國 立 交 通 大 學
運 輸 科 技 與 管 理 學 系 碩 士 班

碩 士 論 文

題目：以拉格蘭式鬆弛演算法求解航空貨運承攬業之併裝決策問題

A Lagrangean Relaxation Based Heuristic for Solving Consolidation Problem of Air Cargo Forwarders

研 究 生：紀玟豪
指導教授：黃寬丞 博士

中 華 民 國 九 十 三 年 六 月

以拉式鬆弛演算法求解航空貨運承攬業之併裝決策問題

A Lagrangean Relaxation Based Heuristic for Solving Consolidation Decision Problem of Air Cargo Forwarders

研 究 生：紀玟豪　　Student：Wen-Hao Chi

指導教授：黃寬丞　　Advisor：Kuan-Cheng Huang

國 立 交 通 大 學

運輸科技與管理學系

碩 士 論 文

A Thesis

Submitted to Department of Transportation Technology and Management

College of Management

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Transportation Technology and Management

June 2004

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十三年六月

以拉式鬆弛演算法求解航空貨運承攬業之併裝決策問題

學生：紀玟豪　　　　　　　　　　　　　　　　　指導教授：黃寬丞 博士

國立交通大學運輸科技與管理學系

摘　要

航空貨運業在過去的數十年中蓬勃發展，而最近相關的運量預測也顯示未來二十年的成長亦相當樂觀。同時，台灣的經濟發展相當依賴以出口為導向之高科技製造業，一個高效率之航空貨運業將非常有助於台灣產品競爭力之提升。然而，國際航空貨運業是一個作業密集的產業，其經營牽涉眾多的參與者及許多複雜的程序與作業。其中航空貨運承攬業所扮演之角色，一方面是貨主的服務供應者，另一方面也同時是航空公司的消費需求者，於整個航空貨運的流程中扮演著極重要的角色。

由於航空貨運的計費機制上相當複雜，需同時考量託運貨物的重量與體積，且具有顯著的數量折扣，航空貨運承攬業者必須非常有技巧地將所承攬的貨物加以併裝，才能在滿足客戶的需求下，降低支付給航空公司的運費。過去之研究針對航空貨運承攬業之併裝決策問題，發展了混合整數規劃(Mixed Integer Programming – MIP)的模式來求解。然而，受限於運算的複雜度，MIP 模型對於較大規模的問題並無法在短時間內找到合理的解答。

為發展合適之求解演算法做為航空貨運併裝決策輔助系統的核心模組，本研究將航空貨運承攬業的併裝決策問題轉換成熟知的集合涵蓋問題(Set Covering Problem - SCP)，再以對求解 SCP 相當具有成效的拉式鬆弛法為基礎，發展一遞迴性的啟發式求解演算法。為提升求解的效率與品質，本研究並針對演算法之相關議題，如併裝組合空間之調整、可行解之求得、以及參數設定等，進行多項的測試與分析。

數值測試的結果發現，對於小型問題，在 MIP 模型可在合理時間內提供最佳解的情況下，該啟發式求解演算法所得的目標式值均相當接近最佳值。另外，對於中大型問題，固然 MIP 模型無法提供最佳值供比對，但演算法均可在合理的時間內收斂，並提供極具參考價值之解答。

關鍵字：航空貨運、航空貨運承攬業、併裝問題、整數規劃、拉式鬆弛演算法

A Lagrangean Relaxation Based Heuristic for Solving Consolidation Decision Problem of Air Cargo Forwarders

Student：Wen-Hao Chi Advisor：Dr. Kuan-Cheng Huang

Institute of Transportation Technology and Management
National Chiao Tung University

Abstract

Air cargo business has been booming for the past decades, and recent forecast also shows that the growth rate is promising for next twenty years. Meanwhile, Taiwan's economic development highly depends on high-tech manufacturing industry, an efficient air cargo business would be very helpful to promote the competition of Taiwan's products. However, international air cargo business is an operation-intensive industry, which involves many players as well as complex processes and operations. The airfreight forwarders play a very important role in the whole process. They are air service providers for shippers and the consumers for air airlines.

The fare system of air cargo is very complex. It considers the weight and volume of the shipment and involves significant quantity discount, airfreight forwarders need to consolidate goods skillfully to the charges from the airlines, while fulfilling customers' request. Past studies developed mixed integer programming models to solve air cargo forwarders' consolidation problem. It is hard to solve large scale problems in reasonable time.

To develop a suitable heuristic as the core module of decision support systems, this study transforms the air airfreight forwarders' consolidation problem to well-known set covering problem and use Lagrangean Relaxation, a successful approach for SCP, to develop a recursive heuristic. To raise the efficiency and quality of the solution algorithm, issues such as set adjustment, feasible solution determination, parameters setting, are examined by various kinds analysis and tests.

Based on the performed experiments, the heuristic generates the solution very close to the optimal one for the small scale problems, whose optimal solution can be derived from the MIP model. For larger scale problems though MIP model can't provide optimal solution for comparison, the heuristic still terminates within a reasonable time and generates a solution, which is useful for decision support.

Key Words: Air Freight, Air Freight Forwarder, Consolidation Decision Problem, Integer Programming, Lagrangean Relaxation

誌 謝

首先要感謝恩師 黃寬丞教授的悉心指導與教誨，使得本論文得以順利完成。每當學生遇到研究上的瓶頸時，與老師討論後，總是能找到解決的方法或是有另一番新的看法及發現，使得研究進度得以持續。指導老師提供許多寶貴的意見，使得本論文能井然有序且完整地表達本研究的過程內容及結果。在此，再次感謝老師這兩年來的指導。

論文口試期間，承蒙系上 王晉元及 謝尚行兩位教授細心地審閱，對有所缺失的地方不吝指教與斧正，並提供許多寶貴的意見及看法，使得本論文的內容更臻完備充實。此外，研究進行過程中，也接受到許多學長姊的協助，提供許多資料，同樣也是造就這篇論文的幕後功臣。

在兩年的碩士生活中，也要感謝系上所有老師的照顧，不管在學業或是做人處世上皆有相當的收穫。也要謝謝研究室的同學及學弟妹們，文秀、清貴、佳琴、建名、雯瑋、雅萍，讓我除了專注於研究上，也能夠找到放鬆心情的空間，還有一干大學時代同學鵬先、明穎、元劭、承翰、思賢等族繁不及備載，讓苦悶的研究生活中，多了許多歡笑。回顧兩年的點點滴滴，有師長的教誨、求學的辛勤、論文的壓力、比賽的汗水、同學的砥礪以及朋友的鼓勵，這一切都將留存在我心裡，成為寶貴的回憶。

最後，將此篇論文獻給我的雙親、妹妹，謝謝你們在我求學過程中，不斷給我支持及鼓勵，讓我能有動力去克服各種的困難，順利地完成這篇論文，取得碩士學位。未來，希望在各個人生階段中都能有你們陪伴成長，也期許自己能帶給你們更多。

玟豪 2004.6

于 新竹交大

目　錄

表 目 錄

圖 目 錄

一、緒　論

1.1　研究背景與動機

目前台灣經濟的核心產業在於高科技產業，因此維持其競爭優勢，係整個國家經濟發展的關鍵工作，而讓台灣發展成為全球產銷中心，更是台灣下一階段經濟發展的目標。政府由早先之「亞太營運中心」，乃至最近「全球運籌中心」等重大國家發展計畫，其目標皆以台灣具備相當規模之製造業，進一步發展台灣成為全球經濟架構中的研發與產銷中心。

全球化所帶來的跨國營運及電子商務二大趨勢下，高科技產業的競爭不再僅限於公司與公司之間，而是各供應鏈群體之間的競爭。而供應鏈競爭優勢的建立，必須靠整個供應鏈成員間密切的整合，對運籌體系中的各環節進行有效管理。尤其是高科技製造業的生產，牽涉眾多零組件與關鍵技術，供應鏈成員的生產基地可能分散在多個國家，而其市場更遍佈於全球各地的開發中國家及已開發國家。因此，產銷過程中的複雜性，加上地理上的空間距離，是高科技產業供應鏈管理上的重要課題。基於此種供應鏈運作上的特性，航空運輸在整個供應鏈中扮演著重要的角色。尤其，台灣是為一太平洋濱的島嶼型國家，對外運輸相當依賴空運，又因位居東亞太平洋的樞紐地位，更增加了台灣成為亞太地區空運中心之機會。

過去數十年間，航空貨運非常迅速地成長，幅度遠超過客運方面的成長，同時許多機構對航空貨運未來的發展，也抱持著樂觀的態度。以航太製造業波音公司為例，該公司近期發表的「世界航空貨運預測」(World Air Cargo Forecast)[1]中，估計從 2001 年至 2021 年廿年間，世界航空貨運每年平均將以 6.4%的比率成長，運量從 2001 年的每年 1404 億延噸–公里(RTK – Revenue Tonne-Kilometer)，成長到 2021 年的每年 4835 億延噸–公里，也就是成長幅度將超過三倍，如圖 1.1 所示。其中以亞太地區成長量最為突出，如中國內陸的航空貨運預計每年成長率將超過 10%，而亞太區域內貨運運量之年平均成長也將高達 8.4%，分別佔世界航空貨運量成長率第一、二位。而亞太–北美航線及亞太–歐洲航線，成長率亦可達到 7.5%及 7.0%，如圖 1.2 所示。依此成長率趨勢推算，到 2021 年時亞太相關的航線的航空貨運量，佔全球航空貨運量的比重將由 2001 年的 45%成長到 55%，如圖 1.3 所示。這顯示了未來航空貨運產業，將有很大的發展空間。

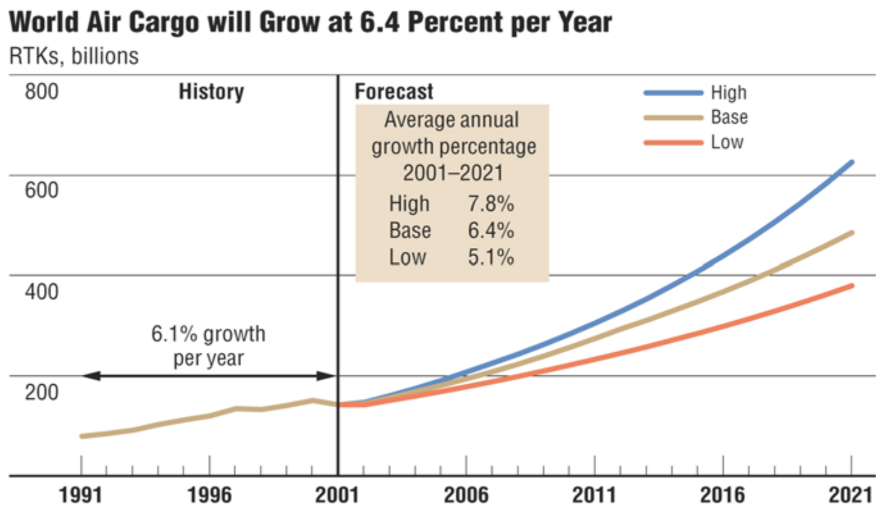


圖 1.1　世界航空貨運成長趨勢[1]

圖 1.2 各地區 2001-2021 年航空貨運成長趨勢比較[1]

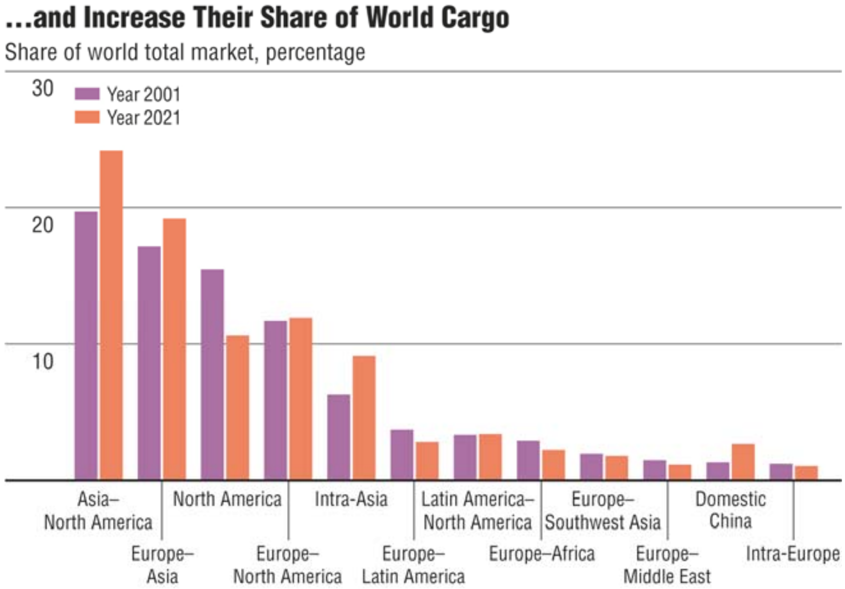


圖 1.3 各地區 2021 年航空貨運預估佔有率比較[1]

有關台灣地區的航空貨運發展，依據民用航空局 2003 年出版之民航統計年報[3]，台灣地區在 1986 年至 2002 年間航空貨物運輸運量，幾乎均呈正向成長，平均成長率高達 8.73%，如表 1.1 所示。其中，若以噸數來計算，每年之國際貨運運量皆佔總運量的 90%以上，由此可知航空貨運之市場，在國際運輸方面之重要性遠高於國內運輸，若以延噸–公里來計算，則國際運輸方面的比重將會更高。

由歷年來全球的國民生產毛額(GDP)，以及航空貨運每年延噸公里數之成長紀錄來觀察，如圖 1.4 所示，航空運輸的發展與國家經濟發展有著密切的關係。從過去廿年裏，航空貨運運量的成長與衰退，與全球的 GDP 變化的方向幾乎一致。尤其，是在 GDP 成長率上升時，航空貨運運量的成長率都遠超過 GDP 的成長率；反之，若在經濟景氣蕭條時，歷年的資料也顯示航空貨運都是受影響最大的幾個產業之一。顯示了航空貨運受景氣變化影響，所呈現的變化幅度與敏感度都超過 GDP 所呈現的。在過去的廿年裏，累計航空貨運運量的成長率是 GDP 成長率的 2.4 倍，其主要的因素，大致可歸功於航空貨運技術與服務品質的提升，以及貨主對航空貨運優點之認知。

航空貨運業的成長固然與經濟成長的指標息息相關，但事實上航空貨運業的發展，

及其技術與服務品質的提升，同時也是支持台灣產業競爭力提升的重要因素。基於前述航空貨運業發展的前瞻性，與航空貨運對國家經濟成長與競爭力的重要性，可知航空貨運相關的研究，應在學術界與產業界皆具有其重要性。

表 1.1 台灣地區歷年國際與國內航線貨運量及其成長率

年別	總計		國際航線		國內航線	
	噸數	年成長率	噸數	年成長率	噸數	年成長率
75	424,537		402,964		21,573	
76	510,741	20.31%	485,599	20.51%	25,142	16.54%
77	542,793	6.28%	516,053	6.27%	26,740	6.36%
78	608,580	12.12%	576,997	11.81%	31,584	18.11%
79	662,134	8.80%	625,431	8.39%	36,704	16.21%
80	714,808	7.96%	670,127	7.15%	44,681	21.73%
81	816,438	14.22%	763,308	13.90%	53,130	18.91%
82	853,878	4.59%	793,264	3.92%	60,615	14.09%
83	880,273	3.09%	809,453	2.04%	70,820	16.83%
84	1,105,695	25.61%	1,019,797	25.99%	85,898	21.29%
85	1,172,440	6.04%	1,078,042	5.71%	94,398	9.90%
86	1,307,579	11.53%	1,203,929	11.68%	103,651	9.80%
87	1,299,281	-0.63%	1,205,181	0.10%	94,101	-9.21%
88	1,445,614	11.26%	1,349,185	11.95%	98,295	4.46%
89	1,619,990	12.06%	1,525,991	13.10%	93,999	-4.37%
90	1,310,219	-19.12%	1,035,552	-32.14%	37,375	-60.24%
91	1,513,858	15.54%	1,137,627	9.86%	44,246	18.38%
平均成長率		8.73%		7.52%		7.42%

資料來源：民航統計年報，交通部民用航空局，中華民國九十一年[3]

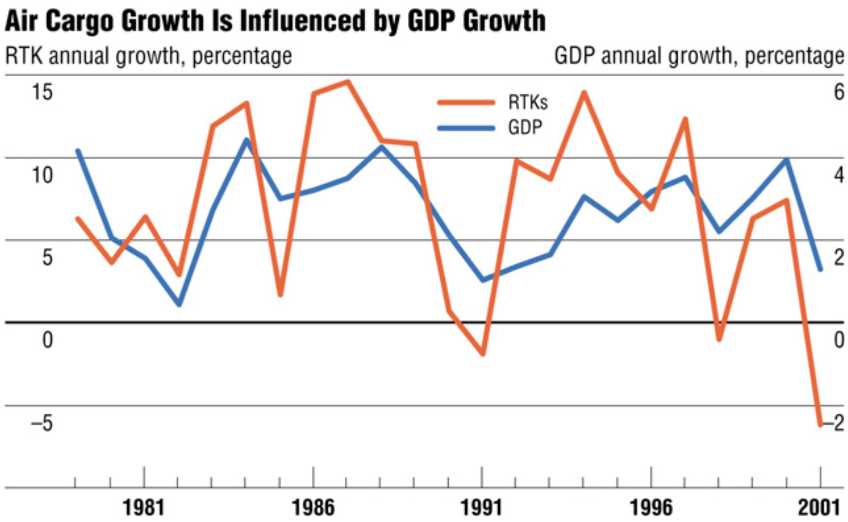


圖 1.4 全球 GDP 與航空貨運成長率之關係[1]

1.2　研究目的與範圍

國際航空貨運業為作業密集產業，包含許多的參與者以及眾多特殊的作業行為。一般的航空貨運作業流程可以由圖 1.5 表示；其參與的成員包含交寄貨品的貨主，代為處理並進行貨物併裝的航空貨運承攬業(air freight forwarder)，處理報關業務的報關行(customs broker)，機場內或附近存放貨物的航空貨運集散站(cargo terminal)，處理航空貨物卸載的機場地勤業(ground handling service)，以及實際進行貨運運送的航空公司。同樣地，在貨物抵達目的地之後，必須經由上述的參與者進行相關作業後，貨品才能到達收貨人(consignee)的手上。

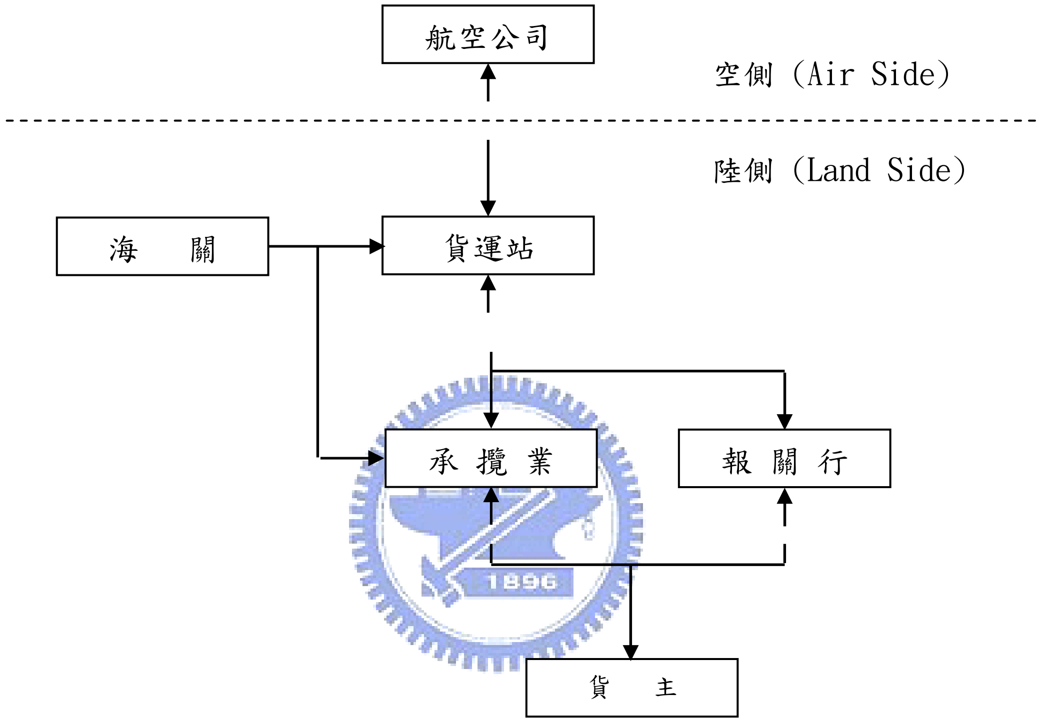


圖 1.5 航空貨運進出口相關單位示意圖

因此，我們可以瞭解到國際航空貨運有許多參與者及相關作業，其牽涉的管理決策問題相當多且繁雜，經由有效妥善的處理，整個國際航空貨運的作業才能有效率，並提升服務水準。於整個國際航空貨運流程中，位居中介地位的航空貨運承攬業扮演著非常重要的角色。承攬業者收費與提供的服務品質，直接影響到貨主使用航空貨運的成本與滿意度。同時，對航空公司而言，航空貨運承攬業是航空貨運市場主要的消費者，也是需求的來源。因此，航空貨運承攬業經營的成效，對整個航空貨運業有著關鍵性影響。

關於航空貨運承攬業之定義，依據我國「民用航空法」第二條第十三款，所謂航空貨運承攬業係指「以自己之名義，為他人之計算，使民用航空運輸業運送航空貨物及非具有通信性質之國際貿易商業文件而受報酬之事業」。國內航空貨運承攬業發展的情況，由 1986 年之 148 家增加至 1999 年的 634 家，已有相當的成長，直至目前已超過 800 家之數，可見其獲利空間仍被看好，但也代表著激烈的競爭態勢。航空貨運承攬業發展之情形國內與國外業者呈現了不同情景，我國的承攬業家數多，但大部份業者的經營規模很小，此現象反映了航空貨運事業的發達，也透露出此一行業進入障礙較低，因此經營競爭相當激烈。近年來，政府積極鼓勵民航相關產業進行合併。在民航運輸業方面，航空公司進行了部份的整合，初見合併的功效；但在航空貨運承攬業方面，則較無顯著

的變化，固然出現部份業務成長顯著，且規模較以往為大的航空貨運承攬業者，但就整個產業來看，仍然是以中小規模之業者為主。

由航空貨物的特性(高單價、時效性等等)來看，航空貨運承攬業者在經營上必須非常有彈性，且對於服務品質的要求非常高，同時成本的控制也必須非常嚴格。就一般而言，航空貨運承攬業的收入，主要來自代辦進出口流程中，許多手續處理及文件製作的佣金，以及來自向託運人收取運輸費用與航空公司提供費率間之差價。前者，透過資訊與通信平台的整合，並利用電子資料交換(electronic data interchange)的技術，可大幅提升其效率及降低成本。但因同業之競爭激烈與資訊化普及，所以能為航空貨運承攬業帶來之利潤較有限。後者，則因航空貨運的計價方式較一般運輸業來得複雜，航空貨運承攬業必須要能非常有技巧地對所承攬的貨物進行併裝，並向航空公司訂取適當的航班與艙位，才能降低支付給航空公司的運價。尤其，台灣地區的越洋航線(北美與歐洲)運量非常不平衡，出口遠大於進口，加上季節性效應非常明顯，使得航空公司常隨市場的供需起伏，頻繁地調整所提供給航空貨運承攬業的運價。因此，航空貨運承攬業確實需要一套有效的決策輔助系統，以協助其在面對複雜的運價機制時，能很快地進行有關併裝的安排與艙位的訂定。

目前國內航空貨運承攬業者之貨物併裝作業，現階段仍以人工方式進行，以經驗及簡單的計算來進行貨物併裝的決策，此種方式無法保證所做的決策是否為最佳，且完成決策所需花費的時間不易掌握。針對這些缺點，本研究目的由了解貨物併裝決策問題之本質，經由數學規劃模型或改進求解方法來達到幫助快速決策的目的，並依此數學模式做為決策輔助系統之核心模組，進而借助電子計算機優異的運算能力與較好的求解方法，以求出貨物併裝之最佳組合。最終目的則是希望能有效地降低航空貨運承攬業營運成本，並縮短進行貨物併裝決策所需的時間。本研究之併裝決策是針對當日在某一時間內，所有需要運送之固定貨物件數與固定航班數，在已知各航班費率下，考量顧客限制後再進行求解，屬於靜態問題的求解。

1.3 研究方法與流程

本研究之研究目的，在於針對航空貨運承攬業之貨物併裝決策問題，進行相關作業問題最佳化安排求解之研究。首先了解際問題之定義，利用學術上數學規劃模式以有效方式對問題進行求解，使得在實際應用上有其價值。

於研究方法的流程上，將先瞭解其作業程序之細節與相關之決策考量，了解問題的核心以及過去研究之相關數學模式。之後，將依據相關數學模型，或發展相關的數學規劃式，來獲得有效求解的方法。最後，以適當的範例驗證數學規劃模式與求解方法之適當性，以及其做為決策輔助系統之可用性。

依據前述之研究目的及方法，本研究之工作項目應有以下數點：

1. 航空貨運與航空貨運承攬業之相關文獻回顧
2. 航空貨運承攬業貨物併裝決策問題之分析
3. 數學規劃模式與數學規劃模式求解方法的文獻回顧
4. 數學規劃模式或求解方法之建構
5. 數學規劃模式或求解方法之數值測試
6. 研究成果報告之撰寫

為清楚定義本研究之執行步驟並做為日後執行之依據，本研究擬定之研究流程圖如圖 1.6 所示。

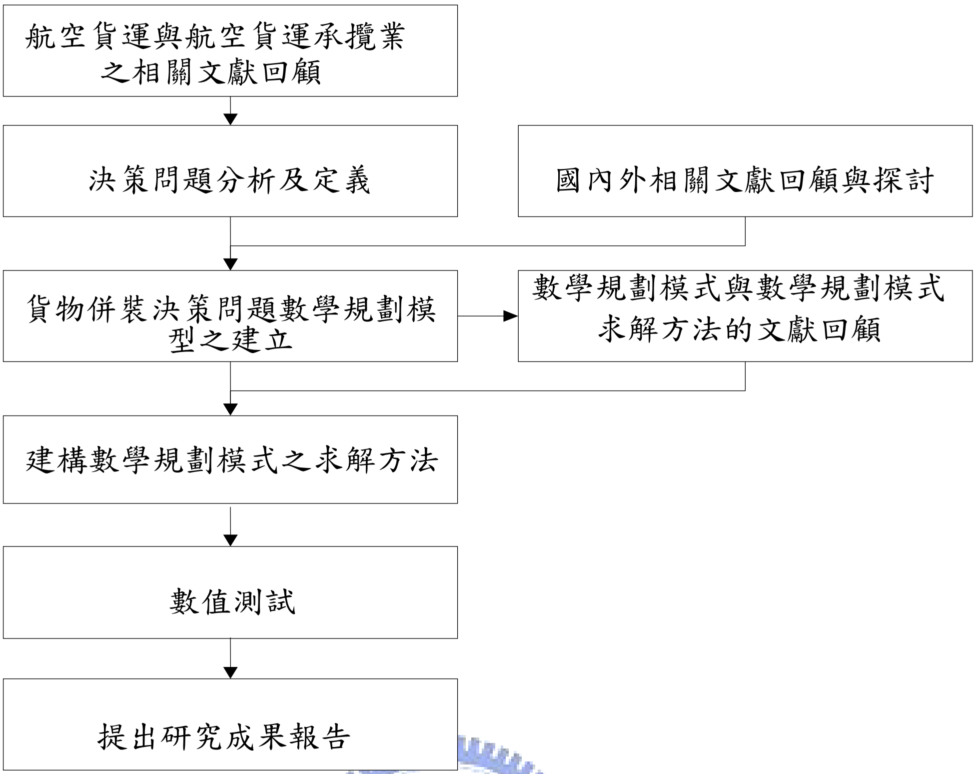

航空貨運與航空貨運承攬業
之相關文獻回顧
決策問題分析及定義
國內外相關文獻回顧與探討
貨物併裝決策問題數學規劃模
型之建立
數學規劃模式與數學規劃模式
求解方法的文獻回顧
建構數學規劃模式之求解方法
數值測試
提出研究成果報告

圖 1.6 研究流程圖

二、問題背景與文獻回顧

我們首先針對貨物併裝決策問題之背景作一分析，而後針對研究中所需相關議題文獻作回顧，了解其發展與沿革，再進入預定研究方向。

2.1 貨物併裝決策問題之背景

航空貨運計價的兩個重要特性，特性之一為同時考慮重量與體積，另一特性則是數量折扣之考量。航空貨運承攬業基於此兩項特性，利用併裝承攬貨物的方式，降低支付給航空公司的總運價。承攬業者據此向貨主收取運費與此總運價之差價，即是承攬業獲利之主要來源之一，以下將對此兩項特性於下做詳細說明。

2.1.1 同時考慮其重量與體積

由於運具的特性，航空貨運在計價時，延伸出一套特別的計價方式，主要原因是飛機所能承載的重量及容量有限，若單純以重量來計算運費的話，則密度小的貨物(如：棉花)，會佔用了大量的艙位空間，卻因重量甚輕而收取少量的運費，如此無法有效利用有限的艙位，對航空公司來說相當不利；尤其現今航空貨物中經常有大量高科技產品，而這些貨物通常是包裝複雜以至密度較低。反之，若只考慮體積，則面對密度大的貨物，一樣會有對航空公司不利情形。雖然這些重貨佔用的空間不多，但飛機有最大起飛重量之限制，會造成排擠其他貨物承載的情況發生，而且重量所造成的油耗亦相當可觀。所以航空貨運計價時，須同時考慮託運貨物的重量及體積，而延伸出兩個收費單位，一是毛重(gross weight)，另一是依總體積所換算得到的容積重量(volume weight)；計價時，便從兩者中取其較大者做為收費重量(chargeable weight)，航空公司再依據該收費重量向航空貨運承攬業者收取運費。其中，毛重即是貨物之實際重量，而容積重量係由總體積(cm^3)除以一係數所得到的，其單位為公斤，目前全世界航空貨運業界通用的係數值是 6000 cm^3/kg。接著，以一個簡例來說明如何計算容積重量及三者之間的關係。

假設：航空貨運承攬業承攬了兩件貨物，其中貨物甲係由貨主甲託運，貨物乙由貨主乙託運，其重量及體積如下表所示：

	毛重(kg)	總體積(cm^3)
貨物甲	50	150000
貨物乙	30	300000

由已知的貨物重量及體積，可直接或間接得到貨物甲、乙之毛重、容積重量以及收費重量，如下表所示：

單位：kg

	毛重(G.W.)		容積重量(V.W., $\frac{總體積(cm^3)}{6000}$)	收費重量(C.W.)
貨物甲	**50**	>	25	50
貨物乙	30	<	**50**	50
貨物甲+乙	**80**	>	75	80

當承攬業者分別向貨主收取費用時，貨主甲及貨主乙均需支付收費重量為 50 公斤之運費，總共需被收取 100 公斤之運費。但兩者經由承攬者合併託運後，其毛重為 80 公斤，總容積重量為 75 公斤，取其大者，則收費重量僅為 80 公斤。由此例子，可以發現合併託運的總運費明顯較分開託運來得低，其中的差價便是承攬業

最大的利潤來源之一。

前例用來說明經由適當地合併貨物，來調整其總密度，能夠有效地降低總運費。從航空貨運同時考慮重量及體積的計價方式，可推知當託運貨物的毛重等於總容積重量時，承攬業需支付的總運費會達到最低。也就是說，併貨之決策過程並非單純的將所有貨物合併託運，而是需要將密度較大的貨物(重貨)與密度較小的貨物(拋貨)合併託運，才能達到有效降低總運費的效果。由於，目前承攬業者主要以立方英呎(ft^3, cuft)來做為體積的單位，以前述之 6000cm^3/kg 而言，當毛重與總容積重量相等時，可以推導出密度值約為 4.72kg/ft^3，推算過程如下所列。

假設：貨物密度為 d，體積為 v，G.W.為毛重，V.W.為容積重量

則 $\boldsymbol{G.W. = v * d}$ ； $\boldsymbol{V.W. = v *} \dfrac{1}{6000}$

若 $\boldsymbol{G.W. = V.W.}$ => $\boldsymbol{d =} \dfrac{1}{6000}$ (kg/cm^3)

換算成以 ft^3 為單位：

1ft = 30.48cm

1 cuft = 1 ft^3 = 28316.84 cm^3

$$\boldsymbol{d} = 28316.84 * \frac{1}{6000} \fallingdotseq 4.72\ (kg/ft^3)$$

目前承攬業者做併貨決策時，仍是以經驗為依據，利用人工作業方式將密度大於 4.72 之貨物與密度小於 4.72 之貨物合併託運，以求最後之總密度接近 4.72，以降低總運費之支出。

2.1.2 數量折扣及其特殊之費率曲線

航空貨運以上述之收費重量為計價基礎，隨總託運貨量的增加，航空公司給予承攬業者數量折扣。因此，承攬業者可於滿足顧客要求之前提下，將所承攬之貨物合併，利用較大的託運量向航空公司取得較低之單位運價，降低總運費成本而提高利潤，此為併貨處理的利基所在。但航空貨運費率並非採分段累計式，於收費上有其特殊之處。以下可利用一個簡單的例子來說明航空貨運特殊的費率曲線。

假設：航空公司給予航空貨運承攬業之費率如下表所示。

收費重量(kg)	0~45	45~100	100~300
單位運價(元/kg)	30	20	18

航空貨運之費率隨託運貨量的增加而降低，此費率表可轉換成總價-重量圖，如圖 2.1 所示。需注意的是，當收費重量超過任一界限值時，則全數以較低的單價計算，而不是各分段以不同費率計算再累計加總。例如：收費重量為 50 公斤時，總價即為 50*20 = 1000 元。

由於總價的計算方式並非分段累計式，所以圖中費率結構會有鋸齒狀出現，明顯的有不合理狀況發生。例如：託運收費重量為 40 公斤之貨物，需付運費 1200 元，而託運收費重量為 50 公斤之貨物，僅需付運費 1000 元。在這樣的情況下，承攬業者會為了付較低的費用，而多放一些不相干的重物來增加重量。如此做法並非航空公司所樂見的，因為會浪費有限的載重量及艙位空間。

為避免這樣的情況，當託運貨運之收費重量依前段費率計算，所得之總價超過下一費率起始點的總價時，航空公司便將該重量點到下一段費率起始點間所有重量點的總價，比照下一段費率之起始點之總價。以上述例子而言，當收費重量為 30 公斤時，總價為 30 * 30 = 900 元，與下一段費率起始點(45 公斤)之總價(45 * 20 = 900 元)已相等，於是將收費重量在 30 公斤到 45 公斤之間的貨物，均比照 45 公斤之貨物來計算總價，也就是說 30 公斤到 45 公斤之間，總價均為 45 * 20 = 900 元。而將 30 公斤稱為此段費率之重量級距(weight break)。也就是說，承攬業託運貨運之收費重量超過一重量級距而未達下一段費率起始點時，便依下一段費率起始點來計算總價。

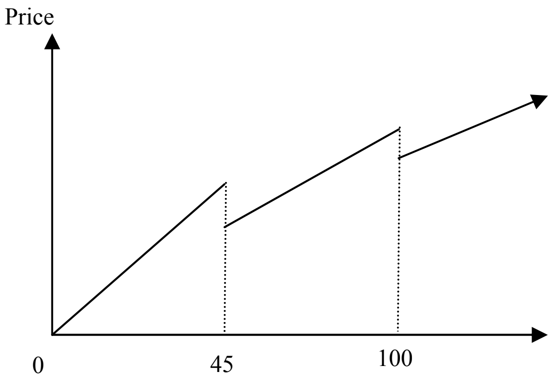


圖 2.1 航空貨運收費重量及總價之原始關係圖

延續前一例子，計算出其重量級距如下表：

收費重量(kg)	0~45	45~100	100~300
單位運價(元/kg)	30	20	18
重量級距(kg)	30	90	--

推算過程如下。

第一個重量級距：$\frac{45*20}{30} = 30$ kg；第二個重量級距：$\frac{100*18}{20} = 90$ kg

並繪出收費重量與總價之關係圖，如圖 2.2 所示。

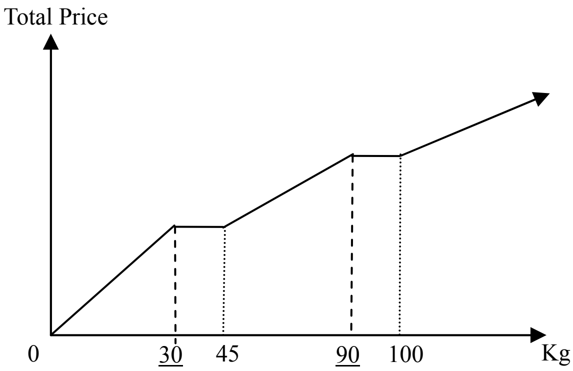


圖 2.2 考量重量級距後，收費重量及總價之關係圖

圖 2.2 即為目前航空貨運業實際採用的費率結構(圖中有底線之數字表示重量級距)示意圖，所表示的意思為收費重量未滿 30 公斤之貨物，以每公斤 30 元之單

價計算，而收費重量在 30 公斤至 45 公斤之間的貨物，均視同 45 公斤之貨物來計價，即總價為 45 * 20 = 900 元。同理，90 公斤至 100 公斤之間的貨物，亦視同 100 公斤之貨物來計價。

由前述收費重量與總價之關係圖得知，雖然總價有固定不變的時候，但仍隨著收費重量的增加而遞增，此成本函數屬於單調非遞減(monotonously non-decreasing)函數。再從圖 2.3(收費重量與平均單價之關係圖)來看，其特別之處在於重量級距與下一個費率分界點之間的平均單價為凸曲線(convex curve)。而圖 2.4 (收費重量與邊際單價之關係圖)則可以清楚地看出，在重量級距與下一個費率分界點之間的邊際單價為 0，表示收費重量每增加一單位，需加收之運費為 0，對總價並無影響。

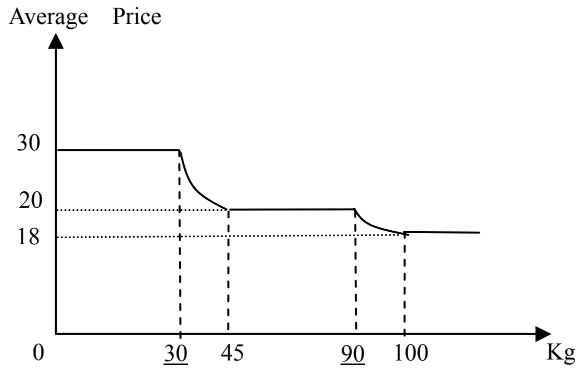


圖 2.3 考量重量級距後，收費重量及平均單價之關係圖

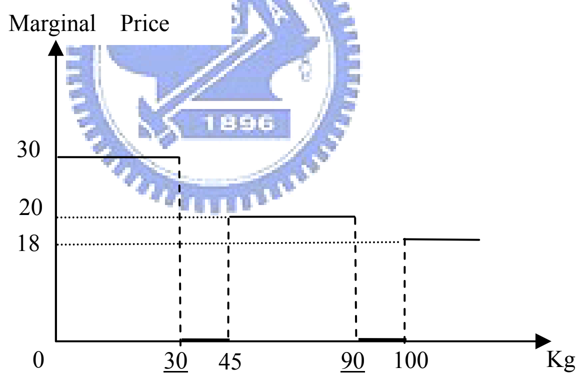


圖 2.4 考量重量級距後，收費重量及邊際單價之關係圖

上述對航空貨運計費方式及費率特點之說明，我們可以瞭解航空貨運承攬業的併裝決策問題是一個相當複雜的最佳化問題，且由航空貨運之費率結構可推知此最佳化問題會是一個凹性最小化(concave minimization)的問題，其目標為最小化給付給航空公司之總運價。此外，承攬業者實際進行併貨決策時，常需要考量顧客要求。例如：顧客由於偏好或過去經驗影響，而指定或拒絕某航空公司之航班，或因特殊考量而限定某一航班，以及不接受轉機等等。同時，不同的飛機種類對貨物亦有限制所在。例如：尺寸過大的貨物無法搭客機的機腹貨艙。這些實際作業所面臨的要求及限制，都使得這個最佳化問題的求解更為複雜。而本次研究的目的即是對相關問題，找出適當的數學規劃模式有效解決問題的運算方式，以做為開發航空貨運承攬業之併貨決策輔助系統的核心模組。

2.2 航空貨運承攬業相關文獻回顧

目前國內已完成許多航空運輸相關的研究，然其中多針對一般航空領域或客運相關領域的主題進行研究，如飛航安全、機組員派遣、機位或空橋配置、航空業服務品質及滿意度之改善等，僅有小部份研究係針對航空貨運領域來探討，而對於航空貨運承攬業所面臨的貨物併裝決策問題，更較無相關之研究文獻。在 2.2.1 節中將先回顧航空貨運承攬業相關研究，再於 2.2.2 節對貨物併裝決策問題就其數學特性回顧相關之文獻。

2.2.1 航空貨運承攬業相關文獻

劉伊真(1999)[6]則利用因素分析、相關分析與路徑分析等多變量分析方法，研究航空貨運承攬業所提供之關係價值高低與客戶關係強度的關係。在鄭明仁(1999)[7]中則利用模糊績效評估理論，建立航空貨運承攬業的模糊績效評估模式。此外，高秀如(2000)[5]，則以資源基礎之觀點為出發，探討航空貨運承攬業之核心能力及對其營運績效之影響，並以航空貨運承攬業進行實證研究。王鼎欽(2000)[2]則為探討航空貨運承攬業建構電子商務之可行性與後續對經營績效的影響；其研究結果發現，航空貨運承攬業者建構電子商務是可行的，且建構電子商務的利基對於關鍵成功因素是有影響的，也因此說明了，若能提供電子商務中之決策輔助系統將有相當助益。

由以上可知國內有關航空貨運承攬業之研究，多為服務品質、滿意度或經營管理改善等主題之研究。而並未有由作業研究(operations research)角度，以航空貨運承攬業之作業決策問題做為主題的研究。至於國外有關航空貨運承攬業作業決策之研究文獻亦相當有限，但有兩篇相關研究文獻與本研究有較密切之關係。

Jaeger (1976)[16]針對航空貨運承攬業的貨物併裝進行研究，其研究重點在於當時航空貨運承攬業所面對的路由問題(routing problem)。問題內容為航空貨運承攬業接受貨主之委託，將貨物由起點送到迄點，並收取費用做為報酬，而該等待運送的貨物之集合即成為網路中起訖點的流量。於已知使用各航空貨運場站成本(terminal cost)，及航空公司之空運收費結構(即網路中鏈路成本—link cost)的情況下，航空貨運承攬業必須決定貨物運送的的路徑(同時也決定了哪些貨物會併裝在一起)，以在完成貨主託運任務的前提下，可以達到支付最少費用的目的。其特別之處在於航空公司提供數量折扣，使得費率結構屬於一遞增的斷續線性的凹函數(piecewise linear concave function)，在其求解過程中，需考慮成本線形以及網路結構所帶來的影響。於此研究問題中的成本函數，包含因航空公司提供數量折扣所產生之特殊費率結構，但並未考量貨物在併裝過程中的毛重、容積重量、及收費重量間之轉換。同時，其研究係考慮之多重起訖機場(同一起訖\城市可以選擇的機場超過一個)以及多重路徑選擇之情形，則未必適合台灣以單一點對點運輸為主的航空市場運作現況。

在 Xue and Lai (1997)[25]中，針對香港航空貨運承攬業者的貨物併裝決策進行研究。有關香港航空貨運承攬業之營運，其主要工作在於尋找顧客、出租航空貨運的容器或儲位以及安排運線。當中運送容器的租用作業則是由技術員的個人經驗來人工操作，使得技術員的工作量增加，而承攬業者也無法得知目前的併裝決策效用是否已達最佳化，使總運送成本最小化。當這些有經驗的技術員離職時，要如何保存技術員這部份的知識與經驗也是一大難題。其所面對的問題，屬於一 CRCS 問題(container rental and cargo shipment problem)，該研究採用混合整數規劃求解出其貨運併裝的最小總成本。其中各批貨物的重量與體積各不相同，運送容器亦有不同的重量、體積限制以及固定成本與對應的變動成本。因此找到適當的租用容器，分配貨物在各容器中使總成本最小為其規劃式求解的主要目標。此研究中，發展出一套

幫助技術員解決上述問題的自動化程序，藉此可減少工作員的工作量，並改善有關容器選擇的決策效用。該研究亦著眼於航空貨運承攬業之併裝決策問題，但由於香港與台灣兩地航空貨運業營運模式之差異，使得航空貨運承攬業之併裝決策問題亦不相同。香港航空貨運承攬業之經營，由於單一承攬業者經常購買一整個盤櫃(即所謂的 forwarder load 或 shipper load)，來運送其所承攬之貨物，以至貨物併裝決策問題演變成為一盤櫃選擇問題。但在台灣因為通關法令之限制，較不利於航空貨運承攬業購買整個盤櫃來進行貨運之運送，因此通常面對的併裝決策問題為前節所描述之問題，所以在問題的特性上有所差異。

近年則有吳思賢(2003)[4]針對貨物併裝決策問題的兩大特性—特殊費率結構與同時考量體積重量，參考過去之研究利用混合整數規劃(mixed integer programming)而建構出一個數學模式。該模式在合理時間內，能處理之規模為 60 件貨物與 5 航班，而對於更大規模的問題，其處理時間並不佳。

2.2.2 貨物併裝決策問題數學特性文獻

貨物併裝決策問題的特性之一，為航空公司在提供數量折扣時，所產生之特殊費率結構，致使研究之最佳化問題會屬於一凹性最小化問題。此類問題之解法，大致上可區分為兩種，一是找出確實的最佳解(exact solutions)。例如，在過去的研究文獻中 Horst and Thoai (1998)[14]利用分枝定限(branch and bound)的方法，而 Ward (1999)[24]則以動態規劃(dynamic programming)找出確實的最佳解。一般而言，此類方法適用於變數數目較少之問題，與電子計算機的運算能力也有密切關係；當運算能力愈強時，在允許的時間範圍內，所能求解的問題規模愈大。現今科技發達，愈來愈多的問題可直接透過電子計算機運算求得最佳解，確保所得到的解答品質。以吳思賢(2003)[4]為例，即是採用套裝軟體 LINGO 求解併裝決策問題，但其模式在合理時間可處理之規模，僅限於 5 個航班、60 件貨物。所以當問題規模大到一程度時，為更具實用性，則需要透過啟發式解法來求得近似的最佳解。

啟發式解法係針對問題特性發展一套規則，在合理時間內找出接近最佳解的方法。雖然此類方法未必可以求出真正的最佳解，但是利用啟發式解法運算法則上的設計，可以大幅降低運算上之負荷，比較適合處理變數較多之大型問題。在過去的研究文獻中有關各種凹性最小化問題，Jordan (1986)[17]曾利用連續的邊際成本估計法(successive marginal cost approximation)，Larsson et al. (1994)[19]及 Amiri and Pirkul (1997)[8]利用拉格蘭式鬆弛法(lagrangean relaxation)，Moon (1989)[20]則利用 Bender 分解法(Benders’ decomposition)分別設計出啟發式解法來找出相關問題的解答。此外，另有學者以較新之組合性最佳化(Combinatorial Optimization)技術求解相關的問題，如 Yan and Luo (1998)[26]採用的方法為禁制搜尋法(tabu search)，以及 Yan and Luo (1999)[27]採用模擬退火法(simulated annealing)及門檻接受法(threshold accepting)。而有關求解 concave minimization 問題的演算法則，Guisewite (1995)[11]及 Guisewite and Pardalos (1990)[13]二文中有非常詳盡的摘要與說明。

三、數學模式及相關演算法之回顧

根據文獻回顧後，可知已有相關數學模式，針對航空貨運承攬業之併裝決策問題兩大特性完整描述。以下 3.1 節將先介紹此數學模式，而後在 3.2 節部分了解相關演算法之回顧。

3.1 併裝決策問題之數學模式

航空貨運承攬業之併裝決策問題，根據吳思賢(2003)[4]所建構之數學模式，如下所述。

符號說明：

i ：欲分配貨物之編號，$i=1\sim n$ ； I：為所有欲分配貨物i的集合。

j ：可指派航班之編號，$j=1\sim m$ ； J：為所有可指派航班j的集合。

M_i ：針對貨物i，所有可指派航班j的集合(基本上為所有航班集合，視顧客要求及貨物-航班的限制而刪減，$M_i \subseteq j, \forall i$)。

k ：航班費率表邊際單價之分段(參考圖2.4)編號，$k=1\sim l$ ； K：為各航班費率表中，所有分段k的集合。

G_i ：第i件貨物的毛重(gross weight)。

V_i ：第i件貨物的容積重量(volume weight)。

R_{jk}：航班j費率中第k段之邊際單價(費率)。

X_{jk}：航班j費率中第k段邊際單價之收費重量分界點；其中$X_{jk}=0, \forall j$。

決策變數：

z_{ij}：0-1整數變數，當其為1時，表示貨物i指派給航班j，否則為0。

y_{jk}：航班j第k段費率之運量。

w_{jk}：0-1整數變數，當其為1時，表示航班j費率中第k段之運量(y_{jk})達到上限值，否則為0。

依據上述之符號說明及決策變數之定義，此研究將承攬業併貨決策問題，表示為一混合整數規劃的數學模式如下：

目標式：

$$Min\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{l}R_{jk}\times y_{jk} \tag{1}$$

限制式：

$$\sum_{j\in M_i} z_{ij}=1 \qquad \forall i\in I \tag{2}$$

$$\sum_{k=1}^{l} y_{jk}-\sum_{i=1}^{n} z_{ij}\times G_i \ge 0 \qquad \forall j\in J \tag{3}$$

$$\sum_{k=1}^{l} y_{jk} - \sum_{i=1}^{n} z_{ij} \times V_i \geq 0 \qquad \forall j \in J \tag{4}$$

$$y_{jk} - w_{j(k-1)} \times (X_{jk} - X_{j(k-1)}) \leq 0 \quad \forall j \in J, \forall k = K - \{1\} \tag{5}$$

$$y_{j1} - (X_{j1} - X_{j0}) \leq 0 \qquad \forall j \in J \tag{6}$$

$$y_{jk} - w_{jk} \times (X_{jk} - X_{j(k-1)}) \geq 0 \qquad \forall j \in J, \forall k \in K \tag{7}$$

$$z_{ij}, w_{jk}, binary \tag{8}$$

$$y_{jk} \geq 0 \tag{9}$$

目標式(1)係求最小化航空貨運承攬業者所需支付的總運費成本，其考量是將每一航班中每段費率分段之運量(y_{jk})乘上對應的費率(R_{jk})後加總，即為該航班之運輸費用，再將各航班之運輸費用加總，得到承攬業者所需支付的總運輸費用。

而限制式的部分，限制式(2)是限定每一件貨物必須搭上某一航班且只能搭乘一個航班。即對所有貨物i而言，必須且只能有一個z_{ij}可以等於1。其中，$j \in M_i$是用來表示顧客限制，代表僅有在航班j是屬於貨物i可選擇的航班集合(M_i)時，才能被考慮進來。

再者，因為航空貨運計價係取毛重及容積重量兩者之中較大者為收費重量，於是利用限制式(3)及(4)限定各航班之總收費重量(Σy_{jk})均大於毛重與容積重量，再配合求最小化的目標式，便能達到取兩者較大的目的。因為收費重量愈大，總運輸費用便愈高，所以求最小化的目標式會將收費重量盡可能地壓低，再加上收費重量一定要大於毛重及容積重量，於是最後收費重量便會是兩者之中較大者。

此外，由於各航班之費率分成許多分段，且各分段之單位運價基本上隨著總運量的增加而降低，亦有單位運價等於零的情形，對於最小化的目標式而言，若不另外以限制式加以規範，求解時會出現先選擇單位運價為零或單位運價較低之區段的矛盾狀況，與實際情況不符。加入限制式(5)、(6)及(7)便是為了避免此類不合理的狀況產生。其中，限制式(5)限制每一分段的最大運量為(X_{jk}— $X_{j(k-1)}$)。加入 $w_{j(k-1)}$的作用是確保前一分段之運量尚未達到上限值時(即 $w_{j(k-1)}=0$)，此分段的運量為零。而限制式(6)則是限制式(5)中的一個特例，因為第一段的運量不需考慮前一分段的運量是否達到上限。最後，限制式(7)可視為 w_{jk} 的限制式，其確保在該分段運量達到上限(即 $y_{jk}=X_{jk}$— $X_{j(k-1)}$)的情況時，w_{jk}始可等於 1。再搭配限制式(5)的限制，下一分段便可以開始有運量。因此，除了第一個分段是由限制式(6)與(7)限制外，對其餘每一分段而言，限制式(5)與(7)必須同時成立，亦即 $w_{jk}(X_{jk}$— $X_{j(k-1)}) \leqq y_{jk} \leqq w_{j(k-1)}(X_{jk}$— $X_{j(k-1)})$。

最後，由於貨物i是否搭乘航班 $j(z_{ij})$及航班 j 費率中第 k 段運量是否達到上限值(w_{jk})，此兩項決策變數均只有兩種情況(是、否)，故加入限制式(8)以指定此兩項變數為 0-1 變數。而限制式(9)則是限定航班j費率中第k段的運量(y_{jk})為非負的實數。由以上所述，可確實看出其數學模式對兩大特性的完整描述，且與本研究範圍相同。

由從過往文獻中可發覺到該數學模式，與 Ross and Soland (1975)[22]所提出的一般化指派問題(general assignment problem)問題相近。因此將一般化指派問題與此數學模式做一比較分析，進而更進一步了解該數學模式的性質。

對於一般化指派問題，可將其數學模式，表示如下：

符號說明：

i ：指派工作編號，$i = 1 \sim n$ ； I：為所有工作i的集合。

j ：工作站之編號， $j = 1 \sim m$ ； J：為所有工作站j的集合。

c_{ij} ：為工作站j被指派工作i時，所需要的成本。

r_{ij} ：為工作站 j 被指派工作 i 時，所需要的資源。

b_j ：為工作站 j 可用資源。

決策變數：

x_{ij} ：0-1 整數變數，當其為 1 時，工作 i 指派到工作站 j，否則為 0。

依據上述之符號說明及決策變數之定義，可將一般化指派問題之模式，以下列方式表示：

目標式：

$$Min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} \tag{10}$$

限制式：

$$\sum_{i \in I} r_{ij} x_{ij} \le b_j \qquad \forall\, j \in J \tag{11}$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} = 1 \qquad \forall\, i \in I \tag{12}$$

$$x_{ij}\ ,\ binary \tag{13}$$

目標式(10)所表示的意義為將所有工作任務 i 分派至各個工作站 j 執行，而每個工作站 j 在執行工作任務 i 時會有成本(c_{ij})產生，求將所有工作任務完成時所需要的最小總成本。限制式(11)代表對第 j 個工作站而言，有其最大資源數 b_j 的限制。而該工作站執行工作任務 i 時需要資源數(r_{ij})，因此在該工作站內的所有工作任務所需要的總資源數，不得超過工作站的資源限制 b_j。限制式(12)則表示對第 i 個工作任務而言，不能夠同時被兩個以上的工作站所執行，只能由某一個工作站所執行。限制式(13)說明決策變數 x_{ij} 為 0-1 整數變數。

由對前述兩問題的比較，可以發現到具有許多相似之處。所有貨物皆須被某一航班服務運送，並且每一航班可搭載多個貨物，與所有工作任務皆須被某一工作站所執行，每一工作站可執行多個工作任務相似。每個貨物有其毛重與容積重量，相似於每個工作任務在被某工作站執行時有其對應之所需資源。而在各航班上，如果加上航班的載重與體積限制，則相似於工作站的資源限制。在成本方面，每一航班所承載的貨運量對應至一個成本，與每個工作站負責的總工作任務所需要的成本相似。由此可知兩問題同屬於指派問題，在模式中貨物與航班之意義等同於工作任務與工作站。然而兩者問題雖然相近，但如果仔細比較仍然可以發覺其相異之處，如下說明：

a. 在一般化指派問題的模式中，工作任務 i 被執行時，會有資源數需求(r_{ij})產生，與工作站 j 相關。而併裝決策問題中，每個貨物 i 有其對應固定的毛重(G_i)或容積重量(V_i)，在經過併裝組合後，每個航班採用承載貨物之毛重或容積重量較大者為計價重量，而與航班無關。所以併裝決策問題的計價重量會因為考量了毛重與容積重量兩者，而較一般化指派問題來得複雜。

b. 在一般化指派問題中，工作任務 i 的成本 c_{ij} 與工作站 j 相關，為線性問題。但

是在併裝決策問題中的費率曲線有具有數量折扣，與併裝之後的結果相關，需藉由限制式(5)、(6)、(7)、(8)來決定，因此可知併裝決策問題會較一般化指派問題複雜。

綜合以上所述，可知併裝決策問題較一般化指派問題困難，若再加入相似於工作站資源限制的航班載重與貨物體積限制，將更加困難。而一般化指派問題在過去文獻中經證明為 NP-hard 問題，在多項式時間內，幾乎很難有一解法能求得最佳解，並且在吳思賢 2003[4]也提到其模式，在合理時間內所能處理之規模有限。因此本研究之重心著重在以此模式為基礎，發展適合的求解方法，以處理更大規模的併裝決策問題。

3.2 相關演算法之回顧

經由文獻可知，許多類 NP-hard 問題的啟發式解法，已發展至相當成熟，並且針對各個問題特性的細部設定不同，同一問題也會有不同的啟發式解法。所以本研究希望將上述之併裝決策數學模式，轉化成一個已有成熟研究的 NP-hard 問題，藉由此問題已開發之啟發式解法，針對本研究範圍與內容做適當的細部設定，選取合適的啟發式解法，藉此得到有效率的解題方法。

Monaci(2001)[21]提及有許多排班(scheduling)問題如空服員排班，以及路由(routing)問題如車輛派遣等，皆可以集合涵蓋問題(Set Covering Problem, SCP)描述。而 Irnich(2000)[15]也將一多點位撿貨運送問題，轉化成集合涵蓋問題後再進行求解。由於併裝決策問題與工作指派、排班等問題相近，因此若集合涵蓋問題能解決併裝決策問題的兩大特性，則併裝決策問題轉化成集合涵蓋問題為可行。

對於研究內容中的兩大特性「考量費率結構」與「同時考量體積、重量」，可將每一個貨物併裝組合視為一個集合涵蓋問題之集合，而每個貨物併裝組合之成本即為集合之成本。在求取各貨物併裝組合之成本時，已考量了採毛重或容積重量為計價重量，而後依計價重量可找到相對應的費率。由此可知，兩大併裝決策問題的特性皆已考慮，於此同時也簡化了原來的模式。因此可利用集合涵蓋問題來描述併裝決策問題，其後再以集合涵蓋問題的演算法，斟酌研究內容來發展適合的演算法。

3.2.1 集合涵蓋問題

集合涵蓋問題是將全部項目，利用不同的集合將其涵蓋，每個項目被涵蓋之次數可超過一次；其中每一個集合由不同項目所構成，並有其相對應的成本。目的為求取在符合涵蓋所有項目的限制下，所選取集合之總成本為最小。集合涵蓋問題的模式，可表示如下：

符號說明：

i ：項目，$i= 1 \sim n$ ； I：所有項目所成的集合。

k ：集合，$k= 1 \sim m$ ； K：所有集合所成的集合。

c_k ：每個集合 k 所對應的成本。

a_{ik}：所有集合與所有項目所組成的矩陣之元素。當項目 i 包含於集合 k 時，$a_{ik}=1$；否則為 0。

決策變數：

x_k ：0-1 整數變數。當集合 k 被選取時，$x_k=1$，否則為 0。

依據上述之符號說明及決策變數之定義，可將集合涵蓋問題之模式，表示如下：

目標式：

$$Min\sum_{k\in K} c_k x_k \tag{14}$$

限制式：

$$\sum_{k\in K} a_{ik} x_k \geq 1 \qquad \forall i \in I \tag{15}$$

$$x_k,\ binary \tag{16}$$

目標式(14)的意義為，在符合限制式的條件下，求取所選取的集合之總成本最小。限制式(15)說明對於每個項目 i，至少要有一個集合能包含此項目。限制式(16)則是說明 x_k 為 0-1 整數變數。

Carprara *et al*. (1999)[10]採用一般常用的拉格蘭式鬆弛法(Lagrangean Relaxation, 其後皆簡稱為拉式鬆弛法)，對集合涵蓋問題求解，利用次梯度法(subgradient)，逐步改善最佳解的上下限值，夾擠出以逼近最佳解。文中認為其方法優於其他現行的方法，因此本研究將參考其求解方法，採用前述方式，將併裝決策問題轉化成集合涵蓋問題，以拉式鬆弛法來進行求解。

3.2.2 拉式鬆弛法

有關拉式鬆弛法，在 Fisher(1981)[11]中提及在 1970 年代以前即有拉式鬆弛法相關的研究，但真正完整訂定出此方法之架構，則是 Held and Karp (1970)[22]提出。當我們利用拉式鬆弛法來求解集合涵蓋問題時，會將每一個限制式(15)乘上一個選定之常數(u_i)，此常數稱之為拉式乘數(lagrangean multiplier)。而後再將限制式(15)放鬆至目標式中，最後可以得到新的目標式(17)，將此方程式以 L($\boldsymbol{u}$)稱之，經過拉式鬆弛法放鬆後的問題以拉式問題稱之；其中，$\boldsymbol{u}$ 表示所有拉式乘數(u_i)組成的行向量。參考 Carprara *et al*. (1999)[10]以拉式鬆弛法求解集合涵蓋問題，將放鬆後之模式如下表示：

目標式：

$$L(\boldsymbol{u}) = Min\sum_{k\in K} c_k(\boldsymbol{u}) x_k + \sum_{i\in I} u_i \tag{17}$$

限制式：

$$x_k,\ binary \tag{18}$$

其中 $c_k(\boldsymbol{u})$所代表的式子如下：

$$c_k(\boldsymbol{u}) = c_k - \sum_{i\in I_k} u_i \qquad \forall k \in K \tag{19}$$

I_k：針對集合 k ，所有被涵蓋項目所成之集合，{ $k\in K$：a_{ik}=1}。

在已知 $\boldsymbol{u}$ 的情況下，上述的極小化拉式問題可輕易地利用方程式(19)來決定(x_k)。當 $c_k(\boldsymbol{u}) < 0$ 時，則 $x_k = 1$；反之，若 $c_k(\boldsymbol{u}) > 0$ 則(x_k) = 0，而當 $c_k(\boldsymbol{u}) = 0$ 時，則 $x_k = 1$ 或 0。以此方式可得到一個鬆弛解以及 L($\boldsymbol{u}$)值。因為求解出的 L($\boldsymbol{u}$)值是根據放鬆限制式後求得，因此其值為下限值。

但鬆弛解通常為不可行解，當發生此情形時，必須根據原來限制式修正為可行解，才能得到上限值(Upper Bound, *UB*)。於得到 *UB* 與 L($\boldsymbol{u}$)值後，即可根據兩值夾出最佳解所在的區間並得到誤差範圍，其結果可分為三種：

1. 上下限值相等，即無誤差範圍
2. 上下限值之誤差範圍在容忍值內
3. 上下限值之誤差範圍在容忍值外

第一種情形表示最佳解產生，第二種則表示雖僅得到近似最佳解，但為一個可接受的近似解，該解與最佳解的最大差距會等於容忍值。最後一種情形則表示，尚未找到可接受的解，需要再繼續求解，但並不保證一定能收斂找到近似最佳解。因此若演算法設計得當，通常會找到不錯的近似解或者是最佳解，否則便會有無法收斂的情形；此亦為拉式鬆弛法判斷是否繼續求解的停止機制。

在整個求解過程中，通常還需要藉由逐步更新 $\boldsymbol{u}$ 來改進 L($\boldsymbol{u}$)值，使得求解能逐漸收斂。一般拉式鬆弛法可採用次梯度法，其中 Held and Karp (1970)[22]所發展的更新 u_i 值方程式(20)如下來修正 $\boldsymbol{u}$：

$$u_i^{t+1} = \max\left\{ u_i^t + \lambda \frac{UB^t - L(\boldsymbol{u}^t)}{\left\| s(\boldsymbol{u}^t) \right\|^2} s_i(\boldsymbol{u}^t),\ 0 \right\} \qquad \forall i \in I \tag{20}$$

其中 $s_i(\boldsymbol{u}^t)$ 所代表的式子如下：

$$s_i(\boldsymbol{u}^t) = 1 - \sum_{k \in K_i} x_k(\boldsymbol{u}^t) \qquad \forall i \in I \tag{21}$$

K_i：針對項目 i，所有涵蓋此項目之集合所成的集合，$\{ k \in K : a_{ik} = 1 \}$。

a. 方程式(21) $s_i(\boldsymbol{u}^t)$所代表的是 u_i 值的修正方向，透過適度的修正，使得每一次求解，逐漸的往最佳解方向前進。(21)式之涵意為項目 i 被涵蓋之次數，當其值為負代表被涵蓋超過一次，越負代表被涵蓋越多次；其值等於 0 時，表示該項目僅被涵蓋一次；而其值等於 1 時，表示該項目未被涵蓋。由此可知，(21)式與限制式(15)有相當的關係。

b. $\boldsymbol{s}(\boldsymbol{u}^t)$所代表的是 $\boldsymbol{u}$ 值的修正方向，$\| \boldsymbol{s}(\boldsymbol{u}^t) \|^2$ 所表示的是行向量 $\boldsymbol{s}(\boldsymbol{u}^t)$的長度平方，所影響的是調整的步幅。其原則是，當該向量長度平方大時，代表方向的誤差仍大，將之置於分母，以降低步幅的大小，避免在方向誤差仍大時(也就是限制式(15)對大多數項目 i 仍不滿足)，過度地修正 $\boldsymbol{u}$ 值。

c. UB^t 所代表的是第 t 次求得的上限值，可利用修正不可行解後，由可行解之目標值求出。L($\boldsymbol{u}^t$)為第 t 次求得之下限值，為拉式放鬆問題的現行解。經由兩值之所夾出的區間，代表最佳解所在的區間範圍。其原則是在上下限值接近時(UB^t -L($\boldsymbol{u}^t$)變小時)，用來縮小 $\boldsymbol{u}$ 值調整的步幅。一般而言，如此有助於求解的收斂。

d. λ 為更新 $\boldsymbol{u}$ 值的調整係數，主要在針對每次經由上述三項值做出之修正做細部調整，避免修正幅度過大或過小，參照文獻所述，可令 $\lambda = 0.1$ 作為開始的設定，根據求解次數或解的品質來做調整。藉由改變其值以加快收斂速度或減緩調整幅度以利於求得較佳的解；對於不同問題，也可依自行需求作設定。

關於 $\boldsymbol{u}$ 值的部分，於計算上必須由初始值開始，而後才有辦法做後續的更新

動作。有關初始值可根據貪心法則來求得，例如 Carprara *et al*. (1999)[10]針對每個 u_i 檢視所有包含項目 i 的集合，選擇該集合成本除上該集合所包含之項目個數的最小者。

此外，於模式中採用方程式(21)做調整的方式，稱為次梯度法，可一次調整多個拉式乘數，對於較大規模的問題，可以得到較快的求解速度，但是不保證利用此方法求解會收斂，因此求解能否收斂，是一項值得注意的問題。

而在 Carprara *et al*. (1999)[10]中還提供了一些求解的經驗法則，用以增加演算法效能，在本研究中將先依據問題特性，以及相關影響求解品質問題如：如何產生好的初始集合空間、如何持續改進解集空間、如何加快收斂等問題做考量，再參酌其相關的經驗法則，來發展合適的啟發式解法。

四、演算法之發展

文獻中所探討的併裝決策數學模式，在合理時間內處理較大規模問題的效能不理想，因此欲利用演算法，期能對較大規模之問題在合理時間內進行求解。因併裝決策問題能以集合涵蓋問題描述，而求解集合涵蓋問題方面已有相當多且不錯的研究，所以將併裝問題以集合涵蓋方式呈現並利用其解法。4.1 節將先說明如何將併裝決策問題轉化成集合涵蓋問題的模式，於 4.2 節說明轉換為集合涵蓋問題後，如何放鬆求解拉式問題。4.3 節敘述如何對拉式問題的不可行解做修正，4.4 節中將對併裝組合的空間做一探討。而後 4.5 節說明求解停止機制，最後 4.6 節為本研究演算法及解析一些細節的概念。

4.1　以集合涵蓋問題描述併裝決策問題之模式

於 3.2 節已提到，每一個貨物「併裝組合」即代表一個「集合」，並有其對應的成本。而且每個併裝組合所對應之成本，已同時考量毛重與體積重量，並依照計價重量所對應的費率計算。所以在文獻回顧之數學模式中，關於毛重與容積重量的限制式，以及計價重量費率的限制式可因此而簡化。

除考量上述併裝決策問題兩大特性外，以集合涵蓋問題描述併裝問題時，還需要特別注意在併裝組合的選擇上，每個航班至多僅能選擇一個併裝組合。因為對同一承攬業者而言，對每個選擇之航班最多僅能給予一個併裝組合來表示欲搭載之貨物。如果在模式中不加以限制會產生許多不合理現象的解答，例如在某一航班費率特別便宜下，會導致多個併裝組合皆集中在該航班，造成超過航班容量的不合理情形。

將貨物併裝問題轉換為集合涵蓋問題描述後，其模式說明如下：

符號說明：

i ：貨物，$i = 1 \sim n$ ； I：所有貨物所成的集合。

j ：可指派航班之編號，$j = 1 \sim m$ ； J：為所有可指派航班j的集合。

k ：併裝組合； $k \in K$ ； K：所有併裝組合所成之集合。

N_j：屬於航班j之併裝組合所成的集合(通常包含多個併裝組合k)。

c_k ：每個併裝組合 k 所對應的成本。

a_{ik}：所有併裝組合與所有貨物所組成的矩陣之元素。當貨物 i 包含於併裝組合 k 之內時，$a_{ik} = 1$；否則為 0。

決策變數：

x_k ：0-1 整數變數。當併裝組合 k 被選取時，$x_k = 1$，否則為 0。

依據上述之符號說明及決策變數之定義，原問題轉化後之模式，可表示如下：

目標式：

$$Min \sum_{k \in K} c_k x_k \tag{22}$$

限制式：

$$\sum_{k \in K} a_{ik} x_k \geq 1 \qquad \forall i \in I \tag{23}$$

$$\sum_{k \in N_j} x_k \leq 1 \qquad \forall\, j \in J \tag{24}$$

$$x_k,\ binary \tag{25}$$

方程式(23)為所有貨物皆需要被涵蓋的限制式。值得注意的是(23)中所使用的是不等號≧而非等號=，也因此並未限制貨物只可被涵蓋一次(即並未避免貨物重複被服務的情形)；因此當求解發生貨物被涵蓋兩次以上的情形時，便需要進行修正，此即為集合涵蓋與集合分割問題(Set Partitioning Problem, SPP)之差別。而為何不將方程式(23)之不等式改為等式，係因為根據許多文獻顯示，求解集合涵蓋問題會較集合分割問題容易。此外，即使所求得之解違反了貨物僅能被涵蓋一次的限制，仍可於其後藉由刪除其他併裝組合中重複之貨物，將貨物修正為僅被涵蓋一次，會比直接於原問題中求解容易許多。於其後所述演算法求解流程中，此部分修正工作後稱為求解集合分割問題。

方程式(24)為限制每個航班最多僅能有一個併裝組合出現，此式即為避免例如 4.1 節中所提及，所有併裝組合皆集中於某個費率特別便宜的航班的情形。方程式(25)表示所有 x_k 為 0-1 整數變數。

4.2 以拉式鬆弛法求解

併裝決策問題以集合涵蓋問題描述後，可發現仍不易求解，因此需借由拉氏鬆弛法將原問題放鬆，以更進一步地降低求解的困難度。根據其限制式可知，放鬆之方式有下列三種選擇：

a. 將限制式(23)、(24)皆放鬆。若採用此方式對於拉式問題相當容易求解，但是當拉式解為不可行解而需修正時，需要同時考慮兩式，使得問題需要較複雜的機制來求可行解。

b. 放鬆限制式(23)。放鬆此式求解拉式問題時，還需再考慮限制式(24)，但此時仍可用較簡易的規則來求解。但在發生不可行解時，對於修正時所需考慮的情形，卻已較(23)、(24)兩式皆放鬆時來得容易許多。

c. 放鬆限制式(24)，則必須滿足限制式(23)，需考量針對每一個貨物來做處理，考慮在不同航班上的計價與併裝情形，會使得求解拉式問題的困難度增加，難於放鬆限制式(23)。

因此在考慮過求解的難易度之後，決定放鬆限制式(23)，放鬆後的模式表示如下：

目標式：

$$L(\mathbf{u}) = Min \sum_{k \in K} c_k(\mathbf{u}) x_k + \sum_{i \in I} u_i \tag{26}$$

限制式：

$$\sum_{k \in N_j} x_k \leq 1 \qquad \forall\, j \in J \tag{27}$$

$$x_k\ ,\ binary \tag{28}$$

其中 $c_k(\mathbf{u})$所代表的式子如下：

$$c_k(\mathbf{u}) = c_k - \sum_{i \in I_k} u_i \qquad \forall k \in K \tag{29}$$

I_k：針對併裝組合 k，所有被涵蓋項目所成之集合，$\{k \in K：a_{ik}=1\}$。

另外，有關拉式鬆弛法中，拉式乘數 u 的更新，則類似第三章所述，如以下(30)、(31)兩式。

$$u_i^{t+1} = \max\left\{u_i^t + \lambda \frac{UB^t - L(\boldsymbol{u}^t)}{\left\|s(\boldsymbol{u}^t)\right\|^2} s_i(\boldsymbol{u}^t),\ 0\right\} \qquad \forall i \in I \tag{30}$$

其中 $s_i(\boldsymbol{u}^t)$所代表的式子如下：

K_i：針對貨物 i，所有涵蓋此項目之集合所成的集合，$\{i \in I：a_{ik}=1\}$。

$$s_i(\boldsymbol{u}^t) = 1 - \sum_{k \in K_i} x_k(\boldsymbol{u}^t) \qquad \forall i \in I \tag{31}$$

轉化後模式與集合涵蓋問題的拉式鬆弛問題(17)~(19)相近，僅在於有無限制式(27)之差別，因此可參考 3.2 節所述之求解步驟，但需要進行一些修改。

原先依據(19)求解拉式問題時，當 $c_k(\boldsymbol{u})<0$ 則 $x_k = 1$；反之，$c_k(\boldsymbol{u})>0$ 則 $x_k = 0$；當 $c_k(\boldsymbol{u})=0$ 則 $x_k = 1$ 或 0，以此方式即可得到鬆弛解以及 L($\boldsymbol{u}$)值。但求解(26)、(27)、(28)之拉式問題時，受限制式(27)之影響，若某一航班所屬的併裝組合出現了兩個以上的 $c(\boldsymbol{u})$值小於 0 時，則僅選擇對目標式貢獻最多的併裝組合 k，令其 $x_k=1$，而非該航班所有 $c(\boldsymbol{u})<0$ 的併裝組合，皆令其對應之 $x = 1$；其中「對目標式貢獻最多」之意為選取 $c(\boldsymbol{u})$值最負者，實際運算上可將該航班所屬併裝組合之 $c(\boldsymbol{u})$值做排序而後得之。此外，為了方便求解，當 $c_k(\boldsymbol{u})=0$ 時，令 $x_k = 0$，可避免因此違反限制式(27)而需多做修正，影響了求解效率。

4.3 以拉式解求解可行解

因拉式問題為放鬆限制式後再進行求解，所以極可能求出不可行解。此時，需要進行修正為可行解的步驟，使得原本未放鬆之問題同樣有解。欲修正拉式解為可行解主要係利用 $c(\boldsymbol{u})$值的觀念來進行修正，希望在造成目標式值增加最少的情況下，找到可行解。但是該修正可行程序(如下段說明)不宜太複雜，以免大幅增加運算的負荷。因此本研究演算法的設計上不要求保證可以找到可行解，所以最後必須加上一個額外的步驟，在可行解不可得時，直接以現行可行解替換。

利用 $c(\boldsymbol{u})$值的方式，係以 4.2 節末段求解拉式問題時，對 $c(\boldsymbol{u})$值排序之結果，先將各航班排名前兩順位之 $c(\boldsymbol{u})$值相減(排名較後者減去排名較前者)，可得出一差值。差值所代表之意思為將排名首位之併裝組合，替換為排名第二的併裝組合後，原目標值與新目標值之差。

因為模式之問題為求解最小化，所以增加目標值對求解問題來說，是負面的影響，因此在所有航班中挑選差值最小者嘗試做交換。每次修正過程選擇一個航班執行，檢查交換併裝組合後，原不可行解是否所涵蓋之貨物仍繼續被涵蓋，並增加 1 個以上未被涵蓋之貨物。若有，則確定將兩併裝組合交換；若無，則放棄排名第二之併裝組合，並選取下一順位之併裝組合，對該航班重新計算 $c(\boldsymbol{u})$值之差，再於所有航班中選取 $c(\boldsymbol{u})$差值最小者。重複上述流程，直至所有航班所有併裝組合皆測試過。圖 4.1 為一個範例示意圖，以該例而言，假設求解結果 F_1、F_2 為不可行解時，因為 F_1、F_{1a} 之 $c(\boldsymbol{u})$差值(1)小於 F_2、F_{2a} 之差值(2)，所以 F_1、F_{1a} 為第一次的交換選擇。若不符合交換條件，則計算 F_1、F_{1b} 之 $c(\boldsymbol{u})$ 差值。之後，因為 F_2、F_{2a} 之 $c(\boldsymbol{u})$差值(2)小於 F_1、F_{1b} 之差值(3)，所以 F_2、F_{2a}

為第二次的交換選擇。

上述內容中，檢查欲交換併裝組合的貨物涵蓋情形是一項重要的工作，必須要能快速有效的執行。其方式是先對拉式解的併裝組合空間，以 0-1 整數方式來表示求解後涵蓋貨物的情形(0 代表該項貨物未被涵蓋，1 代表該項貨物已被涵蓋)，相加後可得到「拉式解貨物涵蓋組合」。再將替換過後的併裝組合空間，用同樣方式表示，可得到「替換拉式解後貨物涵蓋組合」，因此會有兩個描述貨物涵蓋情形的「組合」。比對兩個貨物組合，即可得知是否符合交換條件。0、1 之加法非常快，運算上相當有效率，圖 4.2 為示意圖。

在上述調整過程中，併裝組合被選取進行檢驗過後即不再被保留做替換選擇，因此，最多僅需要(併裝組合數)減去(航班數)的次數即可完成修正過程。過程中若仍無法找到可行解時，即利用現行可行解予以替換，因為上述方式並不保證定會交換至產生可行解。

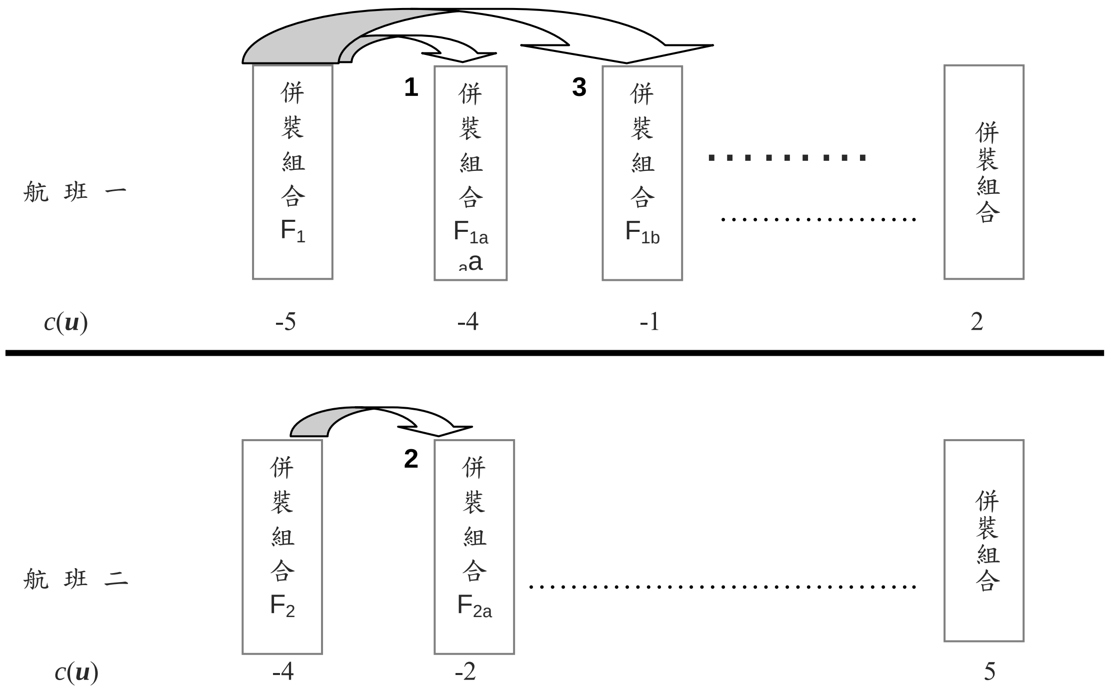


圖 4.1 利用 c(u)差值替換併裝組合之示意圖

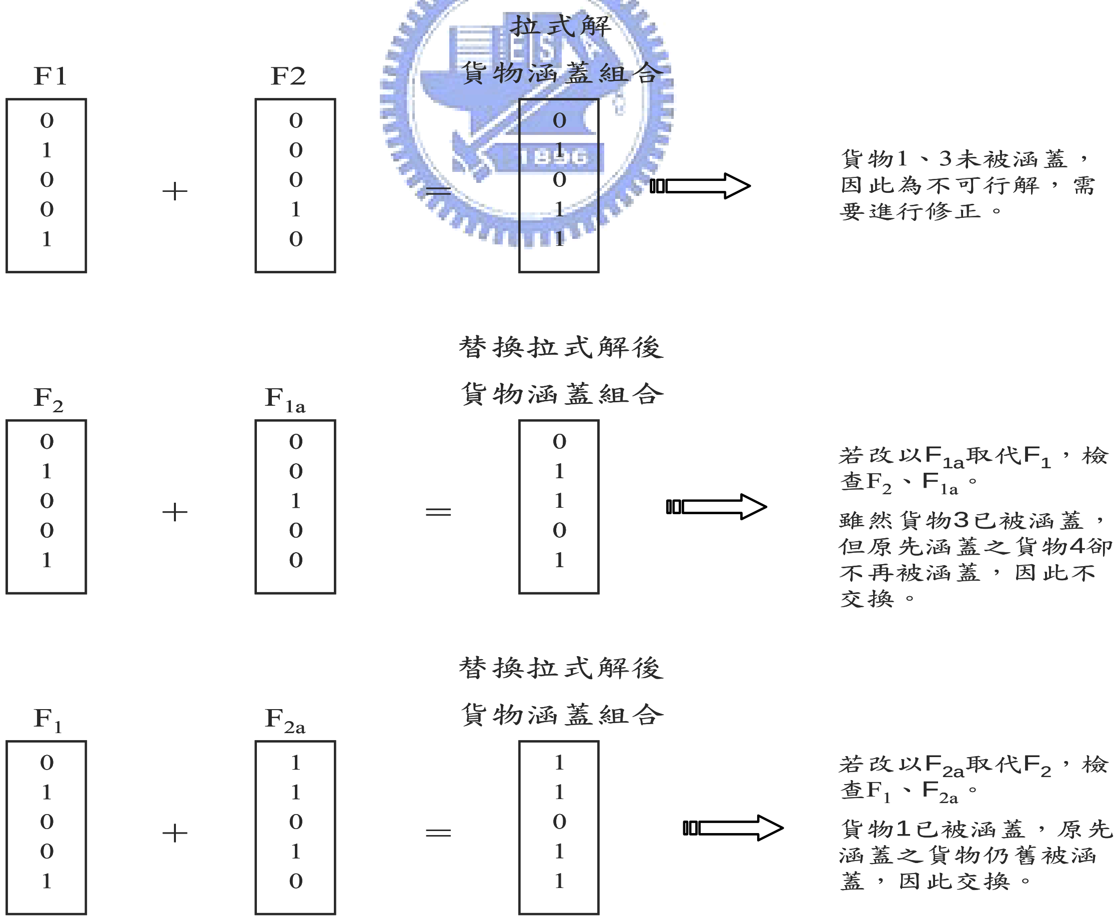


圖 4.2 修正為可行解時，檢查併裝組合示意圖

4.4 併裝組合空間之調整

原併裝決策模式雖然可藉由集合涵蓋問題加以描述，但還有一項重要的問題需要考慮，即是當問題規模加大時，其併裝組合空間將會非常的大，因此不可能將所有的併裝組合產生出來再求解。以一個 20 件貨物、5 個航班為規模之例子而言，若沒有任何顧客限制，其可能的併裝組合(集合)數目就高達 $5 \cdot 2^{20}$ 之多。

其次，再由求解結果來看，每一航班僅需要最多一個併裝組合來涵蓋貨物，因此只要存在部分「好」的併裝組合供選擇，即可求出理想的解。反之，因為大多數的併裝組合對問題而言都是很差的選擇，越多這樣的併裝組合存在越會造成求解效能的低落。因此本研究希望能透過一個可接受的方式，產生初始併裝組合的空間，之後配合拉式鬆弛法遞迴運算的過程中，以有效合理的方式(如後述)對各個併裝組合的計分，將合適之併裝組合留下，不合適的予以淘汰，改進現行併裝組合的空間，逐步求得近似最佳解。

以下內容先介紹併裝組合之計分方式，接著說明如何調整並維持好的併裝組合空間，而後再對如何產生初使併裝組合的空間做解說。

4.4.1 併裝組合之計分

如前述在求解拉氏問題時，已將各併裝組合之 $c(\boldsymbol{u})$值加以計算排序，並對各航班，針對 $c(\boldsymbol{u})$值小於 0 的併裝組合挑選最負者，令其對應之 x 值等於 1。由此可知，當 $c(\boldsymbol{u})$值越負時，代表該併裝組合越好，也越值得被挑選，也因此 $c(\boldsymbol{u})$值可以做為一個併裝組合是否應該被保留的指標。

然而，值得注意的是，因為在遞迴運算的過程中，拉式乘數 $\boldsymbol{u}$ 持續地在進行更新，各併裝組合的 $c(\boldsymbol{u})$值也持續在變動中，為求得一穩定且較具參考價值的基準，本研究利用一個類似指數平滑法(Exponential Smoothing)之觀念，在每一次求解迴圈中，將所計算每個併裝組合該次的 $c(\boldsymbol{u})$值乘上一個權重值 α，再加上原分數乘上(1-α)後，做為新的分數(以下稱為加權分數)，此加權分數將用來當作 4.4.2 小節中，討論刪選併裝組合的依據。

最後在併裝組合的分數計算方式中，對於新增加的併裝組合時(增加方式如 4.4.2 所述)，因為沒有前一次迴圈之舊分數供加以計算，則逕以該次迴圈之 $c(\boldsymbol{u})$值代替。

4.4.2 調整併裝組合的空間

調整併裝組合空間之目的，是為了在有限的併裝組合空間內維持其包含好的併裝組合，以得到理想的近似解。在演算法流程中，有關併裝組合空間之調整可分為刪減機制與增加機制兩種方式，分述如下：

1. 刪減機制

   刪選併裝組合的方式，係藉由限制每航班之併裝組合數，來控制總併裝組合的數量。因此，對於各個航班所屬的併裝組合，在每次的遞迴運算中，依據前述經加權後之分數高低，僅保留一特定比例(如每航班 20 個)併裝組合，其餘的則予以刪除。

2. 增加機制 I

   有關併裝組合的新增，主要係依據前述該次迴圈對併裝組合 $c(\boldsymbol{u})$值的排序，配合特定貨物針對併裝組合進行增刪來產生。

特定貨物的選取，係參考(31)式之 $s_i(\boldsymbol{u})$值。$s_i(\boldsymbol{u})$值所代表的不僅是貨物涵蓋限制式(23)是否滿足，同時也是拉式乘數 $\boldsymbol{u}$ 依據(30)式修正的數值。因此，可以挑選 $s_i(\boldsymbol{u})$值最大者(等於 1 或等於 0)作為加項，挑選 $s_i(\boldsymbol{u})$值最負者作為減項，當遇上 $s_i(\boldsymbol{u})$值相同時，則以隨機方式挑選。其中，加項之意義為逐一檢視各併裝組合，若不含有加項則將加項加入該併裝組合中；反之，減項為併裝組合中若含有減項，則由併裝組合中剔除。

依此方式之理由，可由(29)式 $c(\boldsymbol{u})$值及(30)式 $\boldsymbol{u}$ 值調整之計算說明。依據加項產生新的併裝組合，因為其 $s_i(\boldsymbol{u})$值最大，相對 u_i 的搭配也最大，潛在性地就有可能使得新增加之併裝組合的 $c(\boldsymbol{u})$值越負，因而產生出較好的併裝組合。反之，利用刪除減項所產生的新併裝組合，其 $c(\boldsymbol{u})$值也應該越負。

$$c_k(\boldsymbol{u}) = c_k - \sum_{i \in I_k} u_i \qquad \forall k \in K \tag{29}$$

I_k：針對併裝組合 k ，所有被涵蓋項目所成之集合，$\{ k \in K : a_{ik}=1\}$。

$$u_i^{t+1} = \max\left\{ u_i^t + \lambda \frac{UB^t - L(\boldsymbol{u}^t)}{\left\| s(\boldsymbol{u}^t) \right\|^2} s_i(\boldsymbol{u}^t),\ \ 0 \right\} \qquad \forall i \in I \tag{30}$$

上述增加併裝組合的方式，對每一航班均設定了一個併裝組合數目的最大值，當達到最大值時即不再增加併裝組合，以縮短運算的時間。

3. 增加機制 II

在演算法流程中，解集合分割問題的方式是對集合涵蓋問題之解，檢查是否有貨物被重複選取，若有則將重複的貨物保留在 $c(\boldsymbol{u})$值最負者之併裝組合，在將其他併裝組合中重複之貨物項目予以剔除。於其過程中，有可能產生出新的併裝組合。

因此，另一種增加併裝組合的方式，係利用集合分割問題求解後所產生的新併裝組合。針對各航班，檢視新併裝組合是否符合其顧客限制且與該航班現有之併裝組合不重覆，若兩條件皆符合，則該航班產生新併裝組合。

4.4.3 初始併裝組合的空間

在本研究的演算法中，初始併裝組合的空間是根據重貨與拋貨特性所產生的均分涵蓋、各航班符合容量與顧客限制的最大涵蓋(各航班涵蓋之貨物數量最多的情形)併裝組合，以及各航班最小涵蓋(僅含單項貨物)併裝組合三類所產生。

根據拋、重貨特性的均分涵蓋部分，其產生方式是先對貨物的密度做排序，而後按照顧客與航班容量限制，平均地分配給各個航班。由於每個航班僅產生一個併裝組合，每個貨物僅被涵蓋一次，並且符合航班容量與顧客限制，因此各航班併裝組合所成之集合為可行解。如此設定是為了產生理想的起始解，並解決以部分併裝組合空間求解時，初始初裝組合空間可能不存在可行解的情況。

剩餘之部份，是為了避免受上述自行設定之拋、重貨併裝方式的影響，使得求解容易陷入區域搜尋，所以加入了符合顧客限制及容量限制的最大涵蓋併裝組合，以及最小涵蓋併裝組合。

4.5 *UB* 值、L(***u***)值的意義與停止機制

於 3.2 節所介紹根據拉式鬆弛法求解集合涵蓋問題的方法，是針對以固定的集合(併裝組合)空間，當兩解相等或兩解之差值在容忍範圍內時，即停止求解。但本研究採用如 4.3 小節所述，以部分併裝組合空間並在遞迴運算的過程中加以調整的方式求解，就 *UB* 值與 L(***u***)值的意義上，已經與 3.2 節略有不同，造成求解之停止機制，也隨之改變。以下將先說明演算法中，求解拉式問題、集合涵蓋問題與 3.2 節不同意義之處，而後再敘述如何決定停止機制。

a. 演算法求解拉式鬆弛問題所得到的解，在遞迴運算中針對該次之併裝組合空間，確實仍是一個有效的下限值，但與原來貨物併裝問題的下限已有所差異。主要係因為本研究僅產生部份部分的併裝組合空間，所得之下限僅是針對目前併裝組合空間求解得到的一個下限值，不確保併裝問題的最佳解必定高於此 L(***u***)值。(當然，若原來的拉式鬆弛問題中，是利用所有可能併裝組合空間來求得下限值，則可保證最佳解必在 L(***u***)值之上。)

b. 根據拉式問題的解如 4.2 節部分，可求得集合涵蓋問題的可行解及上限值。此上限值是以部份併裝組合空間所求得，因此可視為一個區域最佳解。由於最佳解必小於或等於區域最佳解，所以此上限值(區域最佳解)，雖然意義上僅是根據部分併裝組合空間所求得，但對於原來貨物併裝問題來說仍是一個有效的上限值。

由此可知，雖然採用與原先拉式鬆弛法同樣方式，但本研究之演算法無法利用上下限值夾擠得到確切的最佳解所在區間，僅能根據上下限值持續改進有限的併裝組合空間，再反饋至上下限值，使得集合分割問題的解能夠持續獲得改進。所以在最後停止機制部分，因為 *UB* 值與 L(***u***)值的區間，僅做為提供迴圈下次求解時的參數之用，使得真正的求解機制僅能利用「集合分割問題的解趨於穩定」，或是「當求解次數達到所設定次數」，來做為停止條件。圖 4.3 為某次測試 20 件貨物求解過程中，有關 L(***u***)、*UB*、SPP 解、現行最小 SPP 解值的變化情形。

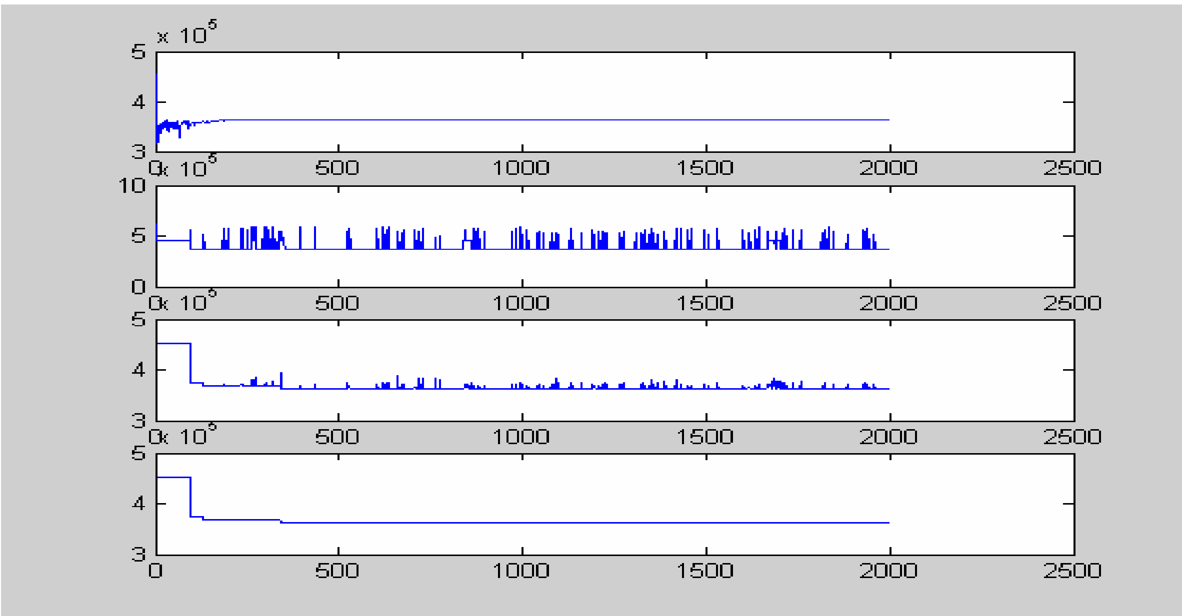


圖 4.3 演算法求解各項值的變化圖

(由上而下依序為 L(***u***)、*UB*、SPP 解、Min(SPP 解)值)

根據多組數據實驗，發現到演算法由最初求解至產生近似解的過程，在 20 件貨物時，約需經過 500 次的求解，且隨問題規模的加大，略有趨勢需要增加求解次數；由 20 件貨物增至 60 件貨物，求解次數可能將由 500 增加至 900 次。本研究將以此經驗，作為演算法的停止機制。

4.6　演算法流程與演算法細部內容說明

介紹過演算法主要求解過程後，可將演算法之詳細流程，表示如圖 4.4。

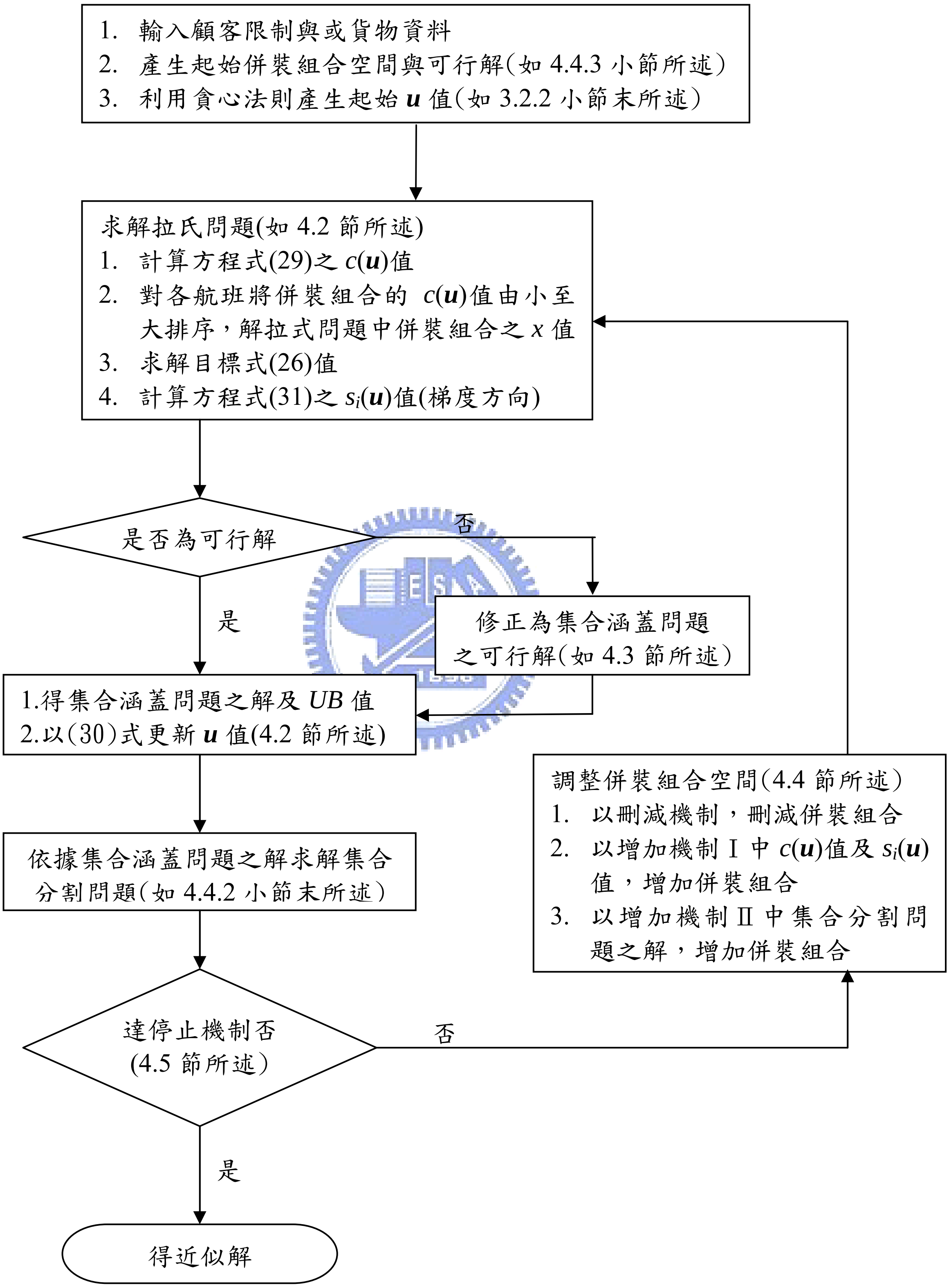


圖 4.4 演算法流程圖

將演算法之主要流程敘述過後，其後再針對演算法的一些細部設定做說明。

1. 有關併裝組合最大數值與新增併裝組合最大數值

在前述內容中是以固定數值的方式，但也可採用變動數值方式，隨問題規模增大自由增減。選擇變動數值方式，有利於產生足夠的併裝組合空間，但會將降低求解效能；而固定數值的方式，則是選定適合之限制個數，不因問題規模而改變，但有可能會加長求解過程。在經過測試後，發現到因為初始併裝組合產生方式的關係，已縮短不少求解歷程；再者，因為多數的併裝組合對於原問題並沒有貢獻，所以即使問題規模加大，也不需要產生太多的集合。因此採用固定數值的方式，會比變動數值方式來的好。

2. 有關 $s_i(\boldsymbol{u})$值的隨機機制

在產生新併裝組合時，是根據 $s_i(\boldsymbol{u})$的最大與最小值來做變動，當有多個 $s_i(\boldsymbol{u})$的最大與最小值相同時，必須有一機制來做選擇，因此利用方程式(31)於其後加入一個極小的隨機亂數，可在不影響原先求解機制下解決上述問題。

3. 有關調整係數 λ 值方面

於 $\boldsymbol{u}$ 值更新方程式中的調整係數 λ 值，先根據 Carprara *et al*. (1999)[10]採用 0.1 做測試，再進行微調。發現到在 0.1 的時候有較好的穩定效果，使得解的品質與收斂速度較好。在 Carprara *et al*. (1999)[10]另外提及以上下限值的差距對 λ 值做小幅度調整的方式，由於在本研究中之上下限值區間，不一定為最佳解存在之區間，所以不以此方式做調整。

總合第四章內容所述，本研究之演算法核心機制在著重於如何產生好的有限併裝組合空間，進一步利用此有限併裝組合空間，來求得近似解。因此在更新併裝組合空間方面，設定了兩項機制可增加新併裝組合做調整併裝組合空間的動作，而且必須避免併裝組合空間變化過大與不足，而使得好的解無法產生的問題。因此在實例測試方面，對於調整係數λ值與方向長度影響等議題將不再深入，而採參考過往文獻的經驗法則來設定。

五、數值測試

於第四章將演算法流程詳細說明後，第五章將以實際數值範例驗證演算法效能。因為本研究著重在演算法求解，再加上實際的貨物資料不易取得，因此將以隨機方式產生貨物資料，再將混合整數規劃模式之解與演算法之解做比較。5.1 節內容將對演算法求得之解與混合整數規劃模式之解做比較，了解演算法與實際最佳解差距有多少。5.2 節將探討費率折扣程度對演算法之影響，了解各問題特性影響，最後於 5.3 節提出總結，分析演算法之效能。

5.1　混合整數規劃模式解與演算法解之比較

測試範例設計的貨物件數分為 20、30、40、50、60 件共五組，所對應之航班數分別為 2、3、4、5、6 個航班，每組貨物件數再取 10 組隨機產生的「毛重」與「容積重量數據做測試」。其中貨物資料係依照給定的貨物件數、分配型態、亂數種子值以及測試次數，利用 Excel 中的亂數產生器來產生。所有貨物皆無顧客限制，航班資料設定所有航班的費率均相同，費率折扣為 2 元，如表 5.1 所示。

表 5.1 測試例題中的航班費率表

重量(kg) / 航班	0~100	100~300	300~500	500~700	700~1000	1000~1500
1-5	90	88	86	84	82	80

為了求測試的合理性，避免對決策難度造成太大影響，所以將各組貨物的均勻程度維持相近，並且以增加航班數的方式，使得在相同的航班容量限制下，併裝決策難易程度能維持相近。產生貨物資料時，對應給定均勻分配之上、下限值，隨貨物件數的增加而按比例縮小，以求貨物之密度範圍在件數增加的情況下，仍能儘量維持相同。用於產生 10 組資料的參數，如表 5.2 所列。

表 5.2 亂數產生不同貨物件數的參數值

貨物件數	產生分配	下限	上限	平均值	測試次數
20	Uniform	56.25	168.75	112.5	10
30	Uniform	56.25	168.75	112.5	10
40	Uniform	56.25	168.75	112.5	10
50	Uniform	56.25	168.75	112.5	10
60	Uniform	56.25	168.75	112.5	10

停止機制的部分，根據 4.4 節所述，因為隨著貨物件數的增加，求解達穩定的次數也略有增加趨勢。所以隨貨物件數 20 增加至 60 件，求解次數之設定也由 500 次增至 900 次，如表 5.3 所示。

表 5.3 貨物件數對應之求解次數

貨物件數	20	30	40	50	60
求解次數	500	600	700	800	900

演算法參數的設定方面，令拉式常數 $\boldsymbol{u}$ 更新之方程式(30)中參數 $\lambda = 0.1$。每航班最大併裝組合數設為 20，所以刪減後所有併裝組合數最大值為 100；各航班加減項最大值各為 5，而每航班最大新增併裝組合數為 10。計算分數之權重值 $\alpha = 0.2$。

於測試中，將求解後的演算法解與 IP 解前後相減，再除上 IP 解後，以此誤差比率表示與最佳解的相距程度。表 5.4 為 10 組 20 件貨物、5 個航班資料的測試結果，以此為例，顯示演算法求解品質相當理想，出現過多次最佳解，平均誤差為 0.18%，最大誤差為 0.90%。

表 5.4　費率折扣 2 元，20 件貨物之測試結果表

20 件貨物資料組別	1	2	3	4	5
演算法解	181536	187024	189672	180704	188824
IP 解	181536	187024	189672	180704	188824
誤差率(%)	0	0	0	0	0
20 件貨物資料組別	6	7	8	9	10
演算法解	174856	169920	184603	180034	173160
IP 解	174856	169920	183032	178424	173160
誤差比率(%)	0	0	0.86	0.9	0
平均誤差率(%)	0.18		最大誤差率(%)	0.90	

其後再以圖 5.1 及表 5.5，介紹 20 至 60 件貨物的求解狀況。測試後之結果，於費率折扣 2 元時，演算法解與最佳解差距很小，演算法求解仍具有穩定的的求解品質。由圖 5.1 可知，演算法解與 IP Bound 之誤差皆在 1%的誤差範圍之內，而平均誤差約在 0.29%，如表 5.5 所示。在不同貨物件數間的最大與最小平均誤差率約在 0.12%。

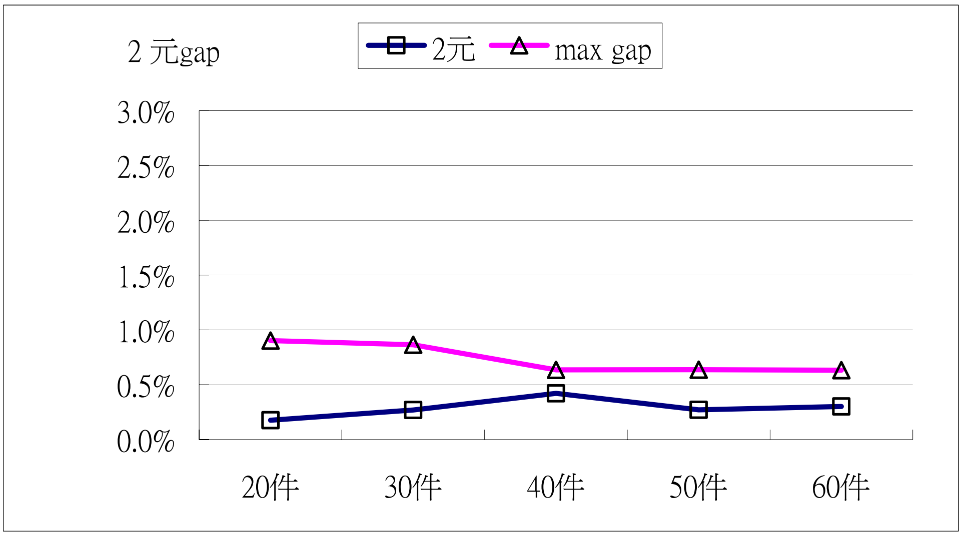


圖 5.1 費率折扣 2 元之平均誤差曲線

表 5.5 費率折扣 2 元之各貨物件數平均誤差

貨物件數	20	30	40	50	60	平均誤差
誤差平均(%)	0.18	0.27	0.42	0.27	0.30	0.29

綜合以上之結果，在費率折扣 2 元下，演算法求解具穩定的求解品質。處理不同貨物件數時，誤差呈現穩定狀態，不因貨物件數改變而有過大之變動幅度，因此可知貨物件數對演算法求解無明顯影響。

5.2　不同費率折扣之影響

於 5.1 節結果可知，貨物件數對求解品質影響不明顯，並且演算法有不錯的求解品質。接下來，將觀察到另一項可能影響因素「數量折扣」。數量折扣為併裝決策問題特性之一，在不同費率下的數量折扣對於模式求解可能會有影響，此小節將觀察不同費率的數量折扣對演算法求解效能的影響。

根據 5.1 節之表 5.1 可知所採用的費率折扣為 2 元，最高費率與最低費率之折扣程度約為 11%，已具有相當的折扣。表 5.4 為兩種費率折扣下的計價表。可知若將費率折扣改為 5 元，則最高費率與最低費率之折扣程度約為 28%，於實務作業而言，已是相當大的折扣。再比較兩費率之折扣程度，最大折扣程度已有將近 17%的大差距。以下利用同樣的貨物、航班資料以及參數設定，以費率折扣 2 元、5 元之差別作比較，藉以了解費率折扣對演算法求解效能的影響。

表 5.6　兩種費率折扣下的計價表

重量(kg) / 航班	0~100	100~300	300~500	500~700	700~1000	1000~1500
費率折扣 2 元	90	88	86	84	82	80
費率折扣 5 元	90	85	80	75	70	65

費率折扣 5 元的測試結果中，演算法解與最佳解平均誤差皆在 1.5%以內，演算法亦具有穩定的求解品質。由圖 5.2 可知，演算法解與 IP 解之誤差皆在 2.5%的誤差範圍之內，而平均誤差範圍約在 0.5%，如表 5.7 所示。不同貨物件數間的最大與最小平均誤差約為 0.6%。整體而言，在處理不同貨物件數時，其求解效能仍是相近的，並不因貨物件數改變而有明顯影響。

表 5.7　費率折扣 5 元之各貨物件數平均誤差

貨物件數	20	30	40	50	60	平均誤差
誤差平均(%)	0.04	0.44	1.05	0.44	0.52	0.5

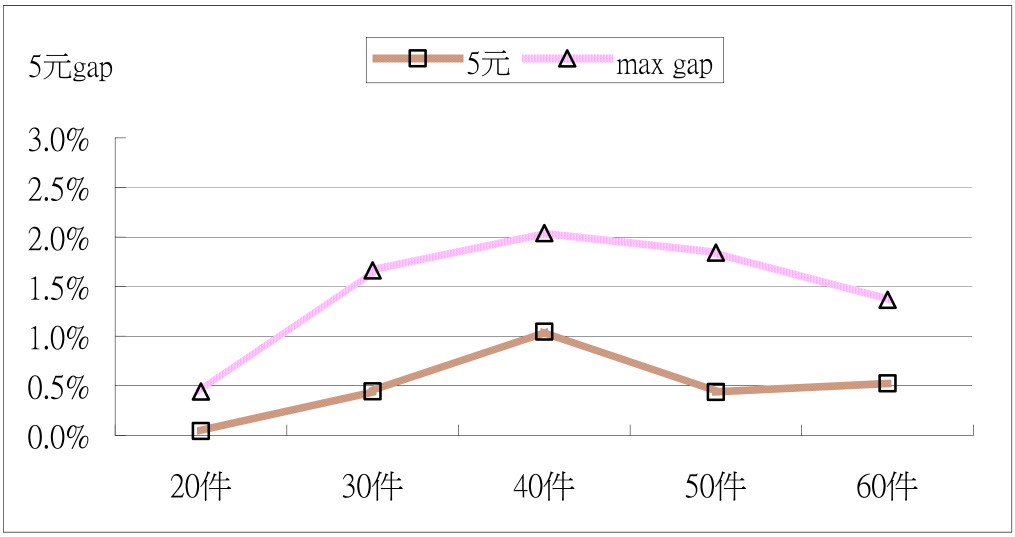


圖 5.2 費率折扣 5 元之平均誤差曲線

將費率折扣 2 元與 5 元之結果，進一步地表示成如圖 5.3 做比較。

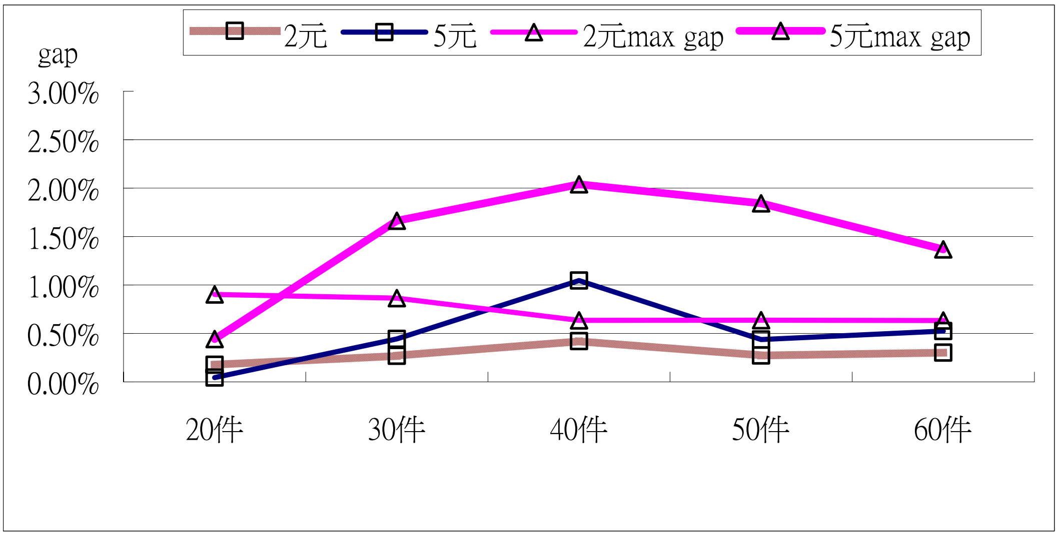


圖 5.3 費率折扣 2 元與 5 元之平均誤差曲線

由圖 5.3 可知費率折扣對演算法求解效能存有影響；費率折扣越高，則誤差傾向趨大。當費率折扣加大時，相同貨物件數下，除了貨物件數為 40 的測試例題其差距程度加劇外，其餘的誤差範圍皆呈現穩定狀態，總合來說平均誤差升高但未有劇烈改變情形，維持在穩定的狀況。雖然費率折扣對演算法求解略具有影響，但整體來說其影響程度相當有限。

由 5.1 與 5.2 節的結果可得知，在不同貨物件數與費率折扣的影響下，本研究演算法所求得之解與最佳解的誤差都可維持在很小的誤差內。由此推知對更大規模之問題求解，也能有相同效果。

5.3 結果分析

經由前兩節之結果可知，可得知以下結論：

a. 演算法解與最佳解之誤差很小，且具有穩定的求解品質。

b. 費率折扣對演算法效能有影響。當費率折扣提高，求解效能略有下降趨勢。

本研究之演算法具有穩定之求解品質，能夠有此效果，推估其主要之理由可分成幾點說明：

1. 事先根據貨物型態與問題特性做前置處理，能省去許多求解歷程。
2. 求解採用部分併裝組合產生解集空間，於求解品質上已產生有相當的落差，但藉由逐步調整解集空間的機制發生作用，因此使得解能持續改進，最後才能求得品質較好的近似解。
3. 部分解集空間雖然極可能落入區域最佳解的狀況，但藉由調整解集空間的機制中，於方程式(31)中所含有的一項隨機機制，可使得落入區域最佳解時，有機會能跳出區域的狀態而繼續改進解。

關於費率折扣的所造成的影響，有可能因為貨物的計價重量差異過大，加上求解的停止機制採用固定數值的方式，使得求解歷程尚未達到預設目標即停止。此外，也有較小之因素在兩個修正可行解的階段，因其方式不夠細緻，使得好答案未能產生。

就演算法本身之架構而言，其方法為可行，且在調整併裝組合的機制不夠精緻下，仍能將演算法之解收斂至一特定範圍內，表示此方法有相當的潛力能藉由更細緻的調整方式來改進解的品質。並且若就現實情境考量，費率折扣程度接近30%已相當的大，並無多大空間再提高費率折扣程度，因此對演算法的實用價值的影響應相當有限。

六、結論與建議

6.1 結論

混合整數規劃之併裝決策問題模式，在處理較大規模的問題時，與 NP-hard 問題相同，其求解效能並不理想，如果逕行以其他方式求解，則其求解效果未知。而藉由文獻了解，大多數路由以及排班問題，可藉由集合涵蓋問題來求解，並且集合涵蓋問題已有相當成熟且效能不錯之求解方法，如拉式鬆弛法即是其中之一。由於每個貨物僅能上一個航班，所以原併裝決策問題在本質上應屬於集合分割問題，但是過往文獻皆顯示集合涵蓋問題較集合分割問題容易求解，而且將集合涵蓋問題之解修正為集合分割問題之解時，其步驟相當容易。

因此本研究決定將決策問題模式，以集合涵蓋問題描述，而後以常用之拉式鬆弛法進行第一階段求解，第二階段再根據拉式解求得集合涵蓋問題之解，最後利用集合涵蓋問題之解修正為集合分割問題。

但集合涵蓋問題的求解，必須利用一有效的集合空間，對併裝決策問題而言，可能的集合(貨物併裝組合)空間會由於問題規模增加而過大，而使得求解相當困難。因此本研究透過僅以部分集合空間，來達到求解的目的，並於過程中，利用 $c(\boldsymbol{u})$值、$s_i(\boldsymbol{u})$值對集合空間進行調整，使得演算法解能逐步逼近最佳解。

但因為依上述方式求解出之 UB 與 $L(\boldsymbol{u})$值，僅能做為求解迴圈下次運算之參數，造成停止機制必須重新設定。本研究即以集合分割問題之解趨於穩定，或設定求解次數做為停止機制。

本研究之演算法經數值範例測試求解後，可得到以下結果：

1. 演算法在同一費率折扣下具穩定之求解品質，且與最佳解皆相當接近。
2. 不同費率折扣對演算法求解存有影響，但影響程度相當輕微。

在演算法方面，雖然求解品質已具有明顯效果，但仍有許多方向可在未來之後續研究進行改善。

6.2 未來研究方向

本研究之演算法目前僅著重於解的品質，對於求解時間並未有很大的著墨，僅設定在合理時間內求解，主要原因為研究目標之設定在於以演算法架構為主，參考一已知的求解方法，根據問題特質修正解法內容來求解。在各個求解步驟裡，希望皆採取較簡單且具有一定效果的方式，增加求解效率，並由問題特性著手，觀察求解的過程，逐步測試多項不同的解題機制，而後定出演算法之最後架構。

於測試結果中，可發現到演算法測試之求解品質穩定，且與最佳解相當接近，因此以此簡易之演算法架構，也能對較大規模的問題，求解出一定誤差範圍內的解。但在相關參數部分，僅參考文獻之經驗法則，以可以穩定求解之目標為主，未做深入探討，若能繼續深入搭配更細緻的解題機制，相信會有更佳的求解品質。

由上述說明後，可知演算法尚有許多可持續進行之議題，因此未來研究方向，將有以下幾點：

1. 部分解集空間的調整機制。如將一次調整一個貨物，改成調整多個，或是不同的計分基礎來挑選適合的併裝組合作為解集空間。

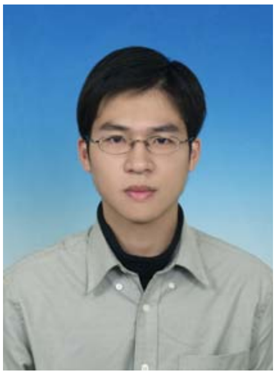
2. 修正為可行解的方式。以更細緻的方式來修正，如參照併裝後的總貨物密度來修改之方式。
3. 參數部分的設定。可再多加嘗試不同的數值，來加快求解，在穩定求解品質與速度上做權衡。

參考文獻

1. Boeing, World Air Cargo Forecast 2002-2003, http://www.boeing.com/commercial/cargo
2. 王鼎欽,「航空貨運承攬業建構電子商務及其對經營績效影響之研究」,國立海洋大學,碩士論文,民國 89 年。
3. 交通部民用航空局,民航統計年報,民國 92 年。
4. 吳思賢,「航空貨運承攬業決策輔助系統之研究」,國立交通大學,碩士論文,民國 92 年。
5. 高秀如,「以資源基礎觀點探討航空貨運承攬業核心能力及其對營運績效影響之研究」,國立海洋大學,碩士論文,民國 89 年。
6. 劉伊真,「台灣地區航空貨運承攬業關係價值、關係強度與客戶忠誠度模式之研究」,國立海洋大學,碩士論文,民國 88 年
7. 鄭明仁,「模糊績效評估之應用－以評估航空貨運承攬業的績效為例」,國立海洋大學,碩士論文,民國 88 年。
8. Amiri, A., H. Pirkul, "New formulation and relaxation to solve a concave-cost network flow problem", Journal of the Operational Research Society, 48(3), pp. 278-287, 1997.
9. Balakrishnan A. and Stephen C. Graves, "A composite algorithm for a concave-cost Network Flow Problem", Network, Vol. 19, pp.175-205, 1989.
10. A. Caprara, M. Fischetti and P. Toth, "A heuristic method for the set covering problem", Operations Research, 47, pp.730-743, 1999.
11. Marshall. L. Fisher, "The lagrangian relaxation method for solving integer programming problems", Management Science, vol. 27, pp. 1-18, 1981.
12. Guisewite, G.M., R. Horst and P.M. Padalos, "Network Problems", Handbook of global optimization, Kluwer Academic Publishers, pp. 609-648, 1995.
13. Guisewite, G. M., P. M. Pardalos, "Minimum concave-cost network flow problems: applications, complexity, and algorithms", Annals of Operations Research, 25(1-4), pp. 75-99, 1990.
14. Horst, R., N. V. Thoai, "An integer concave minimization approach for the minimum concave cost capacitated flow problem on networks", OR Spektrum, 20(1), pp. 47-54, 1998.
15. Stefan Irnich, "A multi-depot pickup and delivery problem with a single hub and heterogeneous vehicles", European Journal of Operational Research, Vol. 122, pp. 310-328, 2000.

16. Friedrich Jaeger, "Consolidation strategy for International air freight forwarders-minimum cost routing problem in a directed multi-commodity network", Transportation Research, 10, PP.347-354, 1976.
17. Jordan, W. C., "Scale economies on multi-commodity distribution networks", Report GMR-5579, General Motors Research Laboratories, Warren, MI, USA, 1986
18. Holmberg K. and Ling J., " A lagrangean heuristic for the facility location problem with staircase costs", European Journal of Operational Research, pp. 63-74, 1997.
19. Larsson, T., A. Migdalas, M. Ronnqvist, "A lagrangean heuristic for the capacitated concave minimum cost network flow problem", European Journal of Operational Research, 78(1), pp. 116-129, 1994.
20. Moon, S., "Application of generalized Benders' decomposition to a nonlinear distribution system design problem", Naval Research Logistics, 36(3) pp. 283-295, 1989.
21. Michele Monaci, Algorithm for Packing and Scheduling Problems, 2001.
22. Held M. and Karp R. M., "The traveling salesman problem and minimum spanning trees.", Operations Research, Vol 18, pp.1138-1162, 1970.
23. Ross G. T. and Soland M. R., "A branch and bound algorithm for the generalized problem", Mathematical Programming, 8, pp. 91-103, 1975.
24. Ward, J. A., "Minimum-aggregate-concave-cost multi-commodity flows in strong-series-parallel networks", Mathematics of Operations Research, 24(1), pp. 106-129, 1999.
25. J. Xue and K.K.Lai, "A study on cargo forwarding decisions", Computers and Industrial Engineering, 33, pp.63-66, 1997.
26. Yan, S. and Luo, S., "A tabu-search based algorithm for concave cost transportation network problems," Journal of the Chinese Institute of Engineers, Vol. 21, No. 3, pp. 327-335, 1998.
27. Yan, S. and Luo, S., "Probabilistic local search for concave cost transportation network problems.", European Journal of Operational Research, Vol. 117, No. 3, pp. 511-521, 1999.

簡　歷



姓名：紀玟豪

學歷：

國立交通大學運輸科技與管理學系碩士班畢業　民國 93 年 6 月
國立交通大學運輸工程與管理學系大學部畢業　民國 91 年 6 月
國立台中第一高級中學畢業　民國 85 年 6 月

電子郵件信箱：wenhao.tem91g@nctu.edu.tw