

第二章 文獻探討

本章將針對與數學寫作相關的研究文獻進行分析探討，以作為研究設計及研究結果討論之依據。全章共分四節：第一節討論線上數學寫作的內涵，第二節是線上討論區簡介與其使用界面之介紹，第三節說明我國實施數學寫作研究的情形，第四節是 92 學年度翰林版國一下學期教材之分析及討論。

第一節 線上數學寫作的內涵

一、數學寫作 (Mathematical writing) 的定義及重要性

美國國家數學教師協會 (National Council of Teachers of Mathematics) 於 1991 年提出「將寫作 (writing) 應用於數學解題歷程」，國內學者亦提出將寫作活動融入數學教學的觀點，強調有意義的溝通以加深學生瞭解數學概念，並在數學課程教學中設計寫作素材並實施之，以呼應提升「瞭解數學學習」的教育趨勢 (劉祥通，1997；陳怡靖，2002；袁媛，2003)。

數學寫作是指將寫作融入數學教學、解題活動中，以作為數學學習和溝通的橋樑，亦即用自己已經學到的數學概念，轉化成文字或圖形的方式表達、書寫出來，藉以訓練自我的邏輯思考與跟他人進行數學的溝通。整體而言，數學寫作教學與傳統教學的差別如下：

(一)、傳統教學是以老師解題為主，學生被動模仿；數學寫作教學則是由老師布題，學生主動解題。

(二)、傳統教學大部分是單向的溝通；數學寫作則是多向、多元、有效的溝通。

(三)、數學寫作顛覆傳統教學的紙筆練習與計算，強調「概念溝通與思考分析」的訓練。

國外學者 Odell (1980) 及 Emig (1997) 強調寫作與學習之間的關聯性，他們認為寫作可以幫助學生培養分析、比較事實和綜合資料的能力。對於自然科學或數學而言，Carolyn (1995) 認為可藉由寫作來培養學生流暢地使用其領域的語言，以發展出對學科的概念理解與溝通。Beverly (1994)、Kimberly 及 Theresa (1995) 亦指出數學寫作可解決學生不瞭解數學字彙、缺乏數學信心、缺乏數學寫作知識等困境，對於學生之數學成就有顯著的影響。美國國家數學教師協會 (National Council of Teachers

of Mathematics) 則在 1991 年出版之「數學課程與評鑑標準」(Curriculum and Evaluation Standards for Schools Mathematics)，建議將寫作融入數學的教學，以助於學生對數學概念的瞭解、溝通技巧及解題能力。

在國內相關研究方面，劉祥通與周立勳指出，透過數學寫作活動，有助於學生的數學解題、表徵活動、知識建構及發展統合認知的能力，而且教師可以從學生的寫作中瞭解其學習狀況，並對學生做個別化的指導（引自魏宗明，1997）。教師也可以從活動中得知自己的教學是否有成效，有助於師生之間的溝通，協助老師教的更好（陳怡靖，2002；薛麗卿，1998）。不過，有研究指出（楊雅捷，2002），由於數學題目都是使用文字來敘述的，且解題流程、步驟、結果亦要使用文字來表達，因此文字、語言的表徵會影響學生數學解題結果，即學生的先前語文能力會影響數學寫作的品質。此外，若在數學課程中實施寫作活動，必須是全程融入教學過程，並不僅止於附加的填充學習活動，如此數學寫作的實施才能加深學生學習數學的效果，對數學學習產生最大的助益（袁媛，2003）。

二、數學寫作布題的原則與技巧

教師的數學布題 (problem posing) 不僅深深影響著學生的解題表現，一個設計良好的題目更可激發學生進行數學討論，提供學生另一思考方向。因此，良好的數學寫作布題應依循以下五個原則：1. 問題的情境要在學生的「可能發展區 (Zone Proximal Development, 簡稱 ZPD)」，即嘗試詢問學生能力以外的問題，來激發學生的能力，進而向較高層次領域發展；2. 需考慮學生的觀點，即以學生所學的概念為出發點，所有的題目有助於學生理解概念；3. 需考量教學目標，即設計題目盡量配合教學目標；4. 以課本為基礎，即寫作的題目主要以課本為主；5. 需釐清布題的目的，即要知道為什麼要出這個題目給學生寫作、其目的為何，並藉由詢問「為什麼」或以「複述」、「回應」、「挑戰」、「追問」技巧來澄清學生的概念（陳淑娟，2003）。

國外學者亦指出 (Dale & Bernsdette, 1989)，教師可掌握下列寫作布題的技巧，例如在題目末端加上下列語句，來詢問學生進一步的想法並寫出問題所在：

(一)、請你嘗試寫出所有你可以想得到的概念，例如：

1. 你在想什麼？
2. 你能多說一點嗎？

3. 請用不同的觀點再寫一次。

4. 你確定是這樣嗎？

5. 你如何得到這個答案的？

(二)、詳細寫出每一個步驟並解釋給老師、同學聽，例如：

1. 標示出這個步驟來。

2. 說出最後這一步驟的意思。

3. 寫出每一個步驟，就如同你要告訴你的朋友你的想法是什麼。

4. 請再說明你的想法，並確定別人皆可瞭解。

(三)、若需要，可畫圖來表示，例如：

1. 你可以把圖畫出來嗎？

2. 盡可能使用圖示來表示、說明。

由上述寫作布題的技巧可發現，任何題目的設計不單僅是要求學生算出答案，主要是讓學生寫出自己的想法，藉此讓學生瞭解自己所學的數學概念及其學習程度。

三、數學寫作的活動內涵

各學者所提出的寫作活動方式十分多元，但主要還是取決於當事者的教學情況，以便選擇最佳的方式來進行教學，而所有的寫作方式其最重要的目的是提供教師與學生有個良好的溝通管道。因此要設計什麼內容、題材讓學生可以融入寫作，進一步要寫出自己的想法，是件非常重要的工作，以下綜合各學者所提出的方法並說明之。

(一)、記事 (logs)

讓學生對正在學習的教材內容做學習記錄，如此可以提供學生反省思考、檢視自己所學習的概念。

(二)、日誌 (journals)

簡單記錄、寫下當時教師所提的問題、老師所說的話、上課的教學情況或當下自己即時的想想法、疑問…等。

(三)、解釋錯誤的寫作 (explaining errors writing)

解釋題目所呈現的錯誤或不合理的步驟，即讓學生自己找出題目錯誤的地方，並用自己所學習的概念加以澄清、做出合理的解釋。

(四)、創作性的寫作 (creating writing)

讓學生運用所學的概念、知識來編寫成含有情境的事件，甚至融合生活情境並發揮創意，賦予不同概念的表現方式。基本上，創作性寫作是結合數學概念、寫作以及創造思考的一個學習活動。

(五)、作總結的寫作 (summarizing writing)

對於寫作的題目作歸納、總結，並寫出自己最終的看法、結論。

(六)、過程的寫作 (process writing)

盡可能把自己的解題過程、想法，詳細地寫出來，即可以多鼓勵學生留下解題痕跡，讓教師可從中獲得學生學習的概況，以改善、補充教學。

(七)、開放性問題的寫作 (open-ended questions)

開放性問題的特徵是答案並非只有一種，解題的方法亦不是唯一，而是藉由分析、討論的過程來找出答案，以有助於學生作多重的思考。

(八)、闡述性的寫作 (expository writing)

讓學生應用所學的數學知識來清楚地解釋、說明數學概念，因此它的寫作方式是針對一些特定的數學名詞、數學概念及解題程序，讓學生根據自己的理解，用自己的話寫出來，並且加以說明解釋清楚，這是它與記事、日誌最大的不同處。

(九)、改正錯誤的寫作 (revising writing)

從解題的過程找出錯誤步驟，並加以修正、解釋之，藉此讓學生去省思不同的解題過程是否正確，亦可瞭解不同的解題方式。

(十)、下定義 (defining)

讓學生使用自己的話，對某數學概念下定義，如此可以幫助學生思考此概念的定義，進而幫助學生將此概念記得更牢、更加理解。

(十一)、問問題的寫作 (questioning)

要求學生以教師提供的算式寫出相對應的數學文字題，也就是讓學生擬題，以培養學生問題分析、發展的能力。

(十二)、創作文字題的寫作 (creating wording problems)

如同成語接龍，教師先在黑板中寫出一個數學名詞，然後用腦力激盪的方式，鼓勵、激勵學生說出由這個數學名詞所衍生出來的聯想詞，將它寫下來，最後由師生一起來將這些資料分類，讓學生更瞭解這些概念的原貌。

袁媛(2003)則將常應用在寫作的數學寫作活動內容分成下列兩項：

(一)、常態性數學寫作

即實施類似日記一般的寫作狀況，在課餘後可實施之，主要實施寫作的內容如下：

1. 學習日誌：請學生詳實地記錄每單元教學時所引發的想法或疑問，且任何與學習有關的事物皆可記述於上。
2. 標題寫作：以 Polya 解題四步驟為主(瞭解題意、擬定解題計劃、執行解題計劃、驗算或回顧)作為數學寫作的導引原則，要求學生以此解題歷程順序列出分析思考、解題計算的內容。
3. 闡述性寫作：要求學生應用所學的知識，清楚、合理地解釋其所瞭解關於數學概念與解題程序的內容。

(二)、機動性數學寫作

即實施類似教學活動之口頭詢問，可在課堂上隨時實施的寫作。主要實施寫作的內容如下：

1. 札記：此形式類似學習日誌但屬於非正式性質，學生可隨機使用以補充學習數學時的需要。
2. 創造性寫作：使學生有機會以數學概念來編輯自己的故事、羅織自己的想法，也可融合生活情境並發揮創意，讓數學概念有不同的表現方式。
3. 主題性寫作：由教師扮演引導的角色，配合教學預設完整的主題式問題，來誘導學生回應。

總而言之，數學寫作活動的實施時間不限於課堂或課餘時間，教師對於學生寫作的想法亦應於課堂上補充說明，讓學生更瞭解自我學習概念的正確性。此外，綜觀整個寫作活動的實施，例如：活動流程、實施對象、寫作布題、寫作時機、事後的分析討論…等，教師應有事先的規劃，以助於寫作活動教學的推動，並且藉由學生的寫作，教師可從中瞭解學生的數學知識學習程度、解題方法是否完備、對數學的喜好是否有增加，學生亦可從中檢視自我學習概況，進而獲得更完善的數學知識。

第二節 線上討論區簡介與其使用界面之介紹

一、線上討論區的定義

國外學者將線上討論區稱為網路學習社群 (Web-Based learning community)，是指一群人在網路上基於共同的理想，在相類似的學習目的

趨使下，經由討論、溝通、互動、回饋、傳授、諮詢、分享、提供、交換、合作、或搜尋的過程，進行資源共享、資訊流通、知識分享、知識創造、經驗交換、情感交流的活動，進而共同學習的虛擬環境（張淑萍，2000）。國內則將線上討論區通稱為BBS（Bulletin Board System），而BBS早期為台灣學術網路（Tanet）的特產（劉大川，1997），它提供文字分類討論、線上即時文字交談、問題解答、經驗交流、檔案傳輸…等主要功能。

網際網路始在台灣發展時，因網路頻寬之限制，BBS討論區屬於純文字介面，檔案小，傳輸快，因此在台灣學術網路使用上佔有一席重要的地位。進入BBS討論區系統前需進行註冊（register），確認（confirm）網友身份才能進行發表文章、參與討論、經驗分享，現在的WEB介面討論區亦需註冊，藉此管制網友的一切行為。隨著網路科技的發展，網路可透過電話線路進入家庭裡面，使得人人都有機會在家使用ADSL來上網。

二、線上討論區的功能

（一）、對學生而言

BBS具有訊息交換、線上交談、問題解答、經驗交流等多項功能，舉凡校園資訊、圖書館服務、學術活動、交通資訊都盡在其中，為學校學生之最愛，在台灣學術網路上甚為流行。每個BBS站各具特色，但通常具備下列功能：

1. 一般性的BBS服務

一般性的服務包括公佈討論區、休閒聊天區、站務服務區、站內（校園）資訊、意見交流區、個人設定區、系統工具區（使用排行榜、使用者名單…）等項目。

2. 信件服務

BBS最膾炙人口的服務就是信件，它可用來傳送信件，一次可寫信給一人或多人。

3. 休閒生活服務

一般的BBS大都會提供一個休閒聊天的場所，可說笑話、聊八卦新聞、職棒職籃消息、流行音樂、影視新聞等，以排遣緊張生活。

4. 線上聊天

BBS提供線上聊天功能，深受網路族喜愛，只要在線上即可互相交談，十分快速有趣。

5. 其他服務

有些 BBS 會提供二手貨拍賣服務，促進貨暢其流、物盡其用。

(二)、對教師而言

「網路學習系統」可以免除「傳統教室」時間、空間的限制，其「隨時、隨地、任何人」的學習環境正符合現今教育多元化學習的精神。因此教師可以利用此優勢，以 BBS 討論區為管道，來誘發學生上網去發展、討論數學問題，藉此減少算數學的枯燥與考試的壓力，讓學生感覺是在玩電腦的活動，藉此提升他們學習數學的意願。

不少研究已證實，以網路上的 BBS 討論區為基礎的教育活動有正向的利益與潛力，例如：訓練寫作或增進寫作技巧 (Allen, 1993; Zoni, 1992)、增進小學生數學解題能力 (馬秀蘭, 2000)、提供其他同學參考與學習的價值 (Johnson, 1983)、訓練反省性的思考能力 (謝佩宜, 2003) …等。此外，有不少遠距教學計畫及利用 BBS 討論區從事教學活動的研究，也視 BBS 討論區為一個溝通及討論的園地。

此外，由於網路學習社群是一種「知識分享的概念」，在社群中每位成員都有其專業知識技能，可以透過網路溝通工具相互進行經驗交流與知識分享，因此教師可利用課餘閒暇時上網進行社群討論，這是教師自我進修與學習的最佳管道 (呂益彰, 2000; 張淑萍, 2000)。

三、線上討論區介面介紹

黃清俊(2004)指出討論區的基本架構有：資料搜尋(data search)、查尋個人資訊(profile)、積分排行榜(point)、私人訊息(private messages)、控制台(control panel)、文章置頂(locktop)及針對身份提供刪除與編修的權限(delete、edit)。以下所述之討論區，皆具備上述基本功能，而 BBS 討論區是使用 Telnet 程式登入，並以純文字為主界面，因為只有純文字的關係，所以瀏覽 BBS 文章的速度較迅速，以交通大學資工鳳凰城 BBS 討論區 (bbs.csie.nctu.edu.tw) 為例：



圖 1 交通大學資工系鳳凰城BBS討論區登錄歡迎畫面

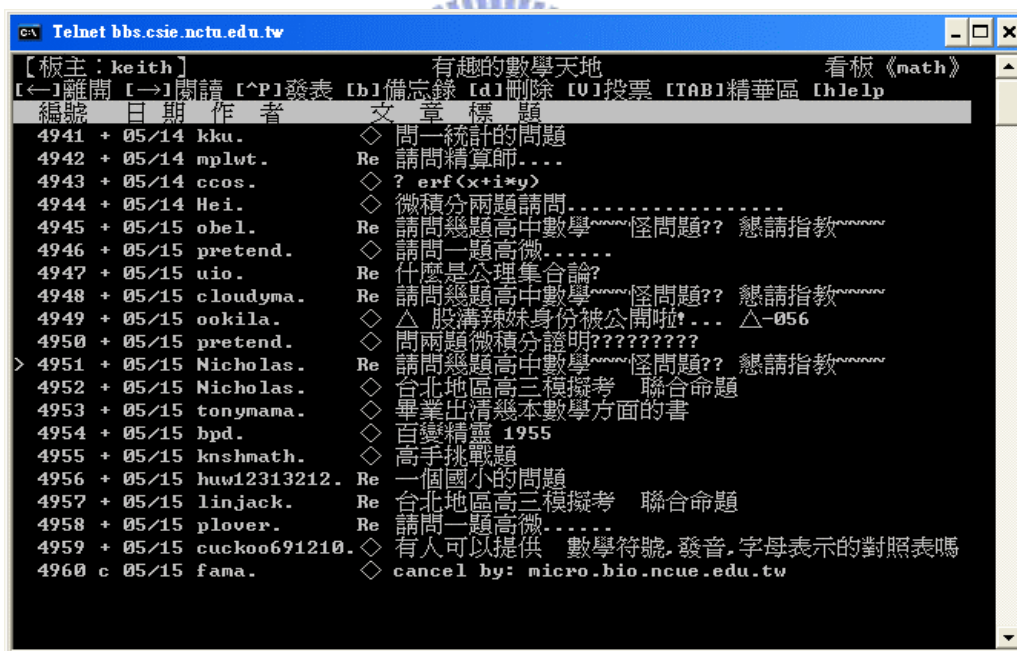


圖 2 BBS 討論區文章

在網路軟、硬體愈加成熟之際，討論區所呈現的界面也愈來愈精彩，現今的討論區（有人以論壇 forum 或社群 community 稱呼之）則以多媒體的方式呈現，例如：加入圖片、聲音、影片、動畫…等網頁(homepage)以供網友瀏覽，網友只要透過瀏覽器（Internet Browser/Netscape）即可上網參與討論、學習、交流。以下呈現數個討論區的範例：

(一)、Yahoo 奇摩家族討論區
(http://w5.club.tpe.yahoo.com/)



圖 3 奇摩家族討論區

(二)、phpBB 繁體中文化網站「竹貓星球」
(http://phpbb-tw.net/)



圖 4 竹貓星球討論區首頁

(三)、vBB 繁體中文化網站「壞壞星球」
 (http://www.d1635d.com/BAD/index.php)

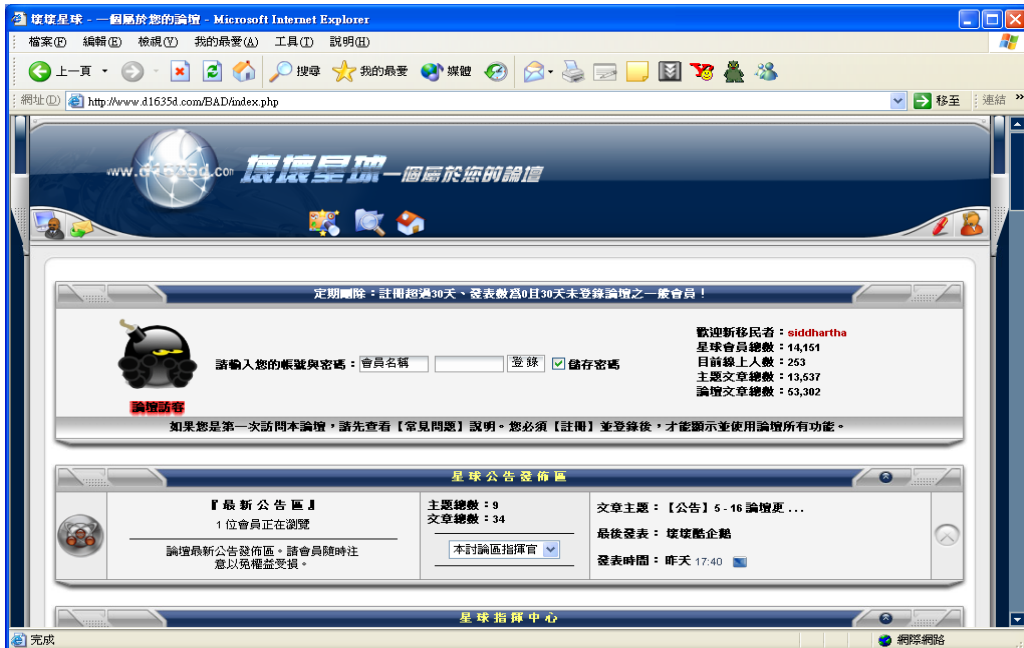


圖 5 壞壞星球討論區首頁

(四)、iPB 繁體中文化網站「不亦快哉」
 (http://ibtaiwan.com/ipb/index.php)



圖 6 不亦快哉討論區首頁

(五)、LB5000 官方討論

(http://bbs.leobbs.com/cgi-bin/leobbs.cgi)

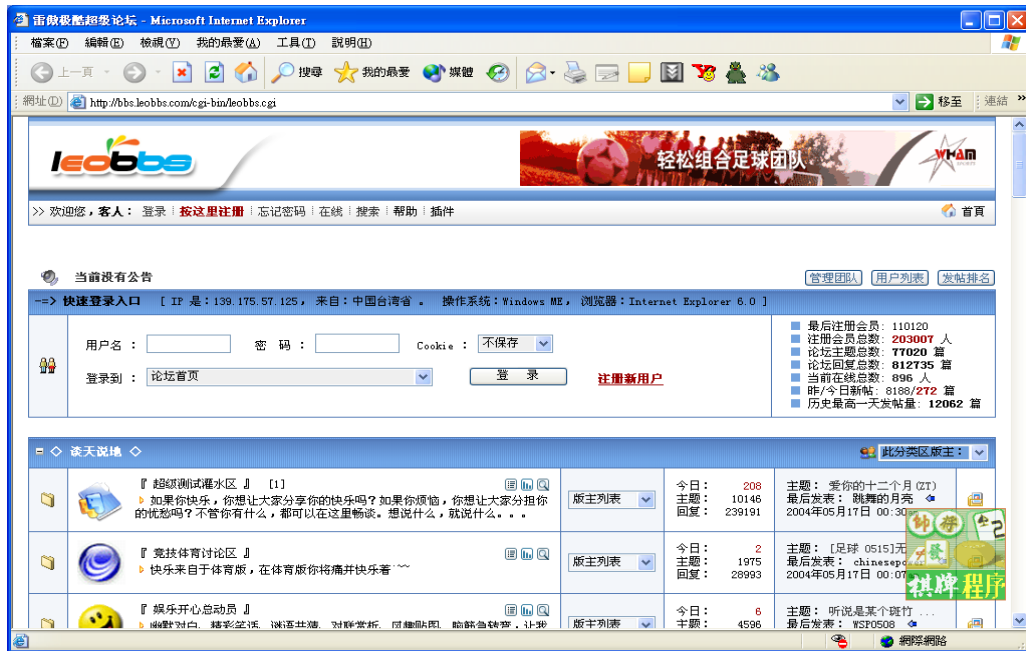


圖 7 LB5000 官方討論區首頁

(六)、LB5000 繁體中文化網站「認證論壇」

(http://www.hennlong.idv.tw/cgi-bin/leoboard.cgi)

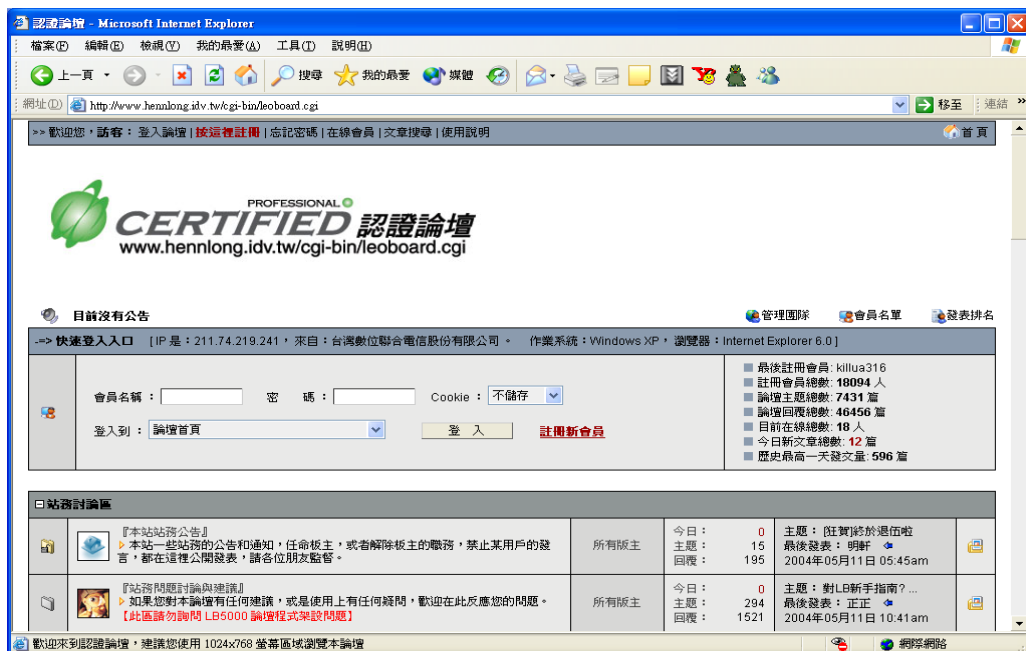


圖 8 認證論壇討論區首頁

(七)、Discuz 官方討論區
(http://www.discuz.net/)



圖 9 Discuz 官方討論區首頁

(八)、iPB 官方討論區
(http://demo.invisionboard.com/)

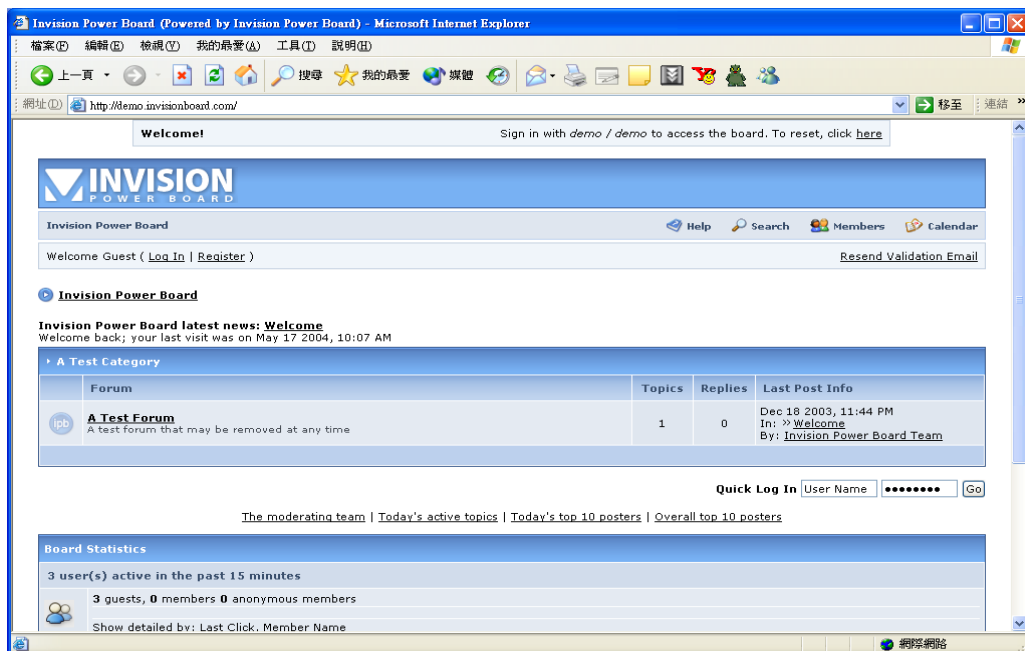


圖 10 iPB 官方討論區首頁

(九)、vBulletin 官方討論區
 (http://www.vbulletin.com/)

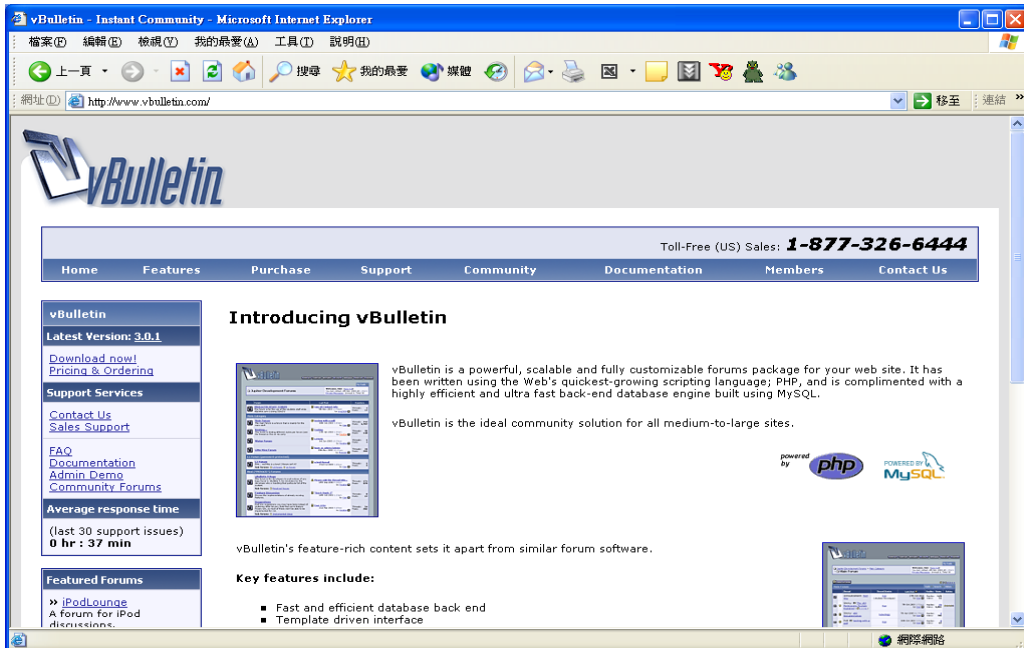


圖 11 vBB 官方討論區首頁

(十)、phpBB2 官方討論區
 (http://www.phpbb.com/phpBB/)



圖 12 phpBB2 官方討論區首頁

(十一)、snitz (asp) 官方討論區
(http://forum.snitz.com/)

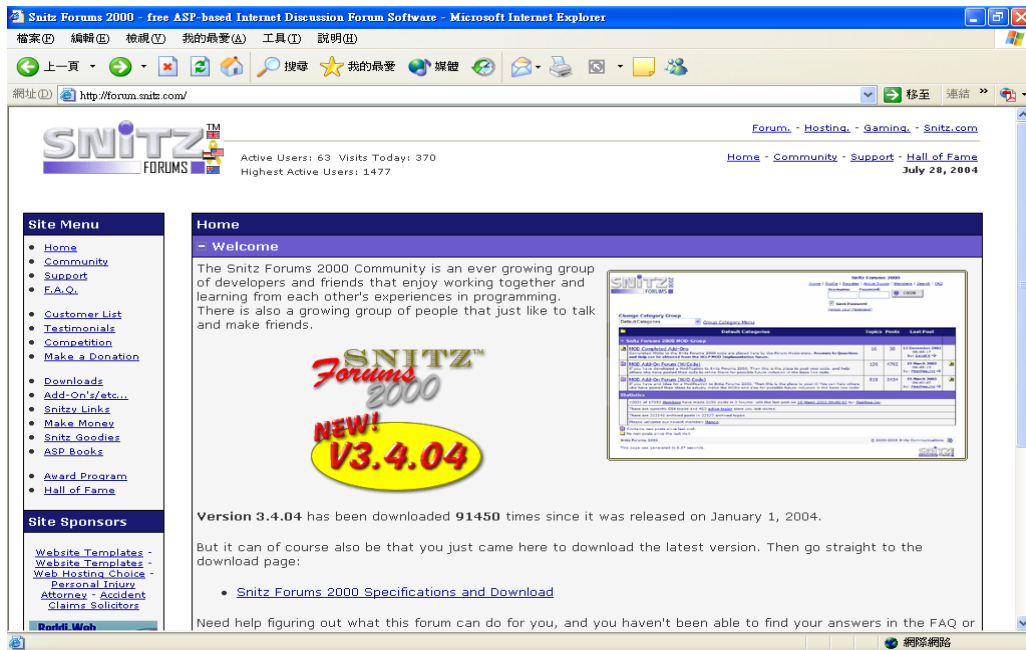


圖 13 snitz 官方討論區首頁

研究者把上述所提及的討論區程式，依其程式特性、使用狀況、是否要付費、程式操作、管理難易…等作一比較，如下表 1：

表 1 各討論區程式特色一覽表

	BBS	vBB iPB	phpBB2 Discuz	LB5000	snitz
程式基礎	Perl	PHP	PHP	CGI	asp
繁體中文	有支援	有支援	有支援	有支援	有支援
軟體屬性	免費軟體 Freeware	商業軟體	免費軟體 Freeware	共享軟體 shareware	共享軟體 shareware
付費情形	免費	需付費	免費	個人版免費 商業版付費	需付費
資料庫	無	SQL	SQL	無	access
安裝介面	純文字	圖文並茂	圖文並茂	圖文並茂	圖文並茂
瀏覽工具	telnet	IE/NS	IE/NS	IE/NS	IE/NS
瀏覽速度*	超快	快	快	快	快
資料備份	簡易	易	易	簡易	易
安全性	尚可	佳	佳	尚可	不佳
多媒體呈現 (圖片、影音)	不佳	佳	佳	佳	佳
文章呈現	散狀式	樹狀式	樹狀式	樹狀式	樹狀式
網站管理	後台控制	後台控制	後台控制	後台控制	後台控制
會員管理	群組模式	群組模式	群組模式	群組模式	群組模式
程式維護	官方網站	官方網站	官方網站	官方網站	官方網站
外掛程式	少	多	多	少	少

*主要取決於使用者頻寬大小

資料來源：竹貓星球作者群（2004）。PHPBB 論壇架設寶典 2004。

整體而言，討論區程式的設計概念大同小異，例如皆支援繁體中文、瀏覽速度快速、資料備份簡易、網站管理屬後台控制、會員管理屬於群組模式、程式維護隸屬官方網站等，但在程式基礎、軟體屬性、付費情形、資料庫、安裝介面、瀏覽工具、安全性、多媒體呈現、文章呈現及外掛程式等方面則有些許不同。若以研究者的觀點來選擇，vBB 與 phpBB2 兩者都是屬於功能強大討論區程式，但 vBB 需購買之後，方能合法使用。因此研究者推薦 phpBB2，因為程式免費，沒有所謂版權使用的問題，且有繁體中文語系的輔助，對於不諳英文的人較方便；此外，值得一提的是 phpBB2 討

論區的搜尋功能與其搜尋結果較詳細，對於學生寫作資料的整理、分析都相當方便且實用，但需要搭配 SQL 資料庫程式方能運作。

第三節 我國實施數學寫作研究的情形

國內目前曾研究數學寫作學者有劉祥通、薛麗卿、魏宗明、鄔瑞香、黃瓊儀等共提出四篇寫作活動教學的研究，線上數學寫作活動之研究則共有林文忠及袁媛等兩篇。以下將國內數學寫作相關研究，依其屬性、研究設計及研究結果列表如下：

表 2 我國實施數學寫作研究一覽表

研究者	屬性	研究時間	研究設計	研究結果
<u>魏宗明</u>	傳統寫作	1997	以嘉義縣六所國小 182 名五年級學生為對象，隨機分派至分組寫作組、一般寫作組、傳統教學組，進行 13 週之實驗，來探討數學寫作活動對三組學生在算術理解能力、數學解題能力之差異，並分析其寫作活動記錄法。	1. 在算術理解能力方面，數學寫作活動對學童的影響不明顯。 2. 在數學解題能力方面，數學寫作活動對中等數學能力學生較低數學能力學生具有正面的效果。
<u>周立勳</u>	傳統寫作	1998	以台北市 123 位國小六年級學生為實驗組，實施數學寫作活動教學與學習日誌寫作，另以 82 位學生為控制組，實施一般「講解-練習」的數學教學。經一學期的實地教學後，比較兩組學生的解題表現並評量實驗組學生的寫作表現。	1. 實驗組在數學解題能力上顯著優於控制組。 2. 寫作對於增進國小學生瞭解問題、擬定計畫與執行計畫等解題歷程的表現有顯著積極的效果。
<u>薛麗卿</u>	傳統寫作	1998	以台北市忠義國民小學六年級兩班共 40 名學生為對象，其中實驗組 20 人、控制組 20 人，來探討數學寫作活動對於提升國小學生解題能力及改善數學態度的效果。	1. 實驗組具有較習慣說出自己的想法、較常圖示題目，面對難題時較清楚問題的所在及較高的解題正確率的特徵 2. 實驗組對於數學寫作活動普遍持正向支持的態度。
<u>劉祥通</u> <u>鄔瑞香</u> <u>黃瓊儀</u>	傳統寫作	2000	以台北市國小三四年級共 3 位學生為研究對象，進行數與量此單元的數學寫作，以分析一位國小老師的數學布題意圖，進而瞭解學生寫作解題的歷程。	欲誘發學生參與討論，需要有良好的布題及給予正面的回饋，以便讓學生能有省思行為與建構數學的概念。

(接續頁)

林文忠	網路 寫作	2002	以國中一年級數學課程為學習內容，發展網路線上數學寫作之學習環境，並以 <u>台北縣某</u> 國中一年級一個班級的二十個學生為實驗對象，隨機分派至實驗組及控制組，來探索線上數學寫作在國中數學教學應用的輔助性成效。	研究結果顯示，實驗組經過 19 次的線上數學寫作活動後，其解題能力表現顯著優於控制組。
袁媛	網路 寫作	2003	以新竹地區一所國立高中二年級共 35 位學生為研究對象，以分析網路數學寫作對於高中生數學態度的影響。	經過一學期的實驗後，網路數學寫作活動雖未對學生數學態度有顯著的影響，但教師可從寫作活動中更瞭解數學教材、學生思考方式與學習困難。

上述數學寫作之相關研究中，有四篇是以國小高年級學童為研究對象，且研究地點皆是在教室進行紙筆的數學寫作教學活動，由教師設計學習單讓學童寫作，從中找到與學童作數學溝通的管道，其研究探討重點大都著重在其算術理解能力、數學解題能力是否因實施數學寫作後而有所差異（劉祥通、周立勳，1998；薛麗卿，1998；魏宗明，1997）；其中劉祥通、鄔瑞香、黃瓊儀（2000）此篇文章屬於質性的研究，藉由探討一位國小老師的數學布題意圖，進而瞭解學生寫作解題的歷程。

其餘兩篇是網路線上的數學寫作活動研究，其中林文忠的研究對象是國中生，袁媛則以高中生為研究對象，兩篇研究結果顯示網路寫作對學生的數學學習態度沒顯著的影響，但學生對於網路寫作教學與活動大多都給予正面的肯定。此外，林文忠所使用的網路系統是由自己編寫而成，袁媛則是使用交通大學網路學習專班所提供的系統，自己設計的程式可針對個人需求來增減系統功能，而使用他人所提供的系統則可省去一筆時間，專心致力於教學活動。

以下是林文忠及袁媛所設計之網站首頁及登入畫面：



圖 14 林文忠數學寫作討論區首頁



圖 15 林文忠數學寫作討論區之課程討論



圖 16 袁媛網路數學寫作首頁

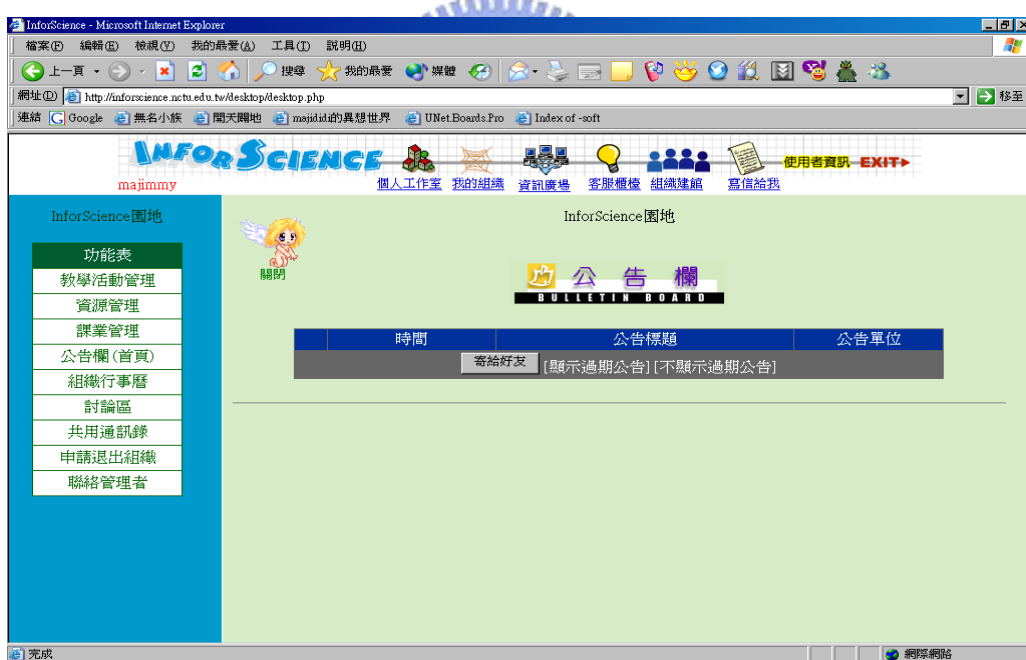


圖 17 袁媛網路數學寫作操作界面

比較傳統寫作與網路寫作學生的書寫情形，傳統寫作的內容、文字敘述、繪圖解說都較網路寫作豐富，而網路寫作的優點則是可以不限時間、地點進行寫作。不論傳統寫作或網路寫作，其寫作的內涵、精神、意義卻是雷同的，因此教師可以依單元特色進行不同的寫作活動，以增進教學的活潑性，激發學生的學習動機。

第四節 教材分析

教育部自 90 學年度起全面實施九年一貫課程教學，各出版社所編印的教材均以部頒國民中小學九年一貫學科能力指標為依據，且經由教育部教材審議委員會核准通過後，再供中小學各學校教學研究會評估與選用。

九年一貫數學領域課程中有五個重要的主題：數與量、幾何、代數、統計與機率、連結，而一年級第二學期數學課程即牽涉數與量、幾何、代數此三個主題，下表 3 分述國中一年級第二學期數學各單元之教學重點與相關研究：

表 3 國中一年級第二學期數學各單元之教學重點與相關研究

單元名稱	九年一貫數學領域暫行綱要	教學重點與相關研究
一、等量公理	N-3-21 能在情境中理解等量公理 C-R-1 能察覺生活中與數學相關的情境 C-R-2 能察覺數學與其他領域之間有所連結 C-T-2 能把情境中數量形之關係以數學語言表出 C-S-2 能選擇使用合適的數學表徵 C-C-1 瞭解數學語言的內涵 C-E-1 能用解題的結果闡釋原來情境的問題	1. 屬於五大主題中的代數課程，教學重點在於培養學生有良好的文字符號運算能力。 2. <u>謝孟珊</u> (2000) 指出對於文字符號、代數式、等號、解題策略、解題程序等認知差異會造成學生不同的解題表現。 <u>謝宜玲</u> (2003) 則指出學生學習此單元時，易混淆文字符號運算（同類項合併）與等量公理（解方程式）這兩個概念。 <u>連信欽</u> (2002) 建議在等量公理的教學課程中採用圖像法的教學，會有助於學生對於等量公理的學習。
二、數型的關係	A-3-7 能察覺數量模式與數量模式之間的關係 C-R-1 能察覺生活中與數學相關的情境 C-T-1 能把情境中與問題相關的數量形析出 C-T-2 能把情境中數量形之關係以數學語言表出 C-T-3 能把情境中與數學相關的資料資訊化 C-S-3 能熟悉解題的各種歷程：蒐集、觀察、臆測、檢驗、推演、驗證、論證等。 C-C-2 瞭解數學語言與一般語言的異同	1. 屬於五大主題中的數與量課程，教學重點在於探究規律與邏輯訓練，以培養學生敏捷的觀察力，洞察規律。 2. <u>梁蕙如</u> (2003) 指出國中生數型命題論證的學習路徑可為：經驗論證到敘述說明，再到代數形式演繹，而學生由經驗論證到敘述說明的主要認知需求是能察覺經驗論證的不足、能察覺兩數型間的關係，以及能以語文表達命題中數型的一般代數式。

（接續頁）

<p>三、放大圖與縮小圖</p>	<p>S-3-9 能辨識基本圖形間對應邊長成比例時的形狀關係 C-R-2 能察覺數學與其他領域之間有所連結 C-T-2 能把情境中數量形之關係以數學語言表出 C-S-3 能熟悉解題的各種歷程：蒐集、觀察、臆測、檢驗、推演、驗證、論證等 C-S-4 能運用解題的各種方法：分類、歸納、演繹、推理、推論類比、分析、變形一般化、特殊化、模型化、系統化、監控等</p>	<p>1. 屬於五大主題中的幾何課程，教學重點在於由非形式化的推理逐漸提昇至形式化的推理。 2. <u>曾千純</u>（2001）指出，學生對於一維圖形（長度）放大縮小的圖形計算優於二維圖形（面積），但透過實際的操作能解決這困擾。<u>黃國展</u>（2003）則指出就解題歷程而言，中高能力以上的學生較能回憶舊經驗、了解題意及圖形的表徵、注意解題關鍵條件，並對題目作適當的分析與探索，而低能力組學生欠缺語意知識，較不會注意題目整體的結構。</p>
<p>四、線對稱</p>	<p>S-3-8 能瞭解平面圖形線對稱的意義 C-R-4 能察覺數學與人類文化活動相關 C-T-1 能把情境中與問題相關的數量形析出 C-T-2 能把情境中數量形之關係以數學語言表出 C-S-3 能熟悉解題的各種歷程：蒐集、觀察、臆測、檢驗、推演、驗證、論證等</p>	<p>1. 屬於五大主題中的幾何課程，教學重點在於能否掌握圖形線對稱的意義。 2. <u>邱俊宏</u>（2003）指出若在線對稱單元有加入電腦輔助教學，學生其數學學習成就顯著高於一般教學組。<u>陳天宏</u>（2003）建議在教授幾何圖形時可參考Van Hiele的發展層次來進行教學。</p>
<p>五、近似值</p>	<p>N-3-8 能用近似值描述具體的量，並說出誤差 C-R-1 能察覺生活中與數學相關的情境 C-R-2 能察覺數學與其他領域之間有所連結 C-T-2 能把情境中數量形之關係以數學語言表出 C-S-2 能選擇使用合適的數學表徵 C-C-1 瞭解數學語言的內涵 C-E-1 能用解題的結果闡釋原來情境的問題</p>	<p>1. 屬於五大主題中的數與量課程，重點在於學生必須先對所使用的概念程序與問題情境有相當的理解，才能恰當地估算。 2. <u>莊美蘭</u>（2003）建議透過擬題活動可引導學生釐清近似值、實際值範圍的概念。</p>
<p>六、體積與容積</p>	<p>N-3-13 能理解容量和容積（體積）之間的關係，並利用此關係計算大容器之容量 N-3-14 能將各種柱體，變形成長方柱計算其體積，形成柱體之體積</p>	<p>1. 屬於五大主題中的幾何課程，教學重點在於培養學生空間能力及視覺推理。 2. <u>梁勇能</u>（2000）指出教學時融入</p>

（接續頁）

	<p>計算公式</p> <p>C-R-1 能察覺生活中與數學相關的情境</p> <p>C-R-2 能察覺數學與其他領域之間有所連結</p> <p>C-T-1 能把情境中與問題相關的數量形析出</p> <p>C-T-2 能把情境中數量形之關係以數學語言表出</p> <p>C-T-4 能把待解的問題轉化成數學的問題</p> <p>C-S-2 能選擇使用合適的數學表徵</p> <p>C-S-5 瞭解一數學問題可有不同的解法，並能嘗試不同的解法。</p> <p>C-C-1 瞭解數學語言的內涵</p> <p>C-C-5 用數學語言呈現解題的過程</p> <p>C-C-7 用回應情境、設想特例、估計或不同角度等方式說明或反駁解答的合理性</p>	<p>空間視覺與操作活動可增進學生幾何學習效果。張淑怡（2004）則指出，容量與容積是一種三維的數量，因此教師對於題意的文字說明與分析應更詳細，且單位的換算需加強。</p>
<p>七、幾何量</p>	<p>S-3-11 能操作圖形之間的轉換組合</p> <p>A-3-9 能瞭解幾何量不同表徵式之間的關係</p> <p>A-3-10 能瞭解幾何圖形及形體變動時，其幾何量表徵式對應變動情形</p> <p>C-T-2 能把情境中數量形之關係以數學語言表出</p> <p>C-S-3 能熟悉解題的各種歷程：蒐集、觀察、臆測、檢驗、推演、驗證、論證等</p> <p>C-S-4 能運用解題的各種方法：分類、歸納、演繹、推理、推論類比、分析、變形一般化、特殊化、模型化、系統化、監控等</p> <p>C-C-1 瞭解數學語言的內涵</p> <p>C-E-1 能用解題的結果闡釋原來的情境問題</p> <p>C-E-2 能由解題的結果重新審視情境，提出新的觀點或問題</p> <p>C-E-5 能將問題與解題一般化</p>	<p>1. 屬於五大主題中的幾何課程，重點在於透過形體的分割、拼合、截補、變形及變換等操作，來了解形體的性質與幾何量的計算及非形式化推理。</p> <p>2. <u>何鳳珠</u>（2004）指出，經由實際物體的輔助教學能幫助學童釐清數量的關係，郭昭慧（2004）亦指出透過「GSP電腦輔助教學模式」有助於國一學生三角幾何課程之學習成效。</p>

（接續頁）

	C-C-1 瞭解數學語言的內涵 C-C-4 用數學的觀點推測及說明解答的屬性	
--	-------------------------------------------	--

參考資料：翰林版數學科一年級第二學期教師手冊

在「一、等量公理」部分，根據九年一貫課程數學領域暫行綱要、教師手冊所提示之教學重點與相關研究結果，可得知其特別強調文字符號的運算，因此教師在教授此單元時，宜特別加強、訓練學生的文字符號運算能力，且使用圖像法教學來協助學生學習符號的運算。在「二、數型的關係」部分，教學重點在於培養學生具備規律的察覺能力，進而使用數學代數式來表示之，讓學生能夠瞭解一般語言與數學語言如何轉譯。在「三、放大圖與縮小圖」部分，教學重點在於讓學生能夠瞭解放大與縮小對於圖形邊長、面積有何關聯性，其相似的數學關係為何？有何變化？其中研究指出（曾千純，2001），學生透過實際例子的操作會有助於放大與縮小概念的學習。在「四、線對稱」部分，教學重點在於觀察圖形的規律，教師可根據 Van Hiele 的幾何發展層次，設計電腦輔助教學活動，以協助學生學習線對稱的數學概念。在「五、近似值」部分，教學重點在於如何使用數學語言，將情境的狀況表達出來，研究發現透過數學擬題活動，即自己出數學題目，可讓學生反思如何在情境中表達數學語言，引導其建構逆向思考的能力。在「六、體積與容積」部分，相關研究指出（梁勇能，2000），不論是平面幾何或空間幾何，透過實際的操作活動，會有助於學生空間概念的學習，進而讓學生提升自己視覺推理的能力。在「七、幾何量」部分，相關研究指出，學生對於幾何概念的學習，宜透過實際操作活動來進行教學，以釐清其數學概念。

整體而言，從上述有關教材之研究可得知，由於實驗對象是學生，因此在考慮其數學程度後，設計寫作題目時宜以課本教材、內容為主來實施寫作活動，課外教材則視為課本的延伸教材來進行寫作。此外，在課堂教學時，使用電腦多媒體教材來呈現、輔助教學，對於學生學習有正面的效果。