國立交通大學

經營管理研究所

碩 士 論 文

考慮物價膨脹下跨期資產配置的風險分散效果

The Risk Diversification Effect on the

Deflated Intertemporal Asset Allocation Model

研 究 生：劉志良

指導教授：許和鈞　教授

中 華 民 國 九 十 三 年 六 月

考慮物價膨脹下跨期資產配置的風險分散效果

The Risk Diversification Effect on the Deflated Intertemporal Asset Allocation Model

研 究 生：劉 志 良　　Student：Chih-Liang Liu

指導教授：許 和 鈞　　Advisors：Her-Jiun Sheu

國 立 交 通 大 學

經 營 管 理 研 究 所

碩 士 論 文

A Thesis

Submitted to Institute of Business and Management

College of Management

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Business Administration

June　2004

Taipei, Taiwan, Republic of China

中華民國九十三年六月

考慮物價膨脹下跨期資產配置的風險分散效果

研究生：劉志良　　　　　　　　　　　　　指導教授：許和鈞 教授

國立交通大學經營管理研究所碩士班

中 文 摘 要

傳統的 CAPM 以靜態的分析，將市場風險作為資產報酬的評價來源，透過總體面因素的分析，可以將個別資產明確指出其與市場因素的關係。然而欲探究跨期模型的分析時，卻無法適切的表達動態的影響因子。透過跨期資產定價模式可以更清楚的釐清市場風險、風險趨避態度、以及投資人效用極大化的議題。

風險趨避的投資人透過財富極大化的目標函數與考慮物價膨脹因素下的跨期預算限制式，並且以 Epstein-Zin Utility 捕捉投資者在考慮物價膨脹因素下的風險趨避心態，導求出考慮物價膨脹下的跨期資產定價模型。以個別資產與投資組合共變異關係佔投資組合變異數的比例，作為投資組合中個別資產的配置比例，可以進一步導求出考慮物價膨脹下的跨期資產配置比例模型。在考慮物價膨脹下，投資者會進行動態的資產配置，在每個期間重新調整資產的配置比例。在不考慮物價膨脹下，投資者只關心個別資產與市場投資組合的共變異風險；然而考慮物價膨脹下，投資者還會進一步的探討個別資產與物價膨脹因素的共變異關係。

本研究以資產定價模型出發，嵌入跨期因素以及物價膨脹因子，構建考慮物價膨脹下的資產配置模型，並且預測未來一期的資產報酬，作為動態資產配置的工具，以評估考慮物價膨脹下跨期資產配置的投資組合績效。考慮物價膨脹下的跨期資產配置比例作為投資組合的資產分配比例，係透過未來資產價格的預期及其與其他因素之共變異關係，可以達到風險分散的效果，但是在調整資產配置比例時，需要比不考慮物價膨脹因素下要有更高的資產部位作調整，才能達到最適的風險分散配置比例。

關鍵字：Epstein-Zin 效用函數、考慮物價膨脹下跨期資產定價模型、GARCH 模型、資產配置模型、投資組合管理、Sharpe 比率、Treynor 比率、元件(成份)風險值。

The Risk Diversification Effect on the Deflated Intertemporal Asset Allocation Model

Student：Chih-Liang Liu　　　　Advisor：Her-Jiun Sheu

Institute of Business & Management
National Chiao Tung University

ABSTRACT

Traditional Capital Asset Pricing Model (CAPM) focuses on the issue of the static state. The asset return is evaluated by the macroeconomic factor, that is market risk. However, the traditional CAPM is not appropriate to analyze the dynamic factors under the cross section study. The Intertemporal Capital Asset Pricing Model (ICAPM) could be applied to analyze the cross section issues, such as dynamic market risk, investors' risk attitude and the utility maximization problems.

Investors' risk aversion attitude could be described via the Epstein-Zin Utility with the consideration of the inflation factor. The Deflated Intertemporal Capital Asset Pricing Model (DICAPM) with maximizing intertemporal utility objective function and the deflated constraint could be derived. The deflated intertemporal asset allocation is established by the entry proportion, which is the covariance between the single asset return and the portfolio return divided by the variance of the portfolio return. Investors can use the deflated intertemporal asset allocation model to modify the allocated proportion in the asset portfolio dynamically during each period. The model describes two main covariance factors, namely, the covariance between the single asset and the portfolio as well as the covariance between the single asset and the inflation rate.

This study derives the deflated intertemporal asset allocation model by the investors' intertemporal utility function and the deflated pricing model. It contains two main factors, the intertemporal factor and the inflation rate. With the allocation model, we can construct the asset portfolio dynamically. We evaluate the performance of the portfolio with the intertemporal model and the deflated intertemporal model using Sharpe and Treynor Ratios. With the allocation model, investors will have better portfolio performance and need more positions to modify the asset portfolio to the optimal state comparing with the result of non-deflated model.

Key Words：Epstein-Zin Utility, Deflated Intertemporal Capital Asset Pricing Model, GARCH Model, Asset Allocation Model, Portfolio Management, Sharpe Ratio, Treynor Ratio, Component Value at Risk.

誌　謝

首先要感謝我的家人，阿媽的照顧、爸爸的訓勉、媽媽的支持，還有姑姑、阿姨、哥哥，有你們的鼓勵，志良才會有今天的學成。還要疼謝妞妞的陪伴，每當心情低落壓力環肆時，妳總是躺在電腦旁看著我工作。影響志良大學時期最多的是陳慧聰教授、謝登隆教授、與林灼榮教授。謝謝你們。

回首研究所碩士班兩年來的教育訓練，志良在研究與學術上的探究實在微不足道。首先要感謝我的指導教授許和鈞老師，在學業、人格與生活上的教授與指導，並且謝謝論文的書面審查委員林國雄教授與沈華榮教授，口試委員林靖教授、李宗政教授與鍾惠民教授的不吝指正。另外，也感恩丁承所長對交大台北校區經營管理研究所在資源與環境的點滴奉獻，還要特謝胡均立教授在課堂的教導以及朱博湧教授在志良博士班考試中的強力薦舉。謝謝各位教授與師長們的鼓勵與教導，志良在未來交大管理科學系的博士班學程中，會謹記師長們的訓勉，盡心盡力尋求最深的自我突破。

學長姐們在研究上的協助，讓志良獲益良多，包括時芳學姐、天德學長、雅森學長、煒朋學長、欽記學長、小 P 學姐、斯美學姐、孟芝學姐。當然還有計劃室的你們，才會讓志良有機會學習到更多，包括體貼的依純、心思細膩的光田、帥氣的哲緯以及可愛的珮君，特別感謝飽妹的支持與照顧！還有學弟妹們，包括可愛的宥任、用功的麗婷、漂亮的吟綺與少根筋的昭仁。

另外感恩姿蓉、瑞華、又雅、麒文、坉熙與阿駿在成長過程中的互相砥勉，謝謝可愛又體貼的怡美在精神上的支持與相處的體諒、凱音的互相鼓勵與陪伴、螢儒、韻文，還有跳跳虎、Amy、Jim 與 SNOOPY。

其實還有很多默默付出的無名英雄們，間接或是無求地為大家服務與照顧，包括所辦的廖姐、蕭姐、謝姐、圖書室的陳姐、收發室的邵先生、李媽媽、以及曾經扶持過志良的你們！

民國九十三年七月五日　志良
于台北經管計劃室

目　錄

表 目 錄

圖 目 錄

符　號　說　明

本研究在第二章文獻探討部分，為追求原著作詳實之介紹，係以各文獻不同之數學符號予以定義。自第三章研究方法起，為本研究模型之推導與實證分析，茲將本研究中除第二章文獻探討以外之數學符號予以定義，並整理如下。

1. 考慮物價膨脹下跨期資產配置模型之數學符號定義：

C_t　投資人在 t 期之消費 (Consumption)

E_t　第 t 期時間之期望值

I_t　第 t 期之資訊集合 (Information Set)

R_t　第 t 期之資產報酬率 (Asset Return)

$R_{m,t}$　第 t 期場投資組合之報酬率 (Market Portfolio Return)

$R_{j,t}$　第 t 期第 j 項資產之報酬率 (Asset Return)

$R_{1,t}$　第 t 期第 1 資產之報酬率，本研究設定為無風險報酬率 (Risk Free Rate)

t　第 t 期時間

U_t　投資人在 t 期之效用函數 (Utility Function)

V_t　第 t 期之間接效用函數 (Indirect Utility Function)

W_t　投資人在 t 期之財富 (Wealth)

w_j　第 j 項資產之投資權重比例 (Weight)

γ　相對風險趨避係數 (Coefficient of Relative Risk Aversion)

δ　時間偏好率 (Time Preference Rate)

λ　絕對風險趨避係數 (Coefficient of Absolute Risk Aversion)

ξ　跨期替代彈性 (Intertemporal Elasticity of Substitution)

Π_t　第 t 期之消費者物價指數 (Consumption Pricing Index, CPI)

π_t　第 t 期之物價膨脹率 (Inflation Rate)

$\phi(\cdot)$　函數模式

2. 時間序列分析之數學符號定義：

a_t　時間序列資料之誤差項 (Error Term)

B　遞延運算元 (Lag Operator)

r_t　具有時間序列性質之資料 (eg：資產報酬) (Time Series Data)

α_i　ARCH 模型之估計參數

β_j　GARCH 模型之估計參數

ε_t　時間序列資料之隨機誤差項 (Stochastic Error Term)

η_t　為一隨機變數

μ　時間序列資料件平均數 (Conditional Mean)

ι_i　自我迴歸(AR)模型之估計參數

κ_j　移動平均(MA)模型之估計參數

σ_t^2　時間序列資料之條件變異數 (Conditional Variance)

Ω_t　第 t 期之資訊集合 (Information Set)

註：本符號表區分為 3.2 跨期資產配置模型與 3.3 時間序列分析兩部分之數學符號，並且依照英文字母與希臘字母之順序排列。

一、緒　論

1.1 研究背景

財務理論的發展自 Markowitz 於 1952 提出平均數－變異數投資組合模型(Mean－Variance Portfolio Model, MVP)，以變異數衡量報酬波動性的方式，將風險予以量化，並且提出投資風險分散的概念，財務學門對於報酬與風險之間的探討，便開始大放異彩。繼之而起，Sharpe (1964) 及 Lintner (1965) 以投資組合為基礎，提出資本資產定價模型 (Capital Asset Pricing Model, CAPM)，明確的指出，經由個別資產報酬和市場投資組合報酬的共變異數來決定資產的超額報酬，而此共變異關係即為市場風險。Grubel (1968) 將投資組合理論延伸至國際投資組合的範疇，指出國際資產間具有低度的相關性，透過跨國的資產配置，可以有效的分散投資組合的風險。Solink (1974) 亦將資本資產定價模型運用在國際投資組合的實證，將通貨風險(匯率變動風險)之考量納入國際資產定價模型。然而，運用 CAPM 此一報酬與風險的線性關係來解釋風險性資產，無法詮釋其它影響報酬變化的因素。

只考慮市場風險且以靜態分析的 CAPM 備受質疑，投資者關切的不但是過去的報酬表現，對於未來的投資機會與風險變動，是資產定價需額外考慮的因素。Merton (1973) 觀察在考慮未來投資機會的過程中，投資者係以未來的跨期效用極大化為基礎，當未來投資預期報酬增加時，投資者會犧牲當期的消費，增加投資比率，以獲取未來更大的消費機會，提昇終身的整體效用。Merton 將連續時間下的投資組合，予以切割成極小的單位時間，成為線性的目標效用函數，超額報酬是來自於承擔市場風險和投資機會變動的貼水，爾後的研究，便以單期延伸的跨期模型為主。Sulz (1981) 將考慮貨幣因素的跨期資產定價模型運用在國際資產定價的實證中。

未來投資機會的決策，係包括投資者的消費與未來投資報酬的考量，也就是投資者對風險趨避避程度的考量。Lucas (1978)、Breeden (1979)、Hansen 與 Singleton (1982) 發展以消費為基礎的資產定價模型，指出資產的超額報酬來自於資產報酬和消費的共變異關係，而 Mankiv and Shapiro (1986) 以證券報酬對市場與消費之 β 值進行迴歸分析，皆發現消費無法確切描述其資產報酬之關係。

為解決連續時間資產定價模型的複雜，以及投資者與非投資者之消費型態不同的問題，Campbell (1993) 提出以間斷時間分析的跨期資產定價模型，將消費因素透過轉換的方式予以替代。Campbell and Viceira 假設消費財富比為固定，以 Markowitz 的 Mean－Variance Portfolio Model 出發，結合 Power Utility 和 Epstein－Zin Utility，以間斷時間的方式將靜態資產定價模型一般化為多期形式，發展出跨期最適消費與投資組合配置模型。在此模型的考量下，投資者不需要考慮消費變數，便能對資產報酬作評價，而資產報酬率與消費成長率之關係，可以轉換

為資產報酬率與市場組合報酬率與未來跨期市場組合報酬率之關係，進而找出投資組合中各資產的最適配置比例。

1.2 研究目的

資產配置模型的分析可以透過 Markowitz 報酬極大化或是變異風險極小化之線性規劃、VaR Sharpe Ratio 最適分配比例、以及跨期效用極大化配置比例來完成。本研究係以跨期效用極大化出發，在效用函數設定為跨期一般化的 Epstein-Zin Utility 下，可以推導出跨期資產定價模型，進而延伸為跨期資產配置比例模型。為了考慮物價膨脹因素，將此一設定嵌入極大化效用問題的限制式中，形成考慮物價膨脹下的跨期資產配置模型。本研究將透過考慮物價膨脹率下的跨期資產配置作分析，探討個別資產在納入投資組合中，考慮物價膨脹因素與否，是否會造成不同的投資組合績效，包括投資組合的報酬與總風險之變化。本研究目的歸納如下：

1. 考慮物價膨脹下的跨期資產配置模型作為投資組合的資產分配比例，相對於不考慮物價膨脹因素下，是否會有較高的投資組合報酬率。
2. 考慮物價膨脹下的跨期資產配置模型作為投資組合的資產分配比例，是否可以降低投資組合總風險，達到風險分散的效果。
3. 考慮物價膨脹下的跨期資產配置模型作為投資組合的資產分配比例，相較於未考慮物價膨脹因素，是否能提高投資組合績效。
4. 以元件風險值(Component Value at Risk)衡量資產配置比例對投資組合總風險的邊際貢獻度，考慮物價膨脹下之資產配置比例模型與不考慮物價膨脹因素下之資產配置比例模型，對投資組合總風險的邊際貢獻度孰者較佳。

1.3 研究架構

在文獻探討中，依據過去學者在投資組合以及資產配置模型的建立予以探討，並且介紹近來的國際投資組合相關文獻。在研究方法中，首先介紹效用模型、跨期效用模型，推導並建立跨期資產配置模型。在跨期資產配置模型的建立過程中，本研究亦將探討模型的假設，以便接續的實證研究。在實證分析的部分，透過具有波動性效果可預測的金融性資產進行研究。

透過 Campbell(2002)最適資產配置模型的計算，可以得到不同個別資產的投資組合報酬率與投資組合變異數。在風險分散的資產配置下，可以降低投資組合的風險，亦即群組內個別資產的變異風險，值得注意的是在不同的群組分析下，會有不同的共變異風險分散效果。最後本研究再以 Sharpe Measure、Treynor Measure 與 Component Value at Risk 等方法來判定考慮物價膨脹因素與否，對投資組合的風險分散效果。本研究之分析架構如下。

第一章 緒論

說明本研究之背景與目的，並且建立研究架構。

第二章 文獻探討

分成三個部分說明，第一是針對投資組合理論的模式發展與投資組合理論中的資產配置比例，包括投資組合理論、資產配置模型、效用函數理論、跨期效用函數、與跨期最適投資組合資產配置模型。第二是資產報酬時間序列的分析工具介紹，包括 ARCH 模型與 GARCH 模型。第三是風險分散效果的衡量指標，包括 Sharpe Measure、Treynor Measure 與 Component Value at Risk 等方法等。

第三章 研究方法與計量模型

在 Campbell and Veceira (2002) 跨期最適資產配置模型中，以效用函數的探討出發，延伸為跨期效用函數，在報酬極大化及波動風險極小化的最適模型下，導求出隱含投資者對於風險性資產與無風險資產的組合資產配置。

第四章 資料設定與實證分析

1. 投資組合最適配置比例；
2. 探討考慮物價膨脹因素與否對投資組合中資產配置的影響；
3. 比較考慮物價膨脹因素下的風險分散效果。

第五章 結論

以研究流程圖介紹考慮物價膨脹下資產配置模型之建構與實證。

文獻探討	投資組合配置比例與跨期資產定價模型之文獻探討
研究方法	考慮物價膨脹下之跨期效用函數以及跨期限制式 考慮物價膨脹下之跨期資產定價模型 考慮物價膨脹下之跨期資產配置模型
計量模型	以 GARCH(1,1)模型估計未來資產報酬
實證分析	配置比例模型計算下之投資組合報酬率與變異數 以 Sharpe Measure、Treynor Measure 與 CVaR 來比較考慮物價膨脹下風險分散效果
結論	結論與建議

圖 1 研究流程圖

二、文獻回顧

2.1 以傳統靜態資產定價理論為基礎之相關文獻

張慈惠(1993) 以國際投資組合來分析三種資產定價模型何者對報酬率的解釋能力較佳。作者分別以單一世界指數模型、多國指數模型與多指標迴歸模式分析，判斷三個模式孰者之判定係數[1]、調整後判定係數[2]與Mallows[3]具有較高的解釋能力。因各國股價報酬為低度相關，作者假設其彼此之間為獨立，作為線性投資組合的可加性基礎。

在單一世界指數模型方面，Solnik 於 1973 根據資本資產定價模式(Capital Asset Pricing Model, CAPM)推導出國際資產定價模式(International Capital Asset Pricing Model, IAPM)，以估計國際單一指數投資組合報酬率的解釋能力。其理論模式為：

$$E(R_i) - R_{i,f} = \beta_i (R_w - R_f)$$

其中，$R_{i,f}$ 為證券或投資組合 i 所屬國家的無風險利率，R_w 為世界指數報酬率，以各國股價指數的市場價值比重加權而得，R_f 為國際無風險利率，即各國加權平均無風險利率。

在多國指數模型方面，Jensen 是以超額報酬作為績效的衡量。其理論模式為

$$d_{ij} = R_{ij} - E(R_{ij}) = R_{ij} - \left[R_f + \beta_{ij}(R_{mj} - R_f)\right]$$

而 McDonald 延伸此一概念，將多國投資組合的績效模式設定為：

$$\begin{aligned} & R_i - R_f \\ &= X_1\left(d_{i1} + \beta_{i1}(R_{m1} - R_f)\right) + X_2\left(d_{i2} + \beta_{i2}(R_{m2} - R_f)\right) + \Lambda + X_n\left(d_{in} + \beta_{in}(R_{mn} - R_f)\right) \\ &= \phi_i + \left[\beta_{i1}^*(R_{m1} - R_f) + \beta_{i2}^*(R_{m2} - R_f) + \Lambda + \beta_{in}^*(R_{mn} - R_f)\right] \end{aligned}$$

其中，$\phi_i = X_1 d_1 + X_2 d_2 + \Lambda + X_n d_n$，$\beta_{ij}^* = X_j \beta_{ij}$。

多國指數模型是以各國 j 的股價指數線性加總為基礎，包括八家投資於美國與法國的國際基金資料為實證樣本。

在多指標迴歸模式方面，Lessard 在 1974 提出多指標的國際迴歸模式，其理論模式為：

$$R_i = \alpha_i + \beta_i \times F_m + \sum_{j=1}^{k} \gamma_{ij} F_j + \varepsilon_i$$

其中，F_m 為世界指數報酬率，F_j 為殘餘國家因素，即為各國市場的股價指數報酬率對世界指數報酬率迴歸的殘差。

---

[1] $R^2 = SSR/SSTO = \sum_{i=1}^{n} (\hat{R}_i - \bar{R})^2 \Big/ \sum_{i=1}^{n} (R_i - \bar{R})^2$

[2] Adjusted $R^2 = 1 - (MSE/MSTO) = 1 - \left(\dfrac{SSE/k-1}{SSTO/n-1}\right) = 1 - \sum_{i}^{n} \dfrac{(R_i - \hat{R})^2}{k-1} \Big/ \sum_{i=1}^{n} \dfrac{(R_i - \bar{R})^2}{n-1}$

[3] $C = (SSE/MSE) - (n - 2k)$

張慈惠(1993) 實證結果顯示，以世界主要 23 個國家在 1987 年 1 月至 1998 年 6 月的證券市場股價指數月資料為樣本，發現各個國家的系統風險有很大的部分在世界市場來看並非是系統風險，而且是可以透過國際投資的方式分散掉。分析中考慮了國際投資組合，然而未考慮匯率因素與投資組合之配置比例，另外，以上三種投資組合模型皆是以資本資產定價模型為基礎，為靜態的事後分析。

沈新裕(1993)探討新興股市與成熟股市報酬風險之特性，以瞭解台灣股市國際投資人的貢獻效果，另外再加入外幣期貨契約來管理匯率風險。亞洲新興股市具有高報酬高風險之特性，與成熟股市之相關性甚低，故投資於新興股市具有投資組合風險分散的效果。然而，納入台灣股市並且使用外幣期貨契約於國際投資組合中，一般而言可使效率前緣向外移動，但是效果並不明顯。

在國際投資組合模型方面，以 Markowitz 平均數變異數 (Mean－Variance Portfolio Model) 考慮股市報酬率以及匯率變動下的投資組合理論模式為：

$$R_i = (1+r_i)(1+e_i) - 1 \approx r_i + e_i$$

透過加權可以求取投資組合報酬率

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} w_i R_i$$

其期望值與變異數分別為：

$$E(R_i) = E(r_i)E(e_i)$$

$$\sigma_{i,j} = E\left[\left(R_i - E(R_i)\right)\right]\left[\left(R_j - E(R_j)\right)\right] = \sigma_{r_i,r_j} + \sigma_{r_i,e_j} + \sigma_{e_i,r_j} + \sigma_{e_i,e_j}$$

在極大化投資組合報酬率或是在極小化報酬率變異數下，

$$\max \quad E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i) = \sum_{i+1}^{n} w_i E(r_i) + \sum_{i=1}^{n} w_i E(e_i)$$

$$\text{s.t.} \quad Var(R_p) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j (\sigma^2_{r_i,r_j} + \sigma^2_{r_i,e_j} + \sigma^2_{e_i,r_j} + \sigma^2_{e_i,e_j})\text{；}\sum_{i=1}^{n} w_i = 1\text{；}\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$$

$$\min Var(R_p) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j (\sigma_{r_i,r_j} + \sigma_{r_i,e_j} + \sigma_{e_i,r_j} + \sigma_{e_i,e_j})$$

$$\text{s.t.} \quad E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i) = \sum_{i+1}^{n} w_i E(r_i) + \sum_{i=1}^{n} w_i E(e_i)\text{；}\sum_{i=1}^{n} w_i = 1\text{；}\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$$

其中，r_i 為國際資產報酬率，e_i 為匯率資產報酬率。

在投資組合避險理論模式方面，John (1960) and Stein (1961)將 Markowitz 投資組合理論應用於現貨部位的避險，而導求出最適險比率(Hedge Ratio)，模式為：

$$E(R) = w_S E(S_1 - S_0) + w_F E(F_1 - F_0)$$

爲導求避險比率，可以透過完全避險的觀念來分析，極小化變異風險條件

$$\min \quad Var(H) = w_S^2 \sigma_S^2 + w_F^2 \sigma_F^2 + 2 w_S w_F \sigma_{SF}$$

以 w_S 一階微分等於零，可以求得最適避險比率

$$b^* = \frac{w_F}{w_S} = \frac{\sigma_{SF}}{\sigma_F^2}$$

而避險效率的衡量為

$$HR = 1 - \frac{Var(H)}{Var(U)} = \frac{\sigma_{SF}^2}{\sigma_S^2 \sigma_F^2}$$

其中，w_S 為現貨部位比率，S_i 為第 i 期現貨價格，w_F 為期貨部位比率，F_i 為第 i 期期貨價格，σ_S^2 為現貨價格變異數，σ_F^2 為期貨價格報酬率，σ_{SF} 為現貨價格。與期貨價格關係數，$Var(H)$ 為避險後投資組合變異數，$Var(R)$ 為避險前投資組合變異數。

實證分析中考慮了匯率因素，並且以二次規劃法求取投資組合資產比率，然而分析模型為事後的靜態分析，投資組合配置比率以事後觀點出發，採取固定的配置比率方式

齊仁勇(1996) 以資產配置觀點，探討加入海外資產之配置組合是否能比僅有由國內資產所建構之配置組合有更佳的效率前緣表現。樣本選取為台灣股價指數、台灣債券指數、台灣票券市場利率、道瓊世界股價指數、摩根史坦利全球債券指數等。實證結果顯示，國內資產與國際資產之間呈現低度負相關，所以透過資產配置組合，可以降低投資單一資產風險，使資產配置組合效率前緣向外移。

關於資產最適配置權數求解的部分，係以 Lagrange 目標數值極小化之方式，求解變異數最小之投資組合資產配置權數，在滿足一階微分為零的條件下，可以對所每個資產的權數 w_i 與 λ 值偏微並令其為零。另外，作者將權重向量之負值予以刪除，以確保資產的權數為正值。

$$\min_{\sigma} Var(R_p) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij}$$

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i)$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

在探討匯率變動對國際資產配置組合績效的影響，以及匯率避險策略的運用的部分，最適避險資產配置比率與完全避險資產配置比率不同的是資產配置決策與貨幣配置決策分離，所以資產配置權數與貨幣配置權數不一定相同。考慮最適匯率避險下的資產配置報酬率可以區分為投資資產部位與貨幣避險部位，其理論模式為：

$$R_p = \sum_i \left[(w_i - h_i)\left((1+R_i)(1+e_i)-1\right)\right] + \left[h_i(R_i - FP_i)\right]$$

$$\max \sum_i E(R_p) = \left[w_i(R_i + FP_i)\right] + \left[(w_i - h_i)(e_i - FP_i)\right]$$

$$\min \sum_i w_i^2 Var(R_i) + \sum_i h_i^2 Var(e_i) + \sum_i \sum_j w_i w_j Cov(R_i, R_j) \sum_i \sum_j h_i h_j Cov(e_i, e_j) + + \sum_i \sum_i w_i h_i Cov(R_i, e_i)$$

$$\sum_i w_i = 1 \text{；} \sum_i h_i = 1$$

實證結果顯示，匯率變動風險對於國際資產配置風險沒有明確的影響效果，而最適避險策略可以涵蓋完全避險策略的效率前緣組合。

此研究中加入國際資產進入投資組合的探討，並且考慮了匯率避險與資產配置比例，然而配置比率係以過去資產價格資料作為計算之基礎，為事後之分析，且配置比例維持固定，為靜態之資產配置模型分析。

李瑞琳(1997)指出，亞洲新興證券市場主要特色之一是投資者可獲取較高的證券投資報酬率，探討以 PPP 購買力平價成立簡化模型、名目條件簡化模型、與無二階條件之簡化模型三種不同實證模型是否造成當地資產偏差現象。

Frankel and Engel (1984) 之國際平均數變異數理論模型假說，假設風險趨避投資者追求效用極大化財富、報酬率為常態分配、變異數共變數矩陣為固定、相對風險趨避係數為固定、投資者均質性並為理性預期者。其對國際證券投資所定義的標準理論模型為：

$$\max_{w_N} E(U) = w_N' \times E(R_N) - 0.5 \times \delta \times (w_N' \times \Omega \times w_N)$$

s.t. $w_N' \times 1_N = 1$

其中，w_N 為(N×1)向量的投資組合權數，$E(R_N)$ 為(N×1)向量的預期實質資產報酬，δ 為相對風險趨避係數(Relative Risk Aversion)，為一純量，Ω 為(N×N)實質資產報酬共變異矩陣，1_N 為(N×1)項的 1 向量。而 Macedo 定義購買力指數符合 Cobb-Douglas 形式

$$Q = \prod_{i=1}^{N-1} (P_i \times E_i)^{-\alpha(i)}$$

其中，P_i 為該國當地財貨物價指數，E_i 為該國當地匯率(美元/當地通貨)，$\alpha(i)$ 為投資者消費支出比例。Glassman and Riddick (1996) 將布朗運動實質資產價格 (Brownian motion Real Prices)、匯率價格與購買力物價指數，透過 Taylor’s Series 與 Ito’s Lemma 分別求得實質貨幣資產價格之期望值與變異數：

$$E(R_i) = s_i + e_i + q + \sigma(s_i, q) + \sigma(e_i, q)$$

$$\Omega_{ij} = \sigma(s_i, s_j) + \sigma(e_i, e_j) + \sigma(s_i, e_j) + \sigma(e_i, s_j) + \sigma(s_i, q) + \sigma(q, s_j) + \sigma(e_i, q) + \sigma(q, e_j) + \sigma^2(q)$$

其中，s_i 為資產 i 的當地名目預期報酬，e_i 為通貨 i 對美元的預期升值率，q 為購買力的變化率預期期望值，$\sigma^2(q)$ 為購買力的變化率變異數值，最後可以整理成：$E(R_N) = E(r_N) + 1_N E(q) + \Phi_N \alpha$；$\Omega_N = \sum_N + \Phi_N \alpha 1_N' + 1_N \alpha' \Phi_N + 1_N \sigma^2(q) 1_N'$。其中，$E(r_N)$ 為以某一通貨計價之預期名目資產報酬率向量，$\sum_N$ 為名目報酬率的變異數與共變異數矩陣，Φ_N 為名目資產報酬率與物價膨脹率間的共變異數矩陣，α 為每一國家投資者在財貨上支出比例向量。

若允許賣空而且假設有 N-1 個風險性資產，則其 N-1 個風險性資產之最適權數解為：

$$w = (\frac{1}{\delta}) \Omega^{-1} [E(R) - 1 \times R_N]$$

加入共變異矩陣後的一般化模型之表現方式為

$$w = (\frac{1}{\delta}) \sum_N^{-1} [E(R) - 1 \times R_N] + (1 - \frac{1}{\delta}) \sum_N^{-1} (\Phi \times \alpha)$$

最後考量不同的跨國投資購買力因素，可以得到

$$w = (\frac{1}{\delta_k}) \sum_N^{-1} [E(r) - 1 \times r_N] + (1 - \frac{1}{\delta_k}) \sum_N^{-1} (\Phi \times \alpha_k)$$

一般模型為

$$E(R_i) = s_i + e_i + q + \sigma(s_i, e_i) + \sigma(s_i, q) + \sigma(e_i, q)\text{；}$$

$$\Omega_{ij} == \sigma(s_i, s_j) + \sigma(e_i, e_j) + \sigma(s_i, e_j) + \sigma(e_i, s_j) + \sigma(s_i, q) + \sigma(q, s_j) + \sigma(e_i, q) + \sigma(q, e_j) + \sigma^2(q)$$

$$w_k = (\frac{1}{\delta_k}) \sum^{-1} [E(r) - 1 \times r_N] + (1 - \frac{1}{\delta_k}) \sum^{-1} (\Phi \times \alpha_k)$$

1. PPP 成立簡化模型為：

$$E(R_i) = s_i + e_i + q^* + \sigma(s_i, e_i) + \sigma(s_i, q^*) + \sigma(e_i, q^*)$$

$$\Omega_{ij} == \sigma(s_i,s_j)+\sigma(e_i,e_j)+\sigma(s_i,e_j)+\sigma(e_i,s_j)+\sigma(s_i,q^*)+\sigma(q^*,s_j)+\sigma(e_i,q^*)+\sigma(q^*,e_j)+\sigma^2(q^*)$$

$$w=(\frac{1}{\delta_k})\sum^{-1}[E(r)-1\times r_N]+(1-\frac{1}{\delta_k})\sum^{-1}(\Phi\times\alpha^*)$$

2. 名目條件簡化模型為：

$$E(R_i)=s_i+e_i+\sigma(s_i,e_i)$$

$$\Omega_{ij}=\sigma(s_i,s_j)+\sigma(e_i,e_j)+\sigma(s_i,e_j)+\sigma(e_i,s_j)$$

$$w=(\frac{1}{\delta_k})\sum^{-1}[E(r)-1\times r_N]$$

3. 無二階條件之簡化模型為：

$$E(R_i)=s_i+e_i+q$$

$$\Omega_{ij}=\sigma(s_i,s_j)+\sigma(e_i,e_j)+\sigma(s_i,e_j)+\sigma(e_i,s_j)+\sigma(s_i,q)+\sigma(q,s_j)+\sigma(e_i,q)+\sigma(q,e_j)+\sigma^2(q)$$

$$w_k=(\frac{1}{\delta_k})\sum^{-1}[E(r)-1\times r_N]-\sum^{-1}(\Phi\times\alpha_k)$$

國際投資組合理論模型中，各國有不同的證券報酬率、匯率變動與物價變動。在證券價格之殘差未符合常態分配下，求取採取最適權數解時，以似無相關迴歸 (Seemly Unrelated Regression, SUR)作為聯立方程式的求解過程，最後再以 Durbin-Watson Test 來檢定殘差之獨立性。若殘差具有自我相關性，則可以 Cochrane-Orcutt 法來修正迴歸模式，以利作進一步的統計分析。

研究中，探討風險趨避態度高低是否對國際證券投資具有影響性效果。若投資者採取不同的風險態度，則會造成國際投資組合內，投資比率變動的資金移轉效果。探討配置比例的部分參酌證券報酬率、物價膨脹率與匯率之變動，然而，對於風險態度沒有較深入的建議。

曾廣治 (1997) 以遠期匯率契約作為避險工具，採取樣本：台灣、日本、美國、香港、新加坡與澳洲來探討不同避險比率下，各投資策略的匯率風險規避效果。考慮匯率影響因素下的國際投資組合報酬率為 $\tilde{R}_i=(1+\tilde{R})(1+\tilde{e})-1$，其中，$\tilde{R}_i$ 為本國貨幣計價之報酬率，$\tilde{e}$ 為本國貨幣兌換 i 國貨幣的匯率報酬率，$\tilde{e}=(\tilde{S}_t-\tilde{S}_{t-1})/\tilde{S}_{t-1}$，$\tilde{S}_t$ 為 t 期之即期利率，$\tilde{S}_{t-1}$ 為 t－1 期之即期利率。

若考慮遠期外匯之避險工具，則國際投資組合之報酬率為

$$\tilde{R}_i^H=[(1+E(\tilde{R}_i))(1+f)]+[(\tilde{R}-E(\tilde{R}))(1+\tilde{e})]-1$$

精簡化之後，可得：$\tilde{R}_i^H\approx\tilde{R}+f$，若遠期匯率為未來即期匯率之不偏估計值，則 $f=E(\tilde{e})$ 且 $E(\tilde{R}_i^H)\approx E(\tilde{R})+E(\tilde{e})$，則可知：$E(\tilde{R}_i)=E(\tilde{R}_i^H)$。其中，$\tilde{R}_i^H$ 為避險後以本國貨幣計價之預期報酬率，f 為遠期外匯貼水(Forward Exchange Premium)，$f=(F_t-S_t)/S_t$，F_t 為第 t 期外匯匯率。

以最適避險比例模型探討匯率偏誤性問題，結果發現，匯率偏誤對投資組合績效或是避險比率無顯著影響。普遍避險比率(Universal Hedging Tolerance)為

$$h=1-\lambda=\frac{U_m-\delta_m^2}{U_m-1/2\delta_e^2}$$

其中，h 為最適避險比率，λ 為平均風險容忍程度(Aversion Risk Tolerance)，以匯率風險對市場風險之比值表示，U_m 為加權平均之世界市場組合之預期報酬率，δ_m^2 為加權平均之世界市場組合之報酬變異數，δ_e^2 為加權平均之匯率變異數。

在最適配置比例的部分，各國當地證券風險皆佔經匯率調整後的實質投資風險的 70%以上。其配置策略包括：

1.相同投資權數策略(Equally Weighted Portfolio, EQ)

2.Markowitz 最適投資組合策略(Markowitz Optimal Tangency Portfolio, TG)：

以效率前緣(Efficient Frontier)與資本市場線(Capital Market Line)相切點的資產組合點。

3.最小變異數投資組合策略(Minimum Variance Portfolio, MV)：

在效率前緣上，選取一變異數最小的組合，其中包含各項投資組合內涵資產的配置比例。

4.貝氏史坦投資組合策略(Bayes-Stein Portfolio, BS)：

Jorion 於 1985 提出以最小變異報酬率與平均報酬率來建立未來預期報酬率。其認為最適投資組合應該建立在為未來報酬率向量的可預測機率密度函數(Density Function)上，而此函數為多變量常態分配(Miltivariate Normal)。期望報酬的立論模式為：

$$\bar{R} = (1-\hat{w})\cdot\bar{r} + \hat{w}\cdot\bar{1}\cdot r_0$$

其中，$\bar{R}$ 為未來期望報酬率向量，$\bar{r}$ 為N個資產中N-1 個的報酬率樣本平均數向量，$\bar{1}$ 為單位向量，r_0 為以最小變異投資組合得出的報酬率樣本平均數，$\hat{w}$ 為收縮因素[4](Shrinkage Factor)，T 為樣本觀測值的時間序列長度，$\sum$ 為N×N之樣本變異數共變數矩陣。而Jorion於 1984 年說明收縮估計值可以顯著減少變異數共變數矩陣的估計偏誤，所以顯著確定投資組合減少風險的效果。

投資組合之績效指標透過以下方式比較各投資組合的最適配置比率：

1. Treynor Ratio $= (R_i - R_f)/\beta_i$
2. Sharpe Ratio $= (R_i - R_f)/\sigma_i$
3. Jensen $\alpha_i = R_i - \beta_i(R_m - R_f)$
4. Modified Jensen $= \alpha_i/\beta_i$

較以往不同的是，研究中探討投資組合最適比率問題，但未深入探討投資組合最適資產配置比率的估計方法。

葉宗穎(1999) 對國際資產定價模型(International CAPM)進行修正，將單一因素擴展為雙因素模型。傳統的國際資產定價模型僅考慮市場風險，此研究以固定風險價格與隨時間而變動的風險價格作為資產價格的設定，透過 Fractional Integrated GARCH(多變量 FIGARCH-in-Mean)模型實證。結果發現，美國、英國和全球權益市場波動都有緩長記憶的性質，代表這些國家的指數走勢與全球市場的走勢有強烈的互動關係。

陳榮茂(2000)以事後之有利資訊集合推估事前的觀點，進行國際資產配置，其投資策略包括：均權法(Equally Weighted)、確定等值切點法(Certainty Equivalence Tangency)、最小變異法(Minimum Variance Portfolio)、貝氏史坦法

---

[4] $\hat{w} = \dfrac{(N+2)(T-1)}{(N+2)(T-1) + (\bar{r} - r_0\cdot\bar{1})T\cdot\sum^{-1}(T-N-2)(\bar{r} - r_0\cdot\bar{1})}$

(Bayes Stein)、摩根史坦利模擬法(MSCI Simulation)與多元情境分析法(Multiple Scenario Analysis)。

1. 均權法(Equally Weighted, EW)

以過去資訊無用論的觀點出發，認為過去的歷史資料，無法有效的區別不同資產間報酬表現的差異。其方法為：

$$\overline{w}=\begin{bmatrix}1/N\\1/N\\\vdots\\1/N\end{bmatrix}$$

2. 確定等值切點法(Certainty Equivalence Tangency, CET)

假設過去的資訊沒有任何的估計誤差，也就是以歷史資料作為變異數與共變異數下，以歷史平均報酬作為未來即期報酬率的預測。其理論模式為：

$$\overline{R}=\begin{bmatrix}E(R_1)\\E(R_1)\\\vdots\\E(R_1)\end{bmatrix}$$

3. 最小變異數法(Minimum Variance Portfolio, MVP)
4. 貝氏史坦法投資組合策略(Bayes Stein, Portfolio, BS)
5. 摩根史坦利模擬法(MSCI Simulation)

假設全球證券市場為一效率市場且處於均衡狀態，以 International Capital Asset Pricing Model(ICAPM)為基礎，估計出各國證券指標的系統風險值，以估算國際投資組合之風險溢酬。其理論模式為：$E(R_i)-R_f=\beta_i\left(E(R_m)-R_f\right)$

6. 多元情境分析法(Multiple Scenario Analysis, MS)

盡可能地蒐集所有相關資訊，透過事後的歷史資料，計算各情境下的機率，進而推估各類資產的報酬表現，例如 GDP 成長率、通貨膨脹率、長短期利率等。當所考慮的因素越多，資訊越完整，情境便可估計的越精確，預期報酬率也能越接近實際報酬率。

另外，研究中亦探討匯率風險對不同資產之影響以及各投資組合策略間績效之優劣，最後搭配不同的投資期間，藉由敏感度分析，觀察投資組合績效與避險效果是否隨著投資期間的長短而有所變化。結果發現，各國債券市場間的相關係數，明顯低於各國股票市場，表示債券市場的風險分散能力優於股票市場。在投資組合策略中，以貝氏史坦策略表現最佳。文中透過事後的歷史資料，推估未來的事前資訊，部分的模型已經開始探討投資組合配置比率的問題。

投資組合的績效衡量指標中，大多以報酬率與變異數作為分析的基礎，然而衡量標準的不同會影響到實證研究的結果，除了常見的衡量指標外，張志成(2002)另外以不同形式的 Sharpe Ratio 來衡量資產配置的效果。投資組合的選取準則除了 Markowitz 的平均數-變異數法之外，還包括：

1. 風險安全優先考量準則 Safety First (SF)

Roy(1952)提出投資者關心的是能否在投資過程中有所保障，所以投資者皆存在一個最低報酬水準，投資人為了避免實際報酬會低於最低報酬水準，將盡可能地壓低實際報酬低於要求水準的機率。其理論模式為：

$$P\left(\left|\xi - m\right| \ge m - d\right) \le \frac{\sigma^2}{(m-d)^2}$$

然而當投資者所考慮的是報酬低於 d 的部分時，模式可簡化為

$$P(\xi \le d) = P\left(m - \xi \ge m - d\right) \le \frac{\sigma^2}{(m-d)^2}$$

其中，ξ 為最後的實際報酬水準，m 為預期報酬水準，d 為投資人的最地要求報酬水準，σ^2 為報酬的標準差。由上式可知，投資者追求的是機率的極小化，也就是欲使 $\sigma^2/(m-d)^2$ 極小化，或是追求極大化 $(m-d)^2/\sigma^2$ ，仍為追求報酬波動比之極大化的概念。

2. 平均數-半變異數準則(Mean Semi-variance, MS)

Markowitz(1959)提出對於風險衡量的修正，一般變異數是衡量報酬率波動風險的代理變數，包括高於平均值與低於平均值的風險，然而平均數半變異數衡量的只有低於預期報酬的下界風險，亦即半變異數只關心低於預期報酬的部分。其理論模式為：

$$SV = \sum_{i=1}^{n}\left[(r_t - b)^-\right]^2 \Big/ (n-1)$$

其中，r_t 為實際報酬率，b 為報酬率下限，$(r_t - b)^- = \min\left[(r-b),0\right]$，$n$ 為樣本數，而共變異數為 $SV_{ij} = \sum_{k=1}^{K}\left[(r_{ik}-b)(r_{jk}-b)\right]\Big/ n$ 表示有 n 期中有 K 個期間的實際報酬率是低於預期報酬率 b 的。

3. 對角線模型(Diagnal Model)

為了減少參數的估計，Sharpe(1963)提出較為簡化的單一指數模型，也就是將所有的股票報酬皆以一個共同因素來決定，包括：GNP、物價指數、市場投資組合等。其理論模式為：$R_i = \alpha_i + \beta_i I + \gamma_i$，其中，$R_i$ 為股票 i 之報酬，α_i 與 β_i 為參數，γ_i 為一隨機變數，其期望值為 0，變異數為 Q_i，I 為共同因素，$I = \alpha_{t+1} + \gamma_{t+1}$，$\alpha_{t+1}$ 為係數，γ_{t+1} 為隨機變數，其期望值為 0，變異數為 Q_{t+1}，$Var(R_i) = (\beta_i)^2 \cdot (Q_{t+1}) + Q_i$。而投資組合的報酬率與變異數分別為 $E(R_p) = \sum_{i=1}^{n+1} w_i \alpha_i$；

$$Var(R_p) = \sum_{i=1}^{n+1} w_i^2 Q_i = \sum_{i=1}^{n} w_i^2 Q_i + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \beta_i \beta_j Q_{t+1}$$

由上述可知，個別股票的變異數包括系統風險 Q_{t+1} 與非系統風險 Q_i，而非系統風險在投資組合中是可以被分散掉的。

4. Mean Lower Partial Moment (MLPM)

當報酬率之分配為偏態，而且股票的平均報酬與變異數相同時，以最小變異法無法對投資組合提供恰當的選取準則。Bawa(1975)提出 Lower Partial Variance 作為風險衡量的標準：$LPV_F(d) \equiv \int (R-d)^2 dF(R)$，其中，$R$ 為股票酬率率，d 為股票報酬之下界，當股票報酬低於下界，實為風險的來源。Bawa(1977)將 LPV

一般化，定義 F 分配的 n 階 Lower Partial Moment 為：

$$LPM_n(\hat{R},F) \equiv \int (\hat{R}-R)^n dF(R)$$

其中，$\hat{R}$ 為目標報酬率，R 為股票報酬率，n 為階數，當 $n<1$ 時為風險愛好者，當 $n>1$ 時為風險趨避者，當 $n=2$ 時，LPM 為半變異數，當 $n=0$ 時 LPM 會等於 SF 準則。

5. 平均數變異係數準則(Mean Coefficient of Variance, MCV)

Osteryoung et al.(1977)提出以修正後的變異數作為投資組合的選取準則，其理論模式為：

$$E(R_i)=R_f+\left(E(R_m)-R_f\right)\beta_i=R_f+\left(E(R_m)-R_f\right)\frac{Cov(R_i,R_m)}{\sigma_m^2}$$

再令 $\lambda=E(R_m-R_f)/\sigma_m$，可以推導出修正變異係數(Modified Coefficient of Variation, MCVAR)：

$$\frac{\sigma_i}{E(R_i)-R_f}=\frac{1}{\lambda}\rho_{i,m}$$

此極小化修正變異係數的選取方法與與一般的 Sharpe Ratio 和 Safety First 的結果相一致。

6. 平均數-絕對差準則(Mean-Absolute Deviation, MAD)

Konno(1988)提出風險係數(Absolute Deviation)，作為風險衡量的標準，其理論模式為：

$$w(x)=\left(\left|\sum_{j=1}^{n}R_jx_j-E\left(\sum_{j=1}^{n}R_jx_j\right)\right|\right)$$

其中，$w(x)$ 為風險係數 (絕對差)，x_j 為投資於證券 j 的金額，R_j 為證券 j 的報酬率。在股票為多變量常態分配的假設下，$w(x)=\sqrt{2/\pi}\sum_x$，其中，$\sum_x$ 為 (R_1,R_2,Λ,R_n) 之共變異矩陣。

Konno and Yamazaki(1991)提出最小化風險係數的模式：

$$\min_x w(x)=\left(\left|\sum_{j=1}^{n}R_jx_j-E\left(\sum_{j=1}^{n}R_jx_j\right)\right|\right)$$

s.t. $\sum_{j=1}^{n}E(R_j)x_j \ge \rho\cdot M_0$；$\sum_{j=1}^{n}x_j=M_0$；$0\le x_j\le u_j$

其中，ρ 為投資人要求的最低報酬水準，M_0 為總投資金額，u_j 為投資於股票 j 的最低金額。

7. 小中取大(Mini Max)投資組合模式

Young(1998)提出以最低報酬極大化之準則，作投資組合選取之依據，其理論模式為：

$$\max_{R_p,w} R_p$$

s.t. $\sum_{j=1}^{N}w_jr_{jt}-R_p\ge 0$；$\sum_{j=1}^{N}w_j\overline{r}_j\ge \hat{R}$；$\sum_{j=1}^{N}x_j\le X$；$x_j\ge 0$；$j=1,2,\Lambda,N$

其中，r_{jt} 為在期間 t 投資於股票 j 所獲得的報酬率，$\overline{r}_j$ 為股票 j 的平均報酬率

$\overline{r_j} = \sum_{t=1}^{T} r_{jt} \Big/ T$

其中，w_j 為投資於股票 j 的組合比率，r_{pt} 為投資於期間 t 的報酬率

$r_{pt} = \sum_{j=1}^{N} w_j r_{jt}$

E_{pt} 為投資組合的平均報酬 $E_{pt} = \sum_{j=1}^{N} w_j \overline{r_j}$

其中，R_p 為投資組合的最低要求報酬，$\acute{R}$ 為預期投資組合的最低要求報酬，x_j 為投資於股票 j 的金額，X 為投資總金額。

此模式所代表的涵義為：在投資組合平均報酬 E_{pt} 大於最低要求報酬 $\acute{R}$ 下且投資總金額不超過 X 下，以極大化 R_p 值的組合為最適投資組合。換句話說，由每一期最小獲利組合中找出獲利最大的那一期，或是由每一期最大損失組合中找出損失最小的那一期，就是最適投資組合。另外，Young 亦指出，當報酬為常態分配下，Mini max 準則會近似於變異數極小化準則。

8. Sharpe Ratio

Sharpe(1966)提出衡量共同基金的指標：

$$\text{Sharpe Ratio} = \frac{r_p - r_f}{\sigma_p}$$

其中，r_p 為基金報酬水準，r_f 為無風險利率，σ_p 為基金報酬標準差。

然而投資者關切的是投資事前的預測標準，所以 Sharpe(1994)提出分別以事後與事前的觀點衡量指標，分別為：

事前：$S \equiv \dfrac{\overline{d}}{\sigma_d}$；

事後：$S_h \equiv \sqrt{\dfrac{\overline{D}}{\sigma_D}}$

其中，$\overline{d}$ 為事前的平均差額報酬，$\overline{D}$ 為事後的平均差額報酬，而差額報酬(Differential Return)為投資組合的報酬與基準投資組合報酬之間差額的平均，σ_d 為事前差額報酬的標準差，σ_D 為事後差額報酬的標準差。以事前來看，在差額報酬每單位風險下，獲得報酬最高的投資組合即為最適投資組合。

9. LPM 形式的 Sharpe Ratio

Elton et al.以 Sharpe Ratio 為基礎，提出最適投資組合下的證券權重，其中：

$$SR = \theta = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} = \sum_{i=1}^{N} w_i(\overline{R_i} - R_f) \Bigg/ \left(\sum_{i=1}^{N} w_i^2 \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i w_j \beta_i \beta_j \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^{N} w_i^2 \sigma_{\varepsilon_i}^2 \right)^{1/2} ;$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial w_i} = (\overline{R_i} - R_f) - \frac{\sum_{i=1}^{N} w_i(\overline{R_i} - R_f)}{\sigma_p^2} \left[w_i \beta_i^2 \sigma_m^2 + \beta_i \sum_{j=1}^{N} w_j \beta_j \sigma_m^2 + w_i \sigma_{\varepsilon_i}^2 \right] = 0$$

其中，$\overline{R_i}$ 為個股 i 的平均報酬，R_f 為無風險利率，β_i 為個股 i 對市場投資組合報酬率的反應參數，$\sigma_{\varepsilon_i}^2$ 為個股 i 的變異數，σ_m^2 為市場投資組合的報酬率變異數。再定義

$Z_i \equiv (\frac{\overline{R_p} - R_f}{\sigma_p^2})w_i$ ，$Z_i = (\frac{\overline{R_i} - R_f}{\sigma_{\varepsilon_i}^2}) - \left[\sigma_m^2 \sum_{j=1}^{N} (\frac{\overline{R_i} - R}{\sigma_{\varepsilon_i}^2}\beta_j) \Big/ (1 + \sigma_m^2 \sum_{j=1}^{N} \frac{\beta_j^2}{\sigma_{\varepsilon_i}^2})\right] \frac{\beta_i}{\sigma_{\varepsilon_i}^2}$

而個股 i 的投資權重為 $w_i = Z_i \Big/ \sum_{j=1}^{N} |Z_j|$ 。

10. VaR 形式的 Sharpe Ratio

Dowd(1999)將風險值的觀念應用在 Sharpe 上，也就是將原本 SR 值的標準差以風險值代替，成為一般化的 GSR(Generalized Sharpe Ratio)。其理論模式為：

$$GSR = \frac{\overline{R_p} - R_f}{VaR_p}$$

而在常態分配下，風險值的計算公式為 $\alpha \cdot \sigma \cdot S_0$ [5]，其中，α 為標準係數值，σ 為標準差，S_0 為期初投資額。

是否加入新資產的決策準則為：當 $SR^{new} \geq SR^{old}$ 下，表示加入新資產後可使 SR 增加，提昇投資組合的績效。以新資產報酬 R_A 來分析，若

$$R_A \geq R_p^{old} + (\frac{VaR^{new}}{VaR^{old}} - 1)\frac{R_p^{old}}{w_A}$$

則新資產 A 的納入可使投資組合的績效提高。

實證結果顯示，Mean Lower Partial Moment 法與 Lower Partial Sharpe Raito 法之表現大致上優於 Minimum Variance 法與 Sharpe Ratio 法，而 Mean Coefficient Variance 法、Minimum Variance 法與 Mean Lower Partial Moment 法而言，都有較高的報酬與標準差。

因為 Mean Coefficient Variance 法是以每單位報酬所承擔的標準差作為風險的衡量標準，所以在選取過程中，對於較高報酬高標準差的證券會給予較高的投資權數。因此，對於承擔高風險以追求高報酬的投資者而言，Mean Coefficient Variance 法是個較佳的風險衡量標準，而高險承擔程度較低的投資者，則可採取較傳統的 Minimum Variance 法作為投資組合選取準則。

2.2 以跨期資產定價模型為基礎之相關文獻

張焯然(2000)將條件二因素定價模型來解釋國際證券市場間的橫斷面(cross section)定價關係。在此設定下，資產可以透過兩因素來定價：一是資產報酬與市場組合(market portfolio)的共變異數，二是資產報酬與避險組合(hedging portfolio)的共變異數，而在資產的未來報酬方面，此研究以 GARCH 模型來描述資產報酬的動態行為。實證結果指出，跨期的二因素資產定價模型(intertemporal asset pricing)與傳統的國際資產定價模型(international asset pricing)相較，傳統模型將會產生模型誤設(misspecified)與變數遺漏(omitted variable)之偏誤，當購買力評價理論無法成立之下，也就是不同國家的投資人對相同證券的實質報酬有不同

[5] $GSR \cdot \alpha \cdot S_0 = SR = \frac{\overline{R_p} - R_f}{\sigma}$

的評價，投資者會承擔貨幣風險(currency risk)。

此研究將 Campbell(1993)的模型擴充為跨期資產定價模型，以衡量特定時點下的避險風險溢酬(hedging risk premium)與市場風險溢酬(market risk premium)之關係。在市場風險溢酬為正，避險風險溢酬為負的情況下，可以解釋為何無法以資本資產定價模型評價國際資產時，市場風險價格的估計並不顯著的原因。另外，此研究將通貨風險與通貨避險風險從市場風險中分離出來，明確的分辨市場風險與通貨風險對資產評價的貢獻。

林哲丞(2000)以 Campbell(1993)的跨期資產定價模型為基礎，納入物價膨脹的因素，探討物價膨脹對資產評價的影響。除了考慮市場風險之外，亦加入物價風險的探討，突破跨期資產模型對物價因素設定為狀態變數的限制。實證結果顯示，物價風險亦會影響到資產的風險貼水，不考慮物價風險的資產定價模型會低估資產報酬的總風險。所以只考慮到名目報酬的效果，並不能適切的描述資產面臨的物價風險，另外也指出物價膨脹率與股票報酬率達反向連動關係。

Campbell 將靜態的資本資產定價模型拓展為跨期資產定價模型，並且建議將預測變數以 VAR 模型建構，然而卻無法避免經濟變數會有結構轉換的問題。吳鴻彬(2002) 將結構轉換模型加入 Campbell 的跨期資產定價模型，允許風險趨避係數可以隨時間而改變，並且利用 ALRS2 模型來建構結構轉換。實證結果發現，風險趨避係數與資產報酬間的相關係數會隨市場狀態的不同而有所改變，當市場波動度較為強烈時，投資人的風險態度較為保守，資產和市場報酬間的相關係數亦較低；而在市場較為穩定下，投資人的風險趨避程度較低，資產和報酬間的相關係數較高。

我國投資人的投資活動大致上可以分為三個方向：國內股票市場、國內貨幣市場與國外貨幣市場，陳仙穎(2003)以 Campbell 與 Viceira 結合 Markowitz 的 Mean-Variance Portfolio 和 Power Utility 與 Epstein-Zin Utility，發展出跨期最適消費與投資組合配置模型。以三組資料 1.台灣與美國 2.台灣與英國 3.台灣與日本，作為國際投資組合之樣本。

Epstein-Zin Utility 的理論模型為：

$$U_t=\left[(1-\delta)C_t^{\frac{(1-\gamma)}{\theta}}+\delta(E_tU_{t+1}^{1-\gamma})^{\frac{1}{\theta}}\right]^{\frac{\theta}{(1-\gamma)}}\ ;\ \theta\equiv(1-\gamma)/(1-1/\xi)$$

當 θ=1 時效用函數為線性，$\gamma=1/\psi$ 為相對風險係數(the coefficient of the Relative Risk Aversion)，ψ 為跨期替代彈性(the elasticity of intertemporal elasticity)。

探討 Heifner (1972)的最適避險比率的部分，其理論模型為：

$$E(R)=X_S E(S_1-S_0)+X_F E(F_1-F_0)$$

$$Min:Var(R)=X_S^2\sigma_S^2+X_F^2\sigma_F^2+2X_SX_F\sigma_S\sigma_F$$

可以導求出最適避險比例：

$$X_F^*=X_S(-\frac{\sigma_{S,F}}{\sigma_F^2})\ ;\ h=\frac{X_F^*}{X_S}=(-\frac{\sigma_{S,F}}{\sigma_F^2})$$

探討最適效費投資之跨期資產配置比率的部分，其理論模型為：

$$\alpha_t = \frac{1}{\gamma}\frac{E_t r_{t+1} - r_{f,t+1} + \frac{1}{2}\sigma_t^2}{\sigma_t^2} + \left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\frac{1}{\sigma_t^2}Cov_t\left[r_{t+1,} - (E_{t+1} - E_t)\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{f,t+1+j}\right]$$

其中，α_t 為在時間 t 下的風險性資產最適配置比例，γ 為相對風險係數(Relative Risk Aversion；RRA)，$r_{t+1} = Log(1+R_{t+1})$ 為在時間 t 下的風險性資產對數報酬率，$r_{f,t+1} = Log(1+R_{f,t+1})$ 為在時間 t 下的無風險性資產對數報酬率，σ_t^2 為在時間 t 下的風險性資產變異數，$\rho \equiv 1-\exp(c_t - w_t)$ 為再投資財富佔財富的比例，$c_t = Log(1+C_t)$ 為消費變動率，$w_t = Log(1+W_t)$ 為財富變動率。

實證結果顯示，國內股市與國外貨幣市場以及國內貨幣市場與國外貨幣市場階呈現低度相關性，顯示將國內資產與國外資產納入投資組合中，可以達到風險降低的效果。

當國內採取連續降息措施，資金寬鬆的政策下，投資人對於資產配置會趨於保守，會採取降低風險性資產配置的比率。然而當股市景氣回升下，投資人會採取叫積極的投資策略，增加風險性資產的配置比率。至於匯率的影響因素，若貨幣市場報酬率與遠期匯率契約報酬率相關性越高，則避險的效果越好，而且避險的效果都在五成以上。研究中，以經濟的觀點切入探討資產配置的最適比率，考慮了消費因素與跨期因素，而在實證過程中，其設定的配置比率為固定不變，風險趨避係數亦為定值。以下本研究將針對上述模型提出較為適切的模型，予以推導其理論模型，並且設計實證分析。

資產定價模型由靜態轉變成為動態的模型，以跨期的角度檢是投資者對於未來效用以及風險的態度。Campbell(1993)、張焯然(2000)、林哲丞(2000)、吳鴻彬(2002)與、陳仙穎(2002)皆以跨期資產定價模式為基礎，本研究亦以上述之跨期資產定價模型出發，延續其資產配置之理論。透過投資者之效用極大化函數，並且嵌入考慮物價膨脹下之跨期預算限制式，導求出考慮物價膨脹下的跨期產定價模型，最後延伸成為考慮物價膨脹下之跨期資產配置模型，作資產配置與投資組合風險分散效果的分析。

三、研 究 方 法 與 計 量 模 型

本研究先以投資者的財富效用函數切入，引進包含消費與財富兩個參數的 Epstein-Zin Utility，再將 Utility Function 以間接效用函數和限制式的嵌入轉換為 Euler Equation，透過函數的轉換與消費參數的替代，形成跨期資產定價模式 (Intertemporal Capital Asset Pricing Model, ICAPM)，最後建立跨期的資產配置模型(Intertemporal Asset Allocation Model)。未來一期的參數預測，則以時間序列模型衡量，在 ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average Model) 模式無法描述時間序列變數本身過去的自我相關特性下，再引進以 GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) 模式作為分析與預測的工具。跨期資產配置模型下的投資組合績效衡量，以 Sharpe Measure、Treynor Measure 與 CVaR (Component Value at Risk) 作為投資者衡量風險分散的依據。

3.1 效用函數

經濟領域中，效用函數(Utility Function) 描述了各種參數變動及其影響效用的變化，應用在財務領域中，可以突顯出財富效用函數裡參數的特性與投資者的風險態度。

風險態度的衡量分為絕對風險趨避係數與相對風險趨避係數。絕對風險趨避係數 (Coefficient of Absolute Risk Aversion, ARA) 衡量隨著財富增加，投資者對風險性資產的配置總額增量。模式為：

$$ARA \equiv \lambda = -\frac{U''(W)}{U'(W)}$$

其中，$U'(W)$是效用函數對財富水準參數的一階微分，為效用遞增的概念，而 $U''(W)$是效用函數對財富水準參數的二階微分，為邊際效用遞增(減)的概念。投資者隨著財富的增加，效用遞增，若邊際效用遞減，絕對風險趨避係數大於零，表示投資者會減少風險性資產的投資總量；若邊際效用函數遞增，絕對風險趨避係數小於零，表示投資者會增加風險性資產的投資總量。

相對風險趨避係數 (Coefficient of Relative Risk Aversion, RRA) 衡量隨著財富增加，投資者對風險性資產的配置比例增量。模式為：

$$RRA \equiv \gamma = W \times ARA = W \times \left[-\frac{U''(W)}{U'(W)}\right]$$

若邊際效用遞減，相對風險趨避係數大於零，表示投資者會減少風險性資產的投資比例；若邊際效用遞增，相對風險趨避係數小於零，表示投資者會增加風險性資產的投資比例。

3.1.1 財富效用效函數

在投資理論中，未來的效用如果包含報酬與風險的觀念，則效用極大化求解過程中，可以將報酬與風險以未來的財富來表達，並且轉換成以下極大化模式：

$MaxE_tU(W_{t+1})$

s.t. $W_{t+1}=(1+R_{t+1})W_t$

在此一效用極大化的求解問題中，本研究將投資者對效用$U(W_{t+1})$定義為風險趨避的效用函數，Von Neuman and Morgenstern (1944) 提出個人效用函數期望值的推導方法，其理論模式為：

$$E[U(W)]=P\times U(W-X)+(1-P)\times U(W+Y)$$

效用函數期望理論納入加權的概念，將不同的效用組合透過權重賦予投資者對不同效用的重視程度。其中$U(W)$為凹性效用函數(standard concave utility function)，亦隱含投資者為趨避的風險態度，P為不同效用的權重比例，也就是投資者對不同效用的偏好重視程度，$U(W-X)$與$U(W+Y)$為效用期望值中不同的效用函數，在風險趨避投資者的模式中，加權後的效用期望值會小於本身的效用值，亦即$E[U(W)]<U(W)$，而$E[U(W)]$與$U(W)$之間的差異，就是風險溢酬。此一效用函數可以將不確定性的觀念表達在其中，運用效用函數期望理論可以瞭解投資者在面臨未來不確定的形況下的選擇行為。

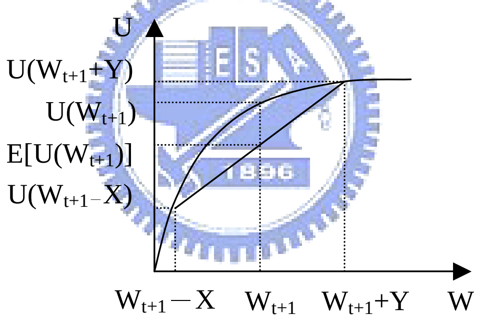


圖 2 凹性效用函數示意圖

追求期望效用極大化的過程中，亦可將其觀念轉換成追求資產報酬平均數與變異數之線性組合的極大化問題。而資產報酬變異數可透過報酬的二次形式來表示。Quadratic Utility 二次效用函數的理論模式為：

$U(W_{t+1})=a\times W_{t+1}-b\times W_{t+1}^2$

二次效用函數為一拋物線的效用特性，表示當財富為$b/2a$下對投資者有最大的效用。當財富逐漸增加時，投資者的效用亦會提高，透過此一效用函數，可以找出以效用極大化下的財富水準；當財富水準超過最大效用並且繼續增加時，投資者的效用不但沒有增加，反而開始減少，此時出現一負向的邊際效用。二次效用函數下，隨著投資者的財富增加，投資於風險性資產的總量與比例都會隨之減少，絕對風險趨避係數為$ARA=2b/(a-2b\times W_{t+1})>0$；而相對風險趨避係數為$RRA=(2b\times W_{t+1})/(a-2b\times W_{t+1})>0$。

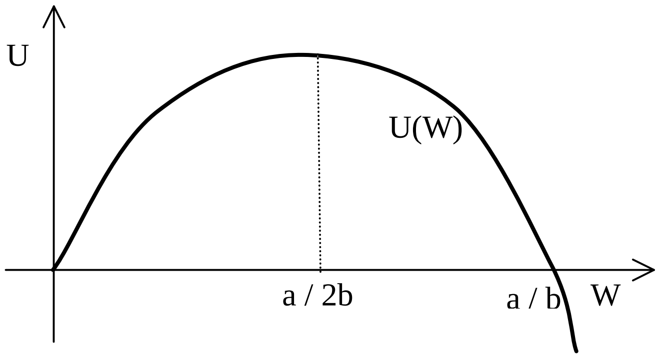


圖 3 二次效用函數示意圖

將風險態度直接嵌入效用函數模型中，可以較為明確的比較各種不同風險態度下的效用變化程度。Exponential Utility 指數效用函數的理論模型為：

$U(W_{t+1}) = -\exp(-\lambda \times W_{t+1})$

指數效用模式之假設條件為資產報酬符合常態分配(Normal Distribution)，在對數前面加上負號，讓財富與效用為反向變動，此時的絕對風險趨避係數即為一定值 $ARA = \lambda$ ；而相對風險趨避係數為 $RRA = \lambda \times W_{t+1}$ ，隨著投資者的財富增加，相對風險趨避係數會隨之增加，配置於風險性資產的比例會隨之減少。

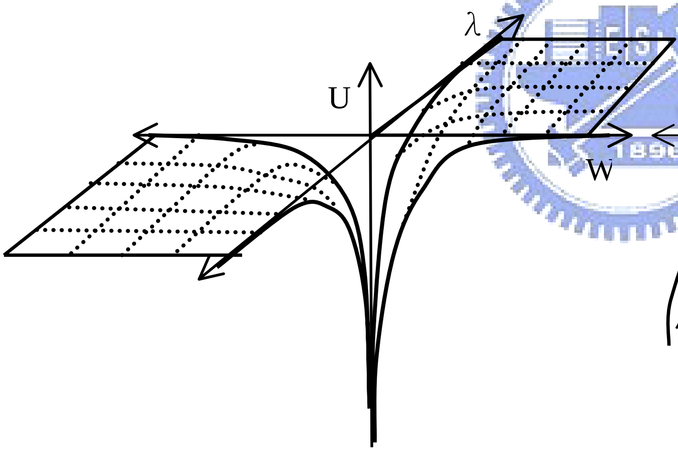


圖 4 當 $\lambda \times W_{t+1} > 0$ 下之指數效用函數示意圖

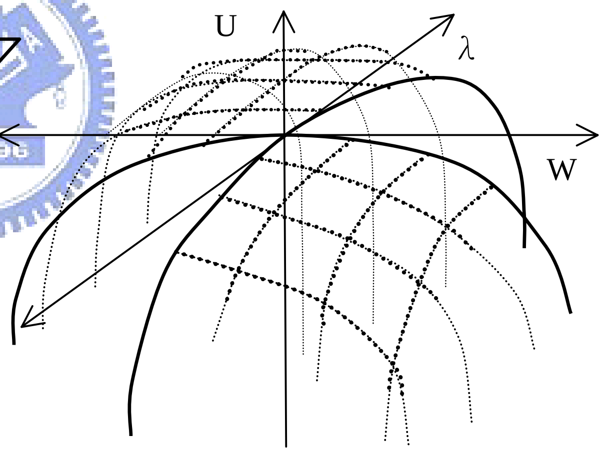


圖 5 當 $\lambda \times W_{t+1} < 0$ 下之指數效用函數示意圖

Power Utility 之假設條件為資產報酬符合 Lognormal Distribution，其模式為：

$U(W_{t+1}) = W_{t+1}^{1-\gamma} / (1-\gamma)$

此效用函數可以相對應 Exponential Utility。Exponential Utility 的絕對風險趨避係數為一定值，而 Power Utility 之絕對風險趨避係數為 $ARA = \gamma / W_{t+1}$ ，當投資者的財富增加，絕對風險趨避係數隨之遞減，會相對增加風險性資產的投資總額，而相對風險趨避係數為一定值 $RRA = \gamma$ 。

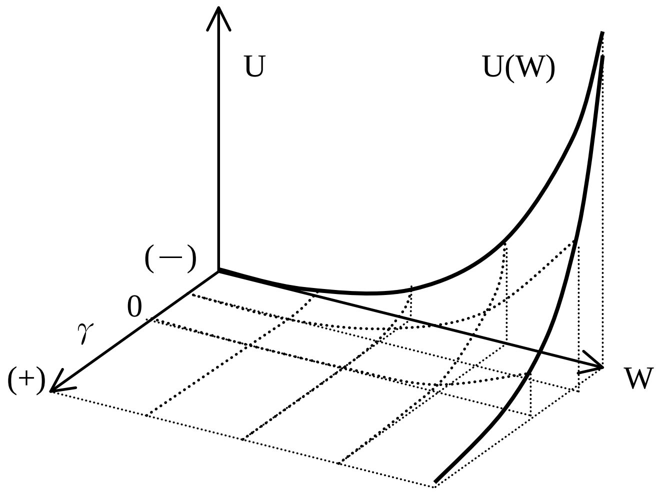


圖 6 Power Utility 示意圖

將 Power Utility 簡化後形成 Log Utility，其理論模式為：

$U(W_{t+1}) = \ln(W_{t+1})$

對數效用函數可以突顯財富水準的變動，也就是效用遞減的觀念，當投資者的財富逐漸增加，效用也會跟著提高，但是效用增加的速度會逐漸減小。此效用之絕對風險趨避係數為 $ARA = 1/W_{t+1}$，當投資者的財富增加，絕對風險趨避係數會隨之減少，亦會相對增加風險性資產的投資總額。相對風險趨避係數為 $RRA = 1$。另外，對數效用函數為 Power Utility 之特例，當 Power Utility 之相對風險趨避係數 $RRA = \gamma = 1$ 時，Power Utility 即為 Log Utility。

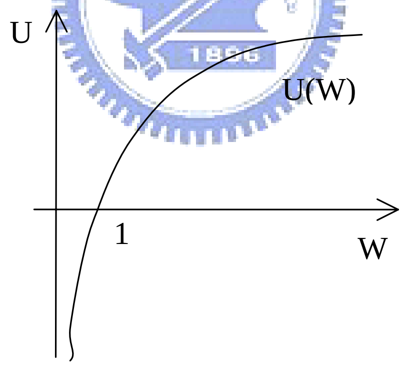


圖 7 Log Utility 示意圖

3.1.2 Epstein-Zin Utility

探討跨期可分期的效用函數可以透過效用期望值的方法求得。前文敘述效用期望值的理論模式為 $E[U(W)] = P \times U(W - X) + (1 - P) \times U(W + Y)$，觀念就是在給予不同期間不同的重視程度，分配不同的權重比例。分配比例的主觀意見易造成求取效用期望值的失真，當投資者的效用函數為凸函數(Convex Function)，則投資者較偏好未來的不確定性，當投資者的效用函數為凹函數(Concave Function)，則投資者較偏好早期的不確定性。在投資者為風險趨避的態度下，隨著投資者的財富增加，風險性資產應該下降或是維持不變，所以應該保留絕對風險趨避係數小於零或是為一定值，或是相對風險趨避係數應該小於零或是為一定值的效用函

數，以描述風險態度的特徵。而在效用函數中，唯有 Power Utility 符合此一條件。Epstein and Zin(1989) 提出非期望效用函數(Non-Expected Utility Function)，將未來期望值、時間偏好與不同考慮的參數嵌入模型中，不但符合風險趨避的條件，且考慮更多投資者偏好的參數，較能適切的描述投資者的效用分析。

Epstein & Zin(1989)提出的效用函數中，假設經濟體系為一個期間無限期的個人，以單一的貨幣計價，其財富來源全部來自前期的投資組合報酬，並且採用固定的消費財富比例。本研究亦設定投資者的財富來自於前期的投資組合報酬，觀念近似法人投資機構，消費與投資組合的資產報酬為 Jointly Lognormal，而消費財富比亦將設定為一固定比例。

跨期投資效用的偏好包含了過去的資訊，也就是過去資訊下的條件期望值，加上當期消費的考量，構建財富水準函數。其理論模式可以表示為：

$$V_t = W[C_t, E_t(\tilde{V}_{t+1}|I_t)]$$

其中，W 為財富水準，C_t 為當期消費水準，I_t 為當期的資訊集合，$E_t(\cdot)$ 為當期資訊集合下的對未來財富的數學期望函數。投資者考量未來的效用包含當期與未來的參數，包括時間偏好率、相對風險趨避係數與跨期替代彈性。本研究引進 Epstein-Zin(1989) 包含三參數化的非期望效用函數：

$$U_t = \left\{(1-\delta)C_t^{(\xi-1)/\xi} + \delta\left[\left(E_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}(W_{t+1})^{(1-\gamma)}\right)^{1/(1-\gamma)}\right]^{(\xi-1)/\xi}\right\}^{\xi/(\xi-1)} \qquad (1)$$

三參數分別是：ξ 為跨期替代彈性(the elasticity of intertemporal elasticity)，γ 為相對風險趨避係數(coefficient of the Relative Risk Aversion)，以及 δ 為時間偏好率(time preference rate)。Epstein-Zin Utility 考慮了投資者的跨期決策，一是當期消費，另一是未來一期效用函數期望值。

跨期替代彈性 ξ 表示投資者跨期消費的意願，其定義為：

$$\xi \equiv \frac{\partial\log(C_{t+1}/C_t)}{\partial\log(\partial C_{t+1}/\partial C_t)}$$

當 $\xi > 1$ 時，表示投資者較願意跨期替代，可以承受波動較大的消費型態，此時 $(\xi-1)/\xi > 0$，$C_t^{(\xi-1)/\xi}$ 可以突顯出當期消費的偏好狀況；當 $\xi < 1$ 時，表示投資者較不願意跨期替代，投資者希望能有較為穩定的消費型態，此時 $(\xi-1)/\xi < 0$，$C_t^{(\xi-1)/\xi}$ 為一小於 1 的穩定序列。

相對風險趨避係數 γ 表示投資者面對風險的態度為何，其定義為：

$$\gamma \equiv -W \times \frac{U''(W)}{U'(W)} \qquad (2)$$

當 $\gamma < 0$ 時為一風險喜好者，當 $0 < \gamma < 1$ 時為一弱風險趨避者，當 $\gamma > 1$ 時為一強風險趨避者。當 $\gamma > 1$ 時，每增加(減少)一單位財富所帶來的效用變動，會減少(增加)大於一單位的邊際效用變動，也就是財富變動所帶來的影響，邊際效用遞減的速度大於邊際效用遞增的速度；當 $0 < \gamma < 1$ 時，每增加(減少)一單位財富所帶來的效用變動，會減少(增加)小於一單位的邊際效用變動，也就是財富變動所帶來的影響，邊際效用遞減的速度小於邊際效用遞增的速度。

時間偏好率δ可以突顯投資者對於財富的時間偏好，在 Epstein-Zin Utility 下，投資者給予當期消費與未來效用不同的權重，當δ越高，顯示投資者較重視未來的財富水準，當δ越低，表示投資者較重視目前的消費水準。

Giovannini and Weil(1989) 定義$\theta \equiv (1-\gamma)/(1-1/\xi)$後將效用函數簡化為：

$$U_t = \left[(1-\delta) C_t^{\frac{(1-\gamma)}{\theta}} + \delta (E_t U_{t+1}^{1-\gamma})^{\frac{1}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{(1-\gamma)}} \tag{3}$$

其中，當θ=1 時，效用函數為線性，Epstein-Zin Utility 會變成 Power Utility，當$\theta>0$時為 increasing precautionary consumption and lower current consumption，當$\theta<0$時為 reducing precautionary consumption and increasing current consumption。

3.2 跨期資產配置模型

投資組合理論在財務領域展開之後，投資者在進行投資行為時，將資產報酬以及資產風險同時考慮，也就是將報酬與風險兩種變項納入投資效用函數中，投資行為對風險的考量也越趨於勢。風險在財務領域的定義為資產價格的波動性(Volatility)，包括價格上升與下跌雙向的波動幅度，以統計學的觀點來解釋，就是變異數(Variance) 與標準差(Standard Deviation) 的衡量。傳統的資產定價模型是以市場風險(Market Risk)作為推論資產超額報酬的依據，在 Sharpe (1964) 及 Lintner (1965)的資本資產定價模式中，以β係數作為衡量市場風險的指標，其理論模式為

$$E(R_i) = R_f + \beta \cdot (R_m - R_f)$$

其中，$E(R_i)$為投資者的要求報酬率，R_f為無風險利率，R_m為市場投資組合報酬率，$\beta \equiv Cov(R_i, R_m)/\sigma_m^2$即為市場風險，意指每一單位市場風險變動，所帶來個別資產風險的變動程度。

靜態的資產定價模型係衡量特定時間點下，市場風險與超額報酬之間的關係，單期的資產定價與決策模式著重在市場總體面的方法論，Merton(1973)將時間無限切割來解決非線性問題，以連續時間(continuous time)研究多期的資產定價模式，包含市場因素(market factor)與避險因素(hedge factor)，Campbell(1993)將預算限制式取對數，成為離散的時間形式，並且著重在個體面下，以消費為基礎，將資產定價的來源擴充為市場風險與避險風險，亦即資產的報酬來自於該資產報酬與市場組合的共變異數市場風險，以及該資產報酬與避險組合的共變異數避險風險。透過效用函數極大化的概念，可以導求個體投資行為的投資模型，以下本研究將從 Epstein-Zin Utility 出發，納入預算限制條件，導求出物價膨脹下的跨期資產配置模型。

3.2.1 模型建立之架構

資產配置模型以事前的觀點，探討投資人資產配置的效用極大化過程，追求

財富與消費的最高效用組合下，投資者的極大化目標函數可表達為：

Objective Function(目標函數)：$\underset{C_t,W_t}{Max} U_t$ (4)

以跨期替代彈性(ξ)、相對風險趨避係數(γ)，以及時間偏好率(δ)三參數設定的 Epstein-Zin Utility 為效用函數：

$$U_t = \left\{(1-\delta)C_t^{(\xi-1)/\xi} + \delta\left[\left(E_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}(W_{t+1})^{(1-\gamma)}\right)^{1/(1-\gamma)}\right]^{(\xi-1)/\xi}\right\}^{\xi/(\xi-1)}$$

以總消費額為基礎的實證無法讓模型的特性完全呈現。因此，本研究亦採用 Campbell 的設定將消費的因素轉換為消費財富比，消費財富比間接效用函數為：

Indirect Utility(間接效用函數)：$V_t = \phi\left(\frac{C_t}{W_t}\right)\cdot W_t$ (5)

而嵌入物價膨脹因素下的極大化效用函數與間接效用函數分別為：

$$\underset{\frac{C_t}{\Pi_t},\frac{W_t}{\Pi_t}}{Max} U_t \tag{6}$$

$$V_t = \phi\left(\frac{C_t/\Pi_t}{W_t/\Pi_t}\right)\cdot\frac{W_t}{\Pi_t} = \phi\left(\frac{C_t}{W_t}\right)\cdot\frac{W_t}{\Pi_t} \tag{7}$$

投資者的財富、消費與資產報酬為一均衡關係，設定投資人未來的財富全部來自於當期扣除消費下剩餘財富的再投資報酬，其均衡式為：

$$W_{t+1} = R_{p,t+1}(W_t - C_t) \tag{8}$$

嵌入物價膨脹因素下，可以將限制式修正為：

$$\frac{W_{t+1}}{\Pi_{t+1}} = \frac{NP_{m,t+1}/\Pi_{t+1}}{P_t/\Pi_t}\left(\frac{W_t}{\Pi_t} - \frac{C_t}{\Pi_t}\right) = R_{m,t+1}\left(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}\right)\times\left(\frac{W_t}{\Pi_t} - \frac{C_t}{\Pi_t}\right) \tag{9}$$

其中，$NP_{m,t+1}$ 為市場投資組合在第 t+1 期的名目收益，$R_{p,t+1} = NP_{p,t+1}/P_t$ 為市場投資組合的名目報酬率，P_t 為市場投資組合在第 t 期的名目價格，實質預算限制式的內涵係以當期扣除實質消費後的實質財富，以實質資產報酬率再投資，可求得未來的實質財富。在實質預算限制式中，係將名目資料透過物價水準予以平減求得實質資料。將一般跨期效用函數(4)(8)與嵌入物價水準後的實質跨期效用函數(5)(9)以表 1 陳示如下：

表 1 一般跨期效用函數與嵌入物價水準後的實質跨期效用函數之比較

	一般跨期效用函數	嵌入物價水準後的實質跨期效用函數
目標函數	$\underset{C_t,W_t}{Max} U_t$	$\underset{\frac{C_t}{\Pi_t},\frac{W_t}{\Pi_t}}{Max} U_t$
間接效用函數	$V_t = \phi\left(\frac{C_t}{W_t}\right)\cdot W_t$	$V_t = \phi\left(\frac{C_t/\Pi_t}{W_t/\Pi_t}\right)\cdot\frac{W_t}{\Pi_t} = \phi\left(\frac{C_t}{W_t}\right)\cdot\frac{W_t}{\Pi_t}$
限制式	$W_{t+1} = R_{p,t+1}(W_t - C_t)$	$\frac{W_{t+1}}{\Pi_{t+1}} = R_{m,t+1}\left(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}\right)\times\left(\frac{W_t}{\Pi_t} - \frac{C_t}{\Pi_t}\right)$
理論效用函數	$U_t = \left\{(1-\delta)C_t^{(\xi-1)/\xi} + \delta\left[\left(E_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}(W_{t+1})^{(1-\gamma)}\right)^{1/(1-\gamma)}\right]^{(\xi-1)/\xi}\right\}^{\xi/(\xi-1)}$	

嵌入物價膨脹後的跨期預算限制式中包含了物價膨脹率的影響因素。其中，Π_t 為物價指數，本研究將此物價指數設定為消費者物價指數(Consumption Pricing Index, CPI)作為資產的基礎價格指標。

利用間接效用函數可運算的特性，在間接效用函數可以透過數學的運算來詮釋投資者的效用，因此直接將間接效用函數帶入目標函數，即可求解最佳化的問題，也就是以間接效用函數作為目標函數的替代運算函數。

3.2.2 Euler Equation

可運算的間接效用函數可以將投資者對於報酬與風險的跨期偏好特性展現出來，並且可加以運算操作。跨期效用函數的特性在於跨期的考慮因素，以 Epstein-Zin Utility 的效用函數來說，當期的效用來自於當期的消費，以及透過折現因素轉換的未來財富水準。未來財富水準在模型中的設定係來自於當期的剩餘財富再投資結果，也就是將當期的財富扣除消費水準得到剩餘財富後，再將剩餘財富進行下一期的投資，透過未來的預期投資報酬，即可得到未來的財富水準，本研究將這樣的投資邏輯設定為預算限制式。未來的財富來自於當期的剩餘財富再投資，此邏輯亦隱含一涵義，就是消費水準的數值在此就可以被消費財富比取代，因為資產評價的過程，是以該資產報酬與其他資產間的變異關係導求而得，消費水準的數值在運算中已顯得相對被忽略。

跨期間接效用函數的求解過程中，必須被克服的是跨期效用的遞迴求解過程。在原始的 Epstein-Zin Utility 效用函數中，當期的效用因素一部份是來自於未來的效用，也就是投資者再衡量效用時，會考慮的未來的效用情況，在本研究中，未來的效用就是未來的財富水準。遞迴求解 (recursive function) 的問題係可透過效用因素的偏微分，再化簡後將未來效用以當期的因素予以取代。以下將依照遞迴求解的過程逐步推導 Euler Equation。

目標函數係可透過間接效用函數(5)來運算，而物價膨脹的考慮因素係嵌入跨期預算限制式中，為了同時考量極大化目標效用函數與跨期預算限制式下的運算，首先將跨期運算限制帶入間接效用函數(7)中，可得：

$$\phi_t(\cdot)\frac{W_t}{\Pi_t}=\left\{(1-\delta)(\frac{C_t}{\Pi_t})^{(\xi-1)/\xi}+\delta\left[\left(E_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}R_{p,t+1}^{1-\gamma}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}(\frac{W_t}{\Pi_t}-\frac{C_t}{\Pi_t})^{(1-\gamma)}\right)^{1/(1-\gamma)}\right]^{(\xi-1)/\xi}\right\}^{\xi/(\xi-1)} \quad (10)$$

在包含預算限制式的間接效用函數中仍然包含未來的因素，為了替代未來的因素，將間接效用函數(10)對實質消費作一階偏微，可得：

$$\left[\left(\mathrm{E}_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}R_{m,t+1}^{1-\gamma}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}\right)^{1/(1-\gamma)}\right]^{(\xi-1)/\xi}=(\frac{1-\beta}{\beta})(\frac{C_t/\Pi_t}{W_t/\Pi_t-C_t/\Pi_t})^{-1/\xi} \quad (11)$$

間接效用函數中，包含未來的消費因素，將上述等式(11)再帶回間接效用函數(7)中，即可將未來消費因素替代掉，以解決遞迴求解問題。可得第 t 期的間接效用函數：

$$V_t = \phi_t (\frac{C_t}{W_t})(\frac{W_t}{\Pi_t}) = (1-\delta)^{\xi/(\xi-1)} \frac{(W_t/\Pi_t)^{\xi/(\xi-1)}}{(C_t/\Pi_t)^{1/(\xi-1)}} \tag{12}$$

在此間接效用函數(12)中，已經不再包含未來的消費因素，但因為此結果是透過跨期間接效用函數求得，故此間接效用函數仍隱含考慮未來的效用。另外，此間接效用函數也因為帶入跨期預算限制式的關係，亦已嵌入物價膨脹的因素。避開遞迴求解並且考慮物價膨脹因素的間接效用函數，若延伸至第 t+1 期，可得：

$$\phi_{t+1} = (1-\delta)^{\xi/(\xi-1)} (\frac{C_{t+1}/\Pi_{t+1}}{W_{t+1}/\Pi_{t+1}})^{-1/(\xi-1)} \tag{13}$$

上述(11)等式係在求解後帶入原間接效用函數(7)以替代未來的消費因素，在第 t 期的間接效用函數中，(11)等式的因素被排除掉，為了將(11)等式中的第 t+1 期因素予以納入，將第 t+1 期的(11)等式與間接效用函數(12)相結合，即可求解出第一個 Euler Equation：

$$E_t \left[\delta (\frac{C_{t+1}}{C_t})^{-1/\xi} (\frac{\Pi_{t+1}}{\Pi_t})^{(1-\xi)/\xi} R_{p,t+1} \right]^{\theta} = 1 \tag{14}$$

其中，$\theta = (1-\gamma)/(1-1/\xi)$，而 $\xi = 1/\gamma$。在 Euler Equation 中，期望值內包含的是消費水準的變動率、物價指數的變動率以及投資者對剩餘資產的預期投資組合報酬率，預期投資組合報酬率在投資者心中，係以市場報酬作為標的。

傳統投資組合理論中，加入無風險報酬的資產組合後，可以將效率前緣向外延伸，為了進一步琢磨此模型加入無風險資產的性質，設定一個包含無風險資產的目標效用函數。首先，本研究設定無風險資產係透過市場投資組合中予以抽離，也就是將市場投資組合分解成無風險資產與風險性資產，考慮物價膨脹下的投資組合內容為：

$$R_{p,t+1} (\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}) = \frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}} \left[R_{1,t+1} + \sum_{j=2}^{n} w_{j,t} (R_{j,t+1} - R_{1,t+1}) \right] \tag{15}$$

其中，$R_{1,t+1}$ 為無風險資產，$R_{j,t+1}$ 為風險性資產，而 $w_{j,t}$ 為各資產的投資比重。在極大化間接效用求解下，可得：

$$\underset{w_t}{Max}\, E_t \phi_{t+1}^{1-\gamma} R_{p,t+1}^{1-\gamma} (\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}$$

經過投資組合抽離出無風險資產後的轉換，可得：

$$\underset{w_t}{Max}\, E_t \phi_{t+1}^{1-\gamma} (\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma} \left[R_{1,t+1} + \sum_{j=2}^{n} w_{j,t} (R_{j,t+1} - R_{1,t+1}) \right]^{1-\gamma} \tag{16}$$

將此極大化問題(16)對各資產的配置比例作一階偏微，並且帶入式(15)後，可得：

$$E_t (1-\delta)^{\xi(1-\gamma)/(\xi-1)} (\frac{C_t/\Pi_t}{C_{t+1}/\Pi_{t+1}})^{(1-\gamma)/(\xi-1)} R_{p,t+1}^{(1-\gamma)/(\xi-1)} \times$$

$$(\frac{W_t/\Pi_t - C_t/\Pi_t}{C_t/\Pi_t})^{(1-\gamma)/(\xi-1)}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{(1-\gamma)/(\xi-1)}(R_{j,t+1} - R_{1,t+1}) = 0$$

最後可以將此化簡為第二個 Euler Equation：

$$E_t\left\{\left[\delta(\frac{C_{t+1}}{C_t})^{-1/\xi}(\frac{\Pi_{t+1}}{\Pi_t})^{(1-\xi)/\xi}R_{p,t+1}\right]^{\theta}\frac{R_{1,t+1}}{R_{m,t+1}}\right\} = 1 \qquad (17)$$

兩 Euler Equation 不同的地方在於第二個 Euler Equation 考慮了無風險，此期望值內涵包括折現因素、消費水準波動、物價水準波動、市場投資組合與無風險資產。

為了再簡化處理 Euler Equation 的過程，將非齊次的模式予以線性化，以方便作更進一步的操作。本研究設定投資期間可以無限切割，資產價格的變動率即為該資產的報酬率，將資產價格取自然對數並且減去前一期的對數資產價格後，即可求得資產報酬，而取自然對數後的消費水準與物價水準就是物價變動率與物價水準變動率，將第一個 Euler Equation(14)取自然對數後，可得：

$$\begin{aligned}&\theta\ln\delta - \frac{\theta}{\xi}E_t\Delta c_{t+1} + \theta\cdot E_t r_{m,t+1} + (1-\gamma)E_t\Delta\pi_{t+1}\\&+\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\theta}{\xi}\right)^2 Var(\Delta c_{t+1}) + \theta^2 Var(r_{m,t+1}) + (1-\gamma)^2 Var(\Delta\pi_{t+1})\right)\\&+2\frac{\theta^2}{\xi}Cov(\Delta c_{t+1}, r_{j,t+1}) + 2\frac{\theta}{\xi}(1-\gamma)Cov(\Delta c_{t+1}, \Delta\pi_{t+1}) - 2\theta(1-\gamma)Cov(r_{m,t+1}, \Delta\pi_{t+1})\Big] = 0\end{aligned} \qquad (18)$$

其中，

$$\Delta C_{t+1} = \ln(C_{t+1}/C_t) = \ln(C_{t+1}) - \ln(C_t)$$

$$\Delta\Pi_{t+1} = \ln(\Pi_{t+1}/\Pi_t) = \ln(\Pi_{t+1}) - \ln(\Pi_t)$$

$$r_{m,t+1} = \ln(R_{m,t+1})$$

在對 Euler Equation 取自然對數之後，可以導求出最初效用函數中考慮各因素的波動期望值、各因素的波動變異數與各因素間波動的共變異關係。線性化的 Euler Equation 仍然包含投資者的相對風險趨避係數 γ 和 θ 值。而將第二個 Euler Equation 取自然對數後，可得：

$$\begin{aligned}&\theta\ln\delta - \frac{\theta}{\xi}E_t\Delta c_{t+1} + (\theta-1)E_t r_{m,t+1} - (1-\lambda)E_t\Delta\pi_{t+1} + E_t r_{j,t+1}\\&+\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\theta}{\xi}\right)^2 Var(\Delta c_{t+1}) + (\theta-1)^2 + Var(r_{m,t+1}) + (1-\gamma)^2 Var(\Delta\pi_{t+1}) + Var(r_{j,t+1})\right.\\&-2\frac{\theta(\theta-1)}{\xi}Cov(\Delta c_{t+1}, r_{m,t+1}) + 2\frac{\theta}{\xi}(1-\gamma)Cov(\Delta c_{t+1}, \Delta\pi_{t+1}) - 2\frac{\theta}{\xi}Cov(r_{j,t+1}, \Delta c, t+1)\\&\left.-2(\theta-1)(1-\gamma)Cov(\Delta_{t+1}, r_{m,t+1}) + 2(\theta-1)Cov(r_{m,t+1}, r_{j,t+1}) - 2(1-\gamma)Cov(\Delta\pi_{t+1}, r_{j,t+1})\right] = 0\end{aligned} \qquad (19)$$

其中，$r_{j,t+1} = \ln(R_{j,t+1})$。第二個線性化 Euler Equation(19)比第一個線性化 Euler Equation(18)多了包含無風險資產的波動期望值、變異數以及無風險資產和其他考慮因素的共變異關係。

兩線性化 Euler Equation 可以透過相減後，取代 $E_t r_{m,t+1}$，以求得無風險報酬：

$$r_{f,t+1} = -\ln\delta + \frac{1}{\xi}E_t(\Delta c_{t+1} - \Delta\pi_{t+1}) + E_t\Delta\pi_{t+1}$$
$$-\frac{1}{2}\left\{\frac{\theta}{\xi^2}Var[\Delta c_{t+1} - (1-\xi)\Delta\pi_{t+1}] + (1-\theta)Var(r_{p,t+1})\right\} \quad (20)$$

無風險資產之等式(20)經過第二個 Euler Equation(19)轉換後，可以推導出個別資產的超額報酬：

$$E_t r_{j,t+1} - r_{f,t+1} = -\frac{1}{2}Var(r_{j,t+1}) + \frac{\theta}{\xi}Cov(r_{j,t+1}, \Delta c_{t+1})$$
$$+(1-\theta)Cov(r_{j,t+1}, r_{p,t+1}) + (1-\gamma)Cov(r_{j,t+1}, \Delta\pi_{t+1}) \quad (21)$$

風險趨避者對此超額報酬之定義係來自於：1.個別資產的變異數、2.個別資產報酬與消費水準波動之共變異關係、3.個別資產報酬與市場投資組合間的共變異關係，以及 4.個別資產報酬與物價膨脹率間的共變異關係。當個別資產報酬率波動大時，表示個別資產之變異數提高，個別資產與無風險資產間的超額報酬下降。

為了導求跨期資產定價模式，必須將難以處理的消費因素予以替代，消費水準的數值在實證過程較難處理，透過消費財富比的取代不但可以取代消費水準數值的困擾，亦能展現出模式中的消費因素。跨期效用函數極大化的求解過程中，跨期預算限制式包含了消費水準之數值，透過跨期預算限制式之轉換，可以將消費水準與其他因素之共變異關係，以其他的共變異關係取代，以降低實證過程的困擾。以下將透過消費水準與其他因素間的共變異關係之轉換，替代消費水準因素。

3.2.3 Intertemporal Capital Asset Pricing Model

極大化跨期效用函數的過程中，包含一跨期預算限制式，其中包含了消費水準因素。透過限制式之轉換，可以將消費水準波動率以包含其他因素的方式來表達，最後將消費水準與其他因素間之共變異關係予以取代，即可導求出跨期資產定價模式。

跨期預算限制式 $W_{t+1} = (1+R_{p,t+1})(W_t - C_t)$ 包含了消費水準的數值，將限制式等號左右共除以 W_t ，取自然對數後以泰勒展開式展開，可得：

$$\Delta w_{t+1} = k + r_{p,t+1} + (1-\frac{1}{\rho})(c_t - w_t)$$

其中，

$$k \equiv \ln(\rho) + (1-\rho)\cdot\ln(\frac{1-\rho}{\rho})$$

$$\rho \equiv 1 - \exp(c_t - w_t)$$

透過 Trivial Equality 轉換後，可以推得

$$c_{t+1} = w_{t+1} + E_{t+1}\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j(r_{p,t+1}) - E_{t+1}\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j(\Delta c_{t+1}) + \frac{\rho\cdot k}{(1-\rho)} \quad (22)$$

未來的因素在第 t 期之預期，可以取第 t 期之期望值來表示：

$$E_t c_{t+1} = w_{t+1} + E_t \sum_{j=0}^{\infty} \rho^j (r_{p,t+1}) - E_t \sum_{j=1}^{\infty} \rho^j (\Delta c_{t+1}) + \frac{\rho \cdot k}{(1-\rho)} \tag{23}$$

將上述二式(22)(23)相減後，可以推得

$$c_{t+1} - E_t c_{t+1} = r_{p,t+1} - E_t r_{p,t+1} + (E_{t+1} - E_t) \sum_{j=1}^{\infty} \rho^j (r_{p,t+1+j} - \Delta c_{t+1+j}) \tag{24}$$

$c_{t+1} - E_t c_{t+1}$為未來消費因素之預期修正，再帶入第二個 Euler Equation(19)後可推得：

$$\begin{aligned} c_{t+1} - E_t c_{t+1} &= r_{p,t+1} - E_t r_{p,t+1} + (1-\xi)(E_{t+1} - E_t) \sum_{j=1}^{\infty} \rho^j r_{p,t+1+j} \\ &\quad - (1-\xi)(E_{t+1} - E_t) \sum_{j=1}^{\infty} \rho^j \Delta \pi_{t+1+j} - (E_{t+1} - E_t) \sum_{j=1}^{\infty} \rho^j Cov(r_{m,t+1+j}, \Delta c_{t+1+j}) \end{aligned} \tag{25}$$

針對此消費水準之預期修正，包括三個考慮因素：1.市場投資組合報酬之預期修正、2.未來物價膨脹率之預期修正，以及 3.未來市場投資組合報酬與消費水準波動之共變異關係。假設市場投資組合報酬與個別消費水準之間無條件相關，亦即：$Cov(r_{m,t+1+j}, \Delta c_{t+1+j}) = 0$

此時消費水準之預期修正(25)可以改為

$$\begin{aligned} c_{t+1} - E_t c_{t+1} &= r_{p,t+1} - E_t r_{p,t+1} + (1-\xi)(E_{t+1} - E_t) \sum_{j=1}^{\infty} \rho^j r_{p,t+1+j} \\ &\quad - (1-\xi)(E_{t+1} - E_t) \sum_{j=1}^{\infty} \rho^j \Delta \pi_{t+1+j} \end{aligned} \tag{26}$$

接著再設定消費水準之預期修正為

$$c_{t+1} - E_t c_{t+1} = r_{p,t+1} - E_t r_{p,t+1} + (1-\xi) E_{t+1} \sum_{j=1}^{\infty} \rho^j r_{p,t+1+j} - (1-\xi) E_{t+1} \sum_{j=1}^{\infty} \rho^j \Delta \pi_{t+1+j} \tag{27}$$

將最後的消費水準預期修正(27)帶入第二個 Euler Equation(21)，即可導求考慮物價膨脹下的跨期資產定價模式：

$$\begin{aligned} E_t r_{j,t+1} - r_{f,t+1} &= -\frac{1}{2} Var(r_{j,t+1}) + \gamma \cdot Cov(r_{j,t+1}, r_{p,t+1}) \\ &\quad - (1-\gamma) Cov\left(r_{j,t+1}, (E_{t+1} - E_t) \sum_{j=1}^{\infty} \rho^j r_{p,t+1} \right) \\ &\quad + 2(1-\gamma) Cov\left(r_{j,t+1}, (E_{t+1} - E_t) \sum_{j=1}^{\infty} \rho^j \Delta \pi_{t+1} \right) \end{aligned} \tag{28}$$

考慮物價膨脹下的跨期資產定價模式(Intertemporal Capital Asset Pricing, ICAPM)係以 Epstein-Zin Utility 出發，結合考慮物價膨脹下的跨期預算限制式所導求。風險趨避者在面對未來效用以及物價膨脹兩因素下，將資產定價模型設定為考慮三種風險因子之超額報酬：

一是市場報酬(Market Risk)，在跨期模式中表示為$Cov(r_{j,t+1}, r_{p,t+1})$。比較傳統的 CAPM，跨期模式亦可以隱含傳統的定價模式，傳統的定價模式係設定為資產報酬來自於市場風險之溢酬，以$\beta = Cov(r_{j,t+1}, r_{p,t+1}) / Var(r_{p,t+1})$表示，因此可以推論出考慮物價膨脹下的跨期資產定價模式隱含了傳統定價模式的經濟意涵。

另外是對沖風險(Hedge Risk)與物價風險(Price Risk)，在跨期模式中表示為

$$Cov\left(r_{j,t+1},(E_{t+1}-E_t)\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{p,t+1} \right)$$

$$Cov\left(r_{j,t+1},(E_{t+1}-E_t)\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j \Delta\pi_{t+1} \right)$$

對沖風險設定為未來市場投資組合之預期修正與該風險性資產間的共變異關係，而物價風險為未來物價膨脹率之預期修正與該風險性資產間的共變異關係。而資料處理較為麻煩的消費水準數值在此跨期定價模式中已經不存在，取而代之的是消費財富比率(ρ)。考慮物價膨脹下的資產定價模式比傳統 CAPM 不但已隱含了系統性風險，更能解釋物價膨脹下的資產價格變動關係。

3.2.4 Optimal Asset Allocation

考慮物價膨脹下的資產定價模式(Intertemporal CAPM)係考慮物價波動下，個別資產報酬因子、物價膨脹因子，以及市場投資組合因子彼此共變異關係導出的資產超額報酬。為了進一步決定在考慮物價膨脹下的最適配置比例，本研究將設定個別資產的配置比例係透過個別資產與市場投資組合間的共變異關係求得，亦即個別資產與市場投資組合間之共變異數是個別資產的變異數的一特定比例，可表示為

$$Cov_t(r_{j,y+1},r_{p,t+1})=\alpha_t\sigma_t^2$$

$$\alpha_t = Cov(r_{j,t+1},r_{p,t+1})\big/\sigma_t^2 \tag{29}$$

本研究設定此共變異之比例即為資產配置比例，以風險趨避投資者的心態思考，當個別風險性資產於市場投資組合之共變異佔個別風險性資產變異數之比例提高時，而此系統性風險共變異數可以帶來高的超額報酬下，投資者會增加此個別資產的配置比例。

將此配置比例(29)帶回考慮物價膨脹下的跨期資產定價模式(28)，可以導求出考慮物價膨脹下的最適資產配置比例：

$$\alpha_t = \frac{1}{\gamma\sigma_t^2}\left[E_t r_{j,t+1} - r_{f,t+1} + Var(r_{j,t+1})\right] - \frac{1}{\sigma_t^2}(1-\frac{1}{\gamma})Cov\left(r_{j,t+1},(E_{t+1}-E_t)\sum_{j=1}^{\infty} r_{p,t+1} \right)$$
$$+\frac{2}{\sigma_t^2}(1-\frac{1}{\gamma})Cov\left(r_{j,t+1},(E_{t+1}-E_t)\sum_{j=1}^{\infty}\Delta\pi_{t+1} \right) \tag{30}$$

跨期資產配置比例考慮四種因素：1.個別風險性資產對無風險資產的超額報酬、2.個別風險性資產的變異數、3.未來市場投資組合之預期修正與該風險性資產間的共變異關係，以及 4.未來物價膨脹率之預期修正與該風險性資產間的共變異關係。當風險性個別資產對無風險資產超額報酬增加時，風險趨避投資者會增加該風險性資產的配置比例，當該風險性資產之變異數提高時，在一定相對風險趨避態度下，投資者亦會增加該風險性資產的配置比例。然而，當個別風險性資產與未來市場投資組合報酬預期修正之共變異數增加下，投資者會減少該風險性資產

的配置比例，相對的，在個別風險性資產與未來物價膨脹預期修正之共變異數增加下，投資者會提高該風險性資產的配置比例。

3.3 時間序列分析

Mandolbert(1963)指出，金融資產的報酬(或股價)常具有高度的波動群聚性(Volatility Cluster)，而且無法事前有效地被預測。在計量經濟的文獻探討中，對於這樣的資產報酬群聚現象的探討稱為波動性模型(Volatility Model)，或是將具有可以捕捉資產報酬波動效果的模型，稱為條件異質變異數模型(Conditional Heteroscedastic Model)。爾後，Engle(1982)首先提出單變量的 ARCH 模型(Conditional Heteroscedastic Autoregressive Model)，探討變數殘差和過去波動效果的關係，而 Bollersleve(1986)將理論擴展為 GARCH 模型(Generalized ARCH)，更深入延伸至探討變數殘差項及其前期之關係，但僅能顧及波動大小而未考慮到正負方向，以及參數無法設定不為負的問題。

ARIMA、ARCH 與 GARCH 皆為目前探討時間序列分析的濫觴，至於變形的模型，Nelson(1991)提出 EGARCH(Exponential GARCH)，以解決預測的條件變異數不具方向性的問題，多變量的 GARCH 模型有 Bollersleve et al.(1988)、Baba et al.(1989)、Engle 與 Kroner(1995)，多變量的 EGARCH 有 Koutmos 與 Tucker(1996)，通稱為 ARCH family。

3.3.1 時間序列資料的波動群聚現象

波動群聚效果(Volatility Cluster)意指當期的變動力係受到前期波動的影響，而當期產生大幅度波動，將伴隨下一期同向或反向的大幅波動；當期產生小幅度波動，將伴隨下一期的小幅度波動。具有這樣特性的資料，其分配通常會具有較常態分配肥尾(Fat Tail)的現象，為了捕捉資料群聚波動的特性，可以分為兩種方法：一是 Venkataramn(1997)假設變異數具有齊一性(homoskedasticity)、報酬之隨機變數服從非條件分配(unconditional distribution)為 iid 的非常態分配，利用兩個不同變異數之常態分配相混合，模擬出資料厚尾特徵，以貝氏概似估計法解決。另一方法是假設報酬的條件分配為常態分配，但允許變異數隨時間變動而波動，也就是變異數具有異質變異性(heteroskedasticity)，Engle(1990)指出造成條件變異數波動的主要原因，是消息傳達的過程或市場投資者對訊息反映的群聚現象，或是資訊不對稱，造成資產報酬群聚性之狀態。

資產價格之波動性(Volatility)定義為條件變異數(conditional variance)，也就是過去資訊條件下的波動程度，具有以下性質：1.波動存在群聚性(Volatility Cluster)、2.波動很少存在跳躍現象、3.波動不會收斂至無限大，也就是在一定的範圍內變化，具有穩定性，以及 4.波動反映出高的正報酬與負報酬。值得注意的是時間序列資料具有序列不相關但卻相依(uncorrelated but dependent)。

時間序列資料(r_t)無關(uncorrelated)係指該資料之自我相關係數(Autocorrelation Coefficient, ACF)在過去序列具有截斷的現象，偏自我相關係數(Partial Autocorrelation Coefficient, PACF)具有漸進收斂的現象；而時間序列的二次方資料(r_t^2)具有 ACF 與 PACF 皆為漸進遞減，並非獨立(not independent)的現象。波動模型(或稱作條件異質變異數模型)即是捕捉並解釋此種無關但卻相依的

時間序列資料的工具。

時間序列資料的條件平均數與條件變異數可以分別表示為：

$$\mu = E(r_t|\Omega_{t-1})$$

$$\sigma_t^2 = Var(r_t|\Omega_{t-1}) \equiv E\left[(r_t - \mu_t)^2|\Omega_{t-1}\right]$$

其中 Ω_{t-1} 表示在時間 t-1 可用資訊集合(information set)，由過去的時間序列資料構建而成。在時間序列資料滿足 ARIMA(p,d,q) (Autoregressive Integrated Moving Average)下，可以表示為

$$r_t = \mu_t + a_t$$

$$\mu_t = \iota_0 + \sum_{i=1}^{p} \iota_i r_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} \kappa_j a_{t-j}$$

由上述的模型可以再轉換為

$$\sigma_t^2 = Var(r_t|\Omega_{t-1}) = Var(a_t|\Omega_{t-1})$$

此即為條件異質變異數，也就是時間序列資料的二階動差。為了預測未來的波動情況，將 σ_t^2 視為事前決定的函數(deterministic function)，以 ARCH 模式來分析。

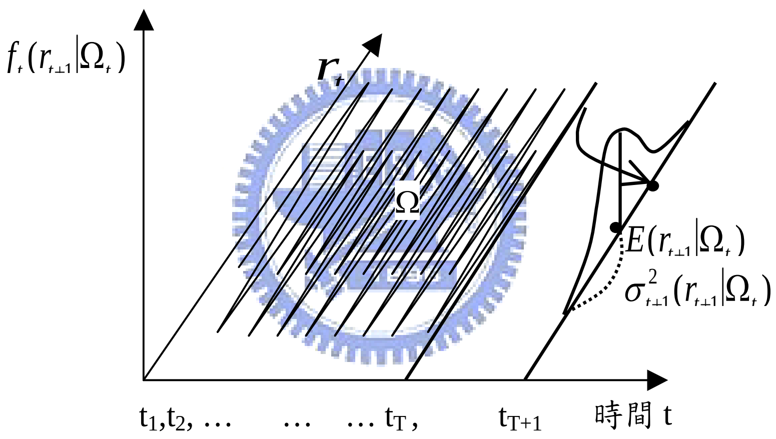


圖 8 波動性資產價格之預測

3.3.2 ARCH Model

Engle(1982)提出 ARCH 自我迴歸異質變異數模型(Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Model)，以捕捉時間序列資料波動群聚的現象。其基本理念為 1.時間序列資料不相依但卻獨立，2.序列相依現象可以被簡單二次函數(quadratic function)所描述。完整的理論模式為

$$r_t = \mu_t + a_t$$

$$a_t \equiv \sigma_t \varepsilon_t$$

$$(a_t|\Omega_{t-1}) \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma_t^2)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \Lambda + \alpha_a a_{t-a}^2 \Leftrightarrow \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{a} \alpha_i a_{t-i}^2$$

$$\mu_t = E(r_t|\Omega_{t-1})$$

$\sigma_t^2 = Var(r_t|\Omega_{t-1}) = E\left[(r_t - \mu_t)^2|\Omega_{t-1}\right]$

其中，μ_t 為條件平均數(conditional mean)，也就是利用過去所有可利用的資訊集合 Ω_{t-1} 下的條件期望值，稱為平均數方程式(mean equation)。而 $\Omega_{t-1} = \sigma(r_{t-1}, r_{t-2}, \Lambda, r_1, r_0)$ 在 t-1 期所有已知可利用的資訊集合(σ-algebra)，σ_t^2 為資產報酬 r_t 在 t-1 期中所有已知可利用訊息集合 Ω_{t-1} 狀況之條件變異數(conditional variance)，稱為波動方程式(volatility equation)。

3.3.3 GARCH Model

Bollersleve(1986)將落後期條件變異數加入 ARCH 模型，稱為一般化的自我迴歸條件異質變異數模型(Generalized ARCH, GARCH)。該模型可以有效降低 ARCH 模型的階數，描述時間序列資料的波動性不需要較多的參數。其理論模式為：

$$r_t = \mu_t + a_t \tag{31}$$

$$a_t \equiv \sigma_t \varepsilon_t \qquad \varepsilon_t \overset{iid}{\sim} N(0,1) \tag{32}$$

$$a_t|\Omega_{t-1} \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma_t^2) \tag{33}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \Lambda + \alpha_a a_{t-a}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 + \Lambda + \beta_b \sigma_{t-b}^2 \tag{34}$$

$$\Leftrightarrow \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{a} \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{b} \beta_j a_{t-j}^2 \tag{35}$$

$$\mu_t = E(r_t|\Omega_{t-1}) \tag{36}$$

$$\sigma_t^2 = Var(r_t|\Omega_{t-1}) = E\left[(r_t - \mu_t)^2|\Omega_{t-1}\right] \tag{37}$$

$$\eta_t = a_t^2 - \sigma_t^2 \tag{38}$$

其中，$\beta_j \geq 0$，η_t 為一隨機變數，$E(\eta_t) = 0$，$Cov(\eta_i, \eta_{t-i}) = 0$，若將式(34)帶回式(33)，則可推得

$$a_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{\max(a,b)} (\alpha_i + \beta_i) a_{t-i}^2 + \eta_t - \sum_{j=1}^{n} \beta_j \eta_{t-j} \tag{39}$$

故由式(35)可知，GARCH 模型可被視為 ARMA 模型之應用，只是探討的時間序列資料有所差異。鄭天德(2002)對 ARMA 與 GARCH 之整理如下：

表 2　ARMA 模型與 GARCH 模型基礎理論之比較

序列	$\{r_t\}$ 序列		$\{a_t^2\}$ 序列	
	AR(1)	ARMA(1,1)	ARCH(1)	GARCH(1,1)
模型	$r_t = \iota_0 + \iota_1 r_{t-1} + a_t$ 或 $(1 - \iota_1 B) r_t = \iota_0 + a_t$	$r_t = \iota_0 + \iota_1 r_{t-1} + a_t$ $- \kappa_1 a_{t-1}$ 或 $(1 - \iota_1 B) r_t = \iota_0$ $+ (1 - \kappa_1 B) a_t$	$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2$ 或 $(1 - \alpha_1 B) a_t^2$ $= \alpha_0 + \eta_t$	$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2$ $+ \beta_1 \sigma_{t-1}^2$ 或 $[1 - (\alpha_1 + \beta_1) B] a_t^2$ $= \alpha_0 + \eta_t$

Error Term 基本假設	a_t 為 white noise	a_t 為 white noise	$\eta_t = a_t^2 - \sigma_t^2$ 為 martingale difference	$\eta_t = a_t^2 - \sigma_t^2$ 為 martingale difference
穩態條件	$\lvert\iota_1\rvert < 1$	$\lvert\iota_1\rvert < 1$ $\lvert\kappa_1\rvert < 1$	$\alpha_0 > 0$ $0 \le \alpha_1 \le 1$	$\alpha_0 > 0$ $0 \le \beta_1 \le 1$ $0 \le \alpha_1 + \beta_1 \le 1$
非條件期望值	$E(r_1) = \dfrac{\iota_0}{(1-\iota_1)}$	$E(r_1) = \dfrac{\iota_0}{(1-\iota_1)}$	$E(a_t^2) = Var(a_t)$ $= \alpha_0 / (1-\alpha_1)$	$E(a_t^2) = Var(a_t)$ $= \alpha_0 / [1-(\alpha_1+\beta_1)]$

備註：

1. $a_t = \sigma_t \varepsilon_t$
2. $\eta_t = a_t^2 - \sigma_t^2$

3.4 投資組合績效評估準則

針對不同的風險性資產在配置的過程中，風險趨避的投資者所期望的是能在固定的投資組合風險下最大化資產報酬，或是在固定的資產報酬下最小化投資組合風險。在透過跨期資產配置模型找出個別風險性資產的配置比例後，可以依據不同的配置比例，導求出不同期間的投資組合報酬率及其風險，而風險的衡量在過去係透過變異數來衡量資產報酬的波動性，也就是資產報酬的上方與下方風險。然而，單以投資組合變異數無法完全透視資產配置的效果，因此本研究除了使用傳統的資產衡量指標 Adjusted Sharpe Ratio (ASR)與 Trenor's Ratio 外，亦加入元件風險值(Component Value at Risk, CVaR)之指標，以衡量不同配置比例對投資組合變異數的偏貢獻程度，若配置比例可以降低投資組合的變異數時，可以支持此跨期資產配置比例模型對風險分散效果的貢獻程度。

3.4.1 Sharpe's Measure

Markowitz(1959)提出投資組合理論，以平均數變異數法來衡量資產報酬與風險。投資者可以透過可行性機會集合找到投資的效率前緣，再經由各個不同風險偏好的投資者效用曲線，可以描述不同投資者的最適投資組合。

Sharpe(1966)經由 Markowitz 的平均數變異數法提出投資組合的績效衡量指標 Sharpe Ratio(SR)，其理論模式為：

$$SR = \frac{E(R_p) - R_f}{\sigma(R_p)}$$

其中，$E(R_p)$ 為投資組合的期望報酬，R_f 為無風險利率，$\sigma(R_p)$ 為投資組合的標準差，而 Sharpe Ratio 的目的是在探討投資者每承受一單位的波動風險，可以享有多少的資產報酬。經過投資組合模型的演變，Sharpe(1994)提出以標竿績效

作為修正後的 Sharpe Ratio，意指將指標透過事後的衡量或是事前的估計，作為整體投資組合的評估依據，Adjusted Sharpe Ratio(ASR)理論模式為

$$\text{事後}\ S^{post}=\frac{R_{p,t}-R_{b,t}}{\sigma_{(R_{p,t}-R_{b,t})}} \tag{40}$$

$$\text{事前}\ \hat{S}^{post}=\frac{\hat{R}_{p,t}-\hat{R}_{b,t}}{\sigma_{(R_{p,t}-R_{b,t})}} \tag{41}$$

其中，$R_{p,t}$ 為投資組合在第 t 期的報酬率，$R_{p,t}$ 為標竿資產或是標竿投資組合在第 t 期的預期報酬率，$\sigma_{(R_{p,t}-R_{b,t})}$ 為二投資組合差項之標準差。而 $\hat{R}_{p,t}$ 與 $\hat{R}_{p,t}$ 皆為預期報酬的估計值。

3.4.2 Treynor's Measure

在 Sharpe Ratio 的衡量指標下，係探討投資組合中每一單位總風險可以帶來多少的超額報酬，然而，總風險亦可區分為系統風險(Systematic Risk)與非系統風險(Unsystematic Risk)，系統風險亦稱作市場風險，也就是市場投資組合對個別資產或是投資組合的影響程度；非系統風險亦稱作個別風險，係指個別資產的單一風險。為了突顯投資組合在系統風險下的績效衡量，透過 Treynor Ratio 即可進一步洞察系統風險對超額報酬的影響。其理論模式為

$$\hat{T}=\frac{\hat{R}_{p,t}-\hat{R}_{b,t}}{\beta_{p,t}}$$

其中，系統風險 $\beta_{p,t}$ 的衡量係透過個別資產與市場投資組合的共變異關係，$\beta_{p,t}=Cov(R_{p,t},R_{m,t})/Var(R_{m,t})$，表示在時間點 t 下系統風險對個別資產或是投資組合的影響程度。

Sharpe Ratio 與 Treynor Ratio 皆為特定時間點下的靜態績效衡量指標，在動態的資產配置過程中，如果單以特定時點之績效指標衡量資產配置效果，則會發生偏誤的情形，因此，本研究將上述兩個靜態的衡量指標以月為單位，隨著每個月份的資產配置調整，衡量指標亦將隨之重新評估，形成一動態調整的指標。其它的投資組合績效衡量指標包括：Jenson's Alpha、Value at Risk Sharpe Ratio 與 Appraisal Ratio。Jenson's Alpha 係指在傳統 CAPM 基礎下，投資組合的實際報酬率與 CAPM 理論報酬的差異；Value at Risk Sharpe Ratio 係將 Sharpe Ratio 的總風險以風險值(Value at Risk, VaR)替代；而 Appraisal Ratio 以非系統風險觀念衡量超額報酬的來源。然而這些指標皆是以傳統的 CAPM 為基礎而發展的模式，針對上述諸多模式，本研究僅以 Sharpe Ratio 與 Treynor Ratio 分別來衡量總風險與系統風險對資產報酬績效的衡量。

3.4.3 Component Value at Risk, CVaR

資產投資組合中，資產配置的貢獻並不是為了極大化資產價值(報酬)，而是在於分散風險，所以一個風險趨避的投資人關心的，是個別資產配置比例能降低

多少的投資組合總風險。換句話說，投資人關切的是配置比例對總風險降低的貢獻程度。為了適切地衡量投資組合中各資產配置比例對於風險分散的貢獻程度，本研究引進元件風險值(Component Value at Risk, CVaR)作為風險分散效果的衡量指標。

衡量個別資產的風險貢獻可以透過元件風險值來衡量，觀念就是將資產投資組合的總風險拆解成個別資產的風險貢獻，首先定義總風險值：

$$VaR_p = Z_\alpha \cdot \sigma_p \cdot W_0$$

其中，VaR_p 為總風險值，σ_p 為投資組合報酬率的標準差，而 W_0 為投資組合在期初的部位，在探討資產配置比例與投資組合中，皆以百分比的數據呈現，因此本研究將此設定為 $W_0 = 1$。投資組合報酬率的變異數 σ_p^2 對第 i 資產的配置比例 w_i 之敏感度為：

$$\frac{\partial \sigma_p^2}{\partial w_i} = \frac{\partial}{\partial w_i}\left(\sum_{i=1}^{N} w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i w_j \sigma_{ij}\right) = 2\sigma_{ip} \tag{42}$$

個別資產配置比例對投資組合總風險的貢獻程度可以轉換為個別資產報酬率之組合報酬率的共變異關係。透過鏈鎖法則的運算，可得：

$$\frac{\partial \sigma_p^2}{\partial w_i} = 2\sigma_p \cdot \frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i} \tag{43}$$

將上述二式(42)與(43)推導成

$$\frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i} = \frac{\sigma_{ip}}{\sigma_p} \tag{44}$$

透過式(44)可以定義系統風險影響下的風險值

$$VaR(\beta_i) = \frac{\sigma_{ip}}{\sigma_p^2} \tag{45}$$

$$\frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i} = \frac{\sigma_{ip}}{\sigma_p} = VaR(\beta_i) \cdot \sigma_p$$

經過進一步轉換，投資組合總風險對資產配置偏微分下，可以定義出個別資產配置對總風險的貢獻度。

接著對元件風險值定義，投資組合總風險值 VaR_p 中，個別資產之邊際貢獻為元件風險值(CVaR)，也就是第 i 項資產對於投資組合總風險值之貢獻度。

$$CVaR = \frac{\partial VaR_p}{\partial w_i} \cdot w_i$$

第 i 項資產在投資組合中所佔的配置比例 w_i 對投資組合總風險值 VaR_p 的貢獻程度，恰等於每一單位配置比例 w_i 之 VaR_p 貢獻率乘以第 i 項資產的配置比例 w_i。而元件風險值是總風險值的一部份，在元件風險值具可加性下，可以導求出總風險值是元件風險值的加總而得

$$\sum_{i=1}^{N} CVaR_i = VaR_p$$

$$\frac{\partial VaR_p}{\partial w_i} = \frac{\partial (Z_\alpha \cdot \sigma_p \cdot W_0)}{\partial W_0} = VaR(\beta_i) \cdot VaR_p$$

$$\sum_{i=1}^{N}\left(VaR(\beta_i)\cdot w_i\right)=1$$

在資產配置過程中，風險規劃必須針對不同資產的部位進行風險評估與管制，以風險值的觀念，即在一段期間內，一定的信賴水準下，當市場發生最壞的情況下所預期的最大損失，也就是資產部位的風險暴露額。本研究將期初資產部位設定為$W_0=1$，將值的觀念轉換成比率的概念。

最後我們將元件風險值對資產配置的衡量方式整理為

$$CVaR=VaR(\beta_i)\cdot w_i\cdot VaR_p=(\frac{\sigma_{ip}}{\sigma_p^2})\cdot w_i\cdot(Z_\alpha\cdot\sigma_p\cdot W_0)=\frac{\sigma_{ip}}{\sigma_p}\cdot w_i\cdot Z_\alpha$$

當投資組合中個別資產之 CvaR 增加，表示其為投資組合總風險帶來挹注的效果。然而，當 CvaR 較小時，表示次投資組合納入該資產可以降低總風險，是值得納入的資產組合。

跨期資產配置模型以事前的觀點出發，對投資組合中各資產之報酬作預期，Epstein-Zin Utility 推導的跨期資產定價模型係以未來一期資產報酬作為未來衡量共變異風險的來源，故本研究將透過資產報酬預期，嵌入物價膨脹因子，以跨期資產配置模型估計考慮物價膨脹下的最適配置比例。

四、資 料 設 定 與 實 證 分 析

傳統的財務理論以概念性的方式建構投資模型，隨著金融市場的快速變化，多角度的財務決策已經成為眾矢之勢。目前台灣的金融控股公司與金融機構在吸收資金之後，投資策略必須兼顧提高報酬與降低風險的平衡，策略性資產配置是以事前的觀點，最適化未來的資產配置比例。

RiskMetrics Group 於 1998 年獨立於 JP Morgan 之後，以紐約市為中心，提供全世界各大金融機構、一般企業與中央銀行多樣的風險管理機制與策略的服務。WealthBench 在財富管理的範疇中，提出以資產配置、最適化投資組合、風險管理與監理機制四個角度切入，以兼顧報酬與風險的投資策略。在資產配置的部分，WealthBench 設定一個最適資產配置，必須要考慮四因素未來的分配情形：1.資產報酬的分配(stochastic asset class returns)、2. 物價膨脹因素(stochastic inflation rates)、3.貨幣價值變動因素(stochastic foreign exchange rates)與 4.交易成本因素(tax and transaction-related costs)。

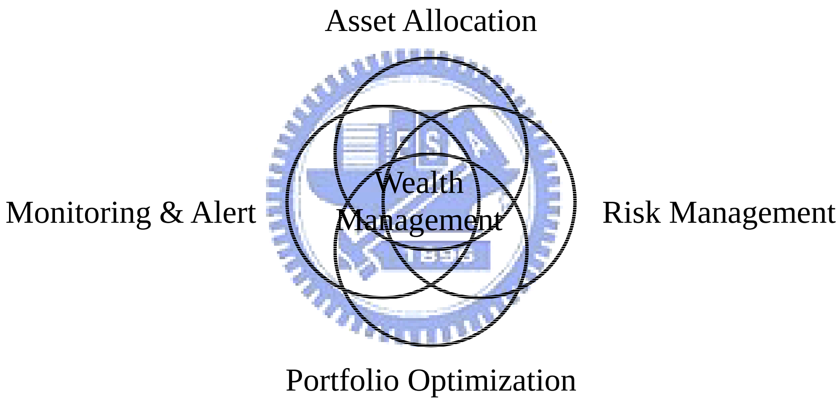


圖 8 RiskMetrics Group 操作財富管理與資產配置之關係

台新金融控股公司在台新銀行進行組織變革的過程，將事業體依據三大客群的需求區分為四大部分：財富管理銀行、個人金融、法人金融與中小企業金融，也就是將個人金融區分為高資產價值與一般性質，法人金融區分為一般法人與針對台灣經營氣候的中小企業。在財富管理銀行(Wealth Management)中，將確定資產配置藍圖設定為財富規劃的步驟之一，並且提供保守型投資商品、成長型投資商品、高成長型投資商品、信託商品、保險商品與信用商品等六大類別，讓資產配置更具彈性。國內其他諸多銀行的貴賓理財專案，係針對投資人短、中、長期的投資需求，以多元化的金融商品，透過理論模型的分析，客製資產配置的計劃，以達到財富管理的目標。

資產管理可以依據期間的長短，區分為四個相互獨立的層次：1.政策性資產管理(Policy Asset Allocation)、2.策略性資產配置(Strategic Asset Allocation)、3.戰術型資產配置(Tactical Asset Allocation)、與 4.動態資產管理策略(Dynamic

Strategies for Asset Allocation)。在證券投資機構的營運架構下，吸收資金的管理與資產配置亦往往必須兼顧個別資產與總體經濟的變動關係，因此本研究係針對策略性資產配置予以探討，在嵌入物價膨脹變動因素下的跨期資本資產定價模式後，導求不同風險性資產的配置比例，以釐清跨期資產配置模型是否能適切的兼顧報酬與風險的投資策略。以下將選取不同的風險特性資產進行實證分析。

4.1 考慮物價膨脹下的跨期資產配置模型

在文獻探討中，透過不同設定下的投資組合概念以及跨期資產配置模型的分析，進一步在研究方法中嵌入物價膨脹因素，推導出考慮物價膨脹下的跨期資產定價模型與考慮物價膨脹下的資產配置模型。在跨期模型中，係利用時間序列方法估計未來一期的資產價格，以建構完整的最適資產配置比例。本研究將此一架構整理如圖。

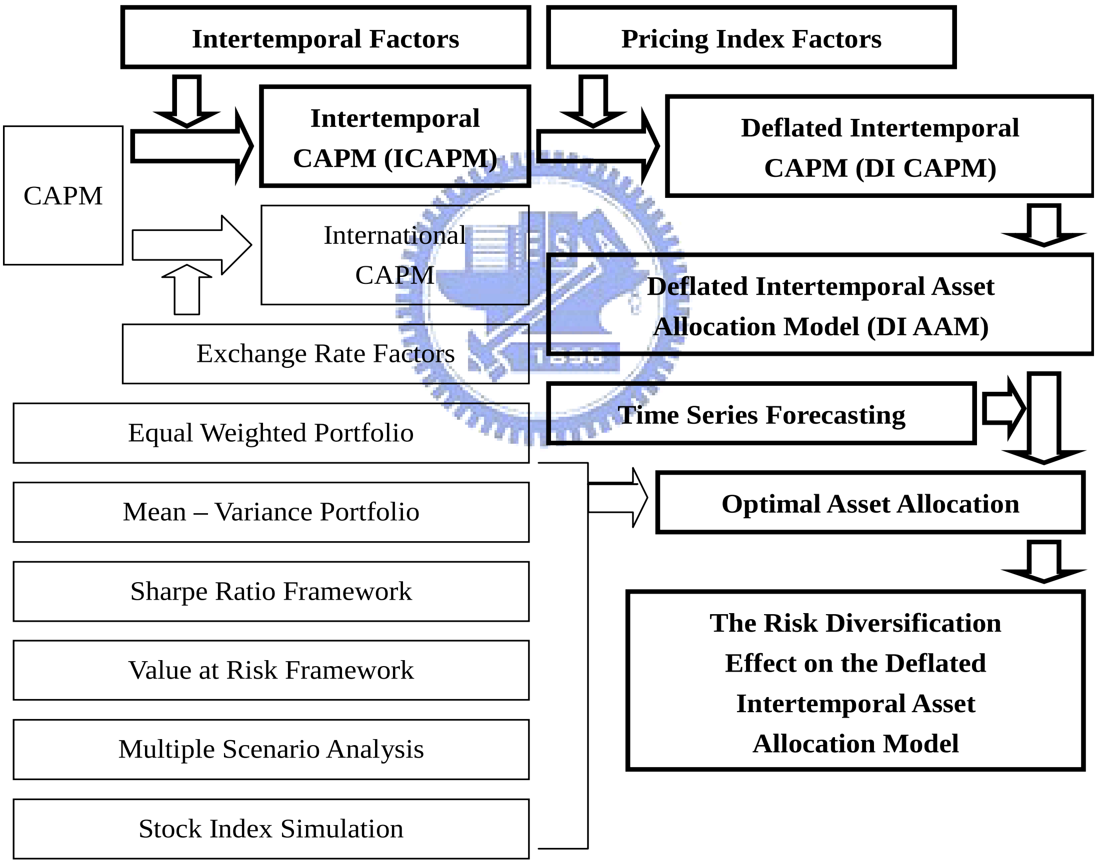


圖 9 考慮物價膨脹因素下資產配置模型之建構

風險趨避的投資者在面對未來的資產配置選擇過程中，以投資組合之報酬極大化或是風險極小化為目標，再嵌入物價膨脹因子進入配置模型後，投資者會著重在資產的實質報酬，也就是經過物價膨脹率平減後的資產報酬。未來財富極大化的目標函數與跨期預算限制式相結合下，透過 Epstein-Zin Utility 之效用函數，可以推導出考慮物價膨脹下的資產定價模型。

$$
\begin{aligned}
E_t r_{j,t+1} - r_{f,t+1} = & -\frac{1}{2}Var(r_{j,t+1}) + \gamma \cdot Cov(r_{j,t+1}, r_{p,t+1}) \\
& -(1-\gamma)Cov\left(r_{j,t+1}, (E_{t+1} - E_t)\sum_{j=1}^{\infty} \rho^j r_{p,t+1} \right) \\
& +2(1-\gamma)Cov\left(r_{j,t+1}, (E_{t+1} - E_t)\sum_{j=1}^{\infty} \rho^j \Delta\pi_{t+1} \right)
\end{aligned}
$$

本研究設定配置比例係來自於個別資產與市場投資組合共變異關係佔個別資產變異數之比例，也就是風險趨避投資者會隨著個別資產與市場投資組合之共變異關係之增加而提高該資產之配置比例，以達未來財富極大化下之最適配置比例。透過投資組合中個別資產與其它影響因素之共變異關係，可以適切地反映考慮物價膨脹下的資產超額報酬。其理論模型如下：

$$
\begin{aligned}
\alpha_t = & \frac{1}{\gamma\sigma_t^2}\left[E_t r_{j,t+1} - r_{f,t+1} + Var(r_{j,t+1})\right] - \frac{1}{\sigma_t^2}(1-\frac{1}{\gamma})Cov\left(r_{j,t+1}, (E_{t+1} - E_t)\sum_{j=1}^{\infty} r_{p,t+1} \right) \\
& + \frac{2}{\sigma_t^2}(1-\frac{1}{\gamma})Cov\left(r_{j,t+1}, (E_{t+1} - E_t)\sum_{j=1}^{\infty} \Delta\pi_{t+1} \right)
\end{aligned}
$$

考慮物價膨脹下的跨期資產配置比例模型考慮四個因素：1.個別風險性資產對無風險資產的超額報酬、2.個別風險性資產的變異數、3.未來市場投資組合之預期修正與該風險性資產間的共變異關係，以及 4.未來物價膨脹率之預期修正與該風險性資產間的共變異關係。將所選取的資產透過此一最適配置比例，將可以建立跨期的動態資產組合，以進行企業的資產配置或是個人的財富管理。

跨期資產配置比例模型在建立動態資產配置的過程中，必須依據投資者對風險資產的偏好，以設定資產選取，並且對資產投資組合中的預期資產報酬加以評估預測，以建立動態的資產管理機制。以下將介紹本研究對投資組合中個別資產的選取及其處理過程。

4.2 實證資料選取與處理

在投資組合的資產選取過程中，端視不同風險趨避者的風險態度及其所對應的超額報酬而定。本研究在資料的選取部分，僅以台灣目前國內的資產為分析對象，對於外國資產的配置在本研究的資產配置理論模式中不予以探討。外國資產的配置過程必須透過不同的匯率轉換，而匯率的動態波動過程中，如果僅從資產報酬中作資產報酬的轉換，則無法適切的反映匯率風險，以及匯率與其他因素的共變異關係。

在國內的資產選取部分，以選取指標性資產為分析對象，指標性資產在股票市場中包括台灣加權股價指數以及各產業別的股價指數。指標性資產已經隱含了完全或是部分地分散了非系統風險(個別風險)，在跨期資產配置模型中，才能突顯出各考慮要素間的共變異關係。本研究在投資組合的資產配置中，針對指標性資產的選取，以台灣加權股價指數、金融保險股價指數、食品類股價指數、以及

電子股價指數四項。台灣加權股價指數目前可以透過台灣證券交易所推出的 TTT (指數股票型證券投資信託基金, Exchange Traded Funds)作為市場投資組合的標的，金融保險股價指數與電子股價指數可以視為一成長型的資產類別；而食品類指可以視為較為穩定的資產類別。

資產配置的市場可以依據不同的商品類別區分為：股票市場、貨幣市場、與債券市場。在貨幣市場的部分，本研究依據市場交易量最大商品，選取商業本票作為標的，商業本票是信用極佳的企業以折價出售於大眾的無擔保承諾票據，而商業本票的交易期間通常以 10 至 30 天為主，因此本研究以 10 天以上至 30 內的商業本票作為貨幣市場的投資工具。

至於債券的部分，台灣的債券市場雖然係透過財團法人中華民國證券櫃檯買賣中心交易，但是商品的報價仍以臨櫃撮合為主，而債券型基金的利率報價會面臨到基金內涵受所選取資產的個別風險所影響。因此本研究將債券市場的標的設定為由政府發行的可買回公債，可買回公債雖然具有公債的性質，又可以依照投資者的持有期間進行轉換，依據流動性貼水假說，考慮可買回公債的流動性溢酬後，其利率報價會高於國內發行的國庫券利率。

透過資產配置模型的建立，本研究將設定投資組合內的風險性資產包括：台灣加權股價指數、金融保險類指、電子類指、與商業本票；而無風險資產的設定為債券部分的可買回政府公債。風險性資產報酬殘差項的敘述統計列如下表

表 3 投資組合資產之敘述統計分析

資產報酬殘差項之敘述統計分析					
資產標的	平均數 單位：100%	變異數	標準差	峰態係數	偏態係數
台灣加權	1.83E-08	0.015176	0.123193	8.293279	-0.304791
商業本票	1.79E-08	0.011559	0.107513	8.400168	-1.030164
金融保險	0.011274	0.022895	0.151312	5.901854	0.345451
食品類指	0.005992	0.015612	0.124947	6.387727	-0.441552
電子類指	0.000000	0.014158	0.118995	3.493072	-0.024132

註：1.資料時間為 1998 年 1 月至 2003 年 12 月

2.資料頻率為月資料

資產報酬率係採對數報酬的計算方式，也就是將資產的指數報價取對數值，並且減去前一期之對數價格後，即可得出具有線性可加性的對數報酬率。本研究採取對數報酬率的原因，包括：1.以資產價格之幾何平均數作為資產報酬率的計算方式，可以透過資產價格之對數差，再計算算術平均數，亦可得到相近的報酬率，也就是將乘除計算轉換為加減計算的概念，在實證過程中，較易處理龐雜的資料。2.資產價格若為對數報酬，部分資產價格可以視為一對數常態分配，則其資產價格恆為正值，較符合實際的價格行為。3.將資料取對數後，可以將分配兩

端之值予以收縮，一方面方便計算，二方面亦不抽離該資料之性質。

而在商業本票與可買回公債等以利率報價的資產，係因其資產真實價格與報價之利率為反向變動關係，為了探求該資產價格與其它因子的共變異關係，本研究設定此類之資產價格，為報價的利率取導數後相減，即為資產的價格波動率，也就是該資產之報酬，此報酬率之計算方式雖未能確切計算其實際報酬率，但因本研究僅就報酬率的變動關係作探討，因而此法並不影響資產價格與其他因子共變異關係的程度。台灣加權指數與商業本票的平均報酬率皆接近於零，只有金融保險類指具有較高的資產報酬，為一高成長的金融資產。在峰態係數的部分，大多的資產報酬具有高峰分配的情形，伴隨著機率分配肥尾的特性，本研究將以 GARCH 模型進一步捕捉並分析機率分配的肥尾特性。

金融資產報酬率一般皆會假設符合對數常態分配，然而，在考慮資產報酬具有波動群聚的現象下，可以透過 GARCH 來捕捉資產報酬的波動狀態。常態檢定的目的就是在檢定金融資產對數報酬率是否符合常態的特性，若不符合常態分配的特性，即可進一步進行 ARCH 檢定，判斷金融資產報酬的時間序列資料是否具有自我相關的特性。

表 4 投資組合資產之常態分析

常態檢定分析				
資產標的	Shapiro-Wilk (Pr < W)	Kolmogorov Smirnov (Pr > D)	Cramer-Von Mises (Pr > W-Sq)	Anderson Darling (Pr > A-Sq)
台灣加權股價指數	0.961286	0.075135	0.309986	2.091511
	(<0.0001)	(<0.0100)	(<0.0050)	(<0.0050)
商業本票	0.940477	0.109248	0.624574	3.150559
	(<0.0001)	(<0.0100)	(<0.0050)	(<0.0050)
金融保險類指	0.952453	0.094787	0.470224	2.707243
	(<0.0001)	(<0.0100)	(<0.0050)	(<0.0050)
食品類指	0.966006	0.066465	0.282559	1.661089
	(<0.0001)	(0.01950)	(<0.0050)	(<0.0050)
電子類指	0.985853	0.055176	0.056129	0.419813
	(0.30000)	(>0.1500)	(>0.2500)	(>0.2500)

在常態檢定下，各個風險性資產顯著拒絕常態假設，亦即無法透過傳統的 OLS 法作線性的預測。

4.3 跨期資產報酬之預期

在過去的研究當中，金融資產大多可以透過 GARCH(1,1)來捕捉其報酬的殘差波動現象。本研究以 Portmanteau Q-Test 與 Lagrange Multiplier Test 來檢定金融資產報酬的時間序列資料是否與過去資料相關。其虛無假設(null hypothesis)為當

期資料與過去 n 期資料不具相關性，表示為$H_0:\rho_1=\rho_2=\Lambda=\rho_i=0$。其中，$\rho_i$為當期資料與前 i 期資料間的相關係數。

表 5 投資組合資產之 ARCH 效果分析

ARCHTEST		
資產標的	Portmanteau Q-Test	Lagrange Multiplier Test
台灣加權	<.0001	<.0001
商業本票	<.0500	<.0500
金融保險	<.0001	<.0001
食品類指	<.0001	<.0001
電子類指	0.0253	0.0251

註：表中係指在 Portmanteau Q-Test 與 Lagrange Multiplier Test 下的 P-Value 檢定值

ARCH 檢定結果可以明確的瞭解，當期的資料與過去 n 期的資料皆具有顯著的相關性，也就是在 1998 年 1 月至 2003 年 12 月的時間序列資料間，彼此皆具有高度的相關性。

透過 GARCH(1,1)模型可以捕捉金融資產報酬資料的波動現象，並且加以估計過去各期的非條件變異數，以及非條件變異數與隨機殘差的估計係數。ARCH(1)表示時間序列資料的波動與過去一期的隨機殘差項具有相關性，可以透過過去一期的隨機殘差項推估未來的資料波動程度；而 GARCH(1,1)表示時間序列資料的波動不但與過去一期的隨機誤差項有關，亦與過去一期的變異數有關，也就是可以一起依過去一期的隨機誤差項與殘差變異數估計未來的波動程度。分別將個別資產的估計係數表示為

表 6 投資組合之 GARCH(1,1)變異數估計係數

ESTIMATE			
資產標的	ARCH 0	ARCH 1	GARCH 1
台灣加權	0.002196	0.258700	0.587300
商業本票	0.000128	0.155800	0.844900
金融保險	0.001104	0.125100	0.833700
食品類指	0.001671	0.285300	0.606600
電子類指	0.003386	0.182300	0.575400

由上述可以找出條件變異數的估計式：

台灣加權：$\sigma_t^2=0.002196+0.258700e_{t-1}^2+0.587300\sigma_{t-1}^2$

商業本票：$\sigma_t^2=0.000128+0.155800e_{t-1}^2+0.844900\sigma_{t-1}^2$

金融保險：$\sigma_t^2=0.001104+0.125100e_{t-1}^2+0.833700\sigma_{t-1}^2$

食品類指：$\sigma_t^2=0.001671+0.285300e_{t-1}^2+0.606600\sigma_{t-1}^2$

電子類指：$\sigma_t^2 = -0.003386 + 0.182300 e_{t-1}^2 + 0.575400 \sigma_{t-1}^2$

$R_t = \mu_t + \varepsilon_t$

$\varepsilon_t = \sigma_t \cdot \eta_t$

其中，$\eta_t \overset{iid}{\sim} N(0,\sigma^2)$；$\varepsilon_t \sim N(0,\sigma_t^2)$

$E(\sigma_t | \Omega_{t-1}) = E\left(\alpha_0 + \alpha_1 \cdot e_{t-1}^2 + \beta_1 \cdot \sigma_{t-1}^2 | \Omega_{t-1}\right) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot e_{t-1}^2 + \beta_1 \cdot \sigma_{t-1}^2$

將條件變異數整理後，帶回原本假設的 ARMA 模型，即可預測未來一期的金融資產報酬率。本研究探討資產配置的期間從 1998 年 1 月至 2003 年 12 月，每個個別資產共計有 72 筆月資料，建構的預期金融資產報酬率如下：

表 7 台灣加權股價指數預期報酬率

單位：100%

	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
1998	0.011	0.008	0.010	0.008	0.009	0.010	0.013	0.007	0.008	0.009	0.011	0.009
1999	0.008	0.009	0.010	0.011	0.015	0.014	0.010	0.008	0.007	0.009	0.011	0.012
2000	0.008	0.009	0.011	0.009	0.011	0.012	0.017	0.022	0.013	0.013	0.017	0.019
2001	0.008	0.008	0.010	0.010	0.012	0.015	0.016	0.023	0.013	0.017	0.018	0.007
2002	0.007	0.008	0.008	0.010	0.010	0.009	0.010	0.012	0.009	0.008	0.010	0.012
2003	0.011	0.007	0.008	0.009	0.008	0.008	0.007	0.007	0.008	0.007	0.008	0.009

表 8 金融保險類指預期報酬率

單位：100%

	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
1998	0.022	0.023	0.023	0.023	0.024	0.025	0.026	0.024	0.024	0.025	0.026	0.024
1999	0.025	0.024	0.025	0.026	0.028	0.028	0.026	0.028	0.026	0.027	0.029	0.031
2000	0.028	0.029	0.030	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.030	0.031	0.034
2001	0.028	0.029	0.031	0.032	0.034	0.037	0.031	0.025	0.023	0.024	0.025	0.021
2002	0.022	0.022	0.023	0.022	0.023	0.024	0.025	0.026	0.025	0.026	0.028	0.029
2003	0.026	0.022	0.023	0.023	0.024	0.025	0.026	0.027	0.029	0.027	0.029	0.031

表 9 食品類指預期報酬率

單位：100%

	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
1998	0.019	0.015	0.016	0.019	0.024	0.028	0.019	0.019	0.023	0.032	0.030	0.013
1999	0.013	0.014	0.016	0.017	0.014	0.015	0.013	0.015	0.015	0.018	0.021	0.028
2000	0.018	0.022	0.027	0.013	0.015	0.016	0.019	0.012	0.012	0.013	0.012	0.013
2001	0.014	0.016	0.020	0.021	0.018	0.023	0.021	0.022	0.017	0.016	0.018	0.013
2002	0.014	0.015	0.012	0.012	0.013	0.013	0.015	0.016	0.015	0.015	0.016	0.020
2003	0.016	0.015	0.016	0.013	0.013	0.014	0.014	0.016	0.019	0.016	0.019	0.024

表 10 電子類指預期報酬率

單位：100%

	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
1998	0.013	0.013	0.015	0.013	0.014	0.018	0.022	0.013	0.014	0.016	0.021	0.021
1999	0.020	0.027	0.025	0.020	0.017	0.022	0.014	0.012	0.013	0.015	0.018	0.020
2000	0.016	0.019	0.025	0.016	0.021	0.019	0.025	0.020	0.020	0.013	0.013	0.015
2001	0.013	0.015	0.017	0.017	0.022	0.029	0.025	0.023	0.016	0.019	0.024	0.026
2002	0.013	0.016	0.011	0.012	0.014	0.016	0.020	0.026	0.021	0.022	0.027	0.040
2003	0.028	0.017	0.021	0.017	0.012	0.013	0.014	0.016	0.020	0.014	0.015	0.019

表 11 商業本票預期報酬率

單位：100%

	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
1998	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002
1999	0.002	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002
2000	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003	0.003	0.004	0.004
2001	0.004	0.004	0.003	0.004	0.004	0.005	0.005	0.006	0.007	0.007	0.005	0.004
2002	0.005	0.004	0.005	0.005	0.005	0.005	0.006	0.006	0.006	0.007	0.008	0.009
2003	0.010	0.009	0.009	0.009	0.010	0.011	0.013	0.012	0.010	0.010	0.011	0.013

透過 GARCH 模型之估計，以各資產的條件期望值作為未來的期望資產報酬率，可以對未來每一期的期望資產報酬和實際資產報酬作修正，形成期望報酬的預期修正，也就是資產配置模型中資產組合報酬率之修正與個別資產的共變異關係。

$$Cov\left(r_{j,t+1}, (E_{t+1} - E_t)\sum_{j=1}^{\infty} r_{p,t+1} \right)$$

考慮物價膨脹下的資產配置模型必須將物價膨脹因子嵌入模型中。本研究以消費者物價指數(Consumption Pricing Index, CPI)作為物價的衡量指標，而物價膨脹率係以消費者物價指數的對數變動率衡量。投資者對未來物價膨脹率的預期修正與個別資產之間的共變異關係，可以表示為

$$Cov\left(r_{j,t+1}, (E_{t+1} - E_t)\sum_{j=1}^{\infty} \Delta\pi_{t+1} \right)$$

當投資者未考慮物價膨脹因子下，投資者亦不會對物價膨脹因子預期或是修正預期，此共變異關係即為零。

在投資組合資產配置的過程中，還必須考慮相對風險趨避係數，以表示投資者的風險態度。依據林哲丞(2000)利用自我迴歸所估計相對風險趨避係數，當考慮物價膨脹因子時，資產報酬必須透過物價平減，在條件變異隨時間改變的情況下，$\gamma = 16.5881$；相對在不考慮物價膨脹下，資產定價模型所估計出的係數值為

$\gamma = 6.4559$，本研究將相對風險趨避係數(RRA)設定為此兩種狀態。

各估計參數以及各共變異風險可以明確定義和計算下，本研究將繼續探討考慮物價膨脹下的資產配置比例，並且依據此配置比例計算投資組合的期望報酬率和變異數，以衡量此配置比例模型的績效。

4.4 考慮物價膨脹下跨期資產之最適配置比例

以風險趨避投資者財富極大化的目標函數中，嵌入考慮物價膨脹下的跨期預算限制式，透過 Epstein-Zin Utility 對效用的詮釋，可以推導出考慮物價膨脹下的資產定價模式，再透過個別資產與市場投資組合的共變異關係估資產投資組合的比例，可以導出考慮物價膨脹下的跨期資產配置模型。

$$\alpha_t = \frac{1}{\gamma\sigma_t^2}\left[E_t r_{j,t+1} - r_{f,t+1} + Var(r_{j,t+1})\right] - \frac{1}{\sigma_t^2}(1-\frac{1}{\gamma})Cov\left(r_{j,t+1},(E_{t+1}-E_t)\sum_{j=1}^{\infty} r_{p,t+1}\right)$$
$$+\frac{2}{\sigma_t^2}(1-\frac{1}{\gamma})Cov\left(r_{j,t+1},(E_{t+1}-E_t)\sum_{j=1}^{\infty}\Delta\pi_{t+1}\right)$$

動態資產配置的目的在於可以機動性的調整資產配置，本研究樣本係以資產報酬之月資料，資產配置的比例依據模型中不同參數的設定而有所不同。風險性資產的配置比例完成後，投資者的剩餘資金皆全部以無風險資產來補足，而風險性資產的配置比例總和大於 100%下，則以無風險資產之借貸作為風險性資產投資之資金挹注。

4.4.1 以名目價格作為資產報酬的資產配置模型

以名目價格作為資產報酬之配置係指忽略物價膨脹因素下的資產配置，也就是將物價膨脹率的預期及其修正皆視為零，依據林哲丞(2000)利用自我廻歸之實證結果，將相對風險趨避係數設定為$\gamma = 6.4559$，則可以估計 1998 年 1 月至 2003 年 12 月之各期(月)之估計風險性資產配置比例。

依據 Markowitz 的投資組合理論，將名目資產報酬率的配置比例乘以個別資產報酬率，即可求出投資組合之報酬率，而投資組合報酬率變異數係為投資組合中個別資產的變異數與個別資產間的共變異數加權而得。

表 12 名目資產報酬下的投資組合報酬率

單位：100%

	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
1998	0.248	0.195	0.184	0.153	0.147	0.164	0.148	0.131	0.129	0.095	0.075	0.060
1999	0.058	0.063	0.057	0.057	0.058	0.060	0.061	0.066	0.072	0.069	0.069	0.063
2000	0.067	0.066	0.061	0.066	0.068	0.069	0.067	0.064	0.071	0.080	0.078	0.074

2001	0.076	0.071	0.060	0.052	0.048	0.048	0.038	0.031	0.026	0.021	0.022	0.021
2002	0.018	0.019	0.018	0.019	0.019	0.018	0.017	0.019	0.018	0.019	0.021	0.030
2003	0.022	0.016	0.017	0.015	0.014	0.015	0.016	0.018	0.021	0.017	0.020	0.024

表 13 名目資產報酬下的投資組合報酬變異數

	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
1998	0.000295	0.000295	0.000189	0.000142	0.000131	0.000131	0.000178	0.000097	0.000107	0.000060	0.000038	0.000027
1999	0.000026	0.000026	0.000024	0.000025	0.000026	0.000026	0.000028	0.000032	0.000039	0.000036	0.000034	0.000030
2000	0.000034	0.000034	0.000028	0.000033	0.000033	0.000033	0.000036	0.000026	0.000036	0.000047	0.000044	0.000041
2001	0.000043	0.000043	0.000029	0.000024	0.000024	0.000024	0.000027	0.000022	0.000014	0.000025	0.000041	0.000032
2002	0.000023	0.000023	0.000020	0.000020	0.000024	0.000024	0.000030	0.000049	0.000039	0.000041	0.000064	0.000108
2003	0.000087	0.000087	0.000067	0.000064	0.000061	0.000061	0.000063	0.000078	0.000095	0.000083	0.000091	0.000106

4.4.2 以物價膨脹率平減資產報酬的資產配置模型

以物價平減資產報酬之配置係指考慮物價膨脹因素下的資產配置，也就是將物價膨脹率的預期及其修正納入資產配置模型中，依據林哲丞(2000)利用自我迴歸之實證結果，將相對風險趨避係數設定為$\gamma=16.5881$，將 1998 年 1 月至 2003 年 12 月之各期(月)之估計風險性資產配置比例計算後可以推估投資組合報酬率及其變異數。

表 14 物價膨脹率平減資產報酬下的投資組合報酬率

單位：100%

	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
1998	0.144	0.100	0.113	0.097	0.095	0.106	0.093	0.087	0.086	0.068	0.058	0.048
1999	0.046	0.052	0.047	0.046	0.047	0.049	0.049	0.051	0.054	0.053	0.053	0.051
2000	0.052	0.050	0.050	0.051	0.053	0.054	0.052	0.052	0.055	0.059	0.059	0.057
2001	0.056	0.051	0.048	0.043	0.041	0.041	0.034	0.030	0.026	0.021	0.020	0.020
2002	0.018	0.019	0.019	0.019	0.019	0.018	0.015	0.017	0.017	0.017	0.016	0.019
2003	0.014	0.012	0.012	0.011	0.011	0.012	0.011	0.011	0.013	0.011	0.012	0.014

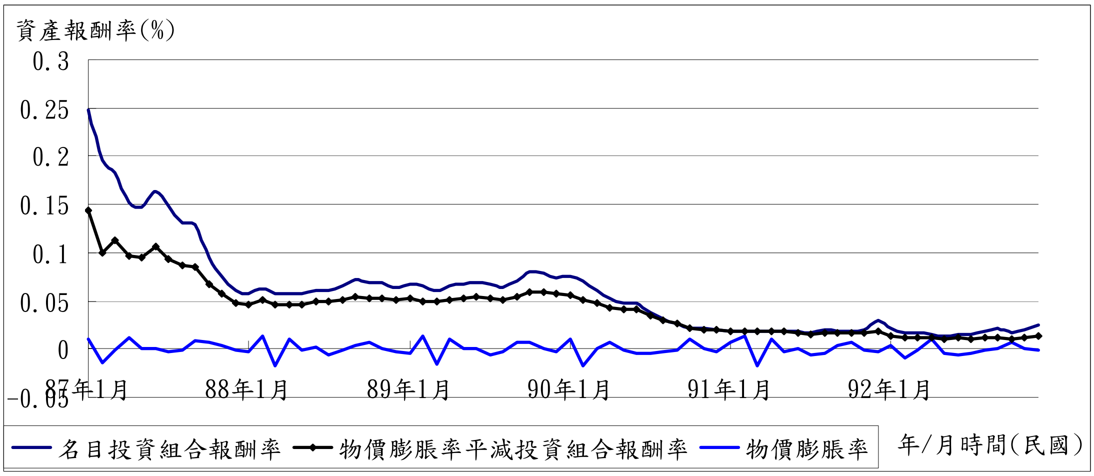
表 15 物價膨脹率平減資產報酬下的投資組合報酬變異數

單位：100%

	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
1998	4.5E-05	2.3E-05	2.9E-05	2.2E-05	2.0E-05	2.0E-05	2.7E-05	1.5E-05	1.7E-05	9.3E-06	5.9E-06	4.3E-06
1999	4.2E-06	5.0E-06	3.9E-06	3.9E-06	4.2E-06	4.2E-06	4.4E-06	5.2E-06	6.4E-06	5.8E-06	5.5E-06	4.8E-06
2000	5.4E-06	4.7E-06	4.4E-06	5.3E-06	5.2E-06	5.2E-06	5.6E-06	4.1E-06	5.7E-06	7.3E-06	7.0E-06	6.4E-06
2001	6.8E-06	5.3E-06	4.7E-06	4.0E-06	3.9E-06	3.9E-06	4.4E-06	3.7E-06	2.4E-06	4.2E-06	6.6E-06	5.2E-06
2002	3.4E-06	3.7E-06	3.1E-06	3.0E-06	3.5E-06	3.5E-06	4.5E-06	7.2E-06	5.8E-06	6.1E-06	9.6E-06	1.6E-05

2003	1.3E-05	9.0E-06	1.0E-05	9.6E-06	9.1E-06	9.1E-06	9.5E-06	1.2E-05	1.4E-05	1.2E-05	1.4E-05	1.6E-05

考慮物價膨脹下的資產配置模型所計算的投資組合報酬率，在與不考慮物價膨脹因子的名目投資組合報酬相比較，發現考慮物價膨脹率下的投資組合報酬較低，也就是考慮物價膨脹因子後，透過資產配置模型的修正，會降低部分的報酬



以換取風險分散的效果，也就是考慮物價膨脹因子的共變異關係後，會透過投資組合的資產配置比例來修正投資組合的內涵，以犧牲部分報酬來換取風險的移轉。

圖 10 考慮物價膨脹率與否對投資組合報酬率之影響

透過圖 11 可以端視投資組合的報酬因為考慮物價膨脹因素導致資產配置比例調整下所下修的投資組合報酬率。經過資產配置比例的調整後，投資組合報酬率的下修，可以換取部分的投資組合總風險下降。以下將進一步以 Sharpe Measure、Treynor Measure 與 Component Value at Risk 來分析透過跨期資產配置模型下，考慮物價膨脹因素是否會影響投資組合之績效。

4.5 最適配置比例投資組合之績效評估

透過跨期資產配置模型，可以依據投資者在不同的風險趨避係數以及物價膨脹因子和其它因子的共變異關係，找出投資組合中各資產的最適配置比例，進而求得投資組合之報酬率與變異數。分析最適配置比例的績效可以透過 Sharpe Measure 與 Treynor Measure 來分析，並且以 Component Value at Risk 來探討跨期資產配置比例對投資組合總風險的邊際貢獻度。

4.5.1 以 Sharpe Ratio 衡量投資組合績效

以 Sharpe Ratio 衡量每一單位投資組合變異數可以得到的超額報酬。當風險提高時，為了分散風險，投資者會進行資產的重新配置，透過跨期資產配置模型可以估計下一期的最適配置比例。而 Sharpe Ratio 越高，則代表投資組合的績效越好，投資組合的風險分散程度越高；而 Sharpe Ratio 越低，則代表投資組合的績效變差，投資組合的風險分散程度越小。名目資產報酬投資組合與考慮物價膨脹平減資產投資組合的 Sharpe Ratio 如下：

表 16 名目資產報酬投資組合之 Sharpe Ratio

	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
1998	5.76	4.51	6.14	6.41	6.51	7.26	5.04	7.37	6.70	7.25	7.58	7.62
1999	7.49	8.01	7.45	7.49	7.37	7.56	7.56	7.85	7.50	7.49	7.44	6.93
2000	7.46	7.13	6.88	7.45	7.52	7.71	6.83	7.70	7.57	7.32	7.26	7.13
2001	7.33	6.70	6.77	5.89	4.78	4.76	2.75	1.25	-0.03	-0.21	0.57	0.50
2002	-0.19	-0.04	-0.25	-0.29	-0.15	0.26	0.98	0.70	0.41	0.49	1.06	1.74
2003	1.41	0.75	1.07	0.96	0.87	0.94	1.33	1.40	1.45	1.26	1.39	1.58

表 17 物價膨脹率平減資產報酬投資組合之 Sharpe Ratio

	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
1998	14.67	16.08	15.61	16.27	16.53	18.43	12.83	18.61	16.99	18.37	19.13	18.85
1999	18.73	19.19	18.88	18.80	18.32	18.71	19.08	19.38	18.50	18.56	18.56	17.61
2000	18.69	18.37	17.46	18.62	18.81	19.29	17.05	19.39	18.88	18.30	18.15	17.83
2001	18.09	17.51	16.17	13.76	11.12	11.11	6.44	2.82	-0.15	-0.51	1.37	1.15
2002	-0.49	-0.21	-0.65	-0.75	-0.40	0.65	2.50	1.77	1.03	1.25	2.72	4.51
2003	3.62	2.31	2.76	2.48	2.24	2.42	3.43	3.62	3.73	3.24	3.59	4.08

將物價膨脹因素嵌入跨期資產配置模型之後，可以發現考慮物價膨脹因素後，物價膨脹率平減資產之投資組合 Sharpe Ratio 遠比忽略物價膨脹因素來得高，顯示透過此一考慮物價膨脹因素之資產配置模型可以有效的分散投資組合的總風險。

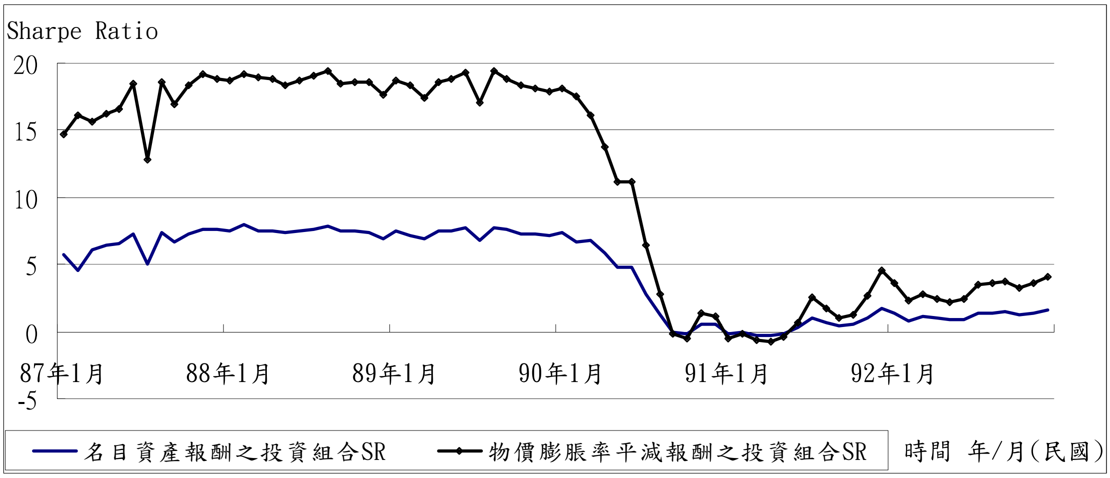


圖 11 考慮物價膨脹率與否對投資組合 Sharpe Ratio 之影響

4.5.2 以 Treynor Ratio 衡量投資組合績效

另一個衡量投資組合績效的指標 Treynor Ratio 係將 Sharpe Ratio 的總風險以系統風險替代，也就是在分析承擔每一單位系統風險下可以帶來多少的超額報酬。當 Treynor Ratio 越高，代表系統風險越小，透過考慮物價膨脹下的資產配置模型降低的共變異風險程度越高。考慮物價膨脹下的跨期資產配置模型中，除了以市場投資組合的共變異關係(市場風險)外，另外考量了物價膨脹因素的共變異關係，透過跨期資產配置模型導入物價膨脹因素後，可使投資者對於未來一期之資產配置作重新調整，以降低投資組合風險。名目資產報酬投資組合與考慮物價膨脹平減資產投資組合的 Treynor Ratio 如下：

表 18 名目資產報酬投資組合之 Treynor Ratio

	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
1998	0.27	0.21	0.29	0.30	0.31	0.34	0.24	0.39	0.31	0.36	0.44	0.47
1999	0.46	0.49	0.49	0.55	0.62	0.63	0.60	0.47	0.39	0.42	0.46	0.47
2000	0.42	0.40	0.48	0.43	0.47	0.49	0.42	0.66	0.48	0.41	0.45	0.50
2001	0.36	0.33	0.43	0.43	0.41	0.41	0.25	0.11	0.00	-0.01	0.03	0.03
2002	-0.01	0.00	-0.02	-0.02	-0.01	0.02	0.06	0.04	0.02	0.03	0.06	0.08
2003	0.07	0.04	0.06	0.05	0.05	0.06	0.08	0.09	0.08	0.08	0.08	0.09

表 19 物價膨脹率平減資產報酬投資組合之 Treynor Ratio

	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
1998	0.70	0.77	0.76	0.78	0.79	0.88	0.62	1.01	0.80	0.92	1.14	1.18
1999	1.17	1.18	1.27	1.38	1.50	1.53	1.50	1.16	0.97	1.04	1.14	1.20
2000	1.06	1.15	1.24	1.10	1.21	1.24	1.08	1.71	1.22	1.04	1.14	1.25
2001	0.91	0.97	1.05	1.03	0.99	0.99	0.61	0.25	-0.01	-0.03	0.07	0.07
2002	-0.04	-0.01	-0.05	-0.06	-0.03	0.05	0.17	0.10	0.06	0.08	0.15	0.22
2003	0.19	0.13	0.15	0.14	0.14	0.15	0.22	0.23	0.22	0.20	0.22	0.24

將物價膨脹因素嵌入跨期資產配置模型之後，可以發現考慮物價膨脹因素後，物價膨脹率平減資產之投資組合 Treynor Ratio 遠比忽略物價膨脹因素來得高，顯示透過此一考慮物價膨脹因素之資產配置模型可以有效的分散投資組合的系統風險。

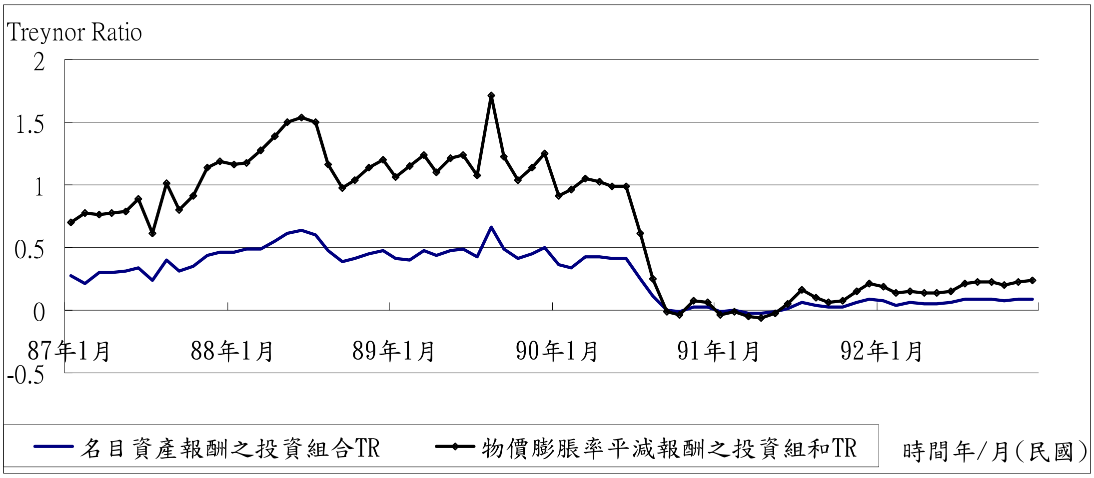


圖 12 考慮物價膨脹率與否對投資組合 Treynor Ratio 之影響

4.5.3 以 Component Value at Risk 衡量資產配置比例的邊際貢獻度

元件風險值定義，投資組合總風險值 VaR_p 中，個別資產之邊際貢獻為元件風險值(CVaR)，也就是第 i 項資產對於投資組合總風險值之貢獻度。

$$CVaR = \frac{\partial VaR_p}{\partial w_i} \cdot w_i$$

第 i 項資產在投資組合中所佔的配置比例 w_i 對投資組合總風險值 VaR_p 的貢獻程度，恰等於每一單位配置比例 w_i 之 VaR_p 貢獻率乘以第 i 項資產的配置比例 w_i。風險值的觀念，即在一段期間內，一定的信賴水準下，當市場發生最壞的情況下所預期的最大損失，也就是資產部位的風險暴露額。元件風險值對資產配置的衡量方式為

$$CVaR = VaR(\beta_i) \cdot w_i \cdot VaR_p = (\frac{\sigma_{ip}}{\sigma_p^2}) \cdot w_i \cdot (Z_\alpha \cdot \sigma_p \cdot W_0) = \frac{\sigma_{ip}}{\sigma_p} \cdot w_i \cdot Z_\alpha$$

當 CVaR 越小時，表示投資組合內個別資產配置比例對投資組合總風險的貢獻程度越低，在跨期進行資產配置的調整過程中，需要重新配置的總金額越高。

實證結果發現，考慮物價膨脹因素後的資產配置比例對投資組合總風險的敏感程度較低，顯示考慮物價膨脹因素下，投資人若要進行資產的重新配置，需要比不考慮物價膨脹因素下調整更多的部位。

考慮物價膨脹下，投資者可以透過跨期資產配置模型，提高總風險的分散程度，降低投資組合總風險，但是與不考慮物價膨脹相較下，考慮物價膨脹下的資產重新配置必須透過調整較高的資產部位才能完成。

五、結 論

5.1 結論

風險趨避的投資人透過財富極大化的目標函數與考慮物價膨脹因素下的跨期預算限制式，並且以 Epstein-Zin Utility 捕捉投資者在物價膨脹下的風險趨避心態，導求出考慮物價膨脹下的跨期資產定價模型，以個別資產與投資組合共變異關係佔投資組合變異數的比例作為資產配置比例，進一步導求出考慮物價膨脹下的跨期資產配置比例模型。在考慮物價膨脹下，投資者會進行動態的資產配置，在每個期間作重新的資產比例調整。在不考慮物價膨脹下，投資者關心的是個別資產與市場投資組合的共變異風險，也就是傳統 CAPM 定義的市場風險；然而考慮物價膨脹下，投資者還會進一步的關心個別資產與物價膨脹率的共變異關係，投資者相對的會提高風險趨避態度。

本研究之結論如下：

1. 考慮物價膨脹下的跨期資產配置模型作為投資組合的資產分配比例，相對於不考慮物價膨脹因素下，可以有較低的投資組合報酬率。
2. 考慮物價膨脹下的跨期資產配置模型作為投資組合的資產分配比例，透過未來資產價格的預期，以及其與市場投資組合之共變異關係，可以降低投資組合總風險，達到風險分散的效果。
3. 考慮物價膨脹下的跨期資產配置模型作為投資組合的資產分配比例，相較於未考慮物價膨脹因素，更能有較高的投資組合績效。
4. 以元件風險值衡量資產配置比例對投資組合總風險的邊際貢獻度，考慮物價膨脹下，資產配置比例對投資組合總風險的貢獻度較不考慮物價膨脹因素下來得低，亦即在考慮物價膨脹下，調整資產配置比例時，需要比不考慮物價膨脹因素下要有更高的資產部位調整，才能達到最適的風險分散配置比例。

以傳統的 CAPM 與考慮跨期的 ICAPM 對於資產價格的來源有所不同，也因此有不相同的資產評價基礎，跨期資產配置模型係利用此一概念，將資產的配置比例模型設定為個別風險性資產對無風險資產的超額報酬、個別風險性資產的變異數、未來市場投資組合之預期修正與該風險性資產間的共變異關係，以及未來物價膨脹率之預期修正與該風險性資產間的共變異關係。

考慮物價膨脹下的跨期資產配置模型以及忽略物價因素的跨期資產配置模型，兩者之間的差異就是將預期物價因素設定為固定不變，透過此一模型，在實證中，投資組合會因此犧牲部分的報酬，以換取較低的投資組合總風險。但是在投資組合的績效表現中，考慮物價膨脹因素後，此配置模型的風險減少之程度遠高於報酬增加之程度。因此，在 Sharpe Measure 與 Treynor Measure 的衡量下，仍有較佳的績效表現，但是也因為考慮了物價膨脹因子，投資者必須要有更高的資產部位作調整，才能達到最適的風險分散配置比例。

5.2 研究限制

對於資產的選取方式與類別眾多，直接使用此一模式進行財富管理分析仍無法詳善。證券市場包含的金融商品過於龐雜，依據商品性質分類可以包括：(1)資本資產，(2)實體交易資產，與(3)存藏性資產。資本資產的交易是以無實體的有價證券交易為主，包括常見的金融商品，如：股票、債券、期貨、選擇權、交換等；實體資產的交易是以實體交割為主的商品，包括不動產、黃金、石油、鋼鐵與穀物等；存藏價值的資產包括郵票、貨幣、古董以及藝術品等。本研究設定在資本資產的範疇為主，而在它類的資產配置組合中，由於交易性質的不同，直接使用此一資產配置模式無法適切地突顯它類資產的價值與性質。

以 GARCH(1,1)作為未來跨期資產報酬的預測工具，可以捕捉資產報酬的變異群聚現象，並且利用波動效果估計條件變異數。但是 GARCH(1,1)僅能呈現波動群聚現象，無法釐清資產報酬的波動方向性。

以台灣消費者物價指數(Consumption Pricing Index, CPI)之自然對數作為物價膨脹率，並且透過 GARCH(1,1)預測未來波動性。然而物價膨脹率具有季節性的效果，透過 GARCH(1,1)亦無法適切地捕捉未來的波動效果。

5.3 研究建議

考慮物價膨脹下的跨期資產配置模型在本研究中係設定國內的資產作分析。然而，欲加入國際資產必須透過模型的再延伸，資產報酬必須設定為考慮匯率因素的跨期資產報酬，在共變異關係的部分亦可加入匯率與個別資產或是物價膨脹間的探討。匯率與利率之間存在著平價的關係，亦即兩因素互為連動影響，因此在設定資產定價模式的過程當中，可以進而探究匯率與利率的共變異連動關係，作為資產超額報酬的來源中，風險堆疊的考慮因素之一。

針對 GARCH(1,1)無法捕捉資產報酬之波動不具方向性的探討問題，建議後續研究以 Exponential GARCH 加以分析，希冀能解決未來資產報酬可以描述正負向變動的問題。而物價膨脹變動因素亦可採用 Seasonal GARCH 捕捉季節性的資產報酬波動。

參 考 文 獻

中文部分

1. 王俊懿，金融組合風險值之研究，國立台灣大學國際企業研究所碩士論文，民國 88 年 6 月。
2. 王品文，Equity Premium及加入貨幣的資產定價模型，輔仁大學經濟研究所碩士論文，民國 88 年 7 月。
3. 王英雪，熵理論架構下消費基礎制資本資產定價模型之檢定：以冪次效用函數為例，銘傳大學財務金融研究所碩士論文，民國 92 年 6 月。
4. 沈新裕，國際證券投資與避險策略－新興股市與成熟股市之探討，淡江大學金融研究所碩士論文，民國 84 年 6 月。
5. 杜玉振、宋孝聖，「台灣股市投資組合選取與績效評估之研究－VaR形式Sharpe指標之推導與應用」，管理與系統，第 10 卷第 3 期，民國 92 年 7 月。
6. 李瑞琳，國際投資組合理論模型之實證研究－以亞洲新興證券市場為例，淡江大學國際貿易學系國際企業學碩士班碩士論文，民國 86 年 6 月。
7. 李麗華，風險值應用於資產分配之研究－以股票市場為例，國立東華大學企業管理系碩士論文，民國 89 年 6 月。
8. 李進生、謝文良、林允永、蔣炤坪、陳達新、盧陽正，風險管理－風險值(VaR)理論與應用，台北，清蔚科技股份有限公司出版事業部，民國 90 年。
9. 李吉元，風險值限制下最適資產配置，國立成功大學財務金融研究所碩士論文，民國 92 年 6 月。
10. 吳鴻彬，結構性轉換與資產定價模型，國立台灣大學經濟學研究所碩士論文，民國 91 年 6 月。
11. 林潔珍，風險值之衡量與驗證－以台灣債券市場投資組合為例，國立台灣大學財務金融研究所，碩士論文，民國 88 年 6 月。
12. 林哲丞，通貨膨脹下之跨期資產定價理論與實證，國立台灣大學經濟學研究所碩士論文，民國 89 年 6 月。
13. 莊益源、林文昌、徐嘉彬、邱燕珍，「靜態與動態風險值模型績效之比較」，證券暨期貨發展季刊，第 15 卷第 4 期，民國 92 年。
14. 陳榮茂，國際資產配置與投資期限、資產種類關係之實證，國立中央大學財務管理研究所碩士論文，民國 89 年 6 月。
15. 陳怡君，退休基金資產配置策略之研究－以VaR資訊為基礎之模型，銘傳大學金融研究所碩士論文，民國 90 年 6 月。
16. 陳仙穎，國際資產配置與匯率避險之實證研究，國立台灣大學國際企業學系碩士論文，民國 92 年 5 月。
17. 葉宗穎，國際資本資產定價模型，國立台灣大學經濟學研究所碩士論文，民國 88 年 6 月。
18. 曾廣治，國際投資組合策略之匯率避險與績效，國立中正大學財務金融研究所碩士論文，民國 86 年 6 月。

19. 齊仁勇，國際資產配置與匯率風險之探討，國立台灣大學商學研究所碩士論文，民國 85 年 6 月。
20. 張慈惠，國際投資組合定價模型之比較，國立交通大學管理科學研究所碩士論文，民國 83 年 6 月。
21. 張焯然，動態國際資產評價，國立台灣大學財務金融研究所博士論文，民國 89 年 6 月。
22. 張志成，投資組合選取準則之實證研究－Sharpe Ratio的應用，淡江大學財務金融學系金融碩士班碩士論文，民國 91 年 6 月。
23. 廖淑娟，VaR夏普法則的應用限制式，國立台灣大學國際企業學系碩士論文，民國 90 年 6 月。
24. 鄭天德，ARMA-TGARCH模型之建立，國立交通大學經營管理研究所碩士論文，民國 91 年 6 月。
25. 鄭天德，燃油天然氣能源期貨商品風險值預測，台電工程月刊，第 661 期，民國 92 年 9 月。
26. 簡明照，投資組合成份涉險值限制下之資產配置模型－以郵匯局股票基金之資產管理為例，銘傳大學金融研究所碩士在職專班碩士論文，民國 89 年 6 月。
27. 簡佳至，限制下方風險的資產配置，國立政治大學金融研究所碩士論文，民國 90 年 5 月。

英文部分

1. Anderson, M. H., and A. P. Prezas, ‘‘Asymmtrec Information, Asset Allocation, and Debt Financing,’’ *Review of Quantitative Finance and Accounting*, Vol.20, pp.127-154, 2003.
2. Campbell, J. Y., and L. M. Viceira, *Strategic Asset Allocation －Portfolio Choice for Long-Term Investors*, Oxford University Press, New York, 2002.
3. Campbell, J. Y., Y. L. Chan, and L. M. Viceira, A Multivariate Model of Strategic Asset Allocation,” *Journal of Financial Economics*, Vol.67, pp.41-80, 2003.
4. Chan, Y. C. and L. T.W. Cheng, ‘‘Asset Allocation and Selectivity of Asian Mutual Funds During Financial Crisis,’’ *Review of Quantitative Finance and Accounting*, Vol.21, pp.233-250, 2003.
5. Chang, J. R., V. Errunza, , K. Hogan, and M. W. Hung, “An Intertemporal Asset Pricing Model: Theory and Empirical Evidence,” Working Paper, 2002.
6. Chan, Y. C. and L. T. W. Cheng “Asset Allocation and Selectivity of Asian Mutual Funds During Financial Crisis,” *Review of Quantitative Finance and Accounting*, Vol.21, pp.233-250, 2003.
7. Epstein, L. G., and S. E. Zin, ‘‘Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: An Empirical Analysis,’’ *The Journal of Political Economy*, Vol.99, No2, pp.263, 1991.
8. Francisa, J. L., A. Longstaff, and J. Pan, (2003), ‘‘Dynamic Asset Allocation with Event Risk’’, *The Journal of Finance*, Vol. LVIII, No.1, Feb, 2003.
9. Grauer, R. R., and N. H. Hakansson, ‘‘Applying Portfolio Change and Conditional Performance Measures: The Case of Industry Rotation Via the Dynamic Investment Model,’’ *Review of Quantitive Finance and Accounting*, Vol.17, pp.237-265, 2001.
10. Hammer, D. A., *Dynamic Asset Allocation－Strategies for the Stock, Bond and*

Money Markets, Wiley Finance Editions, John Wiley & Sons Inc., New York, 1991.

11. Konno, H. and J. Li, ‘‘Applications of the Integrated Approach to International Portfolio Optimizatopn,’’ *Asia Pacific Financial Markets*, Vol.7, pp.121-144, 2000.
12. Lederman, J., and R. A. Klein, *Global Asset Allocation －Techniques for Optimizing Portfolio Management*, Wiley Finance Editions, John Wiley & Sons Inc., New York, 1994.
13. Markowitz, H. M., “Portfolio Selection,” *The Journal of Finance*, Vol.VII, No.1, pp.77-91, 1952.
14. Markowitz, Harry. M., *Mean －Variance in Portfolio Choice and Capital Markets*, Basil Blackwell Inc., Cambridge Massachusetts USA, 1990.
15. Milevsky, M. A., K. Ho, and C. Bobinson, ‘‘Asset Allocation Via the Conditional First Exit Time or How to Avoid Outliving Your Money,’’ *Review of Quantitative Finance and Accounting*, Vol.9, pp.53-70, 1997.
16. Nawrocky, D. N., ‘‘Dynamic Asset Allocation During Different Inflation Senarios,’’ *Journal of Financial Planning*, Vol.16, No.10, pp.42, 2003.
17. Solink, B., ‘‘Global Asset Allocaiton,’’ *Journal of Portfolio Management*, Vol.24, No.4, pp.43, 1998.
18. Tang, G. Y. N., and W. C. Shum, ‘‘The Relations Between Unsystematic Risk, Skewness and Stock Returns During Up and Down Markets,’’*International Business Review*, Vol.12, pp.523-541, 2003.
19. Wu, L., ‘‘Jumps and Dynamic Asset Allocation,’’ *Review of Quantitative Finance and Accounting*, Vol.20, pp.207-243, 2003.

附錄一、Euler Equation 之求解

一般跨期效用函數極大化求解架構：

$$
\begin{cases}
\text{目標函數}：\max\limits_{C_t,W_t} U_t \\
\text{間接效用函數}：V_t = \phi(\dfrac{C_t}{W_t})W_t \\
\text{限制式}：W_{t+1} = R_{p,t+1}(W_t - C_t)
\end{cases}
$$

考慮物價水準下，將一般跨期效用函數與預算限制式內的財富消費與資產報酬予以平減，形成嵌入物價膨脹下的實質跨期效用函數極大化與值預算限制式的求解架構：

$$
\begin{cases}
\text{目標函數}：\underset{\frac{C_t}{\Pi_t},\frac{W_t}{\Pi_t}}{Max} U_t & (1) \\
\text{間接效用函數}：V_t = \phi(\dfrac{C_t/\Pi_t}{W_t/\Pi_t})\dfrac{W_t}{\Pi_t} = \phi(\dfrac{C_t}{W_t})\dfrac{W_t}{\Pi_t} & (2) \\
\text{限制式}：\dfrac{W_{t+1}}{\Pi_{t+1}} = \dfrac{NP_{p,t+1}/\Pi_{t+1}}{P_t/\Pi_t}(\dfrac{W_t}{\Pi_t} - \dfrac{C_t}{\Pi_t}) = R_{p,t+1}(\dfrac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}) \times (\dfrac{W_t}{\Pi} - \dfrac{C_t}{\Pi_t}) & (3)
\end{cases}
$$

其中，設定效用函數為 Epstein-Zin Utility

$$
U_t = \left\{(1-\delta)C_t^{(\xi-1)/\xi} + \delta\left[\left(E_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}(W_{t+1})^{(1-\gamma)}\right)^{1/(1-\gamma)}\right]^{(\xi-1)/\xi}\right\}^{\xi/(\xi-1)} \tag{4}
$$

將效用函數以嵌入物價水準的跨期實質間接效用函數來表達

$$
\phi_t(\cdot)\frac{W_t}{\Pi_t} = \left\{(1-\delta)(\frac{C_t}{\Pi_t})^{(\xi-1)/\xi} + \delta\left[\left(E_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}(\frac{W_{t+1}}{\Pi_{t+1}})^{(1-\gamma)}\right)^{1/(1-\gamma)}\right]^{(\xi-1)/\xi}\right\}^{\xi/(\xi-1)}
$$

將實質預算限制式帶入嵌入物價膨脹下的跨期實質跨期效用函數後

$$
\phi_t(\cdot)\frac{W_t}{\Pi_t} = \left\{(1-\delta)(\frac{C_t}{\Pi_t})^{(\xi-1)/\xi} + \delta\left[\left(E_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}R_{p,t+1}^{1-\gamma}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}(\frac{W_t}{\Pi_t} - \frac{C_t}{\Pi_t})^{(1-\gamma)}\right)^{1/(1-\gamma)}\right]^{(\xi-1)/\xi}\right\}^{\xi/(\xi-1)}
$$

$$
\Rightarrow \phi_t(\cdot)\frac{W_t}{\Pi_t} = \left\{(1-\delta)(\frac{C_t}{\Pi_t})^{(\xi-1)/\xi}\right.
$$

$$
\left. + \delta(\frac{W_t}{\Pi_t} - \frac{C_t}{\Pi_t})^{(\xi-1)/\xi}\left[\left(E_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}R_{p,t+1}^{1-\gamma}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{(1-\gamma)}\right)^{1/(1-\gamma)}\right]^{(\xi-1)/\xi}\right\}^{\xi/(\xi-1)} \tag{5}
$$

將帶入實質預算限制式之跨期實質間接效用函數對實質消費作一階偏微，其一階條件(First Order Condition)為

$$
\text{FOC}：\frac{\partial V_t}{\partial(C_t/\Pi_t)} = 0
$$

$$\Rightarrow (\frac{\xi}{\xi-1})V_t^{1/\xi}\left\{(1-\delta)(\frac{\xi-1}{\xi})(\frac{C_t}{\Pi_t})^{-1/\xi}\right.$$

$$\left. +\,\delta(\frac{\xi-1}{\xi})(\frac{W_t}{\Pi_t}-\frac{C_t}{\Pi_t})^{-1/\xi}(-1)\left[\left(E_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}R_{p,t+1}^{1-\gamma}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}\right)^{1/(1-\gamma)}\right]^{(\xi-1)/\xi}\right\}=0$$

$$\Rightarrow V_t^{1/\xi}\left\{(1-\delta)(\frac{C_t}{\Pi_t})^{-1/\xi}-\delta(\frac{W_t}{\Pi_t}-\frac{C_t}{\Pi_t})^{-1/\xi}\left[\left(E_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}R_{p,t+1}^{1-\gamma}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}\right)^{1/(1-\gamma)}\right]^{(\xi-1)/\xi}\right\}=0$$

$$\Rightarrow (1-\delta)(\frac{C_t}{\Pi_t})^{-1/\xi}-\delta(\frac{W_t}{\Pi_t}-\frac{C_t}{\Pi_t})^{-1/\xi}\left[\left(E_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}R_{p,t+1}^{1-\gamma}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}\right)^{1/(1-\gamma)}\right]^{(\xi-1)/\xi}=0$$

$$\Rightarrow (1-\delta)(\frac{C_t}{\Pi_t})^{-1/\xi}=\delta(\frac{W_t}{\Pi_t}-\frac{C_t}{\Pi_t})^{-1/\xi}\left[\left(E_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}R_{m,t+1}^{1-\gamma}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}\right)^{1/(1-\gamma)}\right]^{(\xi-1)/\xi}$$

最後可整理成跨期實質間接效用函數第二項之等式

$$\left[\left(\mathrm{E}_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}R_{m,t+1}^{1-\gamma}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}\right)^{1/(1-\gamma)}\right]^{(\xi-1)/\xi}=(\frac{1-\beta}{\beta})(\frac{C_t/\Pi_t}{W_t/\Pi_t-C_t/\Pi_t})^{-1/\xi} \tag{6}$$

將此等式帶回跨期實質間接效用函數

$$V_t=\phi_t(\frac{C_t}{W_t})\frac{W_t}{\Pi_t}$$

$$V_t=\left\{(1-\delta)(\frac{C_t}{\Pi_t})^{(\xi-1)/\xi}+\delta(\frac{W_t}{\Pi_t}-\frac{C_t}{\Pi_t})^{(\xi-1)/\xi}\left[\left(E_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}R_{p,t+1}^{1-\gamma}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}\right)^{1/(1-\gamma)}\right]^{(\xi-1)/\xi}\right\}^{\xi/(\xi-1)}$$

$$\Rightarrow V_t=\left[(1-\delta)(\frac{C_t}{\Pi_t})^{(\xi-1)/\xi}+\delta(\frac{W_t}{\Pi_t}-\frac{C_t}{\Pi_t})^{(\xi-1)/\xi}(\frac{1-\beta}{\beta})(\frac{C_t/\Pi_t}{W_t/\Pi_t-C_t/\Pi_t})^{-1/\xi}\right]^{\xi/(\xi-1)}$$

$$\Rightarrow V_t=(1-\delta)^{\xi/(\xi-1)}\left[(\frac{C_t}{\Pi_t})^{(\xi-1)/\xi}+(\frac{C_t}{\Pi_t})^{-1/\xi}(\frac{W_t}{\Pi_t}-\frac{C_t}{\Pi_t})\right]^{\xi/(\xi-1)}$$

$$=(1-\delta)^{\xi/(\xi-1)}\left[\frac{W_t/\Pi_t}{(C_t/\Pi_t)^{1/\xi}}\right]^{\xi/(\xi-1)}$$

$$=(1-\delta)^{\xi/(\xi-1)}\frac{(W_t/\Pi_t)^{\xi/(\xi-1)}}{(C_t/\Pi_t)^{1/(\xi-1)}}$$

$$\Rightarrow V_t=\phi_t(\frac{C_t}{W_t})(\frac{W_t}{\Pi_t})=(1-\delta)^{\xi/(\xi-1)}\frac{(W_t/\Pi_t)^{\xi/(\xi-1)}}{(C_t/\Pi_t)^{1/(\xi-1)}} \tag{7}$$

設 $\phi\equiv\phi\left(\frac{C_t}{W_t}\right)$，亦即 ϕ 為 $\left(\frac{C_t}{W_t}\right)$ 的函數

$$\Rightarrow \phi_t(\frac{C_t}{W_t})=(1-\delta)^{\xi/(\xi-1)}\frac{(W_t/\Pi_t)^{1/(\xi-1)}}{(C_t/\Pi_t)^{1/(\xi-1)}}=(1-\delta)^{\xi/(\xi-1)}\left(\frac{C_t/\Pi_t}{W_t/\Pi_t}\right)^{-1/(\xi-1)} \tag{8}$$

若延伸至第 t+1 期，可將跨期實質間接效用函數表示為：

$$\phi_{t+1} = (1-\delta)^{\xi/(\xi-1)} \left(\frac{C_{t+1}/\Pi_{t+1}}{W_{t+1}/\Pi_{t+1}}\right)^{-1/(\xi-1)} \tag{9}$$

帶回至跨期實質間接效用函數第二項之等式

$$\begin{cases} \left[\left(\mathrm{E}_t \phi_{t+1}^{1-\gamma} R_{m,t+1}^{1-\gamma} \left(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}\right)^{1-\gamma}\right)^{1/(1-\gamma)}\right]^{(\xi-1)/\xi} = \left(\frac{1-\delta}{\delta}\right)\left(\frac{C_t/\Pi_t}{W_t/\Pi_t - C_t/\Pi_t}\right)^{-1/\xi} \\ \phi_{t+1} = (1-\delta)^{\xi/(\xi-1)} \left(\frac{C_{t+1}/\Pi_{t+1}}{W_{t+1}/\Pi_{t+1}}\right)^{-1/(\xi-1)} \end{cases}$$

$$\left(\frac{1-\delta}{\delta}\right)\left(\frac{C_t/\Pi_t}{W_t/\Pi_t - C_t/\Pi_t}\right)^{-1/\xi} = \left[\left(\mathrm{E}_t \phi_{t+1}^{1-\gamma} R_{p,t+1}^{1-\gamma} \left(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}\right)^{1-\gamma}\right)^{1/(1-\gamma)}\right]^{(\xi-1)/\xi}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1-\delta}{\delta}\right)\left(\frac{C_t/\Pi_t}{W_t/\Pi_t - C_t/\Pi_t}\right)^{-1/\xi} = \left[\left(\mathrm{E}_t (1-\delta)^{\xi(1-\gamma)/(\xi-1)} \left(\frac{C_{t+1}/\Pi_{t+1}}{W_{t+1}/\Pi_{t+1}}\right)^{-(1-\gamma)/(\xi-1)} R_{p,t+1}^{1-\gamma} \left(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}\right)^{1-\gamma}\right)^{1/(1-\gamma)}\right]^{(\xi-1)/\xi}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1-\delta}{\delta}\right)\left(\frac{C_t/\Pi_t}{W_t/\Pi_t - C_t/\Pi_t}\right)^{-1/\xi} = \left[\mathrm{E}_t (1-\delta)^{\xi/(\xi-1)} \left(\frac{C_{t+1}/\Pi_{t+1}}{W_{t+1}/\Pi_{t+1}}\right)^{-1/(\xi-1)} R_{p,t+1} \left(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}\right)\right]^{(\xi-1)/\xi}$$

$$\Rightarrow E_t (1-\delta)\left(\frac{C_{t+1}/\Pi_{t+1}}{W_{t+1}/\Pi_{t+1}}\right)^{-1/\xi} \left(R_{p,t+1}\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}\right)^{(\xi-1)/\xi} \left(\frac{\delta}{1-\delta}\right)\left(\frac{C_t/\Pi_t}{W_t/\Pi_t - C_t/\Pi_t}\right)^{1/\xi} = 1$$

$$\Rightarrow E_t \delta \left(\frac{C_{t+1}}{\Pi_{t+1}}\right)^{-1/\xi} \left(\frac{W_{t+1}}{\Pi_{t+1}}\right)^{-1/\xi} \left(R_{p,t+1}\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}\right)^{(\xi-1)/\xi} \left(\frac{C_t}{\Pi_t}\right)^{1/\xi} \left(\frac{W_t}{\Pi_t} - \frac{C_t}{\Pi_t}\right)^{-1/\xi} = 1$$

$$\Rightarrow E_t \delta \left(\frac{C_{t+1}}{\Pi_{t+1}}\right)^{-1/\xi} \left[\left(R_{p,t+1}\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}\right)^{1/\xi} \left(\frac{W_t}{\Pi_t} - \frac{C_t}{\Pi_t}\right)^{1/\xi}\right] \left(R_{p,t+1}\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}\right)^{(\xi-1)/\xi} \left(\frac{C_t}{\Pi_t}\right)^{1/\xi} \left(\frac{W_t}{\Pi_t} - \frac{C_t}{\Pi_t}\right)^{-1/\xi} = 1$$

$$\Rightarrow E_t \left[\delta \left(\frac{C_{t+1}}{\Pi_{t+1}}\right)^{-1/\xi} \left(R_{p,t+1}\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}\right) \left(\frac{C_t}{\Pi_t}\right)^{1/\xi}\right] = 1$$

$$\Rightarrow E_t \left[\delta \left(\frac{C_{t+1}/\Pi_{t+1}}{C_t/\Pi_t}\right)^{-1/\xi} R_{p,t+1}\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}\right] = 1$$

$$\Rightarrow E_t \left[\delta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-1/\xi} R_{p,t+1} \left(\frac{\Pi_{t+1}}{\Pi_t}\right)^{(1-\xi)/\xi}\right] = 1$$

$$\Rightarrow E_t \left[\delta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-1/\xi} \left(\frac{\Pi_{t+1}}{\Pi_t}\right)^{(1-\xi)/\xi} R_{p,t+1}\right] = 1$$

設 $\theta = \dfrac{1-\gamma}{1-(1/\xi)}$ ，其中 $\xi = \dfrac{1}{\gamma}$

$$E_t \left[\delta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-1/\xi} \left(\frac{\Pi_{t+1}}{\Pi_t}\right)^{(1-\xi)/\xi} R_{p,t+1}\right]^{\theta} = 1 \tag{10}$$

經物價水準變動後的調整市場組合資產報酬為

$$R_{p,t+1}\left(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}\right) \tag{11}$$

$$= \sum_{j=1}^{n} w_{j,t} R_{j,t+1} \frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}$$

$$=\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}\left(w_{1,t}R_{1,t+1}+\sum_{j=2}^{n}w_{j,t}R_{j,t+1}\right)$$

$$=\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}\left[R_{1,t+1}-(1-w_{1,t})R_{1,t+1}+\sum_{j=2}^{n}w_{j,t}R_{j,t+1}\right]$$

$$=\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}\left[R_{1,t+1}-(w_{2,t}+w_{3,t}+\Lambda+w_{n,t})R_{1,t+1}+\sum_{j=2}^{n}w_{j,t}R_{j,t+1}\right]$$

$$=\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}\left[R_{1,t+1}-\sum_{j=2}^{n}w_{j,t}R_{1,t+1}+\sum_{j=2}^{n}w_{j,t}R_{j,t+1}\right]$$

$$=\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}\left[R_{1,t+1}+\sum_{j=2}^{n}w_{j,t}(R_{j,t+1}-R_{1,t+1})\right]$$

$$\Rightarrow R_{p,t+1}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})=\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}\left[R_{1,t+1}+\sum_{j=2}^{n}w_{j,t}(R_{j,t+1}-R_{1,t+1})\right] \qquad (12)$$

其中，$R_{1,t+1}$ 為經物價水準變動後之市場投資組合中的一資產報酬，在以下的推導過程中可以視為一無風險資產報酬。將未來效用極大化求解，也就是跨期實質間接效用函數第二項之內涵表示為未來的效用函數，其極大化推導為

$$\underset{w_t}{Max}\,E_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}R_{p,t+1}^{1-\gamma}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}=\underset{w_t}{Max}\,E_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}(R_{p,t+1}\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma} \qquad (13)$$

其中 w_t 為市場投資組合資產中，各資產的配置比例，

$$\underset{w_t}{Max}\,E_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}R_{p,t+1}^{1-\gamma}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}$$

$$\Rightarrow \underset{w_t}{Max}\,E_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}(R_{p,t+1}\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}$$

$$\Rightarrow \underset{w_t}{Max}\,E_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}\left[R_{1,t+1}+\sum_{j=2}^{n}w_{j,t}(R_{j,t+1}-R_{1,t+1})\right]^{1-\gamma}$$

將此極大化求解對各資產配置比例作一階偏微

$$\frac{\partial \underset{w_t}{\max}\,E_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}R_{p,t+1}^{1-\gamma}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}}{\partial w_{j,t}}=0$$

$$\Rightarrow E_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}(1-\gamma)R_{p,t+1}^{-\gamma}(R_{j,t+1}-R_{1,t+1})=0$$

$$\Rightarrow E_t\phi_{t+1}^{1-\gamma}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}R_{p,t+1}^{-\gamma}(R_{j,t+1}-R_{1,t+1})=0 \qquad \text{(詳見 note) (14)}$$

note：

$$\frac{\partial R_{p,t+1}^{1-\gamma}}{\partial w_{j,t}}=(1-\gamma)R_{p,t+1}^{-\gamma}\frac{\partial}{\partial w_{j,t}}\left[R_{1,t+1}+\sum_{j=2}^{n}w_{1,t}(R_{j,t+1}-R_{1,t+1})\right]$$

$$=(1-\gamma)R_{p,t+1}^{-\gamma}\frac{\partial}{\partial w_{j,t}}\left[R_{1,t+1}+w_{1,t}(R_{j,t+1}-R_{1,t+1})+w_{2,t}(R_{2,t+1}-R_{1,t+1})+\Lambda+w_{n,t}(R_{n,t+1}-R_{1,t+1})\right]$$

$$=(1-\gamma)R_{p,t+1}^{-\gamma}(R_{j,t+1}-R_{1,t+1})$$

將 $\phi_{t+1}=(1-\delta)^{\xi/(\xi-1)}(\frac{C_{t+1}/\Pi_{t+1}}{W_{t+1}/\Pi_{t+1}})^{-1/(\xi-1)}$ 帶入(14)

$$E_t(1-\delta)^{\xi(1-\gamma)/(\xi-1)}(\frac{C_{t+1}/\Pi_{t+1}}{W_{t+1}/\Pi_{t+1}})^{-(1-\gamma)/(\xi-1)}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}R_{p,t+1}^{-\gamma}(R_{j,t+1}-R_{1,t+1})=0$$

$$\Rightarrow E_t(1-\delta)^{\xi(1-\gamma)/(\xi-1)}(\frac{C_{t+1}}{\Pi_{t+1}})^{-(1-\gamma)/(\xi-1)}(\frac{W_{t+1}}{\Pi_{t+1}})^{(1-\gamma)/(\xi-1)}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}R_{p,t+1}^{-\gamma}(R_{j,t+1}-R_{1,t+1})=0$$

$$\Rightarrow E_t(1-\delta)^{\xi(1-\gamma)/(\xi-1)}(\frac{C_{t+1}}{\Pi_{t+1}})^{-(1-\gamma)/(\xi-1)}\times$$

$$\left[R_{p,t+1}\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}}(\frac{W_t}{\Pi_t}-\frac{C_t}{\Pi_t})\right]^{(1-\gamma)/(\xi-1)}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}R_{p,t+1}^{-\gamma}(R_{j,t+1}-R_{1,t+1})=0$$

$$\Rightarrow E_t(1-\delta)^{\xi(1-\gamma)/(\xi-1)}(\frac{C_{t+1}}{\Pi_{t+1}})^{-(1-\gamma)/(\xi-1)}\times$$

$$R_{p,t+1}^{(1-\gamma)/(\xi-1)}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{(1-\gamma)/(\xi-1)}(\frac{W_t}{\Pi_t}-\frac{C_t}{\Pi_t})^{(1-\gamma)/(\xi-1)}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}R_{p,t+1}^{-\gamma}(R_{j,t+1}-R_{1,t+1})=0$$

$$\Rightarrow E_t(1-\delta)^{\xi(1-\gamma)/(\xi-1)}(\frac{C_{t+1}}{\Pi_{t+1}})^{-(1-\gamma)/(\xi-1)}(\frac{C_t}{\Pi_t})^{(1-\gamma)/(\xi-1)}R_{p,t+1}^{(1-\gamma)/(\xi-1)}\times$$

$$(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{(1-\gamma)/(\xi-1)}(\frac{W_t}{\Pi_t}-\frac{C_t}{\Pi_t})^{(1-\gamma)/(\xi-1)}(\frac{C_t}{\Pi_t})^{-(1-\gamma)/(\xi-1)}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{1-\gamma}R_{p,t+1}^{-\gamma}(R_{j,t+1}-R_{1,t+1})=0$$

$$\Rightarrow E_t(1-\delta)^{\xi(1-\gamma)/(\xi-1)}(\frac{C_t/\Pi_t}{C_{t+1}/\Pi_{t+1}})^{(1-\gamma)/(\xi-1)}R_{p,t+1}^{(1-\gamma)/(\xi-1)}\times$$

$$(\frac{W_t/\Pi_t-C_t/\Pi_t}{C_t/\Pi_t})^{(1-\gamma)/(\xi-1)}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{(1-\gamma)/(\xi-1)}(R_{j,t+1}-R_{1,t+1})=0$$

令 $\theta=\frac{\xi(1-\gamma)}{\xi-1}$

$$E_t(1-\delta)^{\theta}(\frac{C_t/\Pi_t}{C_{t+1}/\Pi_{t+1}})^{-\theta/\xi}R_{p,t+1}^{\theta-1}(R_{j,t+1}-R_{1,t+1})(\frac{W_t/\Pi_t-C_t/\Pi_t}{C_t/\Pi_t})^{-\theta/\xi}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{\theta}=0$$

$$\Rightarrow(1-\delta)^{\theta}(\frac{C_t/\Pi_t}{C_{t+1}/\Pi_{t+1}})^{-\theta/\xi}E_t(\frac{W_t/\Pi_t-C_t/\Pi_t}{C_t/\Pi_t})^{-\theta/\xi}R_{p,t+1}^{\theta-1}(R_{j,t+1}-R_{1,t+1})(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{\theta}=0$$

同除以 $(1-\beta)^{\theta}$ 與 $(\frac{W_t/\Pi_t-C_t/\Pi_t}{C_t/\Pi_t})^{-\theta/\xi}$

同乘以 β^{θ} 與 $w_{j,t}$

$$\Rightarrow E_t\delta^{\theta}(\frac{C_{t+1}/\Pi_{t+1}}{C_t/\Pi_t})^{-\theta/\xi}R_{p,t+1}^{\theta-1}\sum_{j=1}^{n}w_{j,t}(R_{j,t+1}-R_{1,t+1})(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{\theta}=0$$

$$\Rightarrow E_t\delta^{\theta}(\frac{C_{t+1}/\Pi_{t+1}}{C_t/\Pi_t})^{-\theta/\xi}R_{p,t+1}^{\theta-1}\left(\sum_{j=1}^{n}w_{j,t}R_{j,t+1}-\sum_{j=1}^{n}w_{j,t}R_{1,t+1}\right)(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{\theta}=0$$

$$\Rightarrow E_t\delta^{\theta}(\frac{C_{t+1}/\Pi_{t+1}}{C_t/\Pi_t})^{-\theta/\xi}R_{m,t+1}^{\theta-1}(R_{p,t+1}-R_{1,t+1})(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{\theta}=0$$

$$\Rightarrow E_t\delta^{\theta}(\frac{C_{t+1}/\Pi_{t+1}}{C_t/\Pi_t})^{-\theta/\xi}R_{p,t+1}^{\theta}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{\theta}-E_t\delta^{\theta}(\frac{C_{t+1}/\Pi_{t+1}}{C_t/\Pi_t})^{-\theta/\xi}R_{p,t+1}^{\theta-1}R_{1,t+1}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{\theta}=0$$

$$\Rightarrow E_t\left[\delta(\frac{C_{t+1}}{C_t})^{-1/\xi}(\frac{\Pi_{t+1}}{\Pi_t})^{-1/\xi}R_{p,t+1}(\frac{\Pi_{t+1}}{\Pi_t})^{-1}\right]-E_t\delta^{\theta}(\frac{C_{t+1}/\Pi_{t+1}}{C_t/\Pi_t})^{-\theta/\xi}R_{p,t+1}^{\theta-1}R_{1,t+1}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{\theta}=0$$

又 $E_t\left[\delta(\frac{C_{t+1}}{C_t})^{-1/\xi}(\frac{\Pi_{t+1}}{\Pi_t})^{(1-\xi)/\xi}R_{p,t+1}\right]^{\theta}=1$

$$\Rightarrow 1=E_t\delta^{\theta}(\frac{C_{t+1}/\Pi_{t+1}}{C_t/\Pi_t})^{-\theta/\xi}R_{p,t+1}^{\theta-1}R_{1,t+1}(\frac{\Pi_t}{\Pi_{t+1}})^{\theta}$$

$$\Rightarrow E_t\left\{\left[\delta(\frac{C_{t+1}}{C_t})^{-1/\xi}(\frac{\Pi_{t+1}}{\Pi_t})^{(1-\xi)/\xi}R_{p,t+1}\right]^{\theta}\frac{R_{1,t+1}}{R_{m,t+1}}\right\}=1 \tag{15}$$

兩個尤拉方程式整理如下：

$$\begin{cases} E_t\left[\delta(\frac{C_{t+1}}{C_t})^{-1/\xi}(\frac{\Pi_{t+1}}{\Pi_t})^{(1-\xi)/\xi}R_{p,t+1}\right]^{\theta}=1 \\ E_t\left\{\left[\delta(\frac{C_{t+1}}{C_t})^{-1/\xi}(\frac{\Pi_{t+1}}{\Pi_t})^{(1-\xi)/\xi}R_{p,t+1}\right]^{\theta}\frac{R_{1,t+1}}{R_{m,t+1}}\right\}=1 \end{cases}$$

附錄二、考慮物價膨脹下之跨期資產定價模式之求解

將第一個尤拉方程式(10)與第二個尤拉方程式(15)取自然對數

$$\theta \ln \delta - \frac{\theta}{\xi} E_t \Delta c_{t+1} + \theta \cdot E_t r_{m,t+1} + (1-\gamma) E_t \Delta \pi_{t+1}$$

$$+\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\theta}{\xi}\right)^2 Var(\Delta c_{t+1}) + \theta^2 Var(r_{m,t+1}) + (1-\gamma)^2 Var(\Delta \pi_{t+1})\right) \tag{16}$$

$$+2\frac{\theta^2}{\xi} Cov(\Delta c_{t+1}, r_{j,t+1}) + 2\frac{\theta}{\xi}(1-\gamma) Cov(\Delta c_{t+1}, \Delta \pi_{t+1}) - 2\theta(1-\gamma) Cov(r_{m,t+1}, \Delta \pi_{t+1})\Big] = 0$$

$$\theta \ln \delta - \frac{\theta}{\xi} E_t \Delta c_{t+1} + (\theta - 1) E_t r_{m,t+1} - (1-\lambda) E_t \Delta \pi_{t+1} + E_t r_{j,t+1}$$

$$+\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\theta}{\xi}\right)^2 Var(\Delta c_{t+1}) + (\theta-1)^2 + Var(r_{m,t+1}) + (1-\gamma)^2 Var(\Delta \pi_{t+1}) + Var(r_{j,t+1})\right) \tag{17}$$

$$-2\frac{\theta(\theta-1)}{\xi} Cov(\Delta c_{t+1}, r_{m,t+1}) + 2\frac{\theta}{\xi}(1-\gamma) Cov(\Delta c_{t+1}, \Delta \pi_{t+1}) - 2\frac{\theta}{\xi} Cov(r_{j,t+1}, \Delta c, t+1)$$

$$-2(\theta-1)(1-\gamma) Cov(\Delta_{t+1}, r_{m,t+1}) + 2(\theta-1) Cov(r_{m,t+1}, r_{j,t+1}) - 2(1-\gamma) Cov(\Delta \pi_{t+1}, r_{j,t+1})\Big] = 0$$

將式(16)乘上θ/ξ簡化為

$$E_t(\Delta c_{t+1} - \Delta \pi_{t+1}) = \xi \ln \delta + \xi \cdot E_t(r_{m,t+1} - \Delta \pi_{t+1})$$
$$+\frac{1}{2} Var_t\left((\Delta c_{t+1} - \Delta \pi_{t+1}) - \xi(r_{m,t+1} - \Delta \pi_{t+1})\right)$$

將式(16)取代式(17)的$E_t r_{m,t+1}$後，可求得無風險報酬率：

$$r_{f,t+1} = -\ln \delta + \frac{1}{\xi} E_t(\Delta c_{t+1} - \Delta \pi_{t+1}) + E_t \Delta \pi_{t+1}$$
$$-\frac{1}{2}\left\{\frac{\theta}{\xi^2} Var[\Delta c_{t+1} - (1-\xi)\Delta \pi_{t+1}] + (1-\theta) Var(r_{p,t+1})\right\} \tag{18}$$

將式(18)減去式(17)之無風險利率後，可以導求出一考慮物價膨脹下的跨期資產定價模式

$$E_t r_{j,t+1} - r_{f,t+1} = -\frac{1}{2} Var(r_{j,t+1}) + \frac{\theta}{\xi} Cov(r_{j,t+1}, \Delta c_{t+1})$$
$$+(1-\theta) Cov(r_{j,t+1}, r_{p,t+1}) + (1-\gamma) Cov(r_{j,t+1}, \Delta \pi_{t+1}) \tag{19}$$

附錄三、線性化跨期預算限制式

跨期預算限制式為

$$W_{t+1}=(1+R_{p,t+1})(W_t-C_t) \qquad (20)$$

同除以 W_t

$$\frac{W_{t+1}}{W_t}=(1+R_{p,t+1})(\frac{W_t-C_t}{W_t})=(1+R_{p,t+1})(1-\frac{C_t}{W_t})$$

將之取自然對數，可得

$$\ln(\frac{W_{t+1}}{W_t})=\ln(1+R_{p,t+1})+\ln(1-\frac{C_t}{W_t})$$

$$\ln(W_{t+1})-\ln(W_t)=\ln(1+R_{p,t+1})+\ln\left[1-\exp\left(\ln(C_t/W_t)\right)\right]$$

$$w_{t+1}-w_t=r_{p,t+1}+\ln\left[1-\exp(c_t-w_t)\right]$$

透過泰勒展開式，可以推得

$$w_{t+1}-w_t=r_{p,t+1}+\ln\left[1-\exp(c_t-w_t)\right]$$

$$w_{t+1}-w_t=r_{p,t+1}+\ln\left[1-\exp(c_t-w_t)\right]-\frac{\exp(c_t-w_t)}{\left[1-\exp(c_t-w_t)\right]\left[(c_{t+1}-w_{t+1})-(c_t-w_t)\right]}$$

$$\Delta w_{t+1}=k+r_{p,t+1}+(1-\frac{1}{\rho})(c_t-w_t) \qquad (21)$$

其中

$$k\equiv\ln(\rho)+(1-\rho)\cdot\ln(\frac{1-\rho}{\rho})$$

$$\rho\equiv1-\exp(c_t-w_t)=1-\exp(\ln C_t-\ln W_t)=1-\exp(\ln\frac{C_t}{W_t})=1-\frac{C_t}{W_t}=\frac{W_t-C_t}{W_t}$$

Trivial Equality：

$$(W_{t+1}-W_t)-(W_{t+1}-W_t)=(C_{t+1}-C_t)-(C_{t+1}-C_t)$$

$$\Rightarrow\Delta W_{t+1}-(W_{t+1}-W_t)=\Delta C_{t+1}-(C_{t+1}-C_t)$$

$$\Rightarrow\Delta W_{t+1}=\Delta C_{t+1}+(C_t-W_t)-(C_{t+1}-W_{t+1}) \qquad (22)$$

透過式(21)與 Trivial Equality 式(22)可得

$$\begin{cases}\Delta w_{t+1}=k+r_{p,t+1}+(1-\frac{1}{\rho})(c_t-w_t)\\ \Delta w_{t+1}=\Delta c_{t+1}+(c_t-w_t)-(c_{t+1}-w_{t+1})\end{cases}$$

$$\Rightarrow k+r_{p,t+1}+(1-\frac{1}{\rho})(c_t-w_t)=\Delta c_{t+1}+(c_t-w_t)-(c_{t+1}-w_{t+1})$$

$$\Rightarrow\frac{1}{\rho}(c_t-w_t)=k+r_{p,t+1}-\Delta c_{t+1}+(c_{t+1}-w_{t+1})$$

$$\Rightarrow c_t-w_t=\rho(k+r_{p,t+1}-\Delta c_{t+1}+c_{t+1}-w_{t+1})$$

$$\Rightarrow c_t-w_t=\rho(r_{p,t+1}-\Delta c_{t+1})+\rho\cdot k+\rho\cdot(c_{t+1}-w_{t+1})$$

$$\Rightarrow c_t-w_t=\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j(r_{p,t+j}-\Delta c_{t+j})+\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j k+\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j(c_{t+1}-w_{t+1})$$

又定義 $\lim_{j\to\infty}\rho^j(c_{t+j}-w_{t+j})=0$

$$\Rightarrow c_t - w_t = \sum_{j=1}^{\infty}\rho^j(r_{p,t+1}-\Delta c_{t+j})+\frac{\rho\cdot k}{(1-\rho)} \tag{23}$$

其中，

$$\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j=\frac{\rho}{(1-\rho)} \qquad ;\ 0\le\rho\le 1$$

將式(23)取期望值可得：

$$c_t - w_t = E_t\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j(r_{p,t+1}-\Delta c_{t+j})+\frac{\rho\cdot k}{(1-\rho)}$$

$$\Rightarrow c_t - w_t = E_{t+1}\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j(r_{p,t+1+j}-\Delta c_{t+1+j})+\frac{\rho\cdot k}{(1-\rho)}$$

$$c_{t+1} = w_{t+1} + E_{t+1}\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j(r_{p,t+1}) - E_{t+1}\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j(\Delta c_{t+1})+\frac{\rho\cdot k}{(1-\rho)} \tag{24}$$

取第 t 期之期望值可得

$$E_t c_{t+1} = w_{t+1} + E_t\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j(r_{p,t+1}) - E_t\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j(\Delta c_{t+1})+\frac{\rho\cdot k}{(1-\rho)} \tag{25}$$

將上述二式(24)與式(25)相減後可得

$$c_{t+1}-E_t c_{t+1} = (E_{t+1}-E_t)\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j(r_{p,t+1}) - (E_{t+1}-E_t)\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j(\Delta c_{t+1+j})$$

$$c_{t+1}-E_t c_{t+1} = r_{p,t+1}-E_t r_{p,t+1} + (E_{t+1}-E_t)\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j(r_{p,t+1+j}-\Delta c_{t+1+j}) \tag{26}$$

將式(26)帶入第二個 Euler Equation 式(10)後即可推得

$$c_{t+1}-E_t c_{t+1} = r_{p,t+1}-E_t r_{p,t+1} + (1-\xi)(E_{t+1}-E_t)\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{p,t+1+j}$$
$$-(1-\xi)(E_{t+1}-E_t)\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j\Delta\pi_{t+1+j} - (E_{t+1}-E_t)\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j Cov(r_{m,t+1+j},\Delta c_{t+1+j})$$

附錄四、元件風險值之導求

1. 將投資組合總風險對個別資產配置比例作一階偏微

$$\frac{\partial \sigma_p^2}{\partial w_i} = \frac{\partial}{\partial w_i}\left[\sum_{i=1}^{N} w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i w_j \sigma_{ij}\right]$$

$$= 2w_i\sigma_i^2 + 2\sum_{j=1}^{N} w_j \sigma_{ij} = 2Cov\left(R_i, \sum_{i=1}^{N} w_i R_i\right) = 2Cov(R_i, R_p) = 2\sigma_{ip}$$

2. 證明個別資產之元件風險值之加總為總風險值

$$\sum_{i=1}^{N} CVaR_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial VaR_p}{\partial w_i} \cdot w_i$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial (Z_\alpha \cdot \sigma_p \cdot W_0)}{\partial w_i} \cdot w_i = \sum_{i=1}^{N} Z_\alpha \cdot W_0 \cdot \frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i} \cdot w_i$$

$$= \sum_{i=1}^{N} Z_\alpha \cdot W_0 \cdot \frac{\sigma_{ip}}{\sigma_p} \cdot w_i = \sum_{i=1}^{N} (Z_\alpha \cdot W_0 \cdot \sigma_p) \cdot \frac{w_i \cdot \sigma_{ip}}{\sigma_p^2}$$

$$= VaR_p \left\{ \left[\sum_{i=1}^{N} w_i \cdot Cov(R_i, R_p) \right] \frac{1}{\sigma_p^2} \right\} = VaR_p \left\{ \left[\sum_{i=1}^{N} Cov(w_i R_i, R_p) \right] \frac{1}{\sigma_p^2} \right\}$$

$$= VaR_p \left[Cov\left(\sum_{i=1}^{N} w_i R_i, R_p \right) \right] \cdot \frac{1}{\sigma_p^2}$$

$$= VaR_p$$

3. 系統風險值與總風險值相乘之和為一

$$VaR_p = \sum_{i=1}^{N} CVaR_i$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial VaR_p}{\partial w_i} \cdot w_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial (Z_\alpha \cdot \sigma_p \cdot W_0)}{\partial w_i} \cdot w_i$$

$$= \sum_{i=1}^{N} (Z_\alpha \cdot W_0 \cdot \frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i}) \cdot w_i = \sum_{i=1}^{N} \left(Z_\alpha \cdot W_0 \cdot VaR(\beta_i) \cdot \sigma_p\right) \cdot w_i$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left(VaR(\beta_i) \cdot VaR_p\right) \cdot w_i = \sum_{i=1}^{N} \left(VaR(\beta_i) \cdot w_i\right) \cdot VaR_p$$

$$= VaR_p$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{N} \left(VaR(\beta_i) \cdot VaR_p\right) = 1$$

個 人 簡 介

姓　　名：劉 志 良

國立交通大學經營管理研究所碩士班畢業生

地　　址：台北市大安區 106 樂業街 72 巷 19 號 2 樓

電　　話：+886-2-27351730

+886-2-27354730

手　　機：+886-2-920073124

郵　　址：liuchihliang@hotmail.com

chihliangliu@yahoo.com.tw

出　　生：中華民國 68 年 5 月 26 日

學　　歷

Expected	國立交通大學管理科學系博士班
Jul / 2002 ~ Jun / 2004	國立交通大學經營管理研究所碩士班
Jul / 1997 ~ Jun / 2002	東海大學國際貿易學系

經　　歷

Nov / 2002 ~ Jun / 2004	研究助理 國立交通大學經營管理研究所計劃研究室
Nov / 2002 ~ Jun / 2003	研究助理 財團法人中華民國櫃檯買賣中心委託研究計劃 【日韓櫃檯買賣市場之比較研究與台灣之應用】
Jul / 2003 ~ Nov / 2003	研究助理 行政院經濟建設委員會委託研究計劃 【國道高速公路民營化相關議題研究案】

其它經歷

Mar / 2003 ~ Feb / 2004	國立交通大學經營管理研究所學生會 財務負責人暨迎新活動籌備召集人
July / 1998 ~ Jun / 2002	東海大學覺音佛學社社員
July / 1997 ~ Jun / 2002	東海大學社會服務團隊員
July / 1999 ~ Feb / 2000	東海大學社會服務團隊長
July / 1997 ~ Jun / 2002	東海大學基督教學生團契以利亞小組同工
July / 1997 ~ Jun / 1998	東海大學國際貿易系學會活動長

知識訓練

- 財務理論
- 財金計量
- 時間序列分析
- 策略性資產配置
- 衍生性商品
- 民營化相關議題

專業能力

- English Speaking
- SAS (Statistical Analysis System)
- SPSS (Statistical Program for Social Sciences)
- MatLab (Matrix Laboratory)
- Ultra Editor
- MS Windows and MS Office (MS Excel、MS Word、and MS PowerPoint)

興趣活動

- 習慣領域研討會
- 世界領袖教育基金會－台灣政經學院
- 古典音樂、閱讀、游泳(夏)、網球(冬)

推薦教授

許 和 鈞　國立交通大學管理科學系暨財務金融研究所教授
Ph. Dr, New York University, U.S.A
碩士論文指導教授
e-mail：hjsheu@cc.nctu.edu.tw
TEL：+886-2-23494975

朱 博 湧　國立交通大學管理科學系教授
Ph. D., Purdue University, U.S.A
策略管理課堂教授
e-mail：pychu@cc.nctu.edu.tw
TEL：+886-3-5712121#57132

Curriculum Vitae

Chih - Liang Liu

Born：May 26, 1979
2F., No.19, Lane 72, Leye St.,
Da-an District, Taipei City 106,
Taiwan (R.O.C.)

+886-2-27351730
+886-920-073124
liuchihliang@hotmail.com
chihliangliu@yahoo.com.tw

Objective Education

- Expected — Doctor of Philosophy (Ph.D.) Degree
  Department of Management Science
  National Chiao Tung University
- July / 2002 ~ Jun / 2004 — Master of Business Administration (MBA) Degree
  Institute of Business & Management
  National Chiao Tung University
- July / 1997 ~ Jun / 2002 — Bachelor's (BA) Degree
  Department of International Trade
  Tung - Hai University

Extracurricular Activities

- July / 1997 ~ Jun / 1998 — Students' Association of International Trade Department in Tung - Hai University Chairman
- July / 1997 ~ Jun / 2002 — The Social Service Club in Tung - Hai University member
- July / 1999 ~ Feb / 2000 — The Social Service Club in Tung - Hai University chairman
- July / 1997 ~ Jun / 2002 — The Christian Youth Fellowship in Tung - Hai University member
- July / 1998 ~ Jun / 2002 — The Buddhalism Club in Tung Hai University member
- Mar / 2003 ~ Feb / 2004 — Students' Association of Institute if Business & Management in National Chiao Tung University member

Work Experience

- Nov / 2002 ~ Jun / 2004 — Research Assistant of the Information Laboratory in Institute of Business & Management, National Chiao Tung University
- Nov / 2002 ~ Jun / 2003 — Research Assistant of Research Program of Gre-Tai Securities Market, Taipei Taiwan (ROC)

【The Research of Over The Counter Market and the Comparison between Japan、Korea and Taiwan】

- July / 2003 ~ Nov / 2004 Research Assistant of Research Program of Council for Economic and Development, Taipei Taiwan (ROC)
【The Analytical Issues of The Privatization of National Freeway】

Proficiency

- Finance Theory
- Financial Econometrics
- Time Series Analysis
- Strategic Asset Allocation
- Derivatives
- Privatization
- English Speaking
- SAS (Statistical Analysis System)
- SPSS (Statistical Program for Social Sciences)
- MatLab (Matrix Laboratory)
- Ultra Editor

Personal

- Interests includes classical music、reading、swimming (summer)、and tennis (winter)
- Proficient in MS Windows and MS Office (MS Excel、MS Word、and MS PowerPoint)

Reference

Her-Jiun Sheu Professor of Department of Management Science and Graduate Institute of Finance, National Chiao Tung University
Ph. Dr, New York University, U.S.A
e-mail：hjsheu@cc.nctu.edu.tw
TEL：+886-2-23494975

Po-Young Chu Professor of Department of Management Science, National Chiao Tung University
Ph. D., Purdue University, U.S.A
e-mail：pychu@cc.nctu.edu.tw
TEL：+886-3-5712121#57132