第一章 緒論

路徑規劃之應用場合甚廣，例如在機械手臂之工作行程設計、立體停車塔之車流進出路線規劃、道路及隧道通路之配置設計、船隻航行路線規劃、電子地圖汽車導行設計、大型購物中心之緊急避難疏散路線規劃、以及在越野障礙賽等問題都可以充分顯現路徑規劃功效。最常見之例子為機械手在複雜空間中連續反覆移動以執行任務，而其移動之時間與距離與產量及成本有關，有好的路徑規劃才能提升工作效率，最短路徑之規劃可以提升產業競爭力，由此可顯現路徑規劃之重要性。在規劃機械手臂之路徑時須先考慮與工件、機台、夾治具和週邊設備等之碰撞問題，然後再參酌機械手臂於運動中之各種限制，並於可通行範圍內規劃機械手臂之運動軌跡。此外路徑規劃亦可應用於山路開發或遂道設計，例如由一座山的一端欲通行至另一端之方式有很多種，其中挖個山洞直接穿越其距離是最短，但其建造成本卻相當高，而繞行山腳雖可到達同樣的目的地，但所花費的時間可能較前者增加許多，然而亦可選擇沿著山形之表面由山腳爬行至山腰或山頂然後再往目的地之穿越方法，但其爬坡及下坡所耗損之能量和行車危險性會增加許多，另採用部份地方挖山洞、部份地方爬至山腰或山頂及部份地方繞行山腳也可以到達同樣的目的地，而此種方法卻是現存最折衷也是最常見之方法，因此單獨考量距離最短之路線在此例不一定即是最佳之路線，而須同時考量經費、安全和時間等問題。另外路徑規劃亦可應用於立體停車塔之車流進出與船隻航行路線規劃，除了考量避碰後最短路線之外仍須考慮車輛之協調問題，事先列出優先順序及避讓規則是解決此種事件之不二法門。路徑規劃又可應用人數眾多的購物中心之緊急避難及逃生路線規劃，通常在大型購物中心之人數眾多，遇有緊急事故時人群將因恐慌而亂成一團，且現行賣場為了統一收費、方便管理、及節省開支都採用單一出口，因此大賣場之即時逃難及疏散路線規劃就顯得非常重要，綜合上述顯見路徑規劃之研究確有其重要性及迫切性。

1.1 研究動機

近來有關路徑規劃之文章大部份在探討二維輪車機械人之運動軌跡或平面加深度之簡單三維之領域，很少直接在多面體或弧形曲面上做路徑規劃之探討，因此探討在自由曲面或弧形曲面上搜尋最

短路徑將有其實用價值。機械手在多重障礙中執行任務，如以架構空間顯示障礙區域之分佈皆呈不規則狀，若直接在不規則區域中規劃路徑著實不易，但由架構空間所求得之路徑軌跡轉換至卡式空間具有唯一性，且以架構空間來規劃路徑被較多人所採用，因此本研究選擇以架構空間在多面體上尋找最短之避碰路徑，以多面體來界定障礙區並假定在任意兩點間最短路徑之向量係由起點朝終點方向前進，若途中遇界定障礙區之多面體則先繞行該多面體之表面，然後再返回原向量方向前進直到抵達終點為止。多面體以幾何空間來分類，可分成敞開式、搭接式與封閉式等類型，在敞開式平面上做運動軌跡規劃時由起點至目標點的方向是固定的，在規劃及計算上較為單純，其最短路徑之方向性是唯一的(由起點往終點的方向)，其路徑僅需考慮避碰或排除各種限制狀況。在搭接式多面體如圓柱、圓錐等其最短路徑之方向性即非唯一，可能產生順時針或逆時針方向纏繞問題。而在封閉式多面體如球、角柱、多面體上做路徑規劃時其方向性，將出現其軌跡係向左、向右、向上、向下、或傾斜一個角度纏繞之問題，在未經過計算之前每一種纏繞方式所產生之路徑皆有可能是最短路徑，需經過計算與統計之後才可以確定何種方式之纏繞路徑最短。通常在多面體上估算最短路徑必須經過大量搜尋、登錄與比對其相關資料而花費甚多之計算量，又如企圖在弧形曲面上直接規劃最短路徑時則其計算量將更龐大，因此研究如何簡化流程及降低路徑規劃之計算量與如何整合路徑規劃理論在多面體上及弧形曲面上規劃路徑確有其必要性。

1.2 研究目的

在平面上任意兩點間之最短距離即是該兩點之連接線段,如果考慮避碰問題則兩點間之最短路徑即可能由多個轉折線段所組成，如果再考慮運動之流暢性及排除奇異點之抖動現象，在線段轉折處以弧度替代銳角度平順之，則避碰後最短路徑即可能由線段與曲線所組成，又在空間內任意兩點間之最短距離仍是該兩點之連接線段，如再考慮避碰問題，則可能產生之路徑數量將更龐大，又本研究使用多面體來界定障礙區，然後在多面體環境中探討任意兩點間之最短路徑規劃，亦即在三維空間之多面體環境中規劃路徑其計算量將變得更龐大，因此研究如何簡化規劃流程與減少可通行之計算量將是路徑規劃範疇中之重要課題，然而將多面體之路徑規劃理論加以應用，經過改良並加以整合使其能在弧形曲面上直接計算最短路徑即是本研究之目的。

1.3 文獻回顧

以前的研究者提出很多方法企圖來解決最短路徑及避碰之規劃問題，而其使用的空間架構又分為卡氏空間及架構空間(關節空間)和混合空間，空間幾何問題包含了物件與物件或者是當物件轉動或移動時與其他鄰近物件之避碰問題，因此在探討最短路徑時須同時考慮到空間、避碰偵測以及最短路徑等三種規劃問題。

1.3.1 空間規劃的相關文獻

空間規劃之相關應用，在 1979 年 Paul [7]提出在使用卡氏座標空間來規劃路線時，需要先得知所有路線座標點的位置和該點的方向，再經過轉換計算來求取相當於關節的運動位置。同年 Lozano-Perez [3]提出著名的架構空間及擴大障礙邊界方法，在機器人的運轉空間內將障礙規格化，一個使用 n 個關節的機器人，則其障礙就被規劃為有 n 個自由度如圖 1.1 所示。

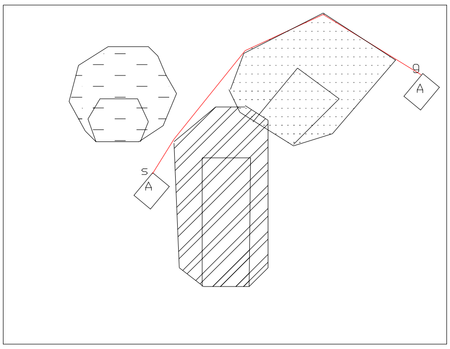

圖 1.1 最短路徑連接起點與終點經由多邊形頂點
資料來源：[7]

Lozano-Perez [8]至 1983 年再提出用一組三維空間層次來表示多維的架構空間理論，每一個層次表示一個卡氏座標空間，並用一個平面和一個掃瞄角度來描述該層次，該掃瞄角度可以在平面上或者平面可以旋轉至該掃瞄角度，而其結論是細片可以用自由空間和物件的掃瞄量來表示，此種自由空間的圖解法非常的複雜，已經被較簡單和較普及化的理論所取代。然後在 1984 年 Lin [9]等主張使用關節運動空間方法在路徑的規劃上及控制上較容易，但卻無法預先得知轉換成卡氏座標值，也無法滿足在卡氏座標的一些特定任務。於

1987 年 Lozano-Perez [10]提出使用架構空間來規劃機械手關節旋轉之避碰運動如圖 1.2 所示。

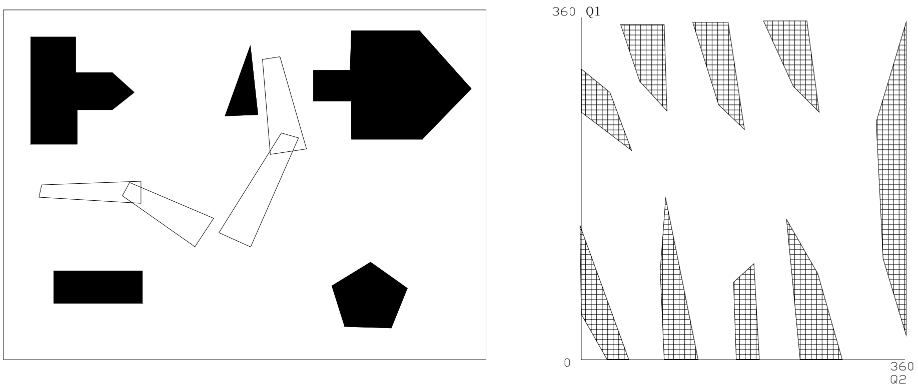

圖 1.2 二連桿旋轉與障礙區架構空間之單層二維平面障礙區

資料來源：[10]

在 1995 年 Kavraki [11]提出以剛性機械手僅能平移之運動規劃理論來計算界定障礙物之架構空間。整合機械手之平移與旋轉以多面體來界定障礙物之架構空間來規劃多面體上之最短運動軌跡。

在敞開式多面體上以卡式座標直接規劃，而在其他部份則選用架構空間來規劃，此種規劃較有彈性及易於計算如表 1.1 所示。

表 1.1 路徑規劃時所採用的空間規劃

作者年代	卡式空間	架構空間
Paul (1979)	*	
Lozano-Perez (1983)		*
Lin (1984)		*
Lozano-Perez (1987)		*
Kavraki (1995)		*
Cheng & Liu (2004)	*	*

1.3.2 避碰軌跡的相關文獻

避碰軌跡之相關應用，於 1979 年 Lozano-Perez [3]在已知多面體物件之空間中提出一個安全的避碰方法，其避碰理論被定義運用在三維空間問題，而在二維平面上也很容易掌控，其軌跡是利用網格搜尋理論求得，其在障礙上頂點以外區域均屬可通行範圍。1986 年 Muir 等將不同輪車機器人之運動方程式公式化，因為輪車機器人之運動模式不同於機器手之運動模式，以表面規劃法計算路徑，因為

輪車總是接觸著地面上，他們發展一套平形於機器手臂之運動模式理論。在 1989 年 Takahashi [12]等提出一個避碰軌跡的規劃理論，以啟發性的技術從 Voronoi 搜尋法來獲得記名的路徑如圖 1.3 所示。

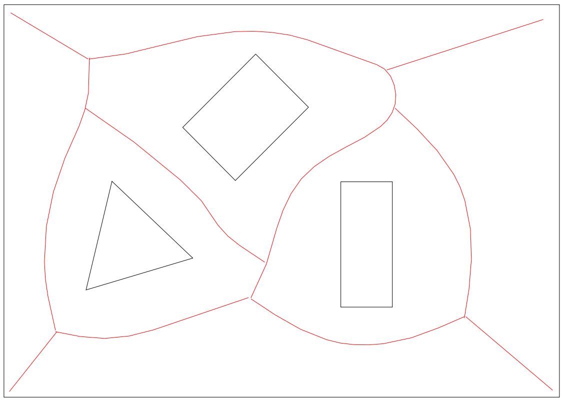

圖 1.3 通用之 Voronoi 圖解法

資料來源：[12]

在 1991 年 Mckerrow [13]提出假設與驗證理論來規劃避碰路徑，其理論包含三個步驟，首先從起點至終點的候選路徑假設成起點和終點的手端架構到達預定的手端位置，其次沿著瞬間路徑的位置來驗證產生碰撞的可能性，一個三維的幾何模型被使用來做碰撞偵測與系統設備的交點，如果碰撞可能發生則第三步驟是藉著檢驗與障礙的碰撞提出一個避碰運動規劃。於 1993 年 Handley [14]使用遺傳基因規劃法以人工選擇、基因重組與適當比率之複製來產生電腦程式控制機械人，在三個房室內讓機械人先執行打開燈光，然後將三個箱子推在一起，並由室 1 之中心移動至室 2 中心，如圖 1.4 所示。

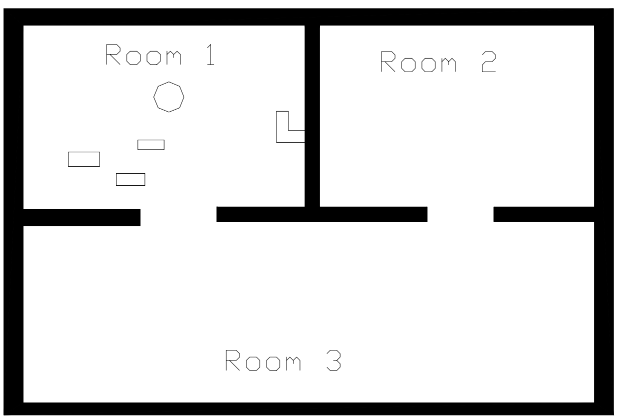

圖 1.4 遺傳基因規劃法來產生電腦程式控制機械人

資料來源：[14]

在 1994 年 Wu[2]使用物體邊界擴張法, 一部機械手臂以其手臂的迴轉圓被縮小成一點，障礙的邊界亦跟著工作空間的大小同樣的被縮小，從起點 S (Start point)到終點 G (Goal point)的連線是最短距離，當行進過程中遇到障礙時就向左方或右方尋求避碰軌跡，使用凸面原則修飾原始的路線，並將其轉換為最短路線。

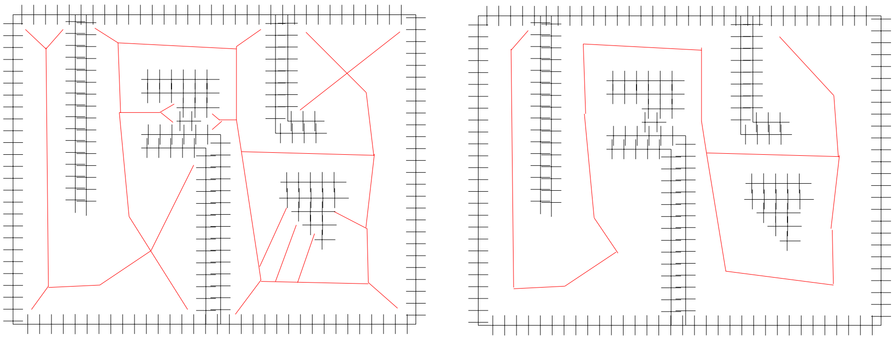

圖 1.5 通用及改良之 Voronoi 圖解法

資料來源：[16]

之後 Cheng [1]等人在 1996 年利用迪吉斯托理論來求解介於起點和終點之間輪車機器人的最短的避碰軌跡，他們的軌跡以弧形和直線來建構。在 1997 年 Young [15]等利用一個幾何分析法在機械手端和障礙物之間求取有效的運動軌跡，並加強機械手端與 CAD 的整合。2003 年 Masehian [16]等提出以修正之 Voronoi 圖解法來路徑規劃如圖 1.5 所示。

結合 C 語言與 CAD 軟體來建構多面體以界定工作空間與障礙邊界[17]，在避碰軌跡方面依發表年度排序並記錄做者使用方法如表 1.2 所示，本研究在敞開式平面上與搭接式多面體上之路徑規劃，採用網格搜尋法與迪吉斯托理論來尋找任意兩點間最短之路徑，而在封閉式多面體上之路徑規劃，則採用布魯霍斯理論來求取任意兩點間之最短運動軌跡，在可展開成平面之多面體上之路徑規劃，則採用平面展開法與座標轉換來尋找任意兩點間最短之路徑，在綴面多面體與弧形曲面上之路徑規劃，則採用邊界分割法來尋找任意兩點間最短之路徑。整合幾何分析方法、統計理論與 CAD 系統應用軟體

自動地計算及繪製最短路徑。

表 1.2 路徑規劃時所採用的避碰方法

作者與方法	網格搜尋法	表面搜尋法	布魯霍斯搜尋法	幾何模型法	邊界分割法	平面展開法	遺傳基因演算法	迪吉斯托法	Voronoi 法
Lozano-Perez (1979)	*								
Muir (1986)		*							
Takahashi (1989)			*			*			
Mckerrow (1991)				*					
Handley (1993)							*		
Wu (1994)		*							
Cheng (1996)		*						*	
Young (1997)				*					
Masehian (2003)									*
Cheng & Liu (1998)	*	*		*				*	
Cheng & Liu (2000)		*	*	*					
Cheng & Liu (2003)		*		*		*			
Cheng & Liu (2004)		*	*	*	*				

1.3.3 最短路徑的相關文獻

以前的學者提出許多不同理論及演算法來解決路徑規劃問題，例如 Cheng 提出將障礙邊界擴大並摘取所有邊界轉折點，將障礙邊界轉折點與其他轉折點相互連接，分別取其連接線之中點並連接即所謂之可通行路徑如圖 1.6 所示，然後由可通行路徑中求其最短路線[1]，因為距離最短的路線不一定會經過障礙邊界轉折點與轉折點之連接中點，所以此種方法應屬較安全的方法。

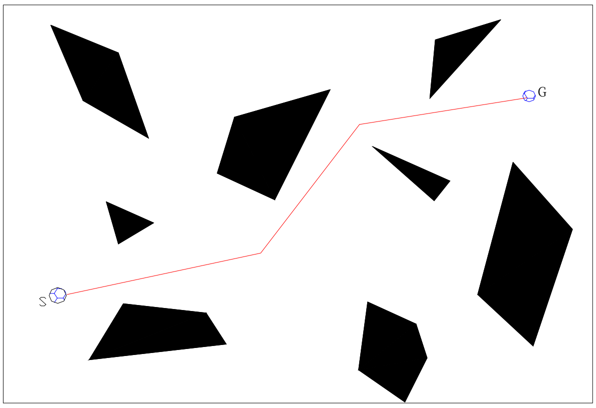

圖 1.6 以障礙區頂點與其他頂點連線中點來求取最短路徑
資料來源：[1]

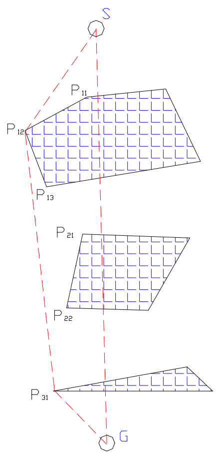

圖 1.7 最短運動軌跡是從起點至終點連一直線
資料來源：[2]

另外 Wu 提出從起點至終點連一直線，並沿著該直線通行，當遇障礙時再依障礙之形狀判斷由其左側或右側或特定角度繞行如圖 1.7 所示[2]，但當障礙為凹面時其重複判斷之時間會很長，此法之通行路線距離總合亦非最短，路徑的參考價值也會隨著精度要求的提升而減少。Lozano-Perez 在已知多面體物件之空間中提出一個安全的避碰方法，其避碰理論在二維平面上很容易掌控，其軌跡是利用網格搜尋法求得，將個別障礙區以網格頂點來顯示，在障礙區點集合之外皆視為可通行區域如圖 1.8 所示[3]，如障礙區呈不規則狀，則此法的困難度將增加。

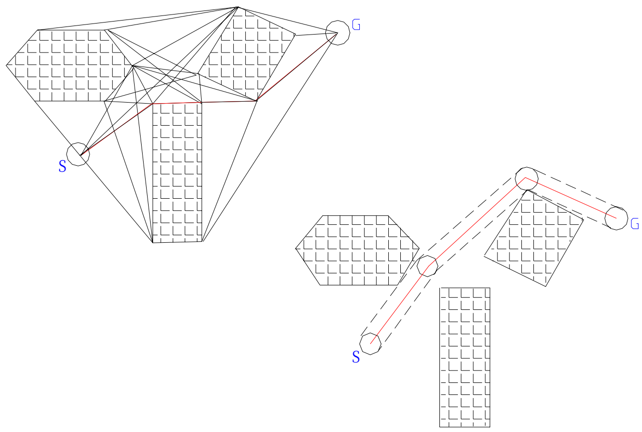

圖 1.8 利用網格搜尋理論在障礙上頂點以外區域均屬可通行範圍
資料來源：[3]

有關在最短路徑方面的典型應用，在 1979 年Kirkpatrick 在二維空間區域內以多邊形障礙邊界的方法來搜尋在一個圓盤上之路徑規劃並給定一個O(n log n)次數理論，其中n是障礙邊界的總數。Lee 和 Drysdale [18] 於 1981 年提出以Voronoi圖解法在一組n個點之歐基里德平面上路徑規劃計算次數為$O(n \log^2 n)$。然後Lin 等人在 1983 年針對n個關節機器人以節點速度、加速度和瞬間動作之限制，發展一個理論來計算每一對鄰接點最小總行程時間。在 1984 年為了此工作的延續O’Dunlaing提出一個要處理$O(n^2 \log n \log^* n)$次數的理論來建構一個Voronoi圖解架構，n為多邊形之頂點數，並改以線段移動來替代圓盤上之路徑規劃。隨後在 1985 年Papadimitriou [19]提出以多項式趨近的方法來推導在三維空間中多面體障礙上任兩點之間的最短距離，通常解決三維最短路徑問題以多項式$O(n^4(L+\log(n/\xi))^2/\xi^2)$，其中

n為多面體元件(頂點、邊界、面)數量，ξ是趨近的精度，而L是整數的精度。同年Sharir [20]等亦提出求取在二維平面中兩點間之最短路徑次數為$O(n^2\log n)$，而求取沿著凸狀多面體表面上兩點間之最短路徑次數為$O(n^3\log n)$，n是多邊形障礙區之頂點，以迪吉斯托法來計算最短路徑如圖 1.9 所示。於 1986 年Franklin提出以布魯霍斯 搜尋法在多面體表面上兩點間之最短路徑次數為$O(n^2)$，其中n為多面體之邊界數如圖 1.10 所示。

Barraquand [21] 於 1992 年提出一個數值能量區域的方法來做路徑規劃。Wu 在 1994 年提出機械手在有障礙的空間中執行任務時其最短運動軌跡是從起點至終點連一直線，並沿著該直線通行，當遇障礙時再依障礙形狀判斷由其左側或右側或特定之角度繞行。隨後 Cheng 等人在 1996 年利用迪吉斯托理論來求解介於起點和終點之間輪車機器人之最短避碰軌跡，其軌跡以弧形和直線來建構。在 1998 年 Svestka [22] 等人提出一個協調避讓理論來解決多個運動中車型機械人在相同靜態環境之路徑規劃，以資料結構記錄每個機械人之行走路線，依優先順序來決定協調後各個機械人的運動軌跡。然後在 1999 年 Lasovsky [23] 等提出一個抽取理論以漸增式建立一個線性凸狀架構空間圖形，並解一連串的線性問題來規劃機械人之運動軌跡。於 2003 年 Liao [24] 等提出以特定外形來界定障礙區以計算輪車機器人之最短路徑如圖 1.11 所示。將上述在最短路徑規劃文章依年度排序並同時記錄其使用方法、計算次數及使用範圍等如表 1.3 所示，在表 1.3 中 N 為轉折邊界之數量， n 是障礙邊界的總數、多面體元件(頂點、邊界、面)之數量、每一條轉折邊界被分割之數量或由起點至目標點之網格點數量。

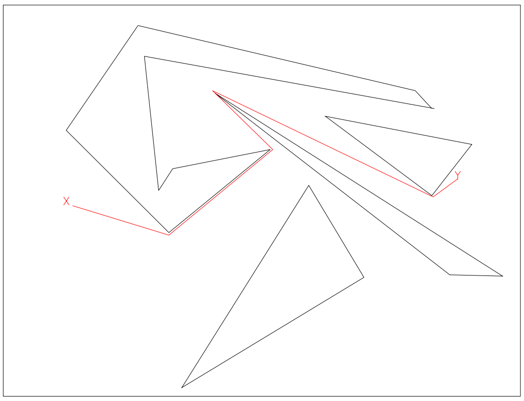

圖 1.9 在二維多邊形空間中之最短路徑

資料來源：Reference[20]

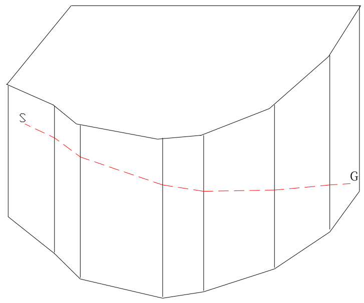

圖 1.10 以布魯霍斯搜尋法在多面體表面上兩點間之最短路徑
資料來源：[6]

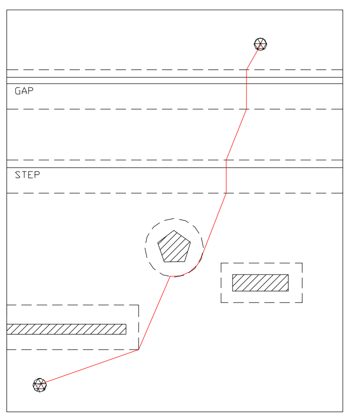

圖 1.11 以特定外形界定障礙區並擴大障礙邊界
資料來源：[24]

表 1.3 路徑規劃時所需計算次數及使用方法與使用範圍

作者與年代	計算次數	使用方法	使用範圍
Kirkpatrick (1979)	O(n log n)	多邊形障礙邊界法	2D Plane
Lee & Drysdale 1981)	$O(n (\log n)^2)$	Voronoi 圖解法	2D Plane
Lin,Chang,&Luh (1983)	…	幾何分析法 (三次多項式)	3D Space
O'Dunlaing (1984)	$O(n^2 \log n \log^* n)$	Voronoi 搜尋法	2D Plane
Papadimitriou (1985)	$O(n^4(L+\log(n/\xi))^2/\xi^2)$	多項式趨近法	2D & 3D
Sharir (1985)	$O(n^2 \log n)$ & $O(n^3 \log n)$	計算幾何與迪吉斯托法	2D & 3D
Franklin (1986)	$O(n^2)$	布魯霍斯法	2D & 3D
Barraquand (1992)	…	數值能量區域法	3D Space
Wu (1994)	…	邊界擴張法	2D Plane
Cheng (1996)	…	多邊形頂點與迪吉斯托法	2D Plane
Svestka&Overmars (1998)	…	協調避讓理論	2D Plane
Lasovsky&Joskwicz (1999)	…	Extract Algorithm	2D Plane
Yu, Liao, Li, & Li (2003)	…	以特定外形界定障礙邊界	2D Plane
Cheng & Liu (1998)	$O((N(N-1)/2)+(N)^2)$	迪吉斯托 + 網格規劃法	2D&3D
Cheng & Liu (2000)	$O(n^2)$	布魯霍斯 + IMSL Software	3D Space
Cheng & Liu (2003)	…	平面展開法 + 座標轉換	3D Space
Cheng & Liu (2004)	$O((n-2)^2+ 4N-3n-11m+14 +(m(n-2)+2)^2)$	邊界分割+布魯霍斯+ NURBS	3D Space

1.4 論文架構

為了解決前述的問題本研究提出以迪吉斯托(Dijkstra)[4]由所有可能路徑中計算出最短路徑，將可能造成碰撞之點集合以多面體之形狀建構障礙曲面，在障礙曲面表面輪廓外皆為可通行之位置，利用擬合曲面理論來建構多面體表示的障礙物[5]，此面體或弧形曲面的障礙物模型即本研究所討論最短路徑規劃的典型目標範例。使用布魯霍斯(Brute Force)理論在封閉式或規則式多面體上尋求避碰之最短路徑方面[6]，區分為(a)以六面體、或規則曲面上搜尋最短路徑。(b)使用座標轉換之平面展開法在可被展開成平面之多面體上尋求避碰之最短路徑，(c)以六面體、十二面體、二十面體、圓柱、圓錐、與由圓柱圓錐平面與斜面等組合而成多面體之表面上搜尋最短路徑。(d)將多面體之路徑規劃理論加以應用，並整合邊界分割法與布魯霍斯法在弧形曲面上尋求避碰之最短路徑方面，首先使用邊界分割法來尋找最短路徑之粗估轉折點，接著採用布魯霍斯法則得精卻轉折點，最後以 NURBS(Non Uniform Rational B-Spline)連接以獲得最短之路徑等數項最短路徑規劃問題及驗證範例。第一章為緒論指出研究動機、目的、文獻探討及文章架構。第二章在敞開式多面體上規劃最短路徑。第三章在搭接式多面體上規劃最短路徑。第四章在封閉式多面體上規劃最短路徑。第五章在可展開成平面之多面體上規劃最短路徑。第六章在弧形曲面上規劃最短路徑為本文之主要目標。第七章為結論指出本研究之成果及其貢獻。本研究之架構大綱與各種曲面上最短路徑之規劃流程以圖 1.4 表示。首先將三維曲面區分為 1.敞開式與搭接式多面體 2.封閉式多面體 3.可展開成平面之多面體 4.弧形曲面等四種類型分別探討，改良及整合各種多面體上路徑規劃方法，使其能在凹面體、凸面體或各種複雜外形之三維曲面上規劃，其程式規劃流程分述如下：

一、在敞開式與搭接式多面體之路徑規劃流程係 1.利用網格規劃法以求得任意可通行點至其他可通行點之距離以產生鄰接矩陣。2.再以迪吉斯托(Dijkstra)來求得軌跡矩陣。3.從軌跡矩陣中自動搜尋最短路徑。

二、在封閉式多面體之路徑規劃流程係 1.將多面體之線性邊界編號並依序建立關連數據檔。2.依編號指定起點與終點位置。3.自動產生由起點至終點所有可能經過的各組線性邊界組合之聯立布魯霍斯方程式。4.引用 IMSL 數值計算程式庫之軟體計算各方程式之變數值並獲得邊界轉折點座標。5.依序連接起點、各邊界轉折點與終點而計算得各種可能路徑之總長度。6.自動比較路徑長

度大小並獲得最短路徑之軌跡。

三、在可展開成平面之多面體之路徑規劃流程係 1.利用面與面彼此之特定關係，建立資料結構。2.以平移或旋轉將多面體展開成同一工作平面。3.在平面上由起點至終點連一直線即得最短路徑。4.將各轉折點之座標轉換至多面體上。5.連接起點、轉折座標點與終點即可獲得在可展開成平面之多面體上之最短路徑。

四、在弧形曲面上之路徑規劃流程係 1.弧線斷面截取之疏密數量係依其形狀轉折變化而定，局部曲面變化率大則取較密的截面數。2.以邊界分割法在每個斷面上分成一定量之點群。3.每個格點最多與其右邊、左前、上方、與右前格點相連接並獲得可通行點之鄰接矩陣。4.以迪吉斯拖法則計算其軌跡矩陣並獲得最短路徑上的粗估轉折邊界點。5.連接起點、轉折座標點與終點即可獲得弧形曲面之粗估最短路徑。6.隨後取各轉折點之原分割點之左右兩點。7.再以布魯霍斯配合 IMSL 數值計算程式庫計算最短路徑所通過之精確邊界轉折點。8.連接起點、轉折座標點與終點即可獲得弧形曲面之精確最短路徑。

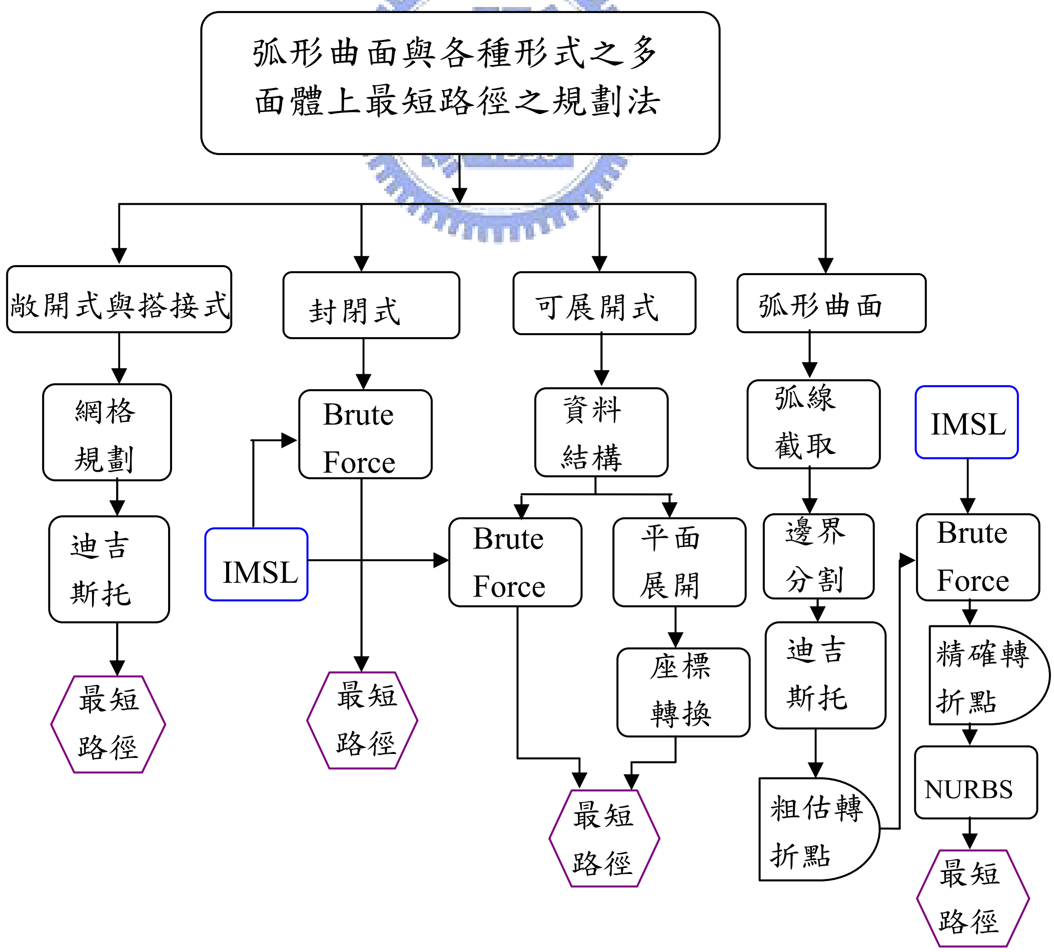

圖 1.12 弧形曲面與各多面體之路徑規劃流程圖