，除此之外，還有上一章所提到的程式上並未抓取相位零點所計算出來的誤差，會週期性的波動現象。將表 4-1 的各區段平均  $\Delta$  再做平均，100.83 為其平均值也相當於相位為零所計算的結果，未修正相位零點會造成 0.2 度的飄動誤差，要解決此問題，可以藉由人工的尋找相位零點做運算得到  $\Psi$ 、 $\Delta$ ，但是比較耗費人力且費時。比較表 4-1 與表 4-2 的  $\Delta$  的標準差，488 nm 的  $\Delta$  標準差比較大，是因為 KrAr 雷射比較不穩定的結果。

波長	632.8 nm				
$\Psi$	平均值	標準差	$\Delta$	平均值	標準差
第 1 區段	17.0176	0.028103	第 1 區段	100.724	0.039115
第 3 區段	17.0076	0.026806	第 3 區段	100.991	0.052103
第 5 區段	17.02795	0.028718	第 5 區段	101.0319	0.036141
第 7 區段	17.01095	0.013751	第 7 區段	100.98	0.032367
第 9 區段	17.01779	0.020225	第 9 區段	100.925	0.044159
第 11 區段	17.02155	0.017913	第 11 區段	100.6695	0.046733
第 13 區段	17.03827	0.019119	第 13 區段	100.635	0.045539
第 15 區段	17.02857	0.018302	第 15 區段	100.659	0.03375
第 17 區段	16.99577	0.011808	第 17 區段	100.9036	0.071083
第 19 區段	17.01348	0.016543	第 19 區段	101.0124	0.027369
第 21 區段	16.9978	0.01407	第 21 區段	101.0195	0.044423

表 4-1 交替雙波長中 632.8 nm  $\Psi$ 、 $\Delta$  的平均值與標準差

波長	488 nm				
$\Psi$	平均值	標準差	$\Delta$	平均值	標準差
第 2 區段	22.53795	0.107621	第 2 區段	95.39891	0.226732
第 4 區段	22.52168	0.107355	第 4 區段	95.52536	0.237586
第 6 區段	22.53977	0.106576	第 6 區段	95.6585	0.161891
第 8 區段	22.51833	0.091226	第 8 區段	95.531	0.250584
第 10 區段	22.50445	0.130922	第 10 區段	95.2484	0.247588
第 12 區段	22.5405	0.091811	第 12 區段	95.18664	0.246739
第 14 區段	22.52329	0.117417	第 14 區段	95.19071	0.244781
第 16 區段	22.60618	0.089001	第 16 區段	95.27727	0.203678
第 18 區段	22.5241	0.105088	第 18 區段	95.45476	0.287744
第 20 區段	22.5563	0.101536	第 20 區段	95.5879	0.217572
第 22 區段	22.53589	0.136519	第 22 區段	95.5525	0.22396

表 4-2 交替雙波長中 488 nm  $\Psi$ 、 $\Delta$  的平均值與標準差

#### (4) 由時域分析法計算的結果

除了將擷取下來的波形做傅立葉轉換的方法之外，還可以由時域上面的幾個特殊點，來計算橢圓偏光參數，並同時可以擬合波形的形狀。由附錄的公式(A.9)、(A.18)、(A.19)可以計算出  $\Psi$ 、 $\Delta$ 、 $\Delta_0$ 、 $I_0$  等資訊，將計算出來的兩組結果列在表 4-3。與表 4-1 以及表 4-2 結果相比較， $\Psi$  多了  $0.5^\circ$ ， $\Delta$  幾乎不變。因為在時間的解析度為 5MHz 為 PEM 振動頻率的 98 倍，因為 98 個點來解析一週期的波形其解析度並不足夠，當未擷取到正確的点(極值點)時，便會造成計算結果的誤差。

波長	632.8 nm		波長	488 nm	
$\Psi$	平均值	標準差	$\Delta$	平均值	標準差
第 1 區段	17.54573	0.057294	第 1 區段	100.609	0.262758
第 2 區段	22.54334	0.154517	第 2 區段	95.50362	0.705421

表 4-3 由時域法所得第 1,2 區段的  $\Psi$ 、 $\Delta$  平均值與標準差

波長	632.8 nm		波長	488 nm	
$\Psi$	平均值	標準差	$\Delta$	平均值	標準差
第 1 區段	17.0176	0.028103	第 1 區段	100.724	0.039115
第 2 區段	22.53795	0.107621	第 2 區段	95.39891	0.226732

表 4-4 由頻域法所得第 1,2 區段的  $\Psi$ 、 $\Delta$  平均值與標準差

由算出來的結果代入(A.2)式可以用理論式推算出波形並與實際量測到的圖形擬合，如圖 4-9 到圖 4-12 所示。圖 4-9 與 圖 4-11 分別為 488 nm 與 632.8 nm 波長由穿透式架構只經過 PEM 而不加樣本時的波形圖，其光強度對時間的關係式

$I = 0.5I_0 \times (1 - \cos(\delta_0 \sin(2\pi \cdot 51000 \cdot t)))$ 。由附錄公式推導的結果，圖形最大值的的地方為時間相位為  $\pi/2$  與  $-\pi/2$  的地方，圖形最小值的的地方為

線偏振光產生的地方。圖形呈現兩周期的波形，我們發現有一高一低的現象為內秉雙折射所造成的現象[4]。

之後在 PEM 與檢光片之間加入一  $\text{SiO}_2/\text{Si}$  樣品，改由反射式架構，此時所量測到的波形圖，如圖 4-10 及 圖 4-12 所示，其分別為 488 nm 與 632.8 nm 兩不同入射波長，在相同的樣本且相同的環境下所擷取到的波形(圖上為星狀)，以及將表 4-3 所計算出來各別的  $\Psi$ 、 $\Delta$ 、 $\Delta_0$ 、 $I_0$  分別代入  $I = I_0/4 \times (1 + \tan^2 \Psi - \tan \Psi \cdot \cos(\Delta - \Delta_1 - \delta_0 \sin 2\pi \cdot 51000 \cdot t))$ ，所擬合輸出波形的結果(藍色實線)。由圖可知，擬合出來的波形與量測的結果相當吻合。在相同的樣本同樣的環境下，改變不同波長的入射光其量測到波形卻會做改變，因為不同波長的光經過 PEM 光學頭晶體會造成不同的光程差，因此造成不同的橢偏光狀態(改變不同的  $\delta_0$ )，且不同的光經過  $\text{SiO}_2/\text{Si}$  會因折色率的不同而有不同的  $\Psi$ 、 $\Delta$ ，由上式所得到的波形就不相同。為了方便描述，將以上兩個式子整理如下

$$I = 0.5I_0 \times (1 - \cos(\delta_0 \sin(2\pi \cdot 51000 \cdot t))) \quad (4.1)$$

$$I = I_0/4 \times (1 + \tan^2 \Psi - \tan \Psi \cdot \cos(\Delta - \Delta_1 - \delta_0 \sin 2\pi \cdot 51000 \cdot t)) \quad (4.2)$$

此外，比較圖 4-9 與圖 4-10 或者比較圖 4-11 與圖 4-12，其分別由(4.1)與(4.2)式所計算出來的結果，(4.2)式比起(4.1)式在直流項多了  $\tan^2 \Psi$  而時變項  $\cos(\delta_0 \sin(2\pi \cdot 51000 \cdot t))$  之中則多出了  $\Delta$ 。因此在示波器上面觀察波形的話， $\Psi$  影響平均光強度的大小， $\Delta$  則影響波形的凹凸程度。藉由凹凸程度我們可以大致判斷  $\Delta$  的大小，我們發現，當  $\Delta$  越接近 0 度，圖形與 4-8 接近，當  $\Delta$  越接近 90 度，圖形與 4-10 越接近，圖形會向下凹。

圖 4-10 中最大值與最小值為線偏振光產生的地方，極大值的點為時間相位在  $\pi/2$  的地方，極小值為時間相位位於  $-\pi/2$  之處。因此圖 4-9 之中線偏振光在圖 4-10 之中就成為橢偏態，其樣品貢獻的  $\Psi$  與  $\Delta$  滿足(4.2)。因此將來可藉由只經過 PEM 之後的波形與再經過樣品之後所得到的波形做比較來推測樣品的 Mueller Matrix。

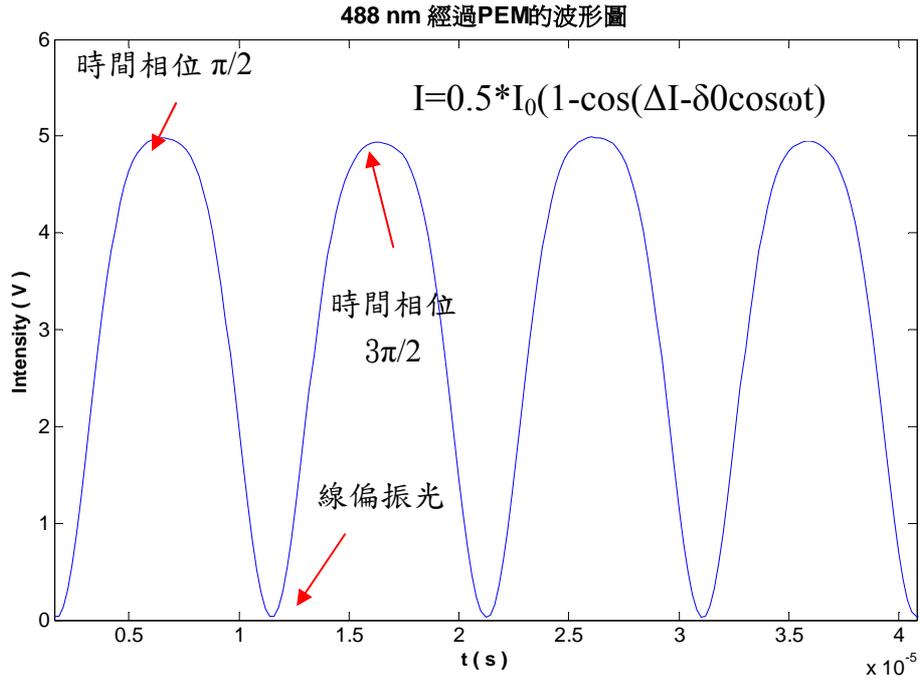


圖 4-9 488 nm 經過 PEM 之後的波形圖

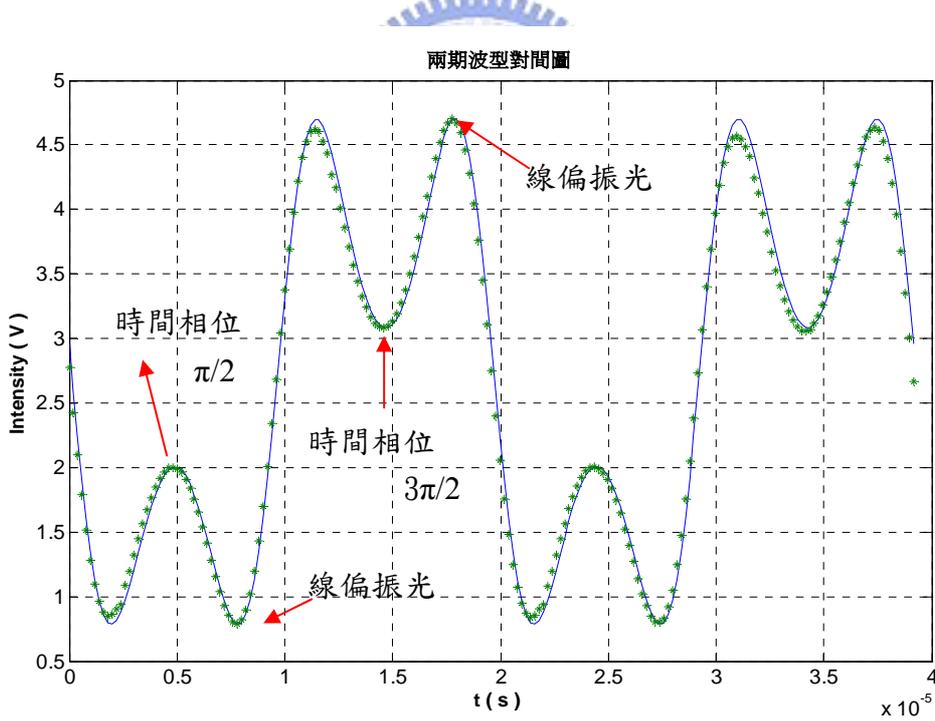


圖 4-10 488 nm 下經過樣本擷取到的波形與理論擬合圖

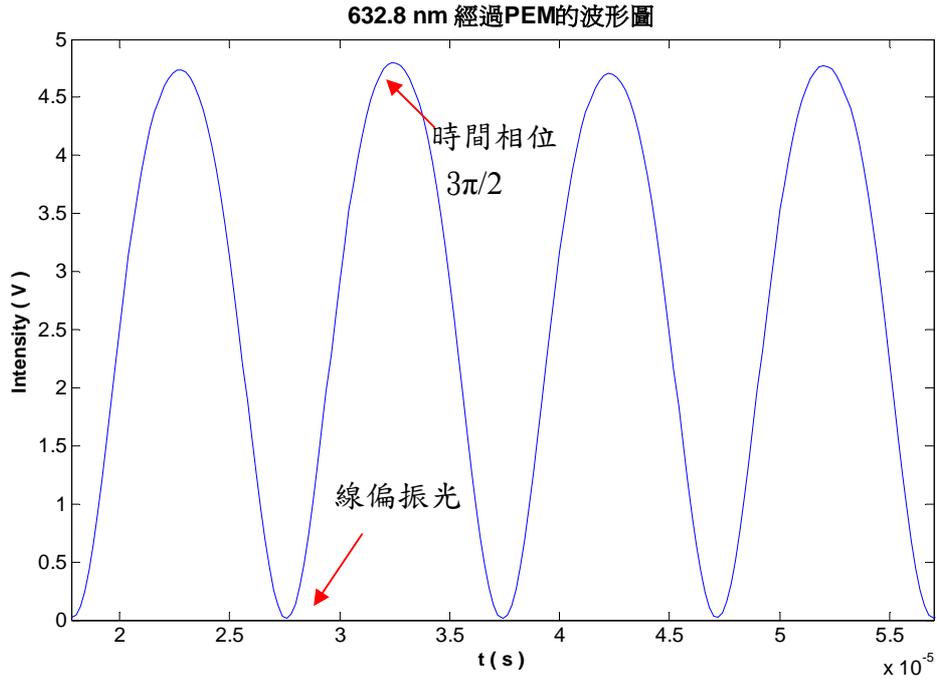


圖 4-11 632.8 nm 經過 PEM 之後的波形圖

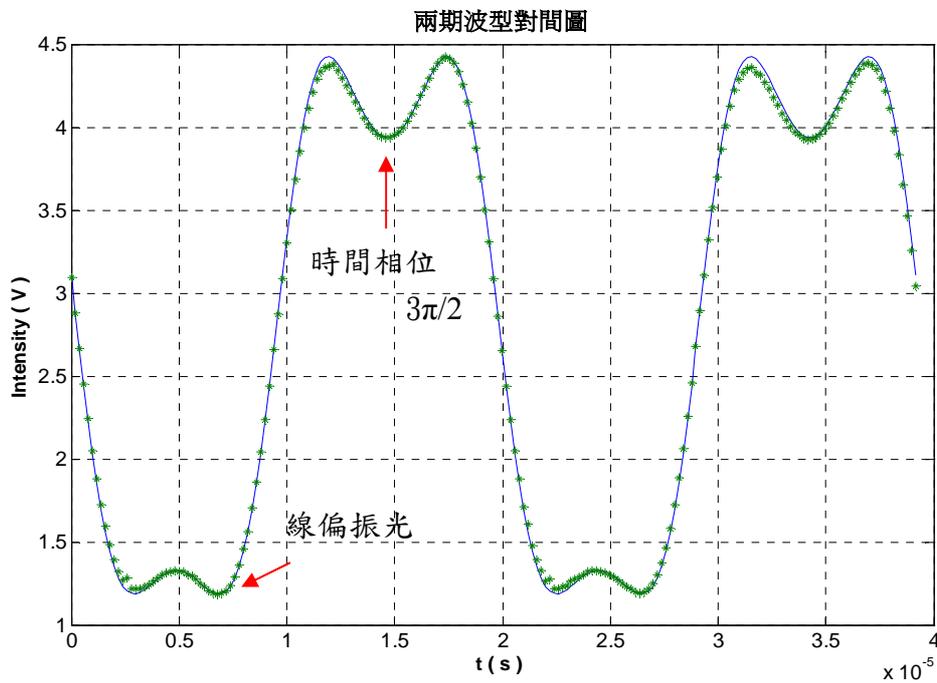


圖 4-12 632.8 nm 下經過樣本所擷取到的波形與理論擬合圖

# 第五章 液晶加電壓當作動態樣品量測

## 5.1 實驗架構

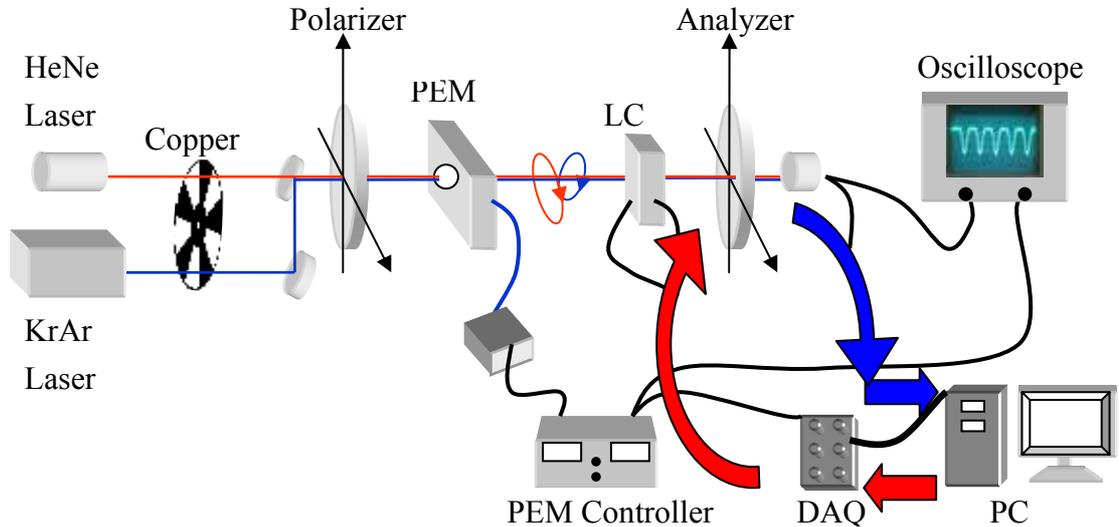


圖 5-1 液晶加電壓當作動態樣品做量測的架構圖

如架構圖

以下為實驗器材：

1. He-Ne Laser: Melles Griot laser 10mw.
2. Kr-Ar Laser: Melles Griot
3. Chopper: 五葉,轉速最大 100 r.p.s
4. Beam Splitter: 50/50
5. Polarizer, Analyzer: Melles Griot 03FPG015 sheet polarizer of extinction ratio  $10^{-4}$ .
6. PEM ( Photoelastic Modulator) : Hinds instruments, PEM-90
7. Twisted Liquid Crystal: TNLC
8. Detector: Thorlabs PDA55 silicon pin diode Spectral Range: 400-1000 nm
9. DAQ card ( Data Acquisition): NI PCI-6111
10. LabVIEW
11. NI Lock-In StartUp kit Amplifier

## 5.2 實驗目的

靜態的樣品已經可以量測了，我們想知道動態樣品是否也可以量到並分析。我們用 TNLC ( Twist Nematic Liquid Crystal ) 液晶加電壓來當做動態樣本做量測。

## 5.3 實驗方法

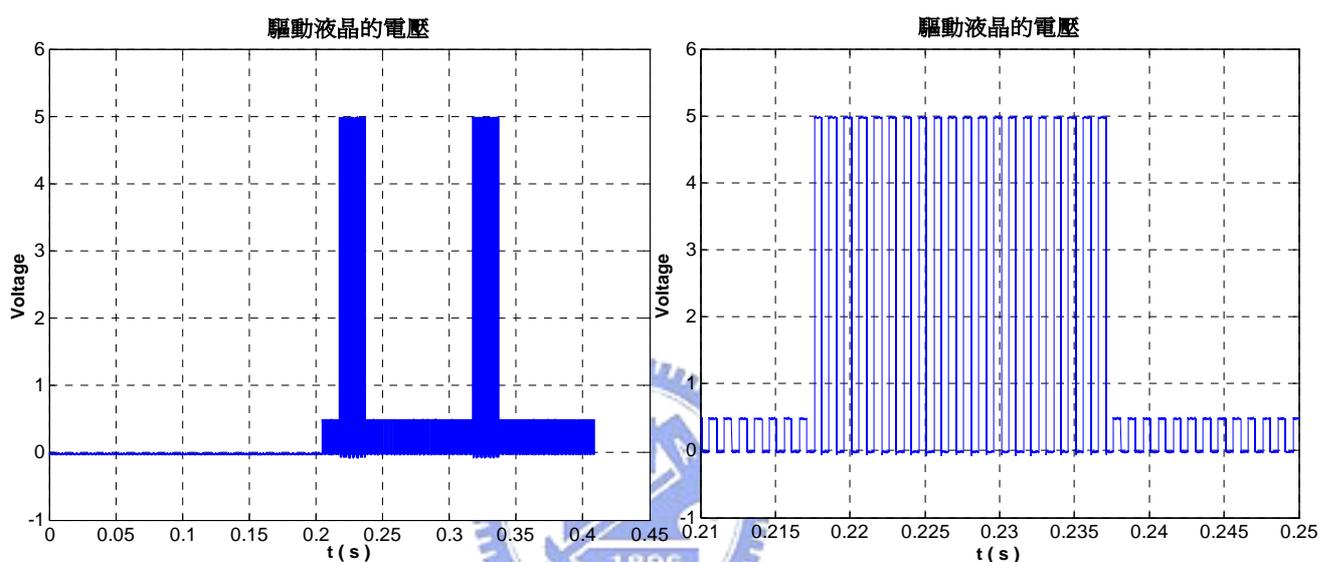


圖 5-2 液晶的驅動電壓圖形以及其放大圖

由 LabVIEW 撰寫一方波加 5 V 電壓時間 20 毫秒，0.5V 電壓時間 80 毫秒，所以加電壓的 Duty cycle 為 20%，也就是讓液晶有 20 毫秒的加電壓時間以及 80 毫秒不加電壓的時間，且此加電壓方波為每 0.1 秒周期性產生。在 5 V 電壓之中，帶有 1 KHz 的方波交流調變電壓載波，此交流調變電壓讓 5 V 電壓不會經由液晶解離掉，可以讓液晶持續的維持穩定狀態。程式之中有分成訊號產生器以及訊號擷取的部份，如圖 5-1 所示。紅色(左半邊)的箭頭代表 DAQ 卡送出電壓及訊號，藍色(右半邊)箭頭代表經由光偵測器收到訊號傳送回 DAQ 卡。我們在程式中將擷取訊號部分分成兩個區段，每次抓取的時間為 0.2 秒。因為我們用 LabVIEW 透過 DAQ 卡傳送訊號並且同時抓取訊號，電腦跟儀器具有溝通的時間(I/O time)，因此第一段訊號還沒有

傳送出，所以在圖 5-2 上，第 0~0.2 秒沒有訊號產生，而在第二段(0.2 秒之後)就已經有訊號的產生了，在圖上 0.2~0.4 秒可以看到有電壓訊號。圖 5-2 為實際用 LabVIEW 透過 DAQ 卡所送出的訊號，並由 DAQ 卡所擷取到的訊息的圖。

將 DAQ 的輸出端 DACH0 OUT 接到液晶的電極兩端，設定 LabVIEW 程式交流訊號調整為 1 KHz，調整方波電壓為 5 V，Duty cycle 設定為 80%，在取波形視窗設定取樣頻率(scan rate)為 5 MHz，取樣點(scan number) 1 M，相當於每次取樣 0.2 秒的時間，LabVIEW 的程式方塊流程圖設定迴圈 2 圈，所以一共 0.4 秒的時間，在檔案視窗輸入所要儲存的目錄以及檔名。此實驗分成兩個部分，第一部分對 632.8 nm 波長做量測，第二部分對 488 nm 波長做量測。此程式在按下 LabVIEW 時會先由 DAQ 卡送出 5 V 的訊號，由 DAQ 卡的輸入端 ACH0 接收並擷取到量測的訊號。此程式只做動態樣本的量測可行性量測，因此尚未考慮到時序性的問題。擷取到的訊號資訊用附錄 C oscilloscopemeasure1.m 程式就可以計算得出此動態樣本的橢圓偏光參數  $\Psi$  與  $\Delta$ 。

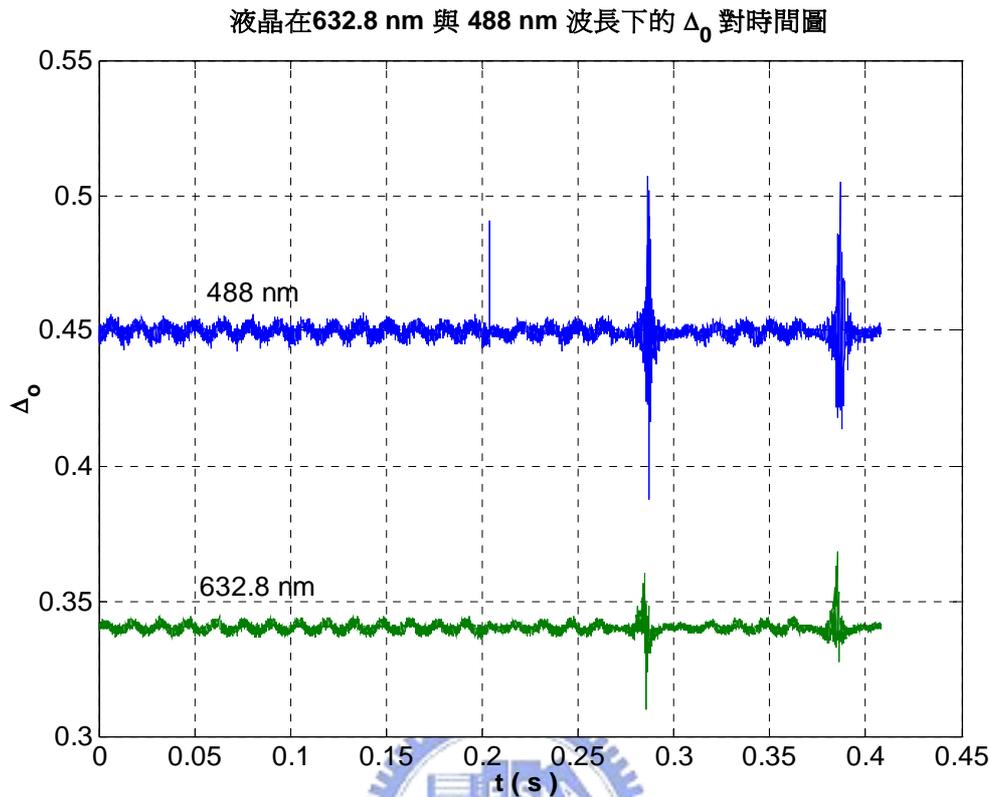
## 5.4 實驗結果

### (1) 488 nm 波長

我們將  $I_{1f}$  與  $I_{3f}$  相除藉由(2.19)式可以算出光彈調變振幅  $\delta_0$ ，如圖 5-3 所示，並不隨時間改變，表示我們已經可以抓到動態樣本的  $I_{1f}$ - $I_{3f}$  並不會隨時間亂數跳動，而是帶有樣品變動的資訊。並且量出來的值是  $\delta_0$  正確的，表示動態系統已經可以做量測了。

比對加電壓的時間我們發現在 0.28 秒時， $\delta_0$  會有很大的變動值，我猜測該時間點為驅動電壓關掉時間，因為液晶快速的變動造成光訊號被液晶調變做劇烈變化，因此帶有液晶變動資訊的倍頻訊號就有一個很大的轉折點，相當於不連續點，所以會有量測錯誤的現象產生。圖上會有週期性震盪的現象在第四章有討論過，為採用的起始點並不

正確所造成計算值的誤差。



再由  $I_{1f}/I_{2f}$  由(2.24)式所計算出的結果對時間做圖，假設經由此式子算出來的結果亦為 e 光與 o 光的相位差  $\Delta$ ，並由附錄 A 所推得的結果，我們由觀察波形的變化，在加電壓後，波形往內凹的程度越來越小，由液晶變動的波形對  $\Delta$  做判斷，我們判斷相位差由大變小。因此(2.24)式所計算出來的結果，我們可以假定圖 5-4 的  $\Delta$  對時間圖是由大變小的。另外，經由觀察液晶由(2.24)式所計算出來的結果與  $\Delta$  有正相關性，且計算出來的結果很漂亮並非亂數跳動，我們知道計算出來的結果如果不是  $\Delta$ ，也一定與液晶變光訊號有某種相關的意義，將來研究倍頻續號可能可以解讀出液晶的某些特性。如圖 5-5 所示，我們藉由比對的方法將驅動電壓與液晶的  $\Delta$  比對起來，此為猜測液晶加電壓的相位差  $\Delta$  的變動狀況，時序的正確性有待討論。

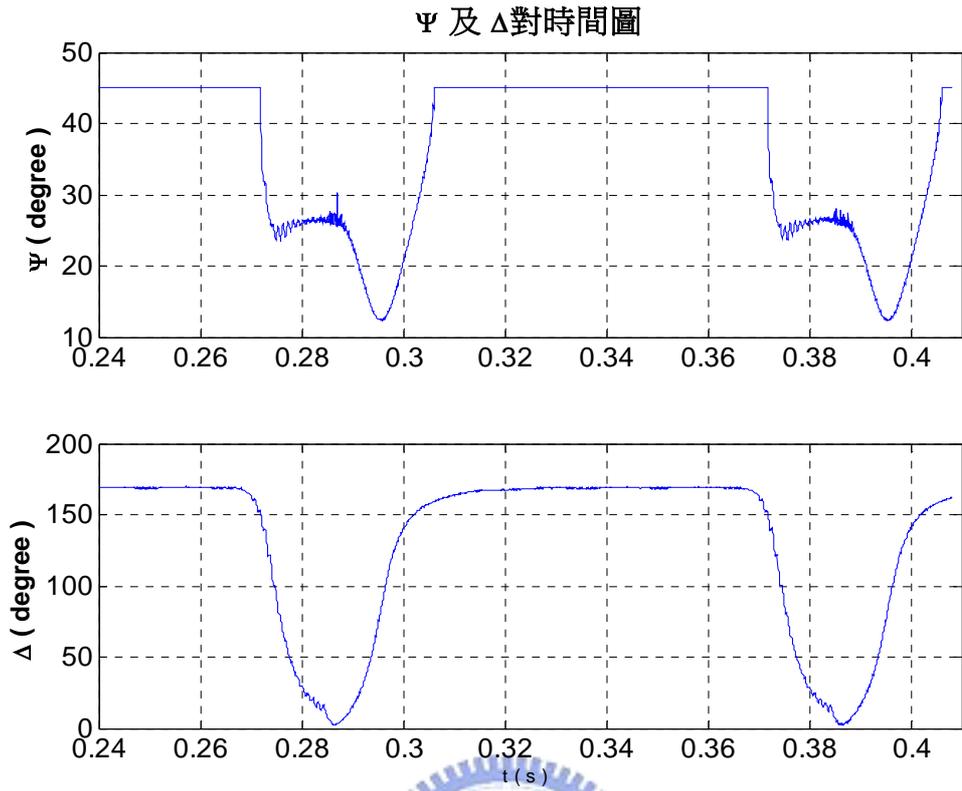


圖 5-4 488 nm 波長下量測液晶加電壓的  $\Psi$  與  $\Delta$  對時間圖

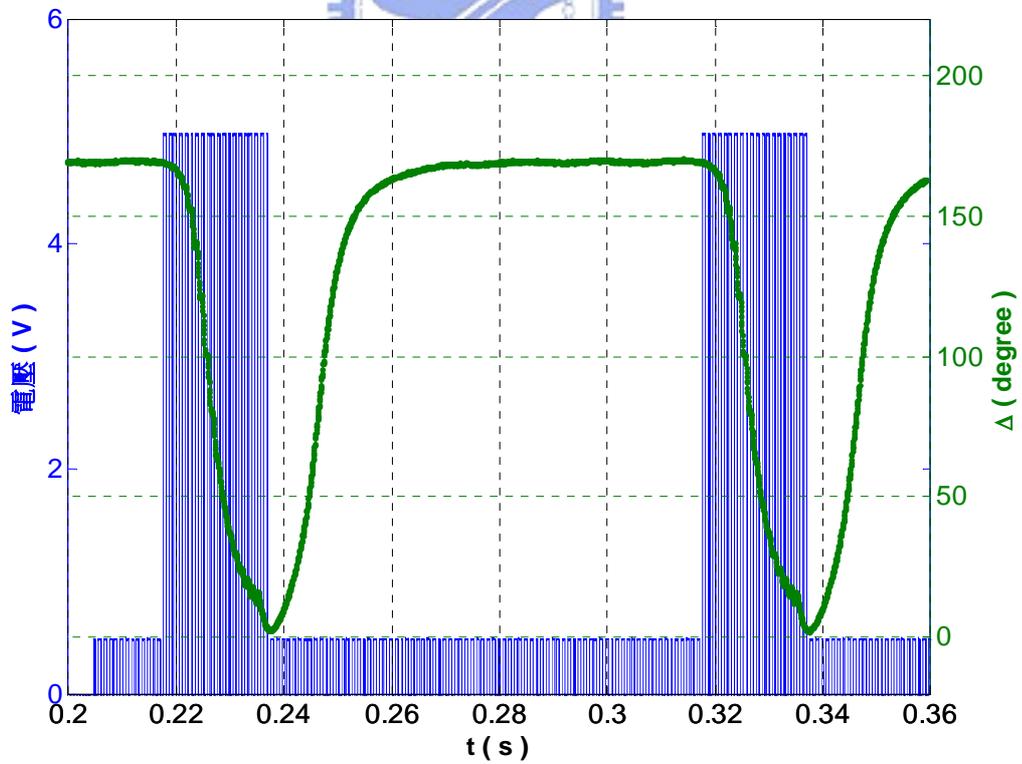


圖 5-5 比對驅動液晶的電壓及  $\Delta$  對時間圖

## (2) 632.8 nm 波長

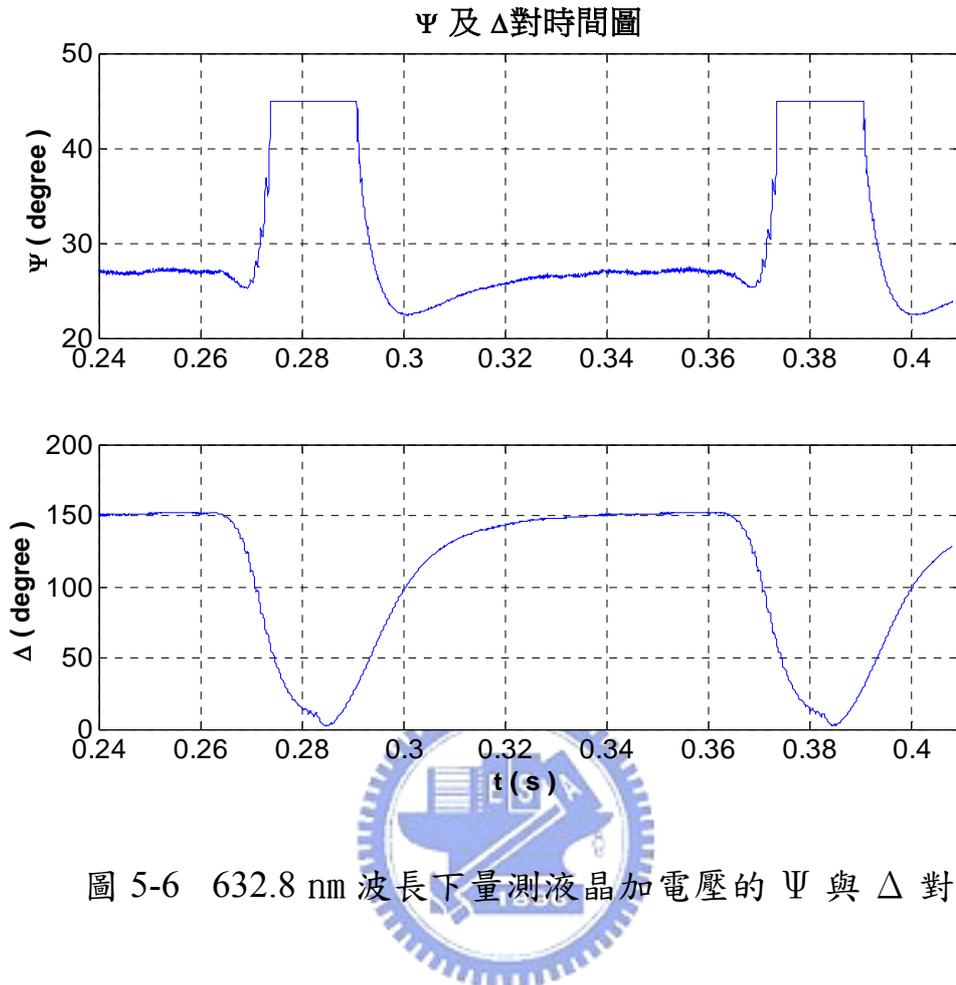


圖 5-6 632.8 nm 波長下量測液晶加電壓的  $\Psi$  與  $\Delta$  對時間圖

## (3) 量測液晶樣本

在可以量到快速動態樣本的光彈調變振幅值 $\Delta_0$ 之後，將來我們想用此方法來量測快速變動樣本的橢圓偏光參數。目前我們對液晶樣本的動態變化感到興趣，因此想要用此方法量測液晶的偏光狀態當做研究液晶的動態變化的工具。但是目前要量測液晶的動態變化還有兩點事項有待解決： 1. 液晶樣本為異向性物質 2. 時序性。

分別討論如下：

### 1. 液晶為異向性物質

上一章藉由無向性物質所推導的公式藉由倍頻式的方法可以求出其  $\Psi$  與  $\Delta$ ，但是液晶為異相性物質，是否可用倍頻式的方法，如(2.19)式，有待討論。但若將液晶當作純粹的補波片，且將液晶的

等效光軸擺在 0 度，此時異向性物質的 Mueller Matrix 形式與無向性物質的 Mueller Matrix 等效。因此便可藉由公式(2.24)以及(2.30)算出此時液晶的橢圓偏光參數  $\Psi$  與  $\Delta$ 。將來若知道液晶的 Mueller Matrix 的狀況下，由推導出液晶的各倍頻與偏光參數的關係式，藉由倍頻式的方法，液晶的等效光軸不一定要擺在 0 度，可以算出液晶在任何狀態下的偏光變動狀態。

## 2. 時序性

要知道液晶加電壓偏光變動狀態的準確時間點必須精準的在加電壓的同時量測到液晶的變動狀態，但是在本方法只有抓取光訊號並沒同時抓取電壓訊號來得到橢圓偏光參數  $\Psi$  與  $\Delta$ ，無法確切知道液晶加電壓的時候偏光的變化，以及更進一步推得液晶的變化，但因為  $\Delta$  的變化很大，我們可以拿  $\Delta$  用比對的方法來推測判斷其時間點。如圖 5-2 所示，經由關掉電壓的  $\Delta$  的劇烈變化來做判斷，由  $\Delta$  對時間圖我們推測有兩個點為可能關掉電壓的時間點，兩點間時間差為 3 毫秒，所以我們判斷光訊號的變化與實際的值有 3 毫秒的時間判斷誤差。另一方面液晶的變化非常的快速無法用肉眼對圖形判斷因此將來必須要由電訊號由外部觸發的方法才能將時間點對上，在目前都還沒有做到，這是將來可以努力的方向。另外，我們選用了加電壓與擷取訊號都使用 DAQ 卡的串聯迴路，應該要使用訊號產生器以及 DAQ 用並聯迴路並且搭配觸發才可以達成同時抓取訊號的功能。再者，液晶的升起時間(rising time)的時間不足，液晶並未完全站立完整之後，就關掉電壓而使時間點的判斷誤差又加大。因為當初只有為了量測動態樣本而設計的並未考慮到這些時序性的問題，因此將來要量測液晶的話這些問題都要考慮進去。

## 第六章 結論

因為數據擷取卡已經可以將光強度量化，波形量測法利用此工具將波形紀錄下來，我們可以用不同的方法對波形進行分析，並不會影響資料本身。在時域上藉由波形上面的特殊點來計算，在頻域上也可以將波形採用傅立葉轉換擷取倍頻訊號做運算，分別稱作時域分析法以及頻域分析法，本文由頻域的分析法來做量測。

將擷取下來的波形，以頻譜式的方法做訊號處理，我們拿 5 MHz 當作取樣頻率，兩週期當作一次取樣長度，做快速傅立葉轉換可以得到各倍頻的值，並藉由擷取到的各倍頻值以倍頻式的方法可以計算得到的橢圓偏光參數，與 NI 的虛擬鎖相放大器比較，我們的結果是可以相比擬的。除了精準度以及穩定性足夠之外，藉由此方法可以一秒鐘量測到 25000 組光資訊，相當於可以量測到 40 微秒內發生的事件，藉由此方法我們可以將交替雙波長的架構實現，此外，也可以用此方法解析液晶產生的偏光狀態的變化。

架構一套交替雙波長的系統需要利用 568.2 nm 為中心波長的方法，藉由 LabVIEW 做即時的  $\Psi$ 、 $\Delta$  量測會被 LabVIEW 的 I/O 時間限制住，由先前的程式 [4] 一秒鐘 10 點的即時量測的速度，因為截波器轉動會有兩光通過與兩光都不過時所計算出來錯誤的資訊，一秒 10 點的資訊中就包含了四種狀態(488 nm, 632.8 nm, 兩光通過以及兩光不過)的偏光資訊而不容易判別。藉由擷取波形事後由頻譜的方法可以提高到一秒鐘量測到 25000 個點，錯誤資訊的點數所佔的比例相對的小很多(在 24 點之中佔了 4 點錯誤的資訊)，就可以分辨出兩組波長所量測到的橢圓偏光參數  $\Psi$ 、 $\Delta$ 。本方法成功的將 568.2 nm 為中心波長的方法以及將交替雙波長藉由事後波形量測法成功的實現。

在成功的量測靜態的  $\text{SiO}_2/\text{Si}$  樣本之後，我們想知道對於動態樣本是否適用。由液晶加電壓拿來當作動態的樣本，藉由同樣的方法抓取波形事後由傅立葉轉換，並藉由倍頻式的方法，我們發現計算出的光

彈調變振幅並不隨著時間改變，並與當時 PEM 的  $\Delta_0$  值吻合。因此證明了此方法可以量測到動態的樣本。但因為對液晶的 Mueller Matrix 還不非常了解，所以還不能夠說我們可以量測到經過液晶之後的橢圓偏光參數  $\Psi$ 、 $\Delta$ 。此外，如果要量測液晶加電壓之後的  $\Psi$ 、 $\Delta$  隨著時間改變的變化狀況，就必須要確切的知道加電壓以及擷取波形的時間點，因此取波形的時序性，也是我們將來可以努力的方向。



## 參考文獻

- [1] E. Collet: *Polarized Light* (Marcel Dekker, New York, 1992).
- [2] J. C. Kemp, “Piezo-Optical Birefringence Modulators: New Use for a Long-Known Effect,” *J. Opt. Soc. Am.* 8 (1969) 950.
- [3] S.N. Jasperson, and S. E. Schnatterly, “An Improved Method for High Reflectivity Ellipsometry Based on a New Polarization Modulation Technique,” *Rev. Sci. Instrum.* **40** (1969) 761.
- [4] 蔡裴欣, “光彈調變器線上校正及橢圓偏光參數量測,” 國立交通大學光電研究所九十一年碩士論文, 2002.
- [5] M. Azzam, and N. M. Bashara, “Ellipsometry and Polarized Light,” (North- Holland, Amsterdam, 1980), pt1 & pp491.
- [6] Samuel S. So, “Ellipsometric analyses for an absorbing surface film on an absorbing substrate with or without an intermediate surface layer,” *Surface Science* 56 (1976) 97-108.
- [7] F. L. Pedrotti and L. S. Pedrotti: *Introduction to optics* (Englewood Cliffs, New Jersey, 1987).
- [8] S.N. Jasperson and S. E. Schnatterly: *Rev. Sci. Instrum.* **40** (1969) 761.
- [9] Alan V. Oppenheim, Ronald W. Schaffer, “Discrete-Time Signal Processing” Prentice Hall.

# 附錄 A. 時域分析法

## A.1 經由一周波形的極值點求橢圓偏光參數 $\Psi$ 與 $\Delta$

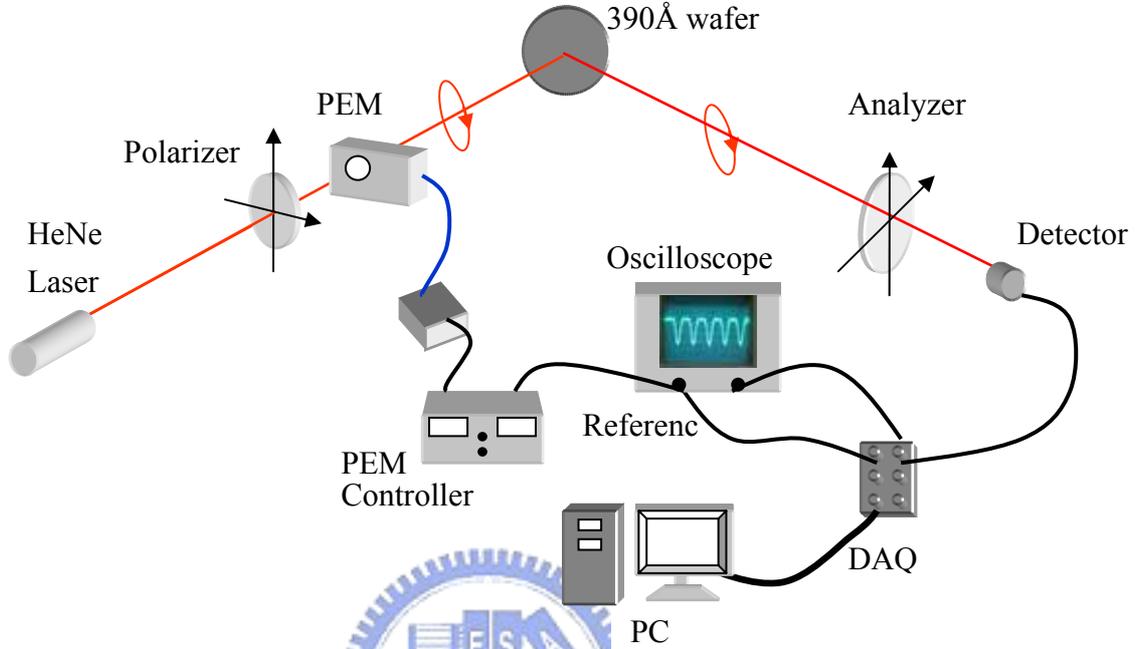


圖 A-1: 反射式光彈調變式橢圓偏光儀架構

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \frac{I_0}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2a & \sin 2a & 0 \\ \cos 2a & \cos^2 2a & \cos 2a \cdot \sin 2a & 0 \\ \sin 2a & \cos 2a \cdot \sin 2a & \sin^2 2a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -\cos 2\psi & 0 & 0 \\ -\cos 2\psi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\Psi \cos \Delta & 0 \\ 0 & 0 & -\sin 2\Psi \sin \Delta & 0 \end{pmatrix} \cdot$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2c & -\sin 2c & 0 \\ 0 & \sin 2c & \cos 2c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \Delta_p & -\sin \Delta_p \\ 0 & 0 & \sin \Delta_p & \cos \Delta_p \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2c & \sin 2c & 0 \\ 0 & -\sin 2c & \cos 2c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2p \\ \sin 2p \\ 0 \end{pmatrix}$$

(A. 1)

$\Delta_p = \Delta_l + \delta_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ ，由代數代換將 $\omega \cdot t$ 寫成為 $\theta$

$\Delta_p = \Delta_l + \delta_0 \cdot \sin(\theta)$

$\theta$  為時間相位

$\Delta_l$  為內稟雙折射

$\delta_0 = 2\pi \cdot \Delta_0$  為相位調變振幅

假設 PEM 的光軸已經校正為零，且當偏光片的相位角  $p = \frac{\pi}{4}$ ，析光片的相位角  $a = \frac{\pi}{4}$  的時候

將(A.1)式乘開所得到的 Stokes parameter 的第一項即為光強度

$$I_0(\theta) = S_0 = \frac{I_0}{4}[1 - 2 \cdot \text{Cos}(\Delta - \Delta_I - \delta_0 \cdot \text{Sin}\theta) \cdot \text{Tan}\Psi + \text{Tan}^2\Psi] \quad (\text{A. 2})$$

將光強度對時間相位  $\theta$  微分

$$\partial_\theta I(\theta) = -\frac{I_0}{2} \cdot \delta_0 \cdot \text{Cos}\theta \cdot \text{Sin}(\Delta - \Delta_I - \delta_0 \cdot \text{Sin}\theta) \cdot \text{Tan}\Psi \quad (\text{A. 3})$$

令(A.3)式為 0，所以極值點會出現在

$\text{Cos}\theta = 0$  或  $\text{Sin}(\Delta - \Delta_I - \delta_0 \cdot \text{Sin}\theta) = 0$  的時候

(1) 當  $\text{Cos}\theta = 0$  時

極值點出現在  $\theta = \frac{\pi}{2} + m\pi, m \in Z,$



也就是當 PEM 震動位置在到最邊緣的時候

此時  $\Delta_p = \Delta_I + \delta_0 \cdot \text{Sin}(\theta) = \Delta_I + \delta_0$ ，表示兩光的相位差為  $\Delta_p = \Delta_I + \delta_0$

此時光的強度為

當  $\theta = \frac{\pi}{2} + 2l\pi, l \in Z$  的時候

$$I_{\pi/2} = \frac{I_0}{4}[1 - 2 \cdot \text{Cos}(\Delta - \Delta_I - \delta_0) \cdot \text{Tan}\Psi + \text{Tan}^2\Psi] \quad (\text{A. 4})$$

當  $\theta = -\frac{\pi}{2} + 2l\pi, l \in Z$  的時候

$$I_{-\pi/2} = \frac{I_0}{4}[1 - 2 \cdot \text{Cos}(\Delta - \Delta_I + \delta_0) \cdot \text{Tan}\Psi + \text{Tan}^2\Psi] \quad (\text{A. 5})$$

(2) 當  $\text{Sin}(\Delta - \Delta_l - \delta_0 \cdot \text{Sin}\theta) = 0$ ,

$$\text{極值點出現在 } \theta = \text{ArcSin} \frac{\Delta - \Delta_l - n\pi}{\delta_0} + k\pi, \quad n, k \in Z \quad (\text{A. 6})$$

即發生在垂直光與水平光的相位差  $\Delta - \Delta_l - \delta_0 \cdot \text{Sin}\theta = n\pi$ ,

此時出射光為線偏振

此時光強度為

當  $\Delta - \Delta_l - \delta_0 \cdot \text{Sin}\theta = \pi + 2p\pi, \quad p \in Z$  時

$$I_{\max} = \frac{I_0}{4} [1 + 2 \cdot \text{Tan}\Psi + \text{Tan}^2\Psi] \quad (\text{A. 7})$$

當  $\Delta - \Delta_l - \delta_0 \cdot \text{Sin}\theta = 2p\pi, \quad p \in Z$  時

$$I_{\min} = \frac{I_0}{4} [1 - 2 \cdot \text{Tan}\Psi + \text{Tan}^2\Psi] \quad (\text{A. 8})$$



由 (A. 7) 以及 (A. 8)

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = -1 + \frac{2}{1 - \text{Sin}2\Psi}$$

$$\Psi = \frac{1}{2} \text{ArcSin} \left( 1 - \frac{2I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \right) \quad (\text{A. 9})$$

在將 (A. 9) 式代入 (A. 7) 可以得到

$$I_0 = \frac{4 \cdot I_{\max}}{1 + 2 \cdot \text{Tan}\Psi + \text{Tan}^2\Psi} \quad (\text{A. 10})$$

我們可以求得  $\Delta, \Delta_0, \Delta_l, I_0$

由 (A. 4) (A. 5) (A. 6) (A. 7) 我們可以得到

$$\frac{I_{\pi/2}}{I_{\max}} = \frac{\text{Sec}^2\Psi - 2\text{Tan}\psi \cdot \text{Cos}(\Delta - \Delta_l - \delta_0)}{(1 + \text{Tan}\Psi)^2} \quad (\text{A. 11})$$

$$\frac{I_{-\pi/2}}{I_{\max}} = \frac{\text{Sec}^2\Psi - 2\text{Tan}\psi \cdot \text{Cos}(\Delta - \Delta_l + \delta_0)}{(1 + \text{Tan}\Psi)^2} \quad (\text{A. 12})$$

$$\frac{I_{\pi/2}}{I_{\min}} = \frac{\text{Sec}^2\Psi - 2\tan\psi \cdot \text{Cos}(\Delta - \Delta_I - \delta_0)}{(-1 + \tan\Psi)^2} \quad (\text{A. 13})$$

$$\frac{I_{-\pi/2}}{I_{\min}} = \frac{\text{Sec}^2\Psi - 2\tan\psi \cdot \text{Cos}(\Delta - \Delta_I + \delta_0)}{(-1 + \tan\Psi)^2} \quad (\text{A. 14})$$

$$\frac{I_{-\pi/2}}{I_{\pi/2}} = \frac{\text{Sec}^2\Psi - 2\tan\psi \cdot \text{Cos}(\Delta - \Delta_I + \delta_0)}{\text{Sec}^2\Psi - 2\tan\psi \cdot \text{Cos}(\Delta - \Delta_I - \delta_0)} \quad (\text{A. 15})$$

$$\Delta - \Delta_I - \delta_0 = \text{ArcCos}\left[\frac{\text{Sec}^2\Psi - \frac{I_{\pi/2}}{I_{\max}}(1 + \tan\Psi)^2}{2 \cdot \tan\Psi}\right] \quad (\text{A. 16})$$

$$\Delta - \Delta_I + \delta_0 = \text{ArcCos}\left[\frac{\text{Sec}^2\Psi - \frac{I_{-\pi/2}}{I_{\max}}(1 + \tan\Psi)^2}{2 \cdot \tan\Psi}\right] \quad (\text{A. 17})$$

由(A. 16)與(A. 17)

$$\Delta - \Delta_I =$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left\{ \text{ArcCos}\left[\frac{\text{Sec}^2\Psi - \frac{I_{\pi/2}}{I_{\max}}(1 + \tan\Psi)^2}{2 \cdot \tan\Psi}\right] + \text{ArcCos}\left[\frac{\text{Sec}^2\Psi - \frac{I_{-\pi/2}}{I_{\max}}(1 + \tan\Psi)^2}{2 \cdot \tan\Psi}\right] \right\} \quad (\text{A. 18})$$

$$\delta_0 = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \text{ArcCos}\left[\frac{\text{Sec}^2\Psi - \frac{I_{-\pi/2}}{I_{\max}}(1 + \tan\Psi)^2}{2 \cdot \tan\Psi}\right] - \text{ArcCos}\left[\frac{\text{Sec}^2\Psi - \frac{I_{\pi/2}}{I_{\max}}(1 + \tan\Psi)^2}{2 \cdot \tan\Psi}\right] \right\} \quad (\text{A. 19})$$

## A. 2. 出現極值點的地方

1. 時間相位造成的極值點出現在  $\theta = \frac{\pi}{2} + 2m\pi$

$$\text{及 } \theta = \frac{3\pi}{2} + 2m\pi, \quad m \in Z \quad (\text{A. 20})$$

2. 兩偏光相位造成的極值點出現在

$$\Delta - \Delta_I - \delta_0 \sin\theta = n\pi$$

$$\theta = \text{ArcSin} \frac{\Delta - \Delta_I - n\pi}{\delta_0} + k\pi, \quad k \in Z, \quad \text{且一定要滿足 } \left| \frac{\Delta - \Delta_I - n\pi}{\delta_0} \right| < 1$$

$$-\delta_0 < \Delta - \Delta_I - n\pi < \delta_0$$

$$\frac{\Delta - \Delta_I - \delta_0}{\pi} < n < \frac{\Delta - \Delta_I + \delta_0}{\pi}, \quad \text{且 } n \in Z \quad (\text{A. 21})$$

所以產生光相位差造成的極值點數目由樣品以及內稟雙折射以及光

彈調變振幅三者所決定

所以在圖形上面共有  $2 + 2n$  個極值點，



# 附錄 B NI Lock-In Amplifier StarUp Kit

## B.1 NI Lock-In Amplifier StarUp Kit

此軟體為一公開在 NI 網站上可免費下載的程式，其為一個以軟體模擬真實鎖相放大器的一個程式，需要硬體上搭配 DAQ 卡當作抓取訊號源的介面以及由軟體上藉由 LabVIEW 程式介面以及此程式來達成模擬實體的機器的條件。此軟體包含三個 VI 子程式核心引擎，分別為 LockInPLL.vi，LockinDemodulatorSettings.vi，以及 LockinDemodulator.vi。其功能分別為鎖相迴路，低通濾波器，以及訊號產生器，詳細使用方法可以參考使用者手冊，在此不加贅述。此程式有兩種使用者介面，LockinDEMOSimple.vi 以及 LockinDEMO.vi，但是一次只能取得一個倍頻的值，我們將前者的介面改寫來當做同時抓取各倍頻訊號的工具。



圖 B-1 LockinDEMOSimple.vi (左) 以及 LockinDEMO.vi (右) 程式

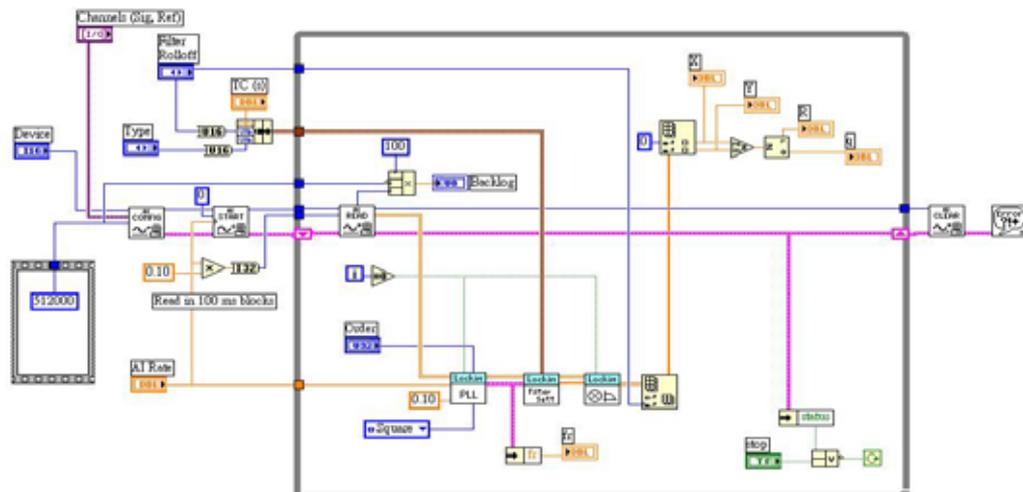


圖 B-2 LockinDEMOSimple.vi 的程式方塊流程圖

## B.2 改寫 NI Lock-In Amplifier StarUp Kit 取得各倍頻訊號

### 一. LabVIEW 前置面板程式介紹



圖 B-3 改寫 LockinDEMOSimple.vi 程式的前置面板圖

改寫之後的前置面板如圖 B-3 所示，包含了各倍頻顯示面板、取樣頻率、存檔位置、取值、各倍頻 Vrms 值、 $\Delta_0$ 、 $\Delta$  與  $\Psi$ ，其說明如下：

#### 1、各倍頻顯示面板

將取到的各倍頻值表示在虛擬的儀表上面。

#### 2、取樣頻率

由 Nyquist Rate，要取到四倍頻，取樣頻率要為其頻率的兩倍，所以至少要為  $51 \times 4 \times 2 = 408$  KHz。經由測試當取樣頻率 454544 Hz 時，此程式測試到的頻率與實體 Lock-In 所測試到的頻率相同，但是電腦同時處理四個倍頻的運算能力到達極限，所以我們只取 414000 Hz 當作取樣頻率。

#### 3.存檔位置

分別存取各倍頻值，以及計算出的  $\Delta$  與  $\Psi$  值

#### 4、取值

因為從開始鎖相到達穩定需要幾秒鐘的時間，藉由 Acquire 鍵來控制開始取值的時間點。

#### 5、各倍頻 Vrms 值

經由四個鎖相迴路所同時計算出四個倍頻的 Vrms 值以及由 FFT 的方法求得的直流值。

#### 6、 $\Delta_0$

Delta0 以及 Delta02 分別為由  $I1f/I3f$  與  $I2f/I4f$  所計算得到的光彈調變振幅的比例值。

#### 7、 $\Delta$ 與 $\Psi$

分別為兩組可能的  $\Delta$  與  $\Psi$  值。

## 二. LabVIEW 程式方塊流程圖介紹

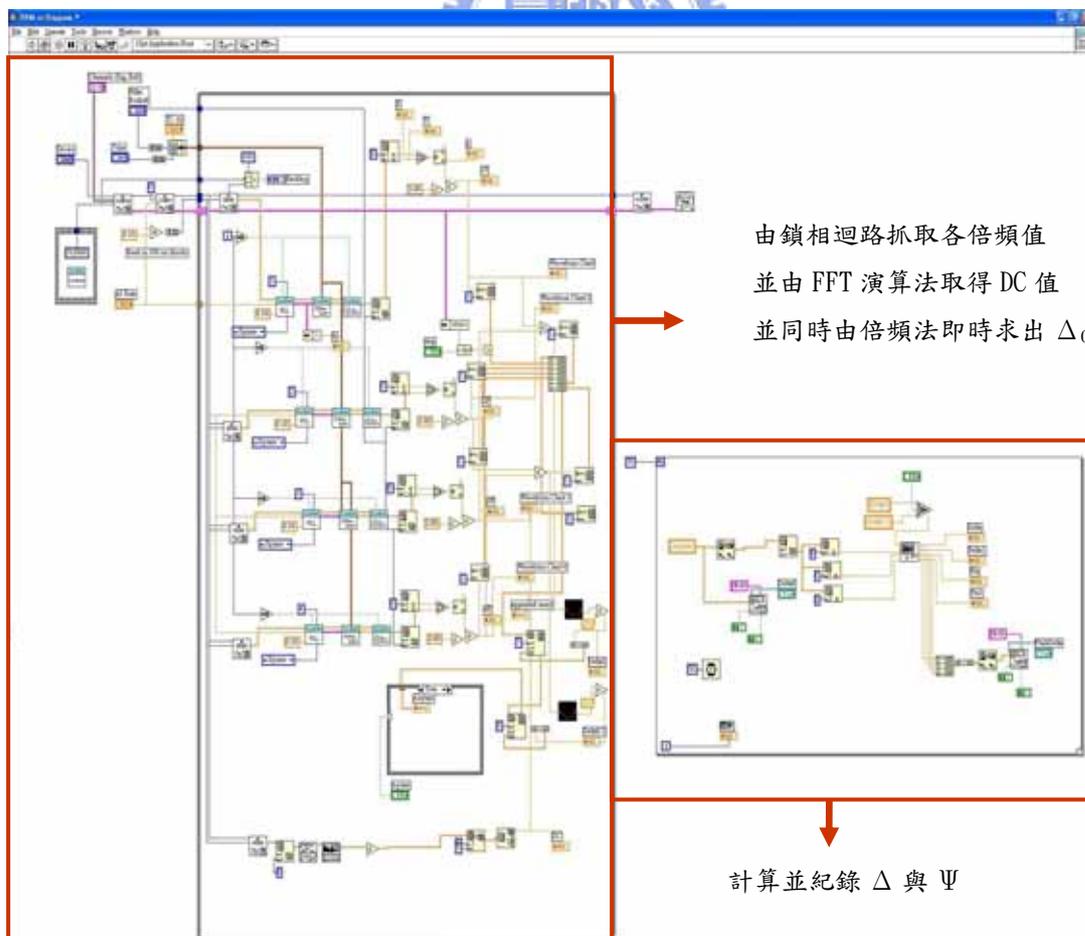


圖 B-4 LockinDEMOSimple.vi 的程式方塊流程圖

此程式分為兩部分，如圖 B-4 所示。第一部分為鎖相迴圈，第二部分為取值迴圈，分別為連續鎖相取值迴圈以及將所取到的值紀錄下來的迴圈。

(1) 第一部分鎖相迴圈

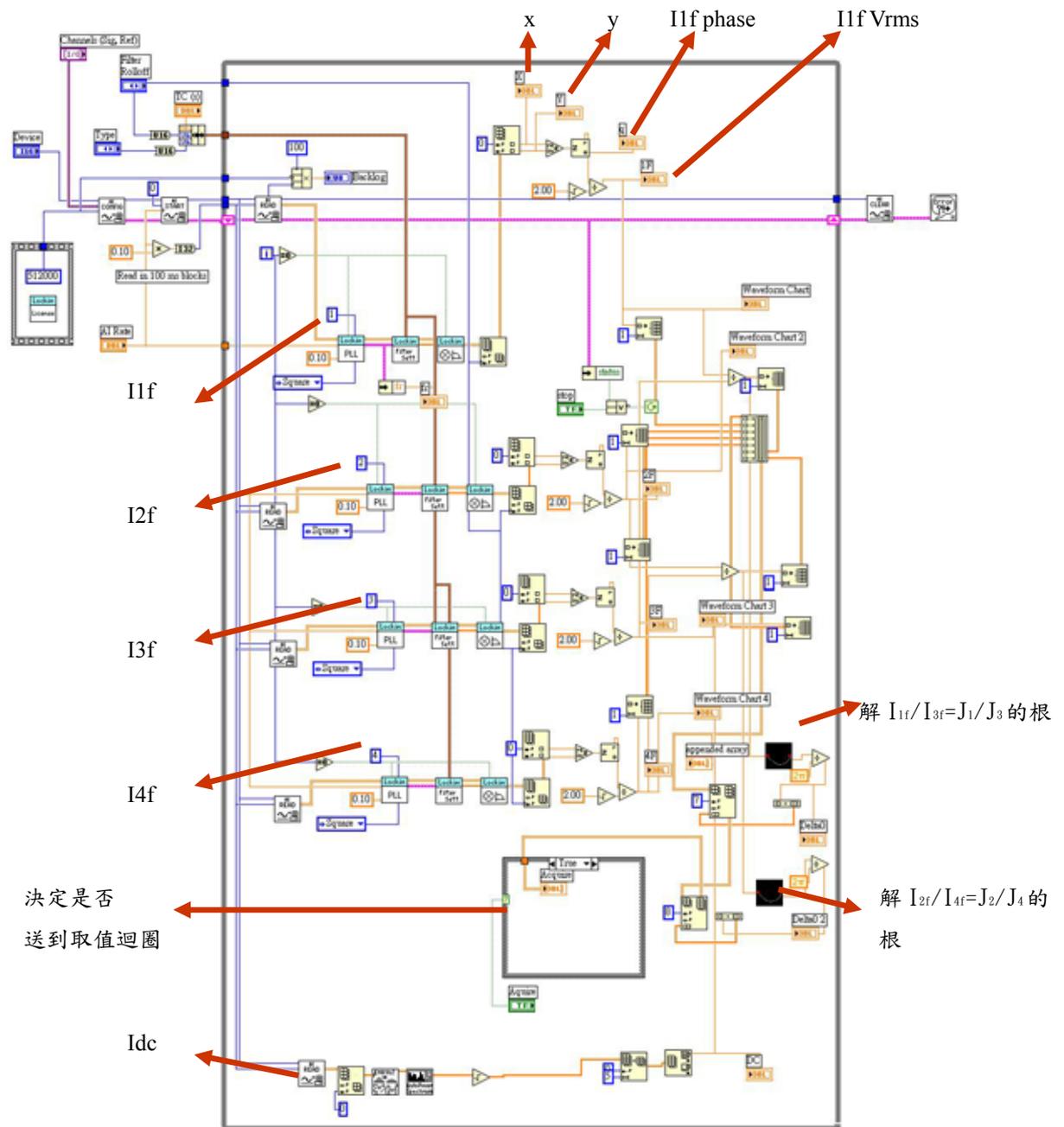


圖 B-5 鎖相迴圈圖

擷取的訊號經過 PLL, Filter, 訊號產生器之後產生一個倍頻的 X, Y, R,  $\theta$  值。改寫程式拉出四個 AI Read 供應四個鎖相迴路, 抓取四個倍頻的 R 值除以  $\sqrt{2}$  變為  $V_{rms}$  值, 以及抓取各倍頻的相位  $\theta$  值。但是虛擬 Lock-In 一樣無法取得直流值, 必須將取得的訊號做 FFT 取得。

## (2) 第二部分取值迴圈

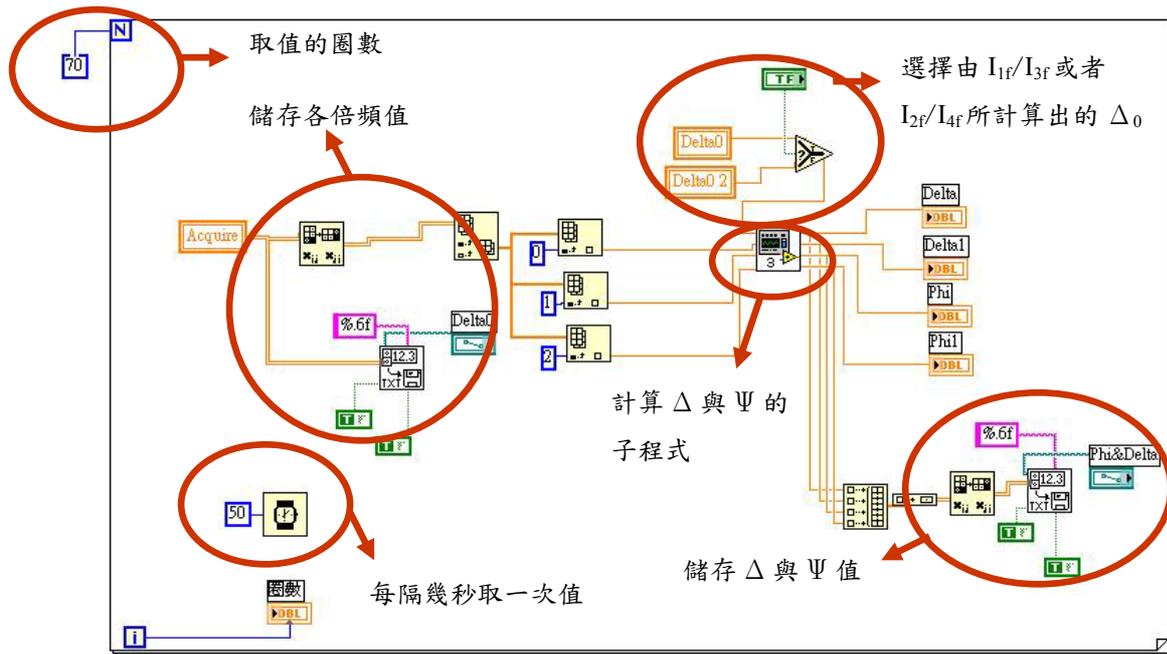


圖 B-6 取值迴圈圖

鎖相迴圈一直不斷的擷取各倍頻的值, 我們將一直擷取到的各倍頻值送到取值迴圈。在此迴圈之中則處理  $\Delta$  與  $\Psi$  值的運算, 以及處理儲存各倍頻的值和儲存  $\Delta$  與  $\Psi$  值, 鎖相迴圈就專心的處理的鎖取各倍頻相位的工作。

## B.2 子程式(SubVI)

程式之中比較重要的子程式有解根程式以及計算  $\Psi$ 、 $\Delta$  程式, 計算  $\Psi$ 、 $\Delta$  程式為引用學長所寫的子程式[4]。而解根的子程式如下:



圖 B-7 解根子程式

Polynomial fit 的係數

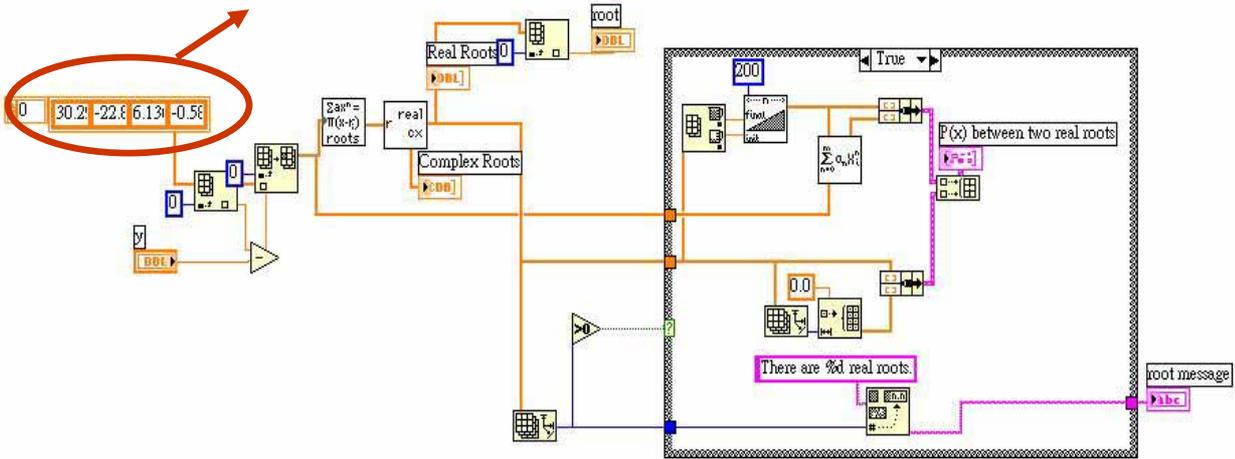


圖 B-7 解根子程式方塊流程圖



## 附錄 C 頻域量測法的 matlab 程式

```
f2=fopen('9304216328398.txt');           %輸入存檔的檔名
e2=fscanf(f2,'%g');
fclose(f2);

fs=5107600;
s=1
ns=98;
T=20000;
for ini=1:2*ns:T*2*ns+1;
k=e2(ini:ini+ns*2-1);
Fr2=2*ns;
Y=fft(k,Fr2)/ Fr2;
theta=angle(Y);
Y1 = Y.*conj(Y);
Y2=2*Y1(1:Fr2/2);
Y2(1)=Y1(1);
a2 = sqrt(Y2);

N2f=round(51089*Fr2/fs);

f22 = fs*(0:Fr2/2-1)/Fr2;

N2f=round(51076*Fr2/fs);

DC=max(a2(1:3));
I1f=max(a2(N2f:N2f+1));
I2f=max(a2(1+2*N2f-1:1+2*N2f));
I3f=max(a2(1+3*N2f-1:1+3*N2f));
I4f=max(a2(1+4*N2f-1:1+4*N2f));
n1=find(a2==I1f);
n2=find(a2==I2f);
n3=find(a2==I3f);
n4=find(a2==I4f);

A1=theta(n1);
```



```

A2=theta(n2);
A3=theta(n3);
A4=theta(n3);

I13=I1f/I3f;
I24=I2f/I4f;

%J1/J3=-0.58258*x^3+6.1361*x^2-22.898*x+30.294'
%J2/J4=solve('y=0.5876*x^4-7.9406*x^3+41.3739*x^2-100.8914*x+100.7954'
p13=[-0.58258 6.1361 -22.898 30.294-I13];
delta0x=roots(p13);
p24=[0.5876 -7.9406 41.3739 -100.8914 100.7954-I24];
delta02x=roots(p24);

delta0=delta0x(3)/pi/2;
delta02=delta02x(4)/pi/2;

Delta(s)=atan(I1f/I2f*besselj(2,2*pi*delta0)/besselj(1,2*pi*delta0))*180/pi;
phi(s)=180/pi/2*asin(sqrt((sqrt(2)*I1f/(2*DC*besselj(1,2*pi*delta0)))^2+(sqrt(2)*I2f
/(2*DC*besselj(2,2*pi*delta0)))^2));
Delta0(s)=delta0;
Delta02(s)=delta02;
data(s,:)=[DC I1f I2f I3f I4f I13 I24 delta0 Delta(s) phi(s)];
Ang(s,:)=[A1,A2,A3,A4];
s=s+1
end

Delta1=180-Delta;

t=0:2*1/51081:(s-2)*2*1/51081;

figure(1)
plot(t,phi)
xlabel('t ( s ) ')
ylabel('\Psi ( degree )')

figure(2)
plot(t,Delta1)

```

```
xlabel('t ( s ) ')
ylabel('\Delta ( degree )')
```

```
figure(3)
plot(t,Delta0)
xlabel('t ( s ) ')
ylabel('\Delta_o ( degree )')
```

```
figure(4)
subplot(3,1,1),plot(t,data(:,2))
ylabel('I1f ( Vrms )')
subplot(3,1,2),plot(t,data(:,3))
ylabel('I2f ( Vrms )')
subplot(3,1,3),plot(t,data(:,4))
xlabel('t ( s ) ')
ylabel('I3f ( Vrms )')
```

```
figure(5)
subplot(3,1,1),plot(t,Ang(:,1))
subplot(3,1,2),plot(t,Ang(:,2))
subplot(3,1,3),plot(t,Ang(:,3))
```



```
point=2500;
t1=0:1/5000000:point/5000000;
```

```
figure(6)
plot(t1,e2(1:point+1))
```

```
figure(7)
plot(Delta)
```

```
Delta3=Delta;
Delta3(7029:7560)=-Delta3(7029:7560)+180;
Delta3(9580:10111)=-Delta3(9580:10111)+180;
%Delta3(6940:7632)=-Delta3(6940:7632)+180;
%Delta3(9491:10184)=-Delta3(9491:10184)+180;
```

```
figure(8)
plot(t,Delta3)
```

```
xlabel('t ( s ) ')  
ylabel('\Delta ( degree )')
```

```
figure(9)  
subplot(2,1,1),plot(t,phi)  
title('\Psi 及 \Delta 對時間圖')  
ylabel('\Psi ( degree )')  
subplot(2,1,2),plot(t,Delta3)  
xlabel('t ( s ) ')  
ylabel('\Delta ( degree )')
```

```
figure(10)  
plotyy(t,Delta0,t,Delta3)
```



## 附錄 D 時域分析法的 matlab 程式

```
ini=input('intinal point ?')           %所要取波形的起始點
c=input('AngleC=')                     %假設 PEM 所在的 c 角
deltaI=input('deltaI=')
PAng=input('p=-45(1) or p=+45(2)')    %p 在-45 度選 1, p 在+45 選 2

f2=fopen('9304211osci.txt');
e2=fscanf(f2,'%g');
fclose(f2);

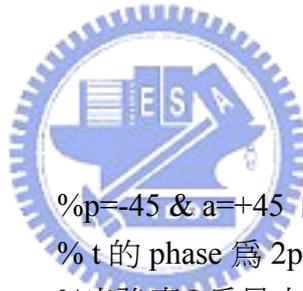
ns=98;
k=e2(ini:ini+ns*2);                     從 database 中取兩週期
fs=5000000;
f=51081;
w=2*pi*f;
t=0:1/f/ns:2*1/f;

if PAng==1
    %p=-45 & a=+45 的算法
    kp2pi=k(25)                         % t 的 phase 為 2pi 的時間點
    kmin=k(39)                           %光強度 I 為最小的時間點
    kn2pi=k(74)                          % t 的 phase 為 -2pi 的時間點
    kmax=k(90)                           %光強度 I 為最大的時間點

    phideg=180/2/pi*asin(1-2/(1+kmax/kmin)) %psi 的角度制

    k11=kp2pi/kmax;
    k22=kp2pi/kmin;
    k33=kn2pi/kmax;
    k44=kn2pi/kmin;
    k55=kp2pi/kn2pi;                    %藉由特定點計算

    phi=phideg/180*pi                   % psi 的經度制
    I0=4*kmax/(1+tan(phi))^2            %光強度
    I01=4*kmin/(1-tan(phi))^2           %光強度其他算法
    delta11=-acos((sec(phi)^2-k11*(1+tan(phi))^2)/2/tan(phi))
```



```

delta12=-acos((sec(phi)^2-k33*(1+tan(phi))^2)/2/tan(phi))

%if delta11<0
%    delta11=360+delta1
%else
%    delta1=delta1
%    end
        %因為我們暫時無法判斷相位正負靠已知道的 SiO2 人工判斷
if delta12<0
    delta12=2*pi+delta12
else
    delta12=delta12
end

delta=180*(delta11+delta12)/2/pi                                %SiO2 的 delta
delta0=(delta12-delta11)/2/2/pi                                %Delta0
delta13=acos((sec(phi)^2-k22*(-1+tan(phi))^2)/2/tan(phi))
%delta14=acos((sec(phi1)^2-k44*(-1+tan(phi1))^2)/2/tan(phi1))
%delta2=180*(delta13+delta14)/2/pi
%delta02=(delta14-delta13)/2
asin(sqrt((kp2pi-kmax)/I0/tan(phi)))
acos(2*(kmax-kn2pi)/I0/tan(phi)+1)

        %由算出的參數值還原波形

deltaP=0/180*pi+2*pi*delta0*sin(w*t);
I1=I0/4*[1-2*cos(delta/180*pi-deltaP)*tan(phi)+tan(phi)^2];
c=c/180*pi;

        %有考慮 c 角
I2=I0/4*[1+tan(phi)^2+(cos(2*c)*cos(2*phi)*sin(2*c)-cos(2*c)*cos(deltaP)*cos(2*phi)*sin(2*c)-cos(2*c)^2*cos(delta)*cos(deltaP)*sin(2*phi)-cos(delta)*sin(2*c)^2*sin(2*phi)-cos(2*c)*sin(delta)*sin(deltaP)*sin(2*phi))/cos(phi)^2];

else
        %p=+45 & a=+45 的算法

kp2pi=k(25)
kmax=k(36)

```

$$k_{n2\pi} = k(74)$$

$$k_{min} = k(89)$$

$$\text{phideg} = 180/2/\pi * \text{asin}(1-2/(1+k_{max}/k_{min}))$$

$$k_{11} = k_{p2\pi}/k_{max};$$

$$k_{22} = k_{p2\pi}/k_{min};$$

$$k_{33} = k_{n2\pi}/k_{max};$$

$$k_{44} = k_{n2\pi}/k_{min};$$

$$k_{55} = k_{p2\pi}/k_{n2\pi};$$

$$\text{phi} = \text{phideg}/180 * \pi$$

$$I_0 = 4 * k_{max} / (1 + \tan(\text{phi}))^2;$$

$$I_{01} = 4 * k_{min} / (1 - \tan(\text{phi}))^2;$$

$$\text{delta}_{11} = -\text{acos}((- \sec(\text{phi})^2 + k_{11} * (1 + \tan(\text{phi}))^2) / 2 / \tan(\text{phi}));$$

$$\text{delta}_{12} = -\text{acos}((- \sec(\text{phi})^2 + k_{33} * (1 + \tan(\text{phi}))^2) / 2 / \tan(\text{phi}));$$

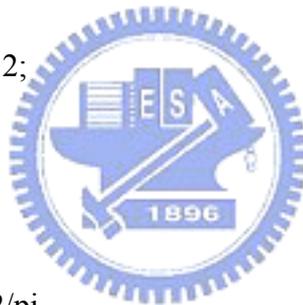
if delta12 < 0

$$\text{delta}_{12} = 2 * \pi + \text{delta}_{12};$$

else

$$\text{delta}_{12} = \text{delta}_{12};$$

end



$$\text{delta} = 180 * (\text{delta}_{11} + \text{delta}_{12}) / 2 / \pi$$

$$\text{delta}_0 = (\text{delta}_{12} - \text{delta}_{11}) / 2 / 2 / \pi$$

$$\text{delta}_{13} = \text{acos}((\sec(\text{phi})^2 - k_{22} * (-1 + \tan(\text{phi}))^2) / 2 / \tan(\text{phi}));$$

$$\% \text{delta}_{14} = \text{acos}((\sec(\text{phi}_1)^2 - k_{44} * (-1 + \tan(\text{phi}_1))^2) / 2 / \tan(\text{phi}_1))$$

$$\% \text{delta}_2 = 180 * (\text{delta}_{13} + \text{delta}_{14}) / 2 / \pi$$

$$\% \text{delta}_{02} = (\text{delta}_{14} - \text{delta}_{13}) / 2$$

$$\text{asin}(\sqrt{(k_{p2\pi} - k_{max}) / I_0 / \tan(\text{phi})});$$

$$\text{acos}(2 * (k_{max} - k_{n2\pi}) / I_0 / \tan(\text{phi}) + 1);$$

$$\text{delta}_P = \text{delta}_I / 180 * \pi + 2 * \pi * \text{delta}_0 * \sin(w * t) \quad ;$$

$$I_1 = I_0 / 4 * [1 + 2 * \cos(\text{delta} - \text{delta}_P) * \tan(\text{phi}) + \tan(\text{phi})^2];$$

$$I_2 = I_0 / 4 * [1 + \tan(\text{phi})^2 - (\cos(2 * c) * \cos(2 * \text{phi}) * \sin(2 * c) - \cos(2 * c) * \cos(\text{delta}_P) * \cos(2 * \text{phi}) * \sin(2 * c) - \cos(2 * c)^2 * \cos(\text{delta}) * \cos(\text{delta}_P) * \sin(2 * \text{phi}) - \cos(\text{delta}) * \sin(2 * c)^2 * \sin(2 * \text{phi}) - \cos(2 * c) * \sin(\text{delta}) * \sin(\text{delta}_P) * \sin(2 * \text{phi})) / \cos(\text{phi})^2];$$

```
end
```

```
t=0:1/f/ns:2*1/f;
```

```
%plot(t,I1,'*',t,I2,t,k)
```

```
plot(t,I1,t,k,'*')
```

```
xlabel('t ( s )')
```

```
ylabel('Intensity ( V )')
```

```
title('兩期波型對間圖')
```



# 附錄 E 取波形程式

## E.1 前置面板

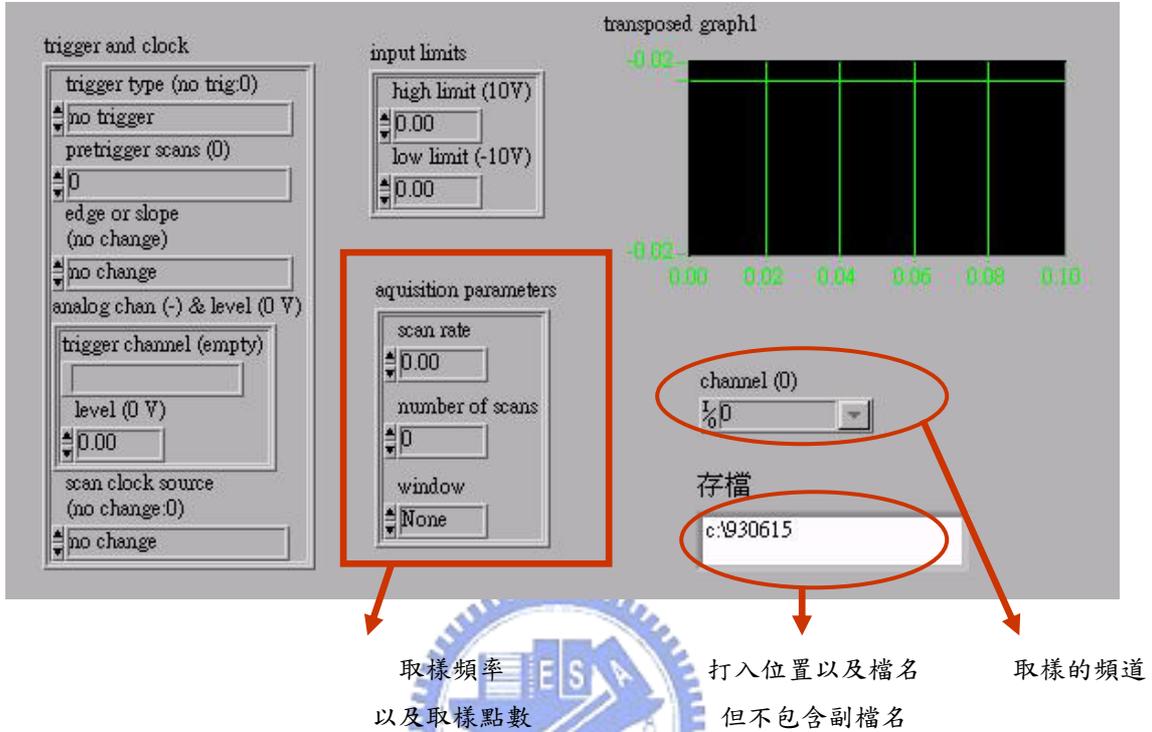


圖 E-1 取波形程式的前置面板

取波形程式設定取樣頻率( scan rate ) 5M Hz，取樣點數( number of scans )設定 1M 相當於一次取 0.2 秒的時間，在存檔的欄位設定好路徑以及檔名，程式會自動每五秒鐘擷取一次 0.2 秒鐘的資料量。

## E.2 程式方塊流程圖

如圖 E-2 所示，其每五秒鐘擷取一次波形，每次擷取 0.2 秒的資料量，一共擷取五次。在輸出儲存成檔案的時候，會將打入的檔名與迴圈數以及副檔名為 txt 檔三個字串相結合成檔案的檔名。因為迴轉的迴圈數的不同，這五次有相同的輸入的檔名但會因為的圈數的不同而給予數字會有不同的名稱。

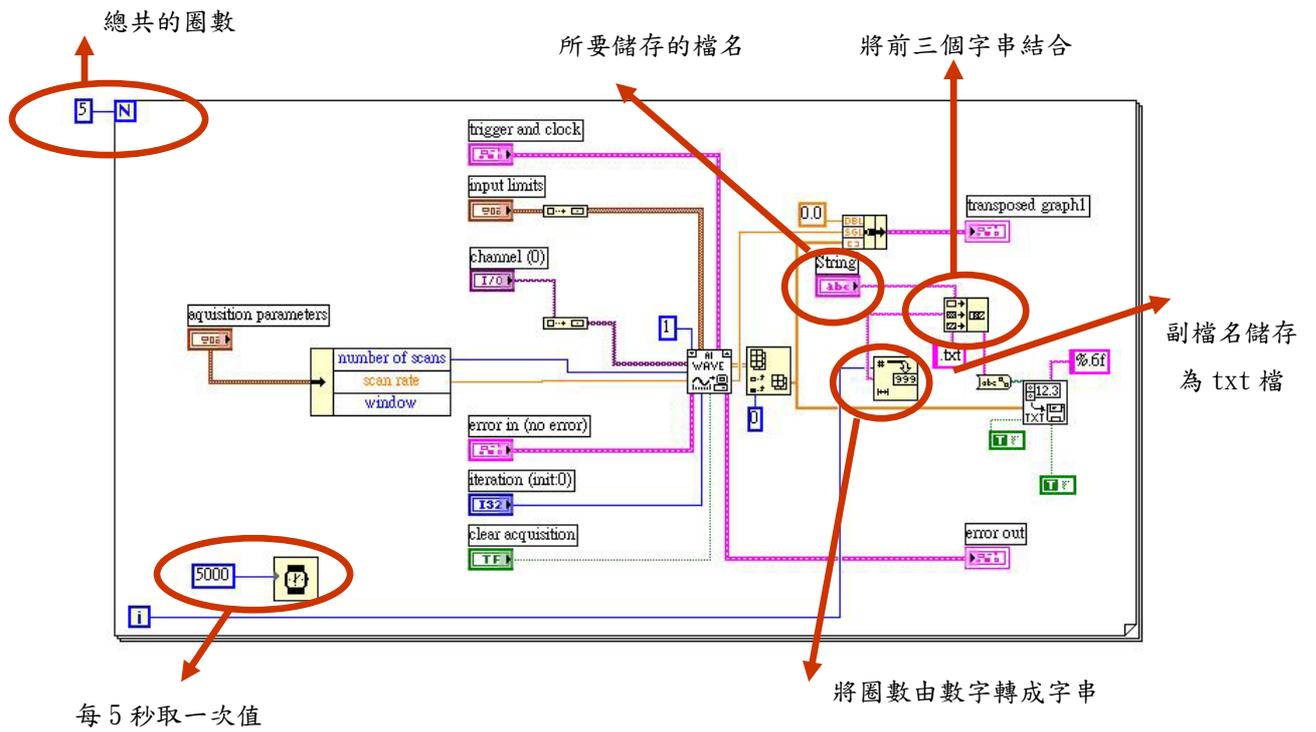


圖 E-2 取波形程式的程式方塊流程圖



# 附錄 F 驅動液晶的電壓 LabVIEW 程式

## F.1 前置面板

由 DAQ solution->之中的 Function generation 改寫，將三角波的子程式代換成由我們改寫的驅動液晶的電壓程式，如圖 F-1 之中箭頭所指三角形的部分，調整頻率的鈕為控制內載方波的頻率，我們需要內載的方波為 1KHz，因此必須要調整在 1KHz 的地方。此程式為外部方波內載 1 KHz 方波，Duty Cycle 控制外部方波訊號的比例，我們調整 Duty Cycle 在 80，使得有驅動電壓時候的比例在一次方波電壓之中佔 20%。

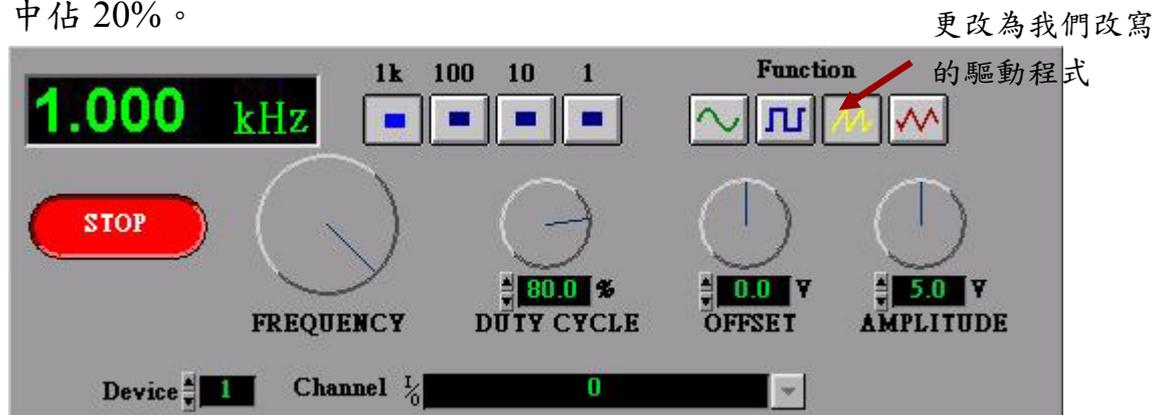


圖 F-1 驅動液晶電壓程式的前置面板

## F.2 程式方塊流程圖

由程式方塊流程圖之中的第一個迴圈找出 Execute Function Generator.vi 的子程式，此程式是產生訊號的核心，如圖 F-2 所示。再點入此子程式之中，找出 compute func gen waveform.vi 的子程式，此程式為產生想要的訊號的形狀，如圖 F-3 所示。再進入此子程式之中改掉第 2 個鋸齒波成我們改寫的 lcgenerate.vi 子程式，如圖 F-4 所示。因此 compute func gen waveform 子程式就會依照所畫出來的波形圖來產生電壓，我們在 lcgenerate.vi 畫好了驅動液晶電壓的波形圖。

Execute Function Generator.vi

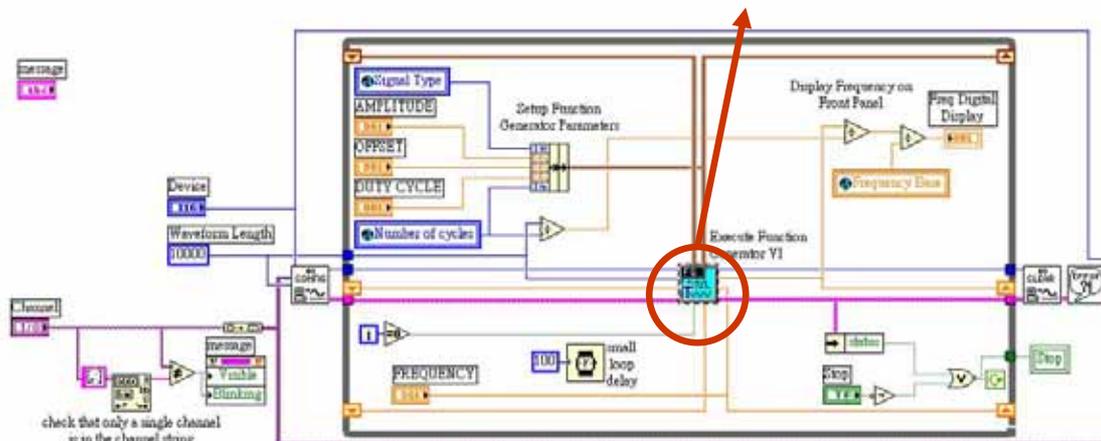


圖 F-2 驅動液晶電壓程式的程式方塊流程圖

compute func gen waveform.vi

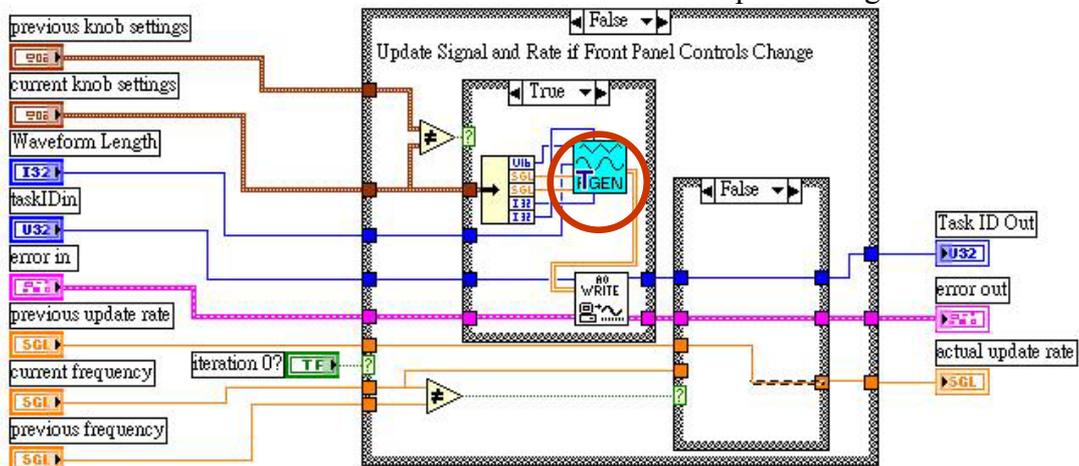


圖 F-3 Execute Function Generator 程式方塊流程圖

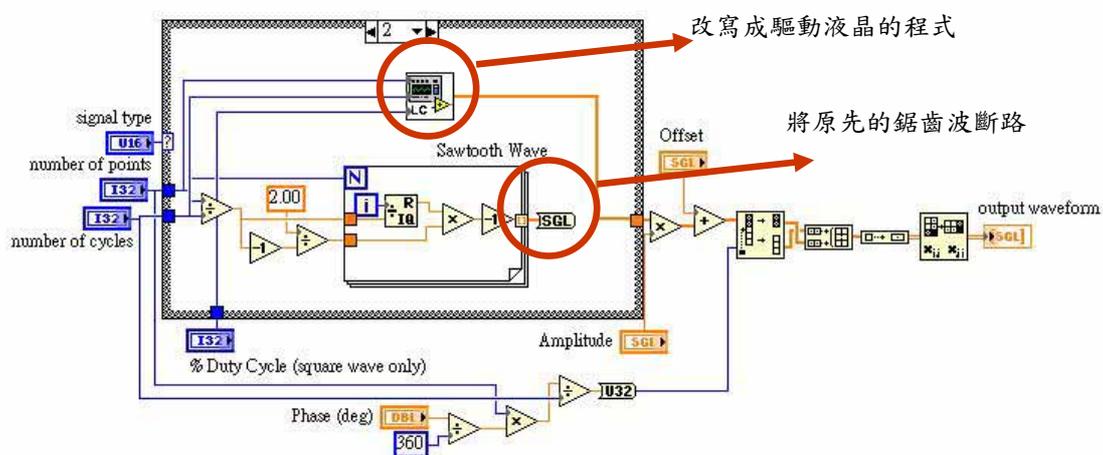


圖 F-4 compute func gen waveform 程式方塊流程圖

### F.3 子程式(Lcgenerate.vi)

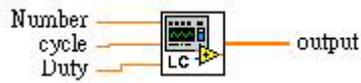


圖 F-5 驅動液晶電壓的子程式

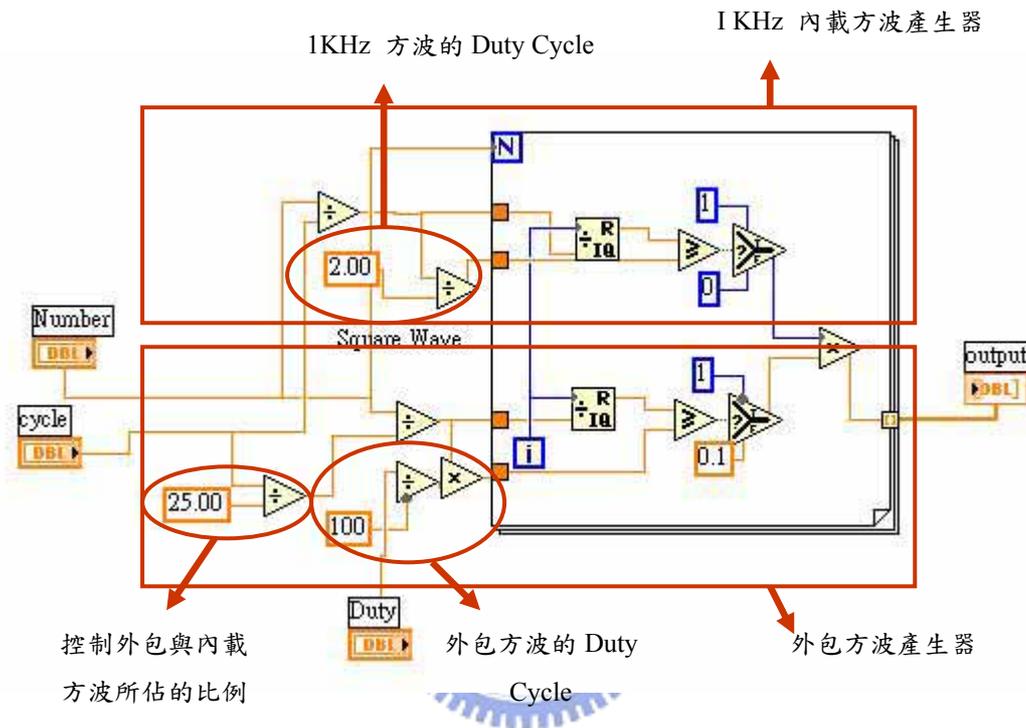


圖 F-6 lcgenerate 的程式方塊流程圖

此程式方塊流程圖分為兩個部分，如圖 F-6 所示，上面的部分處理內載方波，其 Duty Cycle 為 50%。而外包的驅動電壓為內載方波的 25 倍，控制此比例就可以控制外包方波產生的頻率，而其 Duty Cycle 由外部前置面板所控制。