

國立交通大學

理學院

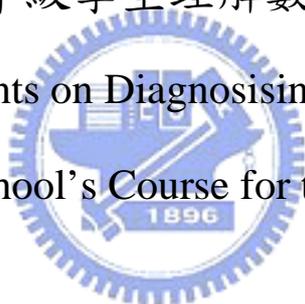
網路學習碩士在職專班

碩士論文

圖像提示對國中一年級學生理解數學圖像測驗的成效研究

The Effects of Eikon Hints on Diagnosing of the Mathematics Eikons

in the Junior High School's Course for the Seventh Grade Student



研究生：梁 榮 彰

指導教授：張 恬 君 博士

中華民國九十四年六月

圖像提示對國中一年級學生理解數學圖像測驗的成效研究

The Effects of Eikon Hints on Diagnosing of the Mathematics Eikons in
the Junior High School's Course for the Seventh Grade Student

研究生：梁榮彰

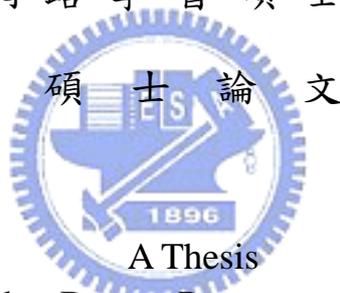
Student：Jung-Chang Liang

指導教授：張恬君教授

Advisor：Tien-Chun Chang

國立交通大學

理學院網路學習碩士在職專班



Submitted to Degree Program of E-Learning
College of Science
National Chiao Tung University
in partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master
In

Degree Program of E-Learning

June 2005

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十四年六月

國立交通大學

博碩士論文全文電子檔著作權授權書

(提供授權人裝訂於紙本論文書名頁之次頁用)

本授權書所授權之學位論文，為本人於國立交通大學理學院網路學習碩士在職專班，九十三年 學年度第二學期取得碩士學位之論文。

論文題目：圖像提示對國中一年級學生理解數學圖像測驗的成效研究

指導教授：張恬君博士

■ 同意

本人茲將本著作，以非專屬、無償授權國立交通大學與台灣聯合大學系統圖書館：基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，與回饋社會與學術研究之目的，國立交通大學及台灣聯合大學系統圖書館得不限地域、時間與次數，以紙本、光碟或數位化等各種方法收錄、重製與利用；於著作權法合理使用範圍內，讀者得進行線上檢索、閱覽、下載或列印。

論文全文上傳網路公開之範圍及時間：

本校及台灣聯合大學系統區域網路	■ 中華民國 94 年 7 月 16 日公開
校外網際網路	■ 中華民國 94 年 7 月 16 日公開

授權人：梁榮彰

學號：9173535

親筆簽名： 

中華民國 九十四年 七月 十六日

國立交通大學

博碩士紙本論文著作權授權書

(提供授權人裝訂於全文電子檔授權書之次頁用)

本授權書所授權之學位論文，為本人於國立交通大學理學院網路學習碩士在職專班，九十三 學年度第二學期取得碩士學位之論文。

論文題目：圖像提示對國中一年級學生理解數學圖像測驗的成效研究

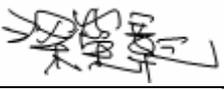
指導教授：張 恬 君 博 士

■ 同意

本人茲將本著作，以非專屬、無償授權國立交通大學，基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，與回饋社會與學術研究之目的，國立交通大學圖書館得以紙本收錄、重製與利用；於著作權法合理使用範圍內，讀者得進行閱覽或列印。

授權人：梁 榮 彰

學號：9173535

親筆簽名：  _____

中華民國 九十四年 七 月 十六 日

國家圖書館博碩士論文電子檔案上網授權書

ID:GT009173535

本授權書所授權之學位論文，為本人於國立交通大學理學院網路學習碩士在職專班，九十三 學年度第二學期取得碩士學位之論文。

論文題目：圖像提示對國中一年級學生理解數學圖像測驗的成效研究

指導教授：張 恬 君 博 士

茲同意將授權人擁有著作權之上列論文全文（含摘要），非專屬、無償授權國家圖書館，不限地域、時間與次數，以微縮、光碟或其他各種數位化方式將上列論文重製，並得將數位化之上列論文及論文電子檔以上載網路方式，提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

※ 讀者基於非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印上列論文，應依著作權法相關規定辦理。

授權人：梁 榮 彰

親筆簽名：



民國 九十四年 七 月 十六 日

圖像提示對國中一年級學生理解數學圖像測驗的成效研究

學生：梁榮彰

指導教授：張恬君 博士

國立交通大學理學院網路學習碩士在職專班

摘 要

九年一貫數學教科書的內容圖文並茂。90 學年度起，國中基本學力測驗數學試題包含圖形的比例較舊式聯考提升很多，再加上網路時代以多媒體呈現教材的趨勢，圖像呈現對學習者的影響便成了近年來教育研究的焦點。

本研究主要目的是探討圖像提示對國中一年級學生理解數學圖像測驗的成效，藉以瞭解影響國中一年級學生理解數學測驗圖像的相關因素。

研究方法採前後測設計。編製視覺提示比較測驗 1 及測驗 2，測驗 1 為前測卷，測驗 2 為後測卷。兩測驗的內容相同，差別是測驗 2 增加圖像提示的呈現，而圖像提示是由基本圖像點、線、面和箭頭所組成。挑選受試者在同一時段先進行前測卷，再進行後測卷，測試完畢後再進行比較分析。

研究主要的自變項為圖像提示，依變項為測驗成績，針對桃園縣平鎮市國中一年級學生共 253 人施測。

研究結果發現：

- (1) 圖像提示對國中一年級學生對於數學圖像的理解有幫助；基本圖像點、線、面和箭頭提示對學生在數學圖像的理解有幫助。
- (2) 基本圖像提示在引起國中一年級學生的基本視知覺反應上有幫助。
- (3) 國中一年級學生理解數學圖像方面，仍有很大的訓練空間，增加受試者對圖像的熟悉度，可以提升學生對數學圖像的理解能力。
- (4) 國中一年級學生對數學圖像的熟悉度會影響對數學圖像的理解。
- (5) 看出圖像提示的國中一年級學生對數學圖像的理解優於未看出圖像提示的學生；國中一年級學生是否注意到提示的存在，圖像提示仍會對數學圖像的理解有影響。
- (6) 不同性別國中一年級學生對數學視覺圖像的理解並無明顯的差異。

研究最後並針對視覺圖像、視知覺、教育訓練、未來研究方向提出建議，供研究及教學參考。

關鍵字：視覺圖像、圖像提示、視知覺、數學圖像

The Effects of Eikon Hints on Diagnosing of the Mathematics Eikons in the Junior High School's Course for the Seventh Grade Student

Student: Jung-Chang Liang

Advisor: Dr. Tien-Chun Chang

Degree Program of E-Learning College of Science
National Chiao Tung University

Abstract

The contents of mathematics textbook for the Nine-year Integrated Curriculum in Taiwan are vividly and full of pictures. From 2001 the items of the Basic Competence Math Test for Junior High School Students contains more pictures than ever. The effects of graphics presentation on learner's recognition has become a research focus of educational research during recent years.

The main purpose of this study was to explore the effects of eikon-hints on understanding the mathematics eikons of the junior high school's course for the seventh grade student.

The samples are selected from 253 students of the seventh grade from two junior high schools of Taoyan County of Pingzhen City.. The research method I adopt is using the measurement before and after at the same time.

The research tools are the vision-eikon-compare test 1 and test 2. The two tests have the same contents, but test 2 add the eikon-hints. The major findings are listed below:

- (1) The eikon hint is favorable for the seventh grade student's cognition of eikon ; The basic eikon hint is favorable for the seventh grade student's cognition of eikon; The basic eikon hint is favorable to product the reaction of basic visual perception.
- (2) The students who are familiar with the mathematic eikons have good ideal for the mathematic eikons.
- (3)There is still has much room to train the seventh grade student to distinguish mathematics eikons.
- (4) Familiarity about the vision-eikons can increase the ability to understand the different of mathematics eikons.
- (5) The vision-eikons are more important to the student if they are aware of the vision-eikons exist.
- (6) The genders are not the crucial factors for the cognition of the mathematics eikon.

According to the conclusion of this study we know that the students who understand the eikons are closely related with the appearance of eikons. Aiming at the pictures, consciousness, training, further research objects, the tools of study and the topics of study to put the forward suggestion providing the research reference.

Key words: vision-eikon , eikon hints , visual perception , mathematics eikon.

目 錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
目錄	iii
表目錄	v
圖目錄	viii
第一章、緒論	1
第一節、研究背景與研究動機	1
第二節、研究目的與研究問題	2
第三節、研究假設	3
第四節、研究範圍與研究限制	4
第五節、名詞解釋與定義	4
第六節、研究架構	5
第二章、文獻探討與理論基礎	6
第一節、視覺	6
第二節、圖像	13
第三節、圖像與視知覺的關係	18
第四節、國中數學圖像	21
第五節、數學教學—視覺方面的技巧	27
第六節、相關理論與研究	33
第三章、研究設計與實施	41
第一節、研究設計	41
第二節、研究對象	43
第三節、研究工具	44
第四節、研究實施過程	47
第五節、資料分析與處理簡介	47
第四章、研究結果分析與討論	49
第一節、各題分析	49
第二節、各題視知覺分析與討論	78
第三節、國中一年級學生理解數學圖像測驗狀況分析	87
第四節、圖像提示對測驗 1、2 成績的影響分析	89
第五節、受試者圖像熟悉度自評與測驗成績的關係	92
第六節、受試者看出圖像提示與測驗成績的關係	97
第七節、不同性別的受試者測驗成績的關係	101
第八節、綜合討論	104
第五章、結論與建議	108

第一節、結論	-----	108
第二節、建議	-----	110
參考文獻		
一、中文部份	-----	112
二、英文部份	-----	115
附錄		
附錄一：視覺提示比較測驗 1、視覺提示比較測驗 2（提示卷） 及答案卷	-----	117
附錄二：編製過程之圖像編製紀錄	-----	124
附錄三：測驗 1、2、提示效果次數分配表(圖)	-----	138
附錄四：各題答對率排序	-----	139
附錄五：各題提示效果排序	-----	140



表目錄

表 2-3-1 圖像構成與視知覺	21
表 3-2-1 統計量	43
表 3-2-2 性別統計	43
表 3-2-3 對圖像的熟悉度	43
表 3-2-4 看出提示	44
表 3-3-1 測驗 1、測驗 2 題目設計架構表	45
表 3-3-2 McNemar 檢定結果	46
表 3-3-3 預測信度分析	47
表 4-1-1 Q1.1 * Q2.1 交叉表	50
表 4-1-2 測 1.1 * 測 2.1 交叉表	51、79
表 4-1-3 卡方檢定	51
表 4-1-4 Q1.2 * Q2.2 交叉表	52
表 4-1-5 測 1.2 * 測 2.2 交叉表	52、79
表 4-1-6 卡方檢定	52
表 4-1-7 Q1.3 * Q2.3 交叉表	53
表 4-1-8 測 1.3 * 測 2.3 交叉表	53、79
表 4-1-9 卡方檢定	53
表 4-1-10 Q1.4 * Q2.4 交叉表	54
表 4-1-11 測 1.4 * 測 2.4 交叉表	55、80
表 4-1-12 卡方檢定	55
表 4-1-13 Q1.5 * Q2.5 交叉表	56
表 4-1-14 測 1.5 * 測 2.5 交叉表	56、79
表 4-1-15 卡方檢定	56
表 4-1-16 Q1.6 * Q2.6 交叉表	57
表 4-1-17 測 1.6 * 測 2.6 交叉表	57、80
表 4-1-18 卡方檢定	57
表 4-1-19 Q1.7 * Q2.7 交叉表	58
表 4-1-20 測 1.7 * 測 2.7 交叉表	59、81
表 4-1-21 卡方檢定	59
表 4-1-22 Q1.8 * Q2.8 交叉表	60
表 4-1-23 測 1.8 * 測 2.8 交叉表	60、81
表 4-1-24 卡方檢定	60
表 4-1-25 Q1.9 * Q2.9 交叉表	61
表 4-1-26 測 1.9 * 測 2.9 交叉表	62、81
表 4-1-27 卡方檢定	62



表 4-1-28	Q1.10 * Q2.10 交叉表	63
表 4-1-29	測 1.10 * 測 2.10 交叉表	63、82
表 4-1-30	卡方檢定	63
表 4-1-31	Q1.11 * Q2.11 交叉表	64
表 4-1-32	測 1.11 * 測 2.11 交叉表	65、82
表 4-1-33	卡方檢定	65
表 4-1-34	Q1.12 * Q2.12 交叉表	66
表 4-1-35	測 1.12 * 測 2.12 交叉表	66、83
表 4-1-36	卡方檢定	66
表 4-1-37	Q1.13 * Q2.13 交叉表	67
表 4-1-38	測 1.13 * 測 2.13 交叉表	67、83
表 4-1-39	卡方檢定	67
表 4-1-40	Q1.14 * Q2.14 交叉表	68
表 4-1-41	測 1.14 * 測 2.14 交叉表	69、82
表 4-1-42	卡方檢定	69
表 4-1-43	Q1.15 * Q2.15 交叉表	70
表 4-1-44	測 1.15 * 測 2.15 交叉表	70、84
表 4-1-45	卡方檢定	70
表 4-1-46	Q1.16 * Q2.16 交叉表	71
表 4-1-47	測 1.16 * 測 2.16 交叉表	71、84
表 4-1-48	卡方檢定	71
表 4-1-49	Q1.17 * Q2.17 交叉表	72
表 4-1-50	測 1.17 * 測 2.17 交叉表	73、85
表 4-1-51	卡方檢定	73
表 4-1-52	Q1.18 * Q2.18 交叉表	74
表 4-1-53	測 1.18 * 測 2.18 交叉表	74、84
表 4-1-54	卡方檢定	74
表 4-1-55	Q1.19 * Q2.19 交叉表	75
表 4-1-56	測 1.19 * 測 2.19 交叉表	75、85
表 4-1-57	卡方檢定	75
表 4-1-58	Q1.20 * Q2.20 交叉表	76
表 4-1-59	測 1.20 * 測 2.20 交叉表	77、85
表 4-1-60	卡方檢定	77
表 4-1-61	測驗 2 各題答對率提升排序	77
表 4-2-1	圖像提示與相關視知覺反應	86
表 4-3-1	各題答對率排序	87
表 4-4-1	測驗 1--測驗 2 成對樣本統計量	90
表 4-4-2	測驗 1--測驗 2 成對樣本相關	90

表 4-4-3	測驗 1--測驗 2	成對樣本檢定	90
表 4-4-4	測 1 點--測 2 點	成對樣本統計量	90
表 4-4-5	測 1 點--測 2 點	成對樣本相關	90
表 4-4-6	測 1 點--測 2 點	成對樣本檢定	90
表 4-4-7	測 1 線--測 2 線	成對樣本統計量	91
表 4-4-8	測 1 線--測 2 線	成對樣本相關	91
表 4-4-9	測 1 線--測 2 線	成對樣本檢定	91
表 4-4-10	測 1 面--測 2 面	成對樣本統計量	91
表 4-4-11	測 1 面--測 2 面	成對樣本相關	91
表 4-4-12	測 1 面--測 2 面	成對樣本檢定	91
表 4-4-13	測 1 箭頭--測 2 箭頭	成對樣本統計量	92
表 4-4-14	測 1 箭頭--測 2 箭頭	成對樣本相關	92
表 4-4-15	測 1 箭頭--測 2 箭頭	成對樣本檢定	92
表 4-5-1	圖像熟悉度自評各組人數		93
表 4-5-2	圖像熟悉度--測驗 1	變異數分析	93
表 4-5-3	圖像熟悉度--測驗 2	變異數分析	94
表 4-5-4	圖像熟悉度--測驗 2	多重比較	94
表 4-5-5	圖像熟悉度--提示效果	變異數分析	95
表 4-5-6	圖像熟悉度--提示效果	多重比較	95
表 4-5-7	圖像熟悉度--各分項提示效果	變異數分析	96
表 4-5-8	圖像熟悉度--箭頭提示效果	多重比較	96
表 4-6-1	看出提示各組人數 (未看出 0, 看出 1)		98
表 4-6-2	看出提示--測驗 1	組別統計量	98
表 4-6-3	看出提示--測驗 1	獨立樣本檢定	98
表 4-6-4	看出提示--測驗 2	組別統計量	99
表 4-6-5	看出提示--測驗 2	獨立樣本檢定	99
表 4-6-6	看出提示--提示效果	組別統計量	99
表 4-6-7	看出提示--提示效果	獨立樣本檢定	99
表 4-6-8	看出提示--各提示效果	獨立樣本檢定	100
表 4-6-9	未看出提示:測驗 1--測驗 2	成對樣本檢定	100
表 4-6-10	看出提示:測驗 1--測驗 2	成對樣本檢定	101
表 4-7-1	性別統計 (男 1, 女 0)		102
表 4-7-2	性別--測驗 1	獨立樣本檢定	102
表 4-7-3	性別--測驗 2	獨立樣本檢定	102
表 4-7-4	性別--提示效果	獨立樣本檢定	103

圖目錄

圖 1-2-1 研究問題架構圖	3
圖 1-6-1 研究過程架構圖	5
圖 2-0-1 文獻探討架構圖	6
圖 2-1-1 大小恆常	12
圖 2-1-2 大小恆常	12
圖 2-1-3 形狀恆常	13
圖 2-1-4 視知覺概念圖	13、78
圖 2-3-1 視知覺與圖像的關係	21
圖 2-4-1 數字發展的概念圖	27
圖 2-6-1 直覺圖式	38
圖 3-0-1 研究設計流程圖	41
圖 3-1-1 研究主要變項架構圖	42
圖 4-4-1 研究變項架構圖	89
圖 4-5-1 研究變項架構圖	93
圖 4-5-2 不同熟悉度受試者測驗 1 與測驗 2 平均分數折線圖	97
圖 4-6-1 研究變項架構圖	98
圖 4-7-1 研究變項架構圖	101
圖 4-7-2 不同性別受試者測驗 1 與測驗 2 平均分數折線圖	103
圖 5-2-1 視覺圖像研究範圍架構圖	111

第一章 緒論

第一節 研究背景與研究動機

一、研究背景

近幾年來，資訊製作、儲存與傳播的工具不斷提昇，圖像處理的相關技術也跟著進步。Google 是世界上最大的網路索引服務公司，1998 年 9 月推出試用版，2000 年 9 月推出中文搜尋服務，Google 的「圖片搜尋」是網路現今廣泛使用的圖片查詢工具，至少收錄了超過 3.9 億張的索引圖片 (Google, 2005)。全國碩博士論文資訊網中，若以「圖」為檢索字查詢論文名稱可發現：民國 61 學年度出現 1 篇與圖有關的研究論文，作者李富言先生，指導教授吳靜吉博士，論題為「社會背景與圖畫、文字對自動類聚的影響」，90 學年度有 320 篇、91 學年度有 419 篇、92 學年度有 390 篇(全國博碩士論文資訊網, 2004)。而與圖像有關的研究面向包含(1)圖像製作工具之發展；(2)研究特定圖像；(3)發展相關圖像的應用；(4)設計圖像等。

其次，近幾年出版的書籍當中名稱冠以「圖解」的書籍時有所見。以全國圖書書目資訊網搜尋為例：將「圖解」當作書籍名稱的圖書量就將近有 2800 筆左右，其中民國 93 年有 185 筆、民國 92 年有 195 筆、民國 91 年有 185 筆(全國圖書書目資訊網, 2005)。圖像刺激日漸豐富，引起教育學者對教學與圖像相關課題產生研究興趣。除了藝術教育、設計教育與圖像有直接的關係之外，教學與圖像有關的研究課題包含(1)教材設計與圖像呈現的相關研究(呂宜親, 2001)；(2)教學圖像製作之工具發展(江志豪, 1997)；(3)特定圖像工具應用於教學之研究(陳祥, 2003)。

圖像呈現教材是資訊發展的必然趨勢，研究顯示若不太重視視覺能力之培養，則個人接受圖像所傳遞的意義就會受到限制。屠耀華(1991)提到學生的思考往往會受到視覺印象的影響。蔡慧菁(2004)提到全體學童及男女學生，視知覺能力越好者，在識字能力測驗的表現情形也普遍越好。所以，視覺印象、視覺經驗與視覺能力會對學習成效造成影響。因此，就視覺的層面顯示，相關研究可分成(1)視覺與教學(黃芸, 2004)；(2)視覺與圖像(邱明秀, 2004)。

以 70 年版的國中數學教科書與現今的九年一貫國中數學版本作比較，在多項式的章節中，70 年版是以文字說明完成全章的教學；而九年一貫的國中數學教科書則是圖文並茂。根據國民中學學生基本學力測驗推動工作委員會(2004)關於 90 學年度至 93 學年度的國中基本學力測驗試題彙編發現，其包含圖形的題目比例較舊式聯考提升很多。因此，數學教學上更應重視圖像呈現。

許多研究對於數學教學中以圖像呈現有下列建議，江佳惠(2001)提到以幾何類比物操作可引起學生興趣，且以乘法公式幾何類比物有助改變迷思概念。但圖像呈現對學生來說仍有不同程度的困難，面積裁去或搬移對學生而言比較複雜且乘法公式中差的平方公式與平方差公式的幾何面積操作較困難。洪明賢(2003)認為學生在形數規律中並

不易察覺其中形的變化，教學上宜在形的變化規律方面加強規律察覺的能力。

二、研究動機

研究者從事國中數學教學工作，發現畢氏定理的證明過程中，學生對文字符號的理解會因程度不同而產生很大的落差。但以圖片教具呈現，學生會獲得較佳的理解效果，顯然圖像降低了認識畢氏定理的門檻。因此，研究動機一：探討圖像呈現對數學教學成效是否有幫助？

其次，數學教學過程中為了提昇學生的思考能力與發展解決數學問題的能力，於是針對個別學生的解題表現進行觀察，並給予適當的提示與指導。根據 Vygotsky 提出「近側發展區」概念，強調兒童在成人或有能力的同儕協助之下所展現的潛能。Vygotsky 並未說明具體的教學方法，導致學者們以不同的詮釋發展不同的教學方式(李長燦,2003)。為了培養問題解決能力以視覺提示的方法協助學生思考。因此，研究動機二：探討圖像提示對學生學習數學或解決問題是否有幫助？

教學工具的使用對視覺有直接的影響。美國 NCTM 強調：「教師必須選擇並鼓勵學生使用各種多樣性的工具」(簡佳雯,2003)。Roblyer (2003) 認為教師對於教學工具的選擇可以是多元的，身為教育工作者必須認識每種工具的基本特點，嘗試在教學中使用，了解各種工具所能達成的教學效果。而教學媒體的呈現就視覺而言就是圖像。因此，研究動機三：探討圖像的呈現是否有原則可以依循？

數學是數、量、形兼顧的一門學科，過去台灣數學教育比較偏重數與量，現在多媒體時代，對數學教學而言形的呈現越來越容易。人對圖像的感覺比對文字來得直接，Fleming 和 Levie(1993)認為圖表和圖像可以引起學生學習動機。因此，研究動機四：提出對數學圖像呈現的相關建議，使教學者或教材編製者能掌握圖像呈現的重點。

第二節 研究目的與研究問題

基於上述動機，本研究目的如下：

- 一、探討圖像提示對國中一年級學生理解數學圖像的影響。
- 二、了解國中一年級學生理解國中數學圖像的情形。
- 三、探討影響國中一年級學生理解數學測驗圖像的相關因素。

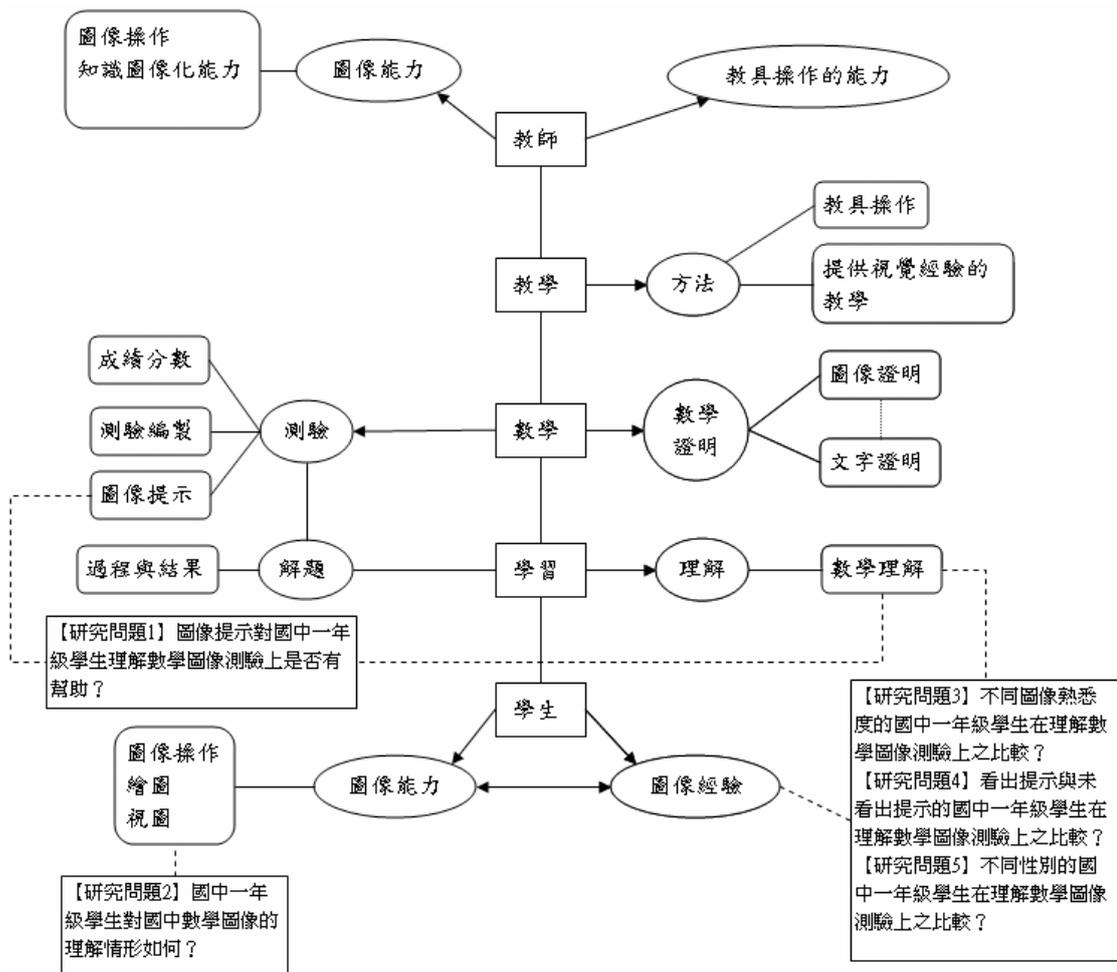


圖 1-2-1 研究問題架構圖

本研究將視覺圖像與國中數學教學的關係架構成概念圖 1-2-1 所示，而研究問題與整個架構的關係以虛線連接，擬探討的研究問題如下：

- 一、圖像提示對國中一年級學生理解數學圖像測驗上是否有幫助？
- 二、國中一年級學生對國中數學圖像的理解情形如何？
- 三、對圖像熟悉度不同的國中一年級學生在理解數學圖像測驗上之比較？
- 四、看出提示與未看出提示的國中一年級學生在理解數學圖像測驗上之比較？
- 五、國中一年級男女生在理解數學圖像測驗上之比較？

第三節 研究假設

本研究主要以基本的圖像元素點、線、面、箭頭開始進行研究。圖像呈現上配合國中數學教材，設計標準測驗（無圖像提示）和提示測驗（有圖像提示）在同一時段進行前後測試。本研究基於前述的研究問題，提出下列研究假設：

- 一、假設圖像提示對學生理解數學圖像測驗沒有明顯的差異。
- 二、假設圖像熟悉度不同的國中一年級學生在理解數學圖像測驗上沒有明顯的差異。
- 三、假設看出提示有、無的國中一年級學生在理解數學圖像測驗上沒有明顯的差異。
- 四、假設國中一年級男、女生在理解數學圖像測驗上沒有明顯的差異。

第四節 研究範圍與研究限制

一、研究範圍

- (一) 以國中數學圖像作為測驗內容取材的範圍。
- (二) 研究對象以國中一年級學生為主，國中一年級學生在國中數學圖像的學習上正處於啟萌階段，不如國中二、三年級學生對數學圖像的熟悉與記憶，預期受到提示的影響效果會較顯著。
- (三) 測驗內容為避免文字影響視覺圖像所要傳達的訊息，文字的呈現除了選項(A)(B)(C)(D)及答題方向的文字陳述外，不在圖像上增加數字及文字。

二、研究限制

本研究在進行過程中雖力求完整，除了受限時間、經費及人力等因素外，仍受下列若干限制：

- (一) 本研究以桃園縣某兩所國中一年級學生作為調查對象，未遍及每一國中，因此，本研究所得的結果在推論方面將有所限制。
- (二) 本研究採用傳統的紙筆測驗作為研究工具，所以圖像限制在靜態的呈現。
- (三) 由於研究工具的限制，無法觀察到受試者看到圖像提示時的視知覺反應，所以視覺方面之判斷只依測驗結果進行推論。
- (四) 本研究主要針對從圖像找出最沒有關係的圖像進行測驗命題，因此，只限制在圖像間識別比較的層面。

第五節 名詞解釋與定義

一、圖像 (graphics)：

graphics 一詞包含表格 (tables)、曲線圖 (graph)、圖示 (charts)、圖樣 (diagrams)、地圖 (maps)、線圖 (line drawings)、插圖 (illustrations)、攝影圖像 (photographic images) 等 (Wanderess, 2004)。圖像對不同發展階段的人有不同的意義，圖像有別於文字，其對人的意義是開放的，相同的圖像可以用不同的文字來說明。廣義來說，可以被眼睛所看到的就是圖像。

二、視覺 (vision)：

視覺是指眼與物接觸的感覺 (夏勳, 1979)。經由眼睛辨別物體形狀及顏色的生理過程 (大英線上, 2005)。

三、鷹架理論 (scaffolding)：

兒童內在的心理能力之成長有賴成人或能力較強的同儕協助，而這種協助應該建立在學習者當時的認知組織特質上 (Larkin, 2002)。

四、視知覺 (visual perception)：

對於物體的大小、色彩、形態、位置、質地等能加以判斷，是來自視覺的知覺作用 (夏勳，1979)。因此，經由視覺引起觀察者的行為、思想、反應統稱之為視知覺。

第六節 研究架構

本研究擬以文獻探討分析國中數學圖像、視覺與教學之間的關連，再利用國中數學圖像編製成測驗，根據測驗蒐集資料，分析整理資料後作為研究問題的主要依據。

本研究製作紙筆測驗，測驗製作分兩階段編製，第一階段為了要建立國中數學圖像庫，便依現行國中數學教材內容進行圖像搜集與編輯，並且據此建立圖像關聯測驗。第二階段乃依據圖像關聯測驗題庫編製視覺提示比較測驗。經預試分析、修正後，正式施測獲得相關數據以解決研究問題。

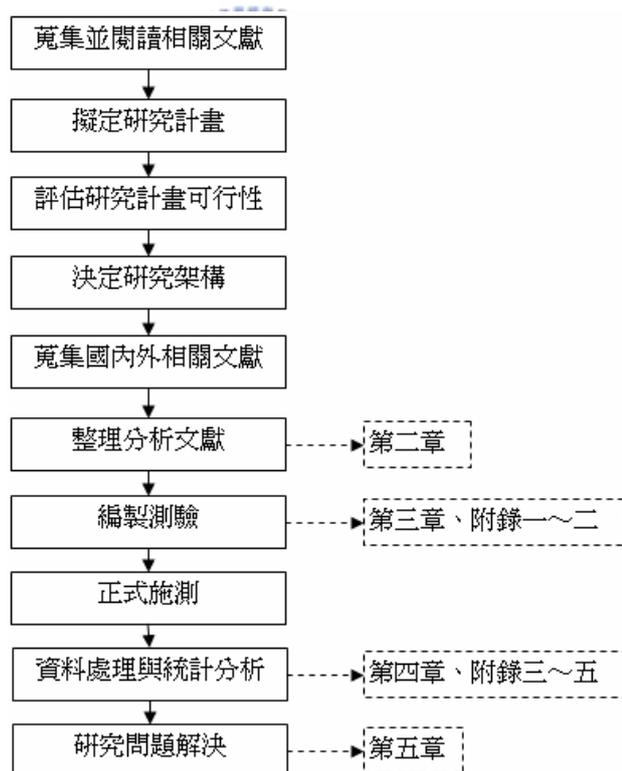


圖 1-6-1 研究過程架構圖

第二章 文獻探討與理論基礎

本章共分六節，第一節視覺；第二節圖像；第三節圖像與視知覺的關係；第四節國中數學圖像；第五節數學教學—視覺方面的技巧；第六節為相關理論與研究。

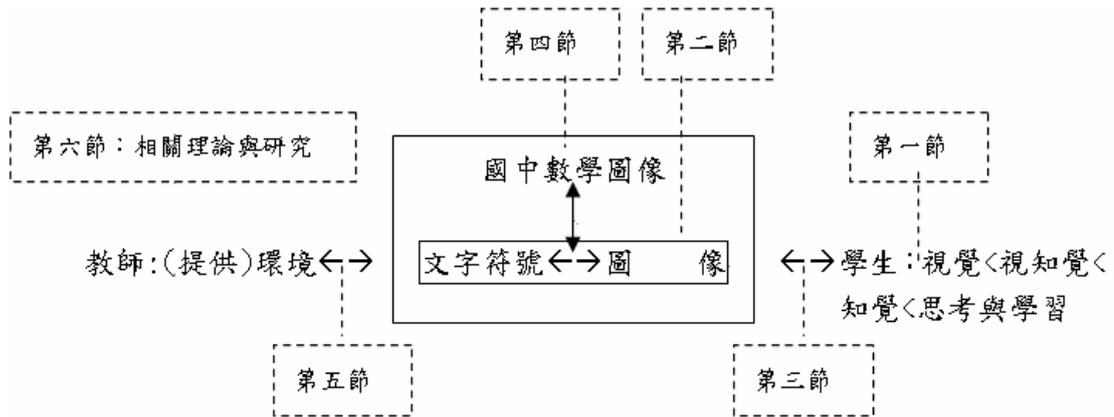


圖 2-0-1 文獻探討架構圖

第一節 視覺

視覺是一個系統主要包括眼睛和大腦，整個系統的狀況都會影響觀察者。完形 (gestalt) 心理學家安海姆 (Rudolf Amheim) 認為視覺是一種精確的感覺形態，較其它感覺形態有著生物學上的優先性 (呂宜親，2001)。

本節就依下列四項來探討：一、感覺的部份；二、眼球控制；三、視覺注意；四、視知覺。

一、感覺的部份

(一) 眼睛

根據夏勳 (1979) 指出視覺是指眼與物接觸的感覺。胎兒還在母親的懷裡時，身體中最先發展出來的器官是腦與眼睛。一個發育正常的人從外界環境中感知的信息有百分之八十是靠眼睛獲得的 (金崇華，2000)。眼睛常見的功能如下：

- 1、光覺：眼睛裡的視網膜對光線有極為敏銳的感受能力，是感受視覺的基礎 (林庭如，2000)。當從陽光下初進暗淡的室內時，會暫時無法看清物體，必需稍待片刻，才逐漸恢復視覺稱為暗適應 (dark adaptation)。反之當從暗室初到強烈的陽光下時，逐漸恢復視覺稱為明適應 (light adaptation) (吳襄、林坤偉，1994)。

- 2、色覺：人的視覺系統中有兩種感光器，一為錐狀細胞 (cones)，讓人在白晝感知物體並看清楚顏色。另一為桿狀細胞 (rods)，專司昏暗光線下視覺與物體偵測 (鄭日昌、周軍譯，2003)。19世紀初和中葉，楊氏 (Young) 和亥姆霍茲氏 (Helmholtz) 先後提出三原色學說 (there primary colors theory)，認為紅、綠、藍是三種基本的色彩感覺 (吳襄、林坤偉，1994)。
- 3、視力：又稱視敏度 (visual acuity)。當人的眼睛平行注視前方的物體時，由眼底黃斑中心的視細胞發揮視覺功能是中心視力。視力是指對物體細小構造分辨能力，以識別最小距離的兩點作為衡量標準 (吳襄、林坤偉，1994)。
- 4、視野：又稱為周邊視覺。當人們注視著正前方的一個固定目標，又能察覺到周圍景物的存在，是眼內中心窩以外的視細胞在發揮作用。在同樣光照條件下，不同顏色的視野大小是不同的，綠色視野最小，白色視野最大 (吳襄、林坤偉，1994)。
- 5、雙眼單視功能：又稱為雙眼視覺。人們的兩隻眼睛相隔大約6到7公分，每隻眼睛接收到稍有不同的映射稱為網膜像差 (鄭日昌、周軍譯，2003)。當外界物體呈現在兩眼視網膜，經過大腦枕葉的視覺中樞融合為一，不是兩個相互分離的物體，而是一個完整的立體形象。

(二) 視覺的發展

在嬰兒出生時，視覺發展尚在原始階段。剛出生的嬰兒還不會調整焦距，也無法看清楚任何東西。但視覺會在短短幾個月內大有進步，六個月大時具備原始視覺能力，包括深度知覺、色彩知覺、細部及控制自如的眼睛運動。一歲時視覺能力才接近完整協調。各種感覺之中，只有視覺是在子宮裡得不到刺激，所以視覺經驗是腦部視覺線路正常發展不可缺的 (薛綸譯，2004)。

視覺發展和多數心智發展一樣是男女進度有別的，但在新生兒中並不明顯。從三個月大到半歲期間是視覺皮質突觸發展暴增量最大的時期，女嬰有多種視能領先男嬰。到半歲以後，性別差異又幾乎消失。女嬰的雙眼視覺比男嬰早三、四個星期出現，女嬰在四至六個月時，敏銳度明顯優於男嬰。七歲到十歲開始，一直持續到成年以後，男性在視覺空間方面的測驗成績較佳，包括想像物體在空間中旋轉，女性表現較佳的是整個視野的掌握 (薛綸譯，2004)。

二、眼球控制

視覺的功能會受到眼球運動的影響，正常狀況下眼球控制如下：

- (一) 輻合作用 (convergence)：眼球比較會向內轉動聚焦在某個很近的物件上，而比較不會聚焦在某個距離很遠的物件上。此作用與個體的學習和經驗無關，稱為視覺的「基本線索」(鄭日昌、周軍譯，2003)。
- (二) 調適 (accommodation)：指眼球聚焦於近物時，因為水晶體增厚而產生視力變化。水晶體的調節量向大腦提供關於所注視物體距離的反饋資訊，與個體的學習和經驗無關，亦為視覺的「基本線索」(鄭日昌、周軍譯，2003)。

(三) 掃視 (saccades)：眼球以快速的方式移動。掃視是發射式的，一旦啟動方向便不能改變。在閱讀過程的掃視，經常會有退行 (regressions) 的狀況，此時，眼睛在正文中往後移動，此情形占有所有掃視的 10% 左右。

(四) 凝視 (fixations)：固定眼球仔細注視在某一物件上。

三、視覺注意

視覺注意是注意力在視覺上的表現。Spache, Hinds and Bing (1992) 將視覺注意分成下列四種：(1) 選擇注意 (selective attention)：受觀察者的工作任務影響，從大量的資訊中，找出有價值的訊息。(2) 剖析注意 (parsing attention)：從背景中分離或再認出某事物的過程，觀察者必需注意到多種與事物有關聯的特徵。(3) 直接注意 (directing attention)：是一個緊急的中斷系統，當遇到潛在重要或危險的命令要求時，就會引起直接注意，介於正常行動與緊急狀況之間的一種注意狀態。(4) 機警注意 (alertness attention)。

集中視覺注意比較像變焦鏡頭，而比較不像聚光燈，因為集中注意範圍之內的視野大小會隨著作業要求不同而有所變化 (鄭日昌、周軍譯，2003)。Posner 認為視覺注意牽涉到把注意力從某個刺激上鬆脫開來，轉移到另一個刺激，或把注意力鎖定在新刺激上 (鄭日昌、周軍譯，2003)。

要引起觀察者的視覺注意，就圖像而言，必需考慮圖像刺激間的干擾、圖像刺激呈現方式 (李宏偉，1998；詹鳳儀，2002)。就視覺而言，要考慮觀察者的視覺中心與閱讀動線 (詹鳳儀，2002)。在教學上，適當引入教具媒體有助於學習者的注意力行為 (蘇珮雯，2001)。

四、視知覺

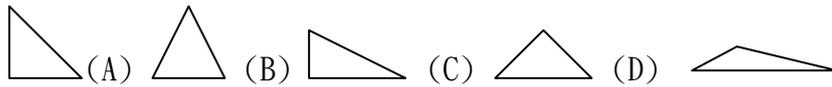
圖像的呈現對眼睛產生影響，經過加工處理後讓人產生的知覺，稱為視知覺。

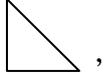
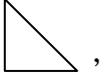
(一) 知覺

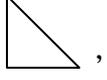
Rookes和Willson認為知覺是指識別、解釋進入感官的刺激之過程 (鄭日昌、周軍譯，2003)。以人腦處理的角度而言，對物體的知覺取決於兩個不同的處理潮流的活動。一是WHAT流，主要處理物體的辨識，並且和已經儲存起來與物體有關的記憶產生連結。另一是WHERE流，知覺物體與當事人自己在空間中的位置 (楊大和、饒怡君譯，2003)。

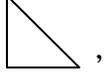
以知覺處理的歷程而言，知覺歷程分為直接歷程 (direct perception)，與間接歷程 (indirect perception)。直接歷程將知覺看作是從環境中直接提取相關訊息的歷程。間接歷程將知覺看作是外部刺激與大腦中已經存在的外部表徵兩者之間的配對歷程。以下就知覺處理的歷程加以說明：

※下圖三角形與(A)(B)(C)(D)哪一個三角形最沒有關係？

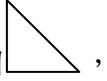


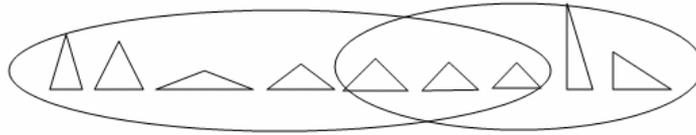
※看到 ，畫出 ，傾向於知覺歷程中的直接歷程。

※看到 ，回答三角形，傾向於知覺歷程中的直接歷程。

※看到 ，回答等腰三角形，傾向於知覺歷程中的間接歷程。因為，需要有充足的經驗，辨別下圖均為等腰三角形。



※看到 ，回答等腰直角三角形，傾向於知覺歷程中的間接歷程。因為，需要有充足的知識與經驗，辨別下圖中那些是等腰三角形、直角三角形和等腰直角三角形。



知覺的基本特徵有：知覺的整體性、知覺的選擇性、知覺的理解性、知覺的恆常性。由於知覺過程存在著這些特徵和規律，所以人在認識客觀事物時，雖然客觀事物只有部份直接作用於人的感官，也能夠根據已知的知識和經驗加以補充，對所感知的事物進行完整的認識（教育百科辭典，1994）。

（二）視知覺的分類：

在研究的過程中將視知覺分成動態視知覺與靜態視知覺兩種。由於外在表徵過程中，數量知覺和大小知覺對視覺圖像並未進行任何的心像或實際的操作處理，所以將這樣的知覺稱之為靜態視知覺。而外在表徵過程中，將兩個圖像拼湊起來需要將圖像進行移動與想像，所以組合知覺、延長縮短知覺稱為動態視知覺。

在一般的觀看過程中動態的產生可以是觀察者本身的運動導致觀察對象不動但看起來在動、另一種是觀察者不動但圖像本身在動或觀察者跟圖像均在動。這些觀察均可視之為動態視知覺。

1、靜態視知覺

（1）知覺分離：

視覺環境有重疊物件存在時，決定屬於某一物件的範圍在哪裡終止，以及屬於另一物件的範圍從那裡開始（李素卿譯，2003）。

(2) 形狀知覺：

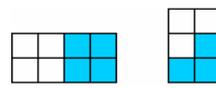
對於呈現在面前的圖像訊息，有能力判斷異同。人類腦部和形狀處理有關的包括 V3 區、V4 區和下顳皮質區（IT，即 inferotemporal cortex）。然而，認知神經學家在研究形狀知覺時把重點放在 IT 上。Tanaka 發現，IT 內有一些複雜細胞存在，會對一些簡單的形狀產生最大的反應（李素卿譯，2003）。

(3) 數量感：

數量感是形狀知覺與知覺分離的作用而產生的。依據數量的連續與離散性質，分為數量（大小）知覺與數字知覺，又根據比較關係而提出所謂的比例知覺。

例如：數量知覺，看出被平分。

例如：數字知覺，看出均為 3。

例如：比例知覺，看出均為二分之一。

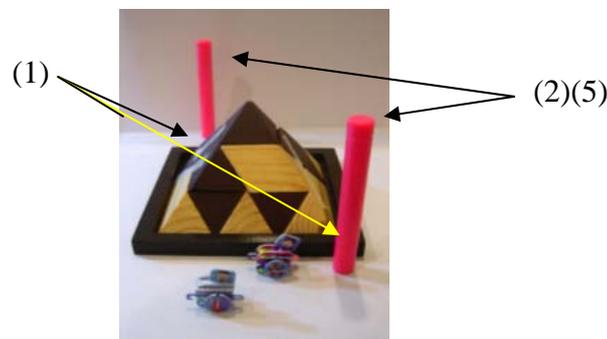
(4) 看出組成成份：

物件包含了一些基本形狀或成份。Biederman (1987) 認為大約有三十六種不同的幾何離子 (geometric ions) 存在，足以描述我們所能辨識和確認的所有物件（李素卿譯，2003）。

(5) 距離知覺（空間大小）：

水晶體的調節量向大腦提供關於所注視物體距離的反饋資訊（鄭日昌、周軍譯，2003）。霍茲伯格 Hochber (1971) 認為眼睛的調節作用能在短距離發揮作用，但超過 25 英尺的物體會被認為視覺上的無窮遠。所以任何超過 25 英尺以上的物體之距離辨識就必需有其它有效線索來判斷（鄭日昌、周軍譯，2003）。

在判斷距離時考慮的有效線索有(1)交疊或重疊；(2)相對大小；(3)視野中的高度；(4)紋理梯度；(5)線條透視；(6)空氣透視；(7)陰影；(8)運動視差。



2、動態視知覺

雖然繪畫本身是靜止不動的物體，但隨著觀察者的移動或眼睛在畫面上的游移，都

會產生「運動性的動力感」。所有的藝術形式表現都含有動力學的平衡性，一張優良的圖形或設計結構中自然所產生的形式及張力，可以是聯結心理及視覺雙方面所發展出來的結果（呂靜修譯，1995）。

（1）移動知覺：

移動分成：真實性的移動，是東西真的在移動。外觀性的移動或者稱之為幻覺的移動，就是一個實際上是固定的東西，可是看起來好像在動（Wandell, 1995）。構圖性的移動，是眼睛掃描一個視野的時候，眼睛本身所作的移動。暗示性的移動，當人在觀看一幅靜態的圖像時，所體認到的動態感覺，但這幅靜態的圖像裡，其實所有的物件或甚至是眼睛都沒有移動（張霄亭等譯，2003）。

Jame (2004) 提到按照下列操作產生「真實性的移動」與「外觀性的移動」的綜合效果(1)用大拇指和食指握著一隻鉛筆橡皮擦的位置，並且水平拿起至兩眼平行的位置。

(2)開始上下搖動鉛筆，如波浪狀的在兩眼前輕輕搖動，慢慢的持續的搖動著。(3)此時你是否看到一隻彎曲的鉛筆呢？

個人對視野空間的物體，判斷其移動速度、方向以及自身移動的知覺，稱為移動知覺 (motion perception or movement perception)。此部份通常分成兩部份討論，一是真實移動知覺：包括真實移動與相對移動兩種。另一為模擬移動知覺 (似動現象)：包括自動現象、閃光移動、誘發移動 (葉重新，2000)。Nelson and Horowitz 認為兩周大小的嬰兒更喜歡看運動著的刺激。Bruce 等人對似動現象和真實運動之間的關係提出一個重要的論點：當瀏覽速度夠快時，就有充分的理由相信，「真實的」和「取樣的」運動知覺實際上是同一件事 (鄭日昌、周軍譯，2003)。

（2）組合知覺：

形狀知覺讓觀察者看出互補的兩個形狀，且移動知覺讓觀察者感受物件的組合變形，形狀知覺與移動知覺構成了組合知覺。知覺經驗中有一種組織傾向稱為群化 (grouping) 或稱組合。群化是指原本分離的個體，由於條件一致或距離較近，而被視為是相同的群體 (林俊良，2004)。

（3）看出連線/延長縮短：

觀看過程的完形作用讓觀察者看出未完成的形狀或物件，又稱為封閉性 (closure)。當物體的外框為不連續線段組成，或是其中形成缺口，視覺會自動將缺口或不連續線段延長，形成一完整的封閉外形 (林俊良，2004)。

例如：看出連線，形成三角形。



Biederman (1987) 把一些模糊的線條畫給受試者觀看，當提供凹陷處訊息的線條被去掉時，辨識圖畫會比其他輪廓被刪除時困難 (李素卿譯，2003)。

(4) 平面旋轉與空間翻轉知覺：

Rook (1973) 如果想像的物件變得比較複雜，受試者就比較無法在它被旋轉時對其外觀作出正確的判斷 (李素卿譯，2003)。

(5) 刪除知覺(知覺消失)：

當物體從眼前消失時，一般人均可以知覺到，但要理解因融合而消失時便有困難，知覺消失有程度上的差異。

(6) 順序、連結和程序知覺：

操作的順序有先後。先進行組合再看出形狀、還是先看出形狀再進行組合，知覺順序與程序，對知覺有相當程度的影響。

(7) 隱藏知覺：

觀察圖像，知道畫面中還有東西被遮住，而不會認為它不存在。「隱形線」是一種視覺心理現象，它顯示著一種無形的力量，並制衡著點及其它視覺要素 (呂靜修譯，1995)。

3、知覺恆常

儘管物件在視網膜影像的大小和形狀發生很大的變化，但它的知覺大小和形狀仍然不變，稱為知覺恆常 (李素卿譯，2003)。知覺的恆常性除了受刺激物本身組織特性的影響外，還與本身的經驗有相當的關連性 (林俊良，2004)。常見的知覺恆常有大小恆常、形狀恆常、位置恆常、明度亮度恆常、顏色恆常。以下就大小與形狀恆常作說明：

(1) 大小恆常 (size constancy)：

大小恆常性仰賴各式各樣的因素，包括知覺距離、大小熟悉度等 (李素卿譯，2003)，如下左圖。Gibson (1999) 當兩個大小相同的物體在同一平面上時，它們的水平比率是相同的 (鄭日昌、周軍譯，2003)，如下右圖。



圖 2-1-1 大小恆常 (葉文明譯，2004)



圖 2-1-2 大小恆常

(2) 形狀恆常：

Thouless (1931) 發現觀察者能考慮到物體的斜面或方向，形狀恆常性可以保持 (鄭日昌、周軍譯，2003)，如下圖 (上)。反之若只考慮在視網膜中所呈現的輪廓，形狀恆常性將會被破壞，如下圖 (下)。

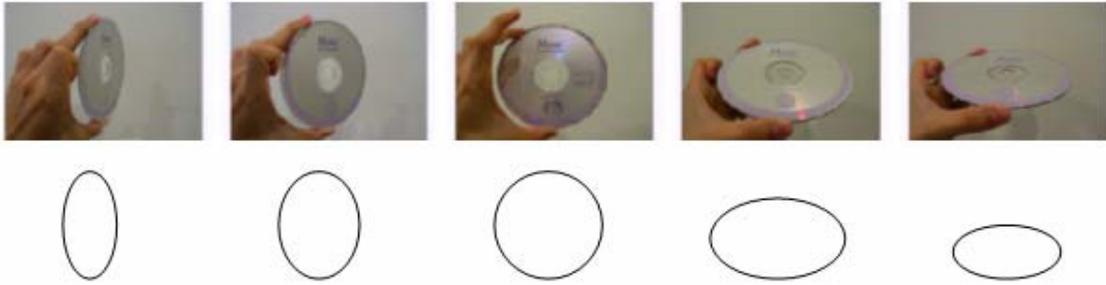


圖 2-1-3 形狀恆常

綜合以上的探討可以肯定視覺和眼球控制互相影響，並且影響看的品質。視覺注意、個別差異和圖像刺激的呈現方式有密切的關係。由眼睛的感覺接受與控制，到視覺注意的結果，此結果與個人當時的身體狀況、情緒、疲勞等均有關係，受到各別差異的影響更大。基於視知覺對外表徵的感受將視知覺架構如下：

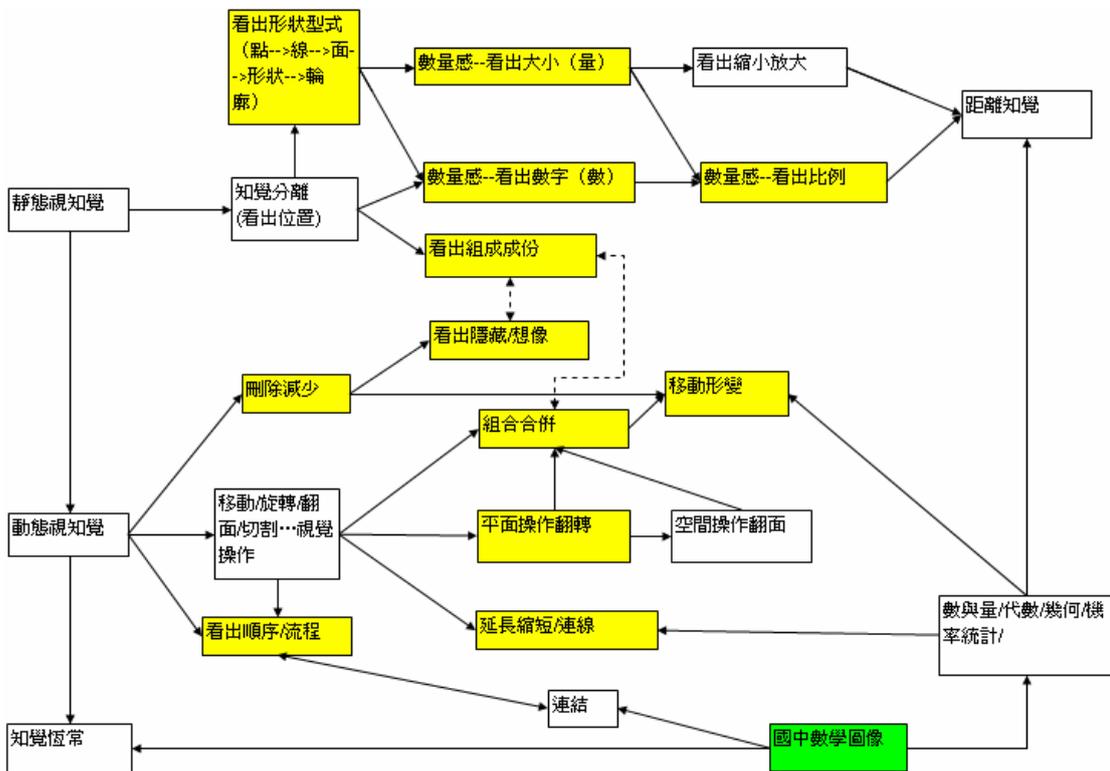


圖 2-1-4 視知覺概念圖

第二節 圖像

人腦是視覺資訊處理的中心，人腦處理的視覺訊息有三種：心智視覺訊息、直接視覺訊息和媒介化視覺訊息（張霄亭等譯，2003）。圖像與文字均屬於媒介化視覺訊息。圖像屬於「造形語言」，而文字屬於「符號語言」，兩者最大的差別是文字會被附予聲音；

造形語言系統包括：圖像、影像、光線、形、色（池蓉姬，2003）。

一、圖像元素

圖像元素有下列幾種說法：物質性的要素，形態、質感、色彩。非物質性的要素，動態、光線、空間（呂清夫，1989）。大小、線條、色彩、形狀或形式、體積或容積、設計或組合、圖樣、空間、平衡、肌理（呂宜親，2000）。線條、色彩、形狀、質感與肌理、光影與明暗（趙惠玲，1995）。

一般的視覺經驗中，會先感受到物體的形狀，而不是構成形狀的線條，線條只是構成各種形狀的要素之一。另一方面，由於質感或肌理能透過觸覺經驗產生視覺特性，所以也將肌理列入視覺要素之中（陳子木，1997）。最基本的點、線、面包含在「形狀」之中，將大小當作是影響空間分佈的因子，將光線包含在色彩的明度要素之中（呂宜親，2000）。

在幾何學上，點只具備位置的性質，不具備大小和面積。點是從一個連續狀態轉折到另一個連續狀態間的「無連續狀態」。點是不連續的，也沒有方向性，是一個無次元的視覺概念，本身無法成就自主的視覺意義（林俊良，2004）。有時它是看得見的，像是在一個平面上的點；有時它是看不見的，像一張透視畫裡的消失點（劉錫權、陳幸春譯，1998）。

線可以經由點的軌跡形成，事實上，線所特有的「方向」和「連續」性質是點和面所沒有的。線在本質和視覺效應上會產生下列兩種類型的線：(1)主體線(object line)：線本身是圖，其餘是背景。(2)輪廓線(contour line)：線在往不同方向作連續改變時，也界定了某個範圍。在適當的條件下，就變成一個「形」，此時線的主體線性質便轉換成形的輪廓線（林俊良，2004）。

面可透過下列兩種方式形成(1)利用線的連續改變方向移動所形成的輪廓線來界定一個面的範圍。(2)一個面形成的同時也產生另一個面（林俊良，2004）。

二、圖像構成

（一）基本圖像構成

點、線、面是構成圖像的基本元素，但基本圖像未必是以點、線、面為代表。外在事物的形體是複雜的，雖然房子可切成窗戶、門、磁磚。但指著房子問：「那是甚麼？」一般會回答：「房子」。因此，在特定範圍裡所討論的圖像，是此範圍內的基本圖像。藝術心理學大師魯道夫·安海姆（Rodulf Arnhiem）引用畫家 Bague 的話：「把檸檬和橘子放在一起，它們便不再是檸檬和橘子，而是水果。數學家依據這個法則，我們也是。」（劉思量，1998）。

安海姆認為藝術和科學一樣，當所有的存在現象都被歸納到一個共同的法則時，才能獲致偉大的知識。成熟的藝術品能夠很成功的將每一事物納入一個結構的主要法則之

下，並非把事物之個性變成整齊劃一，反而是藉著藝術使事物加以相互比較，更顯出它們的個性與差異。這個結構的主要法則就是完形 (gestalt)。因此，本研究過程中所謂的基本圖像是完形的基本圖像、是整體觀的基本圖像。例如：

(1) ，稱為等腰直角三角形、等腰三角形或直角三角形

(2)  當呈現數個三角形時，雖然藍色的三角形是等腰三角形，但分子的總和不等於整體，若對其分割，就不再是原來的整體。因此，稱這些三角形是直角三角形。

(3)  當呈現數個三角形時，雖然藍色的三角形是直角三角形，但分子的總和不等於整體，若對其分割，就不再是原來的整體了。因此，稱這些三角形是等腰三角形。

(二) 圖像構成的技巧

圖像構成的技巧有下列幾種說法：(1) 刪減、重複、增添、活化、雜交、並置、合併、分割、變形、改變比例、偽裝、蛻變、質變、類推、轉移、移情、替代、象徵、幻想、矛盾、特寫、諷刺。(2) 卡通化、幻想、裝飾、動態、注視讀者、大的字體、特殊視點、震驚、對比、拼貼與集錦照像、擬人化、特寫、圖案化、類比、合併、連續圖畫、象徵圖形、幽默感、偽裝、移情、簡化、次元的組合、扭曲及誇張、影像重疊、雜交、視覺雙關、諷刺、3D 插畫技巧、剪影、超現實圖像、活潑化、改變比例、鮮明的色彩、藝術樣式、優秀插畫或攝影作品、以產品為設計元素 (王其敏, 1997)。

圖像構成技巧有藝術的、有電腦構圖的，雖為不同領域的構圖技巧，但總有共通的部份。

(三) 錯覺圖像構成

圖像本身沒有所謂對錯，但經過觀察者便激起了不同的心理及認知的感受。圖像在某種設計呈現下會造成人們的錯誤知覺，所以必需對錯覺圖像有基本的認識，避免在視覺圖像的傳達上造成干擾。

錯覺圖像的構成分成兩種，一是錯誤構圖造成概念連結錯誤的錯覺；另一是構圖造成知覺衝突。錯覺使觀察者面對衝突與決擇。

常見的錯覺設計有 (1) 1889 年繆氏 (Müller-Lyer F.C.) 錯視；(2) 1860 年梭羅 (Zullner) 錯視；(3) 1860 年波根朵夫 (Poggendorff) 提出線的交叉造成的錯視；(4) 位置造成的錯視；(5) 對比造成的錯視，有明暗對比、大小對比；(6) 1913 年彭佐 (Ponzo) 提出透視造成的錯視；(7) 平行線造成的錯視；(8) 反轉造成的錯視；(9) 波紋造成的

錯視（林俊良，2004）。

三、概念圖像與概念圖

（一）概念

Sternberg (1999) 認為概念是符號知識的基本概念。概念是一組物件、事件、關係，雖然彼此之間有一些差異，然而它們具有某些共同的屬性，而被結合在一起具有共同的名稱。概念是人類思考的一種形式，人們藉由概念認識客觀現實的各種事物現象的特徵，是在人類社會歷史發展過程中形成的。概念並不是一成不變的。概念形成 (concept formation) 過程中，概念和詞彙密切的聯繫著，它在詞彙的基礎上形成，並且是用詞或詞組來表達的。所以詞的不斷豐富和充實，也使概念不斷擴大與加深（教育百科辭典，1994）。

（二）概念圖像：表徵與類比

概念若以圖像表示，稱之為概念圖像。概念圖像的呈現有兩種方式：

1、表徵 (representation)：

當使用一個符號代表一組經驗時，所使用的符號便是該組經驗的表徵（劉秋木，2002）。當概念由圖像而來，此時概念就是圖像的表徵。表徵可以是圖像來表現文字概念、文字概念來表現圖像、圖像表徵圖像。布魯納 (J. B. Bruner) 認為表徵有三種：(1) 動作表徵。(2) 形象表徵。(3) 符號表徵（國立編譯館，1995）。

2、類比 (assimilation)：

類比是一種邏輯推理，也是抽象思維中的一種基本形式。它通過聯想，把異常的、未知的事物（研究對象）對比尋常的、熟悉的事物（類比對象），然後依據兩個對象之間存在著的某種類似或相似的關係，從已知對象具有的某種性質推出未知對象具有相應的一種性質的方法（王溢然、張耀久，2001）。通過類比可將文字概念以圖像的方式來呈現，或將圖像以另一種圖像來表達。

（三）概念圖：知識的架構

20 世紀 60 年代由美國康乃爾大學諾瓦克 (Joseph D. Novak) 教授等人提出，Novak 根據 Ausubel 的學習理論在 1960 年代著手研究概念圖技術，並成為一種教學的工具。

概念圖是一種用節點代表概念，連線表示概念間關係的圖示法。在人類的永久記憶體裡，基本上存著兩種知識：一是概念式知識 (declarative knowledge)，另一是劇情式知識 (episodic knowledge)。概念式知識和劇情式知識並不是相對的，而是互補的（田冠鈞，2003）。概念式知識是文字符號所堆砌起來的，而劇情式知識是人生經驗的累積豐

富。

休謨(Hume David, 1711-1776)認為知識得自於觀念聯想。認為知識代表複雜的觀念，而複雜的觀念則是經由聯想概念的歷程而形成的。對觀念聯想形成的解釋，休謨提出觀念聯想的三個法則（張春興，2000）：(1)相似律（law of similarity）；(2)接近律（law of contiguity）；(3)因果律（law of cause and effect）。藉由觀念聯想知識得以建立，於是利用概念圖將知識以圖像的方式呈現，稱為知識的架構。

概念圖結構成分有關係成分與階層成分兩種，其中學生的表現上以「關係」的表現最好，最差的是「階層」。概念圖的圖表結構又包括節點（又稱結點）、連線和連接詞三個部分。概念（concepts）、命題（propositions）、交叉連接（cross-links）和層級結構（hierarchical frameworks）是概念圖的四個圖表特徵。

以下就相關概念圖的功能與製作方法簡要說明：

名稱	功能	製作方法
親和圖	統合零亂	1. 決定主題 2. 收集語言資料 3. 製作資料卡 4. 整理分類卡片 5. 將同類卡片取重點精華製作成親和卡 6. 將親和卡排列整理製作親和圖（二見良治，1998）。
關連圖	整理複雜的支節	1. 決定問題點 2. 考慮原因 3. 製作原因卡 4. 排列卡片 5. 決定一次原因 6. 定出卡片的因果關係 7. 製作關連圖（二見良治，1998）。
系統機能圖	以分枝思考	1. 決定問題點/目的/分析對象 2. 展開原因/手段/構成要素機能 3. 確認因果/手段與目的/構成要素與分析對象 4. 作成系統圖 5. 作成實施計畫書（二見良治，1998）。
因果圖法/ 魚刺圖/魚 骨圖/特性 要因圖 /cause and effect diagram	整理複雜原因 劃清層次 確定主因	1. 首先確定要解決的問題，並將其作為結果，寫在總箭頭之前。 2. 其次，將主要因素作為魚刺主幹列出。 3. 然後再將與主要因素有關的原因作為小原因分支列出。 4. 最後在因果分析圖上註明畫圖的時間、地點、參加人員姓名和供參考查詢的事項。
箭頭圖 (ADM)	有效管理計畫進度的方法	1. 考慮推行計畫的順序，擬定最適當的日程計畫，有效管理該計畫進度的方法。 2. 箭頭線表示活動，用節點連結箭頭線以表示相關性。 3. 僅利用結束→開始關係以及用虛線表示活動間邏輯關係（二見良治，1998）。
Vee圖	理解實驗概念	1. 呈現理論與實作兩部分，有助理解實驗研究的意義。 2. 由 D. Bob Gowin(1981)在 1970 至 80 年代間推展（丁信中等譯，2004）。

描述式概念圖	描述發生順序	描述式概念圖 (descriptive concept map) 是以文件主題為起始點，將文件內容切割成數個概念連接成的概念圖。
研究過程概念圖	安排流程順序	研究過程概念圖 (research cycle concept map) 是以主要問題為起始節點，再根據主問題切割成數個次問題的概念構圖。
表格	分類切割概念	表格可以視為將概念分類切割很好的視覺工具，因此將表格也視為概念構圖的一種。

綜合以上論述，圖像可以是一個點，也可以是複雜的概念圖，圖像在不同的知識領域或層次中有不同的呈現方式，呈現的方式可以是直接的視覺映像，也可以是用表徵或類比的方式呈現的圖像。運用圖像構成技巧可以創造出錯覺圖像及不同指涉意義的圖像，更可以將知識概念用圖像呈現出來。

第三節 圖像與視知覺的關係

一、圖像對視知覺的影響 (圖→人)

Gyorgy Kepes 提出透過視覺造型的體驗，視覺具備和語言相同的傳達機能，且由視覺形成的心像所產生的認識作用，因人類視覺感受的共通性，比語言的傳達更具普遍性 (王其敏, 1997)。蘇振明表示圖畫、語言、文字是人類溝通情感、傳達思想的三大媒體，其中圖畫最能打破時間、空間和人際間的隔閡，是古今中外不分國籍性別，均能相通的視覺語言 (何應傑, 2002)。

(一) 基本圖像元素對視知覺的影響

Hans Hofmann 指出要善用一些設計的原動力，即使只是一群毫不起眼的點或線，亦能產生超越視覺認知以外的心理感受層面 (呂靜修譯, 1995)。

點為形的最小元素，帶有張力，而沒有方向 (吳瑪俐譯, 1995b)。一個靜止的點基本上並不會給人動的感覺，但有集中、聚集、緊靠在一起的感覺。單獨的一點，注意力會完全集中在這個點上，內力與外力互相平衡，此時產生蘊藏力量的緊張感。兩個以上的點存在同一畫面時，視線將來回反覆在這兩點之間，而心理產生互相牽引的拉力、虛線與虛面的感覺 (李薦宏、賴一輝, 1973)。當兩點大小不等的點存在同一空間時，視覺方向則常會依由大到小或由近而遠的順序，產生心理上移動的效果 (丘永福, 1989)。

連續的線具有肯定、清楚界線區域的意義，給人快速流動的感覺。斷續線則較能呈現開放、自由而彈性的感受 (趙惠玲, 1995)。藉由視覺心理的理想化，所謂的直線、弧線與圓都是單純直線所能造成的心理結果。不同的點線組合造成不同的視覺心理感受。因此，以單箭頭指示方向，引導前進，而雙箭頭造成兩方選擇的困難，顯示兩者間的來

回關係。久恆啟一（2002）使用不同的點線組合以表示不同的資訊流程之基本箭頭。

濃密而有秩序地聚集「點」或「線」，也可產生「面」的感覺（吳瑪俐譯，1995a）。當兩個直線力量相碰時就會產生角，進而具有面的感覺（呂宜親，2001）。平面可以區隔影像、阻擋視線或遮蔽影像。當閉起雙眼時，晃如整個頭部被黑色的球面所包圍；當面前出現一個極大的白色平面時，可想像成平躺在純白天天花板的室內空間；貼近面時，可感覺面的延伸；面與人的距離越近，心理上的感受是壓迫。

（二）圖像辨認發展

Piaget 發現幼兒在三歲時就能辨認拓撲關係：封閉性、秩序性、與接近性，四至四歲半能辨認曲線圖形與直線圖形：圓與方，但不能辨認兩個曲線圖形：橢圓與圓或兩個直邊圖形、平行四邊形與長方形，四歲半至五歲半能按圖形的角與邊辨認圖形：橢圓與圓、正方形與長方形，五歲半到六歲能分辨菱形與四邊形、十字與星形，六歲至七歲則能有系統的探索圖形而能辨認複雜的圖形（劉秋木，2002）。

給兒童一些不同顏色、不同形狀的圖形，請它拿出所有的正方形，他可能拿對了一兩個，接著就亂掉了，兒童大約在七八歲之後分類能力才會發展得較成熟（劉秋木，2002）。國小中年級兒童辨識圖形受圖形的大小、方位、邊數角數、邊的曲直、邊的長短、邊角的性質、封閉性等影響，而產生一些迷思概念；對於圖形「邊」的性質之了解多於「角」的性質（謝秀貞，2002）。



（三）視錯覺

視錯覺 (visual illusion) 可稱為錯誤知覺 (false perception)、視錯覺或錯視 (optical illusion)。圖像本身沒有對錯，錯覺是經由觀察者知覺而產生。因此，當所呈現的圖像造成觀察者知覺上的衝突時，就會產生錯覺。

在日常生活中，常會發生一些小份量的知覺分歧，它的本質和錯視是相同的，所以，錯視充其量只不過是一種顯著的視覺分歧現象（今井省吾，1990）。

當觀察圖像涉及辨識知覺（或腹側）系統時，視錯覺就會清楚的呈現出來，當涉及行動知覺（或背側）系統時，視錯覺就會大幅降低（李素卿譯，2003）。

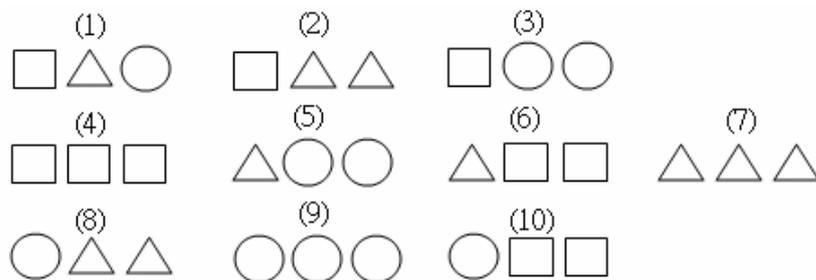
二、視知覺對圖像的操作（人→圖）

視知覺對圖像的操作稱為視覺思考。一般視知覺定位在靜態視知覺，要讓視知覺與思考產生更大的關係，就必需要讓靜態的觀察，轉向主動操作視覺圖像。

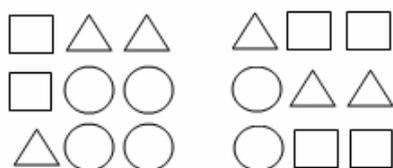
視覺式思考的意象型態包括(1)觀看意象：人們用眼所看到的意象。(2)想像意象：呈現在我們心理的圖像。(3)繪圖意象：繪製與塗鴨的結果。雖然視覺式思考會自然發生在觀看、想像及繪圖三種型態，但一個擅長使用視覺式思考的人，會很彈性的使用此三種意象（Mckim, 2002）。

從單純的觀看（具體）到視知覺，從視知覺到抽象理解，思考代表著這一連串的過程。而視覺思考可以是(1)具象到具象的思考：單純的在同一視覺層次中觀看或操作圖像。(2)具象到抽象的思考：將視覺圖像進行觀看或操作後，將視覺圖像的層次提升。

例如：



將糖果放置在上列 2, 3, 5, 6, 8, 10 各組的單一形狀盒子內，其餘均不放。然後給學習者翻看盒內是否有糖果，在幾次的操作與觀察後，學習者如果在操作與知覺的過程中發現糖果的位置均在「兩同一異」的組合中，那麼我們便可說明學習者已學會「二同一異」的概念（張春興、林清山，1990）。而發現糖果與「二同一異」關係的建立就是思考。



看到一個現象、問題、文章及視覺圖像可以是觀察者被動的受到外在刺激的影響而知覺所傳達而來的概念，也可以是觀察者主動的操作外在刺激及內在心像，而建構出新的知識與圖像；反之，視覺圖像可以主動的影響觀察者的知覺，讓觀察者被動感知或產生錯覺，也可以被動的受到觀察者的操作而形成不同的外在表現。

視覺思考必需先建立基本圖像，再根據基本圖像進行操作，一般操作方式有(1)切割 \leftrightarrow 組合。(2)放大 \leftrightarrow 縮小。(3)旋轉、顛倒：繞中心點旋轉/繞端點旋轉。(4)移動：水平平移/垂直平移/斜向平移。(5)重疊，疊合，對摺疊合，合成(遮蔽與隱藏)：因合成而消失/因合成而變化/因合成而歸一。(6)鏡射(動詞)=對稱(形容詞)/翻面。(7)抹去=消失：解決這類問題的方法是，逐步消去新產生的那些約束點，...但是怎樣才能將這些點消去呢。追根究底，必需看這些點是如何產生的（張景中，2002）。(8)形變。(9)變色。(10)概念連結與操作、操作方向的掌握。(11)配對：色彩配對/形狀配對/大小配對/方向配對。(12)比較與比例/比較與測量：將眼底所看到的影像內容與我們大腦既存的記憶互相比較，試圖在記憶中找出類似的影像，同時比較其中的差異作為下一步行為判斷的依據。(13)一系列的操作：綜合上述所有操作。

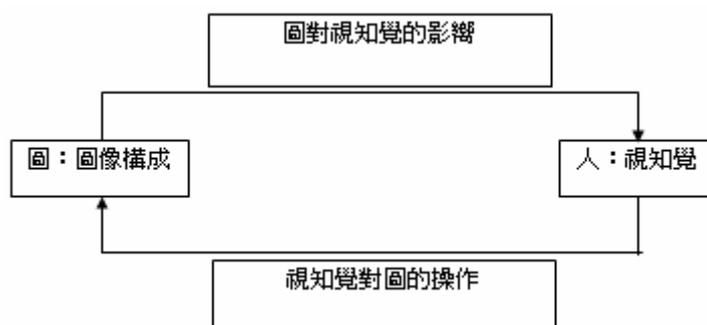


圖 2-3-1 視知覺與圖像的關係

綜合上述文獻，將第一節到第三節的相關主題進行比較整理成圖 2-3-1 及表 2-3-1，以視知覺的角度，希望觀察者善用視知覺看出圖像表達的概念，並操作圖像進行視覺思考。以圖像呈現的角度，希望圖像能讓觀者看出所要表達的主題，而不要造成知覺混淆。

表 2-3-1 圖像構成與視知覺

圖：圖像構成 視覺操作(人→圖)	人：視知覺 圖像影響(圖→人)
基本圖像的建立：表達相關概念傳達知識/資料/資訊/概念、視覺思考	靜態視知覺、動態視知覺
依格式塔規則構成圖像	看出形狀型式
改變比例	看出數量—看出比例
改變大小/相關大小 放大←→縮小	看出數量—看出大小相等
重複、複製、重疊、合成	看出數量—看出數字
併置/合併←→分割、配對、增加圖像 切割←→組合	看出組合合併
刪減←→增添、抹去=消失	看出刪除減少
蛻變/質變/變形/轉移/移動	看出移動、形變
連線/良好的連續性/共同的運動方向	看出延長連線
對稱/對稱性/旋轉、顛倒、翻面、鏡射	看出翻轉
遮蔽/消失	看出隱藏
連線/圖像變化流程/聯結律/概念連結 與操作	看出順序/連接/流程/對應/類推/方向感/類推
錯覺圖像	錯覺/知覺混淆
變色/色彩	看出色彩

第四節 國中數學圖像

圖形不僅是幾何問題的對象，而且對於解答所有各類問題都有很大的幫助（閻育蘇

譯，1993)。數學中的圖像一般有二種，一是幾何形象，二是示意性質的非幾何圖形。雖然數學體系是建立在嚴密的邏輯基礎上，但在獲得這些結果的思考過程中，圖形直觀常能啟發和開導人們的思路（夏聖亭，1998）。

一、數字圖像

數的概念和計數方法遠在有文字記載以前就已發展（歐陽絳譯，1993）。數字圖像是學習數學的第一步，數字概念不斷的擴展以至於其圖像化更加複雜，學習者必需用不同的眼光來看待數字。以下根據國立編譯館（2001）所編著之國民中學數學教師手冊，列出國中數學中數字的視覺圖像呈現。

自然數：

最容易被看到的數字 1：□、2：□□、3：□□□。

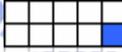
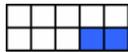
整數：

0：、1：□、-1：■、2：□□、-2：■■。

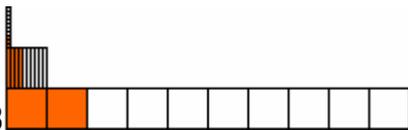
分數：

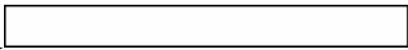
$\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ ：在觀察上必需先知道 、 代表 1。

有限小數：

0.1 、0.2 

在觀察上要必需先知道  代表 1，同時必需知道小數是切割成 10 等分。

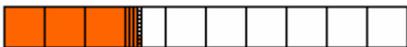
0.243 

當小數點後數字越多時，在圖像的呈現上切割越多次，操作越來越困難，觀察上要
先知道  代表 1。

無限小數：

呈現方式與有限小數相同，但無法在有限的操作下完成切割，因此，無限小數圖像已經無法明確呈現。

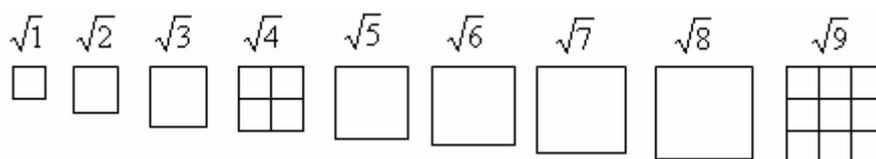
無限循環小數 $0.33333333\cdots = \frac{1}{3}$

 = 

無限不循環小數 $0.32456\dots$ 更難以呈現了。

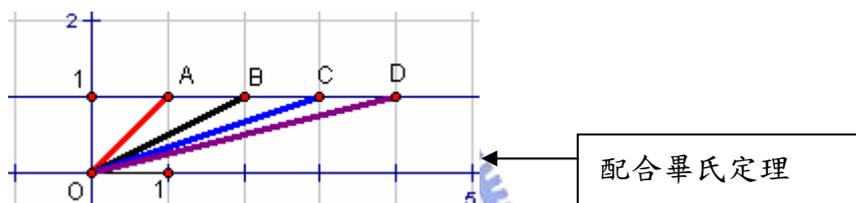
根號數：

如下圖，取第一個正方形代表單位面積為 1，再畫面積為 4、9 的正方形較簡單，且在面積 1 和 4 間有面積為 2、3 的正方形，在面積 4 和 9 間有面積為 5、6、7、8 的正方形。以數學幾何作圖的角度而言，必需以尺規作圖方式繪製圖形，並以幾何證明的方式進一步說明。以正方形的邊長代表 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 \dots 等數。

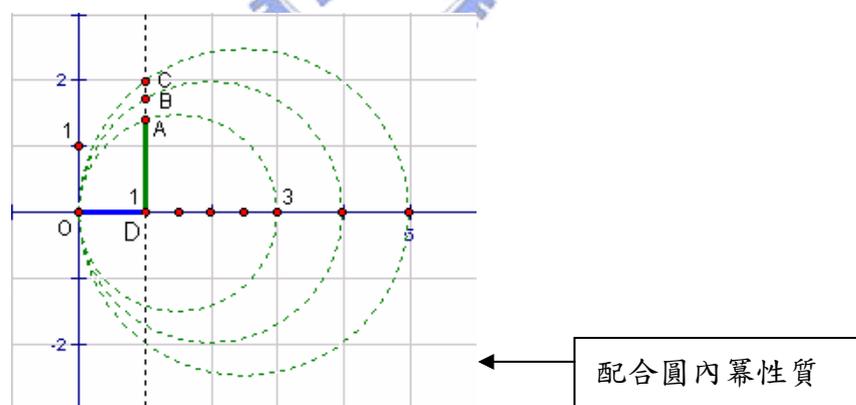


例如：以線段長代表根號數

如下圖 $\overline{OA} = \sqrt{2}$ 、 $\overline{OB} = \sqrt{5}$ 、 $\overline{OC} = \sqrt{10}$ 、 $\overline{OD} = \sqrt{17}$ 。

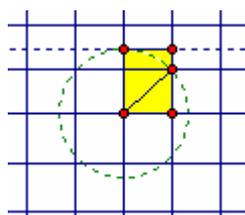


如下圖 $\overline{DA} = \sqrt{2}$ 、 $\overline{DB} = \sqrt{3}$ 、 $\overline{DC} = \sqrt{4} = 2$

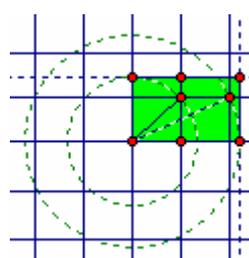


例如：以面積大小代表根號數

面積為 $\sqrt{2}$ 的矩形，代表 $\sqrt{2}$ 。



面積為 $\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}$ 的矩形，代表 $\sqrt{10}$ 。

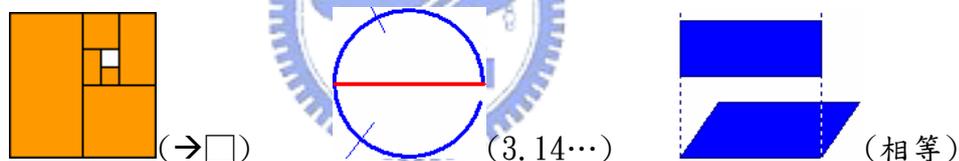


綜合上述，首先，數字圖像呈現可以點代表數、線代表數、面代表數。其次，數字圖像的繪製(1)先確定單位 1 所代表的圖形意義(基本圖像的建立)。(2)利用尺規作圖進行圖像操作。(3)根據理論，例如配合畢氏定理及圓內幂性質，說明繪製圖形所代表的數字。最後，對數字圖像的視知覺(1)看出數字：認識自然數、整數。(2)看出比例及操作順序：認識分數、有限小數與無限小數。(3)看出抽象化：創造想像的視覺圖像並與實際理論的視覺操作相結合。

二、數量圖像

數學的實際應用中，學者們根據自己研究對象和領域的特性，或者把數當作連續性來看待，或者把數當作離散性來處理。例如，研究時間、空間、運動有關的科學時，一般地是討論著連續性的數；而在統計學或電子計算機計算中，則寧可處理離散的數，更符合於實用。當人們研究著複數甚至”四元數”的時候，數的概念就更高度地抽象化為一種有特殊運算法則的符號體系(楊攷亮，1992)。

數學的發展初期以離散的數字為主：由自然數到整數。但數字的發展並不限於此，更朝向連續的數字或數量發展。如下左圖代表 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ 。如下中圖呈現，圓周率 π 是 3.14…。如下右圖代表等面積的兩個四邊形。這些圖像中數量概念的意義各有不同，學習者必需理解比例關係與切割組合，才能進一步的理解相關的數字與數量。



綜合上述，數量圖形的繪製為(1)先確定基本單位所代表的圖形意義。(2)進行圖像操作，操作包括切割、比較、想像無限次的操作表現…等。(3)根據理論，例如配合極限性質及比例關係，說明繪製圖形所代表的數量。其此，對數量圖像的視知覺為(1)看出數量、看出比例及操作順序：認識無限小數、無理數、 π 。(2)看出抽象化：創造想像的視覺心像並與實際理論的視覺操作相結合，將想像以基礎理論建構出來。

三、數學視覺化工具

在數學內容中如果遇到不易圖像化的對像時便會發展相關工具加以呈現，稱為數學視覺工具，例如：直角坐標將二元一次方程式以圖形的方式呈現，是屬於數學的視覺化工具之一。

四、數學操作工具

教師實施教學，對於某些事物的性質、概念等的真正意義，常會使學生不能完全了

解，以致於印象模糊、似是而非、學習困難、興趣索然、不易記憶；為了補救這些缺點，使學習任何事物，由感官的看和聽來輔助，那就是應用實物實事，或圖表、模型等，來協助教學；這種教學上的輔助器材，都是教學設備（李嘉淦，1984）。此處稱這類輔助器材中必需應用肢體操作的器材為操作工具。

（一）操作工具

利用一些隨手可得的教具，使得問題更實際、有趣，從而誘發學習動機，對了解問題大有助益，進而有效地解決問題（張靜馨、念家興譯，1996）。畫圖除了筆之外，尺、圓規等作圖工具是必要的。講解方程式我們最初會用到天平來講解。測量需要體重計或溫度計，這些都是間接或直接的呈現數學概念或數字的操作工具，利用操作工具操作圖形或是藉由工具呈現數字進而呈現出圖形，直接或間接的我們都必需對圖像進行操作。這是數學學習上很重要的一個過程。

（二）操作流程

三角形全等性質就是我們利用尺規作圖畫出全等三角形的程序，以符號簡化為 AAS、ASA、SSS、SAS、RHS 等五種作圖法，太少步驟則無法完成全等三角形，太多步驟又嫌多餘，因此，從不同的作圖順序歸結出三角形的五個全等性質，這些性質是視覺圖像的操作過程概念化的一個很好的例子。

方程式的概念可以利用天平來說明，而求解方程式的過程中，等量公理的概念可以藉由天平的操作來呈現，這也是操作流程概念化非常重要的例子。

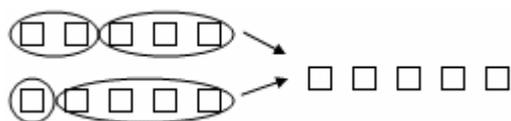


五、視覺圖像與操作運算

在視覺圖像的呈現上，運算可以是圖像的操作，以數學運算來加以表示，以下就針對相關運算的圖像呈現來加以說明。

（一）基礎運算：

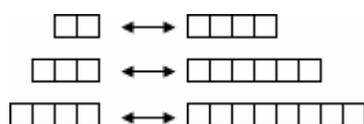
1、加法運算圖像：



2、減法運算圖像：

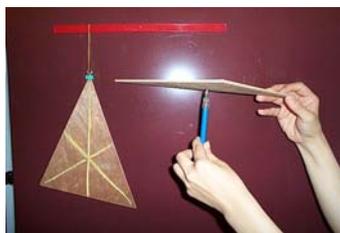


3、乘除法運算圖像：



（二）動作操作→建立數學概念：

- 1、等量公理或移項法則，在天平的操作過程中，若要保持天平左右的平衡，必需左右進行對稱操作，而藉由操作的過程可以建立等量公理的概念。
- 2、三角形重心概念的傳達：藉由操作工具傳達三角形重心概念。



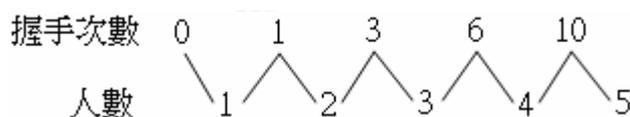
六、視覺圖像與思考

即使問題不是幾何問題，也可利用圖像。對於非幾何問題，去找出一個清晰的幾何表達方式，是走向解答的重要一步（閻育蘇譯，1993）。

（一）問題圖像化：

例如：

宴會中共有 8 個人。每個人都必須和其它賓客握手。該宴會中共握了多少次手？
看到此圖你有甚麼發現呢？（張靜譽、念家興譯，1996）



（二）思考過程圖像化（解題過程圖像化）

任何知識的學習沒有不思考而有結果，數學也不例外，因此，思考過程中視覺圖像扮演甚麼樣的角色，也是我們所關心的。

例如：

有 A~I 共 9 人，買彩卷只有一人中獎。向他們詢問誰中了獎，他們的回答如下。其中，說實話的只有 3 個人。那麼，請問中獎的是誰呢？

A：「是 E。」 B：「是我。」 C：「是 B。」 D：「不是 E。」

E：「是 B 或 H」 F：「是 E。」 G：「不是 B。」 H：「不是 B 也不是我。」

I：「H 所說的是事實。」

使用表格來思考問題：0 表示說實話，X 表示說謊話

		A	B	C	D	E	F	G	H	I
假 設 中 獎 人	A→	X	X	X	0	X	X	0	0	0
	B→	X	0	0	0	0	X	X	X	X
	C→	X	X	X	0	X	X	0	0	0
	D→	X	X	X	0	X	X	0	0	0
	E→	0	X	X	X	X	0	0	0	0
	F→	X	X	X	0	X	X	0	0	0
	G→	X	X	X	0	X	X	0	0	0
	H→	X	X	X	0	0	X	0	X	X

	I→	X	X	X	0	X	X	0	0	0
--	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---

由上可知 H 為中獎人時，只有 3 個人說實話，其它假設均超過 3 個人說實話（岡部恆治，2003）。

（三）概念圖像化

數學概念可使用概念圖來加以整理，如下圖所示：

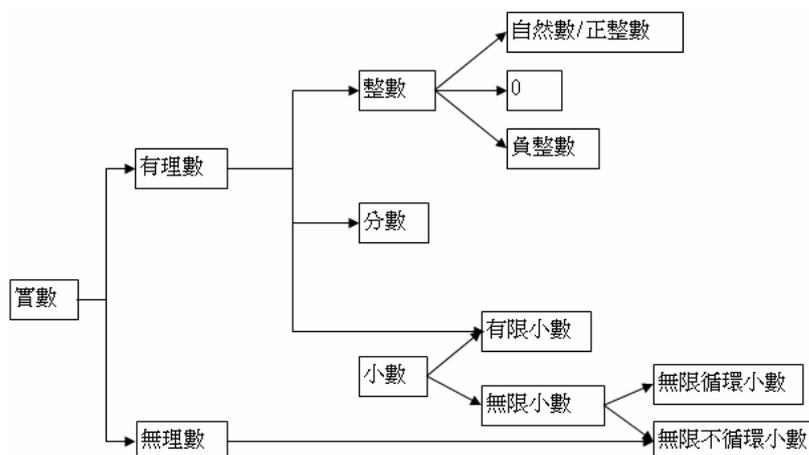


圖 2-4-1 數字發展的概念圖

綜合以上關於國中數學內容圖像化可分為 (1) 具體：內容本身即為圖像，如數字圖像、數量圖像、數學視覺化工具、數學操作工具、幾何圖像。(2) 動作圖像化：基礎運算、操作程序、公式圖像化。(3) 抽象層級的圖像化：思考圖像化、概念圖像、概念架構圖、問題圖像化、符號體系架構。

第五節 數學教學—視覺圖像方面的技巧

依據皮亞傑與布魯納的認知發展理論，在數學學習活動的層次上，要有具體的學習經驗、半具體的學習經驗，以及抽象的學習經驗，三者兼容並顧（國立編譯館，1995）。因此，本節以視覺圖像進行討論並不是數學教學只強調具體的學習經驗，而是基於研究方向探討視覺圖像應注意的教學技巧。

視覺圖像是具體的學習材料，Fleming 和 Levie(1993)認為圖表和圖像可以引起學生學習動機。Rieber 認為人類對於文字刺激的反應屬於後天學習，而圖像刺激除了後天學習，亦為一種本能反應，故圖像較易於學習（王曉如，2003）。張霄亭(2002)認為多數人的學習是視覺導向的，視覺圖像可以吸引注意力、維繫注意力及提昇學習動機。由於兒童對文字認知還不夠，其視覺的反應與刺激往往來自圖像。

以下就以視覺圖像方面的技巧來說明國中數學教學中應注意的事項。

一、以圖像呈現數學概念

(一)、數與量

1、基本圖像的建立

(1)正負數加減運算的教學	「數線模式」或「正負電荷」相消模式(國立編譯館, 2001)。
(2)正負數乘法法則的教學	以「力矩法」或「類型法」進行教學(國立編譯館, 2001), 藉由視覺的觀察讓學生理解乘法法則。

2、切割 \leftrightarrow 組合

(1)古希臘人習慣用線段來表示一個數量, 連同數量的四則運算, 都用線段表示。設下列的兩線段 a 和 b 為已知, 則 $a+b$ 組合, $a-b$ 切割, axb 和 $a\div b$ 都可由線段表示, 如右圖(黃敏晃, 2002)。	
(2)乘以五分之一: 表示切割成五塊後, 每一塊的大小; 乘以五分之三: 表示切割成五塊後, 每一塊的大小再乘以三倍, 以下圖表示。乘法絕非是同數累加, 而是新單位量的倍數轉化成以 1 為單位量的倍數問題(甯自強, 1998)。	
(3)因數教學, 利用排成長方形, 看出因數的概念。	
(4)質數教學, 利用排成長方形, 看出質數的概念。	
(5)分數相乘教學, 利用矩形紙張, 對摺切割線的方式, 看出分數相乘代表的圖像意義。	

3、旋轉/顛倒

(1)負負得正的概念: 負是動詞, 是反轉到另一面的義意。	
-------------------------------	--

4、抹去/消失

(1)分數化簡：利用圖像的抹去手法說明分數的化簡。	
---------------------------	--

5、比較與比例→相等

(1)公因數教學，列舉看出相同的。	$12 : (1) \cdot (2) \cdot (3) \cdot 4 \cdot 6 \cdot 12$ $18 : (1) \cdot (2) \cdot (3) \cdot 6 \cdot 9 \cdot 18$
-------------------	--

6、鏡射（動詞）=對稱（形容詞）/翻面

(1)等差數列的對稱性：	2, 5, 8, 11, 14 和 14, 11, 8, 5, 2 可以呈現兩個對稱圖形。
(2)等比數列的對稱性：	1, 2, 4, 8, 16 和 16, 8, 4, 2, 1 可以呈現兩個對稱圖形。

(二)、幾何

為了要充份利用幾何圖形，一般必需注意以下兩件事(1)多從幾何形象上加強對知識的理解，多從幾何形象上分析各種事實。(2)善於對幾何形象作出分析（代數的或其它適當的解釋），即要善於用分析的或代數的手段去刻劃幾何事實（夏聖亭，1998）。

1、切割←→組合

(1)三角形三內角和為 180 度	
(2)同底等高平行四邊形面積相等： 看出形狀→看出切割組合→看出數量大小相等。	

2、放大←→縮小

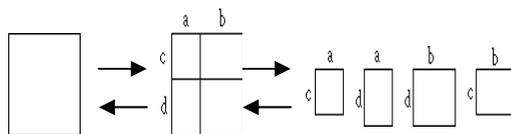
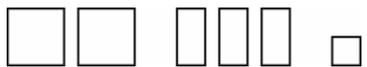
(1)說明兩邊和大於第三邊。	
(2)說明三角形的第三邊大於另兩邊的差。	

3、抹去=消失

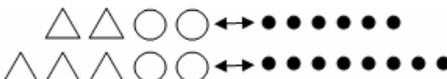
(1)說明三角形全等性質 ASA：右邊哪幾張圖，與三角形 最沒有關係呢？	
---------------------------------------	--

(三)、代數

1、切割 \leftrightarrow 組合

<p>(1)分配律： $(a+b)(c+d)=ac+ad+bd+bc$，如右圖，由左至右是切割，由右至左是組合，從切割與組合思考分配律的意義。</p>	
<p>(2)因式分解教學，將右圖排成矩形。</p>	

2、比較與比例 \rightarrow 相等

<p>(1)方程式概念教學，利用「天平操作」進行比較說明。</p>	
<p>(2)加減消去法教學。</p>	

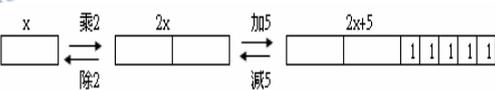
3、放大 \leftrightarrow 縮小

<p>(1)未知數教學，利用放大縮小的本體呈現說明未知數量的意義。</p>	
---------------------------------------	---

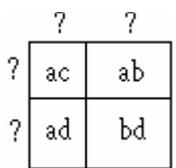
4、抹去=消失

<p>(1)不等式教學</p>	
-----------------	--

5、概念連結與操作、操作方向的掌握：1896

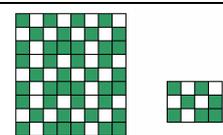
<p>(1)方程式求解教學，例如 $2x+5=19$，利用基本圖像進行一系列操作處理，來說明方程式的解（國立編譯館，2001）。</p>	
---	--

6、配對：色彩配對/形狀配對/大小配對/方向配對

<p>(1)乘法公式教學，從面積看出邊長。</p>	
---------------------------	---

(四)、機率與統計

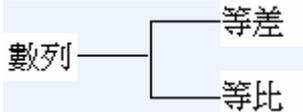
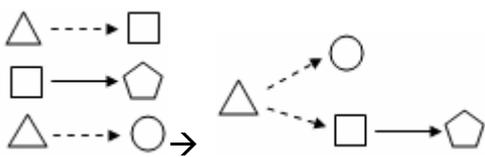
1、比與比例

<p>(1)理解抽樣調查的意義： $\frac{x}{72} = \frac{7}{12}, x = ?$</p>	
---	--

2、配對

(1)組合情形的計算：丟兩顆骰子有那些組合方式。		1	2	3	4	5	6
	1	11	12	13	14	15	16
	2	21	22	23	24	25	26
	3	31	23	33	34	35	36
	4	41	24	43	44	45	46
	5	51	25	53	54	55	56
	6	61	26	63	64	65	66

(五)、連結

(1)概念連結操作：根據學習後的內容進行概念連結操作，繪製概念圖。	
(2)推理證明：將證明過程以圖像加以呈現。	

二、教學強調動手作

岡部恆治（2003）提到教學中重要的是應該動手做做看，然後再以直覺來判斷所得到的結果。例如：向小孩提示大小、形狀相同的兩塊黏土，且說明兩塊黏土的重量也相等。然後把其中一塊揉成香腸狀，再問小孩兩塊黏土的輕重情形。像這樣把具有重量保留性的孩子和缺乏重量保留性的孩子找出來。對於缺乏保留性的小孩，則指導他們以實測的方法來證明，黏土變形後，重量不變的事實，以實驗的方法，讓小孩形成保留性的反應（國立編譯館，1995）。

在中學數學教材中，函數概念是相當重要的單元。在處理兩個變量的關係時，常需將兩個變量的對應先繪圖表示，進而觀察可能存在的函數關係，因此，具備作圖與讀圖的能力是學習函數關係的前置條件（屠耀華，1991）。

畫出圖形常有助於問題的解決。數學問題有時候抽象度較高，故圖示是有其必要的（譚寧君，1996）。作圖法在數學運算中的地位是眾所週知的，採用幾何作圖的方法，往往可以使一些較難解答的問題得到較方便的解答，不過運用作圖法解題時，必須小心，否則作圖後來會出現很大的偏差。作圖法有如下的優越性(1)具有直觀性(2)便於類比(3)解答具體問題方便（杜先智，1994）。

一般對圖的利用有兩種：一是精確意義上的利用，即利用圖的度量；二是在類似對應意義上的利用，即利用圖的含義。前者要求圖畫盡可能精確，按此得出的結論具有或然性，即可能是正確的，也可能是錯誤的；後者是要要求圖形相應地類似，主要是啟發提示性的（夏聖亭，1998）。在畫圖時應當用儀器畫得很精確，還是隨手近似畫畫？兩種圖形都各有用途。一個不精確的圖形有時給出錯誤的結論，但這危險不大，而且可以用各

種方法加以避免。集中注意力於邏輯的聯繫，以圖形為輔助工具，此時圖形是否精確就不會有甚麼關係（閻育蘇譯，1993）。

三、引起注意—視覺化說明與提示

呈現視覺圖像能引起學生注意。教學上，為了強調不同線段的不同地位，使用粗線或細線，實線或虛線，或者使用不同顏色的線來強調重要的部份（閻育蘇譯，1993）。學生的思考往往會受到視覺印象的影響，例如在觀察有關身高與體重的圖表時，有些學生會直覺地以為凡是縱坐標大的身高就較高；而對於有關時間與距離的圖表，則易與地圖或路線圖相混淆（屠耀華，1991）。因此，在使用視覺化說明時，除了必需善用視覺元素外，在圖像的安排及呈現技巧上也要注意。

善用提示能引起學生注意。解決問題是數學學習過程中非常重要的部份，在教學上教師必需引入適當的問題讓學生解決。適時提供暗示為學習的動力（譚寧君，1996）。Trismen (1993) 將問題的暗示法分列如下 (1) 分解問題成一部份的子問題或單步驟的問題。(2) 提供一般相關的原則。(3) 提供一系列步驟的第一步。(4) 推薦先去做相關的問題。(5) 推薦一般解題策略。(6) 確認哪個是對的。(7) 提出一個相關的問題。(8) 做一個可分類的圖表。(9) 能夠將文字題與數學方程式間加以分類（譚寧君，1996）。

四、讀圖：建立學生的視覺經驗

學生的思考會受到視覺印象的影響（屠耀華，1991）。學生看到相等角度卻誤認角度大小不等，原因常常是因為受到不相干的視覺因素的干擾而影響大小判斷的知覺。

學生看到角度卻無法感覺到角度相對的數量大小，呈現一個大於 90 度的鈍角，學生卻認為這個角度可以是 80 度，原因是沒有將數學圖像與數字概念作正確的連結，導致知覺上的失誤。

在國中數學兩圓的外公切線的圖形中，為了求解公切線長必需作圖產生直角三角形時，在視覺上學生一度無法辨別直角在哪裡。要讓數學圖像與知覺有正確的連結是影響數學理解一個重要的因素。

而這些視覺因素可以是(1)不相干視覺因素的干擾。(2)呈現方式的影響：正方形與菱形的知覺受到習慣呈現方式的影響，讓菱形較常以 \diamond 呈現，而正方形較常以 \square 呈現。

因此當呈現如圖時 \diamond ，一般會說是菱形，雖然也可以是正方形。(3)不良或不正確的圖像呈現。

有很多龐大而無法移動的物品，或者即使畫圖也無法輕易畫出的東西，這時就必需要在頭腦中做移動（岡部恆治，2003）。因此，讓學生以視覺的方式進行思考，而不是侷限在實物操作。

林俊良（2004）指出真正有效和積極的視覺辨認有如下三個決定性因素 (1) 發掘特徵：將注意力集中在視覺認知對象的視覺特徵，這是一種有效的視覺功能。(2) 整合圖

式：零散沒有組織的視覺訊號，無法成就任何形狀，視覺訊息必須依正確、適當的比例擺放，遵循一定的視覺邏輯，才能展現完整的視覺形象。(3) 決定性要素：一個決定性的、造形上的要素就能將一個視覺對象在茫茫視覺環境中突顯出來，加快視覺辨認的速度、完整的呈現，同時更能防止表現意圖被任意扭曲、誤解或忽略。

第六節 相關理論與研究

為了在研究的方向上獲得支持，特別就以下相關理論與研究，在參照比較的基礎上肯定本研究工作的正確性。

一、視覺與圖像相關理論

(一) 完形心理學與格式塔規則 (gestal law)

1、完形心理學

Max Wertheimer (1880—1943) 完形心理學的創建者。

完形心理學又稱為格式塔心理學。始於視覺領域的研究，強調經驗與行為的整體性，認為整體不等於部份之和、意識不等於感覺元素的集合。

格式塔心理學家對視知覺作過深入研究，反對把知覺視為簡單感覺經學習而聯繫在一起的產物，而把知覺看作有組織的整體，認為知覺反映了腦的固有能力的（大英百科，92年）。完形學派強調知覺的基本單位就是知覺本身，既格式塔就是知覺的基本單位，強調結構的整體作用和產生知覺組織成份之間的關係。

基於此理論，本研究認為在不同領域或問題中有不同的基本圖像，這些基本圖像為當下的完形。因此，一個點在某一環境下是完形，反之在另一環境下不是完形，而只是整體中的一部份。在一個建構完全的圖像裡，要理解相關的概念與知識會變得容易許多，這樣的完形如果遭到破壞就會造成困擾與無法理解。

2、格式塔規則 (gestal law)

格式塔心理學派提出了視覺組織的原則，稱之為格式塔規則，以下為常見七個規則（張恬君，1997）：(1) 接近性 (proximity)：心理上相近的成份傾向於被歸為一個整體。(2) 相似律 Similarity：相似的成份容易被歸為一組。(3) 封閉性 (closure)：當一個圖形有一條裂縫，你仍然傾向於將它感知為一個完整的、封閉的圖形。(4) 共同的運動方向 (common fate)：在同一個方向上運動的成份容易被感知為一個整體。(5) 良好的連續性 (good continuation)：排列成直線或者光滑曲線的成分傾向於被歸為一個整體。良好的連續性可視為共同的運動方向的空間延伸。(6) 相關大小 (relative size)、周圍環境 (surroundedness)、方向 (orientation)、對稱性聯結 (symmetry)。(7) 圖形優化趨勢規則 (law of pragnanz)：在幾種可能的幾何組織形狀中，包含了最佳的、最簡單的形狀是最容易被組織起來的。

Eysenck and Keane (1995) 指出，格式塔心理學家提出的過程只適合於知覺加工的早期階段，隨後將被以前的經驗組織起來（鄭日昌、周軍譯，2003）。

（二）二元視覺系統理論（the dual visual system theory）

二元視覺系統理論主要是由神經心理學家 David Milner 和神經科學家 Mel Goodale 所倡導。將大腦中的視覺處理分為兩個系統（Enns, 2004）：

1、行動系統 The action system：

由腦皮層的背側流（the dorsal stream）所組成，被認為是人類與其它動物使用視覺去進行活動的一個較原始的視覺處理系統，強調由視覺引導行動的重要性。而其主要目的是協助人類與外在事物間的交互作用得以順利進行。又稱為 WHERE 流。

2、知覺系統 The perception system：

建立在腦皮層的腹側流（the ventral stream），是一個較先進的系統，具有大腦容量的人類與一些哺乳類動物才擁有，這樣的大腦才提供複雜思維程序，強調使用視覺去進行物件的表徵活動，諸如辨視物件的色彩、紋路、型式，簡單來說，此一系統建立了視知覺的恆常性。又稱為 WHAT 流。

雖然有兩個不同的處理系統，但這並不意謂它們彼此總是獨立運作。事實上，這兩個系統是互相關聯的，它們之間常有廣泛的傳遞與合作存在（李素卿譯，2003）。

二、教育心理學相關理論

（一）近側發展區（zone of proximal development，簡稱 ZPD）

Vygotsky (1896—1934) 提出近側發展區概念，強調兒童在成人或有能力的同儕協助之下所展現的潛能。Vygotsky 將發展分為兩個層次：一是實際的發展層次，是個體能夠獨立解決問題的層次；另一是潛在的發展層次，是在成人的引導或是與能力較佳的同儕合作下，可以解決問題的層次。這兩個層次的差距就是近側發展區。兒童在與成人或能力較佳的同儕間的互動中，可以產生鷹架效應，使個體的「近側發展區」得到刺激成長，而逐漸獲得概念的發展（陳淑敏，2005）。Vygotsky 並未說明具體的教學方法，導致學者們以不同的詮釋發展不同的教學方式（李長燦，2003）。

（二）鷹架理論

鷹架（scaffolding）是由 Wood、Bruner 及 Ross 於 1976 年所提出的。Bruner (1975) 基於 Vygotsky 的理論而提出了鷹架概念，認為兒童內在的心理能力之成長有賴成人或能力較強的同儕協助，而這種協助應該建立在學習者當時的認知組織特質上（Larkin, 2002）。

(三) 認知發展理論

J. Piaget(1896-1980)提出認知發展理論，說明個體發展有下列四個時期(張春興、林清山，1990；王文科，1994)：

- 1、感覺動作期 (sensorimotor stage)：0-2 歲，靠感覺系統和動作行為來接觸外界事物或解決問題，但仍不能對結果作判斷，並以手的抓取或口的吸吮作為探索周遭環境的主要動作，經由模仿、觀察來學習。
- 2、運思預備期 (preoperation stage)：2-7 歲，使用代表環境的象徵性符號來了解周遭的世界，也開始使用簡單的文字、數字和圖形，其認知發展的特徵包括：象徵功能、直接推理、自我中心與保留概念。
- 3、具體運思期 (concrete operational stage)：7-12 歲，運用語言、文字、圖形等較抽象的符號，去從事思考活動，能運用邏輯思考來解決具體的問題，包括保留概念、分類、安排順序、守恆概念及時空關係等運思能力。同時會以他人的意見、需要或興趣來考慮社交活動。
- 4、形式運思期 (formal operational stage)：12 歲以上，運用概念的、抽象的邏輯方式去推理，包括反射性思考、演繹推理、實驗、歸納等運思能力。個體開始有理想，並會考慮現實問題。

把皮亞傑的認知發展理論綜觀下來，影響發展的主要因素有四種(1)個體的成熟過程。(2)個體與環境間的交互作用。(3)同儕間的相互影響。(4)平衡化：知識間的矛盾與衝突，卻醞釀着自相調整的契機，這種自相調整的過程即是平衡化的過程(國立編譯館，1995)。

(四) 表徵理論

J. S. Bruner 提出表徵理論，認為有三種表徵方式(國立編譯館，1995)：

- 1、動作表徵：人出生後即具有各種活動的能力，而這些活動便會產生感覺上的回饋 (feed back)，心理學上稱為再向心性 (reafference) 的過程，並視作產生動作表象的基礎。
- 2、形象表徵：一歲左右開始出現形象的認知結構。因為心像與知覺有密切的關聯，所以知覺特徵就容易成為形象表徵的特徵。
- 3、符號表徵：始於幼兒期但到十歲以後才會充份發揮。符號表徵是以上述兩種表徵為基礎產生的。

三、數學教育相關理論

(一) Van Hiele 幾何思考層次 (levels of geometric thinking)

荷蘭數學教育家 Van Hiele 夫婦 1957 年提出學童學習幾何之思考模式，分為以下五

個層次（劉秋木，1996）：

1、視覺層次（the visual level）：

此階段的兒童能依據圖形的外表輪廓來分辨圖形。其辨認只依其整個形狀，不會分析圖形性質，知覺主控其幾何思維。

例如：() 1. 下圖中，哪一個是正方形(A)  (B)  (C)  (D) 

（葛曉冬，2000），可將此題改編成下題，作為研究測驗題目之參考。

() 2. 選出最有關係的圖形



2、敘述層次（the descriptive level/analytic）：

此階段的兒童能分析圖形的性質，他們知道某類圖形含有一些相同的性質；但他們還不能看出不同類圖形間的關係。

例如：() 1. 正方形有幾個邊、幾個角、幾個頂點呢？

(A) 2 個邊、3 個角、4 個頂點 (B) 4 個邊、4 個角、4 個頂點

(C) 3 個邊、3 個角、3 個頂點 (D) 4 個邊、5 個角、6 個頂點（葛曉冬，2000），

可將此題改編成下題，作為研究測驗題目之參考。

() 2. 選出最沒有關係的圖形

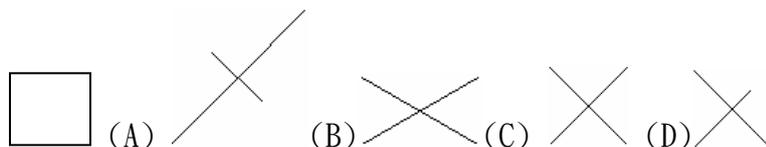


() 3. 下列有關正方形對角線的敘述，哪一個是正確的

(A) 互相平分但不垂直 (B) 互相平分且垂直

(C) 不平分但垂直 (D) 不平分也不垂直（葛曉冬，2000），可將此題改編成下題，作為研究測驗題目之參考。

() 4. 選出最有關係的圖形



3、非形式演繹層次（the informal deduction level/abstract）：

此階段兒童可以形成抽象的定義，能區別一個概念之必要與充份的條件，甚至也能提出一些邏輯的議論。他們也能夠建立圖形類別間的包含關係；他們也能依據非正式的演繹推理來確定一些圖形的性質。

例如：() 1. 下列哪一個說法是正確的

(A) 如果一個圖形是直角三角形，那麼它一定是三角形

(B) 如果一個圖形是一個三角形，那麼它一定是直角三角形

- (C)一個圖形是不可能同時是三角形又是直角三角形
 (D)如果一個圖形不是直角三角形，那麼它也一定不是三角形（葛曉冬，2000），可將此題改編成下題，作為研究測驗題目之參考。



可發現圖形的繪製上難度增高，因此，才會有所謂概念圖、代表符號、代數等代替性符號出現，此時符號會比圖形更精緻。若以圖像重新詮釋此問題，可以降低層次，但會破壞非形式演繹精簡的意義。

4、形式演繹層次(the deduction level/formal deduction)：

此階段的兒童能在公設化系統內以邏輯推理解釋幾何學中的公理、定義、定理等；他們能理解證明中的必要與充分條件；他們也能寫出一定理的逆定理。

例如：() 1. 設凸多邊體中，F 表示多面體的面數，E 表示棱的條數，V 表示頂點數，則下者何者正確？(A) $V-E+F=1$ (B) $V-E+F=2$ (C) $V-E+F=3$ (D) $V-E+F=4$ （夏聖亭，1998）。以圖像重新詮釋此問題，可以降低層次，但會破壞形式演繹精簡的意義。

5、嚴密系統(rigor)：

此層次已經不像上面 4 個階段，可以用簡單的幾個思考問題介紹。對於此一層次的學童而言，可以學習非歐幾何及比較不同的系統（葛曉冬，2000）。

(二) 直觀 (intuition) 理論

Fischbein (1990) 指出：在數學理解層次上，應從三方面來加以考慮，(1)形式方面 (formal aspect)，以邏輯與演繹的方式來理解數學問題。(2)演算或程序方面 (algorithmic or procedural aspect)，依據某些準則、公式的程序，來進行轉換或解決問題。(3)直觀方面 (inductive aspect)，以主觀接受或拒絕數學概念或敘述（洪明賢，2003）。

1、直覺的特徵：

直接性與突發性，直接性就是缺乏思維的邏輯論證程序，不由命題出發，直接針對目的獲得結論。突發性就是突然湧現，或是一種潛意識思維，當人們在認識和思考某個問題時，頭腦中原先儲存的某些信息，在無意識狀態下自覺地經過思考，對某一個問題的突然領悟和解決（王溢然，2001）。

Fischbein (1987) 認為如果只是隨口的猜測並不足以定義直觀，一個確定性的感覺也是直觀必要的特性（洪明賢，2003）。

下圖為愛因斯坦關於直覺的圖式（王溢然，2001）。

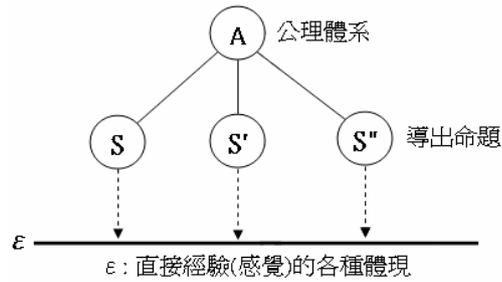


圖 2-6-1 直覺圖式 (王溢然, 2001)

直覺的基礎是經驗與知識。直覺帶有一定的侷限性，直覺思維未必都能洞察事物的本質與規律，當錯覺圖形呈現時，直覺有時候會讓人誤認長短、無法辨別平行。直覺也會超越於邏輯之上，若事先不具備知識，事後不作邏輯加工，則不可能作出科學發現或技術發明 (王溢然, 2001)。

2、直觀思維的分類：

Poincare (1920) 指出直觀有(1)相關於感覺與心像的直觀；(2)在經驗歸納下的直觀；(3)對自然數的直觀，其中對自然數的直觀就是呈現數學歸納法的概念來源 (高耀琮, 2002)。Piaget 將直覺分為(1)經驗的直覺；(2)運思的直覺：分為含有影像的幾何直覺及不含影像的直覺 (Fischbein, 1987)。

四、相關研究

以下是研究者所蒐集與整理相關之研究，希望在研究過程中提供正確的方向，並從其結論中獲得相關比較與呼應。

研究主題	研究者	研究樣本
研究工具	研究方式	
相關結論與建議		
我國國中學生圖形概念發展之研究	屠耀華 (1991)	1. 利用系統抽樣法在全國抽取國中 22 所，學生 3674 人進行筆測；2. 選取全國學生 132 人實施面測。
1. 編製圖形概念測驗；2. 訂定面測工作紀錄。	1. 抽樣筆測；2. 選樣面測；3. 進行錯誤分析、層次分析。	
1. 我國國中學生多數具備初步讀圖作圖能力；2. 思考受視覺干擾的問題，值得再深入研究。		
花蓮地區國小泰雅族學生 van Hiele 幾何思考層次之調查研究	葛曉冬 (2000)	國小 4, 6 年級學童 374 名。
1. 吳氏 van Hiele 幾何思考層次測驗。	1. 以卡方統計考驗 van Hiele 幾何思考層次的分佈與差異；2. 試題關聯分析法。	
泰雅族學童，具有 1. 圖形的命名無法分類 2. 圖形的辨認不清楚 3. 不清楚圖形的構成要素 4. 不熟悉驗證不同圖形的特性 5. 不會比較圖形的異同 6. 不知使用工具		

畫圖形 7. 不清楚圖形的內在屬性 8. 不清楚圖形的包含關係 9. 不清楚幾何量的關係。		
動態幾何環境下，國二學生空間能力學習之研究	梁勇能 (2000)	第一階段：國二 222 位學生，男女約半。 第二階段：兩班共 72 人。
第一階段：1. 空間能力測驗（空間方位試題、空間視覺試題）。2. van Hiele 幾何思考層次測驗。第二階段：1. 空間能力測驗前測、後測卷 2. 空間應用測驗；3. GSP 單元教案。		分兩階段：1. 第一階段採調查研究方式，對受試者施予空間能力測驗與幾何思考層次測驗，並抽 10 位學生訪談。2. 第二階段為不等的前測—後測設計之實驗研究。
1. 主要研究各種不同類能力與 Van Hiele 幾何思考層次能力的相關性。2. 男生在空間能力的表現顯著比女生來得好。3. 從學生的解題顯示，在「旋轉問題」和「切割問題」上，男女生較有差別。		
以幾何類比物教授國一代數乘法公式之研究	江佳惠 (2001)	未學過乘法公式的學生，國一 31 人。
1. 自編「基礎知識測驗卷」；2. 自編「教師用類比教學教材」；3. 自編「學生用小組討論學習單 I, II」；4. 乘法公式學習成究測驗卷。		1. 類比理論；2. 採量與質的資料進行分析與詮釋；3. 分組進行實驗教學。
1. 面積裁去或搬移對學生來說比較複雜；2. 以乘法公式幾何類比物有助改變迷失概念；3. 差的平方公式與平方差公式的幾何面積操作較困難；4. 以幾何類比物操作可引起學生興趣。		
國三學生突破因附圖造成之論證障礙的學習歷程研究	李宜芬 (2002)	1. 第一研究階段 74 名國三學生 2. 第二研究階段 6 名學生
1. 設計相關探究活動。		1. 採詮釋性研究法；2. 第一階段接受調查測驗；3. 第二階段合作學習教學。
1. 國三學生對基本幾何圖形的瞭解源自其典型圖形心像的屬性；2. 不同附圖形式的改變對於國三學生在論證有效性瞭解上造成影響。		
國中生察覺數形規律的現象初探	洪明賢 (2003)	A 卷 988 人、B 卷 981 人，平均分配人數至國中一至三年級。
1. 採自編的「數形規律」問卷 A、B 兩卷；2. 問卷以圖形為主，伴以數字及文字呈現。		問卷調查法。
1. 八成以上的國中生能察覺單因重複、對稱、旋轉及等差數列的規律。2. 學生對相等察覺明顯偏低。3. 對稱規律的察覺難度高於重複及旋轉規律。4. 對學生而言不易察覺形數規律中形的變化規律，學生多將其轉換為數字再加以觀察，教學上宜在形的變化規律方面加強規律察覺的能力。		
國小三四年級平面圖形	謝貞秀	國小三年級 129 名；國小四年級 137 名。

概念之探究	張英傑 (2003)	
1. 三年級筆試試題：多選題 8 題，問答題 1 題。2. 四年級筆試試題：多選題 13 題，單選題 16 題，問答題 1 題。3. 晤談試題：一、造圖活動。二、描述圖形及視覺辨認活動。三、圖形性質活動。四、圖形分類活動。		1. 晤談工具採專家效度，設計專家意見調查表。
1. 以「圖形顯示的問題」之答對率高於以「圖形名稱顯示的問題」。2. 國小中年級兒童辨識圖形受圖形大小方位、邊數角數、邊的曲直、邊的長短、邊角的性質、封閉性等影響。3. 不同性別的兒童在紙筆測驗，三年級沒有顯著差異，四年級則達到顯著差異。		
人對基本幾何形狀面積知覺的研究	黃信夫 (2004)	大學生共 20 人，男女各半，平均年齡 24 歲。
1. 兩個面積知覺實驗。		1. 實驗設計，採極限法進行實驗。
1. 圖形的邊數愈多，其面積知覺的準確度愈高。2. 圖形的邊數愈少，則其知覺面積愈大。3. 人對形狀面積大小的判斷是依據一維向度所決定。4. 不同的刺激序列 (stimulus series) 會影響面積知覺，而且遞增序列優於遞減序列。5. 幾何圖形底邊與水平線間的夾角會影響面積知覺，而且角度改變愈大，其形狀準確度愈差。6. 性別與形狀面積知覺無關。		

綜合以上學者之相關研究報告，歸納說明如下：

- (一) 數學圖像方面，以「圖形顯示的問題」之答對率高於以「圖形名稱顯示的問題」。在數學圖像的呈現上要考慮圖形的命名、圖形的構成要素、圖形的特性、圖形的異同、圖形的包含關係、幾何量的關係和圖形的規律等方面，對學生理解數學圖像都有一定程度的影響。
- (二) 圖像操作方面，學生多數具備初步識圖作圖能力，但對於面積裁去、搬移、幾何面積操作較感困難。
- (三) 視知覺方面，圖形的呈現方式會影響視知覺在圖形性質上的判斷，且視覺會影響思考的結果。
- (四) 數學教學方面，以教具呈現教學內容可以引起學生興趣，改變迷失概念。善用不同的圖像呈現有助於學生理解數學內容。教學上教師應注意學生不足的能力，以適當的課程啟發學生思考，指導學生使用工具作圖。
- (五) 兩性比較方面，不同性別在形狀面積知覺、平面圖形概念上較無差異。但在空間能力、旋轉和切割問題上，男女生較有差別。

第三章 研究設計與實施

本章將針對研究方法與實施，分別就研究設計、研究對象、研究工具、研究實施過程、資料分析與處理簡介等方面進行說明。

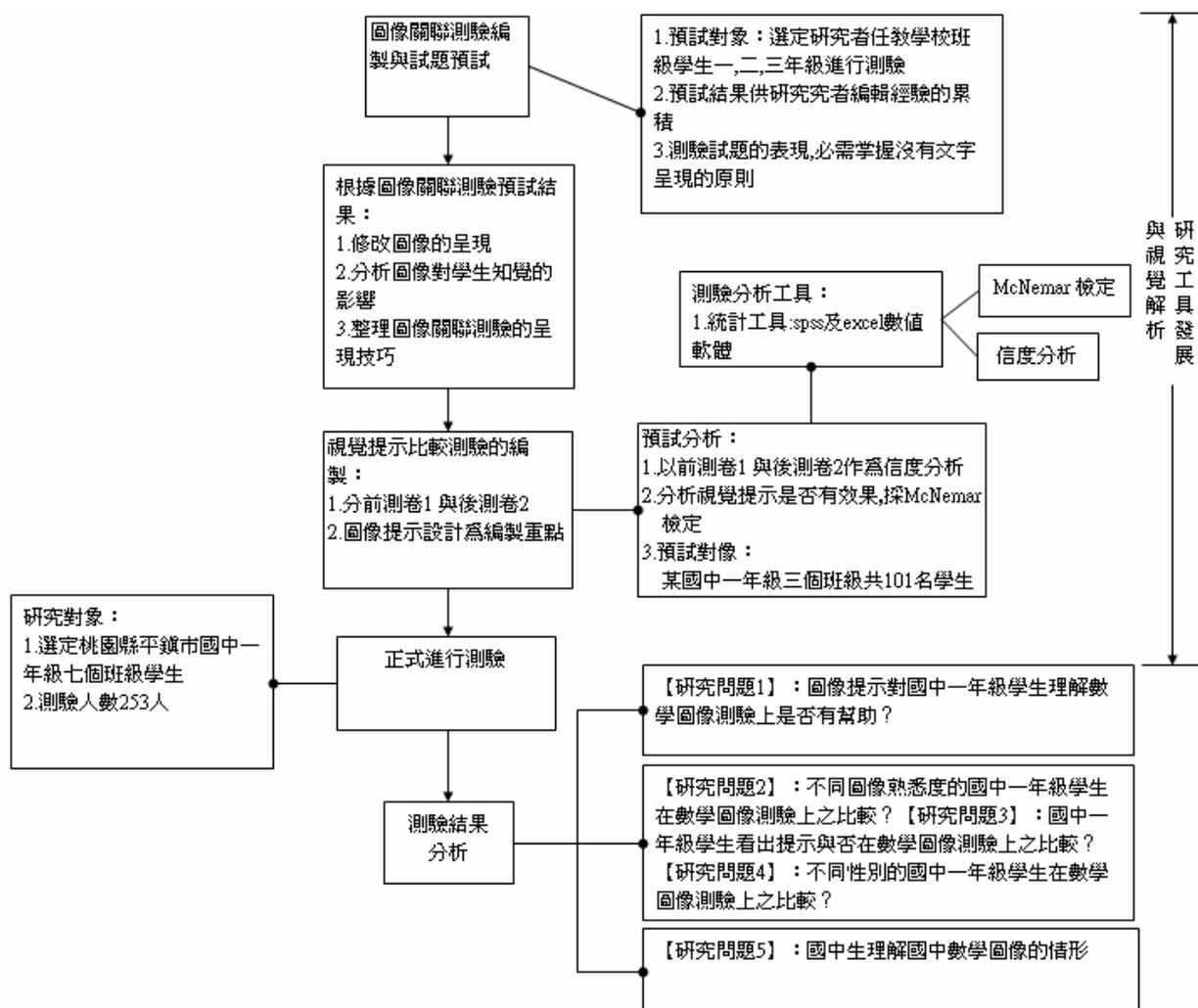


圖 3-0-1 研究設計流程圖

第一節 研究設計

本研究採前後測設計，探討圖像提示的呈現、學生性別、學生對數學圖像的熟悉度、學生是否看出提示等變項，對理解數學圖像測驗是否有影響。

首先，根據國中數學內容編製數學圖像測驗，將圖像提示當作研究變項，呈現於圖像測驗中。在測驗編製過程，將所獲得的測驗題型稱為圖像關聯測驗，以其為基礎，挑選適當問題編製成視覺提示比較測驗 1，再將圖像提示呈現於測驗 1 中，編製成視覺提示比較測驗 2。以測驗 1 為標準試卷，當做前測卷。測驗 2 為提示試卷，當作後測卷。挑選

受試者在同時段先進行前測卷，再進行後測卷，回收測驗後再進行比較分析。

根據上述說明，本研究設計的主要變項如下：



圖 3-1-1 研究主要變項架構圖

本研究設計的變項有(1)控制變項：國一學生/視覺比較測驗 1、2 試題內容相同。

(2)自變項：圖像提示分為「有提示」與「沒有提示」。

研究過程要搜集的相關變項有

自變項 (因)：V 類別變項：

V 名義變項(尺度)

(1)圖像提示(有提示/沒有提示):質的變項。

(2)性別(男/女):質的變項。

(3)對圖像熟悉度(經常/偶爾/很少):質的變項。

V 連續變項：

V 等距變項(尺度)

國中數學圖像視覺比較測驗 1 的成績。

依變項 (果): V 類別變項

V 名義變項(尺度)

- (1) 單題對錯(答對/答錯)。
- (2) 單題選擇項(A/B/C/D)。

V 連續變項

V 等距變項

- (1) 國中數學圖像視覺比較測驗 1 的成績。
- (2) 國中數學圖像視覺比較測驗 2 的成績。
- (3) 提示效果(提示效果計算方式參第三節)。

第二節 研究對象

本研究主旨在探討圖像提示呈現對理解數學圖像的效果，由於測驗內容以國中數學圖像為主，且國中一年級學生在數學圖像接觸上較國中二、三年級學生少，預期受到提示的影響效果會較顯著，因此，選取國中一年級學生為研究對象。樣本選自桃園縣平鎮市兩所國中，依學校大小比例選取適當數量班級進行施測，一為平鎮市大型學校，取 5 班，另一為平鎮市小型學校，取 2 班，學生共 253 人。

研究測驗中，要求受試者對國中數學圖像熟悉度、看出提示有無等變項進行自評，其統計量如下表 3-2-1 至 3-2-4：

表3-2-1 統計量

		SEX	熟悉度	看出
個數	有效的	253	247	253
	遺漏值	0	6	0

表3-2-2 性別統計

		次數	百分比	有效百分比	累積百分比
有效的	0女	127	50.2	50.2	50.2
	1男	126	49.8	49.8	100.0
	總和	253	100.0	100.0	

表3-2-3 對圖像的熟悉度

		次數	百分比	有效百分比	累積百分比
有效的	1高--經常	18	7.1	7.3	7.3
	2中--偶爾	107	42.3	43.3	50.6
	3低--很少	122	48.2	49.4	100.0
	總和	247	97.6	100.0	
遺漏值	系統界定的遺漏	6	2.4		
總和		253	100.0		

表3-2-4 看出提示

		次數	百分比	有效百分比	累積百分比
有效的	0未看出	108	42.7	42.7	42.7
	1看出	145	57.3	57.3	100.0
	總和	253	100.0	100.0	

第三節 研究工具

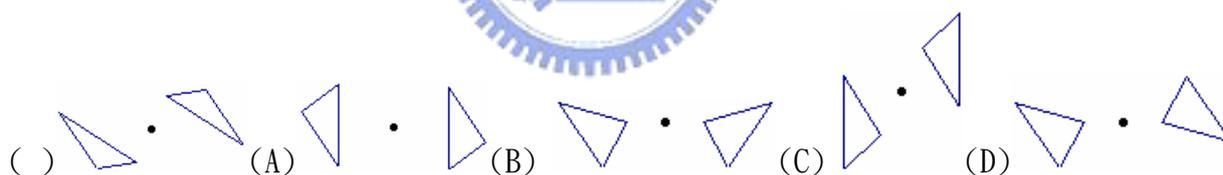
本研究工具以自編的視覺提示比較測驗 1、測驗 2，作為研究數據收集之依據，題目內容請參考附錄一。以下就測驗編製、測驗計分與簡易問卷、預試加以說明：

一、測驗編製

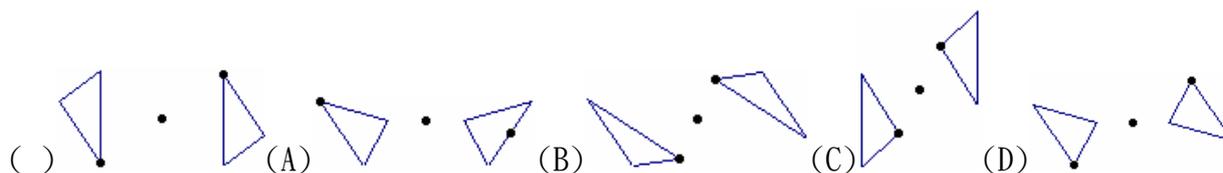
本研究以理解數學圖像測驗為目標，為了避免文字符號對測驗結果造成干擾，所以試題以圖像呈現。其次，為了探討圖像提示對理解數學圖像測驗的成效，將圖像提示以簡單為原則分成：點提示、線提示、面提示和箭頭提示四種呈現於測驗內容中。

根據上述原則及九年一貫國中數學五大主題(教育部，2003)，著手進行測驗編製。

例如：找出最沒有關係的圖形。



例如：以點提示呈現，找出最沒有關係的圖形。



研究初期將此測驗稱為國中數學圖像關聯測驗，但由於國中數學圖像內容廣泛，且主要針對圖像提示進行研究，因此，只取適合提示呈現的試題編製成視覺提示比較測驗 1，再增加圖像提示呈現編製成視覺提示比較測驗 2。

試題的安排上點提示、線提示、面提示、箭頭提示各安排 5 題，共 20 題，由於測驗 1 與測驗 2 題目內容與選項相同，為避免受試者看出题目的關係，題號順序與選項順序均依據測驗編製的原則來作處理。以下是測驗 1、2 的題目設計架構表。

表 3-3-1 測驗 1、測驗 2 題目設計架構表

測驗 1	數學圖像	測驗 2	提示	測驗 1	數學圖像	測驗 2	提示
題 1	幾何	題 6	點	題 11	連結/幾何	題 16	面
題 2	幾何	題 7	點	題 12	數與量	題 17	面
題 3	幾何	題 8	點	題 13	幾何	題 18	面
題 4	幾何	題 9	點	題 14	幾何	題 19	面
題 5	數與量	題 10	點	題 15	機率統計/代數/連結	題 20	面
題 6	幾何	題 1	線	題 16	幾何	題 11	箭頭
題 7	幾何	題 2	線	題 17	連結	題 12	箭頭
題 8	數與量	題 3	線	題 18	幾何	題 13	箭頭
題 9	數與量	題 4	線	題 19	機率統計/代數/連結	題 14	箭頭
題 10	幾何	題 5	線	題 20	連結	題 15	箭頭

二、測驗計分與簡易問卷

測驗 1 與測驗 2 成績計算：各測驗有 20 題，對一題得 1 分，答錯不計分，總分 20 分。

提示效果得分：起初以「提示效果＝測驗 1－測驗 2」計分，但後來考慮到(1)「前對後對」就提示作用而言是”正向的”或”沒有作用的”(2)「前錯後錯」就提示作用而言是”沒有作用的”，兩者還是有程度上的差異，因此，便考慮修改提示效果計分為下列方式：

前錯後對	2 分	前錯後錯	0 分
前對後對	1 分	前對後錯	-1 分

依據測驗 1、2 提供答案卷書寫答案，並於答案卷末附上關於測驗內容的相關問題，如下所示，以搜集受試者相關資料，詳細內容參考附錄一。

問題 1：常看類似的圖形嗎？經常偶爾很少或這是第一次看到。

問題 2：曾在哪裡看過類似的圖形？答：有_____、_____ 沒有。

問題 3：測驗 1 和測驗 2 有沒有關係？有，是甚麼關係呢？答：_____ 沒有。

根據上述問題 1 及問題 2 回答結果將受試者對數學圖像的熟悉度分成三類，而根據問題 3 回答結果將受試者分成看出圖像提示與未看出圖像提示兩類。

三、預試

題目設計過程中，為了設計具有良好提示效果的圖像提示，以班級為單位約 30 至 40 名國中一年級學生進行測驗，並針對試題進行 McNemar 檢定，以確認提示的效果。

例如：找出最沒有關係的圖形。

	(A)	△
(C)	△○	(B)
○	○○	(D)

() (A) ○ (B) △○ (C) △ (D) ○△ (前測)

例如：以箭頭提示呈現，找出最沒有關係的圖形。

	↓(C)	◇
(A)→	◇△	(D)
△	△△	(B)

() (A) ◇ (B) △◇ (C) △ (D) ◇△ (後測)

McNemar 檢定結果：如下表 3-3-2 所示，測驗總人數 36 人， $P=.549>0.4$ 所以需針對上題中圖像提示進行修改。

表 3-3-2 McNemar 檢定結果

個數	後測		總和
	.00	1.00	
前測	.00	16	23
	1.00	4	13
總和		20	36

0表答錯,1表答對

卡方檢定

	數值	精確顯著性(雙尾)
McNemar檢定		.549 ^a
有效觀察值的個數	36	

a. 使用二項式分配

由於必需重複進行試題修改與施測，因此，在有限的施測人數下要獲得顯著的檢定結果 $p<0.05$ 不易達成，所以在預測試題的選擇上以 McNemar 檢定 $p<0.4$ 即予以接受。McNemar 檢定，是一種兩個相關二分變數的無母數檢定。它會使用卡方分配，來檢定回應的變更。在設計為事件前後的實驗類型中，若要偵測因實驗中斷的回應變更時，這種檢定非常有用(spss 說明文件)。編製過程之圖像編製紀錄可參考附錄二。

為了考驗試題的效用，以作為選取正式試題或修正試題的依據，本研究將視覺提示比較測驗 1、測驗 2 試題進行預試。預試對象與研究對象來自同一母群體，但以不同的國中一年級學生共 101 名進行預試。以測驗 1、測驗 2 成績進行複本信度分析，比較受試者前後兩次測驗成績是否相關作為測驗信度。

以統計軟體 SPSS 操作>分析>量尺法>信度分析>模式:Alpha 值進行考驗，得到 $\alpha=0.8915$ ，P 值達到 .01 的顯著水準。

表 3-3-3 預測信度分析

信度

```
***** Method 2 (Covariance matrix) will be used for this analysis *****

RELIABILITY ANALYSIS - SCALE (ALPHA)

N of Cases = 101.0

Inter-item
Correlations      Mean      Minimum      Maximum      Range      Max/Min      Variance
                  .8135      .8135        .8135        .0000      1.0000      .0000

Reliability Coefficients      2 items
Alpha = .8915      Standardized item alpha = .8972
```

四、正式施測說明

本測驗分為前測卷與後測卷。測驗順序不可顛倒，必需先進行視覺提示比較測驗 1，再進行視覺提示比較測驗 2。施測流程為 (1) 發答案卷。(2) 發前測卷，施測時間約 20 分鐘。(3) 施測者將前測卷收回。(4) 發後測卷，前後測驗總時間約 40 分鐘。

第四節 研究實施過程

經思考而確定研究主題之後，便開始進行文獻資料相關蒐集。首先蒐集國內外相關主題之書籍、論文、期刊與著作，加以研讀與探討，並以此為基礎設計測驗卷。在測驗卷初稿完成之後，隨即進行預試，並與國中教師、教授、指導教授等，討論測驗题目的可行性，而後更進一步將不適當的题目刪除、修正、調整，成為正式測驗（參附錄一）。研究工具經修正定稿後，研究者依照選取的研究對象進行施測。測驗回收後，使用 SPSS 10 for windows 統計軟體，進行資料分析處理。依據資料分析結果，作出結論，並根據結論提出建議，最後完成論文之撰寫。

第五節 資料分析與處理簡介

配合研究目的與研究問題，本研究利用電腦軟體 Excel 及 Spss 中文版軟體進行統計分析，使用的統計方法如下：

一、McNemar 檢定

兩相關樣本的檢定如有次數產生，則可使用 McNemar 檢定法進行，其資料常以 2x2 聯立表形式出現（顏月珠，1987），它是一種兩個相關二分變數的無母數檢定。它會使用卡方分配，來檢定回應的變更。在設計為事件前後的實驗類型中，若要偵測因實驗中斷的回應變更時，這種檢定非常有用。

二、成對樣本 t 檢定

乃是用來比較單一組別中兩個變數的平均數。它會計算每個觀察值兩個變數值之間的差異，以及檢定平均是否為 0。

三、獨立樣本 t 檢定

「獨立樣本 T 檢定」程序，乃是用來比較兩組觀察值的平均數。

四、單因子變異數分析

會根據單一因子變數(自變數)，來產生數量依變數的單因子變異數分析。變異數分析是一種假設，用於檢定數個平均數是否相等。這項技術是二個樣本 t 檢定的延伸。



第四章 研究結果分析與討論

本章依序共分成八節，第一節為各題分析，主要針對測驗中各題的圖像提示效果進行分析。第二節為各題視知覺分析與討論，綜合整理測驗中圖像提示對視覺反應的影響。第三節為國中一年級學生理解數學圖像測驗狀況分析。第四節為圖像提示對測驗 1、2 成績的影響分析，為本研究的主要關鍵分析。第五節為受試者圖像熟悉度自評與測驗成績的關係。第六節為受試者看出圖像提示與測驗成績的關係。第七節為不同性別的受試者測驗成績的關係。第八節綜合討論，主要是根據第一節到第七節的分析結果進行研究問題的綜合討論。

第一節 各題分析

正式施測中，測驗 1（無提示題）、測驗 2（有提示題）均為 20 題。測驗的主要目的除了針對圖像提示對國中一年級學生理解數學圖像的成效進行研究之外，本節先從各題內涵進行說明與分析探討。

（一）題目說明：

※數學主題：主要是針對測驗試題所屬國中數學的內容及九年一貫數學能力指標進行說明，關於數學能力指標是參考教育部（2003），國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域一書，其中又分成兩種指標呈現，一、階段能力指標。二、年級能力指標。例如：N-4-01 中，N 表示「數與量」，4 表示第四階段為八、九年級即國中二、三年級，01 為細目流水號。8-s-10 中，8 表示八年級即國中二年級，s 表示主題內容是「幾何」，10 為細目流水號。內容主要有 N(n)、S(s)、A(a)、D(d)、C 依序表示「數與量」、「幾何」、「代數」、「統計與機率」、「連結」。

※視覺主題：主要是根據第二章文獻探討之第一節視覺中提到視知覺的分類進行說明，以表格說明，V 表示該試題有相關主題內容，「提」表示圖像提示有相關主題內容。

※圖像提示：測驗 1、測驗 2 內容均相同，差別是測驗 2 增加圖像提示的呈現，而圖像提示分為點提示、線提示、面提示與箭頭提示四種。

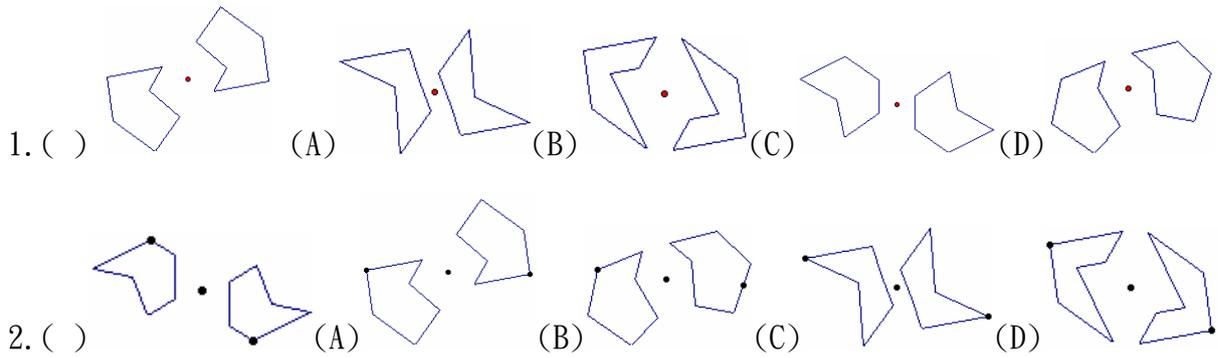
（二）各題統計分析說明：

※選答分析：針對各選項的選答次數進行統計描述。

※McNemar 檢定：主要是檢定圖像提示效果是否顯著。

一、點提示題

【題 1】找出最沒有關係的圖形：正確答案 1. (D)、2. (B)



(一)題目說明

※數學主題：

1. 數學符號表現：線對稱圖形與點對稱圖形。
2. 幾何：8-s-10 能理解平面圖形的線對稱關係。

※視覺主題：

看出形狀型式	V 提	看出大小相等		看出刪除減少		看出翻轉	
看出組成成份		看出數字		看出移動形變		看出隱藏	
看出比例		看出組合合併		看出延長連接	提	看出順序連結	

※圖像提示：

1. 點提示：題 2 點提示題，若受試者經由點提示(1)看出形狀型式：三點與原圖的關係(2)看出延長連接：三點延長連接線與原圖的關係，便容易提升題 2 的答對率。

(二)統計分析

※選答分析：正確答案 1. (D)、2. (B)

表4-1-1 Q1.1 * Q2.1 交叉表

		Q2.1				總和
		A	B	C	D	
Q1.1	個數			1	1	2
	總和的 %			.4%	.4%	.8%
A	個數	13	25	33	14	85
	總和的 %	5.1%	9.9%	13.0%	5.5%	33.6%
B	個數	5	21	9	15	50
	總和的 %	2.0%	8.3%	3.6%	5.9%	19.8%
C	個數	6	7	6	5	24
	總和的 %	2.4%	2.8%	2.4%	2.0%	9.5%
D	個數	9	66	9	8	92
	總和的 %	3.6%	26.1%	3.6%	3.2%	36.4%
總和	個數	33	119	58	43	253
	總和的 %	13.0%	47.0%	22.9%	17.0%	100.0%

1. 表4-1-1，題1選A佔33.6%、選D佔36.4%。
2. 顯示出選項的設計上造成受試者在「對稱」與「多邊形」的方向打轉。
3. 選項百分比比例顯示「對稱」與「多邊形」若同時呈現受試者仍能在兩個因素中進行選擇。

4. 表4-1-1，題2選答正確答案B佔47.0%，比題1上升，約有10.6%受試者經由提示看出形狀型式上的差異。

※【題1】題1→題2：McNemar 檢定

表4-1-2 測1.1 * 測2.1 交叉表

			測2.1		總和
			.00	1.00	
測1.1	.00	個數	108	53	161
		總和的 %	42.7%	20.9%	63.6%
	1.00	個數	26	66	92
		總和的 %	10.3%	26.1%	36.4%
總和		個數	134	119	253
		總和的 %	53.0%	47.0%	100.0%

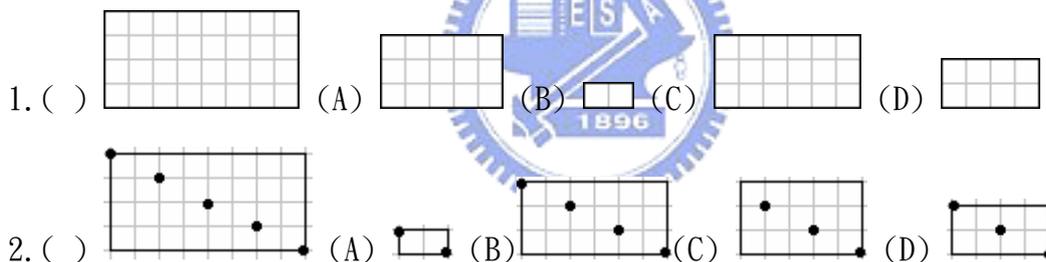
表4-1-3 卡方檢定

	數值	精確顯著性(雙尾)
McNemar檢定		.003 ^a
有效觀察值的個數	253	

a. 使用二項式分配

1. 表4-1-3， $p < 0.05$ 表示題1與題2在統計上有顯著差異。
2. 表示受試者在題1與題2的表現上有顯著的差異。
3. 顯示測驗的自變項「點提示：看出形狀型式或延長連健」造成受試者在【題1】題1與題2的表現上有顯著差異。

【題2】找出最沒有關係的圖形：正確答案1. (A)、2. (C)



(一)題目說明

※數學主題：

1. 數學符號表現：相似形。
2. 幾何：9-s-02 能對簡單的相似多邊形指出對應邊成比例、對應角相等性質。

※視覺主題：

看出形狀型式	V 提	看出大小相等		看出刪除減少		看出翻轉	
看出組成成份		看出數字	V	看出移動形變		看出隱藏	
看出比例	V	看出組合合併		看出延長連接	提	看出順序連結	

※圖像提示：

1. 點提示：題2點提示題，若受試者經由點提示(1)看出形狀型式：點與原圖的關係。(2)看出延長連接：延長連接線與原圖的關係，便容易提升題2的答對率。

(二)統計分析

※選答分析：正確答案1. (A)、2. (C)

表4-1-4 Q1.2 * Q2.2 交叉表

		Q2.2				總和
		A	B	C	D	
Q1.2	個數			1		1
	總和的 %			.4%		.4%
A	個數	1	11	5	107	7
	總和的 %	.4%	4.3%	2.0%	42.3%	2.8%
B	個數		20	3	46	10
	總和的 %		7.9%	1.2%	18.2%	4.0%
C	個數		6	3	16	4
	總和的 %		2.4%	1.2%	6.3%	1.6%
D	個數		2	3	6	2
	總和的 %		.8%	1.2%	2.4%	.8%
總和	個數	1	39	14	176	23
	總和的 %	.4%	15.4%	5.5%	69.6%	9.1%

1. 表4-1-4，題1選答正確答案A佔51.8%、選B佔31.2%。
2. 顯示出選項的設計上選擇標準答案A的受試者居多。
3. 表示51.8%的受試者看出長方形的形狀型式上的差異。
4. 表4-1-4，題2選答正確答案C佔69.6%，比題1上升，約有17.8%受試者經由提示看出長方形形狀型式上的差異。

※【題2】題1→題2：McNemar 檢定

表4-1-5 測1.2 * 測2.2 交叉表

			測2.2		總和
			.00	1.00	
測1.2	.00	個數	53	69	122
		總和的 %	20.9%	27.3%	48.2%
	1.00	個數	24	107	131
		總和的 %	9.5%	42.3%	51.8%
總和		個數	77	176	253
		總和的 %	30.4%	69.6%	100.0%

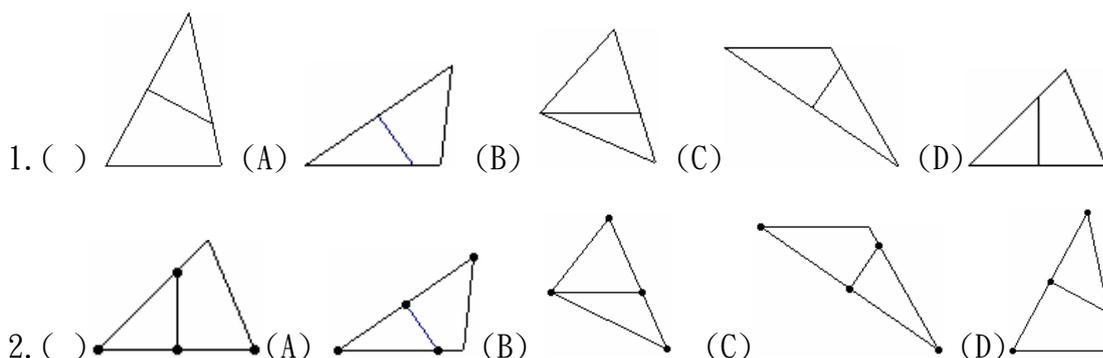
表4-1-6 卡方檢定

	數值	精確顯著性(雙尾)
McNemar檢定		.000 ^a
有效觀察值的個數	253	

a. 使用二項式分配

1. 表 4-1-6， $p < 0.05$ 表示題 1 與題 2 在統計上有顯著差異。
2. 表示受試者在題 1 與題 2 的表現上有顯著的差異。
3. 顯示測驗的自變項「點提示:看出形狀型式或延長連線」造成受試者在【題2】題 1 與題 2 的表現上有顯著差異。

【題3】找出最沒有關係的圖形：正確答案 1. (B)、2. (B)



(一)題目說明

※數學主題：

1. 數學符號表現：垂直、中點、頂點、中垂線（垂直平分線）。
2. 幾何：S-4-01 能利用形體的幾何性質來定義某一類形體。

※視覺主題：

看出形狀型式	V 提	看出大小相等		看出刪除減少		看出翻轉	
看出組成成份	V	看出數字		看出移動形變		看出隱藏	
看出比例		看出組合合併		看出延長連接		看出順序連結	

※圖像提示：

1. 點提示：題 2 點提示題，若受試者經由點提示看出形狀型式：點提示重要位置，讓受試者容易看出圖形線段與三角形關係或點與原圖的關係，便容易提升題 2 的答對率。

(二)統計分析

※選答分析：正確答案 1. (B)、2. (B)

表4-1-7 Q1.3 * Q2.3 交叉表

			Q2.3				總和
			A	B	C	D	
Q1.3	A	個數	13	14	4	2	33
		總和的 %	5.1%	5.5%	1.6%	.8%	13.0%
	B	個數	18	120	11	5	154
		總和的 %	7.1%	47.4%	4.3%	2.0%	60.9%
	C	個數	9	24	13	5	51
		總和的 %	3.6%	9.5%	5.1%	2.0%	20.2%
	D	個數	4	5	4	2	15
		總和的 %	1.6%	2.0%	1.6%	.8%	5.9%
總和		個數	44	163	32	14	253
		總和的 %	17.4%	64.4%	12.6%	5.5%	100.0%

1. 表4-1-7，題1選答正確答案B佔60.9%。
2. 顯示出選項的設計上選擇標準答案B的受試者居多。
3. 表示60.9%的受試者看出形狀型式：三角形中的垂直平分線。
4. 表4-1-7，題2選答正確答案C佔64.4%，比題1上升，表示約有3.6%受試者經由提示可看出垂直平分線在形狀型式上所呈現的特徵。

※【題 3】題 1→題 2：McNemar 檢定

表4-1-8 測1.3 * 測2.3 交叉表

			測2.3		總和
			.00	1.00	
測1.3	.00	個數	56	43	99
		總和的 %	22.1%	17.0%	39.1%
	1.00	個數	34	120	154
		總和的 %	13.4%	47.4%	60.9%
總和		個數	90	163	253
		總和的 %	35.6%	64.4%	100.0%

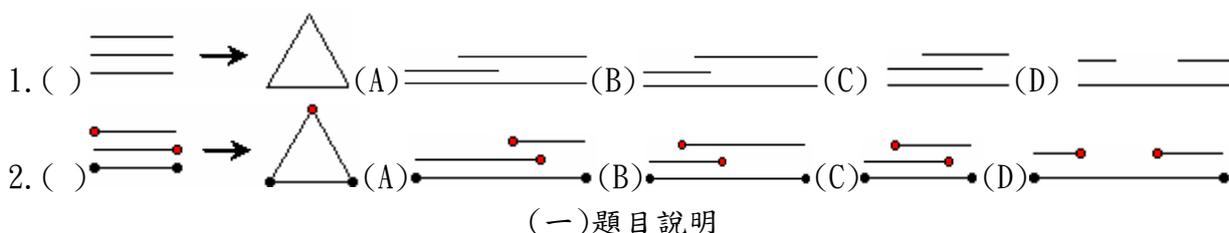
表4-1-9 卡方檢定

	數值	精確顯著性(雙尾)
McNemar檢定		.362 ^a
有效觀察值的個數	253	

a. 使用二項式分配

1. 表4-1-9, $p > 0.05$ 表示題1與題2在統計上無顯著差異。
2. 表示受試者在題1與題2的表現上無顯著的差異。
3. 顯示測驗的自變項「點提示：看出形狀型式」造成受試者在【題3】題1與題2的表現上無顯著差異，但答對率經點提示後仍有些微提升3.6%。

【題4】找出最沒有關係的圖形：正確答案 1. (D)、2. (D)



※數學主題：

1. 數學符號表現： $\triangle ABC$ 三邊關係， $AB+BC > AC$ 兩邊和大於第三邊， $AB-BC < AC$ 兩邊差小於第三邊。
2. 幾何：8-s-16 能理解三角形邊角關係。

※視覺主題：

看出形狀型式	V 提	看出大小相等		看出刪除減少		看出翻轉	
看出組成成份		看出數字		看出移動形變		看出隱藏	
看出比例		看出組合合併	V 提	看出延長連接		看出順序連結	

※圖像提示：

1. 點提示：題 2 點提示題，若受試者經由點提示(1)看出形狀型式：點提示標示重要點的位置，讓受試者容易看出線段與三角形關係。(2)看出組合合併：點提示線段端點和端點相連可以連接成三角形，便容易提升題 4 的答對率。

(二) 統計分析

※選答分析：正確答案 1. (D)、2. (D)

表4-1-10 Q1.4 * Q2.4 交叉表

		Q2.4				總和
		A	B	C	D	
Q1.4	個數				1	1
	總和的 %				.4%	.4%
A	個數	2	3	1	7	13
	總和的 %	.8%	1.2%	.4%	2.8%	5.1%
B	個數	1	1	2	7	11
	總和的 %	.4%	.4%	.8%	2.8%	4.3%
C	個數	1	1	9	10	21
	總和的 %	.4%	.4%	3.6%	4.0%	8.3%
D	個數	6	13	12	176	207
	總和的 %	2.4%	5.1%	4.7%	69.6%	81.8%
總和	個數	10	18	24	201	253
	總和的 %	4.0%	7.1%	9.5%	79.4%	100.0%

1. 表4-1-10，題1選答正確答案D佔81.8%。

- 顯示出選項的設計上選擇標準答案D的受試者居多。
- 表示81.9%的受試者看出組合合併成三角形，並理解哪些可以組成三角形。
- 表4-1-10，題2選答正確答案C佔79.4%，比題1下降，表示約有1.6%受試者因圖像提示干擾而錯答，因此，嚴格而言只有79.4%可看出組合合併成三角形。

※【題4】題1→題2：McNemar 檢定

表4-1-11 測1.4 * 測2.4 交叉表

		測2.4		總和
		.00	1.00	
測1.4 .00	個數	21	25	46
	總和的 %	8.3%	9.9%	18.2%
1.00	個數	31	176	207
	總和的 %	12.3%	69.6%	81.8%
總和	個數	52	201	253
	總和的 %	20.6%	79.4%	100.0%

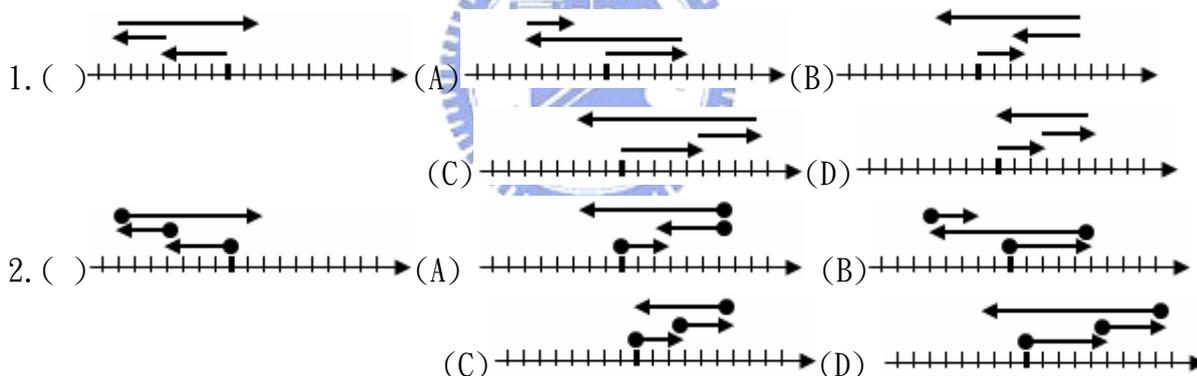
表4-1-12 卡方檢定

	數值	精確顯著性(雙尾)
McNemar檢定		.504 ^a
有效觀察值的個數	253	

a. 使用二項式分配

- 表4-1-12， $p > 0.05$ 表示題1與題2在統計上無顯著差異。
- 表示受試者在題1與題2的表現上無顯著的差異。
- 顯示測驗的自變項「點提示：看出形狀型式或看出組合合併」造成受試者在【題4】題1與題2的表現上無顯著差異，且答對率經點提示後下降1.6%。

【題5】找出最沒有關係的圖形：正確答案1. (B)、2. (A)



(一)題目說明

※數學主題：

- 數學符號表現： $-4-3+9=2$ 、 $+5-10+3=-2$ 、 $+3+4-7=0$ 、 $+5+4-12=-3$ 。
- 數與量：N-3-09 能理解加減運算在數線上的對應操作。

※視覺主題：

看出形狀型式	V 提	看出大小相等		看出刪除減少		看出翻轉	
看出組成成份		看出數字		看出移動形變		看出隱藏	
看出比例		看出組合合併		看出延長連接		看出順序連結	V 提

※圖像提示：

- 點提示：題2點提示題，若受試者經由點提示(1)看出形狀型式：點提示標示重要點的位置，讓受試者容易看出箭頭頭尾間的關係(2)看出順序，連結：點提示箭頭端點位置指出頭尾順序，讓受試者容易看出箭頭表徵的方式與意義。

(二)統計分析

※選答分析：正確答案1. (B)、2. (A)

表4-1-13 Q1.5 * Q2.5 交叉表

		Q2.5				總和	
		A	B	C	D		
Q1.5	個數	1				1	
	總和的 %	.4%				.4%	
A	個數		30	27	14	8	79
	總和的 %		11.9%	10.7%	5.5%	3.2%	31.2%
B	個數	1	32	26	13	5	77
	總和的 %	.4%	12.6%	10.3%	5.1%	2.0%	30.4%
C	個數		13	11	7	5	36
	總和的 %		5.1%	4.3%	2.8%	2.0%	14.2%
D	個數	1	15	14	21	9	60
	總和的 %	.4%	5.9%	5.5%	8.3%	3.6%	23.7%
總和	個數	3	90	78	55	27	253
	總和的 %	1.2%	35.6%	30.8%	21.7%	10.7%	100.0%

1. 表4-1-13，題1選答正確答案B佔30.4%、選A佔31.2%。
2. 顯示出選項的設計上造成受試者在A、B難以決定。
3. 題2選答正確答案A佔35.6%、選B佔30.8%與題1表現類似。
4. 表4-1-13顯示出點提示效果仍有作用，使答對比例上升約5.2%。

※【題5】題1→題2：McNemar 檢定

表4-1-14 測1.5 * 測2.5 交叉表

			測2.5		總和
			.00	1.00	
測1.5	.00	個數	118	58	176
		總和的 %	46.6%	22.9%	69.6%
	1.00	個數	45	32	77
		總和的 %	17.8%	12.6%	30.4%
總和		個數	163	90	253
		總和的 %	64.4%	35.6%	100.0%

表4-1-15 卡方檢定

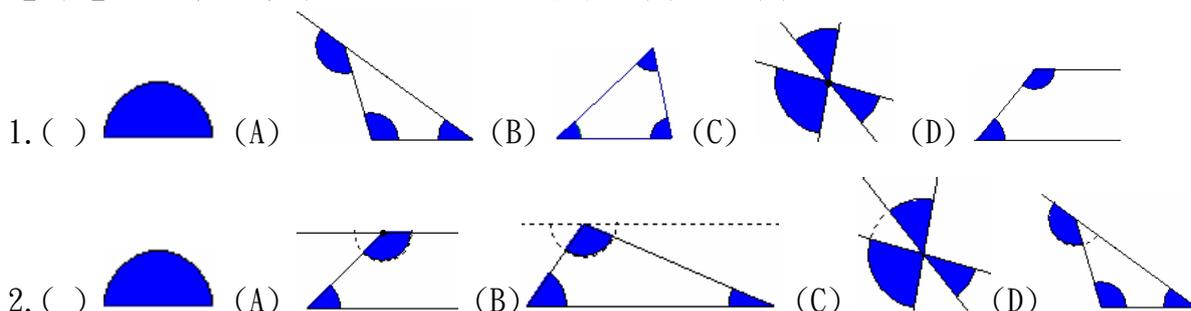
	數值	精確顯著性(雙尾)
McNemar檢定		.237 ^a
有效觀察值的個數	253	

a. 使用二項式分配

1. 表4-1-15， $p > 0.05$ 表示題1與題2在統計上無顯著差異。
2. 表示受試者在題1與題2的表現上無顯著的差異。
3. 顯示測驗的自變項「點提示：看出形狀型式或看出順序連結」造成受試者在【題5】題1與題2的表現上無顯著差異，但答對率經點提示有上升5.2%。

(二)線提示題

【題6】找出最沒有關係的圖形：正確答案1. (A)、2. (D)



(一)題目說明

※數學主題：

1. 數學符號表現： 180° 、 $\triangle ABC$ 三內角 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ 、若平行線被一線所截，則同側內角互補。

2. 幾何：8-s-12 能理解三角形的基本性質。

8-s-21 能理解平行線截線性質：同側內角互補。

※視覺主題：

看出形狀型式	V	看出大小相等		看出刪除減少		看出翻轉	
看出組成成份		看出數字		看出移動形變	V	看出隱藏	
看出比例		看出組合合併	V 提	看出延長連接		看出順序連結	

※圖像提示：

1. 線提示：題 2 線提示題，若受試者經由線提示看出組合合併：線提示標示重要邊界，讓受試者容易看出半圓區域，進而讓受試者觀察到藍色區域的組合合併與半圓的關係。

(二)統計分析

※選答分析：正確答案 1. (A)、2. (D)

表4-1-16 Q1.6 * Q2.6 交叉表

			Q2.6				總和
			A	B	C	D	
Q1.6	A	個數	9	15	11	58	93
		總和的 %	3.6%	5.9%	4.3%	22.9%	36.8%
	B	個數		8	5	9	22
		總和的 %		3.2%	2.0%	3.6%	8.7%
	C	個數	9	6	38	16	69
		總和的 %	3.6%	2.4%	15.0%	6.3%	27.3%
	D	個數	22	12	14	21	69
		總和的 %	8.7%	4.7%	5.5%	8.3%	27.3%
總和		個數	40	41	68	104	253
		總和的 %	15.8%	16.2%	26.9%	41.1%	100.0%

1. 表4-1-16，題1選答正確答案A佔36.8%。

2. 顯示出選項的設計上選擇標準答案A的受試者居多。

3. 表示36.8%的受試者看出組合合併成半圓180度。

4. 表4-1-16，題2選答正確答案D佔41.1%，比題1上升，約有4.3%受試者因提示而看出組合合併。

※【題 6】題 1→題 2：McNemar 檢定

表4-1-17 測1.6 * 測2.6 交叉表

			測2.6		總和
			.00	1.00	
測1.6	.00	個數	114	46	160
		總和的 %	45.1%	18.2%	63.2%
	1.00	個數	35	58	93
		總和的 %	13.8%	22.9%	36.8%
總和		個數	149	104	253
		總和的 %	58.9%	41.1%	100.0%

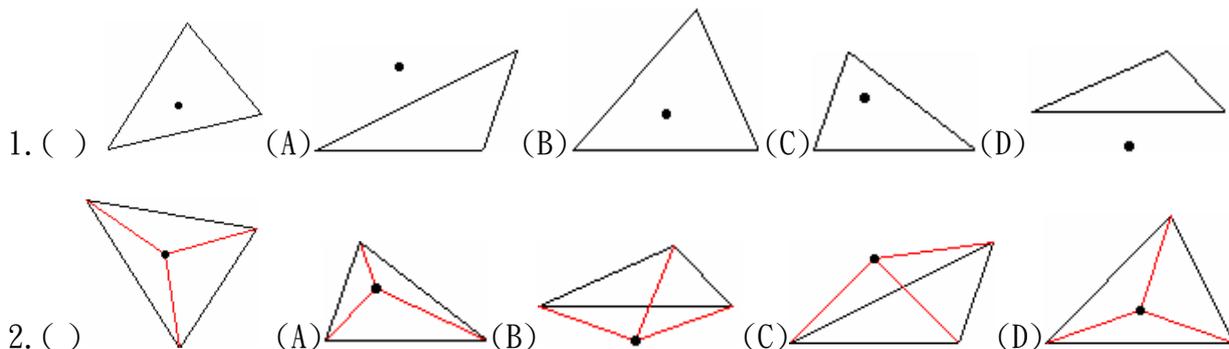
表4-1-18 卡方檢定

	數值	精確顯著性(雙尾)
McNemar檢定		.266 ^a
有效觀察值的個數	253	

a. 使用二項式分配

1. 表4-1-18, $p > 0.05$ 表示題1與題2在統計上無顯著差異。
2. 表示受試者在題1與題2的表現上無顯著的差異。
3. 顯示測驗的自變項「線提示：看出組合合併」造成受試者在【題6】題1與題2的表現上無顯著差異，但答對率經線提示有上升4.3%。

【題7】找出最沒有關係的圖形：正確答案1. (C)、2. (A)



(一) 題目說明

※數學主題：

1. 數學符號表現：若 O 為 $\triangle ABC$ 的外心，則 $OA=OB=OC$ 。
2. 幾何：9-s-08 能理解三角形外心的定義和相關性質。

※視覺主題：

看出形狀型式	V	看出大小相等	V 提	看出刪除減少		看出翻轉	
看出組成成份		看出數字		看出移動形變		看出隱藏	
看出比例		看出組合合併		看出延長連接	V	看出順序連結	

※圖像提示：

1. 線提示：題2線提示題，若受試者經由線提示看出大小相等：線提示標示重要線段長，讓受試者容易看出大小相等，並看出點與三角形三頂點的關係，便容易看出答案。

(二) 統計分析

※選答分析：正確答案 1. (C)、2. (A)

表4-1-19 Q1.7 * Q2.7 交叉表

		Q2.7				總和	
		A	B	C	D		
Q1.7	個數	1	1			1	3
	總和的 %	.4%	.4%			.4%	1.2%
A	個數		19	27	26	12	84
	總和的 %		7.5%	10.7%	10.3%	4.7%	33.2%
B	個數		4	11	7	5	27
	總和的 %		1.6%	4.3%	2.8%	2.0%	10.7%
C	個數	1	18	13	12	8	52
	總和的 %	.4%	7.1%	5.1%	4.7%	3.2%	20.6%
D	個數		17	43	19	8	87
	總和的 %		6.7%	17.0%	7.5%	3.2%	34.4%
總和	個數	2	59	94	64	34	253
	總和的 %	.8%	23.3%	37.2%	25.3%	13.4%	100.0%

1. 表4-1-19，題1選答正確答案C佔20.6%，仍低於A、D選項。
2. 顯示出選項的設計上標準答案C，受試者不能理解的居多，而由於A、D兩選項均是點在三角形外，所以被大部份受試者以為是答案。
3. 表4-1-19，題2選答正確答案A佔23.3%，比題1上升，約有2.7%因提示而看出線段大小關係，但大部份受試者仍依照點在三角形的內部或外部來決定答案，而不依照所提示的線段大小關係來決定答案。

※【題7】題1→題2：McNemar 檢定

表4-1-20 測1.7 * 測2.7 交叉表

		測2.7		總和
		.00	1.00	
測1.7	.00	個數 160	41	201
		總和的 % 63.2%	16.2%	79.4%
	1.00	個數 34	18	52
		總和的 % 13.4%	7.1%	20.6%
總和		個數 194	59	253
		總和的 % 76.7%	23.3%	100.0%

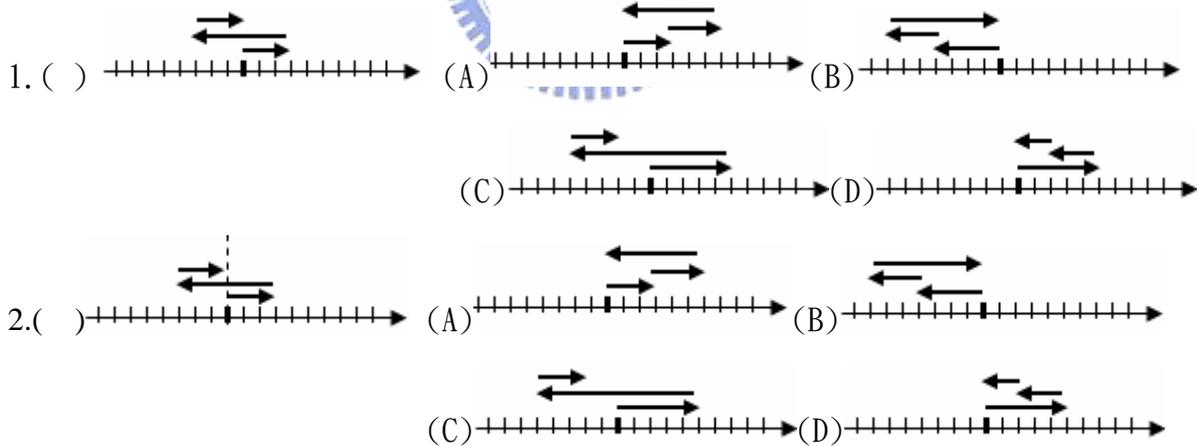
表4-1-21 卡方檢定

	數值	精確顯著性(雙尾)
McNemar檢定		.489 ^a
有效觀察值的個數	253	

a. 使用二項式分配

1. 表4-1-21， $p > 0.05$ 表示題1與題2在統計上無顯著差異。
2. 表示受試者在題1與題2的表現上無顯著的差異。
3. 顯示測驗的自變項「線提示：看出大小相等」使受試者在【題7】題1與題2的表現上無顯著差異，但答對率經線提示有上升2.7%。

【題8】找出最沒有關係的圖形：正確答案1. (C)、2. (C)



(一)題目說明

※數學主題：

1. 數學符號表現：數線、 $3-6+3=3+3-6=-4-3+7=5-3-2=0$ 、 $5-10+3=-2$ 。
2. 數與量：N-3-09 能理解加減運算在數線上的對應操作。

※視覺主題：

看出形狀型式	V	看出大小相等		看出刪除減少		看出翻轉	
看出組成成份		看出數字	V	看出移動形變		看出隱藏	
看出比例		看出組合合併		看出延長連接		看出順序連結	V

※圖像提示：

1. 線提示：題2線提示題，若受試者經由線提示看出形狀型式：即看出箭頭的組成及最後指示在原點，原點本來並不明顯，特別將原點以線提示來加強，讓受試者看出箭頭組成的形狀型式。

(二)統計分析

※選答分析：正確答案 1. (C)、2. (C)

表4-1-22 Q1.8 * Q2.8 交叉表

		Q2.8				總和
		A	B	C	D	
Q1.8	個數			1		1
	總和的 %			.4%		.4%
A	個數	6	8	15	5	34
	總和的 %	2.4%	3.2%	5.9%	2.0%	13.4%
B	個數	8	8	14	8	38
	總和的 %	3.2%	3.2%	5.5%	3.2%	15.0%
C	個數	8	10	92	11	121
	總和的 %	3.2%	4.0%	36.4%	4.3%	47.8%
D	個數	9	9	23	18	59
	總和的 %	3.6%	3.6%	9.1%	7.1%	23.3%
總和	個數	31	35	145	42	253
	總和的 %	12.3%	13.8%	57.3%	16.6%	100.0%

1. 表4-1-22，題1選答正確答案C佔47.8%且大於D選項23.3%。
2. 顯示出選項的設計上選擇標準答案C的受試者居多。
3. 表4-1-22，題2選答正確答案A佔57.3%，比題1上升約9.5%。
4. 顯示線提示強調原點與箭頭關係，讓受試者看出圖形的比例上升。

※【題8】題1→題2：McNemar 檢定

表4-1-23 測1.8 * 測2.8 交叉表

			測2.8		總和
			.00	1.00	
測1.8	.00	個數	79	53	132
		總和的 %	31.2%	20.9%	52.2%
	1.00	個數	29	92	121
		總和的 %	11.5%	36.4%	47.8%
總和		個數	108	145	253
		總和的 %	42.7%	57.3%	100.0%

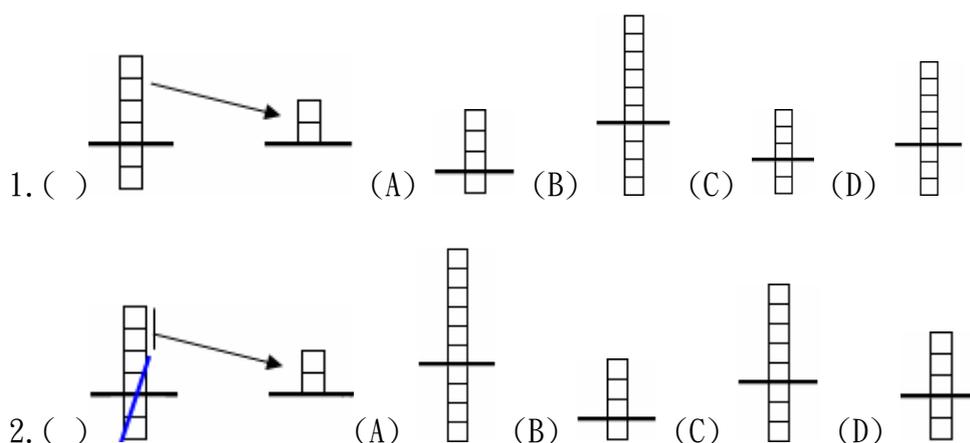
表4-1-24 卡方檢定

	數值	精確顯著性(雙尾)
McNemar檢定		.011 ^a
有效觀察值的個數	253	

a. 使用二項式分配

1. 表4-1-24， $p < 0.05$ ，表示題1與題2在統計上有顯著差異。
2. 表示受試者在題1與題2的表現上有顯著的差異。
3. 顯示測驗的自變項「線提示：看出形狀型式」使受試者在【題8】題1與題2的表現上有顯著差異，且答對率經線提示有上升9.6%。

【題 9】找出最沒有關係的圖形：正確答案 1. (C)、2. (D)



(一)題目說明

※數學主題：

1. 數學符號表現： $-1+3=-2+4=-3+5=2 \neq -2+3$ 。

2. 數與量： $7-n-01$ 能以「正、負」表徵生活中相對的量，並認識負數是性質（方向、盈虧）的相反。

※視覺主題：

看出形狀型式	V	看出大小相等		看出刪除減少	V 提	看出翻轉	
看出組成成份		看出數字	V	看出移動形變		看出隱藏	
看出比例		看出組合合併		看出延長連接		看出順序連結	

※圖像提示：

1. 線提示：題 2 線提示題，若受試者經由線提示看出刪除減少：即受試者看出上下圖形刪除，或看出數字關係時，比較容易選對答案。

(二)統計分析

※選答分析：正確答案 1. (C)、2. (D)

表4-1-25 Q1.9 * Q2.9 交叉表

		Q2.9				總和
		A	B	C	D	
Q1.9	個數				1	1
	總和的 %				.4%	.4%
A	個數	15	17	4	22	58
	總和的 %	5.9%	6.7%	1.6%	8.7%	22.9%
B	個數	14	13	7	12	46
	總和的 %	5.5%	5.1%	2.8%	4.7%	18.2%
C	個數	9	19	9	70	107
	總和的 %	3.6%	7.5%	3.6%	27.7%	42.3%
D	個數	9	8	12	12	41
	總和的 %	3.6%	3.2%	4.7%	4.7%	16.2%
總和	個數	47	57	32	117	253
	總和的 %	18.6%	22.5%	12.6%	46.2%	100.0%

1. 表4-1-25，題1選答正確答案C佔42.3%且大於A選項22.9%。

2. 顯示出選項的設計上選擇標準答案C的受試者居多。

- 表4-1-25，題2選答正確答案D佔46.2%，比題1上升約3.9%。
- 顯示線提示強調刪除，因此讓受試者看出刪除減少的比例上升。

※【題9】題1→題2：McNemar 檢定

表4-1-26 測1.9 * 測2.9 交叉表

			測2.9		總和
			.00	1.00	
測1.9	.00	個數	99	47	146
		總和的 %	39.1%	18.6%	57.7%
	1.00	個數	37	70	107
		總和的 %	14.6%	27.7%	42.3%
總和		個數	136	117	253
		總和的 %	53.8%	46.2%	100.0%

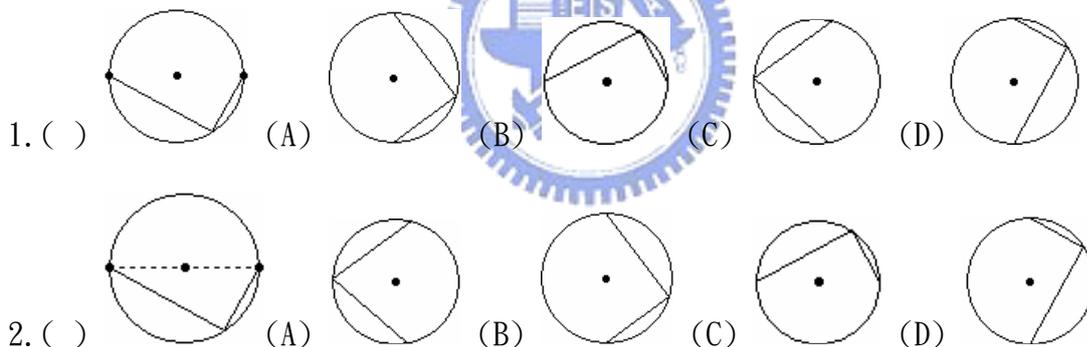
表4-1-27 卡方檢定

	數值	精確顯著性(雙尾)
McNemar檢定		.326 ^a
有效觀察值的個數	253	

a. 使用二項式分配

- 表4-1-27， $p > 0.05$ ，表示題1與題2在統計上無顯著差異。
- 表示受試者在題1與題2的表現上無顯著的差異。
- 顯示測驗的自變項「線提示：看出刪除減少」使受試者在【題9】題1與題2的表現上無顯著差異，但答對率仍小幅上升3.9%。

【題10】找出最沒有關係的圖形：正確答案 1. (C)、2. (A)



(一)題目說明

※數學主題：

- 數學符號表現：圓周角。
- 幾何：9-s-07 能理解圓的相關性質。

※視覺主題：

看出形狀型式	V	看出大小相等		看出刪除減少		看出翻轉	
看出組成成份		看出數字		看出移動形變		看出隱藏	
看出比例		看出組合合併		看出延長連接	V 提	看出順序連結	

※圖像提示：

- 線提示：題2線提示題，若受試者經由線提示看出延長連線：即受試者看出延長連線與圓心的關係時，受試者比較容易看出答案。

(二)統計分析

※選答分析：正確答案 1. (C)、2. (A)

表4-1-28 Q1.10 * Q2.10 交叉表

			Q2.10				總和
			A	B	C	D	
Q1.10	A	個數	10	2	4	4	20
		總和的 %	4.0%	.8%	1.6%	1.6%	7.9%
	B	個數	8	3	4	7	22
		總和的 %	3.2%	1.2%	1.6%	2.8%	8.7%
	C	個數	146	10	22	16	194
		總和的 %	57.7%	4.0%	8.7%	6.3%	76.7%
	D	個數	7	2	5	3	17
		總和的 %	2.8%	.8%	2.0%	1.2%	6.7%
總和		個數	171	17	35	30	253
		總和的 %	67.6%	6.7%	13.8%	11.9%	100.0%

1. 表4-1-28，題1選答正確答案C佔76.7%。
2. 顯示出選項的設計上選擇標準答案C的受試者居多。
3. 表4-1-28，題2選答正確答案A佔67.6%，比題1下降約9.1%。
4. 顯示題2中以線提示強調連線造成反效果。

※【題10】題1→題2：McNemar 檢定

表4-1-29 測1.10 * 測2.10 交叉表

			測2.10		總和
			.00	1.00	
測1.10	.00	個數	34	25	59
		總和的 %	13.4%	9.9%	23.3%
	1.00	個數	48	146	194
		總和的 %	19.0%	57.7%	76.7%
總和		個數	82	171	253
		總和的 %	32.4%	67.6%	100.0%

表4-1-30 卡方檢定

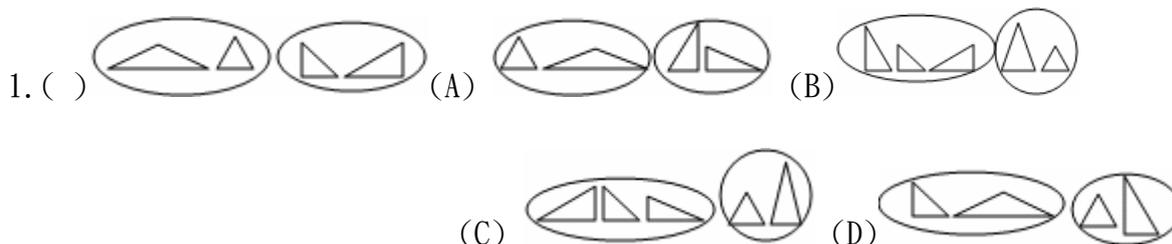
	數值	精確顯著性(雙尾)
McNemar檢定		.010 ^a
有效觀察值的個數	253	

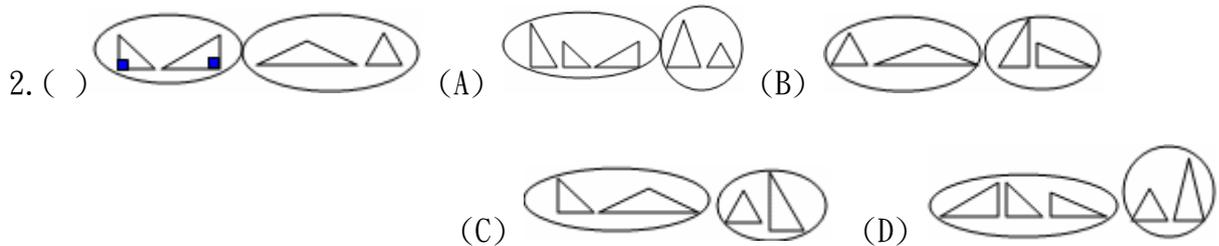
a. 使用二項式分配

1. 表4-1-30， $p < 0.05$ ，表示題1與題2在統計上有顯著差異。
2. 表示受試者在題1與題2的表現上有顯著的差異。
3. 顯示測驗的自變項「線提示：看出延長連線」使受試者在【題10】題1與題2的表現上有顯著差異，且是反效果的。

(三)面提示題

【題11】找出最沒有關係的圖形：正確答案 1. (D)、2. (C)





(一)題目說明

※數學主題：

1. 數學符號表現：三角形分類。
2. 幾何：8-s-10 能以最少性質辨認三角形。
3. 連結：C-S-04 能運用解題的各種方法：分類、分析等。

※視覺主題：

看出形狀型式	V 提	看出大小相等		看出刪除減少		看出翻轉	
看出組成成份		看出數字		看出移動形變		看出隱藏	
看出比例		看出組合合併		看出延長連接	V	看出順序連結	V 提

※圖像提示：

1. 面提示：題 2 面提示題，若受試者經由面提示(1)看出形狀型式：即看出三角形角度的不同時。(2)看出順序連結：即三角形之間的關係時，受試者比較容易看出答案。

(二)統計分析

※選答分析：正確答案 1. (D)、2. (C)

表4-1-31 Q1.11 * Q2.11 交叉表

		Q2.11				總和
		A	B	C	D	
Q1.11	個數	1				1
	總和的 %	.4%				.4%
A	個數		8	12	5	6
	總和的 %		3.2%	4.7%	2.0%	2.4%
B	個數		21	16	28	18
	總和的 %		8.3%	6.3%	11.1%	7.1%
C	個數		12	17	25	17
	總和的 %		4.7%	6.7%	9.9%	6.7%
D	個數		13	15	32	7
	總和的 %		5.1%	5.9%	12.6%	2.8%
總和	個數	1	54	60	90	48
	總和的 %	.4%	21.3%	23.7%	35.6%	19.0%

1. 表4-1-31，題1選答正確答案D佔26.5%，低於B、C選項。
2. 顯示出選項的設計上標準答案D，國一學生不能理解的居多。
3. 表4-1-31，題2選答正確答案C佔35.6%，比題1上升，且高於其它選項。
4. 顯示題2中以面提示強調角度已提升答對比例9.1%且讓大部份人看出形狀型式的關係。

※【題 11】題 1→題 2：McNemar 檢定

表4-1-32 測1.11 * 測2.11 交叉表

		測2.11		總和
		.00	1.00	
測 1.11	.00	個數 128	58	186
		總和的 % 50.6%	22.9%	73.5%
	1.00	個數 35	32	67
		總和的 % 13.8%	12.6%	26.5%
總和		個數 163	90	253
		總和的 % 64.4%	35.6%	100.0%

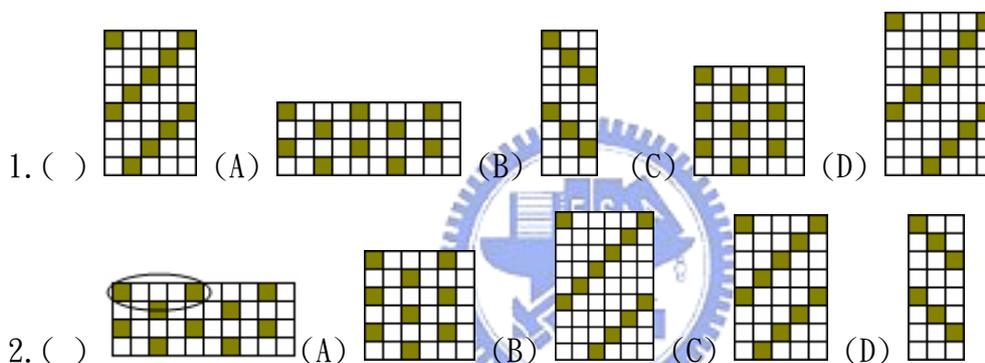
表4-1-33 卡方檢定

	數值	精確顯著性(雙尾)
McNemar檢定		.022 ^a
有效觀察值的個數	253	

a. 使用二項式分配

1. 表4-1-33, $p < 0.05$, 表示題1與題2在統計上有顯著差異。
2. 表示受試者在題1與題2的表現上有顯著的差異。
3. 顯示測驗的自變項「面提示：看出形狀型式或順序、連結」使受試者在【題11】題1與題2的表現上有顯著差異且提升答對率9.1%。

【題12】找出最沒有關係的圖形：正確答案1. (D)、2. (B)



(一) 題目說明

※數學主題：

1. 數學符號表現：數列 1、5、9、13；4 的倍數與 5 的倍數
2. 數與量：7-n-10 能理解因數、質因數、倍數、最大公因數和最小公倍數。

※視覺主題：

看出形狀型式	V	看出大小相等		看出刪除減少		看出翻轉	
看出組成成份	V 提	看出數字	V 提	看出移動形變		看出隱藏	
看出比例		看出組合合併		看出延長連接		看出順序連結	

※圖像提示：

1. 面提示：題 2 面提示題，若受試者經由面提示(1)看出數字：即受試者看出數字不同時。
- (2) 看出組成成份：即看出圖形是以相同成份構成時，受試者比較容易看出答案。

(二) 統計分析

※選答分析：正確答案 1. (D)、2. (B)

表4-1-34 Q1.12 * Q2.12 交叉表

		Q2.12				總和
		A	B	C	D	
Q1.12	個數		1			1
	總和的 %		.4%			.4%
A	個數	19	29	5	10	63
	總和的 %	7.5%	11.5%	2.0%	4.0%	24.9%
B	個數	7	30	7	34	78
	總和的 %	2.8%	11.9%	2.8%	13.4%	30.8%
C	個數	21	34	8	19	82
	總和的 %	8.3%	13.4%	3.2%	7.5%	32.4%
D	個數	8	10	6	5	29
	總和的 %	3.2%	4.0%	2.4%	2.0%	11.5%
總和	個數	55	104	26	68	253
	總和的 %	21.7%	41.1%	10.3%	26.9%	100.0%

1. 表4-1-34，題1選答正確答案D佔11.5%，低於其它選項。
2. 顯示出選項的設計上標準答案D，受試者不能理解的居多。
3. 表4-1-34，題2選答正確答案B佔41.1%，比題1上升，且高於其它選項。
4. 顯示題2中以面提示強調數字與組成成份可提升答對率且上升29.6%。

※【題12】題1→題2：McNemar 檢定

表4-1-35 測1.12 * 測2.12 交叉表

		測2.12		總和
		.00	1.00	
測1.12	.00 個數	130	94	224
	總和的 %	51.4%	37.2%	88.5%
1.00	個數	19	10	29
	總和的 %	7.5%	4.0%	11.5%
總和	個數	149	104	253
	總和的 %	58.9%	41.1%	100.0%

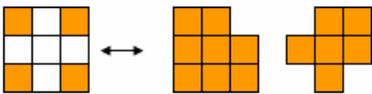
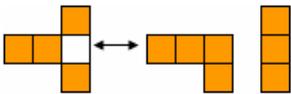
表4-1-36 卡方檢定

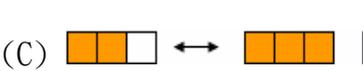
	數值	精確顯著性(雙尾)
McNemar檢定		.000 ^a
有效觀察值的個數	253	

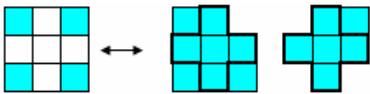
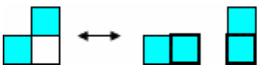
a. 使用二項式分配

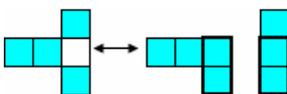
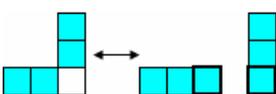
1. 表4-1-36， $p < 0.05$ ，表示題1與題2在統計上有顯著差異。
2. 表示受試者在題1與題2的表現上有顯著的差異。
3. 顯示測驗的自變項「面提示：看出組成成份或數字」使受試者在【題12】題1與題2的表現上有顯著差異且提升答對率29.6%。

【題13】找出最沒有關係的圖形：正確答案 1. (A)、2. (C)

1. ()  (A)  (B) 

(C)  (D) 

2. ()  (A)  (B) 

(C)  (D) 

(一)題目說明

※數學主題：

1. 數學符號表現：面積。
2. 幾何：S-1-05 能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。
S-4-03 能描述複合形體構成要素間的可能關係。

※視覺主題：

看出形狀型式	V	看出大小相等		看出刪除減少	V 提	看出翻轉	
看出組成成份	V 提	看出數字		看出移動形變		看出隱藏	
看出比例		看出組合合併	V	看出延長連接		看出順序連結	

※圖像提示：

1. 面提示：題 2 面提示題，若受試者經由面提示看出刪除減少：即受試者看出組合合併後刪除減少部份時，受試者比較容易看出答案。

(二)統計分析

※選答分析：正確答案 1. (A)、2. (C)

表4-1-37 Q1.13 * Q2.13 交叉表

		Q2.13				總和
		A	B	C	D	
Q1.13	個數			1		1
	總和的 %			.4%		.4%
A	個數	5	10	40	11	66
	總和的 %	2.0%	4.0%	15.8%	4.3%	26.1%
B	個數	6	8	21	11	46
	總和的 %	2.4%	3.2%	8.3%	4.3%	18.2%
C	個數	11	25	40	11	87
	總和的 %	4.3%	9.9%	15.8%	4.3%	34.4%
D	個數	12	12	19	10	53
	總和的 %	4.7%	4.7%	7.5%	4.0%	20.9%
總和	個數	34	55	121	43	253
	總和的 %	13.4%	21.7%	47.8%	17.0%	100.0%

1. 表4-1-37，題1選答正確答案A佔26.1%，低於C選項。
2. 顯示出選項的設計上標準答案A，國一學生不能理解的居多。
3. 表4-1-37，題2選答正確答案C佔47.8%，比題1上升，且高於其它選項。
4. 顯示題2中以面提示強調刪除減少提升答對比例且上升21.7%。

※【題 13】題 1→題 2：McNemar 檢定

表4-1-38 測1.13 * 測2.13 交叉表

		測2.13		總和
		.00	1.00	
測1.13	.00 個數	106	81	187
	總和的 %	41.9%	32.0%	73.9%
	1.00 個數	26	40	66
	總和的 %	10.3%	15.8%	26.1%
總和	個數	132	121	253
	總和的 %	52.2%	47.8%	100.0%

表4-1-39 卡方檢定

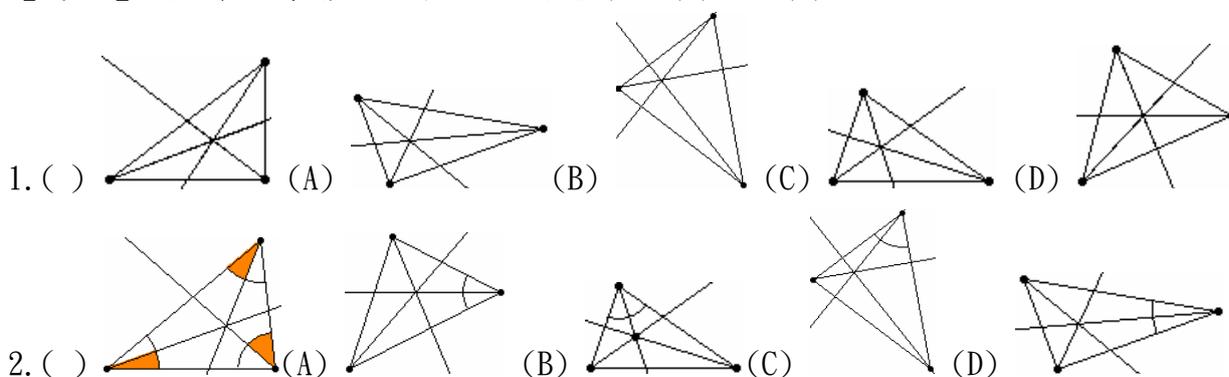
	數值	精確顯著性(雙尾)
McNemar檢定		.000 ^a
有效觀察值的個數	253	

a. 使用二項式分配

1. 表4-1-39， $p < 0.05$ ，表示題1與題2在統計上有顯著差異。

2. 表示受試者在題1與題2的表現上有顯著的差異。
3. 顯示測驗的自變項「面提示：看出刪除減少」使受試者在【題13】題1與題2的表現上有顯著差異且提升答對率21.7%。

【題 14】找出最沒有關係的圖形：正確答案 1. (B)、2. (C)



(一) 題目說明

※數學主題：

1. 數學符號表現：角平分線、內心。
2. 幾何：9-s-09 能理解三角形內心的定義和相關性質。

※視覺主題：

看出形狀型式	V	看出大小相等	V 提	看出刪除減少		看出翻轉	
看出組成成份	V 提	看出數字		看出移動形變		看出隱藏	
看出比例		看出組合合併		看出延長連接		看出順序連結	

※圖像提示：

1. 面提示：題 2 面提示題，若受試者經由面提示(1)看出大小相等：即受試者看出角平分線。(2)看出組成成份：三條線與三角形角度的關係時，受試者比較容易看出答案。

(二) 統計分析

※選答分析：正確答案 1. (B)、2. (C)

表4-1-40 Q1.14 * Q2.14 交叉表

		Q2.14				總和
		A	B	C	D	
Q1.14	個數				1	1
	總和的 %				.4%	.4%
A	個數	6	12	11	10	39
	總和的 %	2.4%	4.7%	4.3%	4.0%	15.4%
B	個數	9	12	72	18	111
	總和的 %	3.6%	4.7%	28.5%	7.1%	43.9%
C	個數	4	10	19	9	42
	總和的 %	1.6%	4.0%	7.5%	3.6%	16.6%
D	個數	15	13	19	13	60
	總和的 %	5.9%	5.1%	7.5%	5.1%	23.7%
總和	個數	34	47	121	51	253
	總和的 %	13.4%	18.6%	47.8%	20.2%	100.0%

1. 表4-1-40，題1選答正確答案B佔43.9%選答比例最高。

- 顯示出選項的設計上選擇標準答案B的受試者居多。
- 表4-1-40，題2選答正確答案C佔47.8%，比題1上升3.9%，且高於其它選項。
- 顯示題2中以面提示強調角度大小相等，可提升答對率。

※【題14】題1→題2：McNemar 檢定

表4-1-41 測1.14 * 測2.14 交叉表

			測2.14		總和
			.00	1.00	
測1.14	.00	個數	93	49	142
		總和的 %	36.8%	19.4%	56.1%
	1.00	個數	39	72	111
		總和的 %	15.4%	28.5%	43.9%
總和		個數	132	121	253
		總和的 %	52.2%	47.8%	100.0%

表4-1-42 卡方檢定

	數值	精確顯著性(雙尾)
McNemar檢定		.337 ^a
有效觀察值的個數	253	

a. 使用二項式分配

- 表4-1-42， $p > 0.05$ ，表示題1與題2在統計上無顯著差異。
- 表示受試者在題1與題2的表現上無顯著的差異。
- 顯示測驗的自變項「面提示：看出大小相等」使受試者在【題13】題1與題2的表現上無顯著差異，但提升答對率3.9%。

【題15】找出最沒有關係的圖形：正確答案1. (B)、2. (D)

	(A)	△
(C)	△○	(B)
○	○○	(D)

	(C)	◇
(A)	◇▲	(D)
△	△▲	(B)

1. () (A) ○ (B) △○ (C) △ (D) ○△

2. () (A) ◇ (B) △◇ (C) ▲ (D) ◇▲

(一)題目說明

※數學主題：

- 數學符號表現：表徵 $(x+y)(z+w)=xz+xw+yz+yw$ 。
- 連結：C-C-01 能了解數學語言（符號、用語、圖表）的內涵。
- 代數：8-a-01 能熟練二次式的乘法公式，如 $(a+b)^2$ 、 $(a+b)(c+d)$ 等。
- 機率與統計：能將原始資料整理成次數分配表。

※視覺主題：

看出形狀型式	V	看出大小相等		看出刪除減少		看出翻轉	
看出組成成份	V 提	看出數字		看出移動形變		看出隱藏	
看出比例		看出組合合併	V	看出延長連接		看出順序連結	V 提

※圖像提示：

- 面提示：題2面提示題，若受試者經由面提示(1)看出組成成份：即受試者看出表格儲存格內組成成份。(2)看出順序連結：即組成的順序關係時，受試者比較容易看出答案。

(二)統計分析

※選答分析：正確答案 1. (B)、2. (D)

表4-1-43 Q1.15 * Q2.15 交叉表

		Q2.15				總和
		A	B	C	D	
Q1.15	個數	1				1
	總和的 %	.4%				.4%
A	個數	10	6	7	4	27
	總和的 %	4.0%	2.4%	2.8%	1.6%	10.7%
B	個數	7	16	13	45	81
	總和的 %	2.8%	6.3%	5.1%	17.8%	32.0%
C	個數	15	18	23	25	81
	總和的 %	5.9%	7.1%	9.1%	9.9%	32.0%
D	個數	9	24	11	19	63
	總和的 %	3.6%	9.5%	4.3%	7.5%	24.9%
總和	個數	42	64	54	93	253
	總和的 %	16.6%	25.3%	21.3%	36.8%	100.0%

1. 表4-1-43，題1選答正確答案B佔32.0%與選答C佔32.0%相當。
2. 顯示出選項的設計上標準答案B，國一學生不能理解的居多。
3. 表4-1-43，題2選答正確答案D佔36.8%，比題1上升4.8%，且高於其它選項。
4. 顯示題2中以面提示強調圖形的組成成份與順序連結，可提升答對率。

※【題15】題1→題2：McNemar 檢定

表4-1-44 測1.15 * 測2.15 交叉表

			測2.15		總和
			.00	1.00	
測1.15	.00	個數	124	48	172
		總和的 %	49.0%	19.0%	68.0%
	1.00	個數	36	45	81
		總和的 %	14.2%	17.8%	32.0%
總和		個數	160	93	253
		總和的 %	63.2%	36.8%	100.0%

表4-1-45 卡方檢定

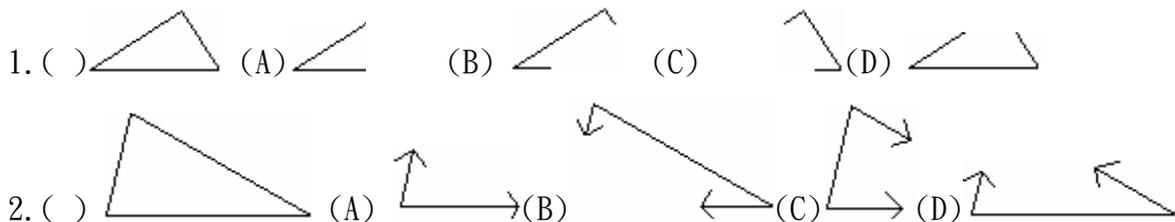
	數值	精確顯著性(雙尾)
McNemar檢定		.230 ^a
有效觀察值的個數	253	

a. 使用二項式分配

1. 表4-1-45， $p > 0.05$ ，表示題1與題2在統計上無顯著差異。
2. 表示受試者在題1與題2的表現上無顯著的差異。
3. 顯示測驗的自變項「面提示：看出組成成份與順序、連結」使受試者在【題15】題1與題2的表現上無顯著差異，但答對率仍提升4.8%。

(四)箭頭提示題

【題16】找出最沒有關係的圖形：正確答案 1 (A)、2. (A)



(一)題目說明

※數學主題：

1. 數學符號表現：三角形全等性質 AAS。
2. 幾何：8-s-15 能理解三角形全等的性質。

※視覺主題：

看出形狀型式	V	看出大小相等		看出刪除減少		看出翻轉	
看出組成成份		看出數字		看出移動形變		看出隱藏	
看出比例		看出組合合併		看出延長連接	V 提	看出順序連結	

※圖像提示：

1. 箭頭提示：提示箭頭讓受試者看出延長連接，形成三角形，比較容易選對答案。

(二)統計分析

※選答分析：正確答案 1. (A)、2. (A)

表4-1-46 Q1.16 * Q2.16 交叉表

		Q2.16				總和
		A	B	C	D	
Q1.16	個數	1	1			2
	總和的 %	.4%	.4%			.8%
A	個數		80	6	13	102
	總和的 %		31.6%	2.4%	5.1%	40.3%
B	個數		14	5	9	31
	總和的 %		5.5%	2.0%	3.6%	12.3%
C	個數		31	11	30	79
	總和的 %		12.3%	4.3%	11.9%	31.2%
D	個數		22	5	8	39
	總和的 %		8.7%	2.0%	3.2%	15.4%
總和	個數	1	148	27	60	253
	總和的 %	.4%	58.5%	10.7%	23.7%	100.0%

1. 表4-1-46，題1選答正確答案A佔40.3%。
2. 顯示出選項的設計上選擇標準答案A的受試者居多。
3. 表4-1-46，題2選答正確答案D佔58.5%，比題1上升8.5%，且高於其它選項。
4. 顯示題2中以箭頭提示讓受試者看出延長連線，有助提升答對率。

※【題16】題1→題2：McNemar 檢定

表4-1-47 測1.16 * 測2.16 交叉表

		測2.16		總和
		.00	1.00	
測1.16	.00 個數	83	68	151
	總和的 %	32.8%	26.9%	59.7%
	1.00 個數	22	80	102
	總和的 %	8.7%	31.6%	40.3%
總和	個數	105	148	253
	總和的 %	41.5%	58.5%	100.0%

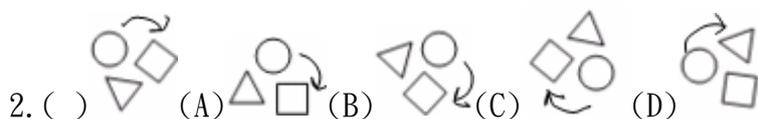
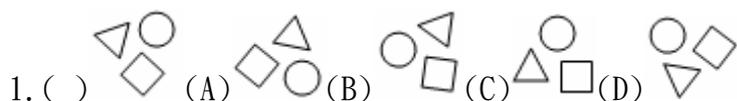
表4-1-48 卡方檢定

	數值	精確顯著性(雙尾)
McNemar檢定		.000 ^a
有效觀察值的個數	253	

a. 使用二項式分配

1. 表4-1-48， $p < 0.05$ ，表示題1與題2在統計上有顯著差異。
2. 表示受試者在題1與題2的表現有顯著的差異。
3. 顯示測驗的自變項「箭頭提示：看出延長連線」使受試者在【題16】題1與題2的表現上有顯著差異，且答對率提升8.5%。

【題 17】找出最沒有關係的圖形：正確答案 1. (B)、2. (D)



(一)題目說明

※數學主題：

1. 數學符號表現：組合、看出圖形的順序或旋轉。
2. 連結：C-S-03 能熟悉解題的各種歷程：觀察、推演等。

※視覺主題：

看出形狀型式	V	看出大小相等		看出刪除減少		看出翻轉	
看出組成成份		看出數字		看出移動形變		看出隱藏	
看出比例		看出組合合併		看出延長連接		看出順序連結	V 提

※圖像提示：

1. 箭頭提示：箭頭提示讓受試者看出順序、連結比較容易選對答案。

(二)統計分析

※選答分析：正確答案 1. (B)、2. (D)

表4-1-49 Q1.17 * Q2.17 交叉表

		Q2.17				總和
		A	B	C	D	
Q1.17	個數				1	1
	總和的 %				.4%	.4%
A	個數	2	2	5	11	20
	總和的 %	.8%	.8%	2.0%	4.3%	7.9%
B	個數	5	9	11	66	91
	總和的 %	2.0%	3.6%	4.3%	26.1%	36.0%
C	個數	21	9	10	70	110
	總和的 %	8.3%	3.6%	4.0%	27.7%	43.5%
D	個數	6	4	3	18	31
	總和的 %	2.4%	1.6%	1.2%	7.1%	12.3%
總和	個數	34	24	29	166	253
	總和的 %	13.4%	9.5%	11.5%	65.6%	100.0%

1. 表4-1-49，題1選答正確答案B佔36.0%低於選項C佔43.5%。
2. 顯示出選項的設計上標準答案B，受試者不能理解的居多。
3. 表4-1-49，題2選答正確答案D佔65.6%，比題1上升29.6%，且高於其它選項。
4. 顯示題2中以箭頭提示讓受試者看出順序連結，可提升答對率。

※【題 17】題 1→題 2：McNemar 檢定

表4-1-50 測1.17 * 測2.17 交叉表

			測2.17		總和
			.00	1.00	
測 1.17	.00	個數	62	100	162
		總和的 %	24.5%	39.5%	64.0%
	1.00	個數	25	66	91
		總和的 %	9.9%	26.1%	36.0%
總和		個數	87	166	253
		總和的 %	34.4%	65.6%	100.0%

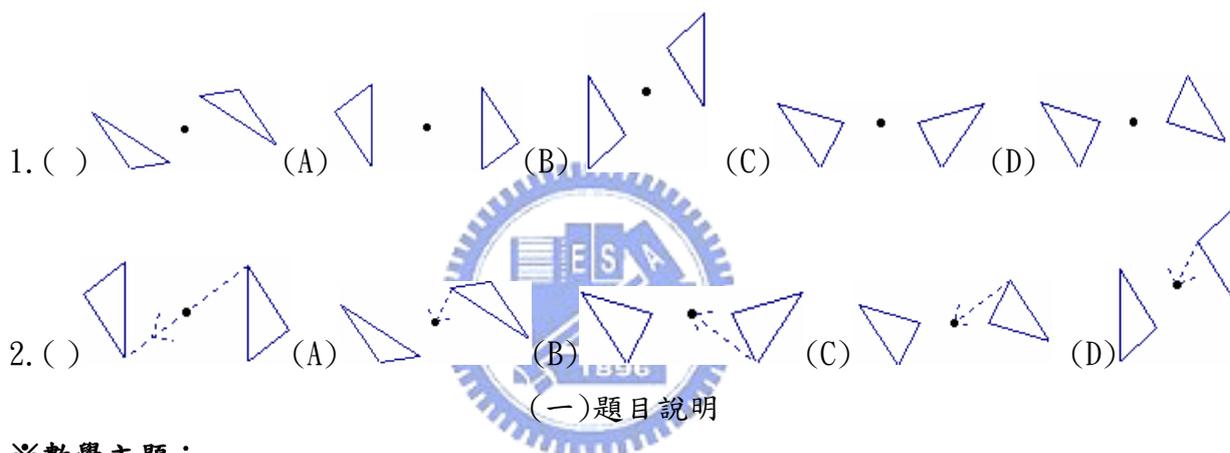
表4-1-51 卡方檢定

	數值	精確顯著性(雙尾)
McNemar檢定		.000 ^a
有效觀察值的個數	253	

a. 使用二項式分配

1. 表4-1-51, $p < 0.05$, 表示題1與題2在統計上有顯著差異。
2. 表示受試者在題1與題2的表現有顯著的差異。
3. 顯示測驗的自變項「箭頭提示：看出順序、連結」使受試者在【題17】題1與題2的表現上有顯著差異，且答對率提升29.6%。

【題18】找出最沒有關係的圖形：正確答案 1. (C)、2. (B)



※數學主題：

1. 數學符號表現：線對稱圖形與點對稱圖形。
2. 幾何：8-s-10 能理解平面圖形的線對稱關係。

※視覺主題：

看出形狀型式	V 提	看出大小相等		看出刪除減少		看出翻轉	
看出組成成份		看出數字		看出移動形變		看出隱藏	
看出比例		看出組合合併		看出延長連接	提	看出順序連結	

※圖像提示：

1. 箭頭提示：提示箭頭讓受試者看出延長連接：即經由連線看出圖形的形狀型式特點，比較容易選對答案。

(二) 統計分析

※選答分析：正確答案 1. (C)、2. (B)

表4-1-52 Q1.18 * Q2.18 交叉表

		Q2.18				總和
		A	B	C	D	
Q1.18	個數		1			1
	總和的 %		.4%			.4%
A	個數	5	25	7	9	46
	總和的 %	2.0%	9.9%	2.8%	3.6%	18.2%
B	個數	10	32	6	5	53
	總和的 %	4.0%	12.6%	2.4%	2.0%	20.9%
C	個數	17	78	9	8	112
	總和的 %	6.7%	30.8%	3.6%	3.2%	44.3%
D	個數	4	21	10	6	41
	總和的 %	1.6%	8.3%	4.0%	2.4%	16.2%
總和	個數	36	157	32	28	253
	總和的 %	14.2%	62.1%	12.6%	11.1%	100.0%

1. 表4-1-52，題1選答正確答案C佔44.3%。
2. 顯示出選項的設計上選擇標準答案C的受試者居多。
3. 表4-1-52，題2選答正確答案B佔62.1%，比題1上升17.8%，且高於其它選項。
4. 顯示題2中以箭頭提示讓受試者看出延長連線，可提升答對率。

※【題18】題1→題2：McNemar 檢定

表4-1-53 測1.18 * 測2.18 交叉表

			測2.18		總和
			.00	1.00	
測1.18	.00	個數	62	79	141
		總和的 %	24.5%	31.2%	55.7%
	1.00	個數	34	78	112
		總和的 %	13.4%	30.8%	44.3%
總和		個數	96	157	253
		總和的 %	37.9%	62.1%	100.0%

表4-1-54 卡方檢定

	數值	精確顯著性(雙尾)
McNemar檢定		.000 ^a
有效觀察值的個數	253	

a. 使用二項式分配

1. 表4-1-54， $p < 0.05$ ，表示題1與題2在統計上有顯著差異。
2. 表示受試者在題1與題2的表現有顯著的差異。
3. 顯示測驗的自變項「箭頭提示：看出形狀型式與延長連線」使受試者在【題16】題1與題2的表現上有顯著差異，且答對率提升17.8%。

【題19】找出最沒有關係的圖形：正確答案 1. (D)、2. (D)

1. ()

(A)	○	(D)
(B)	△□	△◇

 (A) □ (B) △(C) △○ (D) ○

2. ()

(A)	↓(B)	↓○	↓(D)
	△□	(C)	△◇

 (A) △ (B) □ (C) △○ (D) ○

(一)題目說明

※數學主題：

1. 數學符號表現：表徵 $x(y+z+w)=xy+xz+xw$ 。
2. 連結：C-C-01 能了解數學語言（符號、用語、圖表）的內涵。
3. 代數：A-2-01 能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律。

4. 機率與統計：能將原始資料整理成次數分配表。

※**視覺主題**：

看出形狀型式	V	看出大小相等		看出刪除減少		看出翻轉	
看出組成成份	V 提	看出數字		看出移動形變		看出隱藏	
看出比例		看出組合合併	V	看出延長連接		看出順序連結	V 提

※**圖像提示**：

1. 箭頭提示：提示箭頭讓受試者看出順序連結及組成成份：即經由箭頭看出表格的組成比較容易選對答案。

(二)統計分析

※**選答分析**：正確答案 1. (D)、2. (D)

表4-1-55 Q1.19 * Q2.19 交叉表

		Q2.19				總和
		A	B	C	D	
Q1.19	個數			1	1	2
	總和的 %			.4%	.4%	.8%
A	個數	9	15	20	17	61
	總和的 %	3.6%	5.9%	7.9%	6.7%	24.1%
B	個數	7	4	9	6	26
	總和的 %	2.8%	1.6%	3.6%	2.4%	10.3%
C	個數	8	5	41	13	67
	總和的 %	3.2%	2.0%	16.2%	5.1%	26.5%
D	個數	11	9	12	65	97
	總和的 %	4.3%	3.6%	4.7%	25.7%	38.3%
總和	個數	35	33	83	102	253
	總和的 %	13.8%	13.0%	32.8%	40.3%	100.0%

1. 表4-1-55，題1選答正確答案D佔38.3%大於其它選項。
2. 顯示出選項的設計上選擇標準答案D的受試者居多。
3. 表4-1-55，題2選答正確答案D佔40.3%，比題1上升2%，且高於其它選項。
4. 顯示題2中以箭頭提示讓受試者看出表格組成，可提升答對率。

※【**題 19**】題 1→題 2：McNemar 檢定

表4-1-56 測1.19 * 測2.19 交叉表

		測2.19		總和
		.00	1.00	
測 1.19	.00 個數	119	37	156
	總和的 %	47.0%	14.6%	61.7%
1.00	個數	32	65	97
	總和的 %	12.6%	25.7%	38.3%
總和	個數	151	102	253
	總和的 %	59.7%	40.3%	100.0%

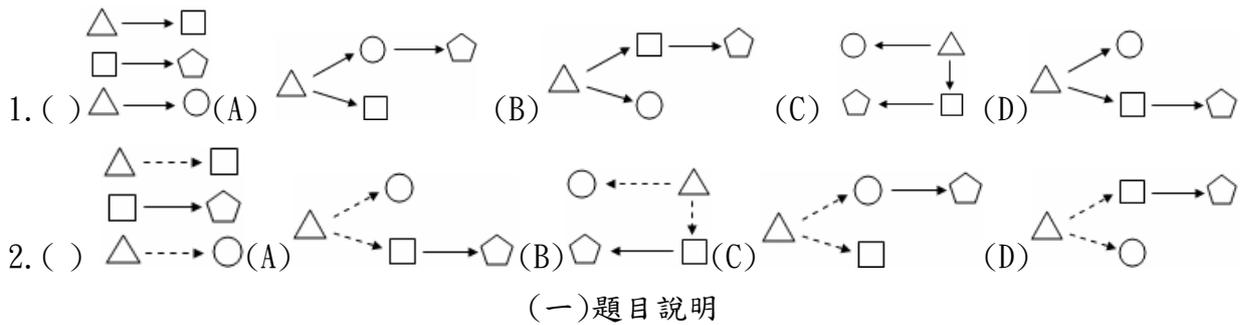
表4-1-57 卡方檢定

	數值	精確顯著性(雙尾)
McNemar檢定		.630 ^a
有效觀察值的個數	253	

a. 使用二項式分配

1. 表4-1-57， $p > 0.05$ ，表示題1與題2在統計上無顯著差異。
2. 表示受試者在題1與題2的表現無顯著的差異。
3. 顯示測驗的自變項「箭頭提示：看出形狀型式與延長連線」使受試者在【**題19**】題1與題2的表現上無顯著差異，但答對率有提升2%。

【**題 20**】找出最沒有關係的圖形：正確答案 1. (A)、2. (C)



※數學主題：

1. 數學符號表現：樹形圖。
2. 連結：C-C-01 能了解數學語言（符號、用語、圖表）的內涵。

※視覺主題：

看出形狀型式	V	看出大小相等		看出刪除減少		看出翻轉	
看出組成成份	V 提	看出數字		看出移動形變		看出隱藏	
看出比例		看出組合合併	V 提	看出延長連接		看出順序連結	V 提

※圖像提示：

1. 箭頭提示：不同型式的箭頭提示讓受試者看出組成成份、組合合併及順序連結，比較容易選對答案。

(二) 統計分析

※選答分析：正確答案 1. (A)、2. (C)

表4-1-58 Q1.20 * Q2.20 交叉表

		Q2.20				總和
		A	B	C	D	
Q1.20	個數			1		1
	總和的 %			.4%		.4%
A	個數	8	8	105	7	128
	總和的 %	3.2%	3.2%	41.5%	2.8%	50.6%
B	個數	5	7	10	4	26
	總和的 %	2.0%	2.8%	4.0%	1.6%	10.3%
C	個數	6	32	22	5	65
	總和的 %	2.4%	12.6%	8.7%	2.0%	25.7%
D	個數	5	10	9	9	33
	總和的 %	2.0%	4.0%	3.6%	3.6%	13.0%
總和	個數	24	57	147	25	253
	總和的 %	9.5%	22.5%	58.1%	9.9%	100.0%

1. 表4-1-58，題1選答正確答案A佔50.6%大於其它選項。
2. 顯示出選項的設計上選擇標準答案A的受試者居多。
3. 表4-1-58，題2選答正確答案C佔58.1%，比題1上升7.5%，且高於其它選項。
4. 顯示題2中以箭頭提示提升答對比例。

※【題 20】題 1→題 2：McNemar 檢定

表4-1-59 測1.20 * 測2.20 交叉表

			測2.20		總和
			.00	1.00	
測 1.20	.00	個數	83	42	125
		總和的 %	32.8%	16.6%	49.4%
	1.00	個數	23	105	128
		總和的 %	9.1%	41.5%	50.6%
總和		個數	106	147	253
		總和的 %	41.9%	58.1%	100.0%

表4-1-60 卡方檢定

	數值	精確顯著性(雙尾)
McNemar檢定		.025 ^a
有效觀察值的個數	253	

a. 使用二項式分配

1. 表4-1-60, $p < 0.05$, 表示題1與題2在統計上有顯著差異。
2. 表示受試者在題1與題2的表現有顯著的差異。
3. 顯示測驗的自變項「箭頭提示：看出組成成份、組合合併與順序、連結」使受試者在【題20】題1與題2的表現上有顯著差異，且答對率提升7.5%。

以下將上述分析的相關資料依各題答對率提升及McNemar檢定進行排序，請參考：

表4-1-61 測驗2 各題答對率提升排序

測驗別	題號 測驗2/測驗1	答對率	McNemar檢 定 P值	統計分析	答對率提升
2	12/17	0.657	0	顯著	0.295
2	17/12	0.410	0	顯著	0.295
2	18/13	0.482	0	顯著	0.219
2	11/16	0.590	0	顯著	0.183
2	7/2	0.697	0	顯著	0.179
2	13/18	0.625	0	顯著	0.179
2	6/1	0.474	0.003	顯著	0.108
2	3/8	0.574	0.011	顯著	0.096
2	16/11	0.355	0.028	顯著	0.088
2	15/20	0.586	0.025	顯著	0.076
2	10/5	0.359	0.237	不顯著	0.052
2	20/15	0.371	0.23	不顯著	0.048
2	1/6	0.414	0.266	不顯著	0.044
2	19/14	0.478	0.337	不顯著	0.040
2	4/9	0.466	0.326	不顯著	0.040
2	8/3	0.649	0.362	不顯著	0.036
2	2/7	0.235	0.489	不顯著	0.028
2	14/19	0.406	0.63	不顯著	0.020
2	9/4	0.797	0.504	不顯著	-0.028
2	5/10	0.677	0.01	顯著	-0.092

第二節 各題視知覺分析與討論

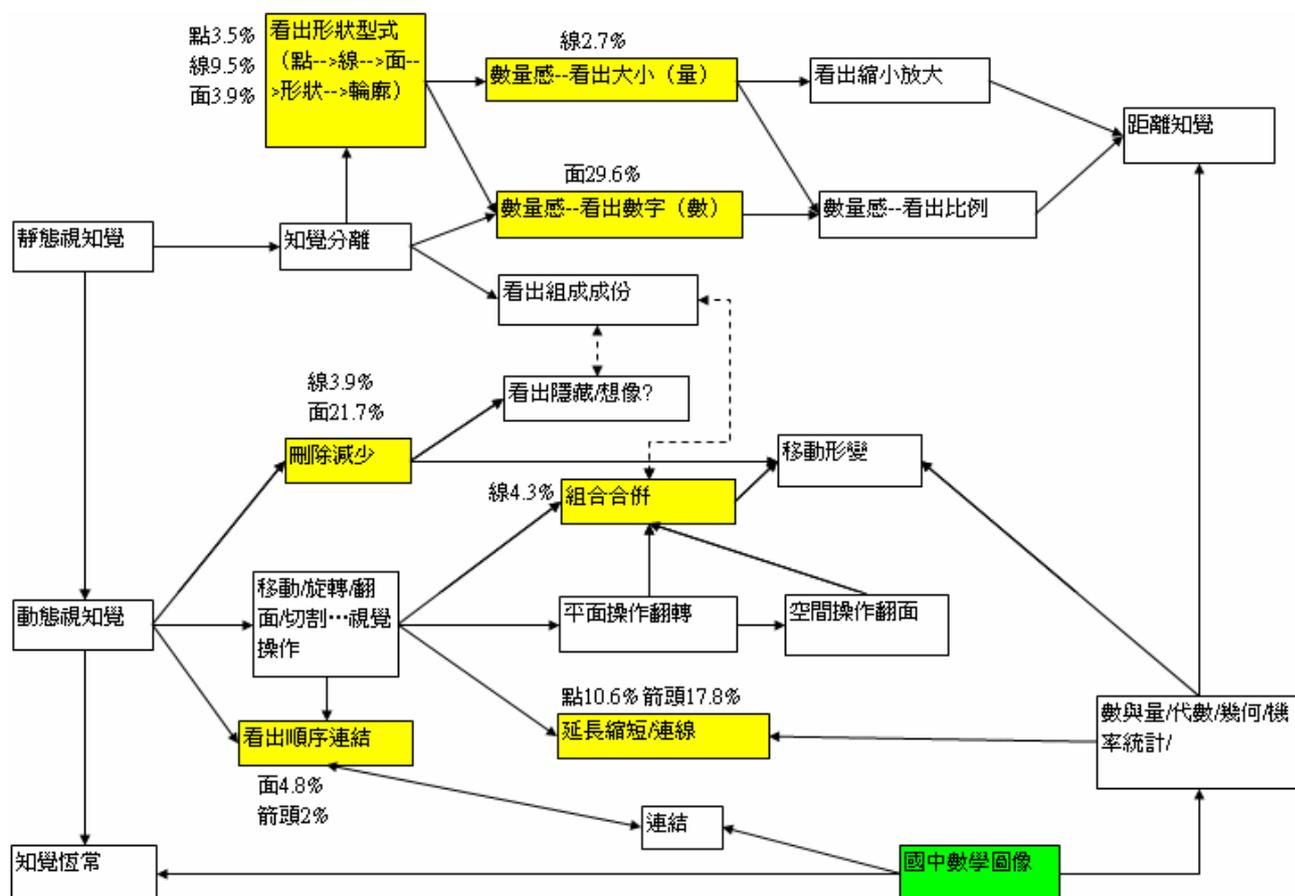


圖2-1-4 視知覺架構圖

圖2-1-4為我們在文獻探討中所架構出的視知覺架構圖，為了進一步的證明經由圖像提示後相關的視知覺能有所反應，因此，我們將上述各視知覺反應定義為在前後測設計中，若測驗2（後測）的答對率減測驗1（前測）答對率大於0，就表示因提示而產生相關視知覺反應。以下特別針對前述各題提示所引起的視知覺作進一步的說明。

一、點提示

1. 點提示：呈現相同直線方向的數個點

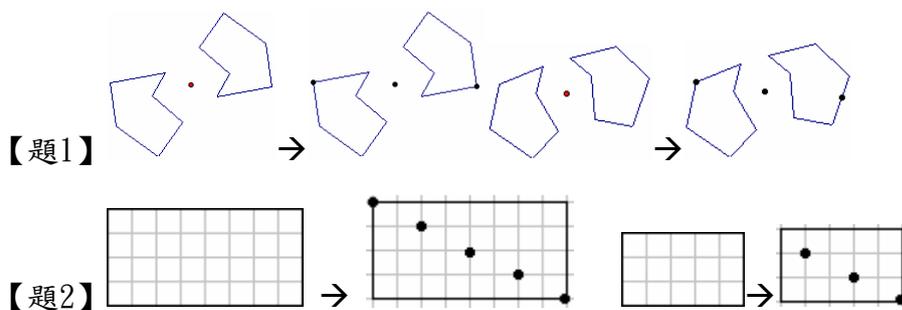


表4-1-2 測1.1 * 測2.1 交叉表

			測2.1		總和
			.00	1.00	
測1.1	.00	個數	108	53	161
		總和的%	42.7%	20.9%	63.6%
	1.00	個數	26	66	92
		總和的%	10.3%	26.1%	36.4%
總和		個數	134	119	253
		總和的%	53.0%	47.0%	100.0%

表4-1-5 測1.2 * 測2.2 交叉表

			測2.2		總和
			.00	1.00	
測1.2	.00	個數	53	69	122
		總和的%	20.9%	27.3%	48.2%
	1.00	個數	24	107	131
		總和的%	9.5%	42.3%	51.8%
總和		個數	77	176	253
		總和的%	30.4%	69.6%	100.0%

表 4-1-2 中【題 1】答對率 36.4%→47.0%上升 10.6%，表 4-1-5 中【題 2】答對率 51.8%→69.6%上升 17.8%。表示受試者看見呈現相同直線方向的數個點時，至少有 10.6% 的受試者看出延長連線。

2. 點提示：標示形狀型式中重要位置的數個點

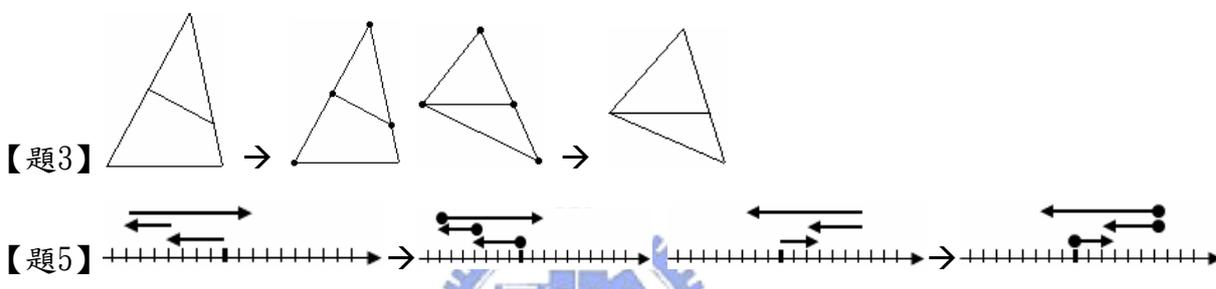


表4-1-8 測1.3 * 測2.3 交叉表

			測2.3		總和
			.00	1.00	
測1.3	.00	個數	56	43	99
		總和的%	22.1%	17.0%	39.1%
	1.00	個數	34	120	154
		總和的%	13.4%	47.4%	60.9%
總和		個數	90	163	253
		總和的%	35.6%	64.4%	100.0%

表4-1-14 測1.5 * 測2.5 交叉表

			測2.5		總和
			.00	1.00	
測1.5	.00	個數	118	58	176
		總和的%	46.6%	22.9%	69.6%
	1.00	個數	45	32	77
		總和的%	17.8%	12.6%	30.4%
總和		個數	163	90	253
		總和的%	64.4%	35.6%	100.0%

表4-1-8中【題3】答對率60.9%→64.4%上升3.5%，表4-1-14中【題5】答對率30.4%→35.6%上升5.2%。表示受試者看見呈現重要位置的數個點時，至少有3.5%的受試者經由這些點的呈現看出形狀型式的差異。而從【題5】看出箭頭的頭尾相接的順序、連結的關係。

3. 點提示：標示組合合併的连接位置

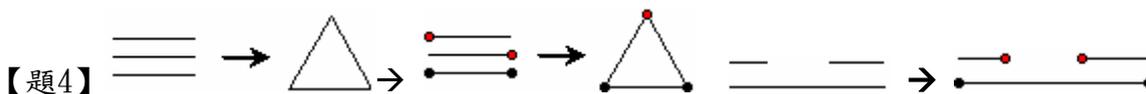


表4-1-11 測1.4 * 測2.4 交叉表

			測2.4		總和
			.00	1.00	
測1.4	.00	個數	21	25	46
		總和的 %	8.3%	9.9%	18.2%
	1.00	個數	31	176	207
		總和的 %	12.3%	69.6%	81.8%
總和		個數	52	201	253
		總和的 %	20.6%	79.4%	100.0%

表4-1-11中【題4】答對率81.8%→79.4%，答對率下降1.4%。表示受試者看見呈現重要連接位置的數個點時，至少有1.4%的受試者視知覺上受到干擾。所以【題4】利用點來標示組合合併的順序、連結關係時，並不能從答對率變化上看出受試者因點提示而看出組合合併。

二、線提示

1. 線提示：標示組合合併的範圍區域

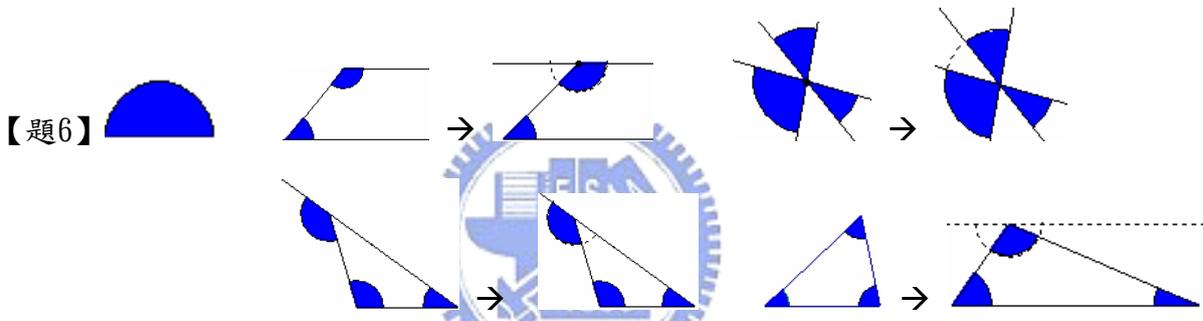


表4-1-17 測1.6 * 測2.6 交叉表

			測2.6		總和
			.00	1.00	
測1.6	.00	個數	114	46	160
		總和的 %	45.1%	18.2%	63.2%
	1.00	個數	35	58	93
		總和的 %	13.8%	22.9%	36.8%
總和		個數	149	104	253
		總和的 %	58.9%	41.1%	100.0%

表4-1-17中【題6】答對率36.8%→41.1%上升4.3%。表示受試者看見線提示時，至少有4.3%的受試者經線的呈現，在視知覺上看出組合合併。

2. 線提示：以連線提示點與點的距離大小關係

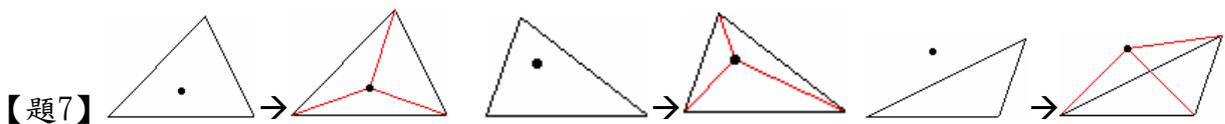


表4-1-20 測1.7 * 測2.7 交叉表

			測2.7		總和
			.00	1.00	
測1.7	.00	個數	160	41	201
		總和的 %	63.2%	16.2%	79.4%
	1.00	個數	34	18	52
		總和的 %	13.4%	7.1%	20.6%
總和		個數	194	59	253
		總和的 %	76.7%	23.3%	100.0%

表4-1-20中【題7】答對率20.6%→23.3%上升2.7%。表示受試者看見線提示時，至少有2.7%的受試者經由線的呈現，在視知覺上看出大小相等關係。

3. 線提示：標示形狀型式中重要位置的線



表4-1-23 測1.8 * 測2.8 交叉表

			測2.8		總和
			.00	1.00	
測1.8	.00	個數	79	53	132
		總和的 %	31.2%	20.9%	52.2%
	1.00	個數	29	92	121
		總和的 %	11.5%	36.4%	47.8%
總和		個數	108	145	253
		總和的 %	42.7%	57.3%	100.0%

表4-1-23中【題8】答對率47.8%→57.3%上升9.5%。表示受試者看見線提示時，至少有9.5%的受試者經由線的呈現，在視知覺上看出箭頭組成的形狀型式。

4. 線提示：表示刪除

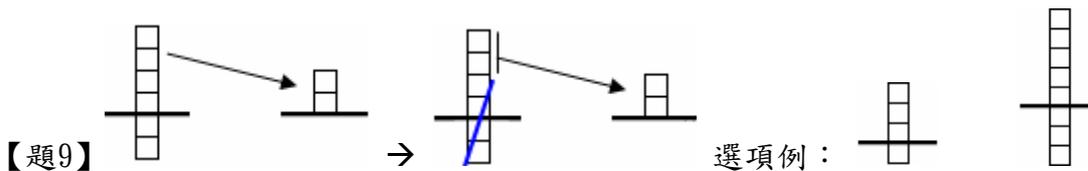


表4-1-26 測1.9 * 測2.9 交叉表

			測2.9		總和
			.00	1.00	
測1.9	.00	個數	99	47	146
		總和的 %	39.1%	18.6%	57.7%
	1.00	個數	37	70	107
		總和的 %	14.6%	27.7%	42.3%
總和		個數	136	117	253
		總和的 %	53.8%	46.2%	100.0%

表4-1-26中【題9】答對率42.3%→46.2%上升3.9%。表示受試者看見線提示時，至少有3.9%的受試者經由線的呈現，在視知覺上看出刪除減少。

5. 線提示：提示進行連線延長

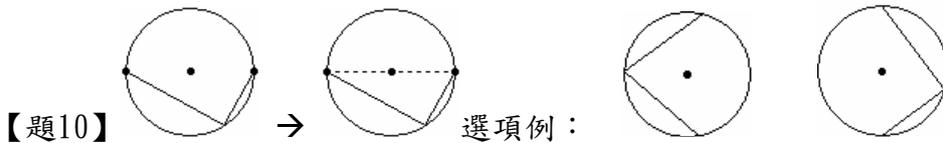


表4-1-29 測1.10 * 測2.10 交叉表

		測2.10		總和
		.00	1.00	
測 1.10	.00	個數 34	25	59
		總和的 % 13.4%	9.9%	23.3%
	1.00	個數 48	146	194
		總和的 % 19.0%	57.7%	76.7%
總和		個數 82	171	253
		總和的 % 32.4%	67.6%	100.0%

表4-1-29中【題10】答對率76.7%→67.6%，答對率下降。表示受試者看見線提示時，導致受試者視知覺上受到干擾。所以【題10】利用線來表示連線，並不能從答對率變化上看出受試者因此看出連線延長。

三、面提示

1. 面提示：標示形狀型式的重要特徵

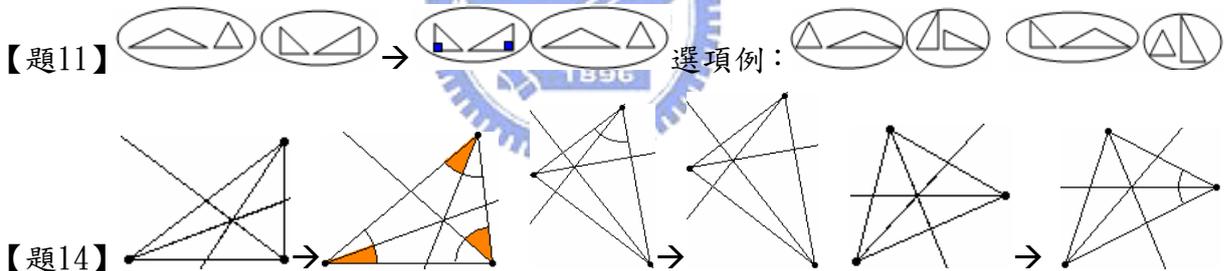


表4-1-32 測1.11 * 測2.11 交叉表

		測2.11		總和
		.00	1.00	
測 1.11	.00	個數 128	58	186
		總和的 % 50.6%	22.9%	73.5%
	1.00	個數 35	32	67
		總和的 % 13.8%	12.6%	26.5%
總和		個數 163	90	253
		總和的 % 64.4%	35.6%	100.0%

表4-1-41 測1.14 * 測2.14 交叉表

		測2.14		總和
		.00	1.00	
測 1.14	.00	個數 93	49	142
		總和的 % 36.8%	19.4%	56.1%
	1.00	個數 39	72	111
		總和的 % 15.4%	28.5%	43.9%
總和		個數 132	121	253
		總和的 % 52.2%	47.8%	100.0%

表4-1-32中【題11】答對率26.5%→35.6%上升9.1%、表4-1-41中【題14】答對率43.9%→47.8%上升3.9%。表示受試者看見面提示時，至少有3.9%的受試者經由這些面的呈現，看出形狀型式的差異。

2. 面提示：標示出數字

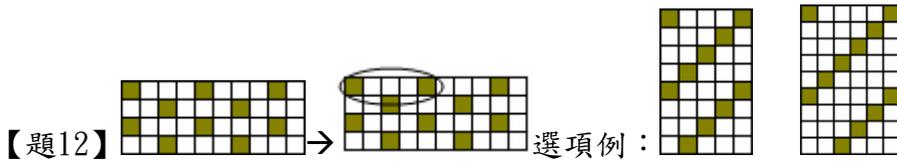


表4-1-35 測1.12 * 測2.12 交叉表

			測2.12		總和
			.00	1.00	
測 1.12	.00	個數	130	94	224
		總和的 %	51.4%	37.2%	88.5%
	1.00	個數	19	10	29
		總和的 %	7.5%	4.0%	11.5%
總和		個數	149	104	253
		總和的 %	58.9%	41.1%	100.0%

表4-1-35中【題12】答對率11.5%→41.1%上升29.6%。表示受試者看見面提示時，至少有29.6%的受試者經由這些面的呈現，看出數字數量的差異。

3. 面提示：標示出刪除減少的區域

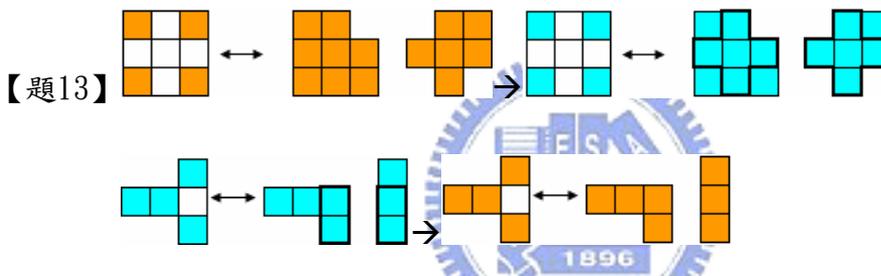


表4-1-38 測1.13 * 測2.13 交叉表

			測2.13		總和
			.00	1.00	
測 1.13	.00	個數	106	81	187
		總和的 %	41.9%	32.0%	73.9%
	1.00	個數	26	40	66
		總和的 %	10.3%	15.8%	26.1%
總和		個數	132	121	253
		總和的 %	52.2%	47.8%	100.0%

表4-1-38中【題13】答對率26.1%→47.8%上升21.7%。表示受試者看見面提示時，至少有21.7%的受試者經由這些面的呈現，看出刪除減少與組合合併的區域。

4. 面提示：標示出連結、順序

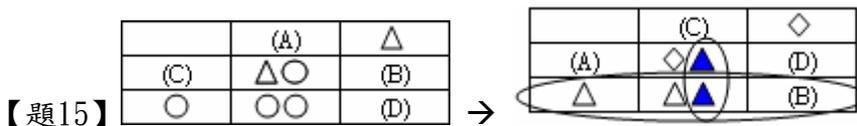


表4-1-44 測1.15 * 測2.15 交叉表

			測2.15		總和
			.00	1.00	
測 1.15	.00	個數	124	48	172
		總和的 %	49.0%	19.0%	68.0%
	1.00	個數	36	45	81
		總和的 %	14.2%	17.8%	32.0%
總和		個數	160	93	253
		總和的 %	63.2%	36.8%	100.0%

表4-1-44中【題12】答對率32%→36.8%上升4.8%。表示受試者看見面提示時，至少有4.8%的受試者經由這些面的呈現，看出表格的連結順序方式。

四、箭頭提示

1. 箭頭提示：引導觀察者連線

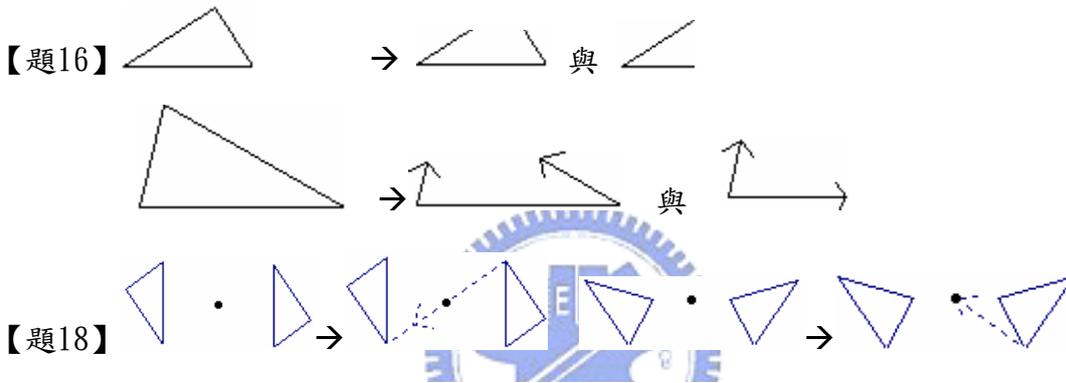


表4-1-47 測1.16 * 測2.16 交叉表

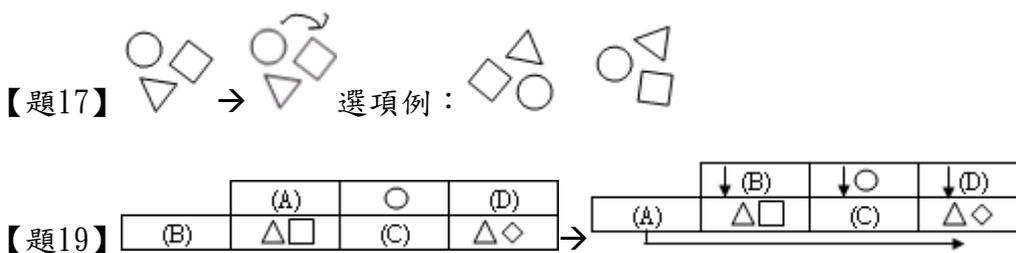
			測2.16		總和
			.00	1.00	
測 1.16	.00	個數	83	68	151
		總和的 %	32.8%	26.9%	59.7%
	1.00	個數	22	80	102
		總和的 %	8.7%	31.6%	40.3%
總和		個數	105	148	253
		總和的 %	41.5%	58.5%	100.0%

表4-1-53 測1.18 * 測2.18 交叉表

			測2.18		總和
			.00	1.00	
測 1.18	.00	個數	62	79	141
		總和的 %	24.5%	31.2%	55.7%
	1.00	個數	34	78	112
		總和的 %	13.4%	30.8%	44.3%
總和		個數	96	157	253
		總和的 %	37.9%	62.1%	100.0%

表4-1-47中【題16】答對率40.3%→58.5%上升18.2%、表4-1-53中【題18】答對率44.3%→62.1%上升17.8%。表示受試者看見箭頭提示時，至少有17.8%的受試者經由這些箭頭的呈現，看出延長連線。

2. 箭頭提示：標示出連結、順序



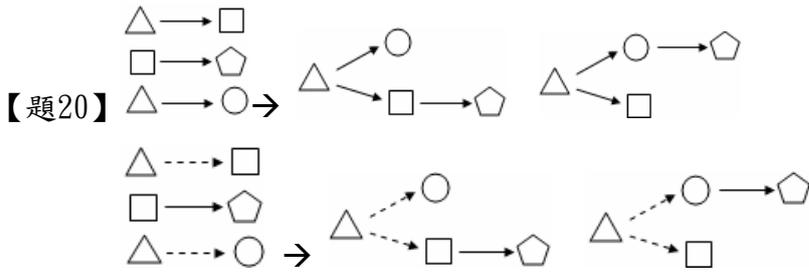


表4-1-50 測1.17 * 測2.17 交叉表

		測2.17		總和
		.00	1.00	
測 1.17	.00 個數	62	100	162
	總和的 %	24.5%	39.5%	64.0%
	1.00 個數	25	66	91
	總和的 %	9.9%	26.1%	36.0%
總和	個數	87	166	253
	總和的 %	34.4%	65.6%	100.0%

表4-1-56 測1.19 * 測2.19 交叉表

		測2.19		總和
		.00	1.00	
測 1.19	.00 個數	119	37	156
	總和的 %	47.0%	14.6%	61.7%
	1.00 個數	32	65	97
	總和的 %	12.6%	25.7%	38.3%
總和	個數	151	102	253
	總和的 %	59.7%	40.3%	100.0%

表4-1-59 測1.20 * 測2.20 交叉表

		測2.20		總和
		.00	1.00	
測 1.20	.00 個數	83	42	125
	總和的 %	32.8%	16.6%	49.4%
	1.00 個數	23	105	128
	總和的 %	9.1%	41.5%	50.6%
總和	個數	106	147	253
	總和的 %	41.9%	58.1%	100.0%

表4-1-50中【題17】答對率36.6%→65.6%上升29%、表4-1-56中【題19】答對率38.3%→40.3%上升2%、表4-1-59中【題20】答對率50.6%→58.1%上升7.5%。表示受試者看見箭頭提示時，至少有2%的受試者經由這些箭頭的呈現，看出順序、連結。

將上述說明整理如下：

表4-2-1 圖像提示與相關視知覺反應

項次	內容	產生視知覺	答對率提升>0
1. 點提示	呈現相同直線方向的數個點	看出延長連線	10.6%
2. 點提示	標示形狀型式中重要位置的數個點	看出形狀型式	3.5%
3. 點提示	標示組合合併的連接位置	無	
1. 線提示	標示組合合併的範圍區域	看出組合合併	4.3%
2. 線提示	以連線提示點與點的距離大小關係	看出大小相等	2.7%
3. 線提示	標示形狀型式中重要位置的線	看出形狀型式	9.5%
4. 線提示	表示刪除	看出刪除減少	3.9%
5. 線提示	提示進行連線延長	無	
1. 面提示	標示形狀型式的重要特徵	看出形狀型式	3.9%
2. 面提示	標示出數字	看出數字	29.6%
3. 面提示	標示出刪除減少的區域	看出刪除減少	21.7%
4. 面提示	標示出順序、連結	看出順序、連結	4.8%
1. 箭頭提示	引導觀察者連線	看出延長連線	17.8%
2. 箭頭提示	標示出順序、連結	看出順序、連結	2%

綜合以上說明，若圖像提示對相關視知覺產生了影響，並且讓受試者視覺注意到數學圖像測驗題的重要理解特徵時，便能進一步的促進受試者對數學圖像的理解。

第三節 國中一年級學生理解數學圖像測驗狀況分析

九年一貫數學領域五大主題有數與量、代數、幾何、機率與統計、連結。但由於本研究測驗主要是針對圖像提示進行編製，因此，相關數學主題的試題題數並不相同，但由於代數、數與量、機率與統計的數學圖像性質相近，因此本研究測驗將圖像分為三大類(一)數：代數/數與量/機率與統計(二)幾何(三)連結。以下依各題答對率大小進行排序：

表4-3-1 各題答對率排序

測驗別	題號 測驗2或測驗1	答對人數	答對率	數學主題	數學圖像內容
1	9/4	207	0.825	幾何	三角形三邊關係
2	9/4	200	0.797	幾何	三角形三邊關係
1	5/10	193	0.769	幾何	圓周角
2	7/2	175	0.697	幾何	相似形—長方形
2	5/10	170	0.677	幾何	圓周角
2	12/17	165	0.657	連結	平面組合/平面旋轉
2	8/3	163	0.649	幾何	三角形中垂線
2	13/18	157	0.625	幾何	對稱圖形
1	8/3	154	0.614	幾何	三角形中垂線
2	11/16	148	0.590	幾何	全等三角形
2	15/20	147	0.586	連結	推理證明
2	3/8	144	0.574	數	數線
1	7/2	130	0.518	幾何	相似形—長方形
1	15/20	128	0.510	連結	推理證明
2	18/13	121	0.482	數	乘法公式
2	19/14	120	0.478	幾何	角平分線/內心
1	3/8	120	0.478	數	數線
2	6/1	119	0.474	幾何	對稱圖形
2	4/9	117	0.466	數	正負數
1	13/18	112	0.446	幾何	對稱圖形
1	19/14	110	0.438	幾何	角平分線/內心
1	4/9	107	0.426	數	正負數
2	1/6	104	0.414	幾何	角度相關
2	17/12	103	0.410	數	因數/倍數/數列
2	14/19	102	0.406	數/連結	乘法公式/表格
1	11/16	102	0.406	幾何	全等三角形
1	14/19	97	0.386	數/連結	乘法公式/表格
2	20/15	93	0.371	數	機統/表格/乘法公式
1	1/6	93	0.371	幾何	角度相關
1	6/1	92	0.367	幾何	對稱圖形
1	12/17	91	0.363	連結	平面組合/平面旋轉
2	10/5	90	0.359	數	數線
2	16/11	89	0.355	連結	連結—集合關係
1	20/15	81	0.323	數	機統/表格/乘法公式
1	10/5	77	0.307	數	數線
1	16/11	67	0.267	連結	連結—集合關係
1	18/13	66	0.263	數	乘法公式
2	2/7	59	0.235	幾何	三角形外心
1	2/7	52	0.207	幾何	三角形外心
1	17/12	29	0.116	數	因數/倍數/數列

從表4-3-1看出「幾何」圖形較「數」的圖形及「連結」的圖形答對率高。以下針對受試者在各題的數學主題表現作說明。

(一) 數：

1. 以數線呈現加減運算：測驗 1 題 8 未提示前有 47.8%、測驗 2 題 3 提示後有 57.4% 看出箭頭的連結規律，剩餘 42.6% 的國中一年級學生必需藉由其它方式使其理解。
2. 正負數：測驗 1 題 9 未提示前有 42.6%、測驗 2 題 4 提示後有 46.6% 可以經由看出刪除理解圖形的數字表徵，剩餘 53.4% 的國中一年級學生必需藉由其它方式使其理解。
3. 因數、倍數與數列：測驗 1 題 12 未提示前有 11.6%、測驗 2 題 17 提示後有 41.0% 看出圖形數量的變化，剩餘 59.0% 的國中一年級學生必需藉由其它方式使其理解。
4. 乘法公式的圖形表徵：測驗 1 題 13 未提示前有 26.3%、測驗 2 題 18 提示後有 48.2% 看出圖形合併刪除的變化，進而才能以此為基礎看懂乘法公式的圖形表徵，剩餘 51.8% 的國中一年級學生必需藉由其它方式使其理解。
5. 乘法公式的表格表徵：測驗 1 題 19 未提示前有 38.6%、測驗 2 題 14 提示後有 40.6% 看出以表格表徵乘法公式，上述 4 測驗 2 題 20 為面提示，本題為箭頭提示，圖像背景不同但均為表格，答對率很相近。剩餘 59.4% 的國中一年級學生必需藉由其它方式使其理解。
6. 乘法公式的表格表徵：測驗 1 題 15 未提示前有 32.3%、測驗 2 題 20 提示後有 37.1% 看出以表格表徵乘法公式，剩餘 62.9% 的國中一年級學生必需藉由其它方式使其理解。

(二) 幾何：

1. 三角形三邊關係：測驗 1 題 4 未提示前有 79.7%、測驗 2 題 9 提示後有 82.5% 可看出是否可組成三角形，剩餘 17.5% 的國中一年級學生必需藉由其它方式使其理解。
2. 三角形邊上的中垂線：測驗 1 題未提示前有 61.4%、測驗 2 題 8 提示後有 64.9% 可看出是中垂線，剩餘 35.1% 的國中一年級學生必需藉由其它方式使其理解。
3. 三角形全等性質：測驗 1 題 16 未提示前有 40.6%、測驗 2 題 11 提示後有 59% 可看出三角形 ASA 全等性質，剩餘 41% 的國中一年級學生必需藉由其它方式使其理解。
4. 三角形內心構成：測驗 1 題 14 未提示前有 43.8%、測驗 2 題 19 提示後有 47.8% 可看出三角形內心的構成，剩餘 52.2% 的國中一年級學生必需藉由其它方式使其理解。
5. 三角形外心構成：測驗 1 題 7 未提示前有 20.7%、測驗 2 題 2 提示後有 23.5% 可看出三角形內心的構成，剩餘 76.5% 的國中一年級學生必需藉由其它方式使其理解。
6. 圓周角大小：測驗 1 題 10 未提示前有 76.9%、測驗 2 題 5 提示後有 67.7% 看出圓周角大小的差別，剩餘 23.1% 的國中一年級學生必需藉由其它方式使其理解。
7. 角度合併組合：測驗 1 題 6 未提示前有 37.1%、測驗 2 題提示後有 41.4% 看出角度合併組合，剩餘 58.6% 的國中一年級學生必需藉由其它方式使其理解。
8. 對稱圖形：測驗 1 題 18 未提示前有 44.6%、測驗 2 題 13 提示後有 62.5% 看出對稱圖形的差別，剩餘 54.3% 的國中一年級學生必需藉由其它方式使其理解。
9. 對稱圖形：測驗 1 題 1 未提示前有 36.7%、測驗 2 題 1 提示後有 47.4% 看出對稱圖形的

差別，剩餘 54.3% 的國中一年級學生必需藉由其它方式使其理解。

10. 相似形：測驗 1 題 18 未提示前有 51.8%、測驗 2 題 13 提示後有 69.7% 看出長方形是否相似，剩餘 30.3% 的國中一年級學生必需藉由其它方式使其理解。

(三) 連結或推理證明

1. 以圖示表徵順序、組合：測驗 1 題 17 未提示前有 36.6%、測驗 2 題 12 提示後有 65.7% 看出順序、組合，剩餘 34.3% 的國中一年級學生必需藉由其它方式使其理解。
2. 以圖示表徵推理過程：測驗 1 題 20 未提示前有 51%、測驗 2 題 15 提示後有 58.6% 看出圖示架構，剩餘 41.4% 的國中一年級學生必需藉由其它方式使其理解。
3. 集合關係：測驗 1 題 11 未提示前有 26.7%、測驗 2 題 16 提示後有 35.5% 看出集合關係，剩餘 64.5% 的國中一年級學生必需藉由其它方式使其理解。

第四節 圖像提示對測驗 1、2 成績的影響分析

經由第一節對測驗中各題在提示效果上的分析、第二節圖像提示對相關視知覺的影響分析，發現圖像提示在各問題上對國中一年級學生的理解與視覺影響是存在的。

本章就針對測驗的自變項：圖像提示。依變項：國中一年級學生在視覺提示比較測驗 1、測驗 2 的成績表現進一步分析。



圖 4-4-1 研究變項架構圖

分析結果整理

測驗 1 → 測驗 2	成對樣本 T 檢定	顯著差異
測驗 1 → 測驗 2 (點提示題)	成對樣本 T 檢定	顯著差異
測驗 1 → 測驗 2 (線提示題)	成對樣本 T 檢定	沒有顯著差異
測驗 1 → 測驗 2 (面提示題)	成對樣本 T 檢定	顯著差異
測驗 1 → 測驗 2 (箭頭提示題)	成對樣本 T 檢定	顯著差異

一、測驗 1 → 測驗 2

以圖像提示為測驗的自變項，進行測驗 1 與測驗 2 的成對樣本 T 檢定。

※SPSS 操作 > 分析 > 比較平均數法 > 成對樣本 T 檢定

表4-4-1 測驗1--測驗2 成對樣本統計量

		平均數	個數	標準差	平均數的標準誤
成對1	測驗1	8.3478	253	3.6490	.2294
	測驗2	10.2530	253	4.2538	.2674

表4-4-2 測驗1--測驗2 成對樣本相關

	個數	相關	顯著性
成對1 測驗1 和 測驗2	253	.682	.000

表4-4-3 測驗1--測驗2 成對樣本檢定

	成對變數差異					t	自由度	顯著性(雙尾)
	平均數	標準差	平均數的標準誤	差異的95%信賴區間				
				下界	上界			
成對1 測驗1 - 測驗2	-1.9051	3.1995	.2012	-2.3013	-1.5090	-9.471	252	.000

1. 由表 4-4-3 得知：受試者在測驗 1 與測驗 2 得分平均數的差異，已經達到統計上顯著水準($t=-9.471$ ， $p<0.05$)。
2. 顯示測驗的自變項「圖像提示」影響了測驗 1、2 的成績。
3. 根據上述結果，可以否定虛無假設，即圖像提示後測驗 2 平均成績高於測驗 1 平均成績(表 4-4-1 所示)且達到顯著差異。

二、測驗 1→測驗 2(點提示題)

以圖像提示之「點提示」為測驗的自變項，進行測驗 1 與測驗 2(點提示題)的成對樣本 T 檢定。

※SPSS 操作>分析>比較平均數法>成對樣本 T 檢定

表4-4-4 測1點--測2點 成對樣本統計量

		平均數	個數	標準差	平均數的標準誤
成對1	測1點	2.6126	253	1.1920	7.494E-02
	測2點	2.9605	253	1.4470	9.097E-02

表4-4-5 測1點--測2點 成對樣本相關

	個數	相關	顯著性
成對1 測1點 和 測2點	253	.479	.000

表4-4-6 測1點--測2點 成對樣本檢定

	成對變數差異					t	自由度	顯著性(雙尾)
	平均數	標準差	平均數的標準誤	差異的95%信賴區間				
				下界	上界			
成對1 測1點 - 測2點	-.3478	1.3648	8.580E-02	-.5168	-.1788	-4.054	252	.000

1. 由表 4-4-6 得知：受試者在測驗 1 與測驗 2「點提示題」得分平均數的差異，已經達到統計上顯著水準($t=-4.054$ ， $p<0.05$)。
2. 顯示測驗的自變項「點提示」影響了測驗 1、2「點提示題」的成績。
3. 圖像提示後測驗 2 點提示題平均成績高於測驗 1 點提示題平均成績(表 4-4-4 所示)且達到顯著差異。

三、測驗 1→測驗 2(線提示題)

以圖像提示之「線提示」為測驗的自變項，進行測驗 1 與測驗 2(線提示題)的成對樣

本 T 檢定。

※SPSS 操作>分析>比較平均數法>成對樣本 T 檢定

表4-4-7 測1線--測2線 成對樣本統計量

	平均數	個數	標準差	平均數的標準誤
成對 1 測1線	2.2411	253	1.2853	8.081E-02
成對 1 測2線	2.3557	253	1.3973	8.784E-02

表4-4-8 測1線--測2線 成對樣本相關

	個數	相關	顯著性
成對 1 測1線 和 測2	253	.557	.000

表4-4-9 測1線--測2線 成對樣本檢定

	成對變數差異					t	自由度	顯著性(雙尾)
	平均數	標準差	平均數的標準誤	差異的 95% 信賴區間				
				下界	上界			
成對 1 測1線 - 測2線	-.1146	1.2657	7.957E-02	-.2713	4.208E-02	-1.441	252	.151

1. 由表 4-4-9 得知：受試者在測驗 1 與測驗 2 「線提示題」得分平均數的差異，未達統計上顯著水準($t=-1.441$, $p>0.05$)。
2. 顯示測驗的自變項「線提示」在測驗 1、2 「線提示題」的成績無顯著差異。
3. 圖像提示後，由表 4-4-7 得知測驗 2 線提示題平均成績高於測驗 1 線提示題平均成績，但未達顯著差異。

四、測驗 1→測驗 2(面提示題)

以圖像提示之「面提示」為測驗的自變項，進行測驗 1 與測驗 2(面提示題)的成對樣本 T 檢定。

※SPSS 操作>分析>比較平均數法>成對樣本 T 檢定

表4-4-10 測1面--測2面 成對樣本統計量

	平均數	個數	標準差	平均數的標準誤
成對 1 測1面	1.3992	253	1.0326	6.492E-02
成對 1 測2面	2.0909	253	1.3197	8.297E-02

表4-4-11 測1面--測2面 成對樣本相關

	個數	相關	顯著性
成對 1 測1面 和 測2	253	.282	.000

表4-4-12 測1面--測2面 成對樣本檢定

	成對變數差異					t	自由度	顯著性(雙尾)
	平均數	標準差	平均數的標準誤	差異的 95% 信賴區間				
				下界	上界			
成對 1 測1面 - 測2面	-.6917	1.4281	8.978E-02	-.8685	-.5149	-7.704	252	.000

1. 由表 4-4-12 得知：受試者在測驗 1 與測驗 2 「面提示題」得分平均數的差異，已經達到統計上顯著水準($t=-7.704$, $p<0.05$)。
2. 顯示測驗的自變項「面提示」影響了測驗 1、2 「面提示題」的成績。
3. 圖像提示後測驗 2 面提示題平均成績高於測驗 1 面提示題平均成績(表 4-4-10 所示)且達到顯著差異。

五、測驗 1→測驗 2(箭頭提示題)

以圖像提示之「箭頭提示」為測驗的自變項，進行測驗 1 與測驗 2(箭頭提示題)的成對樣本 T 檢定。

※SPSS 操作>分析>比較平均數法>成對樣本 T 檢定

表4-4-13 測1箭頭--測2箭頭 成對樣本統計量

		平均數	個數	標準差	平均數的標準誤
成對 1	測1箭	2.0949	253	1.4608	0.184E-02
	測2箭	2.8458	253	1.4295	0.1987E-02

表4-4-14 測1箭頭--測2箭頭 成對樣本相關

		個數	相關	顯著性
成對 1	測1箭和測2	253	.545	.000

表4-4-15 測1箭頭--測2箭頭 成對樣本檢定

	成對變數差異					t	自由度	顯著性(雙尾)	
	平均數	標準差	平均數的標準誤	差異的 95% 信賴區間					
				下界	上界				
成對 1	測1箭 - 測2箭	-.7510	1.3791	8.671E-02	-.9217	-.5802	-8.661	252	.000

1. 由表 4-4-15 得知：受試者在測驗 1 與測驗 2「箭頭提示題」得分平均數的差異，已經達到統計上顯著水準($t=-8.661$, $p<0.05$)。
2. 顯示測驗的自變項「箭頭提示」影響了測驗 1、2「箭頭提示題」的成績。
3. 圖像提示後測驗 2 箭頭提示題平均成績高於測驗 1 箭頭提示題平均成績(表 4-4-13 所示)且達到顯著差異。

分析結果整理

測驗 1→測驗 2	成對樣本 T 檢定	顯著差異
測驗 1→測驗 2(點提示題)	成對樣本 T 檢定	顯著差異
測驗 1→測驗 2(線提示題)	成對樣本 T 檢定	沒有顯著差異
測驗 1→測驗 2(面提示題)	成對樣本 T 檢定	顯著差異
測驗 1→測驗 2(箭頭提示題)	成對樣本 T 檢定	顯著差異

綜合以上分析，顯示各問題之圖像提示對國中一年級學生的理解或視覺影響是存在之外，以整體圖像提示而言，經由圖像提示國中一年級學生理解數學圖像的效果是顯著的，而再進一步分析點提示、線提示、面提示、箭頭提示，雖然線提示沒有顯著差異，但在平均數的表現上測驗 2 仍大於測驗 1，因此，總結來說圖像提示對國中一年級學生理解數學圖像的效果是顯著的。

第五節 受試者圖像熟悉度自評與測驗成績的關係

測驗中對受試者提出下列問題：

常看類似的圖形嗎？經常偶爾很少或這是第一次看到。

以受試者回答狀況分為：經常(以數字 1 代表)、偶爾(以數字 2 代表)、很少(以數字 3 代表)，做為受試者圖像熟悉度自評。

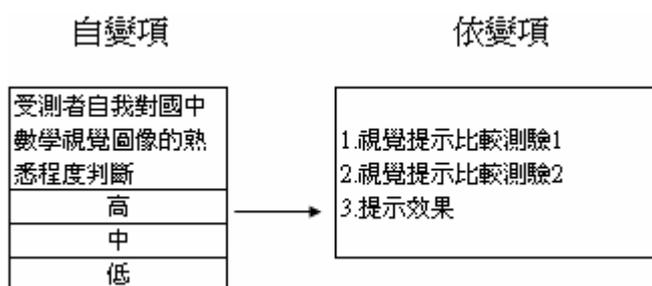


圖 4-5-1 研究變項架構圖

表4-5-1 圖像熟悉度自評各組人數

		次數	百分比	有效百分比	累積百分比
有效的	1.00	18	7.1	7.3	7.3
	2.00	107	42.3	43.3	50.6
	3.00	122	48.2	49.4	100.0
	總和	247	97.6	100.0	
遺漏值	系統界定的遺漏	6	2.4		
總和		253	100.0		

分析結果整理

熟悉度自評→測驗 1	單因子變異數分析	無顯著差異
熟悉度自評→測驗 2	單因子變異數分析	顯著差異
熟悉度自評→提示效果	單因子變異數分析	顯著差異
熟悉度自評(點、線、面、箭頭) 提示效果	單因子變異數分析	箭頭提示有 顯著差異
熟悉度自評：測驗1—測驗2	平均分數折線圖	

以下就根據圖像熟悉度與測驗 1、測驗 2 及提示效果進行分析。

一、熟悉度自評→測驗 1

以受試者對測驗圖像熟悉度自評為自變項，測驗 1 成績為依變項，進行熟悉度與測驗 1 成績之單因子變異數分析。

※SPSS 操作>分析>比較平均數法>單因子變異數分析

表4-5-2 圖像熟悉度--測驗1 變異數分析

測驗1					
	平方和	自由度	平均平方和	F 檢定	顯著性
組間	35.703	2	17.852	1.360	.259
組內	3202.524	244	13.125		
總和	3238.227	246			

1. 由表4-5-2得知：不同圖像熟悉度的受試者在測驗1得分平均數的差異，未達到統計上顯著水準($F=1.360$, $p>0.05$)。

2. 顯示自變項(熟悉度)與依變項(測驗 1 分數)之間沒有明顯關聯性。

3. 表示不同圖像熟悉度的受試者在測驗 1 的表現上沒有顯著差異，接受研究假設關於測驗 1 的部份，表示測驗 1 的圖像測驗難度較高，對圖像較熟悉與不熟悉的國中一年級學生在測驗 1 上的表現沒有明顯差異。

二、熟悉度自評→測驗 2

以受試者對測驗圖像熟悉度自評為自變項，測驗 2 成績為依變項，進行熟悉度與測驗 2 成績之單因子變異數分析。

※SPSS 操作>分析>比較平均數法>單因子變異數分析

表4-5-3 圖像熟悉度--測驗2 變異數分析

測驗2					
	平方和	自由度	平均平方和	F 檢定	顯著性
組間	119.098	2	59.549	3.399	.035
組內	4274.732	244	17.519		
總和	4393.830	246			

1. 由表4-5-3得知：不同熟悉度的受試者在測驗2得分平均數的差異，已達到統計上顯著水準($F=3.399$, $p<0.05$)。
2. 顯示自變項(熟悉度)與依變項(測驗 2 分數)之間有關聯性存在。
3. 不同圖像熟悉度的受試者在測驗 2 的表現上有達到顯著的差異，否定虛無假設。

上述達到顯著水準，因此，繼續進行Scheffe事後比較分析。

※SPSS操作>分析>比較平均數法>單因子變異數分析>Post Hoc檢定>Scheffe

表4-5-4 圖像熟悉度--測驗2 多重比較

依變數: 測驗2
Scheffe 法

(I) 熟悉度	(J) 熟悉度	平均差異 (I-J)	標準誤	顯著性	95% 信賴區間	
					下界	上界
1.00	2.00	1.6703	1.0663	.295	- .9559	4.2965
	3.00	2.5401	1.0568	.058	-6.275E-02	5.1429
2.00	1.00	-1.6703	1.0663	.295	-4.2965	.9559
	3.00	.8698	.5544	.294	-4.956	2.2351
3.00	1.00	-2.5401	1.0568	.058	-5.1429	6.275E-02
	2.00	-.8698	.5544	.294	-2.2351	.4956

根據上表4-5-4，Scheffe事後比較摘要表發現：熟悉度愈高測驗2成績愈高。但各組間並無顯著差異。

三、熟悉度自評→提示效果

以受試者對測驗圖像熟悉度自評為自變項，提示效果為依變項，進行熟悉度與提示效果之單因子變異數分析。

※SPSS 操作>分析>比較平均數法>單因子變異數分析

表4-5-5 圖像熟悉度--提示效果 變異數分析

提示效果					
	平方和	自由度	平均平方和	F 檢定	顯著性
組間	283.151	2	141.575	3.395	.035
組內	10175.044	244	41.701		
總和	10458.194	246			

1. 由表4-5-5得知：不同熟悉度的受試者在提示效果得分平均數的差異，已達到統計上顯著水準(F=3.395，p<0.05)。
2. 顯示自變項(熟悉度)與依變項(提示效果得分)之間有明顯關聯性。
3. 表示對圖像不同的熟悉度的受試者在提示效果得分的表現上有顯著差異，否定虛無假設。

上述達到顯著水準，因此，繼續進行Scheffe事後比較分析。

※SPSS操作>分析>比較平均數法>單因子變異數分析>Post Hoc檢定>Scheffe

表4-5-6 圖像熟悉度--提示效果 多重比較

依變數: 提示效果
Scheffe 法

(I) 熟悉度	(J) 熟悉度	平均差異 (I-J)	標準誤	顯著性	95% 信賴區間	
					下界	上界
1.00	2.00	1.9548	1.6451	.495	-2.0969	6.0065
	3.00	3.5792	1.6305	.092	-.4364	7.5949
2.00	1.00	-1.9548	1.6451	.495	-6.0065	2.0969
	3.00	1.6244	.8553	.167	-.4821	3.7309
3.00	1.00	-3.5792	1.6305	.092	-7.5949	.4364
	2.00	-1.6244	.8553	.167	-3.7309	.4821

根據上表4-5-6，Scheffe事後比較摘要表發現：熟悉度愈高提示效果愈高。但各組間並無顯著差異。

四、熟悉度自評→點、線、面、箭頭提示效果

以受試者對測驗圖像熟悉度自評為自變項，點(線、面、箭頭)提示效果為依變項，進行熟悉度與點(線、面、箭頭)提示效果之單因子變異數分析。

※SPSS操作>分析>比較平均數法>單因子變異數分析

表4-5-7 圖像熟悉度--各分項提示效果 變異數分析

		平方和	自由度	平均平方和	F 檢定	顯著性
點效果	組間	32.629	2	16.314	2.594	.077
	組內	1534.481	244	6.289		
	總和	1567.109	246			
線效果	組間	12.839	2	6.419	1.163	.314
	組內	1346.789	244	5.520		
	總和	1359.628	246			
面效果	組間	.877	2	.439	.066	.936
	組內	1622.402	244	6.649		
	總和	1623.279	246			
箭效果	組間	52.188	2	26.094	4.798	.009
	組內	1326.929	244	5.438		
	總和	1379.117	246			
提示效果	組間	283.151	2	141.575	3.395	.035
	組內	10175.044	244	41.701		
	總和	10458.194	246			

1. 由表4-5-7看出：熟悉度自評在箭頭提示效果上 $f=4.798$ 、 $p<0.05$ 有顯著差異，點、線、面效果則不顯著。
2. 表示熟悉度越好，箭頭提示的效果越顯著，而其它提示效果不顯著。
3. 箭頭提示對圖像越熟悉的受試者的影響效果顯著，而其它提示效果的影響就沒有那麼明顯。

由於箭頭提示達到顯著效果，所以進行事後比較

※SPSS操作>分析>比較平均數法>單因子變異數分析>Post Hoc檢定>Scheffe

表4-5-8 圖像熟悉度--箭頭提示效果 多重比較

依變數: 箭效果
Scheffe 法

(I) 熟悉度	(J) 熟悉度	平均差異(I-J)	標準誤	顯著性	95% 信賴區間	
					下界	上界
1.00	2.00	.8344	.5941	.374	-.6288	2.2975
	3.00	1.5337*	.5888	.035	8.354E-02	2.9839
2.00	1.00	-.8344	.5941	.374	-2.2975	.6288
	3.00	.6993	.3089	.079	-6.137E-02	1.4600
3.00	1.00	-1.5337*	.5888	.035	-2.9839	-8.354E-02
	2.00	-.6993	.3089	.079	-1.4600	6.137E-02

*. 在 .05 水準上的平均差異很顯著。

1. 由表4-5-8看出：熟悉度佳(1)與最不熟悉(3)的受試者有顯著差異($p<0.05$)。
2. 表示熟悉度較懸殊的兩類(1、3)的國中一年級學生在箭頭提示效果上有顯著差異。
3. 表示對圖像越熟悉的國中一年級學生在箭頭提示效果上越佳。

五、熟悉度自評：測驗 1—測驗 2

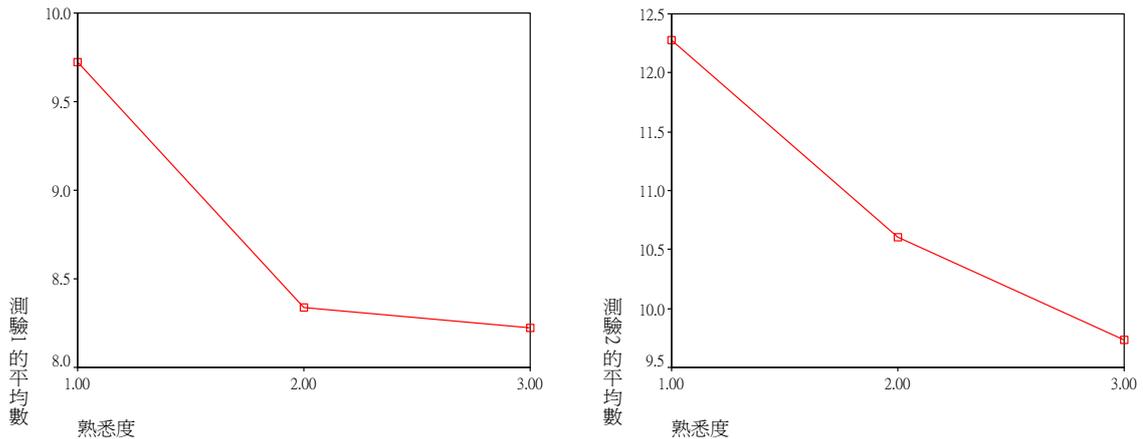


圖 4-5-2 不同熟悉度受試者測驗 1 與測驗 2 平均分數折線圖

從圖 4-5-2 可看出經過圖像提示後不同圖像熟悉度的國中一年級學生在數學圖像的理解上均有進步。

分析結果整理

熟悉度自評→測驗 1	單因子變異數分析	無顯著差異
熟悉度自評→測驗 2	單因子變異數分析	顯著差異
熟悉度自評→提示效果	單因子變異數分析	顯著差異
熟悉度自評(點、線、面、箭頭提示效果)	單因子變異數分析	箭頭提示有顯著差異
熟悉度自評：測驗1—測驗2	平均分數折線圖	

綜合以上分析，國中一年級學生對圖像的熟悉程度在測驗 1 並沒有顯著的差異，而圖像提示的呈現，就圖像熟悉度較佳的受試者而言測驗 2 成績表現較佳，提示效果也最顯著。但只有在箭頭提示的部份，圖像熟悉度最好的受試者(1)與圖像熟悉度最差的受試者(3)有明顯的差異，表示對圖像不熟悉的受試者最大的視覺問題是對箭頭圖像的理解不足。

第六節 受試者看出圖像提示與測驗成績的關係

在本研究的測驗中對受試者提出下列問題：

測驗 1 和測驗 2 有沒有關係？有，是甚麼關係呢？答：_____ 沒有。

以受試者回答狀況分為：看出提示(以數字 1 代表)、沒有看出提示(以數字 0 代表)，做為受試者看出圖像提示與否的判斷。以下就根據看出提示與測驗 1、測驗 2 及提示效果進行分析。

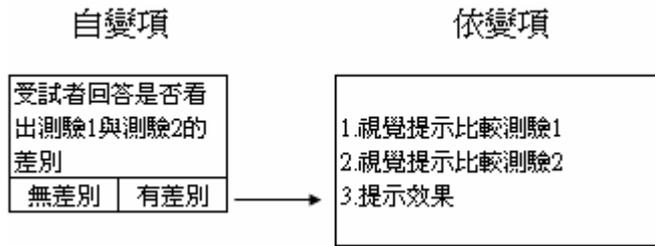


圖4-6-1 研究變項架構圖

表4-6-1 看出提示各組人數 (未看出0,看出1)

	次數	百分比	有效百分比	累積百分比
有效的	108	42.7	42.7	42.7
總和	253	100.0	100.0	100.0

分析結果整理

看出提示→測驗 1	獨立樣本 t 檢定	顯著差異
看出提示→測驗 2	獨立樣本 t 檢定	顯著差異
看出提示→提示效果	獨立樣本 t 檢定	顯著差異
看出提示→點、線、面、箭頭提示效果	獨立樣本 t 檢定	面提示效果有顯著差異，其它則無
看出提示者：測驗 1→測驗 2	成對樣本 t 檢定	顯著差異
未看出提示者：測驗 1→測驗 2	成對樣本 t 檢定	顯著差異

一、看出提示→測驗 1

※SPSS操作>分析>比較平均數法>獨立樣本t檢定>因子:看出提示、依變數:測驗1

表4-6-2 看出提示--測驗1 組別統計量

	看出	個數	平均數	標準差	平均數的標準誤
測驗1	1.00	145	9.0759	3.5514	.2949
	.00	108	7.3704	3.5641	.3430

表4-6-3 看出提示--測驗1 獨立樣本檢定

	異數相等的 Levene 檢定		平均數相等的 t 檢定					差異的 95% 信賴區間	
	F 檢定	顯著性	t	自由度	顯著性 (雙尾)	平均差異	標準誤差異	下界	上界
測驗1 假設變異數相等	.049	.825	3.772	251	.000	1.7055	.4521	.8151	2.5959
不假設變異數相等			3.770	230.221	.000	1.7055	.4523	.8143	2.5967

1. 表4-6-3顯示：假設平均數相等的t檢定中t=3.772，p<0.05統計上有顯著的差異。

- 顯示受試者看出提示與否和測驗1的成績有關。
- 即受試者注意到提示會影響測驗1的成績，表4-6-2顯示看出提示，則測驗1成績較佳，否定虛無假設。

二、看出提示→測驗2

※SPSS 操作>分析>比較平均數法>獨立樣本 T 檢定>分組變數:看出提示、檢定變數:測驗2

表4-6-4 看出提示--測驗2 組別統計量

	看出	個數	平均數	標準差	平均數的標準誤
測驗2	1.00	145	10.9724	4.1482	.3445
	.00	108	9.2870	4.2207	.4061

表4-6-5 看出提示--測驗2 獨立樣本檢定

	異數相等的 Levene 檢定		平均數相等的 t 檢定						
	F 檢定	顯著性	t	自由度	顯著性 (雙尾)	平均差異	標準誤差異	差異的 95% 信賴區間	
								下界	上界
測驗2	.015	.902	3.173	251	.002	1.6854	.5312	.6392	2.7316
假設變異數相等 不假設變異數相等			3.165	228.475	.002	1.6854	.5326	.6360	2.7347

- 表4-6-5顯示假設平均數相等的t檢定中 $t=3.173$ ， $p<0.05$ 統計上有顯著的差異。
- 顯示受試者看出提示與否和測驗2的成績有關。
- 即受試者注意到提示會影響測驗2的成績，表4-6-4顯示「看出提示，則測驗2成績較佳」，否定虛無假設。

三、看出提示→提示效果

※SPSS 操作>分析>比較平均數法>獨立樣本 T 檢定>分組變數:看出提示、檢定變數:提示效果

表4-6-6 看出提示--提示效果 組別統計量

	看出	個數	平均數	標準差	平均數的標準誤
提示效果	1.00	145	12.8690	6.2197	.5165
	.00	108	11.2037	6.9588	.6696

表4-6-7 看出提示--提示效果 獨立樣本檢定

	異數相等的 Levene 檢定		平均數相等的 t 檢定						
	F 檢定	顯著性	t	自由度	顯著性 (雙尾)	平均差異	標準誤差異	差異的 95% 信賴區間	
								下界	上界
提示效果	.841	.360	2.002	251	.046	1.6653	.8319	2.686E-02	3.3037
假設變異數相等 不假設變異數相等			1.969	215.516	.050	1.6653	.8457	.596E-03	3.3321

- 表4-6-7顯示假設平均數相等的t檢定中 $t=2.002$ ， $p<0.05$ 統計上有顯著的差異。

- 顯示受試者看出提示與提示效果有關。
- 即受試者注意到提示會影響提示效果，表4-6-6顯示「看出提示，則提示效果較佳」，否定虛無假設。

四、看出提示→點、線、面、箭頭提示效果

※SPSS 操作>分析>比較平均數法>獨立樣本 T 檢定>分組變數:看出提示、檢定變數:提示效果

表4-6-8 看出提示--各提示效果 獨立樣本檢定

	異數相等的 Levene 檢定		平均數相等的 t 檢定						
	F 檢定	顯著性	t	自由度	顯著性 (雙尾)	平均差異	標準誤差異	差異的 95% 信賴區間	
								下界	上界
點效果	假設變異數相等	4.391	.264	251	.792	.557E-02	.3245	-.5534	.7246
	不假設變異數		.258	210.165	.797	.557E-02	.3316	-.5681	.7393
線效果	假設變異數相等	.839	1.793	251	.074	.5299	.2956	.231E-02	1.1121
	不假設變異數		1.771	219.524	.078	.5299	.2993	.991E-02	1.1197
面效果	假設變異數相等	.712	2.963	251	.003	.9455	.3191	.3171	1.5739
	不假設變異數		2.978	234.806	.003	.9455	.3175	.3200	1.5709
箭效果	假設變異數相等	4.485	.342	251	.733	.1043	.3055	-.4974	.7061
	不假設變異數		.331	201.258	.741	.1043	.3150	-.5168	.7255
提示效果	假設變異數相等	.841	2.002	251	.046	1.6653	.8319	.686E-02	3.3037
	不假設變異數		1.969	215.516	.050	1.6653	.8457	.596E-03	3.3321

- 由表4-6-8顯示面提示效果($t=2.963$ 、 $p<0.05$)在統計上有顯著的差異，而其它提示效果上則無顯著差異。
- 表示看出提示與否在面提示效果上有顯著差異，而其它提示效果沒有顯著差異。
- 即能看出提示者，越能看出面提示所代表的意義，而是否看出提示與點、線、箭頭提示的提示效果較無關。

五、看出提示者：測驗1→測驗2

篩選看出提示的受試者共 145 名，以圖像提示為測驗的自變項，進行測驗 1 與測驗 2(圖像提示題)的成對樣本 T 檢定。

※SPSS 操作>分析>比較平均數法>成對樣本 T 檢定

表4-6-9 看出提示:測驗1--測驗2 成對樣本檢定

	成對變數差異					t	自由度	顯著性 (雙尾)
	平均數	標準差	平均數的標準誤	差異的 95% 信賴區間				
				下界	上界			
成對 1 測驗1 - 測驗2	-1.8966	2.9053	.2413	-2.3734	-1.4197	-7.861	144	.000

- 由表4-6-9看出：看出提示的受試者在測驗1與測驗2得分平均數的差異，已經達到統計上顯著水準 ($t=-7.861$ 、 $p<0.05$)。
- 顯示對看出提示的受試者而言，測驗的自變項「圖像提示」影響了測驗1、2的成績。
- 對看出提示的國中一年級學生而言，圖像提示後測驗2平均成績高於測驗1平均成績且達到顯著差異。

六、未看出提示者：測驗1→測驗2

篩選未看出提示的受試者共 108 名，以圖像提示為測驗的自變項，進行測驗 1 與測驗 2 的成對樣本 T 檢定。

※SPSS 操作>分析>比較平均數法>成對樣本 T 檢定

表4-6-10 未看出提示:測驗1--測驗2 成對樣本檢定

	成對變數差異					t	自由度	顯著性(雙尾)
	平均數	標準差	平均數的標準誤	差異的 95% 信賴區間				
				下界	上界			
成對1 測驗1 - 測驗2	-1.9167	3.5707	.3436	-2.5978	-1.2355	-5.578	107	.000

1. 由表4-6-10看出：未看出提示的受試者在測驗1與測驗2得分平均數的差異，已經達到統計上顯著水準（ $t=-5.578$ 、 $p<0.05$ ）。
2. 顯示對未看出提示的受試者而言，測驗的自變項「圖像提示」影響了測驗1、2的成績。
3. 對未看出提示的國中一年級學生而言，圖像提示後測驗2平均成績高於測驗1平均成績且達到顯著差異。

分析結果整理

看出提示→測驗 1	獨立樣本 t 檢定	顯著差異
看出提示→測驗 2	獨立樣本 t 檢定	顯著差異
看出提示→提示效果	獨立樣本 t 檢定	顯著差異
看出提示→點、線、面、箭頭提示效果	獨立樣本 t 檢定	面提示效果有顯著差異，其它則無
看出提示者：測驗 1→測驗 2	成對樣本 t 檢定	顯著差異
未看出提示者：測驗 1→測驗 2	成對樣本 t 檢定	顯著差異

綜合以上分析，學生看出提示在測驗 1、2、提示效果的表現上均有顯著的差異，表示看出提示對理解數學圖像有關係；看出提示在面提示效果上有顯著差異，而點、線、箭頭提示效果則無顯著差異，表示看出提示者較能看出面提示所呈現的意義，因此在面提示效果上才有顯著差異。

第七節 不同性別的受試者測驗成績的關係

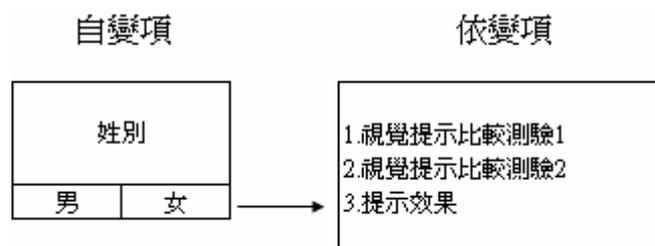


圖 4-7-1 研究變項架構圖

表4-7-1 性別統計 男1,女0

	次數	百分比	有效百分比	累積百分比
有效的	127	50.2	50.2	50.2
1.00	126	49.8	49.8	100.0
總和	253	100.0	100.0	

分析結果整理

性別→測驗 1	獨立樣本 t 檢定	無顯著差異
性別→測驗 2	獨立樣本 t 檢定	無顯著差異
性別→提示效果	獨立樣本 t 檢定	無顯著差異
性別：測驗 1—測驗 2	平均分數折線圖	

一、性別→測驗 1

※SPSS 操作>分析>比較平均數法>獨立樣本 T 檢定>分組變數:性別、檢定變數:測驗 1

表4-7-2 性別--測驗1 獨立樣本檢定

	變異數相等的 Levene 檢定		平均數相等的 t 檢定						
	F 檢定	顯著性	t	自由度	顯著性 (雙尾)	平均差異	標準誤差異	差異的 95% 信賴區間	
								下界	上界
測驗1 假設變異數相等 不假設變異數相等	.040	.841	-.993	251	.322	-.4558	.4588	-1.3594	.4479
			-.993	250.677	.322	-.4558	.4589	-1.3595	.4480

1. 由表4-7-2得知：不同性別的受試者在測驗1得分平均數的差異，未達到統計上顯著水準($t=-.993, p>0.05$)。
2. 表示不同性別的受試者在測驗 1 得分上並未達明顯差異。
3. 性別與測驗 1 得分無明顯關聯，接受虛無假設。

二、性別→測驗 2

※SPSS操作>分析>比較平均數法>獨立樣本T檢定>分組變數:性別、檢定變數:測驗2

表4-7-3 性別--測驗2 獨立樣本檢定

	變異數相等的 Levene 檢定		平均數相等的 t 檢定						
	F 檢定	顯著性	t	自由度	顯著性 (雙尾)	平均差異	標準誤差異	差異的 95% 信賴區間	
								下界	上界
測驗2 假設變異數相等 不假設變異數相等	2.600	.108	-1.777	251	.077	-.9466	.5326	-1.9955	.1023
			-1.777	247.420	.077	-.9466	.5328	-1.9961	.1028

1. 由表4-7-3得知：不同性別的受試者在測驗2得分平均數的差異，未達到統計上顯著水準($t=-1.777, p>0.05$)。
2. 表示不同性別的受試者在測驗 2 得分上並未達明顯差異。
3. 表示性別與測驗 2 得分無明顯關聯，接受虛無假設。

三、性別→提示效果

※SPSS操作>分析>比較平均數法>獨立樣本T檢定>分組變數:性別、檢定變數:提示效果

表4-7-4 性別-提示效果 獨立樣本檢定

	變異數相等的 Levene 檢定		平均數相等的 t 檢定						
	F 檢定	顯著性	t	自由度	顯著性 (雙尾)	平均差異	標準誤差異	差異的 95% 信賴區間	
								下界	上界
提示效果 假設變異數相等	1.623	.204	-1.743	251	.082	-1.4375	.8245	-3.0614	.1864
不假設變異數相等			-1.743	250.857	.083	-1.4375	.8246	-3.0615	.1865

1. 由表4-7-4得知：不同性別的受試者在提示效果上，未達到統計上顯著水準($t=-1.743$ ， $p>0.05$)。
2. 表示不同性別的受試者在提示效果上並未達明顯差異。
3. 表示性別與提示效果無明顯關聯，接受虛無假設。

四、性別：測驗 1—測驗 2

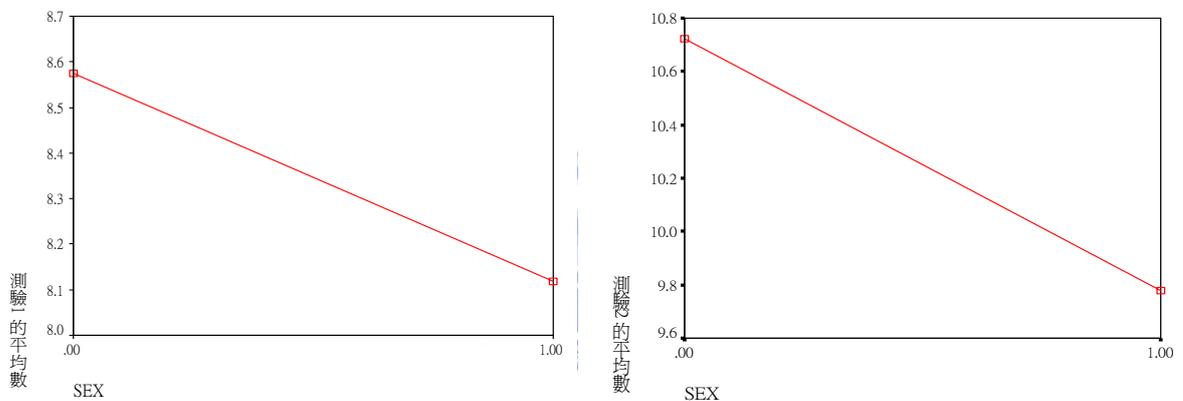


圖 4-7-2 不同性別受試者測驗 1 與測驗 2 平均分數折線圖

從圖 4-7-2 可看出經過圖像提示後不同性別的國中一年級學生在數學圖像的理解上均有進步。

第八節 綜合討論

依據前七節的資料統計分析，可以歸納以下幾項重要結果：

一、圖像提示對國中一年級學生在數學圖像測驗的理解上有幫助

經由第四至七節的分析我們得到：

1. 圖像提示後，測驗 2 成績高於測驗 1 成績且達到顯著差異。
2. 圖像提示後，不同圖像熟悉度的國中一年級學生之測驗 2 平均成績均高於測驗 1 平均成績。
3. 圖像提示後，看出提示與未看出提示的國中一年級學生之測驗 2 平均成績均高於測驗 1 平均成績且達到顯著差異。
4. 圖像提示後，不同性別的國中一年級學生之測驗 2 平均成績均高於測驗 1 平均成績。

表示圖像提示對國中一年級學生在數學圖像的理解上是有幫助的，不會因為學生對圖像比較熟悉才有幫助，不會因為學生清楚發現提示存在哪裡才有幫助，也不是只對女生或男生有效。兒童在與成人或能力較佳的同儕間的互動中，可以產生鷹架效應，使個體的「近側發展區」得到刺激成長，而逐漸獲得概念的發展(陳淑敏，2005)。基於此，教材或測驗上只要圖像呈現適當，能有效的產生鷹架效應，對國中一年級學生在數學圖像測驗的理解上會有幫助。



二、基本圖像提示對國中一年級學生在數學圖像測驗的理解上有幫助

基本圖像點、線、面、箭頭提示稱之為基本圖像提示，經由本章第一節及第四節的分析我們得到：

1. 圖像提示後，測驗 2 平均成績高於測驗 1 平均成績且達到顯著差異。
2. 點提示後測驗 1、2 平均成績達到顯著差異。
3. 線提示後測驗 1、2 平均成績沒有顯著差異，但測驗 2 線提示題平均成績高於測驗 1 線提示題。
4. 點提示後測驗 1、2 平均成績達到顯著差異。
5. 線提示後測驗 1、2 平均成績達到顯著差異。
6. 根據測驗數據對測驗中共 20 題進行 McNemar 檢定，其中共有 10 題圖像提示呈現後，對國中一年級學生理解數學圖像測驗有顯著的幫助，共有 8 題圖像提示呈現後，對國中一年級學生有幫助但不顯著，其餘有兩題提示是反效果的。

表示以基本圖像「點、線、面、箭頭」進行提示對國中一年級學生在數學圖像測驗的理解上有幫助。但基本圖像提示的選擇與呈現方式會影響學生的理解，不良的圖像提示呈現對國中一年級學生理解數學圖像測驗是沒有幫助的，圖像的設計者必需找出較佳的呈現方式以協助學生理解。在編製過程中基本圖像提示的選擇並不是絕對的，圖像設計者除了根據數學圖像測驗所要呈現的數學概念作為編製方向外，亦需發揮設計創意與

想像，並依測驗數據修改圖像編製，可參考附錄二編製過程之圖像編製紀錄。

三、基本圖像提示對國中一年級學生的基本視知覺有幫助

經由第二節分析我們得到：

1. 在國中數學圖像上呈現點提示，對國中一年級學生看出延長連線與形狀型式是有幫助的。
2. 在國中數學圖像上呈現線提示，對國中一年級學生看出組合合併、大小相等、形狀型式及刪除減少是有幫助的。
3. 在國中數學圖像上呈現面提示，對國中一年級學生看出形狀型式、數字及刪除減少是有幫助的。
4. 在國中數學圖像上呈現箭頭提示，對國中一年級學生看出延長連線與順序連結是有幫助的。

表示經過基本圖像提示的呈現，可以讓國中一年級學生在相關視知覺上有所反應。

視覺注意中所謂的剖析注意 (parsing attention)：再認某事物或從背景中分離出某事物的過程，在此過程觀察者必需注意到多種與事物有關聯的特徵 (Spache, Hinds, & Bing, 1992)。而經由圖像提示正是引起部份受試者注意到相關的特徵，因此，達到理解圖像的目的。

如果有兩個以上的點同時存在於一畫面時，視線將來回反覆在這兩點之間，而心理產生互相牽引的拉力及虛線與虛面的感覺 (李薦宏、賴一輝，1973)。

由於不同的圖像熟悉度的國中一年級學生在測驗 2(或提示效果)平均成績上有顯著的差異，以及是否看出提示在測驗 1(或測驗 2、提示效果)平均分數上有顯著的差異，表示雖然圖像提示對大部份學生均有幫助，但對圖像越熟悉的學生幫助越大，而學生是否看出提示也會產生較大的幫助。

四、國中一年級學生理解數學圖像，仍有很大的訓練空間

研究初期認為數學圖像可以被大多數國中一年級學生所接受，但從各題的答對率顯示，國中一年級學生理解數學圖像，仍有很大的訓練空間。

根據本章第三節分析結果，學習數學的困難除了在概念理解與計算思考的部份之外，如果學生在視覺的判斷上無法突破，那麼學生如何進一步接受計算與證明呢？測驗結果中，雖然提示效果是顯著的，但仍有很大比例的受試者無法理解國中數學圖像。因為提示效果顯著，所以在數學教學上應增加學生理解圖像的訓練，以提升國中一年級學生對數學圖像的理解。

五、圖像提示的呈現對國中一年級學生均有幫助，而且對圖像熟悉度越好的學生幫助越大。

經由第四節的分析我們得到

1. 不同圖像熟悉度的受試者在測驗 1 的平均分數上沒有顯著差異。
2. 不同圖像熟悉度的受試者在測驗 2 的平均分數上有顯著的差異。
3. 不同圖像熟悉度的受試者在提示效果的平均分數上有顯著的差異。
4. 經過圖像提示後不同圖像熟悉度的國中一年級學生在數學圖像測驗的理解上均有進步。

不同圖像熟悉度的國中一年級學生對數學圖像測驗的理解仍存有差異，但若數學圖像呈現資訊不足或圖像測驗難度過高，在理解數學圖像測驗上就沒有顯著差異。國中一年級學生對國中數學圖像不太熟悉，所以在未呈現圖像提示前，希望學生在理解數學圖像測驗上有不錯的表現是不容易的。

但若圖像提示能掌握到圖像的重要性質，則圖像提示的呈現對國中一年級學生均有幫助，而且對圖像熟悉度越好的學生幫助越大。

六、看出圖像提示的國中一年級學生對數學圖像的理解優於未看出圖像提示的學生

根據本章第四節及第六節的分析我們得到

1. 視覺圖像提示後測驗 2 成績高於測驗 1 成績且達到顯著差異。
2. 國中一年級學生看出提示與否，在測驗 1(或測驗 2、提示效果)得分上有顯著的差異，表示部份未知覺測驗 1 與測驗 2 差異的國中一年級學生對圖像提示的理解程度較差，而能看出提示的國中一年級學生理解程度受視覺圖像提示的影響較大，因此，雖然提示對多數人均有影響，但仍有程度的差別。

七、國中一年級學生是否注意到提示的存在，提示對國中一年級學生仍有影響

根據本章第六節的分析我們得到

1. 對看出提示的國中一年級學生而言，圖像提示後測驗 2 平均成績高於測驗 1 平均成績且達到顯著差異。
2. 對未看出提示的國中一年級學生而言，圖像提示後測驗 2 平均成績高於測驗 1 平均成績且達到顯著差異。

表示部份未知覺測驗 1 與測驗 2 差異的國中一年級學生，經過圖像提示後測驗 2 的成績仍顯著高於測驗 1 的成績，即國中一年級學生是否注意到提示的存在，提示對國中一年級學生仍有影響。

八、不同性別國中一年級學生對國中數學視覺圖像的理解無明顯的差異。

經由第四節的分析我們得到

1. 視覺圖像提示後測驗 2 高於測驗 1 成績且達到顯著差異。
2. 不同性別的受試者在測驗 1 的表現上無顯著差異。
3. 不同性別的受試者在測驗 2 的表現上無顯著差異。
4. 不同性別的受試者在提示效果得分的表現上並無明顯差別。

表示不同性別國中一年級學生對國中數學視覺圖像的理解無明顯的差異。

雖然文獻上指出，七歲到十歲之間開始，一直持續到成年以後，男性在視覺空間方面的測驗成績較佳—包括想像物體在空間中旋轉，女性表現較佳的是整個視野的掌握，例如記憶整列物件之中某些項目的位置（薛絢譯，2004）。



第五章 結論與建議

本研究主要目的是探討圖像提示對國中一年級學生理解數學測驗圖像的成效，藉以瞭解影響國中一年級學生理解數學測驗圖像的相關因素。

研究方法採前後測設計。透過對國中數學內容的分析與文獻探討，編製視覺提示比較測驗 1 及測驗 2，測驗 1 當前測卷，測驗 2 當後測卷。兩測驗的內容一樣，差別是測驗 2 增加圖像提示的呈現，而圖像提示是由基本圖像點、線、面和箭頭所組成。

本研究主要的自變項為圖像提示，依變項為測驗成績，針對桃園縣國中一年級學生採取立意抽樣共 253 人施測，透過測驗分析結果解決研究問題。

本章將對研究成果作整體性的綜合陳述。第一節為結論，總結說明所獲致的研究結果。第二節為建議，針對研究所遇到的問題提出研究方法檢討與改善，並且針對研究對象、研究工具、研究主題提出未來研究方向與建議。

第一節 結論

一、圖像提示對國中一年級學生對於數學圖像的理解有幫助；基本圖像點、線、面和箭頭提示對學生在數學圖像的理解有幫助。

- (一) 圖像提示對國中一年級學生理解數學圖像有幫助；國中一年級學生對圖像的熟悉度越好，提示的幫助越大；國中一年級學生看出提示，提示的幫助越大。
- (二) 點提示：點在圖像上的呈現位置、呈現方式，表現出圖像的重要性質時，對圖像的內涵有正面顯示效果，相對的國中一年級學生在理解圖像時也會得到正面幫助。
- (三) 線提示：線在圖像上的呈現位置、標示點和點的關係、界線的作用，表現出圖像中各組成部份的關係時，對圖像的內涵有正面顯示效果，相對的國中一年級學生在理解圖像時也會得到正面幫助。
- (四) 面提示：面在圖像上的呈現位置、呈現方式，表現出圖像中各組成部份的關係時，對圖像的內涵有正面顯示效果，相對的國中一年級學生在理解圖像時也會得到正面幫助。
- (五) 箭頭提示：箭頭在圖像上具有引導動態視知覺的功能，因此，如果利用箭頭正確表現動態圖像操作部份，相對的國中一年級學生在理解圖像時也會得到正面幫助。

二、基本圖像提示在引起國中一年級學生的基本視知覺反應上有幫助

- (一) 基本圖像提示對視知覺產生預期的影響，對圖像的理解就會有正面的幫助。
- (二) 箭頭在圖像中代表運動方向，因此，藉由箭頭可以讓受試者在視知覺中產生看出延長與連線的知覺，而達到理解圖像的目的。同樣的，面在視知覺上讓觀察者將視覺注意在圖像重要部份，進而讓觀察者理解出圖像重要部份的差異。所以適當

的圖像提示對視知覺產生正面的效果時，可以讓受試者能夠正確理解圖像。

- (三) 受試者表達看出提示，表示圖像提示對受試者視知覺產生影響，但並非所有的圖像提示都能讓看到提示的國中一年級學生理解出正確答案，而必需看出圖像特徵，才能有最佳的理解效果。

三、國中一年級學生理解數學圖像方面，仍有很大的訓練空間，增加受試者對圖像的熟悉度，可以提升學生對數學圖像的理解能力。

- (一) 國中數學圖像測驗的圖像選擇涵蓋國中數學一年級到國中數學三年級的圖像內容，答對率顯示最高為測驗 1 題 4 的 0.825，呈現三角形三邊關係；最低是測驗 1 題 12 的 0.116，呈現數列相關圖像。問題間的難度落差很大，相關的國中數學圖像並不如預期的讓受試者容易理解，因此，數學圖像理解訓練是一項重要的教學課題。
- (二) 在國中課程的安排上，必需正視圖像理解能力的差異，會造成學生學習的落差。
- (三) 經過圖像提示後，測驗 2 題 2 提示造成反效果，答對率 0.235 在測驗 2 中最低。測驗 2 題 16 提示效果顯著，但答對率僅 0.355。測驗總題數 20 題中，共 11 題的答對率均未過半，顯然國中數學圖像的訓練課程是國中數學教育必需注意的部份。
- (四) 國中一年級學生對數學圖像越熟悉在數學圖像測驗表現上較佳，因此，增加國中一年級學生對圖像的熟悉有助於學生對數學圖像的理解。

四、國中一年級學生對數學圖像的熟悉度會影響對數學圖像的理解

- (一) 對圖像越熟悉代表在觀察圖像的時候能以不同的角度進行觀察，對圖像異同的判斷能力較高。另一方面對圖像越熟悉的國中一年級學生，他們對圖像所代表的意義在認知上比較豐富，所以圖像也較能對其視知覺產生正面影響。
- (二) 根據研究分析發現，對圖像熟悉與最不熟悉的受試者間有顯著的差異，表示對圖像陌生的國中一年級學生經過適當時間的訓練，增加其對圖像的熟悉，可以提升對國中數學圖像的理解能力。

五、看出圖像提示的國中一年級學生對數學圖像的理解優於未看出圖像提示的學生；國中一年級學生是否注意到提示的存在，圖像提示仍會對數學圖像的理解有影響。

- (一) 看出圖像提示的國中一年級學生對數學圖像的理解優於未看出圖像提示的學生。
- (二) 國中一年級學生觀察數學圖像時，是否注意到提示的存在並不能避免圖像提示的作用產生。因此，圖像提示對受試者而言只要設計適當對觀察者理解圖像都會有正面的幫助的。

六、不同性別國中一年級學生對數學視覺圖像的理解並無明顯的差異

在國中數學圖像測驗上，因為並未涉及空間旋轉且測驗卷大小並不影響視野的掌握，因此，男女生在理解數學圖像上並無明顯差異。

第二節 建議

一、視覺圖像方面

- (一) 設計數學圖像測驗時應對主要圖像的內涵與意義有所瞭解，應用點、線、面、箭頭等基本圖像元素傳達圖像內涵，達到圖像傳達的目的。
- (二) 注意圖像內容的設計與編輯會影響學生的理解。

二、視知覺方面

- (一) 未來學校應該重視視知覺能力的培養，平常用眼睛看是被動的看，經過視覺訓練，能夠在被動與主動的視覺操作上得到發展。

三、教學訓練方面：

(一) 數學教學方面

1. 注重國中視覺圖像方面的相關訓練，既然對圖像熟悉度會影響圖像的相關認知，加強圖像訓練以提升對圖像的認知。
2. 教師進行正確的圖像提示，可以引起學生在相關問題上產生正面的思維與聯想。
3. 使用或設計對視覺圖像操作有幫助的有感教具，以刺激學生對圖像的認知。
4. 建議國中數學教材的編輯過程及學生隨堂練習的設計上，增加更多識圖作圖的部份。在學生的視覺訓練上加強，重視抽象圖像在知識理解的地位。
5. 設計適當的教材啟發學生對圖像的認知，避免過去數學只強調計算部份，而形成學生排斥數學的狀況。
6. 教學上教師應把握住圖像特徵，避免忽略關鍵提示，在提示方面應該注意提示太少或太多、避免錯誤的提示。

(二) 美術教育方面

1. 與數學教育作結合，在圖像認知、設計、製作上作指導。補足數學教育對數學圖像訓練的缺漏。
2. 利用美術教育時間，訓練學生觀察或製作相關數學圖像，以提昇其對數學圖像的熟悉度，進而培養學生掌握圖形製作順序流程的能力。

四、未來研究方向建議

(一) 研究對象的建議

1. 針對各年齡階層，探討各階層在圖像提示下理解數學圖像測驗的狀況。
2. 針對數學教師在數學圖像的相關課題進行研究。譬如：是否常使用教具進行教學，對課程圖像的掌握度分析等。

(二) 研究工具的建議

1. 本研究採紙筆測驗方式進行，在研究初期，受限經費與人力，採黑白影印方式印製題本，但效果不如預期，一方面是試題本身的問題，另一方面或許是印刷方式造成影響，因此，後來改以彩色印製測驗。未來建議在色彩呈現上作研究
2. 未來期待以電腦多媒體、動畫或立體呈現進行研究。

(三) 研究主題的建議

1. 本研究只針對圖 \leftrightarrow 圖像的理解進行研究，建議可以圖 \leftrightarrow 圖的不同面向去作研究。譬如：看圖畫圖。下圖為第一章所提的研究範圍與限制，可以朝其它方向進行研究。

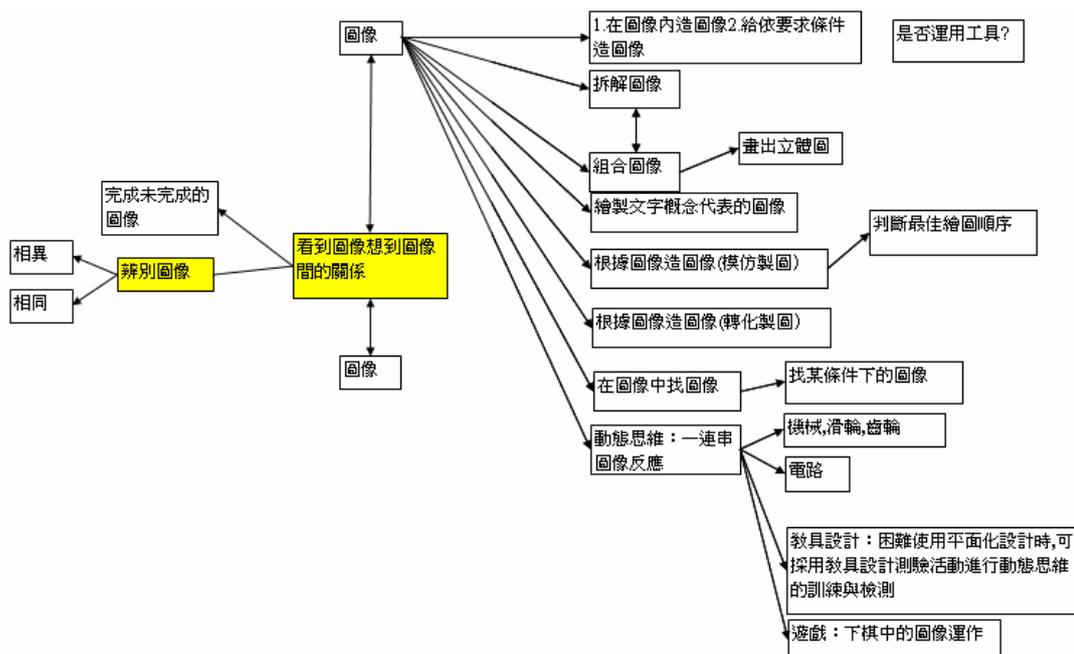


圖 5-2-1 視覺圖像研究範圍架構圖

2. 圖 \leftrightarrow 文的研究課題在數學圖像相關研究上可以再作努力。

參考文獻

一、中文部份：

- 丁信中等譯 (2004), Mintzes, I. J., & Novak, J. D. 著。評量科學理解：認識論之 V 圖，**促進理解之科學評量**。台北：心理出版社。
- 大英百科全書 (2005)。http://worldpedia.eb.com。(2005/4/4 瀏覽)。
- 王其敏 (1997)。視覺創意—思考與方法。台北：正中，135。
- 王文科 (1994)。認知發展理論與教育 (三版)。台北：五南。
- 王滿堂 (2003)。眼鏡學。台北縣：藝軒圖書，23。
- 王溢然 (2001)。形象、抽象、直覺。新竹：凡異出版社，82。
- 王溢然、張耀久 (2001)。類比。新竹：凡異出版社，6。
- 王曉如 (2003)。兒童網站之訊息設計分析，**視聽教育**，45 (2)，26-39。
- 王秋陽、中川翔詠譯 (2003)，岡部恆治著。**訓練思考能力的數學書**。台北：究竟出版社，86、89、150-151。
- 丘永福 (1989)。造形原理。台北：藝風堂。
- 田冠鈞 (2003)。第一篇：基礎理論介紹，03 概念式知識和劇情式知識。**田冠鈞個人首頁**。
http://www.ktyan.idv.tw/learning_knowledge_concept.htm。(2005/6/20 瀏覽)。
- 江志豪 (1997)。視覺化軟體發展環境應用在普通物理電腦輔助教學領域之研究，國立交通大學資訊工程學系碩士論文。
- 江佳惠 (2001)。以幾何面積為類比物教授國一代數乘法公式之研究，國立彰化師範大學科學教育研究所碩士論文。
- 全國博碩士論文資訊網 (2004)。http://datas.ncl.edu.tw/theabs/1/。(2005/6/20 瀏覽)。
- 全國圖書書目資訊網 (2004)。圖書聯合目錄。http://nbinet1.ncl.edu.tw/。(2005/6/20 瀏覽)。
- 朱建正 (1996)。解題導向的數學教學法，數理科教學法。台北：師大書苑，15-16。
- 池蓉姬 (2003)。不同文化對標誌符號的辨識與偏好影響研究—以台灣 (華語系) 與阿根廷 (西班牙語系) 為例，國立交通大學應用藝術研究所碩士論文，8。
- 呂清夫 (1989)。造型原理。台北：雄獅。
- 呂宜親 (2001)。視覺創意思考應用於國小音樂教學之研究。國立台灣師範大學音樂研究所碩士論文，1、21、24。
- 呂靜修譯 (1995)，Nicholas, R. 著。設計的表現形式。台北：六合出版社，31、34。
- 吳襄、林坤偉 (1994)。生理學大綱。台北：藝軒，413-415。
- 吳慧珠、李長燦 (2003)。第五章：Vygotsky 社會認知發展理論與教學應用。**學習與教學新趨勢**。台北：心理出版社。
- 余民寧 (1997)，**教育測驗與評量—成就測驗與教學評量**。台北：心理出版社，207、209。
- 李薦宏、賴一輝 (1973)。造型原理。台北，國立編譯館。

- 李嘉淦 (1984)。國中數學教學法。台北：幼獅文化，85。
- 李長燦 (2003)。發展對話與反省社群的國小數學教學模式之研究— Vygotsky「可能發展區」概念的探討與實踐。國立高雄師範大學教育學系博士論文。
- 李宜芬 (2002)。國三學生突破因附圖造成之論證障礙的學習歷程研究。國立臺灣師範大學數學研究所碩士論文。
- 李素卿譯 (2003)，Eysenck, M. W., & Keane, M. T. 著。認知心理學。台北：五南出版社，35、46、54、87、105、115、128、367、454。
- 何應傑 (2002)。兒童閱讀圖畫書意義建構之研究。國立嘉義大學國民教育研究所碩士論文，2-3。
- 杜先智 (1994)。數學在中學物理中的應用。台北：九章出版社，29-30、245。
- 沙興亞譯 (1990)，今井省吾著。錯視圖形。台北：遠流出版社，2。
- 邱明秀 (2004)。中文部首分色識字教學法對國小識字困難學童教學成效之研究。中原大學教育研究所碩士論文。
- 金崇華 (2000)。小兒弱視保健手冊。台北：書泉。
- 林庭如 (2000)。國小弱視學童完形圖像認知歷程之研究 — 以「圖與地」、「群化原則」為例。國立交通大學應用藝術研究所碩士論文。
- 林俊良 (2004)。視覺傳達設計概說。台北：藝風堂出版社，38-39。
- 吳瑪俐譯 (1995a)，Kandinsky, W. 著。藝術的精神性。台北：藝術家。
- 吳瑪俐譯 (1995b)，Kandinsky, W. 著。點線面。台北：藝術家。
- 洪明賢 (2003)。國中生察覺數形規律的現象初探，國立台灣師範大學數學系教學碩士班碩士論文，12。
- 洪萬生等譯 (2004)。Richard Phillips 著。數字邏輯 101。台北：究竟出版社，62。
- 高耀琮 (2002)。兒童平面幾何圖解概念之探討。國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文，15。
- 教育部 (2003)。國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域。台北：教育部印製，24。
- 教育百科辭典編審委員會主編 (1994)。教育百科辭典。台北：五南出版社。
- 黃芸 (2004)。中文閱讀障礙研究 — 以國中小學生為例。中原大學心理學研究所碩士論文。
- 黃信夫 (2004)。人對基本幾何形狀面積知覺的研究。國立雲林科技大學工業設計系碩士班研究論文。
- 夏聖亭 (1998)。中學數學題巧解妙法。新竹：凡異出版社，201、526。
- 夏勳 (1979)。設計教育理論與實踐 (再版)。台北：世界文物。
- 陳祥 (2003)。概念圖教學在高中生物學習成效之研究。國立中興大學生命科學院碩士論文。
- 陳李綢 (1996)。認知發展與輔導。台北：心理。
- 陳淑敏 (2005)。Vygotsky「最近發展區」概念內涵的探討。屏東師院學報，8。
- 陳子木 (1997)。藝術的創造鑑賞批評。台北：環宇。
- 國立編譯館 (1995)。數學科教學研究。台北：正中書局，12-13、17、23。

- 國立編譯館 (2001)。數學教師手冊第一冊至第六冊。台北：國立編譯館。
- 黃敏晃 (2002)。化簡到 Eureka，翰林文教雜誌，第 31 期。
- 梁勇能 (2000)。動態幾何環境下，國二學生空間能力學習之研究。國立台灣師範大學數學研究所碩士論文。
- 甯自強 (1998)。教師因應新課程的乘法啟蒙教材之道，翰林文教雜誌，第 1 期。
- 葉重新 (2000)。心理學。台北：心理出版社，140。
- 葉文明譯 (2004)，Bodycombe, D. J. 著。100 個視覺與圖像的奇幻遊戲。台北：究竟出版社，111。
- 張恬君、王鼎銘、葉立誠、孫春望 (1998)。映象藝術。台北：國立空中大學出版，106-114。
- 張春興、林清山 (1990)。教育心理學。台北：東華書局，42、137-138。
- 張春興 (2000)。心理學思想的流變。台北：東華書局，62。
- 張霄亭 (2002)。教學媒體與學習科技。台北：雙葉書廊。
- 張霄亭等譯 (2003)，Lester, P. M. 著。視覺傳播。台北：雙葉書廊有限公司，4、6、35、46-47。
- 張靜譽、念家興譯 (1996)，Sobel, M. A., & Maletsky, E. M. 著。數學教學方法。台北：九章出版社，58、65。
- 陳祥 (2003)。概念圖教學在高中生物學習成效之研究。國立中興大學生命科學院碩士論文。
- 國民中學學生基本學力測驗推動工作委員會 (2004)。歷屆試題。
<http://www.bctest.ntnu.edu.tw/>。(2005/6/20 瀏覽)。
- 楊弢亮 (1997)。中學數學教學法通論。台北：九章出版社，22。
- 楊大和、饒怡君譯 (2003)，Strling, J. 著。大腦皮質功能。台北：五南出版社，156、190。
- 葛曉冬 (2000)。花蓮地區國小泰雅族學生 van Hiele 幾何思考層次之調查研究。國立花蓮師範學院國小科學教育研究所碩士論文。
- 屠耀華 (1991)。我國國中學生圖形概念發展之研究。數學科教學輔導論文集。台北：國立台灣師範大學中等教育輔導委員會。
- 薛絢譯 (2004)，Eliot, L. 著。打造黃金腦。台北：城邦文化，221-247。
- 趙惠玲 (1995)。美術鑑賞。台北：三民出版社。
- 簡佳雯 (2003)。談表徵對數學教學的重要性，翰林文教雜誌，第 32 期。
- 圖形思考法研究小組譯 (1998)，二見良治著。圖形思考法：如何教您有效應用新 QC 七大手法。桃園：和昌出版社。
- 鄭雅云譯 (2002)，久恆啟一著。圖形思考，台北：商周出版社。
- 鄭日昌、周軍譯 (2003)，Rookes, P., & Willson, J. 著。知覺—理論、發展、與組織。台北：五南，27、60、64、67、69-71、103。
- 蔡慧菁 (2004)。國小一年級學童識字能力與視知覺能力之相關研究。臺中師範學院教育測驗統計研究所碩士論文。
- 蔡子瑋譯 (2002)，Mckim, R. H. 著。視覺思考的經驗。台北：六合出版社，3。

- 閻育蘇譯 (1993), Polya, G. 著。怎樣解題。台北：九章出版社，83、85、86、87。
- 歐陽絳譯 (1993), Eves, H. 著。數學史概論。台北：曉園出版社，10。
- 劉秋木 (2002)。國小數學教學研究。台北：五南出版社，62、68-70、462-464。
- 劉思量 (1998)。藝術心理學—藝術與創造。台北：藝術家出版社，40。
- 劉錫權、陳幸春譯 (1998), Denton, C. 著。視覺傳達—平面設計 (上)。台北：六合出版社，48。
- 謝貞秀、張英傑 (2003)。國小三四年級平面圖形概念之探究。國立台北師範學院學報。16, 97-134。
- 簡佳雯 (2003)。談表徵對數學教學的重要性，翰林文教雜誌，第 32 期。
- 顏慶詳、湯維玲等 (1994)。教育百科辭典。台北：五南出版社。
- 顏月珠 (1987)。實用統計方法—圖解與實例。台北：三民出版社。
- 譚寧君 (1996)。解題導向的數學教學，數理科教學法。台北：師大書苑，30-31。
- Google台灣 (2005)。圖片搜尋說明。Google圖片搜尋。
http://www.google.com.tw/intl/zh-TW/help/faq_images.html。(2005/6/20 瀏覽)。

二、英文部份：

- Enns, J. T. (2004). *The Thinking Eye, The Seeing Brain: explorations in visual cognition*(p57, 369). New York: W. W. North & Company.
- Fleming, M., & Levie, W. H. (1993). *Instructional message design: Principles from the Behavioral Sciences*. Englewood Cliffs, NJ: Educational Technology.
- Harris, L. R., & Jenkin, M. (2001). *Vision and attention*. (pp.1-17). New York: Springer.
- Larkin, M. (2002). *Using Scaffolded Instruction To Optimize Learning*. ERIC Digest, AN: ED474301, Database: ERIC.
- Parasuraman, R. (2000). The Attentive Brain: Issues and Prospects. *In The Attentive Brain.*, edited by R.Parasuraman, (pp.3-16). Cambridge, MA: MIT Press.
- Rieber, L. P. (1994). *Computers, graphics, and learning*. Madison, Wisconsin: Brown & Benchmark.
- Roblyer, M. D. (2003). *Integrating educational technology into teaching (3rd ed.)*. Upper Saddle River, NJ: Merrill / Pearson Education.
- Spache, G. D., Hinds, L. R., & Bing, L. B. (1992). *Vision and school success: a guide to understanding vision's role in learning in the classroom*. (pp.4-5). Santa Ana, Calif: vision Extension.
- Sternberg, R. J. (1998). *Cognitive Psychology*. New York: Harcourt Brace

College Publishers.
Wandell, B. A. (1995). *Foundation of Vision*. Sunderland, MA: Sinauer Press.



【附錄一】

視覺提示比較測驗 1

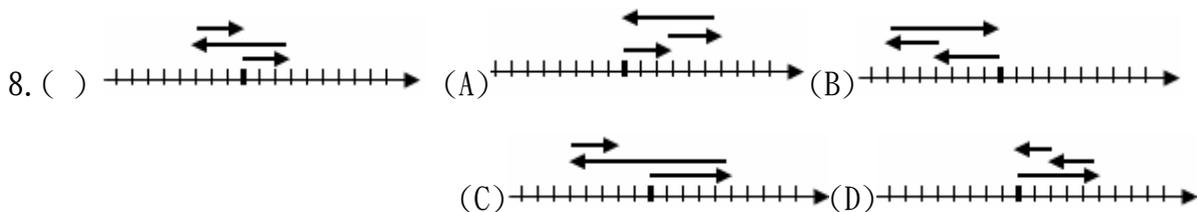
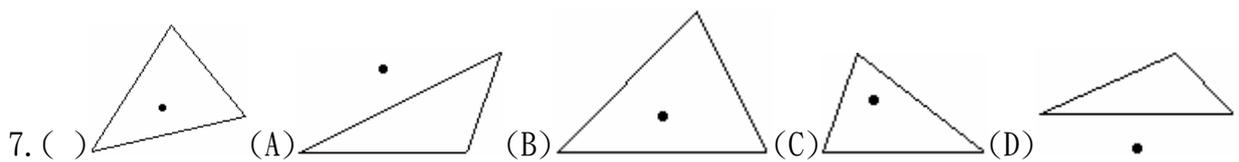
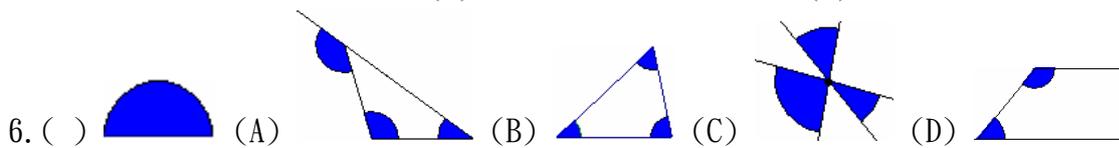
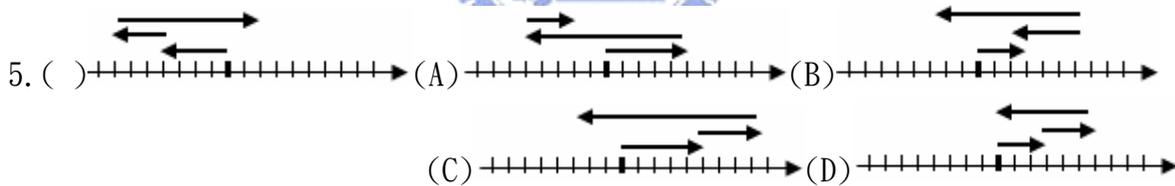
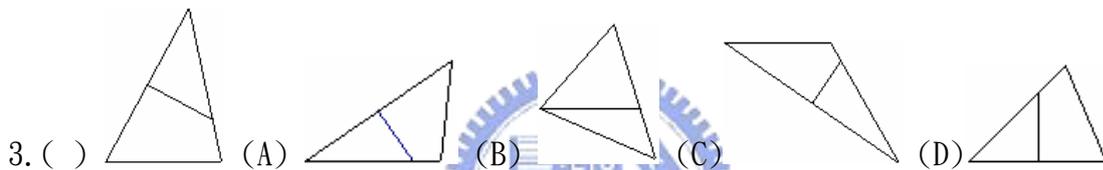
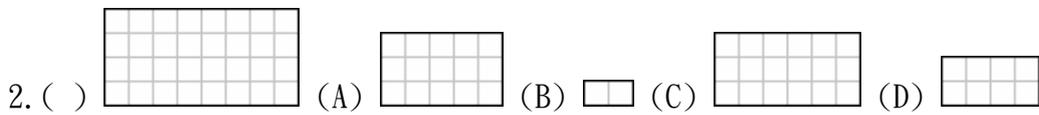
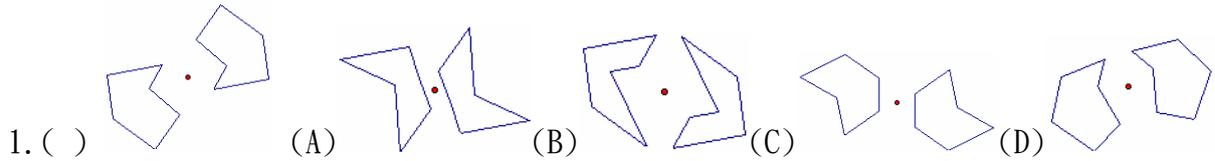
同學您好：

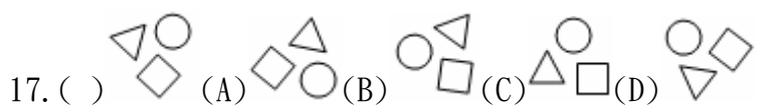
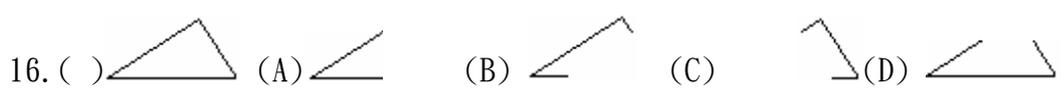
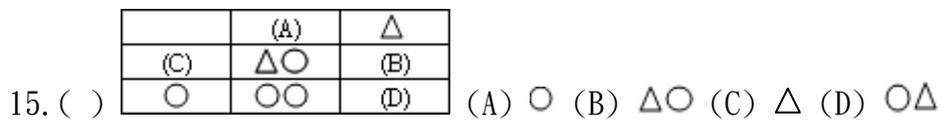
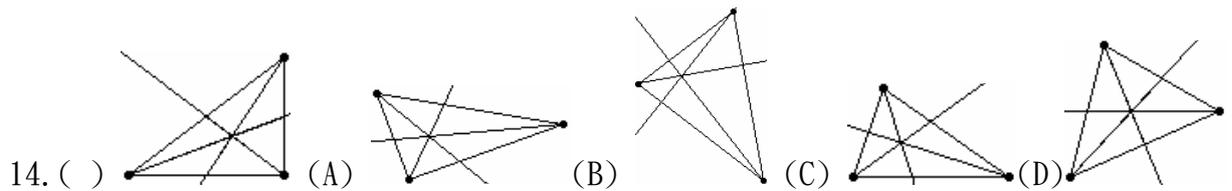
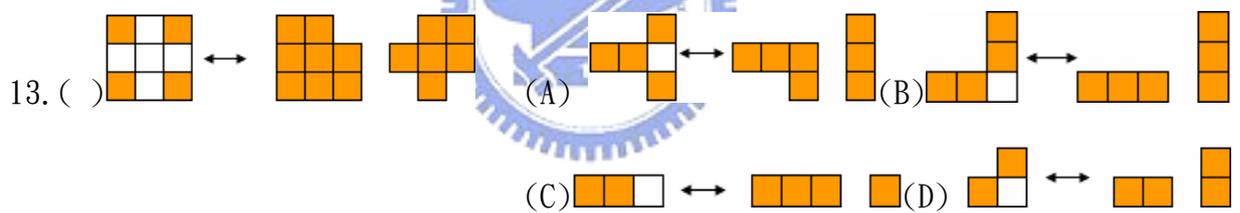
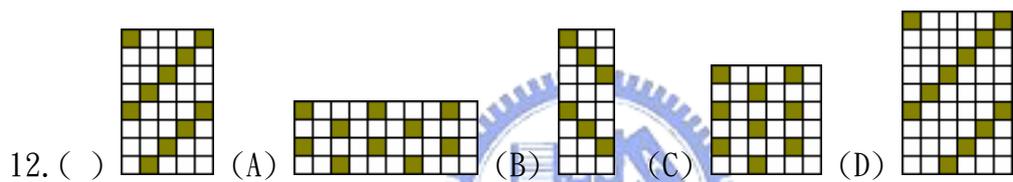
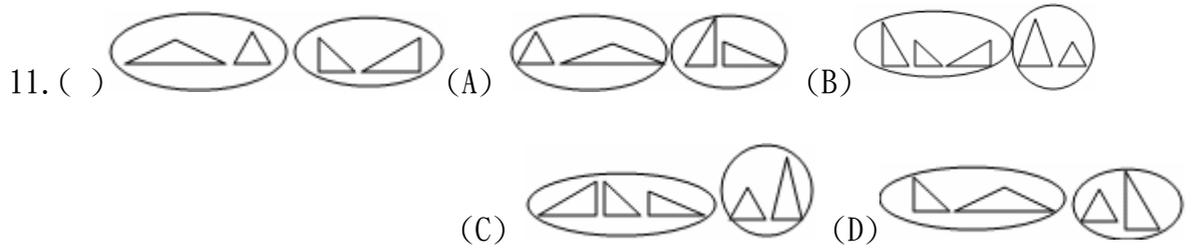
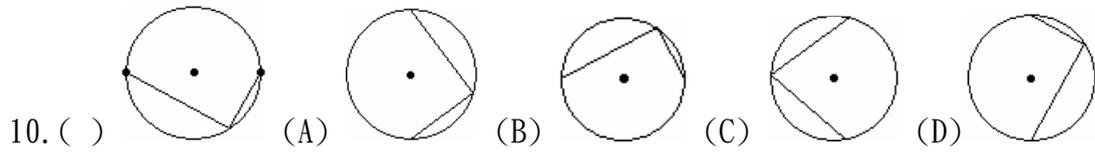
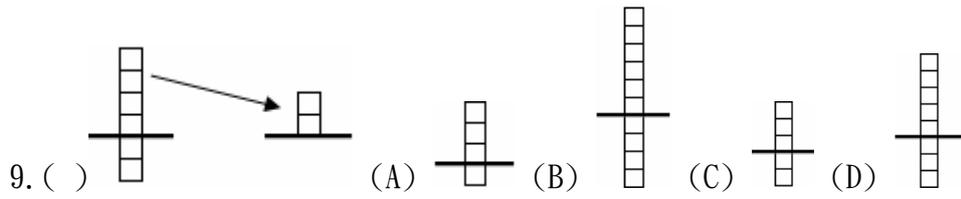
請你依照題目的要求完成下列各題。善用你的   看出問題的答案。

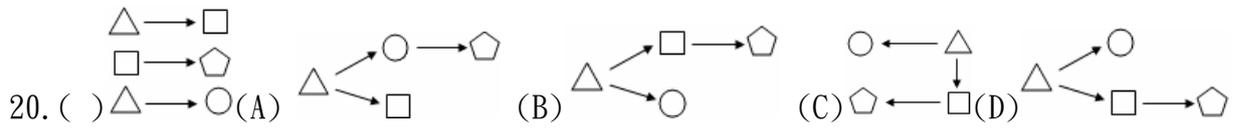
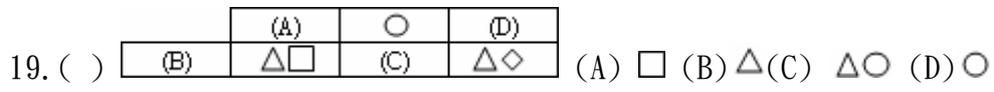
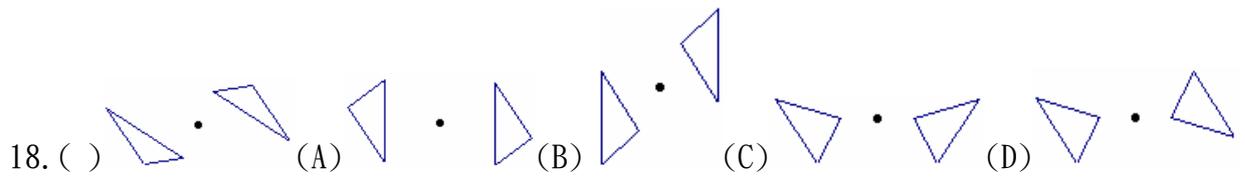
找出最沒有關係的圖形

例如：() 勺 (A) 夕 (B) 冂 (C) 匚 (D) M 。答案為 (D)。

理由：勺夕冂匚是注音符號，但M是英文字母，所以最沒有關係的是M。







視覺提示比較測驗 2

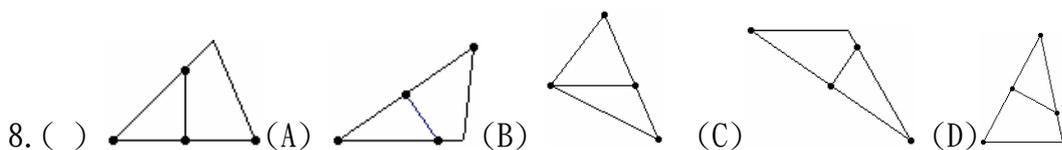
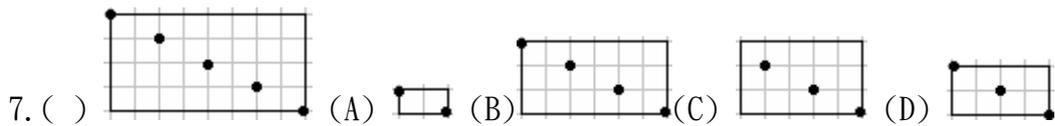
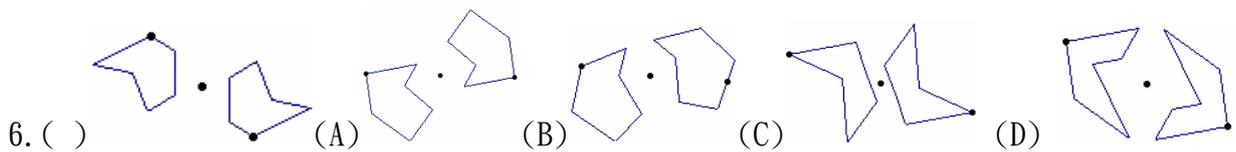
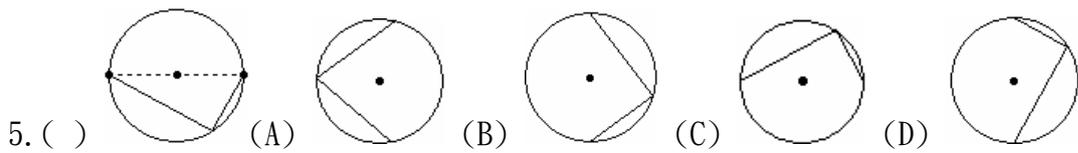
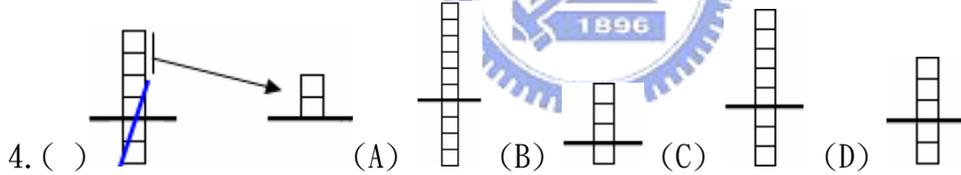
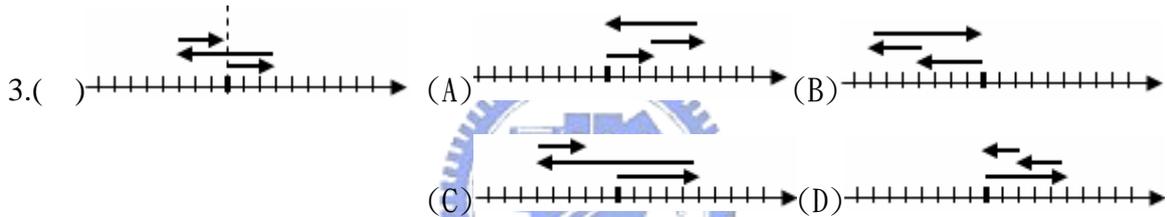
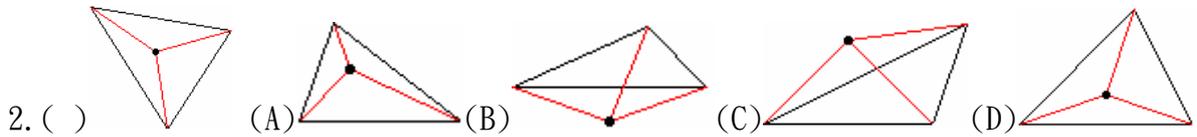
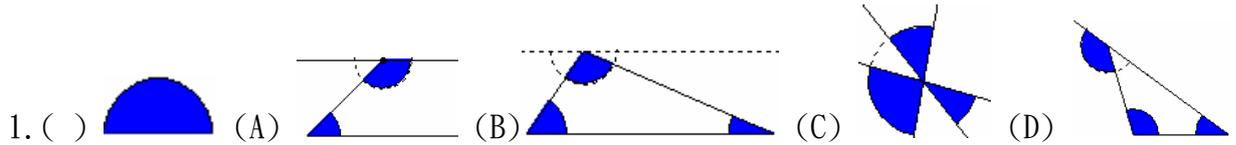
同學您好：

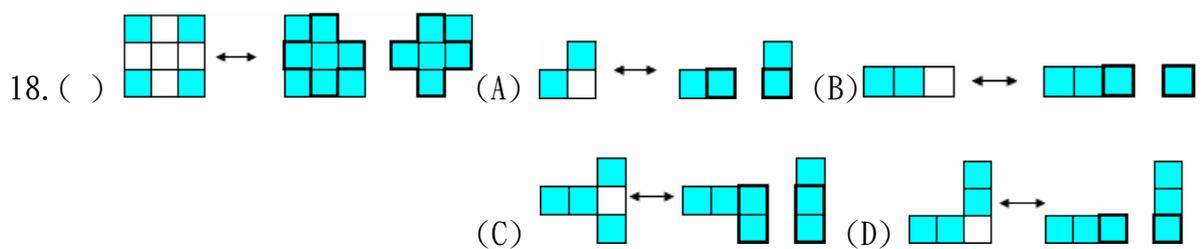
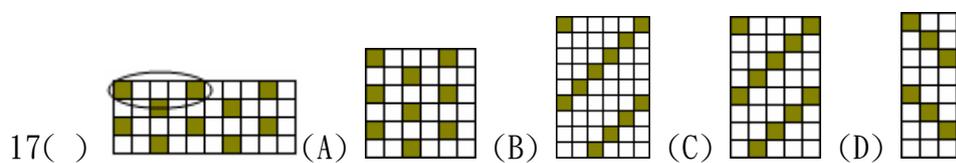
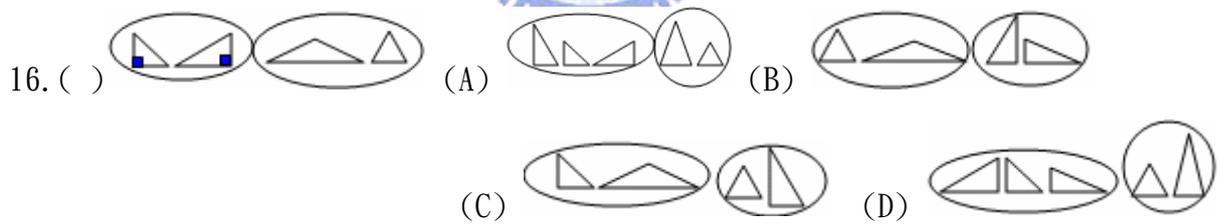
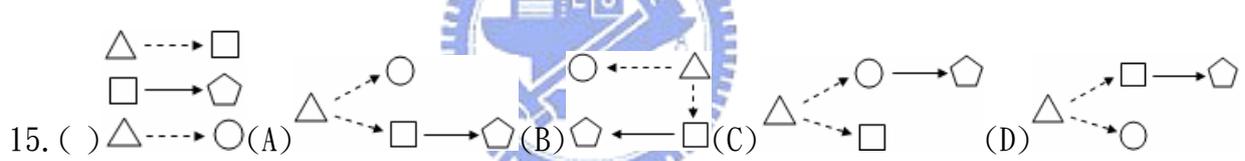
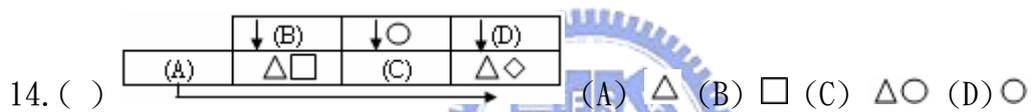
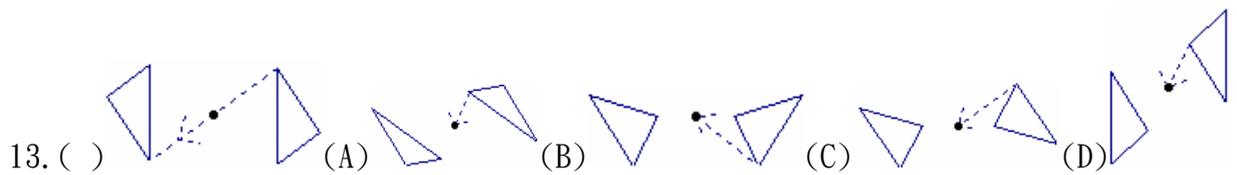
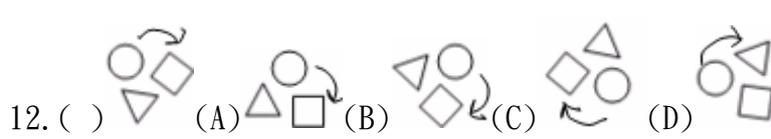
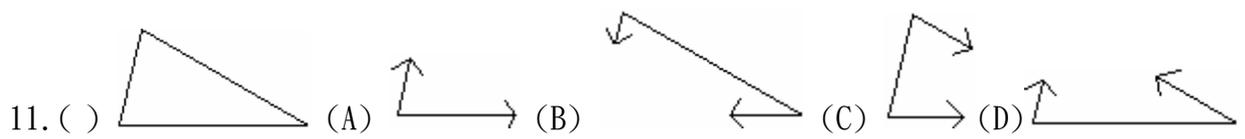
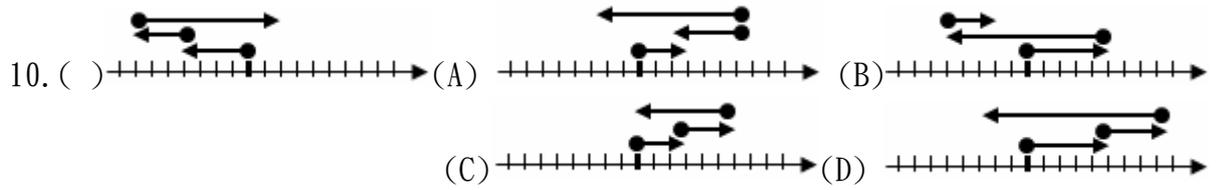
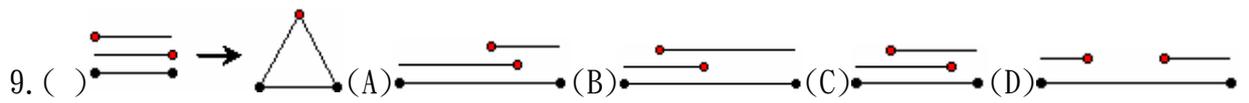
請你依照題目的要求完成下列各題。善用你的   看出問題的答案。

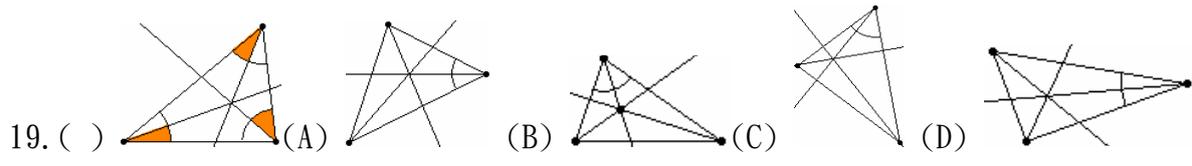
找出最沒有關係的圖形

例如：() 勺 (A) 夕 (B) 冂 (C) 匚 (D) M。答案為 (D)。

理由：勺夕冂匚是注音符號，但M是英文字母，所以最沒有關係的是M。







20. ()

	(C)	◇
(A)	◇ ▲	(D)
△	△ ▲	(B)

 (A) ◇ (B) △◇ (C) ▲ (D) ◇▲



____年____班____號

請你依照題目的要求完成下列各題。善用你的  看出問題的答案。

1. 如果很難看出答案，仍希望你盡可能的選出所有題目的答案。
2. 完成測驗一的所有答案後才進行測驗二。

※找出最沒有關係的圖形

例如：(D) ㄅ (A) ㄆ (B) ㄇ (C) ㄏ (D) M 。答案為 (D)。

理由：ㄅㄆㄇㄏ是注音符號，但M是英文字母，所以最沒有關係的是M。

測驗 1 答案卷

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

測驗 2 答案卷

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

※盡可能選出及寫出你的答案

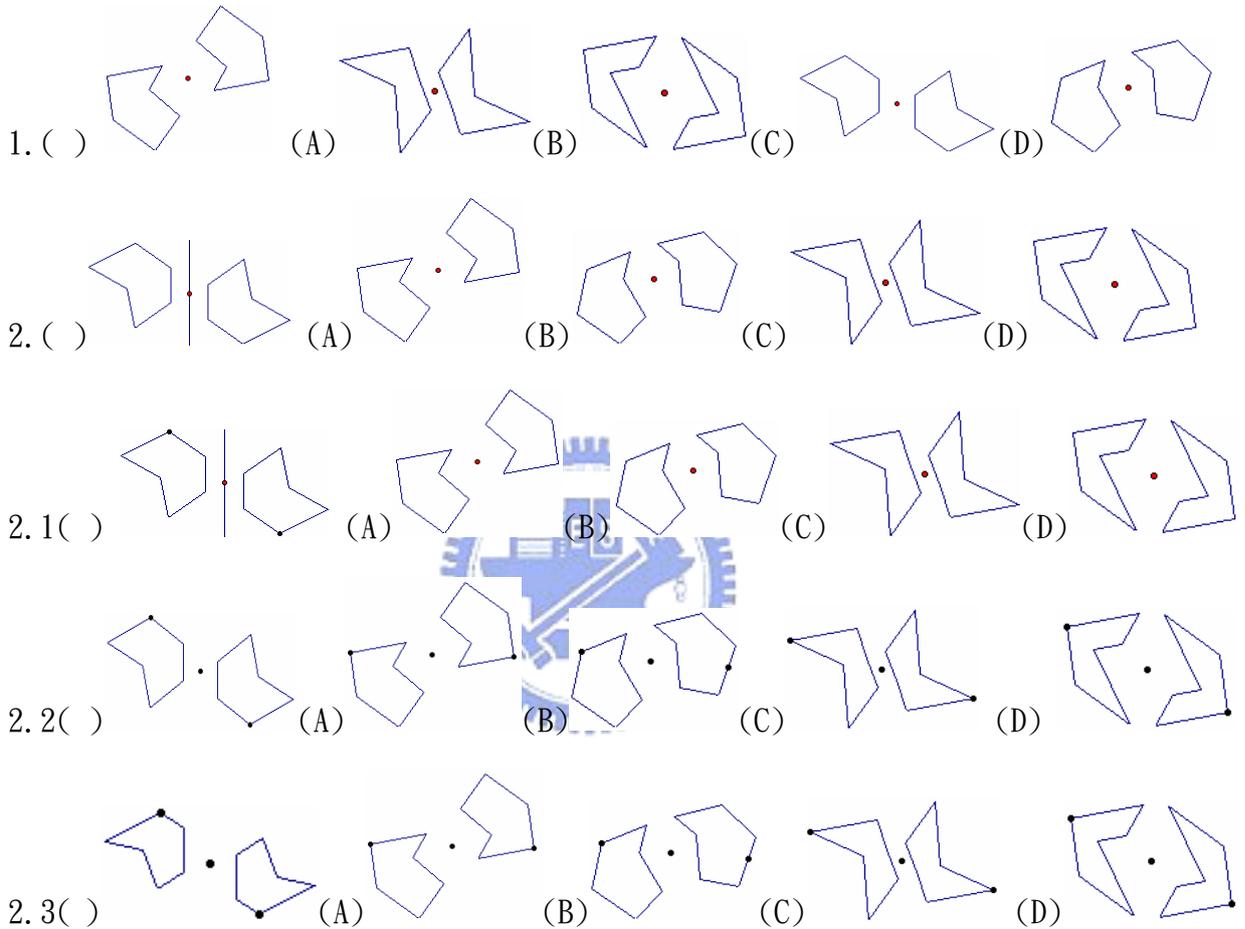
1. 常看類似的圖形嗎？經常偶爾很少或這是第一次看到。
2. 曾在哪裡看過類似的圖形？答：有_____、_____ 沒有。
3. 測驗 1 和測驗 2 有沒有關係？有，是甚麼關係呢？答：_____ 沒有。

【附錄二】編製過程之圖像編製紀錄

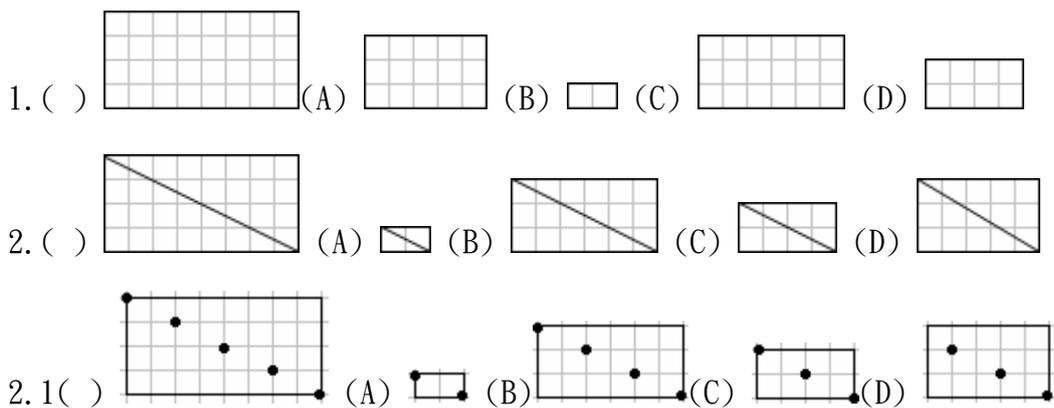
編號說明：

題 1、題 1.1…均為測驗 1(無提示題)之修正過程試題，最後編碼為正式施測時使用試題。
 題 2、題 2.1…均為測驗 2(有提示題)之修正過程試題，最後編碼為正式施測時使用試題。

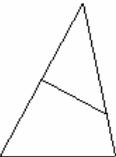
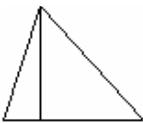
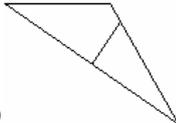
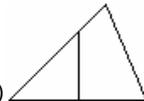
【題 1】找出最沒有關係的圖形

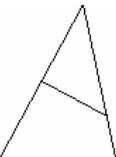
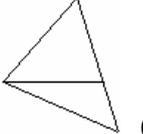
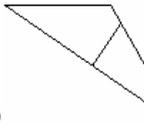
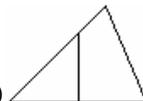


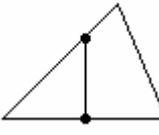
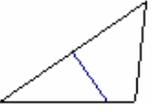
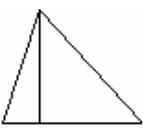
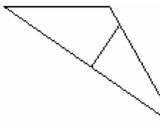
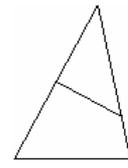
【題 2】找出最沒有關係的圖形

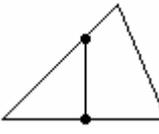
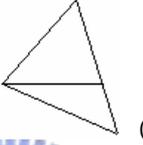
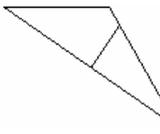
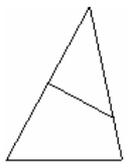


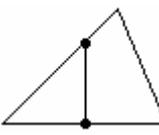
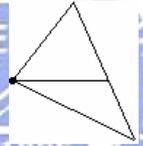
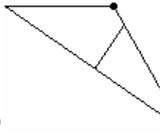
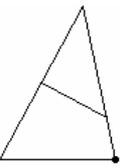
【題 3】找出最沒有關係的圖形

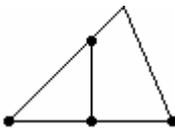
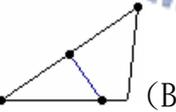
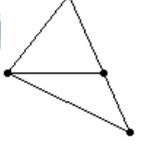
1. ()  (A)  (B)  (C)  (D) 

1.1 ()  (A)  (B)  (C)  (D) 

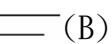
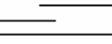
2. ()  (A)  (B)  (C)  (D) 

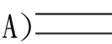
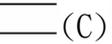
2.1 ()  (A)  (B)  (C)  (D) 

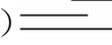
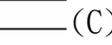
2.2 ()  (A)  (B)  (C)  (D) 

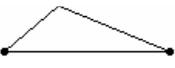
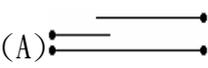
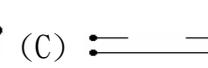
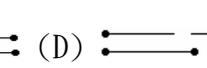
2.3 ()  (A)  (B)  (C)  (D) 

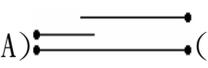
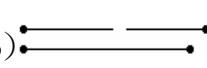
【題 4】找出最沒有關係的圖形

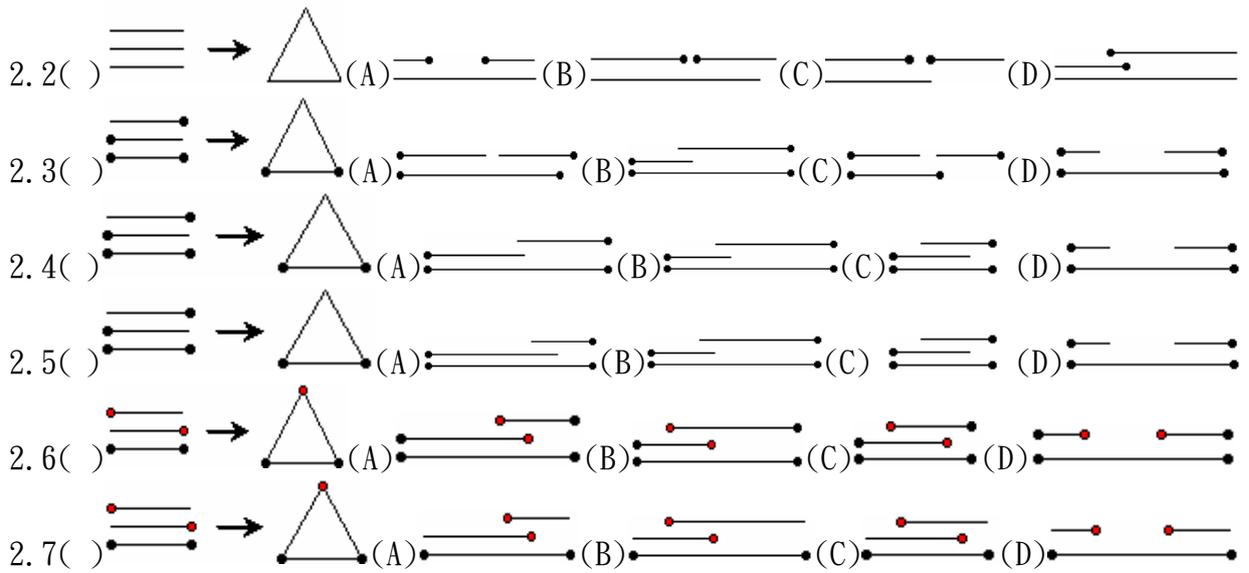
1. ()  (A)  (B)  (C)  (D) 

1.1 ()  →  (A)  (B)  (C)  (D) 

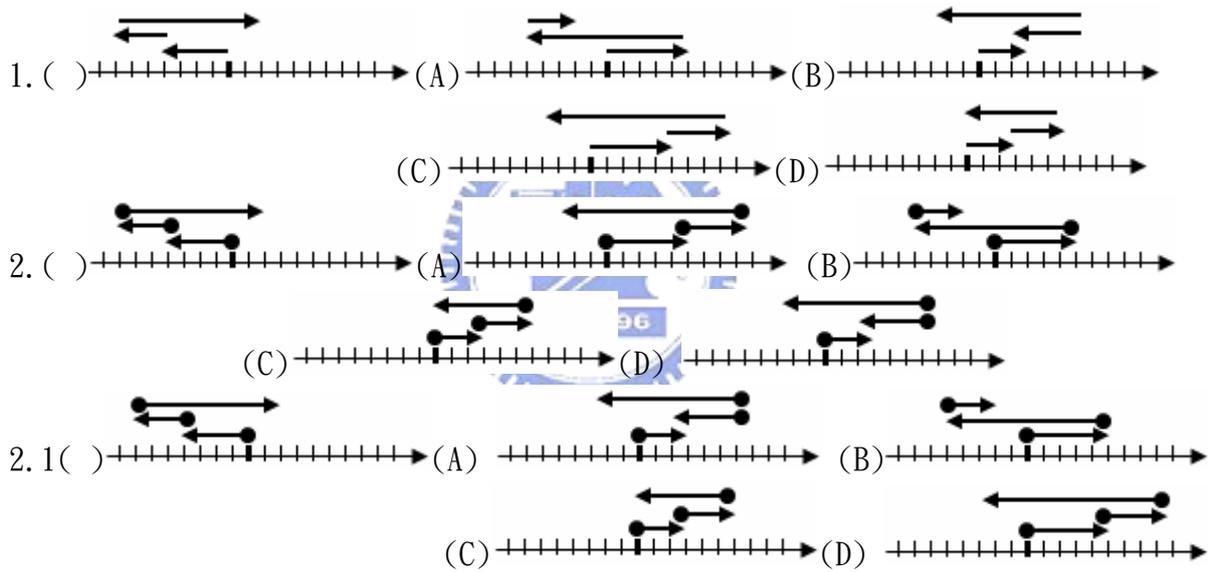
1.2 ()  →  (A)  (B)  (C)  (D) 

2. ()  (A)  (B)  (C)  (D) 

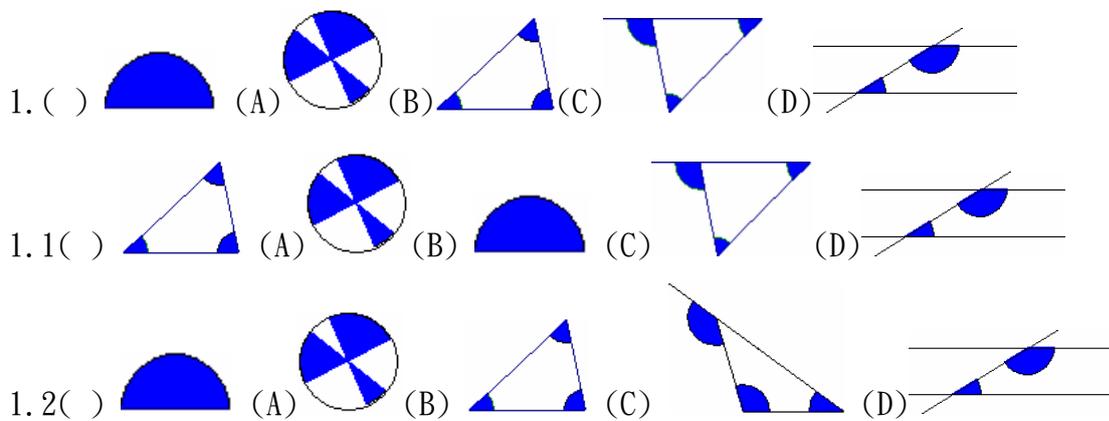
2.1 ()  →  (A)  (B)  (C)  (D) 

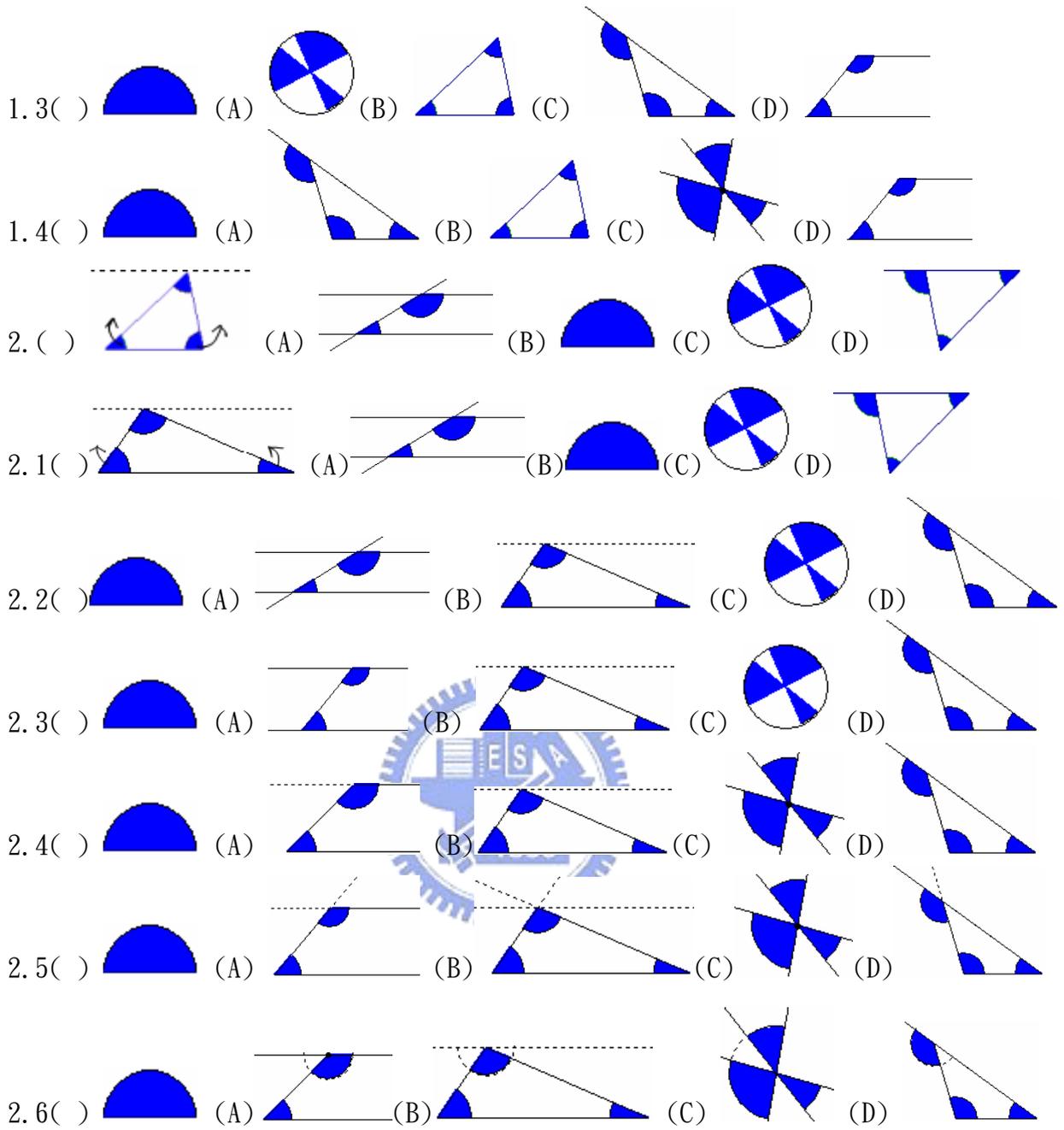


【題 5】找出最沒有關係的圖形

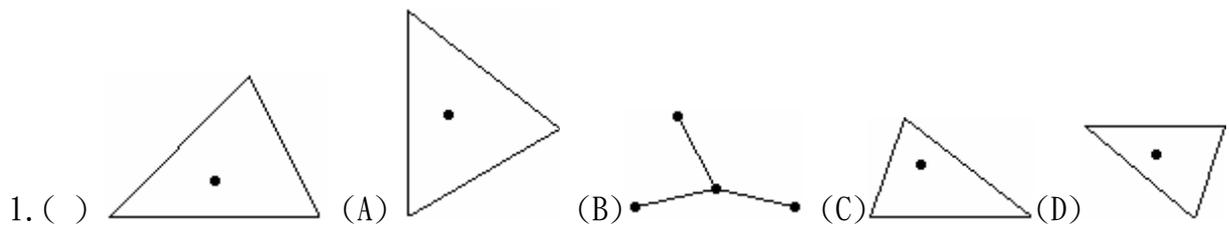


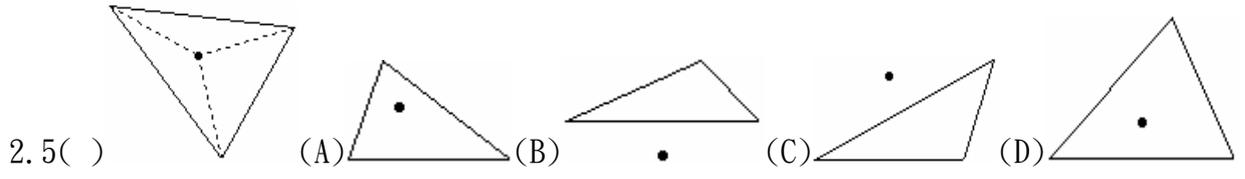
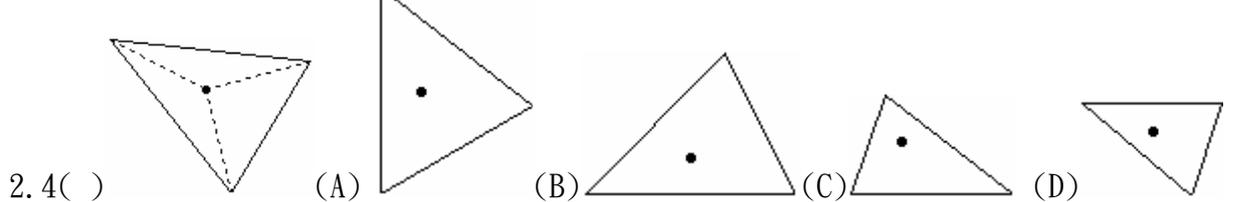
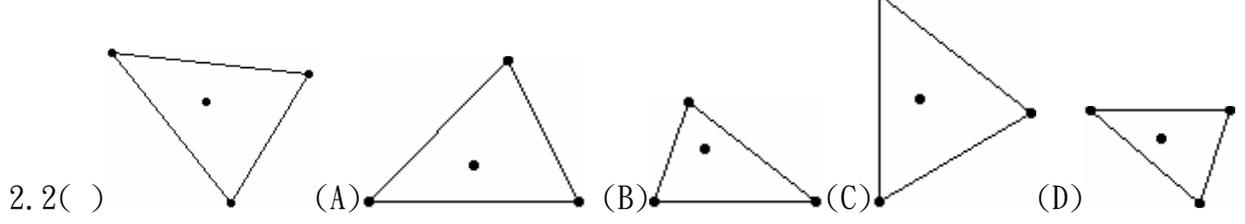
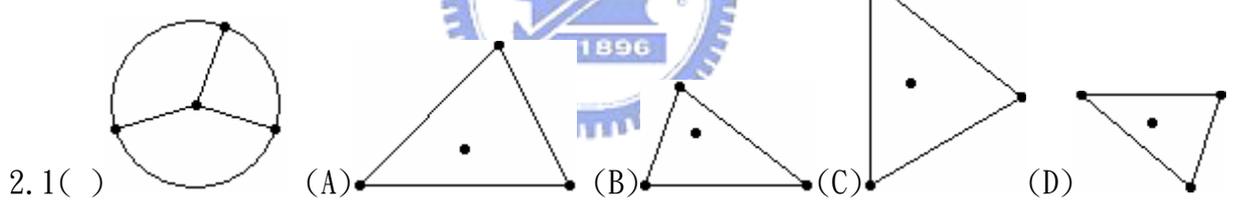
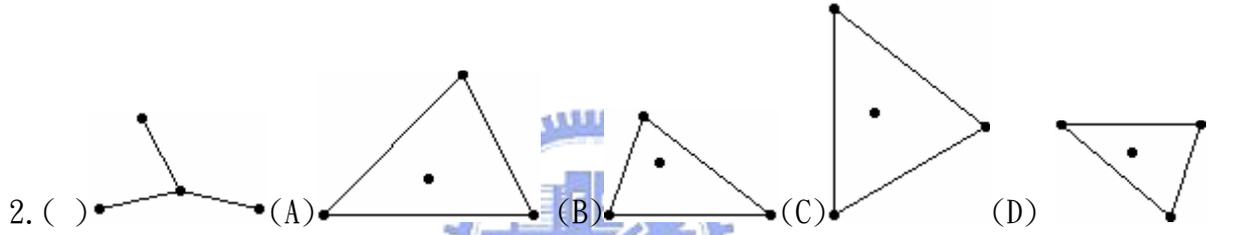
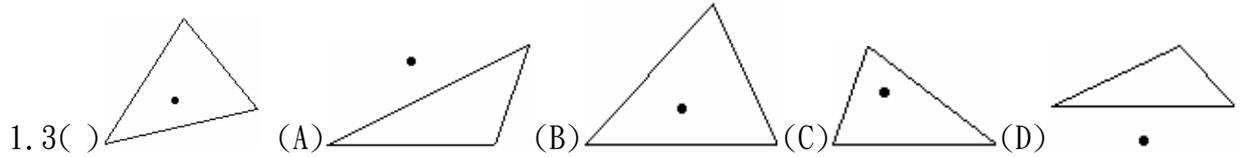
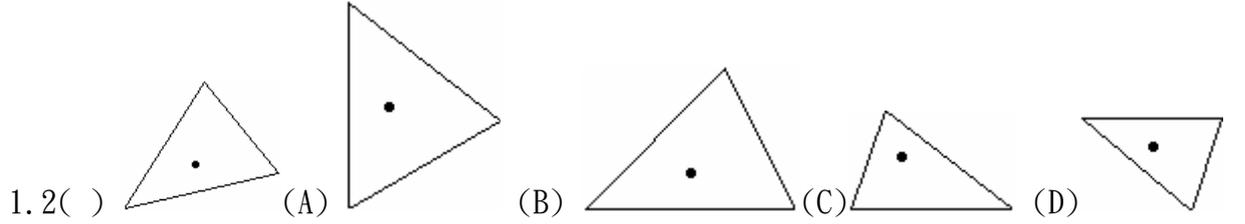
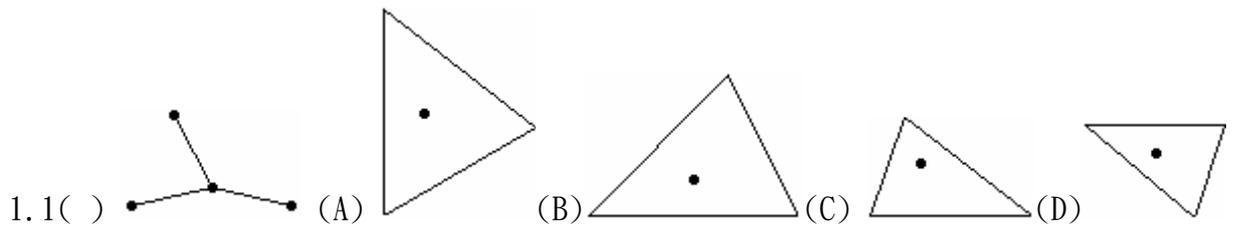
【題 6】找出最沒有關係的圖形

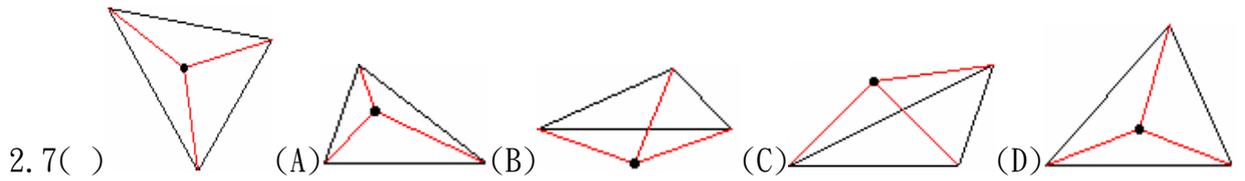
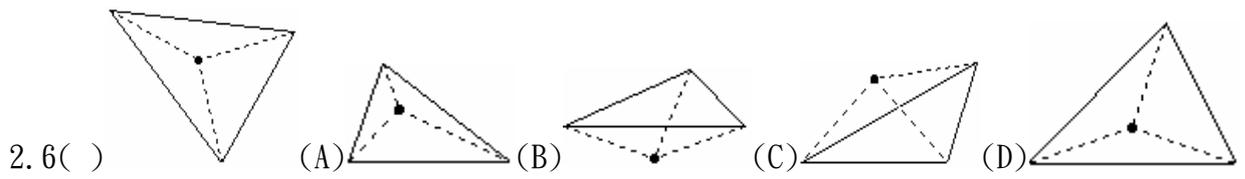




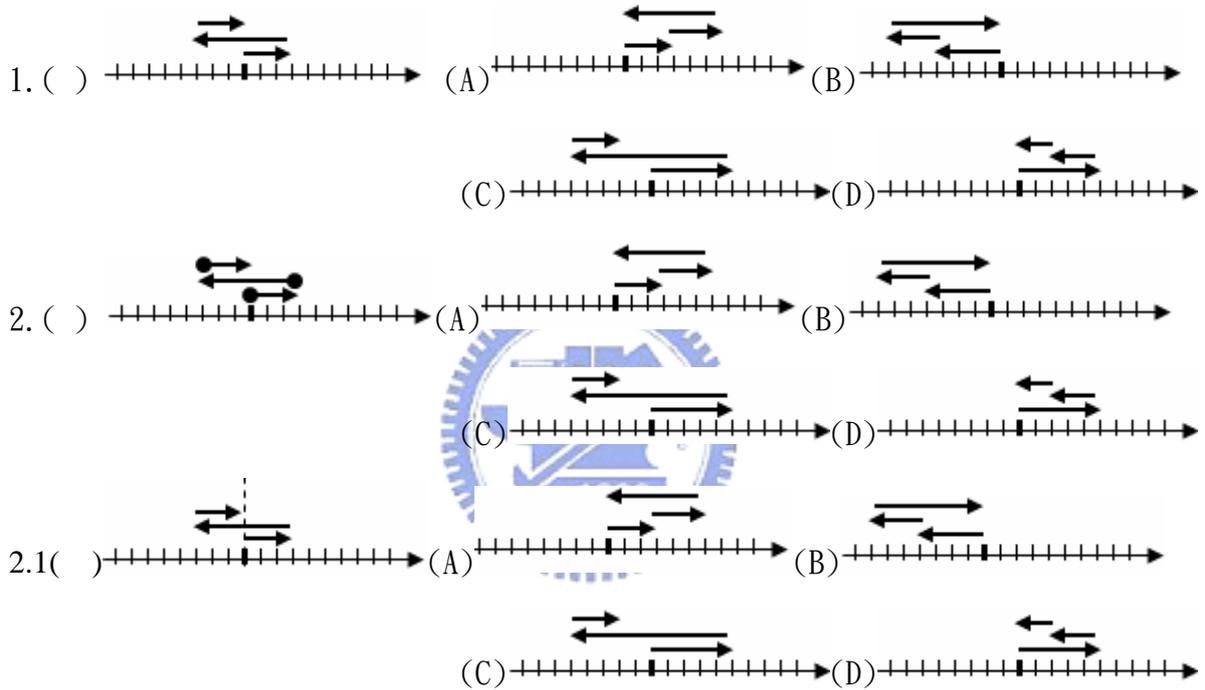
【題 7】找出最沒有關係的圖形



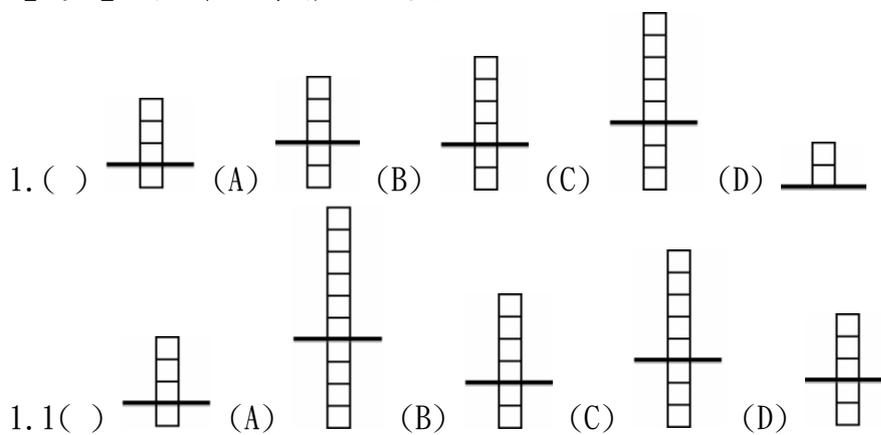


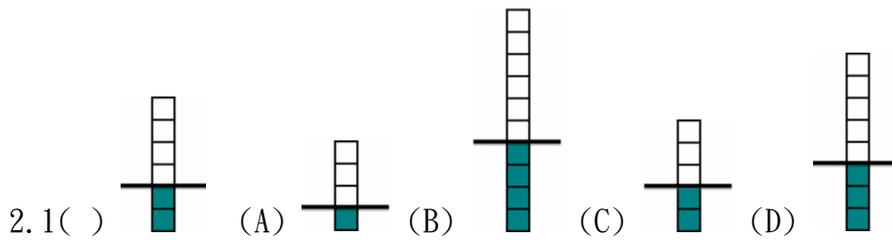
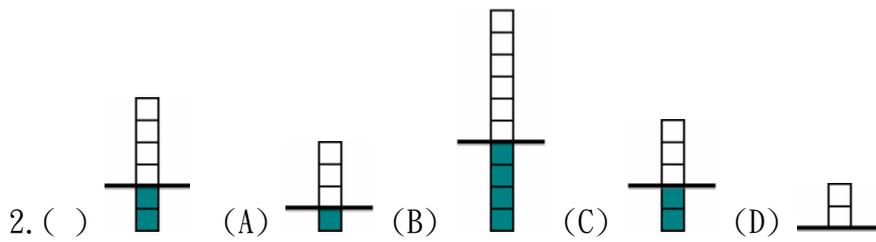
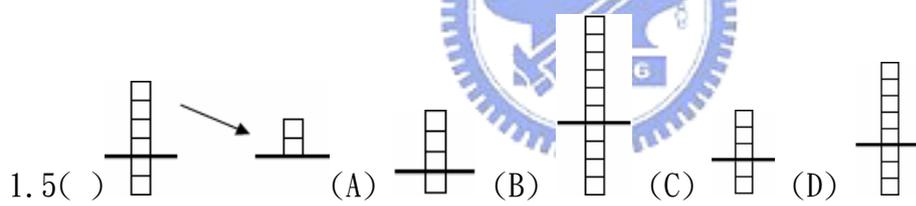
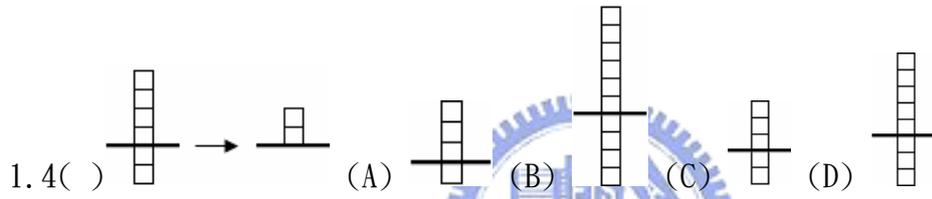
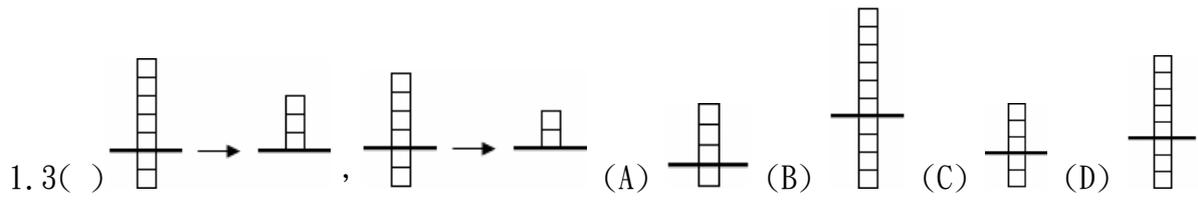
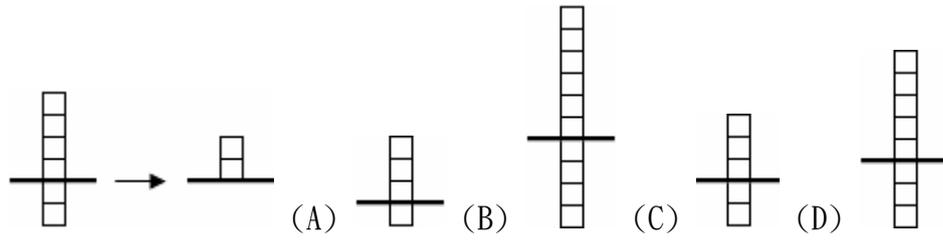
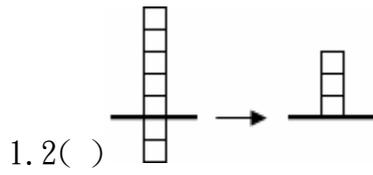


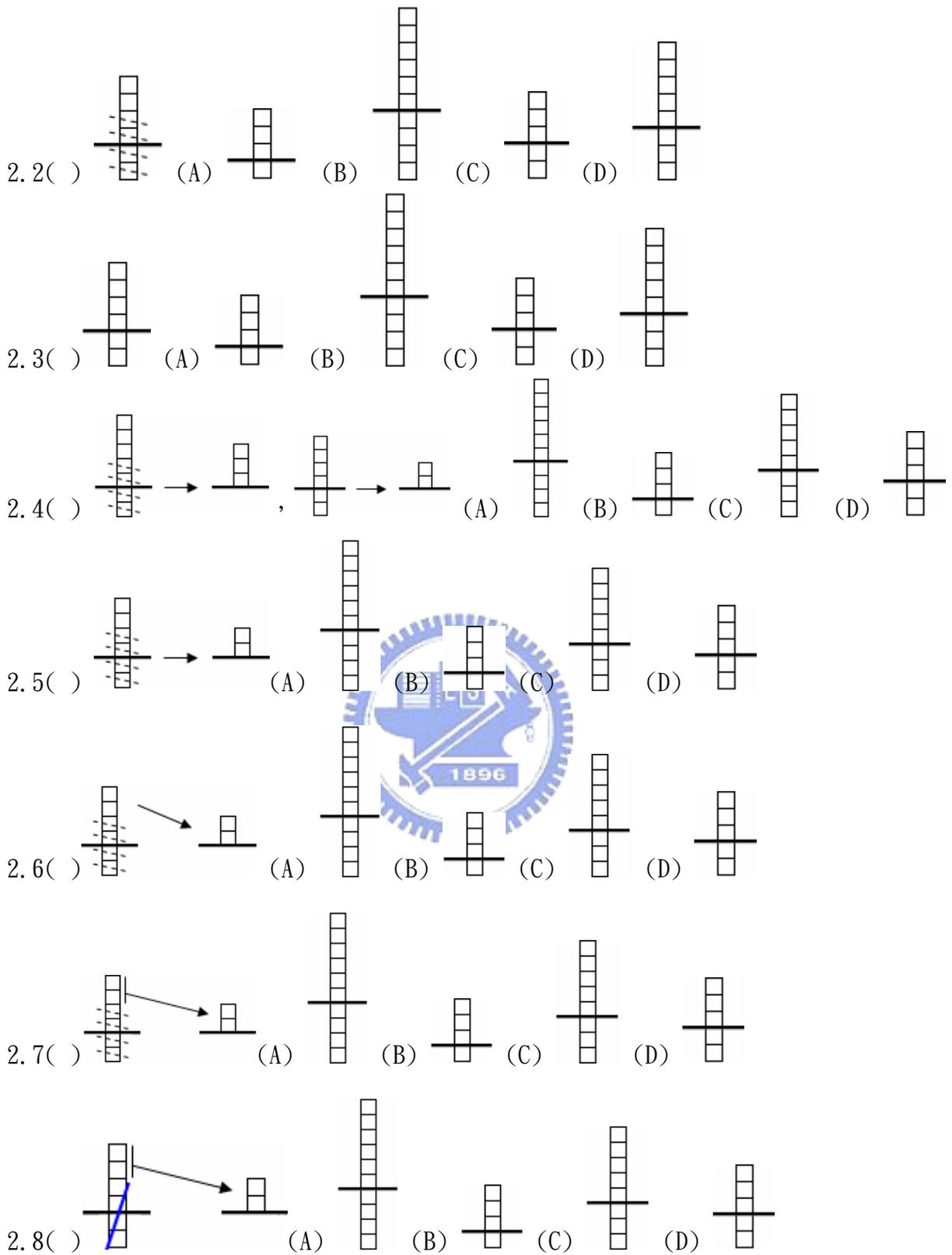
【題 8】找出最沒有關係的圖形



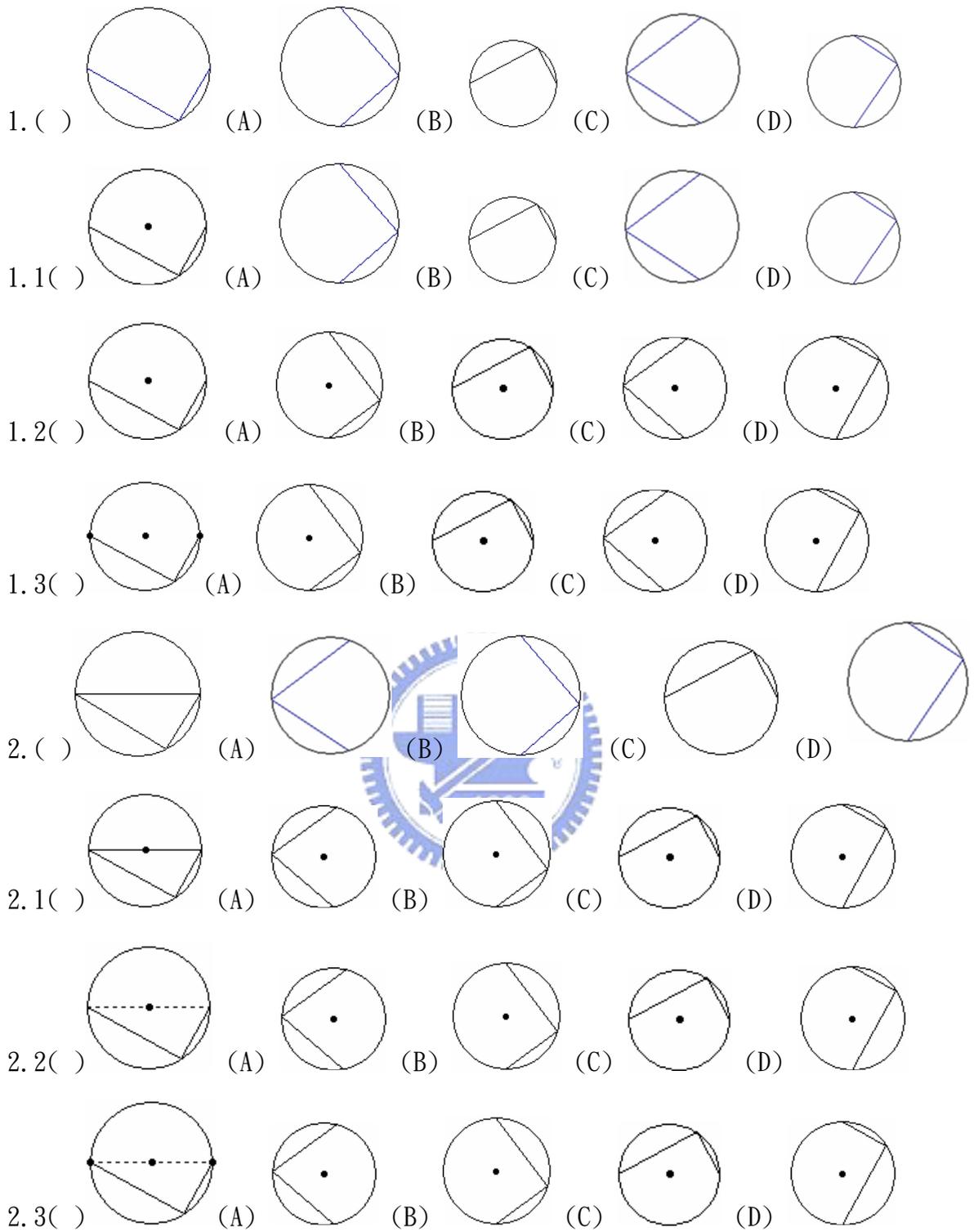
【題 9】找出最沒有關係的圖形



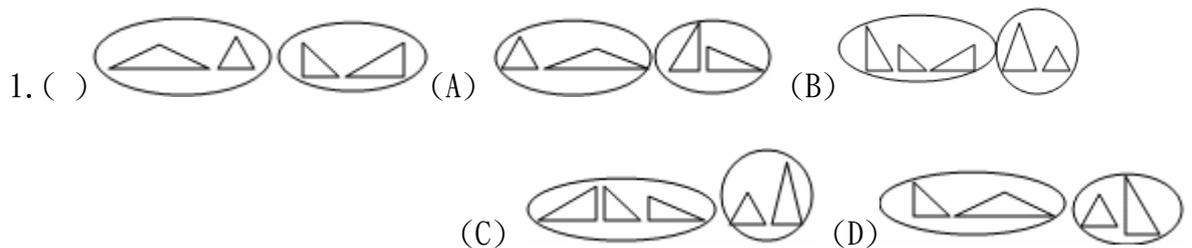


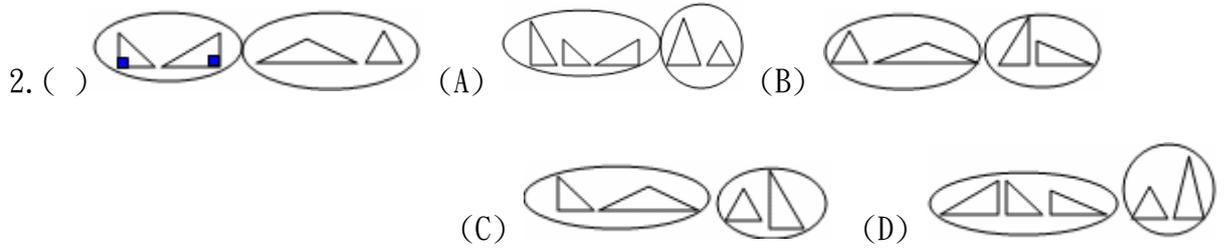


【題 10】找出最沒有關係的圖形

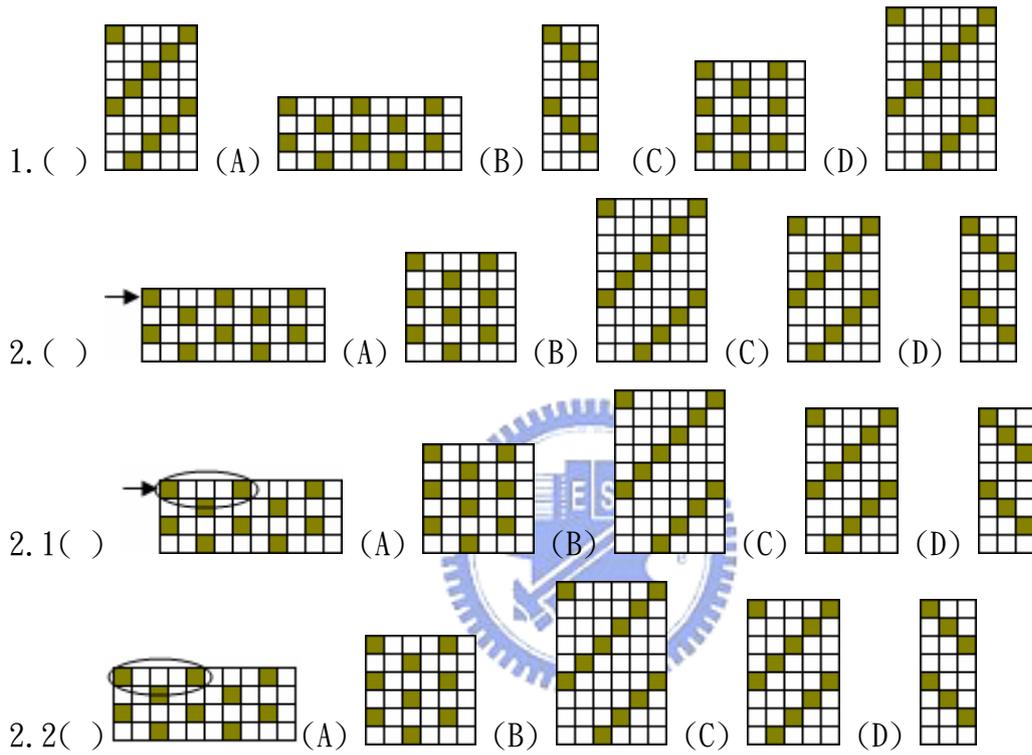


【題 11】找出最沒有關係的圖形

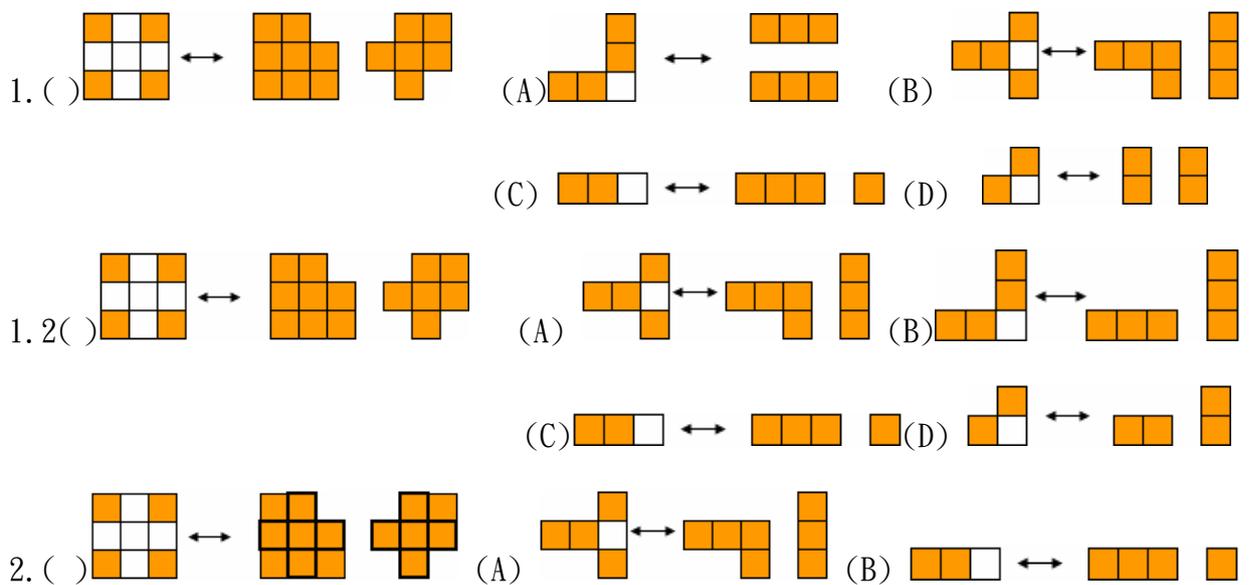


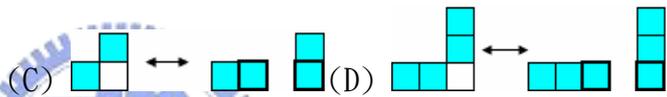
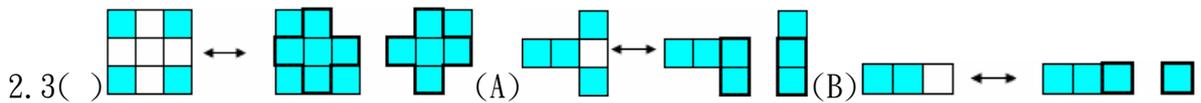
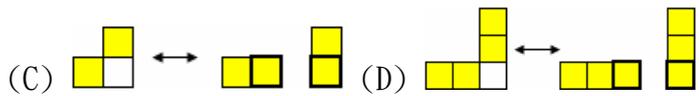
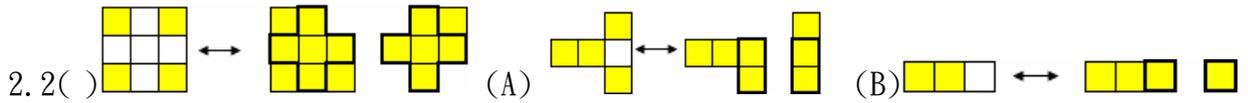
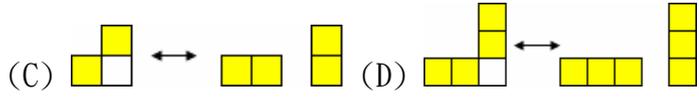
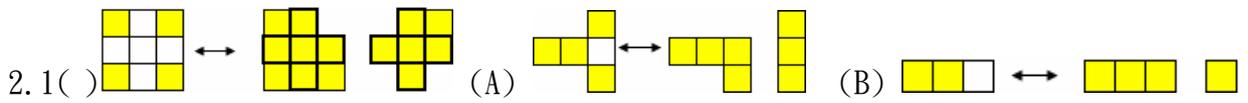
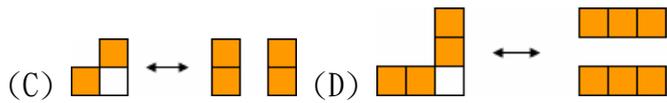


【題 12】找出最沒有關係的圖形

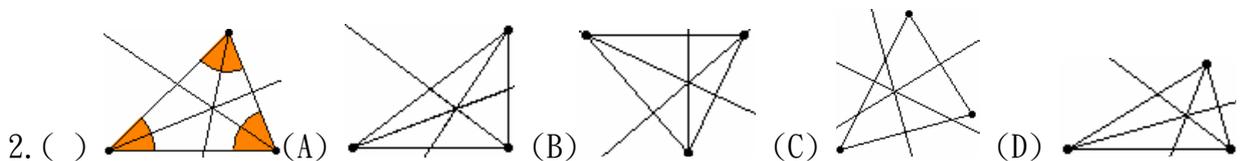
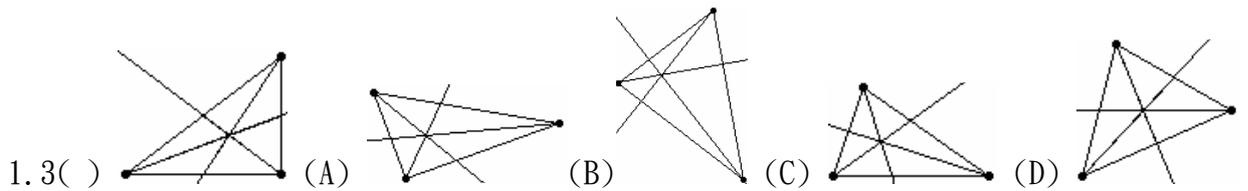
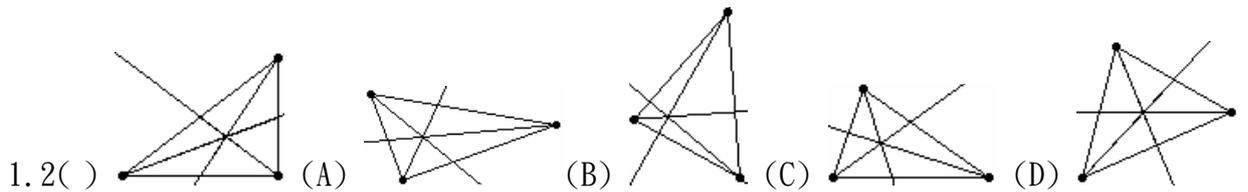
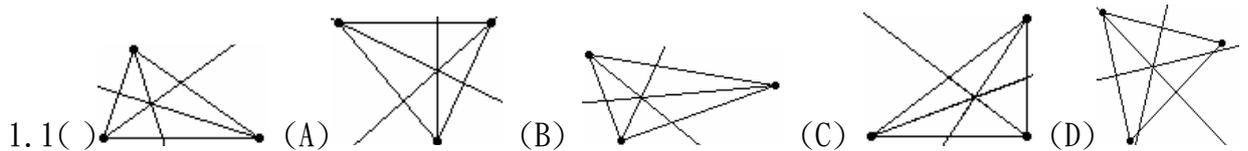
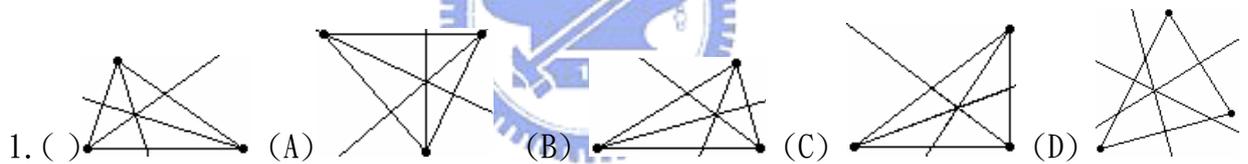


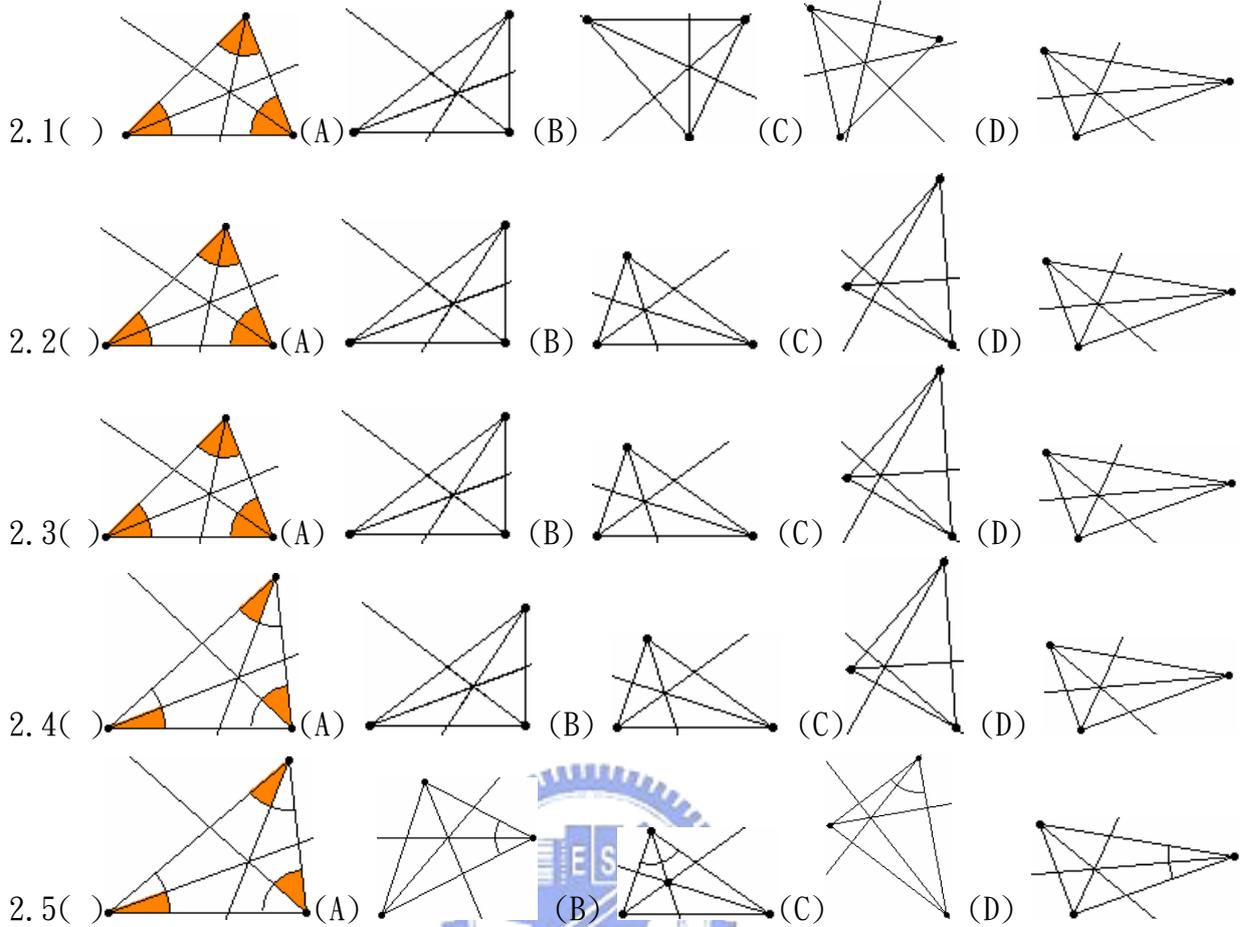
【題 13】找出最沒有關係的圖形



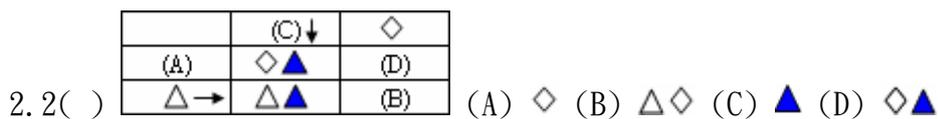
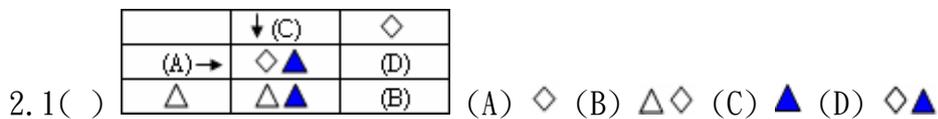
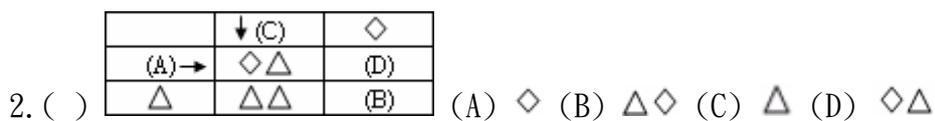
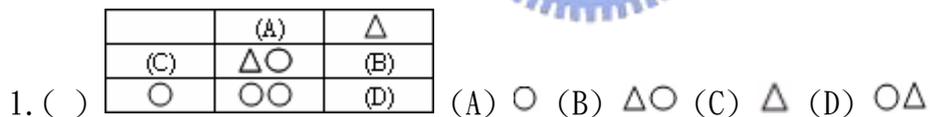


【題 14】找出最沒有關係的圖形

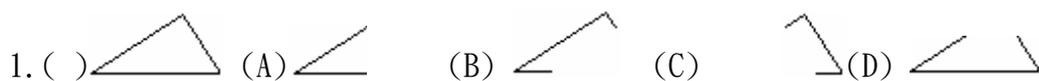


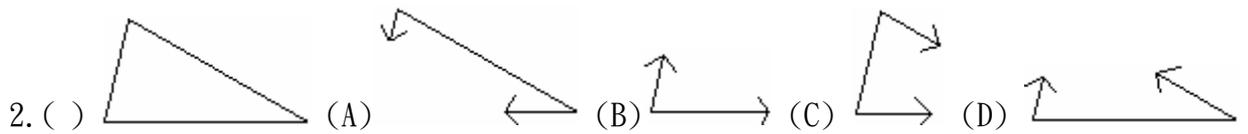


【題 15】找出最沒有關係的圖形

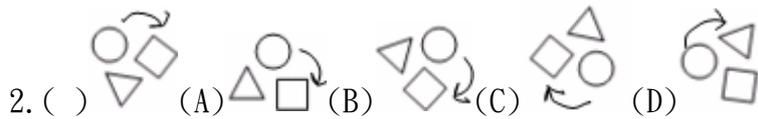
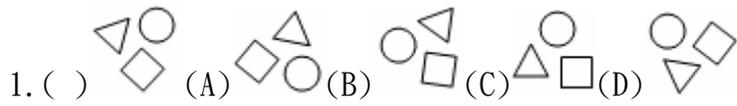


【題 16】找出最沒有關係的圖形

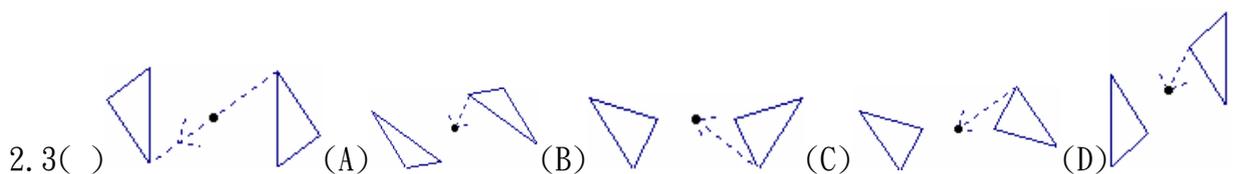
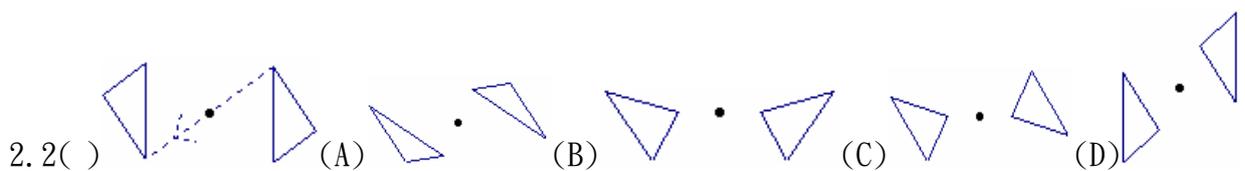
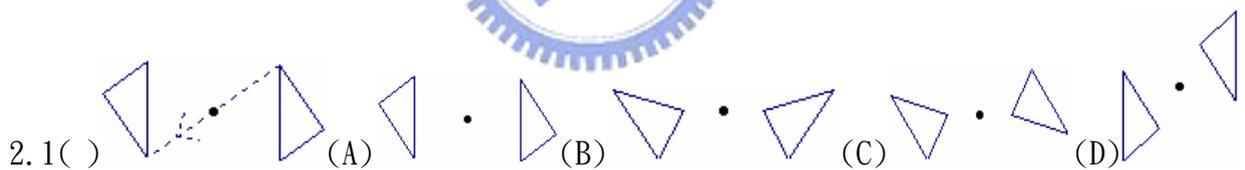
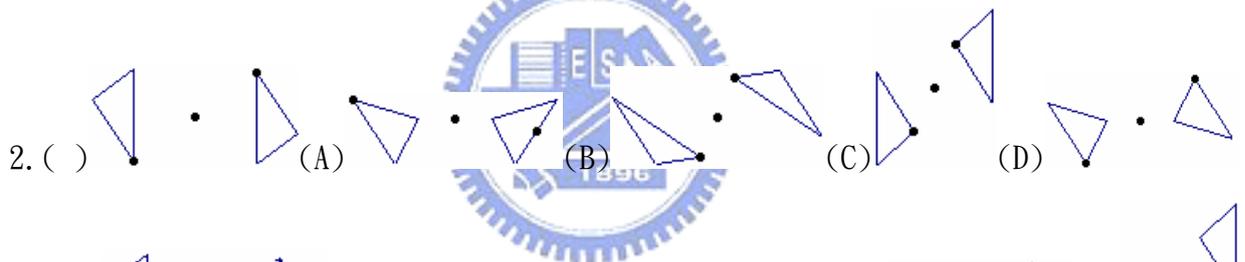
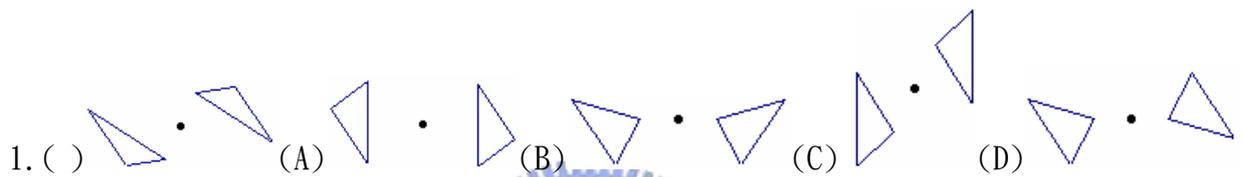




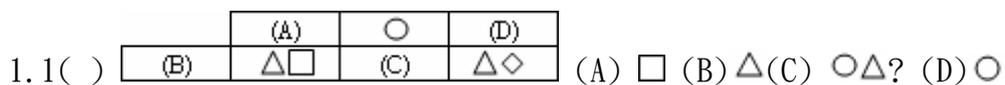
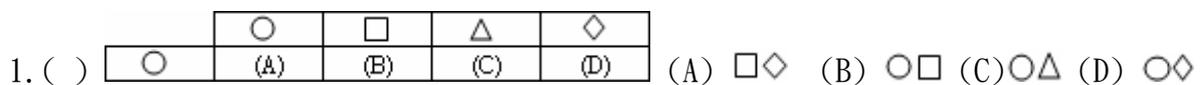
【題 17】找出最沒有關係的圖形



【題 18】找出最沒有關係的圖形



【題 19】找出最沒有關係的圖形



- 1.2 ()

	(A)	○	(D)
(B)	△□	(C)	△◇

 (A) □ (B) △ (C) △○ (D) ○
2. ()

	↓□	○	◇	△
△→	(A)	(B)	(C)	(D)

 (A) ○◇ (B) ○△ (C) △◇ (D) △△
- 2.1 ()

	↓(A)	○	(D)
(B)→	▲□	(C)	▲◇

 (A) □ (B) ▲ (C) ○▲ (D) ○
- 2.2 ()

	↓(A)	↓○	↓(D)
(B)→	△□	(C)	△◇

 (A) □ (B) △ (C) ○△ (D) ○
- 2.3 ()

	↓(B)	↓○	↓(D)
(A)→	△□	(C)	△◇

 (A) △ (B) □ (C) △○ (D) ○
- 2.4 ()

	↓(B)	↓○	↓(D)
(A)	△□	(C)	△◇

 (A) △ (B) □ (C) △○ (D) ○

【題 20】 找出最沒有關係的圖形

1. ()

△→□	○→○
□→○	○→○
△→○	○→○

 (A)

△	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

 (B)

△	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

 (C)

○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

 (D)

△	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
2. ()

▲→□	○→○
□→○	○→○
▲→○	○→○

 (A)

▲	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

 (B)

▲	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

 (C)

○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

 (D)

▲	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
- 2.1 ()

▲→□	○→○
□→○	○→○
▲→○	○→○

 (A)

▲	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

 (B)

▲	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

 (C)

○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

 (D)

▲	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
- 2.2 ()

▲→□	○→○
□→○	○→○
▲→○	○→○

 (A)

▲	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

 (B)

○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

 (C)

▲	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

 (D)

▲	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
- 2.3 ()

▲→□	○→○
□→○	○→○
▲→○	○→○

 (A)

▲	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

 (B)

○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

 (C)

▲	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

 (D)

▲	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
- 2.4 ()

△→○	○→○
○→○	○→○
△→○	○→○

 (A)

△	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

 (B)

△	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

 (C)

○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

 (D)

△	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

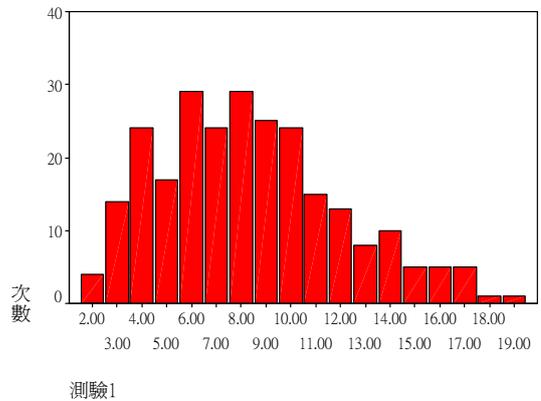
【附錄三】

測驗 1、2、提示效果次數分配表(圖)

測驗1

	次數	百分比	有效百分比	累積百分比
有效的	2.00	4	1.6	1.6
	3.00	14	5.5	7.1
	4.00	24	9.5	16.6
	5.00	17	6.7	23.3
	6.00	29	11.5	34.8
	7.00	24	9.5	44.3
	8.00	29	11.5	55.7
	9.00	25	9.9	65.6
	10.00	24	9.5	75.1
	11.00	15	5.9	81.0
	12.00	13	5.1	86.2
	13.00	8	3.2	89.3
	14.00	10	4.0	93.3
	15.00	5	2.0	95.3
	16.00	5	2.0	97.2
	17.00	5	2.0	99.2
	18.00	1	.4	99.6
	19.00	1	.4	100.0
總和	253	100.0	100.0	

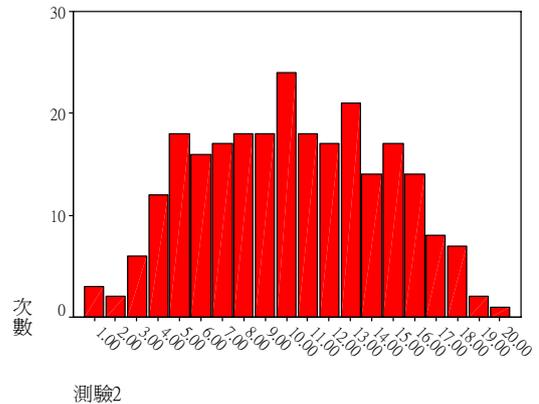
測驗1



測驗2

	次數	百分比	有效百分比	累積百分比
有效的	1.00	3	1.2	1.2
	2.00	2	.8	2.0
	3.00	6	2.4	4.3
	4.00	12	4.7	9.1
	5.00	18	7.1	16.2
	6.00	16	6.3	22.5
	7.00	17	6.7	29.2
	8.00	18	7.1	36.4
	9.00	18	7.1	43.5
	10.00	24	9.5	53.0
	11.00	18	7.1	60.1
	12.00	17	6.7	66.8
	13.00	21	8.3	75.1
	14.00	14	5.5	80.6
	15.00	17	6.7	87.4
	16.00	14	5.5	92.9
	17.00	8	3.2	96.0
	18.00	7	2.8	98.8
	19.00	2	.8	99.6
	20.00	1	.4	100.0
總和	253	100.0	100.0	

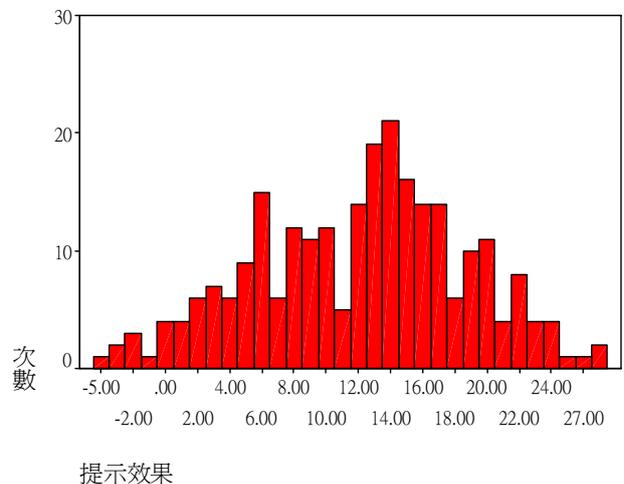
測驗2



提示效果

	次數	百分比	有效百分比	累積百分比
有效的	-5.00	1	.4	.4
	-3.00	2	.8	1.2
	-2.00	3	1.2	2.4
	-1.00	1	.4	2.8
	.00	4	1.6	4.3
	1.00	4	1.6	5.9
	2.00	6	2.4	8.3
	3.00	7	2.8	11.1
	4.00	6	2.4	13.4
	5.00	9	3.6	17.0
	6.00	15	5.9	22.9
	7.00	6	2.4	25.3
	8.00	12	4.7	30.0
	9.00	11	4.3	34.4
	10.00	12	4.7	39.1
	11.00	5	2.0	41.1
	12.00	14	5.5	46.6
	13.00	19	7.5	54.2
	14.00	21	8.3	62.5
	15.00	16	6.3	68.8
	16.00	14	5.5	74.3
	17.00	14	5.5	79.8
	18.00	6	2.4	82.2
	19.00	10	4.0	86.2
	20.00	11	4.3	90.5
	21.00	4	1.6	92.1
	22.00	8	3.2	95.3
	23.00	4	1.6	96.8
	24.00	4	1.6	98.4
	26.00	1	.4	98.8
	27.00	1	.4	99.2
	28.00	2	.8	100.0
總和	253	100.0	100.0	

提示效果



【附錄四】各題答對率排序

測驗別	題號/相對	答案	答對人數	答對率	數學主題	數學圖像內容	提示	提示	主要提示視覺主題	McNemar 檢定 P	統計分析	答對率提升
1	9/4	D	207	0.825	幾何	三角形三邊關係						0.000
2	9/4	D	200	0.797	幾何	三角形三邊關係	點	-7	看出移動形變	0.504	不顯著	-0.028
1	5/10	C	193	0.769	幾何	圓周角						0.000
2	7/2	C	175	0.697	幾何	相似形--長方形	點	45	看出形狀型式	0	顯著	0.178
2	5/10	A	170	0.677	幾何	圓周角	線	-23	看出延長連線	0.01	顯著	-0.091
2	12/17	D	165	0.657	連結	平面組合/平面旋轉	箭頭	74	看出順序連結	0	顯著	0.292
2	8/3	B	163	0.649	幾何	三角形中垂線	點	9	看出形狀型式	0.362	不顯著	0.036
2	13/18	B	157	0.625	幾何	對稱圖形	箭頭	45	看出延長連線	0	顯著	0.178
1	8/3	B	154	0.614	幾何	三角形中垂線						0.000
2	11/16	A	148	0.590	幾何	全等三角形	箭頭	46	看出延長連線	0	顯著	0.182
2	15/20	C	147	0.586	連結	推理證明	箭頭	19	看出順序連結	0.025	顯著	0.075
2	3/8	C	144	0.574	數	數線	線	24	看出形狀型式	0.011	顯著	0.095
1	7/2	A	130	0.518	幾何	相似形--長方形						0.000
1	15/20	A	128	0.510	連結	推理證明						0.000
2	18/13	C	121	0.482	數	乘法公式	面	55	看出刪除	0	顯著	0.217
2	19/14	C	120	0.478	幾何	角平分線/內心	面	10	看出形狀型式	0.337	不顯著	0.040
1	3/8	C	120	0.478	數	數線						0.000
2	6/1	B	119	0.474	幾何	對稱圖形	點	27	看出延長連線	0.003	顯著	0.107
2	4/9	D	117	0.466	數	正負數	線	10	看出刪除	0.326	不顯著	0.040
1	13/18	C	112	0.446	幾何	對稱圖形						0.000
1	19/14	B	110	0.438	幾何	角平分線/內心						0.000
1	4/9	C	107	0.426	數	正負數						0.000
2	1/6	D	104	0.414	幾何	角度相關	線	11	看出組成成份	0.266	不顯著	0.043
2	17/12	B	103	0.410	數	因數/倍數數列	面	74	看出數字	0	顯著	0.292
2	14/19	D	102	0.406	數/連結	乘法公式/表格	箭頭	5	看出順序連結	0.63	不顯著	0.020
1	11/16	A	102	0.406	幾何	全等三角形						0.000
1	14/19	D	97	0.386	數/連結	乘法公式/表格						0.000
2	20/15	D	93	0.371	數	概統/表格/乘法公式	面	12	看出順序連結	0.23	不顯著	0.047
1	1/6	A	93	0.371	幾何	角度相關						0.000
1	6/1	D	92	0.367	幾何	對稱圖形						0.000
1	12/17	B	91	0.363	連結	平面組合/平面旋轉						0.000
2	10/5	A	90	0.359	數	數線	點	13	看出順序連結	0.237	不顯著	0.051
2	16/11	C	89	0.355	連結	連結--集合關係	面	22	看出形狀型式	0.028	顯著	0.087
1	20/15	B	81	0.323	數	概統/表格/乘法公式						0.000
1	10/5	B	77	0.307	數	數線						0.000
1	16/11	D	67	0.267	連結	連結--集合關係						0.000
1	18/13	A	66	0.263	數	乘法公式						0.000
2	2/7	A	59	0.235	幾何	三角形外心	線	7	看出大小相等	0.489	不顯著	0.028
1	2/7	C	52	0.207	幾何	三角形外心						0.000
1	17/12	D	29	0.116	數	因數/倍數數列						0.000

【附錄五】各題提示效果率排序

測驗別	題號測驗 2/測驗1	答案	答對 人數	答對率	提示 效果	數學圖像內容	提示	主要提示視覺主題	McNemar 檢定 P	統計分 析	答對率提升
2	12/17	D	165	0.657	74	平面組合/平面旋轉	箭頭	看出順序連結	0	顯著	0.295
2	17/12	B	103	0.410	74	因數/倍數/數列	面	看出數字	0	顯著	0.295
2	18/13	C	121	0.482	55	乘法公式	面	看出刪除	0	顯著	0.219
2	11/16	A	148	0.590	46	全等三角形	箭頭	看出延長連線	0	顯著	0.183
2	7/2	C	175	0.697	45	相似形—長方形	點	看出形狀型式	0	顯著	0.179
2	13/18	B	157	0.625	45	對稱圖形	箭頭	看出延長連線	0	顯著	0.179
2	6/1	B	119	0.474	27	對稱圖形	點	看出延長連線	0.003	顯著	0.108
2	3/8	C	144	0.574	24	數線	線	看出形狀型式	0.011	顯著	0.096
2	16/11	C	89	0.355	22	連結—集合關係	面	看出形狀型式	0.028	顯著	0.088
2	15/20	C	147	0.586	19	推理證明	箭頭	看出順序連結	0.025	顯著	0.076
2	10/5	A	90	0.359	13	數線	點	看出順序連結	0.237	不顯著	0.052
2	20/15	D	93	0.371	12	機統/表格/乘法公式	面	看出順序連結	0.23	不顯著	0.048
2	1/6	D	104	0.414	11	角度相關	線	看出組成成份	0.266	不顯著	0.044
2	19/14	C	120	0.478	10	角平分線/內心	面	看出形狀型式	0.337	不顯著	0.040
2	4/9	D	117	0.466	10	正負數	線	看出刪除	0.326	不顯著	0.040
2	8/3	B	163	0.649	9	三角形中垂線	點	看出形狀型式	0.362	不顯著	0.036
2	2/7	A	59	0.235	7	三角形外心	線	看出大小相等	0.489	不顯著	0.028
2	14/19	D	102	0.406	5	乘法公式/表格	箭頭	看出順序連結	0.63	不顯著	0.020
2	9/4	D	200	0.797	-7	三角形三邊關係	點	看出移動形變	0.504	不顯著	-0.028
2	5/10	A	170	0.677	-23	圓周角	線	看出延長連線	0.01	顯著	-0.092
1	9/4	D	207	0.825		三角形三邊關係					
1	5/10	C	193	0.769		圓周角					
1	8/3	B	154	0.614		三角形中垂線					
1	7/2	A	130	0.518		相似形—長方形					
1	15/20	A	128	0.510		推理證明					
1	3/8	C	120	0.478		數線					
1	13/18	C	112	0.446		對稱圖形					
1	19/14	B	110	0.438		角平分線/內心					
1	4/9	C	107	0.426		正負數					
1	11/16	A	102	0.406		全等三角形					
1	14/19	D	97	0.386		乘法公式/表格					
1	1/6	A	93	0.371		角度相關					
1	6/1	D	92	0.367		對稱圖形					
1	12/17	B	91	0.363		平面組合/平面旋轉					
1	20/15	B	81	0.323		機統/表格/乘法公式					
1	10/5	B	77	0.307		數線					
1	16/11	D	67	0.267		連結—集合關係					
1	18/13	A	66	0.263		乘法公式					
1	2/7	C	52	0.207		三角形外心					
1	17/12	D	29	0.116		因數/倍數/數列					