

第一章 緒論

第一節 研究動機及背景

Galileo Galilei(伽利略)認為：大自然是依照數學方式建構的，人們只要掌握各個現象的基本關聯，就可以使用數學加以推演，而這些描述的數學式，也就是函數。函數可以用來描述人類生活中的許多現象與關聯，比如說：自由落體、銀行的利率與貸款的問題、氣溫變化曲線、股票市場的均線圖、鋼琴的聲波、人口成長曲線甚至星球運行的軌道與週期等等，都可以用函數來表示。因為在數學中引進變量及函數等概念，就可以運用數學方法來研究事物的運動、變化的現象及過程，從而更深刻地揭示物質世界的客觀規律。(楊弢亮，民 81)。所以函數不只是數學的重要觀念，更是科學研究的重要方法。

函數課程就是數學能力的一個最佳的代表，包括廣泛的數學先備知識與良好的演算能力，同時函數課程具有抽象且多元的數學概念，如同「九年一貫正式綱要」(民 92)的基本理念與實施要點中提出：演算能力、抽象能力及推論能力的培養是數學教育的主軸。這三者是連貫而非獨立分開的，也是培養學生數學能力的三個具體面向。而國中的。在中學階段，函數概念是數學學習的核心單元，從常數、未知數到變數等概念的轉變，由靜態思維到運動思維、由離散到連續、由運算進入了關係，並且在運算式、符號、圖表之間多重表徵的轉換。也是學生在思維跨越形式具體概念的界限，進入了抽象概念的起步。但是這麼重要的單元，根據研究者的教學經驗中發現，初次接觸的國中生來說，學習成效並不彰。全國青少年函數概念發展研究(92)指出：「我國國中學生對於函數的圖形表徵，和幾何圖形與函數之圖形的判別能力均明顯不足，教師在教學時應加強學生對於函數的整體概念學習及各表徵間的轉換能力」。Dreyfus 與 Eisenberg(1987)也發現：「中學生在代數式轉換到相關的圖形表徵有相當大的困難」。

由此看來，函數多面向的表徵，是造成學生學習困難的主要原因。然而靜態的課本教材以及傳統教學現場中，繪製函數圖形是單調且費時的，最重要的是無法呈現具有動態及多面向的函數概念。所以 National Council of Teachers of Mathematics (簡稱 NCTM, 2000) 在「Principles and Standards for School Mathematics」中指出：「利用電腦及計算器繪製函數圖形，並觀察當參數改變時，圖形的變動關係，有助於函數概念的理解」。因此為使學生建構函數概念的完整心像，適時的融入經過設計的電腦教材，是非常理想的工具。而且現今中學教育

現場，學生班級人數三十幾人，在面臨如函數這般的抽象概念，學生往往流於記憶及背誦的學習方式，學生無法有效的進行學習。爲了幫助更多的學生，筆者認爲如能將設計良好的資訊教材上網，或是製作成一個學習光碟，提供學生自學或課後加強，發揮網路無遠弗屆，不受時空限制的特性，配合多媒體的動態及互動式的設計，將能幫助更多的學生，此資訊教材亦能發揮更大的功效。

但網路學習亦有其缺點，Burton(1995)提到網路學習的缺點：「教學情境只提供大量且缺乏組織性整合的資料，使得學習者遭遇到學習迷失問題」。陳得聖、許鄭金鳳(1999)的研究指出：互動性與學習策略的運用，是影響網路化學習成效的主要原因。所以「資訊化」及「網路化」不代表就一定有學習成效，何種學習理論及策略對學生的學習有幫助呢？怎麼的設計及呈現能幫助更多的學生呢？這都是筆者亟欲知道的了解的。

基於國中函數的重要性，因此本研究將從函數爲學習內容，從學生學習的層面出發，利用現今的資訊科技，設計適合且易用的資訊模組，並融入學習策略的網路學習環境，來探討學生的學習成效，並提出檢討改進。最後期望能提供學生學習的不同方式及機會，來提升學習者在函數概念上各表徵的連結與完整。

第二節 研究目的與待答問題

本研究目的在於能設計一個良好的線上學習環境，來探討國一學生函數課程的學習成效，以期達到學生自學的目標。所以以此爲題來探討，並列出待答問題如下：

- 1、探討本線上學習環境，學習者在函數單元的學習成效與一般教學有何差異？
- 2、探討本線上學習環境的設計，對學習者各個函數表徵學習有何幫助？
- 3、探討本線上學習環境設計，對低成就學生的學習是否有幫助及幫助爲何？

第三節 研究限制

本研究受限於幾個主客觀的條件如下：

- 一、本研究完全採用網路進行教學，爲求每位學習者學習環境、設備、學習時間一致，故實驗組學生皆於電腦教室上課。

二、實驗組上課時停止留言版功能，並禁止連結至其他網站，而學生可自行瀏覽課程，但必須按照主題的順序來瀏覽，並且必須把所有的課程觀看完畢。

二、本研究採用 moodle 系統來架設學習網站，所以對於初接觸的學生有其操作的困難。因此本實驗的學生皆先接受 2 堂的入門課程，來熟悉操作功能，如此學習才能發揮功效。

三、本研究因受限於學習者之配課及電腦教室之使用時間，以及段考成績之因素，在影響學習者最少的考量下，故將實驗時間訂於兩週內完成。

第四節 名詞解釋

一、線上學習

教師將網際網路(Internet)應用於教學上，利用各種通訊技術將教材送到學生端的學習活動，不受時空限制。可利用網路提供：文字、影音、動畫、討論區、e-mail 等活動，進行多向溝通、互動與學習。本研究乃是學生主動在線上進行學習。

二、函數(function)：

對於任意給定的一個 x 值，都恰有一個 y 值。與它相對應，則我們說 y 是 x 的函數。(本研究所謂之函數，僅指現今國中數學的函數單元)

三、表徵(representation)：

將一種事物，轉換為另一種較為抽象或符號的方式(概念)，用以代表原來事物的心理歷程(張春興)。本研究的「表徵」意義，採以 Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987) 所謂的內在概念化的外在具體化(可觀察的)的意義。Lesh et al. 依溝通觀點將表徵分為(1)經驗導向的描述表徵。(2)操作表徵。(3)圖形表徵。(4)口語表徵。(5)書寫符號表徵。這些表徵在本研究中提出有四個主要表徵有：圖形、代數、表列及文字敘述等表徵。分述如下：

1、表列(table)：將函數的對應法則記錄在表格。定義域中的元素被填在表中的上列、而將它的值域的對應元素下列。如：

定義域 (x)	0	1	2	3
值域 (y)	3	5	7	9

2、圖形(graph)：由平面坐標系，使平面上的每一點皆是由每一對應的數對(x, y)所繪成，而全部的點就叫做此函數的圖形。

3、代數式(formula)：在數學上，表示出一個函數最經常使用的表徵，或能給定適當計演算法則的數學物件。如： $y=2x-1$ 、 $y=3x^2+6$

4、文字敘述：本研究指應用問題。

四、Moodle 學習網站

Moodle(modular object-oriented dynamic learning environment)模組化物件導向動態學習情境。為一種課程管理系統，具有「開放原始碼」及「模組化」方式來建構網站，教學者在建立新課程方面非常容易。

五、教學模組



Goldschmid 和 Goldschmid(1972)對模組的定義是：「一個獨立的單元，不受到一連串學習目標的支配，被設計用來協助學生完成某種定義明確的目標」。從教學內容來看，教學模組是一個主題式教學，內容上包括若干個相關的「子問題」。而子問題的組合，需根據教學者的特定目的而分解重組。

第二章 文獻探討

本研究的理論架構如下圖：

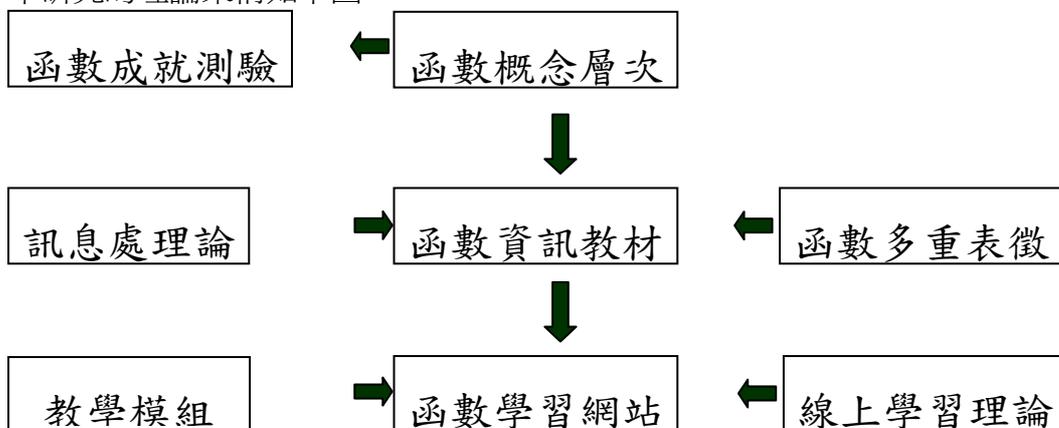


圖 2-1 理論架構圖

本研究以設計一個良好的函數線上學習網站，並要研究其學習成效，所以分析函數的概念層次來設計學習成就問卷，並配合訊息處理理論及函數多重表徵來設計資訊教材，最後結合教學模組及線上學習理論在網站上呈現教材。將於本章介紹各理論。

第一節 函數概念

一、概念的意義

「概念」這個詞彙本身，究竟代表什麼呢？Fischbein（1996）指出：早期心理學家對於概念的定義過於簡單，不容易被人們所接受；他認為概念並不是一個孤立的心靈實體(mental entities)，概念的本質應該是在「能夠維持各觀念間的不同動態關連」。Skemp（1987）認為：概念就是抽象的結果。他認為當我們將注意力集中於一組事物的某一個共同的特性，而暫時不去看它們的個別差異時，此時我們會抽象出這些事物的共同性，這整個心智活動的結果就是所謂的「概念」。他指出：雖然「概念」這個名詞使用非常廣泛，但是卻不容易精確定義。「概念」這個字本身的意思是無法定義的，因為任何概念都是「概念」的其中一個例子。不過我們可以藉由描述一些「概念」的特徵、「概念」的形成、「概念」的功用等等，來瞭解概念的本質。Skemp(1989)更進一步說明：數學家喜歡定義，但定義有優點也有缺點；定義能幫助我們抓住並易於記住對象的根本特性，使我們在初

學時就能對學習對象有一個概括的認識，但定義也有缺點，因為常只用一句簡潔的話來表述，對於瞭解一個概念的意義是不完整且失之簡單。

Hiebert & Lefevre (1986) 曾對數學概念提出這樣的說明：數學概念的理解不僅是定義在一些例子的回憶和認識，而且是當學生選擇正例或反例時，它們能夠區別什麼是與題目相關的數學概念屬性、能夠使用不同方式來表徵同一概念、也能夠確認數學概念不同的意義。概念的理解是「有意義的去解釋數學知識」的基礎；只有當學生能夠理解數學的概念時，他們才能夠建構數學知識的意義。

楊弢亮(民 81)也提出這樣的看法：人類是經由感覺、知覺、觀念、概念這四種不同的心理活動來認識這個世界，而「概念」是屬於比較深層的心智活動。他同時認為若要對一個事物形成概念，則必須要運用比較、分析、綜合、抽象、概括等一系列的邏輯方法，抽取出共通性，才有辦法形成「概念」，光憑直接的定義是不夠的。

因此概念的形成應以學生已學的及已瞭解的例子開始，人們對情境的相似性及情境中不變的元素會特別注意，而忽略其不相似的部分，最後概念才發展到定義。所以 Skemp(1987)和吳玫瑤(民 90) 也有類似的看法：定義是概念發展的最高層次。Skemp 也強調：數學概念不能精確定義，只能例示。而 Skemp(1987)在他的「數學學習心理學」一書中，更進一步提到數學概念的學習原則：

(一) 超過個人已有概念階級的高階概念不能用定義方式來溝通，只能蒐集有關的例子供其經驗，再靠他自己抽象以形成概念。

(二) 在數學中，有關的例子部分又含有其它概念，我們在提供例子時必須確定學生已經形成這些先備概念。

本研究所要探討的函數單元，在教學上即由一系列的例子出發，引導出函數的共通性，並藉由多媒體的幫助，讓學生能觀察及歸納屬性及表徵以及各表徵的連結，最後才是引出函數的定義。

二、函數的定義

R. Dedekind (1887)將函數定義為：「如果對應集合 M 中每一個元素 x ，依照某一種確定的對應規律 f ，集合 N 都有一個元素 y 與之對應，則稱 y 是 x 的函數」。這也是目前最常見的定義。但目前中學的函數課程中，未提到集合論，所

以定義方式會有所不同。爲了更清楚呈現國中函數幾個重要的學習主題，相關的先備概念以及許多子概念，如：對稱、平面坐標、代數運算等；且有許多的相關知識連結，整理概念圖如下：

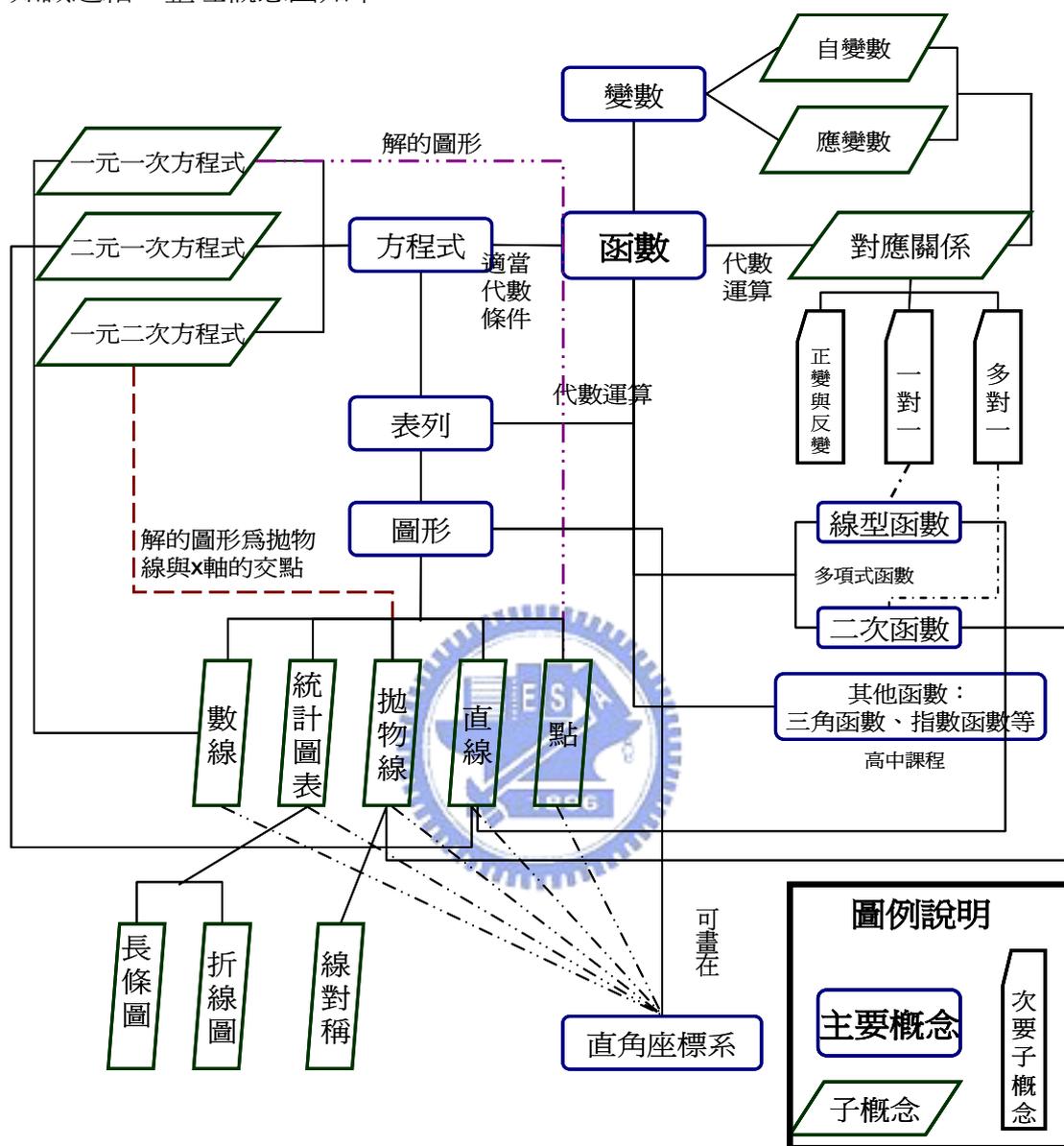


圖 2-2 函數概念圖

由上圖，可以看出在學習函數之前，有許多相關及先備的知識需要學習，所以在國中函數課程，並沒有佔很重要的位置。國中學生第一次接觸「函數」這個數學概念時，若沒有建立正確而完整的概念，則勢必將會對國中階段的一次函數、二次函數學習上造成困難；也會在高中以上的階段，如：多項函數、指數與對數函數、三角與反三角函數、及導函數與反導函數，甚至是微積分也都會造成學習上的困難。

吳玫瑤(民 90)的研究指出：高中的數學課本編排，都是利用函數的定義，檢驗出這些特定的式子就是函數，然後再深入探討。這樣的處理步驟與國中教材最大的不同在於高中的教材是希望學生使用函數的定義來檢驗函數；而國中則是透過各種不同實例及表徵的連結呈現，讓學生形成函數的概念，並不強調用函數的定義來檢驗函數。因為函數很多概念皆是國中學生初次接觸，所以儘可能由學生熟悉的實例和已習的知識開始，以直觀、淺顯、多元的介紹新概念。舉例來說：以速度與距離的關係，由未知數引入變數的觀念；而線型函數的學習則先以「描點」的已習概念入門，圖文並重的介紹線型函數必是一直線，之後再介紹平移的概念。

目前國中階段對函數的定義如下：若用 x 、 y 表示兩個變數，而且對於任意一個 x 的值，恰好有一個 y 值與它對應，我們就說 y 是 x 的函數

而高中的定義為：設 A 、 B 為兩個集合。如果依某種對應規則 g ，對於集合 A 中的每一個元素，在集合 B 中都可找到唯一的元素和它對應，這種對應規則 g 稱爲一函數(從集合 A 到集合 B 的函數 g)

國中的定義未引進集合論，只強調對應關係，並以實例出發，讓學生認識函數的概念與想法，這樣可以降低學習的理論難度，並加強各個表徵的實際運用。高中的定義引進了集合論，由嚴謹的集合語言來定義函數，並以定義來檢定是否爲函數。但基本上國高中的對函數的定義是有連貫性的，教師做函數研究應對函數不同階段的內容熟悉，才不會失之偏頗。本研究即以國中的定義來教學，不著重於函數定義的檢驗，而強調函數在不同表徵的呈現與連結，讓學生逐漸形成函數完整的概念。

三、函數概念的學習層次

概念是學習上一個重要的角色，但是概念的內涵並非靜態的，隨著知識的增加，人們對於概念的了解也會有不同的改變。杜嘉玲(民 88)認爲：概念發展現象由於受到外在知識的影響，因而引發大量相關的概念，產生概念內容轉變的現象。這即是認知論中「適應」的意義，學習者由認知結構失去平衡，進而調適、同化、產生新的概念，在此轉變的過程中，就產生了概念的層次。

Anna Sfard 從歷史與心理學的觀點，提出操作型概念(operational conception)與結構性概念(structural conception)兩種基本概念。而操作概念先於結構概念，Sfard 認爲「過程」最後的結果是要形成「物件」，在形成物件之前的過程都是動態的，

最後形成靜態的物件。若將此形成過程分析，可將概念層次發展區分為：內化(interiorio1)、壓縮(condensation)、物化(reification)三個階段，對於未達內化階段的學生，可將他們定位為內化前。為了研究發展，參考對各階段概念的說明與定位，將概念區分為內化前、內化、壓縮、物化四個階段，並將 Anna Sfard 對各階段的描述列於各階段的特徵中，以填補各階段的模糊地帶。如下表：

表格 2-1 Anna Sfard 概念階段表(引自青少年函數概念發展研究，92)

	階段 0	階段 1：內化	階段 2：壓縮	階段 3：物化
情境	相關的前置經驗。	學習者接觸新概念後，新概念主體仍被當作特殊例。	學習者將所接觸的影像，歸納成特定的影像。	學習者將壓縮的特例影像抽象成單一的概念物件，面對不同情境時，都能將此物件呈現，也能分化成不同影像以配合新情境。
元件	無	所學到的知識、先前的認知	所接觸的影像、特定的影像	:特例影像、單一概念物件、情境
關係	無	調適、同化	類比、歸納	抽象
特徵	未達到內化階段，皆列為內化前。	(a)代入運算，動態 (b)學習者能藉由逐漸熟悉數學物件操作的過程，產生新的心靈影像。 (c)新的心靈影像能被執行，並且能被考慮、分析、比較，而不再需要實際的操作時，我們可以說這個過程完成了內化。 (d)先備概念物化的起點。	(a)學習者能將整個冗長的操作過程濃縮成一個整體，如一個輸入與輸出的關係，而不再顯現任何細部的操作。 (b)這好比是一個電腦的程式，將循環的部分轉入一個獨立的程序(子程式)來處理，但不是全部的程式。	(a)學習者能將整個過程凝固成一個物件，進入一個靜態的結構。 (b)這個新的物件隨即與產生它的過程分開，並開始從『它是某些確定種類範疇的成員』的事實中，賦予該物件意義。 (c)學習者將可以研究它的一般性質，與其特徵間不同的關係。

因此本研究以 Anna Sfard 的概念層次為主要依據，參考青少年函數概念發展研究(92)報告，以分層的概念方式來設計問卷及題目，藉以了解學生在學習前後概念層次的發展。因此將函數的概念與 Anna Sfard 的理論，分析如下：(未達階

段 1 者，皆稱為階段 0)

表格 2-1 函數概念在 Anna Sfard 三階段的表現(引自青少年函數概念發展研究(92)報告)

	階段 1：內化	階段 2：壓縮	階段 3：物化
函 數 特 徵	<p>1.學生著重於單一變數變化的規則性，不一定能看出兩個變數之間變化的規則性。</p> <p>2.當學習者學習到變數的概念，且具有利用公式或規則求出應變數之值的能力。</p> <p>3. 透過表列，可以將兩變數在坐標平面上描點</p> <p>4.能舉出函數與非函數的特定實例。</p> <p>5. 可以理解正比與反比的變數關係。</p>	<p>1.在表列上已能找出 x 數列與 y 數列的規律性。</p> <p>2.藉由觀察，不需代值檢驗，即瞭解代數式例如：$y = 3x+2$ 或 $y = x^2 + 3x + 4$ 者，即為一次或二次函數</p> <p>3.能利用文字敘述列出兩個變數間的關係式。</p> <p>4.能根據表列來列出簡單的關係式及畫出函數圖形</p> <p>5.能判斷一般的函數與非函數之圖形</p> <p>6.能將對應的過程當作整體，而不會只專注於特定的值。</p>	<p>1.學習者能從不同的表徵去理解函數，並能從不同的表徵中，區分出函數的正例與非例。</p> <p>2.函數圖形的平移與函數的合成及代數式的關係</p> <p>3.可對函數作形式化的思考，對函數的多重表徵加以判斷。</p> <p>4.能判斷一些離散的，不連續的，甚至於非數值的函數。</p> <p>5.能根據代數式來畫出函數圖形，並能分析其特殊解的意義。</p> <p>6.能利用不同的表徵來解決生活應用問題</p>

第二節 函數的多重表徵與連結

一、表徵的意義

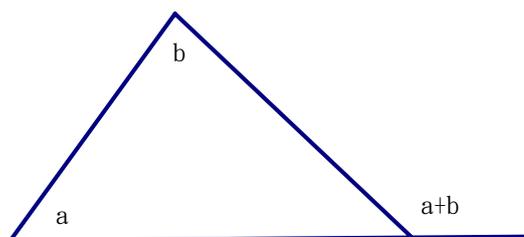
Hiebert 與 Carpenter(1992)提到：「爲了思考和溝通數學想法，我們必須用某種方法來表徵它們」。Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987)提出：在數學學習上，表徵的作用可用來呈現數學概念與思維，它除了是數學本質上的一環，如數學慣用的符號表徵，也是數學概念外在具體化的呈現形式。林福來(86)也指出：對一個數學概念，能用不同的現象與表徵說明意義，表示對此概念有感覺。NCTM (1998,p94)以兩個羅馬數字 MCMLXXXVII 與 MDCCXLIII 的乘積與除商說明：適當的表徵是數學概念發展的重要工具。在羅馬數字的表徵系統下，這一個算數的乘法計算是非常困難的。如果我們將這一個數字轉換成十進位的符號表徵系統，此二數字爲 1987 與 1743，那麼這一個表現方式的計算就變得容易了許多。

$$\begin{array}{r} 1987 \\ \times 1743 \\ \hline \end{array}$$

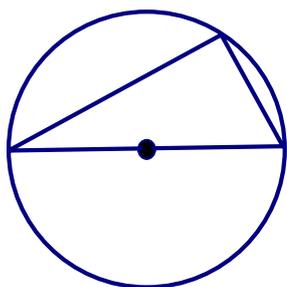
$$\begin{array}{r} \text{MCMLXXXVII} \\ \times \text{MDCCXLIII} \\ \hline \end{array}$$



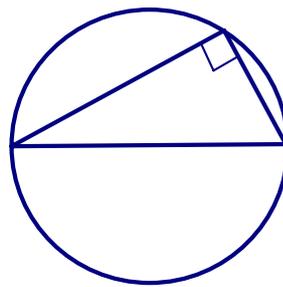
Skemp, R.R. 也提出幾個圖形表徵與文字敘述結合的例子：



三角形外角=兩內對角之和



\Leftrightarrow



半圓內的圓周角必爲直角

從這些例子可以看出利用不同的表徵方式，如文字與圖形不同表徵間的結合，更有助於學生的理解。數學概念的符號化與表徵化是一項重要的成果，所以學生可以運用這些表徵來呈現數學概念及擴充數學思維。所以 NCTM(1998)建議表徵應該當做：

1. 學生可以創造及使用「表徵」去組織、記錄與溝通數學想法；
2. 發展可以有意義、靈活且適當的使用一套數學表徵；
3. 使用表徵去建模與解釋物理、社會、數學的現象。

那表徵的意義是什麼呢？本研究採用 Lesh et al.(1987)所提的：「內在概念化的外在具體化(embodiment)」，這些是利用參照到其他實體來『模式化』各種心智過程所使用的符號系統：如圖表、文字描述、曲線圖等。

二、函數的多重表徵

由於數學概念思考方式的不同，用來作為呈現數學概念的表徵方式，亦會出現多樣的面貌。Janvier(1987)也提到：學習數學最理想的方法應該在同一個物件上運用數個表徵，亦即多重表徵。

Janvier(1987)提到：一個數學概念的多重表徵就像是星形的冰山一樣，中心蘊含著此概念，每一個尖端都表示著一個表徵形式，而完整的一個概念就是整座的冰山。單一的表徵呈現，僅是冰山的一角，無法窺得全貌，因此概念多重表徵的建立與表徵之間的連結是函數概念學習最重要的工作。Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987)提到：表徵本身的轉換與表徵間的轉譯，對數學觀念的獲得與使用更是非常重要的。但國中生學習函數，常有代數式即是函數的迷思概念，學生常常處於單種表徵情形下學習數學概念，當需要多重表徵的轉換時，學生即無法了解。Dyke 與 Craine(1997)也提到：即使教師使學生明白各種表徵的重要性，但許多學生還是傾向於遺忘表徵間的聯結而視各個表徵是不同的和不相關的。根據本人的教學經驗發現：學生學習理化觀念時，往往忽略與函數之間的連結，而無法將情境問題轉換為算式，例如速度、密度、比熱與加速度等一次、二次函數。因此為使學生建構數學概念的多重表徵與表徵間連結的完整心像，適時的融入經過設計的電腦教材，是非常理想的工具。張國恩(91年)提及：「將數學函數以真實的圖形表現出來更有助於學生理解」和 NCTM(2000)有相同的看法。

因此在設計函數教材時，要針對函數多種不同的表徵表示之，如表格、情境、

圖形、式子、和語意敘述等五種表徵。許多學者提出的看法：Leitzel(1989)提及函數的三種表徵：表格的、圖形的、代數的。Markovits, Eylon, and Bruckheimer(1988)則認為在微積分之前的數學課程裡的函數表徵是「圖形(graph)」、「代數式(algebra)」、「表列式(table)」、「文式圖(arrow diagram)」。Kieran(1993)將函數表徵分成四種：情境(圖形或視覺的描述)、表列、圖形、代數表徵。

學生在首次學到函數概念時，除了針對不同表徵的學習之外，表徵之間的連結亦相同的重要。Dreyfus & Eisenberg(1982)他們發現：在圖形(graph)、文氏圖(diagram)、和有序數對表列(table of ordered pairs)三種表徵中，高能力的學生較偏好圖形，低能力的學生則是較偏好有序數對表列。Kaput(1992)也發現：第一、第二年上代數課程的學生，比較喜歡表列這種表徵，而較不喜歡圖形表徵。Markovits, Eylon, & Bruckheimer(1988)指出：初期的學習中，學生在函數圖形表徵的表現比代數表徵好，因圖形是一種視覺化的表徵，函數圖形的呈現，對函數性質的討論有輔助觀察的效果。Zaslavsky(1997)則指出：學生在學習函數的過程中，代數與幾何圖形表徵間成功的轉換，將是促進函數概念有效的學習策略。Even(1990)認為：「在某一種表徵中理解某個概念並不意味著在另一表徵中也理解此概念」。Markovits (1986)則認為：「學生必須學習表徵之間的轉換」。Janvier(1987)表示：「如果能夠瞭解基本的表徵轉換過程，則關於一般化、抽象化、證明、符號化...的研究將會更有意義」。

以上論述或許有矛盾之處，但這些研究強調：「不同表徵之間的聯結」和「多重表徵的使用」，都有助於概念的學習。對數學觀念的獲得與使用，學生很少只用單一表徵去獲得，一個概念通常具有多方位的特質，單一表徵只能強調某一特定觀念或概念結構的某些部分，也因此單一表徵並無法完全地表現出這些性質。所以在表徵系統中，必須要做到「單一表徵的完整建構」，也要做到「表徵間互相連結」的工作。

依照九年一貫的數學正式綱要及國中數學教材(90)對函數教學採從表列、方程式到圖形的邏輯順序的教學流程，也造成學生對某些特定表徵的偏好。因此除了函數三個表徵的呈現之外，本研究參考上述學者的理論及學校教科書的編排，網路資訊活動主要針對以正綱要所提的四個表徵，函數表列、代數式、圖形及應用問題等來做設計連結。

本研究之網路教材以多媒體多工的環境，教材上可以同時呈現各表徵的相互關係。透過適當設計的資訊教材，學習者可以多方面的學習，不會失之偏頗，可

以輔助教師的教學，也可以協助學習者在整體概念的提昇。

第三節 訊息處理模式理論

50年代末，計算機科學興起，使認知心理學者藉助計算機處理訊息的過程為例，來說明人類學習與認知的歷程。電腦本來就是模擬人腦所設計的，電腦處理資訊的方式，基本運作為編入、編碼、儲存、檢索、解碼、輸出等歷程，而這個處理模式，正提供了訊息處理理論用以研究人腦學習的主要方法。

Gagne(1985)融合了行為和認知心理學觀點，並強調教師教學和學生學習的密切配合，他發現訊息處理理論的學習觀點，最適宜解釋人類內在的學習過程。以「訊息處理模式」解釋人類的內在學習歷程，學習包括了刺激與反應之間的聯結，以及刺激與反應之間中介歷程的探討。

一、記憶的結構

訊息處理理論認為：人類記憶是動態且複雜的訊息處理系統，此系統會利用許多不同的活動，而這些活動的共同目標為：理解顯著重要的感官訊息，忽略或拋棄比較不重要的細節。吳幸宜(1994)認為：人類的記憶能夠主動地選取感官資料，加以處理後轉換成有意義的訊息，並把大部分的訊息儲存起來以供日後使用。環境中的刺激為學習者的感官接受器所接受，這些訊息經感官記錄作短暫停留，當訊息需進一步處理時，則進一步儲存於短期記憶區中，此時的學習進入了內在的歷程，這一個歷程取決於記憶的交互作用，長期記憶中的既存知識，與外在刺激所產生的短期記憶，經由學習個體在腦中的作用，而達成學習的目的。因此訊息處理理論，與記憶息息相關。茲將各種記憶介紹如下：

(1)感官記憶(sensory memory)

來自外在環境中的刺激所發出的訊息，經由個體注意而由感官接受器(receptor)接收，將訊息轉換為神經訊號隨即送入，短暫地保留在感官記憶區的感覺記錄器(sensory register)中，假若感官記憶區的訊息沒有引起個體的注意或處理，則會很快地消失，其持續的時間很短。此階段的訊息保留了訊息的原始形式，以感官特性的方式來表徵訊息，稱為感官記憶。

(2)短期記憶(short-term memory)

訊息在短期記憶區中作短暫停留，以供我們使用與處理，所以一般又叫「工作記憶」(working memory)。對於感官接收到的外在訊息，若個體給予注意，那可能會將部份的訊息轉送到短期記憶中，這些經注意的訊息在個體複述(rehearse)後，在短期記憶中貯存下來，但時間很短，而且若不再複述很快就會被新的訊息替代。

(3)長期記憶(long-term memory)

若個體將短期記憶區的訊息加以編碼(encode)，送入長期記憶儲存，那麼此一訊息的某些部分將會被永久地保留下來。長期記憶的容量是非常大的，而且它可以保持訊息較久，至於訊息的遺忘是因為在提取某一目標訊息時，受到其他訊息的干擾所致。當各種記憶能被個體靈活的提取、運用，而達成其目的時，即表示個體已經順利進行認知的歷程。

二、學習認知歷程

學習的認知歷程是指學習進行當中學習者內在認知的過程，如學習者如何選擇、組織及統整新的資訊於現存的知識。當個體產生學習時，訊息便在記憶系統中運作，學習者不斷地使外在訊息與現存知識發生關聯，這樣的統整歷程是在工作記憶中進行，結果則是儲存在長期記憶。下圖代表記憶的系統結構圖：

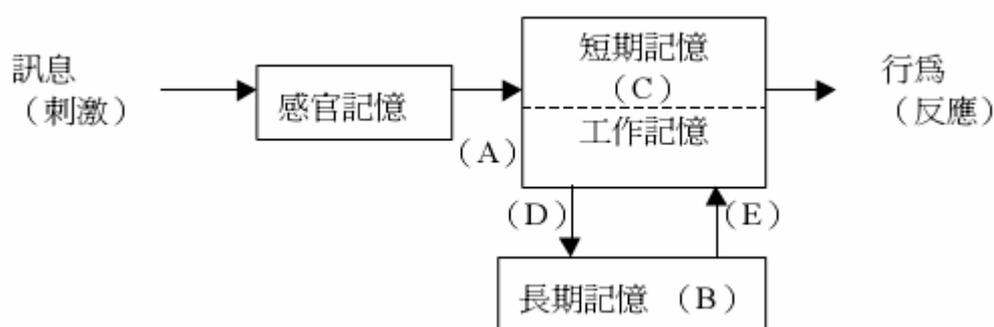


圖2-3 訊息處理模式的記憶系統結構圖(引自林清山，民86)

- (A)加以注意
- (B)擁有先備知識
- (C)建立內在聯結
- (D)建立外在聯結
- (E)貯存結果於長期記憶

1、加以注意：

外來訊息必須經由學習者加以注意，才能進入工作記憶運作，所以引起注意是有效教學的起點，所以訊息及刺激的模式影響了學習認知歷程。Dale(1946)提出「經驗錐」(Cone of Experience)，說明學習者從直接「實作」中最容易學習，而且印象最深刻，亦即其所建立記憶最強烈。在其次是具「圖像」的視覺媒體(如，圖片、動畫、影帶)的訊息，最後是「抽象」符號(如，文字、數字)所提供的訊息。

2、擁有先備知識：

在訊息加以注意而進入工作記憶區時，學習者會由已在長期記憶中儲存的以往學習過程中累積下來的大量知識和策略，以提供學習者去注意、選擇和處理從外在環境進入工作記憶的訊息，這些知識與策略即稱為先備知識，亦稱為基模。

3、建立內在聯結：

由感官印象，至保留在短期記憶，乃至長期記憶，這些處理過程 (processing) 涉及到許多重要的活動，如組織、分析、歸納、複習等 (李茂興，1998)，這些活動幫助學習者將外來之知識訊息保留至長期記憶區。這個部分為建立內在聯結。



4、建立外在聯結：

外在聯結是指學習者在面對短期記憶區中的多樣訊息時，必須將儲存在長期記憶的有關先備知識轉移至工作記憶，進行編碼或是收錄，將訊息從短期記憶轉送到長期記憶中，以便學習者能將新訊息與長期記憶中的現存知識統整在一起，再用自己的語言、文字將訊息表達出來。這一個工作的重要關鍵就在於學生先備知識結構的品質。Resnick和 Ford (1981) 就表示：學生無法適當地運用先備知識，可能就必須要歸咎於學生數學知識庫的貧窮品質。

5、基模

認知理論將概念的知識結構稱為基模。基模視為個體與周圍環境中事物接觸時，為求了解或認知事物的性質，而產生的一種基本行為模式。基模個體之所以能收錄該刺激，是由於該刺激的特徵與其長期記憶中既有的知識有相關性。認知理論認為學生是主動的訊息處理者，而非被動的接受者，因此學生在面對新的問題時，不只是從記憶中憶取有關的經驗，也會重組相關的經驗來創造一個可行的解題計畫(Mayer, 1992)。所以有意義的教學必須以學生的先前知識及經驗作為新的學習起點。

綜上所論，訊息處理論的要點整理如下：

- 1、學習重點是在學習者身上，而學習是主動建構認知歷程的。網路學習的方式亦是如此。
- 2、學習中認識訊息的過程是有脈絡的，所以要適時引用學習策略。網路教材設計可在這個處理歷程中幫助學習者進行組織、分析、歸納及復習等學習活動。
- 3、重視先備知識對學習的影響，以及新、舊知識的統整。教材設計上先進行概念分解，再進行先備知識的設計與新知識的結合。

第四節 線上學習理論

一、資訊融入學習

資訊融入學習的目的在於「利用電腦的特性來模擬與增強教學與學習情境，提高教學與學習的效益」。現在的資訊科技可以同時處理文字、聲音、圖形、動畫等多元輸出方式，大大增進學習者與教學環境互動的方式。除了可以將傳統教室中，教師、教科書、板書等文字、語言、圖形、符號等表徵方式呈現出來以外，也可以將課堂中無法做到的動態表徵(dynamic representation)，利用電腦科技的技術來詮釋。由於動態圖像的互動方式可以提供學習者較為有力的學習與知覺經驗，讓學習者更能具體理解抽象概念。

Jonassen(1996)將電腦學習環境視為協助知識建構的「認知工具」(cognitive tools)。他認為：為了有效的提升學習成效，學生在學習的過程中，需要一些輔助工具來幫助學習者的學習，這些可以用來幫助學習者學習的輔助工具，稱作心智工具或認知工具。認知工具的設計方式，提供「動作」及「反應」的操作模式，在某些動作發生時，電腦環境能有適當的反應。當我們用滑鼠按下或拖曳某物件時，電腦畫面上就會產生特定的反應。這樣的學習動作發生並非是教學者事先就指定或規畫的，這些動作可以在不同順序、不同程序出現，按照學習者的意願來產生的，符合認知理論。資訊融入教學配合認知理論，使電腦教學環境進入了一個更利於思考與提昇學習的境界。

本研究參考蔡志仁(2000)認為資訊融入教學可以達到下列功能：

1、引起學生注意：

電腦視窗環境可以結合聲、光及動畫的效果，其帶給學生更全面的感官刺激，不同於傳統一般的教學，更能引起學生的注意力。(張景媛，民 80)。亦即在訊息處理理論中所提的可以增強刺激。

2、激發學生學習的動機：

電腦視窗環境可以多重表徵的方式來組合教學素材，學生能夠從多媒體製作的教材中獲得豐富的知識，甚至可以讓學生主動去組合其喜好的主題，如此必可激發學生主動學習的動機。(黃振球，民 80)。Clements & Battista(1994) 認為學習電腦環境，可以真正做到以活動為基礎、以概念認知衝突建構知識，且使用電腦環境作教學時，可以增進學生的學習興趣和參與感。

3、發揮個別化教學的功能：

電腦視窗環境中多媒體輔助教學具有個別化教育的特質，包括立即回饋，學習進度的自我控制(洪榮昭、劉明洲，民 86)。Clements & Battista(1994)從許多利用不同電腦環境所做的研究，發現在電腦學習環境中，學生無法隱藏他們所不知道的，在傳統環境的學習方法中所容易被掩飾的困難和錯誤概念，而電腦教學環境將學習的控制權交給學習者，所以可以提供一個失敗的安全環境，使學習者能嘗試各種可能性，並經由反思讓迷失概念能在電腦環境中獲得修正。

4、具有前導組體的功能：

Ausubel 認為前導組體可以提供學生便於組織和解釋新來的訊息的概念架構，使學生能迅速地將主要教材結合統整起來(張景媛，民 80)。所以學生能經由資訊融入教學的教材呈現出的效果，建構較為具體的概念。

5、人類教師的角色：

在人機合作的電腦教學模式中，教師的角色不再是講授者(lecturer)，而是學習的促進者(facilitator)(Watson, 1972)。教師的任務不再是將知識傳授給學生，而是引導學生如何去擷取(access)及應用(apply)知識，如何思考、判斷及解決問題(Barger, 1983)。

6、降低認知的負擔(cognitive load)：

因為電腦環境具有動態連結，可以將概念中的相關表徵一起呈現，所以學習者能學習到完整的概念，並能專注於建立內在與外在連結的工作上，這樣的學習環境可以降低使用者的認知負擔(Kaput, 1992)。

資訊融入學習也有其負面的因素，如果未經良好的規劃與設計，往往事倍功半，無法達到預期的效果。如果最初的規劃未盡完善，後來利用的教學者及學習也會因為缺乏基礎操作的專業背景，而無法進行符合理想的學習。這些資訊學習的設計將「Get use once and then put aside(一用即棄)」(Brown, 2000a)，造成資訊知識上的浪費。Jonassen (1992)指出：我們應該減少發展更精緻新穎的多媒體通訊科技，而應該著重於如何把科技用來吸引內心中的思考過程。因此要發展良好教材，不需要一直去發展更多的聲光設計或更難的軟體技術，而應該著眼於如何協助學習者更有效率的思考，讓學習者發展批判思考的能力。一般沒有經過良好設計的資訊融入學習，在學習過程中，學習者往往會變成「預先包裝好的知識的接受者」(Gordon, 1996)，學習者反而失去批判思考的機會。資訊教材應該是一個良好的學習夥伴，幫助學習者成為知識的發起者、設計者、建構者的角色，而不是限制學習者的思考過程。

二、線上學習



一個整合電腦科技，多媒體技術，以及無遠弗屆的傳送與接收能力的新學習環境，已經成為學習的主流。Butzin (1997)認為線上教學系統有四大元件：教學設計、教師合作、授權學生、支援。林奇賢(1998)則認為：網路學習環境不應僅是在傳輸學習資源，讓學習者在任何時間或地點去閱讀，它更應能彌補傳統學校課堂教學情境之不足。而學習理論是線上學習環境是否成功的重要因素，陳得聖、許鄭金鳳(1999)的研究指出，互動性與學習策略的運用，是影響網路化學習成效的主要原因。網路學習環境使用許多認知策略，如復習、概念圖、生活實例、實際操作、參與等等，使學習者能夠認識、理解、精熟及引伸他們自己已經存在的知識結構(基模)。

Resnick(1996) 所提出的「分散式建構主義」，認為建構主義有兩種型態的建構：

- 1.學習視為一種主動的過程，亦即學習者由經驗而主動建構知識；
- 2.當學習者致力於建構個人興趣所在的產品時，建構知識的效果是最好的。

所以「分散式建構主義」則是強調在設計與建構的活動中有個人的參與與操作，亦即把認知與結論視為個人與環境互動的「產品」，這時的學習效果是最好的。

而建構主義取向的教育原理，提出學習環境設計的四個方向：

1. 學習者的主動性。
2. 動態的知識建構歷程。
3. 分散式的智慧。
4. 真實的社會情境。

結合上述的線上學習理論，網際網路應用在學習上的幾項要點如下：

- 1、知識非被動的接受，而是由認知主體主動建構的。
- 2、網路媒體的認知功能是適應性的，因此教材設計應以分析使用者背景知識為基礎。
- 3、結構化的知識呈現，透過適當的教學策略之引導，有助於將知識平行轉移至學習者的記憶系統中。



第三章 數位教材內容

本研究主旨在探討學生在網路環境下的函數概念學習成效，在函數課程的設計上，針對函數概念多面向的表徵，及表徵之間的連結來設計。而網路環境則就學生概念學習的認知理論、策略及電腦教學環境的設計來加以討論，以作為實驗研究與設計課程軟體的依據，並以主題模組化的方式進行設計，以期應用至不同的主題教學上。

第一節 教學模組

一、模組教學介紹：

黃鴻博(2000)認為：從教學內容來看，教學模組是一個主題式教學，內容上包括若干個相關的「子問題」。而子問題的組合，需根據教學者的特定目的而分解重組；子問題的多寡可因教學目標與教學時間做取捨。姚如芬(2001)也認為：教學模組就像一個由許多教學活動(元素)所組成之有主題的「集合」。在此主題之下，教學者可視實際教學狀況抽取部份「元素」形成一個新的「子集」進行教學。因此教學模組沒有形式化的教學方式，教學者依照教學主題的特性，設計適合的教學活動，有系統、有組織的教材，使學習者能夠獲得統整的知識。張政亮(2001)提到：將教材內容規劃在一個個主題單元，則教師或學習者可以根據自己的需求，組合所需的教材內容，此種教材模式稱為模組式教材(Modulating Teaching Materials)。

九年一貫課程中特別強調的「學校本位課程發展」，讓教師可以編製教材及發展課程，本研究將參考上述要項來設計教材。教學模組透過一系列的教學活動來發展學生的數學概念，適合學生的設計，使學生在學習上更為容易，教師進行教學時也有更大的空間，故這種新的模組教材會為將來教育的發展，提供更多元的選擇。研究者本身原擬設計一個教學主題模組化即一個光碟或開放的網站，但為方便評估學生學習情形，將教材放置於 moodle 網站。moodle 教學網站平台，可以自由免費使用，亦可以支援模組教學的方式。

二、moodle 學習網站

Moodle 是由 Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment(模組化物件導向動態學習環境) 的字首所組成，是一套免費的教學平台，具有安裝容易、節省經費、容易使用及開放原始碼的特點，其創始人為 Martin Dougiamas，係以社

會建構學習理論為發展基礎的教學平台。除上述特點外，它還有以下幾個特點：

1. 相容性高、具低技術門檻的界面。
2. 支援 HTML 的嵌入式編輯。
3. 可依個人喜好，選擇合適的網站風格。
4. 現有討論區、心得報告、作業、工作坊 (workshop)、意見調查等模組 (module)。
5. 可呈現學習者的線上學習紀錄。
6. 課程可分類與搜尋，個別課程可單獨備份還原，方便課程移轉。
7. 可安裝規範數位學習的標準 (SCORM) 課程包裹。
8. 支援數學語言公式撰寫、批次上傳學生個人資料，符合實際的需要。
9. 開放原始碼，任何人均可開發相關功能模組。
10. 可完全於線上開課教學或只針對傳統教學提供資料的補充與輔助性的學習，靈活度相當高。



Moodle 線上教學平台之各項功能頗為完整，主要功能架構如下表所示：

表格 3-1 Moodle 主要功能架構表

網站管理	學習管理	模組
設定基本變數	帳號管理	◆作業
網站設定	群組管理	◆聊天室
佈景主題	課程管理	◆意見調查
模組管理	作業管理	◆工作坊
備份	測驗管理	◆辭彙表
編輯器設定	成績管理	◆心得報告
		◆標籤
		◆課程
		◆測驗
		◆線上資源
		◆電子書

行事曆	檔案管理	◆SCORM
維護模式	教師管理	

引自「快速建構網路教學平台的新方案：Moodle」。林敏慧、陳慶帆，2004，教育研究月刊，p. 126

茲就上述幾個主要功能提出介紹：

(一)新增課程：Moodle 擁有「模組化」的設計，只要幾個步驟就可以新增課程課程。呈現模式有三種：主題模式、週曆模式、討論區模式。

(二)討論區：階層式的討論板，提供非同步的主題討論，討論經驗亦是課程整合的一部分，協助學習者建構，改進他們對主題的了解。本研究爲了實驗過程單純，並未採用此功能。

(三)意見調查：教學者建立一個有數個選項的問題，學習者可以看到結果，可以使用這個模組進行簡單的意見調查。

(四)辭彙(Glossary)：建立課程中所使用到名詞的辭彙庫

(五)心得報告(Journal)：學習者的反應，記錄。可爲個人學習歷程檔案

(六)課程(Lesson)：允許教學者建立管理一連串的網頁連結，每頁可以使用問題爲分支，學習者可以從其中選擇一個答案，並且決定繼續課程或後退。

(七)線上資源(Resource)：建立課程內容最基本的重要工具，可以是純文字，網頁、上傳的檔案外部網頁連結等。

(八)意見調查 (Survey)：可提出問題，對所有學員發問。

(九)行事曆：對教學者和學習者來說建立日曆事件是同樣重要的，即將到來的事件出現在課程首頁以提醒學習者。

(十)線上評分：教學者可檢視學習者上傳的心得、作業、並且評分或加以文字敘述的評語，並且可以在一個網頁中評量所有的學生作業。

(十一)使用者記錄檔：可以記錄學習者瀏覽過哪些課程。

(十二)檔案功能：統一的檔案儲存區，可由教學者進行線上管理。

然而 moodle 也是有許多缺點的，最為使用者詬病的就是中文化的支援不完全，許多模組都有亂碼的情形。而套用好的模組，雖然易於使用，卻也讓使用者無法打破窠臼，缺乏變化性。加上 moodle 雖然更新出了 1.6、1.7、1.8 版，然而 1.5 版的課程套件卻無法相容於新的版本。而且建置 moodle 平台亦需要相當架站技術，建置後仍有後續的維護工作要處理。

三、學生登入畫面

本研究並沒有用到 moodle 所有的功能，學生登入後，主要功能如下：

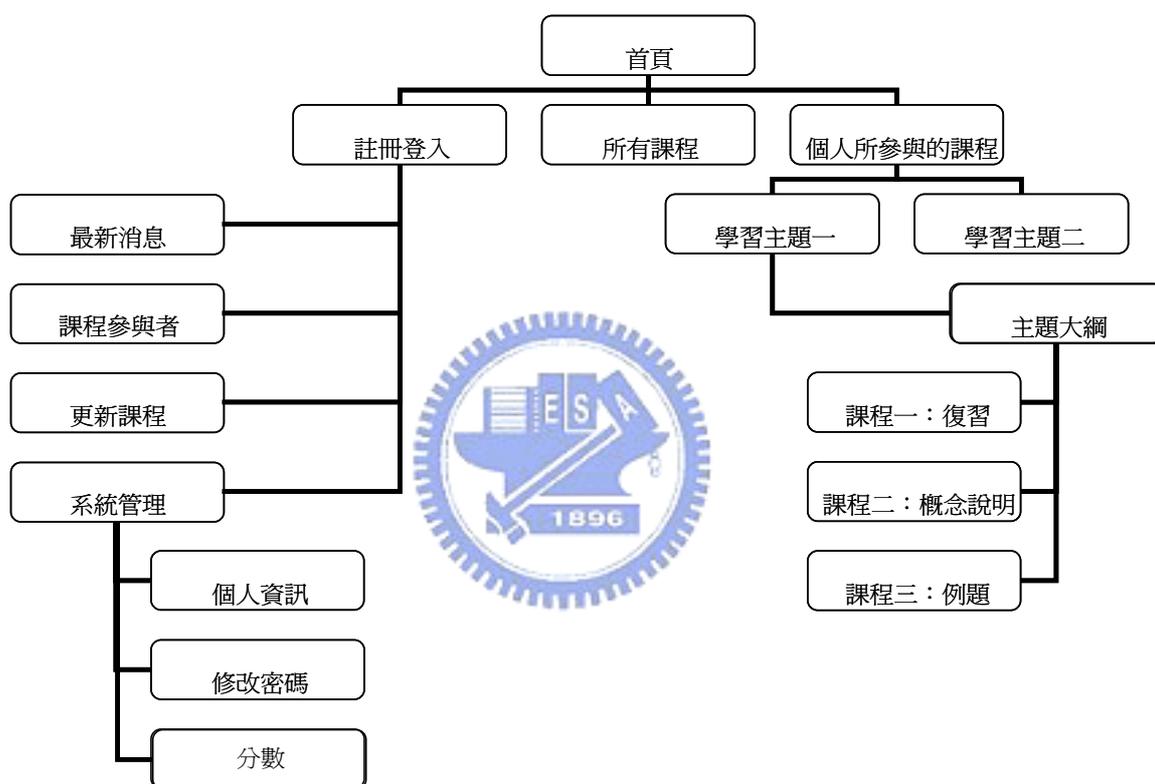


圖 3-1 登入流程圖

研究主要是利用 moodle 網站登入後，做個別化的學習記錄，可以確定所有的學生完成所有的課程。在九年一貫實施後，教師的教學自主權愈來愈受到重視，所以在自編教材的部分會有更多的老師投入，因此教學模組的設計與應用將會更廣泛。希望本研究可為一個良好的參考與範例。

第二節 數位教材設計

徐新逸(94)提到：不管是在 e-learning 或是傳統教學上，教學設計主要的關鍵要素是不會改變的。學習(learning)才是目的，數位(e)只是工具。他提出主要的關鍵要素有：學習者特性及需求、學習內容、學習情境、教學策略、媒體與教材、學習評量等等。吳聲毅，李春雄(93)提到數位教材設計模式，與常見系統化教學設計 ADDIE(分析、設計、發展、建置、評鑑)非常類似，並簡化分為三步驟，分別為分析(Analysis)，製作(Make)、評鑑(Evaluation)，簡稱為 AME 模式，本研究採用此模式來設計資訊融入教材。

一、分析階段：

1、學習者分析：學習者為國一下學期學生 36 位，為 S 型常態分班。分析其先備知識及概念構圖如下圖【函數概念構圖】

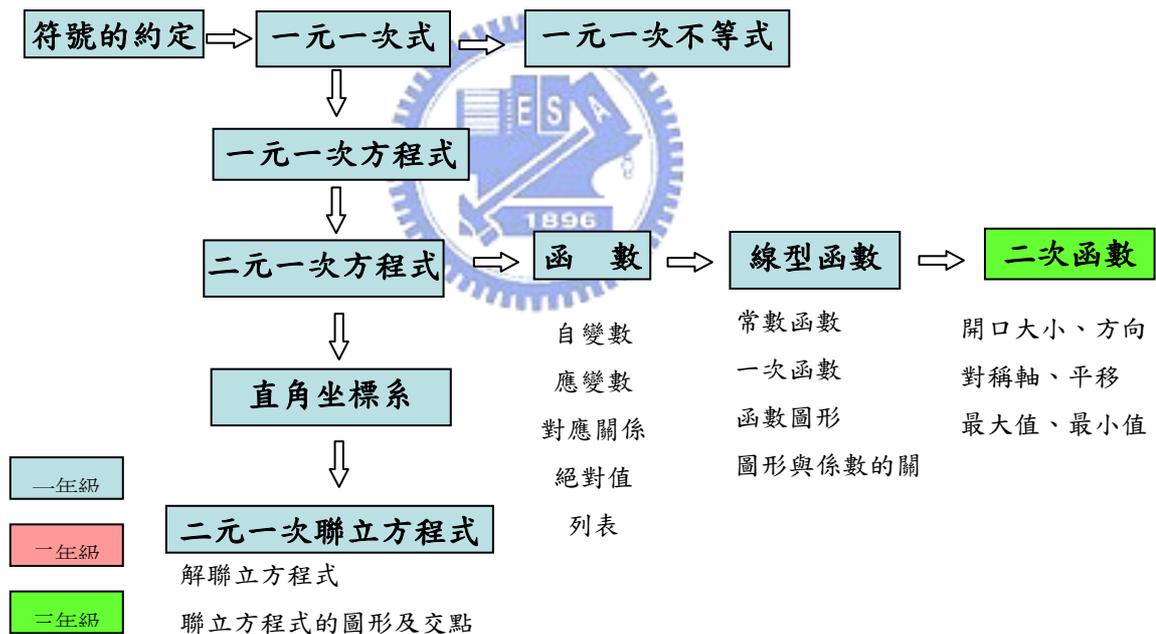


圖 3-2 函數概念圖

2、理論分析：以發展函數多重表徵及其連結為主，本研究函數表徵分為表列、圖形及代數式，並配合訊息處理理論，以線上模組建構函數概念學習歷程。由操作及實例出發，進入抽象的概念。

3、學習目標分析：本研究以正式綱要中函數相關能力指標為學習目標，與傳統教學相同。

表格 3-2 九年一貫代數分年細目表

分年細目	詮釋
7-a-11	能運用直角座標系來標定位置。
7-a-12	能認識變數與函數。
7-a-13	能舉出例子，說明一次函數是一種特殊的比例對應關係。
7-a-14	能在直角座標平面上描繪一次函數的圖形。
7-a-15	能在直角座標平面上描繪二元一次方程式的圖形。
7-a-16	能由具體情境列出二元一次聯立方程式，並能理解其解的意義。
7-a-17	能在直角座標平面上認識二元一次聯立方程式的解。

4、資源分析：分析現有資源及可使用的硬體設備。

二、製作階段：



教材程序：先備知識→實例→概念→例題→測驗

學習策略：函數表徵配合訊息處理論，並將主題模組化

媒體素材製作：以 powerpoint 及 excel 為主要設計媒體

三、評鑑階段：

本研究的評鑑如下(詳見第四章)：

- 1、資訊教材學習單，單元隨堂練習及自我評量。
- 2、函數概念層次評量前後測驗：函數概念在 Anna sford 的內化前、內化、壓縮、物化等四個層次。
- 3、數學抽考：學校之筆紙測驗，可比較傳統教學與網路學習。
- 4、訪談問卷：分析學習者在函數學習的情形。

除此之外，根據吳聲毅，李春雄(93)及何榮桂(2000)提出對資訊教材設計的看法，整理本研究在設計過程中的原則及方式如下：

- (1) 掌握軟體特性：設計教材時須掌握教材製作工具與多媒體的特性，才能正確使用適合的工具教材。本研究設計如下表：

表格 3-3 設計軟體介紹

網站	以 moodle 架站，模組化課程學習
內容講解	以檔案連結方法教學，主要 powerpoint 製作，電子投影片可以豐富書面資料的單調，輔以相關的圖片及動態講解。
活動	Excel：設計表列、對應關係、描點及繪圖等活動。 gsp：適合觀察動態的函數圖形。
評量	以 micromedia captivate 設計，有內建出題模式，使用方便。

- (2) 適量的學習內容：一個學習單元(如投影片或網頁)，建議其訊息量在 5 至 9 中間(7±2)，因為以人類的短期記憶來說，無法處理太多的訊息量。
- (3) 運用前導組織：為了讓學習者瞭解學習內容，課程必需加入先備知識及相關概念圖的學習。
- (4) 提供適當互動：學習者在學習過程中，教材可以給予適當回饋及提供導引。
- (5) 單純使用者介面：本研究教材介面的設計，採用看起來清爽、平淡的色彩，一畫面一主題，且所有數位教材有一致性的介面，讓學習者能專注於學習內容上。每個活動操作方法儘量簡單且相同，易於教學者使用。
- (6) 問題導向學習：為了能培養思想及問題探索的能力，本研究設計之題目講解皆提供「中斷」，不會立即給予解答，學習者可控制學習的流程。
- (7) 配合日常生活情境：本研究之教學主題「函數」即與生活息息相關，在活動上儘量以生活常見之事物為例，學習者可較快接受實例，進而融入所學之相關知識。
- (8) 提升學習動機：資訊教材的最主要功能即是藉由多媒體特性，吸引學習者的注意力，而且統整的學習模組，除了教學者使用方便，更易於學習者之吸收。進而可以建立內在的信心及動機，改變對數學的學習態度。

第三節 表徵及訊息處理理論應用

本研究以函數多重表徵及訊息處理之認知發展歷程的理論為基礎，配合網路環境讓學習者經歷函數多重表徵連結建構的過程，並以先備知識及新的概念結合再形成更高的概念。並以具體的學習情境為核心，讓學習者可以透過具體的操作活動，應用數學知識，並由實際操作中察覺到關係與定律，由具體抽象進入抽象情境，進而將概念內化及物化。透過資訊教材的實際操作，可增進函數各表徵的連結，也對函數概念更高階層的躍進。

依照教科書，本研究的函數表徵主要分為三個：表列、圖形及代數式，故資訊教材設計也依此三個表徵來做連結。根據研究者的教學經驗發現：學生學習理化觀念時，往往忽略與函數之間的連結，而無法將情境問題轉換為算式，再參考 Skemp 所提：超過個人已有概念階級的高階概念不能用定義方式來溝通，只能蒐集有關的例子供其經驗，再靠他自己抽象以形成概念。所以針對應用問題及理化的實例情境問題也列入教材，形成下圖的連結：

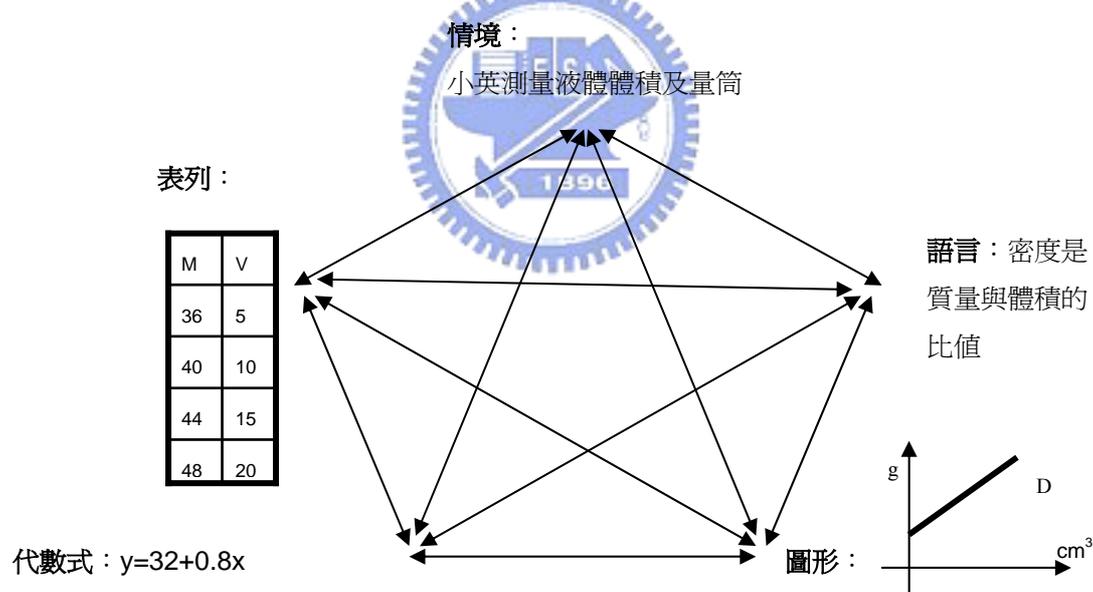


圖 3-3 表徵連結圖例

Dubinsky提出基因分解(genetic decomposition)的方式設計教學活動，把複雜的數學概念結構分解成不同的圖式。並且把圖式間的關係描述出來。建立數學概念的不同認知結構層次，更重要的是如何從較低層次達到較高層次的認知結構。本研究將函數概念分解如下表：

表格 3-4 教材解析表

	主題一：認識函數	主題二：線型函數及其圖形
先備知識	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #ffffcc;">方程式概念</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #ffffcc;">數量關係</div> </div>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #ffffcc;">二元一次方程式</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #ffffcc;">二元一次方程式的圖形</div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #ffffcc; margin-top: 10px;">平面直角坐標</div>
核心概念	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #add8e6;">變數概念</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #ffcccc;">函數概念</div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #add8e6; margin-top: 10px;">兩變數對應關係</div>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #add8e6;">線型函數的對應</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #ffcccc;">線型函數的圖形</div> </div>
要點分析	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #add8e6;">未知數→變數</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #ffcccc;">能判斷函數與非函數</div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #add8e6; margin-top: 10px;">尋找兩變數的關係</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #ffcccc; margin-top: 10px;">能用數學語言描述兩變數的對應關係</div>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #add8e6;">由正比的關係，能寫成 $y=ax+b$ 的關係式</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #ffcccc;"> $y=ax+b$ 及 $y=k$ 的圖形 </div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #ffcccc; margin-top: 10px;">線型函數的交點及平移</div>
概念引申	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #add8e6;">能利用表列，描述變數的觀念</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #ffcccc;"> 函數： 1、1 對 1 2、多對 1 非函數： 1、1 對多 </div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #add8e6; margin-top: 10px;">找出兩變數的關係，並能完成兩變數的表列</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #add8e6; margin-bottom: 10px;">了解離散及連續函數的圖形的不同</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #ffcccc;">圖形左右(上下)移動</div>

從基模理論的研究中發現，每個學生在學習過程中建構出自己的基模，並運用自己已有的基模來面對學習上各種的情境。因此成功的教學必須與學習者舊有知識基礎相連結，然後擴展並豐富其儲存之知識，也因此教學必須活化學生的既有概念，進而調適建構出新的概念。因此基模的建構過程可視為有組織的概念架構，彼此之間的關係所構成的一個有組織的網路結構。綜合上述觀點，將本研究教材設計如下圖：

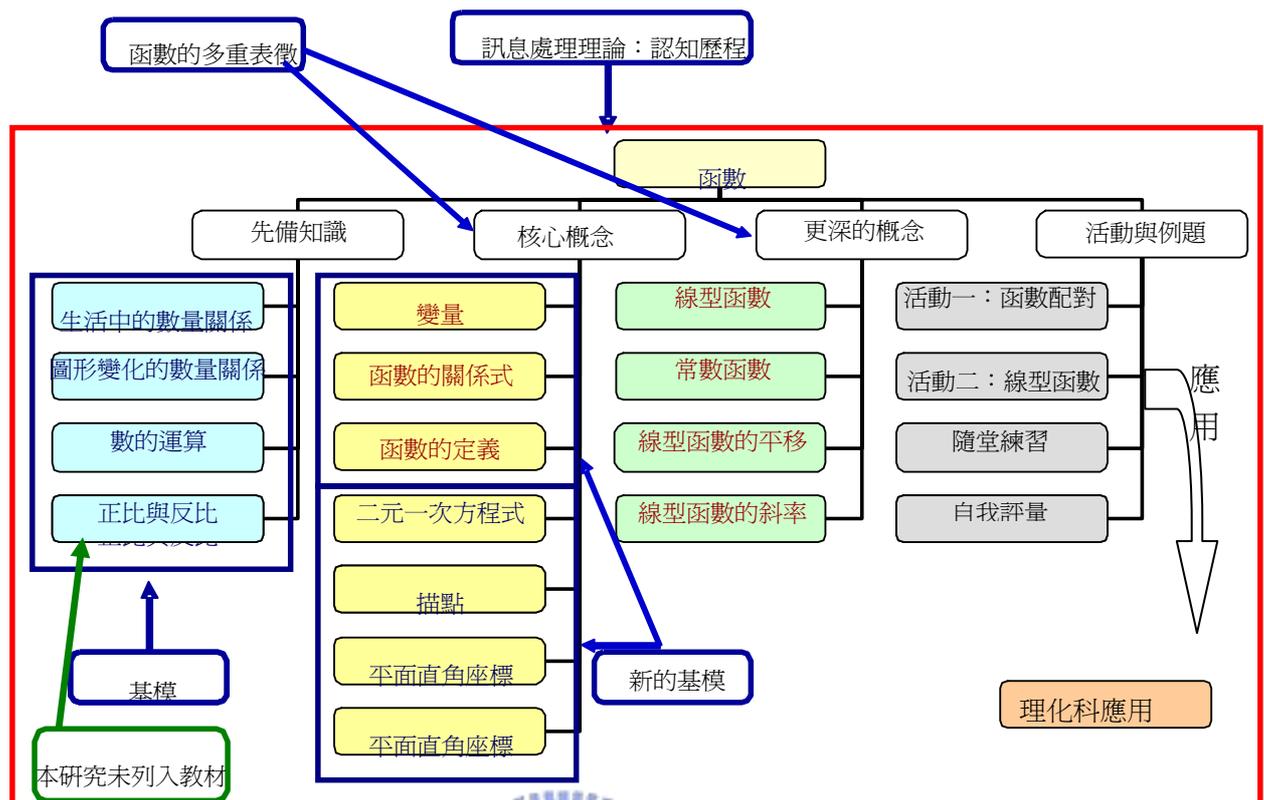


圖 3-4 本研究教材架構與理論結合

在moodle網站上，因為是套用設計好的模組，所以編排上會有所不同，本研究以主題大綱的方式呈現，主要以powerpoint設計書面說明，輔以flash設計題目測驗，並以excel設計數個對應及表徵連結教學活動。如下圖，先由先備知識課程出發，再由許多實例說明進入概念介紹，再進行例題活動，並配合互動式資訊活動，由學習者操作中得到概念。學習完成之後則是線上評量。整個學習過程雖有順序及課程時間(一節課)的限制，但學生是自由的學習，可以自行操作活動，可快可慢，亦可重復觀看、作答，最後亦是主動的建構自己的概念。本研究的學習內容分為兩個學習主題，主題一為認識函數，主題二為線型函數及其圖形。主要內容如下表：

表格 3-5 函數課程介紹

課程	教學內容說明	投影片教學檔	輔助教學檔
----	--------	--------	-------

	主題一：認識函數		
A	函數介紹		
A01	Review1、生活中的數量關係		
A02	Review2、圖形變化的數量關係		
A03	Review3、尋找規律		
A04	概念一：變量的介紹		
A05	概念二：函數的關係式		
A06	概念三：函數的定義		
A07	例題一：水果配對		
A08	例題二：月份與天數		
B	活動一：函數配對活動		
B01	1-1、座號 與姓名的對應		學習單： 
B02	1-2、綽號 與姓名的對應		
B03	1-3、電話區碼與縣市的對應		
B04	討論一：函數的判別法		
B05	隨堂測驗一：這是函數嗎？		解答： 
B06	例題三：台北市的降雨量表		
B07	例題四：對應關係		
B08	應用：凱撒密碼		
B09	討論二：函數的表示法		
	主題二：線型函數及其圖形		
C	線型函數		
C01	Review1、二元一次方程式		

C02	Review2、平面直角座標		
C03	Review3、二元一次方程式的圖形		
C04	概念四：線型函數		
C05	例題五：一次函數的圖形		
C06	例題六：常數函數的圖形		
C07	例題七：函數圖形的平移		
C08	例題八：線型函數的斜率		
D 活動二：線型函數作圖			
D01	活動 2-1：描點 easy go!		解答： 
D02	活動 2-2：函數圖形動動動		
D03	隨堂測驗二：線型函數		解答： 
E 自然學科應用			
E01	例一：等速直線運動 1		
E02	例二：等速直線運動 2		
E03	例三：等速直線運動 3		
E04	例四：密度		
E05	例五：比熱 1		
E06	例六：比熱 2		
E07	例七：力的測量(虎克定律)		

第四章 研究方法

第一節 研究對象

本研究的受試者是為彰化縣田中國中一年級學生兩班共 72 人，其中一班 36 人為實驗組，另一班 36 人為對照組，兩班皆為採用 S 型常態分班。

實驗組：因方便起見，以研究者一年級任課之班級為實驗組。實驗組在研究開始前，有預先上兩節 moodle 課程操作的適應課程，因此對於登入、閱讀、發表文章等操作皆無障礙。上課時間為每週 6 堂課，由 96/04/16~96/04/30 共計 14 堂課。

對照組：由全年級 15 個班中，經由前四次學校段考成績分析，經 t 考驗未達顯著差異的幾個班，選出任教老師願意配合的班級為對照組。對照組教學主要採用傳統課室教學的方式，利用板書、筆記抄寫與講述的方式來授課，授課時間兩週，與實驗組相同。授課教材以課本為主，輔以講義及測驗卷。

第二節 研究工具

一、學習成效問卷

(一)函數概念層次問卷前後測

前測主要是為了得知學生對函數概念的理解層次，以及對學習本單元需具有的先備知識進行施測，後測則為與前測同層次的題目。

1、測驗目的

了解學生在國中函數課程實施的學習成效。

2、題目的內容

參考全國青少年函數概念發展研究(張幼賢，民 92)及函數單元學習前後的概念成長(吳佳起，民 92)以同類型的題目為主，並以 Anna Sfard 的概念層次為分層依據。

3、預試與修正

(1)預試的實施情形與結果

- a.實施對象選取彰化縣某國中二年級學生一班，共 36 人
- b.預試測驗題目共有 24 題。但測驗控制時間控制在 45 分鐘之內完成，所以正式施測時刪減至 20 題。

(2)成就測驗試題細項表

本研究依據 Anna Sfard 的理論，將前、後測問卷根據「內化」、「壓縮」與「物化」三個層次加以分類，並就測試結果增列一個「未達內化」的層次。其中前後測問卷各有 20 題。Concepts in Secondary Mathematics and Science(以下縮寫為 CSMS, Murrary,1981, P.7)小組的處理方法：如果答對某層次內的題目達 67%以上 (CSMS 規定達三分之二以上，即算通過)，即為通過該層次。且錯誤樣本(即能通過較高層次，但卻無法通過較低層次的樣本)不得超過百分之七。另外，每個層次題目的選取要適當，以避免題目過多使學生厭倦作答，題目過少則會在統計上造成誤差。以下是前後測題目與層次對照表：

表格 4-1 前後測層次對照表

前測			後測		
層次	對應題號	題數	層次	對應題號	題數
層次1：內化	1、2、3、4、5、 6、7、8、	8	層次1：內化	1、2、9、12、15、 16	6
層次2：壓縮	9、11、12、13、 15、18	6	層次2：壓縮	3、4、5、8、11、 20	6
層次3：物化	14、16、17、19、 20、21	6	層次3：物化	6、7、10、13、14、 17、18、19	8
總題數		20	總題數		20

茲將前測及後測各題目分析如下表：

表格 4-2 函數概念層次分析(前測)

題號	測驗目標	層次
1	是否有變數概念，並能初步檢驗對應趨勢。	1
2	是否能完成一元一次方程式列式與代值求解，並能檢驗對應趨勢。	1
3	是否能完成一元二次方程式列式與求解，並初步檢驗對應趨勢。	1
4	是否瞭解比例式中，兩變數間的對應規律。	1
5	是否能列出兩變數間的關係式。	1
6	是否能將資料（文字敘述）正確轉換成統計圖表（長條圖）。	1
7	是否能將資料（表格形式）正確轉換成統計圖表（折線圖）。	1
8	是否能報讀、解讀統計圖表。	1
9	觀察學生將函數的表格表徵轉化為函數敘述表徵的能力。	2
10	檢驗作答是否認真。	
11	藉由身高與體重換算公式，觀察學生將情境問題轉化為函數問題，進而求	2
12	是否能由給定資訊(表格形式)歸納，尋求適當對應規律。	2
13	是否能由給定資訊（文字敘述），考慮給定值與對應值的範圍限制，找	2
14	是否能由給定資訊（文字敘述），尋求適當對應關係。	3
15	是否能由給定資訊（文字敘述），利用文字符號，列出兩變數的關係式。	2
16	觀察學生將情境問題轉化為函數公式表徵的能力，學生需具備簡單推理及	3
17	觀察學生將情境問題轉化為函數敘述表徵的能力，學生需熟悉函數定義及	3
18	觀察學生將函數之敘述及表格表徵轉化為函數公式表徵的能力。	2
19	將情境問題轉化為函數公式表徵的能力，學生需具備代值計算的能力。	3
20	由函數箱(function box)觀察學生將文字敘述轉化為函數公式的能力。	3
21	將函數之敘述表徵轉化為函數公式表徵的能力，學生須具備代值運算能力	3

表格 4-3 函數概念層次分析(後測)

題號	測驗目標	層次
1	是否能依據給定資訊(表列)，畫出所代表的圖形。	1
2	是否能完成一元二次方程式列式與求解，並初步檢驗對應趨勢。	1
3	是否能由給定資訊(表格形式)歸納列出文字符號的關係式，並尋求適當函數模式或對應關係。	2
4	是否能由給定資訊(表格形式)歸納，尋求適當對應規律。	2
5	是否能由給定資訊(表格形式)，檢驗是否為函數	2
6	是否能由給定資訊(文字敘述)，考慮定義域與值域的的範圍限制，找出對應關係。	3
7	是否能由給定資訊(文字敘述)，尋求適當對應關係。	3
8	是否能由給定資訊(文字敘述)，利用文字符號，列出兩變數的關係式。	2
9	是否能由比例式檢驗兩變數的對應關係。	1
10	是否會求平移後的直線方程式。	3
11	能觀察線型函數圖形，轉化為代值比較大小問題	2
12	是否能由 $y = f(x) = 8$ 檢驗兩變數的對應關係，並描繪其圖形。	1
13	觀察學生將情境問題轉化為函數公式表徵的能力，學生需具備代值計算的能力。	3
14	觀察學生將函數之敘述表徵轉化為函數公式表徵的能力，學生須具備代值運算能力	3
15	了解反比的關係亦是一種函數	1
16	觀察學生對於函數的圖形表徵及函數的對應關係表徵間之轉換能力。	1
17	能從圖形的表徵，檢驗是否為函數。	3
18	觀察學生將情境問題轉化為函數公式表徵的能力，學生需具備代值計算的能力。	3
19	希望觀察學生將二次函數函數之敘述表徵經幾何繪圖轉化為函數敘述表徵的能力，學生需具備二次函數幾何繪圖及簡單推理的能力。	3
20	是否能由給定資訊(文字敘述)，利用文字符號列出兩個變數間的關係式，並描繪其圖形。	2

二、數學抽考

由本實驗之國中全一年級第二次抽考成績平均及標準差與實驗班級比較分析，在學習成就是否有顯著差異。為增進學生數學程度，在每一次段考之間皆會安排抽考。

命題範圍：包含正比、反比、認識函數、線型函數等重點

測驗時間：45 分鐘

三、低成就學生訪談及操作記錄

實驗過程中，發現幾位平時在數學課時已經沒有學習興趣的學生，在線上課程中卻對資訊活動發生了興趣，決定由他們的實際訪談及觀察操作記錄來了解他們的學習困難所在，以為教材改進。

第三節 研究設計

一、研究階段

本研究設計分三階段性來收集資料：

第一階段：

依本校採用的教科書版本，有關於函數的教材的內容及教學目標，以及參考相關文獻、專家意見、訪談同儕教師的看法，以及在教學現場學生的學習反應，歸納出學生學習函數的學習重點，作為國中函數教材之初步設計，以及建構函數教學網站的模型。

第二階段：

moodle 學習網站完成，請校內二年級一個班級進行使用者評估，再根據使用者評估問卷，針對教材加以改進，以形成真正實驗教學時所使用的教材。

第三階段：

進行實驗。本研究為便於分組教學，採用準實驗法進行實驗，為了深入學生學習過程的想法，並輔以質的研究，以訪問記錄及教材操作記錄進行分析。



- (一)正式進行實驗教學。由兩班學生先進行「函數概念測驗前測」：O1
- (二)實驗進行，實驗組接受線上學習環境(X)；控制組則接受一般傳統教學(C)
- (三)實驗後，兩組均接受「函數概念測驗後測」O2，及數學抽考：O3。
- (四)實驗組低成就學生進行訪談及教學 O4

表格 4-4 實驗分析

控制變項	操弄變項	依變項
1、起點行爲	實驗組：	1、函數概念層次差異
2、授課時數(14 節)	實施模組化線上學習	2、各表徵及連結的差異
3、教學進度	控制組：	
4、教材範圍	一般課堂講述教學	

二、實驗架構

1、教材內容：分爲「認識函數」及「線型函數及其圖形」兩個學習主題，共計 35 個學習課程。

2、實驗方式

實驗組：集中於電腦教室上課，登入 moodle 網站平台之後進行學習，由於爲了模擬驗證自學的成效，不限制學生的學習課程進度，但必須按照教材之順序學習。

對照組：採一般傳統教學，以課本爲上課內容。

3、教師在場輔助學生的學習，對於學生的詢問提供回答。

三、研究流程

茲將研究流程以下圖表示：

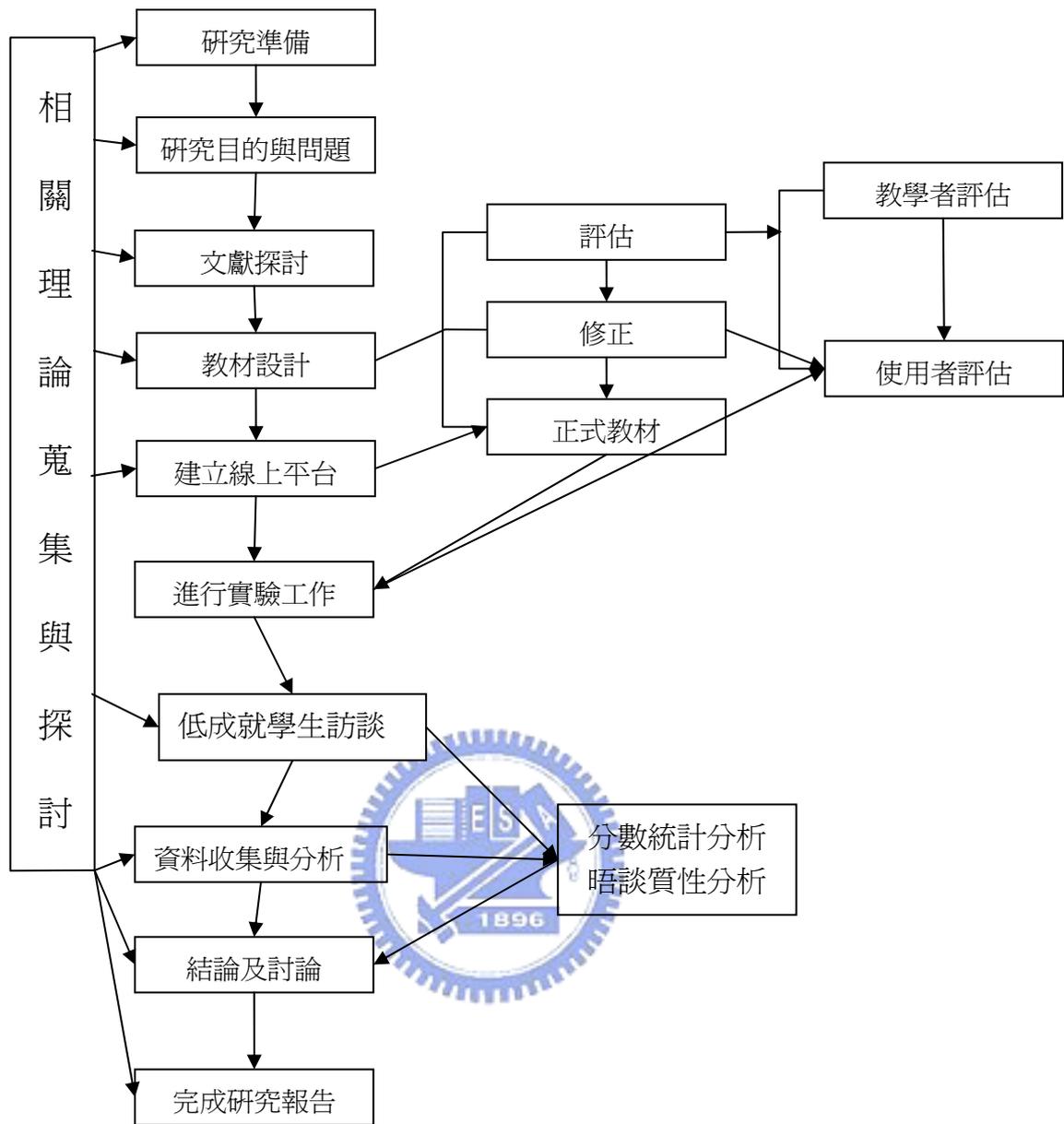


圖 4-1 研究流程圖

第五章 研究結果與討論

第一節 成就測驗分析討論

此測驗是從國中「函數概念層次問卷」前、後測所獲得的資料，進行數據上的呈現與分析，以探討學習者在完成 moodle 學習網站函數單元學習前後，其概念層次改變與一般傳統教學實施前後有何差異，可用來驗證 moodle 函數學習網站的學習效果。

一、前後測成績結果討論

將實驗組及對照組的前後測成績來分析：

表格 5-1 前測統計量



前測組別統計量

VAR001	個數	平均數	標準差	平均數的標準誤
實驗	36	10.1667	2.6241	.4373
對照	36	10.4444	2.4077	.4013

表格 5-2 前測 t 檢定

前測獨立樣本檢定

	變異數相等的 Levene 檢定		平均數相等的 t 檢定				
	F 檢定	顯著性	t	自由度	顯著性(雙尾)	平均差異	標準誤差異
假設變異數相等	.269	.606	-.468	70	.641	-.2778	.5935
不假設變異數相等			-.468	69.488	.641	-.2778	.5935

表格 5-3 後測統計量

後測組別統計量

VAR001	個數	平均數	標準差	平均數的標準誤
後測 1.00	36	11.3056	4.6465	.7744
2.00	36	10.8889	2.0533	.3422

表格 5-4 後測 t 檢定

		變異數相等的 Levene 檢定		平均數相等的 t 檢定				
		F 檢定	顯著性	t	自由度	顯著性 (雙尾)	平均差異	標準誤差異
後測	假設變異數相等	20.661	.000	.492	70	.624	.4167	.8467
	不假設變異數相等			.492	48.167	.625	.4167	.8467

由上述表格得知，若以平均數來說，實驗組的進步分數略多於對照組。若以 t 檢定來看，前後測兩組皆未達統計的顯著差異，因此可說兩組的學習效果相當。

二、函數概念發展層次之檢討

茲就實驗組與對照組前測的各層次人數提出比較：

表格 5-5 實驗組及對照組函數概念前後測比較

	實驗組		對照組	
	前測	後測	前測	後測
層次 0	3	4	4	2
層次一	18	7	14	2
層次二	13	14	15	26
層次三	1	11	2	6
錯誤樣本	1	0	1	0

從整體來說，教學實施成功與否，取決於學習者能否提升概念層次，所以就兩組之學習者，分為層次提高、層次不變、層次下降來討論，並繪出直方圖，如下表及下圖：

表格 5-6 前、後測層次變化表

前後測層次變化	實驗組	對照組	兩組之差的比率
層次提高人數	20	17	4.3%
層次不變人數	14	15	1.4%
層次下降人數	1	3	2.8%

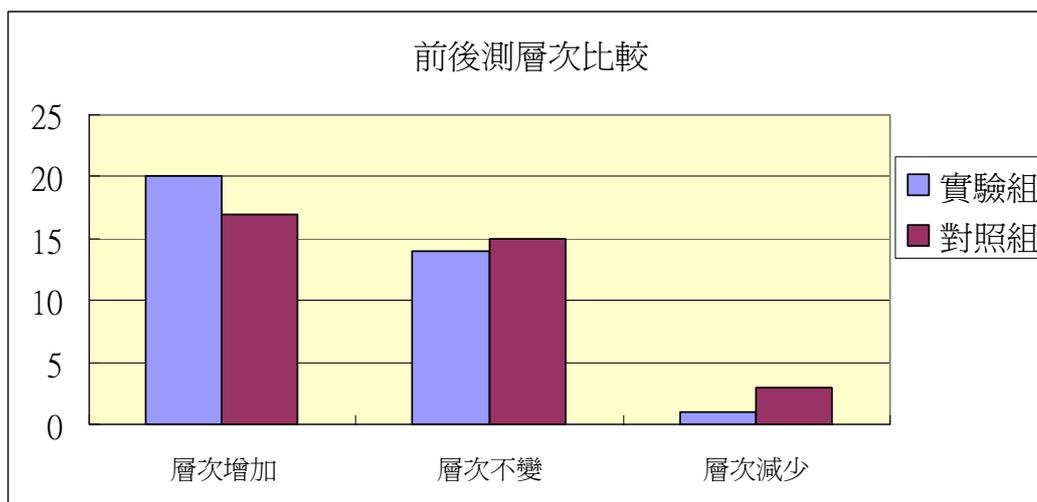


圖 5-1 實驗組與對照組函數概念層次測驗前後測比較

根據上表分析，不論是實驗組或是對照組經過「線上模組學習」或是「傳統課堂學習」，都有近五成的學習者提高了函數層次，皆具有明顯的學習成效。兩組層次增加、層次不變及層次減少這三個分類的差距比例皆小於 5%，所以從前後測的變化來說，兩組是沒有顯著差異的。

但如果從各層次的前後測人數變化來分析，如下列兩圖：

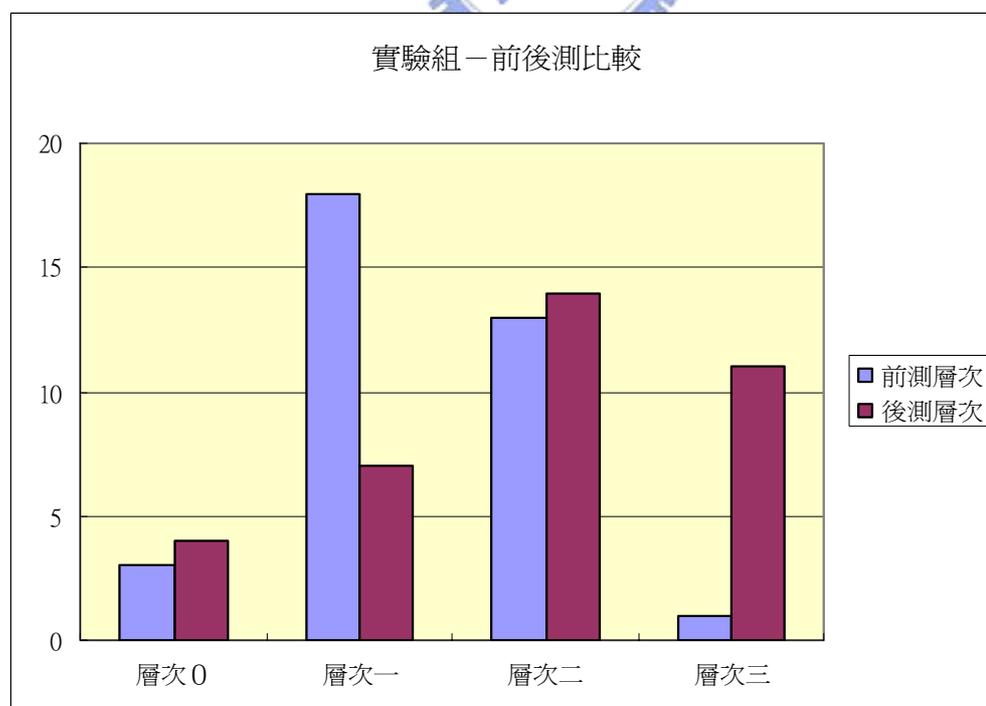


圖 5-2 實驗組函數概念測驗前後測各層次的改變

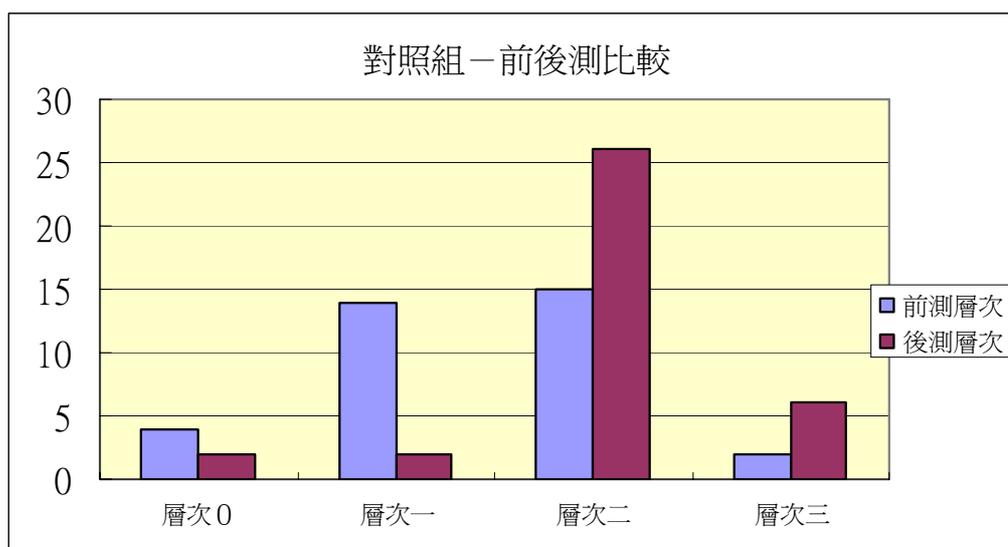


圖 5-3 對照組函數概念測驗前後測各層次的改變

雖然總體來看，兩組之層次增加的比例相當，並無顯著差異。但實驗組進步到達層次三的人數為 11 人，而對照組為 4 人，實驗組有更多的人由層次二提高至層次三--物化的層次，亦即由調適、同化及歸納進入了抽象的境界，也就是由特定的影像抽象為一般的影像。這其中的概念改變如下：

- 1.學習者能從不同的表徵去理解函數，並能從不同的表徵中，區分出函數的正例與非例。
- 2.可對函數作形式化的思考，對函數的多重表徵加以判斷。
- 3.能判斷一些離散的，不連續的，甚至於非數值的函數。
- 4.能根據代數式來畫出函數圖形，並能分析其特殊解的意義。
- 5.能利用不同的表徵來解決生活應用問題

所以代表經過「線上模組學習」有助於學習者對函數概念更全面的認識及更深的瞭解，而提升至更高的層次，這個部分「線上模組學習」明顯優於傳統教學。

三、實驗組及對照組抽考成績分析

爲了增加「線上模組學習」學習成效的檢驗，將選擇實驗班級一般評量成績與全一年級各班比較，而段考成績所佔學期比重很大，故不能因實驗而影響學生

的學習。所以利用全校第二次數學抽考來檢驗實驗班與全一年級第二次的數學抽考的差異。

	抽考平均	SD
實驗組	52.9	16.3
對照組	51.4	15.4

表格 5-7 抽考成績 t 檢定

獨立樣本檢定

		變異數相等的 Levene 檢定		平均數相等的 t 檢定						
		F 檢定	顯著性	t	自由度	顯著性(雙尾)	平均差異	標準誤差異	差異的 95% 信賴區間	
									下界	上界
成績	假設變異數相等	.016	.899	.394	70	.695	1.47	3.7411	-5.99	8.93
	不假設變異數相等			.394	69.8	.695	1.47	3.7411	-5.99	8.93

兩組的平均數為 52.9 與 51.4，而 t 值為 .394 未達顯著差異，故兩組的抽考成績可視為無差異，亦即可以兩組的教學成效是相同的。

綜上兩個成就測驗，可以得知，moodle 線上函數教材學習成效與一般傳統教學是沒有顯著差異的。

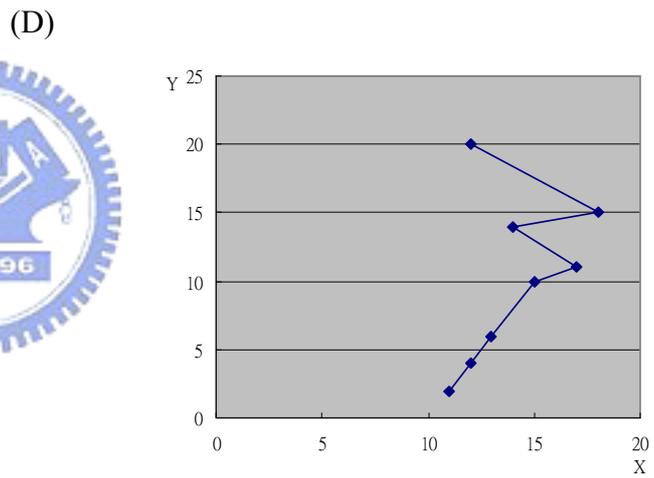
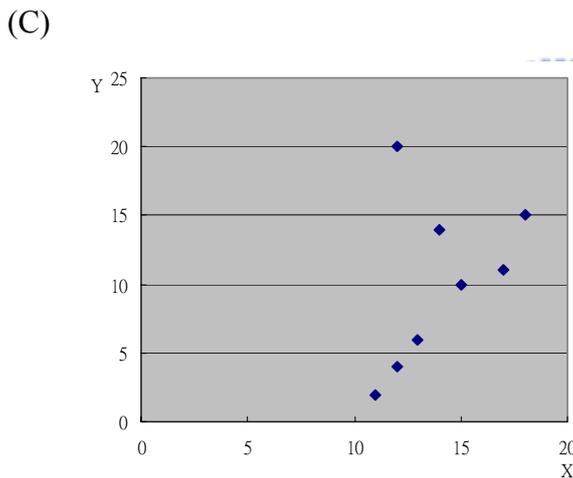
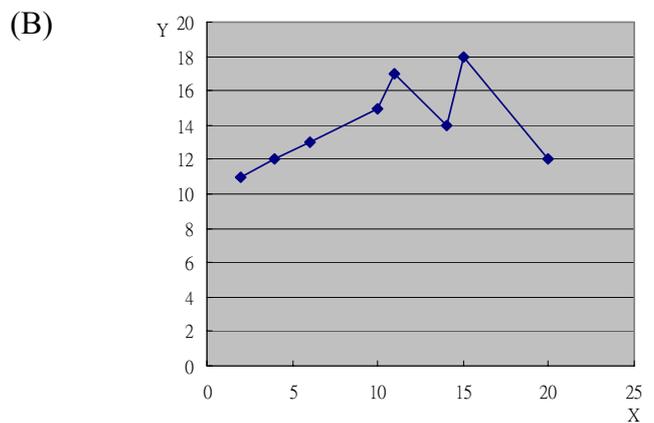
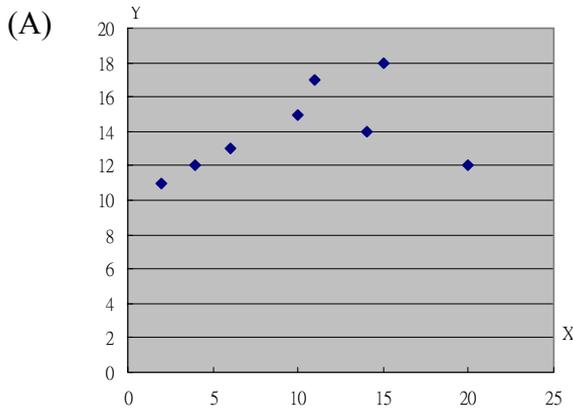
第二節 層次概念測驗題目分析

根據後測的資料，實驗組與對照組整體答對率是沒有顯著差異的，可視為網路學習與傳統教學的教學成效是相同的。為了分析網路學習的優缺點，茲就兩組答對率差異超過 5% 的題目，提出更進一步的看法：

一、層次概念測驗--實驗組優於對照組的題目探討

1. 設x 與y對應的關係如下表所示：

X	2	4	6	10	11	14	15	20
Y	11	12	13	15	17	14	18	12



第一題	實驗組	對照組	層次
答對率	57.9%	50.0%	1

分析：本題希望觀察從列表表徵轉化為圖形表徵的能力，學習者需具備基本描點的能力。本研究的資訊教材活動，提供了即時描點的功能，讓填表與描點能同時呈現，並能顯現錯誤與正確描點的比較，故學習者易於了解。本題實驗組表現較佳的原因可能為：在實驗教材學習主題二中，「先備知識」單元復習了直角座標與二元一次方程式的圖形，在「資訊教材活動」特別加強列表與圖形描點的設計，這兩個課程對實驗組學生有很大的幫助。藉由實際的操作，調適及同化出函數對應的概念。

5. 若將平年(365天)的月份用 x 表示，當月的天數用 y 表示。這時， x 與 y 的關係可用下表來表示：

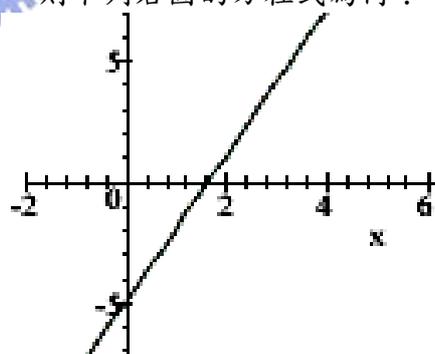
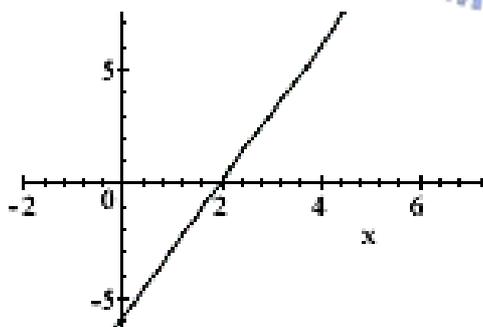
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y	31	28	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31

- (A) x 是 y 的函數， y 也是 x 的函數。
 (B) x 不是 y 的函數， y 也不是 x 的函數
 (C) 對每一個給定的 y 值，恰有一個 x 值與其對應，且對每一個給定的 x 值，也恰有一個 y 值與其對應；
 (D) 對每一個給定的 x 值，恰有一個 y 值與其對應，但對每一個給定的 y 值不是恰有一個 x 值與其對應；

第五題	實驗組	對照組	層次
答對率	63.2%	52.6%	2

分析：本題是檢驗是否由給定的表格資料，檢驗是否為函數對應。本題為課本例題，在實驗組與對照組皆有相同的教材，但實驗組卻明顯優於對照組，經由觀察及問卷調查中，發現主要原因在於線上教材「學習主題一」的資訊教材活動，藉由實例操作，歸納出一對一及多對一的函數規則，而且也了解 y 「天數」對到 x 「月份」為一對多，並非函數。故實驗組學生較能達到第二層次「壓縮」的關係：「類比」及「歸納」。

10. 若方程式 $y=3x-6$ 的圖形如下列左圖所示，則下列右圖的方程式為何？



- (A) $y+1=3x-6$ (B) $y-1=3x-6$
 (C) $y=3x-3$ (D) $y=3x-9$

第十題	實驗組	對照組	層次
答對率	50.0%	39.5%	3

分析：本題希望觀察圖形表徵與代數式表徵的連結，測驗是否會求平移後的直線方程式。本研究的資訊教材活動，藉由捲軸的拉動，可「同時」觀察代數式與圖形的改變關係。學習者可由做中學，建立圖形平移的概念，概念的各個表徵學習較為完整。但本題的命題不佳，可由圖形直接代點 $(0, -5)$ 運算，即可得到答案，

所以不一定能測出平移對觀念，但因本資訊教材對學生代點計算的幫助很大，所以實驗組在本題上較為有利。

12. $y=f(x)=8$ ，則下列敘述何者不正確？

- (A) 對每一個給定的 y 值，恰有一個 x 值與其對應。
- (B) 對每一個給定的 x 值，恰有一個 y 值與其對應。
- (C) 對所有的 x 值， y 值都等於8。
- (D) $y=f(x)=8$ ，在直角坐標平面的圖形是一條直線。

第十二題	實驗組	對照組	層次
答對率	63.2%	50.0%	1

分析：測驗是否能由 $y = f(x) = 8$ 檢驗兩變數的對應關係，並能看出其圖形。實驗教材學習主題二中，「資訊活動」單元利用excel設計了「列表計算」與「描點繪圖」兩個表徵同時呈現的功能，將 x 的係數調整為0時(如下圖)，表格 x 值會即時呈現出「任意數」，這是很強烈的符號標示，對學習者留下很重要的印象，而且當 $a=0$ (一次項係數為0)，也可以清楚操作水平線上下移動。學習者很容易由操作中即可同化出「常數函數」表列及圖形的概念。

14. 阿木試寫電玩程式，其流程如下：

	加 2	乘以 3	最後減 4
投入 1	3	9	得到 5
投入 2	4	12	得到 8

則阿木要得到2，需投入多少？(A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0。

第十四題	實驗組	對照組	層次
答對率	39.5%	31.6%	3

分析：觀察學生將函數之敘述表徵轉化為函數公式表徵的能力，學生須會自行假設及代值運算的能力。對照組的教材未有本題類似的題目，但實驗組的「學習主題一」的概念 2-2 中有類似說明：

Ex5：電算機的對應

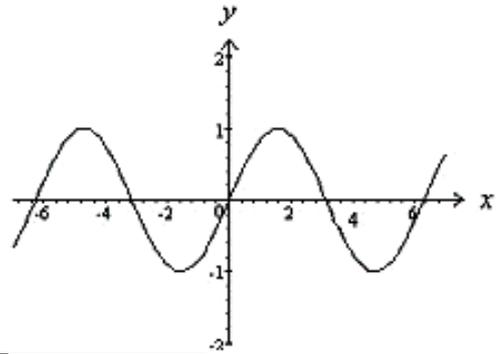
下圖是一個簡單的電算器計算流程，當你輸入一個數時，它會對這個數做以下的輸入乘以 5 減 7 輸出運算：



以及資訊活動運算機器的操作，提供了輸入及輸出的數值，由學生去推論運算過程，這兩個課程對實驗組的學生有很大的幫助。

17. 就右圖中的曲線而言

- (A) y 是 x 的函數，但是 x 不是 y 的函數。
- (B) x 是 y 的函數，但是 y 不是 x 的函數。
- (C) y 是 x 的函數， x 也是 y 的函數。
- (D) y 不是 x 的函數， x 也不是 y 的函數。

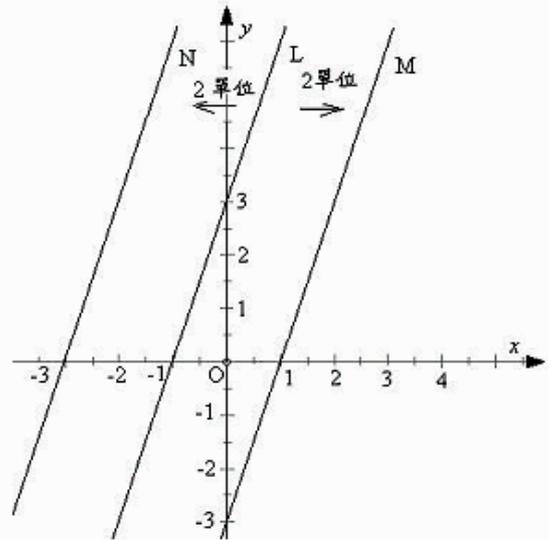


第十七題	實驗組	對照組	層次
答對率	42.1%	31.6%	3

分析：本題希望測驗能從圖形的表徵，檢驗是否為函數。本研究的資訊教材，藉由許多生活教材，讓學習者能由操作中認識變數與函數，並能判斷一對一及多對一的關係，並能轉化為圖形上的對應。資訊教材有折線圖的例題，並能從折線圖判別，溫度是時間的函數，但時間不為溫度的函數。學生對函數圖形的認識不限於直線。只要能符合函數的對應關係即為函數圖形。

19. 設方程式 $y = 3(x + 1)$ 的圖形為直線 L ，將直線 L 整個向右平移 2 單位後得到直線 M ；直線 L 及 M 的圖形如示。

- (A) 直線 M 的方程式為 $y = 3x + 9$ 。
- (B) 直線 L 向左平移 2 單位後得到直線 N ，則直線 N 的方程式為 $y = 3x - 3$ 。
- (C) 直線 L 向左平移 2 單位至直線 N ，這種轉換不可視為函數。
- (D) 直線 L 向右平移 2 單位至直線 M ，這種轉換可視為函數。



第十九題	實驗組	對照組	層次
答對率	52.6%	47.4%	3

分析：本題希望觀察圖形表徵與代數式表徵的連結，與第十題相同，本題更強調圖形平移的關係。本研究的資訊教材活動，藉由捲軸的拉動，可同時觀察「代數式的改變」與「圖形的改變」。學生只要藉由拉動的操作，即可了解平移的係數變化關係。但本題可藉由代點 $(1, 0)$ 、 $(-3, 0)$ 即可刪去(A)(B)選項。而(C)(D)選項相對而言是比較簡單的觀念，大多數學生皆知線型函數圖形為直線，故平移後的直線亦為函數圖形，所以本題意測驗的概念雖然很難，但卻無法測出學生真正的概念。故本題的答對率甚高。

二、層次概念測驗--對照組優於實驗組的題目探討

3. 由海平面往上升時氣溫會逐漸下降。設今天海平面的溫度是 25°C ，而離海平面 x 公尺處的溫度是 $y^{\circ}\text{C}$ ，表列如下：

x ：離水平面高度(cm)	100	200	300	400	500	...
下降溫度	0.6	1.2	1.8	2.4	3.0	...
y ：該高度的氣溫($^{\circ}\text{C}$)	24.4	23.8	23.2	22.6	22	...

如果住在海拔800公尺的山腰上的老王，今天要上山到海拔1200公尺的山頂去採藥，則下列敘述何者正確？

- (A) 老王歷經的最低溫為 20.4°C (B) 老王歷經的最高溫為 17.2°C
 (C) x 和 y 的關係式為 $y = 25 - \frac{0.6x}{100}$ (D) 氣溫的變化沒有規則

第三題	實驗組	對照組	層次
答對率	68.4%	73.7%	2

分析：本題目希望測驗是否能由給定資訊(表格形式)歸納列出文字符號的關係式，並能尋找出適當函數模式或對應關係。本題正確答案為(C)，要導出正確的關係式的計算式並不容易，也包含了解二元聯立方程式的先備知識能力。可以得知，在電腦前觀看教材的學習方式，對於計算能力的提升是比傳統教學來得遜色。

13. 某廣告設計公司應顧客的需要，製作下列兩塊大小不同但相似的長方形看板：已知小看板(圖一)的長為3公尺，高為1公尺；大看板(圖二)的長為6公尺，高為2公尺。請問下列哪一個選項是正確的？



(圖一)



(圖二)

- (A) 如果要寫出小看板(圖一)中的「a」字體需要用光2罐油漆，則寫出大看板(圖二)中的「a」字體需要用光4罐油漆；
 (B) 如果圖一中「t」字體高度為50公分，則圖二中「t」字體的高度為1公尺；
 (C) 如果製作(圖二)大小的看板需要邊長30公分的正方形鐵片60片才能拼湊的起來，但工廠只剩下邊長15公分的正方形鐵片，則需120片才能完成；
 (D) 兩看板的對角線長比例為1：4。

第十三題	實驗組	對照組	層次
答對率	23.7%	28.9%	3

分析：本題希望能觀察學生將情境問題轉化為函數公式表徵的能力，需具備相似形的先備知識，要了解「比例」也是函數的一種。本題正確答案為(B)，大多數學生皆誤答為(A)或(C)，可見得對於相似形的邊長比及面積比的觀念並不清楚。比例觀念為函數單元的先備知識，在實驗組的「先備知識」單元有提到比的觀念，但卻不見其學習效果，所以此單元教材有待改進。

15. 已知一長方形的面積為 36 平方公分：假設長為 x 公分，則寬為 y 公分則：

- (A) x 的值愈大，y 的值也跟著愈大 (B) 當 x=8 時，y=4.5
 (C) 當 x=2 時，y=72 (D) 當 x=-12 時，y=-3

第十五題	實驗組	對照組	層次
答對率	76.3%	81.6%	1

分析：本題希望檢驗反比的觀念，希望學生能導出關係式，並能有代入的對應觀念。本題只要具有反比關係式 $xy=k$ 的觀念，即會運算。正反比的觀念為函數對應的先備知識，本實驗教材並無設計此部分的複習，所以實驗組的答對率不如對照組。

18. 物體自高空靜止自由落下時，物體落下的距離與落下時間的平方成正比，當落下時間 2 秒，落下距離為 20 公尺，則下列敘述何者正確？

- (A) 落下時間為 4 秒時，落下距離為 40 公尺
 (B) 此物體落下的速率維持不變
 (C) 如果物體自 500 公尺高靜止自由落下，經過 10 秒才會落地
 (D) 落下距離和落下時間的關係為： $\frac{\text{落下距離}}{(\text{落下時間})^2} = 10$

第十八題	實驗組	對照組	層次
答對率	31.6%	42.1%	3

分析：本題希望能觀察學生將情境問題轉化為函數公式表徵的能力，要了解「比例」也是函數的一種，並能導出正比的關係式，並不需要用到二次函數的觀念。本題正確答案為(C)，學生誤答的比例在三個選項差不多，推論本題的作答情形為用「猜測」的佔大多數。本題在前測(19 題)有類似之題目(汽車的剎車距離)，實驗組與對照組的差異並不明顯(10.5%及 13.2%)，但經過教學之後，對照組明顯優於實驗組，可以說明網路教材在正比及計算上的設計需要改進。

三、結論

1、資訊教材有「操作」的部分，實驗組皆優於對照組。如函數對應關係、描點代入運算、圖形平移及旋轉等題目，配合資訊教材的活動，皆有實際操作的機會。而傳統教學上由實例引入抽象的概念，缺乏操作的機會，Dale(1946)提出「經驗錐」說明學習者從直接「實作」中最容易學習，其次是「圖像」，再其次是「抽象」符號(如，文字、數字)所提供的學習經驗，亦即學習應從具體出發，一步步推至抽象，這可與本結論印証。

2、對照組優於實驗組的四題題目中，有三題皆與「比例」有關，因「比例」為先備知識，所以實驗教材並未特別再設計此部份的學習。實際上，學生仍需要這部分觀念的複習，。因為本實驗教材在先備知識設計仍有所疏漏，造成無法引導學生建構新的思考模式。

第三節 低成就學生訪談

實驗之後，發現平時上課皆為放棄學習的學生，在線上學習環境記錄之下，發現他們亦有進行學習活動。他們沒有先備知識基礎的支持，對於學習內容亦不瞭解，但對互動式學習活動單元覺得有趣，會實際的操作看看，但仍沒有學習成效。低成就學生可能的問題在於「數學基礎不佳」、「閱讀能力不好」及「無法專心」等多種原因，他們無法自行學習教材，尤其在網路學習環境之下，需要自我規畫、自我控制的學習，低成就學生無法進行學習活動。因此，在提起他們的學習興趣之後，研究者想要瞭解如何進一步的幫助他們進行有效果的學習，以及本教材應該在這方面補強？所以由實驗組挑出函數概念層次為 0 之學習者，並從中挑選三位，依其座號分為 2 號、6 號及 10 號學生。由學生再行操作 excel 互動式教材，並以 snagit 及 camtasia studio 錄製軟體記錄其學習過程。

一、學生分析

2 號學生：家庭正常，上課正常。數學程度為正整數的四則運算，及簡單的分數計算。稍微會基本的代入運算。智慧正常，稍有閱讀障礙，故為國文科資源班學生。對於學習不好毫不在乎，在數學上缺乏自信心，課堂上傾向不聽課而發呆。

6 號學生：家庭較缺乏關心，曾為中輟生，連續一週皆找不到人。數學程度比 2

號學生稍差，不會代入運算，沒有代數的觀念。智慧正常，傳統課堂上亦會聽講，因無基礎，無法瞭解一般老師所講的內容，上課愛與教師、同學講話，喜歡出風頭，口語反應很快。因為注意力不集中，本學生為數學資源班學生，一週有四節資源班課程。

10 號學生：家庭正常，上課正常。數學程度與 2 號學生相符。智慧正常，無學習障礙。平時皆低著頭且沒有在上課。平時傳統課堂上如果能放慢速度，馬上給予指導，有時他亦能瞭解一些部分，但僅只止於點的瞭解。平時非常沉默，訪談之中，亦很少講話，可能因為數學成績非常不好，略有自卑傾向，所以缺乏學習的自信心。

(一)2 號學生：

1、教學過程：

T：將係數調整為 $y=2x$ ，會不會填表？

此時學生仍不會填表。

T：先從從 $x=0$ 開始填， $x=0$ 時， $y=$ 多少？

S： $y=0$ 。

學生掌握到訣竅，填完之後。發現他在 $x=-2$ 時，錯填 $y=4$ 。

T：好，填完了，請按「完成訂正」。

發現 $y=4$ 錯誤，請他觀察圖形並非是一直線。

T：你知道哪裡錯了嗎？

學生點點頭，訂正為 $y=-4$ 。重新「完成訂正」一次，全部正確。

T：好，都對了。看一下圖形，按一下顯示正確描點。

描點皆為正確。

T：做的很好。你按一下隱藏正確描點，以及更新描點，好，都清除了，重新再來。你做做看 $y=3x$

學生調整為 $y=3x$ ，開始填表。學生填表過程為



T：為什麼這兩格錯了？

S：不知道。

T：你按一下顯示正確答案。

學生由正確答案訂正。為了測驗學生是否真的會做了。

T：你再選一個來算算看。

學生調整了常數項為 $y=3x+1$ 。做答如下：



在完成訂正之後，學生得知錯誤之後，自己找出正確答案 $y=-2$ 。

之後再進行第二階段的學習：

T：請按 $y=ax+b$ 的部份。如果數字(x 的係數)愈來愈大的話，圖形有什麼改變？

學生由 1 增加至 5。S：點的位置改變。

T：還有呢？(指圖形處)

學生用手比出圖形的傾斜改變。

T：是不是愈來愈斜？

S：是的

T：如果變成 0 呢？

學生調整為 $y=0x+2$ 。S：線是平的。

T：你自己再調調看

學生調整反復操作了兩次

T：好，你自己動動另一個數字。

學生調整常數項。由 $y=5x+2$ 調至 $y=5x+5$

T：圖形有什麼變化？

S：圖形會動。

T：怎麼移動？

S：向右移動(應是用左移動)。經提醒及暗示後，學生瞭解移動的方向。

此學生的代入計算進步很多，答對率很高，也很有意願計算，但負數計算仍需要加強及提醒。對於圖形的移動並未形成概念，仍需教師的指示才會回答問題。

2、問卷訪談

T：完成本課程之後，你覺得自己進步了嗎？

S：有進步

T：哪些部分進步了？

S：正負數的演算法、代入數字、函數圖形描點

T：在學習過程中，哪個部分的設計對你的幫助最大？

S：不知道。

因為說不出來，所以請學生用滑鼠指。學生指出係數變動，表格的運算，即時描點

T：更新描點時，全部答對時會不會高興？

S：會很高興。

T：這個部分(即時描點)對你有沒有幫助？

S：也有。

T：幫助到什麼？

S：點與 XY 的關係。

T：很好。說的很清楚

T：之前自己操作時，那時為什麼學不會呢？

S：不知道。

T：那現在老師教了之後，有沒有比較懂？

S：有

T：哪一個部分比較有趣，可以一直做？

S：更新描點。以及這裡(函數圖形與 X、Y 軸交點)。

T：學完後有什麼感想？

S：不知道。

S：希望以後都能用電腦學習。

3、觀察心得：

(1)學生本來並無函數先備知識基礎：代入、描點、繪圖等。在概念層次測驗中

大多是用猜的。但實驗中經個別指導之後，在課程操作上，可以進行簡單的代入運算。但是在負數運算仍然會出錯，但可由訂正答案時，查覺自己的錯誤。並能進行訂正。

- (2) 在觀察其操作過程中，最喜歡操作填表的部份，在答錯時，他喜歡先顯示正確答案，再於空格上寫上正確答案。喜歡訂正答案時得到「全對」的獎勵，自行操作了好幾遍。
- (3) 在操作過程中，經由提示後對於直線與代數式的係數關係並不能說出其關連性。但知道 a 值愈大，直線會愈斜。
- (4) 在測驗問答中，可由 excel 教材自行調整找出簡單的函數圖形，但在筆紙問卷中，仍無法自行畫出線型函數圖形。

(二)6 號學生：

1、教學過程：

T：先做 $y=2x$

學生很快就全部答對。

T：你自己調整一個。(因 2 號同學學習時，6 號及 10 號皆在旁邊觀看，故已會操作)

S： $y=4x+1$ 。

T：先從從 $x=0$ 開始填。



$y=$ $x+($ $)$

Min: -5 係數 a 係數 b

Max: 5

x	-3	-2	-1	0	1	更新描點
y	-13	-9	-6	5	5	完成訂正
	X	X	X	X	✓	

學生訂正後。**S**：錯了。

T：你看看你描的點，歪來歪去的。那現在你自己改改看好了。

x	-3	-2	-1	0	1
y	-13	-9	-3	1	5

學生改完後仍有錯，

T：你看看 X 用-1 代入時，Y=多少？

S：-4+1。

T：-4+1=多少？

S：-3

T：答對了。其他的呢？

學生其他皆訂正完畢。重新「完成訂正」一次，全部正確。

T：很好，那老師再出一個問題問你。調整為 $y=2x+2$

學生這次作答皆為正確

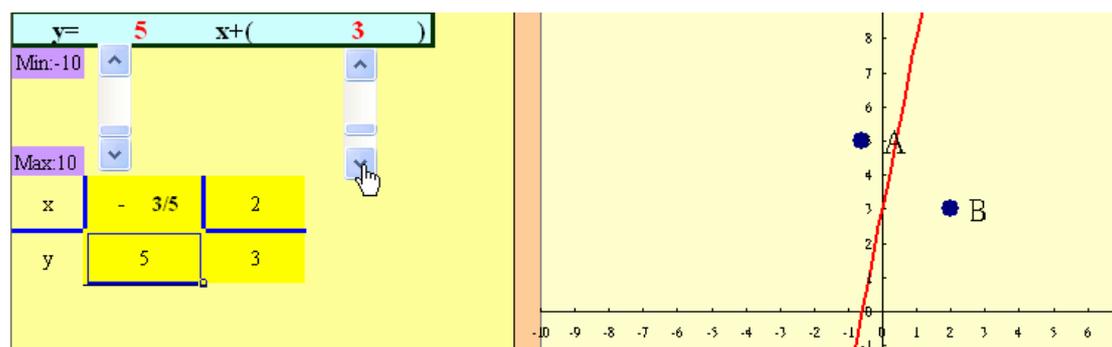
T：做的很好。清除一下。我再出一個好了 $y=0x+3$

因為之前 2 號學生做過了。所以 6 號學生很快就全部答對了。

*接著再進行斜率的教學：

T：先自己操作看看。

學生調整 $y=ax+b$ ，a 與 b 的值改變。a 由 5 調至 0，變成平行線，b 則上下調整。平行線則上下移動。沒多久學生將表列中的數調整(如下圖)，此時 A 點 B 點皆不在線上。但學生只覺得好玩。並輸入更大的數。X=100，此時 A、B 皆不見了。



T：什麼情形時會有水準線？a 值改變，直線有什麼變化？

不知道，雖經過上一位學生的學習，但 6 號學生仍未掌握其重點，並未發現係數與圖形變化的關係，皆搖頭不會回答。

T：這裡調為 0，試試看。(指係數 a)

S：嗯，變成水準線了。

T：調整另一個看看

學生對於圖形上下移動覺得很有趣，移上又移下。

T：跟數字有什麼關係？

學生仍無法出數字愈大，圖形愈高。數字愈小，圖形愈低。

此學生代入運算及負數的代入進步很多，且學習意願很高，但在圖形的變化上並看不出特別之處。雖然前一位學生已經做過，而且經過指導也能說出斜率變化與圖形的關係。但 6 號學生可能因無法專心(過動)而忽略，故圖形變化學習效果不佳。

2、問卷訪談

T：這個課程學了有段時間了，你覺得自己進步了嗎？

S：有。

T：你覺得哪些地方進步了？

S：不知道。(暗示多講一點)

T：之前學的，現在跟之前比起來有什麼比較進步了？

S：有，代入數字。正負號。

T：在學習過程中，哪個部分對你的幫助最大？

S：正負號代入。

T：哪個地方可以幫助你？

S：(用滑鼠指更新描點之處)

T：你有每次都算對嗎？

S：沒有

T：現在比較有把握了？

S：嗯

T：還有沒有？

S：(用滑鼠指)圖形描點

T：學習過程中哪些地方比較有趣的？哪個設計比較有趣？

S：拉動圖形，答對回答出現打勾。

T：這個上課和平時上課有何不同？

S：滿好玩的。

T：平時上課也有小考啊？

S：平時的不會寫

T：為什麼平時數學考不好？

S：搖頭。沒有。不知道。

T：是不是老師沒有好好教你？

S：沒有注意聽，用電腦學比較清楚。

T：平時上課都有講，為什麼聽不懂？

S：沒有注意聽。

T：那現在聽的懂的了？

S：比較清楚了

T：有沒有什麼心得、感想呢？

S：希望能用電腦學習，每天午休能來這裡學習。

觀察心得(6 號)：

- (1)學習上較無法專心，如老師未加以注意，即無法專心在學習上。
- (2)在實驗兩週的過程中，並沒有學會操作資訊活動的教材，故沒有任何的學習效果。之後在一對一訪談中，經由提示操作之後，即學會自行操作。
- (3)在資訊活動表列中，對「同步顯示描點」特別有注意到這個功能，知道 5 個點全對時為一直線的趨勢。實際操作中，該生在計算錯誤時，即可由圖形之處發現並訂正。
- (4)該生喜歡訂正答案時全部打勾的設計，猶如考 100 分的獎勵。
- (5)學習課程之前本無代入的觀念，並且不瞭解負數運算的規則。後來個別指導中，經由研究者指導後，知道代入與負數運算規則之後，經由資訊教材操作，進步很多，後來兩次的填表皆為全對。
- (6) 6 號學生無法專心太久，在學習完第一階段之後，第二階段圖形的變動則學的不好。操作中，發現 6 號學生自行去填入截距式的表列(實驗教學前有提到不可去更動表格數字，不然要關掉重開)。
- (7)6 號學生對於直角坐標上列表及描點非常有興趣，之前的傳統教學中，他並未建立有序對描點的觀念，經個別指導之後，發現他很有興趣自行填表並找點的位置，所以針對低成就學生，填表及描點的課程應列入復習課程。

(三)10 號學生：

1、教學過程

T：先做 $y=2x+1$ 。

學生完成後訂正，發現竟然全錯了。

x	-4	-3	-2	-1	0
y	-1	0	1	2	3
	X	X	X	X	X

發現可能負數的運算太多，請學生重新更新描點一次。再指導由 $X=0$ 開始算。

x	-1	0	1	2	3
y		1			

在最後一點 $X=-1$ 時，10 號學生想了一會兒，最後填上正確的答案-1，所以全對。由於 10 號學生已經看過前兩位學生的運算，所以決定出一個比較難的，他們三個可以一起回答。

T：請調至 $Y=-X+2$ 。

學生由 $X=0$ 開始填起，當 $X=1$ 時卻填錯了，然後填 $X=2$ 時，填對了，這時 10 號學生發現了錯誤，填上 $X=1$ 時， $Y=1$ 的正確答案。

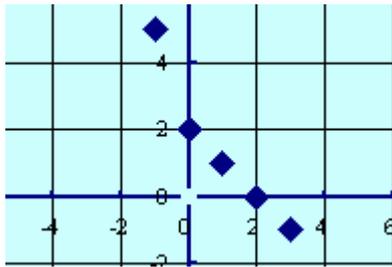
x	-1	0	1	2	3
y		2	3	0	

填至最後 X=-1 時，發現了這樣的情形：

x	-1	0	1	2	3
y	5	2	1	0	-1

T：你有沒有覺得哪裡怪怪的？

S：這個點怪怪的。學生訂正為 3 而全對。



T：剛剛你怎麼發現錯誤的？

S：圖怪怪的。

T：再出一個： $Y=-2X-1$

由於三個人互相提醒，這題填表也全對。

x	-2	-1	0	1	2
y	3	1	-1	-3	-5



T：請按 $y=ax+b$ 的部份。如果數字(x 的係數)愈來愈大的話，圖形有什麼改變？

學生由-2 增加至 5。S：圖形會轉動。

T：怎麼轉？

S：會愈來愈斜。

T：你調成 0 看看。

學生調整為 $y=0x+2$ 。S：是水準線。

T：好，你自己調整看看。

學生調整為 $y=-x+2$ ，並與上述描點比較。

T：把點連起來是不是一樣？

S：嗯。

學生調為 $Y=-5X+1$ 。

T：圖形有什麼變化？

S：變的比較斜了

2、問卷訪談

T：完成本課程之後，你覺得自己進步了嗎？

S：有！代入數字，圖形描點。

T：還有其他嗎？

S：沒有。

T：在你學習過程，哪些地方對你比較有幫助？

S：正負號哪裡

T：這個地方(指更新描點與訂正的地方)。

S：對

T：還有呢？

S：(搖頭...)

T：你再想想看，還有什麼地方對你有幫助？

S：還有圖形可以看對還是錯。

T：那這樣上課和在教室上課有什麼不同？

S：電腦比較有趣，在教室比較無聊

T：那你還有什麼感想呢？

希望每天用電腦算數學，用電腦算數學進步很多，用電腦正負號一下子就學會了

3、觀察心得：

(1)10 號學生學習較為認真，但缺乏基礎觀念，不會填表及代入計算。後來經個別指導之後，經由教材的幫助，可以自己進行代入運算。

(2)能由即時描點的圖形來驗證代入是否正確，並能自行更正。

(3)對填空並訂正十分有興趣，可以反覆一直做。同以上兩位同學，喜歡「全對」時教材給的回饋。

(4)可以說出如何直線會比較傾斜，而且能說出 $y=2x$ 為向右走一格、向上走兩格的斜率觀念。而 $y=2x+1$ 的圖形，他能由 $y=2x$ 的圖形說出向上平移一格的觀念。所以具有平移的概念。

綜上所論，本教材的優點為：

1、代數式，而描點及填點同步呈現，提供多重表徵的學習模式，學生可以由列表與圖形表徵的觀察來學習，也可以由圖形表徵的觀察，來學習代數表徵的變化。

2、提供填表運算及訂正答案，學生喜歡訂正答案時的回饋。低成就學生並以此練習正負數的運算，並得到進步。

- 3、函數圖形可由係數調整同步呈現移動，提供代數式與圖形兩個表徵的連結。學習者可由操作之中建立平移及斜率的觀念。
- 4、引起低成就學生的學習興趣。對低成就學生，如由教師適時指導，亦能發揮很好學習效果。
- 5、原本設計為表列與描點、圖形的表徵連結教材，對於低成就學生的代入及正負數運算有很好的教學成效，亦提起他們的學習興趣。



第六章 結論與建議

本研究旨在探討線上模組教材，是否可以讓學生自學，提供學習者大量、快速、即時、不限時空的學習環境。本章首先針對實驗結果之資料分析，進行說明與討論，進而提出本研究之主要貢獻，最後是為未來研究之建議。

第一節 結論及討論

一、待答問題及結果

表格 6-1 待答問題

	問題	結果
Q1	探討線上學習環境下，學習者在函數單元的學習成效與一般傳統教學有何差異？	無差異。概念層次測驗及成就測驗(抽考)皆未達顯著差異
Q2	探討線上學習環境，對於學生的哪個函數概念表徵比較有幫助？	表列及圖形表徵的連結，代數式與圖形的連結，由題目分析可知實驗組優於對照組。
Q3	探討線上學習環境的哪些設計，對於低成就的學習者有幫助？	資訊活動「表列及描點」及「代數式及圖形的變化」，對於圖形表徵及代數的連結的學習有幫助。

二、討論

(一)在國中函數單元的學習成效，本研究之 moodle 學習網站提供學生自學的效果，與一般傳統教學並無顯著差異。如能發揮網路學習大量且即時的優點，並能兼顧學習成效的質與量，讓想學習的人可以不限時空來獲得學習的機會，是一個可以好好推廣的教材。

(二)函數概念層次測驗上，實驗組及對照組是無顯著差異的，但在表列、函數圖形及代數式表徵的幾個題目中，實驗組有經過「實際操作」的經驗，並提供圖形及代數式同部呈現的互動連結，能展示出較完整的函數概念。並能即時提供回饋，學習者較有興趣繼續學習。其他的主題則偏於書面內容，故未能顯現效果，而發現在比例相關的題目中，實驗組未提供先備知識復習的部分，

對照組則表現的較好。實驗組有 11 人由層次二提升到層次三，亦即由歸納、分類進入了抽象的思考。

(三)線上學習網站，能引起低成就學習者的學習興趣，並幫助他們學習。低成就學生，常已完全放棄學習，亦對自己無信心，雖身在教室中，但無法將心思停在學習上。即使是非常簡單的概念，依舊充耳不聞。但利用電腦學習，可以提起他們的好奇心，而且完全自主的操控學習進度，可以反覆的觀看與操作。雖然低成就學生在成就測驗上依舊沒有進步，，但主因是沒有先備知識的支援，這時就需要教師適時的介入輔導教學。在進一步訪談中發現：

- 1、在做函數概念的基因分析時，一般不會將負數運算列為先備知識，但這是低成就學生亟需加強的基礎單元。代入與求值亦需要加強，而這些是學習更高概念的基礎工具，不然會阻礙學生學習意願。網路教材可以在先備知識上再擴充，如此可以適合更多的學生學習。
- 2、低成就學生可能因為聽不懂及教材過於單調，平時上數學課完全處於放棄學習的狀況。應多設計互動、有趣之教材，而且使用介面應易於操作。比如 powerpoint 及 excel 互動教材是非常用來適合引發學生興趣的教材。
- 3、設計教材時，不需過於預設學生的學習方式。如訪談中的 10 號學生，雖然不會代入計算，卻自己由 excel 教材中觀察看出直線的傾斜方式，而畫出直線。而表列與描點 excel 教材，本意是用於加強表列與圖形的連結，但對於低成就學生卻幫助他們在負數運算及代入有很好的學習效果。

(四)雖然教師在設計教材經過許多的考量與分析，也事先做過預測，但設計出的教材仍未能盡善盡美，所得到的效果也與教師的預期有不小的出入。最重要的要進一步觀察每個學生的學習歷程，學生在學習過程不一定能說出自己的學習困難所在，所以需要教師的觀察與記錄，才能知道教材設計的優劣所在。

(五)傳統上課的缺點，爲了 80~90%學生的進度，而忽略了 10%低成就的學生。而網路學習環境能引起學習興趣並能幫助低成就學習者學習。本研究發揮多媒體教學的優點，吸引學習者的注意。即時的圖形互動以及回饋，讓學習者更能瞭解完整的概念。而自主的學習進度及可以反覆的練習，讓低成就學習者建立學習自信心，並能進一步觀察並瞭解概念。因此本研究課程可以再改進及推廣應用，以期照顧到 100%的學生。

(六)研究中發現學生先備知識各有不同，必須經過多方的分析、訪談及實作觀察，才能趨於完備。而本研究與線型函數息息相關的理化應用題，立意很好，但礙於時間，未設計這部分的學習成效分析，可以放入未來研究之建議。

第二節 未來研究之發展

1、如有國中函數相關的研究，可採用本研究表徵連結的設計應用，並能加強學習者先備知識的不足，擴充相關資訊教材的設計。希望將來能進行更長時間、更大規模教學實驗，以及擴大實驗樣本，而得到更為一般化的結論與成果。

2、採用不同的主題進行學習

本研究提供一個網站學習架構，如模組教材的分析，主要概念的表徵連結，如何融入認知策略及工具，資訊教材的設計原則與方法等等。但不同的學習單元甚至不同的科目上，皆有不同的特性。期待可以將來設計完整的國中教材，如幾何圖形、一元二次方程式、等差數列等單元，也可以進行比較不同的單元學習的影響，以期能建立一套符合多種課程進行的線上學習模式。

3、moodle 網站的擴充應用

moodle 學習網站，具有很多的功能，本研究僅針對提出的網路學習系統進行課堂教學。比如 moodle 網站可建立線上測驗機制，學習者可透過線上測驗調整學習步驟及方向。Moodle 網站雖可以記錄學習者學習時間及單元，但不能記錄學習者的學習歷程，可與 JoinNet 結合記錄學習者的學習歷程，如此學生的學習步驟及歷程檔案將更為完整。

4、進行質的分析

網路教學強調其快速、大量及不限時空的特色，但對於個別的學習者可以採更深入的研究，瞭解其概念如何形成，以及跟教材相互的關係。本研究雖然針對低成就學生進行質的研究，但只限於幾個資訊教材。可以進一步針對高、中、低多個群體來進行分析，也可以探討網路群組的學習方式及成效等等。

5、本研究的實驗組學習成效不比傳統教學差，除了自學之外，亦可為傳統教學之輔助，也是學生課後加強練習的好幫手，來減輕學生的壓力。但本研究的平臺

moodle 網站並無線上問答，學生如有進一步的問題，則無法即時獲得解答，所以需要教師同步上線配合如 JoinNet，教學功效將更為強大，這亦是將來可以繼續研究及追求的設計。



參考文獻

一、中文文獻

Skemp, R. R.(1987)。The psychology of Learning Mathematics. 陳澤民譯(民 84)，數學學習心理學。台北，九章出版社。

丁斌悅(民 91)。國二學生學習線型函數時的概念表徵發展研究。台北，國立台灣師範大學數學研究所碩士論文。

吳玫瑤(民 90)。教學對高中生學習函數概念的影響。國立臺灣師範大學數學系研究所碩士論文。

吳佳起(民 92)。函數單元學習前後的概念成長探討。國立臺灣師範大學數學系教學碩士班碩士論文。

吳正己(2001)。從英特爾 e 教師計畫談資訊融入教學。資訊與教育，85 期，15-2 頁。

吳幸宜(1994)。學習理論與教學應用。台北：心理出版社。

吳聲毅、李春雄(民 93)。數位教材製作一看就懂，數碼學園。

杜嘉玲(民 88)。概念發展---古典論與聯結論。國立中正大學哲學研究所論文。

何榮桂(2002)。台灣資訊教育的現況與發展—兼論資訊科技融入教學。資訊與教育，87期，22-31頁。

李茂興譯(民 88)。教育心理學。台北市：弘智文化。

李俊儀(93)。資訊科技融入數學教學模組之開發與研究---以國中平面幾何基礎課程教學為例。國立交通大學理學院網路學習碩士班論文。

林清山譯(民 86)，Mayer,R.E.原著。教育心理—認知取向。台北：遠流出版社

林奇賢(1998)。網路學習環境的設計與應用。資訊與教育，67，34-49。

林敏慧、陳慶帆(2004)。快速建構網路教學平台的新方案：Moodle。教育研究月刊(2004)，p.126

姚如芬(2001)。從學校本位教學模組之發展協助小學數學教師專業成長之研究。載於國立嘉義大學教育學院主編：2001年海峽兩岸小學教育學術研討會論文集，185-208。嘉義：國立嘉義大學教育學院。

徐新逸、施郁芬(2004)。數位學習課程發展作業流程暨參考手冊，教育部。

黃鴻博(1999)。在國民小學實施 STS 教育合作行動研究之成果與限制。論文發表於中華民國第 15 屆科學教育學術研討會論文摘要彙編(pp.121)。國立彰化師範大學。

陳得聖、許鄭金鳳 (1999)。網路學習及其理論架構。全球華人計算機教育期刊(網路)，香港中文大學。

曹亮吉(民 89)。函數觀念的演變史。科學月刊，第十五卷，第十二期。

張國恩(民 90)。合作探究學習系統。台灣：第五屆全球華人學習科技研討會，第十屆國際電腦輔助教學研討會，大會論文集，13~15 頁。

張春興(1996)。教育心理學--三化取向的理論與實踐(二版)。台北：東華。

張幼賢(民 92)。青少年的函數概念發展研究。行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告 子計畫八。

張政亮(2001)。模組式教材在網路教學上的設計與應用，國教新知，第 48 卷 1 期，44-58 頁。

楊弢亮(民 81)。中學數學教學法通論。台北，九章出版社。

蔡志仁(民 89)。動態連結多重表徵視窗環境下橢圓學習之研究。國立台灣師範大學數學研究所碩士論文。

謝豐瑞、陳材河(民 86)。函數的一生。科學教育月刊, 199, 34-43。

顏榮泉(民 85)。全球資訊網在教學與學習上之應用探討。教學科技與媒體，25 期，頁 33-41。

顏啓麟、羅昭強(民 82)。國中生函數概念認知發展及教學之研究(II)。行政院國家科學委員會研究報告。計劃編號 NSC82-0111-S003-013

二、 英文文獻：

Dreyfus, T., & Eisenberg, T. (1987). Intuitive functional concepts : A baseline study on intuitions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13, 360-380.

Dyke, F. V. & Craine, T. V. (1999). Equivalent Representations in the Learning of Algebra. In B. Moses (Ed.), *Algebra thinking, grades K-12: readings from NCTM's school-based journals and other publications* (pp. 215-219). Reston, VA: NCTM

Eisenberg, T. (1991). Functions and Associated Learning Difficulties. In David Tall(Ed.): *Advanced Mathematical Thinking*, 140-152. Kluwer Academic Publishers.

Even, R.(1998). Factors involved in linking representations of functions. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 105_121

Jonassen, D. H. (Ed.). (1996). *Handbook of research for educational communications and technology*. New York , NY : Simon & Schuster Macmillan.

Jonassen, D. H. (2000). *Computers as mindtools for schools: Engaging Critical thinking*(2nd ed). Upper Saddle River, N. J. Prentice Hall.

Hiebert, J., & LeFevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics : An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp.199-223). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Kaput, J. J. (1987). Representation System and Mathematics. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 19-26). New Jersey: Hillsdale.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representation in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier(ED.).

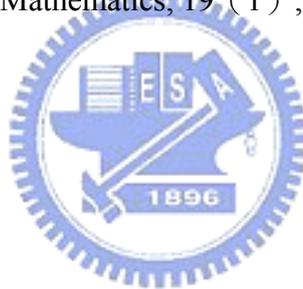
Problem of representation in teaching and learning of mathematics (pp. 33-40).
Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Leitzel J. R. (1989) .Critical considerations for the future of algebra instruction. In
S.Wagner & C.Kieran (Eds.) ,Research issues in the learning and teaching of
algebra .pp.25-32.Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics &
Lawrence.

Markovits, Eylon, and Bruckheimer(1988) Markovits, Z., Eylon, B., &
Bruckheimer, M. (1988). Difficulties Students Have with the Function Concept. In
A. F. Coxford, & A. P. Shulte (Eds.), The ideas of algebra, K-12 (pp.43-60).
University of Michigan.

NCTM(2000. Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA : NCTM.

Zaslavsky, O. (1997) .Conceptual Obstacles in the learning of quadratic functions.
Focuson learning Problems in Mathematics, 19 (1) , pp.20-42.



附錄一：函數層次概念前後測

(前測)(引用自吳佳起、青少年函數概念層次研究(92))

作答時間：45min ※請將答案寫在最後一張的答案格上※ 座號： 姓名：

- 小明在超級市場買了12 個橘子(每個橘子的價錢一樣)。
 - 若一個橘子7 元，則小明需付老闆80 元；
 - 若一個橘子□元，則小明需付老闆 $12 \times \square$ 元；
 - 若小明需付老闆132 元，則一個橘子12 元；
 - 買得越多，越便宜。
- 大雄買了鉛筆15 隻、每個15 元的橡皮3 個及每個84 元的立可帶3卷。
 - 若大雄共付了372 元；則每隻鉛筆6 元；
 - 若大雄共付了387 元，則每隻鉛筆7 元；
 - 若每隻鉛筆4 元；則大雄需付342 元；
 - 大雄付的錢越多，鉛筆越貴
- 有一立方體的體積為500 立方公尺($500 m^3$)，已知高為10 公尺，長為寬的兩倍。則下列哪一個敘述是正確的？
 - 此立方體的長與寬的比為1：2；
 - 此立方體的長5 公尺，寬10 公尺；
 - 本問題和前面兩題不同之處是：前兩題所付的錢隨著物品的單價而變，而本題的體積是固定的($500 m^3$)。所以需要做的只是解方程式，而長與寬是固定不變的；
 - 本問題和前面兩題所需要解的方程式是同一類型的。
- 甲：乙 = 3：2，則下列哪一個敘述是正確的？
 - 甲的值越大時，乙的值越小；
 - 甲的值越小時，乙的值越大；
 - 甲 = 6 時，乙 = 5；
 - 甲的值改變，乙的值亦隨之改變；乙的值改變，甲的值亦隨之改變。
- 海格帶著哈利波特到斜角巷購買霍格華茲魔法學校開學時所需的物品。一套黑色素面工作袍售價為120 納特(錢幣單位)，哈利波特帶的錢恰可買3 套工作袍。如果在錢要全部用完的前提下，在下表「可購買物品數量」中，有些可能是錯誤的。

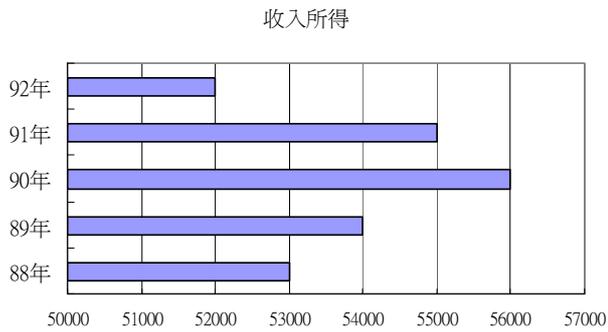
購買的物品	望遠鏡	斗篷	魔杖	貓頭鷹	飛天掃帚
物品單價(納特)	120	45	60	90	180
可購買物品數量	3	8	7	5	2

請問下列敘述何者正確？

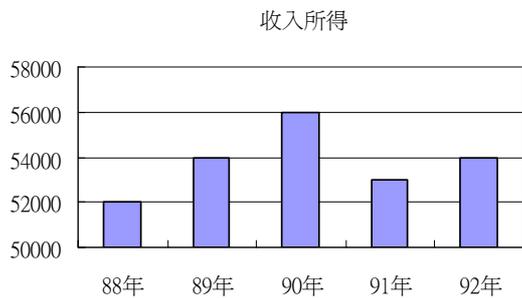
- (A) 可購買貓頭鷹的數量不對，因為必須滿足：單價 \times 件數=360；
- (B) 可購買望遠鏡的數量不對，應該是4 件；
- (C) 可購買斗篷的數量不對，應該是6 件；
- (D) 以上皆非。

6. 老師在88年至92年的「年收入」分別為：520000元、540000元、560000元、530000元、540000元。請問下列哪一個圖是這位老師5年來收入正確的長條圖：

(A)



(B)

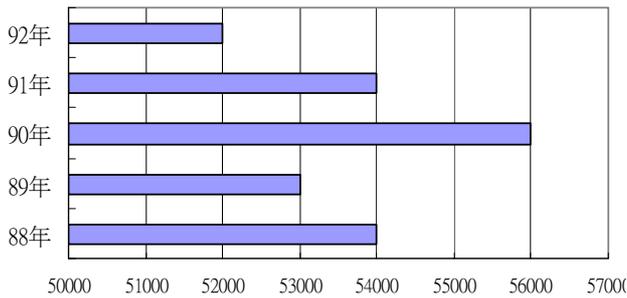


(C)



(D)

收入所得



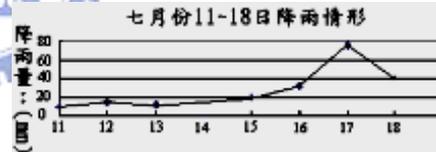
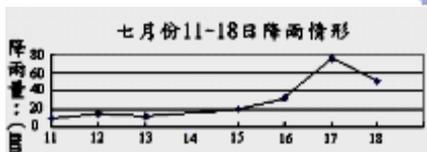
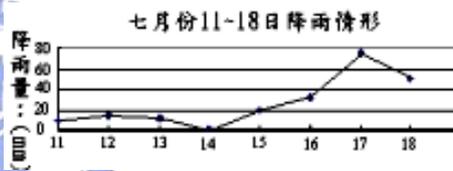
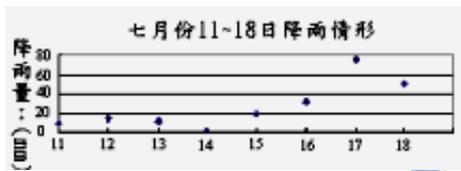
7. 某地某年7月11~18日的降雨量如下表所列：

11日	12日	13日	14日	15日	16日	17日	18日
10 mm	14 mm	12 mm	0 mm	20 mm	32 mm	76 mm	50 mm

請問下列哪一個圖為此表所列資料繪製成的折線圖：

(A)

(B)

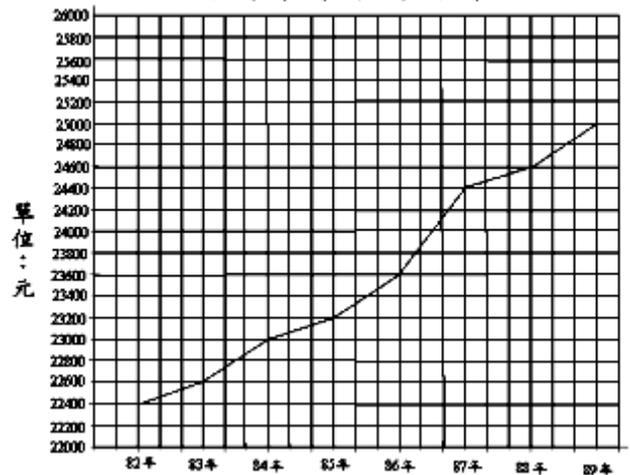


8. 下面的折線圖中所顯示的為82年至89年國民每月平均所得：

請問下列哪一個敘述是正確的？

- (A) 83年國民每月平均所得為22500元；
- (B) 84年國民每月平均所得為23500元；
- (C) 86年國民每月平均所得為24000元；
- (D) 87年國民每月平均所得為24400元。

國民每月平均所得



9. 金老師為了鼓勵同學努力準備段考，公佈當段考總分進步時將依下列表格頒發進步獎：

總分進步	10~20 分	21~30 分	31~40 分	41~50 分	50 分以上
獎品	原子筆一支	筆記本一本	圖書禮券100 元	圖書禮券200 元	圖書禮券300 元

則下列哪一個選項是正確的？

- (A) 看到學生得到何種獎品，就知道他進步多少分；
 (B) 小明沒有拿到獎品，表示小明沒有進步；
 (C) 大華這次段考數學退步10 分，他一定不會得到任何獎品；
 (D) 只要進步10 分以上，就一定能得到一種獎品。

10. 這一題是想要瞭解你是否認真的閱讀題目並作答。所以不論下列各選項的敘述有何意義，請你一定不要作答(本題答案欄不要做任何畫記)。

- (A) $x+y=1$ (B) $2x - y=3$ (C) $3x - y=7$ (D) $- 4x+2y=5$ **此為檢驗題。**

11. 近年來人們因為享受飲食而有過重或肥胖的情況，對身體健康有不良影響，於是減重成為目前熱門的事。而男女標準體重的換算方法為：

男性標準體重=(身高(cm)-80)×0.7；女性標準體重=(身高(cm)-70)×0.6；

下表是正常體重的範圍：

過輕(公斤)	正常體重(公斤)	過重(公斤)
低於標準體重的10% (不含10%)	標準體重的上下10%	超過標準體重的10% (不含10%)

則下列敘述何者為正確？

- (A) 若婷婷(女)的身高165 公分，體重60 公斤，則婷婷的體重達到過重；
 (B) 若浩浩(男)的身高170公分，體重被判定為過重，則浩浩的體重可能為67公斤；
 (C) 若蓓蓓(女)的體重66 公斤為正常體重，則蓓蓓的身高最高170 公分；
 (D) 若城城(男)的身高180公分，體重100公斤，則城城至少要減20公斤才能變成正常體重。

12. 我們常用口訣來背誦十二生肖：一鼠、二牛、三虎、四兔、五龍、六蛇、七馬、八羊、九猴、十雞、十一狗、十二豬，如果將民國73 年至民國84 年的生肖表列出如下：

民國	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
生肖	鼠	牛	虎	兔	龍	蛇	馬	羊	猴	雞	狗	豬

以下敘述哪一個是正確的？

- (A) 鄰家的孩子是屬龍的，所以他一定是民國77年生的；
- (B) 大明的爺爺是民國19年生的，他是屬羊；
- (C) 若有兩人的生日都在10月，且年齡相差12歲，則兩人所屬的生肖相同；
- (D) 若大明生肖屬牛，小明生肖屬馬，則兩人的年齡一定相差5歲。

13. 在一棟19層樓的公寓大廈中，甲乙丙丁四人分住在不同的樓層。已經知道下列情況：
- (1) 甲要去乙家做功課要往上爬7層樓；
 - (2) 丙住的樓層數是乙住的樓層數的2倍；
 - (3) 丁家正好在丙家的樓下；

請問下列敘述中，哪一個是正確的？

- (A) 乙可能住在10樓；
- (B) 如果甲住在 \square 樓，則丁住在 $2 \times \square + 12$ 樓；
- (C) 甲可能住在1樓或2樓；
- (D) 丙住在15樓以下

14. 鄉下老王的院子裡養了一籠的雞和兔子，從籠底算一共有30隻腳（每一隻雞有2隻腳，每一隻兔子有4隻腳），則下列哪一個敘述是正確的？

- (A) 雞只能有奇數隻；
- (B) 雞和兔子至少共有9隻；
- (C) 如果兔子比雞多，則兔子至少有7隻；
- (D) 籠子裡可能沒有雞。

15. 小明今年12歲，小明的爸爸今年的年齡是小明的4倍，則下列哪一個選項正確？

- (A) $(\text{爸爸的年齡} + 1) = 4 \times (\text{小明的年齡} + 1)$ ；
- (B) $\text{爸爸的年齡} - \text{小明的年齡} = 36$ ；
- (C) 明年爸爸的年齡也是小明的4倍；
- (D) 20年後爸爸的年齡為小明的2倍。

16. 小明買了一盒糖，第一天吃了一些，第二天吃了盒中剩下糖果的 $\frac{1}{9}$ ，第三天吃了盒中剩下糖果的 $\frac{1}{8}$ ，以此類推，以後6天分別吃了當天盒中剩下糖果的 $\frac{1}{7}$ 、

...、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{2}$ ，最後盒中還剩下10顆糖，請問下列哪一個選項是正確的？

- (A) 若第一天吃了10顆糖，則每天吃的糖都一樣多；
- (B) 若第一天吃了15顆糖，則原有95顆糖；
- (C) 若原來盒中有110顆糖，則第一天吃了10顆；

(D) 小明第9 天吃的糖最多。

17. 有一家吃到飽的歐式自助餐廳，其收費的標準是依照客人的體重設定如下：

(1) 體重不到 \square 公斤者，免費；

(2) 體重恰為 \square 公斤者，收費50 元；

(3) 體重超過 \square 公斤者，按體重增加的公斤數加收費用。

下表是其中的一些例子：請問下列哪一個選項是正確的？

體重 (公斤)	20	26	34	65	72
收費 (元)	90	120	160	315	350

- (A) 體重不到15 公斤的人為免費招待；
(B) 當小華的體重為55 公斤時，他要付265 元；
(C) 小華的妹妹體重為10 公斤，她需付費40 元；
(D) 如果體重計故障，所稱出某人的體重少了3 公斤，則此人可少付18 元。

18. 有一種用六位數表示日期的方法，如：910817 表示的是民國91 年8 月17 日，也就是從左到右第一、二位數表示年份，第三、四位數表示月份，第五、六位數表示日期。請問下列的選項哪一個正確？

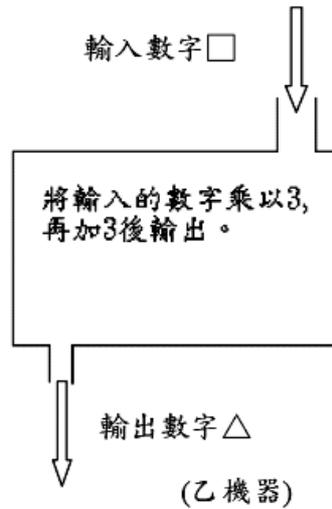
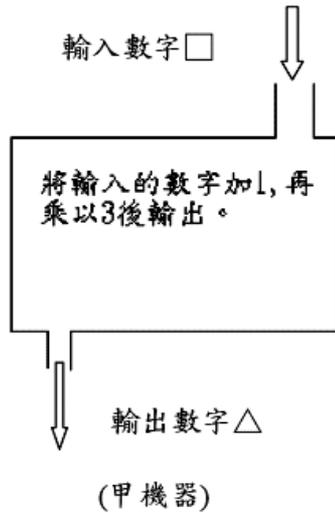
- (A) 民國2 年3 月15 日可表示成203015；
(B) 民國91 年3 月中六個數字都不一樣的有7 天；
(C) 每一天都一定有一種表示法；
(D) 民國100 年以前六個數字都一樣的有9 天

19. 已知在一條公路上，車子的最短煞車距離(從踩煞車開始到車子完全停住的距離)與車速的平方成正比，當速度為每小時40 公里時，最短煞車距離為8 公尺。請問下列哪一個選項正確？

- (A) 速率為每小時30 公里時，最短的煞車距離為6 公尺；
(B) 速率為每小時100 公里時，最短的煞車距離為20 公尺；
(C) 在一個有霧的清晨，能見度低到18 公尺，為了保持安全，車速應保持每小時70公里；

(D) 最短煞車距離和車速的關係為：
$$\frac{(\text{車速})^2}{\text{最短煞車距離}} = 200$$

20. 下列兩台數字機器，將輸入的數字 \square ，經過某些運算後，輸出數字 \triangle ：



- (A) 若甲機器輸入的數字 $\square = 2$, 則輸出的數字 $\triangle = 10$ 。
- (B) 若乙機器輸入的數字 $\square = 3$, 則輸出的數字 $\triangle = 11$ 。
- (C) 甲、乙兩台機器所做的運算的結果都是 $\triangle = 3 \times (\square + 1)$ 。
- (D) 甲、乙兩台機器所做的運算是不同的。

21. 老師請小華心裡想著一個數字 \square , 然後做以下的運算, 得到結果 \triangle :



請問下列哪一個敘述是正確的？

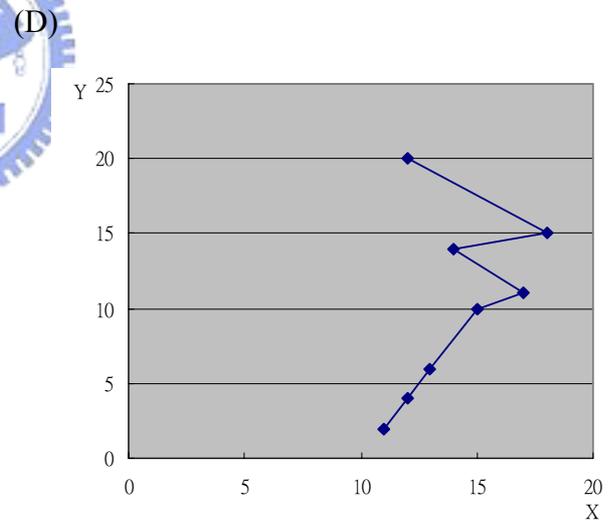
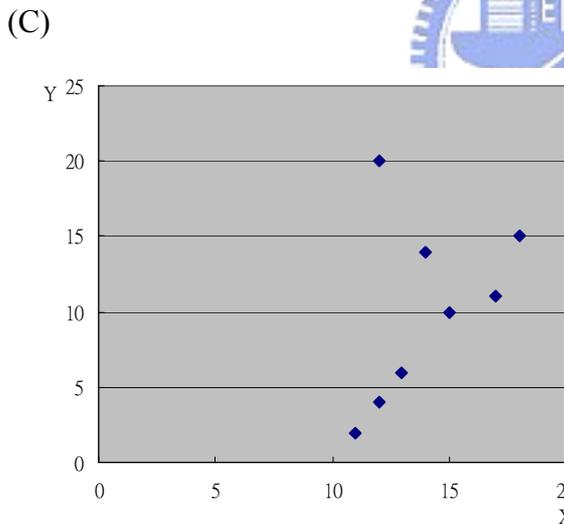
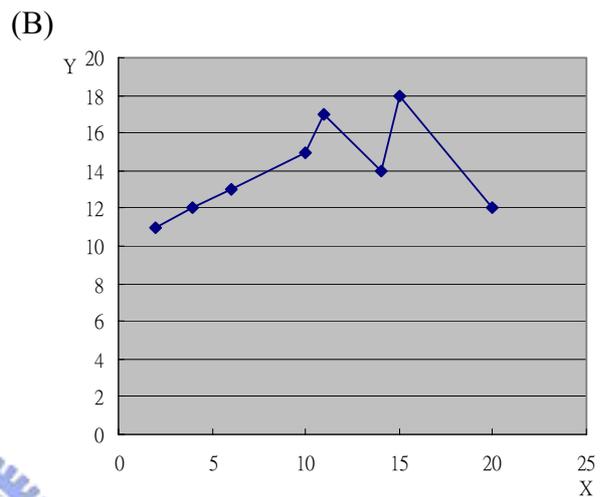
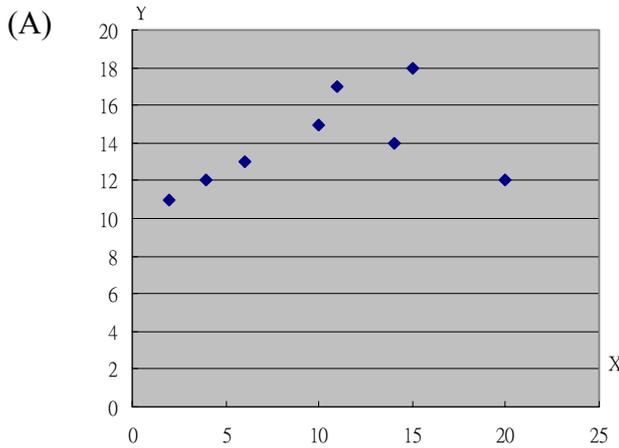
- (A) $\triangle = 2 \times \square^2 + 4$;
- (B) 如果算出來的結果 \triangle 為9, 則原先小華心裡所想的數字 \square 一定是2 ;
- (C) 不論小華心中所想的數字 \square 為何值, 算出來的結果 \triangle 一定都不比4 小 ;
- (D) 以上皆非。

(後測)

作答時間:45min ※請將答案寫在最後一張的答案格上※ 座號: 姓名:

2. 設x 與y對應的關係如下表所示:

X	2	4	6	10	11	14	15	20
Y	11	12	13	15	17	14	18	12



2. 有一立方體的體積為500 立方公尺($500 m^3$)，已知高為10公尺，長為寬的兩倍。則下列哪一個敘述是正確的？

- (A) 此立方體的長與寬的比為1:2
- (B) 此立方體的長5 公尺，寬10 公尺
- (C) 本問題所解出的長與寬均不是整數。
- (D) 本題的體積是固定的，所以需要做的只是解方程式，而長與寬乘積是固定不變的。

3. 由海平面往上升時氣溫會逐漸下降。設今天海平面的溫度是 25°C ，而離海平面 x 公尺處的溫度是 $y^{\circ}\text{C}$ ，表列如下：

x：離水平面高度(cm)	100	200	300	400	500	...
下降溫度	0.6	1.2	1.8	2.4	3.0	...
y：該高度的氣溫($^{\circ}\text{C}$)	24.4	23.8	23.2	22.6	22	...

如果住在海拔800公尺的山腰上的老王，今天要上山到海拔1200公尺的山頂去採藥，則下列敘述何者正確？

- (A) 老王歷經的最低溫為 20.4°C (B) 老王歷經的最高溫為 17.2°C
 (C) x 和 y 的關係式為 $y=25-\frac{0.6x}{100}$ (D) 氣溫的變化沒有規則

4. 我們常用口訣來背誦十二生肖：一鼠、二牛、三虎、四兔、五龍、六蛇、七馬、八羊、九猴、十雞、十一狗、十二豬，如果將民國73年至民國92年的生肖表列出如下：

民國	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92
生肖	蛇	馬	羊	猴	雞	狗	豬	鼠	牛	虎	兔	龍	蛇	馬	羊

以下敘述何者不正確：

- (A) 因為生肖有12個，所以每12年重新輪一次。
 (B) 鄰家的孩子是屬龍的，所以他一定是民國77年生的。
 (C) 只要知道是民國哪一年生的，就能找到對應的生肖
 (D) 大明的爺爺是民國15年生的，他是屬虎。

5. 若將平年(365天)的月份用 x 表示，當月的天數用 y 表示。這時， x 與 y 的關係可用下表來表示：

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y	31	28	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31

- (A) x 是 y 的函數， y 也是 x 的函數。
 (B) x 不是 y 的函數， y 也不是 x 的函數
 (C) 對每一個給定的 y 值，恰有一個 x 值與其對應，且對每一個給定的 x 值，也恰有一個 y 值與其對應；
 (D) 對每一個給定的 x 值，恰有一個 y 值與其對應，但對每一個給定的 y 值不是恰有一個 x 值與其對應；

6. 在一棟19層樓的公寓大廈中，甲乙丙丁四人分住在不同的樓層。已經知道下列情況：

- (1) 甲要去乙家做功課要往上爬7層樓
- (2) 丙住的樓層數是乙住的樓層數的2倍
- (3) 丁家正好在丙家的樓下，

請問下列敘述中，何者不正確？

- (A) 甲不可能住在6樓。
- (B) 丁住在15樓以上。
- (C) 如果甲住在 x 樓，則丁住在 $2x + 13$ 樓。
- (D) 甲必定住在1樓。

7. 鄉下老王的院子裡養了一籠的雞和兔子，從籠底算一共有50隻腳（一隻雞有2隻腳，一隻兔子有4隻腳）。則下列哪一個敘述是正確的？

- (A) 雞只能有奇數隻。
- (B) 雞和兔子至少共有14隻。
- (C) 如果兔子比雞多，則兔子至少有10隻。
- (D) 籠子裡可能沒有雞。

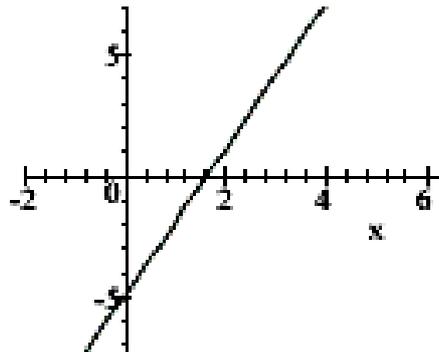
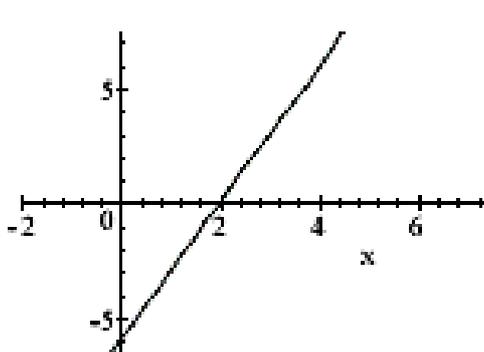
8. 小明今年12歲，小明的爸爸今年的年齡是小明的4倍。假設當小明 x 歲時，爸爸的年齡為 y 歲，則：

- (A) $y + 1 = 4(x + 1)$
- (B) $y - x = 36$
- (C) 明年爸爸的年齡也是小明的4倍。
- (D) 20年後爸爸的年齡為小明的2倍。

9. 若 $x : y = 3 : 5$ ，則下列哪一個敘述是正確的？

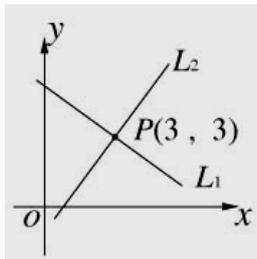
- (A) 對每一個給定的 y 值，恰有一個 x 值與其對應，但對每一個給定的 x 值不是恰有一個 y 值與其對應。
- (B) 對每一個給定的 x 值，恰有一個 y 值與其對應，但對每一個給定的 y 值不是恰有一個 x 值與其對應。
- (C) 對每一個給定的 y 值，恰有一個 x 值與其對應；且對每一個給定的 x 值，也恰有一個 y 值與其對應。
- (D) 每一個給定的 y 值不是恰有一個 x 值與其對應；且對每一個給定的 x 值也不是恰有一個 y 值與其對應。

10. 若方程式 $y=3x-6$ 的圖形如下列左圖所示，則下列右圖的方程式為何？



- (A) $y+1=3x-6$ (B) $y-1=3x-6$ (C) $y=3x-3$ (D) $y=3x-9$

11. 如圖，在坐標平面上， L_1 為 $y=f(x)$ 的一次函數圖形， L_2 為 $y=g(x)$ 的一次函數圖形， L_1 、 L_2 相交於 $P(3, 3)$ 。若 $a > 3$ ，則下列敘述何者正確？



- (A) $f(a)-g(a)=a$ (B) $f(a)-g(a)=3$ (C) $f(a)=g(a)$ (D) $f(a)<g(a)$

12. $y=f(x)=8$ ，則下列敘述何者不正確？

- (A) 對每一個給定的 y 值，恰有一個 x 值與其對應。
 (B) 對每一個給定的 x 值，恰有一個 y 值與其對應。
 (C) 對所有的 x 值， y 值都等於 8。
 (D) $y=f(x)=8$ ，在直角坐標平面的圖形是一條直線。

13. 某廣告設計公司應顧客的需要，製作下列兩塊大小不同但相似的長方形看板。已知小看板（圖一）的長為 3 公尺，高為 1 公尺；大看板（圖二）的長為 6 公尺，高為 2 公尺。請問下列哪一個選項是正確的？

Math

(圖一)

Math

(圖二)

- (A) 如果要寫出小看板（圖一）中的「a」字體需要用光 2 罐油漆，則寫出大看板（圖二）中的「a」字體需要用光 4 罐油漆；
 (B) 如果圖一中「t」字體的高度為 50 公分，則圖二中「t」字體的高度為 1 公尺；
 (C) 如果製作（圖二）大小的看板需要邊長 30 公分的正方形鐵片 60 片才能拼湊的起來，但工廠只剩下邊長 15 公分的正方形鐵片，則需 120 片才能完成；
 (D) 兩看板的對角線長比例為 1：4。

14. 阿木試寫電玩程式，其流程如下：

	加 2	乘以 3	最後減 4
投入 1	3	9	得到 5
投入 2	4	12	得到 8

則阿木要得到2，需投入多少？(A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0。

15. 已知一長方形的面積為 36 平方公分：假設長為 x 公分，則寬為 y 公分則：

- (A) x 的值愈大， y 的值也跟著愈大 (B) 當 $x=8$ 時， $y=4.5$
 (C) 當 $x=2$ 時， $y=72$ (D) 當 $x=-12$ 時， $y=-3$

16. 考慮下圖



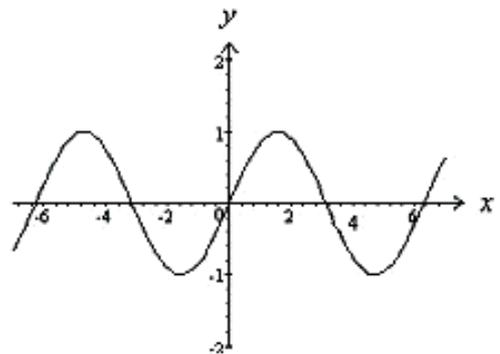
則下列哪一個敘述是正確的？

- (A) 數字為英文字母的函數，英文字母不為數字的函數；
 (B) 英文字母為數字的函數，數字不為英文字母的函數；
 (C) 數字不為英文字母的函數，英文字母也不為數字的函數；
 (D) 數字為英文字母的函數，英文字母也為數字的函數。

的函數。

17. 就右圖中的曲線而言

- (A) y 是 x 的函數，但是 x 不是 y 的函數。
 (B) x 是 y 的函數，但是 y 不是 x 的函數。
 (C) y 是 x 的函數， x 也是 y 的函數。
 (D) y 不是 x 的函數， x 也不是 y 的函數。



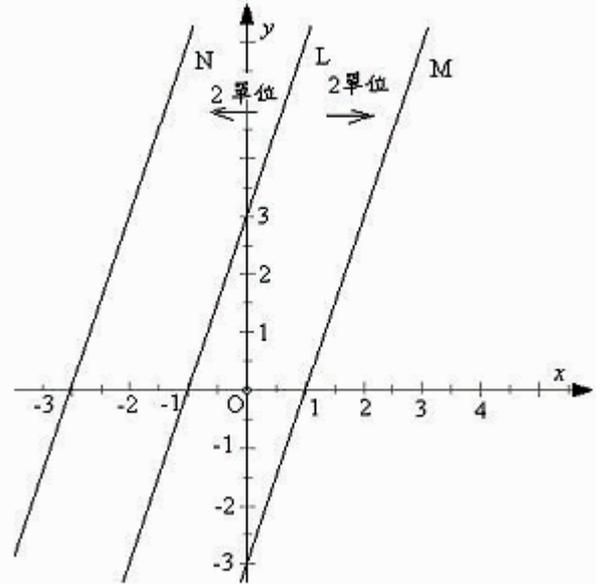
18. 物體自高空靜止自由落下時，物體落下的距離與落下時間的平方成正比，當

落下時間2秒，落下距離為20公尺，則下列敘述何者正確？

- (A) 落下時間為4秒時，落下距離為40公尺
 (B) 此物體落下的速率維持不變
 (C) 如果物體自500公尺高靜止自由落下，經過10秒才會落地
 (D) 落下距離和落下時間的關係為： $\frac{\text{落下距離}}{(\text{落下時間})^2} = 10$

19. 設方程式 $y = 3(x + 1)$ 的圖形為直線 L，將直線 L 整個向右平移 2 單位後得到直線 M；

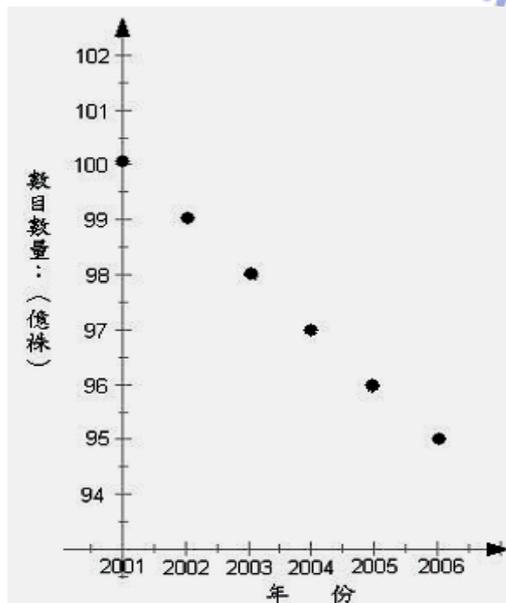
直線 L 及 M 的圖形如示。



- (A) 直線 M 的方程式為 $y = 3x + 9$ 。
- (B) 直線 L 向左平移 2 單位後得到直線 N，則直線 N 的方程式為 $y = 3x - 3$ 。
- (C) 直線 L 向左平移 2 單位至直線 N，這種轉換不可視為函數。
- (D) 直線 L 向右平移 2 單位至直線 M，這種轉換可視為函數。

20. 設地球上的人口在 2001 年約有 50 億，目前每年約需砍伐 6 億株樹木製造各種所需使用的紙類，並設現在地球上尚存 100 億株樹木。國際環保組織呼籲大家應為後代子孫多植樹木，如果每 10 人當中有 1 人會響應此種樹運動，每年各種一株樹木。設在未來 5 年內人口數的變化很小，可以忽略不計，且所種的樹木都能存活。

- (A) 在 2006 年時，地球上樹木的數量為 105 億株。
- (B) 地球上尚存樹木數量 y ，與年份 x 的關係滿足 $y = 100 + (50 \times \frac{1}{10} - 6) \square x$
- (C) 未來 5 年(2002 年, 2003 年, 2004 年, 2005 年, 2006 年)年份與樹木數量的關係圖為：



附錄二：抽考

一、選擇題：

- () 1. *S.H.E.* 三人合夥賣珍珠奶茶，第一天賺了 9810 元，由於當初合夥時每人出資的金額不同，所以現在賺的錢要依 3 : 5 : 7 的比例分給 *Selina*、*Hebe*、*Ella*，請問 *Ella* 可以分得多少錢？

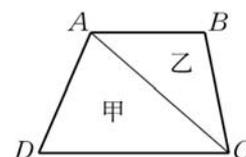
(A) 6540 元 (B) 1962 元 (C) 3270 元 (D) 4578 元

- () 2. 設 $f(x)$ 為常數函數，且 $f(2)+f(0)=2$ ，則 $f(2006)=?$

(A) 2006 (B) 2 (C) 1 (D) 0

- () 3. 如右附圖，梯形 $ABCD$ 中，若面積甲 : 乙 = 5 : 3，則 $\overline{AB} : \overline{CD} = ?$

(A) 5 : 3 (B) 3 : 5 (C) 3 : 8 (D) 4 : 5



- () 4. 若 $a : b = 2 : 3$ ，則下列哪一個式子是錯誤的？

(A) $\frac{a}{5} : \frac{b}{5} = 2 : 3$ (B) $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$ (C) $2a = 3b$

(D) $a : 2 = b : 3$

- () 5. x 、 y 均不為 0，若 $x : 3 = y : 4$ ，求 $3x : 4y = ?$ (A) 9 : 16 (B) 3 : 4 (C) 4 : 3 (D) 16 : 9

- () 6. 若函數 $g(x) = ax + 28$ ，且 $g(k) = 27$ ，則 $g(-k) = ?$ (A) -1 (B) 1 (C) 26 (D) 29

- () 7. 若 $a : b : c = 2 : 3 : 5$ ，求 $(3a + 2b + c) : (a + 3b + 2c) = ?$

(A) 6 : 11 (B) 11 : 15 (C) 17 : 21 (D) 19 : 25

- () 8. 一家三口的年齡總和為 80 歲，且爸爸的年齡是冠羽的 3 倍，媽媽年齡的 3 倍是冠羽的 8 倍，則冠羽的年齡是多少歲？(A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16

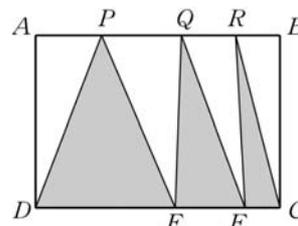
- () 9. 若 $a : b = 2 : 3$ ，求 $(2a + 3b) : (3b - 2a) = ?$ (A) 2 : 3 (B) 13 : 5 (C) 5 : 1 (D) 5 : 9

- () 10. $(7x - 3) : 5 = (2x - 1) : 3$ ， $x = ?$

(A) $\frac{3}{11}$ (B) $\frac{4}{11}$ (C) $\frac{5}{11}$ (D) $\frac{6}{11}$

- () 11. 若 $x : y = 3 : 5$ ， $y : z = 5 : 1$ ，則 $x : y : z = ?$ (A) 5 : 3 : 1 (B) 2 : 3 : 4 (C) 1 : 3 : 5 (D) 3 : 5 : 1

- () 12. 如右附圖，四邊形 $ABCD$ 為矩形， $\overline{AB} = 10$ ，若 $\overline{DE} : \overline{EF} : \overline{FC} = 4 : 2 : 1$ ，求 $\triangle PDE$ 面積 : $\triangle QEF$ 面積 : $\triangle RFC$ 面積？(A) 4 : 2 : 1 (B) 1 : 2 : 4 (C) 9 : 6 : 4 (D) 8 : 5 : 2



- () 13. a 、 b 、 c 、 d 均不為 0，若 $a : b = c : d$ ，則下列敘述何者錯誤？

(A) $b : a = d : c$ (B) $b : d = a : c$ (C) $b : c = d : a$ (D) $d : b = c : a$

- () 14. 某綜合維他命藥丸的成分是維他命 A、C、E，其含量比為 2 : 3 : 5，若這樣一顆維他命藥丸的重量是 5 毫克，那麼裡面含有維他命 A

多少毫克？(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

- () 15. x 、 y 兩變數的關係如下列的四個選項，何者 y 不是 x 的函數？

x	1	2	3	4
y	10	10	10	10

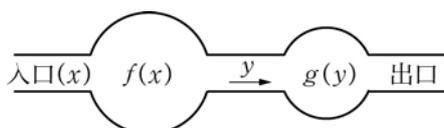
x	1	2	3	1
y	4	3	2	1

x	-1	0	1	2
y	-1	0	1	2

(A) (B) (C) (D)

x	1	2	3	4
y	3	4	5	6

- () 16. 某化學原料廠的兩座製造機，依函數原理分別為 $y=f(x)=2x+3$ ， $g(x)=y+7$ ，如附圖。



化學原料從入口處輸入後，經兩座製造機製成成品後輸出至出口，問輸入 5 公斤的原料，製造完成的成品為多少公斤？(A) 20 (B) 13 (C) 12 (D) 27

- () 17. 甲、乙、丙三人一起花了 820 元買禮物，若甲出的錢的 2 倍等於乙出的錢的 5 倍，乙出的錢的 3 倍等於丙出的錢的 5 倍，則甲出多少元？(A) 450 (B) 500 (C) 550 (D) 600

- () 18. 若 x 、 y 皆不為 0，則下列哪一個式子表示 y 與 x 成反比呢？

(A) $y = \frac{-30}{x}$ (B) $y = 3x - 4$ (C) $3y = -2x$ (D) $y = -3x^2$

- () 19. 設 $f(x)$ 為常數函數，其函數圖形通過 $(-2, -3)$ ，則 $f(-2) + f(2) + f(1) = ?$

(A) -3 (B) -6 (C) -12 (D) -9

- () 20. 農夫帶兩個兒子去採番茄，小兒子採 3 箱時，大兒子採 5 箱；大兒子採 2 箱時，老農夫採 5 箱，若當天三人共採 123 箱，則小兒子採幾箱？(A) 36 (B) 30 (C) 12 (D) 18

- () 21. 某村居民共有 1500 人，有投票權占全村居民 80%，某次村長選舉有甲、乙、丙三位候選人，投票率 70%，有 40 張廢票，已知甲、乙兩人得票數比為 2:3，乙、丙兩人得票數比為 2:5，則當選人得票數有多少票？(A) 440 (B) 480 (C) 520 (D) 560

- () 22. 線形函數 $f(x)=3x+2$ 和 $g(x)=5x-4$ 在 $x=a$ 時有相同的函數值，則 $a = ?$

(A) 1 (B) 4 (C) 5 (D) 3

- () 23. 已知 $xyz \neq 0$ ，若 $|x-2y| + |3y-4z| = 0$ ，則 $x : y : z = ?$

(A) 8:4:3 (B) 2:3:4 (C) 1:2:3 (D) 9:5:1

- () 24. 下列各選項中，何者 y 隨 x 成反變？

- (A) 以時速每小時 x 公里開車， y 小時共行駛 80 公里
 (B) 一本書有 100 頁，看過的頁數 x ，未看過的頁數 y
 (C) 年齡 x 歲，身高 y 公分
 (D) 一天中，白天有 x 小時，夜晚有 y 小時
- () 25. 設 $f(x)=2x-1$ ，則 $f(1)+f(3)+f(5)+f(7)+f(9)=?$
 (A) $f(25)$ (B) $f(24)$ (C) $f(23)$ (D) $f(22)$

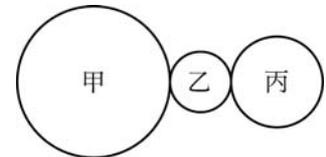
二、計算題：共 25 分(請寫出計算過程，才給分。)

1. 已知 y 與 x 成反比，若當 $x=-9$ 時， $y=\frac{13}{3}$ ；則當 $y=26$ 時， x 的值是
 少？(5 分)

解：

2. 如右圖，有甲、乙、丙三個齒輪緊密接合在一起，而且分別有 60 齒、24 齒、36 齒，
 則甲、乙、丙三個齒輪在同一時間內轉動的圈數比為何？(10 分)

解：



3. 由於小考成績不理想，戴老師決定利用線型函數加分，原本 30 分的分數加分後變為 50 分，原本 60 分的分數變成 90 分，若憲凱原本 42 分，則加分後變為多少分？(10 分)

解：