

# 插門型分配式混合元件於單螺桿押出機之 最佳化設計

學生：郭弘德

指導教授：吳建興教授

國立交通大學應用化學研究所



對於分配式混合元件(Distributive Mixing Element)的研究，於以往的專家學者大都以提出不同的流動模型，或是混合元件的實際實驗來當作主要的研究，而提出關於混合元件模擬方面的論文並不多。

本論文主要的研究目的，便是利用有限元素法(Finite element method)來模擬高分子流體於分配式混合元件流動時，幾何形狀的改變對於混合效益之影響。藉由改變插門(pin)的構形、橫截面安裝數量以及插門的軸向間距做一個探討與分析，並以界面面積比(interfacial area ratio)和能量消耗量(energy consumption)做為混合標的藉此研究其混合程度。

# Optimal Design of Distributive Mixing Pin Elements for the Single Screw Extrusion

Student : Horng-Der Kuo

Advisor : Professor Jiann-Shing Wu

Department of Applied Chemistry  
National Chiao Tung University



Most scholar and experts formerly put forward the practical experiment of different fluid model or mixing elements as the main research , when mentioning the research of distributive mixing element but not many of them worked out their essays about mixing element in simulation.

The goal of my essay is to use finite element method to simulation high molecular polymer flow in the distributive mixing elements. With changing different configuration of pins, the distances between two pin along the circumferential direction and the two row of pins along the screw axial distances make quantitative analyses. Moreover, the interfacial area ratio and energy consumption are employed to indicate the mixing effect.

# 目 錄

中文摘要

英文摘要

目錄

表目錄

圖目錄

一、緒論	1
1.1 研究背景	1
1.2 文獻回顧	2
1.3 研究動機	4
二、混合元件概要	5
2.1 混合的特點	5
2.2 混合元件的設計	6
2.3 分配式混合元件的發展	7
三、理論模式概述	11
3.1 混煉原理及模型概述	11
3.1-1 分配式混煉機構的推導	11
3.1-2 原始拉伸比與能量消耗量的應用	13



3.1-3 條痕厚度的應用介紹	15
3.2 分配式混煉原理回顧	16
3.3 理論模式概述	19
3.3-1 流動分析理論模式	19
3.3-2 有限元素法理論模式	20
四、模擬方式概述	25
4.1 有限元素法之簡介	25
4.1-1 高分子加工模擬的數值方法	25
4.1-2 工程學上有限元素法之應用	26
4.2 ANSYS <sup>®</sup> 輔助模擬分析	28
4.3 ANSYS <sup>®</sup> 處理流程	32
4.3-1 前置處理	33
4.3-2 解題程式	34
4.3-3 後置處理	34
4.3-4 常見錯誤及解決方法	34
4.4 分配式混合元件於 ANSYS <sup>®</sup> 之模擬	35
4.4-1 模擬之源起	36
4.4-2 模擬之流程	37
五、模擬結果與討論	41

5.1 未安裝混合元件之流動分析比較	42
5.2 安裝不同構形插門之混合元件的流動分析比較	43
5.3 安裝不同橫截面插門數量之混合元件的流動分析比較	45
5.4 安裝不同插門軸向間距之混合元件的流動分析比較	46
5.5 安裝不同構形貫孔插門之混合元件的流動分析比較	48
5.6 最佳化設計	49
六、結論	50
參考文獻	103



## 表 目 錄

表 1	比較各種不同分配式混何元件之特性優劣	51
表 2	高斯積分之權重值及取樣點	52
表 3	Free mesh 與 Mapped mesh 之比較	53
表 4	Mapped mesh 之限制條件	54
表 5	各 Solver 之比較	55
表 6	ANSYS <sup>®</sup> 單位一覽表	56
表 7	分配式混合元件變化	57
表 8	插門尺寸大小	58
表 9	螺桿幾何參數及操作條件	59
表 10	LDPE 高分子融熔態之物理性質及流變參數表	. 60

## 圖目錄

圖 1	分散式混合與分配式混合的效果	61
圖 2	pin mixing section	62
圖 3	Dulmage mixing section	62
圖 4	Saxton mixing section	62
圖 5	pineapple mixing section	62
圖 6	slotted extruder screw	62
圖 7	Turbo screw	62
圖 8	Cavity Transfer Mixer	63
圖 9	Twente Mixing Ring	63
圖 10	TMR non-return valve for injection molding	63
圖 11	CRD non-return valve for injection molding	63
圖 12	Pulsar mixing section	63
圖 13	Strata blend mixer	63
圖 14	在簡單剪切流中介於位置向量 $\mathbf{r}_1$ 及 $\mathbf{r}_2$ 的表面元素變化	64
圖 15	在簡單剪切流中兩流體元素之混鍊情形	65
圖 16	單位面積的球座標	65
圖 17	在隨機起始方位向下界面面積與剪應變的函數圖	66

圖 18	在片層混合物中條痕厚度 $s$ 示意圖	66
圖 19	在拖曳流下不同位置的條痕厚度	67
圖 20	在簡單剪切流下界面面積的增加變化圖	68
圖 21	押出機模型	69
圖 22	laminar mixing 下的效果	70
圖 23	不同的起始位向在混煉過程中示意圖	71
圖 24	不同起始界面方位的比較	72
圖 25	不同混合元件效果比較	73
圖 26	一般假塑性流體黏度與剪切率示意圖	74
圖 27	電腦在產品生產流程所扮演的角色	75
圖 28	ANSYS <sup>®</sup> FLOTRAN 慣用之元素	76
圖 29	ANSYS <sup>®</sup> 使用者圖形介面	77
圖 30	ANSYS <sup>®</sup> 分析處理作業流程圖	78
圖 31	自由網格與對應網格	79
圖 32	未安裝混合元件之螺桿幾何示意圖	80
圖 33	安裝方形插門混合元件之螺桿幾何示意圖	80
圖 34	安裝圓形插門混合元件之螺桿幾何示意圖	80
圖 35	安裝菱形插門混合元件之螺桿幾何示意圖	80
圖 36	橫截面安裝三支菱形插門混合元件之螺桿幾何示意圖	81



圖 37	橫截面安裝九支菱形插門混合元件之螺桿幾何示意圖	81
圖 38	橫截面安裝十二支菱形插門混合元件之螺桿幾何示意圖	81
圖 39	安裝軸間距為 $1/3 D$ 的菱形插門混合元件之螺桿幾何示意圖	81
圖 40	安裝軸間距為 $1/6 D$ 的菱形插門混合元件之螺桿幾何示意圖	82
圖 41	安裝軸間距為 $1/8 D$ 的菱形插門混合元件之螺桿幾何示意圖	82
圖 42	安裝方形貫孔插門混合元件之螺桿幾何示意圖	82
圖 43	安裝圓形貫孔插門混合元件之螺桿幾何示意圖	82
圖 44	安裝菱形貫孔插門混合元件之螺桿幾何示意圖	83
圖 45	安裝最佳化插門型混合元件之螺桿幾何示意圖	83
圖 46	未安裝混合元件之溝道流線圖	84
圖 47	未安裝混合元件之流線沿流動時間界面面積比增加、能量消耗圖	84
圖 48	安裝方形插門之溝道流線圖	85
圖 49	安裝方形插門之流線沿流動時間界面面積比增加、能量消耗圖	85
圖 50	安裝圓形插門之溝道流線圖	86
圖 51	安裝圓形插門之流線沿流動時間界面面積比增加、能量消耗圖	86
圖 52	安裝菱形插門之溝道流線圖	87
圖 53	安裝菱形插門之流線沿流動時間界面面積比增加、能量消耗圖	87
圖 54	方形插門周圍流場切面圖	88
圖 55	圓形插門周圍流場切面圖	88

圖 56	菱形插門周圍流場切面圖	88
圖 57	橫截面三支菱形插門之溝道流線圖	89
圖 58	橫截面三支菱形插門之流線沿流動時間界面面積比增加和能量 消耗圖	89
圖 59	橫截面九支菱形插門之溝道流線圖	90
圖 60	橫截面九支菱形插門之流線沿流動時間界面面積比增加和能量 消耗圖	90
圖 61	橫截面十二支菱形插門之溝道流線圖	91
圖 62	橫截面十二支菱形插門之流線沿流動時間界面面積比增加和能量 消耗圖	91
圖 63	橫截面安裝不同插門數量之界面面積比和能量消耗比較圖	92
圖 64	軸間距為 $1/3 D$ 的菱形插門之溝道流線圖	93
圖 65	軸間距為 $1/3 D$ 的菱形插門之流線沿流動時間界面面積比增加和 能量消耗圖	93
圖 66	軸間距為 $1/6 D$ 的菱形插門之溝道流線圖	94
圖 67	軸間距為 $1/6 D$ 的菱形插門之流線沿流動時間界面面積比增加和 能量消耗圖	94
圖 68	軸間距為 $1/8 D$ 的菱形插門之溝道流線圖	95

圖 69	軸間距為 $1/8 D$ 的菱形插門之流線沿流動時間界面面積比增加和 能量消耗圖	95
圖 70	不同插門軸向間距之界面面積比和能量消耗比較圖	96
圖 71	安裝方形貫孔插門之溝道流線圖	97
圖 72	安裝方形貫孔插門之流線沿流動時間界面面積比增加和能量消 耗圖	97
圖 73	安裝圓形貫孔插門之溝道流線圖	98
圖 74	安裝圓形貫孔插門之流線沿流動時間界面面積比增加和能量消 耗圖	98
圖 75	安裝菱形貫孔插門之溝道流線圖	99
圖 76	安裝菱形貫孔插門之流線沿流動時間界面面積比增加和能量消 耗圖	99
圖 77	方形貫孔插門周圍流場切面圖	100
圖 78	圓形貫孔插門周圍流場切面圖	100
圖 79	菱形貫孔插門周圍流場切面圖	100
圖 80	不同構形插門之界面面積比和能量消耗比較圖	101
圖 81	最佳化設計混合元件之溝道流線圖	102
圖 82	最佳化設計混合元件之流線沿流動時間界面面積比增加和能量 消耗圖	102

# 第一章、緒 論

## 1.1 研究背景

高分子精密加工應用電腦輔助製程設計及改良，已經成為技術上非常重要的一環，除了藉由電腦模擬來降低實作上的成本外，更可依據模擬結果進行最佳化設計。在分子加工中，混煉加工設備有很多種，常用的包括單螺桿混煉機、雙螺桿混煉機、滾輪式混煉機以及批次式混煉機，依照不同的加工需求而選擇適合的設備。然而，一般單螺桿押出機的混煉效果與其他押出機相較下仍不理想，但由於其構造簡單且價格亦不甚高，所以廣受業界的青睞。此外，再藉由混合元件的使用，不但能打散聚集的大顆粒，進而使添加劑能均勻分散在基材中，提高產品的性質，增進其附加價值。由鑒於此，本文即以電腦輔助工程技術（CAE）探討流道內配置分配式混合元件，流體在流道內流動情形，另外針對不同的混煉指標（mixing index）對於混煉度（mixedness）作一詳述分析。

一般將混合元件分為分配式（distributive）與分散式（dispersive）兩種混合元件。分配式混合元件的原理是藉由不斷的分割原有的流場，使高分子熔融體能獲得重新的流動方向（orientation），以利其界面面積比增加，提高混合效果。而分散式混合元件則是利用梯板與套筒壁間狹窄流道產生高剪切力，把聚集的大顆粒打碎，並阻擋尚未熔融的高分子顆粒通過，避免懸浮顆粒造成產品出現“魚眼”現象，導致外觀及產品品質不良。通常在兩個不同種類的高分子混合時，分配式混合通常藉著高的剪切率（shear rate）來增加高分子的界面面積比，達到混合的效果；而分散式混合藉由高

剪切力 ( shear stress ) 能夠將高分子切成許多小段進而達到混合的效果，圖 1 即表示添加劑在分散式混合與分配式混合下達到的效果。

## 1.2 文獻回顧

分配式混合元件有許多種，一般而言均是在螺桿上增置插門為主，依據不同的幾何形狀，例如 rhomboidal(長斜方形、菱形)混合元件、pin 混合元件及 mixing ring 混合元件組合而成。歷年來針對分配式混合元件做研究探討的專家學者亦不在少數，以下為學者們對混合元件進行模擬所用的一些分析方法及成果。

我們回顧近幾年來關於單螺桿分配式混合元件的重要研究與模擬。首先 1991 年 Han 等以流動分析網格法( FAN )模擬預測出 Maddock 元件流量、背壓及螺桿轉速的關係，並以實際實驗證明模擬結果與其實之吻合度[1]。東海大學王曄教授更以 modified FAN 模擬比較三種不同形式的混合元件內的流動情形、推進能力及壓降的損耗，此外更精準的表示出高分子遵守的冪次定律[2]。1994 年 C. Wang 以有限元素法來模擬三維 CTM( 三個環面，每環面有六個凸起半圓球 )混合元件，以等溫的牛頓流體探討其流場的速度分佈、剪切應力及用參數 來定量延伸流的成分。另一分析並以 PVC 做為等溫非牛頓流體來模擬不同幾合構形之 CTM( 六個環面，每環面有四個凸起半圓球 )，使用 power law model 的黏度模式，同樣模擬出速度側面圖像、壓力分布、剪切速度及剪切力，並且將模擬結果去對實驗數據做比較[3,4,5]。1996 年 I. Manas-Zloczower 模擬 HDPE 的三維流動，利用長度伸展分佈和平均值 ( length stretch distribution and average values ) 作為分配式混合的一種指標 [6]。1997 年 Martin 對數種不同的混合元件進行實驗，如不同轉速下 HDPE 跟染料的混合，利用顯微攝影拍照觀

察出不同的混合效果，此外也作實驗得出在相同轉速下，各混合元件所需的驅動功率大小，以及壓力降和融熔溫度變化的情形[7]。1996年 Takahashi 針對一般傳統的 pin 混合元件提出了解決死角形成造成混合不均的辦法，即便是在 pin 混合元件上貫穿孔動的想法，如此可提高高分子流體的重新排位(reorientation)及更有效的混煉機構，促成更密切的介面接觸。此外更指出在橫斷面的混合區域的優劣可藉由局部混合效能(local mixing efficiency)來評斷，而完整混合效能(integral mixing efficiency)則可以跟其他的混合元件做一比較。並且利用有限差分法來模擬流體通過改良及未改良的元件前後來做比較，驗證所提出的新元件設計具有較高的混合效果，熔融高分子溫度上升較低，以及較低的驅動功率。最後更以追蹤粒子軌跡演化及粒子濃度準差分佈的實驗驗證 pin 的孔動貫穿元件在平行式的排列組合下與交錯式的排列在混合效果上的差異[8,9,10,11]。2000年 Rios 及其研究夥伴以三維邊界元素法(Boundary Element Method)針對 rhomboidal 混合元件在同一隻螺桿上藉由不同的排位及數目的增加多寡達到最佳化的設計，並發現此種混合元件是藉由剪應力使材料變形，所以 rhomboidal(長方形、菱形)混合元件在排列的選擇上採中立長菱形(neutral rhomboidal)，類似鳳梨狀(pineapple)的幾何形狀為最佳[12,13]。2001年 Rwei 藉由不同的螺桿設計及加工條件下，經由高分子化學的角度新提出的分配式混合指標做一驗證，發現到轉速與分配效果間的關係[14]。2001年 I. Manas-Zloczower 探討雙擋板(twin flight)單螺桿押出機從高分子化學理論基礎中提出 Renyi entropies 及統計學的觀點在不同元素的長度變化下評斷混合的優劣，並且與傳統的分離規模及強度(scale and intensity of segregation)做比較[15]。2001年 P. G. M. Kruijt 及其研究夥伴

利用一種建立在混合物的局部平均濃度上對應 (mapping) 的方法描繪出不同的幾何形狀下的邊界條件，且從較原始的二維先著手，接下來再踏入三維的模型中，對於混合效果及一些參數做出定量的分析 [16,17]。2004 年 G. C. C. Chuang 與 A. I. Yeh 提出了藉由在螺桿末端除了 Pin 混合元件外，再加裝了混合圓盤 (Mixing disc)，如此一來使得高分子流體在螺桿中的滯留時間增加，因此混合效果也因此得以提升 [18]。

### 1.3 研究動機

高分子在加工過程中往往牽涉到複雜的三維流動，尤其是高分子流體在不同分配式混合元件的流道內，其流動狀態我們更是難以掌握。以往對於分配式的混合機構，專家學者所提出的研究都相當有限，原因是我們在討論混合機構的均一性上並沒有一個定量的標準用來判斷混合效益，也因此大家對於此類的研究上著墨均不甚多。近來隨著奈米材料的興起，高分子抑或添加劑的混煉如何達到有效地運用，便是我們在加工過程中需仔細考量的。而本論文的主旨即便是利用有限元素分析的架構來模擬高分子流體在不同分配式混合元件及不同的插門排列組合下先做一初步的流動分析，再藉由文獻上所提及的界面面積比 (interfacial area ratio) 與能量消耗量，此二混合效益的指標來評斷在不同的幾何構形下所設計出的混合元件，並藉由此一定量的分析作為日後元件最佳化設計上的基準。

## 第二章、混合元件之簡介

### 2.1 混合的特點

混合是高分子加工過程中是一道相當重要的程序，從字面上解釋可以是混合物 (mixture) 也可以是混合 (mixing)。前者所表示的是在一個擁有二種或二種以上以一定成份或者是任意比例組合而成的狀態，而後者則是降低混合不均勻性 (nonuniformity) 的一種操作過程，兩者的差別在於一種是狀態 (state) 而另一是一種程序 (mechanism)。然而，要達到混合的效果可經由以下途徑：

1. 分子擴散 (molecular diffusion): 通常發生在氣相或黏度較小的液相為主要相且具有濃度梯度 (concentration gradient) 的程序中。
2. 渦流擴散 (eddy diffusion): 此種狀況發生在紊流 (turbulent flow) 流動下，藉由分子與分子間密集的碰撞所產生的渦流來達到彼此混合的目的。
3. 整體擴散 (bulk diffusion): 由於流體粒子在流動系統下從空間中的某一位置移動到另一位置所帶來主要成份相與添加成分相兩者界面面積增加的一種機制。

從以上三點看來，一般由於高分子流體本身是一種黏度相當高的物質且在加工過程中我們均以層流混合 (laminar mixing) 來處理，若從分子擴散及渦流擴散的角度去分析似乎無法達成，所以若是以能將次要相均勻分佈在主要相中做分配式混合的話，我們是採流體通過一靜止混合器 (motionless mixer) 造成流體的重新排列 (rearrangement) 為一原則以達整體擴散。



## 2.2 混合元件設計要點

一般混合元件設計上需注意下面列舉之要點：

1. 高分子流體通過混合元件時，須消耗較小的壓力降，以利高分子融熔液的輸送。
2. 高分子融熔液必須以流線流動，以順利通過混合元件，避免造成停滯 (dead spot) 現象發生，而使高分子產生劣化 (degradation) 降低品質。
3. 混合元件應該完全掠掃過套筒筒壁，如此以利熱流的傳導，以及清除附著於壁上的殘餘高分子。
4. 混合元件要容易拆裝清洗及不容易損壞。
5. 混合元件要容易製造及價格要合理且便宜。

根據這些要點所設計出來的混合元件大致分為二類，一種為分配式混合元件，另一種為分散式混合元件。分配式混合元件主要是藉由在流場中增加其流動的阻力，不斷的分割其流場，一方面可以增加主成分與添加成分的接觸面積，將添加成分均勻分佈於主成分中，達到均勻分配的效果，另一方面亦可以增加高分子融熔液在流道中滯留的時間，但相對的是會造成出料減少的狀況，因此我們在壓降及推進高分子融熔液的能力上必須考慮到此一因素，應避免選用太過於複雜或者是較易損耗壓降的混合元件。高分子流體是一種對溫度相當敏感的材料，在通過分配式混合元件時，我們必須使其以流線流動，盡量避免停滯的產生，否則高分子物料會因為過度的加熱而超過其玻璃轉換溫度 (glass transition temperature) 進而產生劣化，最後影響到出料的品質。在加工過程中，我們在乎的不僅是物料在成分上是否混合均一，更要考慮到在溫度上是否也達到受熱均一的效果，較佳的混合元件是要增加而不是降低熱傳效應，因此混合元件在選擇上應避免

與套筒筒壁間有溝槽，應完整掠掃過套筒筒壁。在業界有許多不同的混合元件一直在推陳出新，但有一些仍無法進入實用的階段，原因是有些混合元件對操作員而言在使用上不容易上手，以致在組裝、清洗、試車、甚至是拆卸都過於繁雜，從經濟效益的觀點看來，任何的加工過程只要在時間上能掌握先機，就能夠獲得最大的利益，所以我們在選擇混合元件上也必須考量到機械的熟稔度。然而在成本的考量下，另一個關鍵便是混合元件的製作，原則上當然是以便宜、耐用為第一要件，因為過於精細的混合元件，往往單價都不斐，此外也不一定會達到更好的分配效果，需視情況而定。

而在混合元件的設計歷程中，最早可溯及 1950 年當時已有混合元件的專利發表。如 Braibanti 等人在 1952 年做出數種 Pin mixing elements；Dulmage 於 1956 年申請了 Dulmage mixing element 的專利；Saxton 於 1961 年製造出 Saxton mixing element；Barr 等人也在 1970 年做出數種 Pin mixing elements 的改良混合元件。而 Rauwendaal 將各種不同的分配式混合元件根據壓降、流線流動、套筒掠掃、操作員熟稔、機械成本、剪切形變及分裂重新位向等不同的程度做一歸納比較，而得到表 1。總評上看來 Saxton 為最佳的混合元件，此外，Double blockhead 亦有不錯的分散能力。

### 2.3 分配式混合元件的發展

針對一個有效率的分配式混合元件而言必須要有兩項特性，一是流體須受到大量的剪切形變 (shear strain)，二是流體元素需高頻率的受到分裂而達到重新排列。因此，專家學者們掌握以上原則便發展了許多不同幾何形狀的混合元件，有些因為效果不佳所以僅只限於專利發表，但也有些已大量在業界中使用。

基本上任何可以擾動螺桿內的速度分布即會造成分配混合效應，一般分配式混合元件如 pin mixing section，如圖 2 所示，這些 pin 會擾亂速度分布而造成混合，現今已有很多不同關於 pin 混合元件的專利被發表，而大部分只有改變一些細部構造使其可發揮最大效率。

另一種我們常見的 Dulmage mixing section，如圖 3 所示，Dulmage 混合元件是一種多重板的混合器，周圍有許多擋板所形成的溝槽環繞於圓柱上，高分子融熔體被分割而後進入許多狹窄的溝道中再會合，而後再一次分割會合的步驟。這種混合專利是 40 年前 Dow chemical 公司所發展出來的[18]，但這混合元件的缺點是周圍環繞紋路的設計，讓擋板與擋板間間隙與軸向垂直，使套筒上的高分子無法完全被螺桿所掃除，這將會造成高分子的滯留以及降低融熔高分子及套筒間的熱傳效應。

另一種類似 Dulmage 混合元件構造的混合元件為 Saxton 混合元件，如圖 4 所示，而 Saxton 與 Dulmage 混合元件之不同處為 Saxton 之周圍溝槽分布較 Dulmage 的方向更為螺旋形，即擋板與擋板間間隙與軸向成螺旋形，其優點是 Saxton 比 Dulmage 更能完全掃除套筒表面，這樣大大降低高分子停滯，及融熔高分子與套筒間的熱傳導不良的機會，而這螺桿的專利時 1961 年時由杜邦公司發展出來的 [19]。

此外一種常用的混合元件為 pineapple mixer，如圖 5 所示，pineapple 混合元件是由 Saxon 混合元件改良過來的，其攪拌葉瓣呈現菱形，而 pineapple 混合元件是由 Rios 做實驗及經過邊界元素法 (boundary element method) 模擬其流動所發展出來的 [20, 21]。

此外有一種簡易的幾何形狀的螺桿叫 Slotted extruder screw，

如圖 6 所示,是由瑞典的 Axon 公司發展,並擁有許多歐洲的專利[22]。

還有一種新款式的混合螺桿由 J. Fogarty 所發展出來的[23],如圖 7 所示。這種螺桿叫渦輪螺桿(Turbo-Screw),它擁有長方形開口建構於螺桿的擋板上,可以增強混合及熱傳效率的提昇。專利提到這種螺桿的幾何形狀構造須考量到擋板的高度,而這種設計如要應用在押出操作上則擋板需要較深的考量,不然擋板上的開口過小會造成高分子融熔體無法通過開口,使其混合及熱傳的效率無法發揮[24]。例如用於發泡塑膠的押出中,螺桿的擋板較深,被用於第二台押出機中來降低融熔高分子的溫度,現在渦輪螺桿已經被廣泛應用於發泡塑膠押出上,並已經改進大押出量時的混合效率及熱傳量。

另一種分配式混合機制叫孔洞傳送混合(cavity transfer mixing-CTM),如圖 8 所示,這種混合方式是由 RAPRA 公司的 Gale 所研發出來的。早於 1961 年的專利中就有詳細探討橫向孔洞混合裝置的概念[23]。CTM 混合裝置中孔洞分布於套筒殼表面及螺桿旋轉部分的表面上,它可使高分子融熔體做剪切及重新配向的效果很好。另一種混合元件類似 CTM 混合元件其比 CTM 更早由德國 Barmag 發展出來[25],這種混合裝置據說擁有分散及分配混合的功能,可以將混合的顆粒材質降到  $10^{-6}\text{m}$  的範圍左右。

類似 CTM 混合裝置的元件我們稱為 Staromix,它的孔洞與 CTM 最大不同點為 Staromix 位於軸向的孔洞呈現橢圓形。德國另有一家押出機製造公司則將橢圓孔洞設計成在軸向呈螺旋形。其他也有數種混合裝置其特點與 CTM 相當類似,大部分皆是從 RAPRA 的專利所衍生出來的。CTM 跟之前一些分配式混合元件有著同樣的缺點,就是螺桿無法完全掃除套筒表面,還有 CTM 非常難清理並可能造成動作停滯。於此 CTM 這裝置不方便經常更換不同的物料,以及短時間的操作,因

為更換一次物料的時間相當耗時，其清洗的時間大約就需花費兩至三個小時。除了以上的缺點外，CTM 裝置非常昂貴，且沒有產生壓力的能力，所以基於以上種種於是 CTM 的使用並不廣泛。

此外有一種特徵與 CTM 相當類似的混合裝置，由紐西蘭的大學所研發出來，且在多個國家擁有專利[26]。這種混合器叫做 Twente Mixing Ring or TMR。這種混合器在螺桿上也有與 CTM 相類似的半圓孔洞，然而它在套筒內表面並沒有孔洞[27, 28]，它的構造如圖 9 所示，螺桿外有一套管，其套管與螺桿為一體之裝置，如圖 10 所示，且套管與螺桿各鑿上孔洞，如此一來高分子流體便可藉由套管與螺桿間之空隙，以及套管與套筒間之空隙進行流動，如此一來便可增加切割流場的範圍與次數。環的運動在 TMR 中是靠螺桿給它的拖曳運動，但其轉速較慢，可是高分子流體通過螺桿、套管、套筒三者間的模式與 CTM 相類似。而 TMR 比 CTM 好的優點為 TMR 中其套筒內表面不須另外在上面鑿洞，這樣可以省下不少金錢，而且就可多運用在其他的壓出機上了，另一改善是 TMR 的安裝簡單、清理方便。TMR 可以當成射出成型模組中的止回流閥，其混合及閥功能類似 CRD，如圖 11 所示。由於它是一種新型的混合裝置，有人又稱它為環式混合器或套管混合器。

另一種變溝深混合器利用溝深變化來改善混合情形，如 Pulsar 混合段，如圖 12 所示。它在螺桿底部有螺旋式溝槽，而溝槽螺旋角比擋板的螺旋角還大。此外還有一種類似的變溝深混合裝置為 Strata-blend 混合器，如圖 13 所示。其每一擋板區間中有三個凹槽，特色為凹槽與擋板螺旋角相同，且凹槽並非連續的。絕大部分變溝深混合裝置皆有劇烈的小流動的現象，以及重新配向的能力，所以分配式分散的能力相當有限。而綜合上述所提到的不同分配式混合元件，經過多年來眾人的實驗可得到如表 1 的分析情形。

## 第三章、相關理論模式

### 3.1 混鍊原理及模型概述

Spencer及Wiley[29]闡述當兩種不同的黏性流體相互混合時，其兩者界面面積會增加，而界面面積的增加率可做為在混鍊過程中一種定量的量測，亦即是一種混合的指標。而此種混鍊機構更與流體元素的起始方位 (initial orientation) 及加總形變 (total strain) 有著密不可分的關係。

#### 3.1-1 分配式混鍊機構的推導

考慮一個流體元素在簡單剪切 (simple shear flow, 即  $v_x = \dot{\gamma}_{yx}y$ ) 流域中任意排位，可由任意兩個位置向量 (position vector) 限制出一面積，即為表面元素  $A_0$  (area of the surface element)，如圖14所示，另外簡單剪切流可由圖15示之。

在時間  $t_0$  時表面元素的初始面積為：

$$A_0 = \frac{1}{2}|c| = \frac{1}{2}|\rho_1 \times \rho_2| \quad (3-1)$$

其中  $\rho_1$  和  $\rho_2$  分別代表位置向量，向量  $C = \rho_1 \times \rho_2$  和表面元素垂直，且可由與  $x$  軸、 $y$  軸、 $z$  軸夾角的方向餘弦 (directional cosine)， $\cos \alpha_x$ 、 $\cos \alpha_y$ 、 $\cos \alpha_z$  組成，並且遵循下列式子：

$$\cos^2 \alpha_x + \cos^2 \alpha_y + \cos^2 \alpha_z = 1 \quad (3-2)$$

$$\cos \alpha_x = \frac{c_x}{|c|} \quad \cos \alpha_y = \frac{c_y}{|c|} \quad \cos \alpha_z = \frac{c_z}{|c|} \quad (3-3)$$

其中  $c_x$ 、 $c_y$ 、 $c_z$  分別代表向量  $C$  在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的分量

而位置向量  $\rho_1$  和  $\rho_2$  可由三個分量來表示：

$$\rho_1 = x_1\delta_x + y_1\delta_y + z_1\delta_z \quad (3-4)$$

$$\rho_2 = x_2\delta_x + y_2\delta_y + z_2\delta_z \quad (3-5)$$

向量C可藉由  $\rho_1$  和  $\rho_2$  外積後表示：

$$\begin{aligned} c = \rho_1 \times \rho_2 &= \begin{vmatrix} \delta_x & \delta_y & \delta_z \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = (y_1z_2 - z_1y_2)\delta_x + (z_1x_2 - x_1z_2)\delta_y + (x_1y_2 - y_1x_2)\delta_z \\ &= c_x\delta_x + c_y\delta_y + c_z\delta_z \end{aligned} \quad (3-6)$$

將(3-6)式結果代入(3-1)式可得初始面積：

$$A_0 = \frac{1}{2}|c| = \frac{1}{2}(C_x^2 + C_y^2 + C_z^2)^{\frac{1}{2}} \quad (3-7)$$

流體在經過  $t$  時間後，則會由  $\rho_1'$  和  $\rho_2'$  限制出來另一新的界面面積，而新的位置向量如下表示：

$$\rho' = \rho + v\Delta t \quad (3-8)$$

由於我們先前假設流體處於簡單剪切流動中，所以可將(3-8)簡化為

$$v = \dot{\gamma}_{yx}y\delta_x + (0)\delta_y + (0)\delta_z \quad (3-9)$$

$$v\Delta t = \gamma y\delta_x + (0)\delta_y + (0)\delta_z \quad (3-10)$$

(3-10)式中的  $\gamma$  為加總形變， $\gamma = \int_0^t \dot{\gamma}_{yx}(t')dt'$ ，而將上述之結果代入新的位置向量中後可得新向量C，如下所示：

$$c' = \rho_1' \times \rho_2' = \begin{vmatrix} \delta_x & \delta_y & \delta_z \\ x_1 + \gamma y_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 + \gamma y_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = c_x\delta_x + (c_y - \gamma c_x)\delta_y + c_z\delta_z \quad (3-11)$$

最後新的界面面積即可表示為

$$A = \frac{1}{2}(C_x^2 + C_y^2 + C_z^2 - 2C_xC_y\gamma + C_x^2\gamma^2)^{\frac{1}{2}} \quad (3-12)$$

而經過  $t_0$  及  $t_0 + t$  時間下的界面面積比可由(3-12)式與(3-7)式相除得到

$$\frac{A}{A_0} = (1 - 2 \cos \alpha_x \cos \alpha_y \gamma + \cos^2 \alpha_x \gamma^2)^{1/2} \quad (3-13)$$

由(3-13)式指出界面面積的增加是為起始方位以及加總形變的函數，若在較大形變的狀況下 ( $\gamma \gg 1$ )，(3-13)式可表示為：

$$\frac{A}{A_0} = |\cos \alpha_x| \gamma \quad (3-14)$$

從(3-14)式我們可以更明顯的看到界面面積比與加總形變是成一個正比的關係，於是乎加總形變為定量混鍊機構上一個決定性的變數。

除了加總形變外，另一個重要的變數 - 起始方位也是我們討論的重點。在聚合物加工過程中我們並無法強迫所有的高分子流體在進入混合器之前均是呈完美方位 (即表面元素在yz平面上， $\cos \alpha_x = 1$ )，所以任何的方位都必須估計在內，為了方便起見，我們將流體元素的單位面積化作球座標表示如下，其圖示為圖16。

$$f(\theta, \phi) d\theta d\phi = \frac{1}{4\pi} \sin \theta d\theta d\phi \quad (3-15)$$

$$\frac{A}{A_0} = |\sin \theta \sin \phi| \gamma \quad (3-16)$$

經過下式積分運算之後可得

$$\frac{A}{A_0} = \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} |\sin \theta \sin \phi| \gamma \left(\frac{1}{4\pi}\right) \sin \theta d\theta d\phi = \frac{\gamma}{2} \quad (3-17)$$

由(3-17)式得到一個結論，在一個任意方位表面元素的簡單剪切流動系統中當流體受到大量的形變下，總最末面積與和總最初面積的比率是與總形變成1/2的正比關係，圖17表示經數值計算後結果也如同上述之推導。

### 3.1-2 原始拉伸比及能量消耗量的應用

界面面積比除了以上推導外，Erwin[30]更引入原始拉伸比



(principal elongation ratio) 的觀念衍導出相同的結果，將在以下一一詳述之。

首先將新的兩位置向量化作以下表示：

$$\rho_1' = x_1 \lambda_x \delta_x + y_1 \lambda_y \delta_y + z_1 \lambda_z \delta_z \quad (3-18)$$

$$\rho_2' = x_2 \lambda_x \delta_x + y_2 \lambda_y \delta_y + z_2 \lambda_z \delta_z \quad (3-19)$$

其中  $\lambda_x$ 、 $\lambda_y$ 、 $\lambda_z$  即為原始拉伸比，而新的界面面積  $A$  可經由外積計算後得知：

$$A = \frac{1}{2} \left\{ [\lambda_y \lambda_z (y_1 z_2 - z_1 y_2)]^2 + [\lambda_z \lambda_x (z_1 x_2 - x_1 z_2)]^2 + [\lambda_x \lambda_y (x_1 y_2 - y_1 x_2)]^2 \right\}^{1/2} \quad (3-20)$$

$$A = \frac{1}{2} \left[ (\lambda_y \lambda_z c_x)^2 + (\lambda_x \lambda_z c_y)^2 + (\lambda_x \lambda_y c_z)^2 \right]^{1/2} \quad (3-21)$$

而界面面積比亦可表示如下：

$$\frac{A}{A_0} = \left[ \frac{(\lambda_y \lambda_z c_x)^2 + (\lambda_x \lambda_z c_y)^2 + (\lambda_x \lambda_y c_z)^2}{|c|^2} \right]^{1/2} \quad (3-22)$$

$$\frac{A}{A_0} = \left[ (\lambda_y \lambda_z \cos \alpha_x)^2 + (\lambda_x \lambda_z \cos \alpha_y)^2 + (\lambda_x \lambda_y \cos \alpha_z)^2 \right]^{1/2} \quad (3-23)$$

假設形變在一個常態的體積下，而原始拉伸比則符合下式

$$\lambda_x \lambda_y \lambda_z = 1 \quad (3-24)$$

將(3-24)式代入(3-23)式中可得

$$\frac{A}{A_0} = \left[ \left( \frac{\cos \alpha_x}{\lambda_x} \right)^2 + \left( \frac{\cos \alpha_y}{\lambda_y} \right)^2 + \left( \frac{\cos \alpha_z}{\lambda_z} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3-25)$$

則界面面積比可化為原始拉伸比與起始位方位方向餘弦的函數，針對不同的流動情形可以對上式做不同的應用。

此外，Erwin在此參考文獻也提出了以計算能量的損耗，來當作比較何種混合元件較受歡迎的參考項目。

$$p = \eta \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial V_x}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_y}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_y}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right)^2 \right\} \quad (3-26)$$

$$E = \int_0^{t_0} p \quad dt \quad (3-27)$$

其中  $p$  = 每單位體積所消耗的功率,  $\eta$  與  $V_{x,y,z}$  則分別為流體的黏度與速度,  $E$  = 每單位體積所消耗的能量。

Lodge[31] 分別說明了在平面延伸流 ( plane strain elongational flow )、單純延伸流 ( pure elongational flow ) 及簡單剪切流 ( simple shear flow ) 下原始拉伸比  $\lambda_x$ 、 $\lambda_y$ 、 $\lambda_z$  與加總形變間的相互關係, 由於本論文的理論基礎建構於簡單剪切流, 故以下在此例舉簡單剪切流做為應用以驗證前列之結果。

首先, 原始拉伸比之值為下式所示:

$$\lambda_x = \left[ 1 + \frac{\gamma^2}{2} + \frac{\gamma}{2} (4 + \gamma^2)^{1/2} \right]^{1/2} \quad (3-28)$$

$$\lambda_y = \left[ 1 + \frac{\gamma^2}{2} - \frac{\gamma}{2} (4 + \gamma^2)^{1/2} \right]^{1/2} \quad (3-29)$$

$$\lambda_z = 1 \quad (3-30)$$

將(3-28)式、(3-29)式、(3-30)式代入(3-25)式中可得

$$\frac{A}{A_0} = \left\{ 1 + \cos^2 \alpha_x \left[ \frac{\gamma^2}{2} - \frac{\gamma}{2} (4 + \gamma^2)^{1/2} \right] + \cos^2 \alpha_y \left[ \frac{\gamma^2}{2} + \frac{\gamma}{2} (4 + \gamma^2)^{1/2} \right] \right\}^{1/2} \quad (3-31)$$

在較大形變的狀況下 ( $\gamma \gg 1$ ), 同樣可到(3-14)式的結果。

### 3.1-3 條痕厚度的應用介紹

另一項可做為混合指標的參數為條痕厚度  $s$ , 其物理定義為總體

積除以一半的總界面面積，詳圖18，表示如下：

$$s = \frac{V}{A/2} \quad (3-32)$$

一般而言，s所代表的是在混合物中每一個重複單元的距離，也就是說當s愈小混合物層與層間就愈薄，如圖19所示，分配的效果也就愈佳，而在體積固定下界面面積也相對愈大，因此，界面面積比依然是在做定量分析時一個重要的物理量。另外，經過轉換後s可表示如下：

$$s = \frac{2}{(A/A_0)(A_0/V)} \quad (3-33)$$

將(3-17)式結果及次要相的體積分率 ( $A_0/V = 6x_v/L$ ) 代入可得

$$s = \frac{2}{3} \frac{L}{\gamma x_v} \quad (3-34)$$

從上式知若對L較大， $x_v$ 較小者需較多加總形變來維持分配效果。

### 3.2 分配式混鍊原理回顧

在分配式混合中根據以上的敘述我們可以歸納出界面面積的增加若不考慮流體元素的起始方位在大量形變下將與加總形變成正比，而Bigg[32]指出另外可由滯留時間分佈 (residence time distribution, RTD) 的曲線討論高分子流體在主要流動方向的分佈。從圖19我們另可由RTD的角度分析流動狀態，在愈靠近上方板壁的流體其受到拖曳的能力較下方流體強，故愈下方的流體RTD愈長，界面面積的增加也相對提高。

除了由RTD的方向討論外，亦有專家提出在起始方位做最佳化的設計。首先將(3-13)式對  $\gamma$  微分可得下式

$$\frac{dA}{d\gamma} = A_0 \frac{-\cos \alpha_x \cos \alpha_y + \gamma \cos^2 \alpha_x}{(1 - 2\gamma \cos \alpha_x \cos \alpha_y + \gamma^2 \cos^2 \alpha_x)^{1/2}} \quad (3-35)$$

將  $\gamma = 0$  代入上式可得初始值  $dA/d\gamma$  如下所示：

$$\frac{dA}{d\gamma} = -A \cos \alpha_x \cos \alpha_y \quad (3-36)$$

此時流體尚未受到任何形變故  $A=A_0$ ，且瞬時界面面積會因為起始方位的兩個方向餘弦值增加或減少，假設  $\cos \alpha_z = 0$  的狀況下， $\cos \alpha_x$  及  $\cos \alpha_y$  乘積若為最大值則可得到最大的界面面積，而  $\cos \alpha_x$  及  $\cos \alpha_y$  的決定必須符合(3-2)式，故不能令其中之一為1，否則另一項即為0。而為了讓(3-34)式等號右邊為正極大值，即假設  $\cos \alpha_z = 0$ ， $\alpha_x = 135^\circ$ ， $\alpha_y = 45^\circ$ ，也就是界面面積與剪切方向夾角成  $45^\circ$ ，因此可簡化如下：

$$\frac{dA}{d\gamma} = \frac{A}{2} \quad (3-37)$$

經過積分後可得

$$A = A_0 e^{\gamma/2} \quad (3-38)$$

我們可與(3-17)式相互比較，(3-38)式所呈現界面面積的增加是與呈幕次函數，而(3-17)式僅與呈線性關係。由此可見，若在分配式混合中能有效掌握起始方位的話，亦能增加不少混合效果，只可惜在 高分子加工中混合元件通常裝置在螺桿的最尾部，故對於起始方位的控制似乎並不如預期中那樣簡單。圖20說明在給予相同的 ( $\gamma = 4$ ) 下且流體處於簡單剪切流域中，圖20-a擁有先前假設的極大初始方位並且經過一次剪切後再往後旋轉  $45^\circ$ ，其最終界面面積比量測值為 6.1，直接代入(3-38)式可得理論值為 7.3。圖20-b則為流體元素在無旋轉下具有最佳起始方位的最終界面面積比，其值為 4.1與直接代入(3-13)式相同，由此彰顯出流體元素的旋轉與初始方位的相互重要性。

然而，Erwin[33]利用先前(3-17)式推導出的結果發現到混合區段的多寡，會直接影響到界面面積比。首先同樣假設在大量形變下可

將(3-17)式的界面面積比化為  $\gamma$  的函數，表示如下：

$$f(\gamma) = \frac{1}{2}\gamma \quad (3-39)$$

再將一般押出機在任意界面下擁有N-1個混合區段，以及在相同剪切量 ( $\gamma/N$ ) 下擁有N個剪切區段的模型推導出另一適用於混合區段的公式，表示如下：

$$\frac{A_f}{A_0} = \left[ f\left(\frac{\gamma}{N}\right) \right]^N \quad (3-40)$$

從圖21可以明顯的看到，圖21-a是沒有混合區段，圖21-b加了一個混合區段後會造成兩個剪切區段，若假設流體歷經同樣的  $\gamma$  則經由(3-40)式的結果可推之，N值愈大代表界面面積比愈大，且往往N是呈冪次為度而相距甚大。另外，Erwin也探討了起始方位的問題，我們可以由圖22清楚看到，考慮兩流體元素擁有相同的  $\gamma$  但由於起始方位的不同界面面積會差異如此甚大，若起始方位與剪切方向愈平行者其界面面積的增加十分有限。相對的，若流體元素的起始方位與剪切方向採相互垂直的話將可發揮最大的混合效益。

同樣是在Erwin[34]的發表中即便更明確的由假擬三維模式 (pseudo-three-dimensional model) 的定量分析來討論起始方位跟分配式混合的關係，如圖23所示，將流體元素分為垂直、水平及任意排列三種情形分析，由於流體粒子的流動是複雜的三維流動，所以在下溝道方向筆者僅利用二維的時間差做動態分析簡之。從圖24明顯得知在起始方位與剪切方向垂直的狀態下界面面積比為最大，另外可發現到在任意排列與平行排列下的結果相去不遠，也就是說流體元素在進入混合器前，起始方位的排列主宰著未來界面面積的增加率。除此之外，筆者也針對不同構形的混合元件做了比較分析，詳圖25。流體在進入混合元件後隨即呈現不同的變化，我們從斜率上的表現看來

single pin的分配效果最佳，而double flight反之。

### 3.3 理論模式

高分子流體在混合元件中因為受到擾動所以整個流動情形更顯的複雜而多變，而在求解統御方程式（governing equation）的過程當中，由於許多項次也不是單純的線性（linear）組合，例如黏度項，故以下先針對統御方程式做理論上的流動分析，接著再由有限元素法（finite element method）分析之。

#### 3.3-1 流動分析理論模式

採用Tadmor-Klein model為基礎，並做以下的假設來合理簡化整個流動問題：

1. 假設螺桿不動，套筒壁相對轉動
2. 不可壓縮流體
3. 壁上無滑動現象
4. 流體黏度以截型幂次定理（truncated power law）表示
5. 流體已達穩定狀態（steady state）
6. 重力因素不考慮
7. 流道深度比起曲面半徑要小很多且為小區域的全流發展（locally fully developed），可用潤滑近似（lubrication approximation）處理

根據上述條件，可簡化相關方程式。

連續方程式（equation of continuity）：

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (3-41)$$

運動方程式 (equation of motion):

$$-\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = 0 \quad (3-42)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = 0 \quad (3-43)$$

其中

$$\tau_{yx} = -\eta \frac{\partial v_x}{\partial y} \quad \tau_{yz} = -\eta \frac{\partial v_z}{\partial y}$$

因此運動方程式成為：

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = 0 \quad (3-44)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) = 0 \quad (3-45)$$

黏度以等溫截型幂次定理，如圖26表示，且符合下式：

$$\eta = \begin{cases} \eta_0 e^{-a(T-T_0)} \left( \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right)^{n-1} & (\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_0) \\ \eta_0 e^{-a(T-T_0)} & (\dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_0) \end{cases} \quad (3-46)$$

$$\eta_0 = m_0 \dot{\gamma}_0^{n-1}$$

且剪切率表示如下：

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\left( \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_z}{\partial y} \right)^2} \quad (3-47)$$

邊界條件：

$$v_x = v_b \sin \theta_b \quad v_z = v_b \cos \theta_b \quad \text{at the barrel surface}$$

$$v_x = 0 \quad v_z = 0 \quad \text{at the channel wall}$$

### 3.3-2 有限元素法理論模式

利用有限元素法 [35, 36] 的觀念及基礎可將欲分析的流動系統利

用有限的元素體 ( element ) 近似整個物理範圍 ( physical domain )。假使採欲分析的單元體有  $n$  個節點及  $m$  個頂點，則在每一個節點上均有  $v_x$ 、 $v_z$  等二個未知數，在各個頂點上則有  $P$  的未知數。對每一個單元體而言我們可利用內插函數表示如下：

$$p = \sum_{k=1}^m p_k M_k \quad (3-48)$$

$$v_x = \sum_{j=1}^n v_{xj} N_j \quad (3-49)$$

$$v_z = \sum_{j=1}^n v_{zj} N_j \quad (3-50)$$

其中  $v_{xj}$ 、 $v_{zj}$  分別為單元體上之  $x$  分量速度、 $z$  分量速度之近似值， $N_j$  為單元體邊界上之內插函數 ( interpolation function ) 或稱為形狀函數 ( shape function )。而  $p_k$  為頂點上的壓力近似值， $M_k$  為其內插函數。而內插函數的表示與選定的元素體有相關，一般而言均是將流動分析的真实座標 (  $x$ 、 $y$ 、 $z$  ) 化做以範圍為 -1 至 1 的局部座標 (  $\xi$ 、 $\eta$ 、 $\zeta$  ) 為原則，目的是方便爾後在做數值計算同時能以高斯積分簡化之。而有限元素法於描述真實元素座標有三種不同之方法可採用，分別為等變數元素 ( isoparametric element )、次變數元素 ( subparametric element ) 和超變數元素 ( superparametric element )。以下便採行描述真實座標時所用之內插函數與未知數  $v_x$ 、 $v_z$ 、 $P$  所用之內插函數相同的等變數元素進行操作，即：

$$x = \sum_{i=1}^n x_i N_i \quad (3-51)$$

$$y = \sum_{i=1}^n y_i N_i \quad (3-52)$$

$$z = \sum_{i=1}^n z_i N_i \quad (3-53)$$

其中  $x_i$ 、 $y_i$ 、 $z_i$  為節點  $i$  之真實座標值。



以 Galerkin 有限元素法來處理控制方程式，將(3-44)、(3-45)式展開後乘上內插函數  $N_i$ ，再將(3-41)式乘上內插函數  $M_k$ ，並對該元素作體積分，則如下所示：

$$\iiint_{\Omega} N_i \left( \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial v_x}{\partial y} - \eta \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right) dV = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3-54)$$

$$\iiint_{\Omega} N_i \left( \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial v_z}{\partial y} - \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} \right) dV = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3-55)$$

$$\iiint_{\Omega} M_k \left( \frac{\partial v_x}{\partial v_x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) dV = 0 \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (3-56)$$

其中  $\Omega$  為體積分之範圍。

而以下由於(3-54)、(3-55)及(3-56)式的推導有些許雷同處，故僅以(3-54)式之推導替代之。首先將(3-54)式中的每個微分項分為三部分

做討論，對  $\frac{\partial p}{\partial x}$  此項而言，可將(3-48)式代入化簡為以局部座標（

、  
、  
）及 inverse Jacobian 表示之，如下所示：

$$\begin{aligned} \iiint_{\Omega} N_i \frac{\partial p}{\partial x} dV &= \iiint_{\Omega} N_i \frac{\partial}{\partial x} \left( \sum_{k=1}^m p_k M_k \right) dV = \sum_{k=1}^m p_k \iiint_{\Omega} N_i \frac{\partial M_k}{\partial x} dV \\ &= p_k \sum_{k=1}^m \iiint_{\Omega} N_i \left( \frac{\partial M_k}{\partial \xi} \hat{J}_{11} + \frac{\partial M_k}{\partial \eta} \hat{J}_{12} + \frac{\partial M_k}{\partial \zeta} \hat{J}_{13} \right) dV \end{aligned} \quad (3-57)$$

其中， $\frac{\partial M_k}{\partial x} = \frac{\partial M_k}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial M_k}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial M_k}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial x}$ ； $\hat{J}_{11}$ 、 $\hat{J}_{12}$ 、 $\hat{J}_{13}$  分別代表 inverse

Jacobian 在第一列，第一、二、三行的元素，而其完整表示如下：

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \quad (3-58)$$

$$J^{-1} = \frac{1}{\det(J)} \text{adj}(J) \quad (3-59)$$

同理， $\frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial v_x}{\partial y}$  項推導如下：

$$\begin{aligned} -\iiint_{\Omega} N_i \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial v_x}{\partial y} dV &= -\iiint_{\Omega} N_i \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} \left( \sum_{j=1}^n v_{xj} N_j \right) dV = -\sum_{j=1}^n \frac{\partial \eta}{\partial y} v_{xj} \iiint_{\Omega} N_i \frac{\partial N_j}{\partial y} dV \\ &= -\frac{\partial \eta}{\partial y} \sum_{j=1}^n v_{xj} \iiint_{\Omega} N_i \left( \frac{\partial N_j}{\partial \xi} \hat{J}_{21} + \frac{\partial N_j}{\partial \eta} \hat{J}_{22} + \frac{\partial N_j}{\partial \zeta} \hat{J}_{23} \right) dV \quad (3-60) \end{aligned}$$

最後針對  $\eta \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}$  此項可加上利用部份積分技巧推導得：

$$\begin{aligned} -\iiint_{\Omega} N_i \eta \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} dV &= -\eta \left( \iiint_{\Omega} -\frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial v_x}{\partial y} dV + \iint_{\Gamma} N_i \frac{\partial v_x}{\partial n} dA \right) \\ &= \eta \sum_{j=1}^n (v_{xj} \iiint_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} dV - \eta \iint_{\Gamma} N_i \frac{\partial v_x}{\partial n} dA) \quad (3-61) \end{aligned}$$

其中  $\Gamma$  為面積分之範圍， $\frac{\partial v_x}{\partial n}$  為  $v_x$  與法向量  $n$  之內積值。

而(3-56)式亦可化為如下所示：

$$\begin{aligned} \iiint_{\Omega} M_k \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) dV &= \iiint_{\Omega} M_k \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \sum_{j=1}^n v_{xj} N_j \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sum_{j=1}^n v_{zj} N_j \right) \right] dV \\ &= \sum_{j=1}^n \left[ \left( \iiint_{\Omega} M_k \frac{\partial N_j}{\partial x} dV \right) v_{xj} + \left( \iiint_{\Omega} M_k \frac{\partial N_j}{\partial z} dV \right) v_{zj} \right] \quad (3-62) \end{aligned}$$

經過以上化簡為高斯積分 ( Gauss integral ) 之方程式可合併成一個解速度及壓力的大型矩陣，並且代入高斯點及權重值，如表二，之後利用數值積分並解出所要的參數值，其表示如下：

$$\begin{bmatrix} K & C \\ D & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-63)$$

$$v = [v_{x1}, v_{x2}, v_{x3}, \dots, v_{xn}, v_{z1}, v_{z2}, v_{z3}, \dots, v_{zn}]^T \quad (3-64)$$

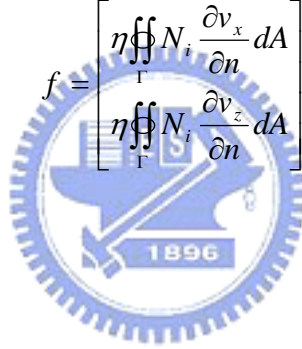
$$p = [p_1, p_2, p_3, \dots, p_m]^T \quad (3-65)$$

$$K = \begin{bmatrix} -\frac{\partial \eta}{\partial y} \sum_{j=1}^n \iiint_{\Omega} N_i \frac{\partial N_j}{\partial y} dV + & 0 \\ \eta \sum_{j=1}^n \iiint_{\Omega} \frac{\partial N_j}{\partial y} \frac{\partial N_i}{\partial y} dV & -\frac{\partial \eta}{\partial y} \sum_{j=1}^n \iiint_{\Omega} N_i \frac{\partial N_j}{\partial y} dV + \\ 0 & \eta \sum_{j=1}^n \iiint_{\Omega} \frac{\partial N_j}{\partial y} \frac{\partial N_i}{\partial y} dV \end{bmatrix} \quad (3-66)$$

$$C = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^m \iiint_{\Omega} N_i \frac{\partial M_k}{\partial x} dV \\ \sum_{k=1}^m \iiint_{\Omega} N_i \frac{\partial M_k}{\partial z} dV \end{bmatrix} \quad (3-67)$$

$$D = \left[ \sum_{j=1}^n \iiint_{\Omega} M_k \frac{\partial N_j}{\partial x} dV \quad \sum_{j=1}^n \iiint_{\Omega} M_k \frac{\partial N_j}{\partial z} dV \right] \quad (3-68)$$

$$f = \begin{bmatrix} \eta \oint_{\Gamma} N_i \frac{\partial v_x}{\partial n} dA \\ \eta \oint_{\Gamma} N_i \frac{\partial v_z}{\partial n} dA \end{bmatrix} \quad (3-69)$$



## 第四章、模擬方式概述

### 4.1 有限元素法之簡介

在聚合物加工中由於流域為複雜的三維流動，所以通常利用有限元素法將實體流域系統分割成不同的大小、種類、區域的元素體，利用有限的元素體近似熔融聚合物的流動範圍。根據不同的統御方程式，推導出以每一個元素體所組成的矩陣，再統整此流動系統元素構成系統矩陣，最後將系統矩陣的每一係數解求出得到想要的物理參數，以下便對有限元素法做一初步之介紹。

#### 4.1-1 高分子加工模擬的數值方法

隨著工商社會的日新月異，電腦科技有著長足的進步且在工程上佔有相當重要的地位。目前，電腦硬體汰換的速度愈來愈快，運算能力也愈強，而電腦軟體的應用也得力於電腦科技的蓬勃發展，將電腦與電腦軟體用於產品的開發、設計、分析與製造，已成為提昇近代工業競爭力的代名詞，故經由電腦輔助從事生產，如圖 27 所示，儼然成為主流。而電腦輔助分析的技巧可分為以下三類：

1. 電腦輔助設計(Computer-aided Design ; CAD)：即使用電腦軟體直接從事於圖形的繪製與結構體的設計。
2. 電腦輔助工程(Computer-aided Engineering ; CAE)：將工程上分析的過程及計算方法來輔助工程師做設計後的分析或進行同步工程。
3. 電腦輔助製造(Computer-aided Manufacturing ; CAM)：是直接用電腦來輔助操縱各式各樣的精密工具機器以製造不同的

零組件。

電腦輔助分析運用了電腦快速運算的能力，可以即時的判斷出產品設計的優劣並迅速的驗證產品在此設計下的品質，不僅可免去在時間成本及原物料上的耗費外，更可提高生產的良率與產品的品質，加快產品上市的時間。因此，電腦輔助分析不僅漸漸獲得業界的認同並予以採用。近幾年有限元素法已經漸成主流，而且被應用的領域也越來越廣。從早期的應用於土木工程方面的結構力學（包含線性及非線性）、結構動力學到機械工程方面的熱力學、流體力學甚至於電子工程方面的電路學、電磁學等等均已發展完備。然而，計算流體力學（Computational Fluid Dynamics；CFD）的有限元素法軟體在模擬靜態及動態下流體的行為以及結構體間的關係更比其他數值模擬方法的軟體來的精準又迅速，因此大部分專家學者仍偏愛使用有限元素法軟體做為分析之工具。

應用於 CAE 的數值方法很多，其中包括有限元素法（Finite Element Method；FEM），邊界元素法（Boundary Element Method；BEM），有限差分法（Finite Difference Method；FDM），流動分析網路法（Flow Analysis Network；FAN）等等。而歷年來利用上述數值方法進行螺桿及混合元件分析的研究亦不在少數，而本論文即是利用有限元素法預測在不同幾何構形混合元件內，融熔高分子的流動情形，並藉由流體粒子的追蹤及界面面積的變化，針對塑料在混合元件中做一混鍊程度的量化。

#### 4.1-2 工程學上有限元素法之應用

一般而言，工程問題即物理狀態下的數學模組，藉由基礎法則和自然原理對系統取控制體積，可得到統御方程式，而數學模組的應用

即是一套對應邊界條件和初始條件的微分方程式。由物理現象觀察得到的統御方程式各代表著質量 (equation of continuity)、動量 (equation of motion) 或能量 (equation of energy) 的平衡。而由於真正的工程問題分析通常是隱含著許多非線性項而且通常呈現不規則的模組形態，故在求解方面也無法利用傳統的計算方法，獲得精確的解析解 (analytic solution)，所以利用數值計算來求解的過程中，有限元素法扮演了一個重要的角色。一般來說，解析解由兩個部分組成，分別為通解 (general solution) 跟特解 (particular solution)。在任何工程問題中，有兩組參數會影響到系統的行為。第一，是提供關於系統自然運作下所得資料的參數，而這些參數包括應用於材料力學的彈性係數、熱傳學的熱傳導係數和非牛頓流體力學的黏度函數..等等。第二，亦有參數會在系統內產生「擾動」，這類型的參數如外界給予的壓力、力矩或者是介質本身的差異造成溫度分佈及流體進出的壓力差異 等等，而這些經由系統的自然運作支配的特性則統一包含在統御方程式的通解裡，相同地，造成擾動的參數則出現在特解裡。

實際上許多工程問題在處理複雜的統御微分方程式，或是難以處理的邊界和初始條件甚至是不規則的模組形態時，通常藉數值解來近似，與解析解不同的是，解析解顯示系統內任一點精確 (accurate) 的值，而數值解卻只存在於分離不連續 (separated discontinuous point) 的點，我們稱之為節點 (node)。因為此種特性的關係所以任何一種數值程序的第一步驟即是做分離，其過程是將介質分成很多區域和節點。在數值方法有兩者使用較為普遍，一是有限差分法，另一則是有限元素法。使用有限差分法，每個節點都會被賦予一個微分方程式，且導式會被差分方程式所取代，經由上述處理後會產生一組聯

立線性方程式，最後藉由求解聯立方程式得到所要的參數值。雖然有限差分法易於了解，且能套用於一些流動情形較為簡單的問題，但一碰上複雜的幾何形狀或是邊界條件時，有限差分法的解決能力就略顯不足。相反地，有限元素法先切割不規則的幾何形狀為有限個元素體，再使用 Galerkin 的積分公式法建立一個由代數方程式組合而成的大型矩陣系統，而不是單純的微分方程式，利用數值方法求解除了可用一個近似的連續函數來表示每個元素的解答，並藉由連結或組合個別的解而得到整個欲分析系統的物理量。

## 4.2 ANSYS<sup>®</sup> 輔助模擬分析

ANSYS<sup>®</sup> 是目前業界經常使用的電腦輔助分析套裝軟體，而且能同時分析系統受到靜力、動力、熱傳及流力等多重物理現象，因此在電子封裝、微機電、汽車、航太甚至是模流分析等多種產業領域都適用。其根據有限元素法的理論背景，當系統模型在軟體中被建立好且網格化離散後，加諸邊界條件或起始條件即可經由電腦高速運算得到所求的系統物理特性。一般在處理計算流體力學的問題時，ANSYS<sup>®</sup> 提供了完整的介面，如暫態 (transient state) 或穩態 (steady state)、可壓縮流體 (compressible fluid) 或不可壓縮流體 (incompressible fluid)、層流 (laminar flow) 或紊流 (turbulent flow)、絕熱 (adiabatic) 或熱流 (thermal) 等，故對於一些航太工程及土木工程均可利用此軟體進行分析。在分子加工處理方面，由於分子流體的黏度與溫度及剪切率有關，如(3-46)式所示，在統御方程式的處理上也會呈現非線性關係而難以處理，且針對系統模型離散為有限個數元素時，由於元素採取個數的多寡影響到系統處理難易度及模擬結果，因此藉由 ANSYS<sup>®</sup> 的完整分析流程將有助於本論文在實際應用

上的準確性及方便性。

在 ANSYS<sup>®</sup> 軟體中，一般欲分析系統可歸納為下列四個要件：

1. 節點 ( node ) : 工程系統中模組的點座標位置，為構成有限元素系統的最基本物件，其具有物理意義之自由度，且該自由度為結構系統受到外力後之反應。
2. 元素 ( element ) : 由節點與節點相互連接而成。ANSYS<sup>®</sup> 提供一百多種元素讓使用者在不同特性之工程系統可選用不同種類之元素，故在使用時必須慎選元素形式種類，並了解元素特性才能得到正確的計算。而在處理計算流體力學的問題時 ANSYS<sup>®</sup> 中 FLOTRAN 提供了二種元素供使用，如圖 28 所示。
3. 自由度 ( degree of freedom ; DOF ) : 表示該工程系統受到外力後反應之結果。系統任一節點均具有某種程度之自由度，而任何元素的物理量在數學模式轉換時將依其自由度而定。以本論文而言，節點的自由度包含三個方向位移、速度及壓力，若在非恆溫系統下則有溫度的自由度存在。
4. 負載 ( load ) : 由外力或者是系統本身條件限制所構成。一般可分為邊界條件 ( boundary condition ) 和實際外力 ( external force ) 兩大類，依照問題分析針對不同需要可在 ANSYS<sup>®</sup> 中施加負荷。在不同的領域中負載的類型如以下所示：
  - ( a ) 流體力學：速度、壓力。
  - ( b ) 熱力學：溫度、熱流率、熱源、對流、無限表面。

有限元素系統的建立乃是利用節點與節點相連接而成的元素所組成，且外型與工程系統相同。但對於複雜的曲面或者三維幾何構型而言，因為節點與節點間採直線方式相連接會造成模型不平滑的現象，故在切割模型時元素愈多愈接近實際幾何構型。然而，元素愈多，



計算所需的時間也愈多，且精確度並不呈線性增加，所以元素多寡因就所探討的系統取其適當值即可。

對於初接觸 ANSYS<sup>®</sup> 的使用者最直接操作方法是利用 ANSYS<sup>®</sup> 圖形介面 (Graphic User Interface ; GUI) 系統，當使用者在視窗中點選指令後，經由 ANSYS<sup>®</sup> 系統內部執行而進行運算。除此之外亦可由文字輸入視窗鍵入所需之指令，惟此技巧須對 ANSYS<sup>®</sup> 軟體有一定程度之熟悉方可操作之。

整個 GUI 由六個區域所組成，如圖 29 所示，而以下將其配置做一詳述說明：

1. 輔助功能選單 (Utility menu) : 包含各種應用指令，主要用於輔助模型建立及系統檔案管理，如檔案的控制 (File) 選擇物件 (Select) 資料列示 (List) 物件圖形顯示 (Plot) 圖形顯示控制 (PlotCtrls) 工作面設計 (WorkPlane) 等。
2. 主功能選單 (Main menu) : 統合分析過程主要指令所在之位置，如建立模組 (Modeling) 切割元素 (Meshing) 外力負載 (Load) 求解過程 (Solution) 等。
3. 工具列視窗 (Toolbar menu) : 執行快速指令之捷徑，可依照各人喜好自編輯。
4. 文字輸入視窗 (Input window) : 顯示程式提示訊息，並可直接鍵入指令。
5. 圖形繪製區 (Graphics area) : 顯示使用者所建立之模組及檢視分析後之結果。
6. 文字輸出視窗 (Output window) : 顯示使用者所下的每一道指令的結果，通常可由此確定執行指令正確與否並檢示錯誤原因。

ANSYS<sup>®</sup> 內建的指令選項相當健全，對流體的流動模型描述也相當完整，相較於前面所導證之理論基礎，ANSYS<sup>®</sup> 則針對連續方程式、動量方程式採取完整的三維流動模式，故與先前第三章提及之方程式有些許不同，以下便列舉出在 ANSYS<sup>®</sup> 中常駐之方程式：

1. Continuity equation：根據質量守衡原理所得

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0 \quad (4-1)$$

2. Momentum equation：根據任何流體動量守衡原理所得

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -(\nabla \cdot \pi) + \rho g \quad (4-2)$$

針對任何流體而言，其應力張量 (stress tensor) 及剪切率 (rate of deformation) 的關係式如下：

$$\pi_{ij} = -P\delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \delta_{ij} \lambda \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (4-3)$$

其中  $\pi_{ij}$  = stress tensor

$u_i$  = orthogonal velocity

$\mu$  = dynamic viscosity

$\lambda$  = second coefficient of viscosity

再將(4-1)式代入(4-2)式後簡化，以下列舉 x 方向之關係式：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho v_x}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y v_x)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z v_x)}{\partial z} &= \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} \\ + R_x + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_e \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_e \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_e \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) &+ T_x \end{aligned} \quad (4-4)$$

其中  $\mu_e$  = effective viscosity

$R_x$  = distributed resistance

$T_x$  = viscous loss terms

一般來說，高分子在加工過程中均為層流流動，故  $\mu_e$  項僅只為 dynamic viscosity，又因為高分子流體為不可壓縮流體，

而  $T_x$  項不存在，至於  $R_x$  項則為使用者欲添加之來源項，例如流體通過某多孔介質 (porous media) 時，欲分析流域本身散佈阻礙 (resistances) 即為添加之來源項。

3. Convergence factor -  $M$  : 對於許多非線性的問題分析由於疊代的關係收斂值顯的格外重要。而 ANSYS<sup>®</sup> 針對各項物理量自由度的疊代關係式符合如下

$$M_{\phi} = \frac{\sum_{i=1}^N |\phi_i^k - \phi_i^{k-1}|}{\sum_{i=1}^N |\phi_i^k|} \quad (4-5)$$

其中  $M$  = convergence monitor for degree of freedom

$N$  = total number of finite element nodes

= degree of freedom

= current global iteration number

通常 ANSYS<sup>®</sup> - FLOTRAN 在做三維數值運算時會因為壓力所受到的擾動較速度來的大，所以會將  $P$  值設定較小一些，另一方也可由此收斂值來牽制  $V_x$ 、 $V_y$ 、 $V_z$  等物理量，如此一來在做疊代運算時方可較為精準。

### 4.3 ANSYS<sup>®</sup> 處理流程

ANSYS<sup>®</sup> 分析之流程如圖 30 所示，一般完整的有限元素分析程式 (finite element program) 包含前置處理 (preprocessing)、解題程式 (solution) 和後置處理 (postprocessing) 三大部分。其內容概要敘述如下：

1. 前置處理 (preprocessing)

此為問題分析最重要的一環，首要為建立有限元素模型後切

割為有限元素，最後再給予邊界條件，通常結果分析的準確與否決定在此。

## 2. 解題程式(solution)

經由前置處理後的有限元素模型透過此單元可組合成系統矩陣，並藉由 ANSYS<sup>®</sup> 內建處理系統求解之。

## 3. 後置處理(postprocessing)

將求解部分得到的結果如：速度、壓力、溫度等資料，經由圖形介面以各種不同表示方式呈現。

### 4.3-1 前置處理

對於工程問題的分析經由觀察後可由以下步驟逐一代入 ANSYS<sup>®</sup> 軟體分析之，以下一一說明：

1. 了解分析題型：在 ANSYS<sup>®</sup> 軟體中包含許多不同的模組，使用者針對不同的工程問題選用適當的模組，如本論文即討論分配式混合元件內的高分子流動情形其模組選定為 FLOTRAN。
2. 選定元素類型：在 ANSYS<sup>®</sup> - FLOTRAN 中如圖 28 所示僅有二維的 Fluid 141 及三維的 Fluid 142 供選擇。
3. 收集材料性質：本論文所選用的流體為高分子流體，且在流變性質上符合等溫截型幂次定律。
4. 幾何尺寸建立：有限於素模型的建立可由下列三途徑
  - (a) 直接由實體建立模型
  - (b) 利用所需之節點及元素構成有限元素模型
  - (c) 經由其他電腦繪圖軟體匯入，如 Pro/E、Parasolid 等
5. 元素網格化：繪置好的幾何圖形網格化最主要在於定義物件邊界元素的大小與數目，且網格的大小與否將牽扯到電腦運

算分析的時間。一般而言 ANSYS<sup>®</sup> 在網格化處理中提供自由網格 (Free mesh) 及對應網格 (Mapped mesh) 如圖 31 二種供使用，其比較如表 3 所示。而由於對應網格較多限制如表 4，故實際應用上均以自由網格居多。

6. 定義邊界條件：在計算流體力學的領域當中最重要兩個自由度為速度及壓力，在處理過程中可以施加流體進出口的壓力或者也可設進口為速度而出口為壓力，端看工程問題的分析為何。

#### 4.3-2 解題程式

經由前置處理後的有限元素模型在施加邊界條件後可組合成一大型系統矩陣，而 ANSYS<sup>®</sup> 本身提供數種數值方法如表 5 供選擇，除了 Frontal 及 Sparse 的方法為直接消去法 (direct elimination) 外，其餘的 PCG (Pre-conditioned Conjugate Gradient)、ICCG (Incomplete Cholesky Conjugate Gradient) 及 JCG (Jacobi Conjugate Gradient) 均為疊代法 (iterative)。此外，針對不同的工程分析在選用不同的解題程式上亦會在收斂時間上產生快慢。

#### 4.3-3 後置處理

經由解題程式的處理後所得到的物理量 (如速度、壓力) 可由圖形上來表示之，也可將其一一列出，若針對不同的需要亦可將資料做一數學處理後再輸出。

#### 4.3-4 常見錯誤及解決方法

在 ANSYS<sup>®</sup> 中不正確的參數輸入或過於龐大的計算經常會造成系

統矩陣發散，而以下針對易發生錯誤之來源歸納為四種情形：

1. 物理特性及尺寸上的輸入錯誤

在 ANSYS<sup>®</sup> 進行任何分析前須對流體的流變參數及幾何尺寸做一詳細校對，因為 ANSYS<sup>®</sup> 在處理過程中的任何物理量均無表示出單位，使用者在分析上必須採取一致的度量單位，基本上將其大約分為公制及英制二種單位，如表 6 所示。

2. 選擇不適當的元素類型

在 FLOTRAN 中僅兩種元素供選擇，大致上以分析流域的維度做基準即可，倘若工程問題分析為其他領域則須針對問題所需慎選之。

3. 網格化後粗劣的元素外型和大小

一般而言 ANSYS<sup>®</sup> 在網格化中提供對應網格及自由網格二種選擇，而元素切割的大小及數目將主宰整個工程分析的精確性，越緻密的元素則越接近原幾何形狀，計算後的準確性也愈佳，但過元素切割過多反而會造成電腦 CPU 處理負荷過重因而耗費許多時間，故在分析上需視情況而定。

4. 施加錯誤的邊界條件和負載

模組化的過程當中此步驟為重要的部分，例如在處理計算流體力學的問題時，針對造成流動的驅動力 (driving force) 可給予前後壓力梯度 (pressure gradient)，但若給予進口端速度，出口端為壓力者的話則並不一定會得到分析結果，原因由於 ANSYS<sup>®</sup> 本身可能會因物理現象造成衝突而導致系統矩陣發散。

#### 4.4 分配式混合元件於 ANSYS<sup>®</sup> 之模擬

本論文針對不同幾何構形及不同排列組合的分配式混合元件利

用 ANSYS<sup>®</sup> 軟體在相同的操作條件下比較其界面面積比做為混合之標的，以便日後設計出最佳混合效果之分配式混合元件。

#### 4.4-1 模擬之源起

本論文最初構想之來源依據為 Erwin[34]發表假擬三維流動模式對不同分配式混合元件之觀念，但 Erwin 當時之模擬可能礙於電腦軟體科技並不如現在進步，且在做高分子加工模擬時三維的流動分析往往就比二維的分析困難許多，故藉以此方法來觀察高分子流體在混合元件內的流動情形，而如今本論文則藉由 ANSYS<sup>®</sup> 軟體直接觀察模擬之三維結果。通常在流域中不同幾何形狀的障礙物均可對高分子塑料產生分配效果，然而過於複雜的幾何形狀則會造成使用者在建立有限元素模型時困擾，而且三維模擬下的流域在觀察上也不甚方便，故本論文改變不同的插門幾何形狀（圓形、菱形、方形、圓形貫孔、菱形貫孔、方形貫孔）以及排列的方式（橫截面安裝數量、插門軸向間距）加以模擬分析之。此外，利用 Erwin 先前所提到的觀念針對流體粒子做流動追蹤（particle flow trace）可得到完整之流線，最後引入界面面積比與能量消耗的觀念相互比較之，進而尋找出最佳幾何設計。

此外，本論文捨棄以往傳統 Fortran 程式語言而引用 ANSYS<sup>®</sup> 有限元素分析軟體如以下之說明：

1. 利用 ANSYS<sup>®</sup> 軟體進行有限元素分析在幾何形狀切割為元素時系統均可自動執行，而在 Fortran 程式語言中此點為最困難之處，原因為過於複雜之幾何形狀在利用有限元素法時需將此模型切割數目較多才能近似實體，而如此一來在程式的編點上會造成龐大的負荷，進而連同整個系統矩陣也會增大

許多，在此情況下導致矩陣發散的機率也相對提高，故切割有限元素及編點上為 Fortran 程式之速率決定步驟。相反地，ANSYS<sup>®</sup> 軟體提供一個較為方便的操作介面，在建立有限元素模型後可以依照觀察所需進行網格化，甚至是在一些特殊的區域（如流體的入口區）還可進行網格改良（refine），在使用上的確比傳統的 Fortran 程式語言方便及準確許多。

儘管 Fortran 程式在切割元素上並沒有 ANSYS<sup>®</sup> 軟體來的方便，但在設計程式之時可藉由內部參數設定的改良來提升準確性，例如針對元素的類型。一般在 FLOTAN 中提供的三維元素為每邊均為線性共八節點的六面體，而在 Fortran 程式語言中可設計為每邊均為二次（quadratic）分佈共二十七節點的六面體，如此一來亦可增加有限元素在近似實體模型的準確性。

2. 高分子流體在分配式混合元件內的分析不論由 Fortran 程式語言或者 ANSYS<sup>®</sup> 軟體，在經由數值計算處理後所得之值均為當初切割元素每一節點的物理量，如三個方向的速度  $V_x$ 、 $V_y$ 、 $V_z$  及壓力等。如此之數值分析對於觀察上也僅能以圖表來表示且較不易了解高分子流體在混合元件的流動情形，然而若使用 ANSYS<sup>®</sup> 軟體做分析探討，在後處理部份便提供了一連串的圖形介面方便使用者觀察，其中更以流體的流線最為重要，而此部分也是 Fortran 程式語言所望塵莫及之處。此外，ANSYS<sup>®</sup> 亦可對模擬結果之數值直接做數學運算再繪製成圖，如此可省去使用者需再次寫另一計算程式之麻煩。

#### 4.4-2 模擬之流程

在 ANSYS<sup>®</sup> 中直接建立實體模型。因為本論文探討主旨為高分子



流體在混合元件內的流動情形，在實體模型的建立方面所描述的即是流體的流域並不是混合元件的幾何形狀，如此在建立模型時所有的插門均不包含在流域內而需移除，此時 ANSYS<sup>®</sup> 在前置步驟中的 Modeling 部分提供一個布林運算 (Booleans) 的功能，即便是使用者可先建立模型的主體外觀，再利用內建體積或面積相加 (Add) 相減 (Subtract) 黏合 (Glue) 等功能完成細部的修飾。但假使往後須對 DuImage, Saxton 等較為複雜的幾何形狀做分析探討時，理論上由其他 CAD 軟體繪製後再匯入 (import) ANSYS<sup>®</sup> 中會來的方便許多。

另外，混合元件的幾何尺寸及設計是以在溝道內增置不同幾何構形的插門為原則，且依據不同的橫截面安裝數量和不同的插門軸向間距做變化如表 7，其規格尺寸如表 8，幾何形狀如圖 32 至 45 共十四種組合，由於分配式混合元件均裝置在螺桿尾端的部份，參照先前本實驗室學長姊的論文大略訂定出整個分配式混合元件的尺寸及螺桿的幾何參數，如表 9 所示，整個混合區段的軸向長度為 6.3cm，而沿下溝道方向展開後總長度為 61.8cm，另外假設高分子塑料通過混合區段時仍然維持恆溫，與套筒設定之溫度 200 相同。在模擬物料方面，本論文採用 LDPE 作為討論的高分子材料，黏度模式則符合等溫截形冪次定律，其詳細之物理性質和流變參數如表 10[37] 所示。

有鑒於混合元件溝深及下溝道長度比例之關係，為了方便觀察起見，本論文所用之單位一律採用 CGS 制，詳細內容可參照表 6，如此因所用單位與 ANSYS<sup>®</sup> 內定值 (MKS 制) 不一致，故須稍做修改，而最重要的部份為整個流域的參考條件 (reference conditions of flow environment)，例如參考壓力項 (reference pressure) 方面單位的修正則會影響到驅動力的大小，假使所分析的問題有牽涉到熱傳，則須額外調整溫度調校 (temperature offset)，此點為分析時需格外

注意之處。

通常在建立有限元素模型後下一步驟是進行幾何形狀的分割，先前提到在網格化當中可採自由網格及對應網格，由於目前所用之幾何形狀均為不規則狀，若要強制使用對應網格則須針對每一邊做分割達到 ANSYS<sup>®</sup> 的限制要求，所花費的時間自然不在話下。然而在節省時間成本下，本論文在做網格化處理時均採用自由網格的方式。而模型切割為元素後大部份均以三角錐體呈現，因此在曲線上的表現如圖形較不盡理想，然而對於此問題可從另一方面改善。當切割的元素愈多時，每一個元素的邊就愈能夠近似模型中較不平滑的區域，但在分析時仍依所需而定。

經由上述處理後接下來即便是加諸於各邊界的邊界條件，依據先前學長姊論文研究發現，高分子塑料在螺桿溝道內的流動是呈螺旋狀的分佈，因此在進入混合元件內每一點所呈現的速度分佈也不盡相同，然而若以此方式處理在輸入邊界條件時亦會造成困擾，故參考一合理數值定為入口速度，而出口背壓數值則依照學長姊論文從中取一，另外在套筒壁上的速度則可依照螺桿的轉速經由計算得知。

在解題程式的部份沿用 ANSYS<sup>®</sup> 之內定選項 Sparse，一般而言只要邊界條件設定無誤在此部份通常均可達到一收斂值，若發生系統矩陣發散而自動暫停執行的問題時，須重新確定施加之邊界是否有誤再重新執行或參照前述 4.3-4 進行修正。

經由 FLOTRAN 計算後得到的分析結果可以很輕易地藉由圖形表示之，在此首先針對流體粒子做追蹤找出所需流線，之後經由參數轉換將此流線的基本參數做數學處理，根據 Amellal [38] 所提之觀念，可將先前推導所得 (3-17) 式等號兩邊對時間做微分，將每一小塊界面面積化為剪切率 ( $\dot{\gamma}$ ) 的函數，隨即再令等號兩邊同時積分得最終之

界面面積比，其數學式表示如下：

$$\frac{dA}{A_0 dt} = \frac{1}{2} \dot{\gamma} \quad (4-6)$$

$$\frac{A}{A_0} = \frac{1}{2} \int \dot{\gamma} dt \quad (4-7)$$

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} (\dot{\mathbf{Y}} : \dot{\mathbf{Y}})}$$

$$= \sqrt{2\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial v_y}{\partial y}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z}\right)^2} \quad (4-8)$$

由於高分子流體在分配式混合元件內為複雜的三維流動，故在做分析時亦將延伸流 (elongational flow) 帶來之影響包含在內，所以仍保有前三項。



## 第五章、模擬結果與討論

本論文將以 LDPE 為模擬用之高分子基材，進行其在溝道內增置不同插門幾何構形，改變其橫截面安裝數量和插門軸向間距共 14 種不同分配式混合元件的模流分析。依據上述之條件，本論文將分成四組來比較，第一組比較不同構形插門的影響，第二組比較不同橫截面安裝數量的影響，第三組比較不同插門軸向間距的影響，第四組比較貫孔後不同構形插門的影響，將其互相作為對應及比較，並了解各參數的改變對流動情形之影響，之後再引入界面面積比增加率及能量消耗量的觀念做為挑選最佳混煉效果之標的。首先在插門幾何形狀上吾人並不限定於一般傳統的圓形插門，亦採用方型及菱形插門來相互比較之，再將其混煉效果最佳者作為後續模擬的對象。在橫截面安裝插門的數量有三個、六個、九個及十二個共有四種排列方式，而對於兩插門間的軸向間距則有  $1/3 D$ 、 $1/4 D$ 、 $1/6 D$  及  $1/8 D$  共四種類別，接著將方形、圓形及菱形插門貫孔後，比較其對混煉效果的影響，最後綜合各組表現最佳的條件，作為本論文中插門型混合元件最佳化的設計基準。在模擬過程當中，本論文主要針對改變不同混合元件的幾何參數為探討，故在每種混合元件如套筒轉速、進出口壓力等邊界條件輸入上均保持一致，此外螺桿模型設計成與實物構形相仿，總長度為  $25.2\text{cm}(4D)$ ，混合元件長度為  $6.3\text{cm}(1D)$ ，安裝於中間位置，流道之下溝道長度計有  $61.8\text{cm}$ ，流道之溝深為  $0.45\text{cm}$ 。此外在本論文中，吾人在做流體粒子追蹤時，以均勻分佈的方式，選擇 20 個追蹤點，來獲得 20 條完整的流線，收集此 20 條流線的數據，經過分析處理得到界面面積比及能量消耗量的數值，並以此二數值代表熔融高分子在不同流場中比較衡量的依據。而在操作軟體時，為了方便觀察起見以

及參數輸入的方便性，在 ANSYS<sup>®</sup> 模擬過程中所有單位均採 C.G.S 制。然而 ANSYS<sup>®</sup> 在模擬結果圖中所有物理量皆以長條形顏色區分其大小，就流動形分佈而言其討論之物理量為速度，單位為 cm/s。

## 5.1 未安裝混合元件之溝道流動分析比較

在未進入探討主題前，吾人先針對一般單螺桿在未增置任何混合元件下討論其流動情形並以此為一對照，如圖 32。一般而言高分子流體在螺桿內的流動通常受到二種驅動力，一是由於溝道內高分子流體相互擠壓所產生的壓力流 (pressure flow)，另一是套筒轉動對高分子流體產生拖曳造成的拖曳流 (drag flow)。對套筒轉速而言愈高的轉速會帶來愈高的拖曳力，一方面也增加高分子流體往前推進 (pumping) 的能力，反之，背壓所造成的壓力流則會迫使熔融高分子產生迴流，綜合上述二點，所以高分子流體在溝道內會呈現一螺旋狀的流動，而由於這樣往覆式的流動在流場內亦造成流體粒子於空間中位置的移動，如同先前所提之整體擴散，進而達到分配式混合的效果。首先，以平均分佈的方式，找尋 20 條完整的流線，並處理數據求得界面面積比及能量消耗量。由於一次觀察多條流線，其展現出來的圖樣過於複雜，無法區分個別流線流經的路徑，故僅取一代表性的流線，如圖 46。此流線由起始點沿著螺牙間的流道前進，繞了一圈走到 Z 方向約 2D 處在接近螺牙的區域時，向上轉折至較靠近套筒的區域，此時的流速較快 (20.69cm/s)，流線在 Z 方向前進不到 0.5D，即又繞了一圈。這種現象顯示，靠近套筒時熔融高分子受到拖曳的作用比較強，容易被套筒的拖曳力帶動。其後，流線再度到靠近螺牙的區域，向下轉折，流速減小至約為 8.87cm/s，然後走到終點。另外將界面面積比、能量消耗量分別對流線流動時間作圖，如圖 47。由

於流體粒子的流動並不是只在單一平面上，另外在下溝道方向也會造成速度的改變，而如此的流線流動亦可達到分配式混合的目的。我們看到界面面積比、能量消耗量，以緩和的速度上升至 110.49、 $1.99E6 \text{ J/m}^3$ ，其中能量消耗量上升的斜率較大，流動時間則需 6.4 秒。

## 5.2 安裝不同構形插門之混合元件的流動分析比較

本節討論不同構形的插門對流體在溝道內流動的影響，選擇的構形有方形、圓形與菱形，模型幾何示意圖，如圖 33、34、35。

1. 方形插門：由圖 48 可以看到流線先由起始點沿 Z 方向前進 1.5D 後，到達混合元件區段，此時因為混合元件沒有梯板，使得圖後方（Y 的負方向）的壓力差較圖前方（Y 的正方向）來的大，因此流線在此產生迴流的現象。接著進入混合元件區，此時熔融高分子通過混合元件時，由於流動受到方形插門的阻礙而產生擾動，造成速度的急遽變化，再來通過混合元件後，在 Z 方向約 2.5D 處再次產生迴流，然後再接近螺牙處，向上轉折流到終點。由圖 49 可觀察界面面積比、能量消耗量對流線流動時間的關係，時間經過約 2.2 秒後，界面面積比突然出現向上轉折、斜率增加的現象，此時應是流線開始要進入混合元件區段所造成界面面積比快速上升的緣故。同時，能量消耗量也急遽地上升，由此可看出加入混合元件，使得熔融高分子流動時遭遇阻礙，因此能量耗用急遽增加，到了約 5.2 秒時，界面面積比與能量消耗量的趨勢都減緩了，可知流線此時已通過混合元件區段了。在溝道中安裝方形插門混合元件，最後界面面積比、能量消耗量分別達到 169.82、 $3.99E6 \text{ J/m}^3$  流線流動時間則需可 7.20 秒。

2. 圓形插門：由圖 50 中，我們可觀察流線流動的情形，其狀況與方形插門混合元件相似，在 Z 方向 1.5D 及 2.5D 處，也就是混合元件前後交界處都有迴流的現象，在靠近梯板及插門處，流線也都會產生轉折，速度也跟著變化。由圖 51 可知，在約 2.2 秒時，界面面積比與能量消耗量皆出現轉折，曲線斜率增加的情形，到了約 5.1 秒時，上升的趨勢又趨於緩和。最終，界面面積比、能量消耗量上升至 200.38、 $4.52E6 \text{ J/m}^3$ ，流動時間使用了 7.14 秒。
3. 菱形插門：由流線在溝道內的流動情形，如圖 52，在混合元件前後交界處，出現迴流現象，大致與前兩者情形相似。由圖 53 可知，界面面積比和能量消耗量在約 2.2 秒處明顯增加許多，到約 5.6 秒處趨於緩和。流線流經全程，界面面積比上升至 221.96，能量消耗量上升至  $4.89E6 \text{ J/m}^3$ ，流動時間使用了 7.20 秒。

由上述情形，來比較這三種不同構形的插門優劣好壞，以其流線流動情形來看，三者情況大同小異，所耗的時間也差異不多。由界面面積比的結果看來，菱形插門最佳，圓形插門次之，方形插門最差。這是由於其個別的構形，所產生出的差異，可利用圖 54、圖 55、圖 56 來討論，不同的插門形狀，在流場中會產生不同大小的死角或停滯區，雖然無法正確地界定停滯區的範圍，但由於停滯區通常在速度慢的區域出現，因此我們以速度最慢的區域大小來做判別，觀察的切面則以插門中心為準，切成橫剖面及縱剖面，由上述圖形中可知，方形插門速度最慢的區域最大，圓形插門的則次之，菱形插門的最好，符合界面面積比的比較結果。而由理論得知，能量消耗量與界面面積比成正比關係，因此菱形插門所消耗的能量也是三者之中最多者。在插門構形最佳化設計上，以混合效率為最優先考量，因此吾人挑選界

面面積比最大的菱形插門，作為後續模擬的對象。

### 5.3 安裝不同橫截面插門數量之混合元件的流動分析比較

本節討論橫截面安裝不同數量的插門對流體在溝道內流動的影響，在數量的選擇上，有三支、九支及十二支，模型幾何示意圖，如圖 36、37、38，再加上 5.2 節橫截面安裝六支菱形插門的部分，共有四種形式來探討。

1. 橫截面安裝三支插門：由圖 57 來看，流線在流經混合元件時，受到的擾動情形較上述比較插門構形的流線減弱了許多，也因插門較少，流動阻礙降低，流線很快就通過了混合元件，流線路徑明顯短了許多，由此我們便可確定其混合效率較差。將界面面積比和能量消耗量分別對時間來作圖，如圖 58，時間經過 2.3 秒後，線型開始上升，但對照圖 53，由於橫截面插門安裝的數量少了一半，因此線型上升的趨勢、斜率也較為平緩。在本例中，界面面積比最後達到 161.15，能量消耗量達到了  $3.83E6 \text{ J/m}^3$ ，流線所耗時間 6.72 秒。
2. 橫截面安裝六支插門：此部分已於 5.2 節中討論，因此本節不再贅述。
3. 橫截面安裝九支插門：於本例中，將橫截面六個插門增加為九個插門觀察其流動情形，在圖 59 中發現流線受到擾動的情形增加了許多，流線在經過插門間的空間時，受到插門的影響，混合元件區的流場速度相當頻繁地改變，受到此一影響混合效率也有效的提升，由圖 60 可看到界面面積比在約 2.1 秒後，增加的趨勢變快。但因為插門彼此之間的空隙變小，當流體通過時遇到插門阻擋機會也變高，需要較大之驅動力



迫使其繼續前進，所以此時能量消耗的速度也提高了。最後，界面面積比和能量消耗量分別達到了 279.60、 $6.29E6 \text{ J/m}^3$ ，流動時間花費了 8.22 秒。

4. 橫截面安裝十二支插門：觀察圖 61 的流線發展，由於所安裝的插門最多，流線受插門的影響，擾動的情況也最多。由界面面積比、能量消耗量分別對流動時間圖，如圖 62，可得其界面面積比與能量消耗量皆為本節所討論三者之最高，分別達到 340.13、 $8.10E6 \text{ J/m}^3$ ，也因為流體受到的阻礙最大，流線自起始點到終點耗費了 9.41 秒的時間。

由上述三者的比較，我們可以得知增置的插門越多，其混合的效果越好，因為增置插門可提高流體被切割的機會，也由於流體流動的空間減少，流體會以被擠壓的方式通過插門之間的空隙，然後進入到較寬廣的區域進行伸展，流體經過這樣的動作，其界面面積比會大幅地增加，所以橫截面安裝十二支插門的溝道，擁有最大的界面面積比，然而也因為這個原因，其能量消耗量也是最大，流線流動時間也最長。在橫截面安裝數量最佳化設計上，由圖 63 來看，隨著插門的增加，界面面積比與能量消耗量也隨之增加，以未安裝混合元件的溝道設置為基準，來比較界面面積比與能量消耗量的增加比例，以決定最佳設計點，橫截面安裝三支插門者，界面面積比增加了 50.65、能量多消耗了  $1.84E6 \text{ J/m}^3$ ，橫截面安裝九支插門者，界面面積比增加了 169.10、能量多消耗了  $4.30E6 \text{ J/m}^3$ ，橫截面安裝十二支插門者，界面面積比增加了 229.63、能量多消耗了  $6.11E6 \text{ J/m}^3$ 。由以上分析，吾人選擇橫截面安裝九支插門者為最佳設計點。

#### 5.4 安裝不同插門軸向間距之混合元件的流動分析比較

在本節以不同的插門軸向間距來討論對流體在溝道內流動的影

響，選擇的間距有  $1/3 D$ (2.1cm)、 $1/6 D$ (1.05cm) 圓形與  $1/8 D$ (0.7875cm)，模型幾何示意圖，如圖 39、40、41，連同 5.2 節菱形插門（軸向間距  $1/6 D$ ）的部分，共有四種不同的間距。

1. 軸向間距  $1/3 D$ ：觀察其流線流動情形，如圖 64，與 5.2 節安裝菱形插門的流線圖比較，流動情形相仿，差異不大。由圖 65 來看，界面面積比最終達到 223.53 而能量消耗量則達到  $4.93E6 J/m^3$ ，流動時間需要耗用 7.26 秒。
2. 軸向間距  $1/4 D$ ：此部分已於 5.2 節中討論，因此本節不再贅述。
3. 軸向間距  $1/6 D$ ：在此例中縮短插門彼此間距做一探討，由圖 66 可看到流線在流經插門間的路徑短了許多，從開始進入插門區後，僅流經四支插門即通過了插門區，受到擾動的情況不多。在界面面積比與能量消耗量對流動時間作圖來看，如圖 67，兩值最後分別達到了 209.89、 $4.50E6 J/m^3$ ，流動時間則需要 7.05 秒。
4. 軸向間距  $1/8 D$ ：在本例中，從流線圖來看，如圖 68，可明顯看出流線流經插門區時，由於插門軸向間距過短，流線不容易流過，因此一次越過兩支插門，使流線受到插門擾動的情形更是減少了許多，其混合效果也就不好。由圖 69 可得知其最後的界面面積比與能量消耗量分別為 185.71、 $4.30E6 J/m^3$ ，沿流線路徑流動需時 6.96 秒。

由上述三者的比較可以知道，插門的軸向間距，對混合效率有很大的影響，如圖 70，軸向間距由  $1/8 D$  逐漸拉長到  $1/4 D$  對混合效率有著顯著的影響，距離越長，界面面積比越大，但繼續增加到  $1/3 D$  後，其影響就明顯下降了。造成此種現象的原因，應是當插門的軸

向間距太短、太靠近，就如同有一座牆在兩根插門之間，造成流體不容易產生橫向流動，如此流體被切割及產生重新排列的機會，就會減少進而導致分配式混合效率下降。反觀，若是增加兩插門之間的距離，則會增加橫向流動的機會，提高流體受到切割與重新排列的機會。但也不是越長越好，有其最佳的滿足點，因此於本節中，我們選擇  $1/4 D$  為最佳設計點。

## 5.5 安裝不同構形貫孔插門之混合元件的流動分析比較

在此節中，我們針對插門構形作另一種形式的改良，將 5.2 節的三種構形的插門貫孔後，作一分析比較。貫孔的方向，以其軸心線在橫截面上的投影線與插門中心沿螺桿圓周方向的切線呈 37 度，另一角度為貫孔的軸心線在插門中心沿螺桿圓周方向切面上的投影線與圓周方向切線的 17.66 度夾角。三種不同構形貫孔插門的幾何示意圖，如圖 43、44、45。

1. 方形貫孔插門：由其流線圖，如圖 71，與方形插門的流線圖互相比較，大致情形相仿。由圖 72 可得知，界面面積比與能量消耗量分別為 201.66、 $3.50E6 J/m^3$ ，流線流動時間為 7.29 秒。
2. 圓形貫孔插門：由其流線圖，如圖 73，與圓形插門的流線圖互相比較，大致情形相仿。由圖 74 可得知，界面面積比與能量消耗量分別為 229.08、 $3.94E6 J/m^3$ ，流線流動時間為 7.21 秒。
3. 菱形貫孔插門：由其流線圖，如圖 75，與菱形插門的流線圖互相比較，大致情形相仿。由圖 76 可得知，界面面積比與能量消耗量分別為 237.72、 $4.41E6 J/m^3$ ，流線流動時間為 7.23

秒。

由上述結果看來，貫孔後的插門，在界面面積比的比較上，都比未貫孔的插門來的好，而能量消耗量的比較，由於貫孔後，插門對於流體的阻力變小了，所以貫孔後的插門比未貫孔的插門耗用較少的能量。如此看來，在插門上貫孔，除了可以增加混合效率外，還可降低能量的損耗，由圖 77、78、79 來看，貫孔後，插門後方的低速流動區明顯改善了，加上靠近套筒的流體經由貫孔產生的流道導引到靠近螺桿表面的區域，也是有助於混合效率的提升。在圖 80 中，則比較了 5.2 節與本節的所有插門，在此我們以混合效率為最優先考量，選擇以菱形貫孔插門作為最佳設計點。

## 5.6 最佳化設計

綜合上述五節，在插門構形、橫截面數量和軸向間距的比較上，我們挑選了以菱形貫孔插門、橫截面安裝九支插門和插門軸向間距  $1/4 D$  作為最佳化設計的條件，其流線圖，如圖 81，流線流動的情形與橫截面安裝九支插門者相似，流線在插門區受到擾動，速度產生劇烈的變化，而快到達出口處，也可以觀察到流體因背壓的緣故而產生回流的現象。由圖 82 可知，流動時間經過約 2.2 秒，界面面積比與能量消耗量都出現了大幅上升了趨勢，顯示已開始進入到混合元件區了，到了約 6 秒處，趨勢逐漸和緩，最終界面面積比及能量消耗量個別達到了 304.99、 $5.65E6$ ，流線由起點到終點共花費了 8.21 秒。與橫截面安裝九支插門著相比，界面面積比增加了 25.39，而能量消耗量則下降了  $6.44E5 \text{ J/m}^3$ ；與未安裝混合元件著相比，則界面面積比與能量消耗量則分別上升了 194.49、 $3.66E6 \text{ J/m}^3$ 。

## 第六章、結 論

1. 在選取插門混合元件時，在幾何形狀大小上的配置需根據流域做調整，在不同構形插門的選擇上，菱形插門由於不容易在流道內產生停滯區，因此混合效果最佳。
2. 安裝在橫截面的插門數量並不是以多取勝，若單純想以大量而錯雜的插門改變流道內的流動情形時，需考慮到流體粒子的流動空間相對減少，所要負擔的壓力也就較大，則須較大的驅動力迫使其流動達到混合的目的，因此需考慮到增加混合效果所導致的能量損耗。
3. 改變兩根插門的軸向間距，對混合效果會產生很大的影響，在相同數量的插門時，較長的軸向間距會有較佳的分配式混合效果，但隨著間距增長，混合效果並不是呈線性增加，而是有一個最適當的間距。
4. 在插門上貫孔，可將流道上層的流體導引至流道下層，增加混合的效果，而且會降低插門對流體的阻力，減少能量的損耗，是一種相當好的混合元件設計方法。但是其缺點是製造不易並有清理上的困難。
5. 比較橫截面配置數量、兩插門的軸向間距和貫穿孔洞的設計，單就界面面積比而言 以橫截面配置的數量影響最大，也是增加界面面積比最直接、有效的方法，但其缺點為消耗能量較多，若不考慮能量消耗的多寡與顧及熔融高分子在流道中流動的順暢性，增加橫截面插門數量的配置是提高混合效率最簡單的作法。

表 1、比較各種不同分配式混何元件之特性優劣

Mixer	Pressure drop	Dead spots	Barrel wiped	Operator friendly	Disp. mixing	Shear strain	Mixer cost	Splitting reorienting
Pins	High	Yes	Partial	Good	No	Low	Low	Fair
Dulmage	Low	No	Partial	Good	No	High	Fair	Good
Saxton	Low	No	Yes	Good	No	High	Fair	Good
CRD	Low	No	Yes	Good	Yes	High	Fair	Good
CTM	High	Yes	No	Bad	Some	High	High	Good
TMR	High	Yes	Yes	Fair	Some	High	Medium	Good
Axon	Low	No	Yes	Good	No	High	Low	Low
Double wave	Low	No	Yes	Good	Some	High	High	Low
Pulsar	Low	No	Yes	Good	No	Fair	Fair	Low
Stratablend	Low	Yes	Yes	Good	No	Fair	Fair	Low

Ref. : C. Rauwendaal, " Polymer Extrusion " , Hanser, New York, (1990)



表 2、高斯積分之權重值及取樣點

$$\int_{-1}^1 I(\xi) d\xi \cong \sum_{l=1}^n w_{nl}(\xi_{nl})$$

Number of Gauss points, n	Accuracy of quadrature	Gauss points, $\xi_{nl}$	Weights, $w_{nl}$
1	$O(h^2)$	$\xi_{11} = 0$	$w_{11}=2$
2	$O(h^4)$	$\xi_{21} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ $=-0.57735$ $\xi_{22} = -\xi_{21}$	$w_{21}=1$ $w_{22}=w_{21}$
3	$O(h^6)$	$\xi_{31} = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ $=-0.77460$ $\xi_{32} = 0$ $\xi_{33} = -\xi_{31}$	$w_{31}=5/9$ $=0.55555$ $w_{32}=8/9$ $=0.88888$ $w_{33}=w_{31}$
4	$O(h^8)$	$\xi_{41} = -\frac{\sqrt{15+2\sqrt{30}}}{\sqrt{35}}$ $=-0.86113$ $\xi_{42} = -\frac{\sqrt{15-2\sqrt{30}}}{\sqrt{35}}$ $=-0.33998$ $\xi_{43} = -\xi_{42}$ $\xi_{44} = -\xi_{41}$	$w_{41} = \frac{49}{6(18+\sqrt{30})}$ $=0.34785$ $w_{42} = \frac{49}{6(18-\sqrt{30})}$ $=0.65214$ $w_{43}=w_{42}$ $w_{44}=w_{41}$
5	$O(h^{10})$	$\xi_{51} = -\frac{\sqrt{35+2\sqrt{70}}}{\sqrt{63}}$ $=-0.90617$ $\xi_{52} = -\frac{\sqrt{35-2\sqrt{70}}}{\sqrt{63}}$ $=-0.53846$ $\xi_{53} = 0$ $\xi_{54} = -\xi_{52}$ $\xi_{55} = -\xi_{51}$	$w_{51} = \frac{5103}{50(322+13\sqrt{70})}$ $=0.23692$ $w_{52} = \frac{5103}{50(322-13\sqrt{70})}$ $=0.47862$ $w_{53}=128/225$ $=0.56888$ $w_{54}=w_{52}$ $w_{55}=w_{51}$

Ref.: David S. Burnett, "Finite Element Analysis: Form Concepts to Applications", Addison-Wesley, Reading Mass., (1987).



表 3、Free mesh 與 Mapped mesh 之比較

Free mesh	Mapped mesh
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 面積的網格使用三邊形元素或三邊形與四邊形元素聯用。</li> <li>2. 體積的網格只能使用四面體元素。</li> <li>3. 可快速的產生有限元素模型，可處理複雜的實體模型。</li> <li>4. 元素及節點的數量都會很多。</li> <li>5. 體積的網格，只能使用 higher-order (10 個節點) 的元素，因此自由度的總數會變大，計算時間會拉長。</li> <li>6. 可使用一局部網格加密的工具，如 Refine。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 面積的網格使用四邊形元素。</li> <li>2. 體積的網格使用的是六面體元素。</li> <li>3. 需要的元素與節點較少。</li> <li>4. 允許使用 lower-order 的元素，所以自由度的總數較少。</li> <li>5. 實體的形狀必須符合某些限制，且分割的設定也有限定。</li> <li>6. 當時體模型較複雜時，需分割模型，有時會很難處理。</li> <li>7. 無法使用 Refine 的功能於體積的網格。</li> </ol>

參考文獻：康淵、陳信吉，“ANSYS 入門”，台北全華，民國 91 年

表 4、Mapped mesh 之限制條件

面積	體積
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 必須是由 3 或 4 條線段所組成的面積。</li> <li>2. 三邊形的分割必須是偶數。</li> <li>3. 四邊形，除了一些特殊的分割方式外，基本上對邊的元素分割數量必須相同。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 必須是由 4,5,6 個面積所組成的體積，組成體積的面積也必須可做 Mapped mesh。</li> <li>2. 四面體的分割必須是偶數。</li> <li>3. 六面體除了一些特殊的分割方式外，對邊的分割必須相同。</li> </ol>

參考文獻：康淵、陳信吉，“ANSYS 入門”，台北全華，民國 91 年

表 5、各 Solver 之比較

Solver	適用範圍	模型大小(DOFs)	記憶體需求	硬碟需求
Frontal	非線性分析需要較高的穩定性，準確性或是因記憶體不足	<50k	低	高
Sparse	非線性分析時與 Frontal 有相同的穩定性及準確性，但是解題的速度快很多，如果用 Iterative Solver 求解很難收斂時，可以考慮使用 Sparse Solver，尤其是因為網格做的太差的時候。	10k-500k	中等	高
PCG	需要快速的解決問題，尤其是當模型很大且大都是實體元素時 (solid element)時。	50k-1000k	高	低
ICCG	需要快速的解決問題，較適用於多重物理現象的問題，或當其他的 Iterative Solver 都不能收斂時。	50k-100k	高	低
JCG	需要快速的解決問題，適用單一種物理現象的問題。	50k-1000k	中等	低

參考文獻：康淵、陳信吉，“ANSYS 入門”，台北全華，民國 91 年

表 6、ANSYS<sup>®</sup> 單位一覽表

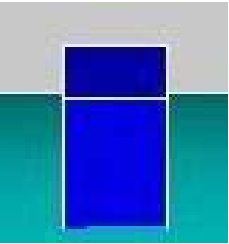
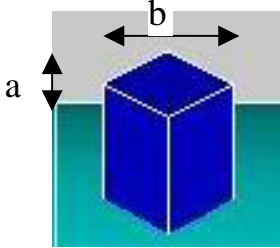

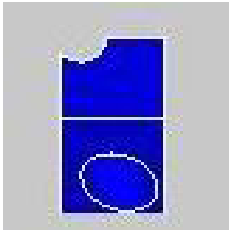

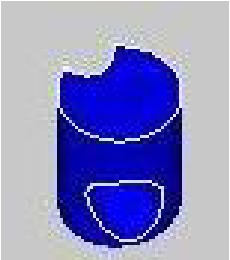
ANSYS 之表示	MKS	CGS	BFT	BIN
度量制 物理量	M-K-S (SI)	C-G-S	English (feet)	English (inches)
Mass	kg	g	slug	lb
Length	m	cm	ft	in
Velocity	m/s	cm/s	ft/s	in/s
Pressure	Pa	$\text{g/cm-s}^2$	$\text{lb}_f/\text{ft}^2$	psi
Density	$\text{kg/m}^3$	$\text{g/cm}^3$	$\text{slug/ft}^3$	$\text{lb}_f\text{-s}^2/\text{in}^4$
Viscosity	$\text{kg/m-s}$	$\text{g/cm-s}$	$\text{slug/ft-s}$	$\text{lb}_f\text{-s/in}^2$
Conductivity	$\text{W/m-K}$	$\text{W/cm-K}$	$\text{Btu/ft-s-}^\circ\text{R}$	$\text{Btu/in-s-}^\circ\text{R}$
Specific heat	$\text{J/kg-K}$	$\text{J/g-K}$	$\text{Btu/slug-}^\circ\text{R}$	$\text{Btu-in/lb}_f\text{-s}^2\text{-}^\circ\text{R}$
Heat flux	$\text{W/m}^2$	$\text{W/cm}^2$	$\text{Btu/s-ft}^2$	$\text{Btu/s-in}^2$
Heat source	$\text{W/m}^3$	$\text{W/cm}^3$	$\text{Btu/s-ft}^3$	$\text{Btu/s-in}^3$
Film coefficient	$\text{W/m}^2\text{-K}$	$\text{W/cm}^2\text{-K}$	$\text{Btu/ft}^2\text{-s-}^\circ\text{R}$	$\text{Btu/in}^2\text{-s-}^\circ\text{R}$

表 7、分配式混合元件變化

比較項目 \ 比較組合		一	二	三
		不同構型 插門之比較	種類形狀	方形
排列方式	6 3		6 3	6 3
軸向間距	1/4 D		1/4 D	1/4 D
不同橫截面 插門數量之 比較	種類形狀	菱形	菱形	菱形
	排列方式	3 3	9 3	1 2 3
	軸向間距	1/4 D	1/4 D	1/4 D
不同插門 軸向間距 之比較	種類形狀	菱形	菱形	菱形
	排列方式	6 3	6 3	6 3
	軸向間距	1/3 D	1/6 D	1/8 D
不同構型 貫孔插門 之比較	種類形狀	方形貫孔	圓形貫孔	菱形貫孔
	排列方式	6 3	6 3	6 3
	軸向間距	1/4 D	1/4 D	1/4 D

註：6 3 表示橫截面有六個插門，共有三排；D=6.3cm

表 8、插門尺寸大小

方形		菱形		圓形	
					
邊長: 0.3545 cm	高度: 0.45 cm	a: 0.5 cm b: 0.5 cm	高度: 0.45 cm	直徑: 0.4 cm;	高度: 0.45 cm
方形貫孔		菱形貫孔		圓形貫孔	
					
貫孔孔徑: 0.24 cm $\alpha_1 = 37^\circ$ , $\alpha_2 = 72.34^\circ$ ; 餘同方形		貫孔孔徑: 0.24 cm $\alpha_1 = 37^\circ$ , $\alpha_2 = 72.34^\circ$ ; 餘同菱形		貫孔孔徑: 0.24 cm $\alpha_1 = 37^\circ$ , $\alpha_2 = 72.34^\circ$ ; 餘同圓形	

註： $\alpha_1$ ：貫孔軸心投影線與徑向切線之夾角， $\alpha_2$ ：貫孔軸心投影線與軸向切線之夾角

表 9、螺桿幾何參數及操作條件

套筒內徑 , $D_S$ ( cm )	6.3
螺距 , $L_S$ ( cm )	6.3
溝深 , $H$ ( cm )	0.45
溝寬 , $W$ ( cm )	5.67
螺旋角 , $\beta$ ( ° )	17.66
套筒溫度 $T_b$ , ( )	200
混合元件長度 $l$ , ( cm )	6.3
下溝道長度 $z$ , ( cm )	61.8
螺桿轉速 , ( rpm )	80

表 10、LDPE 高分子融熔態之物理性質及流變參數表

(A) 物理性質	
固體顆粒密度, $\rho_s$ (Kg/m <sup>3</sup> )	915
熔體密度, $\rho_m$ (Kg/m <sup>3</sup> )	770
固體顆粒之熱傳係數, $K_s$ (W/m-K)	0.335
熔體之熱傳係數, $K_m$ (W/m-K)	0.182
固體顆粒之比熱, $C_s$ (J/Kg-K)	2272
熔點, $T_m$ ( )	110
密度壓縮係數, $c$ (1/psi)	0.0015
(B) 流變參數	
$K_0 \times 10^{-8}$ (Pa · s <sup>n</sup> )	1.96
$a \times 10^2$ (1/K)	2.33
$\dot{\gamma}_0$ (1/s)	1.00
$n$ (dimensionless)	0.5

truncated power law model 表示如下：

$$\eta = \begin{cases} \eta_0 e^{-a(T-T_0)} \left( \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right)^{n-1} & (\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_0) \\ \eta_0 e^{-a(T-T_0)} & (\dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_0) \end{cases}$$

$$\eta_0 = m_0 \dot{\gamma}_0^{n-1}$$

Ref : C. D. Han, K. Y. Lee and N. C. Wheeler, Polym. Eng. Sci., Vol. 31, No. 11, p. 836 (1991).



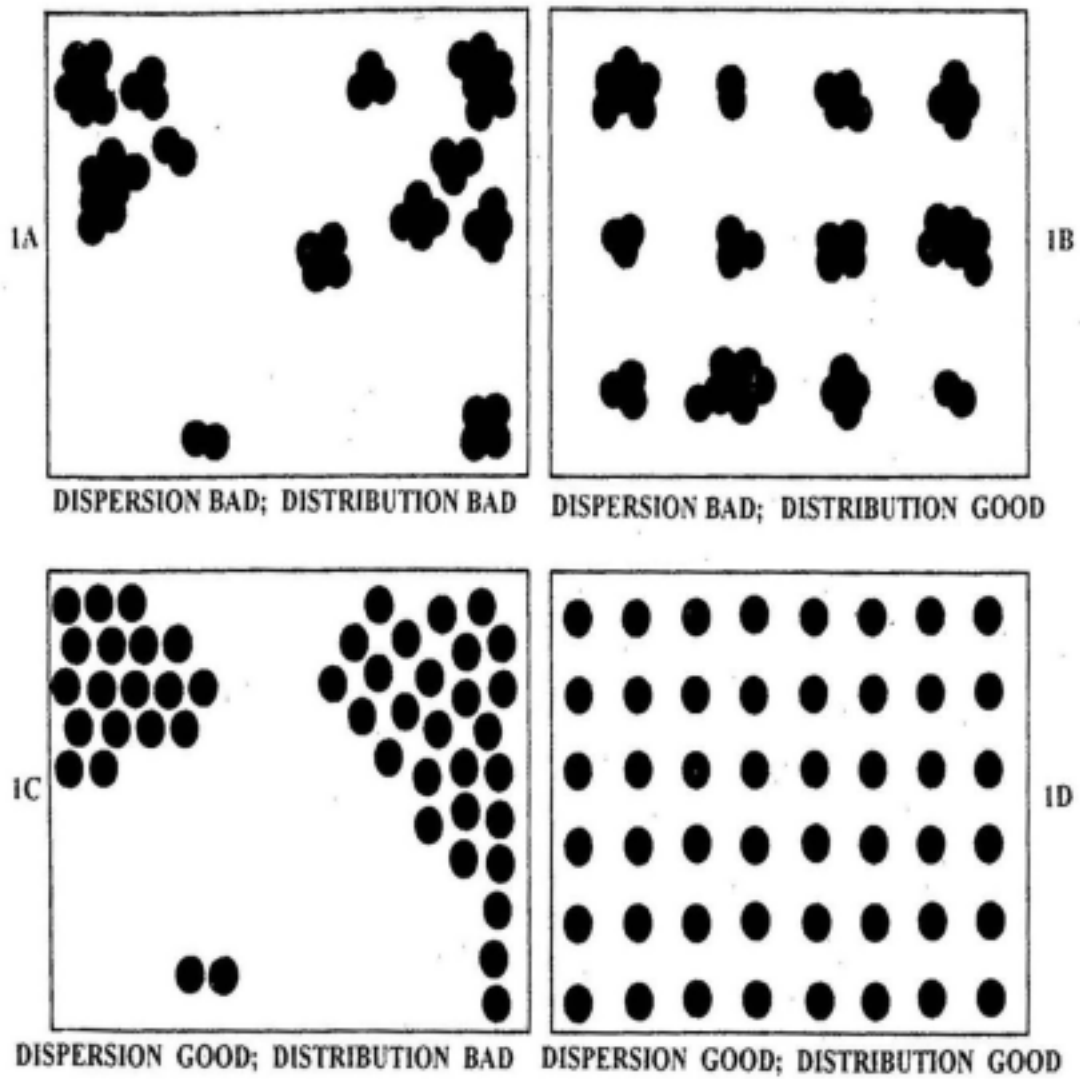


圖 1、分散式混合與分配式混合的效果

Ref. : Martin Gale, Adv. Polym. Technol., Vol. 16, No. 4, p. 251(1997).



圖 2、 pin mixing section

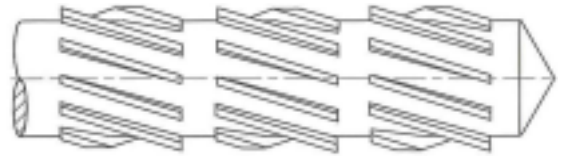


圖 3、 Dulmage mixing section

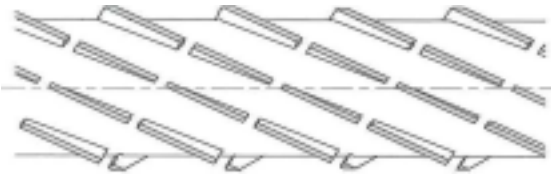


圖 4、 Saxton mixing section

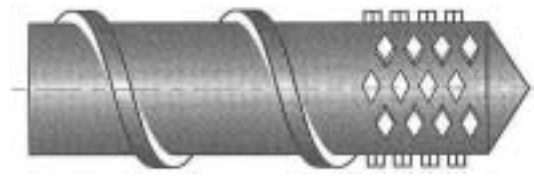


圖 5、 pineapple mixing section

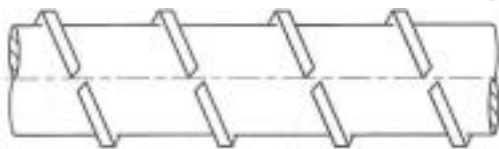


圖 6、 slotted extruder screw

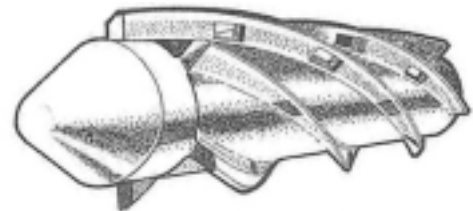


圖 7、 Turbo screw

Ref. : C. Rauwendaal , “ Polymer Extrusion ” , Ch. 8, Hanser , New York,

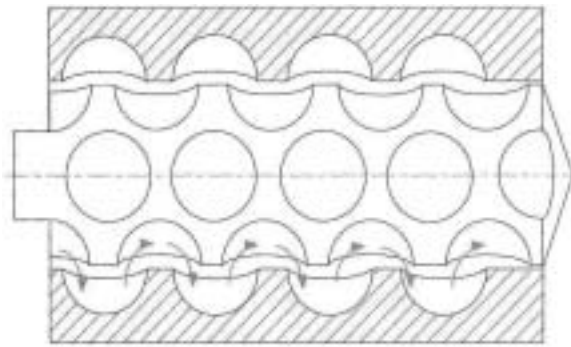


圖 8、Cavity Transfer Mixer

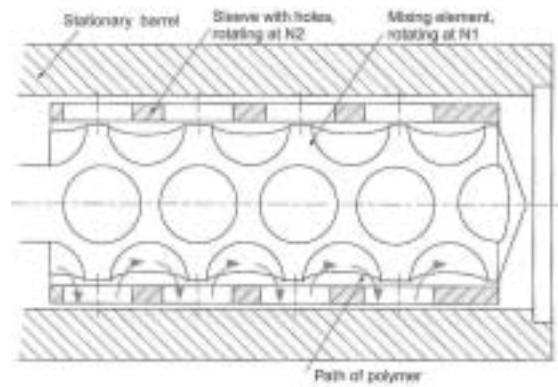


圖 9、Twente Mixing Ring



圖 10、TMR non-return valve for injection molding



圖 11、CRD non-return valve for injection molding

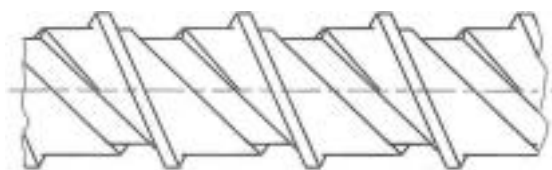


圖 12、Pulsar mixing section



圖 13、Strata blend mixer

Ref. : C. Rauwendaal , “ Polymer Extrusion ” , Ch. 8, Hanser , New York,

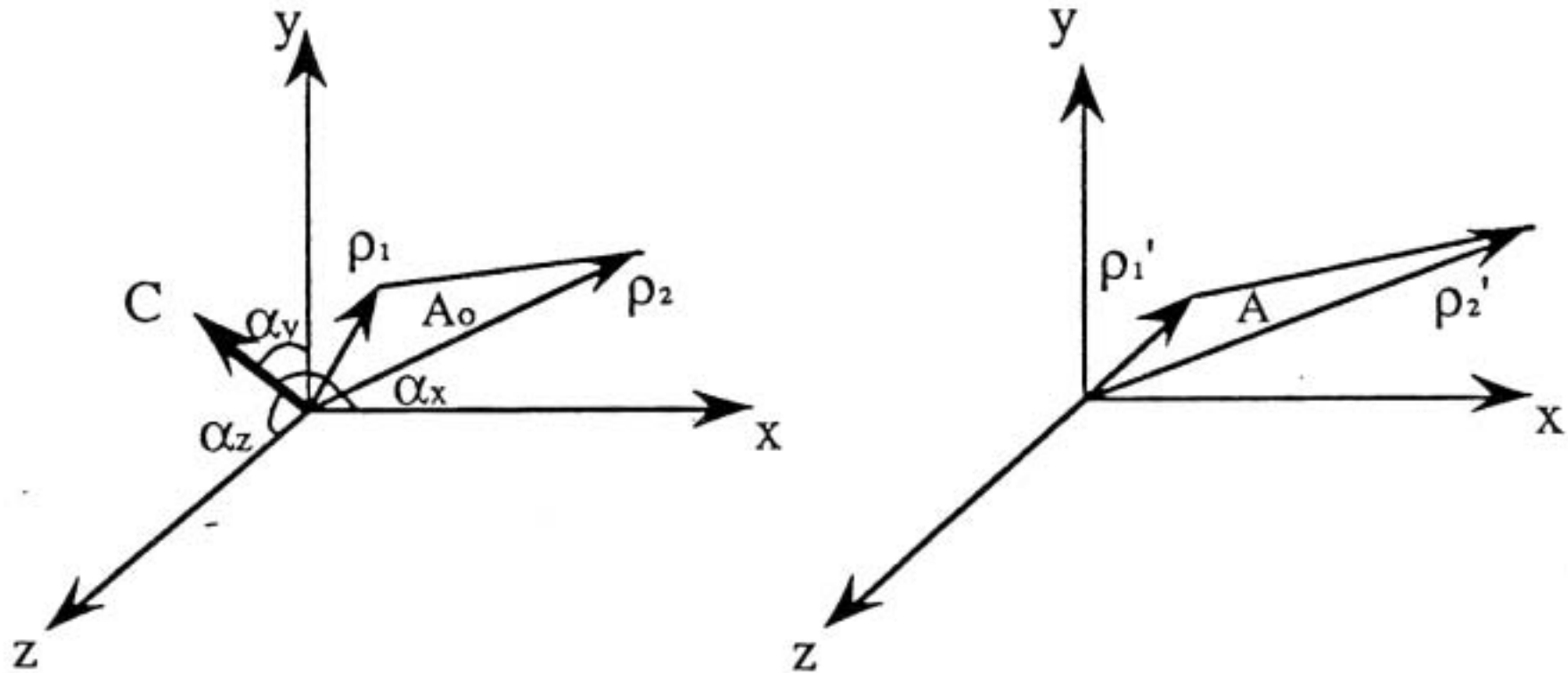


圖 14、在簡單剪切流域中介於位置向量  $\rho_1$  及位置向量  $\rho_2$  的流體表面元素，其中(A)為時間 t 及(B) 經一段時間  $t'$  後之變化

Ref : Z. Tadmor and G. Gogos, " Principles of Polymer Processing " , John Wiley & Sons, New York, ( 1979 ) .

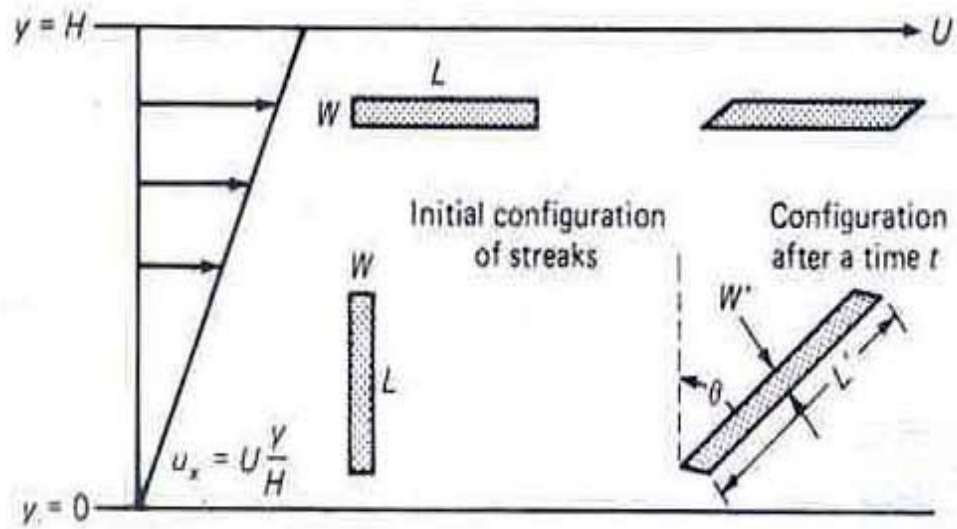


圖 15、在簡單剪切流中兩流體元素之混鍊情形

Ref. : Stanley Middleman, "Fundamentals of Polymer Processing", McGraw-Hill, New York, (1977).

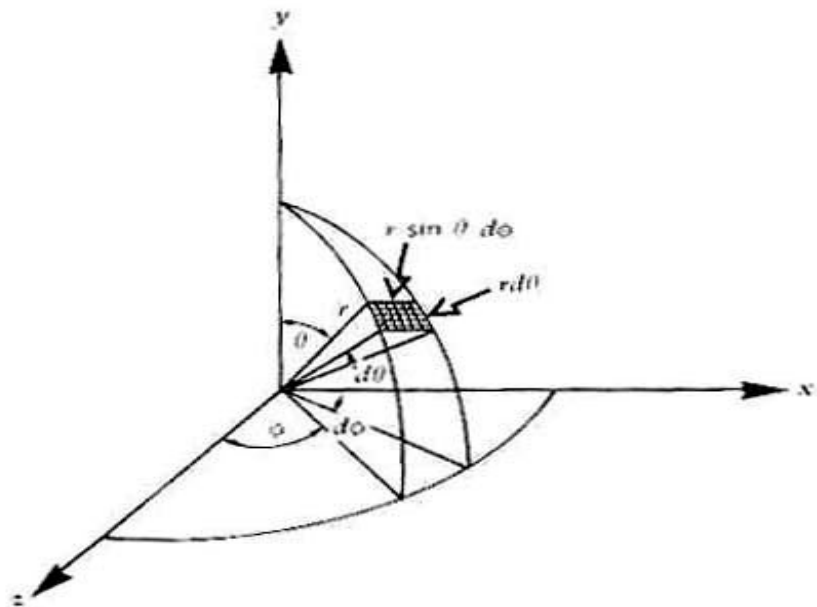


圖 16、單位面積的球座標

Ref. : Z. Tadmor and G. Gogos, "Principle of Polymer Processing", John Wiley & Sons, New York, (1979).

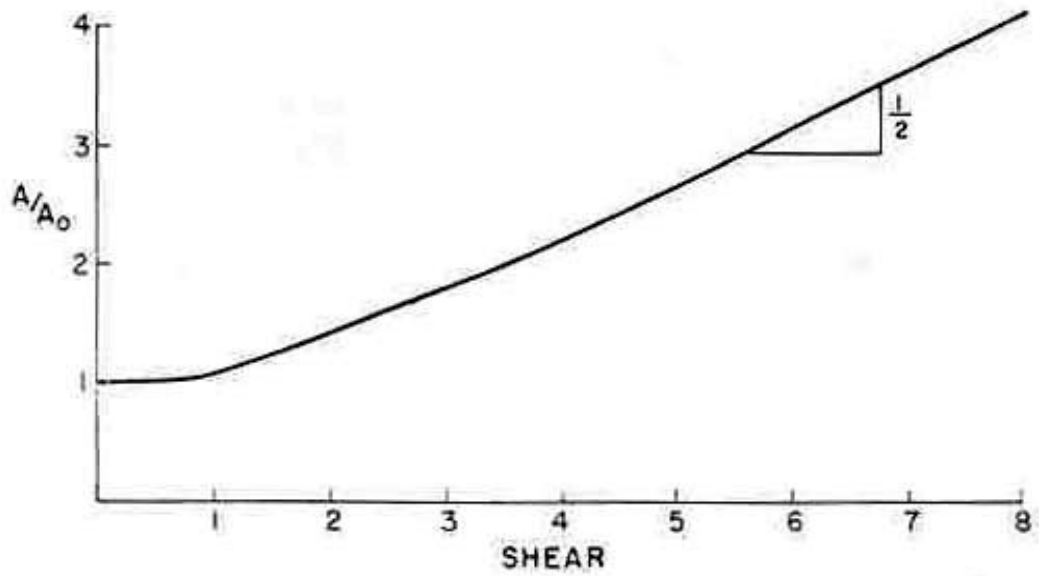


圖 17、在隨機起始方位下界面面積與剪應變的函數圖

Ref. : L. Erwin, Polym. Eng. Sci., Vol. 18, No. 7, p. 572 (1978) .

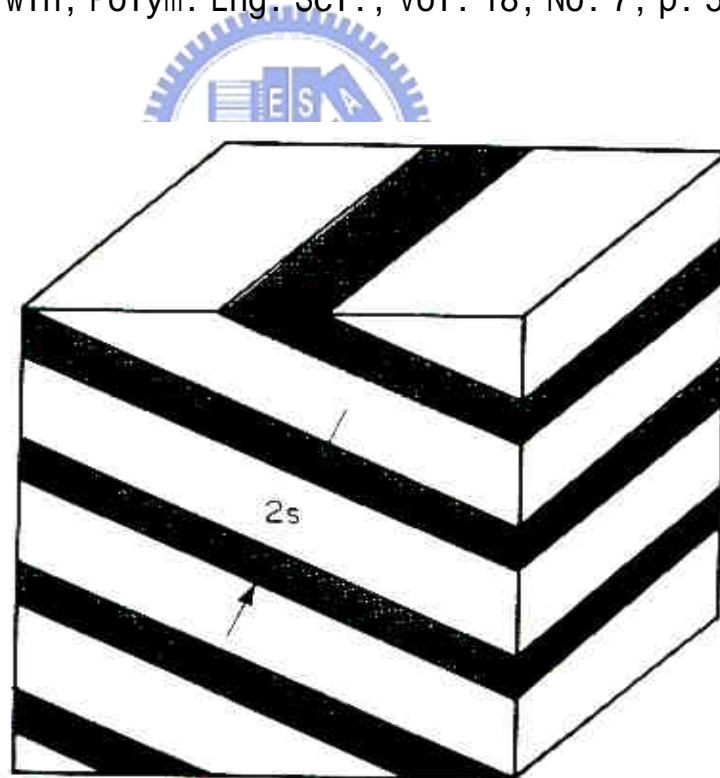


圖 18、在片層混合物中條痕厚度  $s$  示意圖

Ref : C. Rauwendaal, "Mixing in Polymer Processing", Marcel Dekker, New York, (1991) .

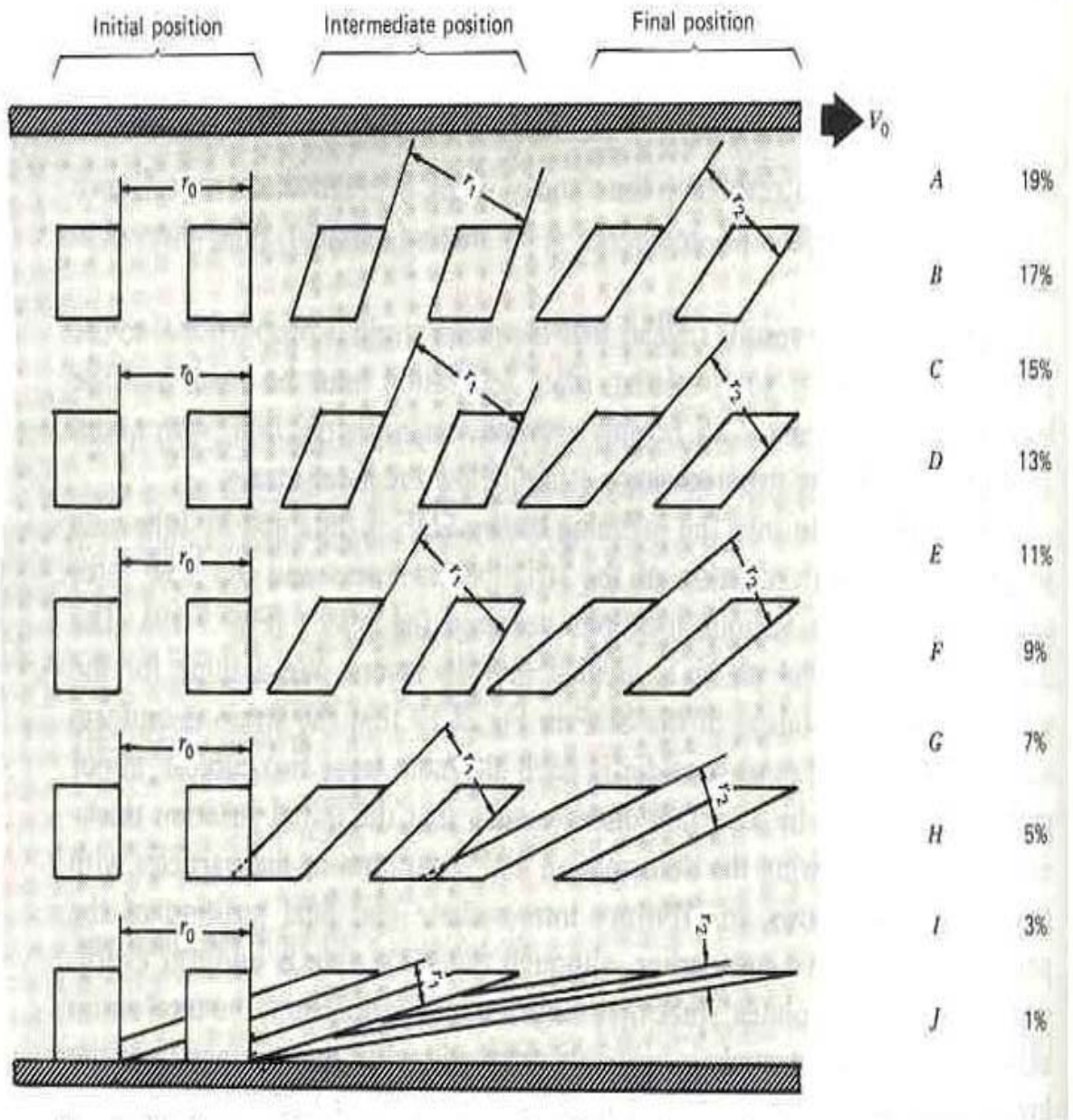


圖 19、在拖曳流下不同位置的條痕厚度

Ref. : Z. Tadmor and G. Gogos, "Principle of Polymer Processing", John Wiley & Sons, New York, (1979).

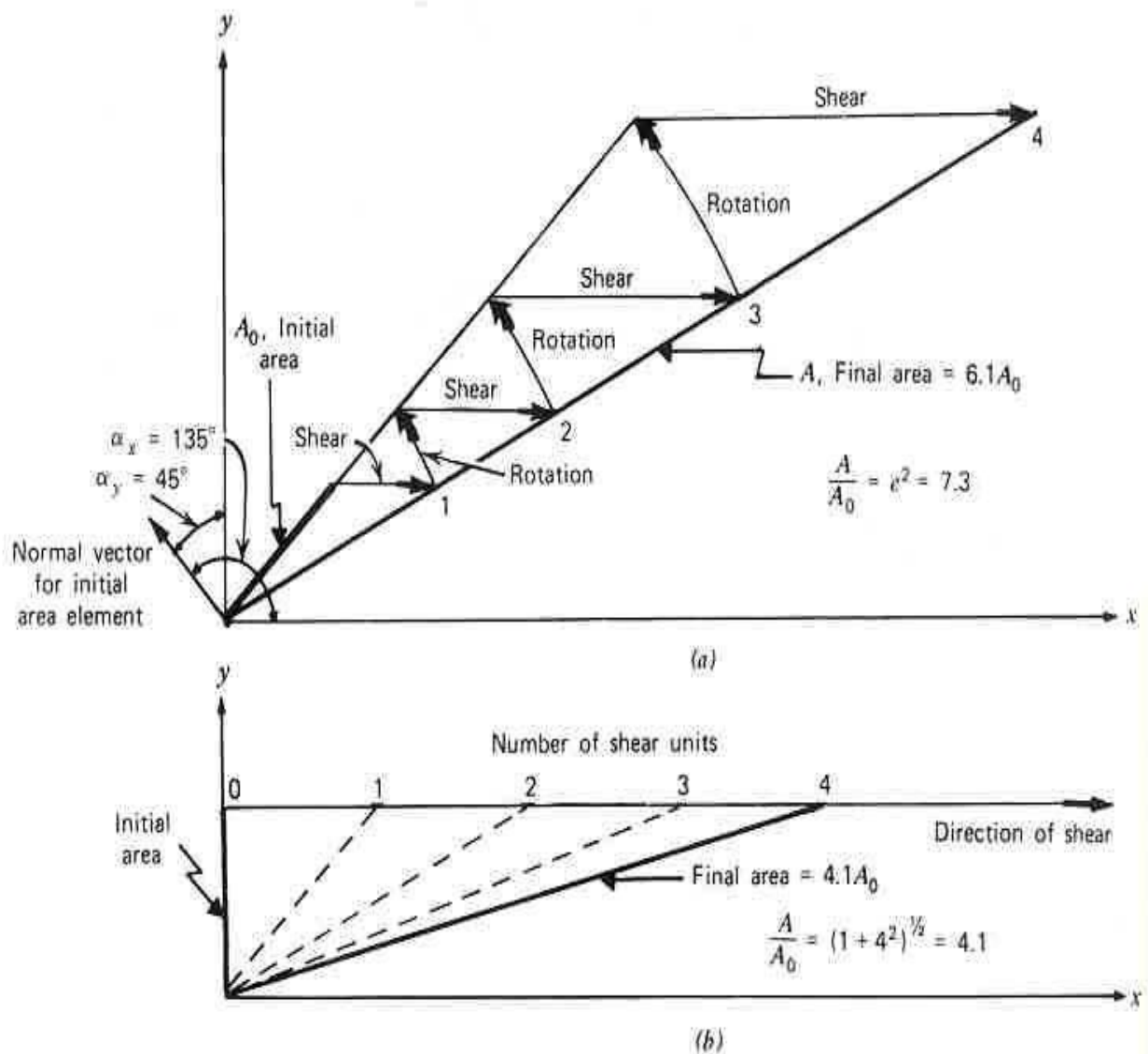


圖 20、在簡單剪切流下界面面積的增加變化圖

- (a) 起始位向跟剪切方向呈  $45^\circ$ ，經過每單位剪面積後再旋轉  $45^\circ$ ；  
 (b) 擁有最佳的起始位向在無旋轉下

Ref. : Z. Tadmor and G. Gogos, "Principle of Polymer Processing", John Wiley & Sons, New York, (1979).



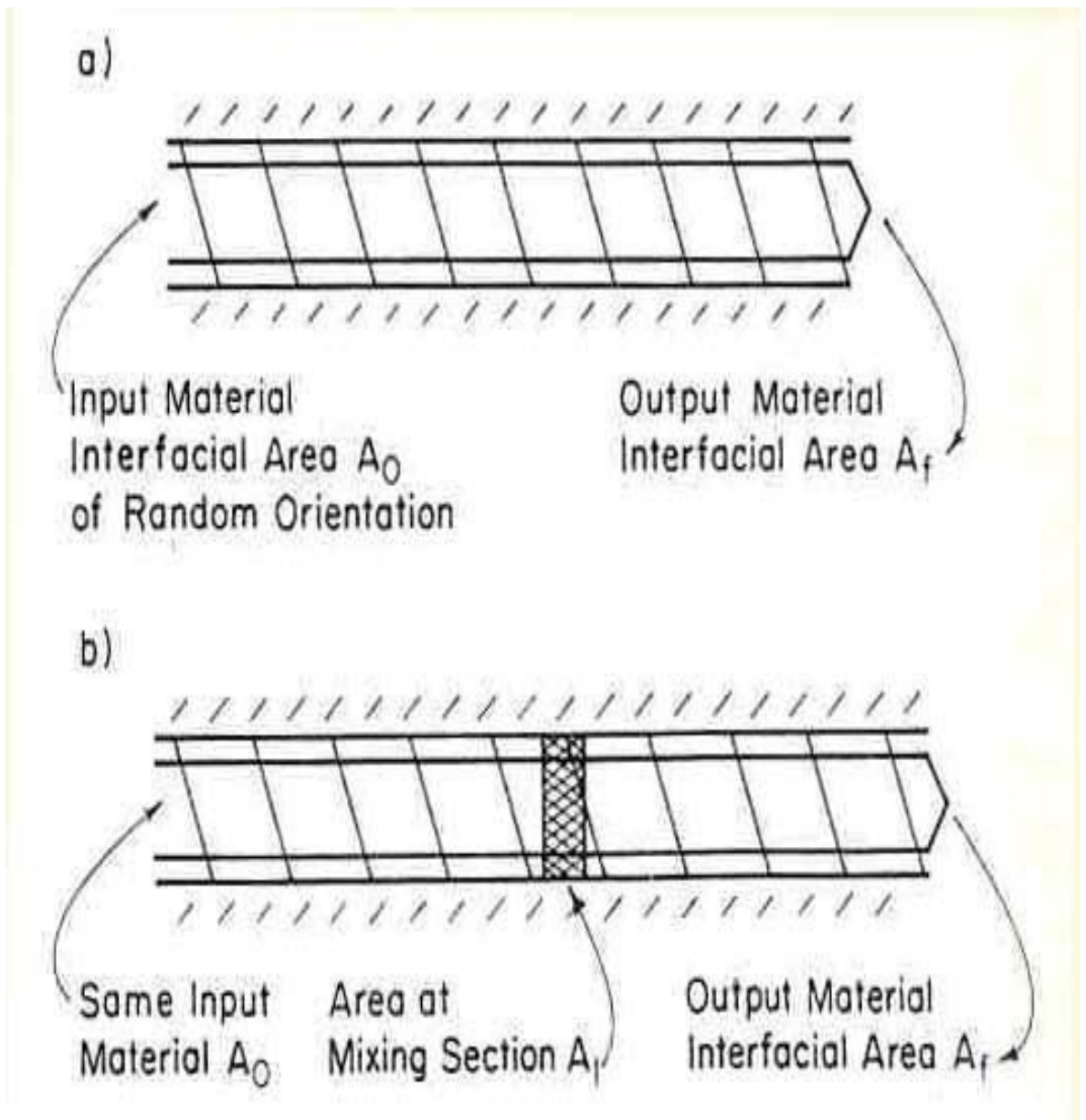


圖 21、押出機模型

(a)沒有混合區段；(b)有一混合區段

Ref. : L. Erwin, Polym. Eng. Sci., Vol. 18, No. 7, p. 572 (1978) .

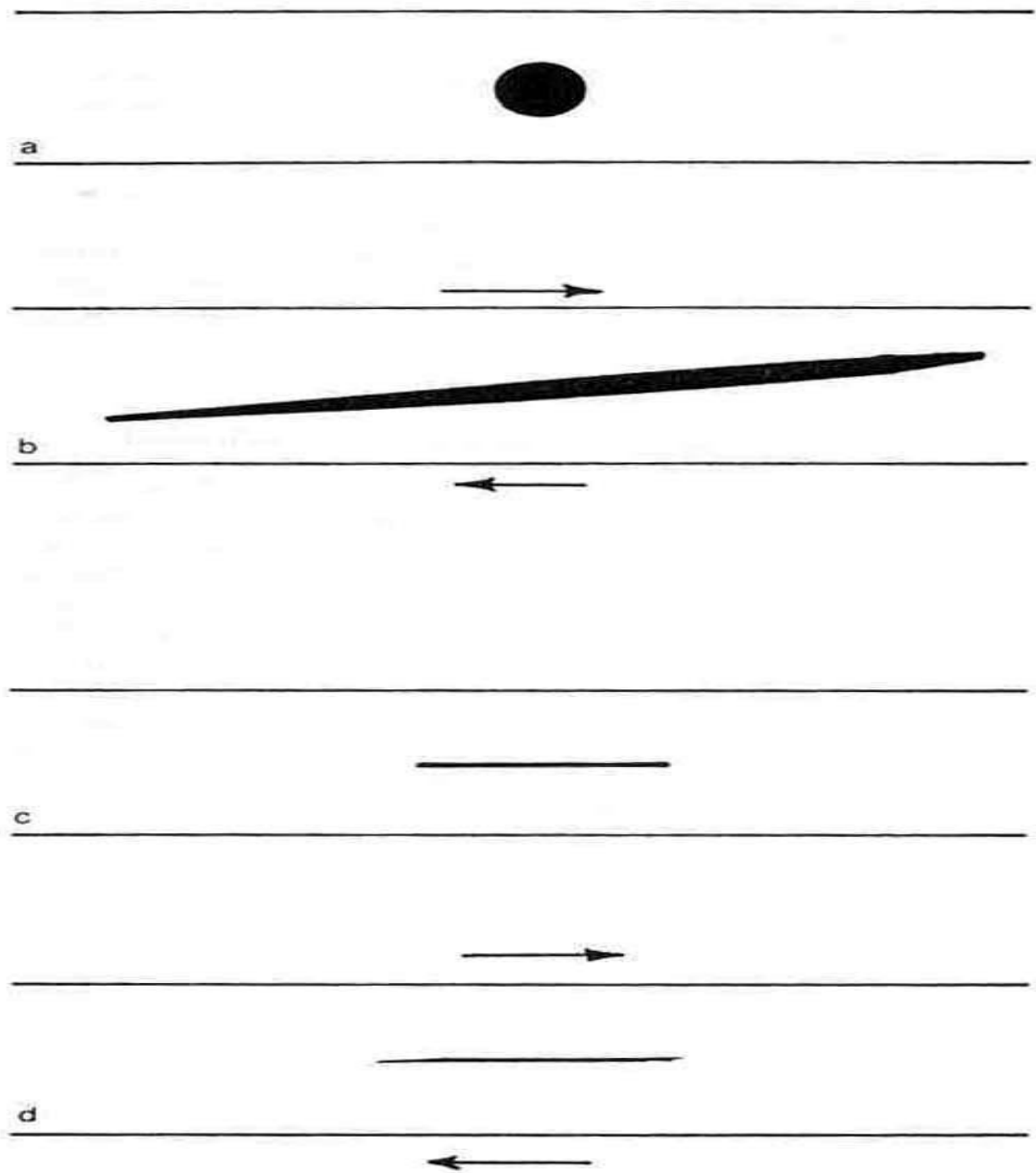
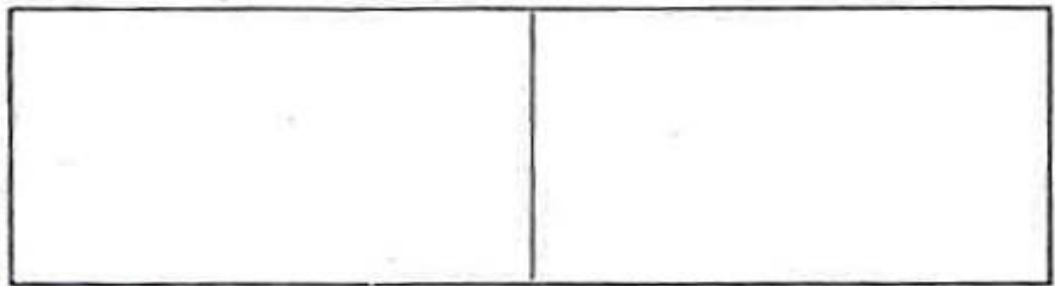


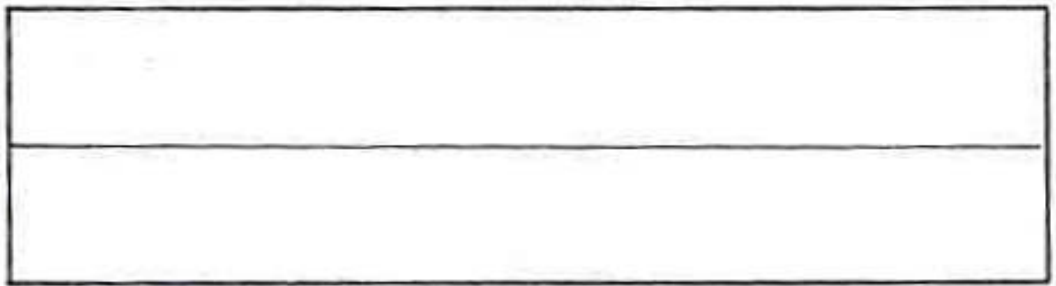
圖 22、laminar mixing 下的效果

(a) 起始流體元素擁有均勻的界面面積分佈；(b) 與(a)同樣的流體元素經過剪切後；(c) 同(a)擁有相同界面面積的量；  
(d) 與(c)同樣的流體元素經過剪切後

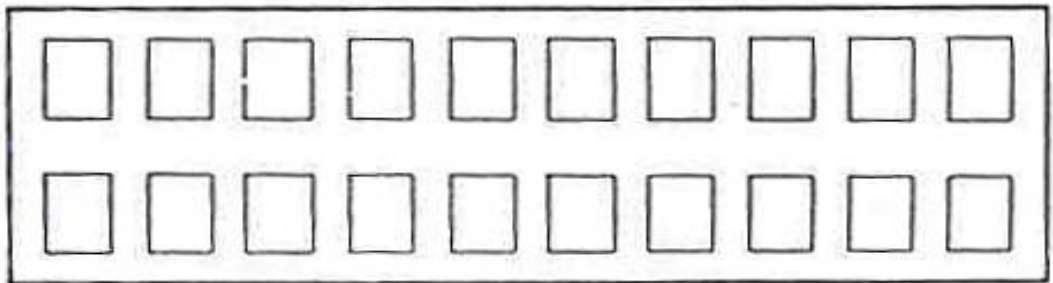
Ref. : L. Erwin, Polym. Eng. Sci., Vol. 18, No. 7, p. 572 (1978) .



(a)



(b)



(c)

圖 23、不同的起始方位在混鍊過程中示意圖  
(a)呈垂直排列；(b)呈平行排列；(c)呈任意排列

Ref : L. Erwin and F. Mokhtarian, Polym. Eng. Sci., Vol. 23, No. 2, p. 49 (1983) .

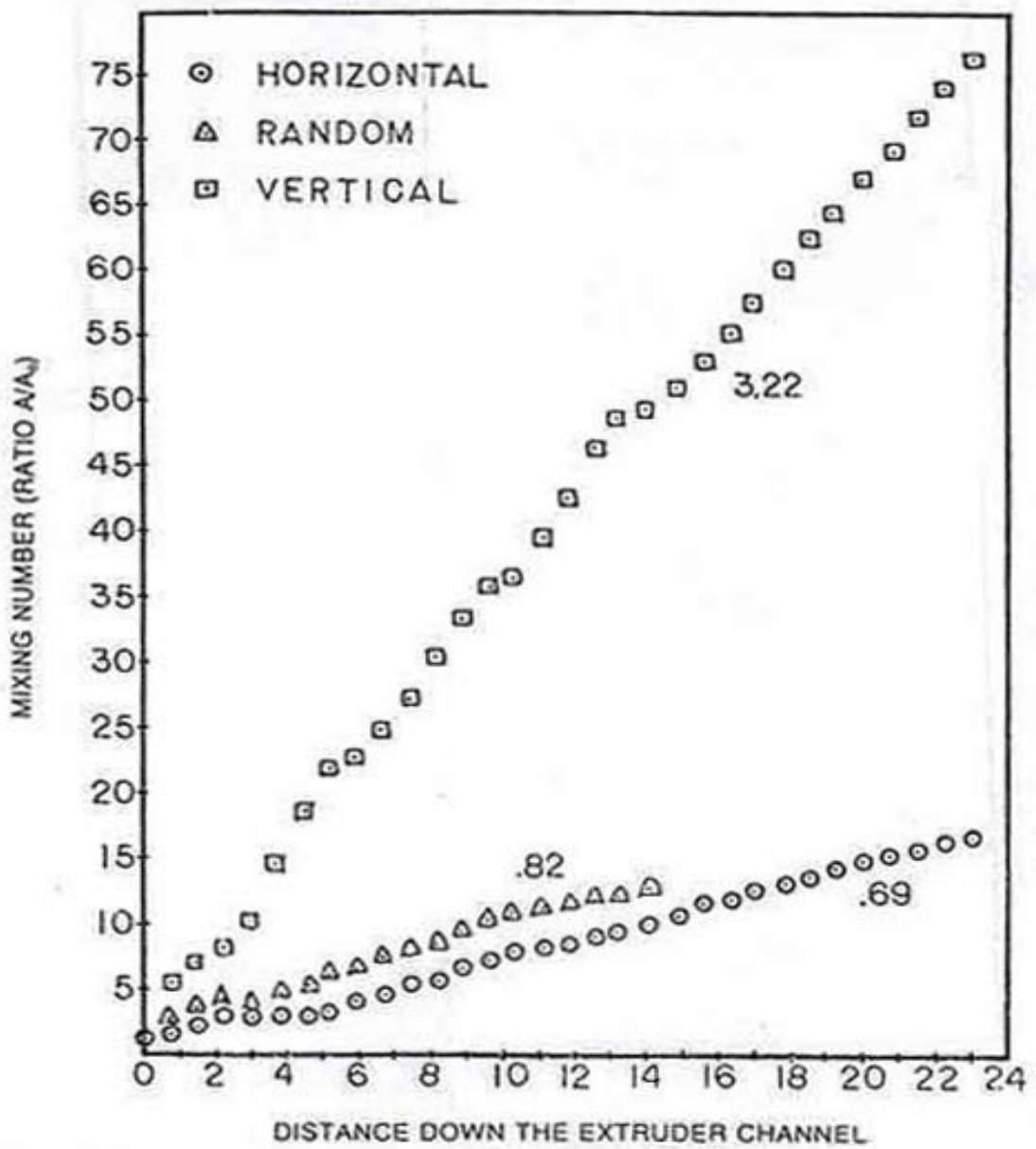


圖 24、不同起始界面方位的比較

Ref : L. Erwin and F. Mokhtarian, Polym. Eng. Sci., Vol. 23, No. 2, p. 49 (1983) .

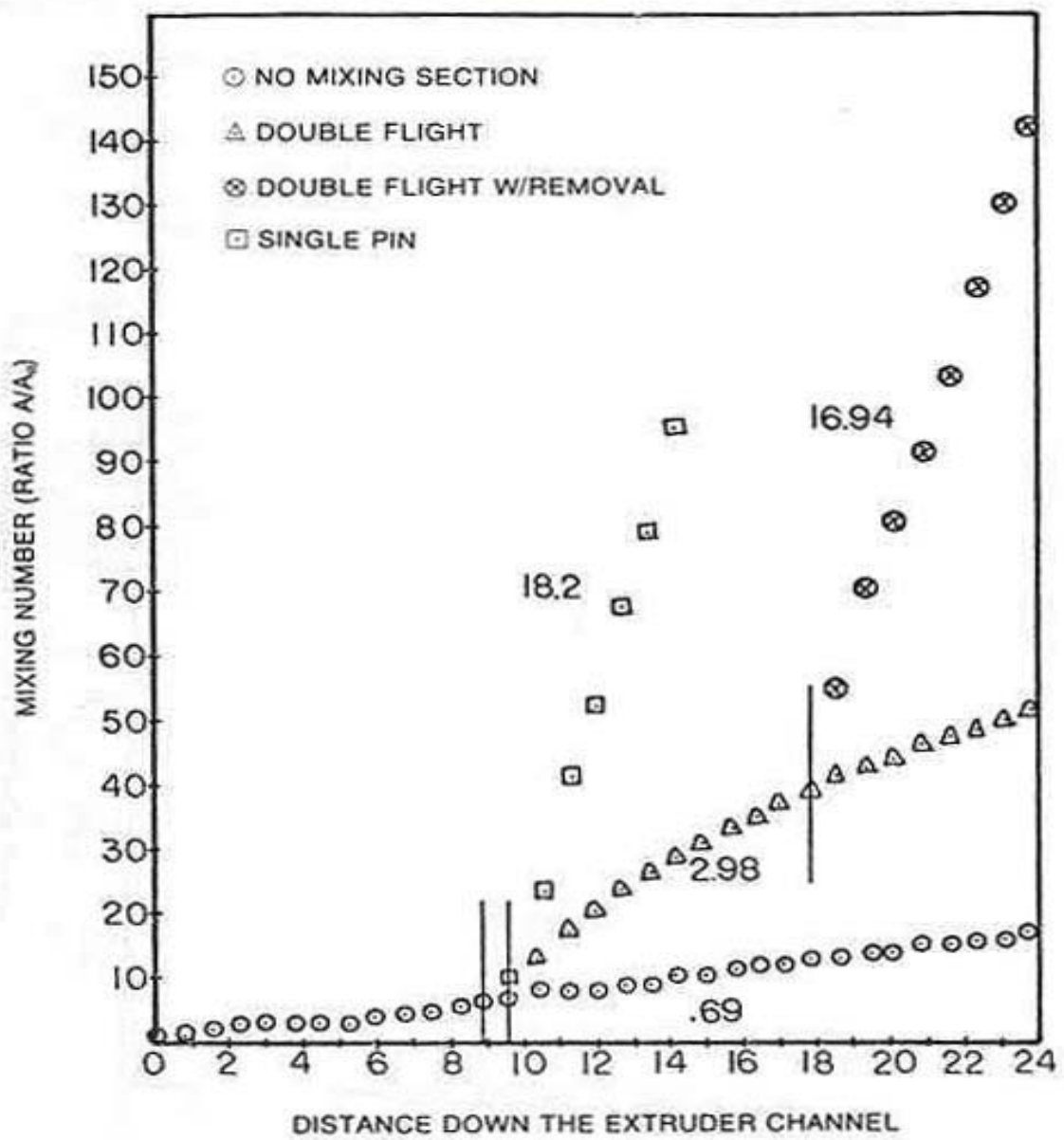


圖 25、不同混合元件效果比較

Ref : L. Erwin and F. Mokhtarian, Polym. Eng. Sci., Vol. 23, No. 2, p. 49 (1983).

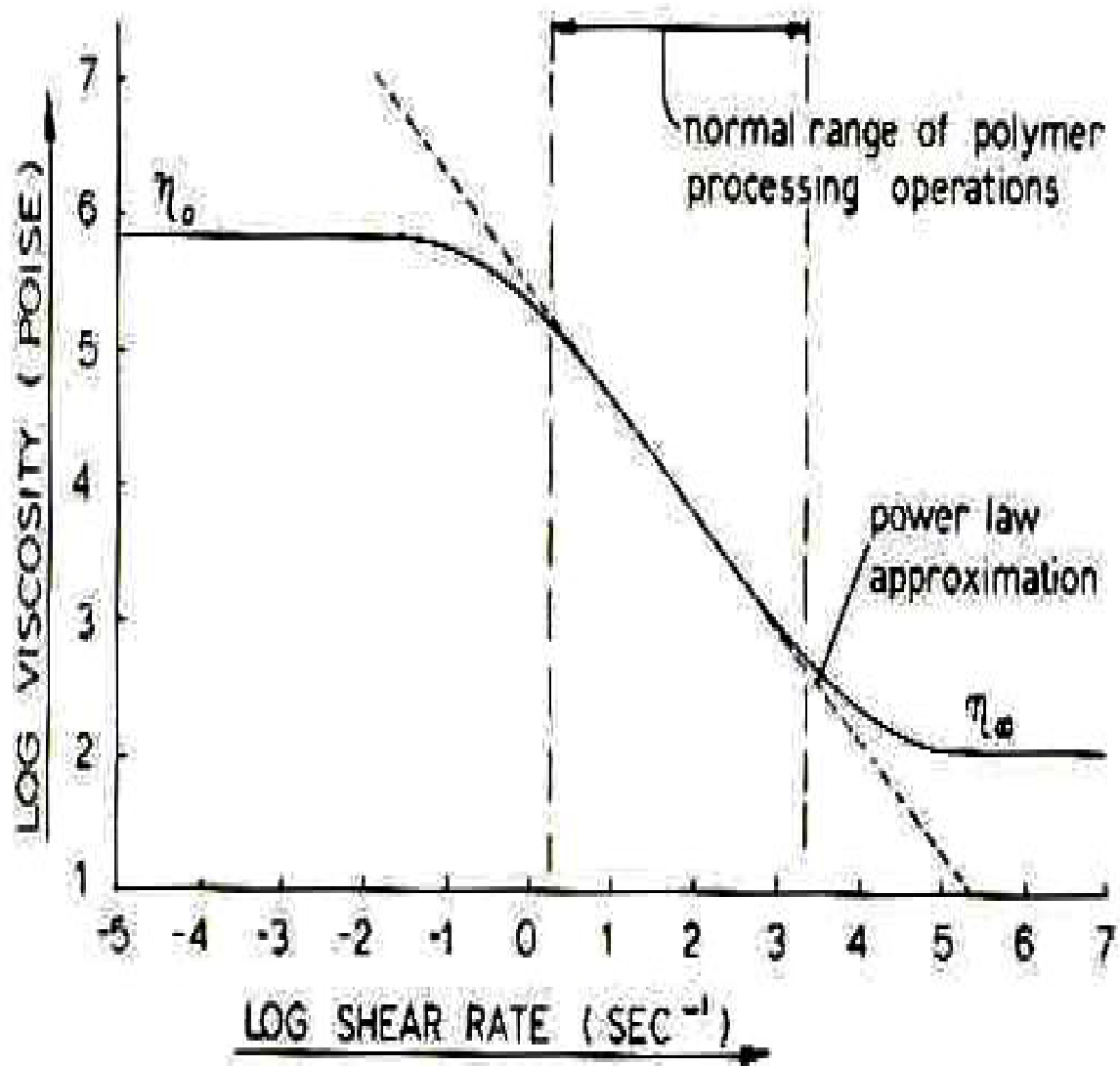


圖 26、一般假塑性流體黏度與剪切率示意圖

Ref. : C. Rauwendaal, " Polymer Extrusion ", Hanser, New York, ( 1990 ) .

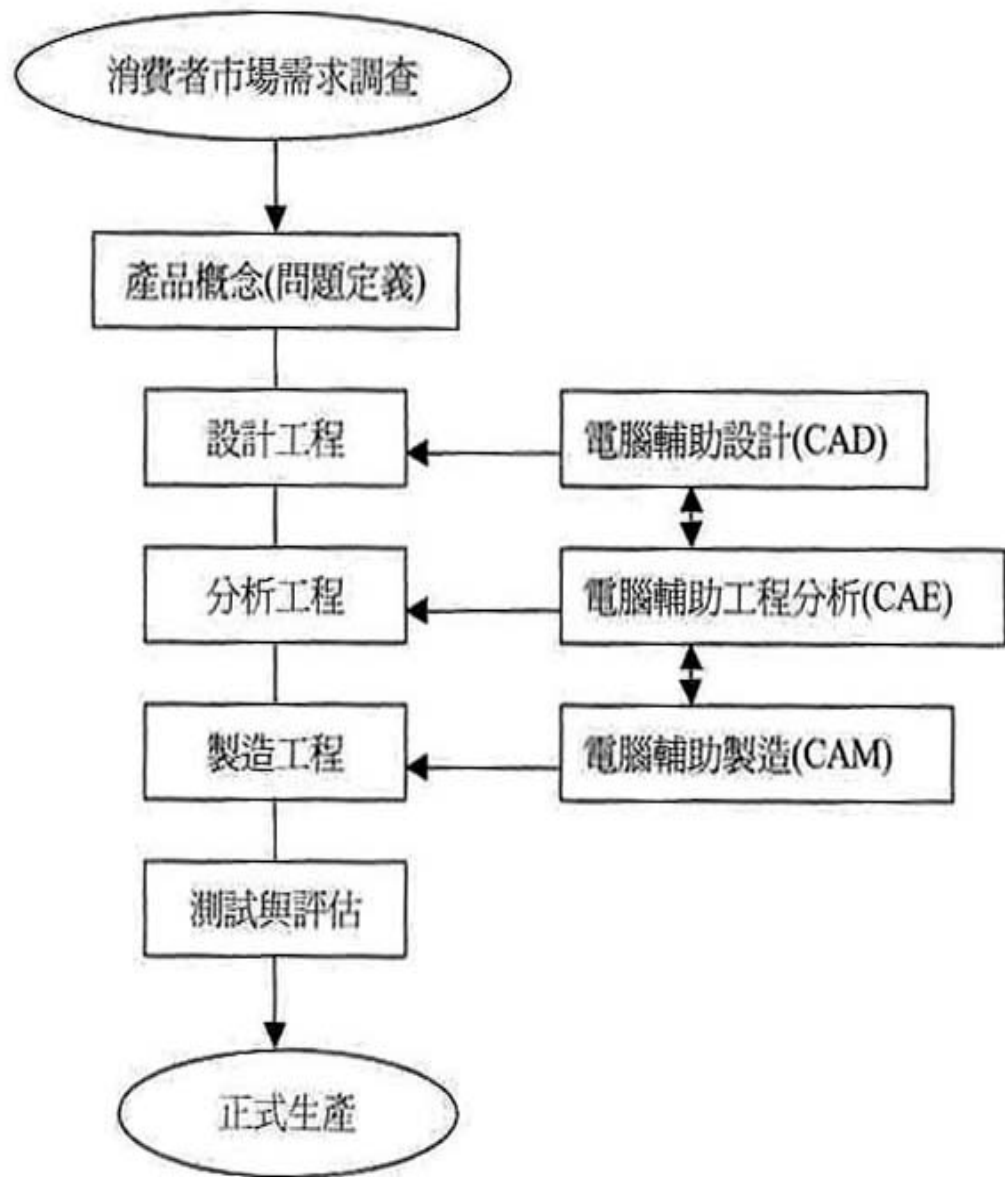
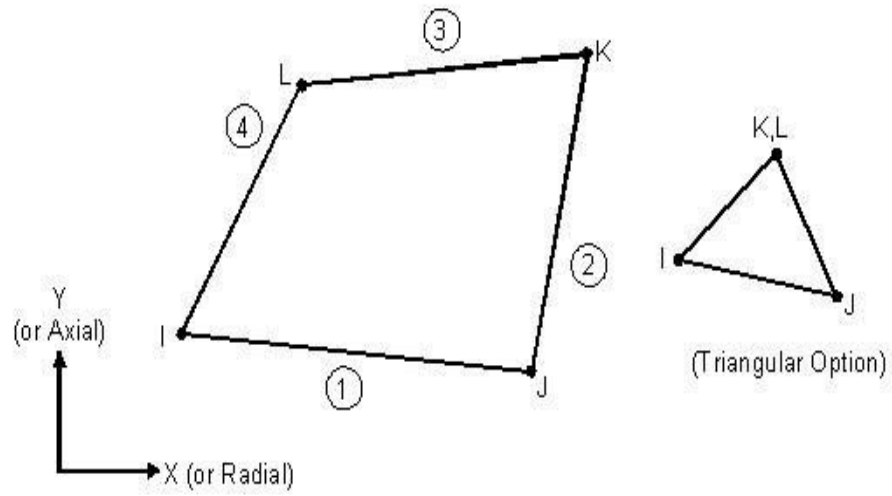


圖 27、電腦在產品生產流程所扮演的角色

參考文獻：龔皇光 黃柏文 陳鴻雄，“ANSYS 與電腦輔助工程分析”，  
台北全華，民國 91 年

**FLUID141 2-D Fluid-Thermal Element**



**FLUID142 3-D Fluid-Thermal Element**

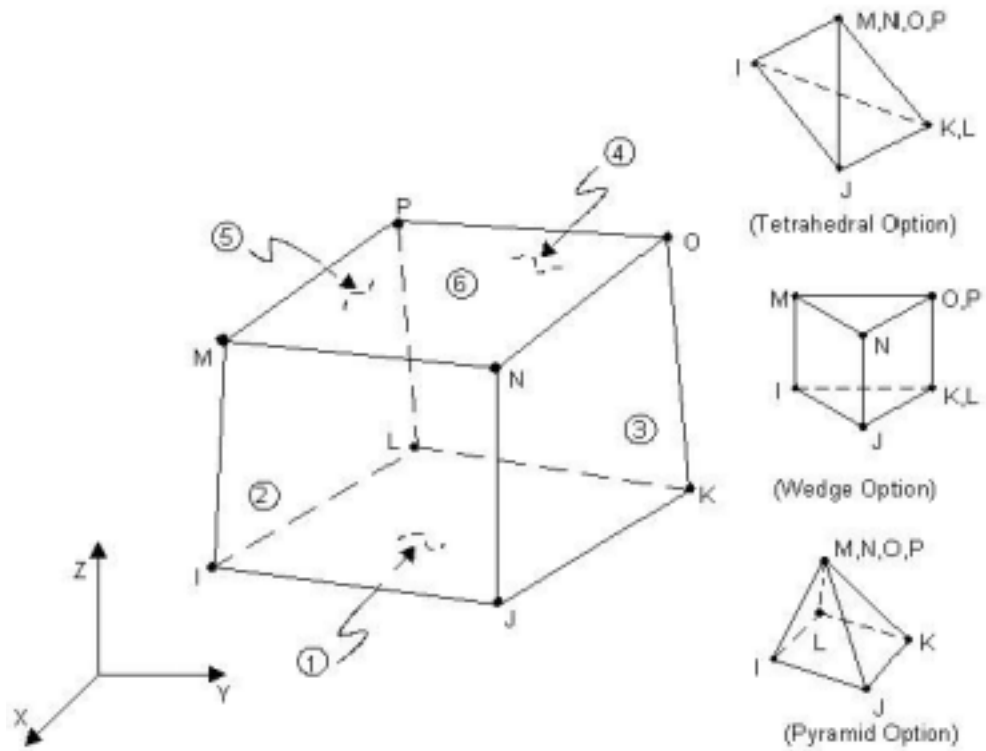


圖 28、ANSYS<sup>®</sup> FLOTRAN 慣用之元素

Ref. : ANSYS On-Line Help > Element Reference > Chapter 3.

Element Characteristics > 3.2. Pictorial Summary



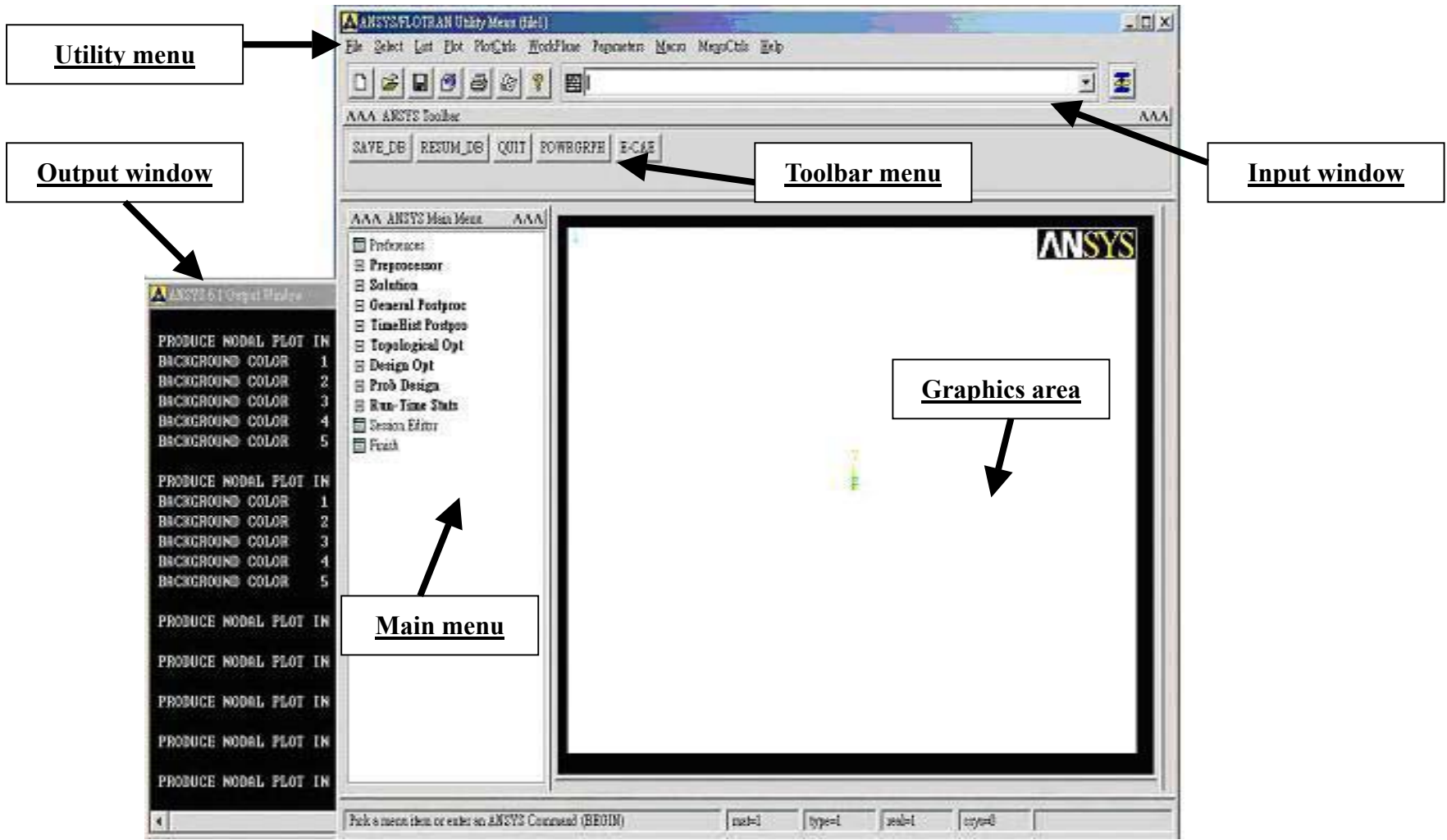


圖 29、ANSYS<sup>®</sup> 使用者圖形介面

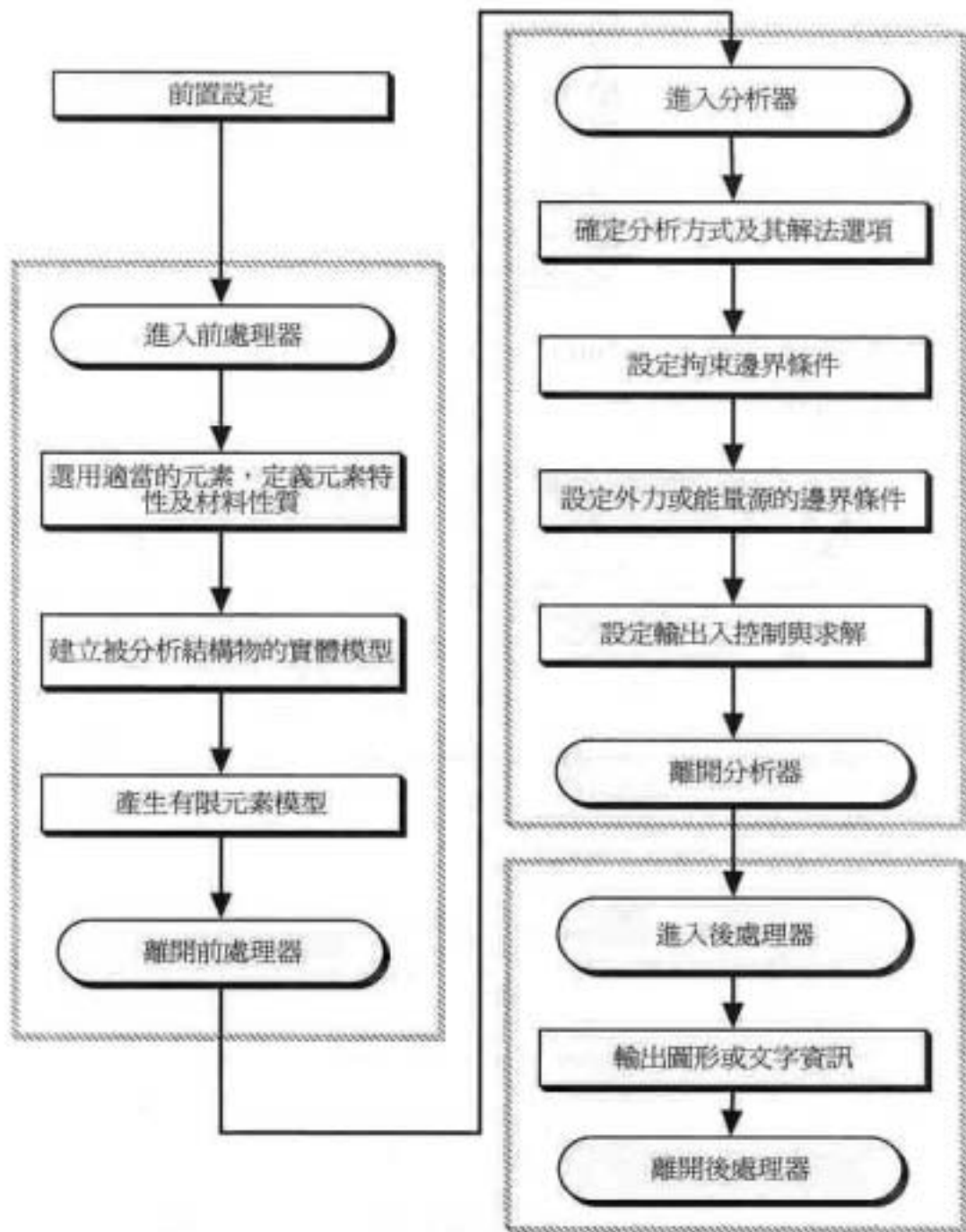


圖 30、ANSYS<sup>®</sup> 分析處理作業流程圖

參考文獻：康淵、陳信吉，“ANSYS 入門”，台北全華，民國 91 年

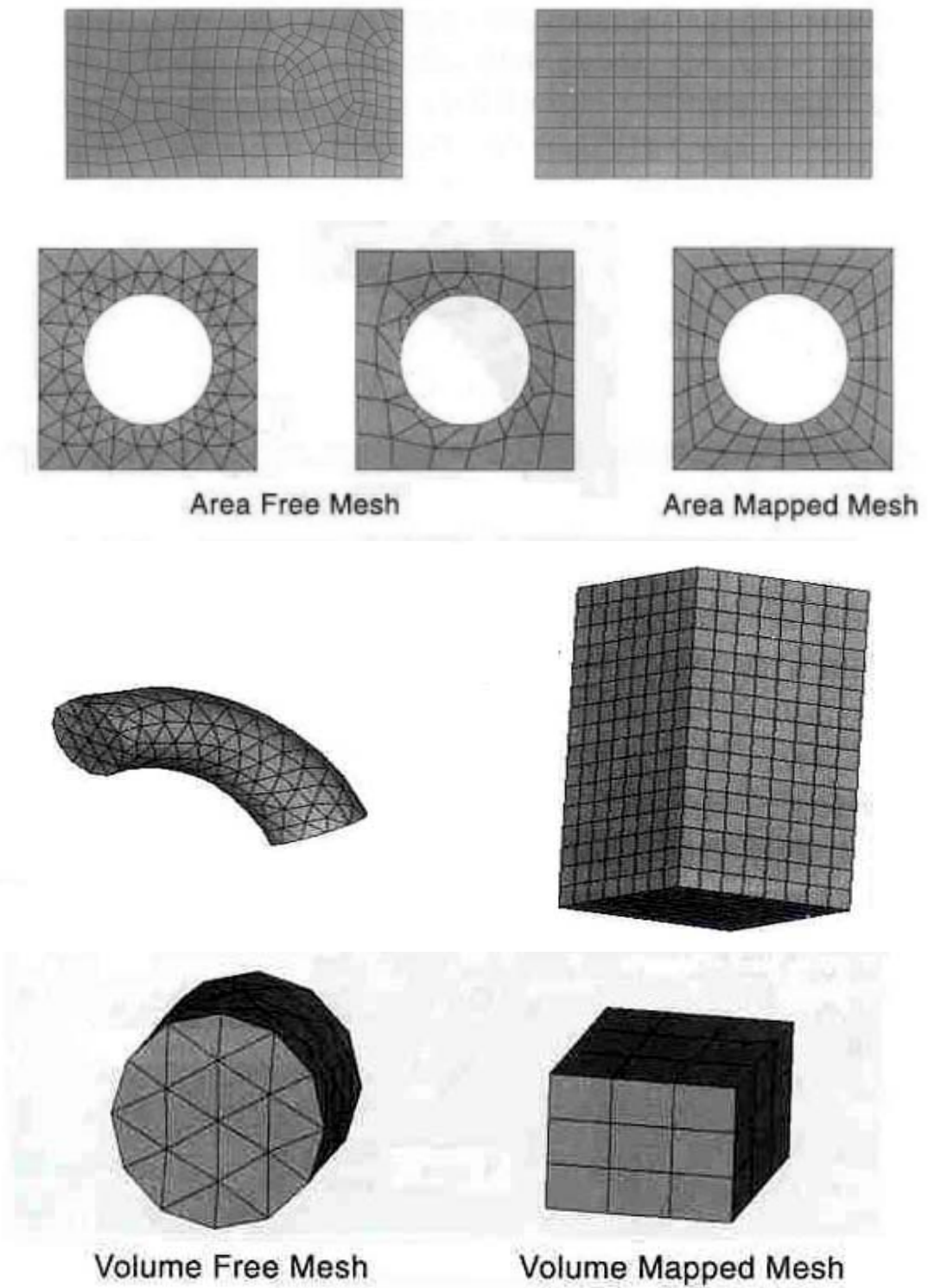


圖 31、自由網格與對應網格

參考文獻：康淵、陳信吉，“ANSYS 入門”，台北全華，民國 91 年