

第四章 實例分析

現以 Loreedo et al.[8]所提論文中之多變量化學製程歷史資料與模擬資料來驗證本研究在第三章所建構的自我相關多變量製程之 SPC 與 EPC 流程。依照本研究流程對此製程進行品質管制，4.1 節詳細說明各步驟，4.2 節則為本實例之結論。

4.1 化學製程資料之 SPC 與 EPC 流程

階段一：SPC 程序

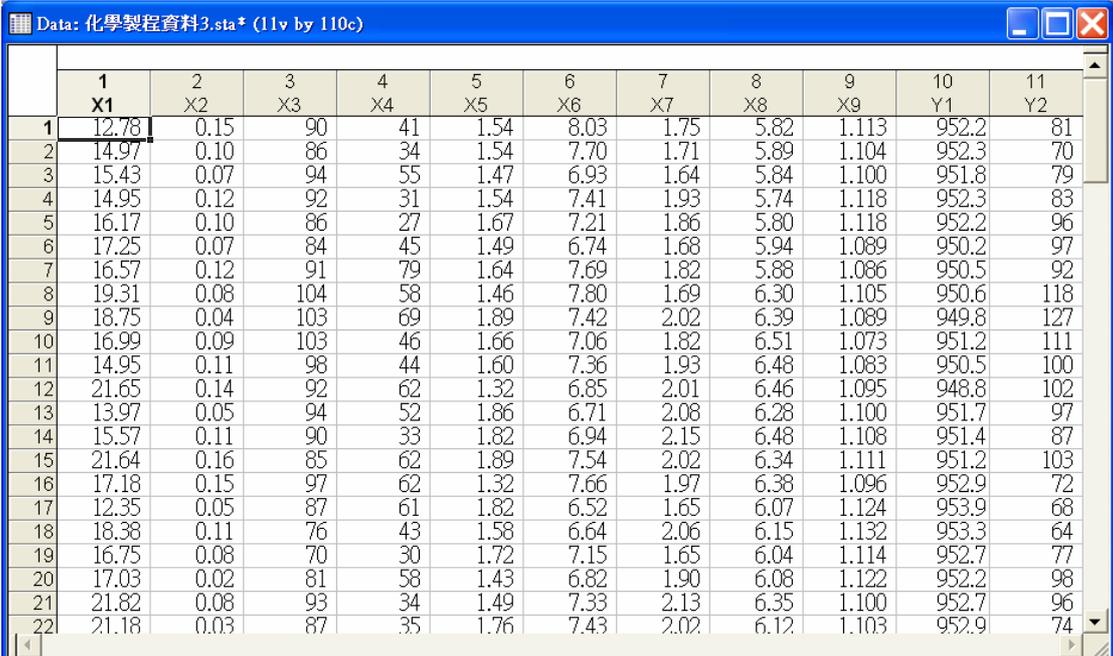
在此階段中，首先利用多變量化學製程歷史資料來進行解析用管制圖流程，接著利用蒙地卡羅模擬法產生出導入偏移量之模擬資料來進行管制用管制圖流程。詳細步驟如下所示。

(1). 解析用管制圖流程

步驟 a. 收集並解析資料

化學製程數據型態，如表 4.1 所示。

表 4.1 化學製程資料(部分)



	1 X1	2 X2	3 X3	4 X4	5 X5	6 X6	7 X7	8 X8	9 X9	10 Y1	11 Y2
1	12.78	0.15	90	41	1.54	8.03	1.75	5.82	1.113	952.2	81
2	14.97	0.10	86	34	1.54	7.70	1.71	5.89	1.104	952.3	70
3	15.43	0.07	94	55	1.47	6.93	1.64	5.84	1.100	951.8	79
4	14.95	0.12	92	31	1.54	7.41	1.93	5.74	1.118	952.3	83
5	16.17	0.10	86	27	1.67	7.21	1.86	5.80	1.118	952.2	96
6	17.25	0.07	84	45	1.49	6.74	1.68	5.94	1.089	950.2	97
7	16.57	0.12	91	79	1.64	7.69	1.82	5.88	1.086	950.5	92
8	19.31	0.08	104	58	1.46	7.80	1.69	6.30	1.105	950.6	118
9	18.75	0.04	103	69	1.89	7.42	2.02	6.39	1.089	949.8	127
10	16.99	0.09	103	46	1.66	7.06	1.82	6.51	1.073	951.2	111
11	14.95	0.11	98	44	1.60	7.36	1.93	6.48	1.083	950.5	100
12	21.65	0.14	92	62	1.32	6.85	2.01	6.46	1.095	948.8	102
13	13.97	0.05	94	52	1.86	6.71	2.08	6.28	1.100	951.7	97
14	15.57	0.11	90	33	1.82	6.94	2.15	6.48	1.108	951.4	87
15	21.64	0.16	85	62	1.89	7.54	2.02	6.34	1.111	951.2	103
16	17.18	0.15	97	62	1.32	7.66	1.97	6.38	1.096	952.9	72
17	12.35	0.05	87	61	1.82	6.52	1.65	6.07	1.124	953.9	68
18	18.38	0.11	76	43	1.58	6.64	2.06	6.15	1.132	953.3	64
19	16.75	0.08	70	30	1.72	7.15	1.65	6.04	1.114	952.7	77
20	17.03	0.02	81	58	1.43	6.82	1.90	6.08	1.122	952.2	98
21	21.82	0.08	93	34	1.49	7.33	2.13	6.35	1.100	952.7	96
22	21.18	0.03	87	35	1.76	7.43	2.02	6.12	1.103	952.9	74

由表 4.1 可知此化學製程資料共有 86 個且樣本大小為 1。主要包含九個輸入品質特性(X_1 - X_9)及兩個輸出品質特性(Y_1 與 Y_2)。接著針對輸出變數 Y_1 與 Y_2 分別建立 X-R_m管制圖來確認資料散佈的情形。如圖 4.1 與圖 4.2 所示。

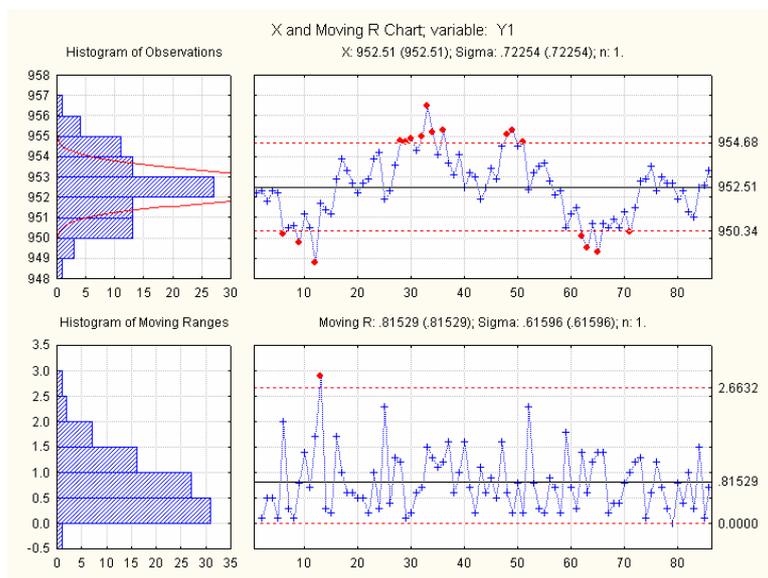


圖 4.1 輸出變數 Y_1 之X-R_m管制圖

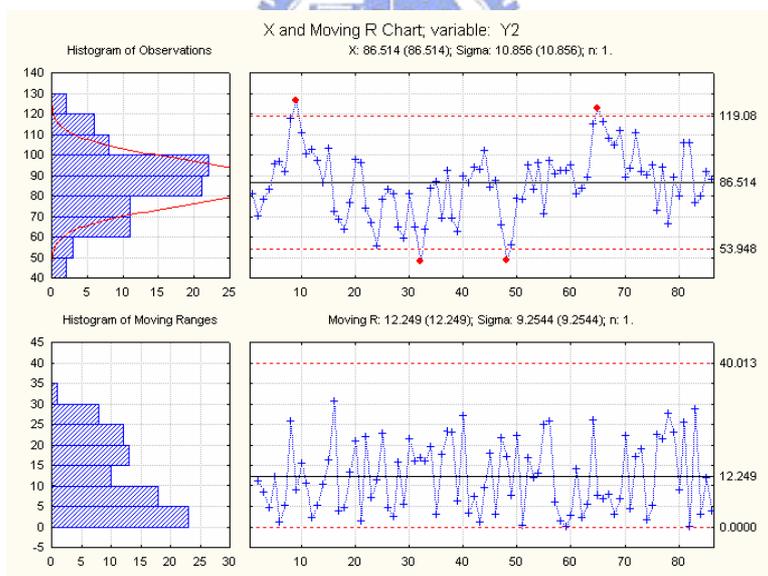


圖 4.2 輸出變數 Y_2 之X-R_m管制圖

根據圖 4.1 與圖 4.2 發現 Y_1 與 Y_2 均有觀測值超出管制界限，且觀測值之間隨著間隔時間有明顯的相關性存在。

步驟 b. 計算資料的自我相關程度

計算輸出變數 Y_1 與 Y_2 的自我相關係數(Autocorrelation Function)。結果如圖 4.3 與圖 4.4 所示。

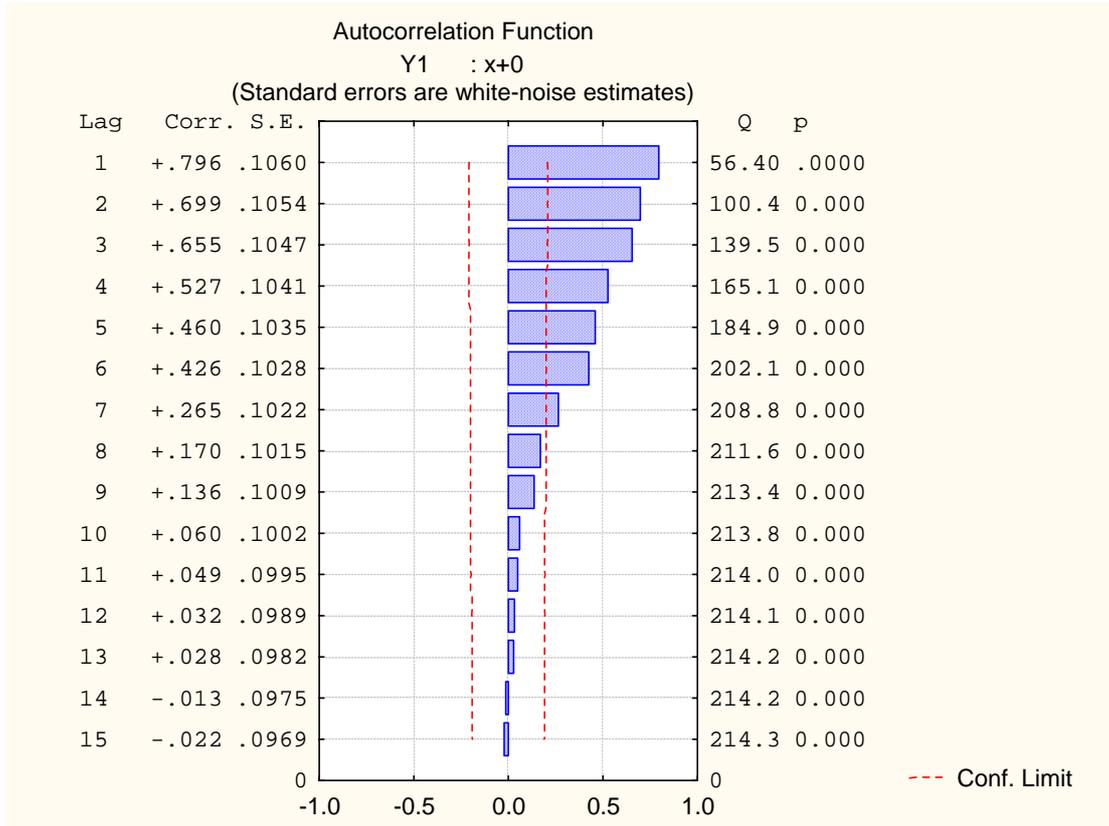


圖 4.3 輸出變數Y₁自我相關係數

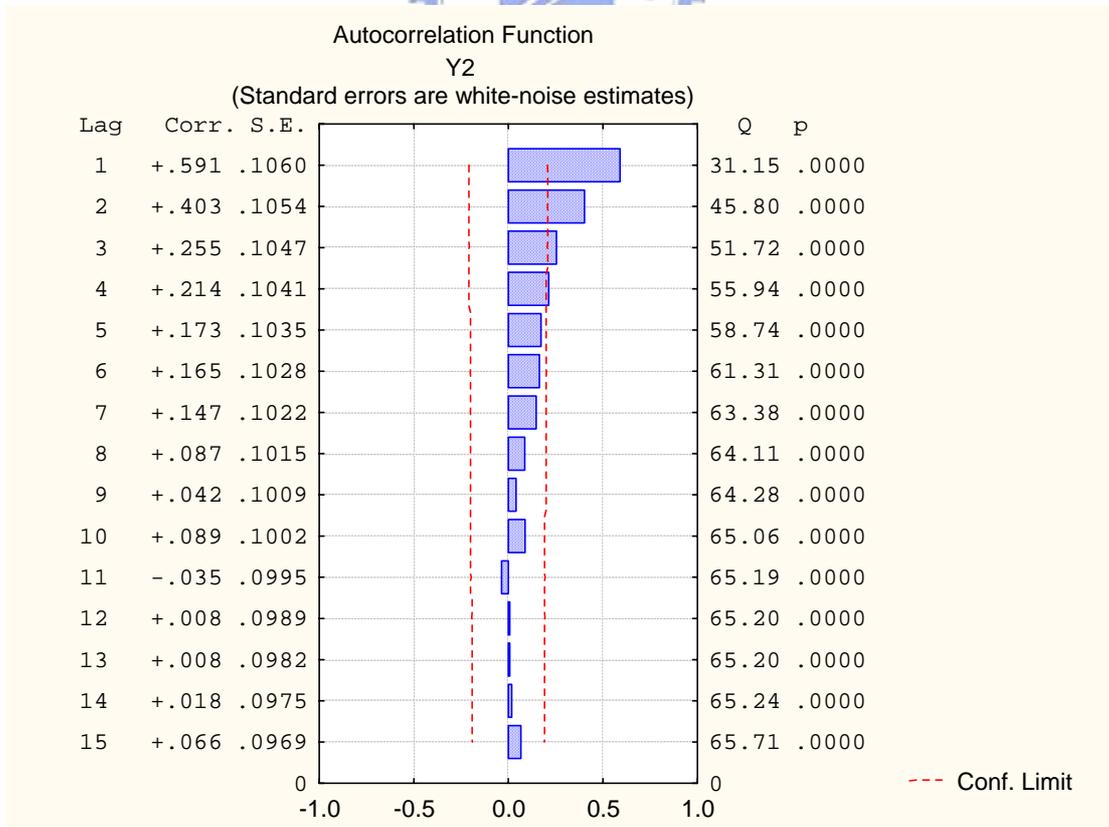


圖 4.4 輸出變數Y₂自我相關係數

由圖 4.3 與圖 4.4 可知輸出變數 Y_1 在lag1 到lag7 之間，其自我相關係數均超出臨界值；輸出變數 Y_2 在lag1 到lag4 之間，其自我相關係數均超出臨界值。經由上述之確認，可以判定 Y_1 與 Y_2 具有高度的自我相關性。

步驟 c. 建構倒傳遞網路模型

利用化學製程之歷史資料來進行倒傳遞網路模型之訓練。神經網路特性之設定如表 4.2 所示。

表 4.2 模型特性設定

網路型態	倒傳遞網路
訓練函數	Levenberg-Marquardt 演算法
適應學習函數	具有動量的梯度下降法
效能函數	均方差
隱藏層轉換函數	正切雙彎曲轉移函數
訓練資料個數	64 個
測試資料個數	22 個

接下來針對隱藏層的神經元個數、動量與學習率此三項變動因子來進行神經網路之訓練，利用多次實驗來找出最佳的因子參數設定。變動因子之參數範圍如表 4.3 所示。

表 4.3 變動因子之參數範圍

隱藏層的神經元個數	10-20
動量	0.1-1.0
學習率	0.1-1.0

決定模型特性與變動因子後，可以畫出前饋倒傳遞網路架構。如圖 4.5 所示。

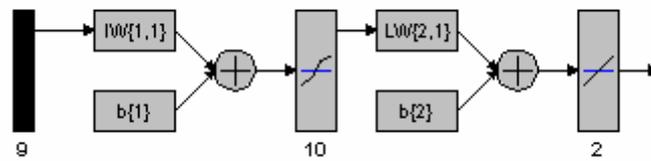


圖 4.5 前饋倒傳遞網路架構圖

圖 4.5 中， $IW\{1,1\}$ 表示輸入層權重值矩陣 (Input Weight Matrix)， $LW\{2,1\}$ 表示隱藏層權重值矩陣， $b\{1\}$ 表示輸入層偏權值向量， $b\{2\}$ 表示隱藏層偏權值向量。瞭解倒傳遞網路架構後，便進行網路模式的訓練。每一回合的訓練可以得到訓練資料 (training data) 與測試資料 (testing data) 的均方差 (mean square of error, MSE)。如圖 4.6 所示。

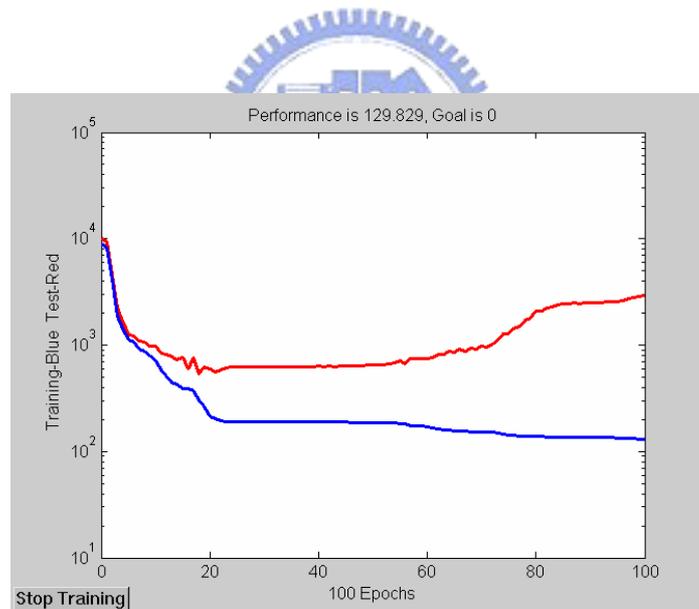


圖 4.6 倒傳遞網路之訓練情形

圖 4.6 中，紅色曲線為測試資料之 MSE 軌跡，藍色曲線為訓練資料之 MSE 軌跡。當訓練批次增加時，雖然訓練資料的 MSE 會隨之降低，但測試資料的 MSE 在批次 (epoch) 數 60 之後有反轉向上的趨勢，表示廣義化 (Generalization) 的能力逐漸喪失。故避免類神經網路的過度學習與顧及網路模型的廣義化，所以選擇在測試資料 MSE 之整體最小值 (Global Min) 所對應的批次數做為較理想的訓練

批數設定。

在考量網路的預測能力、模式的複雜度與廣義化的能力後，最佳的網路參數設定如表 4.4 所示。

表 4.4 最佳網路參數設定

隱藏層的神經元個數	15
動量 (momentum)	0.75
學習率 (Learning rate)	0.4
學習批數 (epoch)	40

步驟 d. 計算殘差並進行殘差之變異數齊一、常態性與獨立性檢定

在建立前饋倒傳遞網路模型後，將輸入變數向量代入網路模式得到下一期的輸出變數預測值向量，接著比較實際值與預測值後，便可得到各個輸出變數的殘差，藉以消除輸出變數資料的自我相關性。接著進行殘差的變異數齊一、常態性與獨立性檢定。首先針對輸出變數 Y_1 與 Y_2 來建立殘差之 $X-R_m$ 管制圖，藉以確認殘差的散佈情形與管制圖管制的能力。結果如圖 4.7 與圖 4.8 所示。

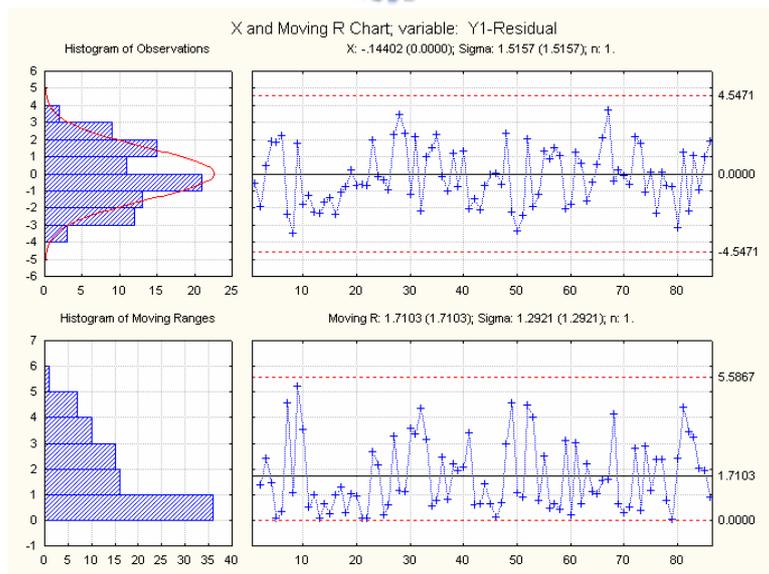


圖 4.7 Y_1 殘差之 $X-R_m$ 管制圖

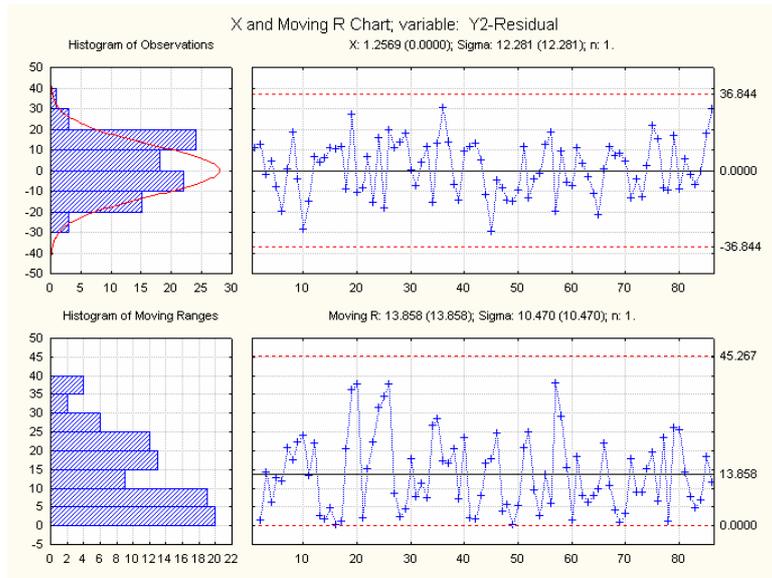


圖 4.8 Y_2 殘差之 $X-R_m$ 管制圖

由圖 4.7 與圖 4.8 可以看出殘差的分佈情形十分散亂，所以服從變異數齊一的假設，並且沒有殘差觀測點超出管制界限外。接著針對 Y_1 與 Y_2 之殘差進行常態性檢定。結果如圖 4.9 與圖 10 所示。

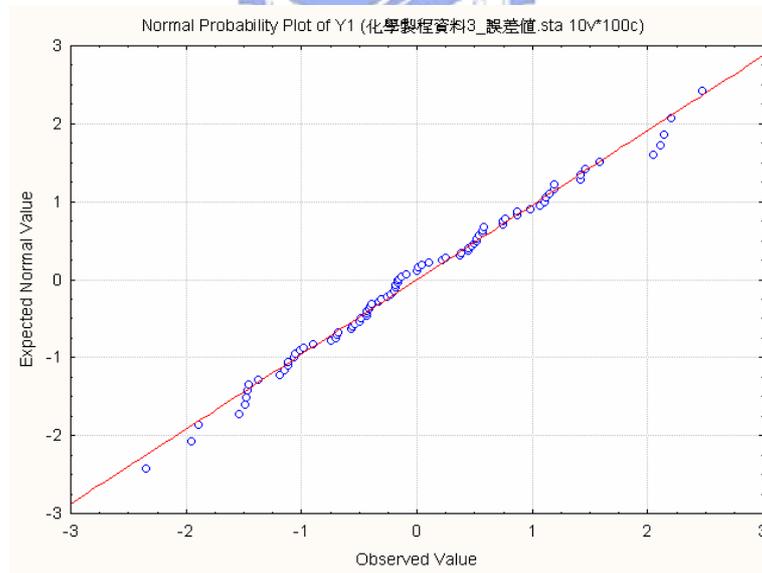


圖 4.9 Y_1 的殘差常態機率圖

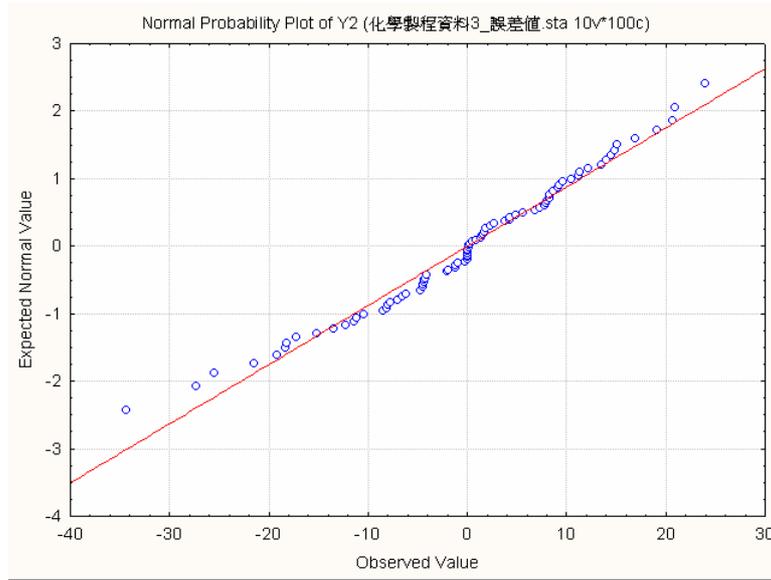


圖 4.10 Y_2 的殘差常態機率圖

由圖 4.9 與圖 4.10 可知殘差觀測點的樣本百分比均接近直線分佈，故可判定輸出變數 Y_1 與 Y_2 的殘差服從常態分配。最後計算殘差的自我相關係數來進行獨立性的檢定。結果如圖 4.10 與圖 4.11 所示。

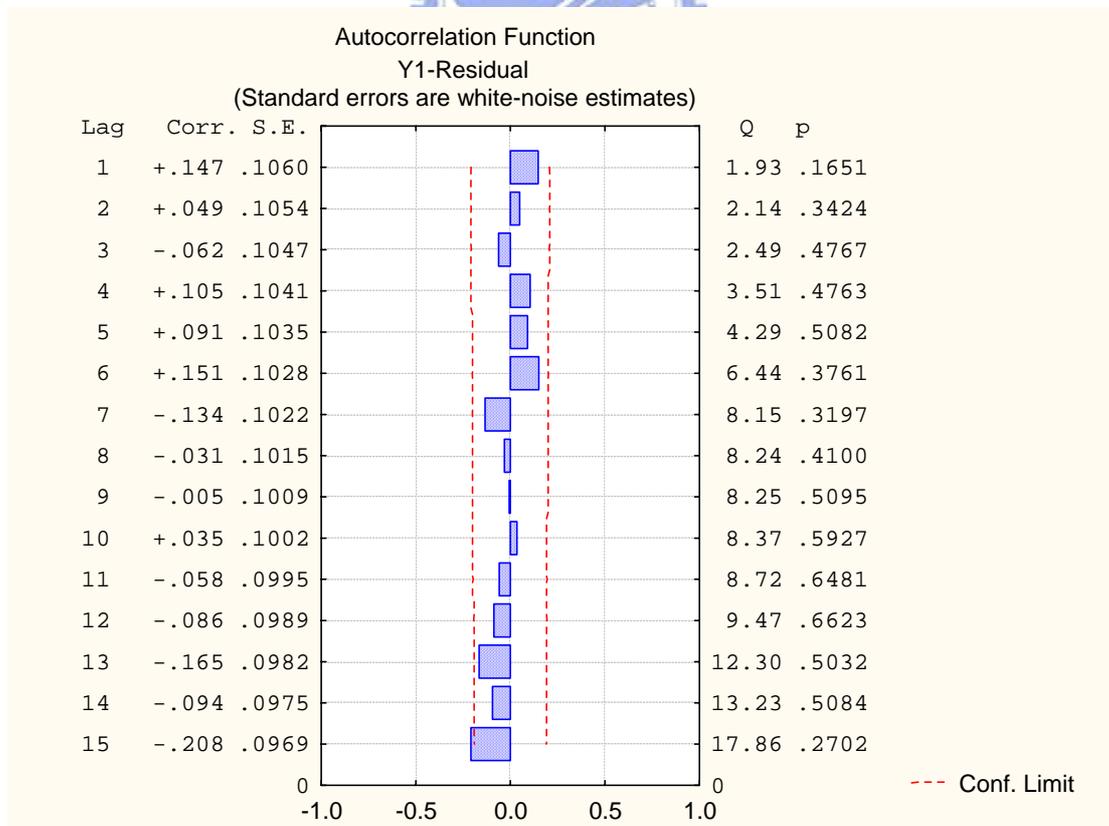


圖 4.10 輸出變數 Y_1 之殘差自我相關係數

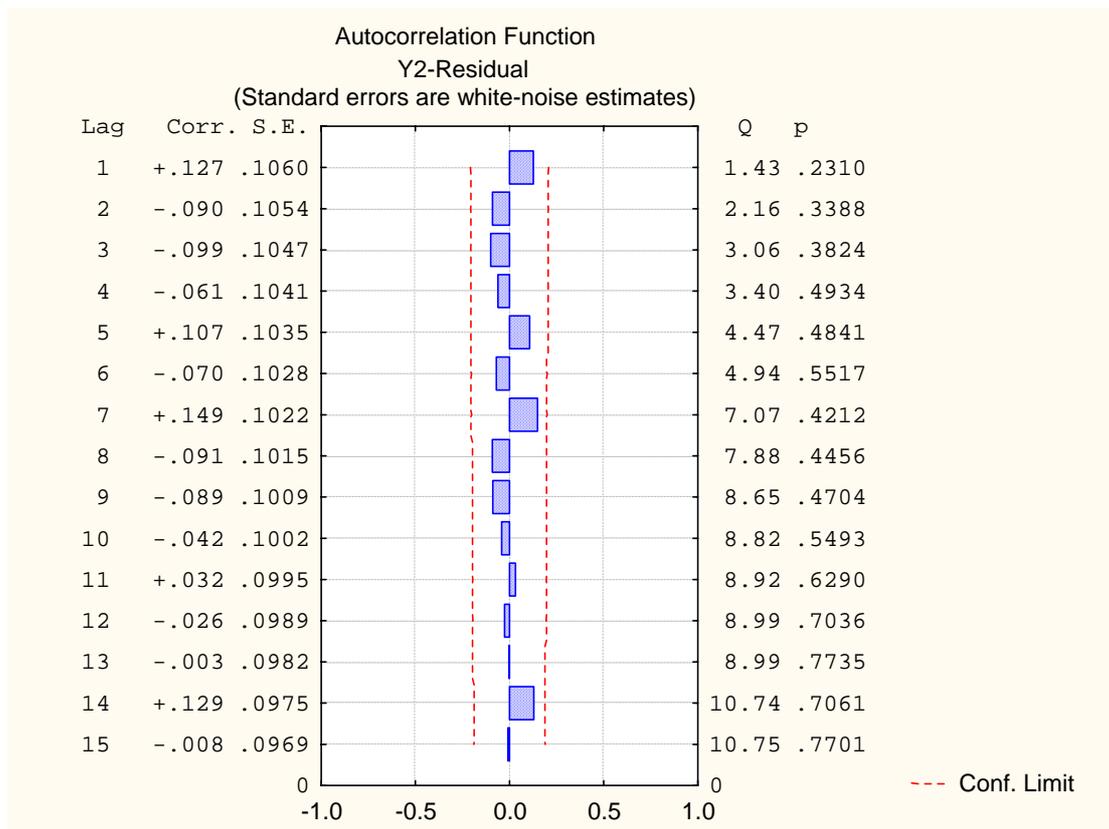


圖 4.11 輸出變數 Y_2 之殘差自我相關係數

由圖 4.10 與圖 4.11 可知輸出變數 Y_1 殘差在前 15 期時間間隔中，只有 lag 15 超出臨界值；輸出變數 Y_2 殘差在前 15 期時間間隔中，沒有超出管制界限的情形。經由上述之確認，可以判定輸出變數之殘差符合獨立性的假設。

步驟e. 建構輸出變數之殘差Hotelling's T^2 管制圖

在驗證殘差變異數齊一、彼此獨立且服從常態分配後，接著將輸出變數 Y_1 與 Y_2 之殘差轉換成 T^2 統計量，並將其點入Hotelling's T^2 管制圖中來確認整體輸出製程的穩定性。如圖 4.12 所示。

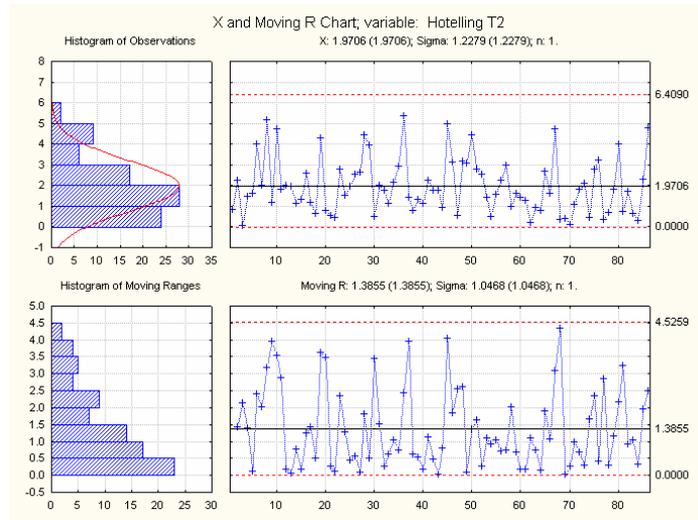


圖 4.12 輸出變數殘差的Hotelling's T^2 管制圖

由圖 4.12 可知，每個時點的 T^2 統計量並沒有超出管制圖之管制上限，由此判定此化學製程資料屬於安定狀態。接著便可進行管制用管制流程。

(2). 管制用管制圖流程

經由解析用管制圖流程後，確定製程穩定且由直方圖判讀解析用管制圖能滿足規格需求，且將來是按同樣生產條件繼續生產時，便可延用其管制圖之管制界限於管制用管制圖流程。在管制用管制圖流程中，利用蒙地卡羅模擬法來模擬出具有與化學歷史資料相同自我相關程度且針對特定輸出變數導入偏移值之多變量資料來建構此流程。此模擬資料在第 $T+1$ 時點的輸出值以數學式表示如下。

$$Y_{T+1}=F(X_T)+E_{T+1}+N_{T+1}$$

其中 Y_{T+1} ：第 $T+1$ 期的實際輸出值

$F(X_t)$ ：第 T 期的預測值

E_{T+1} ：第 $T+1$ 期的製程偏移值

N_{T+1} ：第 $T+1$ 期的白干擾

When $T \geq t$ ， $E_{t+1}=S$ ； $T < t$ ， $E_t=0$

S ：製程偏移導入值

在此流程中，主要是模擬出包含 30 個觀測點的批量，並針對輸出變數 Y_1 在 $T=21$ 時導入 3σ 偏移量，藉此模擬案例說明建立管制用管制圖之流程。詳細步驟如下。

步驟 a. 記入必要事項

由於在管制用管制流程方面是使用模擬資料來進行，因此步驟 a 可省略。

步驟 b. 訂定解析用管制圖之界限為管制用管制圖之界限

將解析用管制流程所得到的五個管制圖之管制界限與中心線沿用於管制用管制圖流程。如表 4.5 所示。

表 4.5 各個管制圖之管制界限與中心線

	管制界限上界	中心線	管制界限下界
輸出變數 Y_1 之 $X-R_m$ 管制圖	954.68	952.51	950.34
輸出變數 Y_2 之 $X-R_m$ 管制圖	119.08	86.514	53.948
輸出變數 Y_1 殘差 $X-R_m$ 管制圖	4.5471	0	-4.5471
輸出變數 Y_2 殘差 $X-R_m$ 管制圖	36.844	0	36.844
輸出變數之殘差 Hotelling's T^2 管制圖	6.409	1.9706	0

步驟 c. 抽樣並將樣本代入前饋倒傳遞網路

將模擬資料的輸入變數代入由解析用管制圖流程所建立的倒傳遞網路預測模型，便可得到下一時點的輸出變數之預測值。

步驟 d. 計算殘差並畫管制圖

將輸入變數向量代入網路模式後，比較實際值與預測值，便可得到各個輸出變數的殘差。接著將輸出變數之殘差進行 $X-R_m$ 管制圖管制，藉以確認殘差的散佈情形。結果如圖 4.13 與圖 4.14 所示。

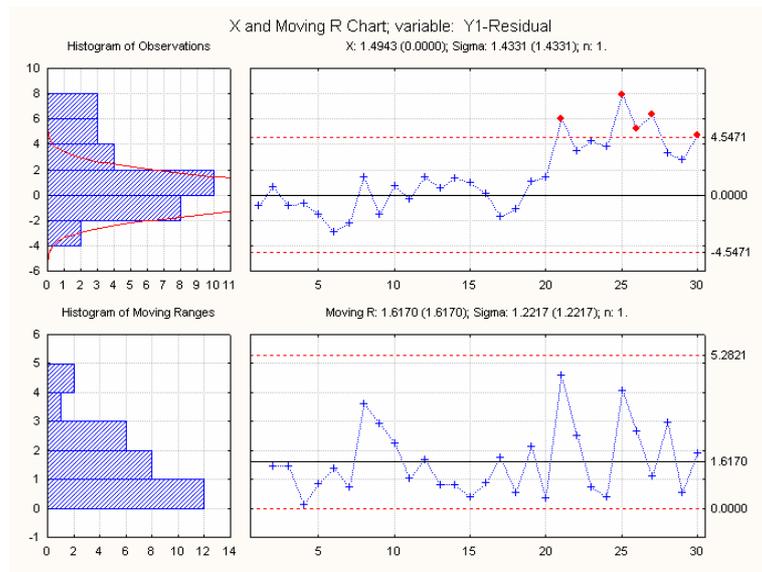


圖 4.13 輸出變數 Y_1 殘差之 $X-R_m$ 管制圖

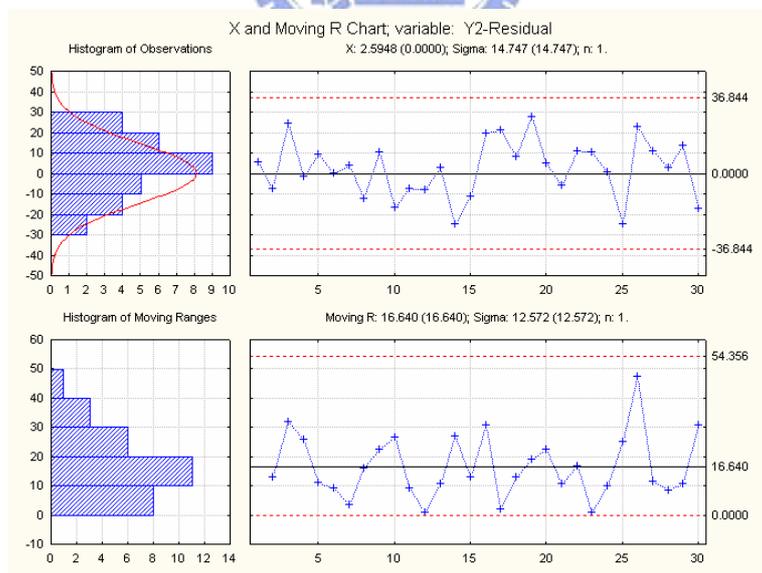


圖 4.14 輸出變數 Y_2 殘差之 $X-R_m$ 管制圖

由圖 4.13 與圖 4.14 可知，消除自我相關後之 Y_1 殘差的 $X-R_m$ 管制圖在 $t=1$ 到 $t=20$ 之間，沒有出現假警報的情形；當 $t=21$ 到 $t=30$ 之間，管制圖偵測出製程發生失

控的情形。 Y_2 殘差的 $X-R_m$ 管制圖在 $t=1$ 到 $t=30$ 之間，沒有出現假警報的情形。此結果符合模擬資料的設定。

將輸出變數 Y_1 與 Y_2 之殘差轉換成 T^2 統計量，並將其點入Hotelling's T^2 管制圖中來確認整體輸出製程的穩定性。結果如圖 4.15 所示。

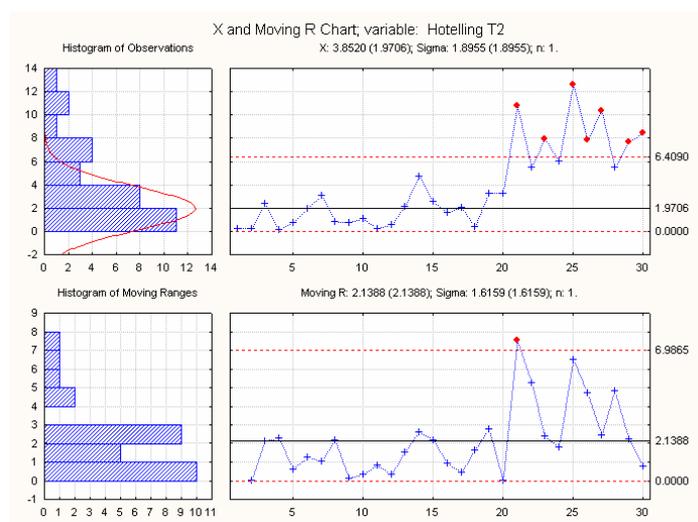


圖 4.15 輸出變數之殘差Hotelling's T^2 管制圖

步驟 e. 判定製程是否安定

由圖 4.15 可知，在 $t=1$ 到 $t=20$ 之間，沒有任何 T^2 統計量超出管制上限，所以符合前 20 個時點屬於安定狀態的假設；而在 $t=21$ 到 $t=30$ 之間，平均每 1.43 個時間點可以偵測出製程發生失控的情形（ $ARL=1/0.7=1.43$ ），故符合 $t=21$ 時製程導入 3σ 偏移量的假設。由於偵測出製程發生失控的情形，所以接著進行EPC程序。

階段二：EPC 程序

由於在解析用管制流程中，偵測出模擬資料發生失控的情形，故進行 EPC 程序使輸出製程回復穩定的狀態。詳細步驟如下：

步驟a. 解析 T^2 統計量

據模擬範例之輸出變數殘差的Hotelling's T^2 管制圖之結果，診斷出其在 $t=21$ 時製程發生失控的情形。此時利用MYT分解法將 T^2 統計量予以分解以找出造成 $t=21$ 時製程失控的原因。分解結果如下：

$$T^2 = T_1^2 + T_{2,1}^2$$

$$T^2 = 10.834, \quad T_1^2 = \frac{(x_1 - \bar{x}_1)^2}{s_1^2} = 9.247 > \left(\frac{m+1}{m}\right) F_{\alpha,1,m-1} = 4.183$$

$$T_{2,1}^2 = T^2 - T_1^2 = 1.587 < \frac{(m+1)(m-1)}{m(m-2)} F_{\alpha,1,m-2} = 4.200$$

由於 T_1^2 大於臨界值，所以判定輸出變數 Y_1 為造成製程失控的主要原因。

步驟 b. 決定回饋控制之偏誤量

根據步驟a的分析結果，確認輸出變數 Y_1 為造成製程失控的原因，故針對輸出變數 Y_1 所產生的偏移量進行回饋控制。由 Y_1 殘差的 $X-R_m$ 管制圖可知，在 $t=21$ 時， Y_1 產生了 6.09 的偏移量。由於此偏移量包含了製程偏移值 E_t 與白干擾 N_t ，當製程偏移值與白干擾同向時，其超出管制界限的機率會大於製程偏移值與白干擾反向，故根據多次模擬實驗的反覆測試，建議以偏移量的 1/2 至 2/3 來進行調整，以免造成製程的過度矯正。故針對此模擬案例，選擇以偏移量的 2/3(也就是 4.06)作為目標調整值。

步驟 c. 選擇合適的輸入變數作為控制變數

在決定目標調整值後，便可以利用倒傳遞網路控制器來計算出各個輸入變數的製程參數調整值。在選擇某一輸入變數作為控制變數的過程中，有兩點需要優先考慮：(1)為免對原來的輸入變數造成太大的變化，此處定義一個控制變數擺動指標(| 調整值/標準差 |)以評估導入調整值時，對於所選定的輸入變數之影響。該指標值越小，代表對於所選定之輸入變數所造成的變動就越小。(2)針對控制變數導入調整值後，除了讓失控的輸出變數之量測值接近目標值外，勢必對其他輸出變數會產生影響。所以在進行多變量 EPC 時，也必須評估對其他輸出

變數的影響。

透過倒傳遞網路控制器的運算，可以得到九個輸入變數的製程參數調整量。得到參數調整量後，再分別計算控制變數擺動指標與對輸出變數(Y_2)之影響值。結果如表 4.6 所示

表 4.6 各個輸入變數的參數調整量、輸入變數擺動指標及對 Y_2 之影響值

輸入變數	輸入變數參數 調整量	輸入變數擺動指標 ($ \text{調整值}/\text{標準差} $)	對輸出變數 Y_2 之影 響值 (取絕對值後)
X_1	-13.95	$ -13.95/2.61 =5.34$	----
X_2	0.89	$ 0.29/0.06 =14.87$	----
X_3	13.80	$ 13.80/9.14 =1.51$	23
X_4	10.91	$ 10.91/20.20 =0.54$	15
X_5	-0.54	$ -0.54/0.15 =3.54$	----
X_6	0.84	$ 0.84/0.81 =1.04$	6
X_7	1.02	$ 1.02/0.15 =6.56$	----
X_8	-3.79	$ -3.79/0.72 =5.24$	----
X_9	-0.10	$ -0.10/0.04 =2.29$	17

根據表 4.6 中控制變數擺動指標的大小來進行第一階段的篩選。由於此指標為望小特性，故將指標值大於 3 的輸入變數優先排除。接著考慮剩餘的輸入變數導入調整量後對輸出變數 Y_2 的影響，其影響值要越小越好。故最後選擇以輸出變數 X_6 做為EPC的控制變數，其調整量為 0.84。

步驟 d. 導入控制變數調整量並持續監控

將控制變數 X_6 的調整量 0.84 於 $t=22$ 時導入製程中以進行回饋控制，使輸出變數實際值接近目標值。皆下來重複階段一：SPC程序的管制用管制圖之流程來

持續對輸出變數 Y_1 與 Y_2 進行監控。最後得到輸出變數殘差的Hotelling's T^2 管制圖。結果如圖 4.16 所示。

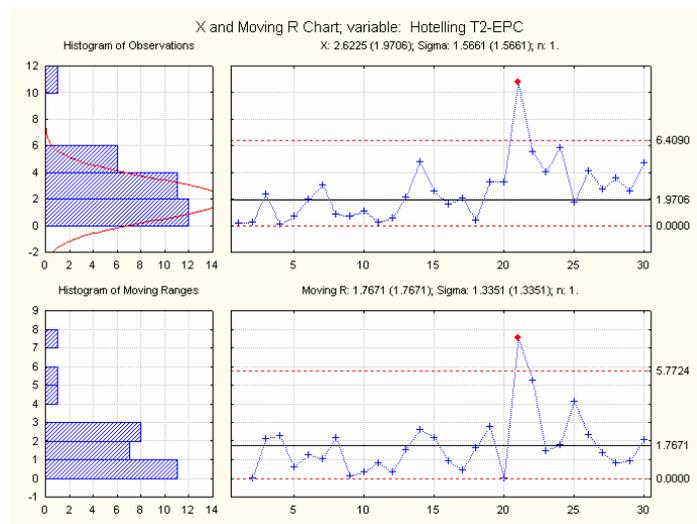


圖 4.16 輸出變數殘差的Hotelling's T^2 管制圖（進行EPC回饋控制後）

由圖 4.16 所知，當 $t=22$ 時製程導入控制變數 X_6 的參數調整量 0.84 後，整體的輸出製程在 $t=23$ 之後得到良好的控制，重新回復安定的狀態之下。

4.2 實例分析結論

在解析用管制圖流程中，化學歷史資料屬於安定狀態之假設與殘差多變量管制圖之管制結果是一致的；在管制用管制圖流程中，模擬資料的環境設定與殘差多變量管制圖之判定結果是一致的。由上述之結果可驗證[階段一：SPC 程序]的有效性。

在階段二：EPC 程序中，由於在解析用管制圖流程中判定模擬資料出現失控的情形，故針對造成製程失控的輸出變數，利用倒傳遞網路控制器來進行回饋控制，其結果使多變量製程重新回復安定的狀態之下，亦驗證了本研究在此階段的可行性。