

國立交通大學

光電工程研究所

碩士論文

PQ:PMMA 高分子全像片之製作
與全像儲存特性的研究



Fabrication of PQ:PMMA Photopolymer Disk
and
Research on the Properties of Holographic Storage

研究生：張博宇

指導教授：許根玉 教授

林烜輝 教授

中華民國九十三年七月

PQ:PMMA 高分子全像片之製作 與全像儲存特性的研究

Fabrication of PQ:PMMA Photopolymer Disk
and
Research on the Properties of Holographic Storage

研究生：張博宇
指導教授：許根玉
林烜輝

Student : Po Yu Chang
Advisors : Ken-Yuh Hsu
Shiuan Huei Lin



國立交通大學
電機資訊學院
光電工程研究所
碩士論文

A Thesis
Submitted to the Institute of Electro-Optical Engineering
College of Electrical Engineering and Computer Science
National Chiao Tung University
in partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master
in
Electro-Optical Engineering
July 2004
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十三年七月

PQ:PMMA 高分子全像片之製作 與全像儲存特性的研究

學生：張博宇

指導教授：許根玉 教授
林烜輝 教授

國立交通大學光電工程研究所



摘要

本論文主要是希望使用感光高分子 PQ:PMMA 製作成全像碟片，以位移多工的方式實現全像儲存系統。全文分為兩大部份，一為感光高分子的製備流程、反應機制的介紹，並對其部份光學特性包括穿透光譜、扇射效率、繞射效率等參數加以量測，以做為第二部份實驗時的參考。第二部份則將實現一個位移多工全像儲存系統。首先我們會將儲存系統的原理，包括位移選擇性、儲存容量的理論值加以推導，並使用自行製備的 PQ:PMMA 感光高分子做為儲存材料，驗證我們推導出的理論值，並實現位移多工全像儲存系統。

Fabrication of PQ:PMMA Photopolymer Disk and Research on the Properties of Holographic Storage

Student : Po Yu Chang

Advisors : Ken-Yuh Hsu
Shiuan Huei Lin

Institute of Electro-Optical Engineering
National Chiao Tung University



ABSTRACT

In this thesis, we would like to implement a shift multiplexing holographic storage system with PQ:PMMA photopolymer. The thesis divide to two part ◦ One is to introduce how to fabricate the PQ:PMMA photopolymer and how it works on holographic storage. We also measure the optical properties of the photopolymer, including transmittance spectrum, fanning effect, and diffraction efficiency. In the other part, we would like to implement a holographic storage system using shift multiplexing. First, we would derive the theory of holographic storage system, including shift selectivity and capacity. Then we would prove our derivation and demonstrate a holographic storage system with PQ:PMMA photopolymer fabricated by ourselves.

誌謝

兩年好快就過去了，咻一下居然就輪到自己要穿上碩士服離開校園了。兩年研究生的生活過的愉快又充實，這都得感謝光學計算實驗室所給與我的一切。最感謝的，就是帶領我們衝鋒陷陣的衝鋒隊隊長許根玉老師，還有大隊長林烜輝老師，以及師大分隊隊長美莉學姊。老師們身兼數職，從 EPIX 特工隊隊長到導演、球友、老師、朋友，在研究上給與無法形容的幫助，更讓我們耳濡目染做研究應有的精神，更讓我們知道要無時無刻、把握時間不斷”思考”。

除了領軍的老師們之外，還要感謝實驗室的所有伙伴們，已經回保加利亞生小寶寶的 Vera、明朗學長、男哥、建舜學長、仁崇、俊華、已經畢業的安澤、建成、宏璋、俊誌、已經飛回加拿大的百合、已經飛回瑞典的 Hugo Hu 先生、要一起說謝謝的謹綱、還有被我搞破壞的材料所光電高分子實驗室。有了你們的陪伴，漆黑的實驗室不再黑暗，實驗生活充滿了色彩。

除了實驗室的伙伴們，還要感謝從小到大的大大小小老老少少男男女女的所有朋友們，因為有你們當我的垃圾桶，讓我能夠沒有心事的衝下去。感謝橄欖球，訓練了我的意志力，讓我撐過了所有的緊要關頭。感謝助我進入交通大學念書，助我順利口試通過，助我順利畢業的交大土地公，謝謝您總是在最後關頭為我補上臨門一腳。

最重要的，是感謝我的家人。爸爸、媽媽的栽培，他們的呵護，讓我在毫無後顧下可以專心在學業上。還有哥哥，常常幫我做很多事，幫我拿東拿西，聊天，晚上回家陪我東拉西扯。

該感謝的人太多了，憶起國中課文，那就謝天吧！

最後，再次感謝所有在乎我及我在乎的人。

謝謝大家！下臺一鞠躬！

目 錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
誌謝.....	iii
目錄.....	iv
表目錄.....	vi
圖目錄.....	vii
符號說明.....	ix
第一章 緒論.....	1
第二章 全像儲存原理.....	3
2.1 體積全像術原理.....	3
2.2 位移多工資訊記錄原理.....	16
第三章 感光高分子 PQ:PMMA.....	25
3.1 反應機制.....	25
3.1.1 製備反應機制.....	25
3.1.2 感光反應機制.....	27
3.2 製備流程.....	27
3.2.1 MMA 單體的純化.....	27
3.2.2 AIBN 的純化.....	28
3.2.3 製備流程.....	29
3.3 材料光學特性量測.....	32
3.3.1 穿透光譜.....	32
3.3.2 均勻度.....	34
3.3.3 扇射效率.....	35
第四章 全像光學實驗.....	41
4.1 單一光柵.....	41
4.1.1 光學系統架設.....	41
4.1.1.1 綠光記錄，紅光讀取.....	41
4.1.1.2 綠光記錄，綠光讀取.....	44
4.1.2 實驗結果與討論.....	45
4.1.2.1 綠光記錄，紅光讀取.....	45
4.1.2.2 綠光記錄，綠光讀取，記錄光強度為 20mW/cm ²	47
4.1.2.3 綠光記錄，綠光讀取，記錄光強度為 200mW/cm ²	49
4.2 資料儲存光柵.....	51
4.2.1 位移選擇性.....	51
4.2.1.1 光學系統架設.....	51
4.2.1.2 實驗結果與討論.....	53

4.2.2	儲存容量的估計.....	64
4.2.2.1	光學系統架設.....	64
4.2.2.2	實驗結果與討論.....	67
4.2.3	類比圖像儲存.....	70
4.2.3.1	光學系統架設.....	70
4.2.3.2	實驗結果與討論.....	72
第五章	結論.....	75
參考文獻	77



表目錄

表 2.1	位移選擇性.....	22
表 2.2	考慮斯耐爾定律後的位移選擇性.....	22
表 3.1	PPV 放入 MMA 液體前後的重量變化.....	29
表 3.2	樣品成份表.....	30
表 4.1	相位失配量大小.....	44
表 4.2	容許角度偏移量.....	44
表 4.3	位移選擇性理論值.....	52
表 4.4	位移選擇性實驗值.....	53
表 4.5	位移選擇性誤差.....	53



圖目錄

圖 2.1	記錄光柵時兩道入射光角度定義.....	3
圖 2.2	兩道記錄光與干涉亮暗紋的空間波向量的向量圖.....	4
圖 2.3	兩道記錄光在材料中干涉的情形.....	5
圖 2.4	散射介質空間作標定義.....	16
圖 2.5	位移多工全像儲存系統示意圖.....	17
圖 2.6	繞射效率與參考光位移關係圖.....	22
圖 2.7	數位資料顯示.....	24
圖 3.1	各分子結構式.....	25
圖 3.2	起始反應.....	26
圖 3.3	成長過程.....	26
圖 3.4	終止反應.....	27
圖 3.5	PQ 受光反應方式.....	27
圖 3.6	MMA 純化裝置.....	28
圖 3.7	洗玻璃流程.....	31
圖 3.8	過去模子的製作方式.....	31
圖 3.9	我們所使用灌模方式.....	32
圖 3.10	穿透光譜實驗圖.....	32
圖 3.11	穿透光譜.....	34
圖 3.12	麥克真德干涉儀(Mach-Zender interferometer).....	35
圖 3.13	均勻度量測結果.....	35
圖 3.14	均勻度不佳的原因.....	35
圖 3.15	扇射光柵量測光路圖.....	36
圖 3.16	不同厚度，穿透光的強度隨著時間的變化情形.....	36
圖 3.17	不同厚度，扇射效率隨著時間的變化情形.....	36
圖 3.18	不同偏振光的扇射情形.....	39
圖 3.19	扇射光柵形成示意圖.....	39
圖 3.20	減少干擾的方法.....	40
圖 4.1	單一光柵記錄、讀取向量圖.....	41
圖 4.2	使用紅光動態讀取繞射效率光路圖.....	42
圖 4.3	相位失配量.....	43
圖 4.4	直接讀取綠光的繞射效率光路圖.....	45
圖 4.5	綠光記錄，紅光讀取之繞射效率.....	46
圖 4.6	綠光記錄，紅光讀取之折射率變化.....	47
圖 4.7	低強度記錄，並直接讀取綠光之繞射效率.....	48
圖 4.8	低強度記錄，並直接讀取綠光之折射率變化.....	48
圖 4.9	高強度記錄，並直接讀取綠光之繞射效率.....	50
圖 4.10	高強度記錄，並直接讀取綠光之折射率變化.....	50
圖 4.11	位移選擇性量測光路圖.....	51
圖 4.12	t=1mm 繞射效率隨記錄材料在 x 方向的移動的變化.....	55
圖 4.13	t=2mm 繞射效率隨記錄材料在 x 方向的移動的變化.....	55
圖 4.14	t=4mm 繞射效率隨記錄材料在 x 方向的移動的變化.....	56

圖 4.15	$t=8\text{mm}$	繞射效率隨記錄材料在 x 方向的移動的變化.....	56
圖 4.16	$t=1\text{mm}$	繞射效率隨記錄材料在 y 方向的移動的變化.....	57
圖 4.17	$t=2\text{mm}$	繞射效率隨記錄材料在 y 方向的移動的變化.....	57
圖 4.18	$t=4\text{mm}$	繞射效率隨記錄材料在 y 方向的移動的變化.....	58
圖 4.19	$t=8\text{mm}$	繞射效率隨記錄材料在 y 方向的移動的變化.....	58
圖 4.20		將(4.16)式的振幅項作圖.....	61
圖 4.21		重建光強度隨著記錄材料在 x 方向移動的變化.....	62
圖 4.22		重建光強度隨著記錄材料在 Y 方向移動的變化.....	63
圖 4.23		厚度為 8mm 的記錄材料在 y 方向上移動 0.2mm 時，繞射光強度的分佈情形.....	63
圖 4.24		記錄材料在 y 方向上移動 0.2mm 時，不同光束大小，繞射光強度的分佈情形.....	63
圖 4.25		厚度為 8mm 的記錄材料，在不同光束大小下繞射強度與材料位移量的關係.....	64
圖 4.26		動態範圍量測光路圖.....	65
圖 4.27		動態範圍量測光點在旋轉台上之位置.....	65
圖 4.28		位移多工光點重疊情形.....	66
圖 4.29		在 4mm 厚材料內，記錄 190 張全像的繞射效率.....	67
圖 4.30		在 8mm 厚材料內，記錄 120 張全像的繞射效率.....	68
圖 4.31		位移多工繞射圖形.....	68
圖 4.32		在 4mm 厚材料內，記錄 190 張全像的繞射效率.....	69
圖 4.33		在 8mm 厚材料內，記錄 120 張全像的繞射效率.....	69
圖 4.34		長時間紅光讀取單一光柵繞射效率.....	70
圖 4.36		類比圖形儲存光路圖.....	71
圖 4.37		厚度為 4mm 重建影像的 SNR 值與曝光時間的關係.....	72
圖 4.38		使用 USAF 標準圖做為輸入影像及其重建影像.....	72
圖 4.39		重建出來的影像.....	74

符號說明

t	記錄材料在 z 方向上的厚度
d	記錄材料在 z 方向上的厚度
λ	波長
A_O	物體光振幅
A_R	參考光振幅
$a_O(x, z)$	物體光光場分布
$a_R(x, z)$	參考光光場分布
θ_O	物體光入射感光材料的角度
θ_R	參考光入射感光材料的角度
\bar{k}	光場的空間波向量
$I_H(x, z)$	光強度隨空間的分布
I_o	平均光強度
V	對比度
\bar{K}	空間波向量(grating vector)
Λ	光柵的空間週期
φ	空間波向量與 z 軸的夾角
ε	介電常數
σ	導電率
\bar{X}	空間向量(radius vector)
ε_0	平均介電常數
ε_1	介電常數受調變之振幅
σ_0	平均導電率
σ_1	導電率受調變之振幅
μ	磁導率
c	光速
n_0	平均折射率
α_0	平均吸收率
n_1	折射率在空間上被調變的振幅
α_1	吸收率在空間上被調變的振幅
κ	耦合常數
β	平均傳播常數
R	使用平面波之參考光
S	經全像光柵繞射出的光場
$\bar{\rho}$	表示入射參考光的波向量
$\bar{\delta}$	表示繞射光的波向量
θ_B	布拉格角
ϑ	相位失配量
v	材料特性跟光學架構之參數
ξ	相位失配量之參數



η	繞射效率
$U(\bar{r})$	從介質出射的光場
$U_i(\bar{r})$	入射介質的光場
$U_d(\bar{r})$	繞射光場
\bar{r}	介質外的觀測點 P，到介質中心 O 的距離
\bar{r}'	介質中任一散射點 Q 與介質中心 O 的距離
\bar{k}_d	繞射光的空間波向量
k_0	真空中的空間波向量
$\Delta\epsilon(\bar{r}')$	散射介質中折射率隨空間的分佈情形
(x_0, y_0)	影像輸入平面
(x'_1, y'_1)	影像的輸出平面
f	焦距
z_0	點光源與材料的距離
$U_0(x_0, y_0)$	輸入影像
δ_x	x 方向的位移量
$\Delta\delta_x$	串化雜訊最小時，x 方向所需的最小位移量
δ_y	y 方向的位移量
$\Delta\delta_y$	串化雜訊最小時，y 方向所需的最小位移量
θ'	空氣中物體光的入射角
D_A	類比資訊表面儲存容量
M	材料儲存影像時，同一個光束大小的範圍內可儲存的張數
A	光束大小
u_{\max}	影像的最高空間頻率
N_p^2	CCD 圖素數
b	CCD 圖素大小
D_A	數位資訊表面儲存容量
$M/\#$	動態範圍(M number)
θ'_g	綠光入射材料的角度
θ'_r	紅光入射材料的角度
l_1, l_2	分別為麥克生干涉儀的兩臂長

第一章 緒論

21 世紀已經來臨，資訊的需求量與日具增，資料的計算、處理速度也一日比一日快，而資訊儲存的需求更有增無減。因此，尋找一個高速、高容量的儲存方式便是現今一個重要的課題。光儲存技術從 80 年代光碟片(CD)問世後，儲存量已達 700MB。到了 90 年代，因為製作更短波長的半導體雷射技術的進步，更進一步推出了容量可高達 4.7GB 的 DVD 光碟片。不過光碟片是利用序列式儲存數位訊號，然後利用碟片旋轉來依序讀取這些數位訊號，所以馬達的轉數便限制了資訊讀取的速度。目前 DVD 光碟片 8MB/sec 的讀取速度，已無法符合今日資訊傳輸速度的需求。因此一個高速、高容量儲存方式的研發已是勢在必行的一大課題。而體積全像儲存具有大容量(100GB/inch²^[1])，高傳輸速度(10GB/sec^[1])的特色，正符合了此項需求。

體積全像儲存系利用一道載有資訊的物體光與另一道相同波長的同調光在材料中產生干涉，利用感光材料將干涉條紋記錄下來。當要讀取資料時，只需要將參考光入射記錄材料，載有資訊的物體光便會被材料繞射出來，再利用 CCD 將繞射出的影像截取、判讀，便可以將儲存的資訊讀出。因為光學系統具有平行處理(parallel)的優點，儲存、讀取時乃是一次儲存、讀取一整頁的資訊，因此擁有快速的傳輸速度。另外，體積全像是利用不同的多工方式，譬如位移多工、角度多工、波長多工、旋轉多工、相位多工等方式，將多頁的資訊重疊的儲存在感光材料中的三維的空間，儲存維度也比傳統二維的儲存技術多了一個維度，因此擁有較大的儲存容量。

雖然體積全像儲存系統擁有高傳輸速度及高容量的優點，不過需要能夠記錄干涉條紋的感光材料是目前一大課題。目前較為耳熟能詳的感光材料有光感高分子(photopolymer)、光折變晶體(photorefractive crystal)等等。光折變晶結構均勻，具有較佳的光學品質，照光後體積不改變，以及可重覆讀寫等優點，但是卻有折射率變化、敏感度都較低，且製作過程複雜費時等缺點^[2]。而感光高分子具有較高的折射率變化及感光度、容易參雜不同的感光分子，且製作容易、亦可製作成任意形狀、及製作時間短等優點，不過也有均勻度及散射粒子不易控制與改善，造成較差的光學品質，和受光後體積會收縮等缺點。然而，使用摻入 PQ 分子的 PMMA 感光高分子材料，其具有可製作成塊狀，且受光後收縮量不大等優點，因此在本文中我們採用摻有 PQ 的 PMMA 高分子，簡稱 PQ:PMMA 感光高分子。

選擇了 PQ:PMMA 感光高分子做為我們的記錄材料，我們將利用其容易製作成不同形狀的優點，將材料製作成碟片的形式，再利用位移多工的技術，來實現位移多工體積全像儲存系統。

本文將探討感光高分子 PQ:PMMA 的製備流程，光學特性。再利用我們自行製備出的感光高分子，架設一個位移多工體積全像儲存系統，探討此儲存系統之特性。

本文的編寫次序如下：

第二章：我們將以藕合波理論推導體積全像的儲存原理，並做為之後探討材料光學特性的基礎。並利用波恩近似法推導位移多工體積全像儲存的原理，做為架設位移多工體積全像儲存系統的理论依據。

第三章：我們將介紹材料的製備流程、光學特性量測結果。

第四章：我們利用單一光柵探討材料的繞射效率，並利用第二章體積全像的儲存原理推算材料的折射率變化。然後再利用第二章所推導出的位移多工體積全像儲存原理，架設一儲存系統，並量測此系統的系統特性。最後我們會估計儲存系統的儲存容量，並實際儲存類比影像。

第五章：我們將對本文之研究工作做一總結。



第二章 全像儲存原理

2.1 體積全像術原理

一般而言，體積全像依記錄時，記錄光入射感光材料的方向的不同，可分為穿透式與反射式體積全像兩種。穿透式體積全像，是指記錄時兩道記錄光由感光材料的同一側入射；反射式體積全像，則是指在記錄時兩道記錄光由感光材料的兩側入射。兩種體積全像術，皆可由 Herwig Kogelnik 在 1969 年根據耦合波理論 (Coupled Wave Theory)^[3]所發展出來的理論加以描述。

我們從在感光材料中建立全像光柵開始推導。假設我們的感光材料在 z 方向上的厚度為 t ， x 、 y 方向上的大小為無限大，兩道記錄光為同調、波長為 λ 、振幅分別為 A_O 、 A_R 的平面波，以 O 、 R 分別表示之。如圖 2.1，兩道光都在 x - z 平面上分別以 θ_O 、 θ_R 入射感光材料。因此，可以用(2.1)、(2.2)式表示兩道記錄光的光場為：

$$a_O(x, z) = A_O e^{i\vec{k}_O \cdot \vec{r}} \quad (2.1)$$

$$a_R(x, z) = A_R e^{i\vec{k}_R \cdot \vec{r}} \quad (2.2)$$

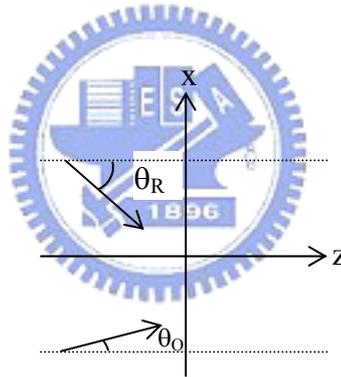


圖 2.1 記錄光柵時兩道入射光角度定義

為了方便討論，我們假設材料內外的折射率相同，即忽略光場入射材料時角度受到折射率不同的改變。因此，兩道光在感光材料中會產生隨著空間分佈的亮暗分佈可表示為：

$$\begin{aligned} I_H(x, z) &= |a_O(x, z) + a_R(x, z)|^2 \\ &= A_O^2 + A_R^2 + 2A_O A_R \cos[(\vec{k}_O - \vec{k}_R) \cdot \vec{r}] \\ &= (A_O^2 + A_R^2) \left\{ 1 + \frac{2A_O A_R}{A_O^2 + A_R^2} \cos[(\vec{k}_O - \vec{k}_R) \cdot \vec{r}] \right\} \\ &\equiv I_o \{ 1 + V \cos[\vec{K} \cdot \vec{r}] \} \end{aligned} \quad (2.3)$$

其中 $I_o \equiv (A_o^2 + A_R^2)$ 為平均光強度， $V \equiv \frac{2A_o A_R}{A_o^2 + A_R^2}$ 為對比度，

$\vec{K} \equiv (\vec{k}_o - \vec{k}_R) \equiv \frac{2\pi}{\Lambda} (\hat{x} \sin \varphi_g + \hat{z} \cos \varphi_g)$ 為亮暗紋的空間波向量 (grating vector)， Λ 為亮暗分佈的空間週期， φ_g 為空間波向量與 z 軸的夾角，其方向及大小可以用向量圖 (vector-diagram) 畫出，如圖 2.2 所示。

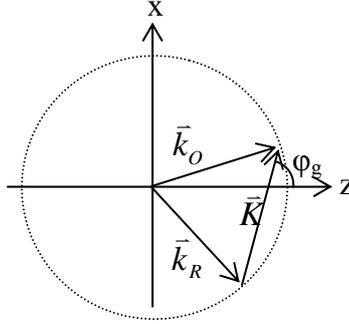


圖 2.2 兩道記錄光與干涉亮暗紋的空間波向量的向量圖

$$\therefore \begin{cases} \vec{k}_o = k(\sin \theta_o \hat{x} + \cos \theta_o \hat{z}) \\ \vec{k}_R = k(\sin \theta_R \hat{x} + \cos \theta_R \hat{z}) \end{cases} \quad (2.4)$$

其中 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 為兩記錄光的空間波向量。所以干涉所產生的亮暗紋可表示為：

$$\begin{aligned} I_H(x, z) &= I_o \{1 + V \cos[\vec{K} \cdot \vec{r}]\} \\ &= I_o \{1 + V \cos[K \sin \varphi_g x + K \cos \varphi_g z]\} \\ &= I_o \{1 + V \cos[k(\sin \theta_o - \sin \theta_R)x + k(\cos \theta_o - \cos \theta_R)z]\} \end{aligned} \quad (2.5)$$

當餘弦函數為 1 時，代表為亮紋，因此我們可以得到亮紋發生的條件為：

$$\begin{aligned} k[(\sin \theta_o - \sin \theta_R)x + (\cos \theta_o - \cos \theta_R)z] &= 2\pi N, \quad (N = 0, 1, 2, \dots) \\ \Rightarrow x &= \frac{\cos \theta_R - \cos \theta_o}{\sin \theta_o - \sin \theta_R} z + \frac{\lambda}{\sin \theta_o - \sin \theta_R} N \\ &\equiv \tan \varphi z + \frac{\lambda}{\sin \theta_o - \sin \theta_R} N \end{aligned} \quad (2.6)$$

其中 φ 為亮暗紋與 z 軸的夾角。我們可以發現：

$$\begin{aligned} \sin \varphi_g &= \frac{k}{K} (\sin \theta_o - \sin \theta_R) & \cos \varphi_g &= \frac{k}{K} (\cos \theta_o - \cos \theta_R) \\ \Rightarrow \tan \varphi_g &= \frac{(\sin \theta_o - \sin \theta_R)}{(\cos \theta_o - \cos \theta_R)} \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\Rightarrow \tan \varphi_g \cdot \tan \varphi = -1$$

即，空間波向量與亮暗紋的夾角為 90° 。若用 θ_O 、 θ_R 表示 φ 、 φ_g ，可得：

$$\begin{aligned}\varphi &= \tan^{-1} \left(\frac{\cos \theta_R - \cos \theta_O}{\sin \theta_O - \sin \theta_R} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{-2 \sin \left(\frac{\theta_R + \theta_O}{2} \right) \sin \left(\frac{\theta_R - \theta_O}{2} \right)}{2 \sin \left(\frac{\theta_O - \theta_R}{2} \right) \cos \left(\frac{\theta_R + \theta_O}{2} \right)} \right) \\ &= \tan^{-1} \left[\tan \left(\frac{\theta_R + \theta_O}{2} \right) \right] = \frac{\theta_R + \theta_O}{2} \\ \varphi_g &= \varphi + \frac{\pi}{2} = \frac{\theta_R + \theta_O}{2} + \frac{\pi}{2}\end{aligned}\quad (2.8)$$

另外，(2.7)式我們也可以計算亮暗分佈的空間週期 Λ ：

$$\sin \varphi_g = \frac{k}{K} (\sin \theta_O - \sin \theta_R) \Rightarrow \Lambda = \frac{\lambda \sin \varphi_g}{(\sin \theta_O - \sin \theta_R)} \quad (2.9)$$

所以，我們可以得到在感光材料中，亮暗紋的分佈情形如圖 2.3。

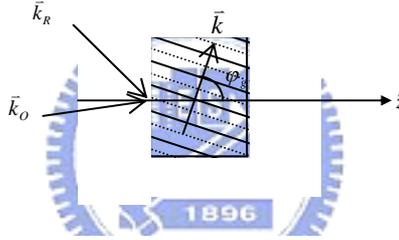


圖 2.3 兩道記錄光在材料中干涉的情形

亮暗紋也可以表示為：

$$\begin{aligned}I_H(x, z) &= I_o \{1 + V \cos[K(\sin \theta_O - \sin \theta_R)x + K(\cos \theta_O - \cos \theta_R)z]\} \\ &= I_o \{1 + V \cos[K(\sin \varphi_g x + \cos \varphi_g z)]\}\end{aligned}\quad (2.10)$$

因為感光材料受光後會有化學或是物理變化，使其介電常數 ε (relative dielectric constant)或是導電率 σ (conductivity)會改變，而將亮暗的變化記錄下來成為一個全像光柵。假設這些變化的程度與受光量成正比，則在感光材料的介電常數跟導電率受到調變後，光柵的空間中分佈可用介電常數與導電率來表示：

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \cos(\vec{K} \cdot \vec{X}) \quad (2.11.a)$$

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma_1 \cos(\vec{K} \cdot \vec{X}) \quad (2.11.b)$$

其中 $\vec{X} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ 為空間向量(radius vector)， $\vec{K} = \frac{2\pi}{\Lambda} \begin{bmatrix} \sin \varphi_g \\ 0 \\ \cos \varphi_g \end{bmatrix}$ 為光柵空間波向量

(grating vector)， ε_0 為平均介電常數， ε_1 為介電常數受調變之振幅， σ_0 為平均導

電率， σ_1 為導電率受調變之振幅。而介電常數與導電率也決定了材料的光學特性：折射率與吸收常數，其關係為：

$$n = \sqrt{\varepsilon} \quad , \quad \alpha = \frac{\mu c \sigma}{2\sqrt{\varepsilon}}$$

其中 μ 為磁導率， c 為光速。假設介電常數與導電率在空間上的調變量都非常小，即

$$\varepsilon_0 \gg \varepsilon_1 \quad \sigma_0 \gg \sigma_1 \quad (2.12)$$

所以折射率及吸收率可表示為：

$$\begin{aligned} n &= \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{\varepsilon_0 + \varepsilon_1 \cos(\vec{K} \cdot \vec{X})} \approx \sqrt{\varepsilon_0} + \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{\varepsilon_0}} \cos(\vec{K} \cdot \vec{X}) \\ &\equiv n_0 + n_1 \cos(\vec{K} \cdot \vec{X}) \end{aligned} \quad (2.13.a)$$

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{l} n_0 \equiv \sqrt{\varepsilon_0} \\ n_1 \equiv \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{\varepsilon_0}} \end{array} \right) \\ \alpha = \frac{\mu c \sigma}{2\sqrt{\varepsilon}} = \frac{\mu c [\sigma_0 + \sigma_1 \cos(\vec{K} \cdot \vec{X})]}{2\sqrt{\varepsilon_0 + \varepsilon_1 \cos(\vec{K} \cdot \vec{X})}} \approx \frac{\mu c \sigma_0}{2\sqrt{\varepsilon_0}} + \frac{\mu c \sigma_1}{2\sqrt{\varepsilon_0}} \cos(\vec{K} \cdot \vec{X}) \\ \equiv \alpha_0 + \alpha_1 \cos(\vec{K} \cdot \vec{X}) \end{aligned} \quad (2.13.b)$$

其中 n_0 、 α_0 為平均折射率及吸收率， n_1 、 α_1 為折射率及吸收率在空間上被調變的振幅。

如上所述，我們可以利用在 x-z 平面上的兩道平面波之干涉，在感光材料中寫入一個 x-z 平面上的全像光柵。

當有任何偏振方向在 y 方向的光場入射感光材料中的光柵時，我們可以利用純量波函數(scalar wave equation)加以描述光在介質中傳播行為：

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0 \quad (2.14)$$

其中 $E(x,z)$ 為總電場在 y 方向以角頻率 ω 振動之複數振幅，且與 y 方向的位置無關。而 k 為複數傳播常數，可以用利用介電常數、導電率及角頻率表示為：

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon - i\omega\mu\sigma \quad (2.15)$$

可以看到，因為介電常數與導電率在空間上是受到調變的，所以複數傳播常數在空間上也是受到調變的。將(2.11)式代入(2.15)式可得：

$$\begin{aligned}
k^2 &= \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon - i\omega\mu\sigma \\
&= \frac{\omega^2}{c^2} [\varepsilon_0 + \varepsilon_1 \cos(\vec{k} \cdot \vec{x})] - i\omega\mu[\sigma_0 + \sigma_1 \cos(\vec{k} \cdot \vec{x})] \\
&= \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 - i\omega\mu\sigma_0 + \frac{1}{2} \left[\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1 - i\omega\mu\sigma_1 \right] [e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} + e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}}] \\
&= \beta^2 - 2i\alpha\beta + 2\kappa\beta(e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} + e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}})
\end{aligned} \tag{2.16}$$

其中 κ 為耦合常數，定義為：

$$\kappa = \frac{1}{4} \left[\frac{2\pi}{\lambda} \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{\varepsilon_0}} - i \frac{\mu\sigma_1}{\sqrt{\varepsilon_0}} \right] \tag{2.17}$$

β 為平均傳播常數，定義為：

$$\beta = 2\pi \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{\lambda} = 2\pi \frac{n_0}{\lambda} \tag{2.18}$$

λ 為光波波長。

一般來說，材料的吸收都非常小，且吸收率及折射率在空間上的調變量都遠小於平均值，意即有以下之關係：

$$2\pi \frac{n_0}{\lambda} \gg \alpha_0 \quad 2\pi \frac{n_0}{\lambda} \gg \alpha_1 \quad n_0 \gg n_1 \tag{2.19}$$

我們將(2.13)式中的 n_1 與 α_1 代入(2.17)式中，將耦合常數以折射率及吸收率表示，可得：

$$\begin{aligned}
\kappa &= \frac{1}{4} \left[\frac{2\pi}{\lambda} \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{\varepsilon_0}} - i \frac{\mu\sigma_1}{\sqrt{\varepsilon_0}} \right] = \frac{\pi}{2\lambda} \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{\varepsilon_0}} - i \frac{\mu\sigma_1}{4\sqrt{\varepsilon_0}} \\
&= \frac{\pi n_1}{\lambda} - i \frac{\alpha_1}{2}
\end{aligned} \tag{2.20}$$

我們若令入射之平面波為參考光，以 R 表示，並用 S 表示經全像光柵所繞射出的光場，則耦合常數 κ 將描述入射參考光與繞射光之間的耦合大小。當 κ 為 0 時，入射參考光與繞射光之間的耦合大小為 0，即不會有繞射光輸出。由(2.20)式我們可以看到，入射參考光與繞射光之間的耦合大小與折射率及吸收率在空間中的調變振幅有關。如上，為光柵中傳播常數與光柵之間的關係。我們進一步將光柵中的總電場表示如下：

$$E = R(z)e^{-i\vec{\rho} \cdot \vec{x}} + S(z)e^{-i\vec{\delta} \cdot \vec{x}} \tag{2.21}$$

其中 $\vec{\rho}$ 及 $\vec{\delta}$ 分別表示入射參考光與繞射光的波向量。假設 $\vec{\rho}$ 、 $\vec{\delta}$ 及 \vec{K} 符合布拉格條件(Bragg condition)，如圖(2.4a)所示，即

$$\vec{\delta} = \vec{\rho} - \vec{K} \tag{2.22}$$

假設入射參考光與記錄光柵時所使用的兩束光中的 A_R 相同時，即

$$\vec{\rho} = \vec{k}_R$$

可以發現， $\vec{\delta} = \vec{k}_O$ 。以矩陣表示可得：

$$\vec{\rho} = \begin{bmatrix} \rho_x \\ 0 \\ \rho_z \end{bmatrix} = \beta \begin{bmatrix} \sin \theta_B \\ 0 \\ \cos \theta_B \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$\vec{\delta} = \begin{bmatrix} \delta_x \\ 0 \\ \delta_z \end{bmatrix} = \beta \begin{bmatrix} \sin \theta_\delta \\ 0 \\ \cos \theta_\delta \end{bmatrix} = \beta \begin{bmatrix} \sin \theta_B - \frac{K}{\beta} \sin \varphi_g \\ 0 \\ \cos \theta_B - \frac{K}{\beta} \cos \varphi_g \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$\Rightarrow \sin \theta_\delta = \sin \theta_B - \frac{K}{\beta} \sin \varphi_g$$

$$\Rightarrow \frac{K}{2\beta} = \frac{1}{2 \sin \varphi_g} (\sin \theta_B - \sin \theta_\delta)$$

$$= \frac{1}{2 \sin \varphi_g} [\sin \theta_B - \sin(\varphi_g - \theta_B - \pi)]$$

$$(\because \vec{\rho} = \vec{k}_R, \vec{\delta} = \vec{k}_O \Rightarrow \theta_B = \theta_R, \theta_\delta = \theta_O)$$

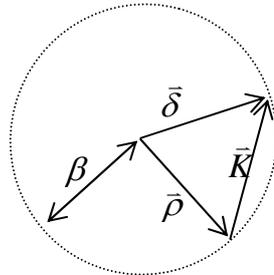
$$\Rightarrow \varphi_g = \frac{\theta_R + \theta_O}{2} + \frac{\pi}{2} = \frac{\theta_B + \theta_\delta}{2} + \frac{\pi}{2}$$

$$= \frac{1}{2 \sin \varphi_g} [\sin \theta_B + \sin(\varphi_g - \theta_B)]$$

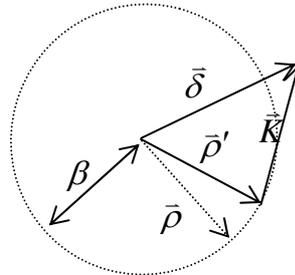
$$= \frac{1}{2 \sin \varphi_g} [\sin \theta_B + 2 \sin \varphi_g \cos \varphi_g \cos \theta_B - \sin \theta_B \cos 2\varphi_g]$$

$$= \cos \varphi_g \cos \theta_B + \sin \varphi_g \sin \theta_B = \cos(\varphi_g - \theta_B)$$

$$\Rightarrow \cos(\varphi_g - \theta_B) = \frac{K}{2\beta} \quad (2.25)$$



(a)符合布拉格條件



(b)接近布拉格條件

圖 2.4 向量圖

(2.22)、(2.25)分別為入射參考光、繞射光及光柵空間波向量之間的布拉格條件，即入射參考光與繞射光之間的波向量差，必須等於光柵的空間波向量。但是當入射參考光因為波長或入射角度不符合布拉格條件時，會引進一個相位失配量 (dephasing)。譬如說入射參考光的波長符合布拉格條件，但是入射角度與布拉格條件有些微的偏差，即

$$\theta = \theta_B + \Delta\theta \quad (2.26)$$

或是說，雖然入射參考光的入射角度符合布拉格條件，但是波長有些微的偏差，即：

$$\lambda = \lambda_B + \Delta\lambda \quad (2.27)$$

事實上，角度的偏差與波長的偏差，對繞射光的強度有等效的影響。假設入射參考光偏離布拉格條件並不多，即

$$\Delta\theta \ll \theta_B \quad \Delta\lambda \ll \lambda_B \quad (2.28)$$

那麼我們可以從(2.25)式得到兩者之間的關係：

$$\begin{aligned} \cos(\varphi_g - \theta) &= \frac{K}{2\beta} \\ \Rightarrow \cos(\varphi_g - \theta_B - \Delta\theta) &= \frac{K}{2} \frac{\lambda_B + \Delta\lambda}{2\pi n_0} \\ \Rightarrow \cos(\varphi_g - \theta_B) \cos(\Delta\theta) + \sin(\varphi_g - \theta_B) \sin(\Delta\theta) &= \frac{K}{2\beta} + \frac{K}{2} \frac{\Delta\lambda}{2\pi n_0} \\ \Rightarrow \cos(\varphi_g - \theta_B) + \sin(\varphi_g - \theta_B) \Delta\theta &\approx \frac{K}{2\beta} + \frac{K}{2} \frac{\Delta\lambda}{2\pi n_0} \\ \Rightarrow \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} &= \frac{K}{4\pi n_0} \frac{1}{\sin(\varphi_g - \theta_B)} \end{aligned} \quad (2.29)$$

如圖(2.4b)所示，當入射參考光入射角度不符合布拉格條件時，繞射光波向量長度就不再是 β ，因此我們可以定義相位失配量 \mathcal{G} 為：

$$\mathcal{G} \equiv \frac{\beta^2 - \delta^2}{2\beta} \quad (2.30)$$

此時(2.23)與(2.24)式中的 θ_B 因為不符合布拉格條件的關係， θ_B 用任意入射角 θ 代替，再分別將(2.24)、(2.25)、(2.26)、(2.27)代入(2.30)式：

$$\mathcal{G} \equiv \frac{\beta^2 - \delta^2}{2\beta} = \frac{\beta^2}{2\beta} \left[1 - \left(\sin\theta - \frac{K}{\beta} \sin\varphi_g \right)^2 - \left(\cos\theta - \frac{K}{\beta} \cos\varphi_g \right)^2 \right]$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{G} &= \frac{\beta}{2} \left[1 - (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) - \frac{K^2}{\beta^2} (\sin^2 \varphi_g + \cos^2 \varphi_g) \right. \\
&\quad \left. + 2 \frac{K}{\beta} (\sin \theta \sin \varphi_g + \cos \theta \cos \varphi_g) \right] \\
&= K \cos(\varphi_g - \theta) - \frac{K^2}{2\beta} = K \cos(\varphi_g - \theta) - \frac{K^2}{4\pi n_0} \lambda \\
&= K \cos(\varphi_g - \theta_B - \Delta\theta) - \frac{K^2}{4\pi n_0} (\lambda_B + \Delta\lambda) \\
&= K [\cos(\varphi_g - \theta_B) \cos(\Delta\theta) + \sin(\varphi_g - \theta_B) \sin(\Delta\theta)] - \frac{K^2}{4\pi n_0} \lambda_B - \frac{K^2}{4\pi n_0} \Delta\lambda \\
&\approx K \cos(\varphi_g - \theta_B) - \frac{K^2}{4\pi n_0} \lambda_B + K \sin(\varphi_g - \theta_B) \Delta\theta - \frac{K^2}{4\pi n_0} \Delta\lambda \\
\mathcal{G} &= K \sin(\varphi_g - \theta_B) \Delta\theta - \frac{K^2}{4\pi n_0} \Delta\lambda \tag{2.31}
\end{aligned}$$

可以看到，相位失配量 \mathcal{G} 與入射參考光入射的角度及波長與布拉格條件所給定的入射角度及波長的偏差值有關，而相位失配量 \mathcal{G} 會使繞射光產生改變。有了入射參考光與繞射光，以及光柵空間波向量之間的關係之後，我們將(2.21)式代入(2.14)式：

$$\begin{aligned}
&\begin{cases} \frac{\partial E}{\partial x} = -i\rho_x R(z)e^{-i\bar{\rho}\cdot\bar{x}} - i\delta_x S(z)e^{-i\bar{\delta}\cdot\bar{x}} \\ \frac{\partial E}{\partial z} = [-i\rho_z R(z) + R'(z)]e^{-i\bar{\rho}\cdot\bar{x}} + [-i\delta_z S(z) + S'(z)]e^{-i\bar{\delta}\cdot\bar{x}} \end{cases} \\
\Rightarrow &\begin{cases} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = -\rho_x^2 R(z)e^{-i\bar{\rho}\cdot\bar{x}} - \delta_x^2 S(z)e^{-i\bar{\delta}\cdot\bar{x}} \\ \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = [-\rho_z^2 R(z) - 2i\rho_z R'(z) + R''(z)]e^{-i\bar{\rho}\cdot\bar{x}} \\ \quad + [-\delta_z^2 R(z) - 2i\delta_z S'(z) + S''(z)]e^{-i\bar{\delta}\cdot\bar{x}} \end{cases}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \nabla^2 E + k^2 E &= -\rho_x^2 R(z) e^{-i\bar{\rho}\cdot\bar{x}} - \delta_x^2 S(z) e^{-i\bar{\rho}\cdot\bar{x}} \\
&\quad + \left[-\rho_z^2 R(z) - 2i\rho_z R'(z) + R''(z) \right] e^{-i\bar{\rho}\cdot\bar{x}} \\
&\quad + \left[-\delta_z^2 S(z) - 2i\delta_z S'(z) + S''(z) \right] e^{-i\bar{\delta}\cdot\bar{x}} \\
&\quad + \left[\beta^2 - 2i\alpha\beta + 2\kappa\beta \left(e^{i\bar{k}\cdot\bar{x}} + e^{-i\bar{k}\cdot\bar{x}} \right) \right] \left[R(z) e^{-i\bar{\rho}\cdot\bar{x}} + S(z) e^{-i\bar{\delta}\cdot\bar{x}} \right] \\
&= \left[R''(z) - 2i\rho_z R'(z) - \rho_z^2 R(z) - \rho_x^2 R(z) + (\beta^2 - 2i\alpha\beta) R(z) \right] e^{-i\bar{\rho}\cdot\bar{x}} \\
&\quad + \left[S''(z) - 2i\delta_z S'(z) - \delta_z^2 S(z) - \delta_x^2 S(z) + (\beta^2 - 2i\alpha\beta) S(z) \right] e^{-i\bar{\delta}\cdot\bar{x}} \\
&\quad + 2\kappa\beta R(z) e^{i(\bar{k}-\bar{\rho})\cdot\bar{x}} + 2\kappa\beta S(z) e^{i(\bar{k}-\bar{\delta})\cdot\bar{x}} + 2\kappa\beta R(z) e^{-i(\bar{k}+\bar{\rho})\cdot\bar{x}} + 2\kappa\beta S(z) e^{-i(\bar{k}+\bar{\delta})\cdot\bar{x}} \\
&= 0 \tag{2.32}
\end{aligned}$$

由(2.22)式可得：

$$\bar{K} - \bar{\rho} = -\bar{\delta} \quad \bar{K} + \bar{\delta} = \bar{\rho} \tag{2.33}$$

假設大部份的繞射光都繞射到符合布拉格條件的方向上，所以將(2.32)式中的 $\bar{K} - \bar{\delta}$ 跟 $\bar{K} + \bar{\rho}$ 兩個方向的繞射光忽略掉，並將(2.33)式及(2.23)、(2.24)式代入(2.32)得：

$$\begin{aligned}
&\left[R''(z) - 2i\rho_z R'(z) - 2i\alpha\beta R(z) + 2\kappa\beta S(z) \right] e^{-i\bar{\rho}\cdot\bar{x}} \\
&+ \left[S''(z) - 2i\delta_z S'(z) + (\beta^2 - \delta_z^2) S(z) - 2i\alpha\beta S(z) + 2\kappa\beta R(z) \right] e^{-i\bar{\delta}\cdot\bar{x}} \\
&= 0 \tag{2.34}
\end{aligned}$$

假設入射參考光與繞射光之間的能量耦合速度很慢，且能量被吸收的速率也很慢，所以忽略(2.34)式中的二階微分項，並將(2.30)式的相位失配量代入(2.34)式得：

$$\begin{aligned}
&\left[-2i\rho_z R'(z) - 2i\alpha\beta R(z) + 2\kappa\beta S(z) \right] e^{-i\bar{\rho}\cdot\bar{x}} \\
&+ \left[-2i\delta_z S'(z) + 2\beta\delta S(z) - 2i\alpha\beta S(z) + 2\kappa\beta R(z) \right] e^{-i\bar{\delta}\cdot\bar{x}} \\
&= 0 \tag{2.35}
\end{aligned}$$

(2.35)式成立的條件為兩個振盪項 $e^{-i\bar{\rho}\cdot\bar{x}}$ $e^{-i\bar{\delta}\cdot\bar{x}}$ 的系數皆為 0，並且由(2.23)、(2.24)式，當參考光以任意角度 θ 入射時，分別定義 C_R 、 C_S ：

$$\begin{cases} C_R = \frac{\rho_z}{\beta} = \cos\theta \\ C_S = \frac{\delta_z}{\beta} = \cos\theta - \frac{K}{\beta} \cos\varphi_g \end{cases} \tag{2.36}$$

我們可以由(2.35)式得到一個耦合波方程組：

$$\begin{cases} C_R R'(z) + \alpha R(z) = -i\kappa S(z) \\ C_S S'(z) + (\alpha + i\vartheta) R(z) = -i\kappa R(z) \end{cases} \tag{2.37}$$

由上式，我們可以看到因為 κ 的存在，使得入射參考光與繞射光之間產生耦合效應。而吸收常數 α 則造成入射參考光與繞射光的振幅隨著 z 軸改變。由(2.37)

式之耦合波方程組及體積全像光柵的邊界條件，我們可以解得光波的繞射性質。

我們假設(2.37)式的解為：

$$\begin{cases} R(z) = r_1 e^{\gamma_1 z} + r_2 e^{\gamma_2 z} & (2.38.a) \\ S(z) = s_1 e^{\gamma_1 z} + s_2 e^{\gamma_2 z} & (2.38.b) \end{cases}$$

將(2.38)式代(2.37)式，可得：

$$\begin{cases} (C_R \gamma_1 r_1 + \alpha r_1) e^{\gamma_1 z} + (C_R \gamma_2 r_2 + \alpha r_2) e^{\gamma_2 z} = -i \kappa s_1 e^{\gamma_1 z} - i \kappa s_2 e^{\gamma_2 z} \\ [C_S \gamma_1 s_1 + (\alpha + i \vartheta) s_1] e^{\gamma_1 z} + [C_S \gamma_2 s_2 + (\alpha + i \vartheta) s_2] e^{\gamma_2 z} = -j \kappa r_1 e^{\gamma_1 z} - i \kappa r_2 e^{\gamma_2 z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} C_R \gamma_i r_i + \alpha r_i = -i \kappa s_i & (2.39.a) \\ C_S \gamma_i s_i + (\alpha + i \vartheta) s_i = -i \kappa r_i & (2.39.b) \end{cases}$$

將(2.39.a)與(2.39.b)兩式相乘可得：

$$\begin{aligned} (C_R \gamma_i + \alpha)[C_S \gamma_i + (\alpha + i \vartheta)] &= -\kappa^2 \\ \Rightarrow C_R C_S \gamma_i^2 + [\alpha(C_S + C_R) + i \vartheta C_R] \gamma_i + \alpha(\alpha + i \vartheta) + \kappa^2 &= 0 \\ \Rightarrow \gamma_i &= \frac{-[\alpha(C_S + C_R) + i \vartheta C_R] \pm \sqrt{[\alpha(C_S + C_R) + i \vartheta C_R]^2 - 4 C_R C_S [\alpha(\alpha + i \vartheta) + \kappa^2]}}{2 C_R C_S} \end{aligned} \quad (2.40)$$

將(2.40)式中的 $[\alpha(C_S + C_R) + i \vartheta C_R]^2 - 4 C_R C_S [\alpha(\alpha + i \vartheta) + \kappa^2]$ 化簡為：

$$\begin{aligned} &[\alpha(C_S + C_R) + i \vartheta C_R]^2 - 4 C_R C_S [\alpha(\alpha + i \vartheta) + \kappa^2] \\ &= \alpha^2 (C_S + C_R)^2 - C_R^2 \vartheta^2 + i 2 \alpha \vartheta C_R (C_S + C_R) \\ &\quad - 4 \alpha^2 C_R C_S - i 4 \alpha C_R C_S \vartheta - 4 C_R C_S \kappa^2 \\ &= \alpha^2 (C_S - C_R)^2 - C_R^2 \vartheta^2 - i 2 \alpha \vartheta C_R (C_S + C_R) - 4 C_R C_S \kappa^2 \\ &= [\alpha(C_S - C_R) - i \vartheta C_R]^2 - 4 C_R C_S \kappa^2 \end{aligned} \quad (2.41)$$

將(2.41)式代入(2.40)式，可得：

$$\begin{aligned} \gamma_i &= \frac{-[\alpha(C_S + C_R) + i \vartheta C_R] \pm \sqrt{[\alpha(C_S + C_R) + i \vartheta C_R]^2 - 4 C_R C_S [\alpha(\alpha + i \vartheta) + \kappa^2]}}{2 C_R C_S} \\ &= -\frac{1}{2 C_R C_S} [\alpha(C_S + C_R) + i \vartheta C_R] \\ &\quad \pm \frac{1}{2 C_R C_S} \sqrt{[\alpha(C_S + C_R) + i \vartheta C_R]^2 - 4 C_R C_S [\alpha(\alpha + i \vartheta) + \kappa^2]} \\ &= -\frac{1}{2} \left[\frac{\alpha}{C_R} + \frac{\alpha}{C_S} + i \frac{\vartheta}{C_S} \right] \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{C_R^2 C_S^2} [\alpha(C_S - C_R) - i \vartheta C_R]^2 - 4 C_R C_S \kappa^2} \\ &= -\frac{1}{2} \left[\frac{\alpha}{C_R} + \frac{\alpha}{C_S} + i \frac{\vartheta}{C_S} \right] \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\alpha}{C_R} - \frac{\alpha}{C_S} - i \frac{\vartheta}{C_S} \right)^2 - 4 \frac{\kappa^2}{C_R C_S}} \end{aligned} \quad (2.42)$$

假設入射參考光都是由 $z=0$ 往 $+z$ 方向傳播。考慮穿透式全像片，繞射光也是往 $+z$ 方向傳播，因此 $C_S > 0$ 。加上邊介條件：

$$R(0)=1 \quad S(0)=0 \quad (2.43)$$

將邊介條件代入(2.38)式，可得：

$$\begin{cases} r_1 + r_2 = 1 \\ s_1 + s_2 = 0 \end{cases} \quad (2.44)$$

將(2.39.a)與(2.39.b)兩式相加，並代入(2.44)之條件：

$$C_S(\gamma_1 s_1 + \gamma_2 s_2) + (s_1 + s_2)(\alpha + i\vartheta) = -i\kappa(r_1 + r_2) \quad (2.45)$$

$$\Rightarrow C_S(\gamma_1 s_1 + \gamma_2 s_2) = -i\kappa$$

$$\Rightarrow s_1 = -s_2 = -\frac{i\kappa}{C_S(\gamma_1 - \gamma_2)} \quad (2.46)$$

將(2.46)式代入(2.38.b)式，可得：

$$S(d) = i \frac{\kappa}{C_S(\gamma_1 - \gamma_2)} (e^{\gamma_2 d} - e^{\gamma_1 d}) \quad (2.47)$$

(2.47)式即為穿透式全像片的通解。

若考慮反射式全像片，繞射光則是往 $-z$ 方向傳播，因此 $C_S < 0$ 。加上邊介條件：

$$R(0)=1 \quad S(d)=0 \quad (2.48)$$

將邊介條件代入(2.37)式，可得：

$$\begin{cases} r_1 + r_2 = 1 \\ s_1 e^{\gamma_1 d} + s_2 e^{\gamma_2 d} = 0 \end{cases} \quad (2.49.a)$$

$$\quad \quad \quad (2.49.b)$$

由(2.49.b)式，我們可得：

$$\begin{cases} s_1(e^{\gamma_2 d} - e^{\gamma_1 d}) = (s_1 + s_2)e^{\gamma_2 d} \\ s_2(e^{\gamma_2 d} - e^{\gamma_1 d}) = -(s_1 + s_2)e^{\gamma_1 d} \end{cases} \quad (2.50.a)$$

$$\quad \quad \quad (2.50.b)$$

將(2.49.a)、(2.50)式代入(2.45)式：

$$C_S(\gamma_1 s_1 + \gamma_2 s_2) + (s_1 + s_2)(\alpha + i\vartheta) = -i\kappa(r_1 + r_2)$$

$$\Rightarrow C_S(\gamma_1 s_1 + \gamma_2 s_2) + (s_1 + s_2)(\alpha + i\vartheta) = -i\kappa$$

$$\Rightarrow C_S \gamma_1 (s_1 + s_2) e^{\gamma_2 d} (e^{\gamma_2 d} - e^{\gamma_1 d})^{-1} - C_S \gamma_2 (s_1 + s_2) e^{\gamma_1 d} (e^{\gamma_2 d} - e^{\gamma_1 d})^{-1}$$

$$+ (s_1 + s_2)(\alpha + i\vartheta) = -i\kappa$$

$$\Rightarrow (s_1 + s_2) \left[C_S \gamma_1 e^{\gamma_2 d} (e^{\gamma_2 d} - e^{\gamma_1 d})^{-1} - C_S \gamma_2 e^{\gamma_1 d} (e^{\gamma_2 d} - e^{\gamma_1 d})^{-1} + (\alpha + i\vartheta) \right] = -i\kappa$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow (s_1 + s_2) &= -i\kappa \left[C_s \gamma_1 e^{\gamma_2 d} (e^{\gamma_2 d} - e^{\gamma_1 d})^{-1} - C_s \gamma_2 e^{\gamma_1 d} (e^{\gamma_2 d} - e^{\gamma_1 d})^{-1} + (\alpha + i\vartheta) \right]^{-1} \\
&= \frac{-i\kappa}{(\alpha + i\vartheta) + C_s \frac{\gamma_1 e^{\gamma_2 d} - \gamma_2 e^{\gamma_1 d}}{e^{\gamma_2 d} - e^{\gamma_1 d}}} \\
\Rightarrow S(0) &= \frac{-i\kappa}{(\alpha + i\vartheta) + C_s \frac{\gamma_1 e^{\gamma_2 d} - \gamma_2 e^{\gamma_1 d}}{e^{\gamma_2 d} - e^{\gamma_1 d}}} \quad (2.51)
\end{aligned}$$

(2.51)式即為反射式全像片的通解。

因為本文所使用的材料為感光高分子，其在受光後會有折射率的變化，而穿透率並沒有明顯的下降(見第三章穿透光譜之量測)，因此在此只考慮相位光柵。又在實驗上，若使用反射式光柵，在對稱系統下，即 $\theta_0 = -\theta_R$ ，會發現繞射光與反射光將會重疊，需要再多一個分光鏡才能將兩者分開，較為麻煩，所以我們只討論穿透式全像片。因此，我們只針對穿透式相位全像片加以討論。因此令(2.20)、(2.42)式中的 $\alpha = \alpha_1 = 0$ ，並將(2.42)式代入(2.47)式：

$$\begin{aligned}
S(d) &= i \frac{\kappa}{C_s(\gamma_1 - \gamma_2)} (e^{\gamma_2 d} - e^{\gamma_1 d}) \\
&= -i \frac{\kappa}{C_s \sqrt{\frac{g^2}{C_s^2} + \frac{4\kappa^2}{C_R C_s}}} e^{-i\frac{gd}{2C_s}} \cdot 2 \sin \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{g^2}{C_s^2} + \frac{4\kappa^2}{C_R C_s}} d \right) \\
&= i \frac{\kappa}{C_s \sqrt{\frac{g^2}{4C_s^2} + \frac{\kappa^2}{C_R C_s}}} e^{-i\frac{gd}{2C_s}} \cdot \sin \left(\sqrt{\frac{g^2 d^2}{4C_s^2} + \frac{\kappa^2 d^2}{C_R C_s}} \right) \\
S(d) &= -i \frac{\kappa}{\sqrt{\frac{C_s}{C_R} \kappa} \sqrt{1 + \frac{g^2}{4C_s^2} \frac{\kappa^2}{C_R C_s}}} e^{-i\frac{gd}{2C_s}} \cdot \sin \left(\sqrt{\frac{g^2 d^2}{4C_s^2} + \frac{\kappa^2 d^2}{C_R C_s}} \right) \\
&\equiv -i \sqrt{\frac{C_R}{C_s}} e^{-i\xi} \frac{\sin(\sqrt{\nu^2 + \xi^2})}{\sqrt{1 + \frac{\xi^2}{\nu^2}}} \quad (2.52)
\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
\nu &\equiv \frac{\kappa d}{\sqrt{C_R C_s}} = \frac{\pi_1 d}{\lambda \sqrt{C_R C_s}} \\
\xi &\equiv \frac{gd}{2C_s} = \frac{K d \sin(\varphi_g - \theta_B)}{2C_s} \Delta\theta - \frac{K^2 d}{8\pi n C_s} \Delta\lambda \quad (2.53)
\end{aligned}$$

ν 為材料特性跟光學架構之參數， ξ 則為相位失配量之參數。我們定義繞射

效率 $\eta \equiv \frac{|C_S|}{C_R} SS^*$ 。因此穿透式體積全像相位光柵的繞射效率為：

$$\eta = \left[\frac{\sin\left(\sqrt{\nu^2 + \xi^2}\right)}{\sqrt{1 + \frac{\xi^2}{\nu^2}}}\right]^2 \quad (2.54)$$

可以看到，繞射效率和相位失配量的關係為一個 sinc 函數，隨著相位失配量 ϑ 增加，繞射效率會很快的衰減下來。當符合布拉格條件時，相位失配量 ϑ 為零，此時繞射效率有最大值：

$$\eta = \sin^2 \nu \quad (2.55)$$

此時，因為符合布拉格條件，所以稱之為布拉格繞射。假設讀取時的入射參考光，與在記錄時的平面波 A_R 相同，且在記錄時所使用的系統為對稱系統，即 $\theta = \theta_S = \theta_O = -\theta_R$ ，此時 $\varphi_g = \frac{\pi}{2}$ ，則(2.55)式可改為：

$$\eta = \sin^2 \nu = \sin^2 \left(\frac{\pi n_1 d}{\lambda \cos \theta_S} \right) \quad (2.56)$$

由(2.54)式我們可以得到，當相位失配量大到某個值時，繞射效率將會衰減至幾乎為零。因此，不管是透過改變入射角度或是改變波長的方式，我們只要想辦法使入射參考光不符合布拉格條件，那麼我們便可以在同一個位置儲存多個光柵，而不會互相產生串化雜訊(cross talk)，而兩個相鄰記錄之光柵之間所要需要的相位失配量的大小，則可以由(2.54)式給定。利用這個原理，我們便可以做到多工儲存系統。

不過在本文中，我們將不使用兩個平面波所產生的全像光柵做為我們的多工儲存系統。而是由(2.56)式，利用量測材料穿透式體積全像的繞射效率大小、兩道記錄光之間的夾角、材料的厚度、波長等等參數，反推我們的材料的折射率變化大小 n_1 ：

$$n_1 = \frac{\lambda \cos \theta_S}{\pi d} \sin^{-1} \sqrt{\eta} \quad (2.57)$$

而(2.54)式所給定的相位失配量之條件，則給定了實驗上對角度準確度之要求，此部份在第四章再詳細說明。不過必須注意的是，截至目前為止，我們都是假設材料的平均折射率與空氣相同，也就是沒有考慮光進入材料時的折射現象。若將折射現象考慮進來，則前面所考慮的角度都是指材料內部的角度，所以令材料外部的角度為 θ'_S 的話，則(2.57)式需要修正為：

$$n_1 = \frac{\lambda}{\pi d} \sqrt{1 - \frac{1}{n_0^2} \sin^2 \theta'_S} \sin^{-1} \sqrt{\eta} \quad (2.58)$$

因此，由(2.58)便可以由繞射效率反推折射率的變化大小。

2.2 位移多工資訊記錄原理

在 2.1 節中，我們推導出利用兩平面波記錄的全像光柵繞射效率，也看到了利用兩平面波如何做到在材料的同一個地方，記錄多個全像光柵的多工方式。不過在這節中，我們將介紹使用球面波與平面波來記錄的位移多工全像儲存方式。

使用球面波與平面波最大的不同是，當平面波入射材料表面時，平面波對於材料的表面具有空間對稱性，也就是說不管材料如何位移，只要材料沒有轉動，則在光束大小內所看到的平面波都是相同的。反觀球面波，有一個空間對稱的中心－圓心，當材料移動時，圓心相對於材料的位置便移動了。因此，使用球面波做為參考光的話，我們便可以利用移動材料與參考光的相對位置，來做到多工儲存，我們稱之為位移多工。

在本節中，我們將推導出位移多工儲存系統的位移選擇性。不過我們將不用 2.1 節中的藕合波理論(Coupled Wave Theory)來推導，僅使用 1926 年波恩所建立的純量繞射近似(Born Scalar diffraction Approximation)，簡稱為波恩近似法(Born Approximation)^[4]。此近似法是描述當光場入射一不均勻介質時，光波繞射的現象。不過此近似法是假設繞射光波的光強度遠小於入射光波的光強度，所以總繞射光波的分佈為入射光在材料不同地方的繞射光波的疊加，意即假設繞射光波不會減弱入射光，且不考慮繞射光波的二次繞射。其數學形式如下：

$$U(\bar{r}) \approx U_i(\bar{r}) + \frac{k_0^2}{4\pi r} e^{jk_0\bar{r}} \int d^3r' U_i(\bar{r}') e^{-jk_d\bar{r}'} \Delta\varepsilon(\bar{r}') \quad (2.59)$$

$$U_d(\bar{r}) \equiv \frac{k_0^2}{4\pi r} e^{jk_0\bar{r}} \int d^3r' U_i(\bar{r}') e^{-jk_d\bar{r}'} \Delta\varepsilon(\bar{r}') \quad (2.60)$$

其中 $U(\bar{r})$ 為從介質出射的光場； $U_i(\bar{r})$ 為入射介質的光場； $U_d(\bar{r})$ 為繞射光場； \bar{r} 為介質外的觀測點 P，到介質中心 O 的距離； \bar{r}' 為介質中任一散射點 Q 與介質中心 O 的距離； \bar{k}_d 為繞射光的空間波向量； $|\bar{k}| = \frac{\omega}{c}$ 為散射介質中的空間波向量；

$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ 為真空中的空間波向量； $\Delta\varepsilon(\bar{r}')$ 為散射介質中折射率隨空間的分佈情形，作標定義如圖 2.4 所示。其物理意義為，從介質出射的光場等於入射光場(第一項)與散射光場(第二項)的總合。其中第二項散射光場的積分，是將散射介質中的每一點均視為一球面波，因此在散射介質遠處某處觀察到的散射光，等於將這些球面波從散射介質中心發散出來的疊加。

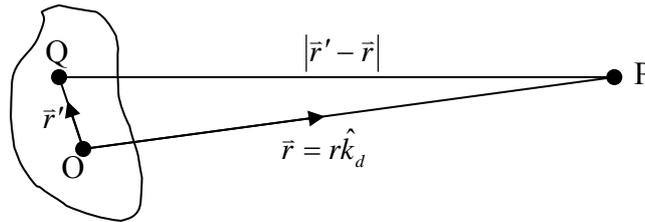


圖 2.4 散射介質空間作標定義

因為我們是利用感光材料將兩道記錄光的干涉紋記錄下來，所以若我們令物光為 $O(x,z)$ ，記錄參考光為 $R(x,z)$ ，並假設折射率變化與曝光量成正比，則我們可以得到折射率變化與記錄光的關係為：

$$\Delta\varepsilon(\vec{r}') \propto R(\vec{r}') * S^*(\vec{r}') \quad (2.61)$$

現在，我們將使用波恩近似法推導位移多工全像儲存系統的位移選擇性^[5]。圖 2.5 為我們位移多工全像光柵的系統示意圖，為了方便討論，我們一樣先假設材料內外的折射率相同，即忽略光入射材料時角度受到折射率不同的改變。

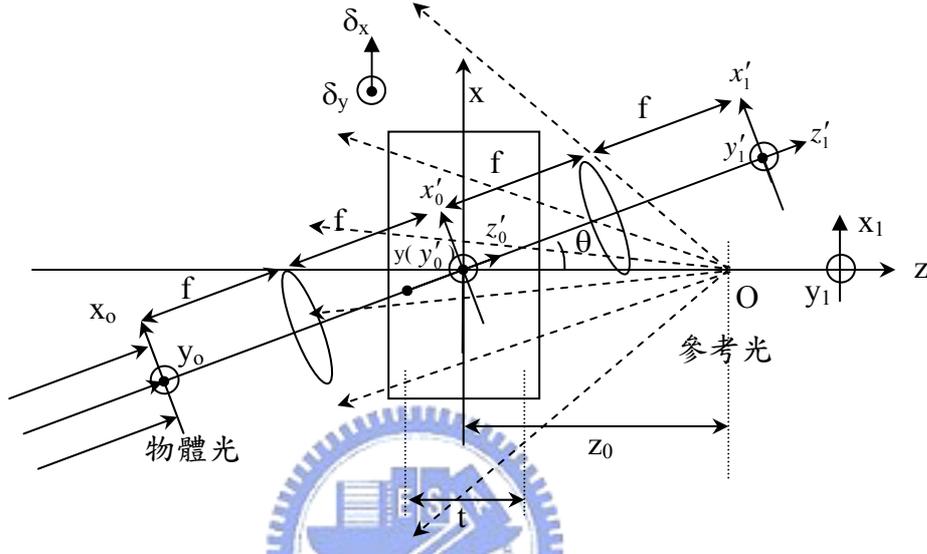


圖 2.5 位移多工全像儲存系統示意圖

圖 2.5 中的 (x_0, y_0) 為影像輸入平面， (x_1', y_1') 為影像的輸出平面，兩者關係為使用兩個焦距同為 f 的透鏡所構成的 $4f$ 系統成像，且此 $4f$ 系統的共焦點在材料中心處，此成像系統即為我們的物體光。另外，點 O 為距離材料 z_0 的點光源，發射出一球面波自材料另一面入射材料，為我們的參考光。

假設儲存影像時，輸入影像為 $U_0(x_0, y_0)$ ，則物體光在材料內部的光場分佈，恰為輸入影像的富氏轉換：

$$\begin{aligned} object &= \frac{e^{jkf}}{j\lambda f} \iint dx_0 dy_0 U_0(x_0, y_0) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_0}{f} x'_0} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \frac{y_0}{f} y'_0} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \left(1 - \frac{x_0^2}{2f^2} - \frac{y_0^2}{2f^2}\right) z'_0} \\ &= \frac{e^{jkf}}{j\lambda f} \iint dx_0 dy_0 U_0(x_0, y_0) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_0}{f} (-z \sin \theta + x \cos \theta)} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \frac{y_0}{f} y} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \left(1 - \frac{x_0^2}{2f^2} - \frac{y_0^2}{2f^2}\right) (z \cos \theta + x \sin \theta)} \end{aligned} \quad (2.62)$$

另外，我們也做了一次作標轉換，將 (x'_0, y'_0, z'_0) 用 (x, y, z) 作標加以表示，即

$$\begin{cases} x'_0 = -z \sin \theta + x \cos \theta \\ y'_0 = y \\ z'_0 = z \cos \theta + x \sin \theta \end{cases} \quad (2.63)$$

而參考光的球面波，我們則可以表示為：

$$R = \frac{1}{-j\lambda(z-z_0)} e^{-j2\pi\frac{z-z_0}{\lambda}} e^{-j\pi\frac{x^2+y^2}{\lambda(z-z_0)}} \quad (2.64)$$

因此，材料中的折射率分佈可以表示為：

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon(\vec{r}') &\propto R(\vec{r}') * S^*(\vec{r}') \\ &= \frac{e^{jkf}}{j\lambda f} \iint dx_0 dy_0 U_0(x_0, y_0) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_0}{f} (-z \sin\theta + x \cos\theta)} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \frac{y_0}{f} y} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \left(1 - \frac{x_0^2}{2f^2} - \frac{y_0^2}{2f^2}\right) (z \cos\theta + x \sin\theta)} \\ &\quad \times \frac{1}{j\lambda(z-z_0)} e^{j2\pi\frac{z-z_0}{\lambda}} e^{j\pi\frac{x^2+y^2}{\lambda(z-z_0)}} \end{aligned} \quad (2.65)$$

如此，我們便將物體光與參考光的干涉訊息，記錄在材料內部了。重建時，我們用與 R 相同的球面波 I 入射，並令繞射光波的方向為：

$$\vec{k}_d = \begin{bmatrix} \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_1}{f} \\ \frac{2\pi}{\lambda} \frac{y_1}{f} \\ \frac{2\pi}{\lambda} \left(1 - \frac{x_1^2}{2f^2} - \frac{y_1^2}{2f^2}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x'_1}{f} \cos\theta + \frac{2\pi}{\lambda} \left(1 - \frac{x'^2_1}{2f^2} - \frac{y'^2_1}{2f^2}\right) \sin\theta \\ \frac{2\pi}{\lambda} \frac{y'_1}{f} \\ -\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x'_1}{f} \sin\theta + \frac{2\pi}{\lambda} \left(1 - \frac{x'^2_1}{2f^2} - \frac{y'^2_1}{2f^2}\right) \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

同樣的，我們再次使用了作標轉換，將 (x_1, y_1, z_1) 作標用 (x'_1, y'_1, z'_1) 作標加以表示。不過重建時，參考光 I 可以往 x、y 方向分別移動，所以分別推導他們的位移選擇性：

1、x 方向

當重建參考光沿著 x 方向有個位移量 δ_x 時，我們可以將重建參考光表示為：

$$I = \frac{1}{-j\lambda(z-z_0)} e^{-j2\pi\frac{z-z_0}{\lambda}} e^{-j\pi\frac{(x-\delta_x)^2+y^2}{\lambda(z-z_0)}} = \frac{1}{-j\lambda(z-z_0)} e^{-j2\pi\frac{z-z_0}{\lambda}} e^{-j\pi\frac{x^2-2x\delta_x+\delta_x^2+y^2}{\lambda(z-z_0)}} \quad (2.67)$$

將(2.65)、(2.66)、(2.67)式代入(2.60)：

$$\begin{aligned} U_d(x'_1, y'_1) &\propto \int d^3r \left\{ e^{-j2\pi\frac{z-z_0}{\lambda}} e^{-j\pi\frac{x^2-2x\delta_x+\delta_x^2+y^2}{\lambda(z-z_0)}} e^{-j\left[\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x'_1}{f} \cos\theta + \frac{2\pi}{\lambda} \left(1 - \frac{x'^2_1}{2f^2} - \frac{y'^2_1}{2f^2}\right) \sin\theta\right] x} \right. \\ &\quad \times e^{-j\left[\frac{2\pi}{\lambda} \frac{y'_1}{f}\right] y} e^{-j\left[-\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x'_1}{f} \sin\theta + \frac{2\pi}{\lambda} \left(1 - \frac{x'^2_1}{2f^2} - \frac{y'^2_1}{2f^2}\right) \cos\theta\right] z} e^{j2\pi\frac{z-z_0}{\lambda}} e^{j\pi\frac{x^2+y^2}{\lambda(z-z_0)}} \\ &\quad \left. \times \iint dx_0 dy_0 U_0(x_0, y_0) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_0}{f} (-z \sin\theta + x \cos\theta)} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \frac{y_0}{f} y} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \left(1 - \frac{x_0^2}{2f^2} - \frac{y_0^2}{2f^2}\right) (z \cos\theta + x \sin\theta)} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_d(x'_1, y'_1) &\approx \iint dx_0 dy_0 U_0(x_0, y_0) \int dx e^{-j \left[\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x'_1 + x_0}{f} \cos \theta + \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_0^2 - x_1'^2 + y_0^2 - y_1'^2}{2f^2} \sin \theta + \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\delta_x}{z_0} \right] x} \\
&\quad \times \int dy e^{-j \left[\frac{2\pi}{\lambda} \frac{y'_1 + y_0}{f} \right] y} \int dz e^{-j \left[-\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x'_1 + x_0}{f} \sin \theta + \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_0^2 - x_1'^2 + y_0^2 - y_1'^2}{2f^2} \cos \theta \right] z} \\
&= \iint dx_0 dy_0 U_0(x_0, y_0) \int_{-\infty}^{\infty} dx \operatorname{rect} \left(\frac{x}{a} \right) e^{-j \left[\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x'_1 + x_0}{f} \cos \theta + \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_0^2 - x_1'^2 + y_0^2 - y_1'^2}{2f^2} \sin \theta + \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\delta_x}{z_0} \right] x} \\
&\quad \times \int_{-\infty}^{\infty} dy \operatorname{rect} \left(\frac{y}{b} \right) e^{-j \left[\frac{2\pi}{\lambda} \frac{y'_1 + y_0}{f} \right] y} \int_{-\infty}^{\infty} dz \operatorname{rect} \left(\frac{z}{t} \right) e^{-j \left[-\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x'_1 + x_0}{f} \sin \theta + \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_0^2 - x_1'^2 + y_0^2 - y_1'^2}{2f^2} \cos \theta \right] z} \\
&\approx \iint dx_0 dy_0 U_0(x_0, y_0) a \cdot b \cdot t \operatorname{sinc} \left\{ a \left[\frac{x'_1 + x_0}{\lambda f} \cos \theta + \frac{x_0^2 - x_1'^2 + y_0^2 - y_1'^2}{2\lambda f^2} \sin \theta + \frac{\delta_x}{\lambda z_0} \right] \right\} \\
&\quad \times \operatorname{sinc} \left\{ b \left[\frac{y'_1 + y_0}{\lambda f} \right] \right\} \operatorname{sinc} \left\{ t \left[-\frac{x'_1 + x_0}{\lambda f} \sin \theta + \frac{x_0^2 - x_1'^2 + y_0^2 - y_1'^2}{2\lambda f^2} \cos \theta \right] \right\}
\end{aligned} \tag{2.68}$$

假設物體光的空間頻率很小，所以聚焦在材料中心時，聚焦點大小遠小於材料在 x、y 方向的寬度，所以(2.68)式中 x、y 方向的 sinc 函數可以用 δ 函數代替，並假設為近軸近似，即 ($\sin \theta \ll 1$)、 $\left(\cos \theta \approx 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \theta \right)$ ，因此(2.68)式可以簡化為：

$$\begin{aligned}
U_d(x'_1, y'_1) &\approx \iint dx_0 dy_0 U_0(x_0, y_0) a b t \delta \left\{ a \left[\frac{x'_1 + x_0}{\lambda f} \cos \theta + \frac{x_0^2 - x_1'^2 + y_0^2 - y_1'^2}{2\lambda f^2} \sin \theta + \frac{\delta_x}{\lambda z_0} \right] \right\} \\
&\quad \times \delta \left\{ b \left[\frac{y'_1 + y_0}{\lambda f} \right] \right\} \operatorname{sinc} \left\{ t \left[-\frac{x'_1 + x_0}{\lambda f} \sin \theta + \frac{x_0^2 - x_1'^2 + y_0^2 - y_1'^2}{2\lambda f^2} \cos \theta \right] \right\} \\
&\approx U_0 \left(-x'_1 - \frac{f}{z_0} \delta_x, -y'_1 \right) \cdot \operatorname{sinc} \left\{ t \left[\frac{\delta_x}{\lambda z_0} \left(\sin \theta + \frac{x'_1}{f} \cos \theta \right) \right] \right\}
\end{aligned} \tag{2.69}$$

可以看到，當位移量 $\delta_x = 0$ 時，即重建參考光 $I \equiv R$ 時，繞射光場完全等於輸入光場。但是若位移量 $\delta_x \neq 0$ 時，可以看到繞射光場的振幅會隨著 δ_x 呈 sinc 函數的變化，而且在 x 方向有 $\frac{f}{z_0} \delta_x$ 的偏移量。若我們將光場振幅平方，則可以得到繞射影像的強度隨著 δ_x 呈 sinc 函數的平方變化。當 sinc 函數內的值為整數時，sinc 函數為零，若只考慮入射影像的中心，即 $x'_1 = 0$ ，則：

$$\begin{aligned}
\frac{t \delta_x}{\lambda z_0} \sin \theta &= m \\
\Rightarrow \delta_x &= m \frac{\lambda z_0}{t \sin \theta}
\end{aligned} \tag{2.70}$$

其中 m 為任意整數。當位移量 δ_x 符合(2.70)式時，sinc 函數為 0，意即繞射強度為 0。所以，假如我們在記錄時，將參考光移動量 δ_x 符合(2.70)式的話，則相鄰兩頁的影像彼此的串化雜訊(cross talk)可降至最低。因此，我

們可以利用此原理在 x 方向上做到位移多工儲存系統。

我們再加以定義 x 方向的位移選擇性 $\Delta\delta_x$ 為串化雜訊最小時，所需的最小位移量，則

$$\Delta\delta_x = \frac{\lambda z_0}{t \sin \theta} \quad (2.71)$$

2、y 方向

同樣的，當重建參考光往 y 方向有個位移量 δ_y 時，我們可以將重建參考光表示為：

$$I = \frac{1}{-j\lambda(z-z_0)} e^{-j2\pi\frac{z-z_0}{\lambda}} e^{-j\pi\frac{x^2+(y-\delta_y)^2}{\lambda(z-z_0)}} = \frac{1}{-j\lambda(z-z_0)} e^{-j2\pi\frac{z-z_0}{\lambda}} e^{-j\pi\frac{x^2+y^2-2y\delta_y+\delta_y^2}{\lambda(z-z_0)}} \quad (2.72)$$

將(2.65)、(2.66)、(2.72)式代入(2.60)：

$$\begin{aligned} U_d(x'_1, y'_1) &\propto \int d^3r \left\{ e^{-j2\pi\frac{z-z_0}{\lambda}} e^{-j\pi\frac{x^2+y^2-2y\delta_y+\delta_y^2}{\lambda(z-z_0)}} e^{-j\left[\frac{2\pi x'_1}{\lambda f} \cos\theta + \frac{2\pi}{\lambda}\left(1-\frac{x_1'^2}{2f^2}-\frac{y_1'^2}{2f^2}\right) \sin\theta\right]x} \right. \\ &\quad \times e^{-j\left[\frac{2\pi y'_1}{\lambda f}\right]y} e^{-j\left[\frac{2\pi x'}{\lambda f} \sin\theta + \frac{2\pi}{\lambda}\left(1-\frac{x_1'^2}{2f^2}-\frac{y_1'^2}{2f^2}\right) \cos\theta\right]z} e^{j2\pi\frac{z-z_0}{\lambda}} e^{j\pi\frac{x^2+y^2}{\lambda(z-z_0)}} \\ &\quad \left. \iint dx_0 dy_0 U_0(x_0, y_0) e^{-j\frac{2\pi x_0}{\lambda f}(-z \sin\theta + x \cos\theta)} e^{-j\frac{2\pi y_0}{\lambda f}} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\left(1-\frac{x_0^2}{2f^2}-\frac{y_0^2}{2f^2}\right)(z \cos\theta + x \sin\theta)} \right\} \\ &\approx \iint dx_0 dy_0 U_0(x_0, y_0) \int dx e^{-j\left[\frac{2\pi x'_1+x_0}{\lambda f} \cos\theta + \frac{2\pi x_0^2-x_1'^2+y_0^2-y_1'^2}{2f^2} \sin\theta\right]x} \int dy e^{-j\left[\frac{2\pi y'_1+y_0}{\lambda f} + \frac{2\pi \delta_y}{\lambda z_0}\right]y} \\ &\quad \int dz e^{-j\left[\frac{2\pi x'_1+x_0}{\lambda f} \sin\theta + \frac{2\pi x_0^2-x_1'^2+y_0^2-y_1'^2}{2f^2} \cos\theta\right]z} \\ &= \iint dx_0 dy_0 U_0(x_0, y_0) \int_{-\infty}^{\infty} dx \operatorname{rect}\left(\frac{x}{a}\right) e^{-j\left[\frac{2\pi x'_1+x_0}{\lambda f} \cos\theta + \frac{2\pi x_0^2-x_1'^2+y_0^2-y_1'^2}{2f^2} \sin\theta\right]x} \\ &\quad \times \int_{-\infty}^{\infty} dy \operatorname{rect}\left(\frac{y}{b}\right) e^{-j\left[\frac{2\pi y'_1+y_0}{\lambda f} + \frac{2\pi \delta_y}{\lambda z_0}\right]y} \int_{-\infty}^{\infty} dz \operatorname{rect}\left(\frac{z}{t}\right) e^{-j\left[\frac{2\pi x'_1+x_0}{\lambda f} \sin\theta + \frac{2\pi x_0^2-x_1'^2+y_0^2-y_1'^2}{2f^2} \cos\theta\right]z} \\ U_d(x'_1, y'_1) &\approx \iint dx_0 dy_0 U_0(x_0, y_0) a \cdot b \cdot t \operatorname{sinc} \left\{ a \left[\frac{x'_1 + x_0}{\lambda f} \cos \theta + \frac{x_0^2 - x_1'^2 + y_0^2 - y_1'^2}{2\lambda f^2} \sin \theta \right] \right\} \\ &\quad \times \operatorname{sinc} \left\{ b \left[\frac{y'_1 + y_0}{\lambda f} + \frac{2\pi \delta_y}{\lambda z_0} \right] \right\} \\ &\quad \times \operatorname{sinc} \left\{ t \left[-\frac{x'_1 + x_0}{\lambda f} \sin \theta + \frac{x_0^2 - x_1'^2 + y_0^2 - y_1'^2}{2\lambda f^2} \cos \theta \right] \right\} \quad (2.73) \end{aligned}$$

假設物體光的空間頻率很小，所以聚焦在材料中心時，聚焦點大小遠小於材料在 x、y 方向的寬度，所以(2.73)式中 x、y 方向的 sinc 函數可以用 δ 函數代替，並假定為近軸近似，即 $(\sin \theta \ll 1)$ 、 $(\cos \theta \approx 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \theta)$ ，則(2.73)式可以簡化為：

$$\begin{aligned}
 U_d(x'_1, y'_1) &\approx \iint dx_0 dy_0 U_0(x_0, y_0) abt \delta \left\{ a \left[\frac{x'_1 + x_0}{\lambda f} \cos \theta + \frac{x_0^2 - x_1'^2 + y_0^2 - y_1'^2}{2\lambda f^2} \sin \theta \right] \right\} \\
 &\times \delta \left\{ b \left[\frac{y'_1 + y_0}{\lambda f} + \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\delta_y}{z_0} \right] \right\} \text{sinc} \left\{ t \left[-\frac{x'_1 + x_0}{\lambda f} \sin \theta + \frac{x_0^2 - x_1'^2 + y_0^2 - y_1'^2}{2\lambda f^2} \cos \theta \right] \right\} \\
 &\approx U_0 \left(-x'_1, -y'_1 - \frac{f}{z_0} \delta_y \right) \cdot \text{sinc} \left\{ t \left[\frac{\delta_y^2}{2\lambda z_0^2} + \frac{y'_1 \delta_y}{\lambda z_0 f} \right] \right\} \quad (2.74)
 \end{aligned}$$

可以看到，當位移量 $\delta_y = 0$ 時，即重建參考光 $I \equiv R$ 時，繞射光場完全等於輸入光場。但是若位移量 $\delta_y \neq 0$ 時，可以看到繞射光場的振幅也會隨著 δ_y 呈 sinc 函數的變化，而且在 y 方向有 $\frac{f}{z_0} \delta_y$ 的偏移量。若我們將光場振幅平方，則可以得到繞射影像的強度隨著 δ_y 呈 sinc 函數的平方變化，考慮入射影像的中心，即 $y'_1 = 0$ ，當 sinc 函數內的值為整數時，sinc 函數為零，即：

$$\begin{aligned}
 t \left[\frac{\delta_y^2}{2\lambda z_0^2} + \frac{y'_1 \delta_y}{\lambda z_0 f} \right] &= m \\
 \Rightarrow \delta_y &= \sqrt{m \frac{2\lambda}{t}} z_0 \quad (2.75)
 \end{aligned}$$

其中 m 為任意整數。當位移量 δ_y 符合(2.75)式時，sinc 函數為 0，意即繞射強度為 0。所以，假如我們在記錄時，將參考光移動符合(2.75)式的位移量 δ_y 的話，則相鄰兩頁的影像彼此的串化雜訊(cross talk)可降至最低。因此，我們可以利用此原理在 y 方向上做到位移多工儲存系統。

我們再加以定義 y 方向的位移選擇性 $\Delta \delta_y$ 為串化雜訊最小時，所需的最小位移量，則

$$\Delta \delta_y = \sqrt{\frac{2\lambda}{t}} z_0 \quad (2.76)$$

在第四章中，我們的系統參數為： $z_0 = 3.5\text{cm}$ ， $\theta = 30^\circ$ ， $\lambda = 532\text{nm}$ ，厚度為 1、2、4、8mm。根據(2.69)、(2.74)，我們可以畫出繞射光的繞射效率與參考光的位移量的關係圖如圖(2.6)所示：

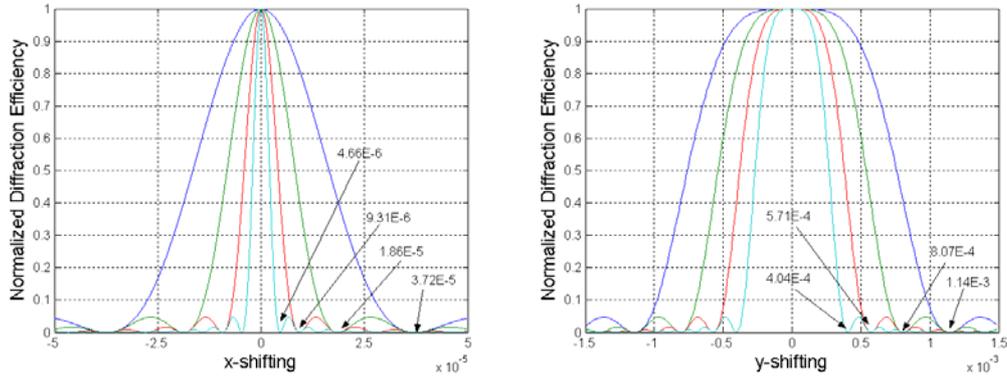


圖 2.6 繞射效率與參考光位移關係圖

並且算出 x、y 方向的位移選擇性如表 2.1：

	1mm	2mm	4mm	8mm
$\Delta\delta_x$	37.2 μ m	18.6 μ m	9.31 μ m	4.66 μ m
$\Delta\delta_y$	1140 μ m	807 μ m	571 μ m	404 μ m

表 2.1 位移選擇性

不過如上的推導是建立在材料折射率與空氣相同的前提下，可是實際上材料折射率與空氣不同，會造成物體光入射的實際角度會改變，所以我們必須透過司耐爾定律(Snell's law)加以修正。同 2.1 節得定義，令 θ' 為空氣中物體光的入射角，則

$$\sin \theta' = n_0 \sin \theta \quad (2.77)$$

將(2.77)式代入(2.71)式，可以得到修正的 x 方向的位移選擇性為：

$$\Delta\delta_x = \frac{n_0 \lambda z_0}{t \sin \theta'} \quad (2.78)$$

而 y 方向的位移選擇性因為與物體光的入射角度無關，所以不需要做修正。因此，表 2.1 的位移選擇性應該修正如表 2.2 所示：

	1mm	2mm	4mm	8mm
δ_x	55 μ m	27.8 μ m	13.9 μ m	6.94 μ m
δ_y	1.14mm	807 μ m	571 μ m	404 μ m

表 2.2 考慮斯耐爾定律後的位移選擇性

有了位移選擇性的大小後，我們可以估計出我們儲存系統的儲存容量^{[1][6][7]}。為了能夠與現在較為普遍的光儲存方式，例如 VCD、DVD 做比較，所以我們並不使用體積儲存容量(單位體積中可儲存的資訊量)，而使用表面儲存容量(即單位面積可儲存的資訊量)。我們定義表面儲存容量為 D_A (單位面積可儲存的張數)為：

$$D_A = \frac{M}{A} (\text{frames/area}) \quad (2.79)$$

其中 M 為材料儲存影像時，同一個光束大小的範圍內可儲存的張數， A 為光束大小。假設我們儲存的影像的最高空間頻率為 u_{\max} ，則材料上的光束大小為 $(2\lambda f u_{\max})$ ，所以

$$A = (2\lambda f u_{\max})^2 \quad (2.80)$$

假設我們同時使用 x 、 y 方向的位移來實現位移多工，則同一個光束大小內儲存的張數為：

$$M = \frac{A}{\delta_x \delta_y} \quad (2.81)$$

將(2.80)與(2.81)式代入(2.79)式得：

$$D_A = \frac{1}{\delta_x \delta_y} \quad (2.82)$$

若我們的位移量都使用了最小位移量 $\Delta\delta_x$ 、 $\Delta\delta_y$ ，則

$$D_A = \frac{t \sin \theta}{n_0 \lambda z_0^2} \sqrt{\frac{t}{2\lambda}} (\text{frames/area}) \quad (2.83)$$

不過假如我們只使用 x 方向的位移量，且位移量使用了最小位移量 $\Delta\delta_x$ ，則(2.81)式修正為：

$$M = \frac{\sqrt{A}}{2\Delta\delta_x} = \frac{2\lambda f u_{\max}}{2n_0 \lambda z_0 / t \sin \theta} = \frac{t \sin \theta f u_{\max}}{n_0 z_0} \quad (2.83)$$

代入(2.79)式得：

$$D_A = \frac{\frac{t \sin \theta f u_{\max}}{n_0 z_0}}{(2\lambda f u_{\max})^2} = \frac{t \sin \theta}{4\lambda^2 n_0 z_0 f u_{\max}} (\text{frames/area}) \quad (2.84)$$

可以看到，儲存容度與厚度呈線性關係，所以材料越厚，所能儲存的量越多。

假如我們利用棋盤格的方式，以黑的(不透光)表示 0、以白的(透光)表示 1，則我們用可以將數位資料一頁頁的儲存，如圖 2.7 所示：

原始檔案 10101100.....

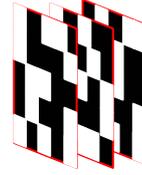


圖 2.7 數位資料顯示

假設每一頁共有 N_p^2 個圖素，且每個圖素的大小為 b ，並假設我們只使用 x 方向的位移量，且位移量使用了最小位移量 $\Delta\delta_x$ 。則(2.84)中最高空間頻率為 ($u_{\max} = \frac{1}{b}$)，因此數位影像的儲存容量可以由(2.84)式修正為：

$$D_D = \frac{N_p^2 b t \sin \theta}{4\lambda^2 n_0 z_0 f} (\text{bits / area}) \quad (2.85)$$

不過如上的討論只考慮了光學系統的參數，並沒有考慮到材料因素。有可能光學系統容許在同一個面積中儲存 100 頁，可是材料實際上能參與反應的分子有限，可能沒辦法曝光那麼多次，此時就算光學系統有如此的容量，但是材料卻沒辦法達到。因此，我們需要另一個參數來描述材料的儲存容量。

通常，我們以動態範圍 $M\#$ (M number) 來描述材料的儲存容量，定義為：

$$M\# = \sum_{i=1}^M \sqrt{\eta_i} \quad (2.86)$$

是指說在同一個位置上，儲存 M 張全像，每一張的繞射效率 η_i 的開根號的總合。意義上是指當有許多張全像儲存在材料的同一個地方時，材料的總反應量^[8]。所以當光學系統光源光強度給定，光偵測器最小能偵測到的光強度給定，則所需要的繞射效率 η_i 則為光源的光強度分之光偵測器最小能偵測到的光強度。因此，當材料的動態範圍 $M\#$ 給定時，則張數 M 也給定了。所以我們可以算出假如只在 x 方向移動的話，每一頁所要位移的量為：

$$\delta_M = \frac{\sqrt{A}}{M} \quad (2.87)$$

上式的位移量 δ_M 可能大於或小於 $\Delta\delta_x$ ，也就是說限制了一個光束內能夠儲存的張數的條件，不一定來自光學系統參數 $\Delta\delta_x$ ，也有可能來自材料參數 δ_M 。必須取較小者，才能表達容量真正的大小。因此真正的儲存容量應該表示為：

$$\text{類比影像：} D_A = \frac{1}{\max(\delta_M, \delta_x) \sqrt{A}} (\text{frames / area}) \quad (2.88)$$

$$\text{數位資料：} D_D = \frac{N_p^2}{\max(\delta_M, \delta_x) \sqrt{A}} (\text{bits / area}) \quad (2.89)$$

第三章 感光高分子 PQ:PMMA

光折變晶結構均勻，具有較佳的光學品質，照光後體積不改變，以及可重覆讀寫等優點，但是卻有折射率變化、敏感度都較低，且製作過程複雜費時等缺點^[2]。而感光高分子具有較高的折射率變化及感光度、容易參雜不同的感光分子，且製作容易、亦可製作成任意形狀、及製作時間短等優點，不過也有均勻度及散射粒子不易控制與改善，造成較差的光學品質，和受光後體積會收縮等缺點。然而，使用摻入 PQ 分子的 PMMA 感光高分子材料，其具有可製作成塊狀，且受光後收縮量不大等優點，因此在本文中我們採用摻有 PQ 的 PMMA 高分子，簡稱 PQ:PMMA 感光高分子，做為實驗的記錄材料。

3.1 反應機制

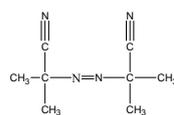
3.1.1 製備反應機制

PQ:PMMA 感光高分子在製備上，是使用光啟始劑 PQ (9,10-phenanthrenequinone)粉末、熱啟始劑 AIBN (Azobisisobutyronitrile)粉末以及 MMA(Methyl methacrylate)液體製備而成，他們的分子式及結構式如圖 3.1^[9]所示

9,10-phenanthrenequinone(PQ) : $C_{14}H_8O_2$ (99%,TCI)



Azobisisobutyronitrile(AIBN) : $C_8H_{12}N_4$ (99%,TCI)



Methyl methacrylate(MMA) : $C_5H_8O_2$ (99 % ,
Lancaster)

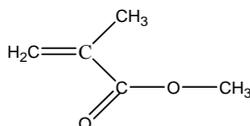


圖 3.1 各分子結構式

製備時，將 PQ 與 AIBN 加入 MMA 中，然後加熱。AIBN 受熱後會啟始 MMA 開始聚合反應，最後形成高分子聚合物 PMMA。整個聚合過程可分為三個階段^[9]：

第一階段—起始(Initiation)：如圖 3.2(a)所示，AIBN 遇熱後，中央的兩個氮之間的雙鍵會因為熱斷開，產生氮氣與兩個自由基。這兩個自由基遇到 MMA 單體後，很容易的就會與 MMA 單體結合，並形成一個擁有自由基的較大分子，如圖 3.2(b)。

第二階段-成長(Propagation): 如圖 3.3 所示, 在第一階段中產生的自由基, 會與其他 MMA 單體不斷結合, 結合成擁有自由基的更大的分子。透過自由基不斷與 MMA 單體結合的行為, 可以將 MMA 單體不斷相連在一起, 形成長鏈狀的分子。

第三階段-終止(Termination): 如圖 3.4 所示, 當兩個自由基碰在一起時, 就會終止自由基繼續與其他分子結合的行為。長短不一並帶有自由基的長鏈分子, 其自由基互相結合而終止的反應有兩種, 一為耦合(coupling), 另一則為不均齊化(disproportionation)。兩種終止反應發生的比例一般要視聚合種類及反應溫度而定。對 PMMA 而言, 反應溫度越高, 以不均齊化方式終止的比例則越高。

經過了上述的過程後, MMA 單體便能聚合成 PMMA 高分子, 成為材料內部的主體(matrix), 而 PQ 因為不參與聚合反應, 所以仍以原來的分子均勻的散佈在材料內部。不過並不是所有的 MMA 單體都會參與聚合形成 PMMA 分子, 實際上 MMA 單體會有約 10% 的殘餘^[10], 此殘餘的 MMA 單體會在感光反應機制中扮演極重要的角色(見 3.1.2 小節)。

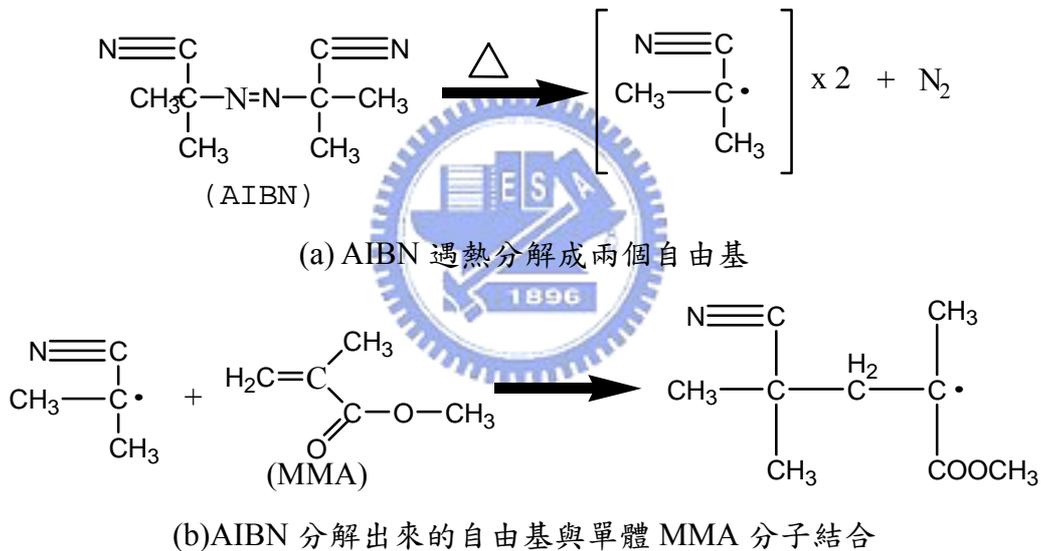


圖 3.2 起始反應

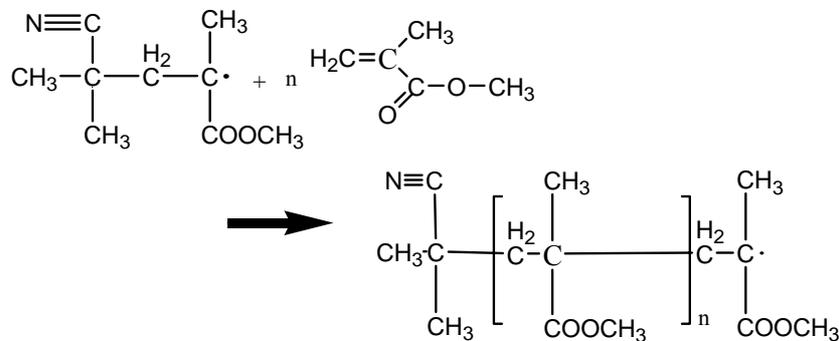


圖 3.3 成長過程

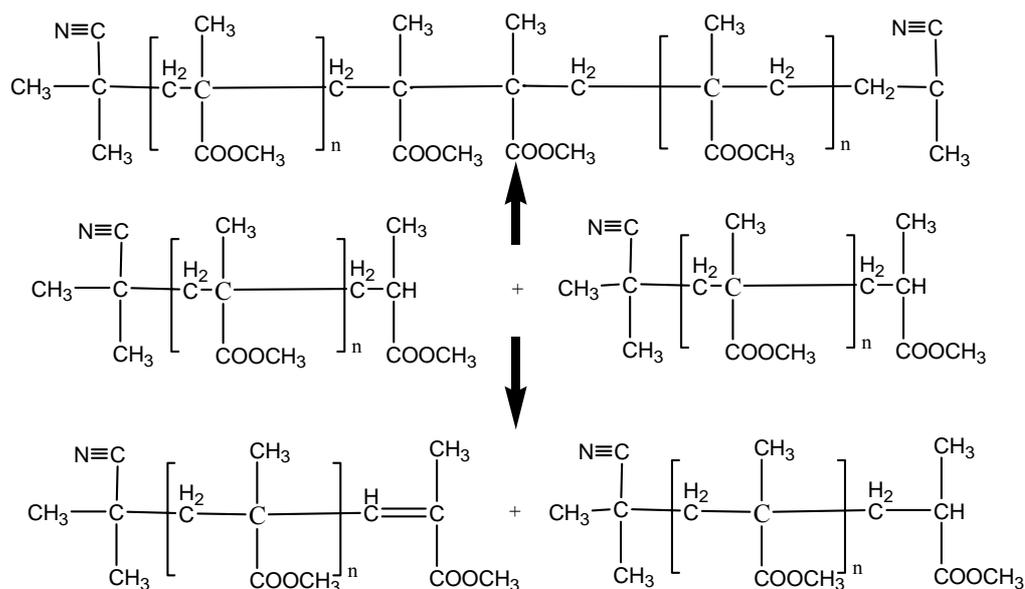


圖 3.4 終止反應，上方為耦合，下方為不均齊化

3.1.2 感光反應機制

如 3.1.1 節所示，我們可以製備出摻有 PQ 的 PMMA 感光高分子。當材料受光時，PQ 分子會產生雙自由基^[9]，如圖 3.5，於是自由基會與材料中殘存的 MMA 單體相結合^[11]，造成受光區折射率的改變。所以當使用兩道光在材料內部干涉形成亮暗紋時，亮紋的地方會受光造成折射率改變，而暗紋的地方則不會，因此折射率會在空間中受到調制，且調制的週期與干涉週期相同，所以可以用兩道光干涉的方法記錄下全像光柵。

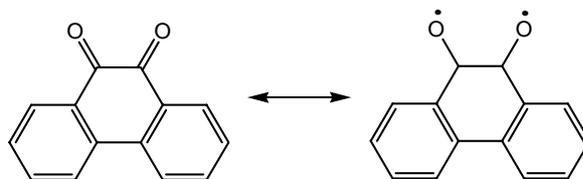


圖 3.5 PQ 受光反應方式

除了受光的反應之外，另外影響感光行為較大的是 MMA 單體的擴散行為^[12]。因為 MMA 單體的分子量較小，相較於材料中的其他分子(PQ、殘存的 AIBN、PMMA)，會有較大的擴散現象。此擴散現象將會大大影響所記錄的全像光柵，其繞射效率隨著曝光能量變化的關係。

3.2 製備流程

3.2.1 MMA 單體的純化

因為直接購得的 MMA 單體中，會滲有安定劑及一些雜質，是我們不想要的分子，所以必須經過純化的過程才能夠使用。純化裝置如圖 3.6 所示，為一個類

似蒸餾的裝置。因為 MMA 單體的沸點在一大氣壓下為 100°C ，安定劑的沸點在一大氣壓下為 243°C ，而純化系統是在抽真空的狀態下，所以我們將加熱溫度控制在 70°C 左右。透過調整真空喉筒的氣流閥的大小，以及加熱的溫度，可以找到最佳的純化速率以及約 80% 的產量。由於 MMA 單體會與氧氣發生反應，所以在放入未純化之 MMA 前，必須在裝置中先充滿氮氣。另外為了防止純化過程中單體產生聚合的現象，所以也要盡量減少光源。

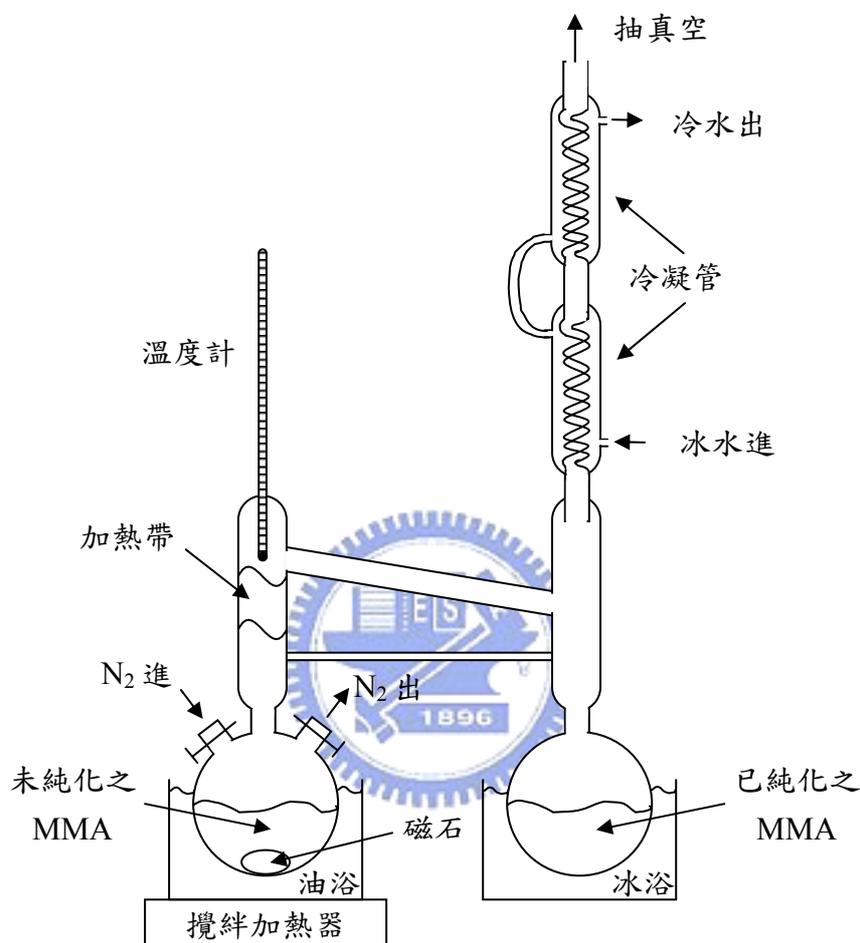


圖 3.6 MMA 純化裝置

3.2.2 AIBN 的純化

與 MMA 單體一樣，購得的 AIBN 亦滲有安定劑及一些雜質。因為 AIBN 粉末易溶於乙醇中，而安定劑及雜質卻不易溶解，利用此特性，我們的純化步驟如下：

- 1、將 50g 的 AIBN 及 400ml 左右的乙醇放入 500ml 的燒杯中，用鋁鉑紙做為上蓋，並加熱攪拌。溫度控制在 70°C 左右，使乙醇處在快沸騰但又不會沸騰的狀態(當攪拌加熱器在攪拌時不會沸騰，但一停止攪拌時，便會沸騰時，便是最佳的狀態)，直到 AIBN 完全溶解，而雜質析出。雜質析出後會結成一塊，非常明顯。

- 2、用抽氣過濾法趁熱過濾，為了快速過濾，此時應選擇口徑較大的瓷漏斗。
- 3、將濾液靜置於沒有光的地方 2~3 天，會看到有 AIBN 析出。再次利用抽氣過濾法過濾。此時則應選擇口徑較小的瓷漏斗。
- 4、將被濾出的 AIBN 連同瓷漏斗放入真空烘箱中，抽真空加熱，將乙醇抽乾。因為乙醇的沸點在一大氣壓下約為 80°C，AIBN 的沸點在一大氣壓下為 103°C。因為是在真空中加熱，所以將溫度控制在 50~70°C 之間，烘 3 天。
- 5、將烘乾的 AIBN 拿出真空烘箱後，將 AIBN 從瓷漏斗上挖下來，放入瓶中保存。

3.2.3 製備流程

製備材料前，我們必須先將要使用的器皿加以洗淨，尤其最後灌模時所要用的容器及玻璃要特別洗淨，洗淨方式如圖 3.7 所示。需注意的是，玻璃板只能用手清洗，不能用刷子刷，以免刮傷了玻璃表面。過去灌模的模子是使用兩片玻璃，中間夾上玻璃或是鐵弗龍做成的隔片，如圖 3.8 所示。不過此法須經過使用白膠黏貼、高溫真空烘烤將白膠烤乾的過程，太過耗時，所以我們改用 PPV 做成的容器，在底層放上一片玻璃，然後再放上隔片，之後再在隔片上放上另一片玻璃，如圖 3.9 所示。當材料聚合完畢後，PMMA 與 PPV 不會黏在一起，只要稍微敲一下容器，材料就會掉出來了，而我們要求的光學平整度則由上下兩片玻璃來達到。因為 MMA 單體溶液很容易溶解塑膠，所以為了確定 PPV 不會被溶解，我們先將我們的容器切一塊下來，置於 MMA 單體溶液中，以 40°C 放置 4 天，比較放置前後 PPV 的重量如表 3.1 所示：

放入前	放入後
0.0086g	0.0088g
1.0552g	1.0582g
0.9069g	0.97g

可以看到放入前後的重量幾乎一樣，所以可以確定 PPV 所做的容器不會被 MMA 單體溶液溶解掉，可以做為灌模的容器。

準備好了要使用的容器後，配置藥品，藥品的濃度如表 3.2 所示：

樣品名	濃度(重量百分濃度)
PQ	0.7%
AIBN	1.0%
MMA	98.3%

表 3.2 樣品成份表

配置好藥品後，流程如下：

- 1、將溶液置於恆溫恆濕箱中，以 30°C 攪拌 1 小時，使 PQ、AIBN 完全溶解於 MMA 單體液體中。
- 2、利用過濾針筒及孔徑為 0.2 μ m 的濾紙過濾掉無法溶解的雜質或過飽合而無法溶解的 PQ。
- 3、將濾液繼續置於恆溫恆濕箱中，以 30°C 再攪拌 23 小時，使聚合反應均勻地在溶液中反應。
- 4、將溶液拿出恆溫恆濕箱灌模，在灌模過程中，尚未灌模的溶液仍要持續攪拌，避免溶液變的不均勻。
- 5、將已灌好模的材料放入熱循環烘箱，以 40°C 烘烤 3 天。
- 6、將材料取出，將材料從模子中敲出。使用沙輪機將不要的部份(玻璃外部)磨掉後，放入冰箱冰約 20 分鐘，材料會與上下兩層玻璃自然分開。
- 7、用高壓氮氣將材料表面吹乾淨，並用拭鏡紙將材料包好，然後外部在用鋁箔紙包上，及完成材料的製備。

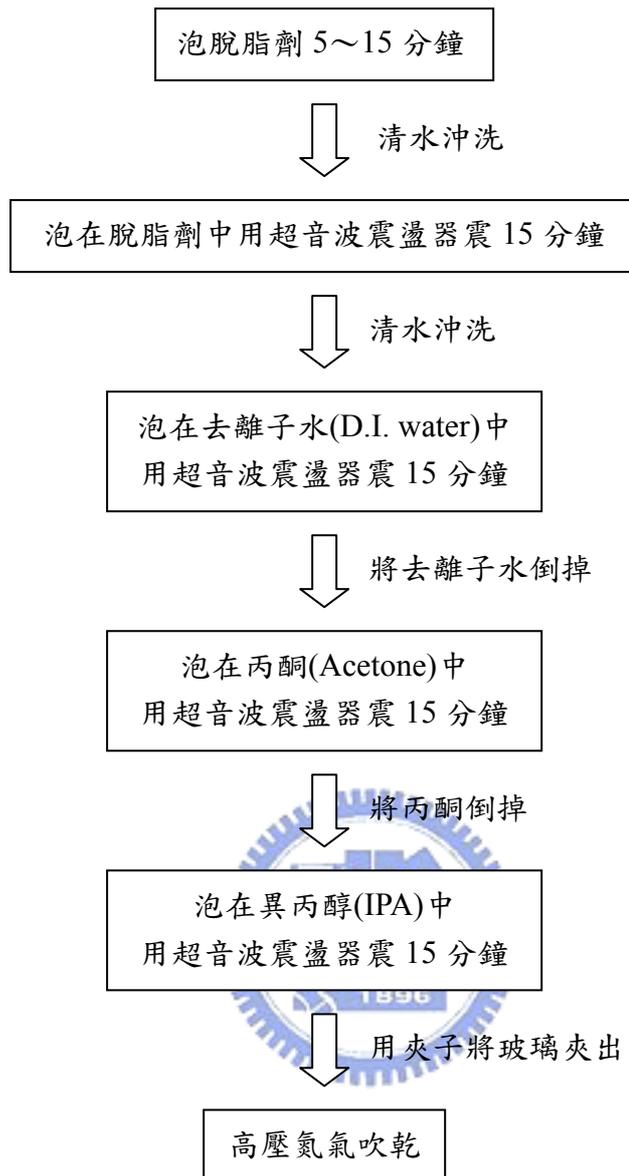


圖 3.7 洗玻璃流程

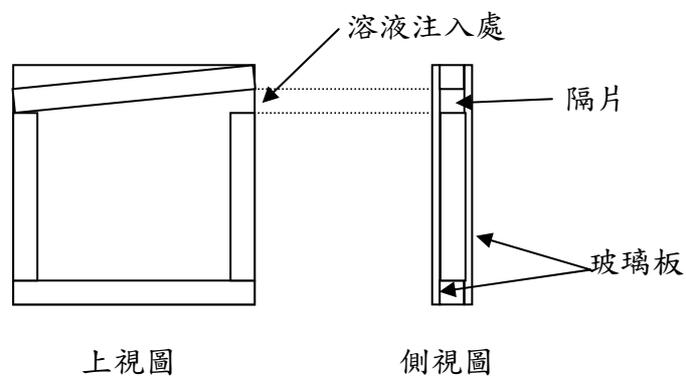


圖 3.8 過去模子的製作方式

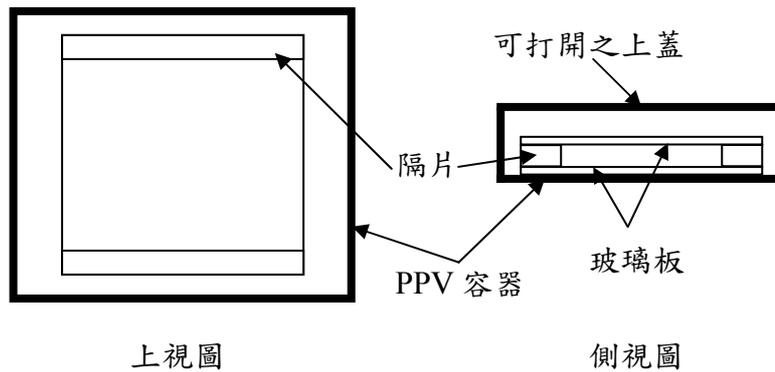


圖 3.9 我們所使用灌模方式

3.3 材料光學特性量測

製備好材料之後，首先我們必須先對材料的一些光學特性進行量測，包括透光譜、均勻度及扇射效率等等。

3.3.1 穿透光譜

為了了解我們所製備出來的材料對哪個波段的光會有反應，才能決定之後的實驗所要用的光源波長為何，所以必須先量測材料的穿透光譜。如圖 3.10 為穿透光譜量測裝置。利用 250 瓦的鹵素燈源(Oriel 公司的 QTH source)，透過單光儀(Oriel 公司的 MS257TM)，篩選出單頻光，投射在材料上。再利用光電倍增管接收穿透光的光強度，光電倍增管的訊號會送入光功率器(power meter, Oriel 公司的 70310)，最後將讀值送入電腦中記錄。

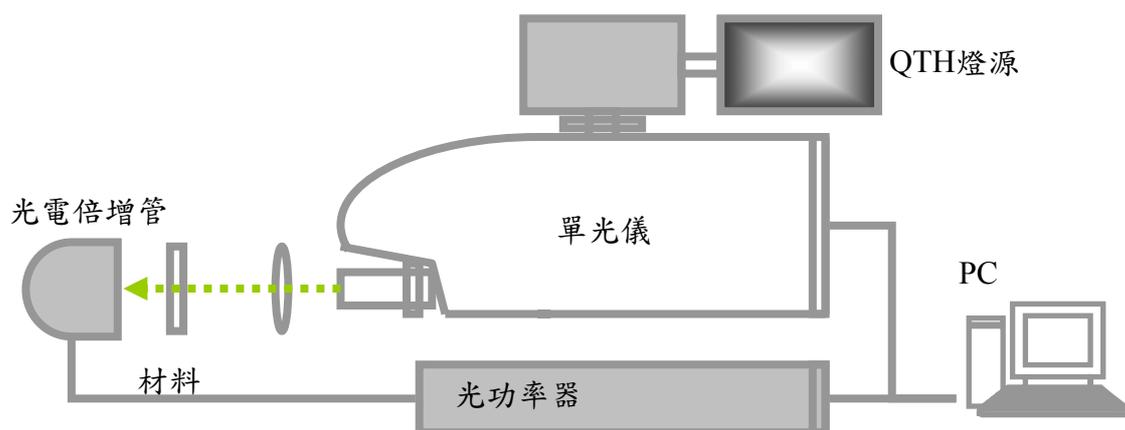


圖 3.10 穿透光譜實驗

圖 3.11 穿透光譜的實驗結果。可以看到，材料在波長 550nm 以上的時候幾乎是完全穿透不吸收的，而在 500nm 以下時，則幾乎是完全吸收。也就是說，若要使材料對光源有反應，光源波長的選擇必須在 500~550nm 之間。在接下來的實驗中，我們將選擇 532nm Nd:Yag(Coherent 公司的 Verdi-10)雷射做為我們記錄光源。

我們並將實驗室中容易得到的幾個波長的穿透度列於表 3.3，並利用吸收率的定義：

$$I = I_0 e^{-\alpha d}$$

$$\Rightarrow \alpha = -\frac{1}{d} \ln \frac{I}{I_0} \quad (3.1)$$

計算各個波長的吸收率，列於表 3.4。

$\lambda(\text{nm})$	Transmission(%)							
	1mm#1	1mm#2	2mm#1	2mm#2	4mm#1	4mm#2	8mm#1	8mm#2
514	70.5	72.8	53.1	53.7	29.4	30.4	6.72	6.61
532	91	93.2	89.9	90.6	83.3	85.3	71.5	71.3
632	93	94.8	94.6	94.5	90.6	91.8	89.4	89.4

表 3.3 穿透度

$\lambda(\text{nm})$	吸收率(1/mm)								平均
	1mm#1	1mm#2	2mm#1	2mm#2	4mm#1	4mm#2	8mm#1	8mm#2	
514	0.33611	0.30524	0.30432	0.29892	0.28077	0.2731	0.30964	0.31154	0.31154
532	0.09068	0.06771	0.05119	0.04746	0.04191	0.03647	0.03847	0.03879	0.046
632	0.06978	0.05135	0.02669	0.0272	0.02264	0.01962	0.01285	0.01285	0.0247

表 3.4 吸收率

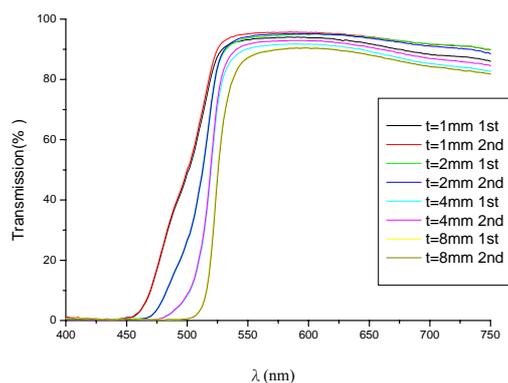


圖 3.11 穿透光譜

可以看到，材料的平均吸收率對波長為 514nm 時為 $0.31 \text{ (mm}^{-1}\text{)}$ ，532nm 時為 $0.05 \text{ (mm}^{-1}\text{)}$ ，632nm 時為 $0.02 \text{ (mm}^{-1}\text{)}$ 。

3.3.2 均勻度

我們使用了麥克真德干涉儀(Mach-Zender interferometer)量測我們所製備出來的材料的均勻度，光學架構如圖 3.12。每一塊材料我們都分別用此光學系統量測兩側及中間的均勻度，因為結果都極為類似，所以只秀出其中一片，厚度為 1mm 的材料，在干涉儀下所看到的影像，如圖 3.13 所示，可以看到，其實條紋數滿多的。在一個 CCD 的畫面下為 8mm 寬，有 60 條左右，所以斜率為 (3.1862×10^{-3}) ，換算成角度的話，兩個面的夾角為 0.18° 。不過條紋間隔變化並不大，代表均勻度還好，只是說材料的兩個面並不是非常的平行，所以才會有許多的條紋。造成兩個表面不平行的原因在於，我所使用的隔片是用 1mm 或 2mm 厚的玻璃片疊上去的，所以每片玻璃片之間會有 MMA 單體液體滲進去。另外，我們並不是將模子壓緊後黏住，而是只是把玻璃放在隔片上方，所以也會有 MMA 滲入玻璃片與隔片之間，因此厚度才會那麼不均勻。事實上假如我們是將模子壓緊後黏住的話，一樣會有黏膠滲入玻璃與隔片之間。所以若要真正要預防這個問題，需要一體成形的模子，或是將滲入的黏膠或是 MMA 單體液體所造成的厚度差考慮進去，或是使用拋光的方式，而不是直接使用灌模的方式。不過假如使用拋光的方式的話，除了會多一個拋光的動作之外，拋光時厚度的控制及兩個面的平行度的控制將會是重要的課題。

另外，我們可以看到中間的條紋數明顯比旁邊還少。原因應該是，我們是在一個塑膠盒裡，先放一片玻璃，然後再放上隔片，然後再蓋上一片玻璃。可是塑膠盒的底部並不是平的，而是中間有稍微突起，如圖 3.14 所示。當 MMA 單體聚合成 PMMA 時，體積會收縮，可是中間的 MMA 單體溶液的深度比周圍的還淺，所以中間收縮的較少，旁邊收縮的較多(在相同的收縮系數下，收縮量與原始長度成正比)，所以旁邊就受了較大往下拉的力量，因此材料其實是往兩邊稍微彎曲的，在干涉儀上看到的，就是在中間有個轉折的圓環。解決方法是在第一片玻璃下再墊兩片隔片，讓這兩片隔片去支撐 MMA 單體聚合時收縮下拉的力量。

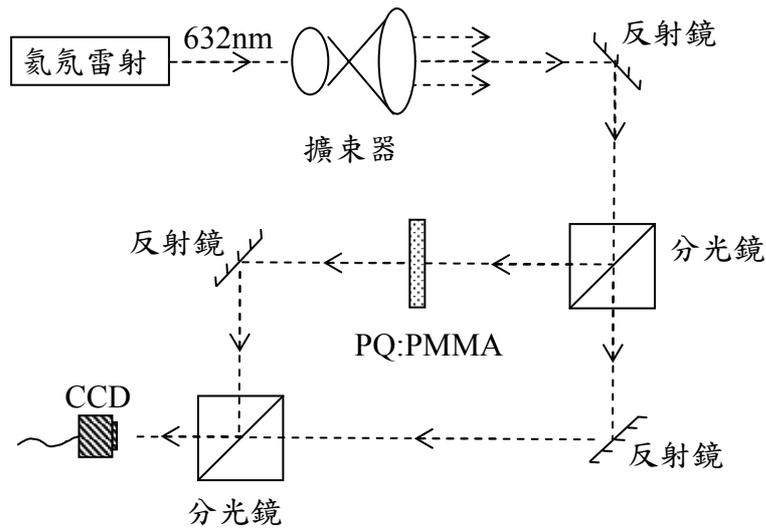


圖 3.12 麥克真德干涉儀(Mach-Zehnder interferometer)



(a)左邊

(b)中間

(c)右邊

圖 3.13 均勻度量測結果

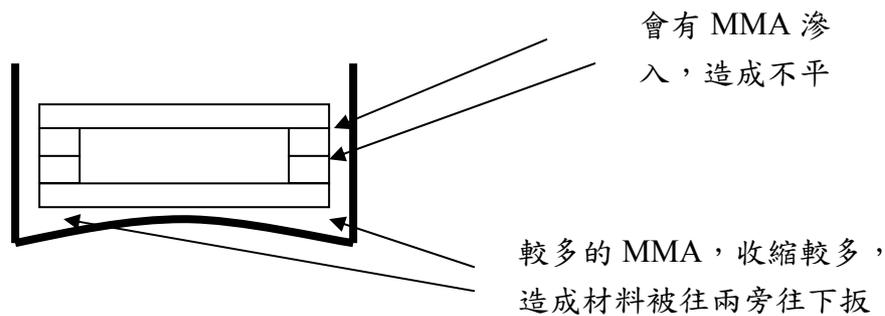


圖 3.14 均勻度不佳的原因

3.3.3 扇射效率

感光高分子均勻度較低及內部會有散射粒子是其一大缺點，除了會產生散射光之外，這些散射光更會與入射光產生干涉，並被材料記錄下來，我們稱之為扇射光柵。扇射光柵隨著曝光的增加而增強時，入射光會被這些扇射光柵繞射到非入射光的行進方向，除了造成入射光的減弱之外，不斷增強的散射光也會使材料

均勻的受到曝光，那麼要記錄的全像光柵在空間中的調變量也會隨之降低。因此，我們必須先將材料的扇射光柵隨時間的變化加以量測，以便往後的實驗知道材料曝光多少之後，扇射光柵會被建立，如此便能給與材料可曝光的上限。

圖 3.15 為量測光路圖，使用 532nm 的雷射，擴束後光強度為 $10\text{mW}/\text{cm}^2$ ，偏振方向為垂直，穿過材料後，再透過光圈，然後用光偵測器量測穿透材料的光強度隨著時間的變化情形。

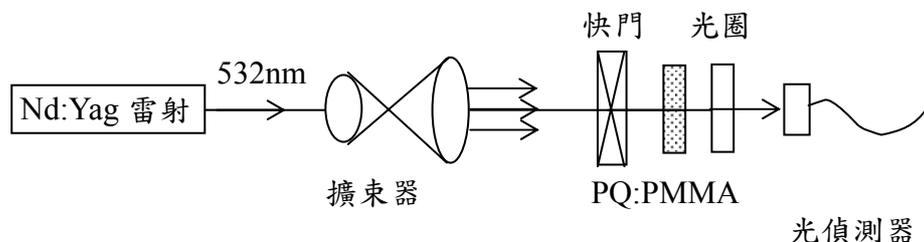


圖 3.15 扇射光柵量測光路圖

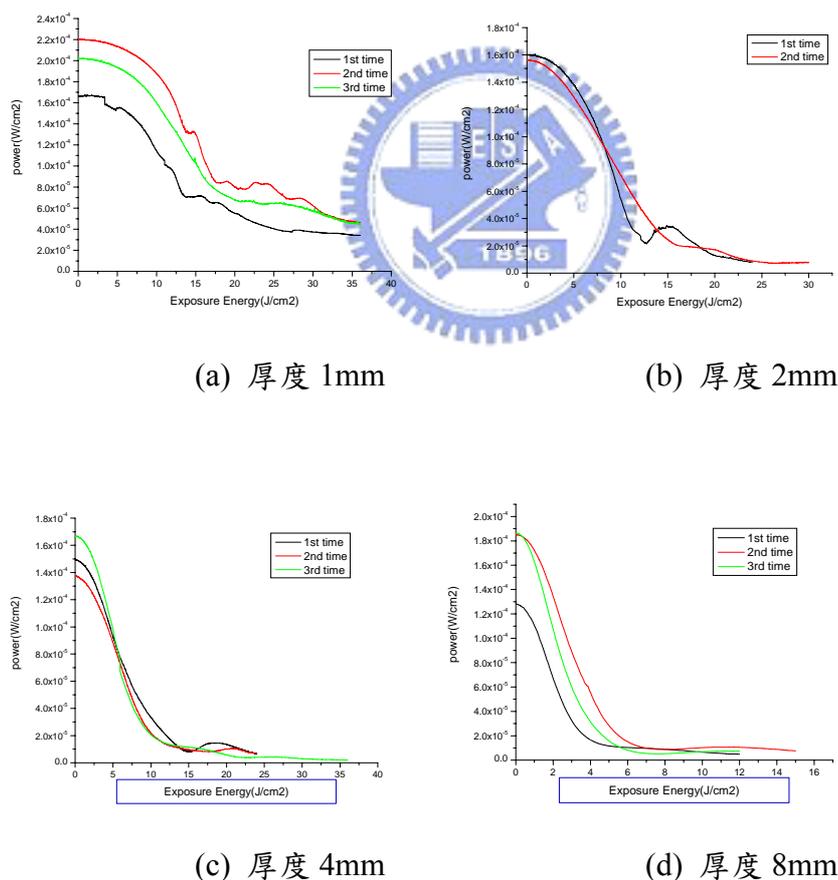


圖 3.16 為不同厚度，穿透光的強度隨著時間的變化情形

圖 3.16 為不同厚度，穿透光的強度隨著時間的變化情形。可以看到，隨著曝光時間的增加，穿透光的強度越來越低。若定義扇射效率為：

$$\text{扇射效率} = \frac{I_0 - I}{I_0} \quad (3.2)$$

利用(3.2)式，我們將圖 3.16 中的穿透強度換算為扇射效率，如圖 3.17 所示。我們進一步使用指數函數：

$$\text{扇射效率} = a(1 - e^{-E/b}) \quad (3.3)$$

對其做迴歸分析(curve fitting)，迴歸結果如表 3.6 所示。可以看到扇射效率建立的時間常數隨著厚度的增加而減少，即厚度較厚時，扇射光柵越快被建立。若我們設定當扇射效率 70%時為曝光上限，我們可以得到材料單一光柵最高的曝光量如表 3.5：

厚度	1mm	2mm	4mm	8mm
最高曝光量	25J/cm ²	11.25J/cm ²	8J/cm ²	3J/cm ²

表 3.5

除了利用扇射效率達 70%所需的上限之外，在之後的全像實驗中，因為扇射光柵會將直行的光束四散到各處，所以我們將之視為雜訊。所以扇射效率隨曝光量的增加而變化的量測，可以視為量測雜訊隨曝光量的增加而變化。有了雜訊的大小後，我們便能利用訊雜比的觀念，找出在全像實驗中，最佳的曝光時間為何，詳見 4.2.3.1。

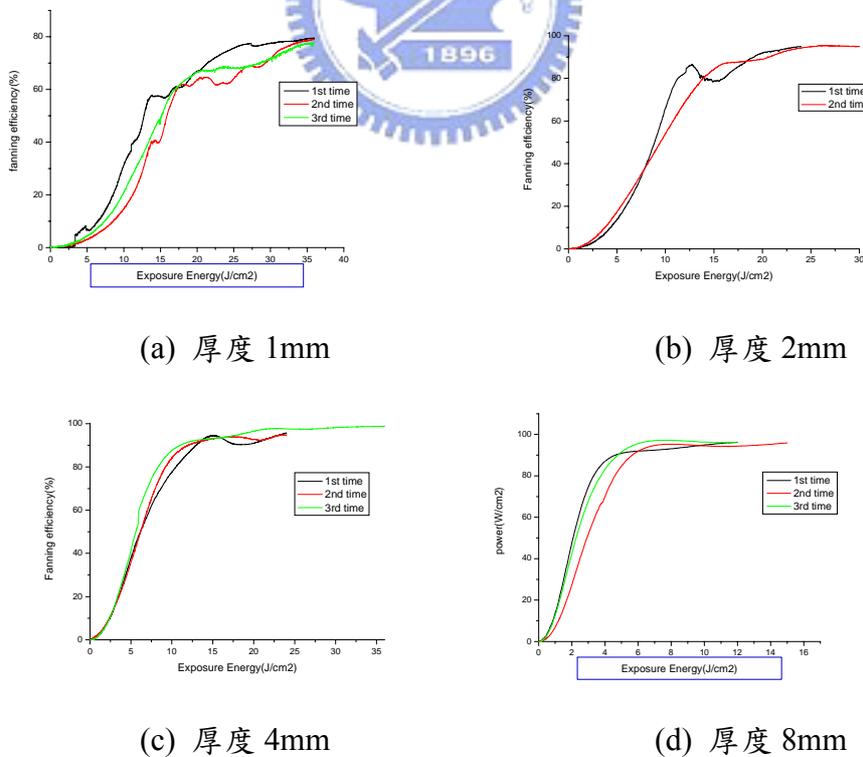
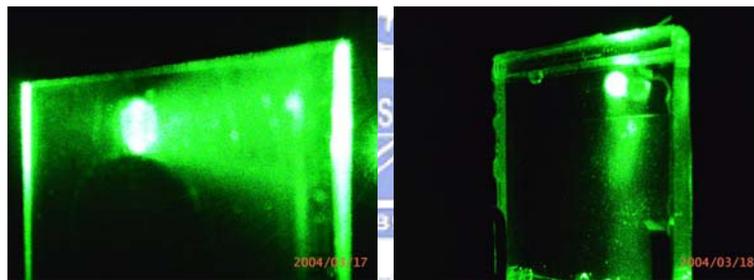


圖 3.17 為不同厚度，扇射效率隨著時間的變化情形

	a(%)	b(J/cm ²)
1mm		
F1	79.54176	13.67
F2	79.06903	17.69
F3	78.03262	15.77
平均	78.88114	15.71
2mm		
F1	94.89124	9.95
F2	95.42583	10.29
平均	95.15854	10.12
4mm		
F1	95.72366	7.10
F2	94.93141	6.61
F3	98.8201	6.45
平均	96.49172	6.71
8mm		
F1	96.23417	2.41
F2	68.09725	2.60
F3	95.92765	3.22
F4	97.22366	2.58
平均	96.46182	2.67

表 3.6 扇射光柵回歸結果

另外，我們再重新觀察扇射光柵產生的原因，是因為材料中有散射光的產生，與入射的光干涉後，再被記錄材料記錄下來所產生的扇射光柵。因為入射光不斷的照射，雖然因為材料內部不均勻或雜質產生的散射光並沒有增強，但是由於扇射光柵經過一段時間後，逐漸形成並增加，所以入射光的能量被扇射光柵繞射至散射光的方向，使的直行的入射光強度變弱，這就是為何我們的穿透強度會下降。因為產生的原因是散射光與入射光的干涉被材料記錄下來所產生的光柵，所以散射光的偏振方向會影響干涉的強度。由圖 3.18(a)可以看到，當入射光的偏振方向為垂直時，只有橫向的扇射光柵產生，而當入射光的偏振方向為水平時，則只有縱向的光柵會形成，如圖 3.18(b)所示，此時扇射光的方向旋轉了 90° 。因為當入射光的偏振方向為垂直時，只有橫向的散射光的偏振方向與入射光的偏振方向有機會同為垂直，如圖 3.19 所示，因此，我們可以看到是橫向的散射光最強，往縱向方向遞減，呈現一個”扇子”形，所以稱之為”扇”射效應。因為散射光的偏振方向必須與入射光的偏振方向平行時，扇射光柵才會被記錄下來。同理，入射光的偏振方向為水平時，則只有縱向的散射光的偏振方向與入射光的偏振方向有機會同為水平，所以扇射光柵散射出來的光為縱向的。但是當散射光的偏振方向與入射光的偏振方向不平行時，只有散射光的光場的偏振方向，在入射光的偏振方向投影的分量，才能被記錄成光柵，所以扇射光柵隨著角度的變化應該成一個 cosine 平方的函數。



(a) 垂直偏振

(b) 水平偏振

圖 3.18

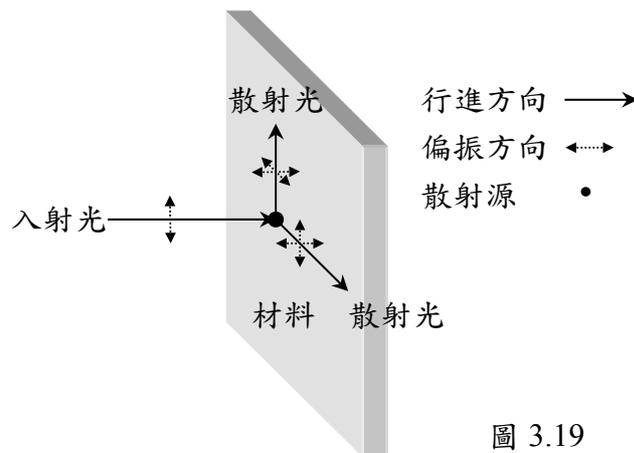


圖 3.19

由扇射光柵的方向告訴我們，假如我們希望在同一個地方曝光時，要減少扇射光柵對曝光點旁邊沒照到光的地方減少干擾的話，我們的移動點的方向要與入射光的偏振方向平行。所以在位移多工位移方向上，應該要選擇位移方向與偏振方向平行，甚至在每個存取軌道 (track) 之間，用不透光或是吸收較強的材料他們隔開，如圖 3.20 所示，如此可以減少每個軌道之間的干擾。

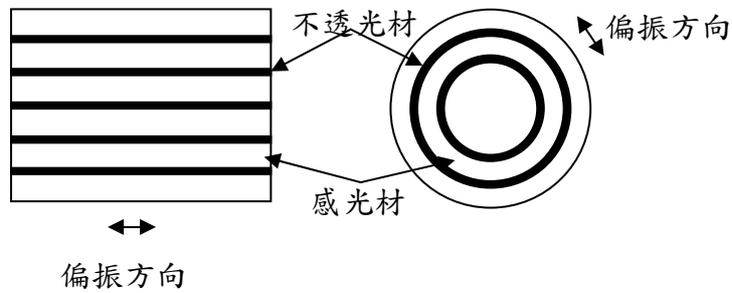


圖 3.20 減少干擾的方法



第四章 全像光學實驗

本文主要包含了兩個部份，一為感光高分子之製作，另一則為全像儲存實驗，因此在實驗上主要也分為兩部份：一為材料特性量測，另一則為位移多工儲存系統之特性量測。材料特性量測上，我們主要關心的是儲存在材料中的全像光柵的繞射效率能有多少，所以我們利用兩道平面波在材料中相交產生干涉，在材料中記錄一道穿透式全像光柵，並量測其繞射效率的大小，並由繞射效率之大小推算折射率變化的大小，此為 4.1 的部份。在 4.2 的部份，我們則實際架設一個位移多工的全像儲存系統，量測其系統特性，並估計儲存系統的儲存容量，最後利用此系統實際儲存類比圖像。

4.1 單一光柵

4.1.1 光學系統架設

4.1.1.1 綠光記錄，紅光讀取

為了要了解材料記錄單一光柵時，其繞射效率隨著時間的變化情形，所以我們使用兩道波長為 532nm，強度同樣為 $10\text{mW}/\text{cm}^2$ (總強度為 $20\text{mW}/\text{cm}^2$) 的平面波對稱的入射材料，在材料中寫入一個穿透式光柵。又由第 3.3 節穿透光譜(圖 3.11)我們知道，633nm 的光不會被材料所吸收，所以不會影響材料中的光柵。因此，我們使用一道波長為 633nm，強度為 $0.5\text{mW}/\text{cm}^2$ 的平面波做為讀取光，動態讀取光柵繞射效率隨曝光時間的變化。由於波長之不同，所以對同一光柵來說，兩個波長的布拉格條件並不相同，也就是說讀取光入射材料的角度與記錄光入射材料的角度並不相同。我們使用向量圖可以簡單推得兩者之間的關係，如圖 4.1 所示。

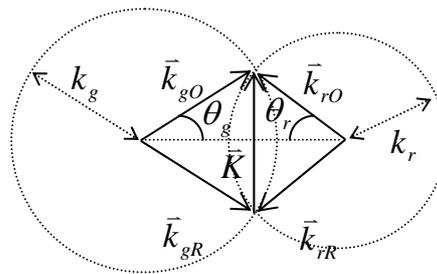


圖 4.1 單一光柵記錄、讀取向量圖

從圖 4.1，我們可以得到：

$$k_g \sin \theta_g = \frac{|\vec{K}|}{2} = k_r \sin \theta_r \quad (4.1)$$

$$\Rightarrow \theta_r = \sin^{-1} \left(\frac{k_g}{k_r} \sin \theta_g \right) = \sin^{-1} \left(\frac{\lambda_r}{\lambda_g} \sin \theta_g \right) \quad (4.2)$$

$$\left(\because k = \frac{2\pi}{\lambda} \right)$$

不過(4.2)式中的角度為材料中的角度，在材料外部的角度必須考慮折射現象。若定義 θ'_g 、 θ'_r 為材料外的角度，則由(4.1)式，我們可以得到：

$$\begin{aligned} k_g \sin \theta_g &= k_r \sin \theta_r \\ \Rightarrow k_g \frac{1}{n} \sin \theta'_g &= k_r \frac{1}{n} \sin \theta'_r \\ \Rightarrow k_g \sin \theta'_g &= k_r \sin \theta'_r \\ \theta'_r &= \sin^{-1} \left(\frac{\lambda_r}{\lambda_g} \sin \theta'_g \right) \end{aligned} \quad (4.3)$$

可以看到，材料內角度的關係與材料外角度的關係是相同的。有了記錄光與讀取光的角度關係後，如圖 4.2 為所架設的光路圖

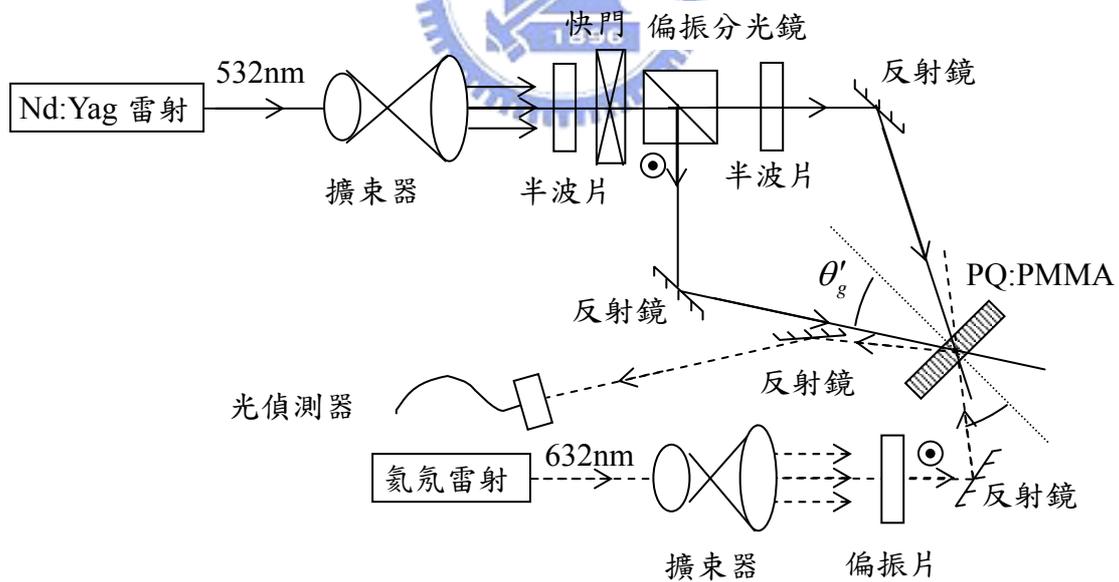


圖 4.2 使用紅光動態讀取繞射效率光路圖

在記錄時，使用 532nm 的光源，擴束後分成兩道垂直偏振光束，且強度同

為 $10\text{mW}/\text{cm}^2$ (總強度為 $20\text{mW}/\text{cm}^2$)，以 $\theta'_g=15$ 的角度，入射材料。讀取時，使用偏振同為垂直偏振的 633nm 波源，擴束後，以 $\theta'_r=17.92^\circ$ 入射材料。要注意的一點是，三道光相交的位置必須在材料的內部，而不是材料的表面。有了入射的角度之後，我們進一步由(2.53)、(2.54)式計算讀取光紅光所要求的準確度：

$$\eta = \left[\frac{\sin\left(\sqrt{\nu^2 + \xi^2}\right)}{\sqrt{1 + \frac{\xi^2}{\nu^2}}}\right]^2 \quad (4.4)$$

$$\nu = \frac{\pi n_1 d}{\lambda \cos \theta_s} \quad (4.5)$$

$$\xi \equiv \frac{g d}{2 C_s} \quad (4.6)$$

由參考文獻^[10]，令 $n_1 \sim 10^{-4}$ ，並令 λ 為 633nm ， d 分別為 $1、2、4、8\text{mm}$ ，並換算材料內紅光的入射角度 θ_r 為 11.92° ，將繞射效率 η 對 g 做圖，並對 η_{\max} 做歸一化之後如圖 4.3。

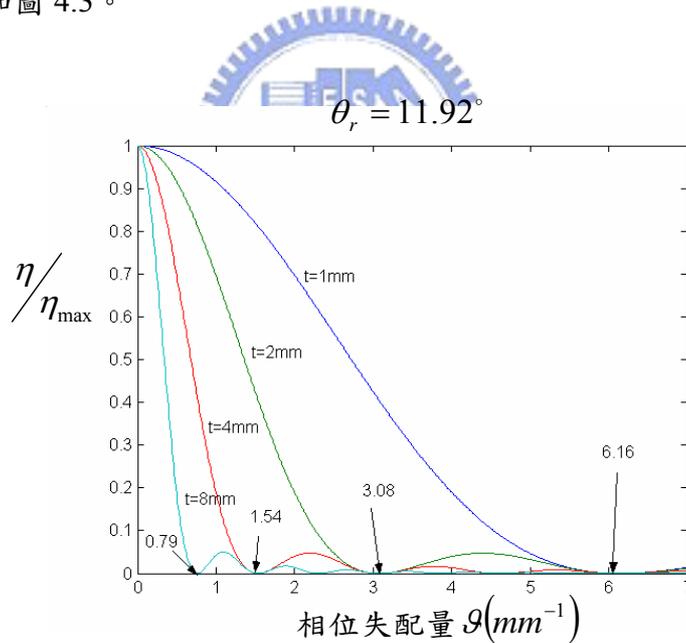


圖 4.3 相位失配量

由圖 4.3，我們可以看到繞射效率隨著相位失配量的增加而呈 sinc 函數的分布，分別求出第一零點發生時相位失配量之大小如表 4.1：

$g(\text{mm}^{-1})$	1mm	2mm	4mm	8mm
11.92°	6.16	3.08	1.54	0.79

表 4.1 相位失配量大小

再由(2.31)式，假設波長偏移量為零，則我們可以計算角度偏移量之大小為：

$\Delta\theta$	1mm	2mm	4mm	8mm
11.92°	0.0368	0.0184	0.0092	0.0047

表 4.2 容許角度偏移量

可以看到，在對光上，對於紅光角度的準確性要求是非常高的。

在實驗步驟上，我們先用一塊材料先用兩道綠光寫入一穿透式光柵後，調整紅光直到看到繞射光出現最大時，此時紅光便符合了綠光所寫入的光柵的布拉格條件，之後就不改變三道入射材料的光線，只更換不同厚度的材料，或是同一材料不同的位置。不過實際實驗時，因為布拉格條件對紅光入射角度的準確度的要求非常高，入射角度稍微的偏移很容易就不符合布拉格條件。而每次換材料時，或是同一個材料換位置曝光時，並沒辦法完完全全放在相同的位置上，或是說雖然位置在相同位置，但是角度上有些微的改變，所以發現每次的紅光讀取的繞射光不會剛好都是最大值，而有一點點的差距。為了改善這個問題，在實驗步驟上，我們都先讓材料用兩道記錄光預曝 60~180 秒鐘之後，先停止曝光。不動兩道記錄光，而只調整讀取的紅光的入射角度，調至繞射光有最大值之後，再繼續打開綠光曝光並讀取紅光的繞射效率，此時紅光的入射角度才是較符合該次曝光時的布拉格條件。

4.1.1.2 綠光記錄，綠光讀取

實際實驗時，由表 4.2 我們知道，要找到布拉格角並不是那麼容易，所以雖然在 4.1.1.1 節的實驗中，還是可以看到紅光的繞射光，可是繞射效率並不是非常高，只有達 20% 左右。加上我們會在光路上放置光圈控制光束大小，隨著光的傳播，會觀察到光圈的繞射現象。雖然我們可以將光圈盡量放靠近放置材料的位置，但還是不可能完全避免繞射現象。因此，記錄光並不是真正的平面波，而是有載有光圈繞射的訊息，同樣的，讀取時所用的紅光也有繞射現象的產生，但是兩者的繞射並不盡相同，所以也會降低了使用紅光讀取的繞射效率。所以為了去除紅光沒有完全符合布拉格條件，以及光圈繞射的因素，於是我們去除用紅光讀取光柵的繞射強度，而是將一道綠光遮起來後，直接讀取綠光的重建光。因此光路圖修正如圖 4.4：

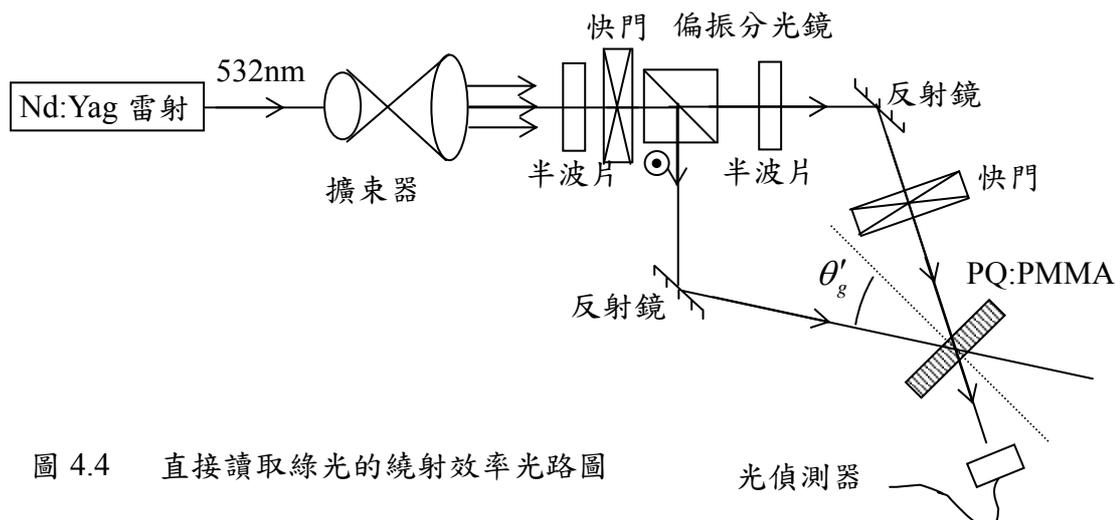


圖 4.4 直接讀取綠光的繞射效率光路圖

如此，不需要考慮紅光布拉格條件的問題，只要不去動兩道綠光，要讀取繞射光時，把其中一道綠光遮起，沒被遮起的綠光也自然符合了布拉格條件。不過此方法的缺點在於，讀取時遮起一道綠光時，另一道綠光照在材料上會使材料均勻的產生反應，而使得光柵變弱。解決的方法是，讀取時將入射光強度減弱，不過因為要改變雷射強度比較不容易(不管是直接用電腦對雷射做控制，或是加入一片半波片跟偏振片，然後使用電腦控制半波片的光軸角度，都不是很方便)，所以我們使用的方法是，不改變雷射強度，但是盡量縮短讀取時間，以減少讀取時對光柵的影響。所以在實驗歷程上，我們是每曝光 10 秒後，遮起一道光讀取 0.1 秒，也就是將影響降至 1%。

在強度使用上，因為高分子材料中的擴散理論^[12]告訴我們，材料所記錄的繞射效率與曝光時所使用的強度有關，因此我們選擇了兩種強度做為比較，一為兩道波長 532nm 的綠光，強度同為 $10\text{mW}/\text{cm}^2$ (總強度為 $20\text{mW}/\text{cm}^2$)；另外，我們用了較強的光線，將強度調為兩道同為 $100\text{mW}/\text{cm}^2$ (總強度為 $200\text{mW}/\text{cm}^2$)。

4.1.2 實驗結果與討論

4.1.2.1 綠光記錄，紅光讀取

如圖 4.5 為 1、2、4、8mm 四種不同厚度，繞射效率隨著時間變化的情形，我們已經將 x 軸用時間乘上光強度換算成單位面積所接受的能量加以表示。首先，繞射效率隨著曝光量的增加在剛開始都會上升，上升到一個最大值之後，反而開始下降。1mm 時最高點發生在 $40\text{J}/\text{cm}^2$ ；2mm 時最高點發生在 $25\text{J}/\text{cm}^2$ ；4mm 與 8mm 則分別在 $11\text{J}/\text{cm}^2$ 與 $6\text{J}/\text{cm}^2$ 的時候發生一個高點後，下降，然後又再上升。會在高點發生之後出現繞射效率下降的原因，我們相信是因為如 3.3.3 節所述的扇射光柵的形成所致。因為扇射光柵之形成，一方面扇射光變強，造成原本處在暗紋處的材料也受到光而產生反應，降低了光柵週期結構的調變量；另一方面，因為扇射光變強，將大部份入射光的能量散射至不符合布拉格條件的方向，造成繞射光的減少。比較有趣的現象是，繞射效率的曲線會有上下振盪的現象。隨著厚度的增加，振盪的越厲害，在 8mm 時，甚至振盪的超過了第一個最高值。相信是因為高分子材料中殘存 MMA 單體擴散造成的。由文獻^[12]可知，材料中剩餘的 MMA 單體會從濃度較高的地方往濃度較低的地方擴散的現

象。所以隨著曝光時間增加，光柵漸強，但是在亮區的 MMA 單體與 PQ 結合使的 MMA 單體在亮區的濃度降低，所以 MMA 單體會從暗區往亮區移動，使的 MMA 在空間中的分佈朝向比較均勻的分佈。因此，光柵週期結構的調變量也會減少，造成繞射效率下降。但是從暗區擴散到亮區的 MMA 單體還可以繼續參與反應，所以可以讓繞射效率往上升。所以擴散的結果使的兩個對繞射效率相反效應的現象同時發生、抗衡，因此我們就看到了繞射效率會有上下振盪的情形。而擴散現象與 MMA 單體濃度的梯度有關，所以在厚度較厚時，反應較快，較容易造成 MMA 單體濃度不均的現象，所以可以看到在 8mm 時，其振盪情形較為劇烈，甚至會使繞射效率高過於第一個最高點。關於擴散現象的推論，在 4.2.2 動態範圍的量測實驗中，會再次被觀察到。再來比較四者的繞射效率，可以看到隨著厚度增加，最大繞射效率是增加的。但是在厚度為 8mm 時，因為擴散現象的影響，其繞射效率卻只與厚度為 4mm 的相仿，並沒有明顯的再增加。另外，有了繞射效率，可以利用(2.58)式倒推折射率調變量 n_1 之大小，如圖 4.6 所示。可以看到，材料的折射率變化大約在 10^{-5} 的數量級左右。而厚度較厚的材料折射率變化反而較低，相信是因為較厚的材料有較高的敏感度，所以全像光柵很快的被記錄，可是扇射光柵也一樣很快的形成，所以繞射效率很快的長上去後又馬上的被拉下來，實際上單位體積參與反應的感光分子反而不如較薄的材料多，也就是說材料其實並沒有被曝光到飽合值，所以折射率變化也較低。與文獻^[10]中 3.4×10^{-4} 相比，差了一個數量級，而繞射效率也比 4.8mm 厚的材料的 60% 差，可見其實我們所做的材料在折射率變化及繞射效率上的表現上較差。

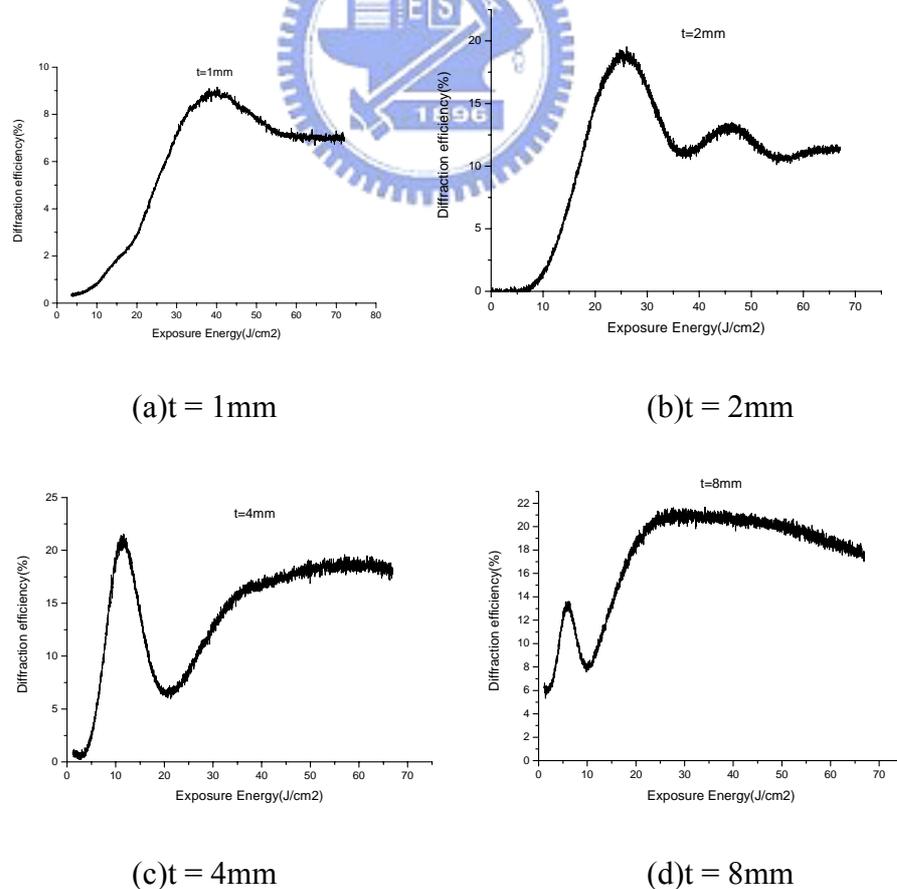


圖 4.5 綠光記錄，紅光讀取之繞射效率

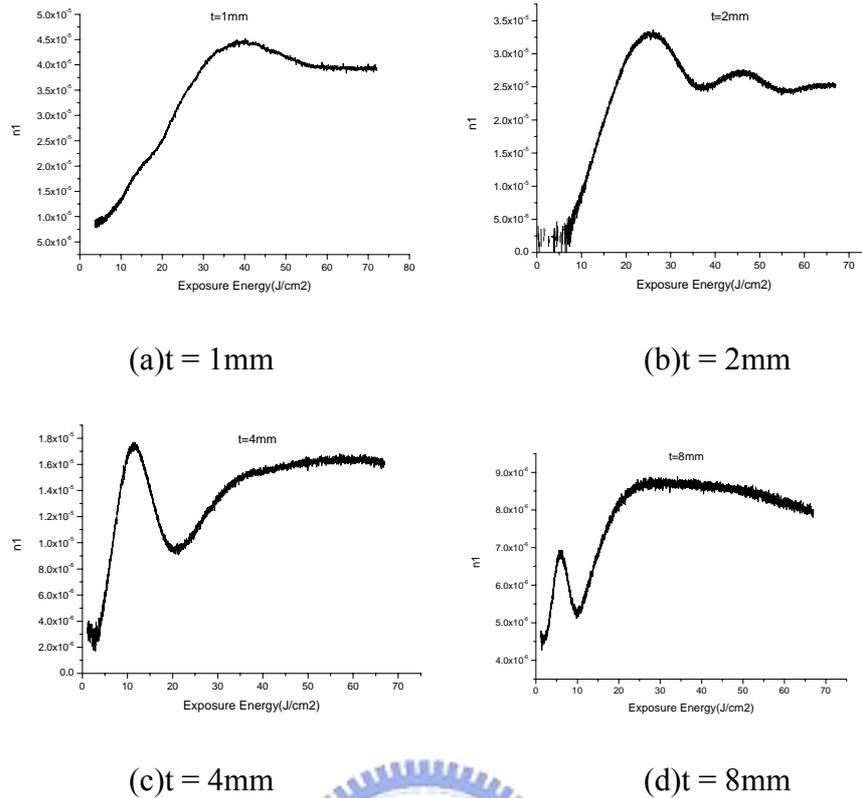
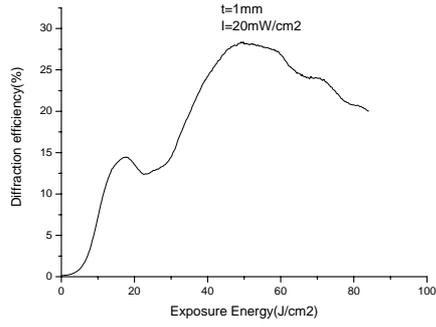


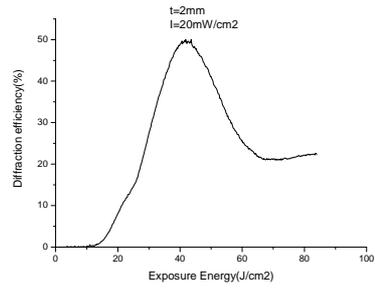
圖 4.6 綠光記錄，紅光讀取之折射率變化

4.1.2.2 綠光記錄，綠光讀取，記錄光強度為 $20mW/cm^2$

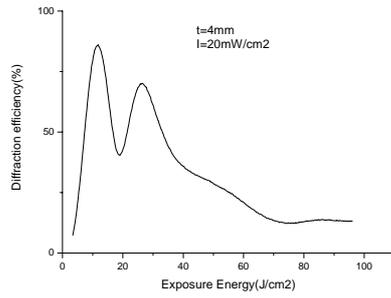
如圖 4.7 為 1、2、4、8mm 四種不同厚度，繞射效率隨著時間變化的情形，同樣的，我們將 x 軸用時間乘上光強度換算成單位面積所接受的能量加以表示。可以看到，繞射效率有明顯的改善，1mm 的材料曝光 $49.5J/cm^2$ 時可達最高值 28%；2mm 的材料曝光 $41.1J/cm^2$ 時可達最高值 50%；4mm 的材料曝光 $11.8J/cm^2$ 時可達最高值 86%；8mm 的材料曝光 $6.3J/cm^2$ 時可達最高值 51%。與圖 4.5 相同的，可以看到因為扇射光柵之增強，會使得繞射效率在曝光一段時間後出現一個最高值，然後開始下降。利用(2.58)式倒推折射率調變量 n_1 之大小如圖 4.8 所示，變化大小一樣大約在 10^{-5} 的數量級。再來觀察曲線上下振盪的現象，在厚度為 4mm 時看到了較大上下振盪的現象，可是此處 8mm 的部份雖然有觀察到振盪的現象，但不如 4mm 來的大。比較折射率變化的話，8mm 一樣是最小的。原因也是相同的，因為扇射光柵快速的建立使的繞射效率下降，但是材料並沒有曝光到飽合，所以單位體積參與反應的分子較低，自然折射率變化是較低的。



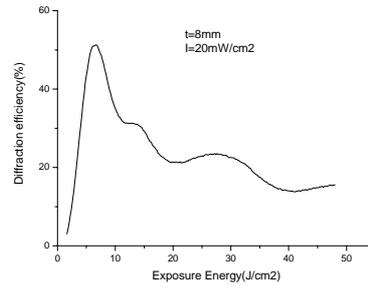
(a) $t = 1\text{mm}$



(b) $t = 2\text{mm}$

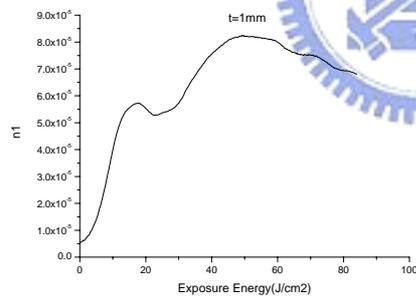


(c) $t = 4\text{mm}$

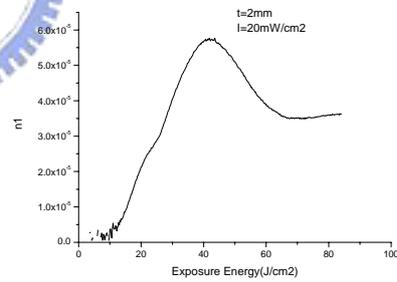


(d) $t = 8\text{mm}$

圖 4.7 低強度記錄，並直接讀取綠光之繞射效率



(a) $t = 1\text{mm}$



(b) $t = 2\text{mm}$

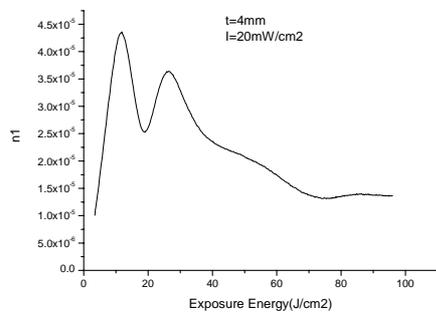
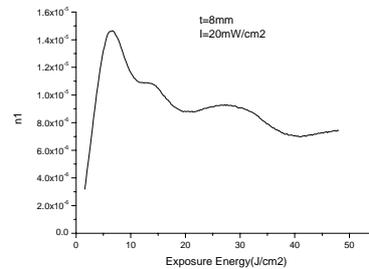


圖 4.8 低強度記錄，並直接讀取綠光之折射率變化



4.1.2.3 綠光記錄，綠光讀取，記錄光強度為 $200\text{mW}/\text{cm}^2$

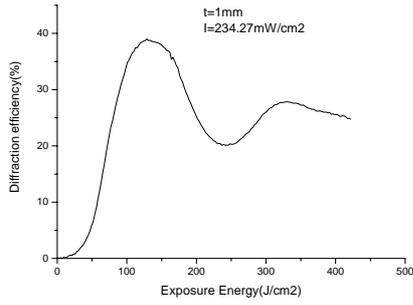
如圖 4.9 為 1、2、4、8mm 四種不同厚度，繞射效率隨著時間變化的情形，同樣的，我們將 x 軸用時間乘上光強度換算成單位面積所接受的能量加以表示。如圖，1mm 的材料曝光 $128.2\text{J}/\text{cm}^2$ 時可達最高值 38.9%；2mm 的材料曝光 $44.9\text{J}/\text{cm}^2$ 時可達最高值 28.1%；4mm 的材料曝光 $29.9\text{J}/\text{cm}^2$ 時可達最高值 33.1%；8mm 的材料曝光 $11.7\text{J}/\text{cm}^2$ 時可達最高值 57.6%。首先觀察繞射效率上下振盪的現象，在高強度曝光的時候，厚度為 4mm、8mm 反而沒有明顯的上下振盪現象，相較之下 1mm、2mm 的振盪是較明顯的。我們的解釋是，影響繞射效率的因素有四：1、兩道記錄全像光柵的記錄光，造成繞射效率上升；2、扇射光柵的形成，造成全像光柵的繞射效率下降；3、MMA 單體的擴散，使光柵在空間的調變量降低，造成全像光柵及扇射光柵的繞射效率下降；4、因為 MMA 單體的擴散，使更多的 MMA 單體從暗區移到亮區，因此全像光柵及扇射光柵的繞射效率可以再往上升。這四個因素隨著曝光之後，互相制衡，造成全像光柵的繞射效率上下振盪。甚至可以看到最高繞射效率出現所需的曝光能量，遠大於 3.3.3 節扇射實驗時扇射光柵建立所需要的能量，可見光柵的強度(不管是我們要的全像光柵，或是我們不想要的扇射光柵)都受到了 MMA 單體擴散的影響。處此之外，材料厚度造成光柵形成速率之不同，擴散速度亦受到影響，所以也間接影響了繞射效率的振盪情形。最明顯的例子是 2mm 與 4mm，在曝光強度為 $20\text{mW}/\text{cm}^2$ 時，2mm 厚的材料其全像光柵的繞射效率幾乎沒有振盪；而同樣的情形發生在 4mm、曝光強度為 $200\text{mW}/\text{cm}^2$ 時。因此，尋求一個最匹配的條件為一個重要的課題。再者，相同實驗做了多次量測時，發覺曲線上下振盪的狀況總是不一樣，不管是對同一塊材料不同位置量測，或是對不同塊材料量測，也就是說材料的穩定性並不是非常好，所以尋求材料穩定性的製程也是另一項重要課題。

再來觀察最大的繞射效率與曝光強度之間的關係。我們列表比較之：

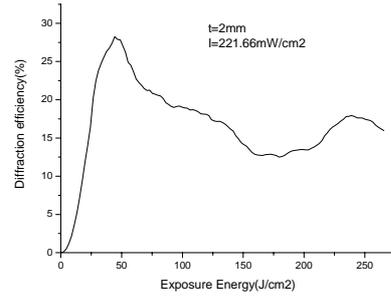
繞射效率	1mm	2mm	4mm	8mm
$20\text{mW}/\text{cm}^2$	28%	50%	86%	51%
$200\text{mW}/\text{cm}^2$	38.9%	28.1%	29.9%	57.6%

表 4.3

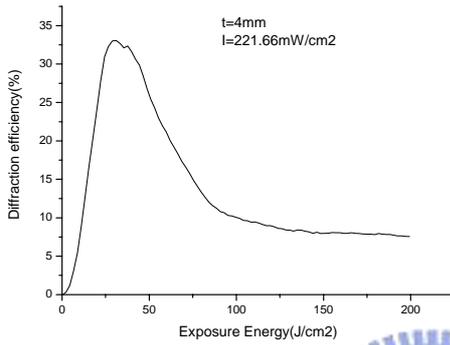
可以看到，繞射效率的大小關係不全然與曝光強度有關係，在 1、8mm 時，較高的曝光強度有較高的繞射效率，在 2、4mm 時則相反。因此，要得到最高的繞射效率，必須尋找最佳的曝光強度。



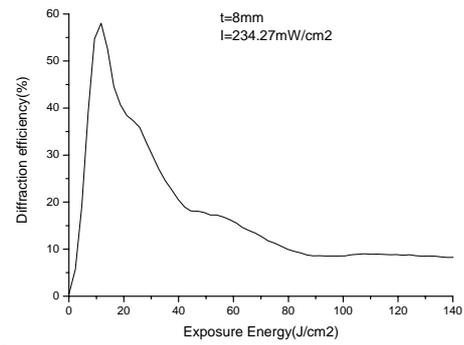
(a) $t = 1\text{mm}$



(b) $t = 2\text{mm}$

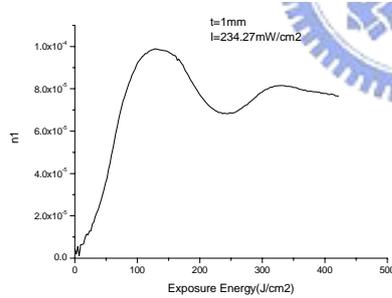


(c) $t = 4\text{mm}$

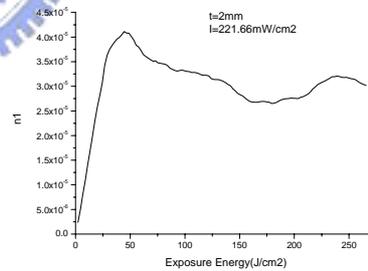


(d) $t = 8\text{mm}$

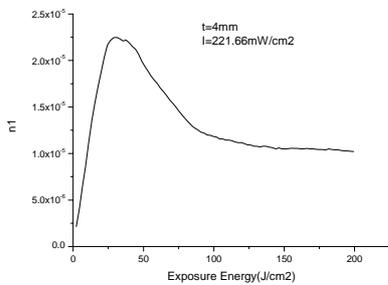
圖 4.9 高強度記錄，並直接讀取綠光之繞射效率



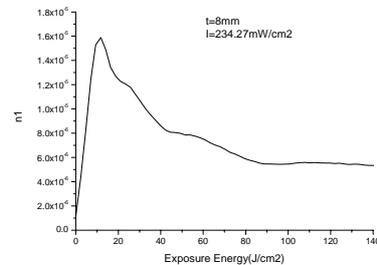
(a) $t = 1\text{mm}$



(b) $t = 2\text{mm}$



(c) $t = 4\text{mm}$



(d) $t = 8\text{mm}$

圖 4.10 高強度記錄，並直接讀取綠光之折射率變化

4.2 資料儲存光柵

4.2.1 位移選擇性

4.2.1.1 光學系統架設

為了驗證(2.71)式與(2.76)式：

$$\Delta\delta_x = \frac{n_0 \lambda z_0}{t \sin \theta} \quad (4.7)$$

$$\Delta\delta_y = \sqrt{\frac{2\lambda}{t}} z_0 \quad (4.8)$$

如圖 4.11，為所架設的光學系統，其中 $f = 25\text{cm}$ ， $f_0 = 16\text{cm}$ ， $z_0 = 3.5\text{cm}$ ， $n_0 = 1.49\text{cm}$ 。

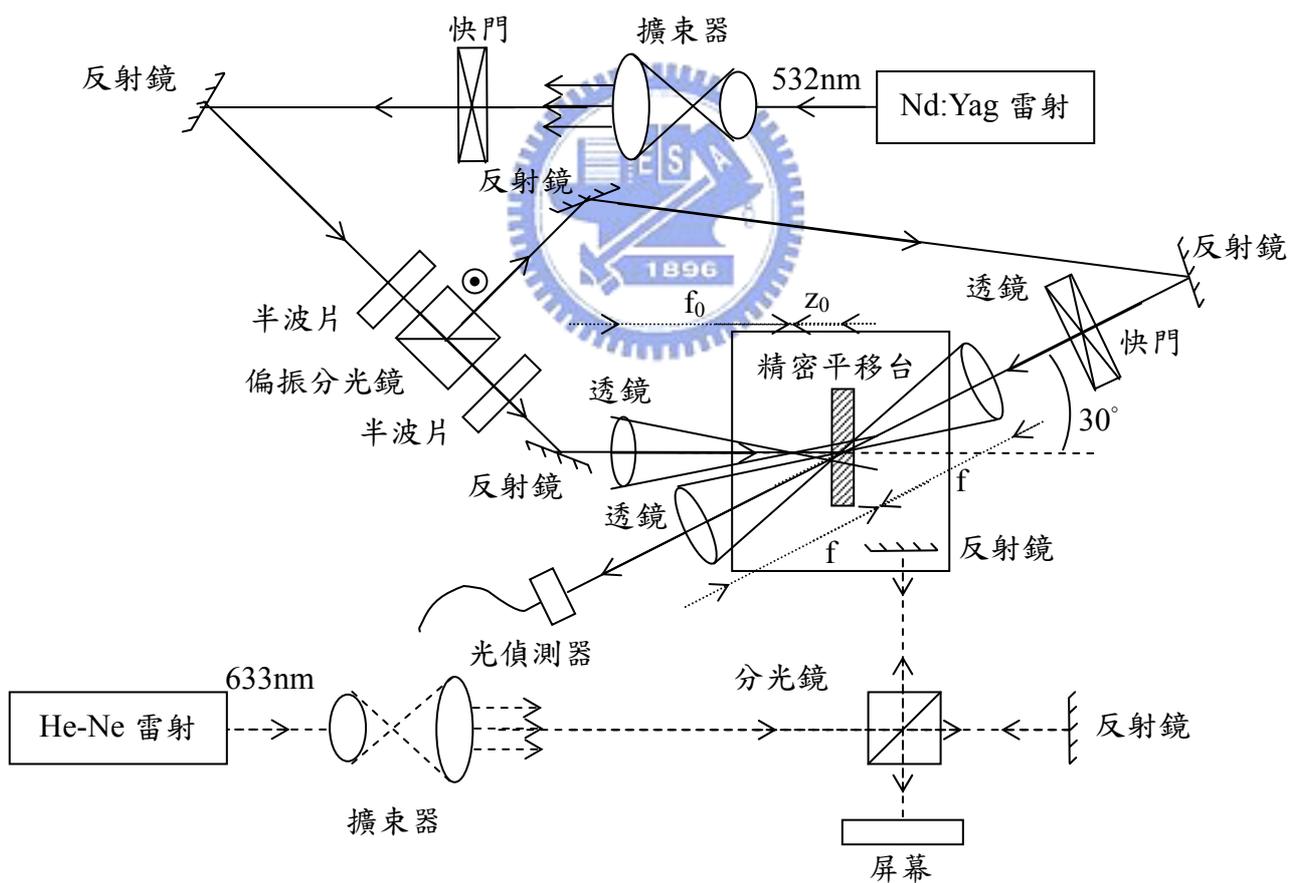


圖 4.11 位移選擇性量測光路圖

我們先將各個參數代入(4.7)、(4.8)式，得到位移選擇量如表 4.3：

	1mm	2mm	4mm	8mm
δ_x	55.5 μm	27.8 μm	13.9 μm	6.94 μm
δ_y	1.14mm	807 μm	571 μm	404 μm

表 4.3 位移選擇性理論值

該系統使用了一個發散的球面波做為參考光，另外以一個共焦點與球面波相交於材料中央的 4f 系統做為物體光，偏振方向同為垂直偏振。使用的光強度，參考光的強度為 100mW/cm²，經過透鏡後照在材料表面的強度為 6mW/cm² 左右；而物體光因為聚焦的關係，我們調整偏振分光鏡前的半波片，使物體光的強度幾乎為 0，如此聚焦在材料時的光強度才不會遠大於參考光的強度。記錄下一張全像後，移動平移台，量測繞射效率與位移量的關係。因為物體光聚焦在材料內部，所以除非參考光的球面波與聚無的物體光的截面積是相同的，否則大部份的參考光是沒有與物體光相交而浪費掉了。但是這個要求是很難達到，所以在此處繞射效率的絕對值不代表材料的繞射效率，繞射效率隨材料位移的變化才是我們要注意的重點。另外，因為所使用的精密平移台是 New Focus 公司，Model 8732 控制器，Model 8095 精密平移台。該精密平移台的工作原理是使用壓電材料控制，利用壓電材料與螺絲之間靜、動摩擦力的不同，達到以很小的旋轉量來轉動移動平移台的螺絲。雖然壓電材料能夠做到微小的變化，而有很小的位移量 ($\leq 30\text{nm}$)，但是卻不能保證每次所位移的量是相同的，甚至來回移動相同步數時並不會回到原點，當步數累積時，誤差也會跟著累積。為了解決位移量不準的問題，我們在平移台上架設了一面反射鏡，並使用 633nm 的紅光架設了一個麥克生干涉儀，利用干涉的原理來量測平移台的位移量。我們知道，麥克生干涉儀兩臂之間的光程差有如下的關係時為亮紋：

$$2\left(\frac{l_1}{\lambda} - \frac{l_2}{\lambda}\right) = m \quad (4.9)$$

$$\Rightarrow l_1 = \frac{\lambda}{2}m + l_2$$

其中 l_1 、 l_2 分別為兩臂長， m 為任意整數。假設 l_1 為架設在精密平移台上的反射鏡與分光鏡的距離， l_2 為不動的反射鏡與分光鏡的距離。可以發現，當亮紋由亮紋變成暗紋又變回亮紋時， l_1 的位移量為半個波長，所以我們所架設的干涉儀精密度可達 316nm，與表 4.3 理論位移量的值相比較，可以發現 y 方向的位移選擇量遠大於干涉儀的精密度，為幾百 μm 到幾 mm，若要使用精密平移台，需要移動非常多步，而且麥克生干涉儀的位置必須改變，甚至必須架設一個懸空的反射鏡，來量測平移台上下移動的位移量。反觀手動的三向平移台的精確度也可以達到 10 μm 的等級，所以在 y 方向上其實使用三向平移台是比較方便的，因此

在 y 方向的量測上，我們是將精密平移台用三向平移台代替。

4.2.1.2 實驗結果與討論

如圖 4.12~圖 4.19 分別為厚度 1mm、2mm、4mm、8mm 材料在 x、y 方向與位移量與繞射效率的關係圖。我們將每一條曲線用 sinc 函數的平方：

$$DE = P1 * \text{sinc} \left[\frac{x - P2}{P3} \right]^2 + P4 \quad (4.10)$$

做迴歸分析，P1 為繞射效率的最大值，因為我們沒有用繞射效率的最大值做歸一化，所以 P1 不等於 1；P2 為偏移量；P3 為 sinc 函數的寬度，即我們所要求的位移選擇性；P4 為雜訊。我們真正關心的是位移選擇性，即 P3 是唯一有用的參數。我們將沒條曲線做完迴歸分析後，將相同厚度相同方向的 P3 作平均。結果如表 4.4 所示：

	1mm	2mm	4mm	8mm
δ_x	64.85 μm	31.79 μm	15.71 μm	7.63 μm
δ_y	839.75 μm	589.79 μm	618.22 μm	636.54 μm

表 4.4 位移選擇性實驗值

我們將表 4.4 的平均值與理論值比較，如表 4.5 所示：

t	1mm	2mm	4mm	8mm
δ_x	17.91%	14.35%	13.02%	9.94%
δ_y	-26.34%	-26.92%	8.27%	57.56%

表 4.5 位移選擇性誤差

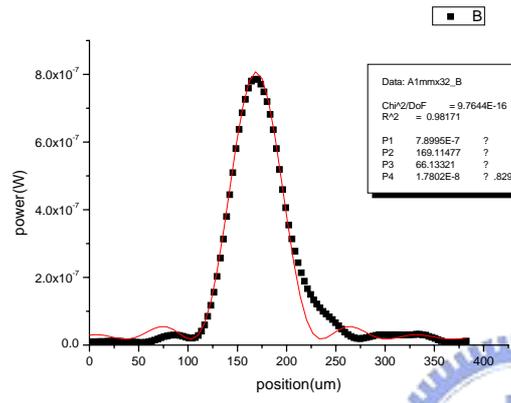
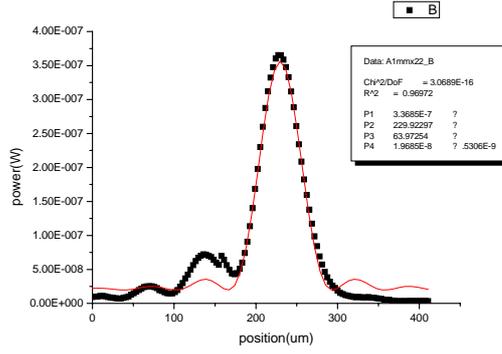
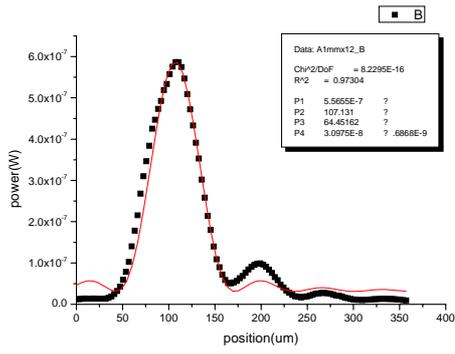
先觀察 x 方向的位移選擇性，誤差都在百分之十幾左右。誤差來源有三：厚度的不準度、 z_0 的不準度、 θ 的不準度。因為厚度的不準度與 x 方向的位移選擇性成反比，也就是說位移選擇性的誤差為正的時候，厚度的誤差應該為負。可是材料的製作上，因為是用隔片來控制厚度，所以厚度只有可能更厚，不可能更薄（見第 3.3.2 節），所以誤差來源不會來自厚度。再來是 z_0 的不準度，因為 $z_0=3.5\text{cm}$ ，10% 的誤差為 3.5mm。實際量測 z_0 時，雖然用的布尺最準可到 1mm，可是量測時，並不能很準確的對齊材料中心與透鏡焦點，所以實際的誤差會比 1mm 還來的大，3mm 的誤差應屬合理範圍。再者是物體光入射角 θ 的不準度，

假設實際角度 θ 與理論角度 θ_0 差了 $\Delta\theta$ ，則我們估計角度的誤差值為：

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sin(\theta_0 + \Delta\theta)} &\approx 113\% \frac{1}{\sin\theta_0} \quad \text{其中 } \theta_0 = 30^\circ \\ \Rightarrow \frac{1}{\sin\theta_0 \cos\Delta\theta + \cos\theta_0 \sin\Delta\theta} &\approx 113\% \frac{1}{\sin\theta_0} \\ \Rightarrow \frac{1}{\sin\theta_0 + \Delta\theta \cos\theta_0} &\approx 113\% \frac{1}{\sin\theta_0} \\ \Rightarrow \Delta\theta &\approx 3.81^\circ \end{aligned}$$

也就是說，若角度上有將近 4° 的誤差，此亦為合理的誤差範圍。因為角度的量測上，並沒有很精確的去量測，而只是簡單的用光學桌上的螺絲孔或是同量測 z_0 的方法用布尺估計反射鏡與材料中心的距離，然後再使用餘弦定理估計角度，所以角度的準確度是較低的。而且因為在實驗時，更換不同厚度時，精密平移台或三向平移台是無法移動的，但是為了要使物體光與記錄參考光在材料中相交干涉，所以是有稍微調整一下物體光的入射角度。因此可以看到不同厚度的誤差值有一點點的差異，不過基本上還是在一個範圍以內。

再來是 y 方向的誤差，其實是非常大的。直接觀察曲線而不看迴歸後的 P3 的話，其實有些看起來根本不向 sinc 函數。原因應該在於，我們選擇的 z_0 讓 y 方向的位於選擇性約在幾百個微米。不管是對精密選轉台也好，對三向平台也好，其實位移量已經不算小了，也就是說實驗時必須將材料移動一段不小的距離。因此，較長的移動距離會引入較多的誤差，譬如說對光上不是那麼準確，所以移動平台的 x 、 y 、 z 軸與理論要求的 x 、 y 、 z 軸沒有真的對很準，所以實驗上平移台雖然是在 y 軸上移動，可是實際上可能有 x 軸或 z 軸的分量，甚至說角度的旋轉種種因素。在如 x 方向的位移量不大的情形下，誤差並不明顯，但是在 y 方向位移量較大時，就看到較大的誤差值了。



第一次	64.45 μ m
第二次	63.91 μ m
第三次	66.13 μ m
平均	64.85 μ m

圖 4.12 t=1mm x 方向

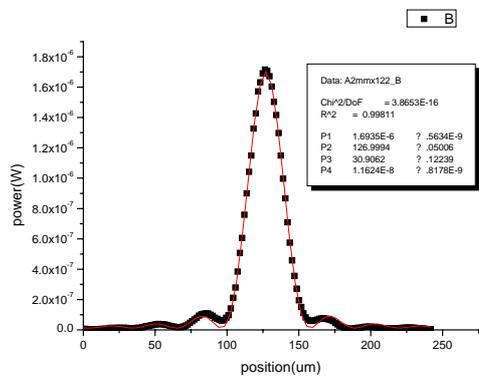
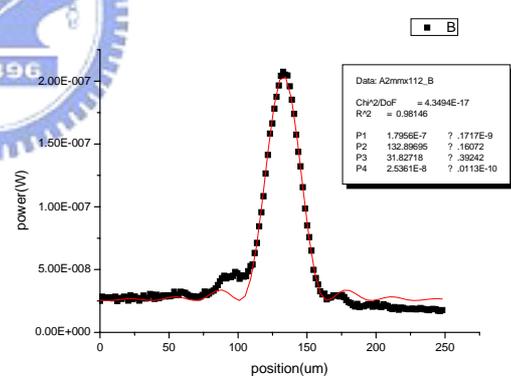
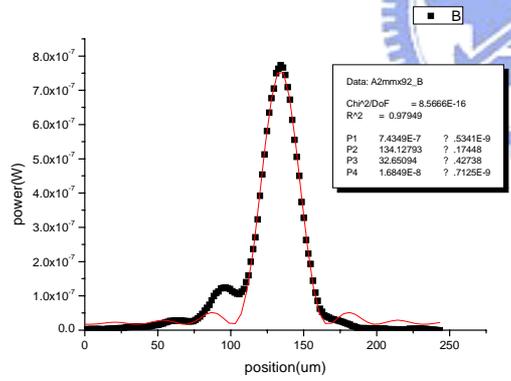
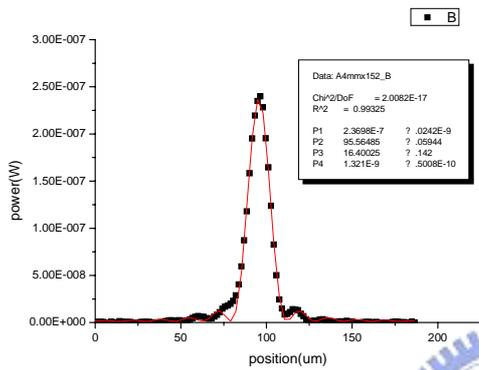
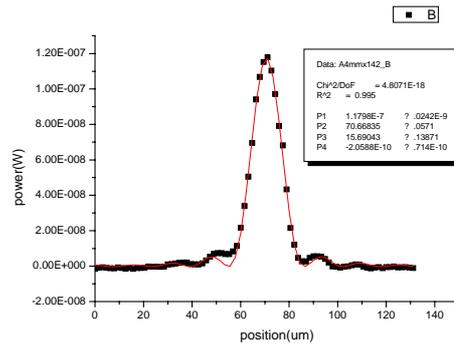
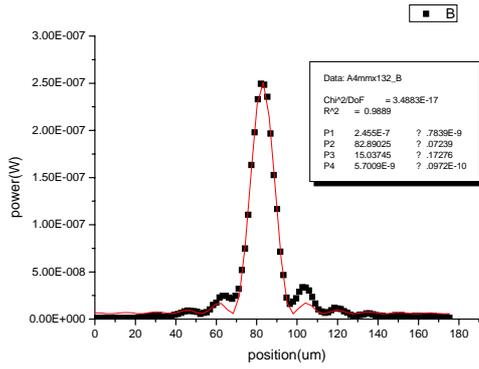
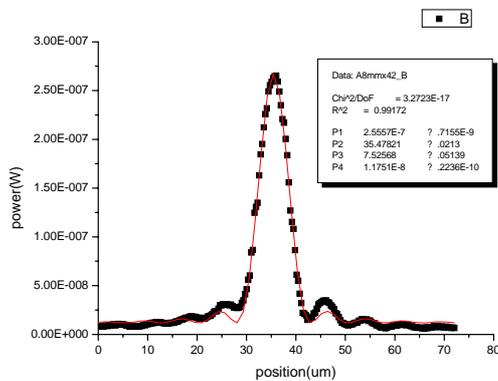
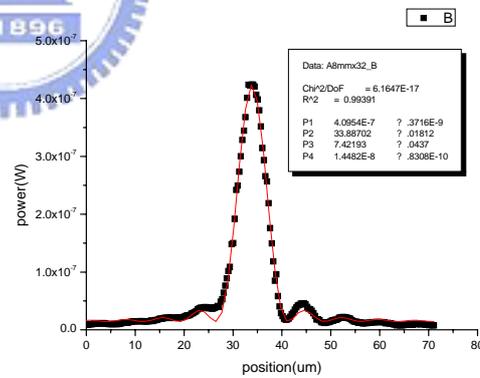
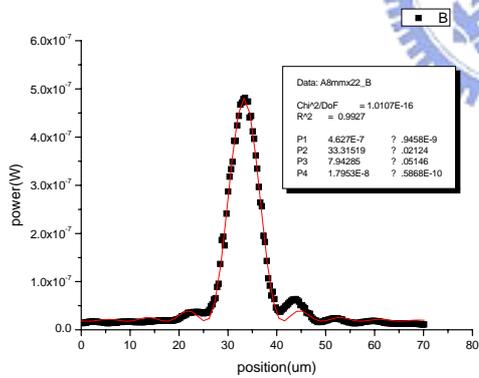


圖 4.13 t=2mm x 方向



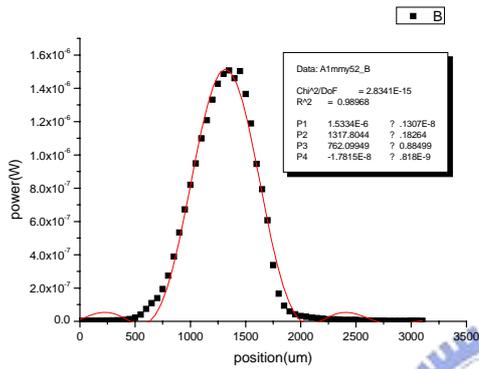
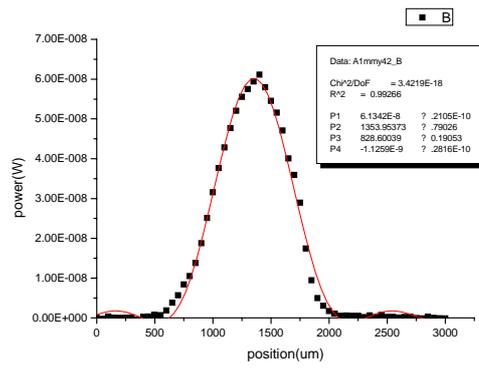
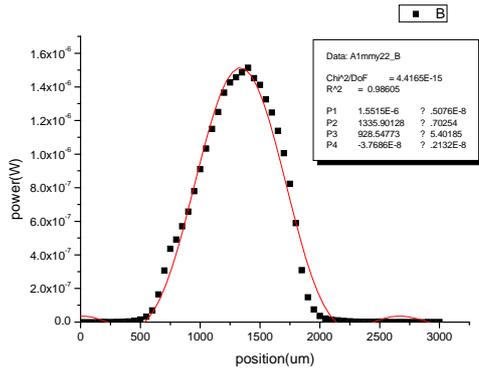
第一次	15.04 μm
第二次	15.69 μm
第三次	16.40 μm
平均	15.71 μm

圖 4.14 $t=4\text{mm}$ x 方向



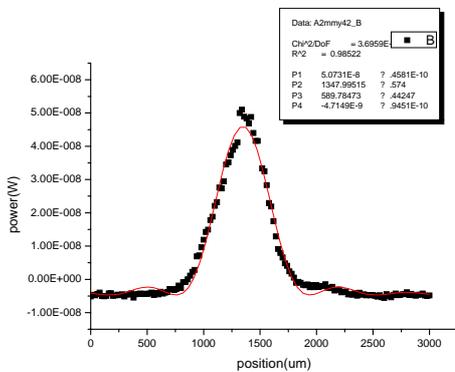
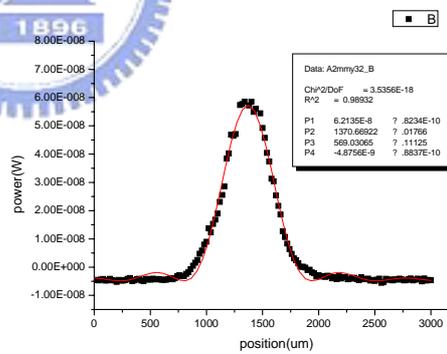
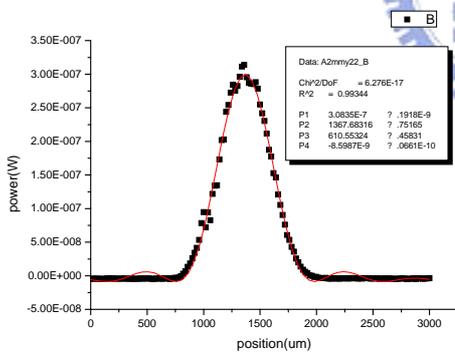
第一次	7.94 μm
第二次	7.42 μm
第三次	7.52 μm
平均	7.63 μm

圖 4.15 $t=8\text{mm}$ x 方向



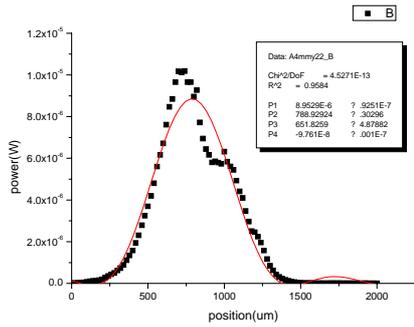
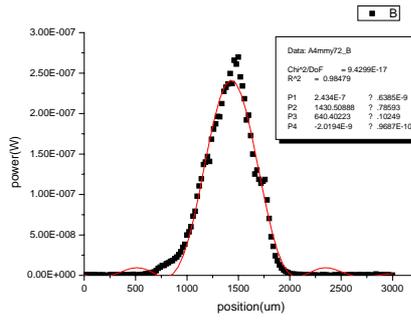
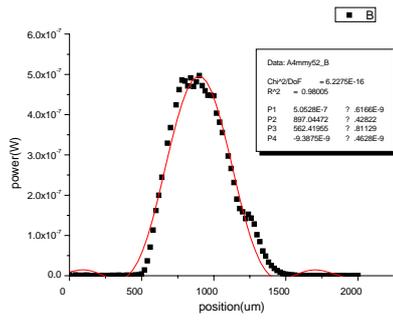
第一次	928.54 μm
第二次	828.60 μm

圖 4.16 $t=1\text{mm}$ y 方向



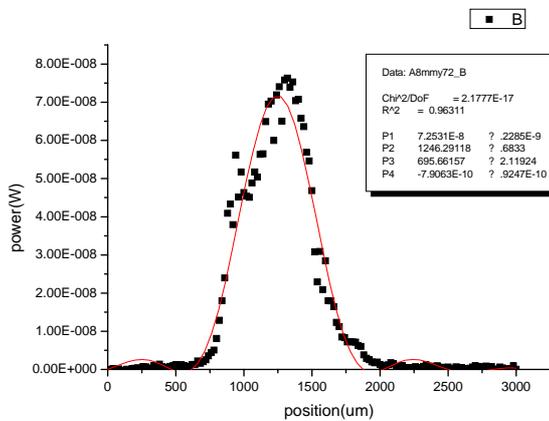
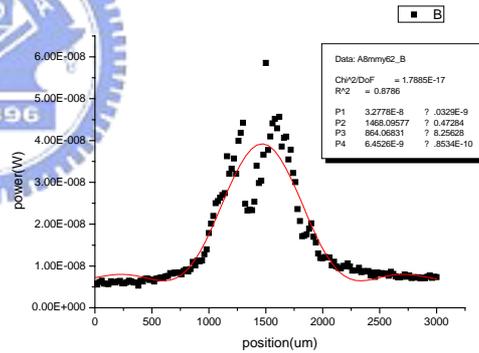
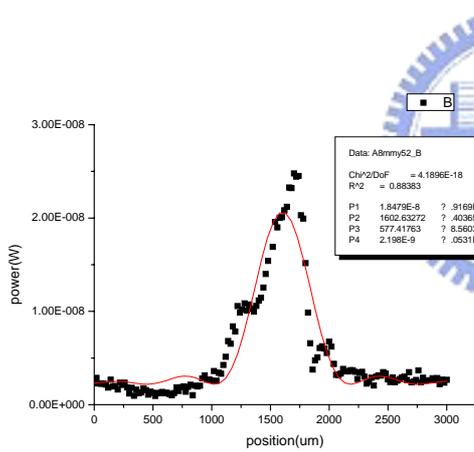
第一次	610.55 μm
第二次	569.03 μm

圖 4.17 $t=2\text{mm}$ y 方向



第一次	562.42 μ m
第二次	640.40 μ m

圖 4.18 $t=4\text{mm}$ y 方向



第一次	577.42 μ m
第二次	865.07 μ m

圖 4.19 $t=8\text{mm}$ y 方向

如上之討論，是實驗量測時所產生的誤差。但是除了實驗量測所引進的誤差之外，我們亦可從位移選擇性的理論來討論誤差的來源。由第二章我們可以知道，我們是利用波恩近似法的理論，推導出繞射效率與記錄材料位移量呈 sinc 函數的分佈。在推導過程中，我們使用了幾個假設：

- 1、繞射光波遠小於入射光波 - 此乃波恩近似法所要求的假設。
- 2、參考光為理想球面波，即參考光光源為一個理想點光源。
- 3、做為參考光光源的理想點光源與記錄材料的距離 z_0 很遠，因此我們才可以將該球面波的光場分佈以近軸近似表示之。
- 4、我們只考慮入射影像的中心，即 $x_0 = y_0 = x'_1 = y'_1 = 0$ 。

但是在實驗時，我們的實驗架設不一定符合如上的假設，因此會引進與理論不同的誤差。所以，我們分別討論實驗架設不符合這些假設時，所引入的誤差為何：

- 1、假設一 - 繞射光波遠小於入射光波：

實驗所使用的入射光強度約為 $6\text{mW}/\text{cm}^2$ ，繞射光的強度約為 $0.1\ \mu\text{W}/\text{cm}^2$ 的等級，如圖 4.12~4.19 的 P1 所示，意即繞射光強度遠小於入射光強度。因此，我們的實驗裝置是符合波恩近似法所要求的假設。

- 2、假設二 - 參考光為理想球面波：

實驗時，我們是利用平面波經過凸透鏡聚焦再發散後，做為我們的球面波。但是由波動光學我們可以知道，經過透鏡聚焦後的光點大小為：

$$\text{spot size} = \frac{\lambda}{2NA} = \lambda \cdot f / \# \quad (4.11)$$

也就是說，利用透鏡聚焦所得的光點，實際上是一群理想點光源。因此，只要記錄材料的位移量小於聚焦光點的大小，在一群理想點光源中必定存在至少有一個點光源是符合布拉格條件。換言之，記錄材料的位移量至少要大於聚焦光點的大小。所以，最小位移量 δ 必須修正如下：

$$\delta = \delta_{\text{Bragg}} + \text{spot size} \quad (4.12)$$

我們所使用的波長為 532nm ， $f/\#$ 為 3。因此修正後的位移量應該為：

$$\delta = \delta_{\text{Bragg}} + 532\text{nm} \times 3 = \delta_{\text{Bragg}} + 1.6\ \mu\text{m} \quad (4.13)$$

- 3、假設三 - 做為參考光光源的理想點光源與記錄材料的距離 z_0 很遠：

在第二章的推導中，我們使用了 z_0 遠大於材料厚度的假設。以 x 方向的位移量的推導為例，在(2.68)式中：

$$\begin{aligned}
U_d(x'_1, y'_1) \propto \int d^3r \left\{ e^{-j2\pi \frac{z-z_0}{\lambda}} e^{-j\pi \frac{x^2-2x\delta_x+\delta_x^2+y^2}{\lambda(z-z_0)}} e^{-j \left[\frac{2\pi x'_1}{\lambda f} \cos\theta + \frac{2\pi}{\lambda} \left(1 - \frac{x_1^2}{2f^2} - \frac{y_1^2}{2f^2} \right) \sin\theta \right] x} \right. \\
\left. \times e^{-j \left[\frac{2\pi y'_1}{\lambda f} \right] y} e^{-j \left[\frac{2\pi x'}{\lambda f} \sin\theta + \frac{2\pi}{\lambda} \left(1 - \frac{x_1^2}{2f^2} - \frac{y_1^2}{2f^2} \right) \cos\theta \right] z} e^{j2\pi \frac{z-z_0}{\lambda}} e^{j\pi \frac{x^2+y^2}{\lambda(z-z_0)}} \right. \\
\left. \times \iint dx_0 dy_0 U_0(x_0, y_0) e^{-j \frac{2\pi x_0}{\lambda f} (-z \sin\theta + x \cos\theta)} e^{-j \frac{2\pi y_0}{\lambda f}} e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} \left(1 - \frac{x_0^2}{2f^2} - \frac{y_0^2}{2f^2} \right) (z \cos\theta + x \sin\theta)} \right\}
\end{aligned} \tag{4.14}$$

利用 z_0 遠大於材料厚度的假設，我們可以得到(2.68)式的第二個近似：

$$\begin{aligned}
U_d(x'_1, y'_1) \propto \iint dx_0 dy_0 U_0(x_0, y_0) \int dx e^{-j \left[\frac{2\pi x'_1+x_0}{\lambda f} \cos\theta + \frac{2\pi x_0^2-x_1^2+y_0^2-y_1^2}{2f^2} \sin\theta + \frac{2\pi \delta_x}{\lambda z_0} \right] x} \\
\times \int dy e^{-j \left[\frac{2\pi y'_1+y_0}{\lambda f} \right] y} \int dz e^{-j \left[\frac{2\pi x'_1+x_0}{\lambda f} \sin\theta + \frac{2\pi x_0^2-x_1^2+y_0^2-y_1^2}{2f^2} \cos\theta \right] z}
\end{aligned} \tag{4.15}$$

假如 z_0 並不符合遠大於材料厚度的假設，那麼就不能將(4.14)式近似為(4.15)式了，此時，(4.15)式應該修正為：

$$\begin{aligned}
U_d(x'_1, y'_1) \approx \iint dx_0 dy_0 U_0(x_0, y_0) \int dx e^{-j \left[\frac{2\pi x'_1+x_0}{\lambda f} \cos\theta + \frac{2\pi x_0^2-x_1^2+y_0^2-y_1^2}{2f^2} \sin\theta + \frac{2\pi \delta_x}{\lambda(z-z_0)} \right] x} \\
\times \int dy e^{-j \left[\frac{2\pi y'_1+y_0}{\lambda f} \right] y} \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} dz e^{-j \left[\frac{2\pi x'_1+x_0}{\lambda f} \sin\theta + \frac{2\pi x_0^2-x_1^2+y_0^2-y_1^2}{2f^2} \cos\theta \right] z} \\
= \iint dx_0 dy_0 U_0(x_0, y_0) ab \operatorname{sinc} \left\{ b \left[\frac{y'_1+y_0}{\lambda f} \right] \right\} \\
\times \int dz \operatorname{rect} \left(\frac{z}{t} \right) \operatorname{sinc} \left[a \left[\frac{x'_1+x_0}{\lambda f} \cos\theta + \frac{x_0^2-x_1^2+y_0^2-y_1^2}{2\lambda f^2} \sin\theta + \frac{\delta_x}{\lambda(z-z_0)} \right] \right] e^{-j \left[\frac{2\pi x'_1+x_0}{\lambda f} \sin\theta + \frac{2\pi x_0^2-x_1^2+y_0^2-y_1^2}{2f^2} \cos\theta \right] z}
\end{aligned} \tag{4.16}$$

可以看到，當 z_0 遠大於材料厚度時， z 方向的積分不在只是一個 rect 函數，還要多乘上一個 sinc 函數，且變數 z 在該 sinc 函數中是在分母。由圖 4.11， $z_0 = 3.5\text{cm}$ ，並選擇材料厚度 $t = 8\text{mm}$ 、 $a = 5\text{cm}$ 、 $\lambda = 532\text{nm}$ 、 $\delta_x = 6.94 \mu\text{m}$ ，並假定 $x_0 = y_0 = x'_1 = y'_1 = 0$ ，將(4.16)式中的 rect 、 sinc 函數分別做圖如圖 4.20。我們可以看到，當 z_0 不夠大時，(4.16)式中的 sinc 函數將會造成很大的影響，在 $z < \frac{t}{2}$ 的範圍內，(4.16)式中的振幅項不再是常數 1，甚至遠小於 1，所以積分的結果不再是簡單的 sinc 函數。因此，實驗的結果與理論值會有差異。若要簡少實驗與理論的差異，我們從(4.16)式可以知道，當 a 減少、或是將增加 z_0 ，都可以拉近實驗與理論的差異。

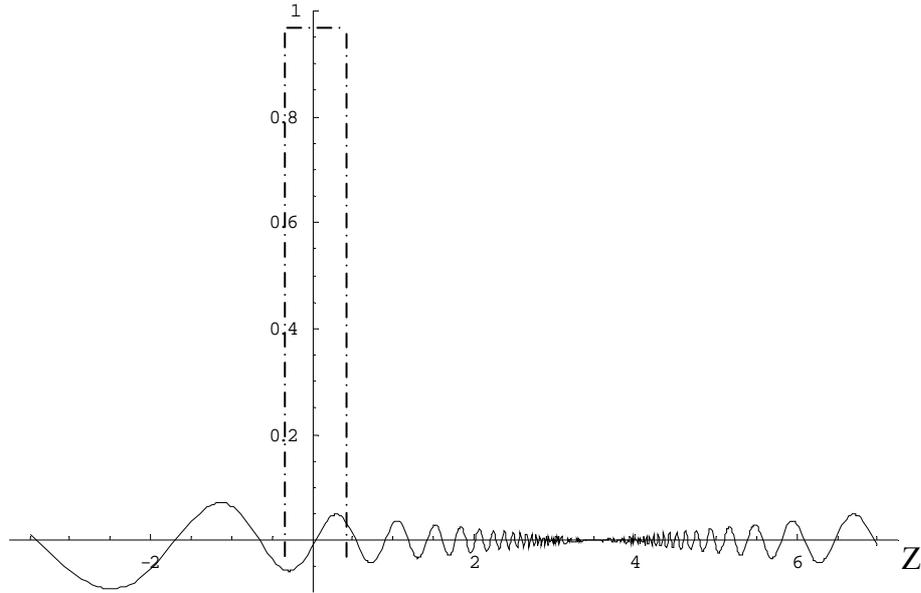


圖 4.20 將(4.16)式的振幅項作圖

3、假設四 - 只考慮入射影像中心：

由(2.69)、(2.74)式：

$$U_{dx}(x'_1, y'_1) \approx U_0 \left(-x'_1 - \frac{f}{z_0} \delta_x, -y'_1 \right) \cdot \text{sinc} \left\{ t \left[\frac{\delta_x}{\lambda z_0} \left(\sin \theta + \frac{x'_1}{f} \cos \theta \right) \right] \right\} \quad (4.17)$$

$$U_{dy}(x'_1, y'_1) \approx U_0 \left(-x'_1, -y'_1 - \frac{f}{z_0} \delta_y \right) \cdot \text{sinc} \left\{ t \left[\frac{\delta_y^2}{2\lambda z_0^2} + \frac{y'_1 \delta_y}{\lambda z_0 f} \right] \right\} \quad (4.18)$$

可以看到，繞射強度除了與位移量 δ_x 、 δ_y 有關之外，與影像的位子 (x'_1, y'_1) 也有關係，也就是說實際重建出來的影像的亮度並不是均勻的。在第二章的推導中，我們只考慮了影像中心的點，即 $x_0 = y_0 = x'_1 = y'_1 = 0$ 。但是實際做實驗時，我們量測的不只是影像中心的亮度，而是使用光偵測器量測整個影像的平均亮度。所以，若要理論計算與實際較為符合的最小位移量，必須考慮影像內所有的點 (x'_1, y'_1) ，以(4.17)、(4.18)式計算所有的點分別重建的光強度後，取平均值與 δ_x 跟 δ_y 作圖。

圖 4.21、4.22 為繞射光的平均強度與記錄材料的位移量的關係，圖 4.23 為厚度為 8mm 的記錄材料在 y 方向移動 0.2mm 時，繞射光強度在空間中的分佈情形。我們所使用的系統參數與圖 4.11 中的系統架設相同，且假設光束大小為直徑 10mm。圖 4.21、4.22 中的實線為只考慮影像中心的強度與材料位移量的關係，而虛線則是考慮影像內所有的點 (x'_1, y'_1) 得到的平均繞射強度與材料位移量的關係。可以看到，在 x 方向上，實線與虛線幾乎是重疊在一起的(圖 4.21)，可是在 y 方向上，可以看到虛線與實線有很明顯的差異(圖 4.22)。在 y 方向上，繞射效率一開始會很快的降低，但是不像實線所表現的是一個漂亮的 sinc 函數。這就是為何我們在量測 y 方向的最小位移

量時，曲線並不是一個漂亮的 sinc 函數。但是我們硬使用 sinc 函數去做迴歸分析時，因為一開始繞射效率快速下降的關係，使得迴歸分析出來的最小位移量比理論值還小。

如 4.23 所示，我們可以看到當記錄材料有位移時，繞射光並不是一個均勻的分佈，所以當我們考慮影像內所有的點 (x'_1, y'_1) 的繞射的貢獻時，我們量測的繞射光強度與記錄材料的位移量的關係並不是一個 sinc 函數。

若我們再以不同光束大小 5mm、1mm，模擬記錄材料在 y 方向上移動 0.2mm 時，光射光強度的分佈情形如圖 4.24 所示，可以看到，當光束大小越小時，繞射光是越均勻的，因為光束越小時，越符合只考慮入射影像中心的假設。若以厚度為 8mm 的記錄材料，分別以不同光束大小，模擬記錄材料位移量與繞射強度的關係，如圖 4.25 所示，可以看到光束大小越小時，曲線的確越趨近 sinc 函數。

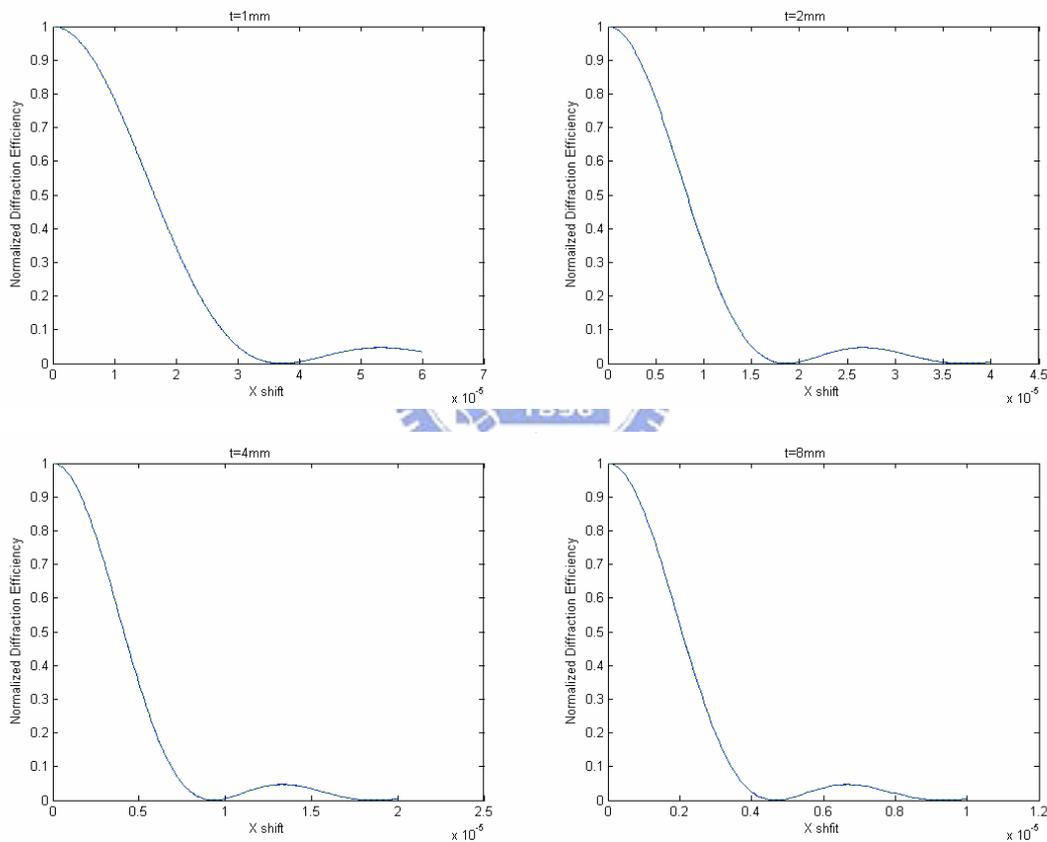


圖 4.21 重建光強度隨著記錄材料在 x 方向移動的變化

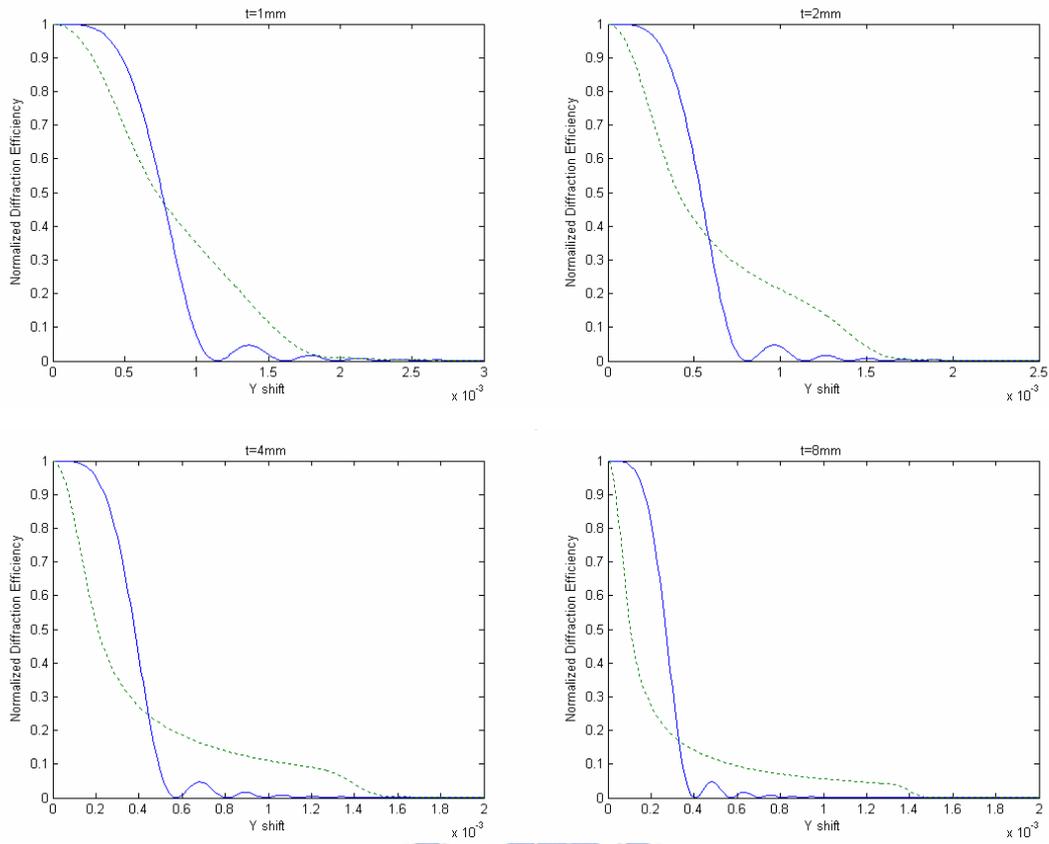


圖 4.22 重建光強度隨著記錄材料在 Y 方向移動的變化

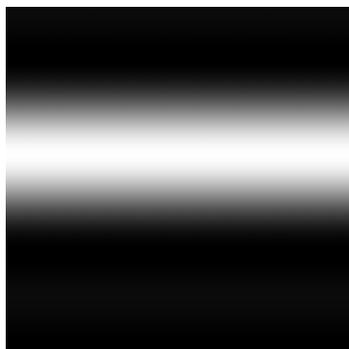
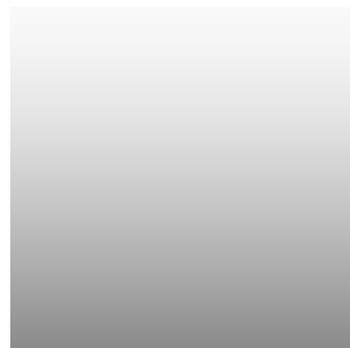


圖 4.23 厚度為 8mm 的記錄材料在 y 方向上移動 0.2mm 時，繞射光強度的分佈情形



(a) 光束大小 5mm



(b) 光束大小 1mm

圖 4.24 記錄材料在 y 方向上移動 0.2mm 時，不同光束大小，繞射光強度的分佈情形

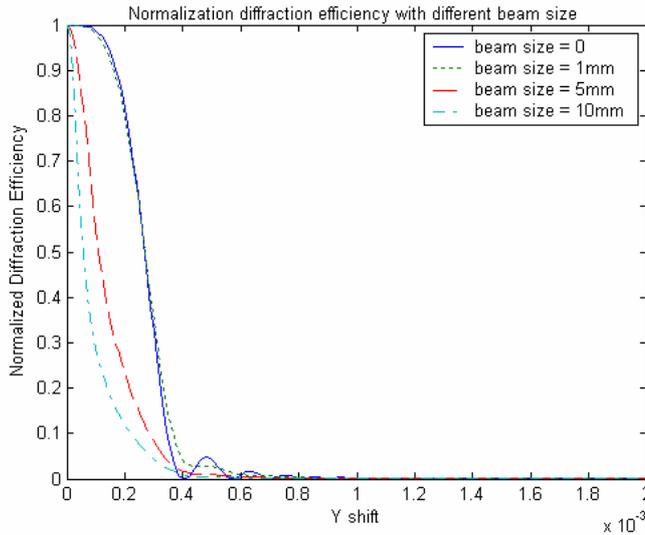


圖 4.25 厚度為 8mm 的記錄材料，在不同光束大小下繞射強度與材料位移量的關係

4.2.2 儲存容量的估計

如 2.2 節所述，儲存容量的估計要從光學系統及材料動態範圍(M/#)兩方面估計。光學系統參數在架設時就已經確定，所以我們必須將材料的動態範圍量出。

4.2.2.1 光學系統架設

如圖 4.26， $z_0=1\text{cm}$ 。為了量測動態範圍 M/#，我們將圖 4.11 中物光的兩個透鏡移除，用一個截面直徑為 4mm 的平面波與球面波記錄多張全像。為了減少每頁之間材料必須移動的距離，我們將 z_0 從圖 4.11 中的 3.5cm 改為 1cm，但是由於 z_0 減少，所以普通的透鏡無法將球面波的光束大小擴的很大，所以必須使用 f/#較大的物鏡代替，所以用了 10 倍的物鏡。雖然我們將圖 4.11 中物光的兩個透鏡移除，但是我們可以把平面波視為經過透鏡的點光源的脈衝響應，所以仍可以使用(4.7)式估計所需要的位移量如表 4.4：

	1mm	2mm	4mm	8mm
δ_x	15.9 μm	7.9 μm	4.0 μm	2.0 μm

表 4.3 位移選擇性理論值

不過與圖 4.11 另一個不同的是，我們使用了一個精密選轉台，為 newport 公司的 PMC300 控制器，跟 495A 旋轉台。因為該旋轉台為步進式旋轉台，所以角度的旋轉可以很固定，不會有每次旋轉的量都不相同的問題，因此我們可以使用電腦自動控制一次存取多張全像。

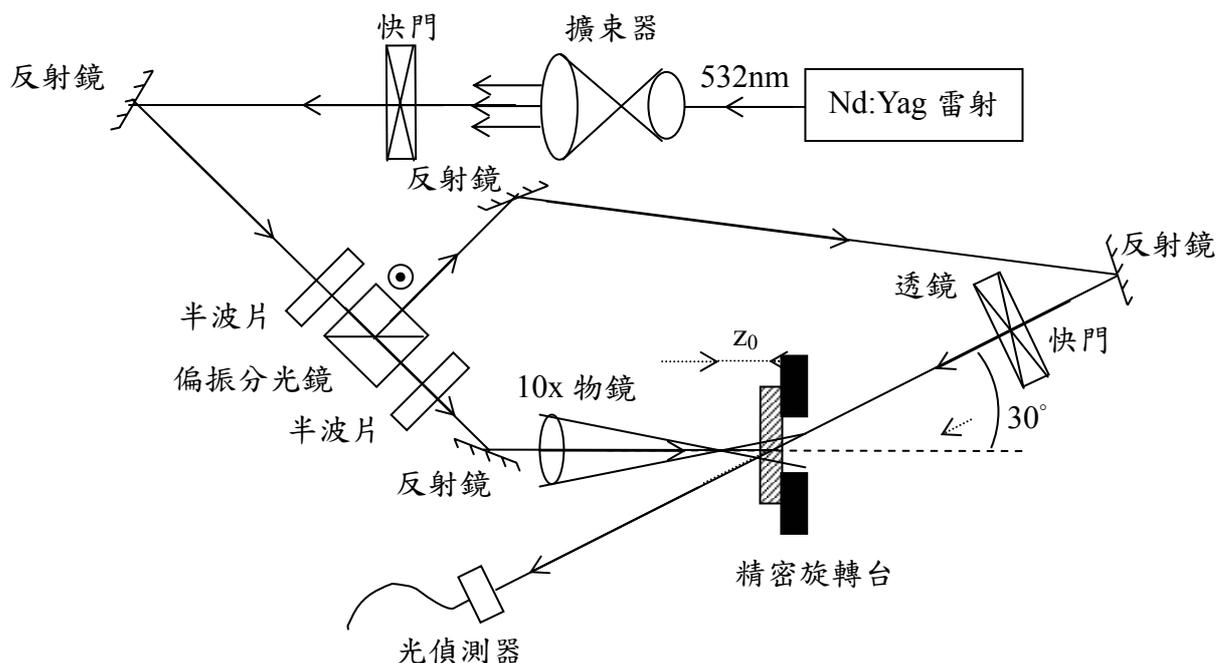


圖 4.26 動態範圍量測光路圖

因為我們所使用的是位移多工的方式，所以在放置材料時，不能放置在精密旋轉台的正中央，而必須放在離圓心一段距離，如圖 4.27 所示，如此的放置，才會使材料有一個小距離的移動。

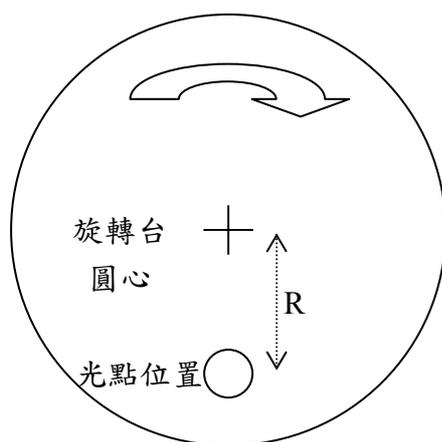


圖 4.27 動態範圍量測光點在旋轉台上之位置

因為 x 方向的位移選擇性就高，也就是說材料的移動要盡量垂直參考光，而且要與參考光與物光共平面，所以光點位置除了不在圓心上之外，還要在圓心的正上或是正上方。我們選擇正下方，且 $R=8.19\text{mm}$ ，所以每移動 1° ，光點處的材料會移動 $150\mu\text{m}$ 。因為實驗上我們是旋轉材料來達到移動的效果，所以接下來的

實驗我們偏以旋轉角度來表示位移量，而不是用移動距離來表示。

另外，因為位移多工的方式，實際上並不是將每一頁的全像存在完全相同的位置上，而是有些許的移動，前後兩頁儲存的位置是大部份重疊，但是有一點點不重疊。由(2.86)式，動態範圍 $M/\#$ 的定義為：

$$M\# = \sum_{i=1}^M \sqrt{\eta_i} \quad (4.19)$$

是指說在同一個位置上，儲存 M 張全像，每一張的繞射效率的開根號的總合。意義上是指當有許多張全像儲存在材料的同一個地方時，材料的總反應量^[8]。也就是說每一頁全像必須是存在同一個位置！可是位移多工實際上並不是真的將所有的全像片儲存在同一個位置。所以在計算動態範圍時，是在一個區域中，儲存許多張的全像。假設一個移動的距離為光束的 $1/m$ ，則只能在這許多張的全像中取其中的 m 張，量測繞射效率後帶入(4.19)式算出動態範圍。不過因為是一平均的現象，所以每一張的全像，在記錄位置上都應該被儲存了 m 次。所以假設我們如圖 4.28，只存了 m 張全像的話，可以看到只有正中間面積為整個儲存範圍的 $1/m$ 的部份是重覆儲存了 m 次，而每往前(後)一個 $1/m$ 的範圍裡，重覆儲存的次數就少一次，所以依次為 $(m-1)$ 、 $(m-2)$...次。但是我們真正要的是取 m 張全部面積內都重覆 m 次的全像的繞射效率，所以在圖 4.28 中，的前面與後面還需要重覆曝光至少各 $m-1$ 次，如此圖 4.28 中的那 m 張才符合了重覆曝光了 m 次的條件。因此，假如移動的距離為光束的 $1/m$ 的話，那麼總共要曝光的次數為：

$$\text{曝光次數} = (m-1) + m + (m-1) = 3m-2(\text{次}) \quad (4.20)$$

雖然曝了那麼多次，可是能取值代入(4.19)式計算動態範圍的只有 $(3m-2)$ 中，正中間的 m 次。相較於利用旋轉多工的方式來量測動態範圍^[9]，不需要考慮因為在同一個位置儲存多次後，材料的敏感度降低的問題，因為只要在第 m 次以後所存的全像，其條件都是相同的。但是相對必須犧牲的是，同樣的光束大小，位移多工要儲存較多張、較大的範圍，才能計算動態範圍。

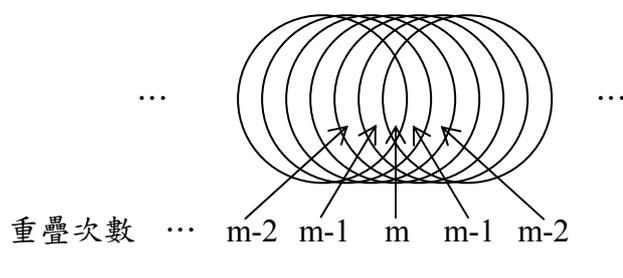


圖 4.28 位移多工光點重疊情形

我們可以計算移動 $3m-2$ 次，所劃過的面積為何。假設在 x 方向光束的寬度為 r ，則劃過的面積為：

$$(3m-2) \times \frac{r}{m} = \frac{3m-2}{m} r \quad (4.21)$$

當 m 很大時，可以看到至少要劃過三倍的光束寬度才能計算動態範圍。

4.2.2.2 實驗結果與討論

圖 4.29 為 4mm 厚的材料的量測結果，記錄光強度物體光與參考光分別為 $10\text{mW}/\text{cm}^2$ ，每一次曝光 30 秒，兩次曝光之間材料旋轉 1° (等同於位移 $150\mu\text{m}$)，一個光束大小內儲存了 64 頁全白的影像，總共曝光的次數有 $(64 \times 3 - 2 = 190)$ 次，取正中央的 64 次的影像的繞射效率帶入(4.19)式計算動態範圍，計算結果動態範圍 $M/\#$ 為 3.91。可以看到繞射效率除了剛開始幾頁特別高之外(已經超出光偵器該檔位的上限了，所以只知道特別高，但實際值不確定)，可是接下來的繞射效率呈現亂數的上下變化，可見繞射效的變化是受到材料品質、光路架設品質的影響上下變化，而不是因為先儲存的全像光柵影響到之後的全像光柵。

圖 4.30 為 7.62mm 厚的材料的量測結果，記錄光強度物體光與參考光分別為 $10\text{mW}/\text{cm}^2$ ，每一次曝光 5 秒，兩次曝光之間材料旋轉 0.5° (等同於位移 $75\mu\text{m}$)，一個光束大小內儲存了 120 頁全白的影像，因為材料所剩不多，而且從圖 4.29 知道後來記錄的全像光柵繞射效率強度呈現亂數變化，所以並沒有記錄 $(120 \times 3 - 2 = 358)$ 張，而只照了 238 張。然後取第 120 張開始後 120 張的影像的繞射效率帶入(4.19)式計算動態範圍，計算結果動態範圍 $M/\#$ 為 2.62。與圖 4.29 類似的，可以看到繞射效率呈現亂數的上下變化，甚至有時候比較先記錄的全像光柵的繞射效率還來的強，可見繞射效的變化仍然是受到材料品質、光路架設品質的影響上下變化，而不是因為先儲存的全像光柵影響到之後的全像光柵。

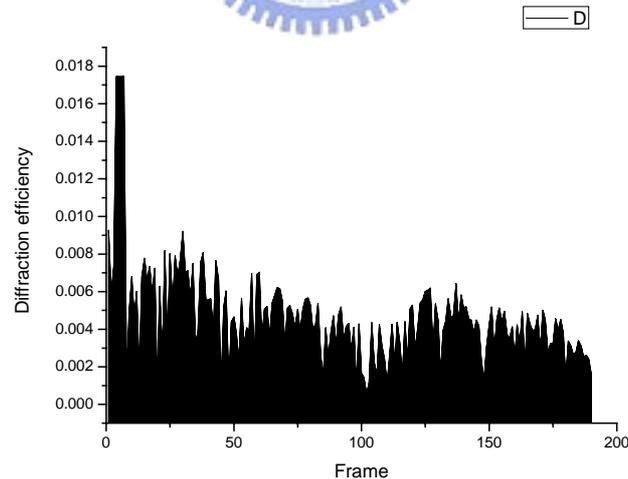


圖 4.29 在 4mm 厚材料內，記錄 190 張全像的繞射效率

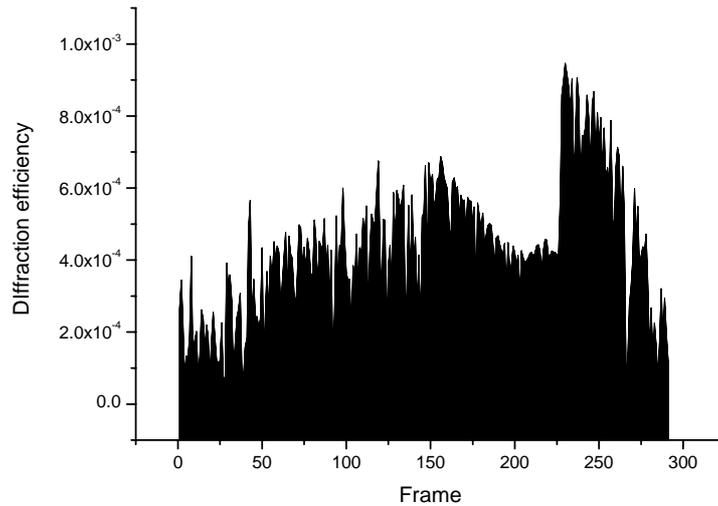


圖 4.30 在 8mm 厚材料內，記錄 120 張全像的繞射效率

由動態範圍的計算結果：4mm 為 3.91、8mm 為 2.62，可以發現較厚的(8mm)材料的動態範圍反而比較薄(4mm)的動態範圍來的小，與文獻中的結論不同^[10]。原因在於，8mm 的材料並沒有發揮到最大的儲存量，事實上，我們也並不知道 4mm 的材料是否也達到了它的儲存極限，此為利用位移多工量測動態範圍的缺點。因為位移多工並不是真的在同一個地方儲存多張全像，而是有小小的位移。所以我們必須先設定一個光束大小要記錄幾張全像。譬如在圖 4.29 中，每轉 1° 記錄一張，而一個光束大小需要要轉 64° ，所以我們是在同一個光束大小記錄 64 張全像；同理在圖 4.30 中，每轉 0.5° 記錄一張，而一個光束大小需要要轉 60° ，所以我們是在同一個光束大小記錄 120 張全像。在曝光強度或是曝光時間的選擇上，就很難得知是否到達材料可記錄的最大值。因為假如曝光強度或曝光時間不夠的話，無法達到儲存上限；可是假如曝光強度或曝光時間過久，則最後還是會有繞射光，可是繞射光只會來自於光束內還沒有被曝光到的部份，所以觀察繞射光束時，光束會變成新月形，如圖 4.31 所示：

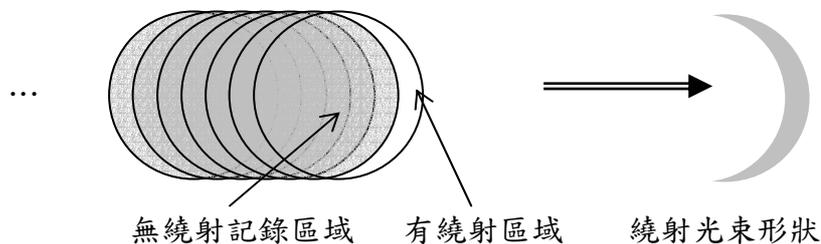


圖 4.31 位移多工繞射圖形

此時新月形無法代表整個光束的繞射。再者，量測動態範圍時，必須有一點點的位移量，所以每次量測，至少要用掉將近 3 倍光束大小的材料，算是非常浪費。總括來說，位移多工是不適合用做動態範圍的量測。

因此，我們系統容量的估計，我們只能從光學系統參數加以估計，而不能從

材料參數來估計。所以，由(2.83)式， $t=1、2、4、8\text{mm}$ ， $\theta=30^\circ$ ， $f=25\text{cm}$ ， $z_0=3.5\text{cm}$ ， $n_0=1.49$ ， $u_{\max}=10\text{mm}^{-1}$ 我們可以用(2.84)式估計我們的系統容量如表 4.4 所示：

	1mm	2mm	4mm	8mm
容量(frames/mm ²)	3	7	14	27

表 4.4 儲存容量估計

另外，在動態範圍的量測時，我們發現了一個現象，繞射效率會不斷的下降。圖 4.32 為 4mm 厚度記錄完 190 張全像後約 5 分鐘，我們又重新每 0.1° 讀取一次繞射效率。理論上每轉 10 次(1°)時，會有一個鋒值。事實上我們是看到了鋒值，可是比較圖 4.32 與圖 4.29，可以看到鋒值的繞射效率從 0.8% 左右掉到 0.4%~0.6% 左右。圖 4.33 則為厚度 8mm 記錄完 238 張後約 5 分鐘，我們又重新每 0.1° 讀取一次繞射效率。可以看到繞射效率也從大部份的 0.06% 掉到 0.02%。也就是繞射效率不斷下降。或許是旋轉平台並如想像中的準確，不過直接連續轉動旋轉平台，觀察繞射點，過一段時間後，的確就看不到繞射了！

事實上在做繞射效率實驗時(4.1.1 節)，曾經以圖 4.2 為實驗架構， $\theta'_g=30^\circ$ ，厚度為 4mm，強度 304mW/cm^2 ，曝光 1800 秒後，關掉綠光，持續用紅光讀取繞射效率，長時間讀取繞射效率的實驗。結果如圖 4.34，發現繞射效率會不斷下降，用指數函數做迴歸分析的話，時間常數為 2847 秒。雖然該實驗只做了一次不足為信，但是基本上也符合了繞射效率會下降的現象。事實上，在類比圖像儲存實驗上，也發現了類似的現象。推論是我們做的材料擴散較為快速，所以記錄好的光柵的空間調變量很快的被擴散的 MMA 單體給沖淡了，所以就看到繞射效率不斷下降。

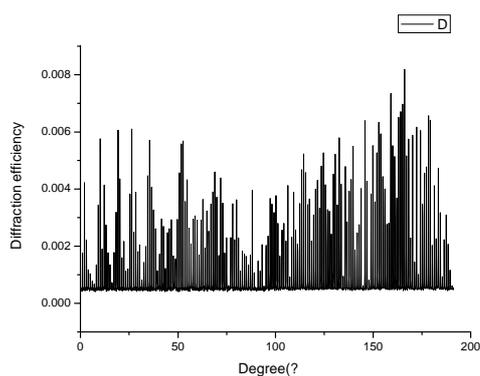


圖 4.32 在 4mm 厚材料內，記錄 190 張全像的繞射效率

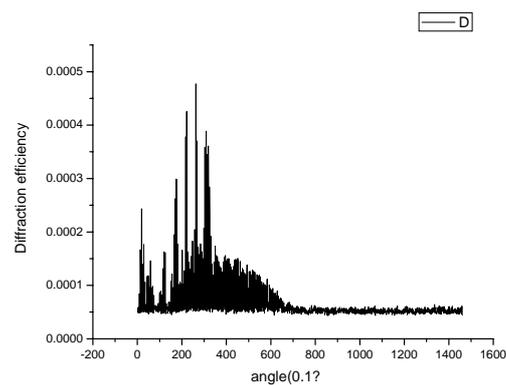


圖 4.33 在 8mm 厚材料內，記錄 120 張全像的繞射效率

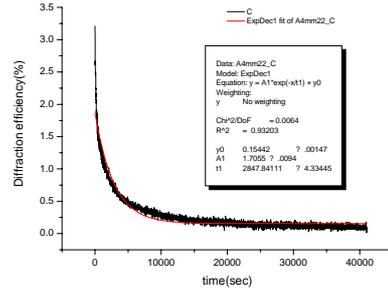


圖 4.34 長時間紅光讀取單一光柵繞射效率

4.2.3 類比圖像儲存

在本節中，我們將實際利用我們所架設的儲存系統儲存幾張影像後，再將他們讀出來。假如我們使用圖 4.11 的系統架構，因為儲存材料是放置於 4f 系統兩個透鏡的共焦點，也就是儲存一個傅立葉全像片(Fourier Hologram)。一般來說，我們輸入的影像，他的空間頻率分佈的頻譜並不是均勻的，通常空間頻率為低頻的訊號是遠大於高頻的訊號。因此，曝光能量必須控制在材料反應與曝光能量呈線性關係的範圍內，否則低頻訊號與高頻訊號的全像光柵的建立速度不一定會相等，會造成影像空間頻率為高頻或低頻的部份被加強或降低。譬如說曝光時間不夠久，結果只有較強的低頻訊號的光柵被建立，則我們儲存的影像重建時會像通過一個低通濾波器一般；相反的，當曝光時間較長時，較強的低頻訊號的地方曝光量已超過材料可反應的飽合值了，但是高頻訊號的地方則沒有而繼續反應。此時高頻訊號就像被放大一樣，所以重建出來的影像就像通過一個高通濾波器一般。為了解決此問題，我們將材料前後移動一些距離，不要放在透鏡的焦點上，改為記錄影像的菲涅耳繞射，即菲涅耳全像片(Fresnel Hologram)。

4.2.3.1 光學系統架設

如圖 4.36 為我們儲存系統的光學系統架設，基本上以圖 4.26 為基本架構，不過將物體光改為一簡單的成像系統，利用一個焦距為 16cm 的透鏡，將輸入平面的輸入影像成像在 CCD 平面處，材料則放置在透鏡後 11cm 的地方。輸入平面、透鏡、CCD 平之間的距離關係為：

$$L_1 + L_2 = 48\text{cm} \quad (4.22)$$

$$L_3 = 24\text{cm} \quad (4.23)$$

此系統是一個放大率為 $\frac{1}{2}$ 的成像系統，將 12mm(H)×8mm(V) 大小的輸入影像在 CCD 平面上成像成 6mm(H)×4mm(V)。材料選擇厚度為 4mm。材料放置在精密旋轉台的位置，與圖 4.27 相同，圖 4.27 中的 R 一樣為 8.19mm。每存一張旋轉 0.5° ，即 $75\mu\text{m}$ 的位移量。

影像的輸入，以較簡單的方式，使用投影片製作所要用的圖案。雖然用印表機印出投影片時，印出來黑色的部份還是會些微的透光，不過實際試驗後，效果還可以接受。

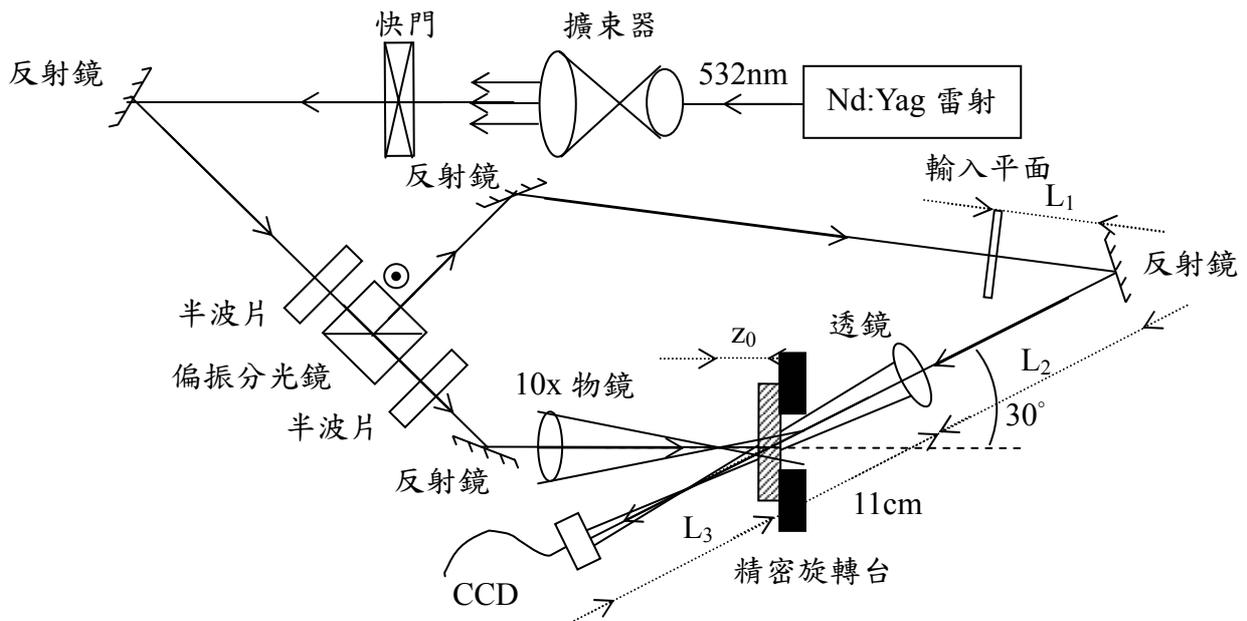


圖 4.36 類比圖形儲存光路圖

在曝光時間的選擇上，除了必須使重建光的強度能夠被光偵測器偵測到之外，還必須參考扇射效率及單一光柵繞射效率的實驗結果。在全像實驗中，隨著曝光時間的增加，重建光的強度越來越強，但是扇射效率也越來越高。雖然我們希望重建光越強越好，但是並不希望扇射效率太高。所以假如我們將重建光視為我們要的訊號，扇射效率視為我們不要的雜訊，那麼我們可以將兩者相除，定義出重建光的訊雜比 SNR 為。為了有較好的重建影像，SNR 值越高越好，所以我們必須將扇射效率隨時間變化的曲線，與單一光柵繞射效率隨時間變化的曲線相除，找到 SNR 值為最大的時間，做為我們每一次曝光的時間^[10]。圖 4.37 是厚度為 4mm 的重建影像的 SNR 值與曝光時間的關係。因為沒有做歸一化的計算，所以 y 軸的絕對數值不具意義，只有相對最大值所對應的曝光時間才有意義。

從圖 4.37 中可以看到，當曝光時間為 40sec 左右時，有最大的 SNR 值。不過在實際試驗之後，我們選擇曝光時間為 30 秒。

因此，我們的記錄及讀取流程如下：

記錄時：使用物體光與參考光同為 $10\text{mW}/\text{cm}^2$ ，曝光時間 30 秒。必須注意用紙片將 CCD 擋住，以免 CCD 被光打壞。

讀取時：用紙片將物體光擋起，並在光路中插入編號為 ND3 的 ND 濾光板 (ND filter)，將參考光減弱為千分之一，減少讀取時對已經記錄好的影像產生干擾。然後利用 CCD 將重建出來的影像截取下來。

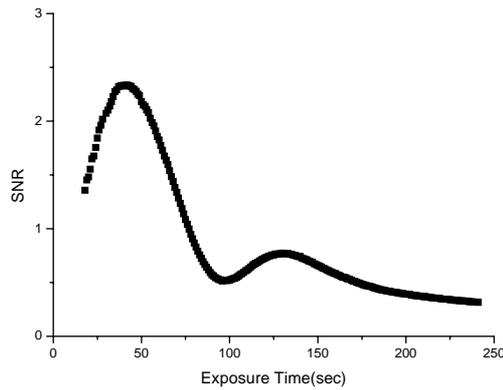
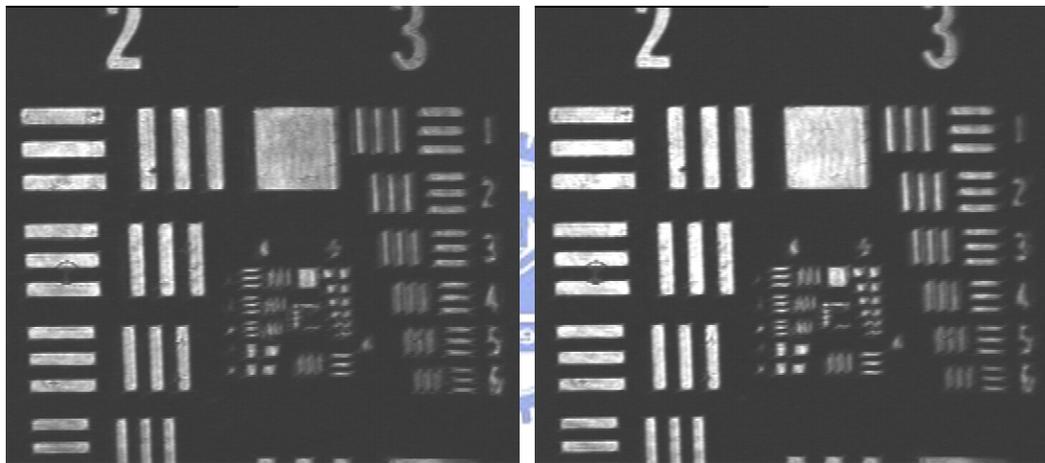


圖 4.37 厚度為 4mm 重建影像的 SNR 值與曝光時間的關係

4.2.3.2 實驗結果與討論

圖 4.38，是使用 USAF 標準圖做為輸入影像的實驗結果。圖 4.38(a)直接用 CCD 截取 USAF 標準圖的成像，圖 4.38(b)則是重建出來的影像。可以看到，



(a)輸入影像

(b)重建影像

圖 4.38 使用 USAF 標準圖做為輸入影像及其重建影像

圖 4.38(a)、4.38(b)的解析度皆達第四群的第 3 圖，也就是說我們的光學系統的解析度可達 20.16 lines/mm，且重建出來的影像不會因為有記錄材料的關係，而影響光學系統的解析度。

圖 4.39 為記錄 84 張圖片中的 24 張。雖然有一些雜訊，不過應該是來自於投影片製作時，黑色的部份會有部份的漏光所致，串位雜訊在此處並沒有被觀察到。最後我們也使用了灰階的幻燈片(原本為彩色，但是在單色光源下為灰階)做試驗，雖然還可以分辨的出影像，不過其實是非常模糊的，一方面可能成像系統並不是非常好，另一方面來自材料可能已經多次曝光，造成影像的扭曲。

其實圖 4.39 為記錄完後馬上讀取的重建影像，可是當過了一陣子，不用一、兩個小時，影像就會慢慢變弱。下午記錄的影像，到了晚上就幾乎看不到了。此現象與量測動態範圍時、與長時間繞射效率量測時所看到繞射效率下降的現象相

符。也就是說我們做出來的材料，記錄一段時間之後，因為殘存 MMA 單體的擴散，會將我們所記錄的全像光柵的空間調變量降低，導致繞射效率下降！





圖 4.39 重建出來的影像

第五章 結論

在本文中，主要探討了兩個主題：一為 PQ:PMMA 感光高分子之製備與其光學特性的量測；另一為位移多工全像儲存系統的特性探討。

在感光高分子的製備流程上，我們利用麥克真德干涉儀(Mach-Zender interferometer)量測均勻度後發覺，使用玻璃片製作模子的方式，雖然可以達到不錯的表面平整度，但是上下面的平行度就稍差，兩面傾斜的角度約為 0.18° 。若有適當的夾具，能夠準確的控制拋光厚度及兩個面的平行度的話，拋光方式應該能夠較準確的控制厚度與兩個面的平行度。

在扇射效率實驗上，當入射光為 $10\text{mW}/\text{cm}^2$ 時，如下表所示，為各個厚度的扇射光柵達到 70% 時，曝光的總能量：

厚度	1mm	2mm	4mm	8mm
最高曝光量	$25\text{J}/\text{cm}^2$	$11.25\text{J}/\text{cm}^2$	$8\text{J}/\text{cm}^2$	$3\text{J}/\text{cm}^2$

並且觀察偏振方向對扇射效率的影響時，可以發現當入射偏振方向為垂直時，會在橫向上產生大量扇射光；若入射偏振方向為水平時，則會在縱向上產生大量的扇射光。因此，若要使用位移多工的話，應該要選擇位移方向與偏振方向水平，甚至在每個存取軌道 (track) 之間，用不透光或是吸收較強的材料他們隔開，以減少每個軌道之間的干擾。

單一光柵的繞射效率量測上，無法很明確的看出繞射強度、記錄光強度、材料厚度間的關係。原因在於我們所製作出的材料，擴散現象明顯。記錄光建立光柵使繞射效率增加，擴散現象將光柵的空間調變量沖淡而降低繞射效率，兩者互相抗衡使的我們觀察到的繞射效率成現上下振盪的現象，因此無法清楚的看出之間的關係。這告訴了我們，能夠將 MMA 聚合成塊狀不代表材料的狀態就是相同，與過去同樣的製程，做出來的結果也不一定會一樣，材料製備上需要一個更穩定的流程。再者，材料中擴散現象的探討，也是另一重要課題，可能是未來可以仔細探討的一個問題。

位移多工全像儲存的光學特性上，我們推導並用實驗加以證明了 x、y 方向上所需要的最小位移量為：

$$\Delta\delta_x = \frac{n_0\lambda z_0}{t \sin\theta} \quad (5.1)$$

$$\Delta\delta_y = \sqrt{\frac{2\lambda}{t}} z_0 \quad (5.2)$$

我們亦推導出位移多工儲存系統的只考慮光學系統參數的儲存容量為：

$$\text{類比影像：} D_A = \frac{t \sin\theta}{4\lambda^2 n_0 z_0 f u_{\max}} (\text{frames/area}) \quad (5.3)$$

$$\text{數位資料： } D_D = \frac{N_p^2 b t \sin \theta}{4 \lambda^2 n_0 z_0 f} (\text{bits/area}) \quad (5.4)$$

若將材料參數-動態範圍(M/#)考慮進來的話，則容量為：

$$\text{類比影像： } D_A = \frac{1}{\max(\delta_M, \delta_x) \sqrt{A}} (\text{frames/area}) \quad (5.5)$$

$$\text{數位資料： } D_D = \frac{N_p^2}{\max(\delta_M, \delta_x) \sqrt{A}} (\text{bits/area}) \quad (5.5)$$

利用位移多工儲存系統，我們可以用來量測材料的動態範圍。不過因為並不是將所有全像光柵記錄在同一個位子上，所以並不真正適合拿來量測動態範圍。因此我們只能以光學系統參數來估計我們系統的儲存容量，當 $t=1、2、4、8\text{mm}$ ， $\theta=30^\circ$ ， $f=25\text{cm}$ ， $z_0=3.5\text{cm}$ ， $n_0=1.49$ ， $u_{\max}=10\text{mm}^{-1}$ 時，儲存容量如下：

	1mm	2mm	4mm	8mm
容量(frames/mm ²)	3	7	14	27

最後我們也用了位移多工儲存的方式，實際記錄了多張類比影像，且每張類比影像間的串位雜訊很小，幾乎觀察不到。利用 USAF 標準圖做為輸入影像，我們可以知道我們的光學系統的解析度可達 20.16 lines/mm。在光學品質的提升上，包括材料製備及光學系統架設上，都還有進步的空間。

總括來說，材料的製備與擴散原理的探究、新一代儲存材料的研發、位移多工儲存系統的中光學系統、光電介面、自動控制、資料存取上也都還有許多值得探討的空間。

參考文獻

- [1] H.J. Coufal, D. Psaltis, G. T. Sincerbox, "Holographic Data Storage", Springer, New York (2000)。
- [2] 陳威整, "PMMA/PQ 感光高分子材料的製備與特性研究及其在光資訊儲存上的應用", 國立交通大學, 碩士論文, 民國 88 年。
- [3] H. Kogelnik, "Coupled Wave Theory fo Thick Hologram Gratings", The Bell System Technical Journal, 48, No. 9, 2909-2947 (1969)。
- [4] Born, Max, Wolf, Emil, "Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light", pp.695-703。
- [5] 王瓊姿, "波恩近似法則用於體積全像訊記憶之探討", 國立交通大學, 碩士論文, 民國 91 年。
- [6] George Barbastathis, Michael Levene, and Demetri Psaltis, "Shift multiplexing with spherical reference waves", Applied Optics Vol. 35, No.14。
- [7] George J. Steckman, Allen Pu, and Demetri Psaltis, "Storage density of shift multiplexed holographic memory", Applied Optics Vol. 40, No. 20。
- [8] Hans J. Coufal, Demetri Psaltis, Glenn T. Sincerbox (Eds.), " Holographic Data Storage", pp103-105
- [9] 蕭義男, "以 PQ 為光吸收的感光高分子材料在全像光學儲存上的製備與特性研究", 國立交通大學, 碩士論文, 民國 89 年。
- [10] Ken Y. Hsu, Shiuan Huei Lin, Yi-Nan Hsiao, "Experimental Characterization of Phenanthrenequinone-doped Poly(methyl methacrylate) Photopolymer for Volume Holographic Storage", Opt. Eng. 42(5) 1390-1396
- [11] Jose Mumburu, Iouri Solomatine, Demetri Psaltis, Shiuan Huei Lin, Ken Y. Hsu, Wei-Zheng Chen, Wha Tzong Whang, "Comparison of the recording dynamics of phenanthrenequinone-doped poly(methyl methacrylate) materials", Optics Communications 194(2001) 103-108
- [12] 林俊華, "PQ:PMMA 感光高分子的體積全像儲存特性研究", 國立交通大學, 碩士論文, 民國 92 年。