第五章 Geometry Player 在幾何教學上的應用

近年來世界先進國家大都以荷蘭數學教育家van Hiele夫婦的幾何思考理論為根據設計幾何方面的教材，目前九年一貫數學課程內容也強調幾何主題的教學應透過察覺、辨識、操作與實驗來發現幾何形體的組成要素及其與形體之間的關係，盡量讓學生發揮、拓展其幾何直覺，在操作中認識各種幾何形體與其性質，再慢慢加入簡單的推理活動，由非形式化的推理逐漸提昇至形式化的推理。從現行的各家版本教材中我們可以發現：在幾何課程的設計上都安排了大量的探索與操作的學習活動，再經由教師有計畫的引導，使學生了解基礎幾何的概念。然而在實際的教學活動中，觀察及臆測等活動常受到實物或材料限制，使得課程安排的觀察、比較、臆測、發現或建構等學習活動目標不易達成，教師運用觀察歸納的教學意願也因而顯得低落。本研究希望發展的幾何教學軟體Geometry Player能成為學生操作與探索幾何概念的心智夥伴及協助老師展示幾何課程內容的好幫手，以下針對「模擬切割、拼合、摺紙」、「幾何圖形動動動」兩個主題說明如何將Geometry Player應用於教學上。

第一節 模擬切割、拼合、摺紙

不論是那一個版本教材，切割、拼湊、摺紙是最常被拿來當作探索幾何性質的學習活動。例如，剪下任意一個三角形的三內角，然後將頂點對齊拼在一起觀察其是否能合成一個平角；透過切割，將任意三角形重組成長方形、平行四邊形，讓學生了解三角形面積的各種不同呈現方式。然而在實際的教學過程中卻有其實行困難，例如，在經由「任意三角形可切割拼補成長方形」而導出三角形「底×高÷2」面積公式的學習活動中，老師實際教學時通常只能提供一些事先切割好的圖片給學生組合觀察，對「任意」一詞常無法有效地顯示，切割方式也無法做多種變化，以達成學生「觀察歸納」的教學目標，除了受到無法展示「任意」的限制之外，教具的製作也相當費時耗力。雖然它有這麼多的不方便，但卻不失為培養空間能力及幾何直覺的好方法，研究者嘗試利用 Geomtry Player 來模擬切割、拼合、摺紙等操作探索活動，克服實際操作的困難及限制，重拾操作探索幾何性質的樂趣。

實例一：如下圖 5-1，有一塊寬 35m、長 60m 的長方形綠地。在這片綠地上，分別造了一條稍微傾斜的橫向及縱向道路，請問綠地的面積剩下多少？

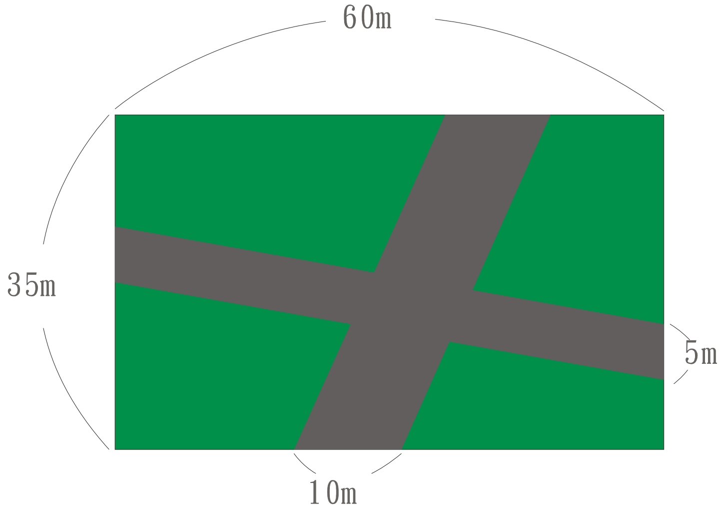

圖 5-1

說明一：

學校的模擬考出現類似這樣的題目，研究者教學班上的同學幾乎都答對了，他們用的方法不外乎兩種：第一種方法，將長方形綠地扣掉道路面積，剩下的即為綠地面積，而道路面積即為兩個平行四邊形的面積和再扣掉重疊的平行四邊形面積即可，所以道路面積為$10\times35+5\times60-5\times10=600$，得到綠地面積等於$35\times60-600=1500$；第二種方法，直覺地將四個四邊形綠地拼成一個長方形，而該長方形的長及寬分別為$60-10=50$和$35-5=30$，所以綠地面積等於$50\times30=1500$。學生們得出的答案和考題解答所給的答案完全一樣，但事實果真如此嗎？再問問數學系的大學生及其它老師的看法，他們也都持相同的意見，但事實果真如此嗎？回溯本題的歷史，在小學五、六年級的教材中就可以見到類似的題目，而老師也都教導學生該如何解題，但大部分的老師和學生並沒有真得去操作，兩條道路相交而成的平行四邊形面積會等於5×10嗎？四個四邊形能拼成一個完整的長方形嗎？在沒有電腦的時代，我們只能用剪紙的方式來驗證我們的想法。但由於耗費時間及上課展示的不方便，再加上受到無法展示「任意」的限制，使得教師往往選擇放棄操作探索的步驟，而直接在黑板上畫一些不精確的圖形，然後再要求學生想像圖形移動的樣子，在這樣的過程中當然忽略掉許多細節，而空間概念較差的學生更無法了解老師表達的意思。然而資訊科技發達的現在，應有能力為這些缺失做一些補救，研究者利用 Geometry Player 來克服上述所提的不方便性及限制，讓操作探索更容易融入平常的學習活動中。

實作一：

(1) 先利用畫平行四邊形工具畫一個綠色的平行四邊形，並將其命名為 ABCD(如圖 5-2)。

(2) 再利用畫平行四邊形工具畫兩條灰色的道路，並分別將其命名為 EFGH 及 IJKL(如圖 5-3)。

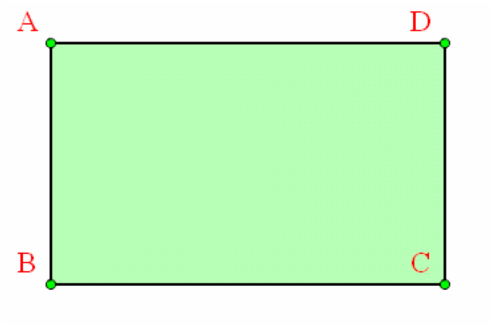

圖 5-2

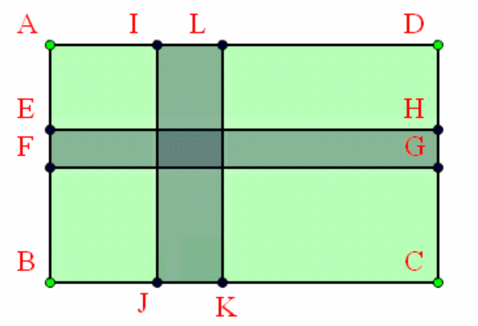

圖 5-3

(3) 分別在 $\overline{EF}$ 、$\overline{GH}$ 、$\overline{IL}$ 、$\overline{JK}$ 邊上按下滑鼠右鍵，選擇「面積不變」選項，如此 $\overline{EF}$ 、$\overline{GH}$ 、$\overline{IL}$ 、$\overline{JK}$ 便只能在 $\overline{AB}$ 、$\overline{CD}$ 、$\overline{AD}$ 、$\overline{BC}$ 上移動。最後將兩條道路改變成傾斜的狀態(如圖 5-4)。

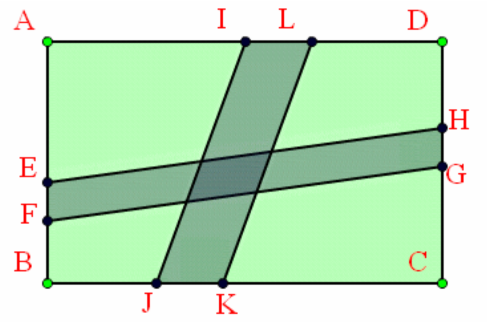

圖 5-4

(4) 此時任意移動 $\overline{EF}$ 、$\overline{GH}$ 、$\overline{IL}$ 、$\overline{JK}$ 以改變道路的形狀，仍可保持兩道路的底邊長不變。在移動的過程中我們可以發現兩條道路的面積雖然不變，但相交而成的平行四邊形面積卻似乎不固定(如圖 5-5、圖 5-6)，只有當至少一條路保持垂直或水平的狀態下，相交而成的平行四邊形面積才會等於兩條道路底邊長的乘積(圖 5-7、圖 5-8)。

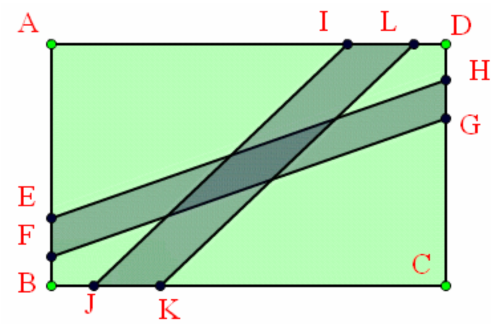

圖 5-5

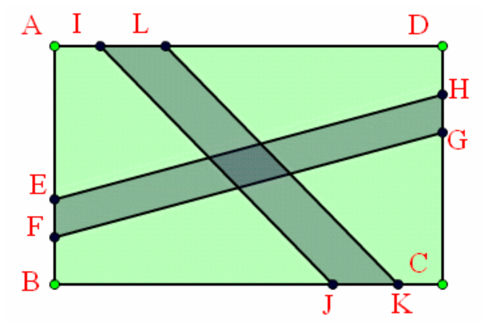

圖 5-6

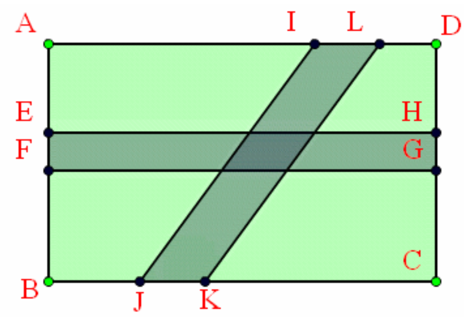

圖 5-7

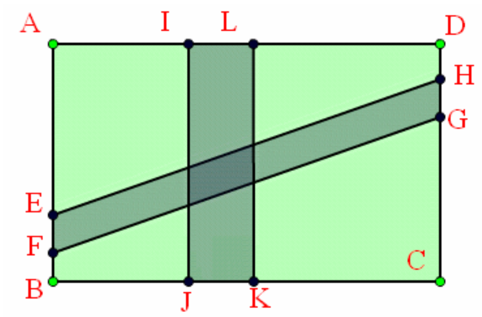

圖 5-8

(5) 利用畫平行四邊形工具畫一個紅色的平行四邊形，拖曳它的四個邊使其頂點對準兩條道路相交而成的平行四邊形，並在其四邊形按滑鼠右鍵，選擇「面積不變」選項，改變紅色四邊形的形狀驗証它的面積是否等於兩條路底邊長的乘積(如圖 5-9、圖 5-10、圖 5-11)。

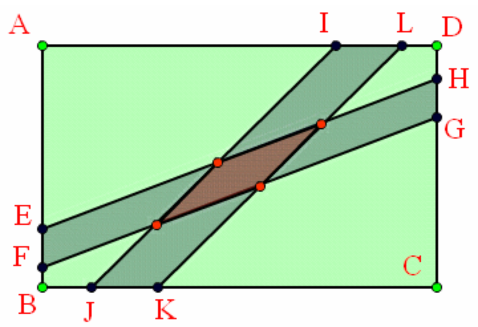

圖 5-9

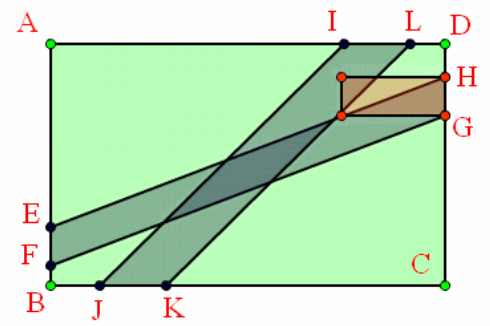

圖 5-10

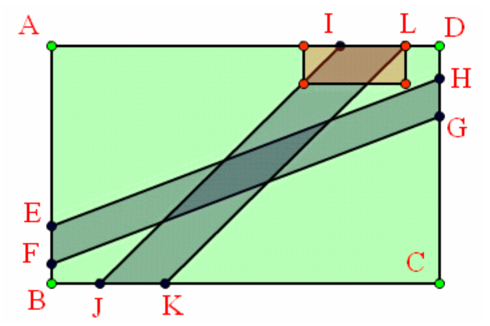

圖 5-11

(6) 利用畫四邊形工具畫出四個紅色四邊形，拖曳它們的頂點使其對齊四塊綠色草地的頂點，拼湊這四個四邊形觀察它們是否可以拼成一個長方形。從實驗中可以發現：當兩條道路都傾斜時，拼出來的長方中間有一個空隙或重疊(如圖 5-12、圖 5-13)，只有當至少一條路保持垂直或水平的狀態下，才能拼出一個完整的長方形(如圖 5-14、圖 5-15)。

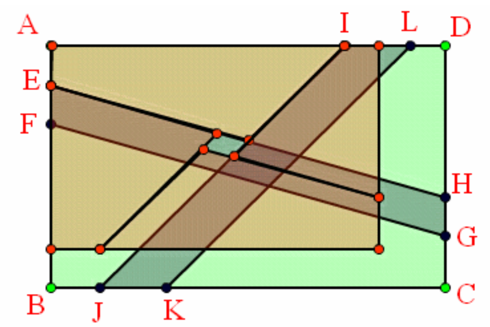

圖 5-12

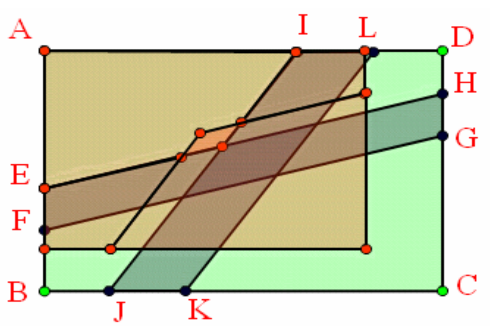

圖 5-13

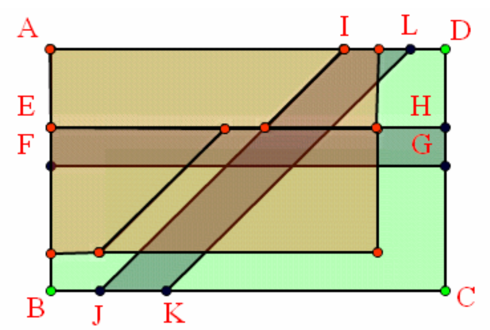

圖 5-14

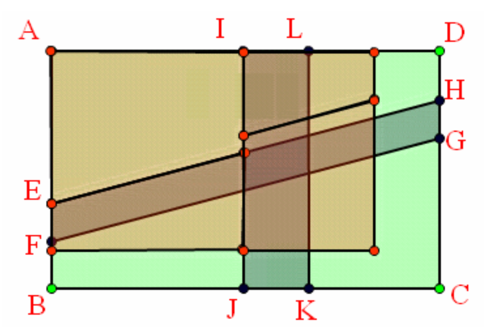

圖 5-15

實例二：連連看，將左邊兩個完全一樣的三角形任意合併，可得到右邊哪些四邊形？

等腰三角形 ➢	✧ 平行四邊形
等腰直角三角形 ➢	✧ 菱形
直角三角形 ➢	✧ 正方形
正三角形 ➢	✧ 長方形

說明二：

在課堂上老師會先要求學生在空白紙上畫出各種三角形，然後將圖形剪下觀察它們能拼成什麼樣的四邊形，在這看似簡單的操作活動，卻對老師卻造成極大的困擾。首先教師得要求每個學生都帶齊圓規、直尺、剪刀及紙張，要求了兩三天工具好不容易帶齊了，如何讓沒學過尺規作圖的學生畫出正確的幾何圖形又是個考驗，費了大半的時間將圖形畫好了又得考驗學生的美工能力，而老師為了清楚地展示給每位同學明瞭，得事先準備好大張的三角形圖卡，最後考量到課程進度的壓力，大都數的老師可能會選擇回到傳統講述的教學模式。學生一次又一次被剝奪操作探索的機會，使得空間能力原本不佳者沒有機會獲得成長，數學能力的差距一次又一次被拉大開來。

實作二：

(1) 先利用畫三角形工具畫出一個三角形，並顯示它的三邊長(如圖 5-16)。

(2) 拖曳頂點使其成為等腰三角形 ，在它的兩腰上按滑鼠右鍵，選擇「樞鈕方式」選項，如此一來當拖曳兩腰時，只有頂角隨滑鼠而改變，但兩腰的長度保持不變(如圖 5-17)。

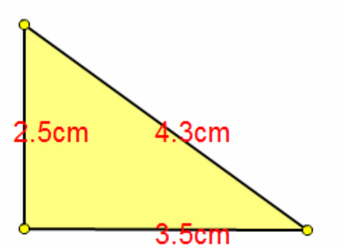

圖 5-16

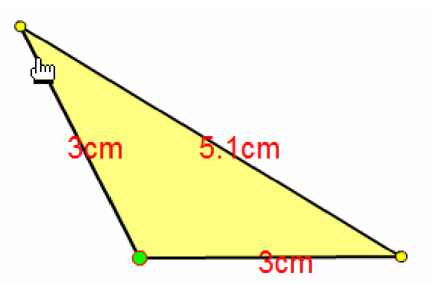

圖 5-17

(3) 複製一個完全一樣的等腰三角形，將其拖曳至原三角形旁並顯示三邊長(如圖 5-18)。

(4) 利用「拖曳」、「旋轉」、「鏡射」等工具，想想看能將兩個一樣的等腰三角形拼成什麼樣的四邊形(如圖 5-19)。

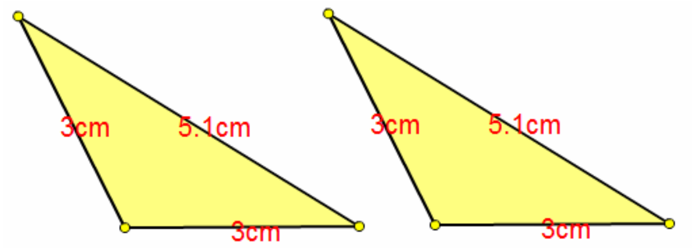

圖 5-18

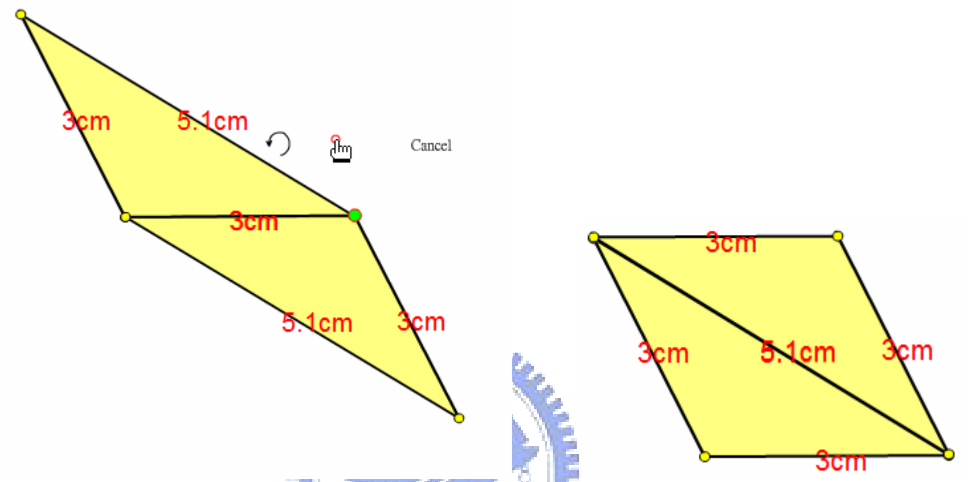

圖 5-19

(5) 試一下其它的等腰三角形，看看是否一樣能拼出菱形及平行四邊形。

(6) 等腰直角三角形及直角三角形的實作方法和等腰三角形類似，差別在於如何拖曳出直角。在拖曳之前可先顯示它們的一個內角，即可判斷該內角是否為直角(如圖 5-20)。

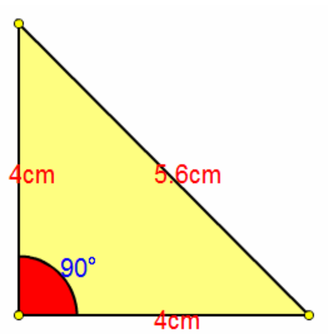

圖 5-20

(7) 正三角形可利用畫多邊形工具輕易完成，先選擇多邊形的邊數為 3，然後再利用滑鼠拖曳出正三角形。

實例三：透過「任意三角形可切割拼補成長方形」導出三角形的面積公式「底×高÷2」。

說明三：

本例題將展示如何利用 Geometry Player 模擬剪紙，使用者可以輕鬆的將原幾何圖形切割拼補成新的圖形。

實作三：

(1) 先利用畫三角形工具畫出一個三角形，並將其命名為△ABC(如圖 5-21)。

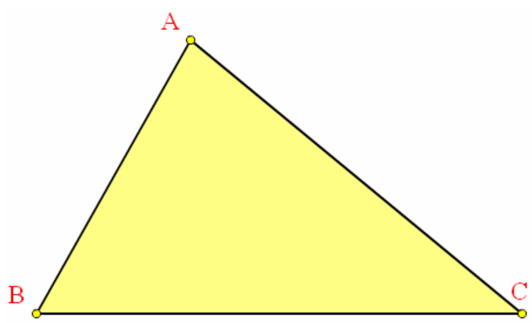

圖 5-21

(2) 以直線模擬剪刀切割三角形，再利用畫點工具在直線和三角形的交點上畫出四個點，並分別將其命名為 D、E、F、G(如圖 5-22、圖 5-23)。

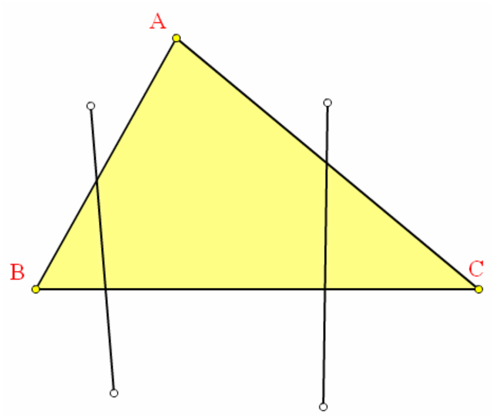

圖 5-22

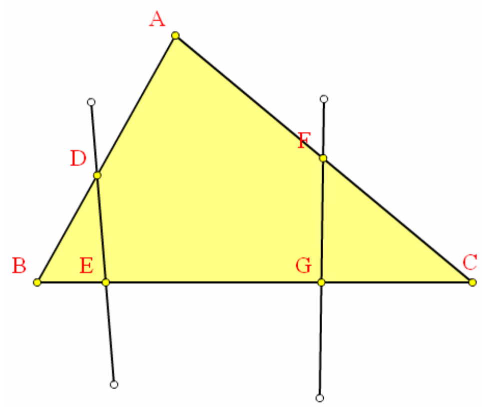

圖 5-23

(3) 利用畫三角形工具畫出一個三角形，並在三角形上方按滑鼠右鍵選擇「吸附圖形」選項，將三角形三頂點吸附至 B、D、E 上。依此方法，再畫出五邊形及三角形並分別將其吸附至五邊形 ADEGF 及△CFG 上。此時，原來的三角形 ABC 就如同被分割成兩個三角形及一個五邊形(如圖 5-24、圖 5-25)。

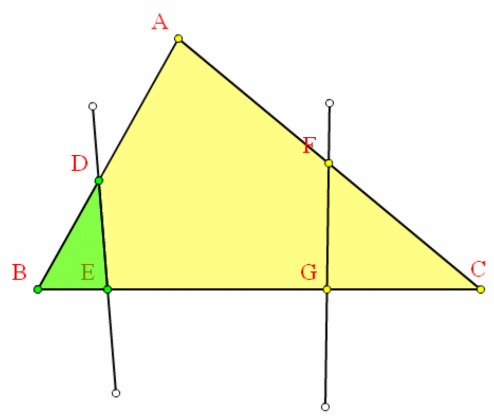

圖 5-24

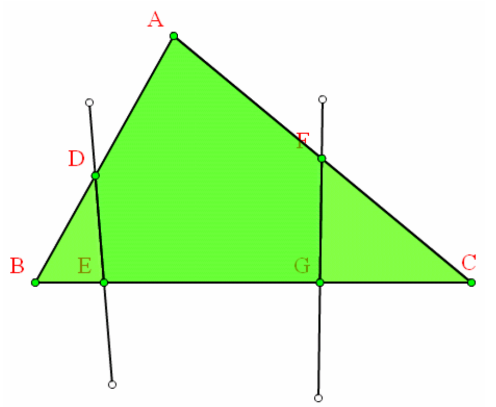

圖 5-25

(4) 利用「拖曳」、「旋轉」、「鏡射」等圖形操弄方法，嘗試將三個子圖形拼成一個長方形(如圖 5-26)。

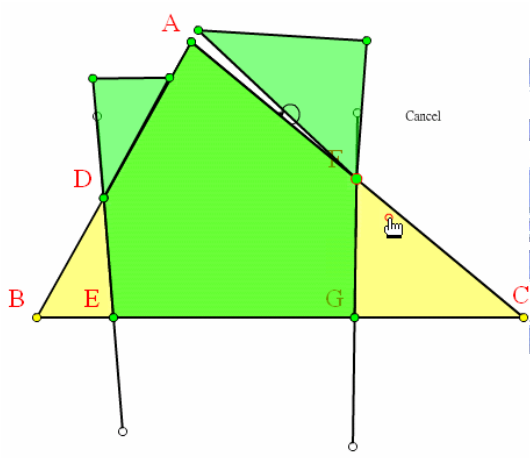

圖 5-26

(5) 上述的切割方法似乎可以行得通，但需要更精確地切割△ABC 才能將它們拼成一個完整的三角形。可以先移動兩條切割的直線嘗試找出正確的切割位置，此時當切割直線移動時圖形便會回復原來的位置。從探索過程中似乎可以感覺出 D、F 兩點應位於 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 的中點，且 E、G 兩點應位於 D、F 在 $\overline{BC}$ 上的垂足上(如圖 5-27)。

(6) 先利用作中點工具分別作出 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 的中點 D、F，再利用作垂線工具分別過 D、F 兩點作直線垂直 $\overline{BC}$。此時便能精確地切割三角形並將其拼湊成長方形(圖 5-28、圖 5-29)。

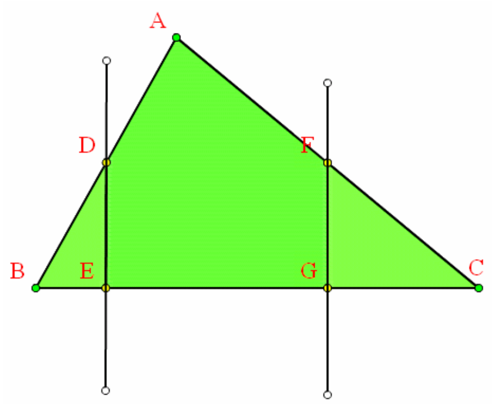

圖 5-27

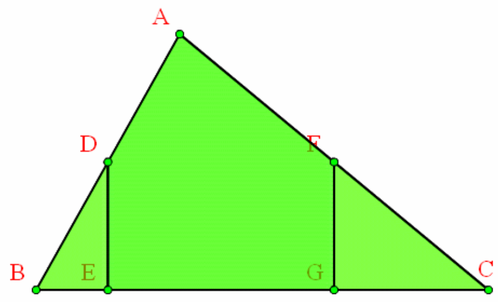

圖 5-28

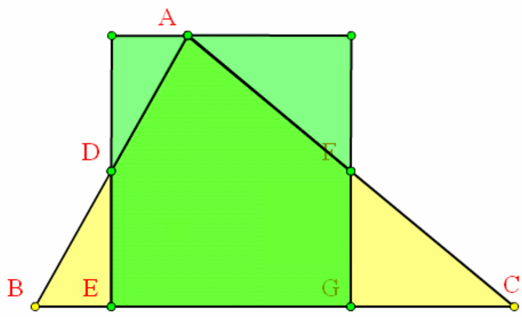

圖 5-29

(7) 除了上述的切割方法外，也能將△ABC 切割成兩個三角形及一個四邊形，然後將其拼成長方形(如圖 5-30、圖 5-31)。

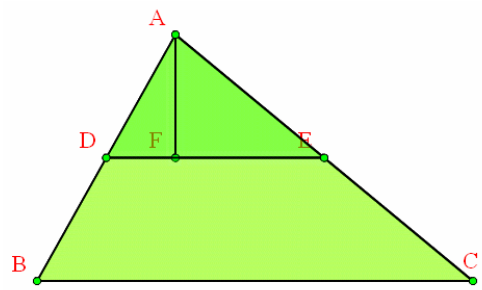

圖 5-30

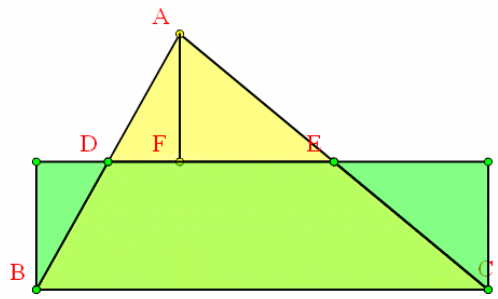

圖 5-31

第二節　幾何圖形動動動

藉由幾何圖形的變動可觀察幾何量的改變情形或固定不變的狀況，使得隱藏在圖形中數、量、形的結構關係展露無遺，若學生可以實際的操作改變幾何圖形，再觀察幾何圖形中數、量、形的變化狀況並進行圖形關係的猜測，然後再以演繹推理方法求證規則的真實性，相信這種透過觀察、實驗、臆測所歸納獲得的幾何知識，可以讓學生更清楚掌握幾何概念和性質。

實例一：比較下圖 5-32 中三個等腰三角形的面積大小？

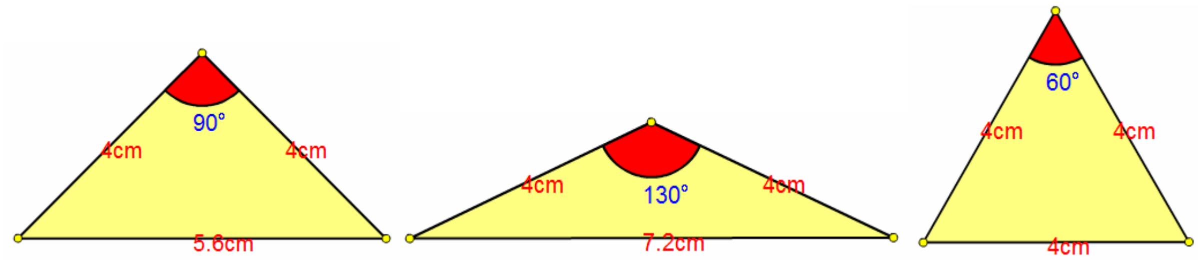

圖 5-32

說明一：

對一位熟悉高中三角函數的學生而言，他可以假設等腰三角形的頂角度數為 θ，進而求得等腰三角形的面積等於 $\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin\theta=8\sin\theta$，當 θ=90°時等腰三角形面積最大。但對一位不懂三角函數的國中生而言，面對這樣一幅靜態的圖片他能做什麼呢？他發現這三個不同三角形中，底邊愈長則高愈短，底邊愈短則高愈長，直覺地學生可能會猜它們的面積都相等，但透過 Geometry Player，學生可以依據題目所呈現的幾何結構去建構符合需求的幾何圖形，動態地改變幾何形體，經驗幾何量的改變，找出解決問題的方法。

實作一：

(1) 先利用畫三角形工具畫出一個三角形，並顯示它的三邊長及一個內角，拖曳頂點使其成為腰長等於 4cm 的等腰三角形，並設定該三角形邊的拖曳方式為「樞鈕方式」，如此便能拖曳兩腰以改變頂角的度數，但腰長保持不變(如圖 5-33)。

(2) 觀察題目的三個三角形有一共通特性即腰一樣長，所以旋轉三角形使其一腰保持水平狀態，並將三角形命名為 ABC，則我們可以 $\overline{BC}$ 為底，以 B 為中心點旋轉 $\overline{AB}$ 觀察△ABC 面積的變化情形 (如圖 5-34)。

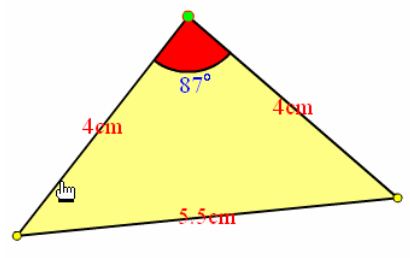

圖 5-33

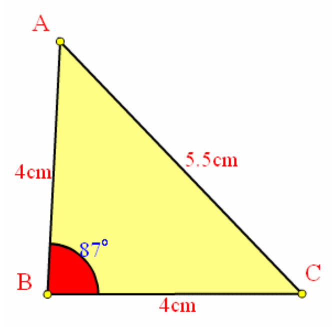

圖 5-34

(3) 既以 $\overline{BC}$ 為底，則高為過 A 點垂直 $\overline{BC}$ 的線段，利用作圖工具，過 A 點作一線段垂直 $\overline{BC}$，並將垂點命名為 D，則 $\overline{AD}$ 即為 $\overline{BC}$ 邊上的高，再作一直線通過 B、C 兩點(如圖 5-35)。

(4) 拉入一個測量長度工具測量 $\overline{AD}$ 的長，再以 B 為中心點旋轉 $\overline{AB}$ 線段，觀察頂角 $\angle ABC$ 與高 $\overline{AD}$ 的關係，由於△ABC 的底邊長 $\overline{BC}$ 固定不變，高 $\overline{AD}$ 愈長則△ABC 的面積愈大(如圖 5-36)。

(5) 在旋轉 $\overline{AB}$ 的過程中可以發現當 $\angle ABC$ 的度數愈接近 90°時，$\overline{AD}$ 的長度愈長，當 $\angle ABC$ 的度數愈接近 0°或 180°時，$\overline{AD}$ 的長度愈短。因此當 $\angle ABC = 90°$ 時△ABC 的面積最大，而 60°比 130°接近 90°，所以 $\angle ABC = 60°$ 時，△ABC 的面積大於 $\angle ABC = 130°$ 的情況。

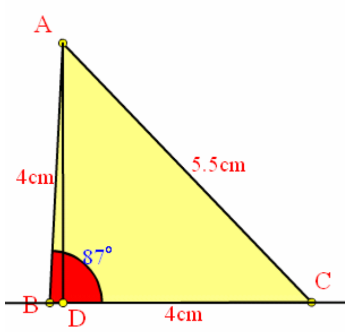

圖 5-35

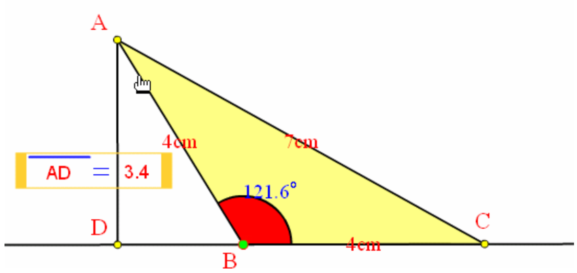

圖 5-36

實例二：有一鬧鐘其時針、分針、秒針長分別為 3 公分、4 公分、5 公分(如圖 5-37)，試問在何種情況下，以三指針的端點所圍成的三角形面積最大？

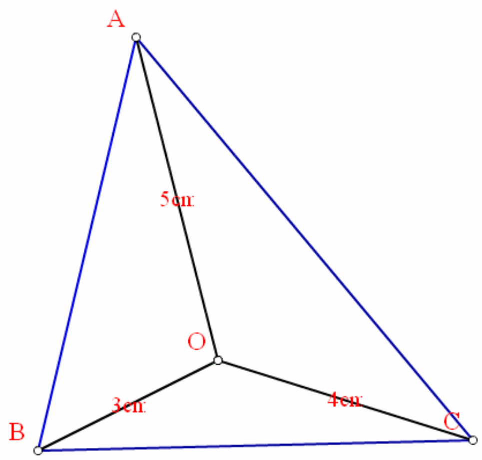

圖 5-37

說明二：

Eliot(1987)認為空間視覺化能力的決定因子在於對圖形的操弄所帶來的刺激，Clements(1979)也發現較好的空間能力在於能夠以不同的角度想像空間的物體的排列以及能夠操作視覺圖像。一個具體的幾何圖形能幫助我們瞭解幾何概念的內在本質並有助於我們解題，Duval(1995)認為某些圖形是具啟發性的，經由圖形的操弄及維度的轉變，可以幫助我們解決原來並不容易解決的幾何問題。當我們觀察一個圖形時，可以透過操作圖形來得到解題的靈感，我們可以在心靈中分解組合、放大縮小、平移旋轉圖形，也可以操作實物實際的去變動它，在操作的過程中，突顯出圖形的變化而得到解題的靈感。

Geometry Player 提供簡易的構圖方式以及功能強大的測量與變換功能，並且與使用者具有高度互動性，使用者可以透過「拖曳」的功能，依自己的目標與想法操弄幾何圖形以觀察存在於其中的性質或關係，透過這樣的環境可以提供使用者一個探索實驗的環境，並利用它培養幾何直觀與空間能力。

實作二：

(1) 使用畫點工具拖曳一點置於畫面中，並命名為 O 點。
(2) 利用畫線工具以 O 點為線段端點畫三線段並將另一端點分別命名為 A、B、C，再按右鍵選擇「顯示邊長」選項以顯示長度，最後拖曳線段另一端點使得三線段長分別為 5、4、3 公分(如圖 5-38)。
(3) 使用作直線工具連接 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 三線段(如圖 5-39)。

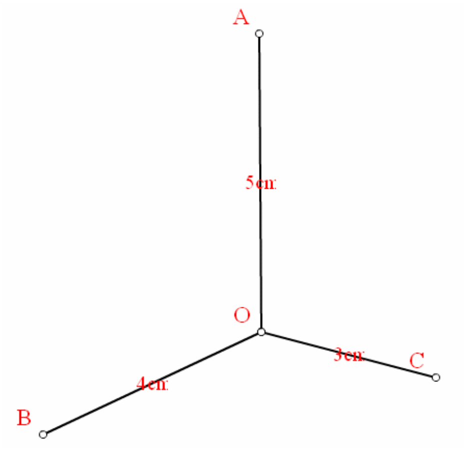

圖 5-38

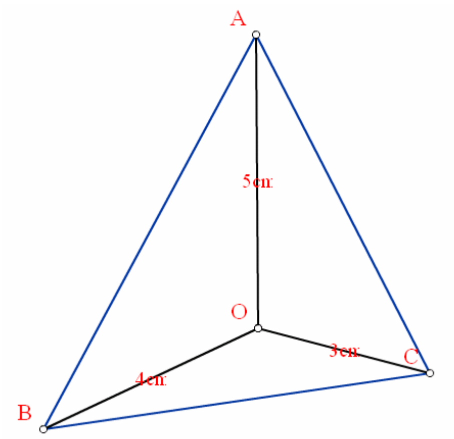

圖 5-39

(4) 在 A、B、C 三點上方按滑鼠右鍵設定它們的拖曳方式為「長度不變」，再設定三線段另一端點 O 的拖曳方式為「停止拖曳」，最後設定三直線的拖曳方式為「停止拖曳」。如此一來，只剩下 A、B、C 三點可以拖曳，而且長度保持不變(如圖 5-40)。

(5) 固定 B、C 兩點，只拖曳 A 點，觀察 A 點在什麼位置面積會最大。由於 B、C 兩點固定不動，故以 $\overline{BC}$ 為△ABC 的底邊，再利用作垂線工具作 $\overline{AD}$ 垂直 BC，$\overline{AD}$ 即為△ABC 以 $\overline{BC}$ 為底的高(如圖 5-41)。

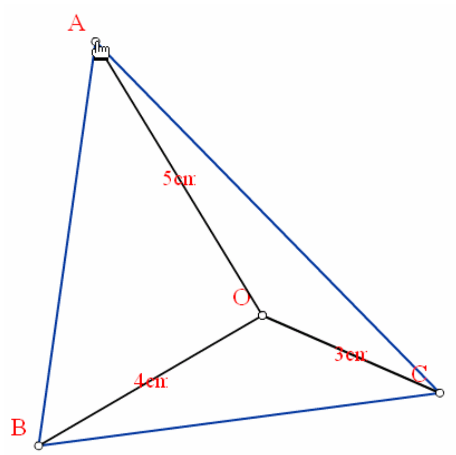

圖 5-40

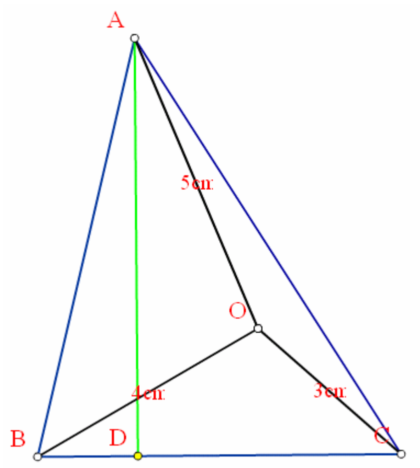

圖 5-41

(6) 從測量工具列中拉入一個長度測量工具測量 $\overline{AD}$ 的長度(如圖 5-42)，拖曳 A 點觀察它在那一個位置 $\overline{AD}$ 的長度會最大，由操作結果得知 O 點在 $\overline{AD}$ 上時，$\overline{AD}$ 的長度最大，為什麼呢？這又說明什麼意義呢(如圖 5-43、圖 5-44)？

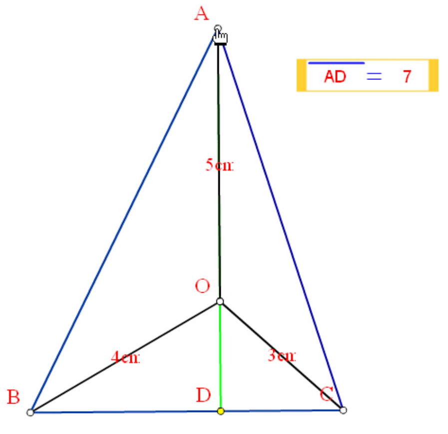

圖 5-42

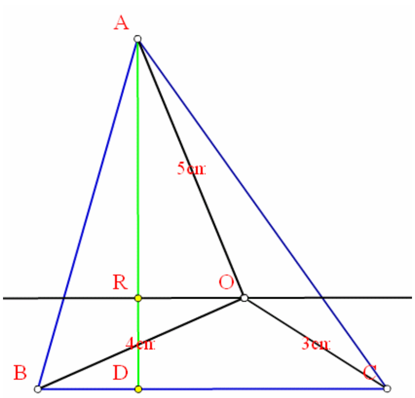

圖 5-43

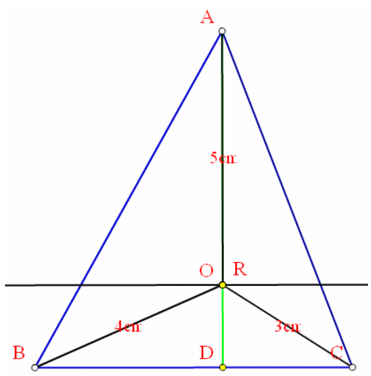

圖 5-44

(7) 從上一步驟得知不管 B、C 兩點的位置為何，只有當 O 點位於 $\overline{BC}$ 的垂線 $\overline{AD}$ 上，△ABC 的面積才有可能最大。想想看，如何拖曳 B 點才有可能使得△ABC 的面積最大，又如何拖曳 C 點才有可能使得△ABC 的面積最大。

(8) 由上一步驟的實驗結果得知，只有當 O 點位於 $\overline{AC}$ 的垂線 $\overline{BE}$ 上，△ABC 的面積才有可能最大；只有當 O 點位於 $\overline{AB}$ 的垂線 $\overline{CF}$ 上，△ABC 的面積才有可能最大(如圖 5-45、圖 5-46)。

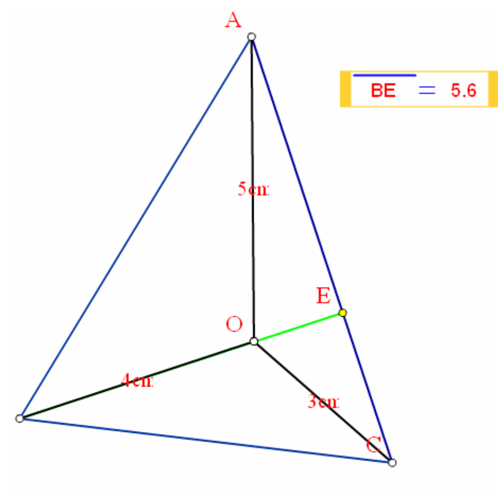

圖 5-45

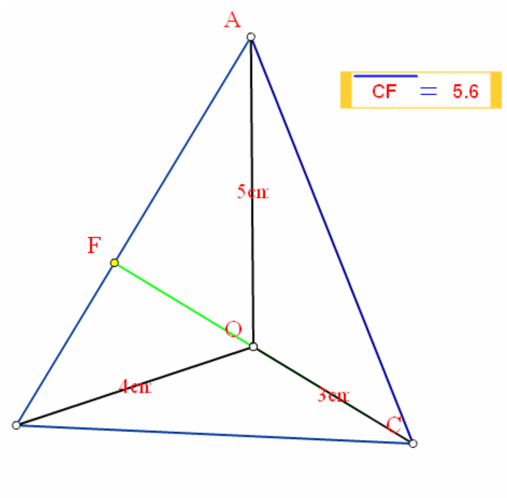

圖 5-46

(9) 綜合所有條件，只有當 O 點同時位於 $\overline{BC}$、$\overline{AC}$、$\overline{AB}$ 的垂線 $\overline{AD}$、$\overline{BE}$、$\overline{CF}$ 時，△ABC 的面積才會最大，換句話說當△ABC 的垂心為 O 點時，△ABC 的面積才會最大(如圖 5-47)。

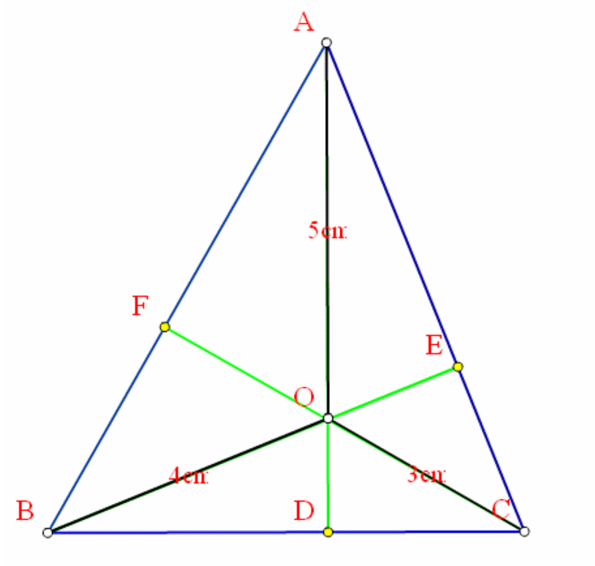

圖 5-47

實例三：如圖 5-48，ABCD 為平行四邊形，$\overline{EF} // \overline{AC}$，試證△ADE 面積 ＝△DCF 面積。

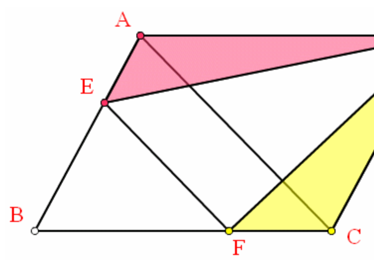

圖 5-48

說明三：

在數學學習的過程中，學習者經常需要在腦海中建構及操作相關的心像，這種心像操作的心智活動能力會影響學習者的學習，並在解題活動中扮演著重要的角色。我們可以讓學生動手平移、旋轉、分解、組合幾何圖形，使其產生對應之動態心像，訓練其在沒有實物時也能在腦海中操作相關心像，然而受到實物的限制，我們無法單獨讓學生操弄幾何圖形的某些構成元件，來觀察圖形產生形變時它的那些性質不變，例如，我們無法提供一個三角形讓使用者移動頂點使其產生形變。對教學者而言，我們很難利用傳統的工具來展示幾何圖形的形變，只能畫幾個靜態圖形再運用肢體動作來引導學生想像我們心靈中的畫面，運用 Geometry Player 可以將教學者心靈中的連續動畫完整的呈現在學生眼前，使其了解整個事件的歷程，也可讓學習者親自操弄，讓學生體驗幾何圖形產生形變的過程，並從中發現變化中的不變性，變化中的規律性。

實作三：

(1) 在解決這問題之前必需讓學生經驗及理解三角形在什麼樣的情況下面積不會改變，可先利用畫三角形工具畫一個三角形，然後將滑鼠移至三頂點上方按右鍵選擇「面積不變」選項，則當滑鼠拖曳三角形頂點時它的面積仍然保持不變。如圖 5-49 只要讓三角形的頂點保持在通過該頂點且平行於對邊的直線上移動，則因底邊長不變且高的長度也不變(兩平行線的距離處處相等)，所以三角形的形狀雖然改變了，但它的面積仍然保持不變。

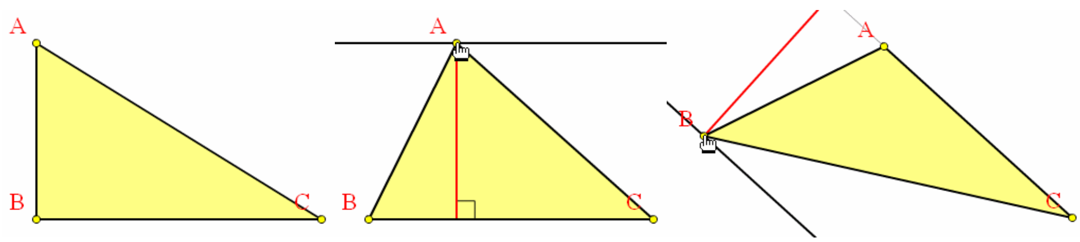

圖 5-49

(2) 三角形同底等高面積不變應用一：

長方形 ABCD 及 EFGH 為兩個形狀大小完全一樣的長方形，請比較兩個黃色三角形面積和與三個綠色三角形面積和的大小(如圖 5-50)。

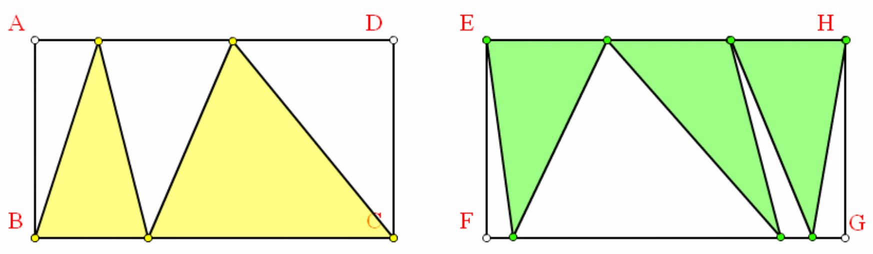

圖 5-50

①. 利用畫平行四邊形工具畫長方形並命名為 ABCD 再複製長方形 ABCD 並命名為 EFGH(如圖 5-51)。

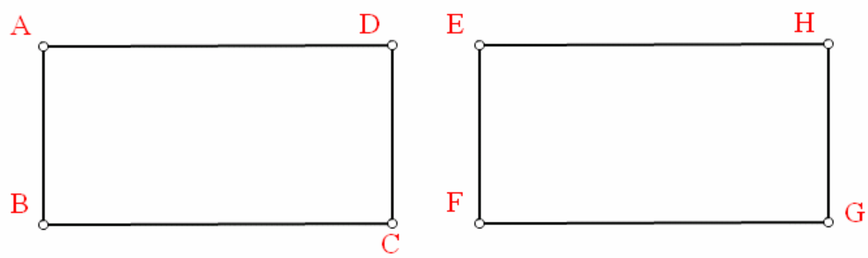

圖 5-51

②. 利用畫三角形工具畫出分別畫出兩個黃色三角形及三個綠色三角形，並將它們拖曳至適當位置(如圖 5-52)。

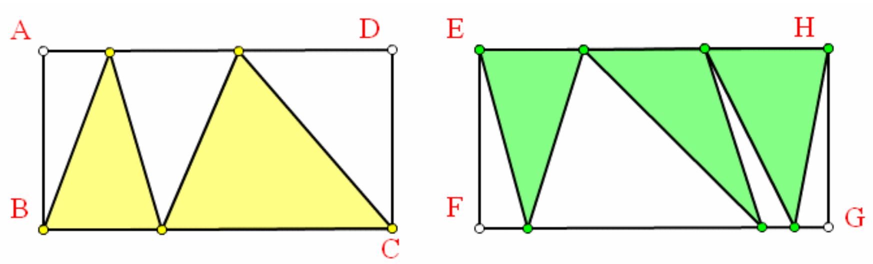

圖 5-52

③. 利用「面積不變」的拖曳方式，可以分別將兩個黃色小三角形及三個綠色小三角形組合成一個大的三角形，而它們都等於長方形面積的一半，所以面積相同(如圖 5-53)。

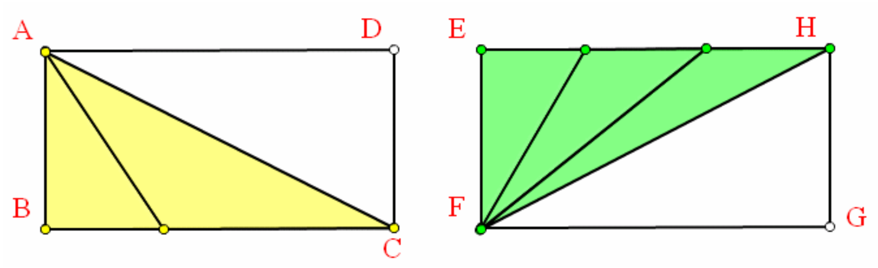

圖 5-53

(3) 問題探索：

①. 利用畫平行四邊形工具畫一平行四邊形，並將其命名為 ABCD，再利用畫點工具拖曳一頂點置於 $\overline{AB}$ 上，並將其命名為 E，則 E 點便只能在 $\overline{AB}$ 上移動(如圖 5-54)。

②. 利用作直線工具畫一直線連接 A、C 兩點，再使用作平行線工具作過 E 點作一直線平行 $\overline{AC}$，最後使用畫點工具拖曳一頂點置於平行線和 $\overline{BC}$ 的交點上，並將其命名為 F 點(如圖 5-55)。

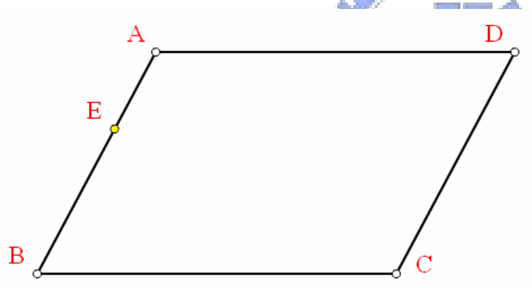

圖 5-54

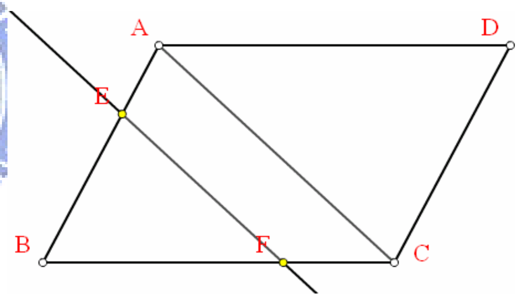

圖 5-55

③. 利用作直線工具畫連接 $\overline{DE}$ 及 $\overline{DF}$，再畫兩個三角形並利用「吸附圖形」的功能將其吸附至△ADE 及△CDF(如圖 5-56)。

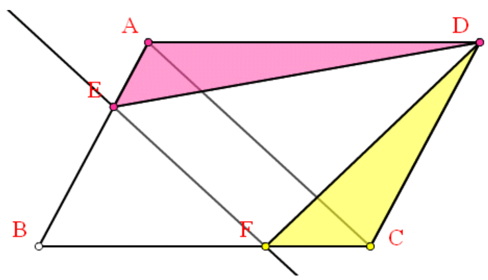

圖 5-56

④. 將粉紅色三角形的三頂點的拖曳方式設成「面積不變」的模式，然後拖曳 D 點沿 $\overline{CD}$ 路線至 C 點，拖曳 E 點沿 $\overline{EF}$ 路線至 F 點，最後拖曳 A 點沿 $\overline{AD}$ 路線至 D 點，在拖曳的過程中三角形的面積均保持不變，如此便能說明△ADE 的面積如何等於△CDF 的面積(如圖 5-57)。

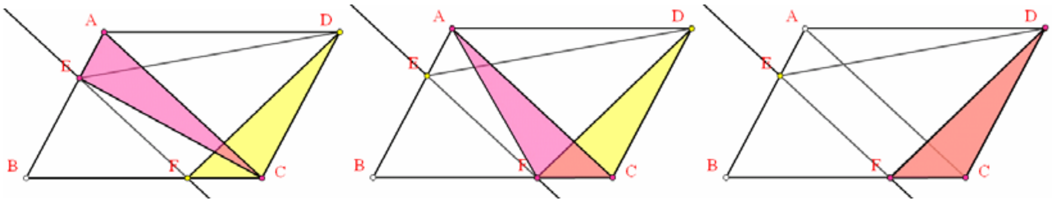

圖 5-57

⑤. 除了固定的附圖之外，學生也能改變平行四邊形的形狀，或改變 E 點的位置觀察在相同的條件下是否能得到一致的結果(如圖 5-58)。

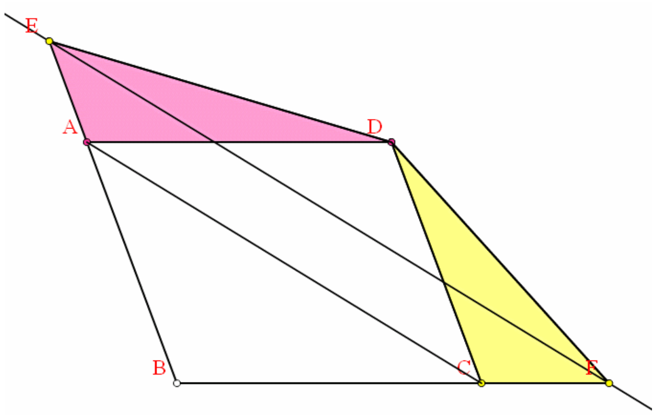

圖 5-58