


國立交通大學  
工業工程與管理學系

碩士論文

反應六標準差水準之多品質特性  
同時最佳化演算法

Optimization of Multi-Response Problems  
for Six-Sigma Quality Level



研究生：劉政勳

指導教授：唐麗英、王春和 博士

中華民國九十三年八月

反應六標準差水準之多品質特性同時最佳化演算法

Optimization of Multi-Response Problems

for Six-Sigma Quality Level

研究生：劉政勳

Student : Cheng-Hsun Liu

指導教授：唐麗英 博士

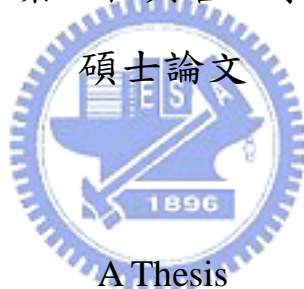
Advisor : Lee-Ing Tong

王春和 博士

Chung-Ho Wang

國立交通大學

工業工程與管理學系



Submitted to Department of Industrial Engineering and Management

College of Management

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

For the Degree of Master of Science

In

Industrial Engineering

August 2004

Hsin-Chu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十三年八月

# 反應六標準差水準之多品質特性同時最佳化演算法

學生：劉政勳

指導教授：唐麗英

王春和

國立交通大學工業工程與管理學系碩士班

## 摘要

田口方法(Taguchi method)在提升產品品質的成效方面頗具實用價值，因此深受國內外產業界的肯定。但隨著產品的設計愈來愈複雜，產品品質的良莠問題已非最佳化單一品質特性就能解決，往往需要考慮到多品質特性的同時最佳化，而田口方法僅能解決單一品質特性最佳化的問題，因此陸續有中外文獻提出許多解決多品質特性同時最佳化的方法，但是這些方法都只著重於搜尋最佳之因子水準組合，並未能考量製程產品產出的良率在經過長期生產後，是否仍符合原訂目標值的問題。目前雖然已有文獻利用迴歸模式來解決此問題，但此迴歸模式並未考慮到雜音因子，因此，為了能使多品質特性製程最佳化，且同時達到六標準差的品質水準，本研究發展出一套能反應六標準差水準的多品質特性同時最佳化演算法，以找出在長期生產後，能符合六標準差水準之多品質特性最佳因子水準組合。本研究所發展之演算法是同時應用控制因子與雜音因子來建構各品質特性的反應模式(response model)，以估計製程的平均值與變異數，然後再利用以製程良率為指標的望想函數(desirability function)來達到最能符合六標準差水準之多品質特性同時最佳化的目標。本研究最後以一個密封元件產品之油封(Oil-Seal)製程最佳化的實例，驗證了本研究方法確實有效可行。

【關鍵詞】 田口方法、多品質特性、反應模式、望想函數、六標準差

# **Optimization of Multi-Response Problems for Six-Sigma Quality Level**

Student : Cheng-Hsun Liu

Advisor : Lee-Ing Tong

Chung-Ho Wang

Department of Industrial Engineering and Management  
National Chiao Tung University

## **Abstract**

Taguchi method has been extensively used for enhancing product quality in industry. More than one quality characteristic must be simultaneously considered to effectively improve the product quality due to the product design is increasingly becoming complicated. However, Taguchi's applications optimize only single quality characteristic. When more than one characteristic is to be optimized, engineers usually determine the optimal factor-level combination from their experiences. Although several procedures for optimizing multi-response process have been developed in recent years, these methods do not consider the deviation of process yield from the desired target caused by long-term manufacturing process. Therefore, this study proposes an optimizing procedure to resolve multi-response problem considering the deviation of process yield from long-term manufacturing process for achieving the six-sigma quality level. Initially, the effects of control factors and noise factors are simultaneously considered to construct a response model to estimate the process mean and the process variance for each quality characteristic. The desirability function based on process yield is then employed to determine the overall quality performance for multiple responses and thereby determine the optimal factor-level combination to achieve the six-sigma quality level. An experiment regarding to the development of oil-seal demonstrates the effectiveness of the proposed procedure.

**【Key Words】** Taguchi method, Multi-response Problem, Response Model, Desirability Function, Six-Sigma

## 誌謝

這是一則感謝文！『要謝的人太多，那就謝天吧！』但畢竟謝天是那麼地虛幻，人總是要踏實點，所以還是讓我娓娓道來吧。

微暑的六月，管理二館前，是紅與黃的交錯，是感傷與離別的紛雜。正是，鳳凰木與阿勃勒迤邐一地，竟觸動心頭落寞。驀然回首，兩年研究生涯，就這樣悄然溜走。能順利完成碩士論文，對兩位指導教授唐麗英和王春和老師，滿懷感激之餘，也對他們不辭勞苦地教導，至上無限的敬佩之意。同時，也感謝黎正中老師在論文口試時提供我寶貴的意見，讓我的論文更臻完善。

再來要致謝的，非研究室的同學莫屬了，他們是文傑、民祥、宏志、忠佐、冠人、俊誠、盛全和翔百，還有博士班的千慧學姐以及碩一的眾學弟們。這群夥伴除了學業上的相互提攜，也讓我的眼界更廣，對人際處事的思慮更加成熟。當然，面對繁重的學業壓力，休閒活動是抒壓的絕佳管道。感謝清大自然保育社、清大歌仔戲社、交大登山社以及青草湖社區大學歌仔戲課程的學員們，除了讓我盡情享受休閒生活的歡愉，也增長了我動植物、登山以及歌仔戲等方面的專業知識及技能。

值此之際，家庭的溫暖總是讓人『打斷筋骨顛倒勇』，面對再大的挫折，也能有『天下風雲，盡在掌中』之睥睨。家人或許不能給予學業上的幫助，但生活上的噓寒問暖，總是給予精神上一劑強心針。父母的慈愛關懷，大姊、大姊夫、哥哥、嫂嫂、二姐以及岡輝大哥與我閒聊生活上的地北天南，還有可愛逗趣的姪子轅潤和姪女擎，總是讓我能樂觀地面對未來。

千言萬語有時盡，感激涕零仍未休。感謝沒有盡頭，我的未來相信會有更多讓我感激之人。祝福與我相識的每位朋友，最後，僅以座右銘『要的是什麼？缺的是什麼？要的是學習，缺的是毅力。』與大家共勉之。

劉政勳 謹誌於  
交通大學工業工程與管理學系 碩士班  
2004年8月23日

# 目 錄

目 錄.....	IV
圖 目 錄.....	V
表 目 錄.....	VI
第一章 緒論.....	1
1.1 研究背景與動機.....	1
1.2 研究目的.....	2
1.3 研究架構.....	2
第二章 文獻探討.....	3
2.1 田口方法.....	3
2.2 六標準差.....	4
2.3 多重品質特性同時最佳化之相關文獻探討.....	4
2.4 反應模式.....	9
2.5 望想函數.....	11
第三章 研究方法.....	17
第四章 實例分析.....	22
4.1 實例說明.....	22
4.2 實驗規劃.....	23
4.3 實驗數據分析.....	25
第五章 結論.....	38
參考文獻.....	39

## 圖 目 錄

圖 2.1 望目特性之望想值 $d$ 與權重 $s$ 、 $t$ 的關係.....	13
圖 2.2 望大特性之望想值 $d$ 與權重 $s$ 、 $t$ 的關係圖.....	13
圖 2.3 望小特性之望想值 $d$ 與權重 $s$ 、 $t$ 的關係圖.....	13
圖 2.4 製程平均偏移圖.....	15
圖 2.5 六標準差望想函數.....	15
圖 3.1 本研究之演算流程圖.....	21
圖 4.1 引擎專用油封示意圖.....	22
圖 4.2 汽門油封示意圖.....	22



## 表 目 錄

表 2.1 六標準差品質水準之對照表.....	5
表 2.2 總望想值與六標準差品質的對照表.....	16
表 4.1 實驗因子水準設定表.....	23
表 4.2 因子水準配置表.....	24
表 4.3 虛擬變數值與四種油料對照表.....	25
表 4.4 油料為 ASTM No.1 OIL 之硬度、抗拉強度與伸長率之平均值與變異數.....	29
表 4.5 油料為 ASTM IRM 903 OIL 之硬度、抗拉強度與伸長率之平均值與變異數.....	29
表 4.6 油料為 ASTM FUEL-A 之硬度、抗拉強度與伸長率之平均值與變異數.....	29
表 4.7 油料為 ASTM FUEL-B 之硬度、抗拉強度與伸長率之平均值與變異數.....	30
表 4.8 ASTM No.1 OIL 與 125°C 下油封規格界限.....	30
表 4.9 ASTM IRM 903 OIL 與 125°C 下油封規格界限.....	30
表 4.10 ASTM FUEL-A 與 125°C 下油封規格界限.....	31
表 4.11 ASTM FUEL-B 與 125°C 下油封規格界限.....	31
表 4.12 ASTM No.1 OIL 下硬度、抗拉強度與伸長率之望想值.....	31
表 4.13 ASTM IRM 903 OIL 下硬度、抗拉強度與伸長率之望想值.....	31
表 4.14 ASTM FUEL-A 下硬度、抗拉強度與伸長率之望想值.....	32
表 4.15 ASTM FUEL-B 下硬度、抗拉強度與伸長率之望想值.....	32
表 4.16 四種不同油料下各實驗組合之總望想函數值.....	32
表 4.17 各實驗組合下多品質特性之總望想函數值.....	33
表 4.18 總函數望想值與控制因子之迴歸模式的變異數分析表.....	34



表 4.19 Design Expert 找出 10 組可能的最佳實驗組合.....	35
表 4.20 製程偏移程度與總望想函數值.....	36
表 4.21 雜音因子 (溫度) 變異數估計值 對總望想函數值影響之敏感度分析.....	38



# 第一章 緒論

## 1.1 研究背景與動機

由於近數十年來經濟的蓬勃發展，消費者對產品品質的需求多變且愈來愈嚴格，導致產品的設計亦愈來愈複雜，因此，產品品質的良莠問題已非最佳化單一品質特性就能解決，往往需要考量到多個品質特性的同時最佳化才能有效改善品質。而線外品質管制(off-line quality control)的方法，包括實驗設計法(Design of Experiments, D.O.E.)與田口方法(Taguchi method)，其提升品質的成效已為工業界所肯定，其中田口方法更是廣泛地為工業界所採用。田口玄一博士於 1960 年代，提出以二次品質損失函數(quadratic quality loss function)來衡量產品品質的好壞，認為出廠的產品若不符合目標值，便會對社會造成損失。此外，田口博士利用直交表(orthogonal array)規劃實驗，以減少實驗次數，並提出信號雜音比(signal-to-noise ratio; SN 比)作為衡量產品品質好壞的指標，其最佳化的程序為先降低產品品質的變異，再調整品質特性值至目標值，因此，強調必須將雜音因子納入實驗規劃中，使得控制因子對於雜音因子干擾的敏感性最低，來決定最佳的因子水準組合，從而得到一個具穩健性(robustness)的製程。

雖然田口方法的成效已經受到肯定，但是仍有許多限制，例如：田口方法未提供一個良好之預測品質的模式來預測最佳之品質特性值；田口方法僅能侷限於原先規劃的因子水準上，來決定最佳之因子水準值，當因子水準值為連續時，其最佳化值，很可能發生在兩水準間的連續點上。此外，田口方法並未考慮到同時有多個品質特性需最佳化時，如何決定最佳的因子水準值。而在改善與追求品質的手法方面，自從美國摩托羅拉(Motorola)公司與奇異(General Electric; GE)公司，成功地利用六標準差(six-sigma)專案管理的方法來改善企業體質並獲得極高的效益與利潤後，目前工業界莫不以追求六標準差的品質水準為最佳之標竿。因此，本研究針對具多品質特性的製程，利用田口之直交表將雜音因子納入實驗中來規劃實驗，再利用 Shoemaker[17]所提出可同時考慮控制因子與雜音因子之反

應模式(response model)，來預測品質特性值。為了使多品質特性製程之最佳化能夠達到六標準差的品質水準，Ribardo 與 Allen[16]提出六標準差望想函數(desirability function for achieving six-sigma quality)，並建構一個具六標準差之多品質特性的總望想函數。由於六標準差之總望想函數值能夠反應產品實際之良率，適合作為最佳化多品質特性的指標，因此本研究以此總望想函數來適配具六標準差水準的多品質特性反應曲面，從而決定多品質特性製程的最佳因子水準組合。本研究最後以一個密封元件產品之油封(O-Seal)製程最佳化的實例，驗證了本研究方法確實有效可行。

## 1.2 研究目的

本研究的主要目的是發展一套能反應六標準差品質水準的多品質特性反應曲面預測模式，使線外品質管制的製程改善技術能與製程能力相結合，以找出具六標準差水準之多品質特性的最佳配方。



## 1.3 研究架構

本研究共分五章，第一章為緒論，說明研究背景、動機、目的、方法與架構；第二章為文獻探討，首先介紹田口方法，再對多重品質特性同時最佳化的相關文獻作一回顧，最後再說明將望想函數與六標準差應用於製程上的觀念；第三章為研究方法，說明本研究所提出之具六標準差品質水準的多品質特性反應曲面預測模式；第四章則是以實際案例驗證本研究所提出之演算程序確實有效可行；第五章為本研究之結論。

## 第二章 文獻探討

本章主要是探討田口方法、六標準差及多重品質特性之相關文獻，並介紹本研究所使用之望想函數與結合控制因子和雜音因子的反應模式。

### 2.1 田口方法

田口方法為一線外品管的技術，此方法結合了傳統實驗設計與田口玄一博士個人之見解，認為經由穩健設計(robust design)的產品將更具堅耐性，而更能符合大眾的需求。穩健設計包括以下三階段：

1. 系統設計(system design)：利用工程人員的專業知識，設計產品的原型。
2. 參數設計(parameter design)：為田口方法最重視的部分，利用直交表與SN比以決定產品設計的最佳參數水準組合，而使品質變異最小化，同時品質平均值也達到所要求的目標值。
3. 允差設計(tolerance design)：若產品品質經過參數設計後，仍然無法達到要求，則考慮採用成本較高的方法，改善製程環境，以換取較佳的品質。

田口博士根據顧客對產品品質的需求，將品質特性分為望目、望大及望小三種，並利用二次品質損失函數來衡量品質特性偏離目標值所造成的損失，從而建立SN比，並經由最大化SN比的程序，找到最佳因子的水準組合，以得到一個穩健性的製程。對於影響製程或產品品質的因子，則歸納為不可控制的因子(uncontrollable factor)，即雜音因子(noise factor)與控制因子(controllable factor)兩類。

田口博士認為必須謹慎周詳地選擇適當的品質特性以及其控制因子和雜音因子，才能有效地改善產品品質。然而，田口方法僅能處理單一品質特性，在實務應用上，同時最佳化多品質特性卻是有其必要的，因此，這是應用田口方法時的一項缺點。

## 2.2 六標準差(Six Sigma)

六標準差是一個統計概念、一種品質改善工具，也是一個目標。所謂的『標準差』，以希臘字母的 $\sigma$ 表示，代表母體的標準偏差(standard deviation)。若運用在品質方面，則為量測品質的指標工具，代表一種績效指標，也代表品質改善的觀念。至於達到六標準差的品質水準，則是指在每一百萬次的機會中，只產生3.4次的不良品數(defect)。所謂不良品，是指缺點或錯誤，亦即指當某個流程或製程之產出落在可接受的範圍之外時，該產出即稱之為不良品。

六標準差被視為一個品質目標，是源於1980年代，美國摩托羅拉公司發現所生產的產品，不良率遠高於日本相關企業所生產的產品。因此，為了提升競爭力，摩托羅拉宣布要以五年為目標，而將製程產出提升至六標準差的水準，也就是不良品比率必須低於百萬分之3.4才行。之後，美國奇異公司不僅使用六標準差來進行產品流程的品質改善，也將之推廣於管理系統的工作面上，以大幅提昇企業整體效能。

在六標準差的精神下，品質不是被檢驗出來的，而是被設計與製造出來的。因此，在產品設計之初，若能預期所設計的產品於實際生產時能達到六標準差的品質水準，則不僅可以大量減少檢驗成本，也不必擔心因客戶流失所造成的損失。另外，摩托羅拉公司發現製程在經過長時間的生產後，其製程平均大致上都會偏移 1.5 倍的標準差，而使得產出的不良率提升。因此，符合六標準差品質水準的產品設計更顯重要。表 2.1 提供了各標準差所對應的品質水準。

## 2.3 多品質特性同時最佳化之相關文獻探討

目前中外文獻中，處理多品質特性同時最佳化的問題，根據其發展的最佳化方法，可分為以下三類：

1. 利用訊號雜音比作分析。
2. 以其他分析指標取代訊號雜音比作分析。

3. 利用統計或數學方法另行發展分析模式。

以下各小節說明上述三類最佳化方法。

表2.1 六標準差品質水準之對照表

標準差( $\sigma$ )	每百萬次的不良次數	良率
1	691500	30.85
2	308537	69.15
3	66807	93.32
4	6210	99.38
5	233	99.977
6	3.4	99.99966

### 2.3.1 利用訊號雜音比作分析

蕭綱衡[3]以鐵礦燒結之製程為例，建議將各個品質特性的SN比，給予一適當權重後加總，再依此加權總和來找出最佳因子水準組合。其分析步驟如下：

1. 針對各實驗組合，計算各個品質特性的SN比。
2. 給予各個品質特性適當的權重，並針對每一次實驗，加總各個品質特性值的SN比。
3. 計算各實驗組合之整體的SN比，並畫反應圖，以決定最佳的因子水準組合。

此法之演算過程雖然簡單，但是，經過加權總和的SN比能否作為多重品質特性之績效衡量指標，其合理性及有效性仍須商榷。

洪錦輝[4]先將各個品質特性之實驗數據標準化後，再計算各個品質特性之離差平方平均數(mean square deviation; MSD)，並給予一適當權重後加總，依



此總和計算整體的SN比，以決定最佳因子之水準組合。其分析步驟如下：

1. 將各個品質特性之實驗數據，依望目、望大、望小的特性，分別作標準化，且皆化為目標值為零的望目特性。
2. 針對各實驗組合，計算各個標準後的品質特性值之離差平方平均值。
3. 給予各個品質特性適當的權重，並針對每一次實驗，加總各個品質特性值的離差平方平均數。
4. 根據上一個步驟，針對每一次實驗所求出之離差平均平方和的權重總和，計算各實驗組合之整體的SN比，並畫反應圖，以決定最佳的因子水準組合。

此法的缺點是權重並不能影響此實驗之最佳因子水準，使其往具有較大權重之品質特性的最佳因子水準的方向移動。

### 2.3.2 以其他分析指標取代訊號雜音比作分析

Pignatiello[15]針對品質特性間之相關性，以單一望目特性之品質損失函數為基礎，發展望目品質特性間之品質期望損失函數，並經由建立此函數之品質損失值與控制因子的迴歸模式，找出顯著的控制因子。之後，將望大、望小特性的品質特性限制在一定條件之下，經由改變顯著的控制因子水準，進行反覆實驗，而求得望目特性的品質特性最佳化，並藉以決定最佳因子水準組合。此法的缺點是若要精確地估計品質特性間的共變異數矩陣(covariance matrix)，以求得更妥適的品質期望損失函數，則必須做較多的重複實驗，此外，改變顯著的控制因子水準並反覆地進行實驗，亦會耗費許多時間與成本，將不符合業界所需。

Elsayed 與 Chen[9]利用調整績效量度(performance measure on independent adjustment; PerMIA)將控制因子區分為影響變異的控制因子與影響平均值的調整因子，再將調整因子分為獨立與相依兩種調整因子，之後利用品質績效量度(performance measure on quality; PerMQ)決定最佳因子水準組合。此法的缺點是雖

然將控制因子分的很詳細，但若控制因子個數較多時，不僅分析程序太過冗長，也增加其複雜性，使得工程人員不易應用。

### 2.2.3 利用統計或數學方法另行發展分析模式

Logothetis 與 Haigh[12]先將原始數據作適當的轉換，以計算個別品質特性的雜訊績效統計量(noise performance statistic; NPS)和目標值績效統計量(target performance statistic; TPS)，然後據此找出影響各品質特性變異的控制因子及調整因子變動時的品質特性變動方向，並建立品質特性與控制因子的迴歸模式。最後以多目標決策分析法(multiple criteria decision making)與線性規劃法(linear programming)，將品質特性與控制因子的迴歸模式做為目標函數，加入適當的限制式，以找出最佳因子水準組合。此法的缺點是並未考慮到各品質特性間的相關性。

葉馨雅[1]利用逐步迴歸(stepwise regression)分析法，找出影響系統靈敏度與品質變異的控制因子效應，並估計各實驗組合的靈敏度與雜音因子係數，考慮靈敏度的望目、望大、望小特性及雜音因子的望小特性，將之代入望想函數，計算總品質望想值，以求得最佳因子水準組合。其分析步驟如下：

1. 利用逐步迴歸分析法建立各品質特性的迴歸模式，以找出影響系統靈敏度與品質變異的控制因子效應，並估計各實驗組合的靈敏度與雜音因子係數。
2. 導入望想函數，計算靈敏度與雜音因子係數的望想值。
3. 將每一實驗組合的靈敏度望想值相乘之後取幾何平均數，雜音因子係數亦採相同作法，用以求得關於靈敏度與品質變異的總品質望想值。
4. 將關於靈敏度與品質變異的總品質望想值作 $\Omega$ 轉換(張季娜[5])，並畫反應圖、反應表，依照先縮小變異再調整靈敏度的原則，找出最佳因子水準組合。



此法僅適用於有考慮雜音因子的情況，而且，當雜音因子有兩個以上時，此法建議將雜音因子係數的平方加總最小化，但當雜音因子影響品質特性的方向不同時，即使雜音因子係數的平方加總並不是最小，亦有可能因為正負變異相互抵消，使得總品質變異更小，因此，將雜音因子係數的平方加總最小化並不能保證使品質變異達到最小。此外，各品質特性的望想值並非屬於二元資料(binary data)，所以並不適合以  $S/N = 10 \log \left( \frac{\hat{p}}{1-\hat{p}} \right)$  的公式拿來作  $\Omega$  轉換。

陳姣燕[2]利用望想函數結合雙反應曲面法的分析技術，找出具多品質特性製程的最佳因子水準組合。其分析步驟如下：

1. 建立每一品質特性與信號因子的迴歸模式，求出其斜率與均方根誤差 (RMSE)，分別代表靈敏度與品質變異。
2. 導入望想函數，計算靈敏度與品質變異的望想值。
3. 計算各實驗組合關於靈敏度與品質變異的總望想值。
4. 分別建立靈敏度總望想值與控制因子的迴歸模式及品質變異總望想值與控制因子的迴歸模式。
5. 利用雙反應曲面法在控制因子水準的實驗範圍內，找出靈敏度總望想值與品質變異總望想值最接近 1 的數組實驗組合。最後再計算每組實驗組合的整體總望想值，以決定最佳因子水準。

此法的缺點是針對每一實驗組合分別建構其適配的迴歸模式，由於每一實驗組合內的實驗次數過少，使得適配之迴歸模式其再現性仍有待商榷。

綜合以上所述，現有多品質特性最佳化的方法，有下列三項缺點：

1. 僅能就原先規劃的因子水準組合上，決定最佳的因子水準值。
2. 有些方法雖然可在連續的水準點上決定最佳配方，但卻未將雜音因子納入實驗規劃中，或未將雜音因子對品質特性的影響納入模式中，導致最佳化模式不具穩健性。
3. 所建構的最佳化預測模式，皆未能衡量六標準差之品質水準，來反應製程

的能力，從而決定最佳配方。

## 2.4 反應模式(response model)

對於探討反應變數與一群自變數之間的關係，反應曲面法(response surface methodology；RSM)是一個結合數學與統計的方法，可有效地求取到最佳化之反應值。Box 和 Wilson[6]結合反應曲面法與實驗設計的概念，提出一個在二因子或多因子的實驗中，能以較少的實驗次數來估計真實反應值的有效方法。因此，在工業製程上，可以利用直交表實驗所得到之數據，來適配反應曲面，以決定產品製程的最佳配方。

所謂反應曲面，可舉一例說明如下。設有一化學製程的產出( $y$ )受溫度( $x_1$ )和壓力( $x_2$ )的影響，工程師欲找出最佳的溫度和壓力設定值，以使得此化學製程的產出為最大。因此，建構產出與溫度和壓力之間的函數式如下：

$$y = f(x_1, x_2) + \varepsilon$$

其中  $\varepsilon$  為隨機誤差(random error)，一般皆假設其服從常態分配，且其期望值為零。

若以  $\eta = E(y) = f(x_1, x_2)$  代表反應值的期望值，則  $\eta$  就稱為反應值的反應曲面。

由於品質特性的好壞，不僅受到控制因子的影響，更會因雜音因子的干擾而使得品質特性值的變異增大。因此，Shoemaker[17]衡量雜音因子對品質特性的影響，將控制因子與雜音因子一併納入來建構模式，使反應曲面之迴歸模式具有更好的再現性。這種由 Shoemaker[17]提出同時考量控制因子和雜音因子的迴歸模式，被稱之為反應模式(response model)。

在穩健設計中，田口玄一博士強調先縮小品質的變異，再調整品質之平均值至目標值，因此，可利用建構之反應模式來預測製程的平均值與變異數。在建構反應模式之前，Myers 和 Montgomery[14]建議將模式中的所有因子（即自變數）先行編碼。例如，自變數  $\zeta_1$  的實驗水準範圍如果是  $[a, b]$ ，經過編碼後，稱為編

碼變數(coded variable)  $x_1$ ,  $x_1 = \frac{\zeta_1 - a + b/2}{a - b/2}$ , 而其實驗水準範圍則轉換為  $[-1,1]$  區

間。然後，在直交表的實驗中，依照實驗所得之數據，依Shoemaker[17]之法可建立反應模式如下：

$$y(x, z) = f(x) + h(x, z) + \varepsilon \quad (2.1)$$

其中  $x$  表示編碼後的控制因子， $z$  表示編碼後的雜音因子， $f(x)$  為反應模式中包  
含控制因子的部分， $h(x, z)$  則為反應模式中包雜音因子的主效應和控制因子與  
雜音因子間之交互作用的部分，而  $\varepsilon$  則為隨機誤差，表示系統整體的品質變異。  
一般而言， $\varepsilon$  假設服從常態分佈，可利用適配反應模式的均方誤差(mean square  
error; MSE)來估計此隨機誤差的變異數。

在(2.1)式中，假設有  $n$  個控制因子與  $r$  個雜音因子， $f(x)$  和  $h(x, z)$  之一般式  
可表示如下：

$$f(x) = \beta_0 + \sum_{k=1}^n \beta_k x_k + \sum_{k=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j>k}}^n \beta_{kj} x_k x_j + \sum_{k=1}^n \beta_{kk} x_k^2 \quad (2.2)$$

$$h(x, z) = \sum_{k=1}^r \gamma_k z_k + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^r \delta_{kj} x_k z_j \quad (2.3)$$

其中  $x_k$  表示第  $k$  個控制因子， $z_k$  表示第  $k$  個雜音因子， $x_k z_j$  則表示第  $k$  個控制因  
子和第  $j$  個雜音因子的交互作用項， $\beta_0$ ， $\beta_k$ ， $\beta_{kj}$ ， $\beta_{kk}$ ， $\gamma_k$  及  $\delta_{kj}$  分別表係數。

由於雜音因子是不可控制的，因此在實驗中，必須將雜音因子控制於一定水  
準下才能進行實驗，但是，在實際生產過程中，可以合理地假設雜音因子為隨機  
變數(random variable)，編碼後的雜音因子之期望值為0，變異數為  $\sigma_z^2$ ，而雜音因  
子間的共變異數亦為0。

根據上面所述，Myers 和 Montgomery[14]建構反應模式的期望值與變異數  
公式如下：

$$E_z(y(x, z)) = f(x) \quad (2.4)$$

$$V_z(y(x, z)) = \sigma_z^2 \sum_{i=1}^r \left[ \frac{\partial y(x, z)}{\partial z_i} \right]^2 + \sigma^2 \quad (2.5)$$

其中  $\sigma_z^2$  表示雜音因子的變異數， $\sigma^2$  表示隨機誤差  $\varepsilon$  的變異數。

由(2.4)及(2.5)式可以看出，平均數與變異數模式只包含控制因子，表示可以藉由控制因子使平均值接近目標值，也可以利用控制因子配合雜音因子，找出最佳因子水準組合，使製程變異最小。

## 2.5 望想函數 (desirability function)

望想函數是指品質特性之反應值對於其目標值的渴望程度所建構之函數。一般而言，望想值介於0與1之間，在考慮品質特性的可容忍範圍之下，望想值代表接近目標值的程度，對於處理多品質特性最佳化的問題，望想函數是個十分有用的工具。望想函數最初是由 Harrington[10]提出一個具指數函數形式的望想函數，由於模式的繁瑣嚴苛，經 Derringer 與 Suich[8]進一步修改後，使其簡單化而更具實用性。根據品質特性的規格，將望想函數分成三種型式，現說明如下：

1. 望目特性：即要求品質特性之反應值的估計值  $\hat{y}$ ，能愈接近所給定的目標值愈好，若不能，也只能偏離目標值至某特定差距。當  $\hat{y}$  等於目標值時，望想值為1，當  $\hat{y}$  在可接受的範圍之外時，則望想值為0。望目特性的望想函數  $d$  以下式表之：

$$d = \begin{cases} \left( \frac{\hat{y} - L}{T - L} \right)^s, & L \leq \hat{y} \leq T, \quad s \geq 0 \\ \left( \frac{U - \hat{y}}{U - T} \right)^t, & T \leq \hat{y} \leq U, \quad t \geq 0 \\ 0, & \hat{y} \geq U \quad \text{或} \quad \hat{y} \leq L \end{cases} \quad (2.6)$$

其中  $T$  為目標值， $U$  與  $L$  分別為  $\hat{y}$  可容忍的上界與下界， $s$  與  $t$  則為權重。

2. 望大特性：即希望  $\hat{y}$  愈大愈好，而當  $\hat{y}$  大於某一理想範圍的臨界值之後，其望想值為1，若小於可容忍的下界，則望想值為0。望大特性的望想函數

$d$  以下式表之：

$$d = \begin{cases} 0 & , \hat{y} \leq L \\ \left(\frac{\hat{y}-L}{T-L}\right)^r & , L \leq \hat{y} \leq T, \quad r \geq 0 \\ 1 & , \hat{y} \geq T \end{cases} \quad (2.7)$$

其中  $T$  為理想範圍的臨界值， $L$  為  $\hat{y}$  可容忍的下界， $r$  為權重。

3. 望小特性：即希望  $\hat{y}$  愈小愈好，而當  $\hat{y}$  小於某一理想範圍的臨界值之後，其望想值為 1，若大於可容忍的上界，則望想值為 0。望小特性的望想函數

$d$  以下式表之：

$$d = \begin{cases} 1 & , \hat{y} \leq T \\ \left(\frac{U-\hat{y}}{U-T}\right)^r & , T \leq \hat{y} \leq U, \quad r \geq 0 \\ 0 & , \hat{y} \geq U \end{cases} \quad (2.8)$$

其中  $T$  為理想範圍的臨界值， $U$  為  $\hat{y}$  可容忍的上界， $r$  為權重。而  $s$ 、 $t$  及  $r$  為使用者依照該品質特性對於產品的重要程度而設定的權重，亦即權重值愈大，表示使用者愈希望該品質特性能達到其望目、望大或望小的目標，也表示此品質特性比之其他品質特性，對於產品而言，是較重要的衡量指標。圖 2.1 為望目特性之望想值  $d$  與權重  $s$ 、 $t$  的關係圖，圖 2.2 為望大特性之望想值  $d$  與權重  $r$  的關係圖，圖 2.3 則為望小特性之望想值  $d$  與權重  $r$  的關係圖。

計算各品質特性望想值  $d(x)$  的幾何平均數，可以得到一個總望想值  $D(x)$ ， $D(x)$  可作為整體品質績效衡量的指標，其公式如下所示：

$$D(x) = [d_1^{w_1} \cdot d_2^{w_2} \cdot \dots \cdot d_m^{w_m}]^{1/S} \quad (2.9)$$

其中  $w_i$ ， $i=1,2,\dots,m$ ，表示第  $i$  個品質特性的權重，而  $S = \sum_{i=1}^m w_i$ 。

Derringer 與 Suich[9]所提出的望想函數，其望想值雖然愈大愈好，卻無法表示製程能力的好壞程度，也就是研究者雖然可以得到一個最佳的望想值，但是此望想值並不能反應製程變異、製程平均值與製程良率間的關係。因此，該值未

能提供有效改善品質的工程資訊。有鑑於此望想函數之缺失，Ribardo 與 Allen[16]衡量六標準差之品質水準，將製程的平均值和變異數納入望想函數中，提出一個可以反應六標準差製程能力的望想函數，本研究將其稱之為六標準差望想函數。

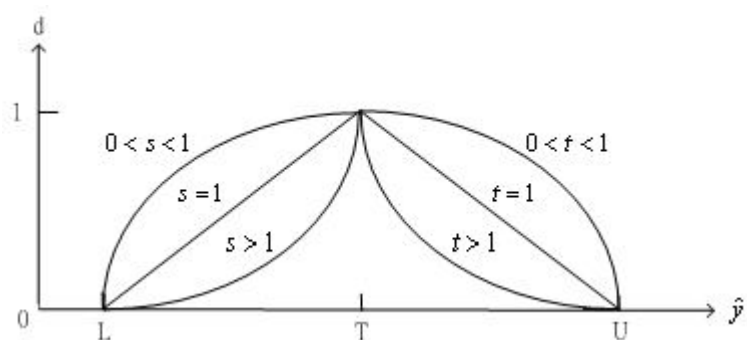


圖2.1 望目特性之望想值  $d$  與權重  $s$ 、 $t$  的關係圖

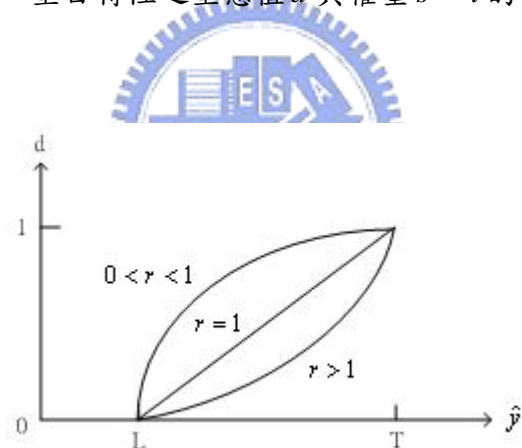


圖2.2 望大特性之望想值  $d$  與權重  $s$ 、 $t$  的關係圖

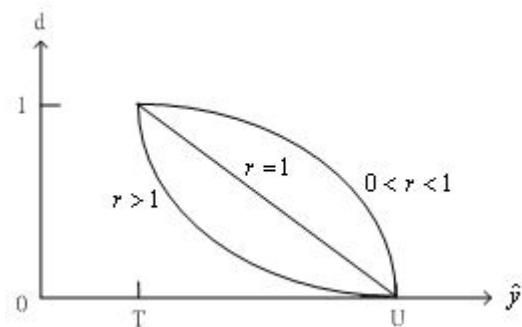


圖2.3 望小特性之望想值  $d$  與權重  $s$ 、 $t$  的關係圖



Ribardo 與 Allen[16]提出的六標準差望想函數，根據品質特性有無規格界限，分成兩種型式，六標準差望想函數之說明如下：

1. 有規格界限：品質特性具有雙邊規格或單邊規格者，其望想函數如下：

$$d(\mu, \sigma, \tau) = \min[Y(\mu, \sigma, +\tau), Y(\mu, \sigma, -\tau)] \quad (2.10)$$

其中  $Y(\mu, \sigma, s) = \Phi\left[\frac{USL - (\mu + s\sigma)}{\sigma}\right] - \Phi\left[\frac{LSL - (\mu + s\sigma)}{\sigma}\right]$ ，表示在長期生產

下，製程平均偏移  $s\sigma$  時之品質特性的良率， $\Phi(\bullet)$  表示標準常態分配的累積機率密度函數， $USL$  為規格上限， $LSL$  為規格下限， $\mu$  和  $\sigma$  分別表示品

質特性的平均數和變異數。若無規格上限，則  $\Phi\left[\frac{USL - (\mu + s\sigma)}{\sigma}\right]$  之值以1

取代，若無規格下限，則  $\Phi\left[\frac{LSL - (\mu + s\sigma)}{\sigma}\right]$  之值以0取代。由於六標準差

之品質水準是考慮長期生產後，製程偏移1.5倍標準差的情況，因此，建議  $\tau$  取1.5，即認為經過長期生產後，製程平均會偏移  $1.5\sigma$ 。圖2.4為製程

平均偏移圖，圖2.5為六標準差望想值與製程平均值和變異數的關係圖。

2. 無規格界限：品質特性沒有規格界限，但是有目標值與最小可接受之值，其望想函數如下：

$$d(Y) = \Phi(z_{eff} - 1.5) \quad (2.11)$$

其中  $z_{eff} = 1.5 + 3(Y - M)/(T - M)$ ， $Y$  表示品質特性的反應值， $T$  表示品

質特性的目標值， $M$  表示品質特性最小可接受之值。

根據各品質特性的望想函數值，建立總望想函數，如下所示。

$$D(x) = \left[ (d_1 \cdot d_2 \cdot \dots \cdot d_r)^{w_r} (d_{r+1}^{w_{r+1}} \cdot d_{r+2}^{w_{r+2}} \cdot \dots \cdot d_m^{w_m}) \right]^{1/S} \quad (2.12)$$

其中  $r$  表示有  $r$  個品質特性具有規格界限， $m$  表示有  $m$  個品質特性無規格界限，即只有目標值與最小可接受之值， $w_i$ ， $i = 1, 2, \dots, r, r+1, \dots, m$ ，表示各品質特性的

權重， $S = \sum_{i=r}^m w_i$ 。

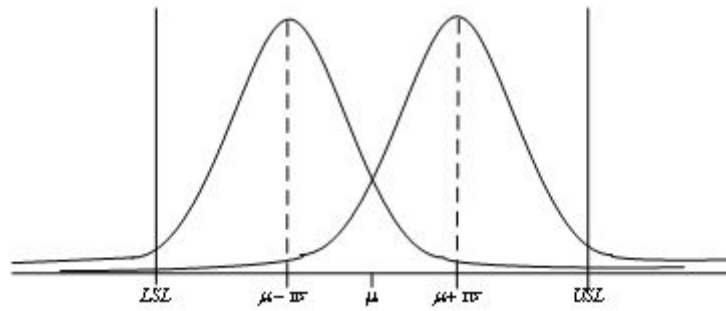


圖2.4 製程平均偏移圖

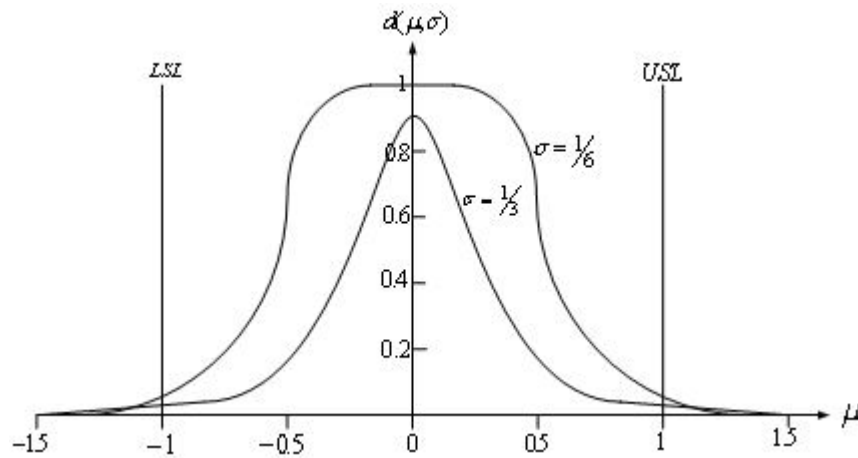


圖2.5 六標準差望想函數

Ribardo 與 Allen[16]所建構的總望想函數可以反應長期生產後製程平均偏移  $1.5\sigma$  的良率，亦即可從總望想函數值對應出六標準差之品質水準。其對應關係，如表2.2所示。Ribardo 與 Allen[16]最後並以電弧焊接的實際案例證明，利用提出之六標準差望想函數來決定最佳因子水準組合，其品質水準遠高於 Harrington[10]所提出之指數型望想函數決定之最佳因子水準組合。

綜上所述，以望想函數來作為多品質特性績效衡量的指標，是一個實用的工具，因為望想函數是一個無尺度(scale invariant)的指標，不必考慮品質特性間彼此單位的不同，而可以在同一立足點上做比較。統計軟體『STATISTICA』與實驗設計分析軟體『Design Expert』，皆將望想函數納入實驗模組中，以分析實驗資料。此外，Ribardo 與 Allen[16]提出的望想函數，可同時考慮製程變異與製



程平均值，因此，最大化總望想函數值，即可達到降低製程變異，並使製程平均值接近目標值，這與田口方法強調先縮小變異再調整平均值至目標值，具有異曲同工之效。

表2.2 總望想值與六標準差品質的對照表(Ribardo 與 Allen[16])

總望想值	六標準差品質的描述
1.00-0.9999966	六標準差的品質水準 (傑出的品質水準，即再進行品質的改善也不會有多大的改善效果)
0.9999966-0.9938	品質優良但不算傑出的品質水準 (相當於四~六標準差的水準)
0.9938-0.9332	可接受但尚待改進的品質水準 (相當於三~四標準差的水準)
0.9332-0.69	不可接受的品質水準 (相當於二~三標準差的水準)
0.69-0.00	完全不可接受的品質水準

## 第三章 研究方法

本章介紹本研究所提出之多品質特性同時最佳化之演算程序。本研究首先利用直交表將控制因子與雜音因子配置於內、外直交表中來規劃實驗，再建構各品質特性的反應模式，從而估計各品質特性的製程平均值與變異數。然後，利用 Ribardo 與 Allen[16]所提出的六標準差望想函數來計算多品質特性之總望想函數值，以作為整體品質績效衡量的指標。最後，適配總望想函數值與控制因子的反應曲面預測模式，以進一步找出多重品質特性製程之最佳因子水準組合。

本研究所建構的多品質特性同時最佳化的演算程序共分為七個步驟，各步驟之說明如下。

### 步驟一：建立各品質特性之反應模式。

假設有  $m$  個品質特性需同時最佳化，則依據直交表之實驗數據，分別建立  $m$  個品質特性反應值與控制因子及雜音因子的反應模式如下：

$$y_i(x, z) = f_i(x) + h_i(x, z) + \varepsilon_i \quad (3.1)$$

其中  $y_i(x, z)$  表示第  $i$  個品質特性之反應值， $i=1, 2, \dots, m$ ， $f_i(x)$  表示第  $i$  個反應模式中只包含控制因子的部分， $h_i(x, z)$  則表示第  $i$  個反應模式中，包含雜音因子的主效應與控制因子和雜音因子之交互作用的部分，而  $\varepsilon_i$  為適配第  $i$  個品質特性下的隨機誤差。在(3.1)式中， $f_i(x)$  和  $h_i(x, z)$  之一般式如下：

$$f_i(x) = \beta_{i,0} + \sum_{k=1}^n \beta_{i,k} x_{i,k} + \sum_{k=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j>k}}^n \beta_{i,kj} x_{i,k} x_{i,j} + \sum_{k=1}^n \beta_{i,kk} x_{i,k}^2 \quad (3.2)$$

$$h_i(x, z) = \sum_{k=1}^r \gamma_{i,k} z_{i,k} + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^r \delta_{i,kj} x_{i,k} z_{i,j} \quad (3.3)$$

其中  $n$  表示模式中一共有  $n$  個控制因子， $r$  表示模式中一共有  $r$  個雜音因子， $x_{i,k}$  表示在第  $i$  個品質特性下的第  $k$  個控制因子， $z_{i,k}$  表示在第  $i$  個品質特性下的第  $k$  個雜音因子， $x_{i,k} z_{i,j}$  則表示在第  $i$  個品質特性下的第  $k$  個控制因子和第  $j$  個雜音因子間

的交互作用項。

**步驟二：計算各品質特性在各實驗組合下之平均值與變異數。**

利用步驟一之(3.2)式與(3.3)式，計算在各實驗因子水準組合下，各品質特性的平均值與變異數，其公式如下：

$$\hat{\mu}_{i,j} = E_z(y_{i,j}(x,z)) = f_{i,j}(x) \quad (3.4)$$

$$\hat{\sigma}_{i,j}^2 = V_z(y_{i,j}(x,z)) = \sigma_z^2 \sum_{k=1}^r \left[ \frac{\partial y_{i,j}(x,z)}{\partial z_k} \right]^2 + \sigma_{i,\varepsilon}^2 \quad (3.5)$$

其中  $\hat{\mu}_{i,j}$  與  $\hat{\sigma}_{i,j}^2$  表示第  $i$  個品質特性在第  $j$  個實驗組合下，平均值與變異數的估計值， $i=1,2,\dots,m$ ， $j=1,2,\dots,p$ ， $\sigma_z^2$  表示雜音因子的變異數， $\sigma_{i,\varepsilon}^2$  表示在第  $i$  個品質特性下，隨機誤差  $\varepsilon_i$  的變異數。本研究以適配反應模式時的均方誤差(mean square error; MSE)來估計  $\varepsilon_i$  的變異數  $\sigma_{i,\varepsilon}^2$ 。



**步驟三：計算各品質特性在各實驗組合下之望想函數值。**

將步驟二所得到之各品質特性平均值  $\hat{\mu}_{i,j}$  與標準差  $\hat{\sigma}_{i,j}^2$ ，分別代入(2.10)式之六標準差望想函數中，以建立各品質特性在各實驗組合下之望想函數  $d_{i,j}(x,z)$ ，如下所示：

$$d_{i,j}(x,z) = \min \left[ Y_{i,j}(\hat{\mu}_{i,j}, \hat{\sigma}_{i,j}, +1.5), Y_{i,j}(\hat{\mu}_{i,j}, \hat{\sigma}_{i,j}, -1.5) \right] \quad (3.6)$$

其中  $Y_{i,j}(\hat{\mu}_{i,j}, \hat{\sigma}_{i,j}, 1.5) = \Phi \left[ \frac{USL_i - (\hat{\mu}_{i,j} + 1.5\hat{\sigma}_{i,j})}{\hat{\sigma}_{i,j}} \right] - \Phi \left[ \frac{LSL_i - (\hat{\mu}_{i,j} + 1.5\hat{\sigma}_{i,j})}{\hat{\sigma}_{i,j}} \right]$ ，表示

在長期生產下製程平均偏移  $1.5\hat{\sigma}_{i,j}$  時，第  $i$  個品質特性在第  $j$  個實驗組合下之製程的良率， $\Phi(\bullet)$  表示標準常態分配下第  $i$  個品質特性在第  $j$  個實驗組合下的累積機率密度函數， $1.5\hat{\sigma}_{i,j}$  表示製程經過長期生產後，第  $i$  個品質特性在第  $j$  個實驗

組合下之製程平均偏移1.5倍標準差， $USL_i$ 與 $LSL_i$ 表示第*i*個品質特性的規格上限

與規格下限。若品質特性無規格上限，則 $\Phi\left[\frac{USL_i - (\hat{\mu}_{i,j} + 1.5\hat{\sigma}_{i,j})}{\hat{\sigma}_{i,j}}\right]$ 之值，以1取代，

若品質特性無規格下限，則 $\Phi\left[\frac{LSL_i - (\hat{\mu}_{i,j} + 1.5\hat{\sigma}_{i,j})}{\hat{\sigma}_{i,j}}\right]$ 之值，以0取代。

若品質特性無規格界限，但是有目標值與最小可接受之值時，則建立無規格界限的望想函數，如下所示：

$$d_{i,j}(Y_{i,j}) = \Phi(z_{eff,i,j} - 1.5) \quad (3.7)$$

其中 $z_{eff,i} = 1.5 + 3(Y_{i,j} - M_i)/(T_i - M_i)$ ， $Y_{i,j}$ 表示第*i*個品質特性在第*j*個實驗組合下的反應值， $T_i$ 表示第*i*個品質特性的目標值， $M_i$ 表示第*i*個品質特性之最小可接受的值。



**步驟四：計算各實驗組合下多品質特性之總望想函數值。**

根據各品質特性對產品的重要程度，將步驟三計算所得到之各品質特性的望想函數值，代入(2.13)式中，建立多品質特性之總望想函數。若其中有*r*個品質特性具有規格界限，*m*個品質特性無規格界限，則建立之總望想函數如下：

$$D_j(x, z) = \left[ (d_{1,j} \cdot d_{2,j} \cdot \dots \cdot d_{r,j})^{w_r} \cdot (d_{r+1,j}^{w_{r+1}} \cdot d_{r+2,j}^{w_{r+2}} \cdot \dots \cdot d_{m,j}^{w_m}) \right]^{1/S} \quad (3.8)$$

其中 $w_i$ 表示各品質特性的權重， $S = \sum_{i=r}^m w_r$ 。

**步驟五：適配總望想函數值與控制因子的反應曲面預測模式。**

利用步驟四在各實驗組合下所求出之總望想函數值，建立與控制因子的反應曲面預測模式如下：

$$D(x) = p(x) + \varepsilon \quad (3.9)$$

其中 $D(x)$ 表示總望想函數值，其值之大小可對照表2.1而反應出製程的品質水

準， $p(x)$  表示模式中只包含控制因子的部分，而  $\varepsilon$  為適配總望想函數值下的隨機誤差。在(3.9)式中， $p(x)$  之一般式可表示如下：

$$p(x) = \beta_0 + \sum_{k=1}^n \beta_k x_k + \sum_{k=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j>k}}^n \beta_{kj} x_k x_j + \sum_{k=1}^n \beta_{kk} x_k^2 \quad (3.10)$$

其中  $n$  表示模式中共有  $n$  個控制因子， $x_k$  表示第  $k$  個控制因子。

**步驟六：利用反應曲面預測模式，在控制因子水準的實驗範圍內，找出最佳因子水準值。**

在控制因子水準的實驗範圍內，利用適配的反應曲面預測模式，選取使總望想函數值最大的因子水準值為最佳因子水準值，並將得到的總望想值與總望想值與六標準差品質的對照表（表2.2）做比較，從而估計在此最佳因子水準組合下，製程品質之良率並評估其達到六標準差品質水準的程度。若品質不符合要求，則應考慮是否有其他重要因子未納入實驗規劃中，或因子水準值的設定範圍不適當等，以作為未來實驗規劃之重要參考。

**步驟七：進行確認實驗。**

為了確定經由本研究所發展的演算程序所求出的最佳因子水準值能夠在實際生產時具有良好的再現性，必須進行確認實驗。比較實際的反應值與反應曲面預測模式的估計值，假如兩者非常接近，則表示實驗結果具有再現性，假如兩者相差很多，則表示結果不具再現性，如此，必須重新規劃實驗，包括重新選擇衡量產品品質優劣的品質特性、控制因子與雜音因子等，以找出最佳因子水準組合。

以上七個步驟可以圖3.1表之。

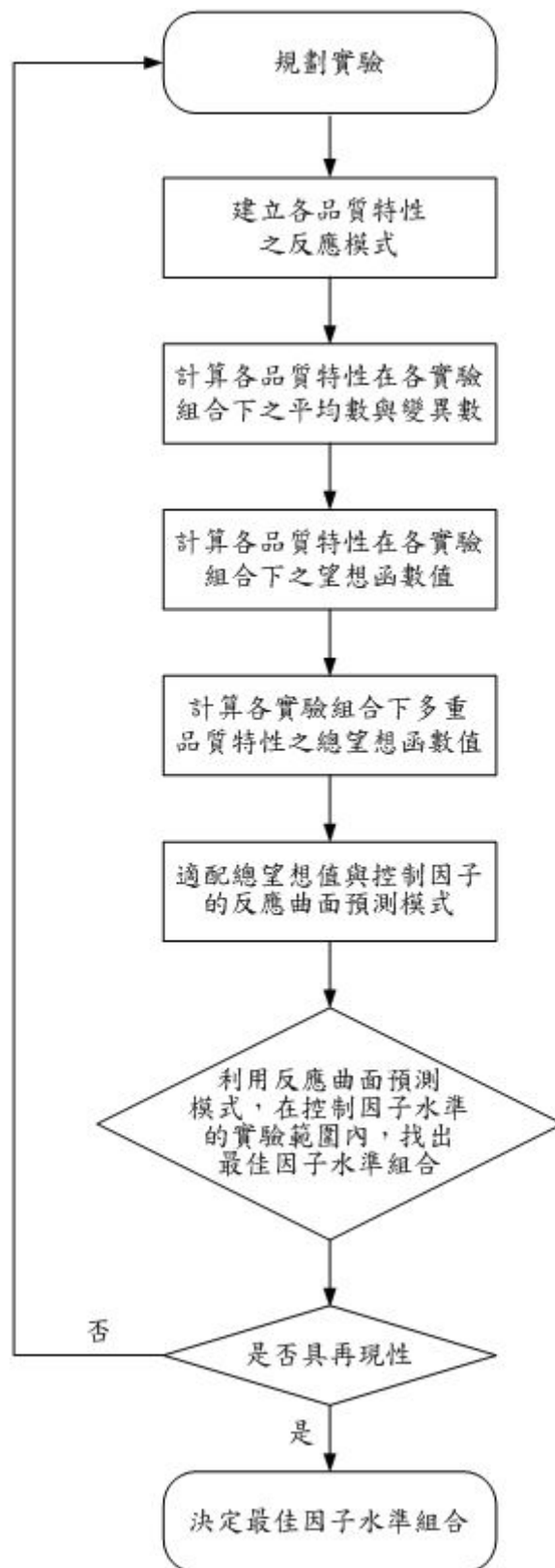


圖3.1 本研究之演算流程圖

## 第四章 實例分析

本章以新竹某公司所提供之密封元件-引擎油封的實際案例，利用直交表進行參數設計、執行實驗與分析實驗數據，從而驗證本研究第三章所提出的『反應六標準差水準之多品質特性同時最佳化』演算程序之有效性。

### 4.1 實例說明

為能有效地將引擎油封(O-Ring)應用於汽車引擎之零組件，引擎油封必須長時間持續在不同的油料、高壓及高溫與低溫環境下使用，而其品質特性包括硬度(hardness)、抗拉強度(tensile strength)與伸長率(elongation)等功能，需能夠維持正常而不致快速劣化。由於油封元件是由多種原料混合而成，因此，如何決定這些原料配方比，是此元件開發成功與否的關鍵因素。本研究即是針對『開發引擎油封元件』，利用直交表實驗，考量多品質特性需同時最佳化的情況下，適配反應模式，從而發展一套最佳化引擎油封元件的流程，以便能夠在短時間內成功地開發此油封元件並達到所要求的品質功能，以提供工業界使用。圖 4.1 為引擎專用油封示意圖，圖 4.2 則為汽門油封示意圖。



圖 4.1 引擎專用油封示意圖



圖 4.2 汽門油封示意圖



## 4.2 實驗規劃

工程師在符合委託廠商要求低製造成本的前提下，經由專業知識及相關文獻探究與經驗評估，篩選出五個可能影響品質特性的重要控制因子，分別為原膠系統( $x_1$ )、填充劑系統( $x_2$ )、老防劑系統( $x_3$ )、加工助劑系統( $x_4$ )與硫化系統( $x_5$ )，每一個控制因子皆規劃為三水準。由於引擎油封需在不同的油料與各種高低溫度下使用時，皆能維持穩健的功能品質(即不漏油)，因此，本實驗將油料種類( $z_1$ )與使用溫度( $z_2$ )規劃為兩個影響品質變異的雜音因子，其中油料種類有四種，其中『A』表示ASTM No.1 OIL、『B』表示ASTM IRM 903 OIL、『C』表示ASTM FUEL-A與『D』表示ASTM FUEL-B，而兩種溫度設定分別為125°C和23°C。實驗因子規劃，如表4.1所示。

表 4.1 實驗因子水準設定表

雜音因子 $z_1$	水準一	水準二	水準三	水準四
油料種類	A	B	C	D
雜音因子 $z_2$	水準一		水準二	
溫度設定	125°		23°	
控制因子	水準一	水準二	水準三	
原膠系統( $x_1$ )	-1	0	1	
填充劑系統( $x_2$ )	-1	0	1	
老防劑系統( $x_3$ )	-1	0	1	
加工助劑系統( $x_4$ )	-1	0	1	
硫化系統( $x_5$ )	-1	0	1	

根據實驗因子水準規劃，選擇  $L_{18}$  直交表配置實驗，並依照  $x_1$  至  $x_5$  的順序分別將控制因子配置於內側直交表中之第二欄至第六欄中，雜音因子則配置於外側直交表中，實驗配置如表4.2所示。此外，本實驗選定以下三個品質特性作為反應變數：



1. 硬度( $y_1$ )：望目品質特性。
2. 抗拉強度( $y_2$ )：望大品質特性。
3. 伸長率( $y_3$ )：望大品質特性。

上述三個品質特性皆為橡膠複合材料的物理特性，這些物理特性對引擎油封之可靠度有重大的影響。

表 4.2 因子水準配置表

Exp. No.	控制因子					雜音因子											
						$z_1=A$ $z_2=125^\circ C$			$z_1=B$ $z_2=125^\circ C$			$z_1=C$ $z_2=23^\circ C$			$z_1=D$ $z_2=23^\circ C$		
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
1	1	1	1	1	1												
2	1	2	2	2	2												
3	1	3	3	3	3												
4	2	1	1	2	2												
5	2	2	2	3	3												
6	2	3	3	1	1												
7	3	1	2	1	3												
8	3	2	3	2	1												
9	3	3	1	3	2												
10	1	1	3	3	2												
11	1	2	1	1	3												
12	1	3	2	2	1												
13	2	1	2	3	1												
14	2	2	3	1	2												
15	2	3	1	2	3												
16	3	1	3	2	3												
17	3	2	1	3	1												
18	3	3	2	1	2												

### 4.3 實驗數據分析

根據本研究所發展的反應六標準差水準之多品質特性同時最佳化之演算程序，執行實驗及分析，其過程說明如下：

**步驟一：建立各品質特性之反應模式。**

由於雜音因子之油料種類( $z_1$ )為類別變數，且不同油料下對品質特性反應值的影響差異極大，因此，以油料種類為虛擬變數(dummy variable)，利用(3.1)式分別適配硬度、抗拉強度與伸長率三個品質特性之反應模式，虛擬變數定義如下：

$$v_1 = \begin{cases} 1 & , \text{表油料ASTM No.1 OIL} \\ 0 & , \text{表其他} \end{cases}$$
$$v_2 = \begin{cases} 1 & , \text{表油料ASTM IRM 903 OIL} \\ 0 & , \text{表其他} \end{cases}$$
$$v_3 = \begin{cases} 1 & , \text{表油料ASTM FUEL - A} \\ 0 & , \text{表其他} \end{cases}$$



上述三個虛擬變數表示四種不同的油料，如表4.3所示。

表4.3 虛擬變數值與四種油料對照表

	$v_1$	$v_2$	$v_3$
ASTM No.1 OIL	1	0	0
ASTM IRM 903 OIL	0	1	0
ASTM FUEL-A	0	0	1
ASTM FUEL-B	0	0	0

本研究以因子水準的編碼值(coded value)，利用逐步迴歸分析法，來適配硬度( $y_1$ )、抗拉強度( $y_2$ )與伸長率( $y_3$ )三個品質特性之精簡模式(reduced model)，結果如下：

$$\begin{aligned}\hat{y}_1 = & 65.29985 - 3.78366x_2 - 2.44458x_3 - 1.56494x_1x_3 - 5.7065x_1x_4 \\ & + 3.31416x_1x_5 - 7.07164x_2^2 + 0.80609x_2x_3 + 2.46802x_2x_5 + 3.60166x_3^2 \\ & - 1.05054x_3x_4 + 2.85354x_5^2 + 4.61111z_2 + 1.875x_2v_1 + 1.54167x_2v_3 \\ & - 1.21247x_5v_3 + 7.38889v_1^2 + 16.27778v_3^2\end{aligned}\quad (4.1)$$

$$(R^2 = 0.9282)$$

$$\begin{aligned}\hat{y}_2 = & 129.98413 - 26.95024x_2 - 13.23643x_3 - 12.81563x_5 + 30.220714x_1x_2 \\ & - 44.0415x_1x_4 - 19.96326x_1x_5 + 19.19608x_2x_4 - 9.11284x_2x_5 \\ & - 8.08769x_3x_4 + 32.35714x_5^2 + 49.27778z_2 + 5.4375x_4z_2 + 37.83333v_3\end{aligned}\quad (4.2)$$

$$(R^2 = 0.8929)$$

$$\begin{aligned}\hat{y}_3 = & 145.27357 + 28.47012x_1 - 16.44992x_3 - 29.50758x_4 - 21.00589x_5 + 30.625x_1^2 \\ & - 44.75168x_1x_5 + 63.4133x_2^2 - 39.30976x_2x_4 - 17.55471x_2x_5 - 27.68519x_3^2 \\ & + 21.74242x_4^2 + 42.26852x_4x_5 + 7.74411x_5^2 + 10.83333z_2 + 6.45833x_4z_2 \\ & - 12.5x_3v_2 + 42.77778v_3^2\end{aligned}\quad (4.3)$$

$$(R^2 = 0.9281)$$

步驟二：計算各品質特性在各實驗組合下之平均值與變異數。

以步驟一之反應模式，利用(3.4)式與(3.5)式建立各品質特性的平均值與變異數之公式。由於油料為虛擬變數，根據四種油料分別推導各品質特性的平均值與變異數公式，結果如下所示：

一、油料為ASTM No.1 OIL之平均值與變異數之公式

$$\begin{aligned}\hat{\mu}_1 = & 72.68874 - 1.90866x_2 - 2.44458x_3 - 1.56494x_1x_3 - 5.7065x_1x_4 \\ & + 3.31416x_1x_5 - 7.07164x_2^2 + 0.80609x_2x_3 + 2.46802x_2x_5 + 3.60166x_3^2 \\ & - 1.05054x_3x_4 + 2.85354x_5^2\end{aligned}\quad (4.4)$$

$$\hat{\sigma}_1^2 = \hat{\sigma}_z^2 \times (4.61111)^2 + \hat{\sigma}_{1,\varepsilon}^2\quad (4.5)$$

$$\begin{aligned}\hat{\mu}_2 = & 129.98413 - 26.95024x_2 - 13.23643x_3 - 12.81563x_5 + 30.220714x_1x_2 \\ & - 44.0415x_1x_4 - 19.96326x_1x_5 + 19.19608x_2x_4 - 9.11284x_2x_5 \\ & - 8.08769x_3x_4 + 32.35714x_5^2\end{aligned}\quad (4.6)$$

$$\hat{\sigma}_2^2 = \hat{\sigma}_z^2 \times (49.27778 + 5.4375x_4)^2 + \hat{\sigma}_{2,\varepsilon}^2\quad (4.7)$$

$$\begin{aligned}\hat{\mu}_3 = & 145.27357 + 28.47012x_1 - 16.44992x_3 - 29.50758x_4 - 21.00589x_5 + 30.625x_1^2 \\ & - 44.75168x_1x_5 + 63.4133x_2^2 - 39.30976x_2x_4 - 17.55471x_2x_5 - 27.68519x_3^2 \\ & + 21.74242x_4^2 + 42.26852x_4x_5 + 7.74411x_5^2\end{aligned}\quad (4.8)$$

$$\hat{\sigma}_3^2 = \hat{\sigma}_z^2 \times (10.83333 + 6.45833x_4)^2 + \hat{\sigma}_{3,\varepsilon}^2 \quad (4.9)$$

## 二、油料為ASTM IRM 903 OIL之平均值與變異數之公式

$$\begin{aligned}\hat{\mu}_1 = & 65.29985 - 3.78366x_2 - 2.44458x_3 - 1.56494x_1x_3 - 5.7065x_1x_4 \\ & + 3.31416x_1x_5 - 7.07164x_2^2 + 0.80609x_2x_3 + 2.46802x_2x_5 + 3.60166x_3^2 \\ & - 1.05054x_3x_4 + 2.85354x_5^2\end{aligned}\quad (4.10)$$

$$\hat{\sigma}_1^2 = \hat{\sigma}_z^2 \times (4.61111)^2 + \hat{\sigma}_{1,\varepsilon}^2 \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned}\hat{\mu}_2 = & 129.98413 - 26.95024x_2 - 13.23643x_3 - 12.81563x_5 + 30.220714x_1x_2 \\ & - 44.0415x_1x_4 - 19.96326x_1x_5 + 19.19608x_2x_4 - 9.11284x_2x_5 \\ & - 8.08769x_3x_4 + 32.35714x_5^2\end{aligned}\quad (4.12)$$

$$\hat{\sigma}_2^2 = \hat{\sigma}_z^2 \times (49.27778 + 5.4375x_4)^2 + \hat{\sigma}_{2,\varepsilon}^2 \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned}\hat{\mu}_3 = & 145.27357 + 28.47012x_1 - 28.94992x_3 - 29.50758x_4 - 21.00589x_5 + 30.625x_1^2 \\ & - 44.75168x_1x_5 + 63.4133x_2^2 - 39.30976x_2x_4 - 17.55471x_2x_5 - 27.68519x_3^2 \\ & + 21.74242x_4^2 + 42.26852x_4x_5 + 7.74411x_5^2\end{aligned}\quad (4.14)$$

$$\hat{\sigma}_3^2 = \hat{\sigma}_z^2 \times (10.83333 + 6.45833x_4)^2 + \hat{\sigma}_{3,\varepsilon}^2 \quad (4.15)$$

## 三、油料為ASTM FUEL-A之平均值與變異數之公式

$$\begin{aligned}\hat{\mu}_1 = & 49.02207 - 2.24199x_2 - 2.44458x_3 - 1.21247x_5 - 1.56494x_1x_3 \\ & - 5.7065x_1x_4 + 3.31416x_1x_5 - 7.07164x_2^2 + 0.80609x_2x_3 \\ & + 2.46802x_2x_5 + 3.60166x_3^2 - 1.05054x_3x_4 + 2.85354x_5^2\end{aligned}\quad (4.16)$$

$$\hat{\sigma}_1^2 = \hat{\sigma}_z^2 \times (4.61111)^2 + \hat{\sigma}_{1,\varepsilon}^2 \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned}\hat{\mu}_2 = & 167.81746 - 26.95024x_2 - 13.23643x_3 - 12.81563x_5 + 30.220714x_1x_2 \\ & - 44.0415x_1x_4 - 19.96326x_1x_5 + 19.19608x_2x_4 - 9.11284x_2x_5 \\ & - 8.08769x_3x_4 + 32.35714x_5^2\end{aligned}\quad (4.18)$$

$$\hat{\sigma}_2^2 = \hat{\sigma}_z^2 \times (49.27778 + 5.4375x_4)^2 + \hat{\sigma}_{2,\varepsilon}^2 \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_3 = & 188.05135 + 28.47012x_1 - 16.44992x_3 - 29.50758x_4 - 21.00589x_5 + 30.625x_1^2 \\ & - 44.75168x_1x_5 + 63.4133x_2^2 - 39.30976x_2x_4 - 17.55471x_2x_5 - 27.68519x_3^2 \\ & + 21.74242x_4^2 + 42.26852x_4x_5 + 7.74411x_5^2 \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$\hat{\sigma}_3^2 = \hat{\sigma}_z^2 \times (10.83333 + 6.45833x_4)^2 + \hat{\sigma}_{3,\varepsilon}^2 \quad (4.21)$$

#### 四、油料為ASTM FUEL-B之平均值與變異數之公式

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_1 = & 65.29985 - 3.78366x_2 - 2.44458x_3 - 1.56494x_1x_3 - 5.7065x_1x_4 \\ & + 3.31416x_1x_5 - 7.07164x_2^2 + 0.80609x_2x_3 + 2.46802x_2x_5 + 3.60166x_3^2 \\ & - 1.05054x_3x_4 + 2.85354x_5^2 \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\hat{\sigma}_1^2 = \hat{\sigma}_z^2 \times (4.61111)^2 + \hat{\sigma}_{1,\varepsilon}^2 \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_2 = & 129.98413 - 26.95024x_2 - 13.23643x_3 - 12.81563x_5 + 30.220714x_1x_2 \\ & - 44.0415x_1x_4 - 19.96326x_1x_5 + 19.19608x_2x_4 - 9.11284x_2x_5 \\ & - 8.08769x_3x_4 + 32.35714x_5^2 \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$\hat{\sigma}_2^2 = \hat{\sigma}_z^2 \times (49.27778 + 5.4375x_4)^2 + \hat{\sigma}_{2,\varepsilon}^2 \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_3 = & 145.27357 + 28.47012x_1 - 16.44992x_3 - 29.50758x_4 - 21.00589x_5 + 30.625x_1^2 \\ & - 44.75168x_1x_5 + 63.4133x_2^2 - 39.30976x_2x_4 - 17.55471x_2x_5 - 27.68519x_3^2 \\ & + 21.74242x_4^2 + 42.26852x_4x_5 + 7.74411x_5^2 \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\hat{\sigma}_3^2 = \hat{\sigma}_z^2 \times (10.83333 + 6.45833x_4)^2 + \hat{\sigma}_{3,\varepsilon}^2 \quad (4.27)$$

本論文假設雜音因子『溫度』為常態分配之隨機變數，在溫度之實驗水準值為23°C至125°C的範圍內，溫度變數服從平均數為74，標準差為15.8的常態分配，再將溫度之水準值23°C與125°C轉換為編碼值-1及1後，推估溫度的編碼值為服從平均數為0，標準差為0.316的常態分配，及編碼後雜音因子『溫度』的變異數 $\hat{\sigma}_z^2 = 0.1$ 。此外，本論文以適配反應模式的均方誤差(mean square error; MSE)來估計 $\varepsilon_i$ 的變異數 $\sigma_{i,\varepsilon}^2$ ，因此 $\hat{\sigma}_{1,\varepsilon}^2 = 6.13571$ 、 $\hat{\sigma}_{2,\varepsilon}^2 = 372.79504$ 與 $\hat{\sigma}_{3,\varepsilon}^2 = 341.60509$ 。

將  $\hat{\sigma}_z^2$ 、 $\hat{\sigma}_{i,\varepsilon}^2$  與各實驗因子水準組合之編碼值代入上面平均值與變異數的公式，得到四種不同油料下，各品質特性在18個水準組合下的平均值與變異數，結果如表4.4至表4.7所示。

表4.4 油料為ASTM No.1 OIL之硬度、抗拉強度與伸長率之平均值與變異數

Exp.No.	硬度		抗拉強度		伸長率	
	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\sigma}_1^2$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\sigma}_2^2$	$\hat{\mu}_3$	$\hat{\sigma}_3^2$
1	74.69183	8.26194	183.58207	564.99206	220.25885	343.51915
2	72.68874	8.26194	129.98413	615.625	147.42845	353.34119
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
18	69.41494	8.26194	158.07302	564.99206	358.34175	343.51915

表4.5 油料為ASTM IRM 903 OIL之硬度、抗拉強度與伸長率之平均值與變異數

Exp.No.	硬度		抗拉強度		伸長率	
	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\sigma}_1^2$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\sigma}_2^2$	$\hat{\mu}_3$	$\hat{\sigma}_3^2$
1	69.17794	8.26194	183.58207	564.99206	232.75885	343.51915
2	65.29985	8.26194	129.98413	615.625	147.42845	353.34119
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
18	60.15105	8.26194	158.07302	564.99206	358.34175	343.51915

表4.6 油料為ASTM FUEL-A之硬度、抗拉強度與伸長率之平均值與變異數

Exp.No.	硬度		抗拉強度		伸長率	
	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\sigma}_1^2$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\sigma}_2^2$	$\hat{\mu}_3$	$\hat{\sigma}_3^2$
1	85.12652	8.26194	221.4154	564.99206	263.03663	343.51915
2	81.57763	8.26194	167.81746	615.625	190.20623	353.34119
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
18	77.9705	8.26194	195.90635	564.99206	401.11953	343.51915

表4.7 油料為ASTM FUEL-B之硬度、抗拉強度與伸長率之平均值與變異數

Exp.No.	硬度		抗拉強度		伸長率	
	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\sigma}_1^2$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\sigma}_2^2$	$\hat{\mu}_3$	$\hat{\sigma}_3^2$
1	69.17794	8.26194	183.58207	564.99206	220.25885	343.51915
2	65.29985	8.26194	129.98413	615.625	147.42845	1271.283
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
18	60.15105	8.26194	158.07302	564.99206	358.34175	343.51915

步驟三：計算各品質特性在各實驗組合下之望想函數值。

本研究考量在長期生產下，製程偏移 $1.5\hat{\sigma}_{i,j}$ 的情況下，將在不同雜音環境（不同油料與溫度）下引擎油封之硬度、抗拉強度與伸長率三個品質特性之規格界限，如表4.8至表4.11所示，及步驟二所得到之各實驗因子水準組合下個別品質特性的平均值 $\hat{\mu}_{i,j}$ 與變異數 $\hat{\sigma}_{i,j}^2$ ，分別代入(3.6)式之六標準差望想函數中，得到各品質特性在各實驗組合下之望想函數值 $d_1$ 、 $d_2$ 與 $d_3$ ，結果如表4.12至表4.15所示。

表4.8 ASTM No.1 OIL與125°C下油封規格界限

	硬度	抗拉強度	伸長率
USL	80	無上界	無上界
LSL	70	124	215

表4.9 ASTM IRM 903 OIL與125°C下油封規格界限

	硬度	抗拉強度	伸長率
USL	80	無上界	無上界
LSL	60	129	220

表4.10 ASTM FUEL-A與23°C下油封規格界限

	硬度	抗拉強度	伸長率
USL	80	無上界	無上界
LSL	60	119	225

表4.11 ASTM FUEL-B與23°C下油封規格界限

	硬度	抗拉強度	伸長率
USL	70	無上界	無上界
LSL	40	84	190

表4.12 ASTM No.1 OIL下硬度、抗拉強度與伸長率之望想值

Exp.No.	$d_1$	$d_2$	$d_3$
1	0.5522194	0.8429495	0.11194229
2	0.28615419	0.10404784	$1.746 \times 10^{-7}$
⋮	⋮	⋮	⋮
18	0.044233	0.47347905	0.00070558

表4.13 ASTM IRM 903 OIL下硬度、抗拉強度與伸長率之望想值

Exp.No.	$d_1$	$d_2$	$d_3$
1	0.95477582	0.78707143	0.07825389
2	0.63451547	0.07209885	1
⋮	⋮	⋮	⋮
18	0.07388558	0.39093603	0.99999999



表4.14 ASTM FUEL-A下硬度、抗拉強度與伸長率之望想值

Exp.No.	$d_1$	$d_2$	$d_3$
1	0.0005126	0.99751274	0.70960545
2	0.02023775	0.67993265	0.00040261
⋮	⋮	⋮	⋮
18	0.21361818	0.95867361	1

表4.15 ASTM FUEL-B下硬度、抗拉強度與伸長率之望想值

Exp.No.	$d_1$	$d_2$	$d_3$
1	0.11237341	0.99642181	0.5527409
2	0.55377272	0.63807482	$8.335 \times 10^{-5}$
⋮	⋮	⋮	⋮
18	0.97297807	0.94698497	1

步驟四：計算各實驗組合下多品質特性之總望想函數值。

由於溫度、抗拉強度與伸長率三個品質特性的重要程度皆相同，因此權重皆設為1。利用(3.8)式計算四種不同油料下各實驗組合之總望想函數值( $D$ )，如表4.16所示：

表4.16 四種不同油料下各實驗組合之總望想函數值

Exp.No.	ASTM No.1 OIL	ASTM IRM 903 OIL	ASTM FUEL-A	ASTM FUEL-B
1	0.3735102	0.5391129	0.071323	0.39555735
2	0.00173236	0.00123768	0.01769453	0.03088236
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
18	0.27564433	0.30682339	0.58943555	0.97308037

由於四種油料之重要性皆相等，因此將四種油料下之總望想函數值取幾何平均數，以求出各實驗組合下多品質特性之總望想函數值，結果如表4.17所示。

表 4.17 各實驗組合下多品質特性之總望想函數值

Exp. No.	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$D$
1	-1	-1	-1	-1	-1	0.2745398
2	-1	0	0	0	0	0.00585059
3	-1	1	1	1	1	0.04389385
4	0	-1	-1	0	0	0.16262397
5	0	0	0	1	1	0.02775812
6	0	1	1	-1	-1	0.27165492
7	1	-1	0	-1	1	0.10834779
8	1	0	1	0	-1	0.38193137
9	1	1	-1	1	0	0.11399718
10	-1	-1	1	1	0	0.1332843
11	-1	0	-1	-1	1	0.05639692
12	-1	1	0	0	-1	0.08466048
13	0	-1	0	1	-1	0.21749887
14	0	0	1	-1	0	0.00471603
15	0	1	-1	0	1	0.02977801
16	1	-1	1	0	1	0.04616613
17	1	0	-1	1	-1	0.24891019
18	1	1	0	-1	0	0.4693055

步驟五：適配總望想函數值與控制因子的反應曲面預測模式。

以逐步迴歸分析法，利用步驟四在各實驗組合下所求出之總望想函數值，以各因子水準的編碼值，適配總望想函數值的精簡模式，結果如下所示：

$$\hat{D}(x) = 0.14076 + 0.15475x_1 + 0.03899x_2 - 0.02566x_4 - 0.09398x_5 + 0.01231x_1^2 + 0.04623x_1x_2 - 0.01677x_1x_3 + 0.0641x_2x_3 - 0.0518x_2x_4 + 0.14911x_3x_4 \quad (4.28)$$

$(R^2 = 0.9981)$

適配模式的變異數分析表，如表4.18所示。由於F-Value=376.39，其P值小於0.0001，表此迴歸模式非常顯著，適合用來解釋總望想函數值的變異並預測其值，而由迴歸模式所納入的變項中，得知除了 $x_1^2$ （原膠系統的二次項）對模式的貢獻未達顯著水準外，其餘各變項對此迴歸模式的貢獻皆達顯著水準。此外，老防劑系統( $x_3$ )並未納入迴歸模式中，表示該控制因子之主效應對引擎油封整體品質績效之影響不顯著。

表4.18 總函數望想值與控制因子之迴歸模式的變異數分析表

變異來源	平方和	自由度	均方	F值	P值	結論
Model	0.31	10	0.031	376.39	< 0.0001	顯著
$x_1$	0.11	1	0.11	1345.6	< 0.0001	顯著
$x_2$	0.013	1	0.013	160.54	< 0.0001	顯著
$x_4$	0.00303	1	0.00303	36.83	0.0005	顯著
$x_5$	0.035	1	0.035	423.24	< 0.0001	顯著
$x_1^2$	0.0002391	1	0.0002391	2.91	0.132	不顯著
$x_1x_2$	0.012	1	0.012	141.21	< 0.0001	顯著
$x_1x_3$	0.0008152	1	0.0008152	9.91	0.0162	顯著
$x_2x_3$	0.014	1	0.014	168.85	< 0.0001	顯著
$x_2x_4$	0.013	1	0.013	152.35	< 0.0001	顯著
$x_3x_4$	0.033	1	0.033	405.64	< 0.0001	顯著
誤差	0.00057584	7	0.00008226			
總和	0.3102					

步驟六：利用反應曲面預測模式，在控制因子水準的實驗範圍內，找出最佳因子水準組合。

由於控制因子為編碼值，所以其區間範圍皆介於[-1, 1]之間。本研究利用實驗設計分析軟體-Design Expert來找出最佳因子水準的設定值。Design Expert以單體法(simplex method) 使總望想值 $\hat{D}$ 為最大的演算法則下，在控制因子水準的實驗範圍內，重複搜尋出多組可能之最佳實驗組合，本研究取前10組可能之最佳實驗組合作為選取最佳因子水準組合之參考，如表4.19所示，並根據總望想函數值愈大愈好的原則，選取第一個實驗組合為最佳因子水準組合，即 $x_1 = 1$ 、 $x_2 = 1$ 、 $x_3 = -1$ 、 $x_4 = -1$ 與 $x_5 = -0.99$ ，其總望想函數值為0.665375。

表4.19 Design Expert 找出10組可能的最佳實驗組合

No.	$\hat{D}$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
1	<b>0.665375</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>-0.99</b>
2	0.663954	0.99	0.99	-1	-1	-1
3	0.663279	1	0.96	-1	-1	-1
4	0.663052	1	1	-0.99	-1	-0.98
5	0.66262	1	1	-0.97	-1	-1
6	0.661614	1	1	-0.96	-1	-1
7	0.660612	1	1	-1	-1	-0.94
8	0.660501	0.99	1	-1	-1	-0.95
9	0.659153	1	1	-1	-0.99	-0.95
10	0.658816	0.97	0.98	-1	-1	-1

## 步驟七：進行確認實驗

將步驟六所得之最佳因子水準組合之總望想函數值0.665375與總望想值與六標準差品質的對照表（表2.2）做比較，得知最佳因子水準組合下之引擎油封的整體品質未達六標準差的品質水準。本研究進一步模擬在製程經過長期生產後偏移1倍標準差、0.5倍標準差以及無偏離三種情況下，計算總望想函數預測值，其結果如表4.20所示。對照總望想函數值與六標準差品質的對照表(表2.2)，顯示在長期生產考量下，當製程平均偏移1倍標準差時，製程品質的良率達二~三標準差的品質水準、當製程平均偏移0.5倍標準差或製程平均未偏移時，製程品質之良率達六標準差的品質水準以上。因此，根據本研究所得到的最佳因子水準組合，預測製程偏離程度不同下的六標準差品質水準值，得知製程在短期內未嚴重偏離的情況下，仍能維持具有穩健性的六標準差品質水準，然而，在長期生產後，仍需特別監控制程偏離的程度，從而適時的調整製程之因子水準值，以維持製程品質之穩健性。



表4.20 製程偏移程度與總望想函數值

製程平均偏移情況	總望想函數值
偏移1.5倍標準差	0.665375
偏移1倍標準差	0.830528
偏移0.5倍標準差	1
無偏移	1

本研究進一步從原始的實驗數據中分析造成總望想值偏低的來源，發現實驗數據中有多組實驗組合的品質特性反應值，皆不符合其規格界限之要求，導致本研究方法所求得的最佳實驗組合之總望想函數值偏低。此外，本研究除了以0.1估計溫度變異數值，從而計算多品質特性之總望想函數值外，亦以0.01估計溫度

的變異數值，計算18組實驗組合下製程偏移1.5倍標準差之總望想函數值，從而進行敏感度分析，結果如表4.21所示。從表4.21中可以得知以0.01估計溫度之變異數所得到之總望想函數值，並未顯著地小於以0.1為溫度變異數之估計值所得到的總望想函數值。這是因為在公式3.5之變異數估計的公式中，從實驗估計值

發現，雜音因子之溫度值變動對於品質特性變異的影響（即  $\sigma_{i,z}^2 \sum_{k=1}^r \left[ \frac{\partial y_{i,j}(x,z)}{\partial z_k} \right]^2$ ）

相對於隨機誤差項（即  $\sigma_{i,\varepsilon}^2$ ）對於品質特性變異的影響小很多，因此，雖然以較小之溫度變異數值代入變異數估計之公式中，其對總變異數值估計大小的影響卻極為有限，導致對總望想函數值變動的影響亦不大。由於隨機誤差項包含雜音因子溫度與油料種類對品質特性變異的影響，此敏感度分析結果，適切地反應出雜音因子對於品質特性變異影響的重要性，因此本研究將雜音因子的效應納入最佳化演算法中，可以獲得一個使製程具穩健性的最佳因子水準設定值。

本研究在符合廠商低配方成本的要求下，篩選出低製造成本且可能影響引擎油封之物理特性的顯著因子，從而規劃實驗來決定最佳因子水準組合，因此，雖然本研究的成果，未達六標準差品質水準，但所開發引擎油封的三個物理特性：硬度、抗拉強度與伸長率都符合廠商的要求，本研究並進一步進行動態測試的可靠度試驗，選取兩個最佳因子水準組合下的引擎油封，放置於動態試驗設備 (dynamic test rig) 內進行可靠度試驗，此兩個引擎油封之可靠度測試結果分別為1490個小時和1510個小時，皆超過現有產品僅1000小時的可靠度壽限，提供案例之廠商在實際生產成本的考量下，對本研究所開發之具有低製造成本之引擎油封的品質極為滿意。然而，就品質改善而言，工程人員還可以進一步考量是否使用較高成本但具較穩健性的原料來規劃實驗，並進行允差設計，從而決定最佳因子水準組合，以獲得一個具有長期穩健性的製程品質。

表4.21 雜音因子（溫度）變異數估計值對總望想函數值影響之敏感度分析

Exp. No.	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	變異數為 0.1 之 $D$ 值	變異數為 00.1 之 $D$ 值
1	-1	-1	-1	-1	-1	0.2745398	0.26495498
2	-1	0	0	0	0	0.00585059	0.00580957
3	-1	1	1	1	1	0.04389385	0.0446016
4	0	-1	-1	0	0	0.16262397	0.16510875
5	0	0	0	1	1	0.02775812	0.02673747
6	0	1	1	-1	-1	0.27165492	0.27059736
7	1	-1	0	-1	1	0.10834779	0.10175366
8	1	0	1	0	-1	0.38193137	0.39926516
9	1	1	-1	1	0	0.11399718	0.11064084
10	-1	-1	1	1	0	0.1332843	0.13128603
11	-1	0	-1	-1	1	0.05639692	0.06010467
12	-1	1	0	0	-1	0.08466048	0.07828036
13	0	-1	0	1	-1	0.21749887	0.22563692
14	0	0	1	-1	0	0.00471603	0.0046953
15	0	1	-1	0	1	0.02977801	0.03054256
16	1	-1	1	0	1	0.04616613	0.04789068
17	1	0	-1	1	-1	0.24891019	0.2502537
18	1	1	0	-1	0	0.4693055	0.49401513



## 第五章 結論

隨著產品的設計愈來愈複雜，產品品質的良莠問題已非最佳化單一品質特性就能解決，往往需要考慮到多品質特性的同時最佳化。因此，許多中、外文獻陸續提出一些方法來解決多品質特性最佳化的問題，然而，同時考量長期生產下製程偏移程度與雜音因子效應對品質變異的影響，來建構多品質特性最佳化的程序，以獲得長期穩健且高水準的製程品質的方法，在中外文獻中卻相當罕見。本研究主要的目的即是發展一套能反應六標準差品質水準的多品質特性反應曲面預測模式，使線外品質管制的製程改善技術能與製程能力相結合，以找出具六標準差水準之多品質特性最佳配方。此外，本研究所建構的總望想函數值與控制因子的反應曲面預測模式，考慮到控制因子水準值的連續性，因此最佳因子水準值的設定不會僅侷限於原先規劃的因子水準上。

本研究所發展的演算程序之優點可彙整如下：

1. 本研究將雜音因子效應納入所建構的多品質特性反應模式中，可以更精確地預測個別品質特性的平均值與變異數，因此能決定出最佳因子水準之設定值，並得到一個具穩健性的製程品質。
2. 利用六標準差望想函數，衡量製程經過長期生產後發生偏移的程度，可以適切地反應製程能力。
3. 所建構的多品質特性反應曲面預測模式，考慮到控制因子水準值的連續性，可以更有效地決定最佳因子水準值。
4. 本研究的演算程序無論有無雜音因子皆可適用，具實用及推廣性。

## 參考文獻

- [1] 葉馨雅，『動態系統多重品質特性最佳化之研究』，國立交通大學工業工程研究所碩士論文，1997。
- [2] 陳姣燕，『應用雙反應曲面分析法於動態系統多重品質特性最佳化之研究』，國立交通大學工業工程研究所碩士論文，1998。
- [3] 蕭綱衡，『田口式參數設計在鐵礦燒結之應用研究』，中國統計學報，第28卷，第二期， pp.253-275，1990。
- [4] 洪錦輝，『多響應離線半導體生產製程之品質管制』，國立交通大學工業工程研究所碩士論文，1990。
- [5] 張季娜，『田口式品質工程導論』，品質管制學會，1996。
- [6] Box, G. E. P., and Wilson, K. B., “On the Experimental Attainment of Optimum Conditions.” *Journal of the Royal Statistic Society*, discussion, B13, 1-38, pp.38-45, 1951.
- [7] Castillo, E. D., Montgomery, D. C. and McCarville, D. R., “Modified Desirability Functions for Multiple Response Optimization.” *Journal of Quality Technology*, Vol.28, No.3, pp.337-345, 1996.
- [8] Derringer, G. C. and Suich, R., “Simultaneous Optimization of Several Response Variables.” *Journal of Quality Technology*, Vol.12, No.4, pp.214-219, 1980.
- [9] Elsayed, E. A. and Chen, A., “Optimal Levels of Process Parameters for Products with Multiple Characteristics.” *International Journal of Production Research*, Vol.31, No.5, pp.1117-1132, 1993.
- [10] Harrington, E. C., “The Desirability Function.” *Industrial Quality Control*, April, pp.494-498, 1965.
- [11] Harry, M. J., “The Vision of Six Sigma: A Roadmap for Breakthrough.”

Sigma: Phoenix, 1994.

- [12] Logothetis, N. and Haigh, A., "Characterizing and Optimizing Multi-Response Process by the Taguchi Method." *Quality Reliability Engineering International*, Vol.4, No.2, pp.159-169, 1998.
- [13] Lucas, "Achieving a Robust Process Using Response Surface Methodology." *ASA Conference*, Washington, D.C., 1989.
- [14] Myers, R. H. and Montgomery. D. C., "Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments." Wiley: New York, 1995.
- [15] Pignatiello, J. J., Jr., "Strategies for Robust Multiresponse Quality Engineering." *IIE Transactions*, Vol.25, No.3, pp.5-15, 1993.
- [16] Ribardo, C. and Allen T., "An Alternative Desirability Function for Achieving 'Six Sigma' Quality." *Quality and Reliability Engineering International*, Vol.19, pp.227-240, 2003.
- [17] Shoemaker, A. C., Tsui, K. L., and Wu, C. F. J., "Economical Experimentation Methods for Robust Design." *Technometrics*, Vol.33, pp.415-427, 1991.