

單螺桿流道式混合元件之分析

學生：陳政勛

指導教授：吳建興教授

國立交通大學應用化學研究系

摘 要



流道式混合元件是很多種使用在混合物料的其中一種。高分子熔融行為主要根據 Tadmor 熔融模式，數值方法是採用有限元素法。以電腦模擬碳黑於 PP 高分子材料中之分散情形。

本文旨在模擬探討流道分散式混合元件之幾何參數對混合情況之影響。改變套筒與障壁梯板之間隙、障壁梯板寬度及障壁梯板傾斜角，探討其對障壁區應力、在障壁區之滯留時間以及混合元件軸向壓力之變化。並進而設計出最佳化流道式混合元件。

Analysis of Fluted Mixing Devices for Single Screw Extruder

Student : Cheng-Hsun Chen

Advisor :Professor Jiann-Shing Wu

ABSTRACT

The fluted mixing element is one of many used mixing elements. For the mixing section , finite element method based on the Tadmor melting model was utilized. And carbon black was dispersed in the PP phase to investigate the mixing effect.

This study aims to investigate the mixing effect caused by various types of geometry of fluted dispersive mixing elements by numerical simulation. In addition, the clearance between, the width of barrier flight barrier flight and barrel surface and helical angle of barrier flight were varied to investigate their effect on the mixing performance, including the stress and the residence time in the barrier region and the pressure variation at axial direction. In further , Searching the optimal geometry in fluted mixing element

目 錄

中文摘要.....	
英文摘要.....	
目 錄.....	
表目錄.....	
圖目錄.....	
一、緒論.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 文獻回顧.....	2
1.3 研究動機.....	4
二、理論模式回顧.....	5
2.1 混合的特點.....	5
2.2 混合元件的設計.....	5
2.3 分散式混合概述.....	6
2.4 分散式混合理論模型回顧.....	8
2.4.1 針對固體凝粒內聚力之模型.....	8
2.4.2 針對流場作用力所提出的模式.....	9
2.4.3 分散式混合模型之回顧.....	11



2.4.4 由實驗結果所建立之分散式混合模型.....	12
2.5 流道式混合元件概述.....	14
2.5.1 凹槽式混合元件之幾何形狀及功能分析.....	15
2.5.2 凹槽式混合元件流動分析.....	17
三、理論及計算方法的建立	
3.1 理論模式.....	24
3.1.1 流動分析理論模式.....	24
3.1.2 有限元素法在工程上的應用.....	26
3.1.3 有限元素法的處理流程.....	27
3.2 有限元素法處理.....	28
四、模擬結果及討論.....	33
4.1 改變障壁梯板寬度所造成的影響.....	34
4.2 改變障壁梯板與套筒間隙造成的影響.....	36
4.3 改變角度造成的影響.....	38
4.4 改變溝道數造成的影響.....	38
4.5 流動參數(flow number)的計算.....	41
五、結論.....	43
參考文獻.....	67



表目錄

表 1	比較各種不同分散式混合元件之特性優劣.....	45
表 2	二次式六面單元體的節點座標及內插函數.....	46
表 3	線性六面單元體的節點座標及內插函數.....	47
表 4	高斯積分之權重值及取樣點.....	48
表 5	高斯點座標及其權重值.....	49
表 6	PP 含 20 % 碳黑高分子材料之物理性質及流變參數表.....	50
表 7	3 對進料流道 Maddock 混合元件之尺寸大小.....	51
表 8	3 對進料流道 Helical Leroy 混合元件之尺寸大小.....	51
表 9	4 對進料流道最佳螺旋角、最佳套筒與 barrier flight 之間的間隙 之 Helical Leroy 混合元件之尺寸大小.....	52
表 10	3 對與 4 對進料流道於最佳螺旋角、最佳套筒與 barrier flight 之間的間隙 Helical Leroy 混合元件之障壁區應力、高應力區作 用時間及壓力梯度之比較表.....	53

圖目錄

圖 1- (a) maddock 混合元件.....	54
圖 1- (b) eagan 混合元件.....	54
圖 1- (c) dray 混合元件.....	54
圖 1- (d) zorro 混合元件.....	54
圖 2 流道式混合元件之作用機制.....	54
圖 3 3 對 Maddock 的混合元件幾何形狀.....	55
圖 4 Helical LeRoy 混合元件流動展開圖.....	56
圖 5 流道式混合元件之示意圖.....	56
圖 6 混合元件中螺旋角對壓力影響之示意圖.....	57
圖 7 有限元素分析之流程圖.....	58
圖 8 一般假塑性流體黏度與剪切率示意圖.....	59
圖 9 Maddock 混合元件在不同障壁梯板寬度下，應力與障壁區位置圖.....	60
圖 10 Maddock 混合元件在不同障壁梯板寬度下，壓力與軸向位置圖.....	60
圖 11 Helical Leroy 混合元件在不同障壁梯板寬度下，應力與障壁區位置圖.....	61

圖 12	Helical Leroy 混合元件在不同障壁梯板寬度下，壓力與軸向位置圖.....	61
圖 13	Maddock 混合元件在不同障壁梯板寬度下，承受應力的時間與障壁區位置圖.....	62
圖 14	Helical Leroy 混合元件在不同障壁梯板寬度下，承受應力的時間與障壁區位置圖.....	62
圖 15	Maddock 混合元件在不同障壁梯板與套筒間隙下，應力與障壁區位置圖.....	63
圖 16	Maddock 混合元件在不同障壁梯板與套筒間隙下，壓力與軸向位置圖.....	63
圖 17	Helical Leroy 混合元件在不同障壁梯板與套筒間隙下，應力與障壁區位置圖.....	64
圖 18	Helical Leroy 混合元件在不同障壁梯板與套筒間隙下，壓力與軸向位置圖.....	64
圖 19	Helical Leroy 混合元件在不同螺旋角下，應力與障壁區位置圖.....	65
圖 20	Helical Leroy 混合元件在不同螺旋角下，壓力與軸向位置圖.....	65
圖 21	Maddock 混合元件在不同套筒轉速下， λ 與軸向位置圖....	66



圖 22 Helical Leroy 混合元件在不同螺旋角下， λ 與軸向位置圖...66



第一章、緒論

1-1 研究背景

在 高 分 子 工 業 中 ， 因 應 科 技 的 發 展 高 分 子 精 密 加 工 應 用 電 腦 輔 助 製 程 設 計 及 改 良 ， 已 經 成 為 技 術 上 非 常 重 要 的 一 環 ， 藉 由 電 腦 模 擬 可 以 降 低 實 際 操 作 上 的 成 本 。 本 文 即 利 用 電 腦 輔 助 工 程 技 術 (CAE) 來 探 討 流 道 式 混 合 元 件 混 合 程 度 的 模 擬 。 在 單 螺 桿 押 出 機 內 混 合 效 能 極 差 ， 所 以 很 多 專 家 致 力 於 改 善 混 合 效 能 而 在 螺 桿 末 端 加 入 混 合 元 件 ， 藉 由 混 合 元 件 的 使 用 ， 不 但 能 打 散 聚 集 的 大 顆 粒 ， 進 而 使 添 加 劑 能 均 勻 分 散 在 基 材 中 ， 以 增 加 產 品 的 性 質 。

混 合 是 一 種 最 重 要 的 現 象 之 一 在 高 分 子 加 工 裡 面 ， 一 般 利 用 不 同 種 類 高 分 子 去 摻 合 製 成 所 需 的 填 充 劑 或 附 著 劑 的 加 工 產 品 。 一 般 將 混 合 元 件 分 為 分 配 式 (distributive) 與 分 散 式 (dispersive) 兩 種 混 合 元 件 。 分 散 式 混 合 需 克 服 內 聚 力 所 以 亦 叫 示 強 混 合 (intensive mixing) 而 分 配 混 合 是 改 善 空 間 內 成 分 的 分 配 不 需 克 服 內 聚 力 所 以 又 叫 示 量 混 合 (extensive mixing) 。 分 配 式 混 合 元 件 的 原 理 是 藉 由 不 斷 的 分 割 原 有 的 流 場 ， 增 加 主 成 分 (major component) 與 添 加 成 分 (minor component) 的 接 觸 面 積 ， 其 主 要 功 能 在 於 將 添 加 成 分 均 勻 分 布 於 主 成 分 中 ， 在 設 計 分 配 式 混 合 元 件 時 ， 須 注 意 的 是 必 須 保 持 高 剪 切 率 的 流 場 。 而 分 散 式 混 合 元 件 則 是 利 用 梯 板 與 套 筒 壁 間 狹 窄 流 道 產 生 高 剪 切 力 ， 把 聚 集 的 大 顆 粒 打 碎 ， 並 阻 擋 尚 未 熔 融 的 高 分 子 顆 粒 通 過 ， 避 免 懸 浮 顆 粒 造 成 產 品 出 現 “魚 眼” 現 象 ， 導 致 外 觀 及 產 品 品 質 不 良 。 通 常 在 兩 個 不 同 種 類 的 高 分 子 混 合 時 ， 分 配 式 混 合 通 常 藉 著 高 的 剪 切 率 來 增 加 兩 相 間 的 接 觸 面 積 達 到 混 合 的 效 果 ， 而 分 散 式 混 合 藉 由 高 剪

切力能夠將高分子切成許多小段進而達到混合的效果。

1-2 文獻回顧

歷年來針對混合元件做研究探討的專家學者亦不在少數，以下為學者們對混合元件進行模擬所用的一些分析方法及成果。

分散式混合元件有形狀簡單的環形 (blister ring)，但混合效果則是 1967 年 Leroy 申請專利的流道式混合元件 (fluted mixing device) 較佳，Maddock 首先提出此類混合元件的作用原理 (1)。1973 年由 Tadmor 及 Klein 解出等溫牛頓流體的壓力分布 (2,3)，1983 年 Elbirli 以有限差分法解出非等溫指數流體的壓力分布 (4)，1989 年 Kiani 等以有限元素法解出三維非牛頓流體的壓力分布 (5)，1991 年 Han 等以流動分析網格法 (FAN) 模擬預測出 Maddock 元件流量、背壓及螺桿轉速的關係，並以實驗證明之 (6)。東海大學王曄教授更以 modified FAN 模擬比較數種混合元件的壓力分布與流場之流線圖 (7)。然而 Maddock 混合元件之流道方向與套筒轉動方向垂直，故套筒之拖曳不具有往前推送流體的分力，容易消耗壓降，因此不利流體通過，可藉由將流道改為斜向式來加以改善。

回顧近幾年來關於單螺桿分配式混合元件的重要文獻。1994 年 C. Wang 以有限元素法 (finite element method) 來模擬三維 CTM (三個環面，每環面有六個凸起半圓球) 混合元件，以等溫的牛頓流體探討其流場的速度分佈、剪切應力及用參數 λ 來定量延伸流的成分。另一分析並以 PVC 做為等溫非牛頓流體來模擬不同幾合構形之 CTM (六個環面，每環面有四個凸起半圓球)，使用 power law model 的黏度模式，同樣模擬出速度側面圖像、壓力分布、剪切速度及剪切力，並且

將模擬結果去對實驗數據做比較(8,9,10)。1996年 I. Manas-Zloczower 模擬 HDPE 的三維流動，利用長度伸展分佈和平均值 (length stretch distribution and average values) 作為分配式混合的一種指標 (11)。1997年 Martin 對數種不同的混合元件進行實驗，如不同轉速下 HDPE 跟顏料的混合，利用顯微攝影拍照觀察出不同的混合效果，此外也做實驗得出相同轉速下各混合元件所需的驅動功率大小，以及相同轉速壓力降和融熔溫度變化的情形(12)。1997年 Takahasi 針對一般傳統的 pin 混合元件提出了解決死角形成造成混合不均的辦法，所以便利用在 pin 混合元件上貫穿孔動，如此可提高流體的重新排位 (reorientation) 及更有效的混煉機構，促成更密切的介面接觸。此外更指出在橫斷面的混合區域的優劣可藉由局部混合效能 (local mixing efficiency) 來評斷，而完整混合效能 (integral mixing efficiency) 則可以跟其他的混合元件做一比較。並且利用有限差分法來模擬流體通過改良及未改良的元件前後做比較，驗證所提出的新元件設計可提高混合效果。最後更以追蹤粒子軌跡演化及粒子濃度準差分佈的實驗驗證 pin 的孔洞貫穿元件在平行式的排列組合下與交錯式的排列在混合效果上的差異(13,14,15,16)。2000年 Rios 及其研究夥伴以三維邊界元素法 (boundary element method) 針對 rhomboidal 混合元件在同一隻螺桿上藉由不同的排位及數目的增加多寡達到最佳化的設計，並發現此種混合元件是藉由剪應力使材料變形，所以 rhomboidal (長方形、菱形) 混合元件在排列的選擇上採中立長菱形 (neutral rhomboidal)，類似鳳梨狀 (pineapple) 的幾何形狀為最佳(17,18)。2001年 Rwei 藉由不同的螺桿設計及加工條件下經由高分子化學的角度新提出的分配式混合指標做一驗證，發現到轉速與分配效果間的關係(19)。2001年 I. Manas-Zloczower 探討雙擋板 (twin flight) 單螺桿押出機從高分子

化學理論基礎中提出 Renyi entropies 及統計學的觀點在不同元素的長度變化下評斷混合的優劣，並且與傳統的分離規模及強度（scale and intensity of segregation）做比較(20)。2001 年 P. G. M. Kruijt 及其研究夥伴利用一種建立在混合物的局部平均濃度上對應（mapping）的方法描繪出不同的幾何形狀下的邊界條件，且從較原始的二維先著手，接下來再踏入三維的模型中，對於混合效果及一些參數做出定量的分析(21,22)。

1-3 研究動機

在單螺桿押出製程中，高分子流體在螺桿內的流動牽涉到複雜的三維流動，也因為如此要去分析螺桿內流場流動混合的情形格外困難，近來隨著奈米材料的興起，高分子抑或添加劑的混煉如何達到良好的效果。是我們在加工過程中需要仔細考量。而在模擬分散式混合元件時，因為形狀複雜及所分析的流體是高分子流體而造成分析的困難，所以專家學者所提出的研究相當有限。原因是我們在討論混合機構的均一性上並沒有一個定量的標準用來判斷混合機構的好壞。而本論文的主旨即是利用有限元素法(finite element method)來模擬高分子流體在不同幾何條件下分析混合元件，並進而探討出混合元件的最佳設計點。

二、理論模式回顧

2.1 混合的特點

混合是高分子加工過程中是最重要的一道程序之一，從字面上解釋可以是混合物 (mixture) 也可以是混合 (mixing)。前者所表示的是在一個擁有二種或二種以上以一定成份或者是任意比例組合而成的狀態，而後者則是降低混合不均勻性 (nonuniformity) 的一種操作過程，兩者的差別在於一種是狀態 (state) 而另一是一種程序 (mechanism)。然而，要達到混合的效果可經由以下途徑：

1. 分子擴散 (molecular diffusion)：通常發生在氣相或黏度較小的液相為主要相且具有濃度梯度 (concentration gradient) 的程序中。
2. 渦流擴散 (eddy diffusion)：此種狀況發生在紊流 (turbulent flow) 流動下，藉由分子與分子間密集的碰撞所產生的渦流來達到彼此混合的目的。
3. 整體擴散 (bulk diffusion)：由於流體粒子在流動系統下從空間中的某一位置移動到另一位置所帶來主要成份相與添加成分相兩者界面面積增加的一種機制。

從以上三點看來，一般由於高分子流體本身是一種黏度相當高的物質且在加工過程中我們均以層流混合 (laminar mixing) 來處理，若從分子擴散及渦流擴散的角度去分析似乎無法達成，所以若是以能將次要相均勻分佈在主要相中做分散式混合的話，以單螺桿押出製成來說我們通常在計量段後面加裝一個混合器 (mixer) 使其造成高的剪切應力去打散凝聚的固體凝粒以達成整體混合的目的。

2.2 混合元件的設計

一般混合元件設計上需注意下面列舉之要點：

1. 高分子流體通過混合元件時，須消耗較小的壓力降，以利高分子融熔液的輸送。
2. 高分子融熔液必須以流線流動，以順利通過混合元件，避免造成停滯(dead spot)現象發生，而使高分子產生劣化(degradation)降低品質。
3. 混合元件應該完全掠掃過套筒筒壁，如此以利熱流的傳導，以及清除附著於壁上的殘餘高分子。
4. 混合元件要容易拆裝清洗及不容易損壞。
5. 混合元件要容易製造及價格要合理且便宜。

2.3 分散式混合概述

在高分子加工中大部分的添加劑是在天然狀態下呈膠狀的，經由熔融而成許多固體顆粒 (aggregates) 所組成的固體凝粒 (agglomerates)。若以碳黑為例子，其固體凝粒大小通常在數十微米左右，但其固體顆粒大小通常在 0.1 微米左右，比例大小約 1000 : 1。碳黑需要被打散至 0.1 微米的大小且均勻分布於高分子中，這樣才是理想的分散式混合情況。有許多人對分散式混合的程序提出了一些必經的步驟。

Parfitt 針對將粉末分散於液體媒介中提出四個步驟 (23)：

1. 將粉末打散於液體中
2. 使粉末濕潤
3. 將凝粒打散至很小的程度
4. 分散的狀態達到穩態

Tokita 和 Pliskin 亦對碳黑分散於橡膠中的現象提出不同的模式 (24,25) :

1. 碳黑被高分子融體膨潤
2. 將固體凝粒打散
3. 彈性體崩潰並與碳黑固體顆粒作用

而 Medalia 針對碳黑分散於橡膠中亦提出了他的看法 (26) :

1. 碳黑被高分子融體膨潤
2. 將固體凝粒打散
3. 混亂的流場將打散後的固體顆粒分散於高分子中
4. 凝集化，打散後的固體顆粒藉擴散及內聚力而成網狀結構

在所有上述的模式中，第一個步驟均是讓添加物散入溶液中，在這個階段的後段時，添加物會被高分子溶液濕潤，而且高分子會進入添加物的固體凝粒間隙中，甚至滲透入固體顆粒中。Medalia 提出的碳黑-橡膠系統中 (27)，滲透進固體凝粒間隙中的高分子溶液會被卡住而不在流動，因此在固體凝粒間隙中的高分子將其視為碳黑的一部份比起仍將其視為可自由流動的高分子溶液較為適當。

在分散這個步驟中，添加物會被打散成許多的碎片，在理想的狀況中，碎片的大小應該在微米級。這個步驟被視為是最困難的步驟，所以在所有的分散混合中，此步驟亦是速率的決定步驟。

一旦添加物被打成碎片後，剩下的即是這些碎片於高分子溶液中的分散情形，在這個步驟中，由於要將碎片分散於高分子融體中，因此混合元件中的流動情形在這個步驟中便格外重要。而在碳黑-橡膠及其他的一些系統中有一個很有趣的現象，即是凝集。可說是與分散

程序完全相反，打散後的添加物會在高分子基材中形成一網狀結構，在碳黑-橡膠系統中，此現象可說是此混合物的電導度及機械性質所造成。

2.4 分散式混合理論模型回顧

現在大多數所提出的分散式混合模式中，都是將打散固體凝粒這步驟視為最重要的一步。Bolen 和 Colwell 首先提出了若是固體凝粒的內部應力 (internal stress) 超過了臨界值，則這時固體凝粒就會被打散 (28)，之後也有許多的模式以相似的概念被提出。但無論如何，所有的模式都須考慮在分散情況發生時的兩大作用力：一是固體凝粒的內聚力，而另一力則是流場作用於固體凝粒上使其分散的力。

2.4.1 針對固體凝粒內聚力的模型回顧

大部分的模式都假設固體凝粒是一均勻孔洞的球體。但實際上並非如此，固體凝粒是由許多更小的顆粒任意凝聚而成，所以固體凝粒的結構並非均勻化，因此有些區域強度較高而有些較低，強度高的地方較慢被打散，強度低的地方則相反，因此固體凝粒的結構模型在分散混合中是很重要的。Horwatt 及他的同事提出了在簡單剪切流 (simple shear flow) 的流場中分析固體凝粒結構的方法 (29)。他們用模擬的方法找出不同結構強度最低的部分，此部份即是隨著逐漸提高的應力而最先分離的部分，然後藉此來決定整個固體凝粒的內聚力。

決定固體凝粒的結構之後，有許多的模式可以計算固體凝粒的強度，大部分的模式都是以拉伸強度 (tensile strength) 與凝粒內作用力的關係。Rumpf 針對不同作用力 (van der Waals forces, liquid bridges,

solid binding, etc) 提出了各種不同的模型 (30), 在對於等大小的凝粒 :

$$T = \frac{9}{8} \frac{1-\xi}{\pi d^2} cF \quad (1)$$

其中 T 為拉伸強度, d 為凝粒的直徑, ξ 是凝粒的空隙比, c 表某一點的位置座標, 而 F 是平均的凝粒內作用力。

Cheng 也提出了不同的模式 :

$$T = \frac{3}{4} H^0 \frac{d\bar{s}}{\bar{v}} \frac{\rho/\rho_s}{1-(\rho/\rho_s)} F_{pp}^0 \quad (2)$$

H^0 是在拉伸強度零的有效分散距離, d, \bar{s} , \bar{v} 是凝粒的平均直徑、平均表面積和平均體積, ρ 是整體密度 (bulk density), 而 ρ_s 是凝粒密度而 F_{pp}^0 是每單位破裂面積的內作用力。

Hartley 和 Parfitt 導出了以均勻次微米大小顆粒但任意堆積的固體凝粒之拉伸強度表示式 (31) :

$$T = \frac{9}{4} \frac{(d+t)(t_0-t)}{d^2} \frac{\rho/\rho_s}{1-(\rho/\rho_s)} F_{pp}^0 \quad (3)$$

d 是凝粒的直徑, t 是凝粒之間的距離, t_0 是在拉伸強度零的凝粒間距離。

以上這些理論模型都需要以實驗獲得其中計算所需的參數。

2.4.2 針對流場作用力所提出的模式

在分析分散式混合情況時, 固體凝粒的內聚力及流場作用於其上的作用力都要考慮, 因此亦有許多模型來描述添加物之固體凝粒在流場中所受的作用力。

Nir 和 Acrivos 提出了若以兩個互相相切的懸浮球體 (32), 一半徑為 R, 另依半徑為 ΛR , 而 $0 \leq \Lambda \leq 1$, 而在大球上的作用力為 :

$$\overline{F}_h = \pi\mu R^2 \dot{\gamma} \left[h_1(\Lambda) \overline{\overline{E}} \cdot \overline{\overline{n}} + h_2(\Lambda) \overline{\overline{nn}} \cdot \overline{\overline{E}} \cdot \overline{\overline{n}} \right] \quad (4)$$

其中 μ 是懸浮液體的黏度，而 E 是在 $\dot{\gamma}$ 下的變形張量， n 是表兩球球心連線的單位向量，而其中 h_1 和 h_2 為 Λ 的函數，於 $\Lambda=1$ 時最大，所以依照上式我們可得知，流場作用力在兩球體等大時最大。

若是於線性流場中 (linear flow field)，則 Batchelor 和 Green 提出了下列的無因次式 (33)：

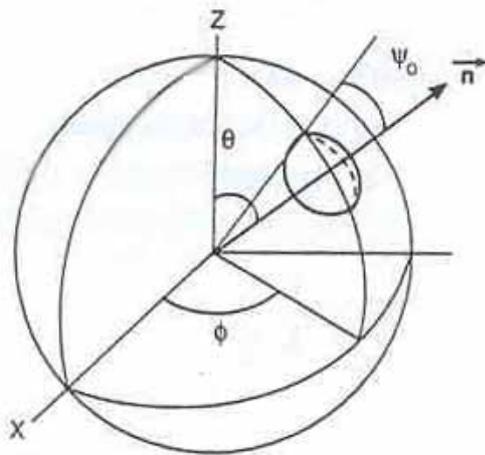
$$\overline{\overline{v}} = \overline{\overline{\omega}} \times \overline{\overline{r}} + \overline{\overline{E}} \cdot \overline{\overline{r}} - \left\{ A(r, \Lambda) \frac{\overline{\overline{rr}}}{r^2} + B(r, \Lambda) \left(I \frac{\overline{\overline{rr}}}{r^2} \right) \right\} \cdot \overline{\overline{E}} \cdot \overline{\overline{r}} \quad (5)$$

其中 v 是兩球間的相對速度，而 r 是在兩球心連線上的位置向量， ω 是流場的旋度張量，而 $A(r, \Lambda)$ 和 $B(r, \Lambda)$ 是描述流場流動情形函數。結合上述兩個模式可以描述當固體凝粒於線性流場中轉動時的情形，當兩球切點上的流場作用力大於內聚力時，則該處便會發生分散。

Bagster 和 Tomi (34) 提出了在線性流場中的另一個模型，將添加物固體凝粒視為一整體移動之均勻球體，則在低雷諾數時，流場作用於固體凝粒表面的應力可表示為：

$$\overline{\overline{\sigma}} = 5\mu \left(\overline{\overline{E}} \cdot \overline{\overline{r}} \right) \quad (6)$$

其中 σ 是流場作用力， μ 為流體黏度， E 為整體流場的應變張量，而 r 是相對於球心的位置向量。而在球體中的某一平面上，流場作用於其上的應力才是決定分散的主要因素，因此若此固體凝粒如下圖：



其中 n 為該平面之法線向量，與固體凝粒球體夾 θ 、 ϕ 角。而 ξ 、 Ψ 用來描述該平面之座標軸，因此我們可得下列關係式：

$$F = \int_0^{2\pi} d\xi \int_0^{\Psi_0} \sigma R^2 \sin \Psi d\Psi \quad (7)$$

F 為作用於該平面上之流場作用力，決定是否分散時，比較 F 及利用 2.4.1 中所提到的模型計算在該平面上之內聚力大小， F 大於內聚力，則此固體凝粒便會於該平面被打散。

2.4.3 分散式混合模型之回顧

於分散式混合中，添加物固體凝粒的內聚力及流場的作用力都需要同時考慮，因此現有的分散式混合模型多半是兩者之結合。

Nir 和 Tadmor 結合了 Rumpf 描述內聚力的模型以及相切兩球在流場中的作用力模型之後，導出了在簡單剪切流場時的固體凝粒分散模型 (35,36)，其指出凝粒是否會被打散與一無因次因子 Z 有關。而 Z 如下式所示：

$$Z = \frac{\chi \mu \dot{\gamma}}{T} \quad (8)$$

其中 χ 為一個純量參數， $\dot{\gamma}$ 為流場的剪應率，而 T 則為固體凝粒的整體拉伸強度。 Z 越大則表示流場作用力大於凝粒的內聚力，可成功分散。

Manas-Zloczower 和 Feke 改良以上模型 (37)，使其能適用於不同的流場中，對於各種不同的流場，固體凝粒超過一定的 Z 值便會破裂：

簡單剪切流 (simple shear)	$Z \geq 2$
純伸展流 (pure elongation)	$Z \geq 1$
單向延伸流 (uniaxial extension)	$Z \geq 0.5$
雙向延伸流 (biaxial extension)	$Z \geq 1$

2.4.4 由實驗結果所建立的分散式混合模型

Powell 和 Mason 觀察不具內聚力的球形粒子於層流流場中被分散的現象 (38)。他們將這些球形粒子 ($200-400 \mu m$) 置於良好控制之矽油層流場中，這個模型指出粒子離開固體凝粒的速率與固體凝粒的表面積成正比：

$$\frac{dNR^2}{dt} = c \left(\frac{R}{a} \right)^2 \quad (9)$$

其中 N 為時間的函數，是從起始到時間 t 時離開凝粒表面的平均粒子數， R 為聚集體之半徑，而 a 則是球形粒子之半徑。由於 $(a^3)dNR^2/dt$ 與固體凝粒的體積減少速率成正比，故 (9) 式可改寫為：

$$\frac{d(R/R_0)}{dt} = -\hat{k} \frac{a}{R_0} \quad (10)$$

\hat{k} 為比例常數，其與區域速度梯度、固體凝粒的空隙度及流場形態均相關。Powell 和 Mason 發現此比例常數對流場形態特別敏感，進而發現延伸流有增進分散的功能，而且分散效應也與粒子與初

始凝粒的半徑比有極大關係。

Rwei、Manas-Zloczower 及 Feke 以一透明的錐面 (cone and plate) 裝置觀察到碳黑固體凝粒於破裂時的兩種主要機制 (39,40)，其中一種稱為侵蝕 (erosion)，其在較低的剪切應力下便持續不斷地剝離固體凝粒的表面，另一機制稱為破裂 (rupture)，這種機制是一種突然將固體凝粒分成為數不多的大片段，且與侵蝕相比，此種機制發生於較高的剪切應力。

Rwei 及其同事提出了其速率關係式：

$$\frac{dR}{dt^*} = -k_1 \langle a \rangle \quad (11)$$

其中 R 為固體凝粒之半徑， $\langle a \rangle$ 為破裂碎片的平均半徑， k_1 為速率常數，而 $t^* = t\dot{\gamma}$ 為一無因次化之侵蝕時間。

一般說來，有兩個主要的機制發生於分散式混合中：第一種是較激烈的分散程序，稱之為破裂 (rupture)，而第二種是較緩和的侵蝕 (erosion)。分散式混合的程序會受到許多因素的影響，諸如添加物的結構及內聚性 (cohesivity)，流場的強度及種類，還有添加物及高分子在物性上的交互作用等。

緩和的侵蝕會由固體凝粒表面持續的向內切割，對聚集性較高的添加物來說，分散程序的速度主要由流場的強度所影響。

破裂是突然的，碎片較大的分裂程序。比起另一種分散機制而言，破裂發生於較高剪切力的情況下，以一般的模型而言，破裂發生於較預測為低的剪切力下，這可歸因於添加物碎片的不均一性所導致。以上所提過的模型均沒有把添加物碎片的不均一性這個因素考慮進去。但這種不均一性在分散程序中尤其明顯，碎片較軟弱的地方 (碎片可能開始破裂的部分) 和碎片較堅強的部分 (會抗拒分散程序的部分)

分)使得整個碎片的物性不均勻，因此就會發生與模式預測不同的結果出現。

流場的型態亦會影響分散式混合的效果，在理論預測與實驗結果中都可發現到延伸流會增進分散式混合的效率。

2.5 流道式混合元件概述

分散式混合元以凹槽式(fluted)混元件使用較為廣泛。凹槽混合式元件(如圖1(a-d)所示)分為(1) Maddock混合元件(2) Eagan 混合元件(3) Dray 混合元件(4) Zorro混合元件，其中以Maddock、Eagan及Zorro較普遍被使用。在這四種混合元件中凝膠(包括未熔化的膠粒)或者固體凝粒必須由一個流體的入口溝道(inlet channel)經過一個狹窄深度的障壁區間(barrier section)，才能進入另一個流體出口溝道(outlet channel)，在經過這狹窄的障壁區間，會產生很大的剪切應力，將凝膠或者固體凝粒打碎或者將未熔化的膠料加以熔化，如此可避免押出產品外觀不良(如魚眼)的現象產生。此外，對Maddock混合元件，Eagan混合元件，Dray混合元件及Zorro混合元件，膠料在溝道流動中會產生迴旋的流動(circulation flow)，如圖2所示。因此像上述混合元件除了具有分散式混合以外以及具有部分分配式混合元件的功能，將有助於膠料的均勻化(homogenization)。

由上述的分析可知，凹槽式混合元件主要的功能為二：一為當混

合器(mixer)之用，二為當熔化器(melter)之用。其具有增加混合及促進熔化的功用。但是若這些混合元件設計不當，會導致膠料在入口溝道及出口溝道的入口及出口處產生非流線化(non-streamline)流動情形，導致膠料會有停滯現象，進而可能產生裂解。此外膠料在經過狹窄的障壁區間時，亦會因設計不當產生很大的壓降，導致押出量下降，而且入口溝道的壓力會上升，會使滯留時間加長，且經過此狹窄障壁區間時，同時也會產生很高的剪切率，進而產生很大的黏滯熱，使得膠料的溫度上升，產生裂解之虞。同時，螺桿所產生的壓力也會因為經過此狹窄障壁區間所造成的壓降消耗掉一部分，而造成螺桿的背壓不足。另外由表1中也可以看出分散式混合元件總體性能表現的好壞可以看出Helical LeRoy是一個相當好的分散式混合器，它無論在壓力降、死角的避免也比Maddock好，而在使用性則Helical LeRoy與Maddock都是不錯的，而當然經濟因素是個另一重要的因素，而Helical LeRoy與Maddock製造花費的成本也是不高，同時在混合均勻上也是相當不錯的。

2.5.1 凹槽式混合元件之幾何形狀及功能分析

A. Maddock混合元件：

Maddock混合元件是由LeRoy(41)所發明，而由Union Carbide公司的Maddock(42)發布的許多有關此元件之實驗結果，因此，此種混

合劑又稱為Maddock Mixer或UC Mixer而Maddock 幾何形狀如圖3所示。

(1) Maddock混合元件一般是由三或四對沿著軸向的進料及出料凹槽溝道所組成。

(2) 進口及出口凹槽溝深保持固定，但是因為使用球形研磨機加工，因此其斷面積為半圓形，會導致進口凹槽的出口處及出口凹槽的入口處造成流體流動時不夠流線化，此會造成死角，導致材料產生裂解。此外當膠料由前面的螺桿部分流入混合元件時，必須從一寬的溝道流入窄的溝道，會產生額外的壓降，同時也會造成流動不穩及膠料的滯留，造成材料的裂解。

(3) 轉動時沒有推動流體前進的速度分量乃由於凹槽溝道方向與套筒轉動方向垂直，使得膠料在凹槽內沒有往前推送的拖曳輸送能力(drag pumping capability)。

(4) 因此與斜向式流道之混合元件相較，Maddock混合元件應消耗較多之壓降以致於不利於高分子熔體通過

B. Eagan(Helical LeRoy) 混合元件

Eagan是由Gregory和Street所發明的專利(43)。

(1) Eagan混合元件是Maddock元件改為傾斜式(螺旋形)流道而且螺旋角是 30° ，通常是由三至四對進料及出料流道所構成，而

幾何形狀如圖4所示。

- (2) 進口溝道深度是由深變淺而出口溝道深度則是由淺變深，會減少膠料滯留的機會發生，避免產生裂解。
- (3) 進口及出口溝道方向與套筒轉動方向不是垂直，因此轉動時具有推動流體前進的速度分量，因此具有拖曳(drag)輸送的能力，因此與軸向式的混合元件相比，螺旋式的混合元件會消耗較少的壓降。

2.5.2 凹槽式混合元件流動分析(44,45)

如圖5所示以 $\dot{V}_i(0)$ 代表入口溝道入口處的流率，此流量是押出機的體積押出量除以入口溝道數目。本文以下標i及e分別代表入口及出口物理量。假設流體被視為等溫及牛頓型流體，則沿著入口溝道的方向某一個位置z其對應流率表示為：

$$\dot{V}_i(z) = \frac{1}{2} F_d W H \left(1 - \frac{\delta}{H}\right)^2 v_b \cos \varphi - \frac{1}{12\mu} F_p W H^3 \frac{dP_i}{dz} \quad (12)$$

至於出口溝道流率

$$\dot{V}_e(z) = \frac{1}{2} F_d W H v_b \cos \varphi - \frac{1}{12\mu} F_p W H^3 \frac{dP_e}{dz} \quad (13)$$

其中W為溝槽的垂直寬度，H為溝槽的深度， μ 為黏度， $P_i(z)$ 及 $P_e(z)$ 分別為進口溝道及出口溝道在位置z的壓力， v_b 為套筒的速度， φ 為溝道的螺旋角， F_d 及 F_p 分別為拖曳流及壓力流在溝道中形狀因子

(shape factor) :

$$F_d = \frac{16W}{\pi^3 H} \sum_{1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{i^3} \tanh\left(\frac{i\pi H}{2W}\right) \quad (14)$$

$$F_p = 1 - \frac{192H}{\pi^5 W} \sum_{1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{i^5} \tanh\left(\frac{i\pi H}{2H}\right) \quad (15)$$

因為在入口溝道及出口溝道的流量是由套筒所產生的拖曳流(drag flow)及壓力降所產生的壓力流(pressure flow)的貢獻，因此在方程式(12)及(13)中等號右邊的第一項代表由拖曳流的貢獻，第二項代表壓力流的貢獻。

若溝道的尺寸不隨溝道的方向改變，則沿著入口溝道的方向每單位長度流往出口溝道的流量可表示為：

$$\begin{aligned} \dot{V}'_1 &= -\frac{d\dot{V}_i(z)}{dz} \\ &= \frac{1}{2} v_b \delta \sin \varphi + \frac{\delta^3}{12\mu_{cl} w_{cl}} (p_i - p_e) \\ &= \frac{F_p W H^3}{12\mu} \frac{d^2 P_i}{dz^2} \end{aligned} \quad (16)$$

其中 w_{cl} 是障壁梯板的垂直寬度而 μ_{cl} 是膠料在障壁梯板間隙的黏度， δ 為障壁梯板之間隙。

從質量平衡已知，在出口溝道某一位置 z 之流率 $\dot{V}_e(z)$ 等於入口溝道之入口處流率 $\dot{V}_1(0)$ 減去入口溝道在位置 z 之流率 $\dot{V}_i(z)$ ：

$$\dot{V}e(z) = \dot{V}_i(0) - \dot{V}_i(z) \quad (17)$$

當入口溝道及出口溝道在任何位置的寬度及深度相等，而且兩個溝道的尺寸不隨著溝道方向改變時，則由方程式(12)、(13)及(17)可知，入口溝道及出口溝道其沿著溝道方向的壓力梯度的和為一定值，此一定值以 $-A_1$ 表示如下：

$$\frac{dP_i(z)}{dz} + \frac{dP_e(z)}{dz} = \frac{12\mu}{F_p WH^3} [F_d WH (1 - \frac{\delta}{H}) v_b \cos \varphi - \dot{V}_i(0)] = -A_1 \quad (18)$$

將方程式(16)代入方程式(18)並利用下面兩個邊界條件如下：

$$\begin{aligned} \frac{dP_i(0)}{dz} &\cong \frac{dPe(z_m)}{dz} \\ &\cong \frac{6\mu F_d (1 - \frac{\delta}{H}) v_b \cos \varphi}{F_p H^2} - \frac{12\mu \dot{V}_i(0)}{F_p WH^3} \end{aligned} \quad (19)$$

可得在入口溝道及出口溝道在位置 z 的壓力如下：

$$P_i = C_1 \exp(-B_2 z) + C_2 \exp(B_2 z) - \frac{1}{2} A_1 z - \frac{3\mu_{cl} W_{cl} v_b \sin \varphi}{\delta^2} + \frac{A_2}{2} \quad (20)$$

$$P_e = -C_1 \exp(-B_2 z) - C_2 \exp(B_2 z) - \frac{1}{2} A_1 z + \frac{3\mu_{cl} W_{cl} v_b \sin \varphi}{\delta^2} + \frac{A_2}{2} \quad (21)$$

其中

$$C_1 = \frac{-6\mu \dot{V}_i(0)}{F_p W B_2 H^3 [\exp(-B_2 z_m) - 1]} \quad (22)$$

$$C_2 = \frac{-6\mu \dot{V}_i(0)}{F_p W B_2 H^3 [1 - \exp(-B_2 z_m)]} \quad (23)$$

$$B_2 = \left[\frac{2\mu \delta^3}{F_p WH^3 \mu_{cl} W_{cl}} \right]^{0.5} \quad (24)$$

Z_m 為混合元件沿溝道方向的長度。

溝槽螺旋角的重要性於圖6中顯示，圖中顯示兩組壓力分佈，一組是對於90度螺旋角的混合元件，另外一組則是螺旋角為50度的混合元件。在這種情況下障壁梯板的間隙為0.635mm，押出量為131cc/sec。而兩組的最終出口壓力均相同(為725psi)，圖中顯示螺旋角對於入口溝道及出口溝道的壓力分佈有很大的影響。

螺旋式的混合元件在進口溝道中壓力，先下降然後再上升，而出口溝道中壓力是先上升後下降，因此進口溝道跟出口溝道兩者都有某些壓力產生的能力(pressure generating capacity)，導致總壓降比較小，這個主要是由於溝道的螺旋角小於90度所造成的。至於溝道螺旋角90度的情形，它們的進口及出口溝道壓降均顯示出單調下降，它們沒有壓力產生的能力，因此造成相當大的總壓力降。

在混合元件中的總壓降為 ΔP_m :

$$\Delta P_m = P_i(0) - P_e(Z_m) = \Delta P_{cl} + \Delta P_{ch} \quad (25)$$

其中 ΔP_{cl} 是經過障壁梯板間隙的壓降，而 ΔP_{ch} 是入口溝道及出口溝道的壓降之和。經由方程式(20)~(24)，且當 $B_2 Z_m$ 範圍介在0與1時則方程式(25)則簡化如下：

$$\begin{aligned} \Delta P_m &= \Delta P_{cl} + \Delta P_{ch} \\ &= \frac{12\mu_{cl}W_{cl}}{Z_m\delta^3} \left[\dot{V}_i(0) - \frac{\delta L_m V_b}{2} \right] + \frac{6\mu Z_m}{F_p WH^3} \left[\dot{V}_i(0) - F_d W(H - \delta)V_b \cos \varphi \right] \end{aligned} \quad (26)$$

其中， L_m 為混合元件的軸向長度

在方程式(26)中等號右邊第一項為 ΔP_{cl} ，第二項為 ΔP_{ch} ；因此

$$\Delta P_{cl} = \frac{12\mu_{cl}W_{cl}}{Z_m\delta^3} \left[\dot{V}_i(0) - \frac{\delta L_m V_b}{2} \right] \quad (27)$$

$$\Delta P_{ch} = \frac{6\mu Z_m}{F_p W H^3} \left[\dot{V}_i(0) - F_d W (H - \delta) V_b \cos \phi \right] \quad (28)$$

由方程式(27)可知經過障壁梯板間隙的壓降是反比於間隙的三次方，因此當間隙非常小的時候，通過間隙的壓降將會迅速的增加，成為總壓降的主要來源。

當通過障壁梯板間隙的拖曳流率等於入口溝道在入口處的流率時則通過障壁梯板間隙的壓降 ΔP_{cl} 會變成0，因此混合元件應如此設計：

$$1/2 \delta L_m V_b \geq \dot{V}_i(0) \quad (29)$$

如果假設通過混合元件的流率約為前面螺桿段所產生的拖曳流率的2/3，而且混合元件軸向長度約為兩個直徑($L_m \cong 2D$)，方程式(29)可簡化成下列形式：

$$\delta \geq C \frac{D}{P} \quad (30)$$

其中D是螺桿直徑，P是進口溝道數目，而常數C在許多情況下大約等於0.01。

當通過障壁梯板間隙的壓降可忽略的時候，則混合元件的總壓降可由方程式(28)表示：

$$\begin{aligned}\Delta P_m &= \Delta P_{ch} \\ &= \frac{6\mu Z_m}{F_p WH^3} [\dot{V}_i(0) - F_d W(H - \delta)V_b \cos \phi]\end{aligned}\quad (31)$$

在這種情況之下，最適宜的溝道螺旋角度便可由下式求得：

$$\frac{\partial(\Delta P_{ch})}{\partial \phi} = 0 \quad (32)$$

因此最佳的溝道螺旋角度為：

$$\phi^* = \arctan \left(\frac{4\dot{V}}{F_p \pi D H v_b} \right) \quad (33)$$

而最適宜的溝道深度則可由下式求得：

$$\frac{\partial(\Delta P_{ch})}{\partial H} = 0 \quad (34)$$

因此最佳的溝道深度為：

$$H^* = \frac{3\dot{V}}{2F_p \pi D \sin \phi \cos \phi} \quad (35)$$

當對溝道深度及螺旋角同時作最佳化選擇時，則最適宜的螺旋角及深度

可經由解方程式(33)及(35)而求得如下：

$$\phi^{**} = 52.24 \quad (36)$$

$$H^{**} = \frac{12\dot{V}}{\sqrt{15}F_p \pi D v_b} = \frac{0.3139\dot{V}}{F_p D^2 N} \quad (37)$$

在同時對溝道深度及螺旋角作最佳化選擇時，所得到的最佳螺旋角與

押出量、螺桿口徑、螺桿轉速、及其他任何變數無關。



三、理論及計算方法之建立

3.1 理論模式

高分子流體在混合元件中因為其幾何形狀複雜，流體受到擾動更大所以整個流動情形更顯的複雜而多變，而在求解統御方程式（governing equation）的過程當中，由於許多項次也不是單純的線性（linear）組合，所以需要用到數值方法去求解，例如在層流時黏度項(viscous term)極為非線性項而在湍流時通常是對流項(convection term)，故以下先針對統御方程式做理論上的流動分析，接著再由數值方法中有限元素法（finite element method）分析之。有限元素法在1960年代晚期之後被大量地應用於固體力學域，經過十多年的發展，在1980年代其更被廣泛應用於流體力學及熱、質傳上，本文即以葛拉金（Galerkin）有限元素模型來模擬等溫冪次之高分子流體於Maddock及Helical LeRoy分散式混合元件中之流動分析探討一些對分散式混合元件影響的參數如壓力、剪切應力等進而設計出理想的混合元件。

3.1.1 流動分析理論模式

採用Tadmor-Klein model為基礎，並做以下的假設來合理簡化整個流動問題：

1. 假設螺桿不動，套筒壁相對轉動
2. 不可壓縮流體
3. 壁上無滑動現象

4. 流體黏度以截型冪次定理 (truncated power law) 表示
5. 流體已達穩定狀態 (steady state)
6. 重力因素不考慮
7. 流道深度比起曲面半徑要小很多且為小區域的全流發展 (locally fully developed), 可用潤滑近似 (lubrication approximation) 處理

根據上述條件, 可簡化相關方程式。

連續方程式 (equation of continuity):

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (38)$$

運動方程式 (equation of motion):

$$-\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = 0 \quad (39)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = 0 \quad (40)$$

其中

$$\tau_{yx} = -\eta \frac{\partial v_x}{\partial y} \quad \tau_{yz} = -\eta \frac{\partial v_z}{\partial y}$$

因此運動方程式成為:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = 0 \quad (41)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) = 0 \quad (42)$$

黏度以等溫截型冪次定理, 如圖7表示, 且符合下式:

$$\eta = \begin{cases} K_0 e^{-aT} & \dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_0 \\ K_0 e^{-aT} \left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right)^{n-1} & \dot{\gamma} > \dot{\gamma}_0 \end{cases} \quad (43)$$

且剪切率表示如下：

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial y}\right)^2} \quad (44)$$

邊界條件：

A. Maddock混合元件：

$$v_x = v_b \quad v_z = 0 \quad \text{at the barrel surface}$$

$$v_x = 0 \quad v_z = 0 \quad \text{at the channel wall}$$

B. Eagan混合元件：

$$v_x = v_b \sin \theta_b \quad v_z = v_b \cos \theta_b \quad \text{at the barrel surface}$$

$$v_x = 0 \quad v_z = 0 \quad \text{at the channel wall}$$

3.1.2 有限元素法在工程上之應用

一般而言，工程問題即物理狀態下的數學模組，藉由基礎法則和自然原理對系統取控制體積，可得到統御方程式，而數學模組的應用即是一套對應邊界條件和初始條件的微分方程式。由物理現象觀察得到的統御方程式各代表著質量 (equation of continuity)、動量 (equation of motion) 或能量 (equation of energy) 的平衡。而由於真正的工程問題分析通常是隱含著許多非線性項而且通常呈現不規則的模組形態，故在求解方面利用傳統的計算方法也無法獲得精確的解析解 (analytic solution)，所以有限元素法利用數值計算的方法在求解的過程中扮演了一個重要的角色。一般來說，解析解由兩個部分組成，分別為通解 (general solution) 跟特解 (particular solution)。在任何工程問題中，有兩組參數會影響到系統的行為。第一，是提供關於系統自然運作下所得資料的參數，而這些參數包括應用於材料力學的彈性

係數、熱傳學的熱傳導係數和非牛頓流體力學的黏度函數..等等。第二，亦有參數會在系統內產生「擾動」，這類型的參數如外界給予的壓力、力矩或者是介質本身的差異造成溫度分佈及流體進出的壓力差異..等等，而這些經由系統的自然運作支配的特性則統一包含在統御方程式的通解裡，相同地，造成擾動的參數則出現在特解裡。

實際上許多工程問題在處理複雜的統御微分方程式，或是難以處理的邊界和初始條件甚至是不規則的模組形態時，通常藉數值解來近似，與解析解不同的是，解析解顯示系統內任一點精確 (accurate) 的值，而數值解卻只存在於分離不連續 (separated discontinuous point) 的點，我們稱之為節點 (node)。因為此種特性的關係所以任何一種數值程序的第一步驟即是做分離，其過程是將介質分成很多區域和節點。在數值方法有兩者使用較為普遍，一是有限差分法，另一則是有限元素法。使用有限差分法，每個節點都會被賦予一個微分方程式，且導式會被差分方程式所取代，經由上述處理後會產生一組聯立線性方程式，最後藉由求解聯立方程式得到所要的參數值。雖然有限差分法易於了解，且能套用於一些流動情形較為簡單的問題，但一碰上複雜的幾何形狀或是邊界條件時，有限差分法的解決能力就略顯不足。相反地，有限元素法先切割不規則的幾何形狀為有限個元素體，再使用 Galerkin 的積分公式法建立一個由代數方程式組合而成的大型矩陣系統，而不是單純的微分方程式，利用數值方法求解除了可用一個近似的連續函數來表示每個元素的解答，並藉由連結或組合個別解而得到整個欲分析系統的物理量。

3.1.3 有限元素法的處理流程

有限元素分析之流程圖如圖 8 所示，一般完整的有限元素分析程式(finite Element Program)包含，1.前置處理(preprocessing)、2.解題程

式(solution)和 3.後置處理(post processing)。我們將三部分的内容敘述如下：

一、前置處理(preprocessing)

1. 建立有限元素模型所需輸入的資料，如節點座標、資料元素內節點的排列次序。
2. 材料特性。
3. 元素切割產生。
4. 邊界條件。
5. 負載條件。

二、解題程式(solution)

1. 元素剛性矩陣計算 $[K]$ 。
2. 大域負載向量之組合 $\{F\}$ 。
3. 線性代數方程式 $[K] \{U\} = \{F\}$ 求解。

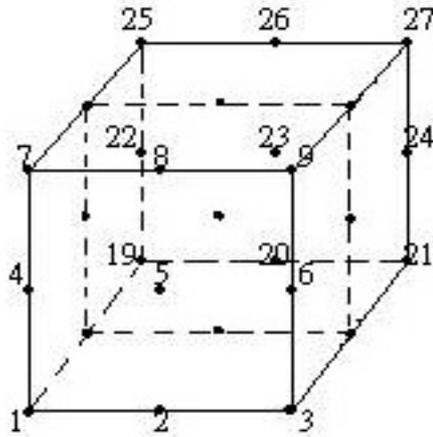
三、後置處理(post processing)

將求解部分得到的結果如：速度、壓力、溫度等資料，經由圖形介面以各種不同表示方式呈現。

3.2 有限元素法處理

利用有限元素法(46,47)的觀念及基礎可將欲分析的流動系統利用有限的元素體 (element) 近似整個物理範圍 (physical domain)。

首先將欲處理之系統分成若干個大小不同之單元體 (element)，以符合系統之邊界為原則。本文中所採用的單元體為二次式六面體，如下圖所示：



假使採欲分析的單元體有速度 27 個節點及壓力 8 個節點，則在每一個節點上均有 v_x 、 v_z 等二個未知數，在各個頂點上則有 P 的未知數。對每一個單元體而言我們可利用內插函數表示如下：

$$p = \sum_{k=1}^8 P_k \phi_k \quad (45)$$

$$v_x = \sum_{j=1}^{27} v_{xj} \phi_j \quad (46)$$

$$v_z = \sum_{j=1}^{27} v_{zj} \phi_j \quad (47)$$

其中 v_{xj} 、 v_{zj} 分別為單元體上之 x 分量速度、 z 分量速度之近似值， ϕ_j 為單元體邊界上之內插函數 (interpolation function) 或稱為形狀函數 (shape function)。而 P_k 為線性六面體 8 個頂點上的壓力近似值， ϕ_k 為其內插函數。而內插函數的表示與選定的元素體有相關， ϕ_i 和 ϕ_i 為局部座標之函數，所以每個單元體之 ϕ_i 和 ϕ_i 均相同，而 ϕ_i 和 ϕ_i 之定義如表 2 與表 3。一般而言均是將流動分析的真實座標 (x 、 y 、 z) 化做以範圍為 -1 至 1 的局部座標 (ξ 、 η 、 ζ) 為原則，目的是方便爾後在做數值計算同時能以高斯積分簡化之。而有限元素

法於描述真實元素座標有三種不同之方法可採用，分別為等變數元素 (isoparametric element)、次變數元素 (subparametric element) 和超變數元素 (superparametric element)。以下便採行描述真實座標時所用之內插函數與未知數 v_x 、 v_z 、 P 所用之內插函數相同的等變數元素進行操作，即：

$$x = \sum_{i=1}^n x_i \phi_i \quad (48)$$

$$y = \sum_{i=1}^n y_i \phi_i \quad (49)$$

$$z = \sum_{i=1}^n z_i \phi_i \quad (50)$$

其中 x_i 、 y_i 、 z_i 為節點 i 之真實座標值。

以 Galerkin 有限元素法來處理控制方程式，將(41)、(42)式展開後乘上內插函數 ϕ_j ，再將(38)式乘上內插函數 ϕ_k ，並對該元素作體積分，則如下所示：

$$\iiint_{\Omega} \phi_i \left(\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial v_x}{\partial y} - \eta \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right) dV = 0 \quad i = 1, 2, \dots, 27 \quad (51)$$

$$\iiint_{\Omega} \phi_i \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial v_z}{\partial y} - \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} \right) dV = 0 \quad i = 1, 2, \dots, 27 \quad (52)$$

$$\iiint_{\Omega} \phi_k \left(\frac{\partial v_x}{\partial v_x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) dV = 0 \quad k = 1, 2, \dots, 8 \quad (53)$$

其中 Ω 為體積分之範圍。

而以下由於(51)、(52)及(53)式的推導有些許雷同處，故僅以(52)式之推導替代之。首先將(52)式中的每個微分項分為三部分做討論，對 $\frac{\partial p}{\partial x}$ 此項而言，可將(45)式代入化簡為以局部座標 (ξ 、 η 、 ζ) 及 inverse Jacobian 表示之，如下所示：

$$\iiint_{\Omega} \phi_i \frac{\partial p}{\partial x} dV = \iiint_{\Omega} \phi_i \frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_{k=1}^8 p_k \phi_k \right) dV = \sum_{k=1}^8 p_k \iiint_{\Omega} \phi_i \frac{\partial \phi_k}{\partial x} dV$$

$$= p_k \sum_{k=1}^8 \iiint_{\Omega} N_i \left(\frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} \hat{j}_{11} + \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta} \hat{j}_{12} + \frac{\partial \varphi_k}{\partial \zeta} \hat{j}_{13} \right) dV \quad (54)$$

其中， $\frac{\partial M_k}{\partial x} = \frac{\partial M_k}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial M_k}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial M_k}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial x}$ ； \hat{j}_{11} 、 \hat{j}_{12} 、 \hat{j}_{13} 分別代表 inverse

Jacobian 在第一列，第一、二、三行的元素，而其完整表示如下：

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \quad (55)$$

$$J^{-1} = \frac{1}{\det(J)} \text{adj}(J) \quad (56)$$

同理， $\frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial v_x}{\partial y}$ 項推導如下：

$$\begin{aligned} - \iiint_{\Omega} \phi_i \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial v_x}{\partial y} dV &= - \iiint_{\Omega} N_i \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} \left(\sum_{j=1}^{27} v_{xj} \phi_j \right) dV = - \sum_{j=1}^{27} \frac{\partial \eta}{\partial y} v_{xj} \iiint_{\Omega} \phi_i \frac{\partial \phi_j}{\partial y} dV \\ &= - \frac{\partial \eta}{\partial y} \sum_{j=1}^{27} v_{xj} \iiint_{\Omega} \phi_i \left(\frac{\partial \phi_j}{\partial \xi} \hat{j}_{21} + \frac{\partial \phi_j}{\partial \eta} \hat{j}_{22} + \frac{\partial \phi_j}{\partial \zeta} \hat{j}_{23} \right) dV \end{aligned} \quad (57)$$

最後針對 $\eta \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}$ 此項可加上利用部份積分技巧推導得：

$$\begin{aligned} - \iiint_{\Omega} N_i \eta \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} dV &= -\eta \left(\iiint_{\Omega} - \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial v_x}{\partial y} dV + \iint_{\Gamma} N_i \frac{\partial v_x}{\partial n} dA \right) \\ &= \eta \sum_{j=1}^{27} (v_{xj} \iiint_{\Omega} \frac{\partial \phi_i}{\partial y} \frac{\partial \phi_j}{\partial y} dV - \eta \iint_{\Gamma} \phi_i \frac{\partial v_x}{\partial n} dA) \end{aligned} \quad (58)$$

其中 Γ 為面積分之範圍， $\frac{\partial v_x}{\partial n}$ 為 v_x 與法向量 n 之內積值。

而(53)式亦可化為如下所示：

$$\begin{aligned} \iiint_{\Omega} \varphi_k \left(\frac{\partial v_x}{\partial v_x} + \frac{\partial v_z}{\partial v_z} \right) dV &= \iiint_{\Omega} \varphi_k \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_{j=1}^{27} v_{xj} \phi_j \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\sum_{j=1}^{27} v_{zj} \phi_j \right) \right] dV \\ &= \sum_{j=1}^{27} \left[\left(\iiint_{\Omega} \varphi_k \frac{\partial \phi_j}{\partial x} dV \right) v_{xj} + \left(\iiint_{\Omega} \varphi_k \frac{\partial \phi_j}{\partial z} dV \right) v_{zj} \right] \end{aligned} \quad (59)$$

經過以上化簡為高斯積分（Gauss integral）之方程式可合併成一個解速度及壓力的大型矩陣，並且代入高斯點及權重值，如表4而以本文而言由於未知函數是二次變化，因此高斯點在一單元體中需取8點才能得準確的積分值，高斯點之座標值見表5。

，之後利用數值積分並解出所要的參數值，其表示如下：

$$\begin{bmatrix} K & C \\ D & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \\ 0 \end{bmatrix} \quad (60)$$

$$v = [v_{x1}, v_{x2}, v_{x3}, \dots, v_{x27}, v_{z1}, v_{z2}, v_{z3}, \dots, v_{z27}]_{54 \times 1}^T \quad (61)$$

$$p = [p_1, p_2, p_3, \dots, p_8]_{8 \times 1}^T \quad (62)$$

$$K = \begin{bmatrix} -\frac{\partial \eta}{\partial y} \sum_{j=1}^{27} \iiint_{\Omega} \phi_i \frac{\partial \phi_j}{\partial y} dV + & 0 \\ \eta \sum_{j=1}^{27} \iiint_{\Omega} \frac{\partial \phi_j}{\partial y} \frac{\partial \phi_i}{\partial y} dV & -\frac{\partial \eta}{\partial y} \sum_{j=1}^{27} \iiint_{\Omega} \phi_i \frac{\partial \phi_j}{\partial y} dV + \\ 0 & \eta \sum_{j=1}^{27} \iiint_{\Omega} \frac{\partial \phi_j}{\partial y} \frac{\partial \phi_i}{\partial y} dV \end{bmatrix}_{54 \times 54} \quad (63)$$

$$C = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^8 \iiint_{\Omega} \phi_i \frac{\partial \phi_k}{\partial x} dV \\ \sum_{k=1}^8 \iiint_{\Omega} \phi_i \frac{\partial \phi_k}{\partial z} dV \end{bmatrix}_{54 \times 8} \quad (64)$$

$$D = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{27} \iiint_{\Omega} \phi_k \frac{\partial \phi_j}{\partial x} dV & \sum_{j=1}^{27} \iiint_{\Omega} \phi_k \frac{\partial \phi_j}{\partial z} dV \end{bmatrix}_{8 \times 54} \quad (65)$$

$$f = \begin{bmatrix} \eta \oint_{\Gamma} \phi_i \frac{\partial v_x}{\partial n} dA \\ \eta \oint_{\Gamma} \phi_i \frac{\partial v_z}{\partial n} dA \end{bmatrix}_{54 \times 1} \quad (66)$$

四、模擬結果及討論

本篇論文以 PP 含 20 % 碳黑為討論的高分子基材，其流變參數參見表 6，而 Maddock 及 Helical Leroy 混合元件之尺寸參見表 7、表 8。對於分散式混合元件的效能它應該具備下列幾項特性：混合元件內應使物質通過高應力區，且須先設計混合元件使物質短時間內流經高應力區以避免膠料溫度上升使物質產生裂解，所有物質應有相同的高剪切力去完成均勻混合。

本篇研究主題在於探討分散式混合元件之優化設計，由於分散式混合元件是讓材料通過一高應力區域來完成混合的目的，所以我們將探討 Maddock 及 Helical Leroy 流道式混合元件之幾何形狀對應力的影響，另一方面，由於壓降亦是一個很重要的因素，因此亦會對不同幾何形狀對壓降之影響進行討論，另外最後也將計算出的 flow number 參數來評定分散能力。

而我們在 PP 中被分散的物質為碳黑。通常對於凝膠或者固體凝粒必須對其施加一最小的屈服應力 τ_{\min} 才能將這些顆粒加以破碎，如 Martin 及 Tadmor 等人所討論，最小應力的大小取決於顆粒的特性。對碳黑而言，Martin 發現屈服應力為 60kPa。除了最小的屈服應力以外，Martin 還發現有高應力作用下的最短時間。當高應力持續的時間低於此最短的時間，即使在很高的應力下也不發生分散。Martin 發現

碳黑的最短作用時間約為0.2秒。這意指障壁螺牙的寬度必需要足夠寬以產生夠大的剪切應力，當然適當的控制寬度也是必要的，如果滯留太久就會容易造成膠料的裂解但也必須要有足夠大的寬度使得膠料在間隙中的滯留時間超過此最小作用時間 t_{\min} 才能打散凝粒。

4.1 改變障壁梯板寬度所造成的影響：

首先我們先討論障壁梯板寬度影響的情形，在分散式混合中，要擊碎固體凝粒除了需要有大於最小屈服應力作用於其上外，還需要在一高應力下維持被作用的最小時間 t_{\min} 。當高應力持續的時間低於此最短的時間，即使在很高的應力下也不發生分散。這意指障壁螺牙的寬度需要足夠寬，以便使得膠料在間隙中的滯留時間超過此最小作用時間 t_{\min} (sec)，因此間隙的寬度必須為：

$$\frac{w_{cl}}{v_{avg}} = \frac{w_{cl}}{\pi DN \sin \phi / (2 \times 60)} > t_{\min} \quad (67)$$

其中， v_{avg} 為膠料在障壁螺牙間隙中的平均速度，N為螺桿每一分鐘的轉速。以碳黑為例，其最小作用時間為0.2秒左右。本文中改變障壁梯板的寬度，分別使其為5mm、10mm、15mm及20mm。在障壁梯板部份，我們將之分為5個部份，而第i部份之滯留時間為：

$$t_i = \frac{dx_i}{v_{avgi}}$$

由圖13是Maddock作用於高應力區的時間及圖14是Helical Leroy作用

於高應力區的時間，兩個圖形看來大致的趨勢的是一樣均是障壁梯板的寬度越大，則作用於高應力區的時間越長。在壓力降的部分，可由圖10是Maddock的壓力變化圖可看出它的壓力變化是隨寬度變大則壓力降則變越大。圖12是Helical Leroy中可發現因為Helical Leroy有帶下溝道的速度而產生往下溝道的拖曳力所以它的壓力降比沒有帶下溝的速度的Maddock要低，而由圖10及12可看出障壁梯板越寬，則造成的壓力降便越大，所以若一味提昇於高應力區的作用時間而不斷的增加障壁梯板的寬度，則亦會導致更大的壓力降，因此障壁梯板的寬度選定應尋求一適當值而不能一味的一值增加障壁梯板的寬度。由圖13及圖14可發現，障壁梯板寬度5mm時，通過高應力區域的時間小於碳黑的最小作用時間，雖然其最不易造成壓力降，但達不到分散的目的，而10mm的剛好大於碳黑的最小作用時間而15mm與20mm雖然都大於碳黑的最小作用時間但造成的的壓降太大不利於流體的輸送而且物質作用於高應力區過久容易產生膠料裂解，因此選擇障壁梯板寬度10mm為改變障壁梯板寬度較佳的選擇。

對於在障壁區是所謂的高應力區由圖9及圖11觀察到當障壁寬度變大則高分子材料所受的應力則越大這可能是因為在寬度越大則障壁區滯留的時間愈長能讓高分子充分混合而產生較大的剪切率而使它的應力也隨之變大。

4.2 改變障壁梯板與套筒間隙所造成的影響：

障壁梯板與套筒之間隙必須適當的控制，太大的間隙無法達到預期的混鍊效果，太小的間隙則可能造成壓降過大，同時造成高分子熔融膠料之押出溫度太高，降低熔融強度使膠料容易裂解。由於必須要突破屈服應力，所以理想的障壁梯板與套筒間隙可以下式定義：

$$\tau_{cl} = m \left(\frac{\pi DN / 60}{\delta} \right)^n > \tau_{min} \quad (68)$$

則移項開n次根號得

$$\delta < \left(\frac{\pi DN}{60} \right) \left(\frac{m}{\tau_{min}} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (69)$$

其中 τ_{cl} 為障壁區產生的應力，D 為螺桿直徑，N 為螺桿每一分鐘的轉速，n 為 power law index。

由圖15是Maddock改變障壁梯板與套筒間隙所得的圖由圖中可看出間隙若變小則所產生的應力快速上升及圖17是Helical Leroy改變障壁梯板與套筒間隙所得的應力對障壁梯板位置圖可發現一樣是隨著障壁梯板與套筒間隙的縮小但Helical Leroy的應力比Maddock小可能的原因可能是因為它的速度主要是往下溝道而Maddock的速度幾乎都是往橫溝道的方向所以Maddock所產生出來的剪切率比Helical Leroy大所以得出的應力也比Helical Leroy大，而Maddock與Helical Leroy應力迅速上升，可以用order of magnitude來解釋：

由於，

$$\tau = -\eta\dot{\gamma}$$

$$\text{而 } \dot{\gamma} = \sqrt{\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial y}\right)^2} \quad (70)$$

因此 τ 與障壁梯板與套筒間隙成反比的關係當壁梯板與套筒間隙變大則 τ 變小反之亦然。

本文中變化障壁梯板與套筒間隙分別為0.4mm、0.5mm、0.6mm及0.7mm。由圖16是Maddock的壓力變化圖可以明顯的看出障壁梯板與套筒間隙越小則改變的壓力也越大而圖18是Helical Leroy的壓力變化圖同樣可以看出發現障壁梯板與套筒間隙越小，則對混合元件造成的軸向壓力降便越大，由圖中可看出由0.7mm改變到0.6mm改變不是很大但是當間隙由0.5mm下降至0.4mm時變化就很大，大的壓降造成輸送流體更加不易，因此需避免高壓降的形成。綜合上述所述Helical Leroy因為是斜向式的混合元件所以他有下溝道的速度能夠產生拖曳力使流體易於通過梯板與套筒間隙所以明顯可以看出它的壓力降遠小於Maddock，我們可了解由壓降的角度觀之，間隙為0.4mm時，無論對Maddock或Helical Leroy混合元件而言，造成的壓降都太大了，又由於不論是間隙為0.4mm、0.5mm、0.6mm或0.7mm，其所產生的應力都大於分散碳黑所需的最小屈服應力，因此應該選最不易造成壓降的，故較好的選擇是讓間隙為0.7mm。

4.3 改變角度造成的影響：

Gregory和Street所提出的Helical Leroy混合元件發明專利的螺旋角度是30度，對Helical Leroy混合元件而言螺旋角也是一個影響到壓力降呢重要因素，他會直接影響到高分子材料流動。因此本文中試著改變螺旋角度觀察角度對混合元件中的流動造成何種影響，所採用的角度除了專利中的30度角外，還有40、50、60度角。由本文第二章的分析文獻可得知，對等溫牛頓形流體而言，螺旋角約50度是最佳設計。由圖19中我們發現，改變螺旋角對障壁區應力的影響並不大，可能是因為它們通過障壁梯板與套筒間隙的時候它們流動所帶的速度分量所產生的剪切率差不多造成它們通過障壁梯板與套筒間隙的剪切應力差異不大，但圖20可發現螺旋角變化對總壓降的影響，壓降並不是隨著角度變化而呈現單一上升或單一下降的趨勢，在螺旋角等於30度及60度時，混合元件會產生壓降。而當螺旋角等於40度及50度時，混合元件的壓力變化呈現壓升的情況，所以螺旋角約40度左右是對等溫冪次流體較好的選擇。

4.4 改變溝道數的影響：

綜合以上所述，我們可知對於流道式混合元件而言，在溝深的部分為了壓降及應力的考量，溝深需為適當溝深。若溝深太深，則應力不夠大便無法將碳黑分散，若溝深太淺，則會產生過大的壓降，不利

於流體的輸送。溝寬亦需則適當的溝寬，溝寬太窄則碳黑在高應力區作用的時間不夠久，亦無法將其分散，但若溝寬太寬則導致壓降過大。而在螺旋角部分，選擇40度是最佳的設計，因為其最不易造成壓降。

由於不論是Maddock或是Helical Leroy混合元件，其幾何形狀均是數對流道所構成，因此流道的數目亦是一個供我們可以設計的參數，就高分子加工整體的觀點看來，在混合元件大小維持相等大小的情況下時，可知改變流道數將會牽涉到整個混合元件之尺寸設計，包括障壁梯板的寬度、阻隔梯板的寬度以及進出料溝道本身的寬度都會受影響。在本文中我們使用兩種不同溝道數的Helical Leroy混合元件來分析改變溝道數對障壁區應力、暴露於高應力作用下的時間以及壓力方面的影響。進出料流道為3對之Helical Leroy混合元件之尺寸圖見表8，藉由前面幾節中對溝深及對螺旋角之分析我們有足夠的資料去設計最適合的溝深及螺旋角，我們可設計出最佳化之混合元件，由於Maddock沒有向下溝道方向推送流體的速度分量，因此比起Helical Leroy混合元件具較大之壓降，不利於流體的輸送。所以我們將設計重點放在Helical Leroy混合元件上，而在新的Helical Leroy混合元件中，我們將讓溝深等於0.7mm，而讓Helical Leroy混合元件之螺旋角等於40度。

3對與4對進出料流道的Helical Leroy混合元件於障壁梯板與套筒間隙等於0.7mm，螺旋角等於40度相比較時，其所用的混合元件於表9中，而其於障壁區之應力、通過高應力區之時間以及壓力梯度的比較表於表10中。從之中我們可發現，在高應力區作用的時間，4對流道的時間遠小於3對流道的，這是因為由於混合元件大小不變，亦即整體截面積之週長不變，所以4對流道的混合元件其在障壁區的寬度原本就會小於3對的，對碳黑而言，本文中這4對流道之設計並無法達到將碳黑分散的效果，因為在此混合元件中，高分子熔體經過高應力區的時間小於碳黑的最小作用時間，所以對於本文所討論4對流道之設計並不是一個十分適當的設計。再來又觀察到障壁區應力變化很小，這應是由於應力與應變率成正比可以用下面方程式清楚看出當障壁梯板與套筒間隙之間的縫隙將會影響到剪切率的大小進而也影響到剪切應力的大小：

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial y}\right)^2} \quad (71)$$

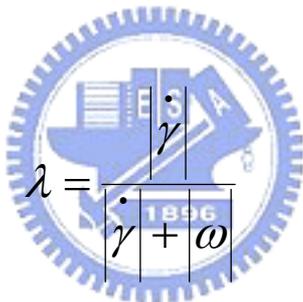
由上述方程式(72)中我們可了解應變率會絕大部分取決於y方向上的變化，亦即是障壁梯板與套筒間隙之間的縫隙，但目前我們將兩對不同之混合元件的障壁梯板與套筒間隙之間的縫隙均等於0.7mm，而些許的差距應是來自改變溝道數所帶來的影響所以改變溝道數並沒

有影響到障壁梯板與套筒間隙之間的高應力區的應力。再觀察壓力梯度的部分，兩者間的差異並不十分的大，因此為顧及最小作用時間，對碳黑而言，最好還是採用3對進出料流道，而螺旋角為40度之Helical Leroy混合元件。

4.5 流動參數(flow number)的計算

流動參數(flow number)是在分散式混合元件中用來定義延伸流(elongational flow)作為判斷分散式混合效能好壞的一個參數，

而流動參數被定義為：

$$\lambda = \frac{|\dot{\gamma}|}{|\dot{\gamma} + \omega|} \quad (72)$$


其中 $|\dot{\gamma}|$ 為剪切變形的量 而 $|\omega|$ 為旋轉張量的強度

而 λ 值的判定當 $\lambda=0$ 時為純的旋轉流(pure rotation) ， $\lambda=0.5$ 時為簡單剪切流(simple shear flow) ， $\lambda=1$ 時為純的延伸流(elongational flow)，依理論而言 λ 值越大及流動參數越大，延伸流動越明顯，分散效果也越佳。

而在圖 21 中討論的是 Maddock 改變套筒的轉速而 λ 值的變化可發現計算的 λ 值並無因改變套筒轉速而有太大變化而其平均值介於 0.52

到 0.6 之間即其值介在簡單剪切流(simple shear flow)及 (elongational flow)之間所以在分散時混合效果應當不錯。

然而在圖 22 中 Helical LeRoly 改變角度而使 λ 值所產生的變化而改變的角度分別為 30、40、50 及 60 度四種不同的角度而觀察圖 22 可看出其值介於 0.55 到 0.65 之間其值也是介於簡單剪切流(simple shear flow)及延伸流(elongational flow)之間所以混合效果應該還 Maddock 混合元件來的要好。



第五章、結論

1. 改變障壁區的寬度，於障壁區的寬度對碳黑於高應力區域的作用時間有直接且顯著的影響。寬度越寬，則碳黑於高應力區域滯留時間便越長，但寬度亦不可過寬，則將造成極大的壓降不利於流體的輸送。
2. 改變套筒與障壁梯板間隙對分散混合而言亦是各很重要的參數，其原因在障壁區的應力會隨著間隙的減小而迅速的上升，壓力亦會產生極大的變化，與其他幾何條件比起來，套筒與障壁梯板間隙是一個影響較大的因素，而要打散凝粒的必要條件就是先克服最小屈服應力不然則無法打散達到分散式混合效果，通常流道式混合元件之障壁梯板與套筒間隙所產生的應力極大，應能克服大部分碳黑的最小屈服應力。
3. 改變螺旋角會改變套筒於下溝道方向的流體輸送分量，螺旋角越大則套筒往前拖曳的量就越小。螺旋角對壓力亦有影響，且其對壓力之影響並非是單純正比或單純反比，而是有一最適值，對等溫冪次流體而言，螺旋角 40 度左右是最佳設計。

4. 改變溝道數對混合情況亦會產生極大影響，其原因主要是其對最小作用時間有極大之影響，因為混合元件大小相同時，則增加溝道數即代表溝道寬度、障壁區寬度及阻隔梯板的寬度都會減少，而由於障壁區寬度的減少，會造成碳黑在高應力區域滯留的時間便少，反而不利於分散。
5. 斜向式流道混合元件藉由傾斜的流道，產生往前推送流體的分力，不僅避免了死角的產生，與 Maddock 相比 Helical LeRoy 在相同流量時也使得消耗的壓力降減少較有利於流體的輸送。
6. 延伸流動是影響分散效果的主因，flow number 越大，延伸流動越明顯，分散效果也越佳所以適合用來評定分散能力的一個參數。

表 1、比較各種不同分散式混合元件之特性優劣

Comparison of Dispersive Mixing Sections^a

Mixing section	Pressure drop	Dead spots	Barrel wiped	User friendly	Manufacturing cost	Uniform mixing
Blister (16) ^b	--	0	-	+	+	-
Egan (25)	-	++	++	+	+	++
Gregory (16)	-	-	-	+	+	-
LeRoy (22)	-	-	++	+	+	++
Troester (23)	0	-	++	+	+	++
Dray (20)	-	+	+	+	+	-
Zorro (26)	++	++	++	+	-	++
Helical LeRoy (28)	++	++	++	+	+	++
EVK (18)	--	--	+	+	+	+
SCCB (18)	--	--	+	+	+	+
PGE (24)	0	++	++	+	-	++

^a ++, good; +, fair; 0, neutral; -, poor; --, very poor.

^bNumbers in parentheses refer to total number of points (--, 1; -, 2; 0, 3; +, 4; and ++, 5); equal weighting was used for all criteria.

C. Rauwendaal, 'Polymer Extrusion', Hanser, New York, 1990

表2 二次式六面單元體的節點座標及內插函數

編號	局部座標 (ε, η, ζ)	內插函數 ϕ_i
1	(-1, -1, -1)	$-0.125 \varepsilon \eta \zeta (1-\varepsilon)(1-\eta)(1-\zeta)$
2	(0, -1, -1)	$0.25 \eta \zeta (1-\eta)(1+\varepsilon)(1-\varepsilon)(1-\zeta)$
3	(1, -1, -1)	$0.125 \varepsilon \eta \zeta (1+\varepsilon)(1-\eta)(1-\zeta)$
4	(-1, 0, -1)	$0.25 \varepsilon \zeta (1-\varepsilon)(1+\eta)(1-\eta)(1-\zeta)$
5	(0, 0, -1)	$-0.5 \zeta (1+\varepsilon)(1-\varepsilon)(1+\eta)(1-\eta)(1-\zeta)$
6	(1, 0, -1)	$-0.25 \varepsilon \zeta (1+\varepsilon)(1+\eta)(1-\eta)(1-\zeta)$
7	(-1, 1, -1)	$0.125 \varepsilon \eta \zeta (1-\varepsilon)(1+\eta)(1-\zeta)$
8	(0, 1, -1)	$-0.25 \eta \zeta (1+\eta)(1+\varepsilon)(1-\varepsilon)(1-\zeta)$
9	(1, 1, -1)	$-0.125 \varepsilon \eta \zeta (1+\varepsilon)(1+\eta)(1-\zeta)$
10	(-1, -1, 0)	$0.25 \varepsilon \eta (1-\varepsilon)(1-\eta)(1+\zeta)(1-\zeta)$
11	(0, -1, 0)	$-0.5 \eta (1+\varepsilon)(1-\varepsilon)(1-\eta)(1+\zeta)(1-\zeta)$
12	(1, -1, 0)	$-0.25 \varepsilon \eta (1+\varepsilon)(1-\eta)(1+\zeta)(1-\zeta)$
13	(-1, 0, 0)	$-0.5 \varepsilon (1-\varepsilon)(1+\eta)(1-\eta)(1+\zeta)(1-\zeta)$
14	(0, 0, 0)	$(1+\varepsilon)(1-\varepsilon)(1+\eta)(1-\eta)(1+\zeta)(1-\zeta)$
15	(1, 0, 0)	$0.5 \varepsilon (1+\varepsilon)(1+\eta)(1-\eta)(1+\zeta)(1-\zeta)$
16	(-1, 1, 0)	$-0.25 \varepsilon \eta (1-\varepsilon)(1+\eta)(1+\zeta)(1-\zeta)$
17	(0, 1, 0)	$0.5 \eta (1+\eta)(1+\varepsilon)(1-\varepsilon)(1+\zeta)(1-\zeta)$
18	(1, 1, 0)	$0.25 \varepsilon \eta (1+\varepsilon)(1+\eta)(1+\zeta)(1-\zeta)$
19	(-1, -1, 1)	$0.125 \varepsilon \eta \zeta (1-\varepsilon)(1-\eta)(1+\zeta)$
20	(0, -1, 1)	$-0.25 \eta \zeta (1+\varepsilon)(1-\varepsilon)(1-\eta)(1+\zeta)$
21	(1, -1, 1)	$-0.125 \varepsilon \eta \zeta (1+\varepsilon)(1-\eta)(1+\zeta)$
22	(-1, 0, 1)	$-0.25 \varepsilon \zeta (1-\varepsilon)(1+\eta)(1-\eta)(1+\zeta)$
23	(0, 0, 1)	$0.5 \zeta (1+\varepsilon)(1-\varepsilon)(1+\eta)(1-\eta)(1+\zeta)$
24	(1, 0, 1)	$0.25 \varepsilon \zeta (1+\varepsilon)(1+\eta)(1-\eta)(1+\zeta)$
25	(-1, 1, 1)	$-0.125 \varepsilon \eta \zeta (1-\varepsilon)(1+\eta)(1+\zeta)$
26	(0, 1, 1)	$0.25 \eta \zeta (1+\varepsilon)(1-\varepsilon)(1+\eta)(1+\zeta)$
27	(1, 1, 1)	$0.125 \varepsilon \eta \zeta (1+\varepsilon)(1+\eta)(1+\zeta)$

表3 線性六面單元體的節點座標及內插函數

編號 i	局部座標 (ε, η, ζ)	內插函數 ϕ_i
1	(-1, -1, -1)	$0.125(1-\varepsilon)(1-\eta)(1-\zeta)$
2	(1, -1, -1)	$0.125(1+\varepsilon)(1-\eta)(1-\zeta)$
3	(-1, 1, -1)	$0.125(1-\varepsilon)(1+\eta)(1-\zeta)$
4	(1, 1, -1)	$0.125(1+\varepsilon)(1+\eta)(1-\zeta)$
5	(-1, -1, 1)	$0.125(1-\varepsilon)(1-\eta)(1+\zeta)$
6	(1, -1, 1)	$0.125(1+\varepsilon)(1-\eta)(1+\zeta)$
7	(-1, 1, 1)	$0.125(1-\varepsilon)(1+\eta)(1+\zeta)$
8	(1, 1, 1)	$0.125(1+\varepsilon)(1+\eta)(1+\zeta)$

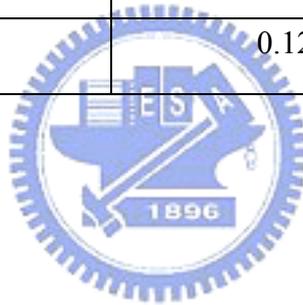


表 4、高斯積分之權重值及取樣點

$$\int_{-1}^1 I(\xi) d\xi \cong \sum_{l=1}^n w_{nl}(\xi_{nl})$$

Number of Gauss points, n	Accuracy of quadrature	Gauss points, ξ_{nl}	Weights, w_{nl}
1	$O(h^2)$	$\xi_{11} = 0$	$w_{11}=2$
2	$O(h^4)$	$\xi_{21} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ $=-0.57735\dots$ $\xi_{22} = -\xi_{21}$	$w_{21}=1$ $w_{22}=w_{21}$
3	$O(h^6)$	$\xi_{31} = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ $=-0.77460\dots$ $\xi_{32} = 0$ $\xi_{33} = -\xi_{31}$	$w_{31}=5/9$ $=0.55555\dots$ $w_{32}=8/9$ $=0.88888\dots$ $w_{33}=w_{31}$
4	$O(h^8)$	$\xi_{41} = -\frac{\sqrt{15+2\sqrt{30}}}{\sqrt{35}}$ $=-0.86113\dots$ $\xi_{42} = -\frac{\sqrt{15-2\sqrt{30}}}{\sqrt{35}}$ $=-0.33998\dots$ $\xi_{43} = -\xi_{42}$ $\xi_{44} = -\xi_{41}$	$w_{41} = \frac{49}{6(18+\sqrt{30})}$ $=0.34785\dots$ $w_{42} = \frac{49}{6(18-\sqrt{30})}$ $=0.65214\dots$ $w_{43}=w_{42}$ $w_{44}=w_{41}$
5	$O(h^{10})$	$\xi_{51} = -\frac{\sqrt{35+2\sqrt{70}}}{\sqrt{63}}$ $=-0.90617\dots$ $\xi_{52} = -\frac{\sqrt{35-2\sqrt{70}}}{\sqrt{63}}$ $=-0.53846\dots$ $\xi_{53} = 0$ $\xi_{54} = -\xi_{52}$ $\xi_{55} = -\xi_{51}$	$w_{51} = \frac{5103}{50(322+13\sqrt{70})}$ $=0.23692\dots$ $w_{52} = \frac{5103}{50(322-13\sqrt{70})}$ $=0.47862\dots$ $w_{53}=128/225$ $=0.56888\dots$ $w_{54}=w_{52}$ $w_{55}=w_{51}$

David S. Burnett, "Finite Element Analysis : Form Concepts to Applications", Addison-Wesley, Reading Mass., (1987) .

表5 高斯點座標及其權重值

編號 i	權重值 w	局部座標 (ε, η, ζ)
1	1.0	$(-1/\sqrt{3}, -1/\sqrt{3}, -1/\sqrt{3})$
2	1.0	$(1/\sqrt{3}, -1/\sqrt{3}, -1/\sqrt{3})$
3	1.0	$(-1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3}, -1/\sqrt{3})$
4	1.0	$(1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3}, -1/\sqrt{3})$
5	1.0	$(-1/\sqrt{3}, -1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3})$
6	1.0	$(1/\sqrt{3}, -1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3})$
7	1.0	$(-1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3})$
8	1.0	$(1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3})$

表 6、PP 含 20 % 碳黑高分子材料之物理性質及流變參數表

材料型號：9039	
供應廠商：名言塑膠顏料有限公司	
◎物理性質參數	
熔體密度， ρ_m (Kg/m ³)	760
◎流變參數	
power law constant， K_0 (Pa · s ⁿ)	855791
temperature sensitivity， a (1/K)	0.00478
truncation viscosity， η_0 (Pa · s)	46805
power law index， n (dimensionless)	0.286
reference temperature， T_0 (°C)	210
cutoff shear rate， $\dot{\gamma}_0$ (1/s)	1

n代入下式用以求黏度 η

$$\eta = \begin{cases} K_0 e^{-aT} & \dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_0 \\ K_0 e^{-aT} \left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right)^{n-1} & \dot{\gamma} > \dot{\gamma}_0 \end{cases}$$

表7 3對進料流道Maddock混合元件之尺寸大小

Square pitched screw

螺桿直徑：45 (mm)

溝道直徑：15 (mm)

套筒與barrier flight之間の間隙： $\delta_b=0.5$ (mm)

套筒與wiping flight之間の間隙： $\delta_f=0.076$ (mm)

混合元件長度：90 (mm)

溝道長度：74 (mm)

barrier flight寬度：10 (mm)

wiping flight寬度：6.4 (mm)



表8 3對進料流道Helical Leroy混合元件之尺寸大小

Square pitched screw

螺桿直徑：45 (mm)

溝道直徑：15 (mm)

套筒與barrier flight之間の間隙： $\delta_b=0.5$ (mm)

套筒與wiping flight之間の間隙： $\delta_f=0.076$ (mm)

混合元件長度：90 (mm)

溝道長度：74 (mm)

溝道寬度：15 (mm)

barrier flight寬度：10 (mm)

wiping flight寬度：6.4 (mm)

helix angle：30°

表9 4對進料流道最佳螺旋角、最佳套筒與barrier flight之間的間隙

Helical Leroy混合元件之尺寸大小

Square pitched screw

螺桿直徑：45 (mm)

溝道直徑：15 (mm)

套筒與barrier flight之間的間隙： $\delta_b=0.7$ (mm)

套筒與wiping flight之間的間隙： $\delta_f=0.076$ (mm)

混合元件長度：90 (mm)

溝道長度：74 (mm)

溝道寬度：12 (mm)

barrier flight寬度：7 (mm)

wiping flight寬度：4.2 (mm)

helix angle：50°

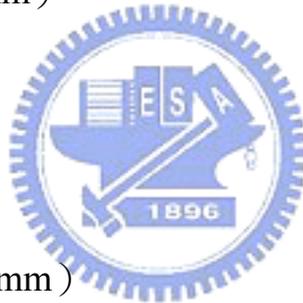


表10 3對與4對進料流道於最佳螺旋角、最佳套筒與barrier flight之間
的間隙Helical Leroy混合元件之

障壁區應力、高應力區作用時間及壓力梯度之比較表

	3對進出料流道	4對進出料流道
障壁區應力 (MPa)	0.291637	0.335841
高應力區作用時間 (sec)	0.20563	0.12435
軸向壓力梯度 (Mpa/m)	15.98693	13.47912

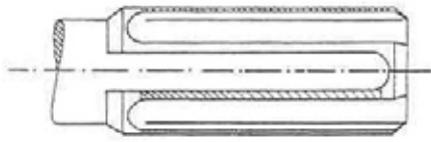


圖1(a)、 maddock混合元件

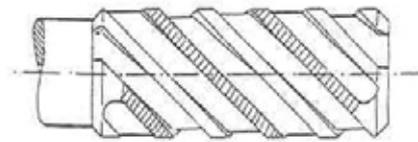


圖1(b)、egan混合元

件



圖1(c)、 dray混合元件

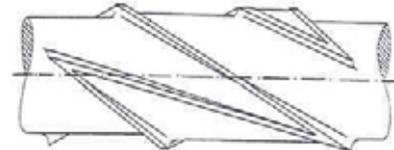


圖1(d)、 zorro混合元

件

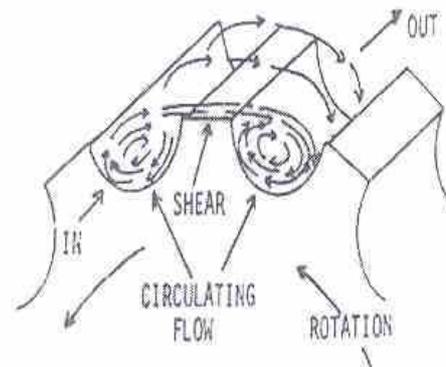


圖2、流道式混合元件之作用機制

C. Rauwendaal, 'Polymer Extrusion', Hanser, New York, 1990

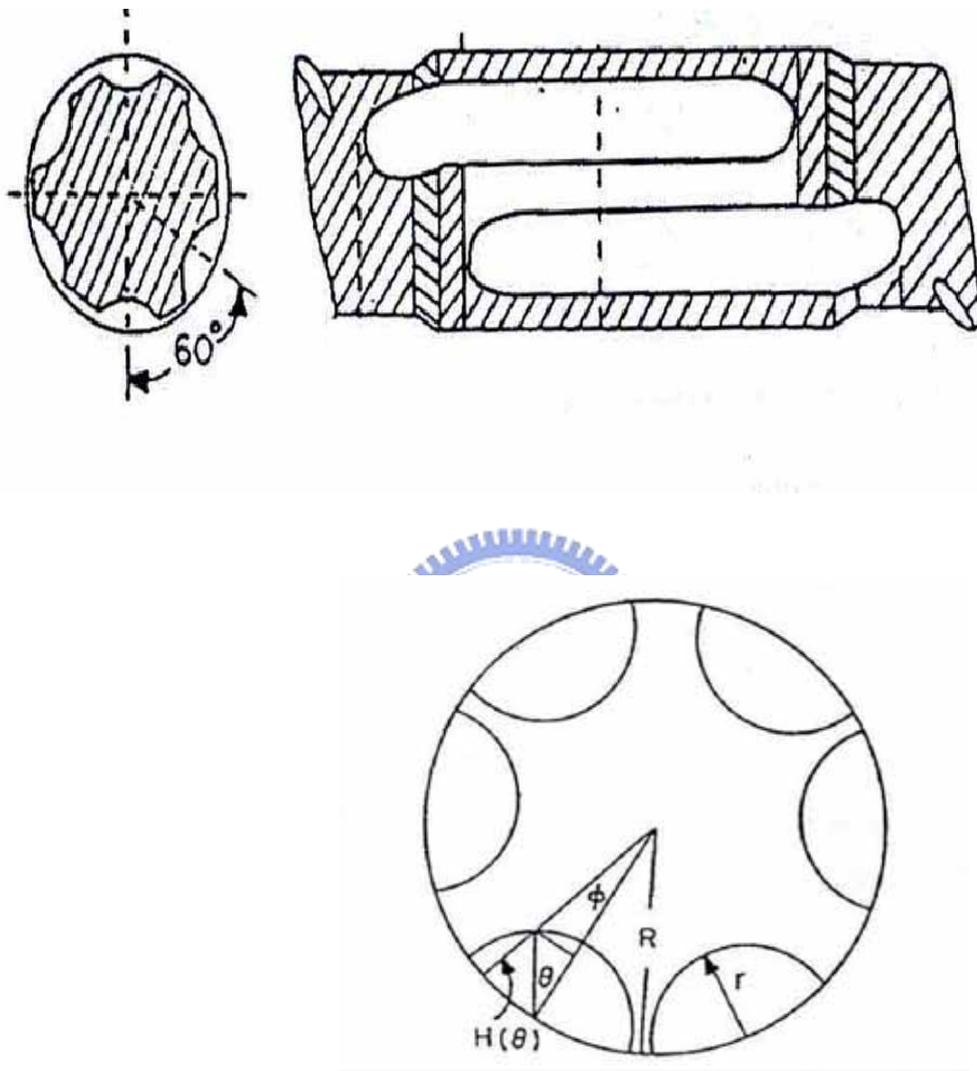


圖 3 、 3 對 Maddock 的混合元件幾何形狀

C. Rauwendaal, 'Polymer Extrusion', Hanser, New York, 1990

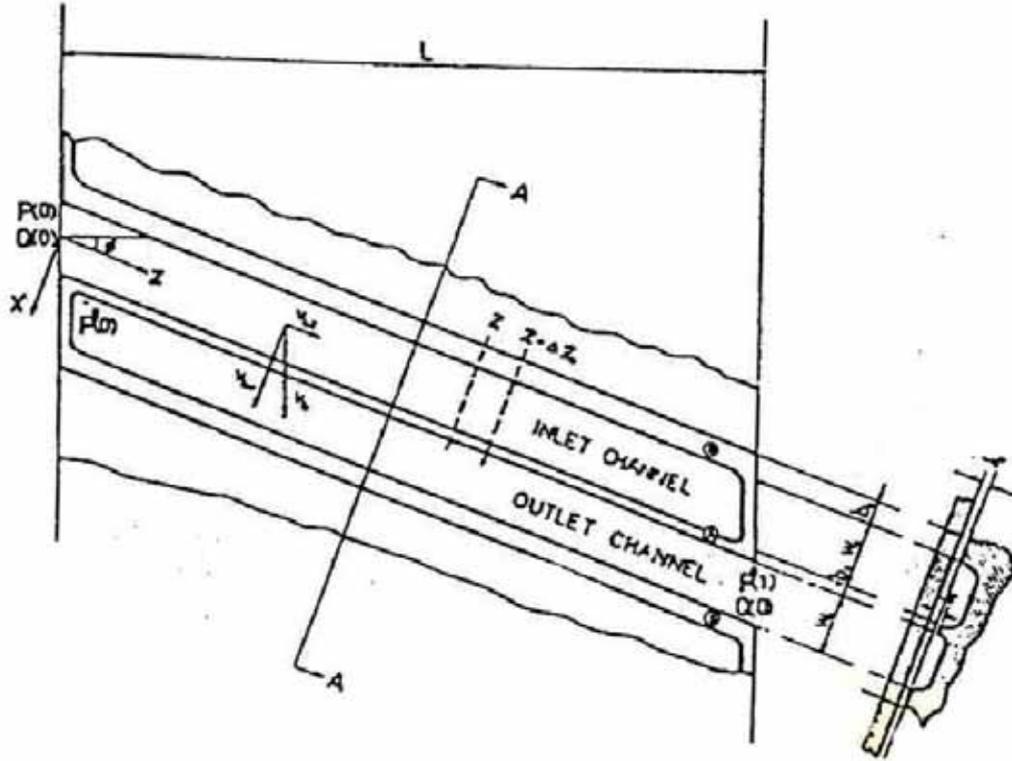


圖 4、Helical LeRoy 混合元件流動展開圖

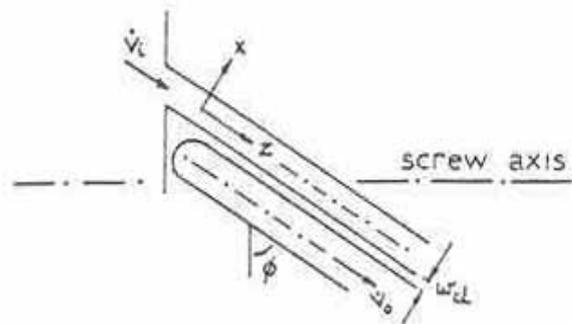


圖5、流道式混合元件之示意圖

C. Rauwendaal, 'Polymer Extrusion', Hanser, New York, 1990

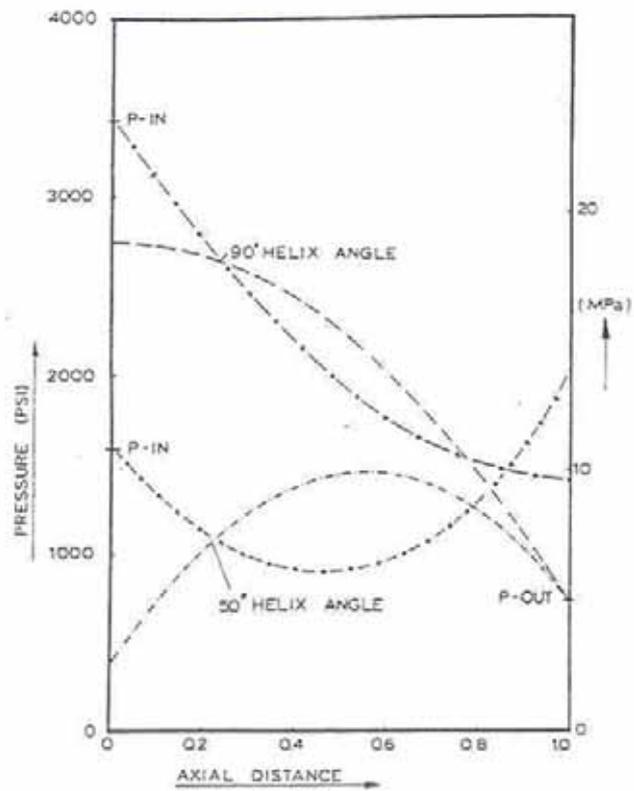


圖6、混合元件中螺旋角對壓力影響之示意圖

C. Rauwendaal, 'Polymer Extrusion', Hanser, New York, 1990

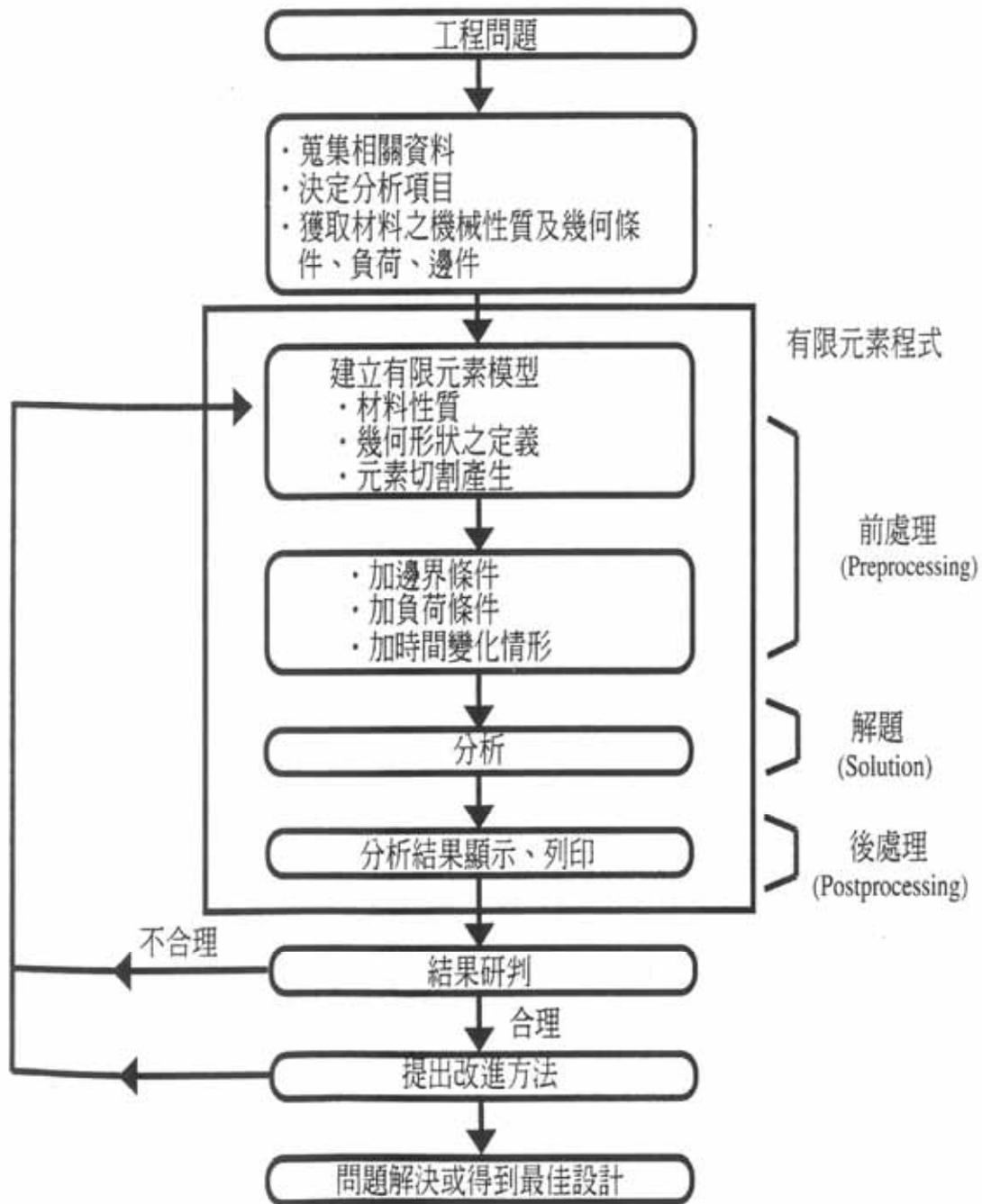


圖 7、有限元素分析之流程圖

蔡國忠, "電腦輔助工程分析-ANSYS 使用指南"

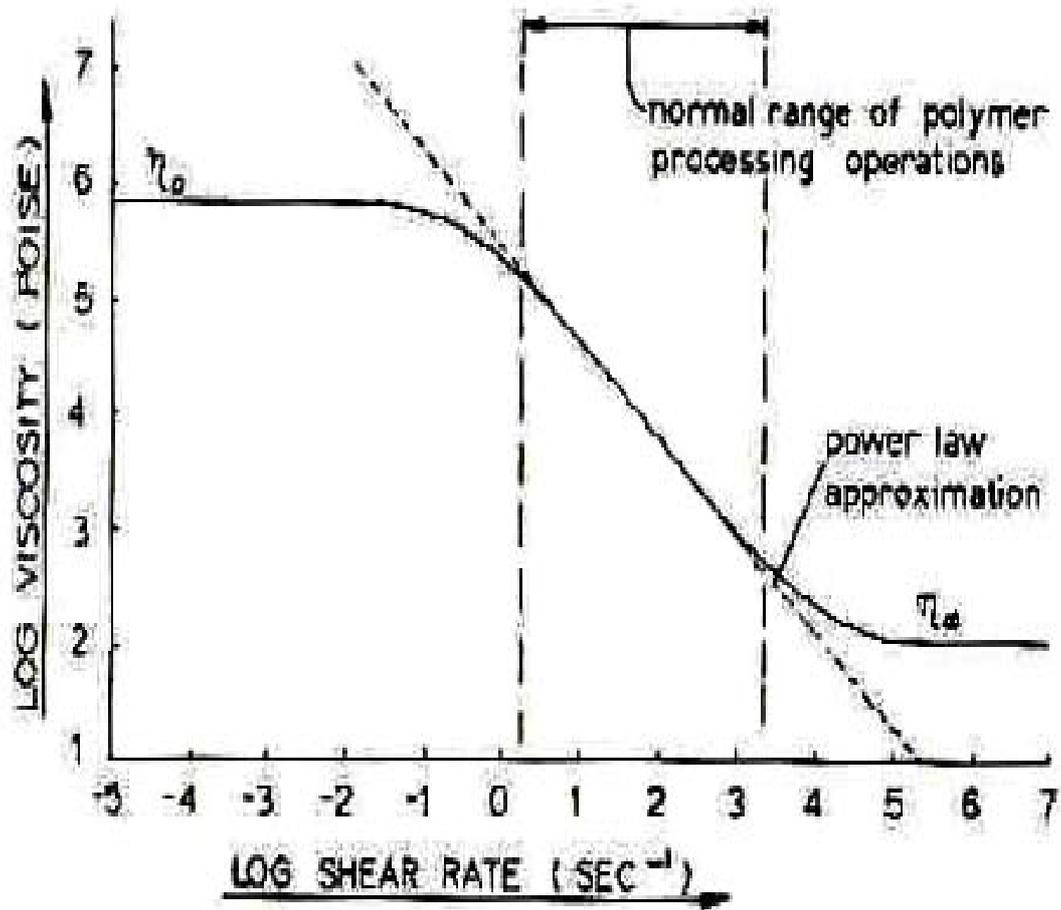


圖 8、一般假塑性流體黏度與剪切率示意圖
 C. Rauwendaal, "Polymer Extrusion", Hanser, New York, (1990) .

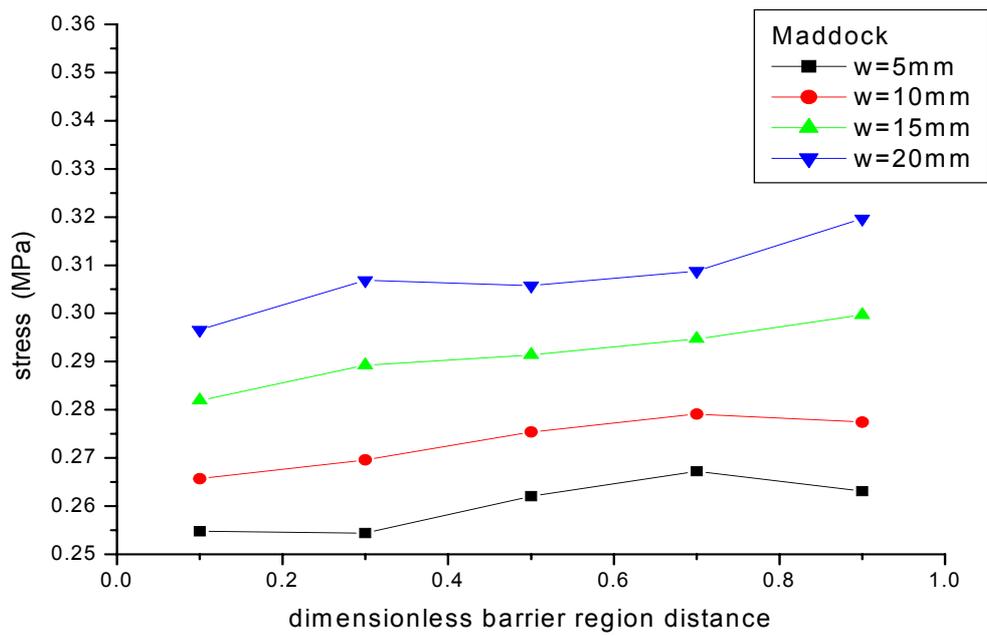


圖 9、Maddock 混合元件在不同障壁梯板寬度下，應力與障壁區位置圖

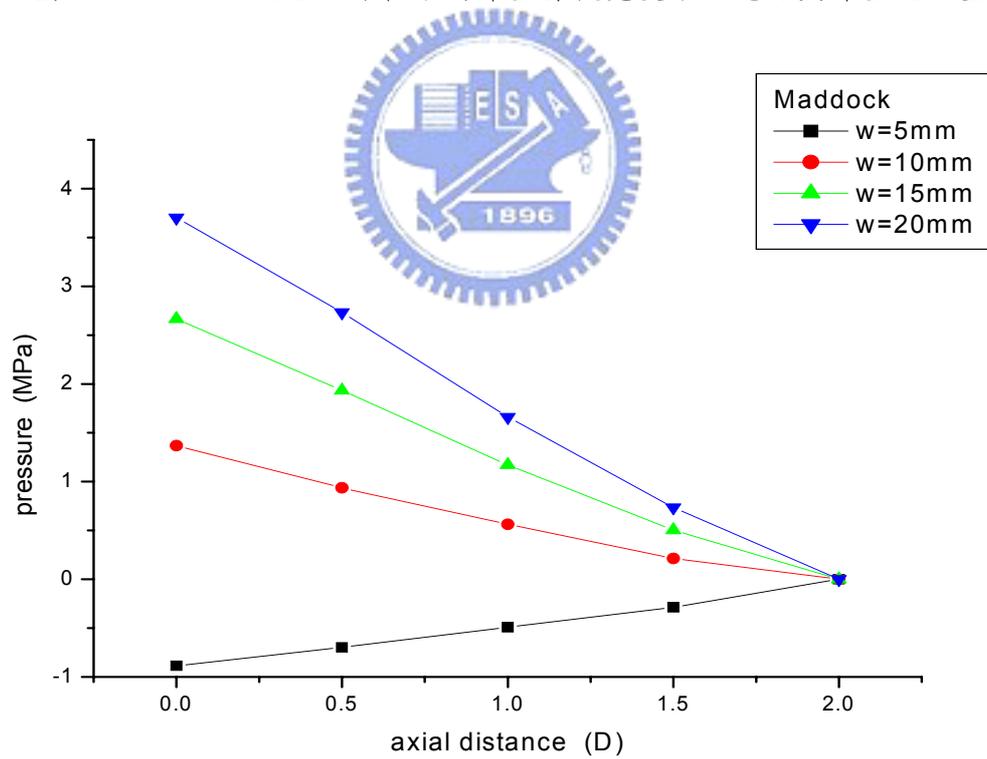


圖 10、Maddock 混合元件在不同障壁梯板寬度下，壓力與軸向位置圖

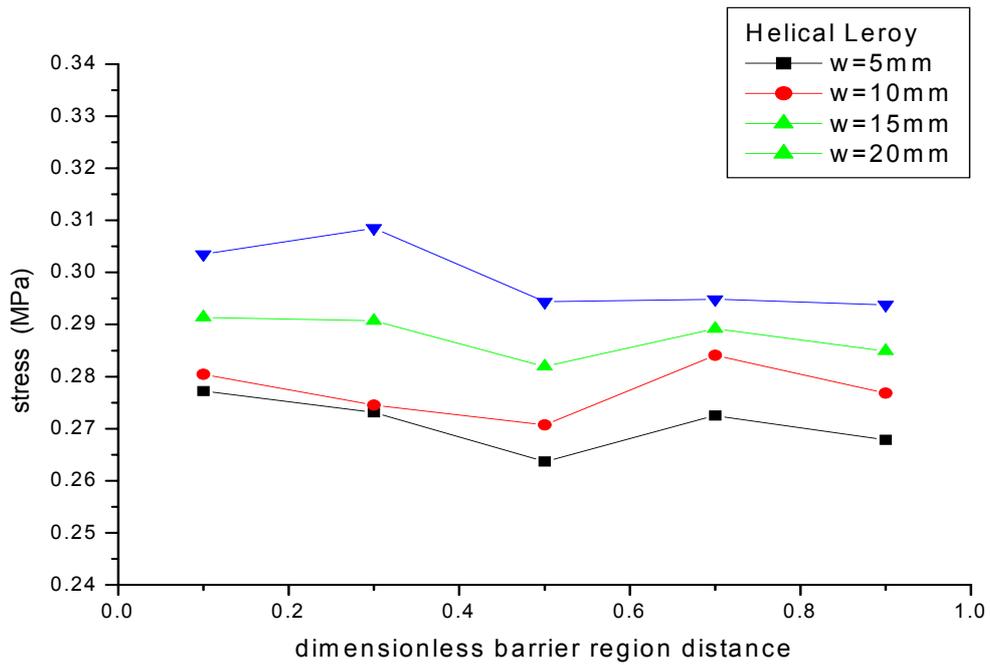


圖 11、Helical Leroy 混合元件在不同障壁梯板寬度下，應力與障壁區位置

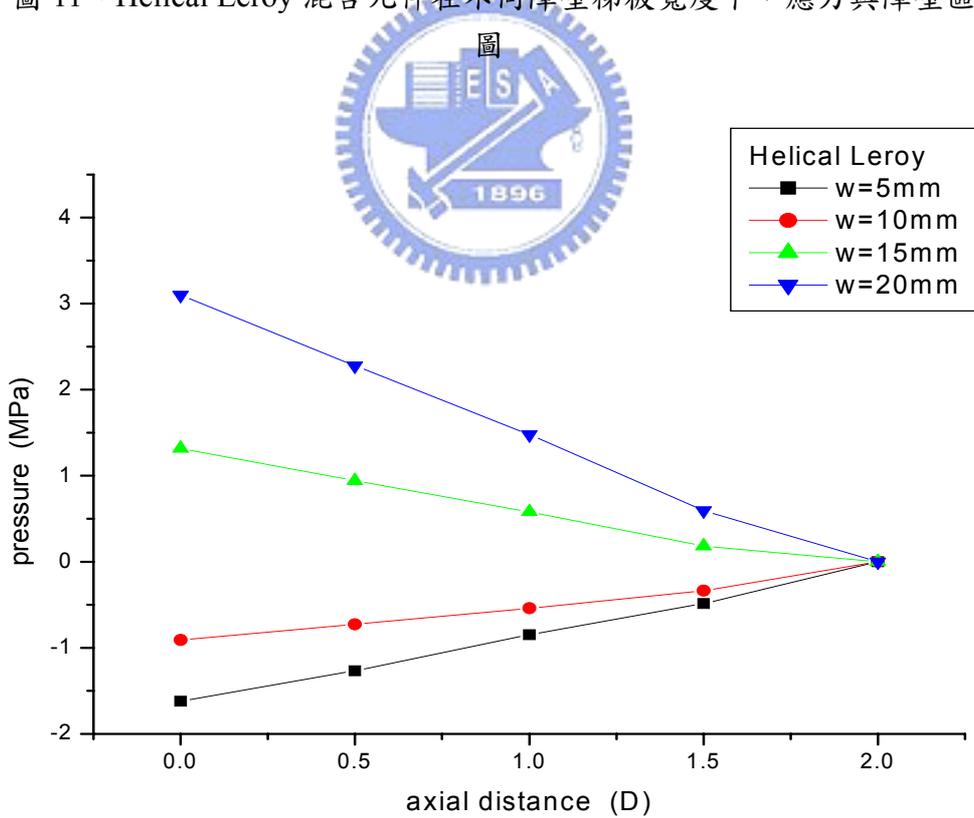


圖 12、Helical Leroy 混合元件在不同障壁梯板寬度下，壓力與軸向位置圖

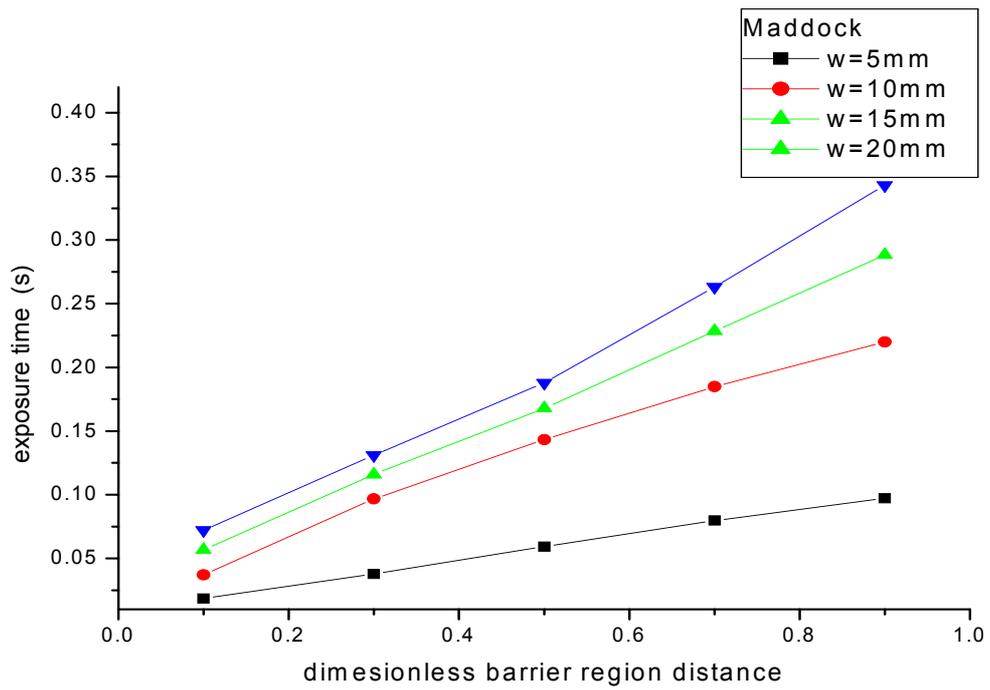


圖 13、Maddock 混合元件在不同障壁梯板寬度下，承受應力的時間與障壁區位置圖

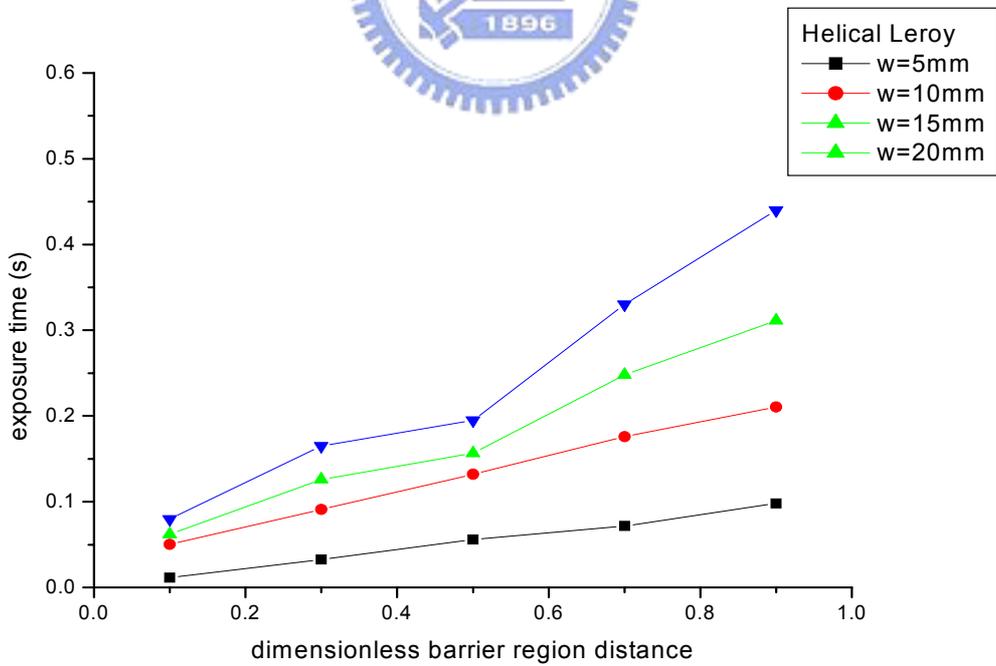


圖 14、Helical Leroy 混合元件在不同障壁梯板寬度下，承受應力的時間與障壁區位置圖

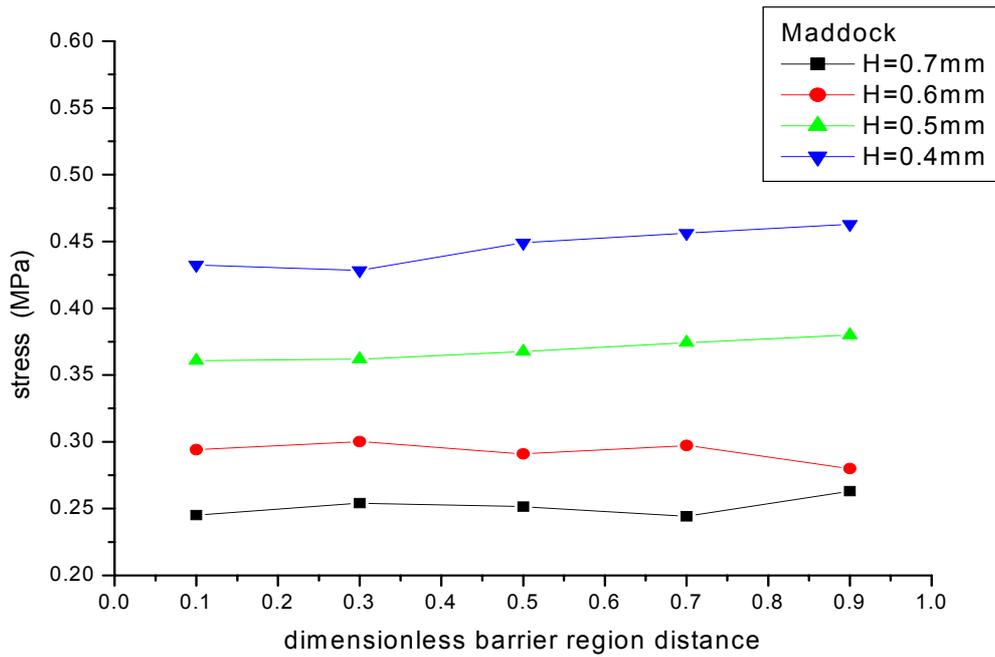


圖 15、Maddock 混合元件在不同障壁梯板與套筒間隙下，應力與障壁區

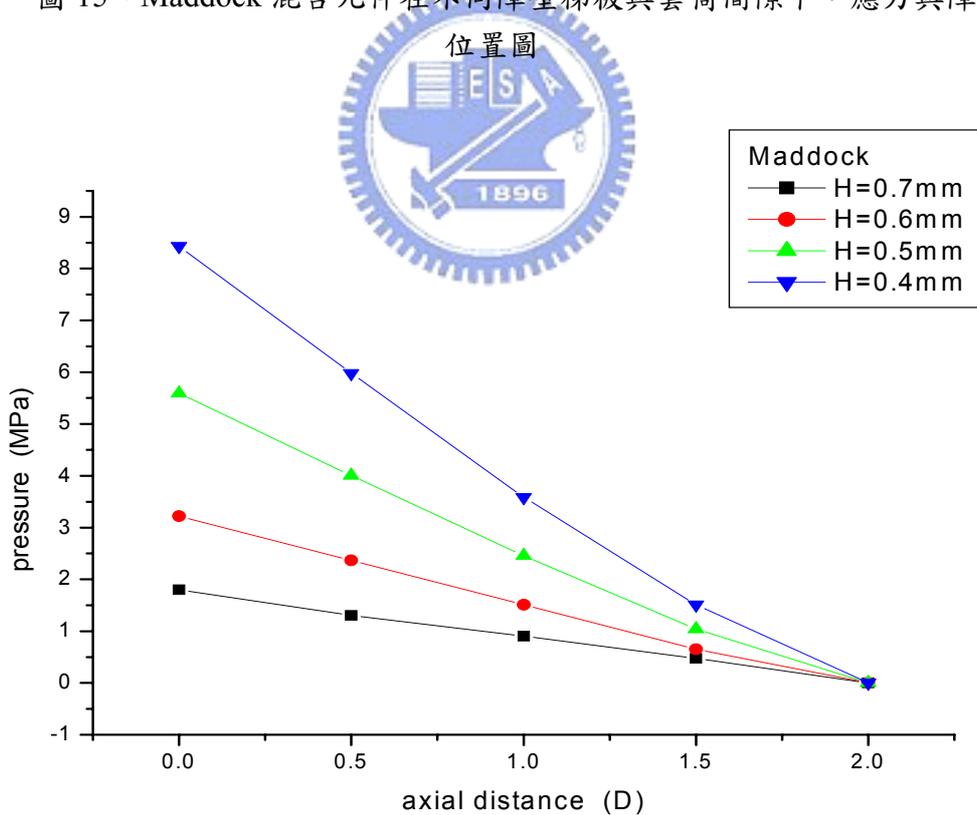


圖 16、Maddock 混合元件在不同障壁梯板與套筒間隙下，壓力與軸向位置圖

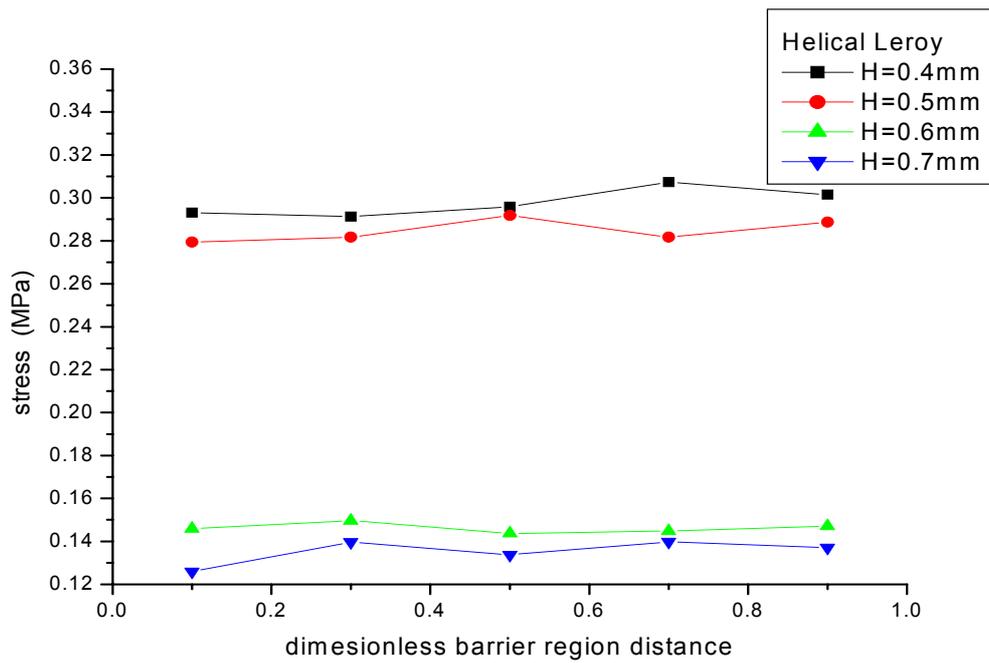


圖 17、Helical Leroy 混合元件在不同障壁梯板與套筒間隙下，應力與障壁區位置

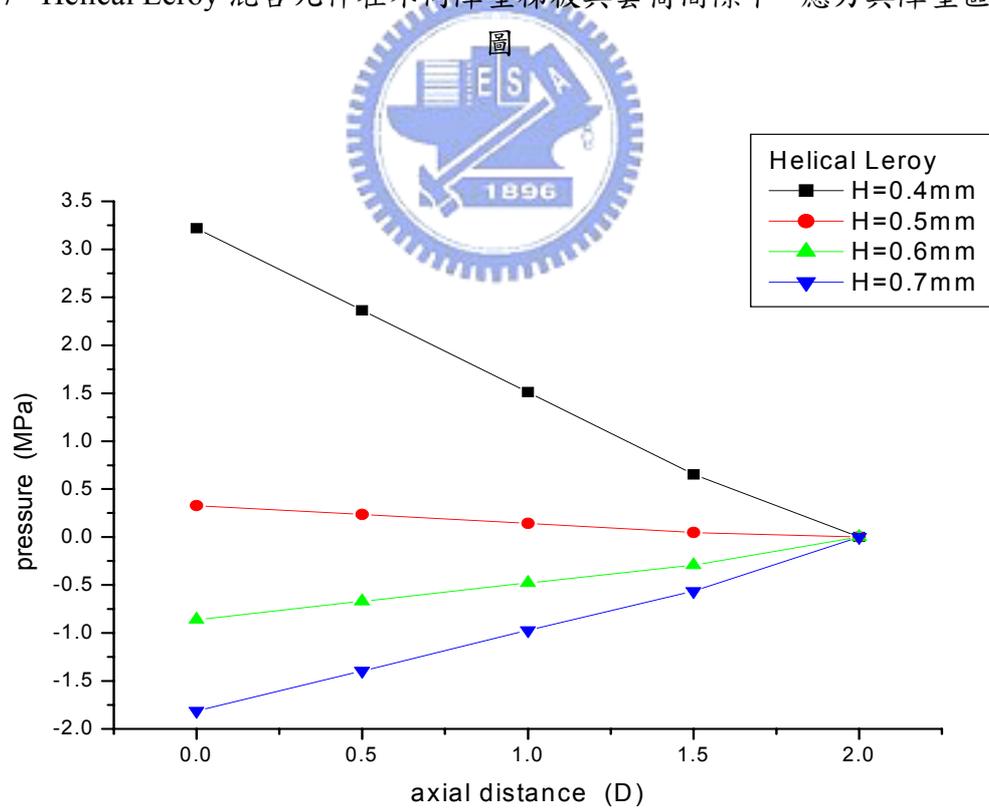


圖 18、Helical Leroy 混合元件在不同障壁梯板與套筒間隙下，壓力與軸向位置圖

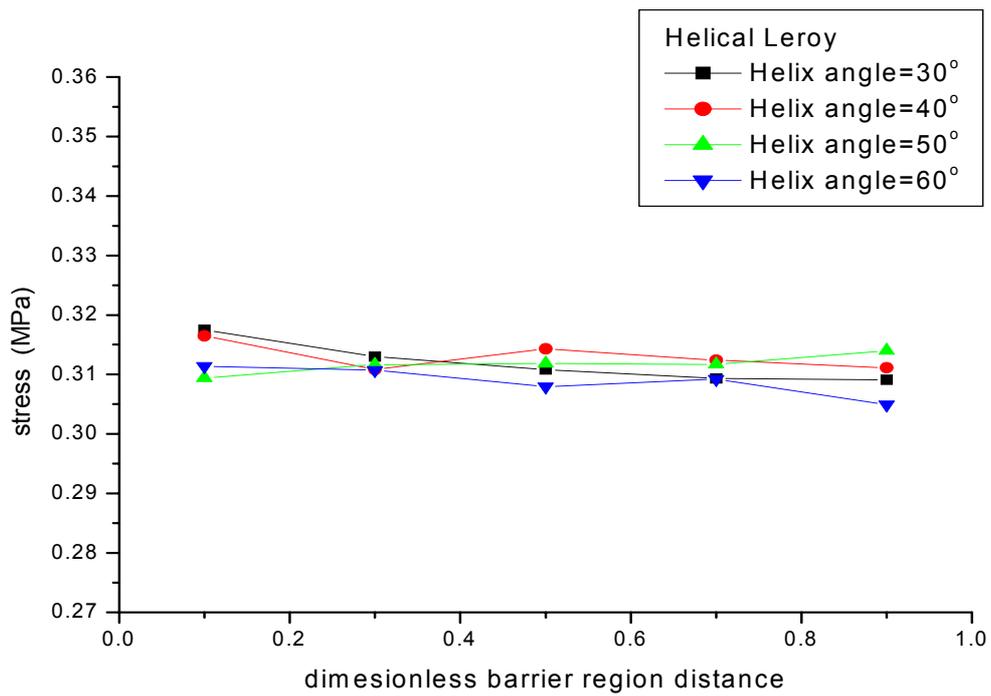


圖 19、Helical Leroy 混合元件在不同螺旋角下，應力與障壁區位置圖

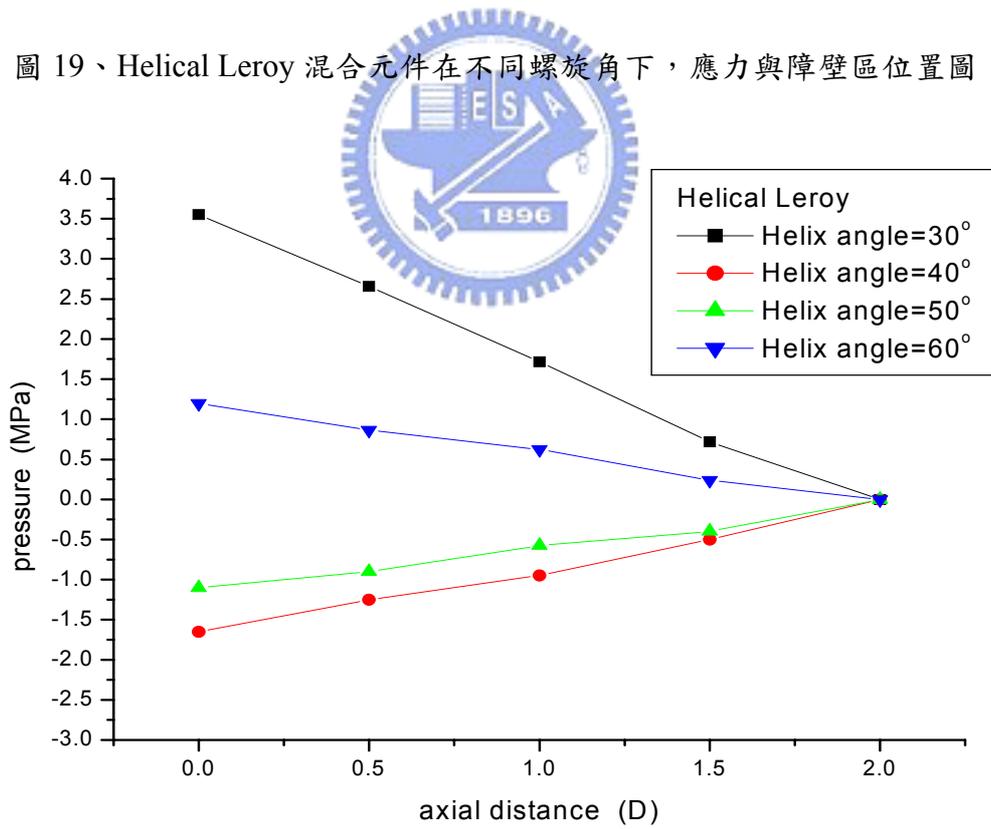


圖 20、Helical Leroy 混合元件在不同螺旋角下，壓力與軸向位置圖

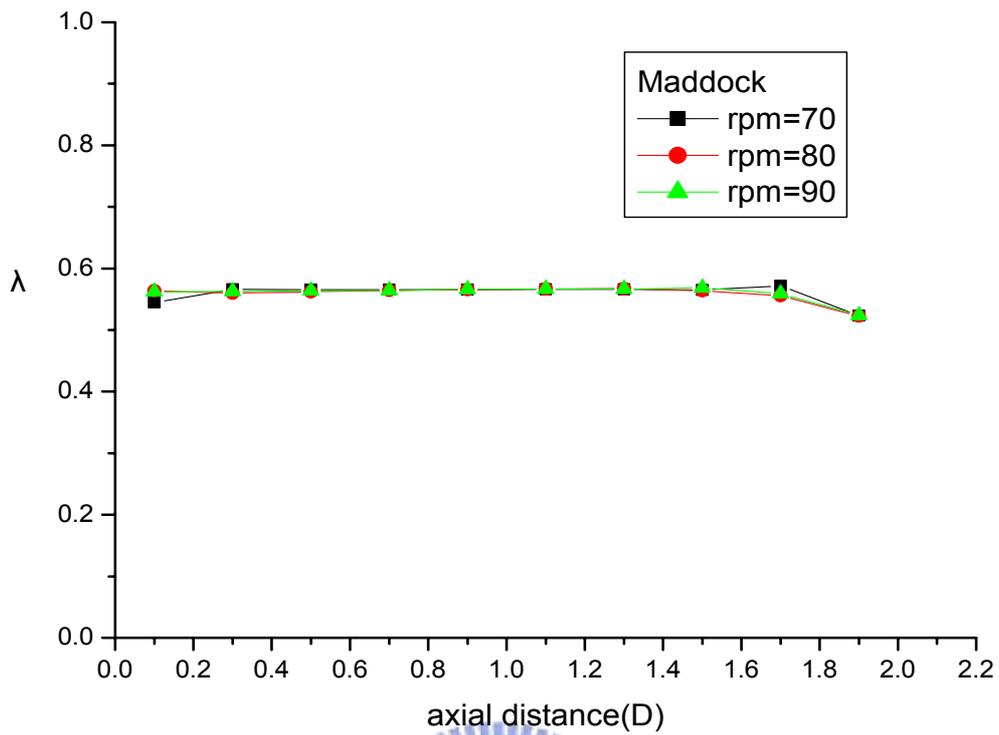


圖 21、Maddock 混合元件在不同套筒轉速下， λ 與軸向位置圖

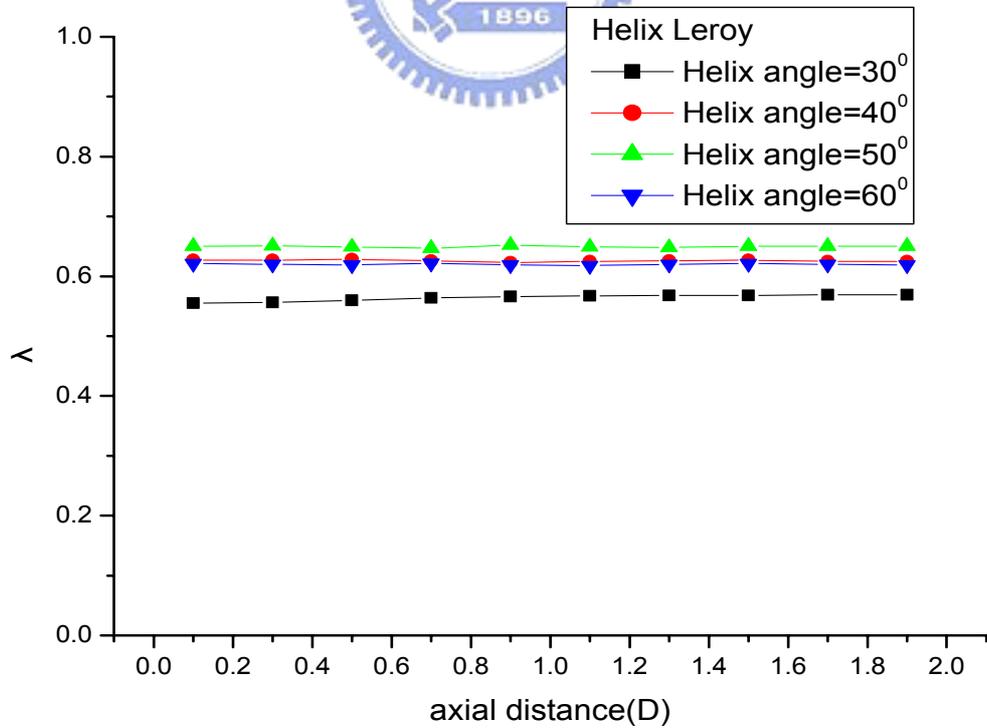


圖 22、Helical Leroy 混合元件在不同螺旋角下， λ 與軸向位置圖

參考文獻

1. B. H. Maddock, SPE Journal, July, p. 23 (1967)
2. Z. Tadmor and I. Kliein, Polym. Eng. Sci., Vol. 13, p. 382 (1973)
3. Z. Tadmor, E. Broyer and C. Gutfinger, Polym. Eng. Sci., Vol. 14, p.660 (1974)
4. B. Elbirli and J. T. Lindt, SPE ANTEC Tech., Vol. 29, p. 104 (1983)
5. A. Kiani, R. Rakos and D. H. Sebastian, SPE ANTEC Tech., Vol. 35, p. 62 (1983)
6. C. D. Han and K. Y. Lee, Polym. Eng. Sci., Vol. 31, No. 11, p. 813 (1991)
7. Y. Wang and C. C. Tsay, Polym. Eng. Sci., Vol. 25, No. 5, p. 643 (1996)
8. C. Wang and I. Manas-Zloczower, Int. Polym. Proc., Vol. 9, No. 1, p. 46 (1994) .
9. C. Wang and I. Manas-Zloczower, Polym. Eng. Sci., Vol. 34, No. 15, p. 1224 (1994) .
10. C. Wang and I. Manas-Zloczower, Int. Polym. Proc., Vol. 11, No. 2, p. 115 (1996) .
11. I. Manas-Zloczower and Hongfei Cheng, Macromol. Symposia., Vol. 112, p. 77 (1996) .
12. Martin Gale, Adv. Polym. Technol., Vol. 16, No. 4, p. 251 (1997) .
13. W. G. Yao, K. Takahashi, and Y. Abe, Int. Polym. Process., Vol. 9, No. 3, p. 222 (1996) .
14. W. G. Yao, K. Takahashi and K. Koyama, Polym. Eng. Sci., Vol. 37,

- No. 3, p. 615 (1997) .
15. W. G. Yao, K. Takahashi, K. Koyama, and G. C. Dai, Chem. Eng. Sci., Vol. 52, No. 1, p. 13 (1997) .
 16. W. G. Yao, K. Takahashi, K. Koyama, and G. C. Dai, J. Chem. Eng. Jpn., Vol. 30, No. 4, p. 748 (1997) .
 17. A. C. Rios, P. J. Gramann, T. A. Osswald, M. del P. Noriega and O. A. Estrada, Int. Polym. Proc., Vol. 15, No. 1, p. 12 (2000) .
 18. A. C. Rios and T. A. Osswald, Eng. Anal. Bound. Elem., Vol. 24, No. 1, p. 89 (2000) .
 19. Syang-Peng Rwei, Polym. Eng. Sci., Vol. 41, No. 10, p. 1665(2001) .
 20. W. Wang, I. Manas-Zloczower and M. Kaufman, Int. Polym. Proc., Vol. 16, No. 4, p. 315 (2001) .
 21. P. G. M. Kruijt, O. S. Galaktionov, P. D. Anderson, G. W. M. Peters, and H. E. H. Meijer, AIChE J., Vol. 47, No. 5, p. 1055 (2001) .
 22. O. S. Galaktionov, P. D. Anderson, P. G. M. Kruijt, G. W. M. Peters, and H. E. H. Meijer, Comput. Fluids., Vol. 30, No. 3, p. 271 (2001) .
 23. G. D. Parfitt, Dispersion of Powders in Liquids, Applied Science Publishers, London (1981)
 24. N. Tokita and I. Pliskin, Rubber Chem. Technol, Vol. 46. p. 1166 (1973)
 25. I. Pliskin, Rubber Chem. Technol., Vol. 46, p. 1218 (1973)
 26. A. Medalia, Measurement of Carbon Black Dispersion in Educational Symposium, Efficient Rubber Mixing Technology, ACS, Rubber Division Meeting, Cleveland, Oct. 13, 1981
 27. A. Medalia, Colloid Interface Sci., Vol. 32, p.115 (1970)

- 28.W. R. Bolen and R. E. Colwell, SPE J., Vol. 14, p. 24 (1958)
- 29.S. W. Horwatt, D. L. Feke and I. Manas-Zloczower, Poeder Technol.,
Vol. 72, p. 113 (1992)
- 30.H. Rumpf, Agglomeration, Wiley-Interscience, New York (1962)
- 31.P. A. Hartley and G. D. Parfitt, Langmuir, Vol. 1, p. 651 (1985)
- 32.A. Nir and A. Acrivos, J. Fluid Mech., Vol. 59, p. 209 (1973)
- 33.G. K. Batchelor and J. T. Green, J. Fluid Mech., Vol. 56, p. 375 (1972)
- 34.D. F. Bagster and D. Tomi, Chem. Eng. Sci., Vol. 29, p. 1773 (1974)
- 35.I. Manas-Zloczower, A. Nir and Z. Tadmor, Rubber Chem. Technol.,
Vol. 43, p.339 (1975)
- 36.I. Manas-Zloczower, A. Nir and Z. Tadmor, Polym. Compos., Vol. 6,
p.222 (1985)
- 37.Manas, Zloczower and D. L. Feke, Int. Polym. Process. J., Vol. 4, p. 3
(1989)
- 38.R. L. Powell and S. G. Mason, Am. Inst. Chem. Eng. J., Vol. 28, p. 286
(1982)
- 39.S. P. Rwei, I. Manas-Zloczower and D. L. Feke, Polym. Eng. Sci., Vol.
30, p. 701 (1990)
- 40.S. P. Rwei, I. Manas-Zloczower and D. L. Feke, Polym. Eng. Sci., Vol.
31, p. 558 (1991)
- 41.G. LeRoy, U.S. Patert 4, 218, 416.

42. B.H. Maddock, SPE. J., July, 23, (1967).
43. R. B. Gregory and L. F. Street, U.S. Patent 3, 411, 179
44. C. Rauwendaal, "Polymer Extrusion", Ch. 8, Hanser, New York, (1990).
45. C. Rauwendaal, Polym. Eng. Sci., 26, 1245(1986).
46. David S. Burnett, "Finite Element Analysis : Form Concepts to Applications", Addison-Wesley, Reading Mass., (1987) .
47. C. Taylor and T. G. Hughes, "Finite Element Programming of the Navier-Stokes Equations", Pineridge, Swansea U. K., (1981) .

