

國立交通大學

財務金融研究所

碩士論文

我國指數型房貸抵押債權證券評價與利率敏感度分析



The Valuation and Interest Rate Sensitivity of the Adjustable Rate
Mortgage Backed Securities in Taiwan

研究生：曾文輝

指導教授：王克陸 教授

中華民國九十三年六月

我國指數型房貸抵押債權證券評價與利率敏感度分析

The Valuation and Interest Rate Sensitivity of the Adjustable Rate
Mortgage Backed Securities in Taiwan

研究生：曾文輝

Student : Wen-Hui Tzeng

指導教授：王克陸

Advisor : Ke-lu Wang

國立交通大學
財務金融研究所
碩士論文



A Thesis
Submitted to Department of Finance
College of Management
National Chiao Tung University
in partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master
in
Science in Finance

June 2004

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十三年六月

中文摘要

房貸抵押債權證券屬固定收益證券的一種，評價固定收益證券需對未來利率走勢作適當的評析，而此牽涉到利率模型的應用，並且房貸抵押債權證券具有許多一般固定收益證券所沒有的性質包括分期攤還、提前還款以及 Cap、Floor 等多項勘入式選擇權，而這些性質除了會對房貸抵押債權證券價格造成影響外，在利率風險的控管上也會有顯著的影響；除了上述因素外，利率模型的差異對於評價以及利率風險衡量也有其決定性的影響；本文除探討利率模型在評價上的差異外，另藉由 OAD 的估算衡量相關的利率風險。

在利率模型部分選取包括 Vasicek、CIR、Linear Drift CEV Diffusion 等均衡利率模型，這三者之間主要差異在於其利率波動度的衡量上，而 Vasicek 以及 CIR 都是被套入(nested in)於 Linear Drift CEV Diffusion 模型內。本文藉由最大概度估計量的估計求得其模型參數值，而無風險市場利率與標的指數間關係以部分調整模型描述之；由評價結果發現在完全浮動(pure floater)下的房屋貸款由於提前還款效果與折現效果的交互作用使得這三者間在評價結果上沒有很大的差異、在有 Cap 限制下，增加相同幅度的利率波動度對 OU 造成較顯著的影響；接著由 OAD 的利率敏感度分析發現 1)Cap 變化與 MBS 價格呈正向關係、而與 MBS 利率敏感度呈反向關係 2)Margin 變化與 MBS 價格呈正向關係、而與 MBS 利率敏感度間成反向關係 3)調整週期期間與 MBS 價格呈反向關係、與 MBS 利率敏感度呈正向關係 4)Teaser rate 與 MBS 價格呈反向關係、而與 MBS 利率敏感度在有 Cap/Floor 存在下為正向關係，但在 pure floater 情形下關係並不明顯；上述之各項利率敏感性衡量結果皆以 Vasicek 過程較 CIR 以及 CEV 過程為高。最後考慮不同標的指數間的利率敏感度差異顯示在完全浮動制度下的環境，越能即時反映市場利率狀況的標的指數其利率敏感性越低、但在狹窄的 cap/floor 限制時，此現象可能產生相反的結果。

Abstract

Mortgage Backed Securities(MBS) is a kind of Fixed Income Securities, In order to value this kind of Securities, we must create related term structure of interest rate. Since other factors such as Amortization, Prepayment, Cap and Floor options which are absent in other general Fixed Income Securities also affect the MBS pricing and interest rate risk, In the MBS pricing process, We should take account of these factors.

This article value adjustable rate MBS price and examine the interest rate sensitivities by comparing different equilibrium interest rate models which are difference in volatility assumption, They are OU、CIR and Linear Drift CEV Diffusion process. We use the maximum likelihood method to estimate the parameters of various interest rate models and use partial adjustment model to describes the relation between market interest rate and mortgage index, We find it in the pure floater circumstance there are no large difference in MBS valuation results among these three interest rate process, and through the option adjusted duration method we find that there are positive correlation between Cap and Margin with the MBS price, in contrast with these, there are negative correlation between adjustment period and Teaser rate with the MBS price. On the side of interest rate sensitivities analysis, all relative results are opposite to that the correlation between MBS price and factors we discuss above.

Finally, we investigate the interest rate sensitivities of various mortgage indices which are difference in speed adjusted to market interest rate, we find that the different dynamics of the major ARM indices lead to significant variation in the interest rate sensitivities of loans based on different indices.

誌謝

研究所就學期間最具挑戰性即在於本身論文的寫作與思考，這段日子面臨到的種種壓力也是培養未來就業時所需具備的能力；也因為有所上老師與同學的適時鼓勵與協助，我也才能夠有效的化阻力為助力，將種種的壓力一一克服，而能夠享受到成功後的喜悅。

首先感謝我的指導教授 王克陸老師，老師適時的督導，使學生在疑惑之餘都能夠經由與老師的溝通而獲得良好的收穫；經由老師細心的審查，讓學生的論文組織架構更加嚴謹、內容更加充實；口試時承蒙口試委員 林哲群老師、蔡錦堂老師、許元春老師所給予的意見與指教，使學生的論文內容更加趨於豐富化；也感謝所上老師在繁忙之餘都還能夠抽空聆聽學生的問題而提供寶貴的意見。

在交大財金所由於隸屬於開闢疆土的第一屆，沒有學長姐的經驗傳導，使得所上同學間更加培養出一份獨特的情誼與默契，也正因同學相互間的討論與鼓勵，研究所期間才不免在沒有學長姐的傳承下顯得驚慌無措，這樣難得的經驗與歷程使我更加珍惜在交大財金所的每一段日子，也因此特別感謝交大財金所的每位同學，彼此間的激勵與互動因而更有助於學習的狀況。

曾文輝 謹致於

交通大學財務金融研究所

中華民國九十三年六月

目 錄

第一章 緒論	
第一節 研究背景.....	1
第二節 研究動機與目的.....	3
第三節 研究架構.....	5
第二章 文獻探討.....	6
第三章 指數型房貸證券化相關討論.....	14
第一節 指數型房貸市場概況.....	16
第二節 指數型房貸證券化相關個案.....	19
第三節 指數型房貸抵押債權證券風險分析.....	24
第四節 房貸抵押債權證券利率風險衡量.....	28
第四章 研究方法.....	33
第一節 評價流程.....	33
第二節 利率模型及其參數估計方法.....	35
第三節 指數型房貸抵押債權證券評價方法.....	40
第五章 研究結果與分析.....	46
第一節 產品設計.....	46
第二節 房貸抵押債權證券評價相關模型.....	47
第三節 房貸抵押債權證券之評價.....	49
第四節 評價相關敏感度分析.....	51
第六章 結論與建議.....	59
參考文獻.....	62
附錄 A：處理模型干擾項自我相關問題	
~Cochrane-Orcutt 與 MLE 技術方法之引用.....	66

表目錄：

表 3-1	房貸相關熱門產品.....	17
表 3-2	指數型房貸契約規格內容.....	18
表 5-1	部分調整模型參數估計結果.....	47
表 5-2	利率模型參數估計結果.....	48
表 5-3	不同標的指數之利率敏感度分析結果.....	57



圖目錄：

圖 1-1	我國消費住宅抵押貸款金額.....	2
圖 1-2	研究架構圖.....	5
圖 3-1	金融資產證券化流程架構圖.....	15
圖 3-2	房貸相關利率趨勢圖.....	18
圖 3-3	第一商業銀行房貸證券化之架構圖.....	20
圖 3-4	主要都會區住宅平減(經物價指數平減)總價趨勢.....	21
圖 3-5	第一銀行房貸證券化受益憑證分類圖.....	23
圖 3-6	利率敏感性衡量指標.....	31
圖 4-1	評價架構圖.....	34
圖 4-2	選擇權調整利差評價架構圖.....	43
圖 5-1	Vasicek Model 模擬之標準誤.....	50
圖 5-2	CIR Model 模擬之標準誤.....	50
圖 5-3	Linear Drift, CEV Diffusion Model 模擬之標準誤.....	50
圖 5-4	50 次模擬下之利率走勢圖.....	51
圖 5-5	MBS 價格 vs.利率波動度之序列圖.....	53
圖 5-6	MBS 價格以及 MBS Duration vs. Cap 變化.....	54
圖 5-7	MBS 價格以及 MBS Duration vs. Margin 變化.....	55
圖 5-8	MBS 價格以及 MBS Duration vs.調整週期變化.....	56
圖 5-9	MBS 價格以及 MBS Duration vs.Teaser rate 變化.....	56

第一章、序論

第一節 研究背景

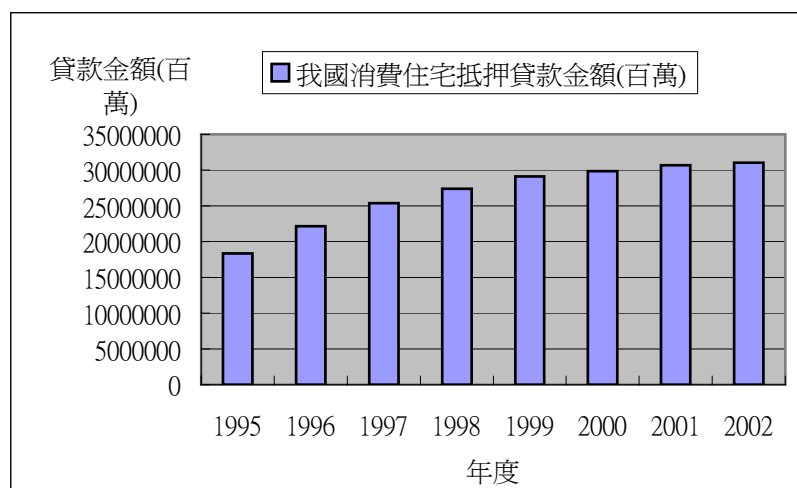
近年來我國金融政策朝向自由化、國際化、制度化與紀律化之趨勢發展，解除金融管制、開放金融市場加速了民間金融機構的成長，但卻因缺乏良好的配套措施使得我國銀行有如雨後春筍般的設立，在競爭者與日劇增，金融版圖極為分裂的情況下，銀行業的獲利水準開始大幅縮水。為了求生存銀行間彼此惡性競爭，對於授信品質已不如以往來的嚴格而導致了不良債權充斥，銀行資產品質大幅降低，財務危機因而浮現。為了健全銀行資產品質，適時與國際接軌，近來一連串的金融改革法案如金融控股公司法、金融資產管理公司相關法案等開始有效的打消金融呆帳、活化資產，並藉由不斷的合併，市場淘汰機制乃至於金融控股公司的垂直整合使得我國銀行已慢慢具有與國際大型銀行競爭的趨勢。而具有活化資產，提高金融資產流動性功能的金融資產證券化與不動產證券化條例也分別於通過，近兩年來多家銀行也開始積極的推動證券化產品，如台灣工業銀行的企業貸款證券化、第一銀行的房屋貸款抵押債權證券化等都已規劃完成並開始私募發行。

資產證券化起源於1970年初期美國的住宅抵押貸款之證券化，當時因二次世界大戰後的嬰兒潮湧入美國中西部，當地的儲貸機構(Saving and Loans)無法負荷龐大的住宅抵押貸款需求，紛紛向政府及東部的金融機構求援。金融機構以當時政府機構輔助的房貸組群，發行了首宗資產證券化的證券商品，房貸轉付證券(Mortgage Pass Through, MPT)；1980年代末期，美國儲蓄貸款銀行發生危機，不良債權充斥，資產證券化在此也成功的應用到不良債權的處理。

我國於91年6月20日由立法院三讀通過「金融資產證券化條例」，並於92年7月9日通過「不動產證券化條例」。這對於金融機構而言可增加籌措資金的管道，活化資產，增加金融資產的流動性；對於投資者而言，由於房貸、車貸等信託憑證的投資可享受高於一般銀行定存所獲得之收益，但風險在經過信用加強

等步驟後已充分獲得控制，這無疑是創造了雙贏的局面。尤其是金融機構，當初資產證券化這個創新金融商品，其立基點就在於希望能活化金融機構的資產，使其能更加靈活的彈性運用。而我國銀行在承作住宅抵押貸款一直是有其穩定之市場存在，甚至有越來越增加的趨勢(圖 1-1)，加上近年利率水準持續的低迷，我國人民對於住宅抵押貸款的需求擴增，造成住宅抵押貸款的證券化的龐大商機。因此本篇論文期望以目前最熱門之指數型房貸為貸款群組，深入探討其證券化後之評價與分析，因利率走勢影響評價結果甚重，因此本研究重點在於不同利率結構下影響房貸證券化產品價格與利率敏感性的差異，利用目前學術與業界普遍使用的各種不同均衡利率模型來進行評價與利率風險分析。

圖 1-1 我國消費住宅抵押貸款金額



資料來源：台灣經濟新報

第二節 研究動機與目的

資產證券化在國外如美國、英國、日本等先進國家已行之有年，我國於 91 年 6 月 20 日由立法院三讀通過「金融資產證券化條例」；並於 92 年 7 月 9 日通過「不動產證券化條例」，這些條例所產生的新金融商品，主要參考了在法律制度與台灣相近的美國與日本來著手進行開發、法規之建立；依據國內目前低利率的經濟環境，房地產景氣的復甦，應能為國內帶來龐大的商機。而一個新金融商品之設計，最重要仍在於它的評價部分，就房貸抵押債權證券而言，要進行評價除了考慮利率因子的變化外，尚須考慮一般公債不具備的分期攤還性質與提前還款特性。本研究在指數型房貸證券化的評價上採用目前美國業界與學術界普遍使用的蒙地卡羅模擬法，參考國內外文獻試著選取同樣具有利率反轉性質但對於利率波動度卻有不同的衡量方式的利率模型來進行模擬評價以及衡量利率敏感性上的差異，由於國內尚無一定規模的房貸證券化發行數量，且目前大多採用私募的方式發售，因此無法有效率的實證分析利率模型評價的準確性；而本篇雖仍在於評價房貸證券化產品，但後續重點將在於探討不同利率模型所估計的利率敏感度差異，藉由評價的過程而表現出來提供給後續研究者參考。

在住宅抵押貸款標的的選取上，之前本國大多論文是參考國內外文獻而提出一個假設的環境，而本篇研究希望能以我國銀行承作實際指數型房貸的貸款群組為例，設計一轉付債券產品觀察利率模型評價的差異；而利率敏感度衡量部分將微調契約條件的各個參數(Cap 等)，利用利率敏感度的變動資訊觀察對於 MBS 評價的影響、最後選取指數型房貸中各種不同反映市場利率狀態速度的標的指數，進一步探討其所衍生的利率風險問題。

第三節 研究架構

本論文之研究架構分述如下：

第一章：

序論~分別敘述本論文之研究背景、動機與目的，以及研究架構與流程。

第二章：

文獻探討~針對國內外對於房貸擔保憑證所作的評價與其相關的衍生分析作一探討。

第三章：

討論分析我國指數型房貸證券化的相關議題、首先就指數型房貸興起與現況作說明、接著再以我國指數型房貸證券化實例作相關探討、另外說明房貸證券化所可能產生之風險、最後討論相關的利率風險衡量指標

第四章：

研究方法~介紹本論文針對證券化產品所採用的評價模型，在評價上以蒙地卡羅(Monte Carlo)模擬法為主軸，採用對稱變異法來降低變異與增加執行效率；利率模型將採用 CIR、Vasicek 以及 Linear Drift, CEV Diffusion 利率模型來進行評價差異分析，並以最大概度估計法估計參數；而以 OTS 提前清償模型衡量貸款者的提前還款行為。

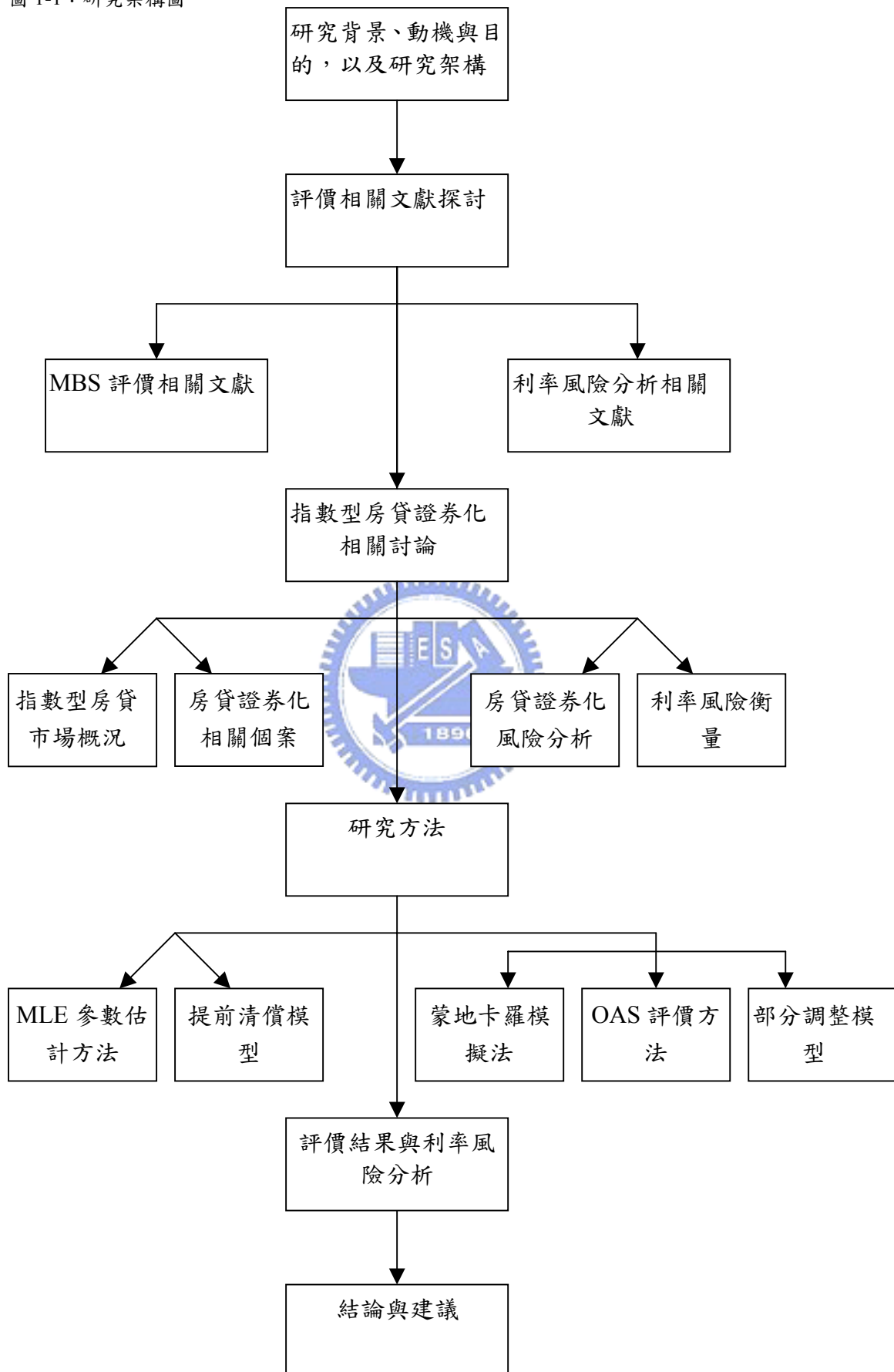
第五章：

研究結果與分析~利用第四章所討論到之各種方法估計證券化評價之相關模型參數進而評價出轉付證券產品價格，接著分析相關參數改變下，轉付證券價格與利率敏感度之變化過程；最後探討不同反映市場利率速度標的指數的利率風險問題。

第六章：

提出本研究之結論。

圖 1-1：研究架構圖



第二章、文獻探討

MBS 價格之決定主要有兩種不同的架構流程，其一為 backward-solving 的流程，主要評價方法是利用受限於某些限制條件偏微分方程的建立，從最後一期開始視其是否有契約終止的狀況逐漸推演至今天這個時點，而其主要的決定變數為短期利率與房屋價格。另一種評價流程為 forward-solving 的架構流程，主要是以決定各期現金流量包括本金償還、利息以及不同情況下所引發的提前還款，一般利用蒙地卡羅模擬多種不同情境的利率路徑以及房屋價格波動情形甚至於包括貸款者所得期以較精確的產生該貸款未來現金流量並折現獲得 MBS 之價格，此方法不只在學術界甚至業界也普遍的被使用。

backward-solving 的評價流程是要建立評價相關的偏微分方程，再依此偏微分方程尋找封閉解或使用數值方法有限差分法求得近似解。Dunn and McConnel(1981)利用最適提前還款模型以建立在一般利率衍生性產品的定價模型上來評價由 GNMA 所發行的 FRM 債權證券，經由分析得到以下幾點結論：1. 分期攤還形式以及提前還款性質的不同對於其證券價格有正面的影響效果 2. 貸款可贖回(再融資)的性質對於證券價格產生負面的影響 3. 這三個性質同樣都降低了 GNMA 債權證券的利率風險。

在 Dunn 的評價過程中假設無風險利率變動服從 CIR 利率隨機模型，由於一般利率衍生性產品的定價模型在該證券有贖回性質時只考慮到因利率因素所引起的贖回動作(亦即因利率因素所引起的再融資提前還款)，故在評價 GNMA MBS 時考慮加進非利率影響因素(貸款剩餘本金)所引發的次佳(suboptimal)提前還款，而此提前還款行為以 poisson process 來描述。考慮加入 poisson process 假設下次佳提前還款行為的 GNMA MBS 價格動態過程並與任一利率衍生性產品組合而消滅因利率所造成的不確定影響因素(亦即消除 Browian Motion 項)而可給定其兩產品在個別單位風險下所得之期望超額報酬，可進一步推得在 CIR 利率隨

機模型 $dr = k(m-r)dt + \sigma\sqrt{r}dz$ 假設下用來評價 GNMA MBS 的偏微分方程式為

$$\frac{1}{2}\sigma^2 r V_{rr} + [km - (k+q)r]V_r - V_\tau - rV + C_\tau + \lambda(r, \tau)[F(\tau) - V] = 0$$

Dunn 並利用上述用來評價 GNMA MBS 所建立的評價模型與其他相關的固定收益證券的評價做比較，而得到一開始所提及的幾項結論。

Dunn and McConnell 的評價模型納入了因利率下降引起的最適提前還款以及外生變數影響的提前還款行為，然而因為未考慮相關成本，模型中隱含了可套利的行為。Dunn and Spatt(1986)認為此行為違反實務上的作法，因此考慮加入了交易成本以及相關成本能防止債務人經由提前還款獲取套利利益的機會；在假設所有所有貸款者都面臨著相同的交易成本，因此在其模型中會發生在利率水準達到某界線時，群組裡的所有貸款者會立刻提前還款的現象。

Kau at el.(1993)對於 ARM 有價證券提供了嚴謹且彈性的評價，模型中考慮了因利率、房屋價格所引起的最適提前還款以及違約情形，由於 ARM 的抵押債權一般都有 Cap 的限制而使得契約利率也成為現金流量具有路徑相依的影響因素，為解決此在評價上的問題，Kau at el.也引進過去契約利率為輔助變數；經由房屋價格 $H \sim \frac{dH}{H} = (u-s)dt + \sigma_H dz_H$ 、利率水準 $r \sim dr = k(m-r)dt + \sigma\sqrt{r}dz$ 隨機過程且 $dz_H dz_r = \rho dt$ 關係式的給定可建立為 H、r 函數 MBS 相關資產 $X(H,r,t)$ 的評價偏微分方程

$$\frac{1}{2}H^2\sigma_H^2\frac{\partial^2 X}{\partial H^2} + \rho H\sqrt{r}\sigma_H\sigma_r\frac{\partial^2 X}{\partial H\partial r} + \frac{1}{2}r\sigma_r^2\frac{\partial^2 X}{\partial r^2} + \gamma(\theta-r)\frac{\partial X}{\partial r} + (r-s)H\frac{\partial X}{\partial H} + \frac{\partial X}{\partial t} - rX = 0$$

，MBS 價值可由分期攤還債權價值 A、提前還款選擇權 C、違約選擇權組合而得 D，亦即 $A-(C+D)$ ，而此三項資產價值在經由各個相關邊界條件(boundary condition)的給定套入上式偏微分方程可求得資產以及保險 I 每期之價值。

Forward-solving 評價技術需建立相配適的提前還款模型以用來獲得未來現金流量的預測值，此方法也需大量的利率模擬路徑以補抓所有可能的利率情境，相對於 backward-solving，Forward-solving 評價技術最大的好處在於可納入一些

實證觀察到的提前還款現象，如 burnout effect 等。Schwartz and Torous(1989)認為只採用最適提前還款模型評價 MBS 時並沒有考慮市場所觀察到的現象，因此在評價 MBS 有價證券上並不單純考慮當市場再融資利率低於貸款利率所觸發的最適提前還款，而是將提前還款視為多個狀態變數的機率函數，在任一時點皆有個提前還款的條件機率，以此來評價 MBS。不同於 Green and Shoven(1986)，在利用比例機運法(proportional hazard function)估計每期提前還款機率時考慮到貸款年紀所造成的因子以及因再融資所得到利息支出成本的儲蓄效果，而相關的影響變數包括再融資成本、因再融資利率處在相當低水準下的加速效果，其以再融資成本的三次方表示之、因過去的大量提前還款所造成後來延緩的提前還款現象，其可視為燃盡效果，此變數為實證所觀察到的現象、季節性因子；而使用 GNMA Single-Family Pools 的提前還款歷史資料，並以最大概度估計法估計該模型的參數。另外在建構利率的期限結構上，Schwartz and Torous 以兩個狀態變數分別代表短期與長期利率因子變化的利率隨機過程來表示利率的動態變化，且影響提前還款率變化的為長期利率因子，由蒙地卡羅模擬長短期利率水準相關的兩常態分配、再由提前還款模型預估的每期提前還款率可得到一系列債權的現金流量，經由折現可獲得 MBS 價值。

有別於使用未分群個別詳細的貸款資料包括存活時間等，為了計算上的效率 Schwartz and Torous(1993)另利用 Poisson Regression 估計比例機運法中所需的參數藉此估算已分群下貸款提前償還的比例。Poisson Regression 可以下列的機率密度函數表示為 $f(x) = \frac{\pi^x e^{-\pi}}{x!}$ $x=0,1,2,\dots$ ，而 $\pi = \pi(v, \theta)$ 為 Poisson intensity、透過最大概度法估計參數 θ 以獲得不同到期期間的提前還款率，如假設樣本提前還款數目時間序列資料為 $\{C_1, C_2, \dots, C_N\}$ 、第 t 期還存活的貸款數目為 n_t ，則概似函數

$$\text{可寫為 } \ln L(\theta | c_1 \dots c_N) = \ln \left[\sum_{t=1}^N P(c_t) \right] = \ln \left\{ \sum_{t=1}^N \frac{[n_t \pi(v, \theta)]^{c_t} \exp[-n_t \pi(v, \theta)]}{c_t!} \right\}$$

$$\propto \sum_{t=1}^N \{c_t \ln[n_t \pi(v, \theta)] - n_t \pi(v, \theta)\}, \text{ 為估計 } \theta \text{ 值、Poisson intensity } \pi(v, \theta) \text{ 需另外以}$$

比率機運模型表示之，並引進地區、季節性、再融資利率及 burnout effect 等為影響之變數，利用最大概度估計法估計這些參數進一步作為提前還款機率之預測。

Kariya and Kobayashi(2000)經由無套利定價理論(no arbitrage theory)對於MBS的定價提出了可清楚描述提前還款中因再融資而產生的burnout現象的模型，並採用蒙地卡羅模擬法來計算固定利率房貸MBS的價格。Kariya and Kobayashi對於MBS現金流量的估算是採用Fabozzi(1995)的計算方法得到在有提前還款假設下每期的分攤金額、貸款餘額、償付之本金、利息、提前還款金額；在提前還款的特性上，假設有K個借款人在聯貸群組裡，每個貸款者貸款金額是相同的都為 A_0 ，並且每個借款者提前還款都沒有部分提前還款的現象，也就是提前還款是一次還清自己的貸款債務；在這些假設下，可以區別不同借款者的還款行為以及考慮到burnout現象。在無套利機會假設下，MBS在第m時期的價值

$V(m, N) = \sum_{n=m+1}^N CF(m, n)$ ，而 $CF(m, n)$ 在martingale測度之下表示為

$CF(m, n) = B_m E_m^* [CF_n / B_n] = E_m^* [\Delta(m, n)(a_n Q_n + b_n Q_{n-1})]$ ，其中 $\Delta(m, n)$ 是折現因子，即為 $\Delta(m, n) = \exp(-\sum_{j=m}^{n-1} r_j h)$ ；進一步再給定 L_n 表示到n時期借款者提前還款的人數，則我們可以獲得第m時期MBS的價值模擬估計式為

$$CF(m, n) = (1 - \frac{L_m}{K})(a_n + b_n)D(m, n) - a_n E_m^* [\Delta(m, n) \frac{J_{n-m}}{K}] - b_n E_m^* [\Delta(m, n) \frac{J_{n-1-m}}{K}]$$

，其中 $D(m, n) = E_m^* [\Delta(m, n)]$ 、 J_{n-m} 表從第m+1期到n期之因提前還款而離開貸款群組之人數。由上式，要評價MBS，則我們必須先評估下列之價值(1)折現債券 $D(m, n)$ 、(2)條件期望值

$$E_m^* [\Delta(m, n) \frac{J_{n-m}}{K}] = (K - L_m) E_m^* [\Delta(m, n)] - E_m^* [\Delta(m, n)(K - L_n)]。$$

要描述借款者間發生提前還款之相異性，首先假設借款者會提前還款的唯一原因為初期貸款利率與現行貸款利率之差距大於或等於該借款者所設定之差距。

對於使用蒙地卡羅模擬，首先必須對利率水準以隨機模型表示每個月的利率

水準變化，在此是假設利率水準 r_n 是服從Vasicek model，亦即

$$\Delta r_n = \theta_0(\theta_1 - r_{n-1}) + \theta_2 \sqrt{h} \varepsilon_n, \quad \varepsilon_n \sim iidN(0,1), \quad h=1/12。$$

當 $\theta_0, \theta_1, \theta_2, r_0$ 給定後，首先先對 ε 經由上述利率模型模擬出N個數值，再重複的進行I次的N個模擬可得I個利率路徑，每個路徑皆有N個利率數值，所以利用連續複利之概念，每個利率路徑我們可得到N個隨機折現因子，進一步運用蒙地卡羅模擬法便可評價出MBS之價值。

雖上述的 forward-solving 皆以固定利率 MBS 的評價為主，但由 Kau et al.(1990)的解釋，ARM 相較於 FRM 只需注意每期定期利率調整的方式估算(考慮 Cap 等限制)以及分期攤還金額的計算方式略有不同，另提前還款模型需以 ARM 為主重新估計。國內文獻上廖柏媛(2000)即以 Kau 的 ARM 計算公式採用蒙地卡羅模擬評價方法配合 Vasicek 利率隨機模型進行浮動利率抵押貸款證券化之評價，文中假設商品的標的指數為 1~30 天短期商業本票利率，並且由於無歷史資料可建立提前還款模型乃假設了一隨市場利率降低其提前還款機率隨之以增加 PSA 的加速還款機率，並且藉由敏感度分析發現浮動利率抵押貸款證券與利率模型波動度無明顯之關係、而與 annual cap 以及 lifetime cap 有正向關係、並且當利率加碼越大時抵押貸款證券價值會越大。由於廖柏媛所採用的 Vasicek 利率隨機模型可能產生利率為負值的現象，因此較不符合一般市場所觀察到的現象；並且其提前還款的模型假設過於簡單，且其假設之模型為隨市場利率下降而提前還款速度增加的模型，主要是固定利率貸款所觀察的現象，其可能並不適用於浮動利率抵押貸款的提前還款預測。

黃至民(2001)改採用 CIR 利率隨機模型來評價國內以銀行基本放款利率為標的指數的浮動利率抵押貸款證券，相較於廖柏媛，使用郭姿玲針對國內浮動利率貸款歷史資料所建立的提前還款模型進行提前還款速度的預測，在現金流量的預估上較為準確，且由於 CIR 利率隨機模型能夠排除利率可能產生負值的現象，符合市場觀察到的情形，但由於為配合郭姿玲的提前還款模型，文中假設之商品為

只有一貸款者的抵押貸款群組證券化商品，其與市場不符；並且當該 MBS 的抵押群組只有一貸款者時，並無法達到風險分散效果，違約風險全集中在此一貸款者身上，因此考慮違約因子時，評價較為準確。

在應用不同利率模型於探測MBS評價的準確性上，Chen and Yang(1995)採用 forward-solving的評價方法，考慮均衡利率模型OU、log-normal(LN)、CIR以及無套利率模型Ho-Lee(HL)進行利率路徑的擴展，藉此可比較幾個特殊性質的差異如利率波動度假設上的影響(OU以及CIR)、利率反轉假設上的影響(LN以及CIR)，評價上LN以及HL採用二項樹展開、OU和CIR則以Hull-White(1990)所建構的三項樹具有利率反轉性質的展開過程，提前還款的預測則取自Navratil的模型¹，經由MSE(mean square error)的比較發現能完全配適當時利率期間結構的HL模型評價的較為準確、而不具利率反轉性質且也不反映真正利率其間結構的OU模型則與真實觀察之價格顯得較有差異、OU及CIR因為性質上相當接近故評價的結果相當接近，但由於CIR在利率波動度的設定上較符合真實環境所觀察到的現象，所以相較於OU，CIR所評價MBS的MSE還是較小。

房貸證券化的投資者在轉付的架構下其性質就好比扮演著與貸款者間的借貸角色關係，而可調整利率式貸款雖較固定利率貸款不敏感但也存在著利率風險，只有在完全浮動利率調整(無其它勘入式選擇權)下且利率調整期間為連續性的調整以及無潛在的提前還款風險時利率風險才會消失，利率風險代表 MBS 價格相對於市場利率變化的百分比變化，一般以存續期間的概念衡量，存續期間越高利率風險亦越高。Chiang et al.(1997)運用 Macauley Duration 估計式衡量 ARM 利率敏感度，作者利用利率模擬的方式且將 ARM 貸款期間分割成浮動以及受契約限制的固定狀態計算每期的期望現金流量，進而衡量 ARM 的利率風險，其中利率風險來自於各期受契約條件限制的固定狀態。在文中作者認為由於 1.

¹ Navratil的提前還款模型以迴歸的方式表示之，即提前還款率 $Z_t = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_4X_4 + e_t$ ， $X_1 \sim X_4$ 代表著貸款年齡、短期利率加上 5%與coupon rate的差距、判斷 X_2 為正或負值的虛擬變數、 X_2X_3 的相乘項等由最適或非最適所引起的提前還款現象

借款者可藉著投資組合的群組分散個別貸款者的違約風險 2. 違約以及提前還款因子會彼此互相抵銷 3. 違約以及提前還款會減少 ARM 的期望到期期間，因此在不考慮上述會使契約終止的條件下估計 ARM 純粹的利率風險。結果顯示 1. 貸款開始期間的 Teaser rate 以及 Margin 對於整個 ARM 利率風險無太大影響 2. 利率波動度即使在增加相當小的幅度下仍對 ARM 利率風險產生顯著的影響 3. 週期期間調整上限幅度為影響 ARM 利率風險最深切的因子。因此貸方可考慮在 Teaser rate 與 Margin 間作吸引貸款者的搭配條件，此部份影響整個 ARM 利率風險甚小並且能夠增加資產部位的利潤、而借款者在短期利率波動特別大時須特別注意貸款投資組合價值的改變，因其深受利率波動的影響。

Ott.(1986)證明利率風險的程度與房貸調整週期呈現正相關情形，Ott 推導的可調整利率貸款的利率敏感衡量指標可視為來自固定利率貸款以及浮動利率貸款存續期間的相乘項。在 Ott 的分析中選取了六個月、一年、三年以及五年的調整週期，並且發現當調整週期越長時，來自固定利率部分所佔的比率越大，因此借款銀行所承受的利率風險也越大；另外 Ott 也認為用來調整貸款契約利率的市場利率指標與該貸款的利率敏感性有很大的關聯，當指標利率越不能即時反映市場狀況時，該貸款利率敏感性也越大，文中以 COFI index 最具代表性，其 Duration 都相當的高(大於 40 個月)、而當指標利率充分過度反映市場利率時其 Duration 會越低，如當以三個月、六個月以及一年期的國庫券殖利率為標的指數，且調整期間亦相同，而一年期的國庫券殖利率為市場利率時，以三個月的國庫券殖利率為標的指數所衡量的 Duration 要比其它的貸款利率標的指數所衡量的低。

Stanton and Wallace(1999)同樣選取反映市場利率不同速度的指標利率衡量利率風險的差異性也同時考慮各種契約條件限制，不同的是，Stanton and Wallace 也加入了最適提前還款行為的影響使其更能貼近真實的利率風險。文中以三個月期的國庫券利率為市場上的無風險利率指標而使用 CIR 利率隨機模型描述此利率的動態調整過程，標的指數與該利率間以部分調整模型找尋其關係；評價上，

作者將ARM的價值分解成無提前還款的定期分期攤還債權與提前還款選擇權兩項價值相減，由於上述兩項價值為無風險利率、指標利率、票面利率與時間的函數，為建立相關的偏微分方程式，使用Crank-Nicholson有限差分技術處理多個變數的偏微分方程，並且同時納入Cap等契約條件限制來衡量相關的利率風險，利率風險的衡量則以Effective Duration進行估計。相較於Ott的結果，Stanton and Wallace同樣發現越延遲反映市場利率的指標利率，其利率敏感度越大²、考慮Cap時對於任一指標利率都有明顯增加利率敏感度的效果，程度上仍以越延遲反映市場利率的指標利率越敏感，但在高利率水準時則有相反的結果、當調整週期越長時，同樣的利率敏感度會越大，且具相當的顯著效果。

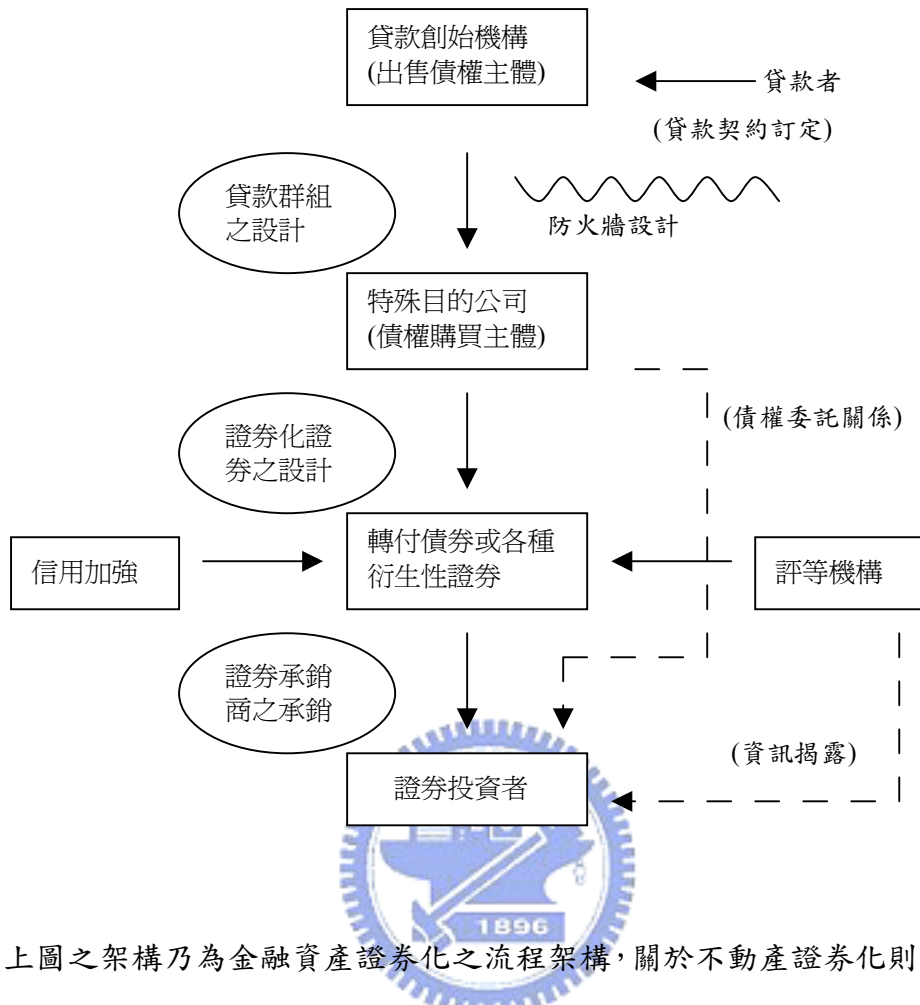
由於契約的不利條件造成定期收益的降低以及產生的相關利率風險，為維持部位不受損失，借款者得以 Margin 補償的方式彌補此種損失。Kau et al.(1990)在假設沒有違約情形下評價浮動利率抵押貸款之價值以及相關的資產價值，因為沒有違約的情況因此只引入利率隨機變數並且以 backward-solving 的方式解其偏微分方程式而評價出浮動利率抵押貸款；文中考慮了 Cap 等多項契約條件限制，經由評價結果分析，當存在著 Cap 限制時由於定期收益降低且也提昇了資產利率風險，由風險報酬抵換關係，其須有較高的 Margin 補償，但如有相對應的 Floor 存在，則可稍微減少所需的 Margin 補償、而當利率波動度越大時，由於增加了受限於 Cap 的不確定性因而增加了利率風險，因此所需的 Margin 補償以及初時契約利率都明顯增加，且利率波動因素也為影響 ARM 價值的最重要因素。

² 文中考慮一年國庫券利率、一年期LIBOR、FHFB平均房貸利率以及EDCOFI等指標利率，以FHFB的利率敏感度最高，EDCOFI次之，而LIBOR及FHFB則相當接近

第三章、指數型房貸證券化相關討論

金融資產證券化意指將其不具流動性之債權以群組重新包裝的方式發行受益憑證與投資者，證券化之投資者所表章之權益即對此抵押品未來所產生現金流量之求償權，由於所發行之受益憑證乃以此抵押債權所擔保，並不屬於發行公司之債務，當公司發生倒閉情形時，證券化投資者對於此證券之擔保品有強制請求權，一般公司債之債權人對此擔保品無求償之權力。我國金融資產證券化與不動產證券化主要參考美國及日本之實際運作及立法而採用信託架構處理證券化之流程，信託架構之設立宗旨在與貸款出售銀行之間行成一道防火牆，避免因貸款銀行的財務危機或破產危機造成證券投資者的權益受損；特殊目的公司經由貸款之購買設計符合投資者需求之證券而其再經由證券承銷商的定價而與以出售給投資者，特殊目的公司與投資者之間具有債權委託關係負責保管證券化投資者所讓之貸款群資產，該證券化產品再經由信用加強機制降低或消除證券之違約風險，而擬由信用評等機構給予評級並揭露與投資者，經由此順序始完成金融資產證券化之架構(圖 2-1)。

圖 2-1：金融資產證券化流程架構圖



上圖之架構乃為金融資產證券化之流程架構，關於不動產證券化則另有區分為不動產投資信託與不動產資產信託，前者為先發行證券、募集資金後再據以投資不動產標的，性質上近似於股票證券投資；後者乃在先有其不動產投資標的後再發行受益憑證用來融通所需的投資資金，性質類似於債權，並且已於 93 年 2 月 14 日開始受理不動產資產信託受益證券的上櫃申請，由於本研究重點在於金融資產證券化的相關債權房貸證券化之分析，因此有關不動產證券化方面不再詳細敘述。本章之內容設計首先將對我國整個指數型房貸市場作概括性的瀏覽；第二部分將對於指數型房貸證券化過程之相關個體作一說明，並引用我國目前已經發行之實例個案作相關配合說明；第三部分針對指數型房貸可能產生之不利證券化投資者的相關風險作說明；第四部分重點將放在利率風險衡量分析上，討論用來估計 MBS 利率敏感度的幾個指標並就其優缺點相對比較之。

第一節、指數型房貸市場概況

我國目前房貸市場主流為以數家銀行一年期定儲利率平均而得的指數型房貸，指數型房貸相較於以往各家銀行普遍以自家的基本放款利率作減碼調整為房屋貸款者利率有下列幾點好處：

- 1、指數型房貸以目前資金市場普遍流行的一年定儲利率為參考利率，再依照不同個人信用等級與以加碼而得其貸款利率，而以往以基本放款利率為主要參考利率再減碼的貸款由於其利率調整牽涉到銀行所有的放款成本，決定權在於申辦銀行，其調整內容呈現過於僵固型態，而使用一年定儲利率能夠充分反印目前市場之利率水準，不至於產生貸款利率過於僵固而與其存款利率之間利差逐漸擴大情形，提供客戶透明以及公平的計價方式。
- 2、使用一年期定儲利率反印目前市場真實利率水準，可健全銀行利率之風險管理，由於該指數充分連結市場利率使房貸利率得以有效管理，銀行可因此藉由財務工程的運用創造出符合房貸客戶需求的多種產品，而不只在價格上作競爭。
- 3、加速房貸證券化的推行，目前我國已推出或仍在籌畫的房貸證券化產品主要貸款標的物皆為指數型房貸，由於其連結市場利率的特性使得證券化產品資訊揭露的較為充分，較能吸引投資大眾的購買意願。

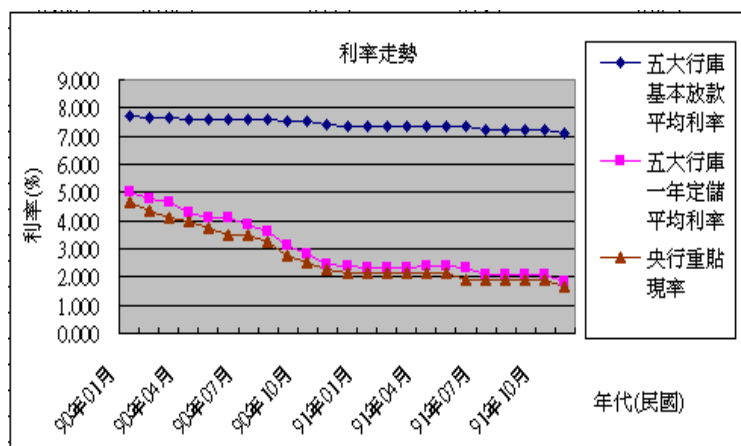
綜觀台灣目前整個房貸市場，其房貸種類相當多元化，有以存款利息抵扣貸款利息所得的抵利型房貸，當存款越多所抵扣的利息額度越高，而所節省的利息便可用來提前償還本金，節省利息負擔；隨時可將已還本金累積部分加以提取出來運用的理財型房貸。其總類相當繁多，但主要都是簡單指數型房貸的延伸使得貸款者更能有彈性的選擇，調整其還款策略，以滿足自己最大效用。相關之熱門商品茲列表於表 2-1。

表 2-1：房貸相關熱門產品

名稱	指數型房貸	首年固定利率之指數型房貸	理財型房貸	CAP 指數型房貸	抵利型房貸
特性	以數家大型銀行之一年期機動定儲利率平均為指標利率再依據客戶信用級別、相關成本向上加碼得其貸款利率的房屋貸款	貸款前幾年採固定優惠利率方式，而至優惠利率結束之隔年採行以平均定儲利率為主的指數型房貸	以指數型房貸為基礎的貸款利率，貸款期間所償還之本金可轉為循環額度供貸款者提取以應貸款者之資金需求	以指數型房貸為基礎的貸款利率，但於約定期間若指數利率上升至 CAP 限制以上時，以 CAP 為計算指標利率標準	存款與貸款集中於同一家銀行，以存款利息抵扣貸款利息方式因而加速本金之償還
優點	市場利率持續下降時可享受貸款利率立即降低之好處	利率反轉向上時享受前幾年比純指數型房貸優惠之利率	可隨時提取償還之本金，貸款者可靈活調度其資金	當市場利率處於上升型態時保護貸款者的措施	享受存款利息抵扣貸款利息
首先開辦銀行	中國信託商業銀行	安泰銀行	建華銀行	玉山銀行	香港上海匯豐銀行

上述之各項房貸產品都屬於標準指數型房貸產品的衍生產品，在證券化的過程中須考慮到其不同型態加以群組，但由於其皆是標準指數型房貸之延伸，本研究僅就其傳統的指數型房貸為主作相關的探討分析。指數型房貸乃因中央銀行的大力推動而興起，民國 91 年以前銀行房貸利率大多以基本放款利率減碼來承作，但各家銀行基本放款利率在央行 90、91 年的連續降息中大多仍呈現僵固狀態(圖 2-2)而引起央行關切，並指示各家銀行應迅速調降其放款利率並研究另以一指數來作放款標準。終在定儲利率指數型房貸問市後，由於其符合央行的資訊透明、利率敏感度高以及有效反映市場資金狀況要求而廣為宣傳，各家銀行大多已在 91 年開始相關產品的申請作業，截至去年 7 月底止已有 48 家銀行實施指數型房貸專案、新承作指數型房貸累積戶數達 28 萬 6233 戶、舊房貸轉指數型房貸之轉換比率達 42%。

圖 2-2：房貸相關利率趨勢圖



資料來源：中央銀行

指數型房貸要進行證券化組群並予以評價時其主要契約規格內容包括指標率、利率調整期間、利率加碼等就扮演相當重要的角色，有關指數型房貸相關的契約規格內容茲列舉於表 2-2

表 2-2：指數型房貸契約規格內容

主要契約內容	特性說明
1.標的指數(Index)	計算房貸利率時主要所採用的標的指數，其計算方式為標的指數再加碼信用價差而得，目前我國大多採用的標的指數為數家銀行的一年定儲平均利率，但也有另採用短期貨幣資金利率為標的指數者，如美商花旗銀行採用的 180 天短期票券次級市場利率平均值 美國：多採用一年到期的國庫券利率(約 60%)，另也有採用六個月 LIBOR、儲蓄積構平均資金成本等者
2.利率調整期間(Reset Period)	調整契約利率的時間間隔，大多以每三個月調整一次進行調整，也另有以六個月調整一次者 美國：大部分採取半年或一年重設一次
3.利率加碼(Margin)	以標的指數加一定幅度為借款者當期之貸款利率，此乃依照借款者的信用等級、抵押品市值、貸款比率等資訊加以判斷給予信用級別，目前我國銀行對客戶信用加碼幅度大都在 2%~6%之間
4.週期利率上下限(Cap/Floor)	限制當期貸款利率相對於前期契約利率所能調整的幅度，一般指數型房貸無此限制，只有玉山銀行推出的 Cap 房貸有此特色

主要契約內容(續)	特性說明(續)
5. 貸款額度(Loan to Value Ratio)	相對於抵押房屋市值所能貸到的最高成數，我國銀行大都以 70% 為最高貸款成數，但隨著房地產景氣熱絡、購屋需求增加，不少銀行已將最高貸款成數比調高至 80% 左右
6. 貸款年限(Maturity)	單筆貸款的攤還年數，大多在 20~30 年間

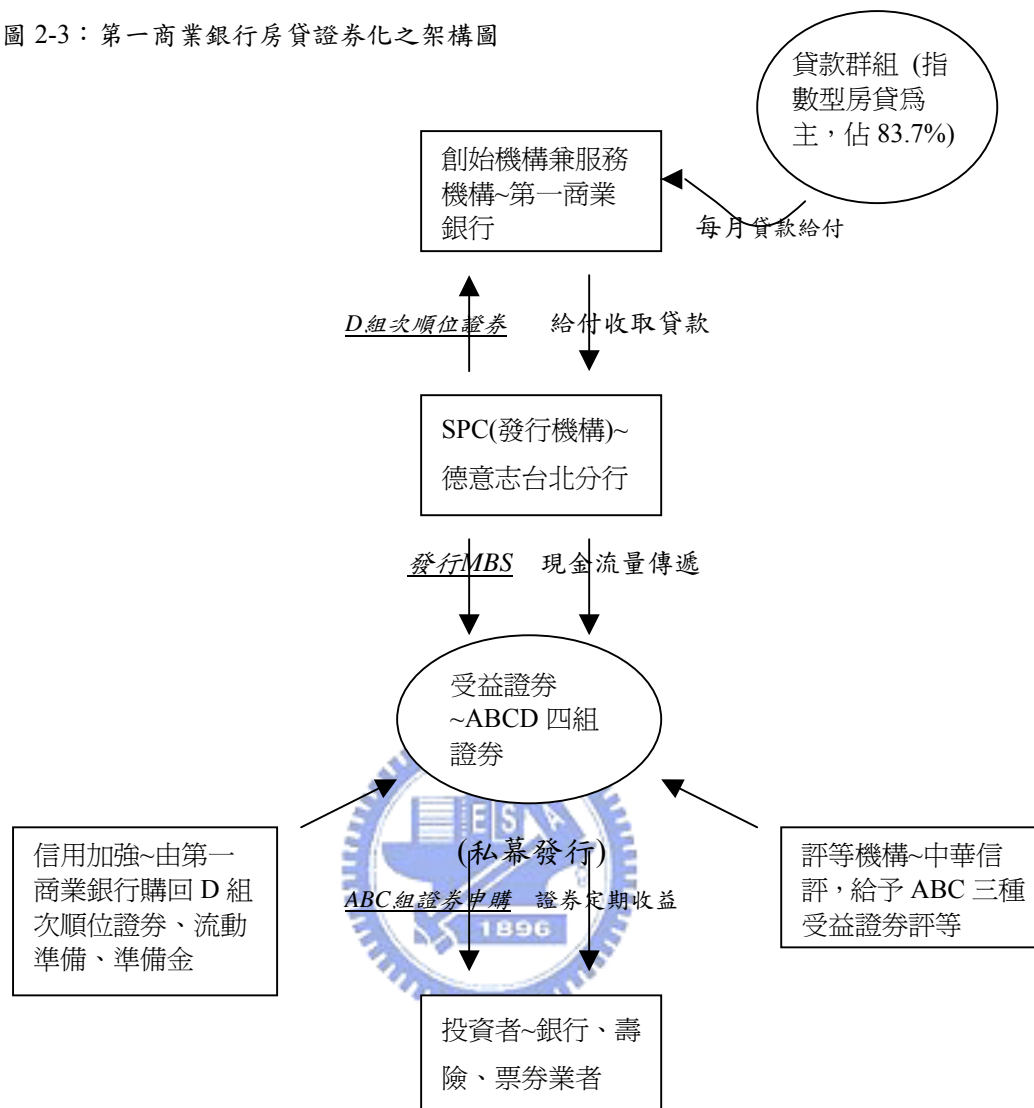
目前銀行間普遍經由指數型房貸的群組推行房貸證券化產品，在第一商業銀行率先推行後、台新國際商業銀行也發行了第二件房貸證券化產品，其大部分資產群組為指數型房貸，顯示以公開透明化為主的指數型房貸為證券化埋下良好的契機。

第二節、指數型房貸證券化相關個案（第一商業銀行）

在第一件由台灣工銀發行的金融資產證券化產品企業貸款債權信託受益證券後，93 年 3 月 2 日第一件房屋貸款債權信託受益證券終於問市，該受益證券係由第一商業銀行擔任創始機構，並信託予德意志銀行台北分行發行。本節中將藉由實際案例的探討說明我國指數型房貸證券化的架構流程與其過程中各個參與角色的定位。

探究該筆證券化產品發行成功之原因不外乎 1. 當時市場利率處在極低的水準，該受益證券第一級別 A 券票面利率為該房貸標的指數加碼 0.25% 而得，就目前收益率來看與短天期政府公債相當(五年期 1.88%)，其 twAAA 的評級為中華信評最高評等，償還能力與政府公債相當 2. 由於當時市場資金相當氾濫，申購此受益證券的金融機構除可享受債信優良且高於目前市場利率的投資獲利，更有助於多餘資金的流通活用。該房貸債權信託受益證券發行之架構可以以圖 2-3 視之

圖 2-3：第一商業銀行房貸證券化之架構圖

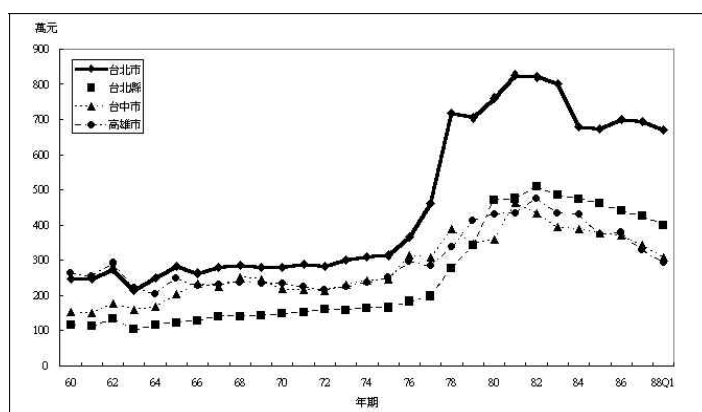


1. 貸款組群

第一銀行信託予德意志銀行台北分行的房貸擔保群組係由 2026 件房貸組合而成，該貸款群組皆由第一銀行自行承作之貸款，其中並無任何政府輔助之優惠貸款，總規模達新台幣 4,572,697,182 元。該群組組成分子主要為 1.依指數型房貸為標的指數而計算貸款利率者佔 83.7%、2.基本放款利率為計算標準者為 7.5%、3.前三年採固定，而後採指數型房貸計算者為 8.8%。依地理位置區分可發現其中約有 38%貸款座落於台北市，62%位於台灣北部地區包括台北縣、桃園縣市、新竹縣市。貸款組合的加權平均已貸放期間為 37 個月，擔保房屋的平均屋齡為 12.5 年，而擔保房貸平均餘額為新台幣 240 萬元。綜合以上來看該貸款

群組的同質性相當高，主要皆為指數型房貸計算利率者，未來現金流量的特性較容易掌握，但其擔保品主要坐落於台北都會地區，且其過去房價指數變動相較台灣其他都會地區甚鉅(圖 2-4)，因此須注意房價劇烈波動所可能引起的違約連鎖效應。

圖 2-4：主要都會區住宅平減(經物價指數平減)總價趨勢圖



資料來源：政大台灣房地產研究中心

2. 創始機構

創始機構係由房屋貸款群組承作者第一商業銀行所擔任，該行於民國八十七年一月二十二日由公營體制轉型為民營銀行，並於民國九十二年一月二日正式成立「第一金融控股股份有限公司」後改納入第一金控集團下之子公司，截至 2002 年底的房貸本金餘額論，一銀在國內銀行名列第三。該行也擔任該筆房貸證券化過程的服務機構，負責定期收取分期攤還金額，在扣除服務費後轉交於特殊目的信託德意志銀行；藉由證券化的發行，一銀回收 42.8 億現金、補其資本適足率。在美國貸款的創始機構如欲發行房貸證券化產品除以信託架構發行外，另有以交換方式將貸款群組交付給 Fannie Mae 藉以換取該機構所發行的有價信託憑證³，我國由於無相關政府貸款政府擔保機構，因此只引進信託架構為證券化之過程。

3. 特殊目的信託

此項房貸證券化產品係由第一銀行成立特殊目的信託(First Commercial Bank

³ Fannie Mae 主要由交換、現金、抵押房貸責任和交易櫃檯等四種方式促成房貸證券化

2003 Special Purpose Trust)，而係由德商德意志銀行台北分行擔任此信託的主要管理者，承購第一商業銀行的房貸群組據以發行受益證券。德意志銀行總行主要業務範圍在歐洲市場，擁有 803 billion 歐元資產價值，該台北分行在此證券化中主要業務除擔任現金流量的分配、隔離發行機構的破產風險外，另在服務機構發生服務終止事由後得由該行在 90 天內尋找備位服務代理機構，如不成則由該行擔任服務機構。在我國，金融資產證券化信託架構乃採雙軌制之信託架構，可以特殊目的公司或特殊目的信託承受證券化發行者的貸款組群以隔絕其破產風險；就兩者而言相同點皆在於這兩類組織僅是證券化之導管體、相異點在於其組織性質，特殊目的公司為以股東一人為限的股份有限公司得以發行有價證券以調度資金⁴；特殊目的信託乃為具有集團性、營業性及商品性等商事信託，屬於被動式的消極經營⁵。

4. 評等機構

第一商業銀行所發起的房貸證券化產品主要由中華信用評等公司給予商品評級，其評等房貸證券化產品主要因素有總體經濟因素、房地產特性、房地產歷史交易紀錄、金融機構的房貸違約率以及在不同景氣週期或壓力下承受擔保品的經驗等，並且經由分析可決定標準房貸池的特性⁶，以及相關的違約率、損失嚴重性⁷及市值滑落程度；另外考慮其他影響房貸池的因素，如房貸已償還期數、貸款為購屋或轉貸用、保險以及地理集中性等適時的調整重新計算違約率以及損失嚴重性；另為評判發行機構所需的信用加強程度，須由發行機構準備一組現金流量模型模擬一筆交易期間的資產與負債結構，而根據評等等級別進行壓力測試，在整個交易存續期間中華信評仍會進行評等監視，嚴格監督其交易績效。

⁴ 依金融資產證券化條例第五十四條第一項及第二項規定之

⁵ 由於其僅將受託資產定期轉付給委託人，屬消極信託，與信託法規定信託者以受益人為特定之目的，管理或處分信託財產似有不符，因此另有不受現行信託法限制之特殊目的信託法制

⁶ 所謂標準房貸池乃根據過去影響房貸特性的相關歷史資料建立包括群組規模、貸款成數等的標準化群組所構成的標準評判風險工具，當房貸證券化產品偏離此房貸池時則對各種假設數據進行調整，計算所需的信用增加程度

⁷ 依據原始貸放成數、在壓力測試下的市值滑落程度、以及持有與處分房地產成本計算而得

5. 投資者

此項證券化產品採私募發行，由德意志證券台北分行擔任承銷者負責分派收益證券以及顧問人的角色，主要的投資參與機構涵蓋銀行、壽險及票券業者，超額認購達發行規模的 30% 左右。投資者的參與程度決定房貸證券化產品成功與否的重要條件、由當時經濟環境所引起的認購情形看來，此項產品可算發行的相當成功。

6. 受益憑證

該資產群組共 45.73 億的金額劃分為優先及次順位共四類的受益憑證，詳細資料列式於圖 2-5，主要有三類優先順位受益憑證，發行機構第一銀行購回次順位受益憑證 D 券為信用加強機制；利息本金(包含提前還款金額)優先由受益憑證 A 券先獲得再依序為 B、C 等券，當發生違約事件時由次順位受益憑證 D 券優先承受之，再依序為 C、B 等券，因此可計算各類受益憑證之信用支撐程度⁸。

圖 2-5：第一銀行房貸證券化受益憑證分類圖



7. 信用加強

除購回次順位受益憑證為信用加強機制外，第一銀行尚在發行日時從發行受益證券所得款項中提撥一筆流動準備以支應可能發生的受益憑證利息支付中斷的情形，並且在每期收取利息扣除償還受益證券應付利息後隨時給予補足，再加

⁸ 如 D 券佔總貸款餘額之 6.4%，因此可知 C 券之信用支撐程度為 6.4%，以此類推可得 B、A 券之信用支撐程度

上受益證券發行日時另外提存的一筆準備金，以這些內部加強為第一銀行此次發行房貸證券化產品的信用加強機制。

第三節、指數型房貸抵押債權證券風險分析

當投資者購買一房貸證券化產品時其承受著來自經濟環境、貸款群組行為以及來自證券化參與機構所產生的各種風險，因此了解該房貸證券化產品隱含的各項風險有助於增進在該項產品上的投資效率。本節中將介紹房貸證券化產品所可能引起的各種風險，並進而探討這些風險的本質。

1. 信用風險

信用風險來自於房屋貸款者無法即時償付本金與利息的風險，最常發生違約的原因為當房屋價格大幅滑落時所發生的最適違約情形；在美國經由 GNMA 所發行的 MBS 因其貸款群組已經由 FHA、VA 等政府機構的擔保所以 MBS 投資者投資此項 MBS 產品已排除違約帶來的損失，另外由 FNMA、FHLMC 等政府發起但已民營化機構所發行的 MBS，其貸款群組本身主要為依照 FNMA、FHLMC 所定的標準貸放，故信用風險已受到控管，且由於尚須對該貸款群組保險，所以風險已大大降低，因此 FNMA、FHLMC 所發行的 MBS 也幾乎可排除信用風險。我國目前由於無政府相關擔保機構，所以各家銀行所發起的 MBS 就有比較大的信用風險問題，此時就必須仰賴發起銀行的信用支撐以及對貸款群組的嚴格篩選。以上節所提起的一銀房貸證券化商品為例，在信用加強機制方面以購回最低順位受益憑證的方式以及流動準備、準備金來支撐信用，並且所群組的貸款由過去歷史資料顯示大多為支付狀況正常的房屋貸款，因此一銀的房貸證券化產品信用風險可說已獲得良好控管，其發行的最高順位受益憑證擁有 14.5% 的信用支撐，經由中華信評的壓力測試仍給予此憑證最高評等 twAAA。

2. 利率風險

利率風險來自於因市場利率改變導致MBS價格變化的風險，當房貸群組為固定利率計息時投資者承受較大的利率風險，因其收益是固定在某個訂定的票面利率；對可調整利率貸款群組而言雖然貸款利率是隨標的指數利率在調整，但也會因契約內容的限制、標的指數與無風險利率的差異而產生利率風險，固定利率貸款群組所產生的利率風險以Duration來衡量大多屆在6~8之間，而可調整的利率貸款群組產生的利率風險在1~2之間；利率風險也會因提前還款的存在而減少，因利率改變會造成提前還款行為的改變因而多少反映了利率變化的因子。在一銀的例子中除了因上述原因產生利率風險外也因貸款群組本身包含著以基本放款利率計價的房貸額外衍生標的指數的利率風險，且其並未進行基差利率交換(Basis Swap)⁹來規避此風險。一些相關的MBS利率風險衡量的方法將在下節中介紹。

3. 流動性風險

MBS如為轉付債券性質其投資年限動輒達二、三十年，此時一般的投資者對於此項產品需求就不強烈，只有保險公司、退休基金等金融機構較有意願購買，其主要是因為長期資產負債配適問題，當投資者申購了一轉付債券而在將來未到期前如需要即時變現的話則可能會因為市場廣度不夠而造成即時變現帶來的損失，此即為流動性風險；解決投資大眾在此方面的問題即是透過財務工程創造不同到期日的切割組別以提昇其流動性。

4. 通貨膨脹風險

固定利率抵押貸款債權證券會面臨通貨膨脹的風險，當經濟社會面臨通貨膨脹時由於其票面利率是固定的，故會造成實質購買力的降低；對於可調整式利率抵押貸款債權證券來說由於票面利率是隨某一高透明度的指標利率在改變，當指標利率能充分反映市場資金需求狀況時是可以排除通貨膨脹風險的。一銀的貸款

⁹ 指以目前的浮動利率指標與另一個浮動利率指標進行利率交換，如3個月的LIBOR交換為6個月的LIBOR

群組大部分為以定儲利率為主的指數型房貸群組，因此當社會發生通貨膨脹危機時定儲利率會隨央行的利率政策而進行調整，因此大大降低通貨膨脹風險。

5. 再投資風險

MBS 的再投資風險歸因於市場利率的大幅滑落導致固定利率房貸轉付證券的大幅提前還款，如美國在 1990 年因利率水準的滑落使得房貸抵押貸款的提前還款速度高於預期使得 MBS 投資者因本金的提前取得而須轉而投資於比 MBS 報酬低的投資工具；就可調整利率房貸轉付證券而言，因其報酬是鎖住公開的市場利率再加碼而得，因此相關的再投資風險為因提前還款所取得的本金是否能投資於高於市場利率相同加碼幅度的報酬率。

6. 提前還款風險

提前還款風險為 MBS 不同於一般債券而所具有的特性，因房屋貸款是可提前還款的，且國內大部分銀行對於指數型房貸提前還款並無特別的處罰條例¹⁰，因此房屋貸款者在貸款期間內可不受限制的提前還款因而產生比較大的提前還款風險，由於提前還款可發生在貸款期間的每一分期攤還日期，因此可視為貸款者所擁有履約價等於貸款本金加上再融資成本的美式選擇權。影響提前還款行為的因素相當多，一般來說主要有下列幾點：

(1) 再融資動機(Refinancing Motivation)

乃因目前的貸款利率與再融資利率之間的利差過大所產生，貸款者在考慮再融資時也會考慮有關的顯性(explicit)與隱含(implicit)的成本如點費、手續費以及因房屋價值下降導致所能貸到的金額縮小等；再融資動機影響提前還款在固定利率的房貸群組比較顯著，就可調整利率貸款而言因貸款利率是隨某市場指標利率在調整的，所以再融資動機引發的提前還款比較不明顯。一般衡量再融資動機的式子為房屋價值與貸款剩餘本金的比率，當此比率越大時貸款者越容易提前還

¹⁰ 依據公平交易委員會「金融業者收取房屋貸款提前清償違約金案件處理原則」，金融業者不能憑藉優勢地位收取提前清償違約金，但若基於經營考量而必須收取，則必須同時提供借款人「得隨時清償」與「限制清償期間」，供借款人自由選擇

款，由於資料的難以取得，另有以貸款利率與再融資利率的比率替代者，同樣的當此比率越大時貸款者也是越容易提前還款的。

(2) 燃盡效果(Burnout Effect)

貸款群組裡每一貸款者都有自己的再融資決策以及所需負擔的相關成本，當利率降低觸及某貸款者的再融資決策時此貸款者會提前還款，而當利率水準滿足更多貸款者的再融資決策時會進一步引起更多的提前還款，剩餘的貸款者則因受限於過高的再融資成本而不會提前還款，因此便具有提前還款的燃盡效果現象，而這屬於市場實證所觀察到的現象。

(3) 貸款年紀(Seasoning)

直覺上，在其他條件不變下，提前還款率也會依貸款年紀增加而增加；新貸款剛形成時幾乎沒有貸款者會立刻選擇再融資或搬家，但當時間經過時，隨著個人因素或經濟環境的影響，這部分的比例會越來越多；且由於貸款初期貸款者大部分分攤金額為利息部分、隨貸款年紀的增加此利息部分逐漸縮小、本金攤銷的比例變多因此貸款者越有能力提前清償本金。美國的公共證券協會即採用此觀察的現象發展標準化的提前還款曲線、聯邦住宅局也以過去經驗法則得出相似的提前還款曲線。

(4) 季節性因子(Seasonality)

因季節因素所引起的換屋熱潮進而引發提前還款的現象。在美國由於氣候差異相當大使得換屋熱潮通常在夏季發生、而在冬天則趨於貧乏，因此在夏天提前還款機率會比較高；台灣因季節氣溫差異不大所以季節性的因素影響提前還款較不明顯。

除了上述四個因子會影響提前還款因素外，其他如地理區域、Loan to Value Ration 以及相關經濟因素等也會影響提前還款決策，在建構提前還款模型時可同時考慮進去以求得較高的解釋能力。

第四節、房貸抵押債權證券利率風險衡量

衡量MBS的利率風險遠比一般固定收益證券要複雜，由於其現金流量受到提前還款風險的影響，而且提前還款行為又為利率的函數，因而具有路徑相依的性質；MBS本身也因契約的限制擁有許多勘入式的選擇權，因這些勘入式選擇權性質的不同，所承受的利率風險也有所變化，且不同MBS的衍生性產品其所承受的利率風險也有所不同¹¹。在本節中將提出一些衡量MBS利率風險的指標，並比較其中的優劣點以茲參考。

1. Macauley & Modified Duration

一般固定收益債券常用的利率風險衡量指標即為Macauley以及Modified Duration，而兩者又可稱為Cash Flow Duration或Static Duration，其衡量式子為

$$\text{Macauley Duration} = \sum_{t=1}^n \frac{tC_t}{(1+Y)^t} / P$$

，其中 C_t 為第 t 期的現金流量、 Y 為該債券之到期收益率、 P 為該債券之價格、 n 為債券到期前現金流量流入的總期數，另外Modified Duration=Macauley Duration/ $(1+Y)$ ¹²，在衡量MBS的利率敏感性時通常預先假設固定的提前還款率如PSA200，以估計MBS分期攤還的金額，且其並不受利率因素之影響。Static Duration提供了簡單且有意義的衡量方式，但其還是不適合用在MBS的利率風險衡量上，原因為這兩者原先假設其債券現金流量是固定的、並不受其他因素影響其現金流量，但MBS本身現金流量是會受到利率因素影響提前還款特性及其他相關勘入式選擇權的影響；另外此兩者假設期間結構為水平線、以單一折現率衡量不同到期期間的折現率不太符合一般市場所觀察的現象。

2. Static Duration with Prepayment Change

¹¹ 較明顯的例子為將轉付債券的利息部分分離出來的IO Strips產品，其在市場利率小於票面利率時，由於提前還款的加速導致此產品所能得到的現金流量大幅縮水因而壓過利率下跌所帶來的折現效果，使此產品在市場利率小於票面利率時具有負的存續期間現象，亦即價格與利率是呈正向變動的情形

¹² Macauley Duration衡量的是債券價格百分比相對於利率百分比的變動量、Modified Duration衡量的為債券價格百分比相對於利率變化的變動量

上述的 Static Duration 可經過改良將殖利率改變所引起的提前還款的變化考慮進去，例如假設目前市場存在具相同到期日、票面利率有 8.5%, 9% 以及 9.5% 三種 MBS，而其相符的提前還款率各為 133, 155, 211 PSA；當市場利率下降 50bps 時則 9% 票面利率的 MBS 其提前還款率會跟 9.5% 相同、當市場利率上升 50bps 時則 9% 票面利率的 MBS 其提前還款率會跟 8.5% 相同，因此便可以此結果重新定價計算利率敏感性，且此 Static Duration 的修正方法也考慮了提前還款的變化，但缺點仍在於假設市場的利率期間結構為水平線。

3. Option-Adjusted Duration

Option-Adjusted Duration(OAD)主要根據在不同的利率路徑下求得相關折現率，並以此折現率上下調整一定幅度重新獲得其現金流量並折現獲得當折現率不變、往上、往下調整三個不同的價格計算利率敏感性，其計算式子為 $\frac{P_- - P_+}{2P_0\Delta y}$ ，其中 P_- 為折現利率下降 Δy 的新價格、 P_+ 為利率上升 Δy 的新價格、 P_0 為原始價格、 Δy 為利率變動幅度，由於 OAD 是建立在 OAS 模型下，因此要計算 OAD 首要條件就是須先估計出 OAS，並藉由 OAS 的固定重複上述的步驟而求得相關的 OAD。OAD 對於具有多種勘入式選擇權的 MBS 提供了一個好的利率敏感性測量方法，它相較於 Static Duration 而言並無固定現金流量的限制、且其所隱含的利率期間結構並非水平線，因而較符合市場現象，另外 OAD 也充分反映了勘入選擇權的內含價值；雖然 OAD 具有正確反映具勘入選擇權 MBS 的利率敏感性，但相對的 OAD 的計算步驟是比較複雜且耗時間的、且由於 OAD 建立在 OAS 模型下，因此是非常敏感於所假設的提前還款模型，當提前還款模型不符合現況時，所計算的 OAD 用來衡量 MBS 利率敏感性時可能會產生偏差。

4. Implied Duration

DeRosa, Goodman, and Zazzarino(1993)以另一種技術方法衡量 MBS 的利率敏感性。此方法利用過去的歷史資料進行迴歸分析以尋找以下迴歸方程式的係數

$$\frac{\Delta p}{p} = c + b_1 \Delta \text{yield} + b_2 (p - 100) \Delta \text{yield} + b_3 \begin{cases} (p - 100)^2 \Delta \text{yield}, & \text{if } p > 100 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} + \tilde{e} \quad (1)$$

其中c, b₁~b₃皆是為估計之參數；在這樣的方程式下，對MBS而言c係數應是不顯著異於零的、b₁係數應為一負值、b₂以及b₃則為正值，以符合財務的意義，經由DeRosa et al. 的實證分析也的確符合此現象。由上述迴歸式估計出所需參數後，利用這些參數值以另一迴歸式來計算欲估計的利率敏感性，此迴歸式為

$$\frac{\frac{\Delta p}{p}}{\Delta y} = b_1 + b_2 (p - 100) + b_3 \begin{cases} (p - 100)^2, & \text{if } p > 100 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} + \tilde{e} \quad (2)$$

為從(1)式所獲得；由於用來計算利率敏感性的迴歸式須使用過去的歷史資料價格來推斷係數，因此稱為 Implied Duration。此利率敏感性指標優點在於不需仰賴任何的理論模型與假設、只需市場合理正確的價格資料，但也衍生一些缺點如MBS 市場價格並非容易獲得以及使用過去的歷史價格資料可能無法反映目前的市場條件。

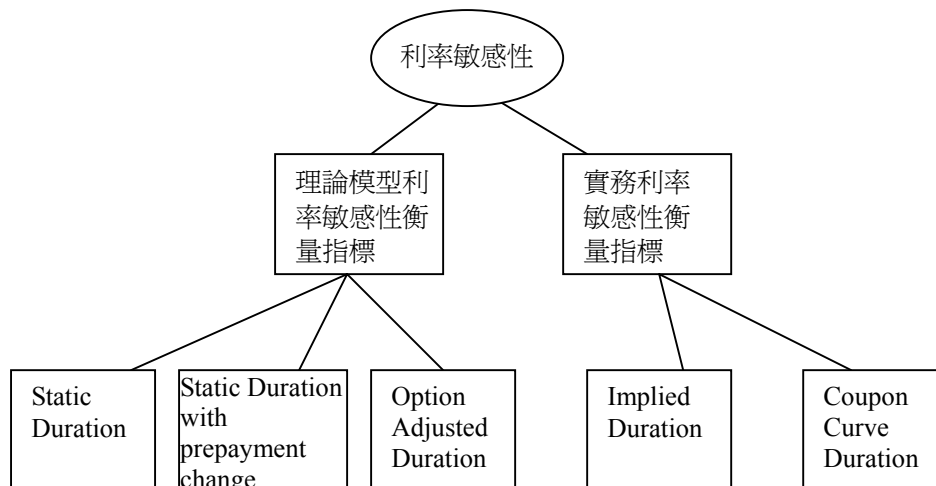


5. Coupon Curve Duration

Coupon Curve Duration(CCD)為另一種用實際市場價格來推斷利率敏感性的方法。唯一參考 CCD 來衡量利率敏感性的作者為 Breeden(1991)，此方法所需要的僅是相似 MBS 產品的 Coupon Curve，例如假設目前市場存在具相同到期日、票面利率有 8%, 8.5%以及 9%三種 MBS，當利率下降 50bps 時，其 8.5%的 MBS 價格應近似於 9%的 MBS 價格、而當利率上升 50bps 時，8.5%的 MBS 價格則會近似於 8%的 MBS 價格；利用這些資料則可以計算利率敏感性指標 CCD。CCD 的主要優點在於它充分反映了市場目前的預期、但缺點為它的準確性只適用於性質非常相近的產品(如近似的加權平均到期日相關 MBS 產品)。

綜合以上分析，我們可將上述的利率敏感性衡量指標區分為理論模型與實務的指標(圖 2-6)，由於目前我國尚無完善的 MBS 交易資料，因此本研究考慮使用理論模型指標來進行分析；又比較三種理論模型指標優劣點，且由於本研究使用模擬的方式進行評價，因此在最後的利率敏感度分析上將採用 OAD 進行分析。

圖 2-6：利率敏感性衡量指標



OAD 提供了衡量 MBS 利率敏感性很好的測度指標，但以 OAD 來估計 MBS 價格相對於利率變動的真正變化量與實際價格的變化仍有所不同，其原因不外乎

- ◆ OAD 假設殖利率曲線為平行的移動、但市場實際觀察到的殖利率曲線往往並非平行的移動，其殖利率曲線形狀是有可能改變的。
- ◆ OAD 在求解出 OAS 後，往後定價皆假設 OAS 為固定常數、但相同的 MBS 在不同的日期也許會有不同的 OAS。
- ◆ OAD 假設固定的波動率期間結構、但經由隱含波動率的觀測可發現不同日期的殖利率波動率期間結構是不同的。
- ◆ OAD 假設固定的 current-coupon mortgage/Treasury spreads，亦即假設 MBS 定價最接近面額的 coupon，其與十年期 Treasury 的利差是不變的。
- ◆ OAD 忽略了凸性(Convexity)的存在、因 OAD 是以平均的概念計算當利率改變後價格的變動量，隱含價格變動是對稱的；但當價格變動是非對稱時，大部分具有負凸性(negative convexity)性質的 MBS 在利率向下變動時會高估了 MBS 的價格，這也是其他 Duration 模型所會遭遇的問題。
- ◆ 持有成本的考量、由上述各因素所調整後的 MBS 價格變化如還無法完全解釋真正的價格變化，則剩餘大部分的誤差可由兩日期間的時間效果，亦即持有成本來考量。

Hayre and Chang(1997)使用OAD衡量TBA Securities¹³的價格變化程度，發現使用OAD所估計的價格變化比實際的價格變化明顯有偏大的情形，而其中的偏誤大都來自上述的OAD不合理的假設條件，且發現固定的OAS假設所產生的偏誤最大、而凸性的因素並無太大的影響。



¹³ TBA即 ”to be announced”，為一種約定在未來某個協定日交易MBS的遠期協定

第四章、研究方法

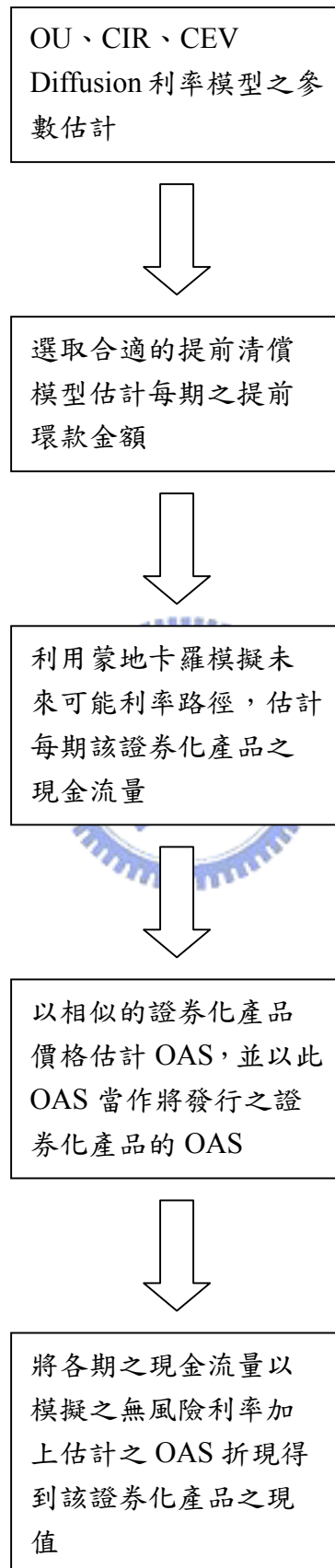
第一節、評價流程

本節針對本研究所使用到的評價方法依照 MBS 的整個評價架構順序性的作一個介紹。所採用的 forward MBS 評價模型可以下列數個步驟來表示：

1. 決定適當的利率模型，並估計相關的模型參數；本研究選取 Linear Drift, CEV Diffusion Model、Vasicek Model、CIR 三種隨機利率模型來觀察評價結果的差異性。
2. 選擇適當的評價方法，本研究採用蒙地卡羅模擬法，再以變異降低技術來增加計算執行效率與降低變異。
3. 提出適當的提前還款模型；由於資料取得的困難性，本研究採用 OTS 提前清償模型、但根據我國氣候因素而調整其季節性因子。
4. 利用數值方法蒙地卡羅法模擬法所需的 N 條利率路徑，此 N 條路徑樣本基本上是越大越好，但也須符合成本效應；利用此利率路徑的產生計算相關的契約遠期利率與折現率以及在相對應的利率路徑下推導此貸款群組的提前還款機率。
5. 利用上述方法所計算出的評價所需的各項條件進一步的估計未來各期期望產生的現金流量，利用利率模型所推導出的利率折現路徑加入 OAS(Option Adjusted Spread)評價觀念折現得出此 MBS 的價格。
6. 以 OAD 方法分析在微調各相關參數改變下，MBS 利率風險的變化情形。

第五個步驟中要估計證券化產品的 OAS 基本上需要有次級市場的存在，利用具相同性質的產品估計出近似的 OAS，再以所估計的 OAS 來評價所新發行的證券化產品，但因台灣目前尚無房貸證券化次級市場的存在，在此擬先假設 OAS 為一常數數值。

圖 4-1：評價架構圖



第二節、利率模型與其參數估計方法

利率走勢在利率衍生性產品的定價過程中佔有非常重要的地位，尤其在指數型房貸證券化的定價過程中，每個月的貸款利率決定於指數的未來走勢，而影響到持有此證券投資者的未來收益；就台灣而言，各家銀行的指數型房貸產品大多採取每三個月調整一次貸款利率的調整頻率，該證券化產品投資者未來所獲得的利息收入會受此調整策略的影響，主要是為使其能夠追蹤市場上的報酬率，避免該證券價值受到利率影響的價格波動幅度過大。為了評價指數型房貸證券化產品，需對未來的利率路徑進行模擬，本節中將針對所使用的利率模型參數估計方法作一介紹。

本研究採用三種均衡利率模型 Linear Drift, CEV Diffusion Model(Chan et al., 1992)(以下簡稱為 CEV model)、Vasicek Model(Vasicek, 1977)、CIR(Cox et al., 1985);其中 CIR、Vasicek 都是被套入(nested)在 CEV Model 裡，CEV Model 裡需估計四個利率隨機模型的參數值，而 Vasicek 以及 CIR 則是對 CEV Model 裡的參數值加以限制而得，Vasicek 以及 CIR process 貢獻三個參數自由度。由於此三種利率隨機模型彼此間的差異具有某種性質上的意義，三者都具有利率反轉(mean reverting)的現象，但 CIR、CEV Model 則進一步認為利率過程的波動率與利率水準具高度的敏感性，當利率水準越高時，利率的波動程度也越高。藉由此三種利率隨機模型的運用，使用過去的利率資料進行參數估計，比較此三種利率隨機模型在指數型房貸評價上的差異即為本研究之目的，以下首先將針對此三種利率隨機模型以及參數估計方法作一說明。

1. Vasicek Model(Ornstein-Uhlenbeck Model, OU Model)

Vasicek(1977)首先提出具利率平均反轉現象的無風險利率隨機過程，認為折現債券的價格只決定於無風險利率狀態變數，在假設無風險利率的馬可夫隨機過程後，以此式來建立折現債券價格的偏微分方程式。在 Vasicek 的文獻裡，無風

險利率的隨機過程可以以下式來表示：

$$dr = \alpha(\gamma - r)dt + \rho dz \quad (3)$$

其中 α 為利率調整速度、 γ 為長期利率平均水準、 ρ 為利率波動度，三者皆為常數，由過去的利率資料估計而得，並進而可得利率的期限結構，利率的期限結構在 Vasicek Model 裡為一產出(Output)。

(3)式的利率隨機過程視為一馬可夫過程，並具條件常態分配性質，為一穩定收斂分配。當利率偏離 γ 長期平均水準時會以 α 的利率調整速度而回到 γ ，而 ρ 利率波動度代表利率水準環繞在 γ 水準上下的不定波動程度，假設為一常數；給定時間 t ，當 $s > t$ 時，在 s 時間的利率水準分配為常態分配，其平均數與變異數為：

$$\begin{aligned} E[r(s) | r(t)] &= r(t)e^{-\alpha(s-t)} + \gamma[1 - e^{-\alpha(s-t)}] \\ V[r(s) | r(t)] &= \frac{\rho^2[1 - e^{-2\alpha(s-t)}]}{2\alpha} \end{aligned} \quad (4)$$

由於此條件分配為真實分配，我們利用最大概度估計量來估計該利率過程的三個未知參數，其概度估計函數可表示為

$$\ln(\theta) = n^{-1} \sum_{i=1}^n \ln \{ p_r(\Delta, r_{i\Delta} | r_{(i-1)\Delta}; \theta) \} \quad (5)$$

其中 θ 為所欲估計之參數， Δ 為利率歷史資料的時間間距(如一個月、一星期等)，利用常態分配性質的真實分配，得其概度函數，找出滿足限制範圍裡最大概度函數值的參數值即為欲得的參數估計值。Vasicek 利率模型裡的最大缺陷在於由該利率隨機過程所產生的利率可能會產生負值的情形，因利率理論上不可能為負值，因而可能會影響到 MBS 評價的準確性。

2. CIR Model

為了解決 Vasical Model 利率可能為負值的現象，Cox, Ingersoll, and Ross 提出另一個利率反轉現象的利率隨機過程為

$$dr = \kappa(\theta - r)dt + \sigma\sqrt{r}dz_r \quad (6)$$

其中 K 為利率調整速度、 θ 為長期利率平均水準、 σ 為利率波動度，此隨機模型一般稱為 CIR 利率隨機模型。在 Cox, Ingersoll, and Ross 的文獻裡利用一般均衡資產定價模型推導出利率的期間結構，認為預期因素、風險趨避程度以及不同時間點的消費偏好程度等都影響到債券價格的定價；在完全競爭市場經濟下，所有物品的價值都可以以某一單位財貨衡量之，在使消費者目標效用函數極大化條件下，經由狀態變數隨機微分方程的給定，而得出上述的均衡利率模型。由於此利率隨機模型其條件分配為非中心的卡方分配(noncentral chi-square distribution)，在馬可夫性質之下，我們同樣可運用最大概度估計法來估計參數。利用此利率模型的真實條件機率分配，其在給定 X 時點下的利率水準，其 $X+\Delta$ 時點下的利率機率分配為非中心的卡方分配：

$$p_x(\Delta, x | x_0; \theta, \kappa, \sigma) = ce^{-u-v} (v/u)^{q/2} I_q(2(uv)^{1/2}) \quad (7)$$

其中 $c = 2\kappa / (\sigma_r^2 \{1 - e^{-\kappa\Delta}\})$ 、 $u = cx_0 e^{-\kappa\Delta}$ 、 $v = cx$ 以及 I_q 為 modified Bessel function of the first kind of order q ，由(7)式的條件機率分配，搭配 Bayes' rule 以及 Markovian nature 的性質隱含此利率模型的最大概度估計函數(log-likelihood function)為

$\ell_n(\theta) = \sum_{i=1}^n \ln\{p_x(\Delta, X_{i\Delta} | X_{(i-1)\Delta}; \theta, \kappa, \sigma)\}$ ，由此概似函數我們可以估計出所要模擬的利率模型參數。

3. Linear Drift, CEV Diffusion Model

上述的 Vasicek 以及 CIR 利率隨機模型最大的差別在於隨機利率波動度的設定上，Vasicek Model 假設隨機利率波動度不隨時間改變而為一常數，但事實上利率的波動度通常都會與利率水準產生正相關的情形，高利率水準相對的其利率波動度也較高，所以在 CIR Model 裡利率波動度是與利率水準有關的，並且經由此設定而使利率水準不會產生負值的現象。Chan et al. (1992) 提出了下列的利率隨積微分方程

$$dr = \kappa(\alpha - r)dt + \sigma r^p dz \quad (8)$$

此處 K 為利率調整速度、 θ 為長期利率平均水準、 σ 為利率波動度，不同於 Vasicek 以及 CIR Model，Chan 的 Model 裡對於隨機利率的波動度同樣假設與利率水準有關，但此相關程度 ρ 為欲估之參數，且 $\rho > 0.5$ ，此模型賦予利率的隨機變動情形四個參數自由度，使其能較與現實狀況吻合，且此利率隨機模型也排除了利率可能為負值的情形。在 Chan 的文獻裡實證結果發現當 $\rho > 1$ 時較能補抓利率動態變化的情形，因為利率波動度是高度敏感於利率水準。由於 Chan 的隨機利率模型並無封閉解的利率機率分配(closed-form density)，在此我們擬採用 Euler 離散化後的機率分配來近似之，其過程如下：

首先將 Chan 的利率隨機模型離散化為

$$r_{t+\Delta} - r_t = \kappa(\alpha - r)\Delta + \sigma r^\rho \varepsilon \sqrt{\Delta} \quad (9)$$

由於(9)式的 ε 為標準常態分配，所以我們可以得知給定 t 時點的利率水準，其 $t+\Delta$ 時點的利率水準同樣為常態分配，所以仍可由此近似的機率分配同樣採用最大概度估計法來估計上述的四個參數。



4. 參數檢定方法

上述所估計的參數仍必須作適當的檢定工作，利用 t 檢定近似結果可達到要求，但必須估計參數間的變異數共變異數矩陣，因此我們採用 Fisher's Information Matrix 來估計漸近的參數變異數。在已知概度函數值為

$$\ell_n(\theta) = \sum_{i=1}^n \ln \{p_x(\square, X_{i\Delta} | X_{(i-1)\square}; \theta, \kappa, \sigma)\}, \text{ 令 } \dot{\ell}(\theta) = \frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta} \text{ 為概度函數對參數 } \theta \text{ 的一}$$

階導函數，則 Fisher's Information Matrix 定義為 $i(\theta) = E(\dot{\ell}(\theta) * \dot{\ell}(\theta)^T)$ ，而參數的變異數共變異數矩陣為 $i(\theta)^{-1}$ ，其為 Fisher's Information Matrix 的反矩陣。利用 $i(\theta)^{-1}$ 的資訊則我們可採用 t 檢定統計量檢定參數的顯著性。

如同一開始所述，Vasicek 以及 CIR 都是被套入於 CEV Model 裡，其所需估計之參數自由度都要比較少，但也因在參數空間上的限制，使得其在補抓未來利率走勢時，可能不如未受限制的 CEV Model 來的有彈性；因此藉由這些相似的利

率隨機過程的選取並同時用來評價指數型房貸證券化產品，了解這些利率隨機過程評價以及利率敏感度的相對差異即為本研究結果的目的所在。

5. 部分調整模型(Partial Adjustment Model)

由各個利率模型所模擬出的利率路徑所表示的是無風險市場利率指標，而其與指數型房貸標的指數間的關係在評價與利率風險衡量的過程中需決定之；為了在評價結果中有效衡量不同標的指數間利率敏感性的差異，本文參考 Ott 的技術方法採用部分調整模型來衡量標的指數與市場利率指標間的關係。

部分調整模型的衡量式可以下式來表達：

$$I_t = a + bR_t + cI_{t-1} + \varepsilon_t \quad (10)$$

其中 I 為房貸中決定契約利率的標的指數、 R 為市場無風險利率，在此模型中係數 b 所表示的意義為市場利率影響標的指數的程度、係數 c 則表示標的指數自我調整的速度；當 $b=1$ 且 $c=0$ 時，該標的指數完全的隨著市場利率在作調整、當 $b=0$ 且 $c=1$ 時，則標的指數幾乎不隨市場利率變化。

(10)式最初的表示方式為由下列(11)、(12)式聯合表達：

$$Y_t^* = \alpha_0 + \alpha_1 X_t + u_t \quad (11)$$

$$Y_t - Y_{t-1} = \lambda(Y_t^* - Y_{t-1}) \quad 0 < \lambda < 1 \quad (12)$$

此處 Y_t^* 為 Y_t 之期望應有目標值(desired level)、 λ 為調整係數、 X_t 為決定 Y_t^* 的外生變數，上述隱含意義為 Y_t 值在每一時點裡將以 λ 速度部分地調整至目標值 Y_t^* 。

將(11)式帶入(12)可得到

$$Y_t = \alpha_0 \lambda + (1 - \lambda) Y_{t-1} + \lambda \alpha_1 X_t + \lambda u_t \quad (13)$$

，令 $\alpha_0 \lambda = \beta_0$ 、 $1 - \lambda = \beta_1$ 、 $\alpha_1 \lambda = \beta_2$ 、 $\lambda u_t = \varepsilon_t$ ， $\varepsilon_t \sim \text{NID}(0, \sigma^2_\varepsilon)$ ，則(13)式可改寫為

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 X_t + \varepsilon_t \quad (14)$$

，一般最常用最小平方方法估計(14)式的參數值。

第三節、指數型房貸抵押債權證券評價方法

1. 蒙地卡羅模擬法(forward solving method)

由 Fabozzi(1995)的解釋,利用蒙地卡羅模擬法評價房貸證券化產品即是在模擬未來的利率路徑,此利率路徑影響未來各期所產生的利息以及本金收入,而所引入的提前還款模型也應與模擬之利率路徑有關,因此經由蒙地卡羅模擬法模擬的利率路徑即產生未來可能的現金流量分布。在財務領域中,Boyle(1977)率先將蒙地卡羅的觀念成功引用到選擇權的定價方法,由於蒙地卡羅模擬法為數值方法所評價的結果為近似解,所以必須經過大量的模擬次數來降低變異或者採用變異降低技術對稱變異(Antithetic Variable)以及控制變異(Control Variate)技術來達到相同作用。基本上蒙地卡羅模擬法即是在求 $\int_A g(y)f(y)dy = \bar{g}$ 的定積分值,其中 $g(y)$ 為任意函數而 $f(y)$ 是一個機率密度函數,亦即求得 g 函數在 A 範圍的期望值;除了直接積分求值外,另可考慮產生樣本數 n 的隨積變數 y 並經由 g 函數轉換得到 \bar{g} 的估計值 $\hat{g} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(y_i)$, 其標準差為 $\hat{s}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (g(y_i) - \hat{g})^2$, 在樣本數 n 夠大時則 $\frac{\hat{g} - \bar{g}}{\sqrt{\hat{s}^2/n}}$ 會趨近於常態分配可利用來計算 \bar{g} 的信賴區間,並且增加樣本數 n 可降低其變異提昇精確度。另外兩種提昇精確度的技術方法茲列述如下

(1) 控制變異法~前提為我們可以找到另一個機率密度函數

h 而在 h 之下 $g(\cdot)$ 的期望值有解析解,亦即 $G = \int_A g(y)h(y)dy$

可直接求得,故 $\bar{g} = G + \int_A g(y)(f(y) - h(y))dy$ 必然成立,只要分別從 f 及 h

產生樣本 y 及 z 而求得 $\hat{g} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(y_i)$ 以及 $\hat{G} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(z_i)$, 接著便可以獲得

\bar{g} 的另一個估計式:

$g^* = G + (\hat{g} - \hat{G})$ 為一不偏估計式且變異數為

$$\text{Var}(g^*) = \text{Var}(\hat{g}) + \text{Var}(\hat{G}) - 2\text{Cov}(\hat{g}, \hat{G})$$

只要在 $\text{Cov}(\hat{g}, \hat{G}) > \text{Var}(\hat{G})/2$ 或 $\text{Cov}(\hat{g}, \hat{G}) > \frac{1}{2}\sqrt{\text{Var}(\hat{G})/\text{Var}(\hat{g})}$ 的條件下， g^* 的變異數就會小於 \hat{g} 的變異數，只要兩者間具正相關情形即可達到降低變異提昇精確度的功能

- (2) 對稱變異法~此技術方法利用的是負相關的兩個變數，如在模擬過程中取自一個 $U(0, 1)$ 的變數 u 產生一個 y_u 及對應的 $g(y_u)$ ，另外以 $1-u$ 產生一個 y_{1-u} 及對應的 $g(y_{1-u})$ ，則

$\tilde{g} = \frac{1}{2}[g(y_u) + g(y_{1-u})]$ 亦為 g^* 的另一不偏估計量且 \tilde{g} 變異數為

$\frac{1}{4}[\text{Var}(g(u)) + \text{Var}(g(1-u))] + \frac{1}{2}\text{Cov}(g(u), g(1-u))$ ，在 $g(y_u)$ 與 $g(y_{1-u})$ 負相關條件下， \tilde{g} 的變異數也會較 \hat{g} 小。

在本研究的模擬評價中除採用傳統(Crude)蒙地卡羅外，另考慮對稱變異技術方法進行評價效率比較，因我們無法找到另一相關的解析解，故在本研究中排除使用控制變異的技術方法。例如假設利率隨機過程為 CIR 利率模型時，其離散化過程如下

$$r_{t+\Delta} - r_t = \kappa(\alpha - r)\Delta + \sigma\sqrt{r^*}\Delta * \varepsilon$$

其中 ε 為服從標準常態分配的白噪音(white noise)，傳統蒙地卡羅即是經由 ε 的模擬產生各個時點下的不同利率水準因此不同的現金流量，反覆執行 n 次後將這 n 個現金流量現值加以平均得到 MBS 之理論價格；而採用對稱變異法為在 ε 的模擬後另外產生 $-\varepsilon$ 的模擬值，這兩者間具負相關的性質，經兩者模擬各產生一 MBS 理論價格後平均得到該次模擬的 MBS 理論價格，同樣反覆執行 n 次的過程(或小於 n 次)後加以平均得其理論價格，而該 n 次的模擬其標準誤應小於傳統蒙地卡羅下的標準誤。

2. OTS 提前清償模型

OTS 提前清償模型由 Office of Thrift Supervision 所建構，此機構為美國所有

聯邦政府特許或州政府特許的儲貸機構的主要管制者，負責監督這些機構成員有無違法情形、監督其是否有不安全營業活動等，也因此藉由許多內部創造之技術方法評估各機構會員的資產負債投資組合的利率風險及價值之評估。本研究引用OTS機構所建立用來評估儲貸機構房屋貸款資產價值的ARM提前還款模型來評價本文所假設的商品。

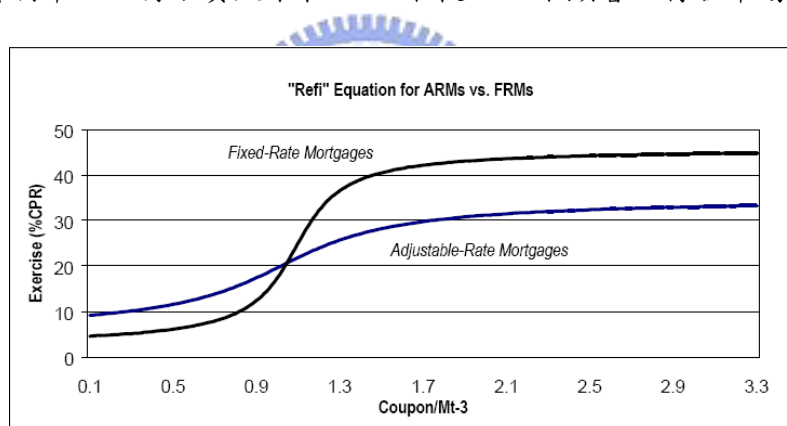
OTS ARM 提前清償模型主要由三部份所組成~

(1) 再融資因子(Refinancing Factor)

$$Refi_{n,t} = 0.2006 - 0.095 * \arctan[2.401 * (1.021 - C_{n,t} / M_{n,t-3})]$$

其中 $C_{n,t}$ 為第 n 個利率路徑下第 t 期的票面利率

$M_{n,t-3}$ 為第 n 個利率路徑下 lag 三期的再融資利率¹⁴，下圖即為OTS所衡量的再融資利率，此再融資效果在ARM下較FRM不顯著，符合市場現象



(2) 季節性因子(Seasonality Factor)

$$Seasonality_t = 1 + 0.2 * \sin\{1.571 * [(month + t - 4) / 3] - 1\}^{15}$$

其中 month 為房屋貸款發行月份

t 為模擬的當時總月數，亦即貸款群組的年齡

¹⁴ OTS採用模擬的五年Treasury zero-coupon yield加上用歷史資料所衡量出的平均價差)，本文為模擬出的指數型房貸標的指數利率加上 2%的價差

¹⁵ 此處仍假設我國房貸在季節性因子方面仍於夏天有較大的提前還款率，由於此季節性因子係以美國之氣候環境所發展，因此在使用時擬將此因子作係數上的部分調整(原始的OTS模型之季節性因子為 $1 + 0.2 * \sin\{1.571 * [(month + t - 3) / 3] - 1\}$)，以使其較符合我國之氣候環境，於七月至九月有較高季節性提前還款效果

sin 即為三角函數 sin function

(3) 貸款年紀因子(Seasoning Factor)

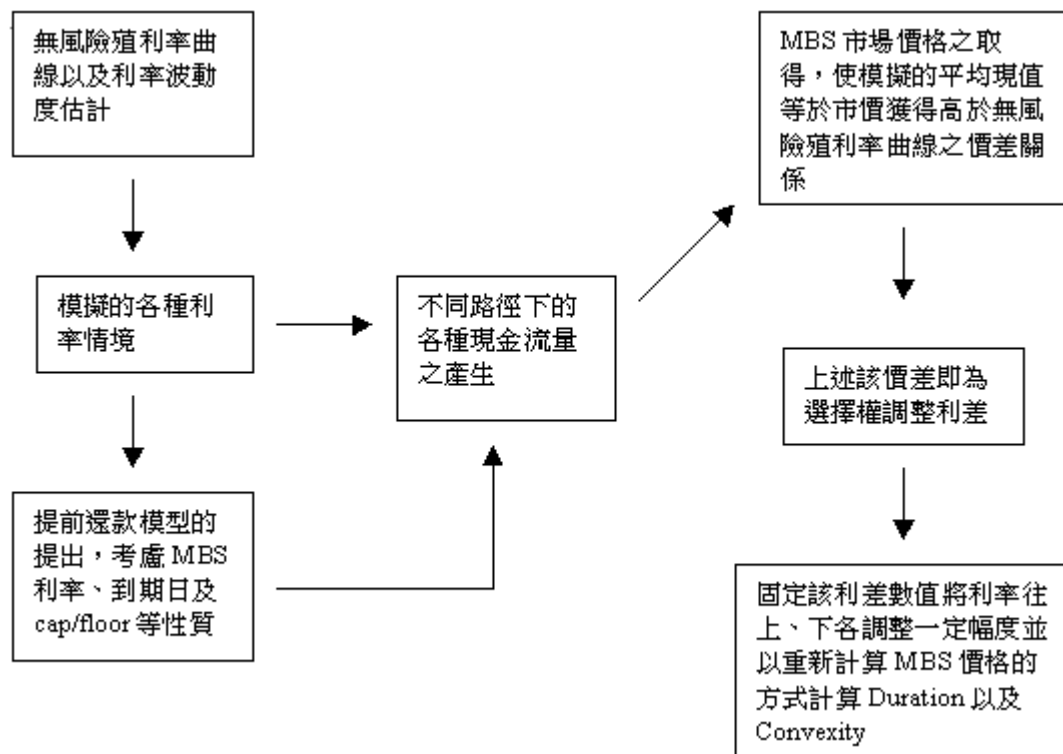
$$\text{Seasoning}_t = \min(0.0333 * t, 1)$$

上述三個組成因子ARM與FRM的主要差異在Refinancing Factor，Seasonality與Seasoning Factor是相同的衡量方式。經由上述每個月所衡量的各因子數值可得當月的提前還款年率為 $\text{CPR}_{n,t} = \text{Seasonality}_t * \text{Seasoning}_t * \text{Refi}_{n,t}$ ，轉換為每月提前還款本率即為 $\text{SMM}_{n,t} = 1 - (1 - \text{CPR}_{n,t})^{1/12}$

3. OAS 選擇權調整利差法

選擇權調整利差法基本假設前提為其債券未來現金流量受到利率、抵押債權群組平均壽命等因子影響而造成還款現象的不確定性，其方法建立在由未來可能的各種利率情境而產生相對應的現金流量分配，且該現金流量分配具有路徑相依的性質，由所產生的現金流量令其折現價格與現今MBS價格一致而得到高於(或低於)無風險殖利率曲線的利率價差關係，此價差即為選擇權調整利差。選擇權調整利差法的整個架構可以圖 4-2 表示之

圖 4-2：選擇權調整利差評價架構圖



選擇權調整利差法提供了評價資產與負債更具彈性的選擇，相較於傳統的靜態現金流量資產負債評價方式，其只經由少量主觀的利率情境得到資產或負債的現金流量折現得其價值，選擇權調整利差法利用大量的模擬次數獲得各種未來可能的利率情境並且與某提前還款模型相連結產生一系列的現金流量；一般說來 OAS 提供了能正確反映未來現金流量取得時間與大小的收益率衡量且由提前還款模型調整後的現金流量更能正確衡量資產的利率敏感性¹⁶，並且如果資產具相近似的存續期間及票面利率時可互相進行比較。

4. 指數型房貸現金流量之決定

不同於固定利率型的房貸，指數型房貸乃根據某一標的指數加碼決定其每期契約利率，此單元將對指數型房貸各期現金流量之決定作一說明。在此定義第 i 調整時期契約利率為 $c(i)$ 、 $f(i)$ 為第 i 調整時期的標的指數、 y 為週期契約利率調

¹⁶ 對標準的固定收益證券而言，其價格與利率水準呈反向關係，但經由提前還款模型所調整後的證券價格是有可能與利率水準呈正向變動的關係，如以 FRM 為抵押債權所發行的 IO Strip 產品

整上下限限制(period cap/floor)、a 為貸款期間契約利率調整限制(lifetime cap)

Step 1. 決定調整時點期契約利率(三個月調整一次)~利用所模擬的標的指數利率加碼為當期調整之契約利率，但在有利率上限等限制存在時，根據 Kau et al.(1990)的公式，真正之契約利率應滿足下列之式子

$$c(i) = \max[\min[f(i) + m, c(i-1) + y, c(0) + a], c(i-1) - y]$$

，至下一調整日期 i+1 前之每期契約利率皆為 c(i)

Step 2. ▲決定各期現金流量~由調整時點之契約利率可計算至下一調整日期 i+1

$$\text{前之每期應攤還金額 } MP_t = MB_{t-1} \left[\frac{c(i)/12 \times (1 + c(i)/12)^{N-t+1}}{(1 + c(i)/12)^{N-t+1} - 1} \right], i <= t < i+1$$

上式N為該貸款群組總期數、MB_{t-1}為t-1期之未償還本金

▲ 第 t 期利息收入為 $I_t = MB_{t-1} \times c(i)/12$

▲ 第 t 期攤還之本金可計算得 $P_t = MP_t - I_t$

▲ 進一步假設pr_t為第t期之每月提前還本率(Single Monthly Mortality,

SMM)，則該期提前還款金額為 $PR_t = (MB_{t-1} - P_t) \times pr_t$

▲ 第 t 期末償還本金餘額變為 $MB_t = MB_{t-1} - P_t - PR_t$

▲ 第 t 期投資人所得現金流量為 $CF_t = P_t + PR_t + \left(\frac{c(i)}{c(i) + s} \right) \times I_t$ ，s 為銀行服務費率

Step3. 因所模擬的標的指數利率為隱含遠期利率，我們可得在第t期的即期利

率為 $Z_t = \left[\prod_{i=1}^t (1 + f_i) \right]^{1/t} - 1$ ，故第t期現金流量之現值為 $CF_t / (1 + Z_t)^t$ 。

Step 4. 重複 1~3 步驟得到每期投資者應獲得之現金流量現值，加總即為以該貸款群組為抵押之 MBS 價格

第五章、研究結果與分析

由於房貸證券化產品其現金流量受到過去利率路徑與本金償還速度的影響，屬於路徑相依的特性，利用蒙地卡羅模擬法可解決此問題，並且蒙地卡羅模擬法並不限制提前清償的模型，當提前清償模型是非線性時，蒙地卡羅模擬法還是能夠應用於證券化產品的評價；但傳統的蒙地卡羅模擬法有個缺點就是它無法評價一般的美式選擇權¹⁷，因美式選擇權需考慮到到期日前每一節點的可履約情形，但蒙地卡羅模擬法只是單純模擬一條路徑而已。

第一節、產品設計

本研究擬設計一套與我國指數型房貸市場環境相符的產品，為純粹觀察因利率模型選取的不同對於房貸證券化產品評價的差異性，我們設計此商品為一完全浮動利率制的商品，其後再針對相關的契約特性差異做調整，觀察其對價格影響程度的敏感度變化

貸款群組(Mortgage Pool)	1000000 元
標的指數(Index)	五大行庫一年定儲平均利率
信用等級利差(Margin)	2.3%
初期無風險利率(Initial Interest Rate)	1.4%
週期利率上下限(Periodic Cap / Floor)	無
貸款期間利率上限(Lifetime Cap)	無
利率調整週期(Adjustment Interval)	每三個月調整一次
服務費率(Service Rate)	0.5%
貸款期間(Mortgage Life)	20 年
本金攤還方式(Amortization Type)	每月固定攤還本金餘額

¹⁷ Longstaff and E. S. Schwartz, 2001 利用最小平方方法的觀念成功的將Monte Carlo模擬法應用在美式選擇權的評價，此方法乃同時模擬所需的多條股價路徑並利用所有路徑的股價資訊以最小平方方法估計選擇權持有者繼續持有該項選擇權價值多項式的參數，Longstaff 以此方法成功的應用到評價股票的美式賣權以及美式的交換選擇權等

第二節、房貸基礎證券評價相關模型

1. 部分調整模型

為了有效衡量因市場利率變化影響 MBS 利率敏感度的情形，在估計貸款標的指數與市場利率之關係以部分調整模型估計之。市場利率變數的選取上以能夠敏感地反映市場資金情勢變動的一個月加權平均金融業隔夜拆款利率表示；標的指數中除了以五大行庫一年平均定儲利率來進行評價外，另也考慮五大行庫平均基本放款利率以及 30-90 天短期商業本票利率，三者選取的樣本期間為民國 70 年 1 月至 91 年 12 月總共 264 筆的月資料；在本章最後一部份探測反映不同市場利率速度的標的指數在 MBS 利率敏感度衡量上的差異。部分調整模型的參數估計結果列於表 5-1。由於三個部分調整模型經由 D-W 檢定在顯著水準為 0.05 下具有自我相關的情形，因此擬再使用 Cochrane-Orcutt 與 MLE 技術方法(附錄 A)重新估計其參數值；該方法利用最小平方法以重複性的步驟獲得殘差與其延遲一期的自我相關係數，並利用此收斂的數值重新獲得新的模型參數值，其結果列示於表 5-1 各模型參數值的下方。

表 5-1：部分調整模型參數估計結果

<i>Dependent Variable</i>	INDEPENDENT VARIABLES					REGRESSION STAT.	
	<i>Constant Rate</i>	<i>Lag Dp.</i>	<i>Lag Le.</i>	<i>Lag Cp.</i>	<i>Inter.</i>	R^2	<i>D-W</i>
Dp.	0.00049 (1.05)	0.91345 (72.93)			0.08226 (7.18)	0.99	1.5372
Coch. method	0.0008	0.9008			0.0919		
Le.	0.005 (6.41)		0.8918 (62.69)		0.0623 (6.39)	0.9845	1.672
Coch. method	0.0058		0.8745		0.0716		
Cp.	-0.0039 (-5.39)			0.5627 (25.73)	0.5226 (19.51)	0.9803	1.2682
Coch. method	-0.0035			0.5296	0.5520		

☆ Dp.應變數為一年平均定儲利率、Le.為平均基本放款利率、Cp.為 31-90 商業本票利率
 ☆ 括弧內為各參數值之 t 統計量
 ☆ Coch. method 之右方各參數值為使用 Cochrane-Orcutt 方法重新估計參數值的結果

2. 利率模型

部分調整模型中的市場利率水準需以無風險利率模型描述其動態過程，此單元中將對於所採用的 Linear Drift, CEV Diffusion Model、Vasicek Model、CIR 等三個利率隨機模型估計參數，所選取的樣本期間為民國 70 年 1 月至 91 年 12 月一個月加權平均金融隔夜拆款利率總共 264 筆的月資料，其估計結果列於表 5-2

表 5-2：利率模型參數估計結果

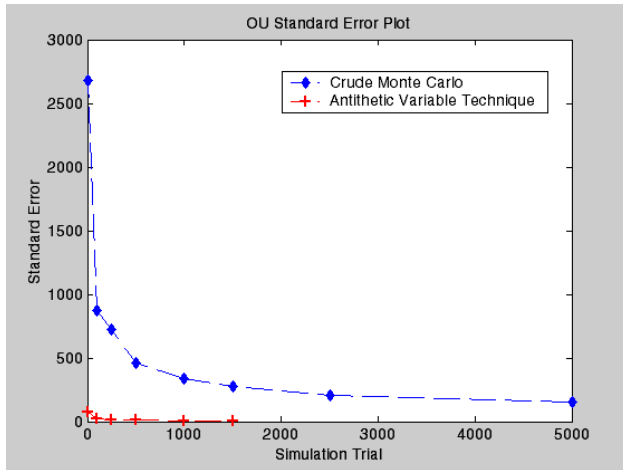
Interest Rate Model	Parameter Value	Variance-Covariance Matrix	Log Likelihood Function Value
Vasicek $dr = \kappa(\alpha - r)dt + \sigma dz$	$\kappa = 1.1798$ (56.821) $\alpha = 0.0584$ (112.04) $\sigma = 0.0383$ (430.23)	$\begin{pmatrix} 0.00043112 & 3.6593 \times 10^{-6} & 3.5321 \times 10^{-7} \\ 3.6593 \times 10^{-6} & 2.7171 \times 10^{-7} & -4.2476 \times 10^{-9} \\ 3.5321 \times 10^{-7} & -4.2476 \times 10^{-9} & 7.9249 \times 10^{-9} \end{pmatrix}$	=3.1329
CIR $dr = \kappa(\theta - r)dt + \sigma\sqrt{r}dz_r$	$\kappa = 1.0322$ (2.9665) $\alpha = 0.0576$ (6.6067) $\sigma = 0.1404$ (48.707)	$\begin{pmatrix} 0.12107 & 0.00090811 & 5.4644 \times 10^{-5} \\ 0.0009081 & 7.6011 \times 10^{-5} & -1.0172 \times 10^{-5} \\ 5.4644 \times 10^{-5} & -1.0172 \times 10^{-5} & 8.3091 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$	=3.2516
Linear Drift, CEV Diffusion $dr = \kappa(\alpha - r)dt + \sigma r^\rho dz$	$\rho = 0.99$ (170.59) $\kappa = 0.42325$ (20.93) $\alpha = 0.06039$ (36.581) $\sigma = 0.64301$ (55.835)	$\begin{pmatrix} 3.368 \times 10^{-5} & 3.5855 \times 10^{-5} & -3.145 \times 10^{-7} & 6.6345 \times 10^{-5} \\ 3.5855 \times 10^{-5} & 0.00040893 & -2.9545 \times 10^{-5} & 7.0112 \times 10^{-5} \\ -3.145 \times 10^{-7} & -2.9545 \times 10^{-5} & 2.7255 \times 10^{-6} & -9.3549 \times 10^{-7} \\ 6.6345 \times 10^{-5} & 7.0112 \times 10^{-5} & -9.3549 \times 10^{-7} & 0.00013262 \end{pmatrix}$	=3.1023
參數估計值括弧內為各參數之 t 檢定結果，在顯著水準為 0.05 下，所有參數值皆顯著			

第二節、房貸基礎債券之評價

房貸基礎債券中最早的產品就是發行者直接以轉付的架構將所獲得的現金流量在扣除手續費等成本後，原封不動的轉付給投資者，投資者所表章的權益即是抵押貸款長達 2、30 年的各期現金支付。本節將利用上節所提及的利率模型進行指數型房貸基礎債券之評價，亦即其貸款群組為以五大行庫一年平均定儲利率為標的指數；本研究在評價方法上以蒙地卡羅模擬法來評價房貸基礎債券，所需的模擬次數則以標準誤的收斂情形判別之；另外在模擬部分擬再使用對稱變異法的變異數降低技術方法來與傳統的蒙地卡羅模擬法做效率上的比較。

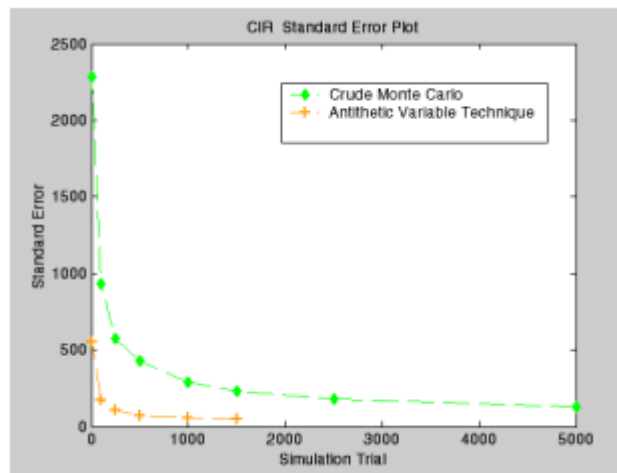
經由下列各系列圖表的結果，我們得出幾點結果：1)相同的 OAS 條件下(同等於 2%)，在使用不同利率模型對本研究所設計的 MBS 產品定價時，運用蒙地卡羅模擬法來降低變異的執行效率各有明顯差異；由圖 5-4 發現 Linear Drift, CEV Diffusion Process 的利率波動度最大，因此在增加樣本數時其降低變異的效率最差，再者使用對稱變異技術降低變異時所需的是模擬兩組的利率路徑間需為負相關，當相關係數越接近負一時其效果越顯著，經由模擬數百次結果發現 CEV process 所模擬的利率負相關程度最低，其值為-0.608、CIR process 所模擬的利率路徑其相關係數為-0.803、而 OU process 允許利率可為負值，故相較其他兩者其相關係數為-0.897，故經由圖 5-1 至 5-3 系列圖的比較可知 OU process 下使用對稱變異降低技術效率最佳、而 CEV process 最低。2)不同的利率模型所評價出的 MBS 價格也稍有差異，由於所使用的三種利率模型建立在同一組利率資料且相同的參數估計法下，因此所得出之結果可相對比較之。在完全浮動利率下 MBS 的價格取決於提前還款行為所造成現金流量的改變以及利率的折現效果，在 OTS 提前還款模型的假設下，由於 CEV process 的評價價格較其他兩者為高，因此可判定其提前還款效果是優於其他兩者的，而 OU 以及 CIR process 評價的結果則沒有太大的差距，因此其提前還款效果與折現效果兩者間的交互作用程度在這兩利率過程間是相近的。

圖 5-1：Vasicek Model 模擬之標準誤



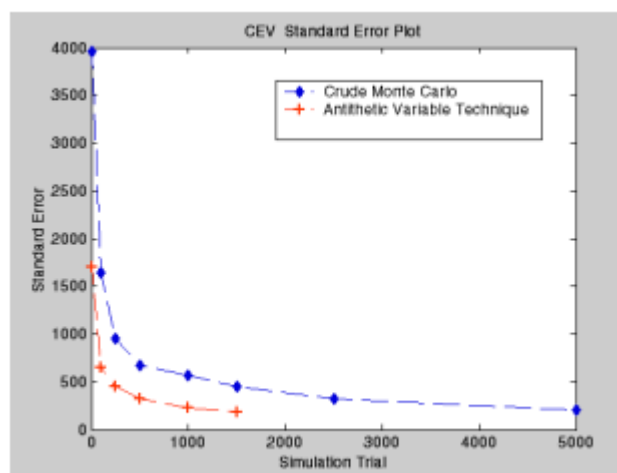
模擬方法	模擬次數	模擬時間 ¹⁸	標準誤	MBS 價格
傳統蒙地卡羅	5000	915.17 秒	153.23	991044.53
對稱變異法	2000	586.49 秒	5.38	991157.57

圖 5-2：CIR Model 模擬之標準誤



模擬方法	模擬次數	模擬時間	標準誤	MBS 價格
傳統蒙地卡羅	5000	923.65 秒	87.84	992590.99
對稱變異法	2000	579.68 秒	38.58	992617.43

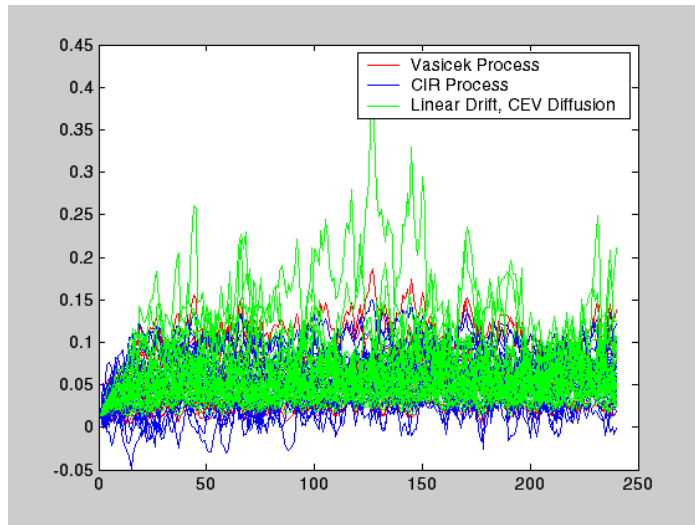
圖 5-3：Linear Drift, CEV Diffusion Model 模擬之標準誤



模擬方法	模擬次數	模擬時間	標準誤	MBS 價格
傳統蒙地卡羅	5000	947.57 秒	222.62	999834.9
對稱變異法	2000	573.97 秒	157.28	999934.96

¹⁸ 為有效比較兩個Monte Carlo模擬法的執行效率差異，配備Intel Celeron 450 處理器與 256mb 的記憶體

圖 5-4：50 次模擬下之利率走勢圖



第三節、評價相關敏感度分析

對於一般浮動利率貸款的契約規格，美國大都設有保護貸款者措施的契約利率調整期間上限、貸款期限利率上限，另也有貸款銀行自我保護措施的貸款利率調整期間下限，這也相等於對於投資者的保護措施；所以一個浮動利率抵押債權證券的投資者在完善的契約規格下其 MBS 價值可以表示為：

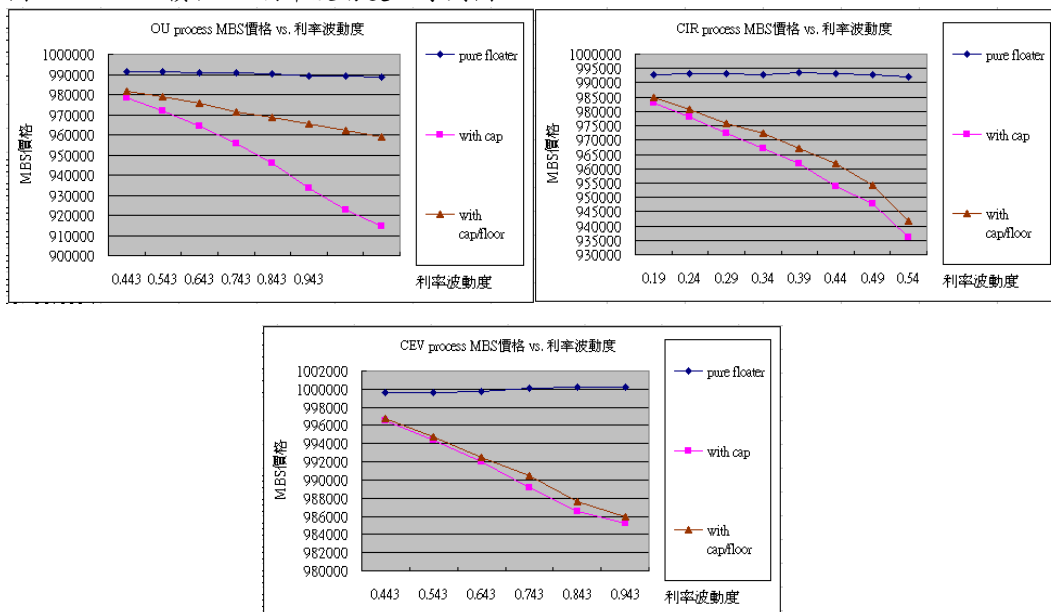
買一純粹浮動利率貸款價值+賣一貸款契約利率調整期間上限+賣一貸款期限利率上限+買一貸款契約利率調整期間下限。上述方程式第一與第四項價值對於 MBS 價格有正面效果影響；而第二與第三項價值，由於其對 MBS 投資者不利，所以對於 MBS 價格產生反面效果影響。以下將針對此四項價值對於 MBS 價格的影響分別用所探討的不同利率模型進行分析。

1. 利率波動度參數之敏感度分析

由圖 5-5 的相關序列圖可知在完全純粹浮動的利率環境中，無論使用 Vasicek、CIR 或 CEV 利率模型評價 MBS 其對於利率模型波動度的變動並沒有很大的敏感性，如同之前所提及，在完全浮動利率的貸款行為中，利率波動幅度

的改變引發了提前還款效果上的差異與折現效果，這兩者間的交互作用使其在無論哪一利率模型中其對於利率波動度的改變並無太大的敏感程度；而在考慮該貸款群組具有利率上限時(0.5% period cap & 10% lifetime cap)，MBS 價格開始產生對於利率波動的高敏感程度；故經由 5-5 的序列圖可發現在有 cap 選擇權存在情況下，隨著利率波動幅度的增大，三個利率模型其 MBS 價格大致呈現向下的趨勢，原因即為此限制賦予貸款者 cap 選擇權，當利率波動越劇烈，此選擇權價值也越高，故可解釋 MBS 價格隨利率波動幅度增大而降低的趨勢；同時就 Vasicek Process 而言，由於利率模型假設其利率波動度在任一時點皆為一常數並不受利率水準的影響，概觀來看，增加相同幅度的利率波動度使得 Vasicek Process 相較於 CIR、CEV 而言其利率水準是產生比較劇烈的變動，這也解釋了為何 Vasicek Process 在增加相對小幅度的利率波動度下其 MBS 價格就能夠產生比較高度的敏感性；而雖然 CEV Process 在上述評價中其利率波動程度最大，但也因此過程利率波動參數伴隨著利率水準 0.99 次方關係(參數估計結果)，因此在增加相同幅度的波動度下，其價格敏感性是最低的。當同時賦予投資者具與 cap 幅度相同的 floor 選擇權時(0.5% floor)，由於其對 MBS 價格有正面影響故可發現 MBS 價格在相同利率波動度下比只有 cap 選擇權時的價格還高，而對於 Vasicek Process 而言利率波動幅度增加越大其 floor 選擇權越有價值使得其越能抵銷 cap 選擇權帶來的負面價值，因其並沒有利率水準碰到零即會反彈向上的現象而可能會產生負值，這也可觀察出 Vasicek 的 floor 選擇權是要比 CIR 以及 CEV process 的 floor 選擇權要來的高。

圖 5-5：MBS 價格 vs.利率波動度之序列圖



2. 房貸基礎債券利率風險分析³

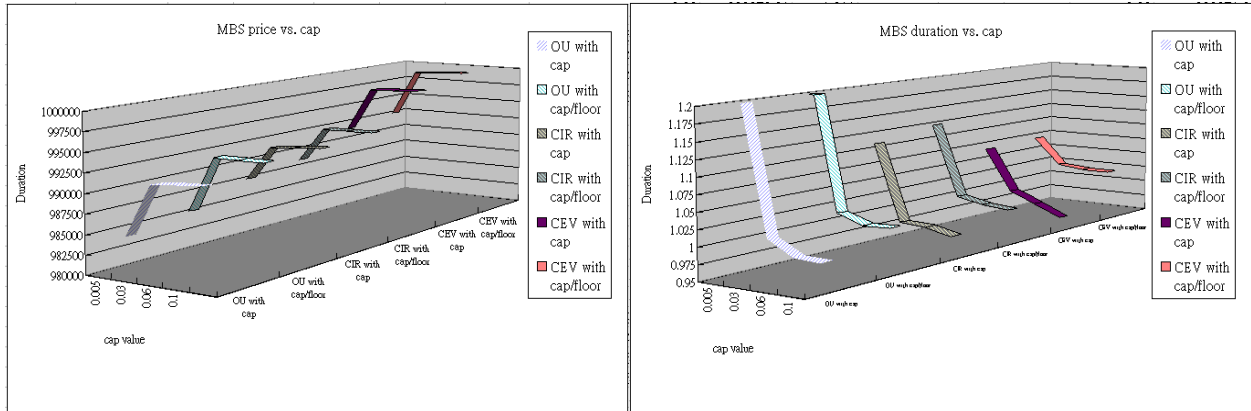
(1) 利率上下限(Cap/Floor)¹⁹之利率風險衡量

在此假設cap值從 0.005~0.1 變化來觀察MBS利率風險的變化，經由圖 5-6 左發現當cap越大時，對三個利率模型而言MBS價值是越大的，因其cap選擇權價值的減少，這也可由OAD變化得知在cap增大時，OAD是呈現縮小的情形，因而MBS價格增加，此趨勢在當cap從 0.005 增加至 0.03 時顯的最明顯；而三個利率模型在只有cap存在的環境下其評價差異部分可由利率敏感度來觀察，因在此環境下CEV process的OAD是較OU以及CIR為低的，OAD越低表示碰觸cap的機會越低，因而MBS價格也因提高。當考量floor(=0.005)的引入時，因floor選擇權帶給MBS價值正面的影響，所以評價價格比只有cap存在時的價格高，但因其floor選擇權的價值並不顯著因而MBS評價價格相較於只有cap存在時的價格來看只有些微的提昇(大致提昇數百至兩千之間)，也因此觀察OAD在只有cap與cap/floor環境下時兩者間的差異並不大²⁰。

¹⁹ 此處利率風險採用之前所提及的Effective Duration(Option Adjusted Duration)衡量之

²⁰ OU 與CIR process下OAD的差異大致界在 2 個百分點間，而CEV process下OAD的差異界在 6 個百分點間

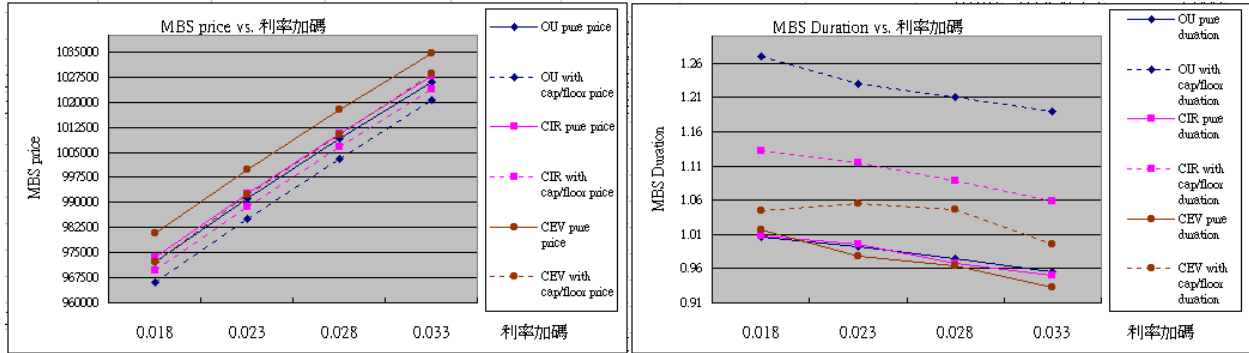
圖 5-6：MBS 價格以及 MBS Duration vs. Cap 變化：



(2) Margin 之利率風險衡量

由圖 5-7 左顯示當 margin 增大，其 MBS 價格也隨之增大，乃因投資者每期利息收入增加的緣故；在有 cap/floor 選擇權存在的情形下，其評價價格比 pure floater 環境下價格低，此為 cap 選擇權價值較高的緣故，這結果也與前面分析部分相呼應、由 OAD 觀察在 cap/floor 存在時(虛線部分)比 pure floater(實線部分)環境下高，而高出的部分以 cap 貢獻者為多因而價格較 pure floater 下為低；另外由圖 5-7 右得知隨 margin 增加其 OAD 是呈現減小的趨勢，這因為 margin 的增加加速了本金的提前回收速度因而存續期間較低；而在有 cap/floor 存在下雖然因 margin 增加加速本金的回收速度，但也因 margin 增加提高了碰觸 cap/floor 限制的幅度，且此程度相當大，因而發現其 OAD 比 pure floater 下高，並且可觀察到 OU process 在 cap/floor 限制下的利率敏感度是明顯高於 CIR 以及 CEV 的，因此可判定雖然 CEV process 的利率波動較高增加碰觸 cap/floor 的機會，但因波動大且利率大多偏高的情形因而 margin 的效果也越大，且其效果是相當顯著的。

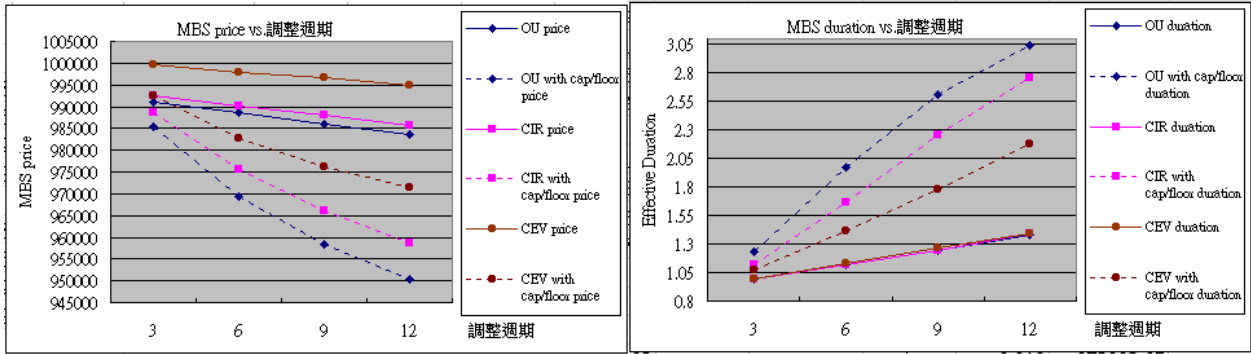
圖 5-7：MBS 價格以及 MBS Duration vs. Margin 變化



(3) 調整週期之利率風險衡量

圖 5-8 所顯示為當調整週期從三個月調整一次至十二個月調整一次其 MBS 價格變化與其 OAD 的變化情形，實線所表示的為純粹浮動利率下的 MBS 價格與 Duration 變化、虛線為在有 cap/floor(0.005/0.005)限制下的 MBS 價格與 Duration 變化；由左圖可發現當調整週期越大時 MBS 價格是隨之遞減的，因右圖 Duration 顯示當調整週期越大時，利率敏感性是越大的，當調整週期拉長時，在相鄰兩個調整日期間的現金流量承受著較高的利率風險，而其利率風險主要來自利率上升所無法享受到的較高報酬率，且考慮 cap/floor 存在時由於 cap 價值的影響可發現隨調整期間拉長造成 OAD 的大幅提昇，而 MBS 價格也呈現顯著的下降趨勢，因此可研判在相當窄的 cap/floor 限制區間內，隨調整週期的增長 cap/floor 越有顯著的影響程度；而就三個利率模型上的評價比較發現不論在何種環境 OU 下的評價價格是低於其他兩者而 OAD 則較高，這在 cap/floor 存在時特別顯著，而 CEV 下則有相對較高評價價格以及較低的 OAD；在 pure floater 環境下，評價上的差異主要來自提前還款與折現效果，此造成雖三者利率模型評價上的差異但對於 OAD 並無太大影響、而考慮 cap/floor 加入時三者間評價以及 OAD 的差異會隨調整週期的增長而擴大，此乃因此三者所模擬的利率路徑都是處於上升型態，調整期間增長時利率波動較大的 CEV process 反而有較大機會不碰觸 cap 限制，而緩步上升的 OU 與 CIR 碰觸 cap 的機會則明顯較高，因而也評價出比 CEV 下較低的價格。

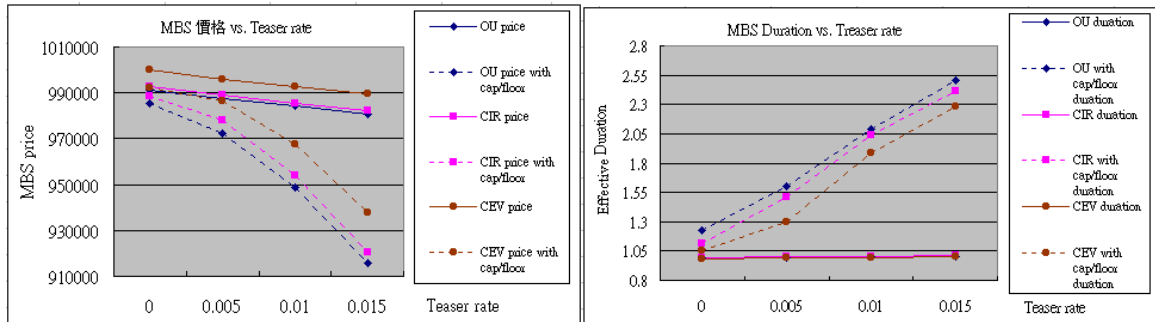
圖 5-8：MBS 價格以及 MBS Duration vs.調整週期變化



(4) 優惠利率(Teaser rate)之利率風險衡量

圖 5-9 顯示為 MBS 價格與 Duration 相對於 Teaser rate 變化的情形(假設效果為一年)，當 Teaser rate 越高時所評價的 MBS 價格就比較低，因其收益對於投資者來說是減少的，在 pure floater 環境下 MBS 價格並無太大下降的趨勢，但在考量 cap/floor 的引入後，在狹窄的限制範圍內(0.005/0.005)，隨 Teaser rate 的擴大 MBS 價格有相當顯著的下落趨勢，乃因 Teaser rate 的擴大大幅增加了在狹窄的 cap/floor 限制範圍內碰觸 cap 的機會，而此影響時間相當的長，因而有此現象；由右圖 OAD 的分析也可發現在狹窄的 cap/floor 範圍限制下其 OAD 隨 Teaser rate 的增加而有大幅增長的趨勢，而此現象大部分來自於 cap 的限制；其次三個利率模型比較方面仍然是呈現著 CEV process 評價下擁有最高評價價格和最低的利率敏感性變化、而 OU 是呈現相反的現象，但三者間的差距並沒有隨 Teaser rate 的變化而明顯擴大或縮小，因而可知此三者在此碰觸 cap/floor 的機會是相近的，且在狹窄的 cap/floor 範圍內碰觸的機會相當頻繁。

圖 5-9：MBS 價格以及 MBS Duration vs. Teaser rate 變化



3. 標的指數利率風險衡量

目前我國在指數型房貸標的指數的選取上大致都以數家銀行一年期平均定儲利率為主、此指數改善了以往以基本放款利率訂定時的僵固性問題，而另外也有少部分銀行以短期資金利率商業本票為指數型房貸所使用之標的指數(花旗銀行)、而此指數更能充分反印市場利率變動的情形。本單元將針對這些在國內所使用的指數型房貸標的指數，觀察彼此間在評價中所衍生的利率風險差異；各個標的指數與市場利率指數金融業隔夜拆款利率之關係以部分調整模型表示之、模型參數估計結果為

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{五大行庫平均基本放款利率：} I_t = 0.0058 + 0.8745 * I_{t-1} + 0.0716 * R_t \\ \text{五大行庫一年期平均定儲利率：} I_t = 0.0008 + 0.9008 * I_{t-1} + 0.0919 * R_t \\ \text{31-90 天商業本票利率：} I_t = -0.0035 + 0.5296 * I_{t-1} + 0.5520 * R_t \end{array} \right.$$

，另考慮在無延遲一期標的指數變數存在下，而僅以標的指數與金融業隔夜拆款利率作迴歸，觀察與部分調整模型間利率敏感性的差異；市場利率變化擬以 CIR 利率模型描述其動態變化情形，分析之相關結果列示於表 5-3。

表 5-3：不同標的指數之利率敏感度分析

		Lp.	Dp.	Cp.
Pure floater 3month Adjustmen Period	lag	1.661	0.988	0.387
	No lag	1.356	0.821	0.380
12month Adjustment Period	lag	1.902	1.394	0.425
	No lag	1.744	1.391	0.423
With Cap/Floor (=0.005/0.005) 3month Adjustmen Period	lag	1.678	1.124	0.735
	No lag	1.600	1.412	0.974
12month Adjustment Period	lag	2.588	2.754	3.605
	No lag	2.717	3.345	3.955

☆ Le.為平均基本放款利率、Dp.為一年平均定儲利率、Cp.為 31-90 商業本票利率
 ☆ lag 表示標的指數與市場利率指標之關係採用部分調整模型衡量、No lag 則僅以兩者之間白迴歸式表示之(不包含標的指數之延遲項)

經由表 5-3 的結果可發現在 pure floater 環境下越能充分反映市場利率狀況的 31-90 天商業本票利率有較小的利率敏感度、而越延遲市場條件的利率指標基本放款利率有越大的利率敏感度，但此現象在狹窄的 cap/floor 範圍內且調整期間增長時有相反的結果；在 pure floater 下越延遲反映市場利率狀態的基本放款利率因其相對於商業本票利率表現的越接近固定利率貸款，因此有越大的利率敏感性、且利率指標與市場利率之關係使用不正確的模型(不包括標的指數的延遲項)所衡量的利率敏感性有低估的現象，此現象在越延遲反映市場利率狀態的五大行庫平均基本放款利率之下越明顯、但當調整期間增長時，此差距有縮小的現象，因其部分排除了延遲市場利率反映所帶來的影響；考慮加入狹窄的 cap/floor(0.005/0.005) 限制時，上述利率指標的敏感性順序在調整期間為 12 個月時呈現著相反的結果，且不正確的模型產生高估利率敏感性的現象，而此差距也在調整週期增長時有擴大的情形。當 cap/floor 存在時因越延遲反映市場利率狀態的指標有較小碰觸 cap/floor 的機會，且當 cap/floor 越狹窄時，利率敏感性來自 cap/floor 限制的趨勢越明顯，因而相較於 pure floater 環境下的利率敏感程度，越即時反映市場利率狀態的商業本票利率所增加的利率敏感程度要高出許多、cap/floor 存在下且調整期間增長為 12 個月時，因延長調整週期帶來的 cap/floor 限制的嚴重性，使得商業本票利率相對於基本放款與一年平均定儲利率產生相當高的利率敏感性。

第六章、結論與建議

我國自推行金融資產證券化以來，至 92 年底為止已有以企業貸款和現金卡為標的資產的證券化產品，93 年由於房屋市場景氣的復甦，對房屋需求的與日劇增、以及銀行對自有資本適足的需求，許多承作房貸金融機構(如第一銀行、台新銀行)開始將其大量的房屋貸款與以證券化，除了補其自有資本適足率外也得以獲得額外資金承作更多的房貸案件進而擴展其房貸市場；由於目前處在低利率的環境，而大多房貸證券化產品所提供的收益率能夠滿足投資大眾的需求，在風險特性受到良好控管的情形下，認購的情形相當踴躍。

相較於美國已有三十年的發展經驗來看，我國在房貸證券化的推行上雖有相當不錯的開始，但在未來的發展上仍有賴政府、學術與業界三方面的合作；為了有效評估房屋貸款者潛在的違約以及提前環款風險，有必要建立完善的房屋貸款者資料庫以進行相關的統計分析，而這在國外已有相當悠久的研究經驗。目前我國因法令問題以及民間機構彼此的競爭意識，這方面的資料極難以取得，所以大多以我國為主要研究對象的 MBS 評價文獻都以某一假設的提前環款模型或引用國外所建立的提前環款模型進行評價，但這會因國內外經濟環境、社會文化的差異而造成偏差。

因上述資料的取得問題，本文在 MBS 的評價上仍選擇以美國發展的 OTS 動態提前清償模型來進行相關的研究分析，並且藉著由不同利率波動度假設的利率模型融合，觀察其與提前環款模型之間如何交互影響 MBS 券的評價；不同於以往國內文獻的作法，本文以部分調整模型來解釋標的指數與市場利率間的關係，而此關係也較能解釋經濟上的現象；在本文所假設的產品上先排除了利率上下限的限制使其較能貼近國內大多數的房貸產品特性，並且經由這樣的設計而能夠單純的觀察因利率波動變化影響 MBS 評價的問題；在此假設下，MBS 價格主要取決提前環款效果與折現效果，在相同無風險利率資料的參數估計過程下，經由評比發現 CEV diffusion 利率模型評價出比較高的價格，由此可推論該模型的提前

還款效果大於 OU 以及 CIR 利率模型；微調利率模型的利率波動度，在 pure floater 下發現 MBS 的價格並不太敏感於該利率波動度，此乃因提前還款效果與折現效果的交互作用影響、唯有在 Cap/Floor 存在下，房貸基礎債券才對利率波動度有較大的敏感度，由於本文設計的產品其利率期間結構為向上攀升的走勢，因此可發現 Cap 選擇權影響的程度較 Floor 選擇權為深，且增加相同幅度的利率波動度，OU 模型是較 CIR 與 CEV diffusion 模型敏感的，因三者利率波動度假設上的差異所導致；而 Floor 選擇權也在 OU 模型下有較高的價值。

另外觀察其他相關契約條件改變所引起的利率敏感度變化與 MBS 價格的變化情形、Cap 與 Floor 的限制都會使標的群組表現的越像固定利率的貸款，因此都會增加利率敏感的程度，且 MBS 價格會與 Cap 的幅度呈正向的關係，而與 Floor 的幅度呈反向的關係；Margin 的變化與利率敏感度呈反向關係，並且由於該幅度擴大是有利於 MBS 的投資者，因此其與 MBS 價格呈現正向關係；利率調整的週期越長，越使其標的群組像固定利率資產，因此利率敏感程度越大，MBS 價值會因利率風險增大而縮減；MBS 價格也會因 Teaser rate 的存在而縮減，此條件在 Cap 存在時會有較明顯的變化，而利率敏感程度亦會因 Cap/Floor 的存在而有相當的增長幅度。至此所觀察到的 MBS 價格變化情形，大致上都可由利率敏感的程度得知、即當利率敏感程度越大時，MBS 價格越低(除了 Floor 存在的情形下)，因其增加了利率風險；由其結果評比發現調整週期對於 MBS 利率敏感的影響較為劇烈，特別是在狹窄的 Cap/Floor(皆為 0.005)引入後，在調整期間為 12 個月的狀況下，幾乎每期調整都會受到 Cap 與 Floor 的影響，使其表現的幾乎近似固定利率的債券、Teaser rate 對於 MBS 價格的影響也相當顯著，且在 Cap/Floor 的引入後，利率敏感程度也產生相當大幅度的變化、上述兩因子對於 MBS 價格的影響程度幾乎可由利率敏感的程度加以說明、Margin 對於 MBS 價格的影響只有少部分可由利率敏感程度作說明，MBS 價格的變化幾乎來自於其收益率高於標的指數的程度，而所有利率敏感的程度都以 OU 過程表現的較為敏感。

為了比較市場上標的指數利率敏感度的變化，最後本文利用 CIR 利率模型且選取五大行庫基本放款平均利率、31-90 天商業本票利率，以其相對於一年期平均定儲利率來看有稍延遲市場利率和較快反映市場利率的情形進行敏感分析；經由比較發現 pure floater 環境下越迅速反映市場利率狀況的標的指數有越小的利率敏感程度，僅以單元迴歸表達市場利率與標的指數間的關係時也有相同的結果，但相較於部分調整模型來看，其有低估的現象；考慮 Cap/Floor 限制下，越狹窄的範圍會使反映市場利率速度不一的指數拉近在 pure floater 下利率敏感度的差距、在狹窄的 Cap/Floor 範圍與調整週期增長的情形下，利率敏感的程度有漸漸的在標的指數間產生相反順序的變化，亦即越快反映市場利率的指數有越大的利率風險，這在僅以單元迴歸表達市場利率與標的指數間的關係時，也有相同結論，但此模型在此時相較於部分調整模型而言反而有高估的現象。

以上的分析結論並沒有考慮 MBS 貸款群組違約的情形，但由於 MBS 的標的資產房屋貸款群組動輒擁有數以千計甚至萬計且同質性高的房屋貸款，因此違約風險達到良好分散的效果，再由發起機構所作的各式信用加強機制以及對房屋貸款進行保險的動作，MBS 投資者所承受的違約風險已大大降低，因此國內外大多文獻對於 MBS 群組風險的探討多集中在提前還款風險的特性；如果尋求更準確的評價 MBS，待完善的相關資料庫建立後，或許可鑽研於我國常見的貸款部分提前還款情形加以探討。

參考文獻

中文部分：

1. 王志誠，「金融資產證券化：立法原理與比較法制」，五南出版社，民國 91 年
2. 陳文達，李阿乙，廖咸興，「資產證券化之理論與實務」，智勝出版社，民國 91 年
3. 陳玫君，「利率可調整抵押債權證券之定價與分析」，國立清華大學論文，民國 92 年
4. 黃至民，「利率可調整之不動產抵押貸款證券之評價與分析」，國立台灣大學財務金融研究所論文，民國 91 年
5. 黃嘉斌，「固定收益證券」，寰宇財金，民國 87 年
6. 郭姿伶，「住宅貸款之提前清償與逾期還款」，國立中正大學財務金融研究所論文，民國 89 年
7. 廖柏媛，「不動產抵押貸款證券化之評價與分析」，國立政治大學金融研究所論文，民國 90 年

英文部分：

1. Ait-Sahalia, Y., Maximum Likelihood Estimation of Discretely Sampled Diffusions: A Closed-Form Approximation Approach, *Econometrica*, Vol. 70, No. 1, 2002, pp.223-262
2. Ayaydin, S., C. Richard, and S. Rigsbee, Applying an OAS Model Consistently: The Hidden Benefits, *Financial Managers' Statement*, 1989, pp.65-75
3. Beach, C., MacKinnon J., A Maximum Likelihood Procedure for Regression with Autocorrelated Errors, *Econometrica*, Vol.46, No.1, 1978, pp.51-58
4. Breeden, D., Risk, Return, and Hedging of Fixed-Rate Mortgages, *Journal of Fixed Income*, 1991
5. Boyle, P., Options: A Monte approach, *Journal of Financial Economics*, Vol.4, 1977, pp.323-338
6. Calhoun, A., Y. Deng, A Dynamic Analysis of Fixed- and Adjustable-Rate Mortgage Terminations, *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 2002
7. Chan, K., G. Karolyi, F. Longstaff, and A. Sanders, An empirical comparison of alternative models of the short-term interest rate, *Journal of Finance*, Vol.47, 1992, pp.1209-1227
8. Chen, R., and T. Yang, The Relevance of Interest Rate Processes in Pricing Mortgage-Backed Securities, *Journal of Housing Research*, Vol.6, Iss.2, 1995, pp.315-330
9. Chiang, R., T. Gosnell, and A. Heuson, Evaluating the Interest Rate Risk of Adjustable-Rate Mortgage Loans, *Journal of Real Estate Research*, Vol.13, 1997, pp.77-93
10. Cochrane, D. and G. H. Orcutt, Application of Least Squares Regressions to

- Relationships Containing Autocorrelated Error Terms, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.44, 1949, pp.32-61
11. Cox, J., J. Ingersoll, Jr., and S. Ross, A Theory of The Term Structure of Interest Rates, *Econometrica*, Vol.53, No.2, 1985, pp.385-407
 12. DeRosa, P., L. Goodman, and M. Zazzarino, Duration Estimates of Mortgage-Backed Securities, *Journal of Portfolio Management*, Vol.19, 1993, pp.32-38
 13. Dunn, K., and J. McConnell, Valuation of GNMA mortgage-backed securities, *Journal of Finance*, Vol.36, 1981, pp.599-616
 14. Dunn, K., and C. Spatt, The Effect of Refinancing Costs and Market Imperfections on the Optimal Call Strategy and the Pricing of Debt Contracts, working paper, March 1986
 15. Fabozzi, J., *The Handbook of Mortgage-Backed Securities*, McGraw-Hill, 5th
 16. Green, J., and J. Shoven, The Effect of interest rates on mortgage prepayments, *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol.18, 1986, pp.41-59
 17. Hayre, L., and H. Chang, Effective and Empirical Durations of Mortgage Securities, *Journal of Fixed Income*, 1997, pp.17-33
 18. Hull, J., and A. White, Valuing Derivative Securities Using the Explicit Finite Difference Method, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.25, 1990, pp.87-100
 19. Kariya, T., and Kobayashi M., Pricing mortgage-backed securities, *Asia-Pacific Financial Markets*, Vol.7, 2000, pp.189-204
 20. Kau, J., D. Keenan, W. Muller III, and J. Epperson, The Valuation and Analysis of Adjustable Rate Mortgages, *Management Science*, Vol. 36, No. 12, 1990, pp.1417-1431
 21. Kau, J., D. Keenan, W. Muller III, and J. Epperson, Option Theory and

- Floating-Rate Securities with a Comparison of Adjustable- and Fixed-Rate Mortgage, *Journal of Business*, Vol.66, No.4, 1993, pp.595-618
22. Kau, J., and D. Keenan, An Overview of the Option-Theoretic Pricing of Mortgages, *Journal of Housing Research*, Vol. 6, Iss. 2, 1995, pp.217-244
 23. Lianos, T., and G. Rausser, Approximate Distribution of Parameters in a Distributed Lag Model, *Journal of American Statistical Association*, Vol.67, No.337, 1972, pp.64-67
 24. Ott, R., Jr., The Duration of an Adjustable Rate Loan and the Impact of the Index, *Journal of Finance*, Vol.41, 1986, pp.923-933
 25. Peter, Chinloy, Public and Conventional Mortgages and Mortgage-Backed Securities, *Journal of Housing Research*, Vol 6., Iss. 2., 1995, pp.173-196
 26. Schwartz, E., and W. Torous, Prepayment and the Valuation of Mortgage-Backed Securities, *Journal of Finance*, Vol.44, 1989, pp.375-392
 27. Schwartz, E., and W. Torous, Prepayment, Default, and the Valuation of Mortgage Pass-Through Securities, *Journal of Business*, Vol.65, No.2, 1992, pp.221-239
 28. Schwartz, E., and W. Torous, Mortgage Prepayment and Default Decisions: A Poisson Regression Approach, *AREUEA Journal*, Vol.21, 1993, pp.431-449
 29. Stanton, R., and N. Wallace, Anatomy of an ARM: The Interest-Rate Risk of Adjustable Rate Mortgages, *Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol.19, No.1, 1999, pp.49-67
 30. Vasicek, O., An Equilibrium Characterization of The Term Structure, *Journal of Financial Economics*, Vol.5, 1977, pp.177-188

附錄 A 處理模型干擾項自我相關問題~Cochrane-Orcutt 與 MLE

技術方法之引用

當欲處理的模型為

$$Y_t = \beta X_t + u_t$$
$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$$

具有殘差自我相關情形時，可使用 Cochrane-Orcutt 方法以反復尋找殘差自我相關係數收斂值的方式重新估計模型的參數值，其方法之演算過程如下：

- Step 1. 對 $Y_s = Y - \rho Y_{lag}$ 與 $X_s = X - \rho X_{lag}$ 作迴歸求得參數值，其中 Y_{lag} 與 X_{lag} 各為 Y 與 X 延遲一期之資料串， ρ 為殘差一階自我相關係數、而其初始值假設為零
- Step 2. 利用上一步驟所估計出的迴歸係數估計原始迴歸式的殘差值，即 $e = Y - \beta * X$ ， β 為 Step 1 估計出的迴歸參數值
- Step 3. 以最小平方方法估計 Step 2 殘差與其延遲一期的相關係數 ρ
- Step 4. 重複 Step 1. 到 Step 3. 的步驟直到 ρ 達到所要求的收斂值
- Step 5. 使用最新收斂的 ρ 值再執行第一步驟得到最新的迴歸參數值，此值即為在 Cochrane-Orcutt 方法下納入殘差自我相關資訊所得的最終參數值

使用 Cochrane-Orcutt 方法在迴歸模型干擾項具有自我相關情形時所估計出的參數值往往忽略了第一筆資料的資訊，這在只有少量的資料處理過程中可能會造成不正確的結果，因此 Beach and MacKinnon(1978)改以最大概度估計法的方式在不忽略首筆觀測值資訊的情況下估計迴歸模型參數，此方法牽涉到下列概似函數的建立：

在給定完整資料下迴歸干擾項的變異數共變異數矩陣為

$$\begin{aligned} \text{Var}(u) &= \sigma_u^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho & \dots & \rho^{n-1} \\ \rho & 1 & \dots & \rho^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{n-1} & \rho^{n-2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \\ &= \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\rho^2} \begin{bmatrix} 1 & \rho & \dots & \rho^{n-1} \\ \rho & 1 & \dots & \rho^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{n-1} & \rho^{n-2} & \dots & 1 \end{bmatrix} = \sigma_\varepsilon^2 \Omega \end{aligned}$$

而 $\Omega = \frac{1}{1-\rho^2} \begin{bmatrix} 1 & \rho & \dots & \rho^{n-1} \\ \rho & 1 & \dots & \rho^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{n-1} & \rho^{n-2} & \dots & 1 \end{bmatrix}$ ，因 Ω 為正判定矩陣(positive definite)，故可

找到一非奇異矩陣(nonsingular matrix)使得 $\Omega^{-1} = P'P$ ，且可求得

$$P = \begin{bmatrix} \sqrt{1-\rho^2} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\rho & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\rho & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\rho & 1 \end{bmatrix}$$

，令 $y^* = Py$ 、 $x^* = Px$ 、 $u^* = Pu$ ，則 $y^* = x^* \beta + u^*$ 為 GLS(generalized least squares)

的參數估計迴歸模型，採用 u^* 分配的資訊則可建立以下的概似函數

$$L(\rho, \beta) = -\frac{n}{2} \ln(y^* - x^* \beta)'(y^* - x^* \beta) + \frac{1}{2} \ln(1-\rho^2)$$

此概似函數相較於 Cochrane-Orcutt 的方法而言增加首筆資料 $(1-\rho^2)(y_1 - x_1 \beta)$

以及 $\frac{1}{2} \ln(1-\rho^2)$ 項的訊息，以使資訊充分的揭露和穩定條件的保持。

由於使用最大概度估計法牽涉到初始值的給定，在本研究中先採用

Cochrane-Orcutt 方法獲得相關參數的資訊，再以此資訊為初始值進行上述的最大概度估計法重新估計參數。