

# 第一章 緒論

本研究主要目的在於編製一份具有良好信度與效度的中學生機率另有概念診斷工具，同時藉此瞭解學生在解題時所運用的解題想法及相關性問題。本章將說明研究動機、研究目的，並對研究中所需使用的特定名詞加以定義。

## 第一節 研究動機

「機率」一詞常在日常生活中出現，並在日常生活與數學領域中，伴演一個獨特的角色。凡是在不確定的情況下，經由理性作決策或評估的行為與思考，背後的決策與想法都與機率概念息息相關。機率概念雖然起源甚早，但遲至十七世紀才被承認為數學領域中的一支，其中主要的原因便是機率理論的確立不同於數學其他領域。

既然機率問題時常出現在我們生活周遭，基本機率概念的了解便顯得相當重要。由於機率是用以預測某件事發生的可能性，在本質上具有不確定性的特質，因此若在學習上以個人生活經驗為基礎，而缺乏思考上的演繹過程，將無法形成一套完善理論與模型。因此學生在學習機率的情形與學習數學其他領域的知識方式必然有顯著不同。

雖然多數人都學過機率，但是在思考上仍然可能陷入著名的機率判斷偏誤。在現行國中數學教材(依 83 年課程綱要編寫)中，機率的內容僅有第六冊第二章第三節簡單機率部份而已，內容僅限定對於投擲骰子與硬幣的情況作簡單的認識，學生對於機率的基本概念並不十分清楚；到高中二年級正式開始學習機率時，又被繁雜的排列組合所困擾，也無暇瞭解機率的基本觀念，因而對於機率的許多誤解與另有概念仍然根深柢固，無法改變。

依據國內外的心理學家、教育學者及統計學者的研究指出，從小學到大學中的學生、甚至是成年人，都還是存在部分機率的另有概念；而心理認知學者的研究則指出，學生的一些直觀思考方式是妨礙機率推理的成因。

Kahneman 和 Tversky(1972—1974)研究指出：人們在不確定的情況下作機率判斷時，常會誤用各種的捷思法則與偏誤(judgmental heuristics and biases)。這些捷思策略時常造成快速且大致上合理的結果，但卻可能和機率理論相違背。Konold(1993)的研究發現：學生面對不同的機率問題可能有不同的理解方式，有些學生選擇了正確答案，但卻未必經由正確的機率理解與推論過程。另外，Fischbein(1991)也認為：無論是「機率思考的直覺想法」或者是「機率概念上的迷失」，都會影響到學生在機率思考上的正常發展。

依據過去許多機率概念的相關研究顯示，學生對於機率的理理解，遠比紙筆測驗所呈現的結果更複雜。在未學習機率課程之前，已有許多依據各種捷思法則判斷的情形，並

非一無所知的等待教師的教學。

因此，研究者期望能建立一個中學生機率另有概念的評量工具，瞭解學生在機率概念上的理解程度、診斷出學生具有哪些機率另有概念，以協助中學教師在機率單元方面的教學，進而提昇學生對於機率概念的認知。

## 第二節 研究目的

基於以上的研究動機，本研究的目的是先針對國中數學課程的實驗機率內容，以及經常誤用的機率另有概念，作適當的整理與分類，以研發出一份適合中學生的機率另有概念診斷工具。之後，先依據良好測驗所應具有的特質加以逐項檢核，以確認本研究工具符合良好測驗的特質；再依據學生的答題結果瞭解另有概念之間的關聯性，以及受試學生的背景因素是否影響答題表現之差異性探討；最後則分別討論各次量表的答題情況與分析結果。期望藉此研究提出具體的結論與建議，以提供學生、學教師作為課程與教學的改進依據。

## 第三節 研究限制

本研究之研究對象的選取，針對研究者所任教之台北縣某縣立高中的學生，以班級為單位，進行階層隨機抽樣。以國中二、三年級以及高中一、二年級，每個年級各抽選七個班級，總樣本數為1139位，有效樣本為1043位，進行機率另有概念試題的施測。本研究僅以研究者所任教之縣立高中的學生作為研究範圍，因此研究結論只能推論至相似程度的學生群體。

## 第四節 研究問題

依據上述的研究目的，本研究預定探討的研究問題如下：

### 一、關於機率另有概念診斷工具方面

1-1 機率另有概念診斷工具的難度為何？

1-2 機率另有概念診斷工具的鑑別度為何？

1-3 機率另有概念診斷工具的信度與效度為何？

### 二、關於探討學生答題結果方面

2-1 學生答題結果的選項統計分析為何？

2-2 學生的選答原因比例為何？

2-3 各年級學生對於本試題的適合程度如何？

### 三、相關性探討

3-1 另有概念彼此間的相關程度為何？

3-2學生的背景因素與問卷答題結果的關係為何？

## 第五節 重要名詞釋義

### 一、機率專有名詞

#### 1. 古典機率(classical probability)

一個事件對於所有其他可能情況出現的比例。古典機率的理論，產生於一類可使所有事件發生的可能性都相同的隨機性設計中，其在數學的常用語言為一均勻機率分佈的隨機模型。

#### 2. 獨立(independent)

指兩個以上事件，其中任一個事件的發生，不會影響其它任何事件發生機率的性質。

#### 3. 樣本空間(sample space)

指一次試驗中，所有可能發生結果所形成的集合；即隨機變數的定義域。

#### 4. 事件(event)

樣本空間的任一子集，稱為一個事件。

#### 5. 錯誤類型

在數學解題的過程中所產生的錯誤步驟，根據其關鍵部份所分類的類型稱為錯誤類型。

#### 6. 複合事件(compound event)

指由兩個或多個以上事件組成的事件，例如：A聯集B的事件、A交集B的事件。

#### 7. 次數機率(frequentist probability)

由重複實驗中，不同結果的相對次數所計算得到的機率，因此又稱為實驗機率。如一重複試驗中所有可能的結果有n種，而其中甲事件經實驗後得到的次數有 $n_{\text{甲}}$ 種，則甲事件的發生機率 $=n_{\text{甲}}/n$ 的極限值。

### 二、機率另有概念

本研究中稱之機率另有概念，係指學生在機率方面所用的一些捷思策略。這些策略能使複雜的機率問題變為較簡單的問題，因此時常造成快速且大致上合理的結果，但是其想法有別於數學家所公認正確的想法，因此是種錯誤而且需要更改的概念。

### 三、機率另有概念診斷工具

本研究中稱之機率另有概念診斷工具，是指研究者統合歸納相關研究論文所提的各項機率另有概念，從中整理出八項另有概念，編製成一份測驗卷，作為中學生機率另有概念的診斷工具。以下為八項機率另有概念的介紹：

#### (一)肯定與否定最近效應

本研究定義的「肯定與否定最近效應」，是指受試者根據已出現的母群體當中之樣本點多寡，來判斷下次此樣本點出現機率的大小，因而導致錯誤的概念，在梁慶儀(民90)的論文中則稱為「正、負時近效應」。

#### (二)尋找短期規律性

本研究定義的「尋找短期規律性」，是指受試者認為一個樣本的發生結果，必須要能反應出母群體的分配情形，因此而產生的錯誤概念。

#### (三)忽略樣本空間大小的差異

本研究定義的「忽略樣本空間大小」，是指受試者在思考機率問題時，沒有考慮樣本空間的大小，只依據前後次數的比例來判斷機率的大小，若兩事件次數比例相等則兩事件的發生機率相等。

#### (四)以目標數大小來判斷

本研究定義的「以目標數大小來判斷」，是指受試者以目標數的大小來作為判斷機率大小的依據，即目標數多則機率大，因而導致錯誤的概念。

#### (五)合取謬誤

本研究定義的「合取謬誤」，是指受試者會認定某些事件的合取機率會超過母事件的機率，因而導致錯誤的概念。

#### (六)複合事件等機率偏誤概念

本研究定義的「複合事件等機率迷失概念」，是指受試者將「機率」概念誤用為一般用語的機會，而認為任何一個事件都可能發生並且相等。這在機率的複合事件中由其容易看到這種現象。

#### (七)一次投擲與分開投擲架構

本研究定義的「一次投擲與分開投擲架構」是指受試者對於「同時投擲 $n$ 個骰子，都出現相同點數」與「一次投擲一個骰子，連續出現 $n$ 個相同點數」這兩個事件中是否有能力粹取出相同的機率架構。簡單的說，就是受試者對於上述兩事件的機率是否認定相等。

#### (八)結果取向判斷偏誤概念

本研究中定義的「結果取向」，是指受試者視每一試驗為分開、獨立現象，並且認為求機率的目的是要正確決定而不是評估下一個實驗可能出現的結果(Konold,1983)。

以下列出三個特點：

- 1.與日常用語中的「可能」基模相似。
- 2.在事件看來不可重覆的情形下或出現結果不全相同時傾向使用。

3.使用50%~50%策略。



## 第二章 文獻探討

本章對於所搜集的相關文獻與資料整理後，分作七節討論。第一節為機率概念的內涵；第二節探討機率概念的發展理論；第三節探討論另有概念的意義；第四節係研究者根據相關文獻所整理出的機率另有概念類型；第五節針對診斷性評量意義與方法來探討；第六節則討論良好測驗的特徵；第七節為國內外相關文獻的評述。

### 第一節 機率概念的內涵

曾淑雯(民 92)提到：在當人類在觀察或預測某一現象時，可分為兩類情形：第一類情形是在某些相同條件下，事件發生的結果是可預期的，這類的結果隱含因果關係，具有決定性質；第二類情形是指有些現象雖然有某些相同的條件，但是事件發生的結果並無法事先加以確定，是具有非決定性質。機率概念便是第二類情形的一種衡量指標，用以測量這種非決定性事件可能發生的程度有多大。

機率的意義大致分為四種(Hawkins & Kapapia, 1984；Konold, 1991；Shaughnessy, 1992)：古典機率(classical probability)、實驗機率(experimental probability)或稱次數機率(frequentist probability)、主觀或直覺的機率(subjective and intuitive probability)、形式機率(formal probability)或稱標準機率(normative probability)。

古典機率是假設在隨機情況的實驗下，每一個基本事件發生的機率均等(equally likely)；實驗機率是指隨機結果的長期行為，根據實驗設計的觀察結果來決定事件發生的可能大小；主觀機率是二十世紀出現的名詞，目的在測量信仰的程度(degree of belief)；形式機率則利用數學法則來定義機率。

## 第二節 機率概念發展相關理論

本節根據相關研究文獻，將機率概念發展理論探討如下：

### 一、Piaget機率發展理論(引自梁慶儀，民90)

Piaget研究兒童機率概念的發展，發現具有階段性，可用年齡區分為三個階段(Piaget & Inhelder, 1975)：第一階段為前運思期，約出現在7歲之前，此階段的兒童對於機率的初步概念尚未形成，不能對「必然事件」(necessary event)和「可能事件」(possible event)做區別，他們還沒有不確定性的概念。對於在比較機率大小時，缺乏邏輯或算術能力不夠，同時會受到一些不相關的因素所影響。第二階段為具體運思期，約出現在7~11歲，此階段的兒童能區別「必然事件」和「可能事件」，但還不能有系統地表示機率涵義。這個階段的兒童，仍然沒有組合性的技能(Combinational skill)，且無法以數學方式來對機率情境作抽象化。第三階段為形式運思期，出現在11歲以後，此階段的學童開始發展組合分析的能力，並將機率視為相對次數的極限。因此，從Piaget的觀點看來，比例概念的形成是學生認知發展進入形式操作期的指標，比率概念是決定機率概念發展的重要概念。

### 二、Green的研究結果(引自梁慶儀，民90)

Green(1983)對英國11~16歲的學生作連續三年的機率概念發展研究，發現大部分的學生並未達到Piaget所稱的形式運思階段。學生無法對機率情境作正確與適當的描述，同時認為「必然」與「很有可能」的意思相同，「百分之五十」的機率表示「可能或不可能發生」。受測者偏向相信任何機率實驗所有結果，具有相同的可能發生性。Green的研究提出以下結論：

- (一)比率概念是決定機率概念發展的重要概念，而受測者這個階段的學生，對於比率概念尚未有充分的了解。
- (二)受測者這個階段的學生詞語能力仍顯不足，對於一般的常用詞語，如「至少」、「必然」或「不可能」的了解和使用仍需要加強。
- (三)受測者這個階段的學生對於隨機性、次數穩定性和推論等概念明顯不足。若配合經驗的活動，並在課堂上加強對於機率詞語的解釋，方能改善學生的上述概念。

### 三、Fischbein的理論(引自梁慶儀，民90)

Fischbein(1975)以學習發展過程來解釋機率概念的建立，在數學理論與個人直觀間，提出一個互動性的觀點：

#### (一)初階直觀(primary intuition)

初階直觀是在我們尚未接受教育之前，個人的經驗結果，也就是已具有的想法和理念。在個體的理解上，初階直觀不是作為一種動力，便是形成一種障礙。

## (二)二階觀點(second intuition)

二階直觀是在接受教育的學習後，所產生新的直觀或認知信仰。二階直觀主要是來自某一領域的概念理論，或是這個概念的系統化教學。Fischbein(1975)認為即使是前運思期的學童，也可以透過主要觀點去了解「相對次數」和「機率」的先前概念，這是一種來自於生活經驗所形成的知識。慢慢地，「相對次數」、「機率」等主要直觀將開始轉變成可以運思的機率概念。

## 四、Shaughnessy(1992)的概念形式(引自梁慶儀，民90)

Shaughnessy的概念形式分為以下四點(引自李源順，民83)：

### (一)無統計的(Non-statistical)

這個階段的特徵是基於信念、決定論模式、因果關係，單一結果期望的反應，以及不注重或是不知道機會或隨機事件。

### (二)天真統計的(Naive-statistical)

這個階段的特徵是判斷思考模式的利用，例如代表性思考模式、特徵性思考模式、合取謬誤、平衡策略，大部分是基本經驗和非正規的反應，以及某些機會和隨機事件的了解。

### (三)雛形統計的(Emergent-statistical)

這個階段的特徵是應用正規模式解答簡單問題的能力，認知直觀信念和數學化模式的不同，某些機率和統計的訓練，以及開始了解許多機率的表徵，例如：古典的、次數的。

### (四)系統統計的(Pragmatic-statistical)

這個階段的特徵是機率的數學模式深入了解(例如次數的、古典的、貝氏機率)，比較和對照各種機率模式的能力，當遇到不確定的選擇時，能選擇和應用正規模式的能力，注重機率與統計的訓練，以及認知各種模式的限制和假設。

## 五、Jones等人的機率思考層次(引自曾淑雯，民91)

Jones, Langrall, Thornton與Mogill(1997)為了能系統化地描述與預測學童對機率問題的思考，以八位三年級學童為研究對象進行個案研究(case studies)，從中觀察並深入瞭解學童在機率架構上的思考層次。將機率概念分為四大主題：樣本空間、機率事件、機率比較、條件機率，認為學童在每一結構上對於機率概念的思考包括四個發展層次：

層次一：主觀的思考(subjective thinking)層次

此層次的特色是學童基於個人主觀或喜好來處理機率問題。

層次二：過渡時期(transitional)層次

這層次學童思考介於主觀與質樸的量化思考(naive quantitative thinking)之間，較少依賴主觀而嘗試使用量的推理。

層次三：非正式量化(informal quantitative thinking)層次

這層次的學童尚未具備足夠的分數概念。

層次四：數量的推理(numerical reasoning)

這層次的學生能採用策略，有系統的導出每一個試驗的結果，並且能求出每一個事件的機率值。

這個思考架構所表示的意義是：機率問題的四種情境，學生依其思考層次而有不同的解題策略，各層次可隨概念的發展而逐漸提升，當達到最高層次時，就具備了正確解決各類型機率問題的能力。



### 第三節 另有概念的意義

人們對於外在現象存在許多的解釋想法，或多或少可能與現實中廣為接受的解釋或理論相違背，造成判斷與決定時的錯誤，這類想法稱為迷思概念或另有概念等不同名詞。本節為研究者自國內外相關探討文獻，將另有概念以及相類似的用語作一個整理。

在 1980 年 Helm 的研究論文首次使用「迷思概念」這個名詞，用來代表學生相信但與現實所接受的科學理論相違背的想法。而「迷思概念」是科學教育學者所提出的說法，在數學教育(或學習)中，「迷思概念」並不是一個專有意義的名詞，而是不正確想法的總稱。而「另有概念」與「迷思概念」中，兩者間的差別在於「另有」語意較中立，「迷思」則具有否定的意味，現今多以另有概念一詞來取代迷思概念，故本研究亦採用另有概念泛指學童先前所具有但與現實理論相違的想法。在國內類似研究上，陳芷羚(民 91)使用”偏誤概念”一詞；梁慶儀(民 90)則使用”迷失概念”一詞。研究者依據 Ali, E.(2002) 的研究整理，將另有概念作一個整理，詳見表 1。

表 1 另有概念類似名詞列表

提出時間	提出學者	名稱
1977	Novak	preconceptions(先備概念)
1978	Driver & Easley	alternative conceptions(另有概念)
1980	Helm	misconceptions(迷思概念)
1980	Sutton	children's scientific intuitions(兒童科學直觀)
1982	Gilbert, Watts, & Sborne	children's science(兒童科學)
1985	Halloun & Hestenes	common sense concepts(常識概念)
1996	Pines & West	spontaneous knowledge(自發知識)

而另有概念的成因，依據唐小媛(民 92)歸納國內外學者的研究，大致可分正規教育、個人經歷、符號表徵與社會文化等四大類，如下圖所示：

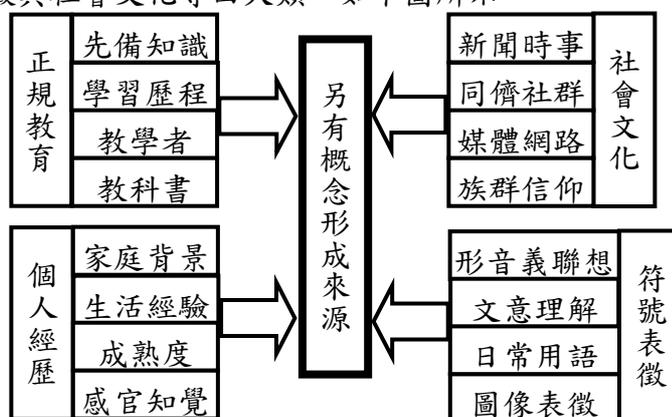


圖 1 另有概念形成來源圖解

## 第四節 機率另有概念的相關研究

人們在估算機率時，多半受限於某些敏感的訊息或是內在的直觀模式，因此作出不正確的預測與估算。國內外相關文獻(李源順，民 83；Konold, 1983；Tversky & Kahneman, 1983 等)一致提到，不論小學生、大學生或是成人，都具有部分的機率另有概念。因此研究者將相關文獻所提到的機率另有概念類型分列如下：

### 一、判斷時的直觀思考(judgmental heuristics)和偏誤(bias)

心理學家Daniel Kahneman與Amos Tversky及相關同事，研究人類在不確定情況下的判斷決定法則，提供數學教育學家一個理論架構。凡是有關機率另有概念的研究，必定參考他們的研究結果，同時支持論點的直觀思考證據，也陸續被提及。因此，Daniel Kahneman與Amos Tversky的觀點，對於機率另有概念的分類，有重大的價值。

#### (一)代表性(Representativeness)思考模式

代表性是指當預測某結果發生的可能性時，根據的是該結果能否良好的代表母群體分佈的判斷捷思法則(Tversky & Kahneman, 1972)

##### 1.尋找短期規律性的迷思(reflection of randomness)

人們認為一個樣本的發生結果，必需能夠反應母群體的分配情形。因此許多學童認為一個六個小孩的家庭中，小孩的出生順序與性別是「男、女、女、男、女、男」的順序比「男、男、男、男、女、男」或「男、男、男、女、女、女」更容易發生(Kahneman & Tversky, 1973；Shaughnessy, 1977)。因為第一個例子中的男孩與女孩的比例比較能代表實際人口中男性與女性各佔50%的情形。然而在古典機率的觀點下，所有64種結果的發生可能性都是一樣的。

##### 2.忽略樣本空間的大小(insensitivity to sample size)或稱為比例上的謬誤

人們傾向認為在黑球與白球各一半的母群體中，取10球中至少有7個白球的機率與取100球中至少有70個白球的機率相同。Schrage(1983)提出學童在思考機率問題時，常常不考慮到樣本空間的大小，只根據兩試驗次數的比例來判斷機率的大小。人們並未發現到在樣本數小的情況下，事件發生的機率比樣本數大的機率要大。因此即使兩個試驗的樣本點的次數和總試驗次數的比值一樣，如果兩試驗的次數不相同，則兩試驗的機率也會有所差異。

##### 3.否定最近效應(negative recency effect)或賭徒的謬誤(gambler's fallacy)

人們認為：若丟一枚硬幣連續出現多次正面之後，下一次出現反面的機率會大於出現正面的機率。在生兒育女上，更常見這類想法：若一位婦女連續生出多名女嬰，則人們認為下一胎是男嬰的機率大大提高。

##### 4.肯定最近效應(positive recency effect)或手風正順迷思

所謂的肯定最近效應，是指同一個結果連續出現，實驗者偏向認定下次實驗時，這一結果出現的機會很大。舉例來說，籃球員在連續投進數球後，球迷與隊友會相信他的手風正順，下一球又進的機率很高；賭家連贏幾局後，賭客們會相信他的手風正順，下一次的贏面很大。

同時，Cohen(1957,1960)所作的一項實驗中，由實驗者抽取容器中藍、黃兩色彈珠，實驗者必需先預測抽出彈珠的顏色，之後再抽出查看並作記錄，再將彈珠放回容器中。容器中藍、黃兩色的彈珠比例為3：1，但實驗者並不知情。研究結果發現起初實驗者有預測先前較少出現顏色彈珠的傾向(否定最近效應)，經過一定次數試驗之後，實驗者轉變為預測出現較多顏色的彈珠(肯定最近效應)。因此3.與4.兩種效應應當合併討論與觀察，這兩種效應的關鍵在於不接受或沒有認知到每個重複試驗的獨立性。

#### 5.基本比例謬誤(base-rate fallacy)

李源順(民83)提及大多數人在進行重要的決策時，通常不懂得正確、客觀地估計機率。人們易受事件的表面敘述影響，而錯估母群體的基本比例。在Tversky & Kahneman (1982)與Bar Hillel(1982)的文獻中所提到的計程車問題，經由研究發現多數人在處理這類問題時會有迷失概念，忽略計程車的基本比例資訊和車禍事件的發生沒有因果關係，而只考慮到目擊者的可信度。

#### (二)可利用性(availability heuristic)

人們估計事件的可能發生情形時，常常會過度倚賴心智中最易得到、最特別醒目的特例，此種解題判斷的思考模式會因個人狹隘的經驗和觀點導致誤差的產生(Kahneman & Tversky, 1973；Tversky & Kahneman, 1974)。Kahneman & Tversky將這種判斷捷思法則稱為可利用性判斷捷思法則。

可利用性判斷捷思法則有以下兩種類型(引自陳芷羚，民91)：

##### 1.自我中心傾向

Falk於1989年作的研究指出：人們傾向對自己所經歷的事件產生一種顯著而誇大的印象。當一事件恰巧發生在自己身上時，無法考慮其它的可能存在，導致低估其它事件可能發生的機率。

##### 2.風險擴大心態

Tversky & Kahneman(1973)的研究中發現風險擴大心態的三個特點：

- a.人們通常冒很大的風險防止損失，為得利益而冒風險的意願不高。
- b.判斷做與不做的風險正好相反。採取行動的風險比不行動的風險高。
- c.高估壞事發生在它人身上的風險，低估發生在自己身上的風險。

#### (三)合取謬誤(conjunction fallacy)或稱交集謬誤

合取謬誤的情形是指”人們判斷A與B兩事件同時發生的機率有大於A事件發生的機率的傾向”。(引自陳芷羚，民91)

Tversky & Kahneman(1983)的研究中發現，不論是否學過機率和統計課程的受測者，都會產生對某些事件的合取超過母事件的機率之迷失概念。例如：受測者認為「55歲的人和有心臟病的人」，發生心臟病的機率，比「有心臟病的人」發生心臟病的機率高。不管受測者是機率和統計的初學者或理論專家，有85%到90%的人會產生機率合取謬誤的錯誤觀念。(引自梁慶儀，民90)

Falk(1997)對9年級、11年級與大學生作類似的研究，發覺這類迷思概念在9年級表現最強，11年級與大學生則各有一半。

其它研究者認為這個現象的可能原因是語言表徵的差異，將交集事件誤認為條件事件( $P(A \cap B)$  v.  $s. P(A \mid B)$ )(Pollatsek, Well, Konold, & Hardiman, 1987)。Shaughnessy則認為受試者在複雜情境題目中往往被情境所限制，太多的訊息會干擾受試者的判斷，應當在沒有情境的題目下測量是否有交集謬誤。(引自陳芷羚，民91)

## 二、機率直觀迷思概念

直觀一詞源自於拉丁文intueri(觀看)。直觀是指對某些事物直接而非推理性的理解或認識。Fischbein, Deri. Nello, Mario(1991)的研究指出：數學上的直觀概念，無法經由長期的學習所改變，一旦面臨特殊有變化的數學情境時，直觀的概念便浮現腦中。直觀概念並不是絕對正確的想法，因此學習者的直觀偏差，常常是另有概念的主要成因之一。以下是研究者整理相關文獻的內容後，所作的分類：

### (一)複合事件等機率偏見(equiprobability bias)

Fischbein(1991)對於孩童與中學生所作的測驗結果顯示：多數受試者認為投擲兩顆骰子出現一個5點和一個6點的機率，與出現兩個6點的機率會相等。而Lecoutre(1992)曾對1000個以上的學生作隨機實驗發現：多數的學生認為”投擲一枚硬幣兩次，出現一個正面與一個反面和兩個正面的機率是相等的”。

Fischbein(1991)對這個現象的解釋為孩童將”機會”與機率概念混淆，因此在機率的題目中，採用了機會的想法(任何一個事件都可能發生)，產生等機率的迷思概念，此外受試者多半不具備「序對」的概念。特別的是受試者對一般化題目的表現比特殊型式題目的表現來得好。

### (二)相同機率架構迷思概念

Fischbein(1991)研究受試者是否有能力在不同實驗中得到相同的機率架構。受試者比較「同時投擲3個骰子，出現3個相同點數」與「連續投擲一個骰子3次，出現3個相同點數」兩事件的機率大小，發現多數的受試者認為後者的機率比前者高，因為一次投擲一個骰子比較好控制。

在Fischbein(1984)研究獨立事件迷思概念時，發現受試者普遍具有「投擲硬幣可由人為控制」的信念，故在施能宏(民86)、梁慶儀(民90)的研究中，稱為「依試行的可控制程度來判斷」。

### 三、結果取向(outcome approach)

Konold(1983)依據臨床方法機率的迷思概念，發現到某些學生認為一個實驗的每一個試驗都是分開的個別現象，Konold稱這種思考模式就為結果取向。

有結果取向的學生認為求機率的目的是正確決定下次發生的結果，而不是去估計最有可能發生的結果。Konold(1983,1987)研究發現有結果取向的學生會以50%~60%的機率作為指標，以決定某事件是否發生，若明顯高於50%的事件則確定會發生，而明顯低於50%的事件則確定不會發生，接近50%的事件則無法確定會不會發生。例如：氣象局預測明天降雨的機率為80%，則因為80%已經明顯高於50%，所以有結果取向的人確定明天會下雨。(引自梁慶儀，民90)

### 四、其它機率迷思概念

其他不屬於上述分類中的機率另有概念，分別列出如下：

#### (一)以絕對差異的大小來判斷

學童對於重複進行的機率試驗，會依樣本點出現的次數差異大小來作為判斷，或是以各樣本點在試驗中的個數多少之差異來作為判斷，此時學童還不會以比例性觀點來判斷不同事件發生的機率大小(施能宏，民86)。例如：分別投擲一枚硬幣10次與100次的試驗中，結果分別為：正面出現4次，反面出現6次；正面出現45次，反面出現55次。學童會認為4次和6次相差2次，而45次和55次相差10次，所以投擲10次的試驗比較公正。事實上投擲100次的試驗比較公正。(引自梁慶儀，民90)

#### (二)以目標數大小來判斷

學童在處理機率比較的問題時，部份會依據Siegler(1981)研究所提出「規則模式」的規則一：以目標數的大小來作為判斷機率大小的依據，即目標數多則機率大。例如：有甲、乙兩個不透明的袋子，甲袋有5顆黑球和3顆白球，乙袋有4顆黑球和2顆白球。如果從甲、乙兩袋各抽取1球，比較抽出黑球的機率，則學童會因為甲袋的黑球有5顆，而乙袋只有4顆而認為甲袋抽黑球的機率比較大。(引自梁慶儀，民90)

#### (三)基本歸因錯誤(fundamental attribution error)

Shaughnessy(1992)研究指出Nisbett, Borgida和Ross認為人們在個案的判斷時，傾向低估情境因素(situation variables)的影響而高估性情因素(disposition variables)的重要。例如：對「有雄心」、「保守主義者」和「對政治不感興趣的人」，人們傾向於選擇工程師而不選擇律師(Shaughnessy,1992)，因為對工程師的印象中比律師有更多的「有雄心」、「保守主義者」和「對政治不感興趣的人」等特質，因此，就是傾向於特質的描述而不

是情境的基本比例資料。(引自梁慶儀，民90)

#### (四)利用較小抽樣代表母群體

在李源順(民83)研究中提到這類的迷思概念，所假定的實驗問題如下：

若告知學生母群體的平均分數為70分，從中抽出10人，其中第1人的分數為20分後，要求學生估計這10個人的平均分數。結果發現將近1/5的學生認為平均分數應當為70分，而近2/5的學生則認為平均分數應高於70分。

Pollatsek等人(Pollatsek, Lima, & Well, 1981)的研究認為，這是依賴活動平衡策略重於代表性思考。Pollatsek 和他的同事注意到受測者在平均數的問題中「估計一個點值(point value)」，這類的問題做得非常不好。對這個情形，他們認為改變估計的任務為信賴區間估計而非點值估計，或許可以得到完全不同的結果。(引自李源順，民83)

#### (五)因果概要(causal schema)

Shaughnessy(1992)研究指出：當一件事情愈是有因果關係時，人們往往愈容易過份估計原因事件的機率。然而大部分的因果模式並不會原因和結果同時發生，一味地相信因果模式會誤解機率的估計而做出錯誤的選擇。例如：就一個人的身高和體重而言，大部分的人喜歡用身高去預測體重，而不是用體重去預測身高，此顯示出大部分的人會認為身高是體重的原因。

#### (六)時間軸效應

時間軸效應又稱「The Falk phenomenon」，為條件機率研究中著名的迷思概念，由Falk 於1988 研究中所提出。在李源順(民83)的研究中則稱為「弄混了條件機率和它的相反」(梁慶儀，民90)。以下為研究中的一個題目：

瓶中有兩白球與兩黑球，一次取一球共取兩次，若取後不放回：

- a.在取出第一球為白球的條件下，計算第二球也是白球的機率。
- b.在取出第二球為白球的條件下，計算第一球也是白球的機率。

結果發現多數學生認為 b 題答案為 1/2；部份甚至認為無法作答。Falk 認為把後驗的事件當作推論中的原因是不可能的。Fischbein(1997)的研究發現這類迷思概念會隨年齡的遞增而增加。

#### (七)Monty dilemma

Shaughnessy(1993)研究中，討論在電視節目「Parade」中的 Monty Hall 問題：

假設你正在參加一場遊戲，必須在三扇門中選擇一扇：一扇門後面有汽車，另外兩扇門後面是羊。當你猜了某個門之後，主持人打開其中門後是羊的一扇門，請問你要不要換選另一扇門？1.不換 2.投擲一枚硬幣，如果得到正面則換，反面就不換 3.換到另一扇門。

這個題目在統計學界有很大的爭議，然而若以實驗機率的方式模擬選擇 3 個策略

100 次以上時，便能發現三者的差異。(引自陳芷羚，民 91)

綜合歸納以上學者們所提出的機率迷思概念，參考現行國中階段的數學課本，研究者選定八個另有概念作為中學生機率另有概念診斷題目的類型，分列如下：

- a. 「肯定、否定最近效應」
- b. 「尋找短期的規律性」
- c. 「忽略樣本空間大小的差異」
- d. 「以目標數大小判斷」
- e. 「合取謬誤」
- f. 「複合事件等機率」
- g. 「一次投擲判斷偏誤」
- h. 「結果取向判斷偏誤」



## 第五節 診斷性評量方法的探討

從唐小媛(民 92)的研究指出：研究學生另有概念的方法可分為三大類：

第一類是晤談法。由研究者與學生一對一的晤談，過程中進行觀察與紀錄，藉以找出學生的另有概念。晤談的內容可能是設計好的問題、實物、影像或情境，過程中讓受測者自由回應表達，施測者從旁進行提問、觀察、紀錄。

第二類是概念圖。研究者事前先指導學生學會畫概念圖的技巧，再讓學生將自己的概念藉由概念圖呈現出來，與專家所繪製的概念圖相比較，進而找出學生的另有概念。

第三類是選擇題式測驗，以往使用單一層次的診斷測驗，僅能粗糙判斷學生對於題目所代表的概念是否瞭解。現今常用的是雙層式診斷測驗，藉由具有信效度的雙層診斷測驗找出學生的另有概念。

茲將三大類另有概念研究法的優缺點列表如下：

表 2 另有概念的研究法優缺點比較

研究法	優點	缺點	研究法實例
晤談法	能深入了解學生的另有概念及認知歷程	費時費力，大量取樣困難，不具代表性	臨床晤談、事例晤談、概念聯想
概念圖	了解學生的另有概念及概念生態架構，也能作為後設認知的工具	事前需先訓練學生畫概念圖的方法，事後評分困難，大量取樣困難	結構式概念圖、概念圈圖、Vee 圖
選擇題型	可大量取樣，資料分析快速，方便量化研究，可作為後續質化研究的基礎	題目設計困難，選項不一定是學生的真正想法，也不容易將所有學生另有概念完全納入	雙層診斷測驗、雙層診斷測驗網路化

由於選擇題具有資料取得和分析快速、一次可以蒐集大量樣本的好處，因此 Treagust (1988) 提出雙層式診斷測驗以診斷學生的另有概念。第一層題目提供一個情境脈絡 (context) 來吸引小朋友作二選一或三選一的回答。而第二層的題目則提供了幾個理由來讓學生選擇支持原先在第一層所作的回答。

設計雙層選擇試題的流程，包括三階段共十個步驟，簡述如下 (引自唐小媛，民 92)：

第一階段 定義內容

1. 確立命題陳述；
2. 發展概念圖；
3. 聯結命題知識與概念圖；
4. 對試題內容作效度檢驗。

第二階段 蒐集學生另有概念的相關資料

5. 閱讀相關文獻；
6. 對學生進行非結構式晤談；
7. 發展選擇題目及選項。

### 第三階段 發展診斷性測驗

8.發展雙層診斷試題；9.設計命題陳述及試題相關對應表格；10.精簡試題

雙層診斷試題大都是用紙筆測驗的方式進行，但有第一層選項與第二層選項同時呈現、選項較多，提供過多的線索，學生在作答時容易使用消去法或配對法等方式猜答，無法真正呈現其迷思概念。因此有部分學者利用網路來呈現雙層診斷測驗(國內學者如賀嘉生、佘曉清、蔡今中)，以利用網路不限時間、地域的特性以及電腦本身的可計錄性來作資料搜集。

以下是國內相關文獻診斷機率另有概念所用的方法列表：

表 3 國內相關文獻診斷方法表

研究者/論文名稱	使用方法
李佳奇(民90) 高中生對條件機率解題策略與錯誤類型之探討	1.問卷填寫 2.晤談
梁慶儀(民90) 技職學院機率迷思概念診斷工具	1.診斷試題寫作 2.量化分析
陳芷羚(民91) 中學生機率概念與判斷偏誤關係之研究	1.問卷填寫 2.晤談
曾淑雯(民91) 國中生對一些試驗發生機會相等或不相等認知之研究	1.兩段式問卷填寫 2.晤談

本研究採雙層式選擇試題作為診斷學生機率另有概念工具的設計形式，而在考量個人能力、相關軟硬體支援能力等環境因素下，仍然採用紙筆方式測驗，唯與一般紙筆測驗不同的部分是採劃記答案卡填答，以電腦讀卡的方式來輸入作答結果，以達到節省紙張用量與輸入的便利性。

## 第六節 良好測驗的特徵

本研究主要目的是製作一份良好的測驗問卷，因此針對良好測驗所必需具備的特徵作一探討。郭生玉(民 85)認為信度(reliability)與效度(validity)是測驗的兩個主要特徵，以下對於效度與信度分別作一探討。

### 一、效度(validity)

效度是指測驗分數的正確性，就是此份測驗是否能測量達到所欲測量特質的能力。(郭生玉，民 85)而一份測驗的效度分析通常有以下數種方法(郭生玉，民 85；陳英豪、吳裕益，民 84)：

#### (一)內容效度(content validity)：

是指測驗內容的代表性或取樣的適切性，一般是比較測驗內容與預期的教育目標、教材內容是否一致。因此內容效度沒有數量的表示法，屬於邏輯的分析與合理的判斷，通常以「建立雙向細目表」作為內容效度的判斷工具。(郭生玉，民 85)

#### (二)效標關聯效度(criterion-related validity)：

是以經驗性的方法，研究測驗的分數與一些外在效標間的關係，以探知測驗的預測能力，故又可稱為經驗效度或統計效度。當效標效度越高，測驗分數越能有效預測外在效標。通常外在效標是指測驗所要預測的某些行為或量數。效標關連效度依施測時間類型可分為同時效度與預測效度兩大類。

#### (三)建構效度(construct validity)：

所謂建構效度是指測驗能夠測量理論上的構念或特質的程度，涵蓋內容效度與效標關聯效度，通常以因素分析法(factor analysis)作為求取建構效度的主要方法。

除以上三者外，現今又增列「專家效度」，意義為敦請專家進行試題審核，就研究工具內容、文句措詞、編排方試提供意見後，而研究者再據以修改。本研究診斷工具之效度以內容效度、專家效度與建構效度三者為主。

### 二、信度(reliability)

信度是指測驗分數的一致性，或是指測驗的分數，反出真實量數的程度。信度為效度的必要條件，因此一份測驗的信度一定要高。信度的測量方式有下列幾種(郭生玉，民 85)：

#### (一)重測信度(test-retest reliability)

此種方法是將同一個測驗試題在不同時間中，重覆測量一群相同的受試者兩次，以兩次分數的相關係數，作為重測信度，又稱為再測信度。

## (二)複本信度(alternative-form test reliability)

此種方法是將一份測驗試題分成在內容、型式、題數、難度等方面相同的兩份試題，之後對同一群受試者進行施測。依據兩者測量分數的相關係數，作為重測信度。

## (三)內部一致性方法(coefficient of internal consistency method)

此種方法與前兩者的不同點為指需施測乙次便能估計信度。這類方法包括：折半方法(split-half method)、庫李方法(Kuder-Richardson method)、 $\alpha$ 係數(coefficient alpha)、霍意特變異數分析法(Hoyt's analysis of variance procedure)。以上均可由統計算式得出測驗的信度，通常以此類方法求算測驗的信度。

由於本研究診斷工具的題型為二分法類型試題，因此採用內部一致性方法的 $\alpha$ 係數來估算信度。

其次，在基礎研究中，信度至少應達到 0.8 才可接受，在探索性研究中，信度只要 0.7 就可以接受 (Wortzel, 1979)。Cronbach's  $\alpha$  係數大於 0.7 都可算是高信度值，如果低於 0.35 時，則必須予以刪除。

## 三、試題分析

由於信度與效度與試題品質的優劣有關，因此透過試題分析以提升試題品質，有助於提高測驗的信效度。本研究所採用的試題分析如下所示：

### (一)難度分析

主要用以確定每一個試題的難度，以答對人數與受試總人數之比值來計算，數值越高代表題目愈簡單。計算式為  $P=R/N$  (P：難度、R：答對人數、N：全體人數)

### (二)鑑別力分析

主要目的在於確認試題是否具有區分高下的能力，若試題具有鑑別度，則高分者答對的百分比應高於低分者答對的百分比。計算式為  $D=P_H-P_L$  (D：鑑別度、 $P_H$ ：高分組答對百分比、 $P_L$ ：低分組答對百分比)。

## 第七節 國內學生機率概念相關文獻評述

陳順宇和鄭碧娥(民81)以概念瞭解層次與能力等級鑑定的方式，來研究國中生處理機率問題的解題策略與錯誤類型，發現：「學生已具有機率的基本概念，但有部份學生認為機率會大於1」、「大部份學生具有樣本空間與事件的概念，能列出事件的可能結果」、「未考慮事件出現的頻率不同，而認定每一種結果出現的機率均等」、「解題時有誤用樹狀圖的情形」、「有加法策略與乘法策略混淆的情形」、「對於兩獨立事件同時發生的機率計算能力較弱」、「男女生在機率單元的表現差異不大」、「城市學生的表現較鄉下學生表現為優」。

朱雅璋(民85)在國小學童機率的直觀概念方面之研究中，對於已學過機率課程的學童，歸納出八大機率直觀類型：(一)符合已出現母群分配典型；(二)符合理想母群分配典型；(三)符合隨機過程分配典型；(四)正、反時近效應；(五)樣本空間元素之可獲性不足；(六)無法從不同具體情境抽離出相同數學結構；(七)樣本空間之形成不正確；(八)結果取向。

施能宏(民86)在國小機率概念方面之研究中，以尚未接觸機率課程的國小高年級學童為研究對象，發現學童對於處理機率的比較問題採取十種策略，分別為「以目標數之大小」、「非目標數之大小」、「目標數間差異和非目標數間差異」、「比例性推理」、「結果取向」、「表徵性誘發」、「有效性誘發」、「絕對差異大小」、「依試行的可控制程度來判斷」以及「大數法則之迷失概念」。

吳靜瑜(民88)對於國小六年級學童機率概念之研究，歸納學童的迷失概念類型有「正、負時近效應」、「結果取向」、「對樣本空間進行簡化分類」、「有效性誘發」、「數量模式」和「忽視樣本空間大小對預測準確性的影響」等六種。並認為其機率迷失概念的形成因素為樣本空間概念不足、忽略機率問題為一隨機情境、先備知識不足等等。

李佳奇(民90)研究高中生條件機率解題策略與錯誤類型探討，發現「二學生缺乏操作事件以求取條件機率的能力」、「高三學生經常忽略兩事件間的關係」、「將條件機率問題誤為交集機率問題」、「誤用等機率偏見」、「受事件發生影響忽略條件機率」、「易受問題情境影響，只考慮某一給定事件的比例」。

梁慶儀(民90)研發技職學院機率迷失概念診斷工具，以下列六項迷失概念作為試題內容：「正、負時近效應」、「依試行的可控制程度來判斷」、「有效性誘發」、「以目標數大小來判斷」、「合取謬誤」、「忽略母群分配情形」。

陳芷羚(民91)探討中學生機率概念與判斷偏誤關係之研究，發現「國高中學生在先備知識上有很大差異但兩者的迴歸分析結果非常相近」、「最能預測國高中受試者在複合事件等機率的預測變項為樣本空間」、「最能預測國高中受試者在代表性判斷偏誤的

預測變項為獨立」、「最能預測國高中受試者在一次投擲的預測變項為獨立」、「在可利用性與結果取向中各預測變項的效應均未達兩成」、「部份受試者有基模轉換與概念衝突情形發生，但往往本身並未察覺」、「部份國中與高中受試者在選項中一致選答無法預測或兩者/三者相同之情形，所持理由都符合結果取向的特徵」、「部份國中生與高中生持有都是相同硬幣/骰子，所以機率相同的想法」、「部份國高中生持有只要有關於投擲骰子的題目，機率都是1/6；只要是投擲硬幣的題目，機率都是1/2的想法」。

曾淑雯(民92)在國中生對一些試驗發生機會相等或不相等認知之研究中，發現「對於生活中比較熟悉的事物有較好的答題情況，對於不熟悉的事物，即使有圖形或文字的輔助，仍無法掌握此類試題」、「約有2~3成的學生對於任一機率試驗中每一樣本的發生機率都認定是1/n，有等機率的偏見」、「對於生活中常見的情境問題，與日常經驗結合後產生不同的解讀」、「2成左右的學生不了解機率值的真實意義，以”機率變化萬千，無法判斷各種情形機會相等與否”作答」、「多數學生對於複合事件的樣本空間無法完全掌握」、「學生不具備不同實驗中萃取相同機率架構的能力」。



## 第三章 研究方法

本章分為五節來討論，第一節為研究設計；第二節為研究樣本；第三節為研究工具；第四節為研究步驟與流程；第五節為資料處理與分析。

### 第一節 研究設計

本研究的目的，主要在於編製中學生機率另有概念的診斷試題，作為學生另有概念的診斷工具，期望能具有高信度與效度，足以作為中學教師機率教學上的參考。

本研究的方式是採用紙筆測驗來進行，首先統計受試學生對於題本中各試題的答對率與人數，估算題本的信度與各分量表的信度，之後再進行試題分析與相關性分析，藉以找出各試題以及各另有概念間的關聯性。

為使協助施測的教師同仁們對於本研究之目的能有所瞭解，以便叮嚀學生注意答題細節配合研究進行，在施測之前，研究者親自與施測教師討論說明，同時在施測題本與試卷袋上均附上相關的說明與注意事項，以求將不必要的誤差影響減至最低。



## 第二節 研究樣本

本研究的研究對象是以研究者所任教的北縣某縣立高中學生為主。由於現行國中機率單元編排於國中三年級下學習最後一個章節，因此施測的國中二年級與國中三年級學生均只有在小學時期學過些許的機率概念；而施測對象的高中一年級與二年級學生，則是學過國中教材的實驗機率內容，但尚未學習到排列組合等古典機率相關概念。施測對象涵蓋四個年級，目的在於比較年齡對另有概念的影響，而國中與高中學生之間則可比較國中實驗機率的教材對於另有概念是否有所影響。

本研究的抽樣方式，並非採取隨機方式，而是商請願意配合施測的教師同仁，作為本研究對象的樣本。

研究樣本可分為預試樣本與正式樣本。其中預試樣本為某縣立高中的國二、國三、高一、高二等四個年級各一個班的學生，其中國二學生有35人，國三學生有35人，高一學生有40人，高二學生有40人，共計150人，相關數據可參考表4。

而正式施測的樣本，則同樣為某縣立高中的國二至高二等四個年級的學生，每個年級各取7個班，各約250人，整個正式施測樣本達到1139人，有效施測樣本為1043，詳見表5。

表4 預試樣本基本資料

性別	年級				合計	百分比
	國二	國三	高一	高二		
男生	17	20	13	20	70	46.7%
女生	18	15	27	20	80	53.3%
總計	35	35	40	40	150	100%
百分比	23.3%	23.3%	26.7%	26.7%	100%	100%

表5 正式樣本基本資料表

性別	年級				合計	百分比
	國二	國三	高一	高二		
男生	122	134	136	128	520	49.9%
女生	128	123	125	147	523	50.1%
總計	250	257	261	275	1043	100%
百分比	24.0%	24.6%	25.0%	26.4%	100%	100%

### 第三節 研究工具

本研究使用的研究工具為自編的「機率另有概念雙層式診斷工具」，相關內容分述如下：

#### 一、編製依據

研究者從相關文獻中所提到的機率另有概念，配合國中階段教材內容，歸納整理出八項機率另有概念，作為中學生機率另有概念診斷目標的依據，八項另有概念分列如下：

概念一「肯定、否定最近效應」；概念二「尋找短期的規律性」；概念三「忽略樣本空間大小的差異」；概念四「以目標數大小判斷」；概念五「合取謬誤」；概念六「複合事件等機率」；概念七「一次投擲判斷偏誤」；概念八「結果取向判斷偏誤」。題目來源分為：改編自文獻中的專家題與研究者自編的專家延伸題與創新題，詳見表6。

表6 研究工具題目來源

另有概念診斷試題	專家題改編	研究者自編	
		專家題延伸	創新題
肯定否定最近效應	A、I		Q
尋找短期的規律性	B、J、R		
忽略樣本數大小	C	K	S
以目標數大小判斷	D、L		T
合取謬誤	E	M、U	
複合事件等機率	F	N	V
一次投擲判斷偏誤	W	O	G
結果取向	H、P		X

#### 二、雙向細目表

研究者依上述八項機率另有概念，編製出雙向細目表，作為中學生機率另有概念診斷工具的依據。其中教材內容包括樣本空間與獨立事件。診斷目標則以研究者整理出的八項機率另有概念為目標，詳見表7。

表7 機率另有概念雙向細目表

教材內容	診斷目標								總計	百分比						
	最近效應	肯定否定	的規律性	尋找短期	空間大小	忽略樣本	大小判斷	以目標數			合取謬誤	等機率	複合事件	判斷偏誤	一次投擲	結果取向
機率比較					3		3		3						9	37.5%
機率事件	3		3									3		3	12	50%
樣本空間										3					3	12.5%
總計	3		3		3		3		3	3		3		3		
百分比	12.5%		12.5%		12.5%		12.5%		12.5%	12.5%		12.5%		12.5%		100%

### 三、機率另有概念診斷工具之內容

本研究工具為雙層式選擇題，每一題組均有3小題(H、P、X除外)；第1小題屬於第1層，第2與第3小題屬於第2層。

本研究工具試題編排方式採用循環式編排，A、I、Q為概念一「肯定、否定最近效應」；B、J、R為概念二「尋找短期的規律性」；C、K、S為概念三「忽略樣本空間大小的差異」；D、L、T為概念四「以目標數大小判斷」；E、M、U概念五「合取謬誤」；F、N、V概念六「複合事件等機率」；G、O、W概念七「一次投擲」；H、P、X為概念八「結果取向」。以架構表表示如下：

表8 中學生機率另有概念題目架構表

偏誤區分	基本概念	偏誤概念主題	試題題組編號	題數
捷思法則	獨立概念	肯定、否定最近效應	題號 A、I、Q	3
捷思法則	獨立概念	尋找短期的規律性	題號 B、J、R	3
捷思法則	樣本空間	忽略樣本空間大小的差異	題號 C、K、S	3
捷思法則	樣本空間	以目標數大小判斷	題號 D、L、T	3
捷思法則	樣本空間	合取謬誤	題號 E、M、U	3
直觀迷思	樣本空間	複合事件等機率	題號 F、N、V	3
直觀迷思	樣本空間	一次投擲	題號 G、O、W	3
直觀迷思	樣本空間	結果取向	題號 H、P、X	3

### 四、計分方式

由上可知本診斷工具共有24題組(由A到X)，答對每一題組的第1題給1分，答錯不給分，故最高得分為24分；而各題組中的第2與第3題為第1題的選項理由，僅作為選項分析之用。

## 第四節 研究步驟與流程

本研究依循下列步驟進行：

- 一、閱讀相關文獻：上網查詢與蒐集國內外相關文獻資料，並加以綜合歸納整理，作為本研究理論的基礎。
  - 二、擬定研究主題：由於相關文獻所研究的對象大多為國小或專科院校學生，對於中學生的研究並不多見。此外相關論文所使用的診斷試題類型為一般形式的選擇題，因此決定採用雙層式選擇題型式來編製中學生機率另有概念診斷試題。
  - 三、分析國中機率教材：對於國中課本所提之機率課程內容進行分析，瞭解所介紹的內容與基礎概念。
  - 四、擬定研究架構：依據相關文獻整理出八項機率另有概念，抽取任教學校的學生作研究對象，以求得診斷工具的信效度及其它相關數據。
  - 五、編製測驗工具：根據相關文獻的探討，進行測驗診斷工具的設計。
  - 六、預試：國二至高二四個年級各抽取一個班級，進行初步的預試。
  - 七、資料分析並修正試題：整理預試的資料並輸入電腦，以EXCEL與統計軟體SPSS10.0版進行分析，依據分析結果修改試題。
  - 八、正式施測：將修改完的試題，針對學校內國二至高二的學生，以班級為單位，進行階層隨機抽樣，每個年級各選取7個班，共28個班級，樣本數為1139位，進行機率另有概念的正式施測。
  - 九、資料分析：將正式施測所蒐集的1139份樣本資料，刪除未用心作答與無效問卷後，將有效樣本1043位學生作答結果輸入電腦，以EXCEL與SPSS統計套裝軟體加以分析，並求得其信度、效度、難度和鑑別度。
  - 十、撰寫研究報告：經由資料分析的結果，綜合歸納研究結果與發現，提出研究結論與建議。
  - 十一、完成研究論文：論文付印。
- 以上各研究步驟，詳見圖2所示。

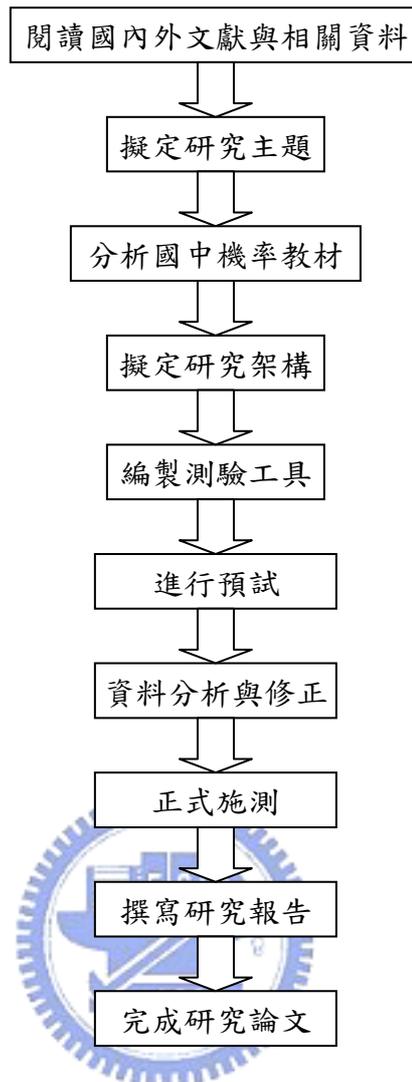


圖2：研究步驟流程圖

## 第五節 資料處理與分析

研究者將施測所蒐集到的資料，先行篩選出有效的測驗卷後，逐一進行編碼的工作，並輸入電腦存成資料檔，以試算表軟體EXCEL與統計套裝軟體SPSS10.0版進行統計上的處理。本節將資料處理內容分為六個部分，分別為難度分析、鑑別度分析、信度分析、效度分析、錯誤原因類型分析、相關分析，藉此探知本研究所編製之診斷工具是否為一份良好的測驗工具。

### 一、難度分析

以受測者答對該試題的百分比，探討每一試題與六個概念類型的難度分佈情形。

難度計算公式如下(郭生玉，民85)： $P=R/N$

在上式中，P代表難度，R代表答對該題之人數，N代表全體受測者之人數。

### 二、鑑別度分析

鑑別度分析係以鑑別度指數、Pearson相關係數、差異分析三方面來探討。

#### (一)鑑別度指數

以高分組(百分比前33等級)答對百分比減去低分組(百分比後33等級)答對百分比，探討每一試題與六個概念類型的鑑別度分佈情形。鑑別度計算公式如下(郭生玉，民85)： $D=P_H-P_L$

在上式中，D代表鑑別度， $P_H$ 代表高分組答對該題的百分比， $P_L$ 代表低分組答對該題的百分比。

#### (二)Pearson相關係數

以Pearson相關係數方法，求得每一試題的作答情形與總得分之間的相關係數，以測得每一試題是否達到顯著水準。Pearson相關係數計算公式如下(邱皓政，民92)：

$$r = \frac{\text{cov}(x, y)}{S_x S_y} = \frac{\sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X - \bar{X})^2 \sum (Y - \bar{Y})^2}} = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x SS_y}}$$

上式中以x代表各題得分，而y則代表測驗總得分， $SP_{xy}$ 表是兩變數的標準差乘積， $SS_x$ 與 $SS_y$ 分別表示x與y的標準差，可求得標準化的關聯係數。

#### (三)差異分析

差異分析將概念總得分分成高、中、低三組，分組的方式為原始分組換算成百分位數，前33等級為高分組，中33等級為中分組，後33等級為低分組，以單因子變異數分析方式，探討概念總得分高、中、低三組之差異情形。

### 三、信度分析

本研究採用內部一致性來做信度的考驗，以Cronbach's  $\alpha$ 係數，探討受測者對每一試

題作答的一致性情形，同時探討六個概念類型作答的一致性情形。信度的計算公式如下

$$(陳英豪、吳裕益，民83)：r_{KR20} = \left(\frac{K}{K-1}\right)\left(1 - \frac{\sum pq}{S^2}\right)$$

上式中之K表示整個測驗的題目數，pq表示整個測驗中每題答對與答錯百分比乘積之總和， $S^2$ 為測驗總分之變異數。另外，以Pearson相關係數方法，求得每一試題的作答情形與總得分之間的相關係數，以了解測驗中每一試題與總得分的一致情形。

#### 四、效度分析

效度分析以專家效度、內容效度、構念效度三部分來進行分析。

##### (一)專家效度

敦請專家學者二名和中學教師二名進行試題審核，就診斷工具內容、文句措辭、編排方式等提供意見，研究者再加以修改。

##### (二)內容效度

診斷工具依據機率另有概念診斷工具雙向細目表(見表7)來編製，兼顧到教材內容與診斷目標。

##### (三)建構效度

所謂建構效度是指測驗能夠測量理論上的構念或特質的程度，涵蓋內容效度與效標關聯效度，通常以因素分析法 (factor analysis) 作為求取建構效度的主要方法。本研究以因素分析法與多元尺度法 (MDS) 兩者並行來進行建構效度的分析，分別說明如下：

因素分析是將一群互相關的變數濃縮或簡化為少數互相獨立的因素構面。其假定各變數間之所以發生互相關，是因為有少數影響這些不同變數的基本因素存在，因素分析主要的作用就在於設法發現那些共同基本因素。所謂的因素負荷量 (factor loading) 為因素結構中，各變數與其所屬因素構面間的相關程度。若有m個變數和r個因素，則將有(m×r)個因素負荷量。將每個因素的因素負荷量平方並加總，即得此因素的特徵值 (eigenvalue)。一般認為如果一個因素的特性值大於一，此因素就稱得是一個有意義的因素。特徵值除以變數的數目，所得的數值 (稱解釋變異) 即表示該因素所能解釋之變異數的比例 (黃俊英，1996)。

本研究採用主軸因子 (principal axis factoring) 進行因素分析，萃取出特徵值大於1之因素，輔以對照陡坡圖 (scree plot) 圖形，以為決定保留因素個數之考量依據，為了降低各因素構面彼此間的相關程度，便於解釋因素分析之結果，乃將因素負荷量的結構用變異數最大法 (varimax) 做直交轉軸 (orthogonal rotation)，使因素分析結果更具意義。

多元尺度分析是一種縮減構面的技術，它是以點之間的距離矩陣為投入資

料，然後找出一個具較少構面的空間以及在此空間以及在此空間中各點(每一點代表一個事物)的一個構形，並使在此特定構形中各點際間的距離和原始投入資料二者間有相當良好的一致性。本研究在於分析整體學生與各年級學生的答題結果，比較彼此的知覺圖與因素分析結果，以瞭解整體的構念效度與本份試題對於各年級的適合程度。

#### 五、錯誤原因類型分析

本研究診斷工具中所有試題之每一個選項為隨機分配，係因期望受測者能認真仔細作答。本小節將針對所有試題之每一個選項，統計出受測者作答的情形，以瞭解答錯的學生比較容易傾向回答的答案類型。

#### 六、相關分析

本研究使用t檢定與單因子變異數分析(ANOVA)兩種方法進行差異性的探討，分別說明如下：

t檢定可進行單樣本的平均數考驗或是平均數的差異檢定，本研究針對不同性別進行t檢定，以瞭解是否有差異性存在。

但是t檢定僅能比較兩組數據，因此若有三組以上數據時，需使用單因子變異數進行分析，因此對於各年級作答結果的比較與高中學生不同入學方式比較採用單因子變異數分析。



## 第四章 研究結果與討論

本研究測驗題本的內容可分為八個次量表：肯定與否定最近效應、尋找短期規律性、忽略樣本空間大小、以目標數大小判斷、合取謬誤、複合事件等機率、一次投擲判斷偏誤、結果取向。每個次概念含有 3 個題組，除「結果取向」次量表中每題組為僅有 1 題外，其餘七個次量表中每題組均有 3 小題。詳細分類請參閱第三章第三節研究工具中的說明。本研究的樣本數為 1043 人，總題數為 66 題，所以資料較為龐大。

第一節將對研究工具的施測結果進行敘述統計，以判斷本研究工具是否符合良好測驗的特徵；第二節則呈現相關研究分析的結果，第三節至第十節則分別對各類型另有概念進行分析與說明。

### 第一節 敘述統計

本節可分為五小節，依序為機率另有概念診斷工具得分、難度分析、鑑別度分析、信度分析與效度分析。

由於本研究工具採雙層式診斷，第一層為主要問題，第二層則為第一層的選答原因，因此以下各小節所討論的數據均限於第一層(主要問題)的作答結果。

#### 一、機率另有概念診斷工具得分

研究者將所收集到的 1043 位樣本，經統計計算出各機率另有概念得分與概念總得分之敘述統計量，其中概念八「結果取向」得分最高，平均數為 2.409(最低 0 分，最高 3 分)；概念六「複合事件等機率」得分最低，平均數為 .765(最低 0 分，最高 3 分)；概念總得分平均為 13.762(最低 1 分，最高 24 分)，詳見表 9。

表 9 各次量表得分與總概念得分之敘述統計表

次量表類型	樣本數	最小值	最大值	平均數	標準差
次量表一 肯定與否定最近效應	1043	0	3	2.378	.981
次量表二 尋找短期的規律性	1043	0	3	1.827	1.185
次量表三 忽略樣本空間大小	1043	0	3	.929	1.042
次量表四 以目標數大小判斷	1043	0	3	1.899	1.127
次量表五 合取謬誤	1043	0	3	1.635	1.352
次量表六 複合事件等機率	1043	0	3	.765	.989
次量表七 一次投擲判斷偏誤	1043	0	3	1.925	1.175
次量表八 結果取向	1043	0	3	2.409	1.031
概念總得分	1043	1	24	13.762	5.013

## 二、難度分析

本節以受測者答對該試題的百分比，探討各機率另有概念的難度分佈情形。分析結果如下：

### (一)肯定與否定最近效應

此一次量表包含診斷工具第 01、23、45 三題，難度介於 .78 至 .81 之間，平均難度為 .79，各題難度與平均難度如表 10 所示。

表 10 「肯定與否定最近效應」次量表難度與鑑別度指數表

題號	題目內容	難度	鑑別度
A-1 (01)	連續投擲 1 枚公正的硬幣 3 次，每 1 次硬幣都出現反面，則第 4 次投擲硬幣時： 你認為硬幣正面與反面哪一個出現的機率較大？ <input type="checkbox"/> a.正面 <input type="checkbox"/> b.反面 <input type="checkbox"/> c.正反兩面出現的機率相等 <input type="checkbox"/> d.機率變化萬千，無法判斷機率相等或不相等	.81	.46
I-1 (23)	投擲 1 顆公正的骰子，連續 2 次都出現 5 點，則第 3 次投擲時： 你認為骰子出現 5 點機率是多少？ <input type="checkbox"/> a.大於 1/6 <input type="checkbox"/> b.小於 1/6 <input type="checkbox"/> c.等於 1/6 <input type="checkbox"/> d.機率變化萬千，所以無法判斷機率的大小	.78	.52
Q-1 (45)	假定生男生女的機率相等。如果一對夫婦已經連續生了 3 個女孩，則第 4 個小孩的性別： 你認為第 4 個小孩是男孩或女孩的機率何者較大？ <input type="checkbox"/> a.男孩 <input type="checkbox"/> b.女孩 <input type="checkbox"/> c.男孩或女孩的機率相等 <input type="checkbox"/> d.機率變化萬千，所以無法判斷機率相等或不相等	.78	.56
平均		.79	.51

(二)尋找短期規律性

此一次量表包含診斷工具第 04、26、48 三題，難度介於 .53 至 .66 之間，平均難度為 .61，各題難度與平均難度如表 11 所示。

表 11 「尋找短期規律性」次量表難度與鑑別度指數表

題號	題目內容	難度	鑑別度
B-1 (04)	<p>如果每個小孩出生是男是女的機會相等，而一個家庭的成員中有 4 個小孩，這 4 個小孩<u>出生的順序和性別</u>如右： A 事件：「男、男、男、男」； B 事件：「男、女、男、女」</p> <p>你認為哪一個事件發生的機率比較大？</p> <p><input type="checkbox"/>a.A 事件 <input type="checkbox"/>b.B 事件 <input type="checkbox"/>c.兩事件發生的機率相等 <input type="checkbox"/>d.機率變化萬千，無法判斷兩事件發生機率相等或不相等</p>	.53	.59
J-1 (26)	<p>連續投擲 1 枚公正的硬幣 4 次，比較下面兩事件發生的機率： A 事件：正面、正面、正面、正面(<u>第 1 次正面、第 2 次正面、第 3 次正面、第 4 次正面</u>) B 事件：正面、反面、正面、反面(<u>第 1 次正面、第 2 次反面、第 3 次正面、第 4 次反面</u>)</p> <p>你認為 A 事件與 B 事件的發生機率何者較大？</p> <p><input type="checkbox"/>a.A 事件 <input type="checkbox"/>b.B 事件 <input type="checkbox"/>c.兩事件發生的機率相等 <input type="checkbox"/>d.機率變化萬千，無法判斷兩事件發生機率相等或不相等</p>	.63	.69
R-1 (48)	<p>連續投擲一枚公正的骰子 2 次，你認為下面哪一個事件中發生的機率比較大？A 事件：6、5(<u>第 1 次出現 5 點，第 2 次現 6 點</u>) B 事件：6、6(<u>第 1 次、第 2 次都出現 6 點</u>)</p> <p>你認為 A 事件與 B 事件哪一個的發生機率較大？</p> <p><input type="checkbox"/>a.A 事件 <input type="checkbox"/>b.B 事件 <input type="checkbox"/>c.兩事件發生的機率相等 <input type="checkbox"/>d.機率變化萬千，所以無法判斷兩事件發生機率相等或不相等</p>	.66	.68
平均		.61	.65

(三)忽略樣本空間大小

此一次量表包含診斷工具第 07、29、51 三題，難度介於.23 至.35 之間，平均難度為.31，各題難度與平均難度如表 12。

表 12 「忽略樣本空間大小」次量表難度與鑑別度指數表

題號	題目內容	難度	鑑別度
C-1 (07)	如果每一個小孩出生是男是女的機會相等，比較 A、B 兩事件的發生機率： A 事件：一個家庭有 2 個小孩，有 1 個男孩與 1 個女孩 B 事件：一個家庭有 8 個小孩，有 4 個男孩與 4 個女孩 你認為哪一件事情發生的機率比較大？ <input type="checkbox"/> a.A 事件 <input type="checkbox"/> b.B 事件 <input type="checkbox"/> c.兩者發生的機率相等 <input type="checkbox"/> d.機率變化萬千，無法判斷兩者出現機率相等或不相等	.34	.26
K-1 (29)	假定投擲硬幣出現正面與反面的機會相等，比較 A、B 兩事件的發生機率： A 事件：投擲一枚硬幣 2 次，2 次中出現 1 次正面 B 事件：投擲一枚硬幣 20 次，20 次中出現 10 次正面 你認為那一個事件出現的機率比較大？ <input type="checkbox"/> a.A 事件 <input type="checkbox"/> b.B 事件 <input type="checkbox"/> c.A 事件與 B 事件發生機率相等 <input type="checkbox"/> d.機率變化萬千，所以無法判斷那個事件發生的機率比較大	.23	.22
S-1 (51)	有兩種遊戲供人下注。A 遊戲：投擲一枚公正的硬幣 100 次，如果出現 50 次正面與 50 次反面就算你贏，是其它情形就算你輸；B 遊戲：投擲一枚公正硬幣 2 次，如果出現 1 次正面與 1 次反面就算你贏，是其它情形就算你輸。試比較這兩種遊戲獲勝的機率： 你認為那一種遊戲你贏的機率比較大？ <input type="checkbox"/> a.A 遊戲 <input type="checkbox"/> b.B 遊戲 <input type="checkbox"/> c.兩個遊戲贏的機率相等 <input type="checkbox"/> d.機率變化萬千，所以無法判斷那一個遊戲贏的機率比較大	.35	.28
平均		.31	.25

(四)以目標數判斷大小

此一次量表包含診斷工具第 10、32、54 三題，難度介於.55 至.77 之間，平均難度為.63，各題難度與平均難度如表 13。

表 13 「以目標數判斷大小」次量表難度與鑑別度指數表

題號	題目內容	難度	鑑別度
D-1 (10)	有 A、B 兩個不透明的袋子，其中：A 袋有 7 顆藍球，5 顆白球；B 袋有 6 顆藍球，4 顆白球。如果從 A、B 兩袋裡各抽出 1 球，比較兩袋抽中藍球的機率，則：哪一袋抽中藍球的機率比較大？ <input type="checkbox"/> a.A 袋 <input type="checkbox"/> b.B 袋 <input type="checkbox"/> c.兩袋抽出藍球的機率都相等 <input type="checkbox"/> d.機率變化萬千，無法判斷兩袋抽出藍球的機率相等或不相等	.55	.79
L-1 (32)	有 A、B 兩個不透明的袋子，其中：A 袋有 700 顆黃球，400 顆白球；B 袋有 500 顆黃球，200 顆白球。如果從 A、B 兩袋裡各抽取 1 球，則：從那一袋抽中黃球的機率較大？ <input type="checkbox"/> a.A 袋 <input type="checkbox"/> b.B 袋 <input type="checkbox"/> c.兩袋抽出黃球的機率都相等 <input type="checkbox"/> d.機率變化萬千，無法判斷兩袋抽出黃球機率相等或不相等	.58	.78
T-1 (54)	連續投擲一枚硬幣4次，比較下面兩事件的發生機率： A事件：出現1次正面3次反面 B事件：出現3次正面1次反面 你認為那一個事件出現的機率比較大？ <input type="checkbox"/> a.A 事件 <input type="checkbox"/> b.B 事件 <input type="checkbox"/> c.A 事件與 B 事件發生機率相等 <input type="checkbox"/> d.機率變化萬千，所以無法判斷那個事件發生的機率比較大	.77	.57
平均		.63	.71

(五)合取謬誤

此一次量表包含診斷工具第 13、35、57 三題，難度介於.54 至.56 之間，平均難度為.55，各題難度與平均難度如表 14。

表 14 「合取謬誤」次量表難度與鑑別度指數表

題號	題目內容	難度	鑑別度
E-1 (13)	如果我們從發生腦溢血的病患中，隨機的抽出1個人，則： A事件：這個人是「患有高血壓而且超過60歲」的機率 B事件：這個人是「患有高血壓」的機率 你認為 A 事件與 B 事件發生的機率哪一個比較大？ <input type="checkbox"/> a.A 事件 <input type="checkbox"/> b.B 事件 <input type="checkbox"/> c.A 事件與 B 事件兩者出現的機率相等 <input type="checkbox"/> d.機率變化萬千，所以無法預測	.54	.74
M-1 (35)	如果我們從得到痛風的病患中，隨意抽出一人，則： A事件：這個人「身材肥胖而且尿酸過高」的機率 B事件：這個人「尿酸過高」的機率 你認為 A 事件與 B 事件發生的機率哪一個比較大？ <input type="checkbox"/> a.A 事件 <input type="checkbox"/> b.B 事件 <input type="checkbox"/> c.A 事件與 B 事件兩者出現的機率相等 <input type="checkbox"/> d.機率變化萬千，所以無法預測	.56	.77
U-1 (57)	如果我們從發生骨折症狀的人中，隨機的抽出一個人，則： A事件：這個人「超過68歲而且有骨質疏鬆症」的機率； B事件：這個人「有骨質疏鬆症」的機率。 你認為 A 事件與 B 事件發生的機率哪一個比較大？ <input type="checkbox"/> a.A 事件 <input type="checkbox"/> b.B 事件 <input type="checkbox"/> c.A 事件與 B 事件兩者出現的機率相等 <input type="checkbox"/> d.機率變化萬千，所以無法預測	.54	.76
平均		.55	.76

(六)複合事件等機率

此一次量表包含診斷工具第 16、38、60 三題，難度介於.25 至.27 之間，平均難度為.75，各題難度與平均難度如表 15

表 15 「複合事件等機率」次量表難度與鑑別度指數表

題號	題目內容	難度	鑑別度
F-1 (16)	同時投擲 2 個公正骰子 1 次： A 事件：2 個骰子出現 1 個 5 點與 1 個 6 點 B 事件：2 個骰子都出現 5 點 你認為哪一個事件發生的機率比較大？ <input type="checkbox"/> a.A 事件 <input type="checkbox"/> b.B 事件 <input type="checkbox"/> c.A、B 兩事件發生的機率相等 <input type="checkbox"/> d.機率變化萬千，無法判斷兩事件出現機率相等或是不相等	.25	.04
N-1 (38)	在 2 個箱子中各放 1 個橘球、藍球與綠球，從 2 個箱子分別拿出 1 球，考慮下面兩個事件： A 事件：2 個球是 1 個藍球與 1 個綠球 B 事件：2 個球都是綠球 你認為哪一個事件出現的機率比較大？ <input type="checkbox"/> a.A 事件 <input type="checkbox"/> b.B 事件 <input type="checkbox"/> c.A、B 兩事件發生的機率相等 <input type="checkbox"/> d.機率變化萬千，無法判斷兩種情形出現機率相等或是不相等	.25	.09
V-1 (60)	如果每個小孩出生是男是女的機會相等，考慮有 4 個小孩的家庭，比較下列兩個事件的出現機率： A 事件：4 個孩子全都是男孩； B 事件：4 個孩子中有 1 個男孩與 3 個女孩 你認為哪一個事情出現的機率比較大？ <input type="checkbox"/> a.A 事件 <input type="checkbox"/> b.B 事件 <input type="checkbox"/> c.兩事件發生的機率相等 <input type="checkbox"/> d.機率變化萬千，無法判斷兩種情形出現機率相等或是不相等	.27	.17
平均		.26	.10

(七)一次投擲判斷偏誤

此一次量表包含診斷工具第 19、41、63 三題，難度介於.60 至.73 之間，平均難度為.64，各題難度與平均難度如表 16。

表 16 「一次投擲判斷偏誤」次量表難度與鑑別度指數表

題號	題目內容	難度	鑑別度
G-1 (19)	2 個相同箱子中各放 1 個藍球 1 個綠球與 1 個橘球。比較下列事件的機率： A 事件：同時從 2 個箱子取出 1 球，2 個球都是藍色 B 事件：先從 1 個箱子取出 1 球，再從另一個箱子取出 1 球，2 個球都是藍色 你認為 A 事件與 B 事件的發生機率何者較大？ <input type="checkbox"/> a.A 事件 <input type="checkbox"/> b.B 事件 <input type="checkbox"/> c.兩事件的發生機率相等 <input type="checkbox"/> d.機率變化萬千，無法判斷兩事件機率相等還是不相	.73	.62
O-1 (41)	比較下列兩個事件發生的機率大小： A 事件：一次投擲 1 枚均勻骰子，連續投擲 2 次，2 次都出現 4 點 B 事件：一次投擲 2 枚均勻骰子，2 個骰子都出現 4 點 你認為 A 事件與 B 事件那一個發生的機率較大？ <input type="checkbox"/> a.A 事件 <input type="checkbox"/> b.B 事件 <input type="checkbox"/> c.兩事件發生的機率相等 <input type="checkbox"/> d.機率變化萬千，無法判斷兩事件發生機率相等還是不相等	.60	.65
W-1 (63)	比較下列兩事件發生的機率： A 事件：同時投擲 4 枚硬幣，出現 4 次正面 B 事件：每次投擲 1 枚硬幣，連續投擲 4 次，出現 4 次正面 你認為 A 事件與 B 事件那一個發生的機率較大？ <input type="checkbox"/> a.A 事件 <input type="checkbox"/> b.B 事件 <input type="checkbox"/> c.兩事件發生的機率相等 <input type="checkbox"/> d.機率變化萬千，無法判斷兩事件機率相等還是不相等	.60	.58
平均		.64	.62

(八)、結果取向

此一次量表包含診斷工具第 22、44、66 三題，難度介於.77 至.82 之間，平均難度為.80，各題難度與平均難度如表 17。

表 17 「結果取向」次量表難度與鑑別度指數表

題號	題目內容	難度	鑑別度指數
	如果氣象局預報明日新竹地區降雨機率為 90%，則： 你覺得這句話所代表的意義是？		
H-1 (22)	<input type="checkbox"/> a.明日新竹地區有 90%面積會下雨 <input type="checkbox"/> b.明日新竹地區上方的平均雲層密度為 90% <input type="checkbox"/> c.明日新竹地區有 9 成機會某些地方會下雨 <input type="checkbox"/> d.明日新竹地區一定會下雨	.82	.41
	如果氣象局預報明日高雄地區降雨機率為 10%，則： 你覺得這句話所代表的意義是？		
P-1 (44)	<input type="checkbox"/> a.明日高雄有 10%面積會下雨 <input type="checkbox"/> b.明日高雄上方的平均雲層密度為 10% <input type="checkbox"/> c.明日高雄有 1 成機會某些地方會下雨 <input type="checkbox"/> d.明日高雄不會下雨	.82	.39
	如果氣象局預報明日花蓮地區降雨機率為 40%，則： 你覺得這句話所代表的意義是？		
X-1 (66)	<input type="checkbox"/> a.明日花蓮地區有 40%面積會下雨 <input type="checkbox"/> b.明日花蓮地區上方的平均雲層密度為 40% <input type="checkbox"/> c.明日花蓮地區有 4 成機會某些地方會下雨 <input type="checkbox"/> d.明日花蓮地區不會下雨 <input type="checkbox"/> e.明日花蓮地區無法確定是否會下雨	.77	.42
平均		.80	.41

### 三、鑑別度分析

本研究以鑑別度指數、Pearson 相關係數、差異分析三種方式，對本研究所研發的診斷工具進行鑑別度分析。

#### (一)鑑別度指數

本研究是以高分組減去低分組的答對百分比，作為各機率另有概念次量表的鑑別度指數，詳見表 10 至表 17。

#### (二)Pearson 相關係數

以 Pearson 相關係數方法，求得每一試題的作答情形與總得分之間的相關係數，詳見表 18。本研究工具除 F 大題第一題(題號 16)與總得分之相關性不高且未具顯著性外，其餘試題均具有良好的鑑別能力。

表 18 每一試題與總得分之相關係數表

題號	A-1 (01)	B-1 (04)	C-1 (07)	D-1 (10)	E-1 (13)	F-1 (16)	G-1 (19)	H-1 (22)
總得分	.493**	.466**	.239**	.617**	.592**	.049	.604**	.463**
題號	I-1 (23)	J-1 (26)	K-1 (29)	L-1 (32)	M-1 (35)	N-1 (38)	O-1 (41)	P-1 (44)
總得分	.573**	.599**	.198**	.629**	.620**	.104**	.549**	.440**
題號	Q-1 (45)	R-1 (48)	S-1 (51)	T-1 (54)	U-1 (57)	V-1 (60)	W-1 (63)	X-1 (66)
總得分	.593**	.594**	.244**	.624**	.598**	.157**	.481**	.436**

註：\*\* P<.01

#### (三)差異分析

以單因子變異數分析方式，探討總得分高、中、低三組之差異情形，如表 19。若有顯著差異情形，則代表本研究之診斷工具有良好的鑑別能力，可鑑別出受測者的得分能力。分析結果顯示概念總得分高、中、低三組在顯著水準為.001 下為顯著差異。

表 19 概念總得分高、中、低三組之差異比較

	平方和	自由度	平均平方和	F 檢定	顯著性
組間	21666.256	2	10833.128	2499.694	.000**
組內	4502.800	1039	4.334		
總和	26169.056	1041			

註：\*\*\* P<.001

#### 四、信度分析

本研究以 Cronbach's  $\alpha$  係數，探討本研究診斷工具內部一致性情形，同時探討八個概念類型的內部一致性情形，如表 20。各另有概念類型的信度界於.625 至.890 之間，整體信度為.837。

表 20 各機率另有概念類型與整體之信度表

概念類型	信度
概念一 肯定否定最近效應	.732
概念二 尋找短期的規律性	.744
概念三 忽略樣本空間大小	.625
概念四 以目標數大小判斷	.712
概念五 合取謬誤	.890
概念六 複合事件等機率	.626
概念七 一次投擲判斷偏誤	.762
概念八 結果取向	.832
整體	.837

#### 五、效度分析

本研究採用之研究工具之效度，以下分別以內容效度、專家效度與構念效度三者加以說明。

首先是內容效度，此效度以編製雙向細目表來分析測驗題目的內容與概念分配是否合適，而依據機率另有概念雙向細目表(表 7)的內容得知，本研究工具具備內容效度。

而專家效度方面，本研究工具敦請專家學者兩名與中學教師兩名進行試題審核並提供意見，而後經研究者加以修改而成，因此本研究工具亦具備專家效度。

最後則是建構效度的部份，本研究採取因素分析與多元尺度法兩種方法來探討構念效度。由於多元尺度法較能反映原始資料的空間關係，因此以多元尺度法為主(丁承，民 84)；而因素分析為一般常用方法之一，因此兩者合併使用，以瞭解建構效度，同時並討論兩種方法的差異性，分別將結果說明如下：

##### (一) 整體建構效度分析

首先以多元尺度法進行分析。研究者先以各年級的作答結果得到第一層試題的相似性矩陣，再進行多元尺度分析，以瞭解研究工具在建構效度。將整體學生答題資料以多元尺度法分析後，得到當以二個維度分析時，每個刺激體的分析結果圖，如圖 3 所示。

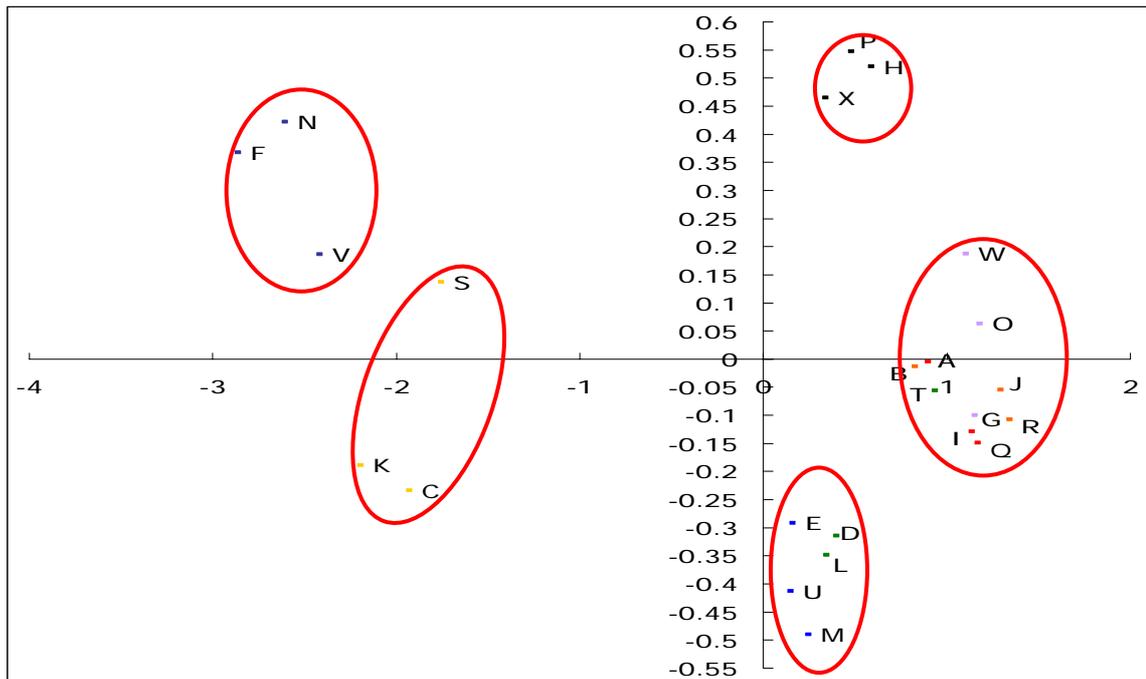


圖 3 全體學生簡單知覺圖

由繪製的簡單空間圖可看出：「肯定與否定最近效應」次量表的 A、I、Q 三題與「尋找段期規律性」次量表的 B、J、R 三題，以及「一次投擲判斷偏誤」次量表 G、O、W 三題，均位於相近集中的位置；而「合取謬誤」次量表的 E、M、U 三題、「結果取向」次量表的 H、P、X 三題的座標位置也相當集中；而「忽略樣本空間大小」次量表的 C、K、S 與「複合事件等機率」次量表的 F、N、V 的三題，大致相近，而「以目標數大小判斷」次量表的 D、L、T 三題則相距較遠，因此本研究工具之建構效度可稱良好。

其次再進行因素分析，採取主軸因子方法與最大變異法，採取直交轉軸法來萃取主要因素，而得到六個特徵值大於 1 的因素，累積的解釋變異量為 61.57%。在每一因素下取因素負荷量大於絕對值 0.4 的題目，詳見表 21。

表 21 機率另有概念因素編號、特徵值及其解釋變異量

因素編號	特徵值	解釋變異量%	累積解釋變異量%
1	6.257	26.071	26.071
2	2.760	11.499	37.569
3	1.842	7.676	45.245
4	1.540	6.415	51.660
5	1.372	5.716	57.376
6	1.007	4.196	61.572

以下分別說明各個萃取出因素：

(1)因素 1：因素 1 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 10 題，詳見表 22。

表 22 因素編號 1 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
O(一次投擲判斷偏誤次量表第 2 題)	.708	26.071
R(尋找短期規律性次量表第 3 題)	.681	
G(一次投擲判斷偏誤次量表第 1 題)	.660	
J(尋找短期規律性次量表第 2 題)	.657	
T(以目標數大小判斷次量表第 3 題)	.646	
W(一次投擲判斷偏誤次量表第 3 題)	.624	
Q(肯定與否定最近效應次量表第 3 題)	.612	
I(肯定與否定最近效應次量表第 2 題)	.585	
A(肯定與否定最近效應次量表第 1 題)	.525	
B(尋找短期規律性次量表第 1 題)	.485	

(2)因素 2：因素 2 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 23 所示。

表 23 因素編號 2 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
M(合取謬誤次量表第 2 題)	.861	11.499
U(合取謬誤次量表第 3 題)	.844	
E(合取謬誤次量表第 1 題)	.705	

(3)因素 3：因素 3 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 24 所示。

表 24 因素編號 3 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
P(結果取向次量表第 2 題)	.792	7.676
H(結果取向次量表第 1 題)	.771	
X(結果取向次量表第 3 題)	.727	

(4)因素 4：因素 4 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 25 所示。

表 25 因素編號 4 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
K(忽略樣本空間大小次量表第 2 題)	.807	
S(忽略樣本空間大小次量表第 3 題)	.544	6.415
C(忽略樣本空間大小次量表第 1 題)	.472	

(5)因素 5：因素 5 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 26 所示。

表 26 因素編號 5 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
N(複合事件等機率第 2 題)	.619	
F(複合事件等機率第 1 題)	.564	5.716
V(複合事件等機率第 3 題)	.554	

(6)因素 6：因素 6 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 2 題，詳見表 27 所示。

表 27 因素編號 6 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
D(以目標數大小判斷次量表第 1 題)	.731	4.196
L(以目標數大小判斷次量表第 2 題)	.710	

將所得結果與第三章第三節研究方法的「另有概念題目架構表」(表 8)作一比較，可發現除「以目標數大小判斷次量表」的三個題目(D、L、T)未屬於同一因素外，其餘各次量表所屬題目均畫分在同一因素之內。由此可見本研究工具具有良好的建構效度。

## (二) 各年級答題適合度分析

針對各年級的答題結果，分別進行多元尺度法分析與因素分析，藉以瞭解本研究工具在各年級的建構效度與適合度，以各年級分別敘述如下：

### 1. 高二學生

首先，將高二學生的作答結果進行多元尺度分析後，得到當資料以二個維度分析時，每個刺激體的分佈圖，如圖 4 所示。在分佈圖中，發現能夠以紅圈將各次量表的題目圈在一起，顯見高二學生對於同一次量表的題目，答題結果相當類似，因此本研究工具對於高二學生的適合度相當高。

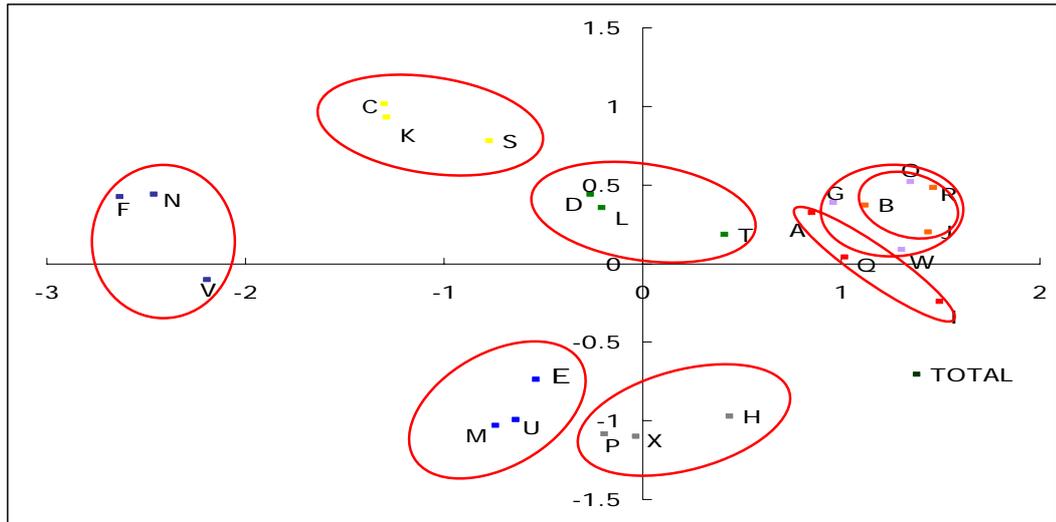


圖 4 高二學生簡單知覺圖

其次，再以高二學生的第一層問題之作答結果進行因素分析，利用主軸因子方法與最大變異法，採取直交轉軸法來萃取主要因素，而得到 8 個特徵值大於 1 的因素，累積的解釋變異量為 71.457%。而每一因素下取因素負荷量大於絕對值 0.4 的題目，詳見表 28。

表 28 機率另有概念因素編號、特徵值及其解釋變異量

因素編號	特徵值	解釋變異量%	累積解釋變異量%
1	.762	18.354	18.354
2	.579	13.953	32.308
3	.445	10.715	43.023
4	.319	7.683	50.705
5	.248	5.986	56.691
6	.231	5.555	62.247
7	.205	4.952	67.199
8	.177	4.258	71.457

以下分別各個萃取出因素進行說明：

(1) 因素 1：因素 1 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 29。

表 29 因素編號 1 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
M(合取謬誤次量表第 2 題)	.899	
U(合取謬誤次量表第 3 題)	.894	18.354
E(合取謬誤次量表第 1 題)	.735	

(2)因素 2：因素 2 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 5 題，詳見表 30 所示。

表 30 因素編號 2 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
J(尋找短期規律性次量表第 2 題)	.851	
R(尋找短期規律性次量表第 3 題)	.590	
B(尋找短期規律性次量表第 1 題)	.519	13.953
T(以目標數大小判斷次量表第 3 題)	.419	
G(一次投擲判斷偏誤次量表第 1 題)	.368	

(3)因素 3：因素 3 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 31 所示。

表 31 因素編號 3 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
H(結果取向次量表第 1 題)	.800	
P(結果取向次量表第 2 題)	.787	10.715
X(結果取向次量表第 3 題)	.728	

(4)因素 4：因素 4 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 2 題，詳見表 32 所示。

表 32 因素編號 4 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
O(一次投擲判斷偏誤次量表第 2 題)	.898	7.683
W(一次投擲判斷偏誤次量表第 3 題)	.701	

(5)因素 5：因素 5 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 33 所示。

表 33 因素編號 5 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
K(忽略樣本空間大小次量表第 2 題)	.837	
S(忽略樣本空間大小次量表第 3 題)	.612	5.986
C(忽略樣本空間大小次量表第 1 題)	.524	

(6)因素 6：因素 6 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 34 所示。

表 34 因素編號 6 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
Q(肯定與否定最近效應次量表第 3 題)	.691	
I(肯定與否定最近效應次量表第 2 題)	.608	5.555
A(肯定與否定最近效應次量表第 1 題)	.509	

(7)因素 7：因素 7 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 2 題，詳見表 35 所示。

表 35 因素編號 7 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
D(以目標數大小判斷次量表第 1 題)	.847	4.952
L(以目標數大小判斷次量表第 2 題)	.680	

(8)因素 8：因素 8 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 36 所示。

表 36 因素編號 8 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
N(複合事件等機率第 2 題)	.640	4.258
F(複合事件等機率第 1 題)	.604	
V(複合事件等機率第 3 題)	.487	

由以上的結果得知：除因素二含有 J、R、B、T、G 五個題目，而因素四與因素七分別僅含 O、W 與 D、L 兩個題目外，其餘萃取因素中所包含題目編號，均與「另有概念題目架構表」(表 8)相同，顯見本研究工具相當適合對高二學生進行施測。

## 2. 高一學生

將高一學生的作答結果所得的以第一層試題的相似性矩陣進行多元尺度分析，而當資料以二個維度分析時，每個刺激體的分析結果圖，詳見圖 5 所示。在分佈圖中，除了 X 與 T 兩大題與其它同一次量表的題目距離較遠外，同一個次量表的題目大多能夠聚在一起，顯見高一學生對於同一次量表的題目，答題結果大多相當類似，因此本研究工具對於高一學生的適合度亦相當高，但是不及高二學生。

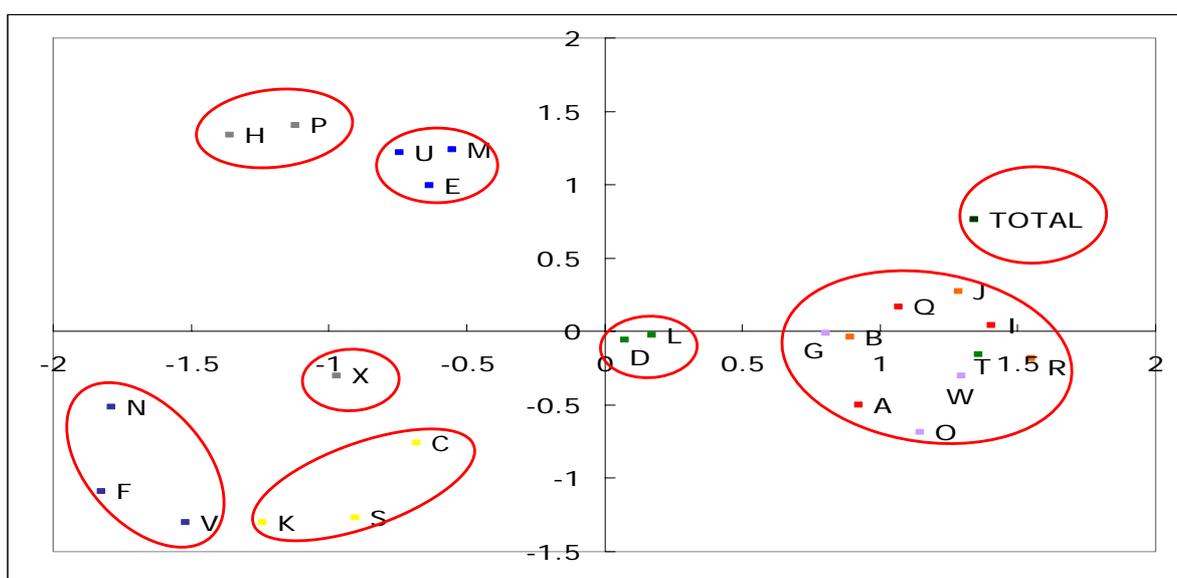


圖 5 高一學生簡單知覺圖

其次，將高一學生的第一層問題之作答結果進行因素分析，利用主軸因子方法與最大變異法直交轉軸來萃取主要因素，而得到八個特徵值大於 1 的因素，累積的解釋變異量為 61.362%。而每一因素下取因素負荷量大於絕對值 0.4 的題目，詳見表 37。

表 37 機率另有概念因素編號、特徵值及其解釋變異量

因素編號	特徵值	解釋變異量%	累積解釋變異量%
1	.668	17.390	17.390
2	.492	12.797	30.186
3	.405	10.546	40.733
4	.348	9.046	49.778
5	.233	6.067	55.845
6	.212	5.516	61.362
7	.207	5.376	66.738
8	.165	4.289	71.027

以下分別各個萃取出的因素進行說明：

(1)因素 1：因素 1 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 5 題，詳見表 38。

表 38 因素編號 1 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
I(肯定與否定最近效應次量表第 2 題)	.681	
Q(肯定與否定最近效應次量表第 3 題)	.643	
A(肯定與否定最近效應次量表第 1 題)	.505	17.390
R(尋找短期規律性次量表第 3 題)	.504	
T(以目標數大小判斷次量表第 3 題)	.483	

(2)因素 2：因素 2 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 39 所示。

表 39 因素編號 2 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
E(合取謬誤次量表第 1 題)	.778	
M(合取謬誤次量表第 2 題)	.868	12.797
U(合取謬誤次量表第 3 題)	.857	

(3)因素 3：因素 3 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 40 所示。

表 40 因素編號 3 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
H(結果取向次量表第 1 題)	.931	
P(結果取向次量表第 2 題)	.852	10.546
X(結果取向次量表第 3 題)	.596	

(4)因素 4：因素 4 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 41 所示。

表 41 因素編號 4 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
O(一次投擲判斷偏誤次量表第 2 題)	.945	
W(一次投擲判斷偏誤次量表第 3 題)	.532	9.046
G(一次投擲判斷偏誤次量表第 1 題)	.407	

(5)因素 5：因素 5 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 42 所示。

表 42 因素編號 5 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
F(複合事件等機率第 1 題)	.458	
N(複合事件等機率第 2 題)	.822	6.067
V(複合事件等機率第 3 題)	.609	

(6)因素 6：因素 6 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 43 所示。

表 43 因素編號 6 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
C(忽略樣本空間大小次量表第 1 題)	.510	
S(忽略樣本空間大小次量表第 3 題)	.671	5.516
K(忽略樣本空間大小次量表第 2 題)	.768	

(4)因素 7：因素 7 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 2 題，詳見表 44 所示。

表 44 因素編號 7 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
D(以目標數大小判斷次量表第 1 題)	.740	5.376
L(以目標數大小判斷次量表第 2 題)	.747	

(8)因素 8：因素 8 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 45 所示。

表 45 因素編號 8 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
J(尋找短期規律性次量表第 2 題)	.652	4.289
B(尋找短期規律性次量表第 1 題)	.495	

由以上的結果得知：所萃取的八個因素，除因素一含有 A、I、Q、R、T 等五個題目，而因素七與因素八分別僅含 D、L 與 J、B 兩個題目外，其餘萃取出因素，所包含的題目編號，均與另有概念題目架構表相同，顯見本研究工具對於高一學生亦頗為合適。

### 3.國三學生

將國三學生的作答結果以相似性矩陣進行多元尺度分析後，得到資料以二個維度分析時，每個刺激體的分佈圖，如圖 6 所示。從分佈圖發現，各次量表所涵蓋的題目，並未聚集在一起，部分次量表的題目並明顯的分散開來，顯示國三學生在各次量表的答題表現上並不一致，因此本研究工具對於國三學生並不合適。

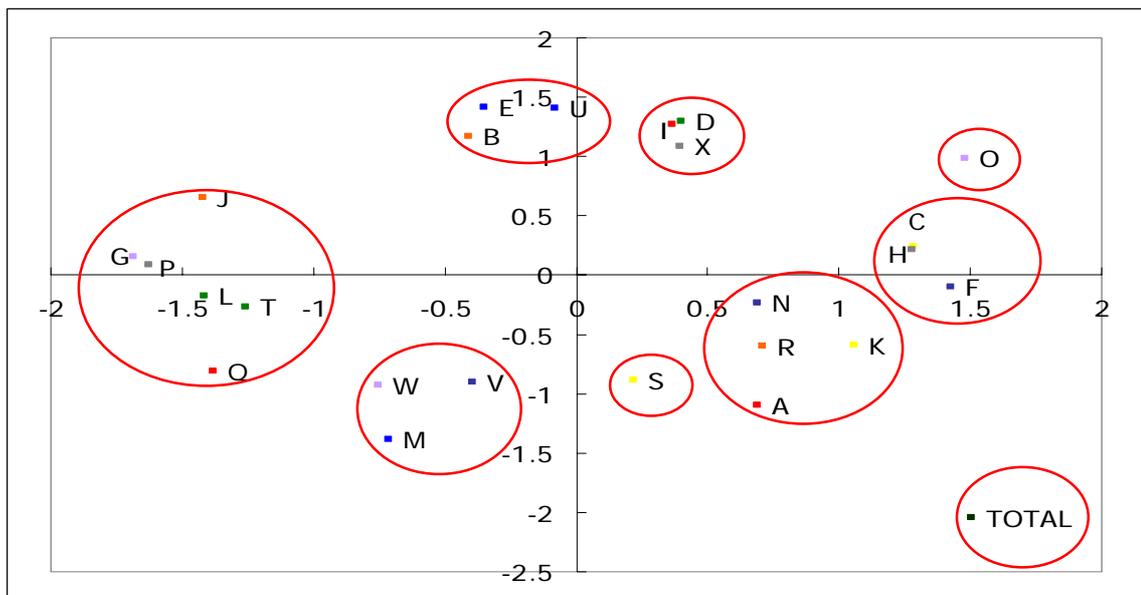


圖 6 國三學生簡單知覺圖

其次，再以國三學生的作答結果進行因素分析，利用主軸因子方法與最大變異法，採取直交轉軸法來萃取主要因素，而得到六個特徵值大於 1 的因素，累積的解釋變異量為 62.075%。而每一因素下取因素負荷量大於絕對值 0.4 的題目，詳見表 46。

表 46 機率另有概念因素編號、特徵值及其解釋變異量

因素編號	特徵值	解釋變異量%	累積解釋變異量%
1	1.377	26.841	26.841
2	.612	11.927	38.768
3	.342	6.669	45.437
4	.310	6.042	51.479
5	.279	5.443	56.922
6	.264	5.154	62.075

以下分別各個萃取出因素進行說明：

(1)因素 1：因素 1 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 5 題，詳見表 47。

表 47 因素編號 1 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
O(一次投擲判斷偏誤次量表第 2 題)	.786	26.841
T(以目標數大小判斷次量表第 3 題)	.684	
Q(肯定與否定最近效應次量表第 3 題)	.624	
G(一次投擲判斷偏誤次量表第 1 題)	.618	
J(尋找短期規律性次量表第 2 題)	.616	
W(一次投擲判斷偏誤次量表第 3 題)	.615	
I(肯定與否定最近效應次量表第 2 題)	.542	
R(尋找短期規律性次量表第 3 題)	.527	
B(尋找短期規律性次量表第 1 題)	.487	
A(肯定與否定最近效應次量表第 1 題)	.473	

(2)因素 2：因素 2 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 48 所示。

表 48 因素編號 2 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
X(結果取向次量表第 3 題)	.841	11.927
P(結果取向次量表第 2 題)	.803	
H(結果取向次量表第 1 題)	.715	

(3)因素 3：因素 3 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 49 所示。

表 49 因素編號 3 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
U(合取謬誤次量表第 3 題)	.861	
M(合取謬誤次量表第 2 題)	.857	6.669
E(合取謬誤次量表第 1 題)	.615	

(4)因素 4：因素 4 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 50 所示。

表 50 因素編號 4 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
F(複合事件等機率第 1 題)	.649	
N(複合事件等機率第 2 題)	.603	6.042
V(複合事件等機率第 3 題)	.503	

(5)因素 5：因素 5 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 51 所示。

表 51 因素編號 5 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
D(以目標數大小判斷次量表第 1 題)	.789	
L(以目標數大小判斷次量表第 2 題)	.708	5.443

(6)因素 6：因素 6 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 52 所示。

表 52 因素編號 6 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
K(忽略樣本空間大小次量表第 2 題)	.807	
S(忽略樣本空間大小次量表第 3 題)	.434	5.154
C(忽略樣本空間大小次量表第 1 題)	.416	

由以上的結果得知：所萃取的六個因素，除因素一含有 O、T、Q、G、J、W、I、R、B、A 等十個題目為最多，因素五僅含 D、L 兩個題目為少外，其餘萃取因素所包含的題目編號，均與機率另有概念題目架構表(表 8)相同，顯見本研究工具對於國三學生尚稱合適。

由以上得知：多元尺度法與因素分析法的所得分析結果不甚相同，若以多元尺度法所得的結果為主，代表本研究工具對於國三學生而言不甚合適。

#### 4.國二學生

將國二學生的作答結果進行多元尺度分析，而當資料以二個維度分析後，所得每個刺激體的分佈圖，如圖 7 所示。從分佈圖發現，各次量表所涵蓋的題目，並未聚集在一起，部分次量表的題目並明顯的分散開來，較國三的簡單知覺圖分散的更嚴重，顯示國

二學生在各次量表的答題表現上並不一致，因此本研究工具對於國二學生並不合適。

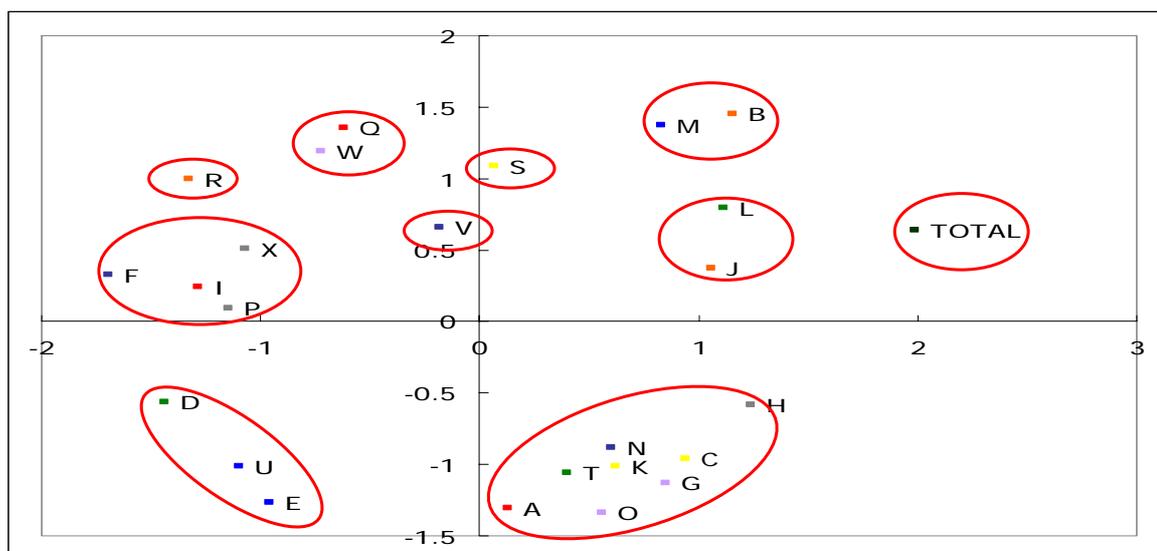


圖 7 國二學生簡單知覺圖

其次再進行因素分析，利用主軸因子方法與最大變異法直交轉軸來萃取主要因素，而得到六個特徵值大於 1 的因素，累積的解釋變異量為 59.128%。而每一因素下取因素負荷量大於絕對值 0.3 的題目，詳見表 53。

表 53 機率另有概念因素編號、特徵值及其解釋變異量

因素編號	特徵值	解釋變異量%	累積解釋變異量%
1	5.281	22.002	22.002
2	3.258	13.577	35.579
3	1.890	7.875	43.454
4	1.438	5.992	49.446
5	1.231	5.130	54.576
6	1.093	4.552	59.128

以下分別各個萃取出的因素進行說明：

(1)因素 1：因素 1 中，因素負荷量絕對值大於 0.3 者有 10 題，詳見表 54。

表 54 因素編號 1 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
R(尋找短期規律性次量表第 3 題)	.728	
W(一次投擲判斷偏誤次量表第 3 題)	.676	
O(一次投擲判斷偏誤次量表第 2 題)	.663	
T(以目標數大小判斷次量表第 3 題)	.648	
G(一次投擲判斷偏誤次量表第 1 題)	.644	22.002
J(尋找短期規律性次量表第 2 題)	.557	
Q(肯定與否定最近效應次量表第 3 題)	.517	
I(肯定與否定最近效應次量表第 2 題)	.421	
A(肯定與否定最近效應次量表第 1 題)	.391	
B(尋找短期規律性次量表第 1 題)	.368	

(2)因素 2：因素 2 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 55 所示。

表 55 因素編號 2 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
M(合取謬誤次量表第 2 題)	.805	
U(合取謬誤次量表第 3 題)	.770	13.577
E(合取謬誤次量表第 1 題)	.680	

(3)因素 3：因素 3 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 56 所示。

表 56 因素編號 3 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
P(結果取向次量表第 2 題)	.770	
X(結果取向次量表第 3 題)	.719	7.875
H(結果取向次量表第 1 題)	.712	

(4)因素 4：因素 4 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 4 題，詳見表 57 所示。

表 57 因素編號 4 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
V(複合事件等機率第 3 題)	.611	
F(複合事件等機率第 1 題)	.570	5.992
C(忽略樣本空間大小次量表第 1 題)	.460	
N(複合事件等機率第 2 題)	.415	

(5)因素 5：因素 5 中，因素負荷量絕對值大於 0.4 者有 3 題，詳見表 58 所示。

表 58 因素編號 5 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
D(以目標數大小判斷次量表第 1 題)	.610	5.130
L(以目標數大小判斷次量表第 2 題)	.588	

(6)因素 6：因素 6 中，因素負荷量絕對值大於 0.3 者有 3 題，詳見表 59 所示。

表 59 因素編號 6 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
S(忽略樣本空間大小次量表第 3 題)	.766	4.552
K(忽略樣本空間大小次量表第 2 題)	.380	

由以上的結果得知：所萃取的六個因素，除因素一含有 R、W、O、T、G、J、Q、I、A、B 等十個題目，因素四含有 V、F、C、N 等四個因素而因素五、因素六分別僅含 D、L 與 S、K 兩個題目外，其餘萃取出因素，所包含的題目編號，均與另有概念題目架構表相同，顯見本研究工具對於國二學生的合適程度尚可，不如前三個研級理想。

總之，以各年級的多元尺度法分析與因素分析的最終累積變異量數據作衡量依據，可得知本研究工具對於高中學生的合適性較國中學生為高，並且有隨年級增加而提升的趨勢，可能是高中學生對於各問題的敘述較能瞭解，進而得出各題敘述間的細微不同處，因此因素分析結果能萃取出八個類型；國中學生則較無此能力，因此僅能萃取出六個因素，同時第一個因素所涵概的題目數目頗多，表示國中學生在這些題目的答題表現上非常相近。

## 第二節 相關研究分析

本節將針對全體學生與各年及學生在各個次量表的作答表現進行相關性研究以及差異性分析。首先，在相關性研究方面採用因素分析與多元尺度法兩方法，現將所得結果分別敘述如下：

### 一、各機率另有概念相關分析：

對各個另有概念的關係，將全體學生的各次量表得分結果進行因素分析，可萃取出兩個主要因素，詳見表 60。

表 60 機率另有概念因素編號、特徵值及其解釋變異量

因素編號	特徵值	解釋變異量%	累積解釋變異量%
1	3.031	37.889	37.889
2	1.393	17.408	55.298

(1)因素 1：因素 1 中，因素負荷量絕對值大於 0.3 者有 5 個次量表，詳見表 61 所示。

表 61 因素編號 1 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
尋找短期規律性	.771	
肯定與否定最近效應	.762	
一次投擲判斷偏誤	.720	37.889
以目標數大小判斷	.702	
結果取向	.385	

(2)因素 2：因素 2 中，因素負荷量絕對值大於 0.3 者有 3 個次量表，詳見表 62 所示。

表 62 因素編號 2 組成分析

題組編號	因素負荷	解釋變異
合取謬誤	.474	
複合事件等機率	.468	17.408
忽略樣本空間大小	.319	

若以多元尺度法進行分析，則發現 A(肯定與否定最近效應)、B(尋找短期的規律性)、G(一次投擲判斷偏誤)三個次量表彼此間距離較近，尤其 A 與 G 幾近重疊，代表在這三個次量表上，受試學生的作答結果相近，詳見圖 8。

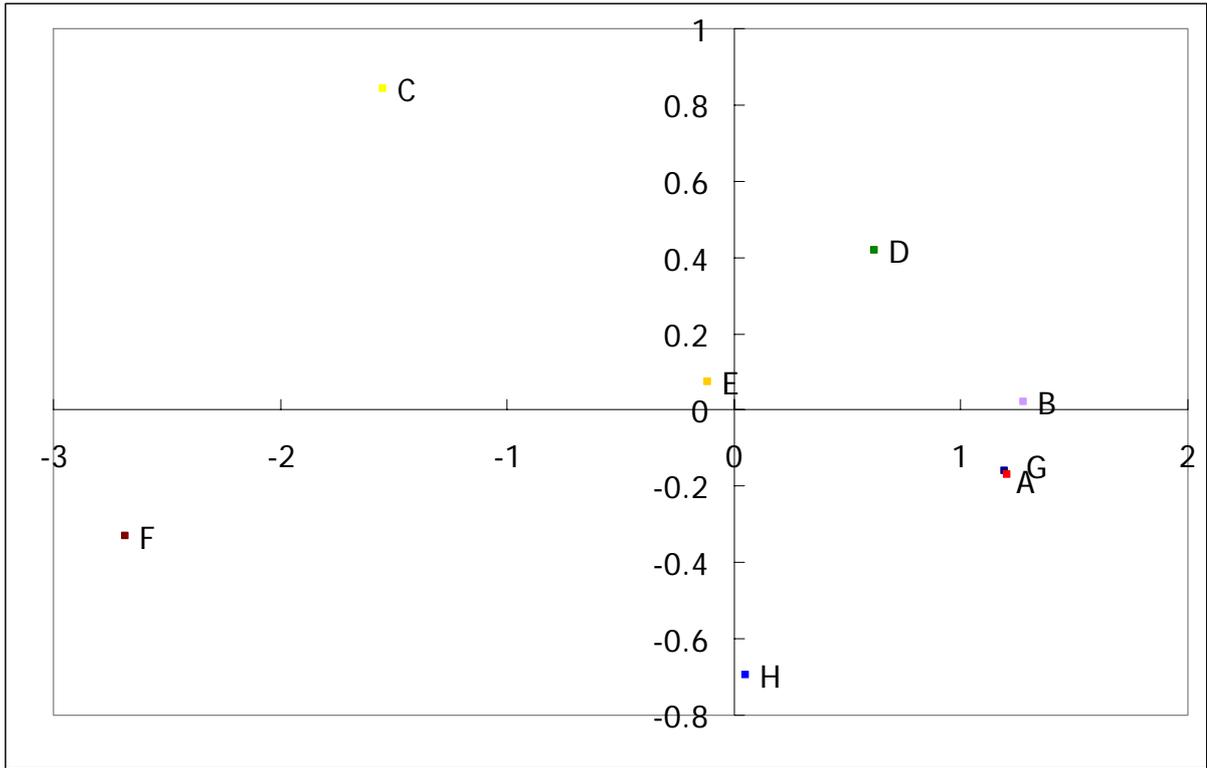


圖 8 整體的另有概念簡單知覺圖



## 二、差異性分析

本研究探討背景資料與總量表的得分關係以及各年級間進行差異性分析，採用 t 檢定與單因子變異數分析方法，以瞭解是否有差異性存在，現分別討論如下：

### (一)各年級差異性分析探討

首先，以單因子變異數分析比較各年級的得分差異，發覺年級間的差異性非常顯著，代表各年級的作答表現顯著不同，詳見表 63。再以事後檢定(post hoc)確認各年級的差異性，發現除高中兩個年級無顯著差異外，國中兩個年級、高二與國二、國三；高一與國二、國三均有顯著的差異性存在，除「忽略樣本空間大小」次量表為年級愈高表現愈佳，在總得分與其餘各次量表得分由高至低依次為高一、高二、國三、國二，詳見表 64 至表 66。

表 63 不同年級總得分之差異比較

	平方和	自由度	平均平方和	F 檢定	顯著性
總得分	8050.511	3	2683.504	153.732 <sup>***</sup>	.000
肯定否定最近效應	136.525	3	45.508	54.559 <sup>***</sup>	.000
尋找短期規律性	233.099	3	77.700	65.648 <sup>***</sup>	.000
忽略樣本空間數大小	25.925	3	8.642	8.127 <sup>***</sup>	.000
以目標數大小判斷	400.471	3	133.490	150.111 <sup>***</sup>	.000
合取謬誤	322.137	3	107.379	70.447 <sup>***</sup>	.000
複合事件等機率	5.896	3	1.965	2.015	.110
一次投擲判斷偏誤	115.411	3	38.470	30.218 <sup>***</sup>	.000
結果取向	62.650	3	20.883	20.753 <sup>***</sup>	.000

註：<sup>\*\*\*</sup> 在顯著水準為.001 時，相關顯著

表 64 整體學生在各題作答結果之差異多重比較(Scheffe 法)

題號	入學方式 (i)	入學方式 (j)	平均差異 (i-j)	標準 誤	顯著性	95%信賴區間	
						下界	上界
第一層		3.00	-2.819 <sup>***</sup>	.371	.000	-3.858	-1.779
	2.00	4.00	-6.784 <sup>***</sup>	.367	.000	-7.820	-5.749
		5.00	-6.471 <sup>***</sup>	.365	.000	-7.493	-5.448
總分		4.00	-3.966 <sup>***</sup>	.367	.000	-4.994	-2.938
	3.00	5.00	-3.652 <sup>***</sup>	.363	.000	-4.667	-2.637
		5.00	.314	.361	.860	-.697	1.325

<sup>\*\*\*</sup> P < .001

表 65 整體學生在各題作答結果之差異多重比較(Scheffe 法)

題號	入學方式 (i)	入學方式 (j)	平均差異 (i-j)	標準誤	顯著性	95%信賴區間	
						下界	上界
肯定否定最近 效應得分		3.00	-.449 <sup>***</sup>	.081	.000	-.676	-.221
	2.00	4.00	-.916 <sup>***</sup>	.081	.000	-1.142	-.690
		5.00	-.842 <sup>***</sup>	.080	.000	-1.066	-.619
	3.00	4.00	-.467 <sup>***</sup>	.080	.000	-.692	-.243
		5.00	-.394 <sup>***</sup>	.079	.000	-.616	-.172
	4.00	5.00	.074	.079	.833	-.147	.295
尋找短期規律 性得分		3.00	-.452 <sup>***</sup>	.097	.000	-.722	-.181
	2.00	4.00	-1.171 <sup>***</sup>	.096	.000	-1.440	-.901
		5.00	-1.068 <sup>***</sup>	.095	.000	-1.334	-.801
	3.00	4.00	-.719 <sup>***</sup>	.096	.000	-.987	-.451
		5.00	-.616 <sup>***</sup>	.094	.000	-.880	-.352
	4.00	5.00	.103	.094	.754	-.160	.366
忽略樣本空間 大小得分		3.00	-.014	.092	.999	-.270	.243
	2.00	4.00	-.193	.091	.214	-.449	.062
		5.00	-.384 <sup>***</sup>	.090	.000	-.636	-.132
	3.00	4.00	-.178	.091	.271	-.433	.074
		5.00	-.370 <sup>**</sup>	.089	.001	-.621	-.120
	4.00	5.00	-.191	.089	.206	-.440	.059
以目標數大小 判斷		3.00	-.666 <sup>***</sup>	.084	.000	-.901	-.432
	2.00	4.00	-1.534 <sup>***</sup>	.083	.000	-1.767	-1.300
		5.00	-1.439 <sup>***</sup>	.082	.000	-1.670	-1.208
	3.00	4.00	-.868 <sup>***</sup>	.083	.000	-1.100	-.636
		5.00	-.773 <sup>***</sup>	.082	.000	-1.002	-.544
	4.00	5.00	.095	.081	.716	-.133	.323

\*\*\* P < .001

表 66 整體學生在各題作答結果之差異多重比較(Scheffe 法)

題號	入學方式 (i)	入學方式 (j)	平均差異 (i-j)	標準誤	顯著性	95%信賴區間	
						下界	上界
合取謬誤		3.00	-.412**	.110	.003	-.719	-.105
	2.00	4.00	-1.346***	.109	.000	-1.652	-1.040
		5.00	-1.215***	.108	.000	-1.517	-.913
	3.00	4.00	-.934***	.109	.000	-1.238	-.631
		5.00	-.803***	.107	.000	-1.103	-.503
	4.00	5.00	.131	.107	.679	-.167	.430
複合事件 等機率		3.00	-.162	.088	.335	-.407	.084
	2.00	4.00	-.184	.087	.219	-.429	.061
		5.00	-.179	.086	.232	-.421	.063
	3.00	4.00	-.022	.087	.996	-.265	.221
		5.00	-.017	.086	.998	-.257	.223
	4.00	5.00	.005	.085	1.000	-.234	.244
一次投擲 偏誤判斷		3.00	-.417**	.100	.001	-.698	-.136
	2.00	4.00	-.853***	.100	.000	-1.132	-.573
		5.00	-.763***	.099	.000	-1.039	-.487
	3.00	4.00	-.436***	.099	.000	-.713	-.158
		5.00	-.346***	.098	.006	-.620	-.072
	4.00	5.00	.090	.098	.839	-.183	.363
結果取向		3.00	-.248	.089	.053	-.497	.002
	2.00	4.00	-.588***	.089	.000	-.837	-.339
		5.00	-.581***	.088	.000	-.827	-.336
	3.00	4.00	-.340**	.088	.002	-.587	-.093
		5.00	-.333**	.087	.002	-.577	-.090
	4.00	5.00	.007	.087	1.000	-.236	.250

\*\*\* P < .001

## (二)性別與入學方式的差異性分析探討

其次將性別與第一層試題總得分的關係，以 SPSS10.0 軟體作獨立樣本 t 檢定，發現高二男女學生在總得分上有差異性，男生的答題表現顯著優於女生，其餘年級男女學生在作答得分上則無顯著差異。此外，高一女生的表現優於男生，與其它各年級男生優於女生的表現不一致，各年級結果詳見表 67 所示。推測可能原因為高二學生已經分組進行學習，而多數女生選擇一類組，而男生則以選擇二、三類組居多，因此男女生在學習重心上有所差異，因此而造成測驗結果的差異性。

表 67 各年級男女學生在「機率另有概念診斷工具」得分之差異(t 檢定簡表)

年級	男生組		女生組		標準誤差異 (男-女)	t 值	顯著性 (雙尾)
	平均值	標準差	平均值	標準差			
高二	17.406	2.871	15.027	3.720	.398	5.975***	.000
高一	16.088	3.622	16.832	3.605	.448	- 1.661	.098
國三	12.485	5.397	12.447	4.746	.636	.060	.953
國二	9.738	4.425	9.578	4.249	.549	.291	.771

\*\*\* P < .001

其次，再討論高中學生的入學方式與第一層試題總得分的關係，以單因子變異數進行分析(ANOVA)，發現不同入學方式(直升、申請、登記分發)，在作答表現上的比較未具有統計上的顯著，因此無差異性存在，詳見表 68。

表 68 高中學生總得分與不同入學方式之比較差異摘要表

	平方和	自由度	平均平方和	F 檢定	顯著性
高二	58.869	2	29.435	2.358	.097
高一	66.432	2	33.216	2.557	.080

其餘各次量表的性別 t 檢定與高中學生入學方式的單因子變異數分析結果，將分別於各次量表分析中說明，各題的 t 檢定結果與單因子變異數分析結果則作為附錄，在此不作贅述。

### 第三節 「肯定與否定最近效應」次量表測驗結果分析

本次量表目的是量測學生是否有存有「肯定與否定最近效應」另有概念，施測工具為題本第 A、I、Q 三大題。A 大題以投擲硬幣、I 大題以投擲骰子、Q 大題以小孩出生性別作為情境敘述，要求學生判斷下一次試驗結果，以瞭解學生是否具備獨立事件的想法，或是存有「肯定最近效應或否定最近效應」的另有概念。以下分成整體表現、各題選答表現兩小節來說明本次量表的答題情形。

#### 一、整體表現

本小節分成難度與鑑別度分析、第一層試題得分分析、次量表得分分析、概念轉變分析以及差異性分析等五個部份來說明。

##### (一)難度與鑑別度分析

經由統計數據後發現，學生答對率(即題目難度)隨年級而升高，詳見表 87。可歸因為；隨著學生年級提高，越能體認每一次試驗的結果都不受先前結果的影響，即獨立事件的觀念愈形成熟。

在鑑別度部份，本次量表大略呈現隨年級升高而有下降的趨勢。國中部份約有的鑑別度在.56 至.60 之間，高中部份的鑑別度則僅在.18 至.26 之間，詳見表 69。鑑別度隨年級而降低可解釋為：因答對率隨年級升高，所造成的鑑別度滑落。

表 69 「肯定與否定最近效應」次量表第一層試題難度、鑑別度分析

各年級	難度	鑑別度
國二學生	0.61	0.60
國三學生	0.76	0.56
高一學生	0.87	0.18
高二學生	0.92	0.26
全體學生	0.79	0.51

##### (二)第一層試題得分分析

經由數據統計後發現，國二約有三成九、國三約有六成、高一約有八成二、高二約有八成的學生答對所有次量表的第一層試題，詳見表 70。

表 70 「肯定與否定最近效應」第一層試題得分分析

年級	全對	答對兩題	答對一題	全錯	總人數
國二學生(%)	98(39.2)	52(20.8)	56(22.4)	44(17.6)	250(100)
國三學生(%)	153(59.5)	43(16.7)	37(14.4)	24(9.3)	257(100)
高一學生(%)	215(82.3)	30(11.5)	8(3.1)	8(3.1)	261(100)
高二學生(%)	221(80.4)	24(8.7)	20(7.3)	10(3.6)	275(100)
全體學生(%)	687(65.9)	149(14.3)	121(11.6)	86(8.2)	1043(100)

## (三)次量表得分分析

若將第一層與第二層的作答結果一併分析，作為次量表得分基準，則經由統計得知：國二僅佔一成、國三約有二成一、高一約有三成四、高二則有四成的學生是以正確原因選擇正確結果，詳見表 71。

表 71 「肯定否定最近效應」次量表得分分析

年級	全對	答對兩題	答對一題	全錯	總人數
國二學生(%)	24(9.6)	28(11.2)	59(23.6)	139(55.6)	250(100)
國三學生(%)	53(20.6)	44(17.1)	59(23.0)	101(39.3)	257(100)
高一學生(%)	89(34.1)	66(25.3)	62(23.8)	44(16.9)	261(100)
高二學生(%)	110(40)	55(20)	61(22.2)	49(17.8)	275(100)
全體學生(%)	276(26.5)	193(18.5)	241(23.1)	333(31.9)	1043(100)

## (四)概念轉變分析

學生答題的一致性，代表學生從三個不同的情境問題萃取出相同機率架構的能力。由於需考量兩層的答題結果，因此以次量表得分進行分析，發現以下情況：

答題具有一致性的比例，約佔全體學生的三成六；若以年級分別分析，國二約佔二成一、國三約佔三成二、高一約佔四成三、高二約佔四成九，隨著年級增加而有比率提高的正相關趨勢；而其中全對的人數亦隨年級而有顯著提高的趨勢，詳見表 68。

答題不具備一致性的情況，國中學生以全數答錯所佔的比例為最高；高中學生則答對一題與答對兩題的比例相近，但全部答錯的人數則較國中學生減少許多，顯見多數的高中學生具有部份的「獨立概念」。

表 72 「肯定與否定最近效應」次量表答題一致性分析

次量表得分	答題一致			答題不一致			小計
	0	3	小計	0	1	2	
國二學生(%)	29(11.6)	24(9.6)	53(21.2)	110(44)	59(23.6)	28(11.2)	197(78.8)
國三學生(%)	30(11.7)	53(20.6)	83(32.3)	71(27.6)	59(23.0)	44(17.1)	174(67.7)
高一學生(%)	23(8.8)	89(34.1)	112(42.9)	21(8.0)	62(23.8)	66(25.3)	149(57.1)
高二學生(%)	24(8.7)	110(40)	134(48.7)	25(9.1)	61(22.2)	55(20)	141(51.3)
整體學生(%)	106(10.1)	276(26.5)	382(36.6)	227(21.8)	241(23.1)	193(18.5)	661(63.4)

## (五)差異性分析

為探討本次量表的結果是否受學生的背景因素影響，因此對於各年級學生以 t 檢定與單因以變異數分析進行差異性比較，高中學生探討性別與入學方式兩方面，國中學生僅討論性別。

由 t 檢定的結果得知，在「肯定與否定最近效應」次量表的得分上，僅高二學生存有顯著的差異，男生表現明顯較女生為優；而四個年級中，只有高一女生的表現優於男生，其餘各年級均是男生表現優於女生，詳見表 73。

表 73 各年級學生性別與「肯定與否定最近效應」次量表得分 t 檢定摘要表

年級	男生組		女生組		標準誤差異 (男-女)	t 值	顯著性 (雙尾)
	平均值	標準差	平均值	標準差			
高二	2.766	.634	2.565	.861	.090	2.223*	.027
高一	2.669	.741	2.800	.568	.081	-1.609	.109
國三	2.328	1.002	2.195	1.045	.128	1.043	.298
國二	1.893	1.059	1.742	1.205	.143	1.055	.292

\* P &lt; .05

其次在入學方式上，以單因子變異數進行分析，發現無論是高一學生或是高二學生，以入學方式所進行的分組比較，沒有明顯的差異性存在，可見在此一次量表的得分上並未受到入學方式的影響，詳見表 74。

表 74 高中學生不同入學方式在「肯定否定最近效應」次量表得分之差異比較

	平方和	自由度	平均平方和	F 檢定	顯著性
高二	1.306	2	.653	1.106	.332
高一	.239	2	.119	.268	.765

## 二、各題選答表現

本研究以選項統計分析、答題錯誤類型分析兩部份對次量表進行逐題分析：

### (一)A 大題選答表現

A.連續投擲 1 枚公正的硬幣 3 次，每 1 次硬幣都出現反面，則第 4 次投擲硬幣時：

01.你認為硬幣正面與反面哪一個出現的機率較大？

- a.正面 (請繼續回答 02.小題)
- b.反面 (請繼續回答 02.小題)
- c.正反兩面出現的機率相等 (請繼續回答 03.小題)
- d.機率變化萬千，無法判斷機率相等或不相等 (請繼續回答 04.小題)

02.你認為正面與反面出現的機率不一樣的原因是？(選答後，請繼續作答 04.小題)？

- a.前 3 次投擲的結果都出現反面，因此反面再出現的機率比較大
- b.已經出現 3 次反面沒有正面，因此正面出現的機率是 0/3，反面出現的機率是 3/3，所以下次出現的結果是反面
- c.不可能 1 次正面都沒有發生，所以第 4 次比較可能是出現正面
- d.已經出現 3 次反面，所以反面出現的機率是 $(1/2) \times (1/2) \times (1/2)$ ，而出現正面的機率是 1/2，因此下次出現正面的機率比較大

03.你認為出現正面與出現反面的機率相等原因是？(選答後，請繼續作答 04.小題)

- a.投擲硬幣只有正面反面兩種結果，所以正面與反面出現的機率都是 1/2
- b.每次投擲結果都不能確定，出現正面與反面的機率都是無法確定
- c.每次投擲不受先前結果影響，並且硬幣出現正反兩面機率都是 1/2，所以機率相等

設計理念：題目中所呈現的為公正硬幣，無論為理想情境或現實生活情境，所出現的各種情形(正面或反面)，應當為等機率的結果。

表 75 A 大題第一層(題號 01)選項分析

選項	a	b	c(*)	d	總計
國二選答人數(%)	33(13.2)	22(8.8)	158(63.2)	37(14.8)	250(100)
國三選答人數(%)	21(8.2)	9(3.5)	202(78.6)	25(9.7)	257(100)
高一選答人數(%)	3(1.1)	3(1.1)	242(92.7)	13(5.0)	261(100)
高二選答人數(%)	11(4)	7(2.5)	244(88.7)	13(4.7)	275(100)

\*表示正確選項

表 76 A 大題第二層(題號 02 與題號 03)選項分析

選項	第二題				第三題			總計
	a	b	c	d	a	b	c(*)	
國二選答人數(%)	11(4.4)	12(4.8)	21(8.4)	11(4.4)	80(32)	12(4.8)	66(26.4)	250(100)
國三選答人數(%)	6(2.3)	7(2.7)	11(4.3)	6(2.3)	86(33.5)	5(1.9)	111(43.2)	257(100)
高一選答人數(%)	2(0.8)	0(0)	2(0.8)	2(0.8)	75(28.7)	3(1.1)	164(63.8)	261(100)
高二選答人數(%)	6(2.2)	0(0)	6(2.2)	6(2.2)	68(24.7)	2(0.7)	174(63.3)	275(100)

\*表示正確選項

依據第一層選答結果(詳見表 75)，國二至高二分別有六成三、七成八、九成二、八成八的受試者選取了正確選項「正反兩面出現的機率相等」(選項 c)；選答「正面出現機率比較大」(選項 a)者，除國二有一成三的學生外，其餘年級均未達一成，且逐年降低的趨勢；選答「反面出現機率比較大」(選項 b)者，各年級均未答一成，亦逐年降低。同時除高一外，各年級選答選項 a 的比例均高於選項 b。

更進一步探究學生的選答原因，可藉由第二層的選答結果(詳見表 76)分析得知：國二至高二學生分別有持正確理由(每次投擲不受先前結果影響，並且硬幣出現正反兩面機率都是  $1/2$ )者，僅佔二成六、四成三、六成三、六成三，國中學生明顯隨年級增加而提高。而值得注意的是在主要問題(題號 01)上，高二答對比例雖較高一為低，但兩年級以正確原因選答的比例則不相上下。

若分析答題錯誤類型，各年級均以選答第 03 題「投擲硬幣只有正面反面兩種結果，所以正面與反面出現的機率都是  $1/2$ 」(a 選項)的比例為最高，所佔比例由二成四至三成三之間，為主要類型，其餘各選項均未超過一成。

比較第 03 題中 a 選項(主要另有概念)與 c 選項(正確選項)，兩者的差異性在於 a 選項僅敘述正反面出現機率均為  $1/2$ ，未強調試驗結果的獨立性(與前一次試驗結果無關)。可能原因為學生多確信只要是公正硬幣，每次投擲正反面出現機率就是  $1/2$ ，可能學生對於獨立事件的概念並不完整了解，或可能已經具備但本身並未意識到，因此選答此一敘述不完整的答案。

具有「肯定最近效應」概念的學生，國中學生所持的理由為「前 3 次投擲的結果都出現反面，因此反面再出現的機率比較大」(選項 a)與「已經出現 3 次反面沒有正面，因此正面出現的機率是  $0/3$ ，反面出現的機率是  $3/3$ ，所以下次出現的結果是反面」(選項 b)各半；而高中學生所持理由均為前者。

具有「否定最近效應」概念的學生，國中學生所持理由以「不可能 1 次正面都沒有發生，所以第 4 次比較可能是出現正面」(選項 c)較多，約略為「已經出現 3 次反面，

所以反面出現的機率是 $(1/2) \times (1/2) \times (1/2)$ ，而出現正面的機率是  $1/2$ ，因此下次出現正面的機率比較大」(選項 d)的兩倍；高中學生所持理由為兩者各半。



(二)次概念量表第二題(I 大題)答題結果分析

I.投擲 1 顆公正的骰子，連續 2 次都出現 5 點，則第 3 次投擲時：

23.你認為骰子出現 5 點機率是多少？

- a.大於  $1/6$  (請繼續回答 24.小題)
- b.小於  $1/6$  (請繼續回答 24.小題)
- c.等於  $1/6$  (請繼續回答 25.小題)
- d.機率變化萬千，所以無法判斷機率的大小 (請繼續回答 26.小題)

24.你認為出現 5 點的機率不等於  $1/6$  的原因是？(選答後，請繼續作答 26.小題)

- a.前 2 次投擲的結果都出現 5 點，因此 5 點再出現的機率比較大
- b.已經出現 2 次 5 點沒有其他點數，因此其它點出現的機率是  $0/2$ ，5 點出現的機率是  $2/2$ ，所以下次出現的結果是 5 點
- c.不可能 1 次其他點數都沒有發生，所以下次比較可能是出現 5 點以外的其他點數
- d.已經出現 2 次 5 點，所以 5 點出現的機率是  $(1/6) \times (1/6)$ ，而出現其它點數的機率是  $5/6$ ，因此下次出現其它點數的機率比較大

25.你認為出現 5 點的機率等於  $1/6$  的原因是？(選答後，請繼續作答 26.小題)

- a.只要是投擲骰子，出現每一點的機率一定是  $1/6$
- b.投擲結果不能確定，每一點出現的機率同樣都是無法計算
- c.每次投擲不受先前的結果影響，並且公正骰子出現每一面的機率都等於  $1/6$

問題分析：題目中所呈現的為公正骰子，無論為理想情境或現實生活情境，所出現的各種情形(一點至六點)，應當為等機率的結果。

表 77 I 大題第一層(題號 23)選項分析

選項	a	b	c(*)	d	總計
國二選答人數(%)	14(5.6)	42(16.8)	149(59.6)	45(18)	250(100)
國三選答人數(%)	9(3.5)	30(11.7)	194(75.5)	24(9.3)	257(100)
高一選答人數(%)	3(1.1)	15(5.7)	231(88.5)	12(4.6)	261(100)
高二選答人數(%)	7(2.5)	19(6.9)	242(88)	7(2.5)	275(100)

\*表示正確選項

表 78 I 大題第二層(題號 24 與題號 25)選項分析

選項	第二題				第三題			總計
	a	b	c	d	a	b	c(*)	
國二選答人數(%)	8(3.2)	10(4)	24(9.6)	14(5.6)	73(29.2)	7(2.8)	69(27.6)	250(100)
國三選答人數(%)	2(0.8)	7(2.7)	9(3.5)	21(8.2)	85(33.1)	11(4.3)	98(38.1)	257(100)
高一選答人數(%)	1(0.4)	1(0.4)	3(1.1)	13(5.0)	87(33.3)	0(0)	144(55.2)	261(100)
高二選答人數(%)	4(1.5)	1(0.4)	4(1.5)	17(6.2)	86(31.3)	1(0.4)	155(56.4)	275(100)

\*表示正確選項

依據第一層選答結果(詳見表 77)，國二至高二分別有五成九、七成五、八成八、八成八的受試者選取了正確選項；而選答「大於  $1/6$ 」(選項 a)者，各年級均未達一成，且有逐年級降低的驅勢；而選答「小於  $1/6$ 」(選項 b)者，國二、國三均超過一成，而高中學生則未達一成，亦有逐年級降低的趨勢。各年級選答後者的比例均高於選答前者。

若再深入探究答題原因，可藉由第二層的選答結果(詳見表 78)分析得知：國二至高二學生分別有持正確理由者，僅佔二成七、三成八、五成五、五成五。值得注意的是在第一層問題高二答對比例不及高一，但以正確原因選答的人數以高二所佔比例較高。

答題錯誤類型方面，各年級均以選答第 25 題「只要是投擲骰子，出現每一點的機率一定是  $1/6$ 」(a 選項)的比例為最高，為主要類型；其餘選項答題人數比例均未滿一成。

比較第 25 題 a 選項(主要另有概念)與 c 選項(正確選項)，兩者差異在於 a 選項僅敘述每一點出現機率均為  $1/6$ ，未強調試驗結果的獨立性(與前一次試驗結果無關)。可能原因為學生多確信只要是公正骰子，每次投擲各點出現機率就是  $1/6$ ，對於獨立事件的概念並不完整了解，或是可能已經具備但本身並未明確的認識，因此選擇此類敘述未完全的答案。

具有「肯定最近效應」概念的學生，國中學生所持的理由以「已經出現 2 次 5 點沒有其他點數，因此其它點出現的機率是  $0/2$ ，5 點出現的機率是  $2/2$ ，所以下次出現的結果是 5 點」(選項 b)較多；高中學生所持理由以「前 2 次投擲的結果都出現 5 點，因此 5 點再出現的機率比較大」(選項 a)較多。

具有「否定最近效應」概念的學生，除國二學生所持理由以「不可能 1 次其他點數都沒有發生，所以下次比較可能是出現 5 點以外的其他點數」(選項 c)較多外，其餘各年級學生所持理由以「已經出現 2 次 5 點，所以 5 點出現的機率是  $(1/6) \times (1/6)$ ，而出現其它點數的機率是  $5/6$ ，因此下次出現其它點數的機率比較大」(選項 d)較多，約為選答前者的二至三倍。

(三)次概念量表第三題(Q 大題)答題結果分析

Q.假定生男生女的機率相等。如果一對夫婦已經連續生了3個女孩，則第4個小孩的性別：

45.你認為第4個小孩是男孩或女孩的機率何者較大？

- a. 男孩 (請繼續回答 46.小題)
- b. 女孩 (請繼續回答 46.小題)
- c. 男孩或女孩的機率相等 (請繼續回答 47.小題)
- d. 機率變化萬千，所以無法判斷機率相等或不相等 (請繼續回答 48.小題)

46.你認為生下男孩與女孩的機率不一樣的原因是？(選答後，請繼續作答 48.小題)？

- a. 前3個小孩的性別都是女孩，因此女孩再出現的機率比較大
- b. 已經出現3個女孩沒有男孩，因此男孩出現的機率是0/3，女孩出現的機率是3/3，所以第4個小孩的性別是女孩
- c. 不可能4個小孩裡沒有一個男孩，所以第4個小孩比較可能是男孩
- d. 已經生下3個女孩，所以生下女孩的機率是 $(1/2) \times (1/2) \times (1/2)$ ，生下男孩的機率是1/2，因此下次出現男孩的機率比較大

47.你認為生下男孩與生下女孩的機率相等的原因是？(選答後，請繼續作答 48.小題)

- a. 小孩的性別不是男孩就是女孩，所以男孩與女孩的機率都是1/2
- b. 在生小孩之前都不能確定是男孩或女孩，所以兩者的機率都是無法計算
- c. 每個小孩的性別與先前的小孩性別無關，並且生男與生女的機率都是1/2

問題分析：依據題目的假定：生男生女的機率相等，因此應當視為等機率事件。

表 79 Q 大題第一層(題號 45)選項分析

選項	a	b	c(*)	d	總計
國二選答人數(%)	35(14)	25(10)	147(58.8)	43(17.2)	250(100)
國三選答人數(%)	29(11.3)	18(7.0)	186(72.4)	24(9.3)	257(100)
高一選答人數(%)	11(4.2)	0(0)	240(92.0)	10(3.8)	261(100)
高二選答人數(%)	14(5.1)	14(5.1)	245(89.1)	2(0.7)	275(100)

\*表示正確選項

表 80 Q 大題第二層(題號 46 與題號 47)選項分析

選項	第二題				第三題			總計
	a	b	c	d	a	b	c(*)	
國二選答人數(%)	18(7.2)	12(4.8)	21(8.4)	9(3.6)	90(36)	5(2)	52(20.8)	250(100)
國三選答人數(%)	12(4.7)	7(2.7)	8(3.1)	20(7.8)	81(31.5)	8(3.1)	97(37.7)	257(100)
高一選答人數(%)	0(0)	0(0)	6(2.3)	5(1.9)	84(32.2)	3(1.1)	153(58.6)	261(100)
高二選答人數(%)	6(2.2)	6(2.2)	3(1.1)	13(4.7)	72(26.2)	2(0.7)	171(62.2)	275(100)

\*表示正確選項

依據第一層選答結果(詳見表 79)，國二至高二分別有五成八、七成二、九成二、八成九的受試者選取了正確選項；而選答「男孩」(選項 a)者，國二、國三學生超過一成，高中學生未達一成，並有逐年級降低的趨勢；而選答「女孩」(選項 b)者，除國二學生超過一成外，其餘年級學生均未達一成，亦有逐年級降低的趨勢。各年級選答前者的比例均高於選答後者。

若再深入探究答題原因，可藉由第二層的選答結果(詳見表 80)分析得知：國二至高二學生分別有持正確理由者，僅佔二成、三成七、五成八、六成二。值得注意的是在第一層問題高二答對比例不及高一，但高二學生以正確理由選答的比例較高一學生為高。

答題錯誤類型方面，各年級均以選答第 47 題 a 選項「小孩的性別不是男孩就是女孩，所以男孩與女孩的機率都是  $1/2$ 」的比例為最高，約略佔各年級三成左右，為主要錯誤歸因，其餘選項所佔比例均未滿一成。

比較第 47 題中 a 選項(主要另有概念)與 c 選項(正確選項)的差異，在於 a 選項僅敘述男孩女孩出現的機率均為  $1/2$ ，未強調試驗結果的獨立性(與前一次試驗結果無關)。可能原因為學生多確信只要是小孩出生的性別，男孩女孩出現機率各是  $1/2$ ，多數學生對於獨立事件的概念並不完整了解，或可能已經具備但本身並未明顯意識到。

具有「肯定最近效應」概念的學生，各年級所持的理由均以「已經出現 3 個女孩沒有男孩，因此男孩出現的機率是  $0/3$ ，女孩出現的機率是  $3/3$ ，所以第 4 個小孩的性別是女孩」(選項 b)較多。

具有「否定最近效應」概念的學生，除國二學生所持理由明顯以「不可能 4 個小孩裡沒有一個男孩，所以第 4 個小孩比較可能是男孩」(選項 c)較多、高一學生兩者各佔一半外，其餘各年級學生所持理由以「已經生下 3 個女孩，所以生下女孩的機率是  $(1/2) \times (1/2) \times (1/2)$ ，生下男孩的機率是  $1/2$ ，因此下次出現男孩的機率比較大」(選項 d)較多。

總結本次量表整體學生的作答表現，若題目情境為二分法結果(如 A 大題的孩子性

別、Q 大題的硬幣正面反面)時學生具有「肯定最近效應」者較「否定最近效應」者為多，若題目情境有數種可能時(如第 I 大題擲骰子)，則以「否定最近效應」較「肯定最近效應」為多。



## 第四節 「尋找短期規律性」次量表測驗結果分析

本次量表目的是量測學生是否有存有「尋找短期規律性」的另有概念，施測工具為題本第 B、J、R 三大題。B 大題以投擲硬幣、J 大題以投擲骰子、R 大題以小孩出生性別作為情境敘述，要求學生判斷下一次出現結果，以瞭解學生是否有尋找短期規律性的另有概念。以下分成整體表現、各題選答表現兩小節來說明本次量表的答題情形。

### 一、整體表現

本小節分成難度與鑑別度分析、第一層試題得分分析、次量表得分分析、概念轉變分析以及差異性分析等五個部份來說明。

#### (一)難度與鑑別度分析

經由統計數據後發現，全體學生的答對率(即題目難度)為.61，並且有隨年級而升高的趨勢，詳見表 81。可歸因為：隨著學生年級提高，越能體認每一次試驗的結果都不受先前結果的影響，即獨立事件的觀念愈形成熟。

在鑑別度部份，全體學生的鑑別度為.65，同時大略呈現隨年級升高而下降的趨勢。國中部份的鑑別度在.53 至.67 之間，高中部份則約有.40 的鑑別度，詳見表 81。可歸因為：答對率隨年級而升高，所造成鑑別度的降低。

表 81 「尋找短期規律性」次量表第一層試題難度、鑑別度分析

各年級	難度	鑑別度
國二學生	.38	.53
國三學生	.51	.67
高一學生	.73	.40
高二學生	.78	.39
全體學生	0.61	0.65

#### (二)第一層試題得分分析

經由數據統計後發現，國二約有一成八、國三約有三成一、高一約有五成七、高二約有五成七的學生答對所有次量表的第一層試題，詳見表 82。

表 82 「尋找短期規律性」次量表第一層試題得分分析

年級	全對	答對兩題	答對一題	全錯	總人數
國二學生(%)	45(18)	38(15.2)	73(29.2)	94(37.6)	250(100)
國三學生(%)	82(31.9)	56(21.8)	50(19.5)	69(26.8)	257(100)
高一學生(%)	151(57.9)	64(24.5)	21(8.0)	25(9.6)	261(100)
高二學生(%)	157(57.1)	49(17.8)	37(13.5)	32(11.6)	275(100)
全體學生(%)	435(41.7)	207(19.8)	180(17.3)	220(21.1)	1043(100)

## (三)次量表得分分析

將第一層與第二層的作答結果一併分析，以得出以正確原因選擇正確結果的人數比例，發現全體學生約有二成八；而各年級的情況為：國二未達一成、國三有一成五、高一有三成一、高二有三成四，隨年級而有所提高，詳見表 83。

表 83 「尋找短期規律性」次量表得分分析

年級	全對	答對兩題	答對一題	全錯	總人數
國二學生(%)	16(6.4)	16(6.4)	57(22.8)	161(64.4)	250(100)
國三學生(%)	40(15.6)	38(14.8)	66(25.7)	113(44.0)	257(100)
高一學生(%)	82(31.4)	76(29.1)	55(21.1)	48(18.4)	261(100)
高二學生(%)	94(34.2)	63(22.9)	61(22.2)	57(20.7)	275(100)
全體學生(%)	301(28.9)	181(17.3)	205(19.7)	356(34.1)	1043(100)

## (四)概念轉變分析

學生的答題一致性，代表學生從三個不同的情境問題萃取出相同機率架構的能力。因此以次量表得分進行分析，發現以下情況：

答題具有一致性的人數，約佔全體學生之三成五，再以年級細分，則國二約佔一成七、國三約佔二成三、高一約佔三成五、高二約佔三成七，隨著年級增加而有比率提高的正相關趨勢，詳見表 84。

答題不具備一致性的情形下，國中學生以全數答錯所佔的比例為最高；高中學生以答對兩題與答對一題的比例相近，而全部答錯的人數則較少。

表 84 「尋找短期規律性」次量表答題一致性分析表

次量表得分	答題一致			答題不一致			
	0	3	小計	0	1	2	小計
國二學生(%)	28(11.2)	16(6.4)	44(17.6)	133(53.2)	57(22.8)	16(6.4)	206(82.4)
國三學生(%)	20(7.8)	40(15.6)	60(23.3)	93(36.2)	66(25.7)	38(14.8)	197(76.7)
高一學生(%)	10(3.8)	82(31.4)	92(35.2)	38(14.6)	55(21.1)	76(29.1)	169(64.8)
高二學生(%)	9(3.3)	94(34.2)	103(37.5)	48(17.5)	61(22.2)	63(22.9)	172(62.5)
全體學生(%)	67(6.4)	301(28.9)	368(35.3)	289(27.7)	205(19.7)	181(17.3)	675(64.7)

## (五)差異性分析

為探討本次量表的結果是否受學生的背景因素影響，因此對於各年級學生以 t 檢定進行差異性比較，高中學生探討性別與入學方式兩方面，國中學生僅討論性別。結果呈現如下：

由 t 檢定的結果得知，在「尋找短期規律性」次量表的得分上，僅高二學生存有顯著的差異，男生表現明顯較女生為優；此外除高二外，其餘各年級女生的表現均優於男生，詳見表 85。

表 85 各年級學生性別與「尋找短期規律性」次量表第一層試題得分 t 檢定摘要表

年級	男生組		女生組		標準誤差異 (男-女)	t 值	顯著性 (雙尾)
	平均值	標準差	平均值	標準差			
高二	2.391	.966	2.041	1.122	.126	2.779**	.006
高一	2.191	1.037	2.432	.892	.120	- 2.004*	.046
國三	1.582	1.216	1.594	1.172	.149	- .076	.939
國二	1.057	1.070	1.211	1.148	.140	- 1.095	.275

\* P &lt; .05 \*\* P &lt; .01

其次在入學方式上，以單因子變異數進行分析，發現無論是高一學生或是高二學生，以入學方式所進行的分組比較，沒有明顯的差異性存在，可見在此一次量表的得分上並未受到入學方式的影響，詳見表 86。

表 86 高中學生不同入學方式在「尋找短期規律性」次量表第一層試題得分之差異比較

	平方和	自由度	平均平方和	F 檢定	顯著性
高二	1.417	2	.708	.623	.537
高一	.935	2	.467	.489	.614

## 二、各題選答表現

本研究以選項統計分析、答題錯誤類型分析兩部份對次量表進行逐題分析。

### (一)B 大題選答表現

B.如果每個小孩出生是男是女的機會相等，而一個家庭的成員中有4個小孩，這4個小孩出生的順序和性別如右：A事件：「男、男、男、男」；B事件：「男、女、男、女」

04.你認為哪一個事件發生的機率比較大？

- a.A 事件 (請繼續回答 05.小題)
- b.B 事件 (請繼續回答 05.小題)
- c.兩事件發生的機率相等 (請繼續回答 06.小題)
- d.機率變化萬千，無法判斷兩事件發生機率相等或不相等 (請繼續回答 07.小題)

05.你認為兩個事件發生機率不一樣的原因是？(選答後，請繼續作答 07.小題)

- a.男孩、女孩交錯出現的情形比較像亂數，所以 B 事件發生的機率較大
- b.男孩、女孩出現的機率接近 1/2，所以 B 事件比較可能發生
- c.都是男孩的情形比較常見，所以 A 事件發生的機率較大

06.你認為兩個事件發生機率相等的原因是？(選答後，請繼續作答 07.小題)

- a.兩事件都只有發生或不發生兩情形，所以兩事件的發生機率都是 1/2
- b.每一次都不能確定是男孩或是女孩，所以兩事件的發生機率都是無法確定
- c.生男孩與生女孩的機率都是(1/2)，所以兩事件的發生機率都是(1/2)×(1/2)×(1/2)×(1/2)
- d.兩事件都是可能情形(4 男、3 男 1 女、2 男 2 女、1 男 3 女、4 女)的其中一種，所以發生的機率都是 1/5

問題分析：本題目的敘述中提及 A、B 兩事件均表示小孩的出生順序與性別，而非小孩的性別數目，因此兩種情形均為四個孩子性別順序的可能情形一種，因此兩事件的機率應當相等。

表 87 B 大題第一層(題號 04)選項分析

選項	a	b	c(*)	d	總計
國二選答人數(%)	22(8.8)	73(29.2)	88(35.2)	67(26.8)	250(100)
國三選答人數(%)	14(5.4)	51(19.8)	125(48.6)	67(26.1)	257(100)
高一選答人數(%)	6(2.3)	49(18.8)	171(65.5)	35(13.4)	261(100)
高二選答人數(%)	6(2.2)	65(23.6)	171(62.2)	33(12)	275(100)

\*表示正確選項

表 88 B 大題第二層(題號 05 與題號 06)選項分析

選項	第二題			第三題				總計
	a	b	c	a	b	c(*)	d	
國二選答人數(%)	18(7.2)	56(22.4)	21(8.4)	24(9.6)	11(4.4)	36(14.4)	17(6.8)	250(100)
國三選答人數(%)	10(3.9)	43(16.7)	12(4.7)	23(8.9)	11(4.3)	69(26.8)	22(8.6)	257(100)
高一選答人數(%)	6(2.3)	46(17.6)	3(1.1)	15(5.7)	13(5.0)	109(41.8)	34(13.0)	261(100)
高二選答人數(%)	8(2.9)	58(21.1)	5(1.8)	19(6.9)	7(2.5)	115(41.8)	30(10.9)	275(100)

\*表示正確選項

由依據第一層選答結果(詳見表 87), 國二至高二分別有三成五、四成八、六成五、六成二的受試者選取了正確選項; 選答「A 事件」(選項 a)者, 各年級均未達一成, 且逐年降低; 選答「B 事件」(選項 b)者, 各年級約在兩成左右, 選答「機率變化萬千, 無法判斷兩事件發生機率相等或不相等」(選項 d)者, 國中約二成六左右, 而高中約為一成三。各年級選答選項 a 的比例均高於選答選項 b。

若再深入探究答題原因, 可藉由第二層的選答結果(詳見表 88)分析得知: 國二至高二學生分別有持正確理由「生男孩與生女孩的機率都是 $(1/2)$ , 所以兩事件的發生機率都是 $(1/2) \times (1/2) \times (1/2) \times (1/2)$ 」(選項 c)者, 約佔一成四、二成六、四成一、四成一。值得注意的是在第一層問題高二答對比例不及高一, 但以正確原因選答的比例則不相上下。

答題錯誤類型方面, 各年級均以選答第 05 題「每一次都不能確定是男孩或是女孩, 所以兩事件的發生機率都是無法確定」(選項 b)的比例為最高, 達一成六以上, 亦即認為男孩女孩的比例應反映母群體(全體嬰兒的性別)為 1:1, 可視為各年級學生均具有的主要錯誤歸因類型。

另外高中學生對於第 05 題「兩事件都是可能情形(4 男、3 男 1 女、2 男 2 女、1 男 3 女、4 女)的其中一種, 所以發生的機率都是  $1/5$ 」(選項 d)的選答人數超過一成, 可認定為高中學生的次要錯誤歸因類型, 代表高中學生對於樣本空間的概念未清楚而誤用。

國中學生則以第 05 題「兩事件都只有發生或不發生兩情形, 所以兩事件的發生機率都是  $1/2$ 」(選項 a)的選答人數較多, 趨近一成, 可認定為國中學生的次要錯誤歸因類型, 代表國中學生對於本題的樣本空間想法是發生或不發生兩種情形。

(二)J 大題選答表現

J.連續投擲 1 枚公正的硬幣 4 次，比較下面兩事件發生的機率：

A 事件：正面、正面、正面、正面(第 1 次正面、第 2 次正面、第 3 次正面、第 4 次正面)

B 事件：正面、反面、正面、反面(第 1 次正面、第 2 次反面、第 3 次正面、第 4 次反面)

26.你認為 A 事件與 B 事件的發生機率何者較大？

- a.A 事件 (請繼續回答 27.小題)
- b.B 事件 (請繼續回答 27.小題)
- c.兩事件發生的機率相等 (請繼續回答 28.小題)
- d.機率變化萬千，無法判斷兩事件發生機率相等或不相等 (請繼續回答 29.小題)

27.你認為兩個事件發生機率不一樣的原因是？(選答後，請繼續作答 29.小題)

- a.正面反面交錯出現的情形比全部出現正面來得困難，所以 A 事件比較可能發生
- b.硬幣正反面交錯出現的情形比較像亂數，所以 B 事件發生的機率較大
- c.硬幣正反面出現的機率比較接近 1/2，所以 B 事件比較可能發生

28.你認為兩個事件發生機率相等的原因是？(選答後，請繼續作答 29.小題)

- a.兩事件都只有發生或不發生兩情形，所以機率都是 1/2
- b.每次投擲硬幣都不能確定結果，因此兩事件出現的機率都無法確定
- c.兩事件都是投擲 1 枚硬幣 4 次的結果，所以發生機率都是 $(1/2) \times (1/2) \times (1/2) \times (1/2)$
- d.兩事件都是可能情形(4 正、3 正 1 反、2 正 2 反、1 正 3 反、4 反)的一種，所以機率都是 1/5

問題分析：本題目的敘述中強調 A、B 兩事件均表示硬幣的出現順序與結果，而非正反面的次數，因此兩種情形均為投擲一枚硬幣四次的可能情形之一，因此兩事件的機率應當相等。

表 89 J 大題第一層(題號 26)選項分析

選項	a	b	c(*)	d	總計
國二選答人數(%)	23(9.2)	71(28.4)	94(37.6)	62(24.8)	250(100)
國三選答人數(%)	15(5.8)	58(22.6)	135(52.5)	49(19.1)	257(100)
高一選答人數(%)	1(0.4)	22(8.4)	216(82.8)	22(8.4)	261(100)
高二選答人數(%)	7(2.5)	37(13.5)	214(77.8)	17(6.2)	275(100)

\*表示正確選項

表 90 J 大題第二層(題號 27 與題號 28)選項分析

選項	第二題			第三題				總計
	a	b	c	a	b	c(*)	d	
國二選答人數(%)	16(6.4)	27(10.8)	51(20.4)	31(12.4)	4(1.6)	36(14.4)	23(9.2)	250(100)
國三選答人數(%)	12(4.7)	19(7.4)	42(16.3)	23(8.9)	9(3.5)	84(32.7)	19(7.4)	257(100)
高一選答人數(%)	1(0.4)	8(3.1)	14(5.4)	22(8.4)	6(2.3)	148(56.7)	40(15.3)	261(100)
高二選答人數(%)	10(3.6)	7(2.5)	27(9.8)	17(6.2)	5(1.8)	150(54.5)	42(15.3)	275(100)

\*表示正確選項

由依據第一層選答結果(詳見表 89), 國二至高二分別有三成七、五成二、八成二、七成七的受試者選取了正確選項; 選答「A 事件」(選項 a)者, 各年級均未達一成, 且逐年降低; 選答「B 事件」(選項 b)者, 國中學生約在兩成左右、高中學生約在一成左右; 選答「機率變化萬千, 無法判斷兩事件發生機率相等或不相等」(選項 d)者, 國中約在二成左右, 而高中未達一成。各年級選答選項 b 的比例均高於選答選項 a。

深入探究受試者的答題原因, 經由分析第二層的選答結果(詳見表 90)得知: 國二至高二學生分別有持正確理由「兩事件都是投擲 1 枚硬幣 4 次的結果, 所以發生機率都是  $(1/2) \times (1/2) \times (1/2) \times (1/2)$ 」(選項 c)者, 約佔一成四、三成二、五成六、五成四。值得注意的是在第一層問題高二答對比例不及高一, 但以正確原因選答的比例則相近。

答題錯誤類型方面, 國中學生以選答第 27 題「硬幣正反面出現的機率比較接近  $1/2$ , 所以 B 事件比較可能發生」(選項 c)的比例為最高, 約為兩成左右, 顯示國中學生主要的錯誤歸因為反映母群體比例。而選答第 27 題「硬幣正反面交錯出現的情形比較像亂數, 所以 B 事件發生的機率較大」(選項 b)與選答第 28 題「兩事件都只有發生或不發生兩情形, 所以機率都是  $1/2$ 」(選項 a)兩者人數比例上相近, 均是對於樣本空間概念不清楚, 可算是次要的錯誤歸因類型。

高中學生則以選答第 28 題「兩事件都是可能情形(4 正、3 正 1 反、2 正 2 反、1 正 3 反、4 反)的一種, 所以機率都是  $1/5$ 」(選項 d)的比例為最高, 約為一成五, 顯示高中學生的主要錯誤歸因為樣本空間不完整。而在其餘選項上, 均未有超過一成者, 故無任何明顯的次要錯誤歸因類型。

(三)R 大題選答表現

R.連續投擲一枚公正的骰子 2 次，你認為下面哪一個事件中發生的機率比較大？

A 事件：6、5(第 1 次出現 5 點，第 2 次出現 6 點)

B 事件：6、6(第 1 次、第 2 次都出現 6 點)

48.你認為 A 事件與 B 事件哪一個的發生機率較大？

- a.A 事件 (請繼續回答 49.小題)
- b.B 事件 (請繼續回答 49.小題)
- c.兩事件發生的機率相等 (請繼續回答 50.小題)
- d.機率變化萬千，所以無法判斷兩事件發生機率相等或不相等 (請繼續回答 51.小題)

49.你認為兩個事件發生機率不一樣的原因是？(選答後，請繼續作答 51.小題)

- a.骰子出現不同點數的情形比較真實，所以 A 事件發生的機率較大
- b.2 次骰子都出現同一點的情形比出現不同點來得少，所以 A 事件比較可能發生
- c.依序出現 6 點、5 點的情形比都出現 6 點來得困難，所以 B 事件發生的機率較大

50.你認為兩個事件發生機率相等的原因是？(選答後，請繼續作答 51.小題)

- a.兩事件都只有發生或不發生兩情形，所以機率都是 1/2
- b.每次投擲骰子都不能確定出現那一點，所以發生機率都是無法確定
- c.兩個事件都很特殊，所以發生的機率都很小而不會發生
- d.兩兩事件都只有發生或不發生兩情形，所以機率都是 1/2

問題分析：本題目的敘述中 A、B 兩事件表示投擲骰子的結果與順序，因此兩種情形均為投擲一枚骰子兩次的可能情形之一，因此兩事件的機率應當相等。

表 91 R 大題第一層(題號 48)選項分析

選項	a	b	c(*)	d	總計
國二選答人數(%)	59(23.6)	14(5.6)	102(40.8)	75(30)	250(100)
國三選答人數(%)	57(22.2)	15(5.8)	148(57.6)	37(14.4)	257(100)
高一選答人數(%)	22(8.4)	9(3.4)	215(82.4)	15(5.7)	261(100)
高二選答人數(%)	33(12)	7(2.5)	221(80.3)	14(5.1)	275(100)

\*表示正確選項

表 92 R 大題第二層(題號 49 與題號 50)選項分析

選項	第二題			第三題				總計
	a	b	c	a	b	c	d(*)	
國二選答人數(%)	23(9.2)	37(14.8)	13(5.2)	22(8.8)	11(4.4)	4(1.6)	65(26)	250(100)
國三選答人數(%)	23(8.9)	35(13.6)	14(5.4)	14(5.4)	13(5.1)	12(4.7)	109(42.4)	257(100)
高一選答人數(%)	4(1.5)	19(7.3)	8(3.1)	9(3.4)	7(2.7)	3(1.1)	196(75.1)	261(100)
高二選答人數(%)	4(1.5)	29(10.5)	7(2.5)	11(4)	4(1.5)	2(0.7)	204(74.2)	275(100)

\*表示正確選項

由主要問題(第一層)的選答結果來看：國二至高二分別有二成六、四成二、七成五、七成四的受試者選取了正確選項；選答「A 事件」(選項 a)者，國中學生約為二成左右，高中學生約為一成，；選答「B 事件」(選項 b)者，各年級均未達一成左右；選答「機率變化萬千，所以無法判斷兩事件發生機率相等或不相等」(選項 d)者，除國二學生達三成，國三學生為一成四之外，高中學生均未達一成，詳見表 91。

若再深入探究答題原因，可藉由分析第二層的選答結果(詳見表 92)得知：國二至高二學生分別有持正確理由「兩事件都只有發生或不發生兩情形，所以機率都是  $1/2$ 」(選項 d)者，約佔二成六、四成二、七成五、七成四。值得注意的是在第一層問題高二答對比例不及高一，但以正確原因選答的比例則不相上下。

答題錯誤類型方面，各年級均以選答第 49 題「2 次骰子都出現同一點的情形比出現不同點來得少，所以 A 事件比較可能發生」(選項 b)的比例為最高，約在一成左右，為主要錯誤原因。可能選答原因為將 A、B 兩事件誤認為兩骰子出現不同點與相同點的情形，應該是在題意上未詳細瞭解所致。而國中學生選答第 49 題「骰子出現不同點數的情形比較真實，所以 A 事件發生的機率較大」(選項 a)與第 50 題「兩事件都只有發生或不發生兩情形，所以機率都是  $1/2$ 」(選項 a)兩者的比例相近，約在一成左右，主要原因均是對於樣本空間不正確的瞭解，可算是次要的錯誤歸因。高中學生其它的作答選項均未達到一成，因此沒有次要的錯誤歸因。

整體而言，各年級學生對於樣本空間的概念在未正式學到之前軍不甚清楚，但高中學生對於樣本空間能列出組合情況，但未考慮到排列的情形；國中學生則對於樣本空間所代表的意義沒有正確的瞭解，兩者在程度上仍有所差異。

## 第五節 「忽略樣本空間大小」次量表測驗結果分析

本次量表目的是量測學生是否有存有「忽略樣本空間大小」的另有概念，施測工具為題本第 C、K、S 三大題。C 大題以投擲硬幣、K 大題以投擲骰子、S 大題以小孩出生性別作為情境敘述，要求學生比較不同實驗次數下，兩事件的出現機率是否相等。以下分成整體表現、各題選答表現兩小節來說明本次量表的答題情形。

### 一、整體表現

本小節分成難度與鑑別度分析、第一層試題得分分析、次量表得分分析、概念轉變分析以及差異性分析等五個部份來說明。

#### (一)難度與鑑別度分析

經由統計數據後發現，全體學生的答對率(即題目難度)為.31，同時約略有隨年級而升高的趨勢，詳見表 93。可歸因為；隨著學生年級提高，對樣本數大小的影響愈瞭解。

在鑑別度部份，全體學生的鑑別度為.25，並約略呈現隨年級升高而升高的趨勢。國中部份為.12 至.13 鑑別度，高中部份則為.36、.35 的鑑別度，詳見表 93。可歸因為：國中學生的答對率不高，因此鑑別力不高，而高中學生的答對率較高，因此鑑別度也隨之明顯提升。

表 93 忽略樣本空間大小第一層試題難度、鑑別度分析

各年級	難度	鑑別度
國二學生	.26	.12
國三學生	.25	.13
高一學生	.29	.36
高二學生	.41	.35
全體學生	.31	.25

#### (二)第一層試題得分分析

經由數據統計後發現，全體學生約一成二答對所有次量表的第一層試題，而以各年級來分析：國二、國三未達一成、高一約有一成四、高二則有一成八，詳見表 94。

表 94 「忽略樣本空間大小」次量表第一層試題得分分析

年級	全對	答對兩題	答對一題	全錯	總人數
國二學生(%)	21(8.4)	25(10)	81(32.4)	123(49.2)	250(100)
國三學生(%)	20(7.8)	35(13.6)	73(28.4)	129(50.2)	257(100)
高一學生(%)	37(14.2)	37(14.2)	68(26.1)	119(45.6)	261(100)
高二學生(%)	50(18.2)	50(18.2)	69(25.1)	106(38.5)	275(100)
全體學生(%)	128(12.3)	147(14.1)	291(27.9)	477(45.7)	1043(100)

## (三)次量表得分分析

若將第一、第二層的作答結果一併分析，則由統計得知：全體學生與各年級學生以正確原因回答正確者均未答一成，全部答錯者佔六成三至七成之間，詳見表 95。

表 95 「忽略樣本空間大小」次量表得分分析

年級	全對	答對兩題	答對一題	全錯	總人數
國二學生(%)	10(4)	19(7.6)	52(20.8)	169(67.6)	250(100)
國三學生(%)	13(5.1)	13(5.1)	57(22.2)	174(67.7)	257(100)
高一學生(%)	10(3.8)	28(10.7)	38(14.6)	185(70.9)	261(100)
高二學生(%)	11(4)	35(12.7)	55(20)	174(63.3)	275(100)
全體學生(%)	44(4.2)	95(9.1)	202(19.4)	702(67.3)	1043(100)

## (四)概念轉變分析

學生的答題一致性，代表學生從三個不同的情境問題萃取出相同機率架構的能力。因此以次量表得分進行分析，發現下列情況：

答題具有一致性的人數，國二、國三約佔一成八、高一、高二約佔一成五左右，並無隨著年級增加而有比率提高的趨勢；同時答題一致中全對的人數反隨年級而有減少的趨勢，詳見表 96。

答題不具備一致性的情況，各年級以全數答錯所佔的比例為最高，均高於五成。

表 96 「忽略樣本空間大小」次量表一致性分析表

次量表得分	答題一致			答題不一致			
	0	3	小計	0	1	2	小計
國二學生(%)	35(14)	10(4)	45(18)	134(53.6)	52(20.8)	19(7.6)	205(82)
國三學生(%)	34(13.2)	13(5.1)	47(18.3)	140(54.5)	57(22.2)	13(5.1)	210(81.7)
高一學生(%)	31(11.9)	10(3.8)	41(15.7)	154(59.0)	38(14.6)	28(10.7)	220(84.3)
高二學生(%)	30(10.9)	11(4)	41(14.9)	144(52.4)	55(20)	35(12.7)	234(85.1)
全體學生(%)	130(12.5)	44(4.2)	174(16.7)	572(54.8)	202(19.4)	95(9.1)	869(83.3)

### (五)差異性分析

為探討本次量表的結果是否受學生的背景因素影響，因此對於各年級學生以 t 檢定與單因以變異數分析兩方法來進行差異性比較，高中學生探討性別與入學方式兩方面，國中學生僅討論性別。結果呈現如下：

由 t 檢定的結果得知，在「忽略樣本空間大小」次量表的得分上，僅各年級男女生均未存有顯著差異；而高二與國二男生表現優於女生，但高一與國三女生則優於男生，詳見表 97。

表 97 各年級學生性別與「忽略樣本空間大小」次量表得分 t 檢定摘要表

年級	男生組		女生組		標準誤差異 (男-女)	T 值	顯著性 (雙尾)
	平均值	標準差	平均值	標準差			
高二	1.219	1.136	1.109	1.123	.137	.805	.421
高一	.919	1.068	1.024	1.096	.134	-.783	.435
國三	.724	.896	.862	1.011	.119	-1.159	.247
國二	.820	.954	.734	.926	.119	.717	.474

其次在入學方式上，以單因子變異數進行分析，發現無論是高一學生或是高二學生，以入學方式所進行的分組比較，沒有明顯的差異性存在，可見在此一次量表的得分上並未受到入學方式的影響，詳見表 98。

表 98 高中學生不同入學方式在「忽略樣本空間大小」得分之差異比較

	平方和	自由度	平均平方和	F 檢定	顯著性
高二	.129	2	.064	.050	.951
高一	2.282	2	1.141	.976	.378

## 二、各題選答表現

本研究以選項統計分析、答題錯誤類型分析兩部份對次量表進行逐題分析。

### (一)C 大題選答表現

C.如果每一個小孩出生是男是女的機會相等，比較 A、B 兩事件的發生機率：

A 事件：一個家庭有 2 個小孩，有 1 個男孩與 1 個女孩

B 事件：一個家庭有 8 個小孩，有 4 個男孩與 4 個女孩

07.你認為哪一件事情發生的機率比較大？

- a.A 事件 (請繼續回答 08.小題)
- b.B 事件 (請繼續回答 08.小題)
- c.兩者發生的機率相等 (請繼續回答 09.小題)
- d.機率變化萬千，無法判斷兩者出現機率相等或不相等 (請繼續回答 10.小題)

08.你認為兩個事件發生機率不一樣的原因是？(選答後，請繼續回答 10.小題)

- a.B 事件的小孩個數比較多，所以組合比較多，機率也比較大
- b.生的越多，比例越接近 1：1，所以 B 事件的發生機率比較大
- c.生愈多愈不可能使男孩女孩個數一樣，所以 A 事件的發生機率較大
- d.2 個小孩有 3 種情形，8 個小孩有 9 種情形，所以 A 事件發生的機率(1/3)比較大

09.你認為兩個事件發生機率相等的原因是？(選答後，請繼續回答 10.小題)

- a.男孩：女孩=1：1=4：4，比例相同所以發生的機率也相同
- b.生男生女機率就是 1/2，所以兩事件的機率一定相等
- c.每一次都無法確定是男孩或女孩，因此兩事件的機率都是無法確定
- d.A 與 B 兩事件都只有發生與不發生兩種情形，所以機率都是 1/2

問題分析：兩事件以不同的小孩個數，相同的男孩與女孩比例，讓學生從中比較兩者發生的機率大小，以瞭解學生是否有比例相等而機率相等的另有概念。

表 99 C 大題第一層(題號 07)選項分析

選項	a(*)	b	c	d	總計
國二選答人數(%)	64(25.6)	28(11.2)	117(46.8)	41(16.4)	250(100)
國三選答人數(%)	74(28.8)	21(8.2)	116(45.1)	46(17.9)	257(100)
高一選答人數(%)	101(38.7)	26(10.0)	109(41.8)	25(9.6)	261(100)
高二選答人數(%)	118(42.9)	34(12.4)	104(37.8)	19(6.9)	275(100)

\*表示正確選項

表 100 C 大題第二層(題號 08 與題號 09)選項分析

選項	第二題				第三題				總計
	a	b	c(*)	d	a	b	c	d	
國二選答人數(%)	14(5.6)	17(6.8)	44(17.6)	17(6.8)	28(11.2)	65(26)	10(4)	14(5.6)	250(100)
國三選答人數(%)	14(5.4)	14(5.4)	36(14.0)	31(12.1)	33(12.8)	58(22.6)	11(4.3)	14(5.4)	257(100)
高一選答人數(%)	5(1.9)	25(9.6)	24(9.2)	73(28.0)	23(8.8)	57(21.8)	19(7.3)	10(3.8)	261(100)
高二選答人數(%)	17(6.2)	32(11.6)	35(12.7)	68(24.7)	23(8.4)	65(23.6)	6(2.2)	10(3.6)	275(100)

\*表示正確選項

由依據第一層選答結果(詳見表 99)，國二至高二分別有二成五、二成八、三成八、四成二的受試者選取了正確選項(選項 a)；選答「B 事件」(選項 b)者，各年級均約在一成上下；選答「兩者發生的機率相等」(選項 c)者，國二學生比例高達四成六，而高二學生僅約有三成七，比例隨年級而下降，代表認為兩者機率相等機率的人數逐漸降低；而選答「機率變化萬千，無法判斷兩者出現機率相等或不相等」(選項 d)者，國二約一成六左右，而高中則降至未達一成。

再深入探究答題原因，藉由分析第二層的選答結果(詳見表 100)得知：國二至高二學生分別有持正確理由「生愈多愈不可能使男孩女孩個數一樣，所以 A 事件的發生機率較大」(選項 c)者，約佔一成七、一成四、未達一成、一成二。值得注意的是高一選答選項 c 的比例明顯低於其它年級。

答題錯誤類型方面，國中學生以選答第 09 題「生男生女機率就是  $1/2$ ，所以兩事件的機率一定相等」(選項 b)的比例為最高，為主要的錯誤歸因類型，可能原因為學生多認為只要是男孩女孩的問題機率一定是  $1/2$ ，因而相等。

高中學生以選答 08 題「2 個小孩有 3 種情形，8 個小孩有 9 種情形，所以 A 事件發生的機率( $1/3$ )比較大」(選項 d)為最多，為主要的錯誤歸因類型，代表高中學生具有模糊的樣本空間概念，但發展的並不完全。

(二)K 大題選答表現

K.假定投擲硬幣出現正面與反面的機會相等，比較 A、B 兩事件的發生機率：

A 事件：投擲一枚硬幣 2 次，2 次中出現 1 次正面

B 事件：投擲一枚硬幣 20 次，20 次中出現 10 次正面

29.你認為那一個事件出現的機率比較大？

- a.A 事件 (請繼續回答 30.小題)
- b.B 事件 (請繼續回答 30.小題)
- c.A 事件與 B 事件發生機率相等 (請繼續回答 31.小題)
- d.機率變化萬千，所以無法判斷那個事件發生的機率比較大 (請繼續回答 32.小題)

30.你認為兩個事件發生機率不一樣的原因是？(選答後，請繼續作答 32.小題)

- a.20 枚硬幣的選擇比 2 枚多，所以 B 事件的發生機率比較大
- b.A 事件發生的機率為  $1/3$ ，大於 B 事件發生的機率
- c.投擲越多次，正反面比例越接近 1:1，所以 B 事件發生的機率比較大
- d.投愈多次愈不可能使正面反面出現的個數一樣，所以 A 事件發生的機率比較大

31.你認為兩個事件發生機率相等的原因是？(選答後，請繼續作答 32.小題)

- a.正面：反面 = 1:1 = 10:10，比例相同所以發生的機率也相同
- b.硬幣出現正面與反面的機率就是  $1/2$ ，所以 A 事件與 B 事件的機率相等
- c.每一次都不能確定是正面或是反面，所以兩事件的機率都是無法確定
- d.A 與 B 兩事件都只有發生與不發生兩種情形，所以機率都是  $1/2$

問題分析：兩事件以不同的硬幣投擲次數，相同的正反面比例，使學生從中判斷兩者發生的機率大小，以瞭解學生是否有比例相等而機率相等的另有概念。

表 101 K 大題第一層(題號 29)選項分析

選項	a(*)	b	c	d	總計
國二選答人數(%)	53(21.2)	34(13.6)	124(49.6)	39(15.6)	250(100)
國三選答人數(%)	52(20.2)	35(13.6)	140(54.5)	30(11.7)	257(100)
高一選答人數(%)	62(23.8)	57(21.8)	128(49.0)	14(5.4)	261(100)
高二選答人數(%)	76(27.6)	58(21.1)	132(48)	9(3.3)	275(100)

\*表示正確選項

表 102 K 大題第二層(題號 30 與題號 31)選項分析

選項	第二題				第三題				總計
	a	b	c	d(*)	a	b	c	d	
國二選答人數(%)	12(4.8)	17(6.8)	26(10.4)	32(12.8)	36(14.4)	64(25.6)	11(4.4)	13(5.2)	250(100)
國三選答人數(%)	11(4.3)	18(7.0)	28(10.9)	30(11.7)	37(14.4)	71(27.6)	16(6.2)	16(6.2)	257(100)
高一選答人數(%)	11(4.2)	14(5.4)	54(20.7)	40(15.3)	36(13.8)	76(29.1)	9(3.4)	7(2.7)	261(100)
高二選答人數(%)	7(2.5)	28(10.1)	51(18.5)	48(17.5)	34(12.4)	89(32.4)	3(1.1)	6(2.2)	275(100)

\*表示正確選項

由依據第一層選答結果(詳見表 101)，國二至高二分別有二成一、二成、二成三、二成七的受試者選取了正確選項「A 事件」(選項 a)；而選答「A 事件與 B 事件發生機率相等」(選項 c)者，各年級從四成八至五成四之間，約在五成上下；選答「B 事件」(選項 b)者，國中學生比例約在一成三左右，而高中學生則有二成一，代表國中與高中學生對於選項 b 的看法明顯不同；而選答「機率變化萬千，所以無法判斷那個事件發生的機率比較大」(選項 d)者，國二、國三約一成五、一成一左右，而高中則驟降至未達一成。

再深入探究答題原因，藉由分析第二層的選答結果(詳見表 102)得知：國二至高二學生分別有持正確理由者，以高二學生佔一成七最佳，其餘年級從一成一至一成五不等。

在主要錯誤歸因類型上，各年級均以劃記第 31 題「硬幣出現正面與反面的機率就是  $1/2$ ，所以 A 事件與 B 事件的機率相等」(選項 b)的比例最高，認為只要是投擲硬幣的問題機率一定是  $1/2$ ，因此相等，可能學生對於硬幣的公正性有根深蒂固的印象，而不論硬幣需要投擲幾次。

在次要錯誤歸因類型上，國中學生選答第 30 題「投擲越多次，正反面比例越接近 1:1，所以 B 事件發生的機率比較大」(選項 c)與第 31 題「正面：反面 = 1:1 = 10:10，比例相同所以發生的機率也相同」(選項 a)的人數比例均在一成左右，可見學生以比例相等與否來決定機率大小的想法。高中學生則以選答第 30 題「投擲越多次，正反面比例越接近 1:1，所以 B 事件發生的機率比較大」(選項 c)的人數達兩成左右較多。

(三)S 大題選答表現

S.有兩種遊戲供人下注。A 遊戲：投擲一枚公正的硬幣 100 次，如果出現 50 次正面與 50 次反面就算你贏，是其它情形就算你輸；B 遊戲：投擲一枚公正硬幣 2 次，如果出現 1 次正面與 1 次反面就算你贏，是其它情形就算你輸。試比較這兩種遊戲獲勝的機率：

51.你認為那一種遊戲你贏的機率比較大？

- a.A 遊戲 (請繼續回答 52.小題)
- b.B 遊戲 (請繼續回答 52.小題)
- c.兩個遊戲贏的機率相等 (請繼續回答 53.小題)
- d.機率變化萬千,所以無法判斷那一個遊戲贏的機率比較大 (請繼續回答 54.小題)

52.你認為兩個遊戲贏的機率不一樣的原因是？(選答後，請繼續作答 54.小題)

- a.投擲硬幣 100 次的選擇比 2 次多，所以 A 遊戲的發生機率比較大
- b.B 遊戲獲勝的機率為 1/3，大於 A 遊戲獲勝的機率
- c.投擲越多次，正反面比例越接近 1：1，所以 A 遊戲獲勝的機率比較大
- d.投愈多愈無法使正反兩面出現的次數相等，因此 B 遊戲獲勝的機率較大

53.你認為兩個事件發生機率相等的原因是？(選答後，請繼續作答 54.小題)

- a.正：反=1：1=50：50，比例相同所以機率相等
- b.硬幣出現正面與出現反面的機率就是 1/2，所以 A 遊戲與 B 遊戲的獲勝機率相等
- c.每一次都不能確定是正面或是反面，所以機率都是無法確定
- d.A 與 B 兩遊戲都只有獲勝與猜錯兩種情形，所以兩遊戲獲勝機率都是 1/2

問題分析：兩事件以不同的硬幣投擲次數，相同的正反面比例，使學生從中判斷兩者發生的機率大小，唯此題與上題比較，兩者的次數差異頗大，藉以瞭解學生答題結果是否有所影響或改變。

表 103 S 大題第一層(題號 51)選項分析

選項	a	b(*)	c	d	總計
國二選答人數(%)	38(15.2)	77(30.8)	95(38)	40(16)	250(100)
國三選答人數(%)	44(17.1)	77(30.0)	114(44.4)	22(8.6)	257(100)
高一選答人數(%)	54(20.7)	90(34.4)	96(36.8)	21(8.0)	261(100)
高二選答人數(%)	58(21.1)	125(45.5)	83(30.2)	9(3.3)	275(100)

\*表示正確選項

表 104 S 大題第二層(題號 52 與題號 53)選項分析

選項	第二題				第三題				總計
	a	b	c	d(*)	a	b	c	d	
國二選答人數(%)	23(9.2)	24(9.6)	17(6.8)	51(20.4)	30(12)	47(18.8)	5(2)	13(5.2)	250(100)
國三選答人數(%)	20(7.8)	13(5.1)	31(12.1)	57(22.2)	46(17.9)	51(19.8)	4(1.6)	13(5.1)	257(100)
高一選答人數(%)	11(4.2)	22(8.4)	47(18.0)	64(24.5)	30(11.5)	58(22.2)	2(0.8)	6(2.3)	261(100)
高二選答人數(%)	14(5.1)	40(14.5)	53(19.3)	76(27.6)	28(10.1)	42(15.3)	3(1.1)	10(3.6)	275(100)

\*表示正確選項

由依據第一層選答結果(詳見表 103)，國二至高二分別有三成、三成、三成四、四成五的受試者選取了正確選項；選答「A 遊戲」(選項 a)者，各年級從一成五至二成一不等；選答「兩個遊戲贏的機率相等」(選項 c)者，除國三學生選答比例高達四成四爭外，其餘年級學生從三成至三成七；而選答「機率變化萬千，所以無法判斷那一個遊戲贏的機率比較大」(選項 d)者，國二佔一成六，其餘各年級則降至未達一成。

再深入探究答題原因，藉由分析第二層的選答結果(詳見表 104)得知：國二至高二學生分別有持正確理由者，約佔二成、二成二、二成四、二成七，隨年級而提升。

答題錯誤類型方面，國二至高一學生以選答第 53 題「硬幣出現正面與出現反面的機率就是  $1/2$ ，所以 A 遊戲與 B 遊戲的獲勝機率相等」(選項 b)的比例為最高，介於一成八至二成二之間，為主要的錯誤歸因類型。主要原因為認定只要是投擲硬幣的問題機率均是  $1/2$  故相等。高二學生則以 52 題「投擲越多次，正反面比例越接近  $1:1$ ，所以 A 遊戲獲勝的機率比較大」(選項 c)達一成九為最高，為主要錯誤歸因，可能原因為誤用「大數法則」來回答問題。

在次要錯誤歸因類型方面，國中學生選答 53 題「正：反 =  $1:1 = 50:50$ ，比例相同所以機率相等」(選項 a)的比例為一成二；高中學生 52 題「投擲越多次，正反面比例越接近  $1:1$ ，所以 A 遊戲獲勝的機率比較大」(選項 c)的比例為一成八至一成九之間。

## 第六節 「以目標數大小判斷」次量表測驗結果分析

本次量表目的是量測學生是否有存有「以目標數大小判斷」的另有概念，施測工具為題本中的 D、L、T 三大題。D、L 兩大題以取球、T 大題以擲硬幣作為情境敘述，要求學生判斷兩事件的機率大小，以瞭解學生是否具有「以目標數判斷大小」的另有概念。以下分成整體表現、各題選答表現兩小節來說明本次量表的答題情形。

### 一、整體表現

本小節分成難度與鑑別度分析、第一層試題得分分析、次量表得分分析、概念轉變分析以及差異性分析等五個部份來說明。

#### (一)難度與鑑別度分析

經由統計數據後發現，全體學生答對率(即題目難度)為.63，且隨年級而升高，詳見表 105。可歸因為；隨著學生年級提高，越能掌握樣本空間。

在鑑別度部份，全體學生的鑑別度指數為.71，而各年級的鑑別度除國三學生達.70 外，其餘各年級鑑別度在.49 至.41 之間，詳見表 105。

表 105 以目標數大小判斷第一層試題難度、鑑別度分析

各年級	難度	鑑別度
國二學生	0.32	0.49
國三學生	0.52	0.70
高一學生	0.79	0.38
高二學生	0.85	0.41
整體學生	0.63	0.71

#### (二)第一層試題得分分析

經由數據統計後發現，全體學生有四成四的學生答對所有次量表的第一層試題，而國二至高二所佔比例分別為一成、三成二、六成九、六成三，詳見表 106。

表 106 以目標數大小判斷第一層試題得分分析

年級	全對	答對兩題	答對一題	全錯	總人數
國二學生(%)	27(10.8)	26(10.4)	110(44)	87(34.8)	250(100)
國三學生(%)	84(32.7)	40(15.6)	89(34.6)	44(17.1)	257(100)
高一學生(%)	181(69.3)	41(15.7)	29(11.1)	10(3.8)	261(100)
高二學生(%)	174(63.3)	48(17.5)	45(16.4)	8(2.9)	275(100)
全體學生(%)	466(44.7)	155(14.9)	273(26.2)	149(14.3)	1043(100)

### (三)次量表得分分析

將第一層與第二層的作答結果一併分析，則經由統計得知：國中學生均未達一成，而高中學生約有一成八、一成七左右以正確原因回答正確，而全體學生亦約僅一成左右以正確原因選答主要問題選項，詳見表 107。

表 107 以目標數大小判斷次量表得分分析

年級	全對	答對兩題	答對一題	全錯	總人數
國二學生(%)	4(1.6)	30(12)	38(15.2)	178(71.2)	250(100)
國三學生(%)	18(7.0)	69(26.8)	55(21.4)	115(44.7)	257(100)
高一學生(%)	49(18.8)	146(55.9)	31(11.9)	35(13.4)	261(100)
高二學生(%)	48(17.5)	134(48.7)	45(16.4)	48(17.5)	275(100)
全體學生(%)	119(11.3)	379(36.3)	169(16.2)	376(36.0)	1043(100)

### (四)概念轉變分析

學生的答題一致性，代表學生從三個不同的情境問題萃取出相同機率架構的能力。因此以次量表得分進行分析，發現以下情況：

答題具有一致性的人數，國二約佔一成、國三約佔一成六、高一約佔一成九、高二約佔二成一，隨著年級增加而有比率提高的正相關趨勢；而全對的人數國中學生未達一成，高中學生則接近兩成，隨年級而有提高的趨勢，詳見表 108。

答題不具備一致性的情況，國中學生以全數答錯所佔的比例為最高；高中學生則以答對兩題為最高，全部答錯的人數則僅佔一成左右，可見多數的高中學生對於樣本空間有部份的概念。

表 108 以目標數大小判斷次量表答題一致性分析表

次量表得分	答題一致			答題不一致			
	0	3	小計	0	1	2	小計
國二學生(%)	24(9.6)	4(1.6)	28(11.2)	154(61.6)	38(15.2)	30(12)	222(88.8)
國三學生(%)	23(8.9)	18(7.0)	41(16.0)	92(35.8)	55(21.4)	69(26.8)	216(84.0)
高一學生(%)	2(0.8)	49(18.8)	51(19.5)	33(12.6)	31(11.9)	146(55.9)	210(80.5)
高二學生(%)	10(3.6)	48(17.5)	58(21.1)	38(13.8)	45(16.4)	134(48.7)	217(78.9)
全體學生(%)	59(5.7)	119(11.4)	178(17.1)	317(30.4)	169(16.2)	379(36.3)	865(82.9)

### (五)差異性分析

為探討本次量表的結果是否受學生的背景因素影響，因此對於各年級學生以卡方檢定進行差異性比較，高中學生探討性別與入學方式兩方面，國中學生僅討論性別。現將結果呈現如下：

由 t 檢定的結果得知，在「以目標數大小判斷」次量表的得分上，僅高二學生存有顯著的差異，男生表現明顯較女生為優；而四個年級中，只有高一女生的表現優於男生，其餘各年級均是男生表現優於女生，詳見表 109。

表 109 各年級學生性別與「以目標數大小判斷」次量表得分 t 檢定摘要表

年級	男生組		女生組		標準誤差異 (男-女)	T 值	顯著性 (雙尾)
	平均值	標準差	平均值	標準差			
高二	2.688	.673	2.170	.939	.098	5.299***	.000
高一	2.449	.842	2.568	.836	.104	- 1.149	.252
國三	1.702	1.124	1.569	1.095	.139	.955	.340
國二	1.066	1.026	.883	.848	.119	1.531	.127

\*\*\* P < .001

其次在入學方式上，以單因子變異數進行分析，發現無論是高一學生或是高二學生，以入學方式所進行的分組比較，沒有明顯的差異性存在，可見在此一次量表的得分上並未受到入學方式的影響，詳見表 110。

表 110 高中學生不同入學方式在「以目標數大小判斷」次量表得分之差異比較

	平方和	自由度	平均平方和	F 檢定	顯著性
高二	1.053	2	.526	.704	.496
高一	2.406	2	1.203	1.716	.182

## 二、各題選答表現

本研究以選項統計分析、錯誤類型分析兩部份對次量表進行逐題分析。

### (一)D 大題選答表現

D.有 A、B 兩個不透明的袋子，其中：A 袋有 7 顆藍球，5 顆白球；B 袋有 6 顆藍球，4 顆白球。如果從 A、B 兩袋裡各抽出 1 球，比較兩袋抽中藍球的機率，則：

10.哪一袋抽中藍球的機率比較大？

- a.A 袋(請繼續回答 11.小題)
- b.B 袋(請繼續回答 11.小題)
- c.兩袋抽出藍球的機率都相等(請繼續回答 12.小題)
- d.機率變化萬千，無法判斷兩袋抽出藍球的機率相等或不相等 (請繼續回答 13.小題)

11.你認為 A 袋與 B 袋抽出藍球的機率不一樣的原因是？(選答後，請繼續作答 13.小題)

- a.A 袋的藍球比乙袋多，所以 A 袋抽出藍球的機率比較大
- b.B 袋的白球比甲袋少，所以 B 袋抽出藍球的機率比較大
- c.A 袋抽出藍球的機率為  $7/12$ ，B 袋抽出藍球的機率為  $6/10$ ，所以 B 袋抽出藍球的機率比較大

12.你認為兩袋抽出藍球機率相等的原因是？(選答後，請繼續作答 13.小題)

- a.抽球時並不能確定是藍球或白球，因此兩袋抽出藍球的機率相等
- b.抽球時只有白球與藍球兩種情形，因此抽出的機率都是  $1/2$
- c.兩袋白球與藍球都只相差 2 球，因此兩袋抽出藍球的機率都相等

問題分析：本題為取球問題，A 袋中藍球個數較 B 袋為多，但比例則相反，若對於樣本空間有所瞭解，則利用算式便能比較兩者的大小關係。

表 111 D 大題第一層(題號 10)選項分析

選項	a	b(*)	c	d	總計
國二選答人數(%)	85(34)	54(21.6)	78(31.2)	33(13.2)	250(100)
國三選答人數(%)	66(25.7)	107(41.6)	64(24.9)	20(7.8)	257(100)
高一選答人數(%)	31(11.9)	210(80.5)	15(5.7)	5(1.9)	261(100)
高二選答人數(%)	40(14.5)	198(72)	33(12)	4(1.5)	275(100)

\*表示正確選項

表 112 D 大題第二層(題號 11 與題號 12)選項分析

選項	第二題			第三題			總計
	a	b	c(*)	a	b	c	
國二選答人數(%)	69(27.6)	12(4.8)	58(23.2)	10(4)	25(10)	43(17.2)	250(100)
國三選答人數(%)	41(16.0)	5(1.9)	127(49.4)	5(1.9)	15(5.8)	44(17.1)	257(100)
高一選答人數(%)	22(8.4)	5(1.9)	214(82.0)	2(0.8)	3(1.1)	10(3.8)	261(100)
高二選答人數(%)	27(9.8)	5(1.8)	206(74.9)	4(1.5)	11(4)	18(6.5)	275(100)

\*表示正確選項

由依據第一層選答結果(詳見表 111)，國二至高二分別有二成一、四成一、八成、七成二的受試者選取了正確選項「B 袋」(選項 b)；而選答「A 袋」(選項 a)者，國二比例最高，達三成四，國三為二成五，高中各年級約在一成上下；選答「兩袋抽出藍球的機率都相等」(選項 c)者，代表認為兩者機率相等機率，人數以國二學生比例達三成一為最高，而高一學生未達一成最低；選答「機率變化萬千，無法判斷兩袋抽出藍球的機率相等或不相等」(選項 d)者，國二達一成三，其餘各年級均未達一成。

再深入探究答題原因，藉由分析第二層的選答結果(詳見表 112)得知：國二至高二學生分別有持正確理由者，約佔二成三、四成九、八成二、七成四。

答題錯誤類型方面，除國三學生以選答 12 題「兩袋白球與藍球都只相差 2 球，因此兩袋抽出藍球的機率都相等」(選項 c)達一成七，為主要錯誤歸因類型外，其餘各年級均以選答第 11 題「A 袋的藍球比乙袋多，所以 A 袋抽出藍球的機率比較大」(選項 a)的比例為最高，為主要錯誤歸因類型，但高中學生雖回答該選項人數為最多，但所佔比例均未達一成，與國中學生有顯著差異。

(二)L 大題選答表現

L.有 A、B 兩個不透明的袋子，其中：A 袋有 700 顆黃球，400 顆白球；B 袋有 500 顆黃球，200 顆白球。如果從 A、B 兩袋裡各抽取 1 球，則：

32.從那一袋抽中黃球的機率較大？

- a.A 袋 (請繼續回答 33.小題)
- b.B 袋 (請繼續回答 33.小題)
- c.兩袋抽出黃球的機率都相等 (請繼續回答 34.小題)
- d.機率變化萬千，無法判斷兩袋抽出黃球機率相等或不相等 (請繼續回答 35.小題)

33.你認為 A 袋與 B 袋抽出黃球的機率不一樣的原因是？(選答後，請繼續作答 35.小題)

- a.A 袋的黃球比 B 袋多，所以 A 袋抽出黃球的機率比較大
- b.B 袋的白球比 A 袋少，所以 B 袋抽出黃球的機率比較大
- c.A 袋抽出黃球的機率為  $700/1100$ ，B 袋抽出黃球的機率為  $500/700$ ，因此 B 袋抽出黃球的機率比較大

34.你認為兩袋抽出黃球機率相等的原因是？(選答後，請繼續作答 35.小題)

- a.抽球時並不能確定是黃球或白球，因此兩袋抽出黃球的機率相等
- b.抽球時只有白球與黃球兩種情形，因此抽出的機率都是  $1/2$
- c.兩袋白球與黃球都只相差 200 球，因此兩袋抽中黃球的機率都相等

問題分析：本題為取球問題，A 袋中藍球個數較 B 袋為多，但比例則相反，與上題相較，此題的數目更大，以瞭解學生答題傾向是否更加明顯。

表 113 L 大題第一層(題號 32)選項分析

選項	a	b(*)	c	d	總計
國二選答人數(%)	77(30.8)	61(24.4)	83(33.2)	29(11.6)	250(100)
國三選答人數(%)	54(21.0)	118(45.9)	68(26.5)	17(6.6)	257(100)
高一選答人數(%)	21(8.0)	215(82.4)	20(7.7)	5(1.9)	261(100)
高二選答人數(%)	25(9.1)	213(77.5)	31(11.3)	6(2.2)	275(100)

\*表示正確選項

表 114 L 大題第二層(題號 33 與題號 34)選項分析

選項	第二題			第三題			總計
	a	b	c(*)	a	b	c	
國二選答人數(%)	64(25.6)	12(4.8)	62(24.8)	14(5.6)	28(11.2)	41(16.4)	250(100)
國三選答人數(%)	49(19.1)	6(2.3)	117(45.5)	7(2.7)	23(8.9)	38(14.8)	257(100)
高一選答人數(%)	17(6.5)	4(1.5)	215(82.4)	2(0.8)	9(3.4)	9(3.4)	261(100)
高二選答人數(%)	16(5.8)	6(2.2)	216(78.5)	5(1.8)	13(4.7)	13(4.7)	275(100)

\*表示正確選項

由依據第一層選答結果(詳見表 113), 國二至高二分別有二成四、四成五、八成二、七成七的受試者選取了正確選項「B 袋」(選項 b); 而選答「A 袋」(選項 a)者, 國二比例最高, 達三成, 國三為二成一, 高中各年級接近而未達一成; 而選答「兩袋抽出黃球的機率都相等」(選項 c)者, 代表認為兩者機率相等機率, 人數以國二學生比例達三成三為最高, 而高一學生未達一成最低; 選答「機率變化萬千, 無法判斷兩袋抽出黃球機率相等或不相等」(選項 d)者, 國二達一成一, 其餘各年級均未達一成。

再深入探究答題原因, 藉由分析第二層的選答結果(詳見表 114)得知: 國二至高二學生分別有持正確理由者, 約佔二成四、四成五、八成二、七成八。

答題錯誤類型方面, 各年級均以選答第 11 題「A 袋的黃球比 B 袋多, 所以 A 袋抽出黃球的機率比較大」(選項 a)的比例為最高, 為主要錯誤歸因, 但高中學生在各個非正確選項上的答題比例均未達一成, 與國中學生有顯著差異。另外, 國中學生選擇第 34 題「兩袋白球與黃球都只相差 200 球, 因此兩袋抽中黃球的機率都相等」(選項 c)的人數比例均高於一成, 表示有部份學生以差異數目相等作為機率相等的條件, 可算是次要的錯誤歸因。

(三)T 大題選答表現

T.連續投擲一枚硬幣4次，比較下面兩事件的發生機率：

A事件：出現1次正面3次反面

B事件：出現3次正面1次反面

54. 你認為那一個事件出現的機率比較大？

a.A 事件 (請繼續回答 55.小題)

b.B 事件 (請繼續回答 55.小題)

c.A 事件與 B 事件發生機率相等(請繼續回答 56.小題)

d.機率變化萬千，所以無法判斷那個事件發生的機率比較大(請繼續回答 57.小題)

55.你認為兩個事件發生機率不一樣的原因是？(選答後，請繼續作答 57.小題)

a.投擲 4 次硬幣只要出現 1 次正面，所以 A 事件比較容易發生

b.投擲 4 次硬幣需要出現 1 次反面，所以 B 事件比較容易發生

56.你認為兩個事件發生機率相等的原因是？(選答後，請繼續作答 57.小題)

a.兩種事件都很特殊，所以發生機率都很小，都不可能發生

b.兩事件都只有發生與不發生兩種情形，所以機率都是 1/2

c.硬幣正反面出現的機率都是(1/2)，所以兩事件的發生機率都是(1/2)連乘 4 次

d.出現 1 正面 3 反面與 1 反面 3 正面的情形相同，所以機率相等

問題分析：題目中所呈現的為公正硬幣，而兩事件的正面與反面各數恰好互換，以瞭解學生答題策略是否有所轉變與先前的答題方式不同。

表 115 T 大題第一層(題號 54)選項分析

選項	a	b	c(*)	d	總計
國二選答人數(%)	17(6.8)	21(8.4)	128(51.2)	84(33.6)	250(100)
國三選答人數(%)	13(5.1)	6(2.3)	196(76.3)	47(18.3)	257(100)
高一選答人數(%)	1(0.4)	0(0)	229(87.7)	31(11.9)	261(100)
高二選答人數(%)	2(0.7)	4(1.5)	252(91.6)	17(6.2)	275(100)

\*表示正確選項

表 116 T 大題第二層(題號 55 與題號 56)選項分析

選項	第二題		第三題				總計
	a	b	a	b	c	d(*)	
國二選答人數(%)	16(6.4)	22(8.8)	8(3.2)	31(12.4)	70(28)	19(7.6)	250(100)
國三選答人數(%)	8(3.1)	11(4.3)	5(1.9)	37(14.4)	116(45.1)	38(14.8)	257(100)
高一選答人數(%)	0(0)	1(0.4)	1(0.4)	18(6.9)	151(57.9)	59(22.6)	261(100)
高二選答人數(%)	0(0)	6(2.2)	3(1.1)	12(4.4)	177(64.4)	60(21.8)	275(100)

\*表示正確選項

由依據第一層選答結果(詳見表 115)，國二至高二分別有五成一、七成六、八成七、九成一的受試者選取了正確選項「A 事件與 B 事件發生機率相等」(選項 c)；而選答「A 事件」(選項 a)、「B 事件」(選項 b)者，各年級均未達一成；選答「機率變化萬千，所以無法判斷那個事件發生的機率比較大」(選項 d)者，國二達三成三、國三為一成八，高中各年級則未達一成。

再深入探究答題原因，藉由分析第二層的選答結果(詳見表 116)得知：國二至高二學生分別有持正確理由者，分別未達一成、一成四、二成二、二成一。

答題錯誤類型方面，各年級均以選答第 56 題「硬幣正反面出現的機率都是(1/2)，所以兩事件的發生機率都是(1/2)連乘 4 次」(選項 c)的比例為最高，為主要的錯誤歸因類型。學生認為兩者的機率均為(1/2)連乘四次因此相等，雖然從嚴密的角度來看並非是正確選項(尚需考慮到排列問題)，但已能列式計算出機率，代表有一定的樣本空間想法。此外國中學生有一成二與一成四的學生選擇第 56 題「兩事件都只有發生與不發生兩種情形，所以機率都是 1/2」(選項 b)，代表仍有部份學生認為樣本空間是以發生或不發生兩種結果所形成，算是次要的錯誤歸因類型

## 第七節 「合取謬誤」次量表測驗結果分析

本次量表目的是量測學生是否有存有「合取謬誤」的另有概念，施測工具為題本第 E、M、U 三大題。E 大題以發生腦溢血、M 大題以發生痛風、U 大題以發生骨折作為情境敘述。以下分成整體表現、各題選答表現兩小節來說明本次量表的答題情形。

### 一、整體表現

本小節分成難度與鑑別度分析、第一層試題得分分析、次量表得分分析、概念轉變分析以及差異性分析等五個部份來說明。

#### (一)難度與鑑別度分析

經由統計數據後發現，全體學生答對率(即題目難度)為.55，隨年級而升高，詳見表 117。可歸因為：隨著學生年級提高，對問題愈能有所了解。

在鑑別度部份，全體學生的鑑別度為.76，而各年級的鑑別度除國三達.71 外，其餘各年級鑑別度約為.49，詳見表 117。

表 117 合取謬誤次量表第一層試題難度、鑑別度分析

各年級	難度	鑑別度
國二學生	.29	.49
國三學生	.40	.71
高一學生	.70	.49
高二學生	.73	.47
全體學生	.55	.76

#### (二)第一層試題得分分析

經由數據統計後發現，國二約有一成八、國三約有三成一、高一約有六成五、高二約有六成的學生答對所有次量表的第一層試題，詳見表 118。

表 118 合取謬誤次量表第一層試題得分分析

年級	全對	答對兩題	答對一題	全錯	總人數
國二學生(%)	45(18)	25(10)	34(13.6)	146(58.4)	250(100)
國三學生(%)	82(31.9)	24(9.3)	37(14.4)	114(44.4)	257(100)
高一學生(%)	172(65.9)	21(8.0)	22(8.4)	46(17.6)	261(100)
高二學生(%)	165(60)	32(11.6)	16(5.8)	62(22.5)	275(100)
全體學生(%)	464(44.5)	102(9.8)	109(10.5)	368(35.3)	1043(100)

#### (三)次量表得分分析

若將第一層與第二層的作答結果一併分析，則經由統計得知：國二僅佔一成六、

國三有二成九、高一有六成四、高二則有五成六的學生以正確原因回答正確，詳見表 119。

表 119 合取謬誤次量表得分分析

年級	全對	答對兩題	答對一題	全錯	總人數
國二學生(%)	41(16.4)	21(8.4)	29(11.6)	159(63.6)	250(100)
國三學生(%)	75(29.2)	22(8.6)	40(15.6)	120(46.7)	257(100)
高一學生(%)	167(64.0)	25(9.6)	21(8.0)	48(18.4)	261(100)
高二學生(%)	156(56.7)	36(13.1)	18(6.5)	65(23.6)	275(100)
全體學生(%)	439(42.1)	104(10.0)	108(10.4)	392(37.6)	1043(100)

#### (四)概念轉變分析

學生的答題一致性，代表學生從三個不同的情境問題萃取出相同機率架構的能力。因此以次量表得分進行分析，發現以下情況：

答題具有一致性的人數，國二約佔四成五、國三約佔四成五、高一約佔七成八、高二約佔七成一，以高一所佔比例為最高，而約略有年級增加而比率提高的正相關趨勢，詳見表 120。

答題無一致性的情況，國中學生以全數答錯所佔的比例為最高；高中學生則以答對兩題的比例較高，全部答錯的人則明顯減少。

表 120 合取謬誤次量表答題一致性分析表

次量表得分	答題一致			答題不一致			
	0	3	小計	0	1	2	小計
國二學生(%)	73(29.2)	41(16.4)	114(45.6)	86(34.4)	29(11.6)	21(8.4)	136(54.4)
國三學生(%)	43(16.7)	75(29.2)	118(45.9)	77(30.0)	40(15.6)	22(8.6)	139(54.1)
高一學生(%)	37(14.2)	167(64.0)	204(78.2)	11(4.2)	21(8.0)	25(9.6)	57(21.8)
高二學生(%)	40(14.5)	156(56.7)	196(71.3)	25(9.1)	18(6.5)	36(13.1)	79(28.7)
全體學生(%)	193(18.5)	439(42.1)	632(60.6)	199(19.1)	108(10.4)	104(10.0)	411(39.4)

#### (五)差異性分析

為探討本次量表的結果是否受學生的背景因素影響，因此對於各年級學生以卡方檢定進行差異性比較，高中學生探討性別與入學方式兩方面，國中學生僅討論性別。現將結果呈現如下：

高二的男生與女生在「合取謬誤」次量表得分上有明顯差異，男生的成績顯著優於女生，而其餘各年級則均是女生優於男生，但未達顯著，詳見表 121。

表 121 各年級學生性別與「合取謬誤」次量表得分 t 檢定摘要表

年級	男生組		女生組		標準誤差異 (男-女)	T 值	顯著性 (雙尾)
	平均值	標準差	平均值	標準差			
高二	2.367	1.107	1.850	1.316	.146	3.537***	.000
高一	2.206	1.200	2.240	1.174	.147	-.232	.817
國三	1.209	1.275	1.374	1.363	.165	-1.000	.318
國二	.836	1.202	.914	1.164	.150	-.521	.603

\*\*\* p < 0.001

其次，再針對高中學生的入學方式進行單因子變異數分析，以瞭解入學方式是否對次量表得分造成差異，由表 122 得知，高二學生在不同方式入學上有以差異，而高一則沒有差異。因此將高二作答結果進行事後比較(post hoc)，得知 1(直升)、2(申請入學)兩組有顯著差異，申請入學組較直升組為高，而直升與登記分發兩組、申請與登記分發兩組間則差異性未達顯著，而成績方面最佳為申請入學組(2)，其次為登記分發組(3)，最後為直升組(1)，詳見表 123。

表 122 高中學生不同入學方式在「合取謬誤」次量表得分之差異比較

	平方和	自由度	平均平方和	F 檢定	顯著性
高二	10.323	2	5.162	3.372*	.036
高一	3.254	2	1.627	1.160	.315

\* P < .05

表 123 高二學生入學方式事後檢定摘要表

入學方式 (i)	入學方式 (j)	平均差異 (i-j)	標準誤	顯著性	95%信賴區間	
					下界	上界
1.00	2.00	-.923*	.3717	.047	-1.836	-.009
	3.00	-.376	.207	.193	-.884	.133
2.00	1.00	.923*	.371	.047	.009	1.836
	3.00	.547	.330	.256	-.266	1.360
3.00	1.00	.376	.207	.193	-.133	.884
	2.00	-.547	.330	.256	-1.360	.266

## 二、各題選答表現

本研究以選項統計分析、答題錯誤類型分析兩部份對次量表進行逐題分析。

### (一)E 大題選答表現

E.如果我們從發生腦溢血的病患中，隨機的抽出1個人，則：

A事件：這個人是「患有高血壓而且超過60歲」的機率

B事件：這個人是「患有高血壓」的機率

13.你認為 A 事件與 B 事件發生的機率哪一個比較大？

a.A 事件(請繼續回答 14.小題)

b.B 事件(請繼續回答 14.小題)

c.A 事件與 B 事件兩者出現的機率相等 (請繼續回答 15.小題)

d.機率變化萬千，所以無法預測 (請繼續回答 16.小題)

14.你認為 A 事件與 B 事件出現機率不一樣的原因是？ (選答後，請繼續作答 16.小題)

a.多了”超過 60 歲”的條件，因此 A 事件發生的機率比較大

b.A 事件包含了”患有高血壓”與”超過 60 歲”兩種人，所以 A 事件發生的機率比較大

c.因為”患有高血壓的人”並沒有年齡上的限制，因此 B 事件發生的機率比較大

15.你認為 A 事件與 B 事件出現機率一樣的原因是？ (選答後，請繼續作答 16.小題)

a.發生腦溢血只與高血壓有關，與年紀大小無關，因此兩者機率相等

b.抽出結果可能是 A 事件、B 事件或兩者都不是，所以發生的機率都是 1/3

c.兩事件都只有發生與不發生兩種，因此兩事件的發生機率都是 1/2

問題分析：題目中 A 事件的敘述為兩項條件，因此所涵蓋的人數較少，但若誤認為雙重條件，則會認為 A 事件較易發生。

表 124 E 大題第一層(題號 13)選項分析

選項	a	b(*)	c	d	總計
國二選答人數(%)	94(37.6)	69(27.6)	48(19.2)	39(15.6)	250(100)
國三選答人數(%)	67(26.1)	110(42.8)	46(17.9)	34(13.2)	257(100)
高一選答人數(%)	29(11.1)	193(73.9)	12(4.6)	27(10.3)	261(100)
高二選答人數(%)	41(14.9)	191(69.5)	30(10.9)	13(4.7)	275(100)

\*表示正確選項

表 125 E 大題第二層(題號 14 與題號 15)選項分析

選項	第二題			第三題			總計
	a	b	c(*)	a	b	c	
國二選答人數(%)	50(20)	43(17.2)	70(28)	15(6)	13(5.2)	20(8)	250(100)
國三選答人數(%)	41(16.0)	27(10.5)	109(42.4)	19(7.4)	11(4.3)	16(6.2)	257(100)
高一選答人數(%)	25(9.6)	7(2.7)	190(72.8)	1(0.4)	5(1.9)	6(2.3)	261(100)
高二選答人數(%)	25(9.1)	17(6.2)	190(69.1)	6(2.2)	11(4)	13(4.7)	275(100)

\*表示正確選項

由依據第一層選答結果(詳見表 124)，國二至高二分別有二成七、四成二、七成三、六成九的受試者選取了正確選項「B 事件」(選項 b)；而選答「A 事件」(選項 a)者，國二比例最高，達三成七，國三為二成六，高中各年級約在一成上下；選答「A 事件」(選項 c)者，以高一學生未達一成最低，其餘各年級均介於一成至一成九之間；選答「機率變化萬千，所以無法預測」(選項 d)者，除高二未達一成外，其餘各年級均在一成至一成五之間。

再深入探究答題原因，藉由分析第二層的選答結果(詳見表 125)得知：國二至高二學生分別有持正確理由者，約佔二成八、四成二、七成二、六成九。

答題錯誤類型方面，各年級均以選答第 14 題「多了」超過 60 歲」的條件，因此 A 事件發生的機率比較大」(選項 a)的比例為最高，明顯具有「在雙重條件情況下，結果更容易發生」的錯誤歸因；此外國中學生選擇第 14 題「A 事件包含了」患有高血壓」與「超過 60 歲」兩種人，所以 A 事件發生的機率比較大」(選項 b)的比例亦達到一成以上，代表對於交集或是聯集的敘述不清楚而造成誤判，可算是次要的錯誤歸因類型。

(二)M 大題選答表現

M.如果我們從得到痛風的病患中，隨意抽出一人，則：

A事件：這個人「身材肥胖而且尿酸過高」的機率

B事件：這個人「尿酸過高」的機率

35.你認為 A 事件與 B 事件發生的機率哪一個比較大？

- a.A 事件 (請繼續回答 36.小題)
- b.B 事件 (請繼續回答 36.小題)
- c.A 事件與 B 事件兩者出現的機率相等 (請繼續回答 37.小題)
- d.機率變化萬千，所以無法預測 (請繼續回答 38.小題)

36.你認為 A 事件與 B 事件出現機率不一樣的原因是？(選答後，請繼續作答 38.小題)

- a.多了一個”身材肥胖”的條件，因此 A 事件發生的機率比較大
- b.A 事件包含了”身材肥胖”與”尿酸過高”兩種人，因此 A 事件發生的機率比較大
- c.因為”尿酸過高”的人並沒有身材的限制條件，因此 B 事件發生的機率比較大

37.你認為 A 事件與 B 事件出現機率一樣的原因是？(選答後，請繼續作答 38.小題)

- a.發生痛風只與尿酸有關，與肥胖與否無關，因此兩者機率相等
- b.抽出結果可能是 A 事件、B 事件或兩者都不是，所以發生的機率都是 1/3
- c.兩事件發生結果都只有發生與不發生兩種，因此兩事件的發生的機率都是 1/2

問題分析：題目中 A 事件的敘述為兩項條件，因此所涵蓋的人數較少，但若誤認為雙重條件，則會認為 A 事件較易發生。

表 126 M 大題第一層(題號 35)選項分析

選項	a	b(*)	c	d	總計
國二選答人數(%)	65(26)	78(31.2)	55(22)	52(20.8)	250(100)
國三選答人數(%)	59(23.0)	111(43.2)	54(21.0)	33(12.8)	257(100)
高一選答人數(%)	32(12.3)	197(75.5)	11(4.2)	21(8.0)	261(100)
高二選答人數(%)	40(14.5)	195(70.9)	31(11.3)	9(3.3)	275(100)

\*表示正確選項

表 127 M 大題第二層(題號 36 與題號 37)選項分析

選項	第二題			第三題			總計
	a	b	c(*)	a	b	c	
國二選答人數(%)	43(17.2)	26(10.4)	74(29.6)	19(7.6)	16(6.4)	20(8)	250(100)
國三選答人數(%)	32(12.5)	24(9.3)	114(44.4)	13(5.1)	21(8.2)	20(7.8)	257(100)
高一選答人數(%)	24(9.2)	10(3.8)	195(74.7)	1(0.4)	4(1.5)	6(2.3)	261(100)
高二選答人數(%)	29(10.5)	16(5.8)	190(69.1)	4(1.5)	15(5.5)	12(4.4)	275(100)

\*表示正確選項

由依據第一層選答結果(詳見表 126), 國二至高二分別有三成一、四成三、七成五、七成的受試者選取了正確選項「B 事件」(選項 b); 而選答「A 事件」(選項 a)者, 國二比例最高, 達二成六, 國三為二成三, 高中各年級約在一成上下; 選答「A 事件與 B 事件兩者出現的機率相等」(選項 c)者, 以高一學生未達一成最低, 高二為一成, 國中各年級則為二成二與二成一; 選答「機率變化萬千, 所以無法預測」(選項 d)者, 除國二為二成二明顯較高外, 國三為一成二, 高中各年級均未達一成。

再深入探究答題原因, 藉由分析第二層的選答結果(詳見表 127)得知: 國二至高二學生分別有持正確理由者, 約佔二成九、四成四、七成四、六成九, 以高一所佔比例最高。

答題錯誤類型方面, 各年級均以選答第 36 題「多了一個”身材肥胖”的條件, 因此 A 事件發生的機率比較大」(選項 a)的比例為最高, 佔各年級一成至一成七之多, 明顯屬於”在雙重條件情況下, 結果更容易發生”的錯誤歸因。而其餘選項均未達一成, 故沒有明顯的次要錯誤歸因類型出現。

(三)U 大題選答表現

U.如果我們從發生骨折症狀的人中，隨機的抽出一個人，則：

A事件：這個人「超過68歲而且有骨質疏鬆症」的機率；

B事件：這個人「有骨質疏鬆症」的機率。

57.你認為 A 事件與 B 事件發生的機率哪一個比較大？

a.A 事件 (請繼續回答 58.小題)

b.B 事件 (請繼續回答 58.小題)

c.A 事件與 B 事件兩者出現的機率相等 (請繼續回答 59.小題)

d.機率變化萬千，所以無法預測 (請繼續回答 60.小題)

58.你認為 A 事件與 B 事件出現機率不一樣的原因是？(選答後，請繼續回答 60.小題)

a.多了一個”超過 68 歲”的條件，因此 A 事件發生的機率比較大

b.A 事件包括”超過 68 歲”與”有骨質疏鬆症”兩種人，所以 A 事件發生的機率比較大

c.因為”有骨質疏鬆症的人”並沒有年齡上的限制，因此事件B發生的機率比較大

59.你認為 A 事件與 B 事件出現機率一樣的原因是？(選答後，請繼續作答 60.小題)

a.發生骨折只與骨質疏鬆有關，與年紀大小無關，因此兩者機率相等

b.抽出結果可能是 A 事件、B 事件或兩者都不是，所以發生的機率都是 1/3

c.兩事件發生結果都只有發生與不發生兩種，因此兩事件發生的機率都是 1/2

問題分析：題目中 A 事件的敘述為兩項條件，因此所涵蓋的人數較 B 事件為少，但若誤認為雙重條件，則會認為 A 事件較易發生。

表 128 U 大題第一層(題號 57)選項分析

選項	a	b(*)	c	d	總計
國二選答人數(%)	76(30.4)	72(28.8)	52(20.8)	50(20)	250(100)
國三選答人數(%)	73(28.4)	110(42.8)	45(17.5)	29(11.3)	257(100)
高一選答人數(%)	37(14.2)	190(72.8)	12(4.6)	20(7.7)	261(100)
高二選答人數(%)	46(16.7)	189(68.7)	26(9.5)	14(5.1)	275(100)

\*表示正確選項

表 129 U 大題第二層(題號 58 與題號 59)選項分析

選項	第二題			第三題			總計
	a	b	c(*)	a	b	c	
國二選答人數(%)	47(18.8)	31(12.4)	70(28)	12(4.8)	16(6.4)	24(9.6)	250(100)
國三選答人數(%)	39(15.2)	37(14.4)	97(37.7)	10(3.9)	16(6.2)	19(7.4)	257(100)
高一選答人數(%)	27(10.3)	11(4.2)	189(72.4)	1(0.4)	6(2.3)	5(1.9)	261(100)
高二選答人數(%)	27(9.8)	33(12)	185(67.3)	3(1.1)	13(4.7)	10(3.6)	275(100)

\*表示正確選項

由依據第一層選答結果(詳見表 128)，國二至高二分別有二成八、四成二、七成二、六成八的受試者選取了正確選項「B 事件」(選項 b)；而選答「A 事件」(選項 a)者，國二比例最高，達三成，國三為二成八，高一、高二分別為一成四與一成六；選答「A 事件與 B 事件兩者出現的機率相等」(選項 c)者，國二、國三分別為二成與一成七，高中各年級均未達一成；選答「機率變化萬千，所以無法預測」(選項 d)者，國二為二成、國三為一成，高中各年級均未達一成。

再深入探究答題原因，藉由分析第二層的選答結果(詳見表 129)得知：國二至高二學生分別有持正確理由者，約佔二成八、三成七、七成二、六成七。

答題錯誤類型方面，各年級均以選答第 58 題「多了一個」超過 68 歲的條件，因此 A 事件發生的機率比較大」(選項 a)的比例為最高，呈現「在雙重條件情況下，結果更容易發生」的錯誤歸因；此外國中學生選擇第 58 題「A 事件包括」超過 68 歲」與「有骨質疏鬆症」兩種人，所以 A 事件發生的機率比較大」(選項 b)的比例也超過一成，主要原因是將交集的敘述誤認為聯集的敘述，可算是學生的次要錯誤歸因。

## 第八節 「複合事件等機率」次量表測驗結果分析

本次量表目的是量測學生是否有存有「複合事件等機率」的另有概念，施測工具為題本第 F、N、V 三大題。F 大題以投擲硬幣、N 大題以取球、V 大題以小孩出生性別作為情境敘述，要求學生比較兩事件的機率大小，以瞭解學生對於複合事件的概念是否瞭解。以下分成整體表現、各題選答表現兩小節來說明本次量表的答題情形。

### 一、整體表現

本小節分成難度與鑑別度分析、第一層試題得分分析、次量表得分分析、概念轉變分析以及差異性分析等五個部份來說明。

#### (一)難度與鑑別度分析

經由統計數據後發現，全體學生答對率(即題目難度)為.26，隨年級而升高，詳見表 130。

在鑑別度部份，全體學生之鑑別度為.10，隨年級而有升高的趨勢。國中部份的鑑別度不高，低於.10 以下，高中部份則升至.23 與.27，詳見表 130，因此對於高中學生本次量表較有鑑別能力。

表 130 「複合事件等機率」次量表第一層試題難度、鑑別度分析

各年級	難度	鑑別度
國二學生	.21	.04
國三學生	.24	.10
高一學生	.25	.23
高二學生	.29	.27
全體學生	.26	.10

#### (二)第一層試題得分分析

經由數據統計後發現，除國三學生有一成答對所有次量表的第一層試題外，其餘各年級均未達一成，詳見表 131。

表 131 「複合事件等機率」第一層試題得分分析

年級	全對	答對兩題	答對一題	全錯	總人數
國二學生(%)	17(6.8)	24(9.6)	59(23.6)	150(60)	250(100)
國三學生(%)	26(10.1)	31(12.1)	64(24.9)	136(52.9)	257(100)
高一學生(%)	24(9.2)	43(16.5)	55(21.1)	139(53.3)	261(100)
高二學生(%)	23(8.4)	48(17.5)	58(21.1)	146(53.1)	275(100)
全體學生(%)	90(8.6)	146(14.0)	236(22.6)	571(54.7)	1043(100)

### (三)次量表得分分析

若將第一層與第二層的作答結果一併分析，則經由統計得知：國二無人全對、且各年級答對的人數並不多，詳見表 132，可見受試者對於本次量表的正確原因多半不能掌握。

表 132 複合事件等機率次量表得分分析

年級	全對	答對兩題	答對一題	全錯	總人數
國二學生(%)	0(0)	4(1.6)	35(14)	211(84.4)	250(100)
國三學生(%)	4(1.6)	8(3.1)	55(21.4)	190(73.9)	257(100)
高一學生(%)	12(4.6)	26(10.0)	57(21.8)	166(63.6)	261(100)
高二學生(%)	8(2.9)	26(9.5)	60(21.8)	181(65.8)	275(100)
全體學生(%)	24(2.3)	64(6.1)	207(19.8)	748(71.7)	1043(100)

### (四)概念轉變分析

學生的答題一致性，代表學生從三個不同的情境問題萃取出相同機率架構的能力。因此以次量表得分進行分析，發現以下情況：

答題具有一致性的人數，國二約佔一成四、國三約佔一成二、高一、高二則未達一成，隨著年級增加而有比率降低的負相關趨勢；而全對的人數以高一比例最高，詳見表 133。

答題不具備一致性的情況，各年級均以全數答錯所佔的比例為最高，再次說明受試學生對於此次量表無法掌握的情況。

表 133 複合事件等機率次量表答題一致性分析表

次量表得分	答題一致			答題不一致			
	0	3	小計	0	1	2	小計
國二學生(%)	37(14.8)	0(0)	37(14.8)	174(69.6)	35(14)	4(1.6)	213(85.2)
國三學生(%)	28(10.9)	4(1.6)	32(12.5)	152(59.1)	55(21.4)	8(3.1)	225(87.5)
高一學生(%)	9(3.4)	12(4.6)	21(8.0)	157(60.2)	57(21.8)	26(10.0)	240(92.0)
高二學生(%)	15(5.5)	8(2.9)	23(8.4)	166(60.4)	60(21.8)	26(9.5)	252(91.6)
全體學生(%)	89(8.5)	24(2.3)	113(10.8)	649(62.2)	207(19.8)	64(6.1)	930(89.2)

### (五)差異性分析

為探討本次量表的結果是否受學生的背景因素影響，因此對於各年級學生以 t 檢定與單因子變異數分析進行差異性比較。高中學生探討性別與入學方式兩方面，國中學生僅討論性別。現將結果呈現如下：

由 t 檢定的結果得知，高二與國三兩個年級的男生與女生作答結果達到統計上的顯著，而較特殊的是僅有高二學生的表現是男生優於女生，其餘各年級的表現，女生均優於男生，詳見表 134。

表 134 各年級學生性別與「複合事件等機率」次量表得分 t 檢定摘要表

年級	男生組		女生組		標準誤差異 (男-女)	t 值	顯著性 (雙尾)
	平均值	標準差	平均值	標準差			
高二	.977	1.076	.667	.917	.122	2.551*	.011
高一	.802	.972	.832	1.068	.126	-.242	.809
國三	.642	.945	.959	1.051	.125	-2.550*	.011
國二	.516	.855	.742	.958	.115	-1.963	.051

\*P < .05

而由單因子變異數分析得知，高二與高一兩個年級在不同入學方式下，得分並沒有達到顯著性的差異，因此不同入學方式不會影響作答的表現，詳見表 134。

表 135 高中學生不同入學方式在「複合事件等機率」得分之差異比較

	平方和	自由度	平均平方和	F 檢定	顯著性
高二	.332	2	.166	.163	.849
高一	1.843	2	.921	.889	.412

## 二、各題選答表現

本研究以選項統計分析、答題錯誤類型分析兩部份對次量表進行逐題分析。

### (一)F 大題選答表現

F.同時投擲 2 個公正骰子 1 次：

A 事件：2 個骰子出現 1 個 5 點與 1 個 6 點

B 事件：2 個骰子都出現 5 點

16.你認為哪一個事件發生的機率比較大？

a.A 事件 (請繼續回答 17.小題)

b.B 事件 (請繼續回答 17.小題)

c.A、B 兩事件發生的機率相等 (請繼續回答 18.小題)

d.機率變化萬千，無法判斷兩事件出現機率相等或是不相等 (請繼續回答 19.小題)

17.你認為兩個事件發生機率不一樣的原因是？(選答後，請繼續作答 19.小題)

a.投擲骰子時，很少看到 2 個骰子的點數相同；隨便投擲都是 2 個骰子出現不同點數

b.第 1 個骰子出現 5 點後，第 2 個骰子出現是 5 點的機率是  $1/6$ ；出現 5 點以外點數的機率為  $5/6$ ，因此 A 事件發生的機率比較大

c.A 事件發生的機率是  $(1/6) \times (1/6) + (1/6) \times (1/6)$ ；B 事件發生的機率是  $(1/6) \times (1/6)$ ，因此 A 事件發生的機率較大

18.你認為兩個事件發生機率相等的原因是？(選答後，請繼續作答 19.小題)

a.兩事件都很特殊，所以發生的機率都很小，根本不可能發生

b.事件只有發生與不發生兩種情形，所以兩事件發生的機率都等於  $1/2$

c.骰子每一點發生的機率是  $(1/6)$ ，所以兩事件的發生機率都是  $(1/6) \times (1/6)$

d.骰子每次投擲的結果都無法確定，所以兩事件的發生機率都等於無法確定

問題分析：本題所說明的 A 事件與 B 事件，需考慮到兩骰子的序對問題，若未考慮到 A 事件有兩種可能，則會誤認兩事件發生機率相等。

表 136 F 大題第一層(題號 16)選項分析

選項	a(*)	b	c	d	總計
國二選答人數(%)	56(22.4)	20(8)	100(40)	74(29.6)	250(100)
國三選答人數(%)	66(25.7)	17(6.6)	118(45.9)	56(21.8)	257(100)
高一選答人數(%)	64(24.5)	2(0.8)	183(70.1)	12(4.6)	261(100)
高二選答人數(%)	75(27.3)	3(1.1)	181(65.8)	16(5.8)	275(100)

\*表示正確選項

表 137 F 大題第二層(題號 17 與題號 18)選項分析

選項	第二題			第三題				總計
	a	b	c(*)	a	b	c	d	
國二選答人數(%)	37(14.8)	24(9.6)	15(6)	5(2)	9(3.6)	80(32)	6(2.4)	250(100)
國三選答人數(%)	27(10.5)	34(13.2)	22(8.6)	1(0.4)	5(1.9)	109(42.4)	3(1.2)	257(100)
高一選答人數(%)	11(4.2)	22(8.4)	33(12.6)	2(0.8)	4(1.5)	174(66.7)	3(1.1)	261(100)
高二選答人數(%)	11(4)	40(14.5)	27(9.8)	1(0.4)	6(2.2)	174(63.3)	0(0)	275(100)

\*表示正確選項

由依據第一層選答結果(詳見表 136), 國二至高二分別有二成二、二成五、二成四、二成七的受試者選取了正確選項「A 事件」(選項 a), 各年級表現約略相等; 而選答「B 事件」(選項 b)者, 各年級均未達一成; 選答「A、B 兩事件發生的機率相等」(選項 c)者, 代表認為兩者機率相等機率, 國二為四成、國三為四成五、高一為七成、高二為六成五; 選答「機率變化萬千, 無法判斷兩事件出現機率相等或是不相等」(選項 d)者, 國二達二成九、國三為二成一, 高中各年級均未達一成。

再深入探究答題原因, 藉由分析第二層的選答結果(詳見表 137)得知: 國二至高二學生分別有持正確理由者「A 事件發生的機率是 $(1/6) \times (1/6) + (1/6) \times (1/6)$ ; B 事件發生的機率是 $(1/6) \times (1/6)$ , 因此 A 事件發生的機率較大」(第 17 題選項 c), 除高一超過一成外, 其餘各年級均未達一成。

答題錯誤類型方面, 各年級均以選答第 18 題「骰子每一點發生的機率是 $(1/6)$ , 所以兩事件的發生機率都是 $(1/6) \times (1/6)$ 」(選項 c)的比例為最高, 而高中學生更高達六成以上, 而國中學生則在四成左右, 可見學生對於序對的觀念不甚清楚, 國中學生反較高中學生表現優異。

此外, 國中學生選擇第 17 題「投擲骰子時, 很少看到 2 個骰子的點數相同; 隨便投擲都是 2 個骰子出現不同點數」(選項 a)、「第 1 個骰子出現 5 點後, 第 2 個骰子出現是 5 點的機率是  $1/6$ ; 出現 5 點以外點數的機率為  $5/6$ , 因此 A 事件發生的機率比較大」(選項 b)的比例均接近一成, 可歸類為是次要的錯誤歸因, 前者是以生活經驗來判斷, 後者是未考量到數對的概念, 而且將問題轉為條件機率的類型; 高一學生其它選項的選答比例均未達一成, 無明顯的次要另有概念; 高二學生以第 17 題「第 1 個骰子出現 5 點後, 第 2 個骰子出現是 5 點的機率是  $1/6$ ; 出現 5 點以外點數的機率為  $5/6$ , 因此 A 事件發生的機率比較大」(選項 b)的比例超過一成, 為次要的錯誤歸因類型。與國中學生相較, 高中學生的錯誤歸因類型較不受生活經驗所影響。

(二)N 大題選答表現

N.在 2 個箱子中各放 1 個橘球、藍球與綠球，從 2 個箱子分別拿出 1 球，考慮下面兩個事件：

A 事件：2 個球是 1 個藍球與 1 個綠球

B 事件：2 個球都是綠球

38.你認為哪一個事件出現的機率比較大？

a.A 事件 (請繼續回答 39.小題)

b.B 事件 (請繼續回答 39.小題)

c.A、B 兩事件發生的機率相等 (請繼續回答 40.小題)

d.機率變化萬千，無法判斷兩種情形出現機率相等或是不相等 (請繼續回答 41.小題)

39.你認為兩個事件發生機率不一樣的原因是？(選答後，請繼續作答 41.小題)

a.拿 2 個球時，很少看到 2 個球是同顏色；隨便拿都是 2 個球出現不同色

b.第 1 球出現綠色後，第 2 球出現綠色的機率是 1/3；出現其它顏色的機率為 2/3，因此出現不同顏色的機率比較大

c.A 事件發生的機率： $(1/3) \times (1/3) + (1/3) \times (1/3)$ ，大於 B 事件發生的機率： $(1/3) \times (1/3)$

40.你認為兩個事件發生機率相等的原因是？(選答後，請繼續作答 41.小題)

a.事件只有發生與不發生兩種情形，所以兩事件發生的機率都等於 1/2

b.每一次都不能確定出現是那一種顏色的球，所以兩事件的發生機率都等於無法確定

c.出現藍球的機率與綠球的機率都是(1/3)，所以兩事件的發生機率都是 $(1/3) \times (1/3)$

問題分析：本題所說明的 A 事件與 B 事件，需考慮到兩球的序對問題，若未考慮到 A 事件有兩種可能，則會誤認兩事件發生機率相等。

表 138 N 大題第一層(題號 38)選項分析

選項	a(*)	b	c	d	總計
國二選答人數(%)	53(21.2)	24(9.6)	111(44.4)	62(24.8)	250(100)
國三選答人數(%)	74(28.8)	11(4.3)	133(51.8)	39(15.2)	257(100)
高一選答人數(%)	64(24.5)	4(1.5)	178(68.2)	15(5.7)	261(100)
高二選答人數(%)	67(24.4)	6(2.2)	196(71.3)	6(2.2)	275(100)

\*表示正確選項

表 139 N 大題第二層(題號 39 與題號 40)選項分析

選項	第二題			第三題			總計
	a	b	c(*)	a	b	c	
國二選答人數(%)	27(10.8)	37(14.8)	13(5.2)	17(6.8)	14(5.6)	80(32)	250(100)
國三選答人數(%)	24(9.3)	39(15.2)	22(8.6)	12(4.7)	19(7.4)	102(39.7)	257(100)
高一選答人數(%)	5(1.9)	32(12.3)	31(11.9)	14(5.4)	8(3.1)	156(59.8)	261(100)
高二選答人數(%)	7(2.5)	26(9.5)	40(14.5)	6(2.2)	7(2.5)	183(66.5)	275(100)

\*表示正確選項

由依據第一層選答結果(詳見表 138), 國二至高二分別有二成二、二成八、二成四、二成四的受試者選取了正確選項「A 事件」(選項 a), 各年級表現約略一致; 而選答「B 事件」(選項 b)者, 各年級均未達一成; 選答「A、B 兩事件發生的機率相等」(選項 c)者, 代表認為兩者機率相等機率, 國二為四成四、國三為五成一、高一為六成八、高二為七成一; 選答「機率變化萬千, 無法判斷兩種情形出現機率相等或是不相等」(選項 d)者, 國二達二成四、國三為一成五, 高中各年級均未達一成。

再深入探究答題原因, 藉由分析第二層的選答結果(詳見表 139)得知: 國二至高二學生分別有持正確理由者, 高中各年級學生超過一成外, 國中各年級則未達一成。

答題錯誤類型方面, 各年級均以選答第 40 題「出現藍球的機率與綠球的機率都是  $(1/3)$ , 所以兩事件的發生機率都是  $(1/3) \times (1/3)$ 」(選項 c)的比例為最高, 而高一、高二分別達五成九、六成六, 而國中學生則為三成二與三成九左右, 可見學生對於序對的觀念不甚清楚, 國中學生反較高中學生表現優異。

此外, 國中學生選擇第 39 題「拿 2 個球時, 很少看到 2 個球是同顏色; 隨便拿都是 2 個球出現不同色」(選項 a)、「第 1 球出現綠色後, 第 2 球出現綠色的機率是  $1/3$ ; 出現其它顏色的機率為  $2/3$ , 因此出現不同顏色的機率比較大」(選項 b)的比例在一成上下, 可歸類為是次要的錯誤歸因, 前者是以生活經驗來判斷, 後者是未考量到數對的概念, 而且將問題轉為條件機率的類型; 高中學生以第 39 題「第 1 個骰子出現 5 點後, 第 2 個骰子出現是 5 點的機率是  $1/6$ ; 出現 5 點以外點數的機率為  $5/6$ , 因此 A 事件發生的機率比較大」(選項 b)的比例接近一成, 為其次要的錯誤歸因類型。與國中學生相較, 高中學生的錯誤歸因類型較不受生活經驗所影響。

(三)V 大題選答表現

V.如果每個小孩出生是男是女的機會相等，考慮有4個小孩的家庭，比較下列兩個事件的出現機率： A事件：4個孩子全都是男孩； B事件：4個孩子中有1個男孩與3個女孩

60.你認為哪一個事情出現的機率比較大？

- a.A 事件 (請繼續回答 61.小題)
- b.B 事件 (請繼續回答 61.小題)
- c.兩事件發生的機率相等 (請繼續回答 62.小題)
- d.機率變化萬千，無法判斷兩種情形出現機率相等或是不相等 (請繼續回答 63.小題)

61.你認為兩個事件發生機率不一樣的原因是？ (選答後，請繼續作答 63.小題)

- a.都是男孩的情形比較常見，所以 A 事件的機率比較大
- b.有男孩有女孩出現比較像真實情形，所以 B 事件比較可能發生
- c.A 事件只有 1 種情形(男男男男)，B 事件有 4 種情形(男女女女、女男女女、女女男女、女女女男)，所以 B 事件的機率比較大

62.你認為兩個事件發生機率相等的原因是？ (選答後，請繼續作答 63.小題)

- a.都是可能情形(4 男、3 男 1 女、2 男 2 女、1 男 3 女、4 女)的一種，機率都是 1/5
- b.每一次都不能確定是男孩或女孩，所以兩者機率都是無法確定
- c.兩事件發生的情形只有發生或不發生兩種，所以兩事件機率都是 1/2
- d.男孩女孩的可能性都是(1/2)，所以兩事件的發生機率都是 $(1/2) \times (1/2) \times (1/2) \times (1/2)$

問題分析：本題所說明的 A 事件與 B 事件，需考慮到男女孩的序對排列問題，若未考慮到 B 事件有兩種可能，則會誤認兩事件發生機率相等。

表 140 V 大題第一層(題號 60)選項分析

選項	a	b(*)	c	d	總計
國二選答人數(%)	19(7.6)	49(19.6)	104(41.6)	78(31.2)	250(100)
國三選答人數(%)	16(6.2)	64(24.9)	132(51.4)	45(17.5)	257(100)
高一選答人數(%)	1(0.4)	85(32.6)	154(59.0)	21(8.0)	261(100)
高二選答人數(%)	6(2.2)	81(29.5)	168(61.1)	20(7.3)	275(100)

\*表示正確選項

表 141 V 大題第二層(題號 61 與題號 62)選項分析

選項	第二題			第三題				總計
	a	b	c(*)	a	b	c	d	
國二選答人數(%)	16(6.4)	21(8.4)	31(12.4)	22(8.8)	12(4.8)	27(10.8)	43(17.2)	250(100)
國三選答人數(%)	11(4.3)	17(6.6)	52(20.2)	25(9.7)	15(5.8)	25(9.7)	67(26.1)	257(100)
高一選答人數(%)	1(0.4)	3(1.1)	82(31.4)	34(13.2)	2(0.8)	11(4.2)	107(41.0)	261(100)
高二選答人數(%)	4(1.5)	7(2.5)	76(27.6)	26(9.5)	4(1.5)	18(6.5)	120(43.6)	275(100)

\*表示正確選項

由依據第一層選答結果(詳見表 140), 國二至高二分別有一成九、二成四、三成二、二成九的受試者選取了正確選項「B 事件」(選項 b); 而選答「A 事件」(選項 a)者, 各年級均未達一成; 選答「兩事件發生的機率相等」(選項 c)者, 代表認為兩者機率相等, 國二為四成一、國三為五成一、高一為五成九、高二為六成一; 選答「機率變化萬千, 無法判斷兩種情形出現機率相等或是不相等」(選項 d)者, 國二達三成一、國三為一成七, 高中各年級則均未達一成。

再深入探究答題原因, 藉由分析第二層的選答結果(詳見表 141)得知: 國二至高二學生分別有持正確理由者, 國二為一成二、國三為二成、高一為三成一、高二為二成七, 以高一答題為最佳。

答題錯誤類型方面, 各年級均以選答第 62 題「男孩女孩的可能性都是(1/2), 所以兩事件的發生機率都是 $(1/2) \times (1/2) \times (1/2) \times (1/2)$ 」(選項 d)的比例為最高, 國二、國三分別為一成七、二成六, 而高一、高二分別為四成一、四成三, 可見學生對於序對的觀念多不甚清楚, 國中學生反較高中學生表現優異。

此外, 國中學生選擇第 62 題「都是可能情形(4 男、3 男 1 女、2 男 2 女、1 男 3 女、4 女)的一種, 機率都是 1/5」(選項 a)、「兩事件發生的情形只有發生或不發生兩種, 所以兩事件機率都是 1/2」(選項 c)的比例在一成上下, 可歸類為是次要的錯誤歸因, 前者是未考量到排列的概念, 而後者是將結果分為可能與不可能兩種, 且認為此兩者機率相等; 而高中學生以選擇第 62 題「都是可能情形(4 男、3 男 1 女、2 男 2 女、1 男 3 女、4 女)的一種, 機率都是 1/5」(選項 a)的比例接近一成, 為其次要的錯誤歸因類型。

## 第九節 「一次投擲判斷偏誤」次量表測驗結果分析

本次量表目的是量測學生是否有存有「一次投擲判斷偏誤」的另有概念，施測工具為題本第 G、O、W 三大題。G 大題以取球問題、O 大題以投擲骰子、W 大題以投擲硬幣作為情境敘述，要求學生比較以不同試驗方式，以瞭解學生是否自兩種不同的實驗中，萃取出相同的機率架構，抑或具有「可控制性」的另有概念。以下分成整體表現、各題選答表現兩小節來說明本次量表的答題情形。

### 一、整體表現

本小節分成難度與鑑別度分析、第一層試題得分分析、次量表得分分析、概念轉變分析以及差異性分析等五個部份來說明。

#### (一) 難度與鑑別度分析

經由統計數據後發現，全體學生的答對率(即難度)為.64，並且隨年級而升高，詳見表。可歸因為：隨著學生年級提高，越能體認每一次試驗的結果都不受先前結果的影響，即萃取出相同機率概念的能力愈形成熟。

在鑑別度部份，全體學生的鑑別度指數為.62，並且隨年級升高而有下降的趨勢。國中部份約有六至七成的鑑別度，高中部份則僅有四至三成的鑑別度，詳見表 142。可歸因為：答對率升高，所造成的鑑別度滑落。

表 142 「一次投擲判斷偏誤」次量表第一層試題難度、鑑別度分析

各年級	難度	鑑別度
國二學生	.47	.68
國三學生	.59	.71
高一學生	.71	.43
高二學生	.76	.35
全體學生	.64	.62

#### (二) 第一層試題得分分析

經由數據統計後發現，全體學生的四成七答對所有次量表的第一層試題；若以年級細分得知：國二至高二分別有二成九、四成三、五成七、五成六，詳見表 143。

表 143 「一次投擲判斷偏誤」次量表一層試題得分分析

年級	全對	答對兩題	答對一題	全錯	總人數
國二學生(%)	74(29.6)	42(16.8)	46(18.4)	88(35.2)	250(100)
國三學生(%)	112(43.6)	43(16.7)	47(18.3)	55(21.4)	257(100)
高一學生(%)	151(57.9)	50(19.2)	37(14.2)	23(8.8)	261(100)
高二學生(%)	156(56.7)	34(12.4)	61(22.2)	24(8.7)	275(100)
全體學生(%)	493(47.3)	169(16.2)	191(18.3)	190(18.3)	1043(100)

## (三)次量表得分分析

若將第一層與第二層的作答結果一併分析，以分析出以正確理由回答第一層的學生人數比例，由統計得知：全體學生約有三成六，而再以年級細分得知：國二約有二成一、國三有三成、高一有四成七、高二則有四成五的學生，詳見表 144。

表 144 「一次投擲判斷偏誤」次量表得分分析

年級	全對	答對兩題	答對一題	全錯	總人數
國二學生(%)	53(21.2)	22(8.8)	45(18)	130(52)	250(100)
國三學生(%)	77(30.0)	50(19.5)	41(16.0)	89(34.6)	257(100)
高一學生(%)	123(47.1)	52(19.9)	52(19.9)	34(13.0)	261(100)
高二學生(%)	126(45.8)	50(18.2)	65(23.6)	34(12.4)	275(100)
全體學生(%)	379(36.3)	174(16.7)	203(19.5)	287(27.5)	1043(100)

## (四)概念轉變分析

學生的答題一致性，代表學生從不同的情境問題萃取出相同機率架構的能力。因此以次量表得分進行分析，發現以下情況：

答題具有一致性的人數，國二約佔三成四、國三約佔三成八、高一約佔四成九、高二約佔四成八，隨著年級增加而有比率提高的正相關趨勢；而答題一致中全對的人數亦隨年級而有顯著提高的趨勢，詳見表 145。

答題不具備一致性的情況，國中學生以全數答錯所佔的比例為最高；高中學生則以答對一題與答對兩題的比例相近，但全部答錯的人數則較減少。

表 145 「一次投擲判斷偏誤」次量表答題一致性分析表

次量表 得分	答題一致			答題不一致			
	0	3	小計	0	1	2	小計
國二	34(13.6)	53(21.2)	87(34.8)	96(38.4)	45(18)	22(8.8)	163(65.2)
國三	22(8.6)	77(30.0)	99(38.5)	67(26.1)	41(16.0)	50(19.5)	158(61.5)
高一	5(1.9)	123(47.1)	128(49.0)	29(11.1)	52(19.9)	52(19.9)	133(51.0)
高二	7(2.5)	126(45.8)	133(48.4)	27(9.8)	65(23.6)	50(18.2)	142(51.6)
整體	68(6.5)	379(36.3)	447(42.9)	219(21.0)	203(19.5)	174(16.7)	596(57.1)

## (五)差異性分析

為探討本次量表的結果是否受學生的背景因素影響，因此對於各年級學生以 t 檢定與單因子變異數(ANOVA)進行差異性比較，高中學生探討性別與入學方式兩方面，國中學生僅討論性別。現將結果呈現如下：

由 t 檢定的結果，僅高二男女學生在作答結果上達到統計上的顯著差異，男生優於女生；此外，除高一女生優於男生外，其餘各年級均是男生優於女生，詳見表 146。

表 146 各年級學生性別與「一次投擲判斷偏誤」次量表得分 t 檢定摘要表

年級	男生組		女生組		標準誤差異 (男-女)	T 值	顯著性 (雙尾)
	平均值	標準差	平均值	標準差			
高二	2.352	.936	2.014	1.129	.125	2.714**	.007
高一	2.199	.995	2.328	1.014	.124	- 1.041	.299
國三	1.940	1.168	1.699	1.234	.150	1.609	.109
國二	1.451	1.214	1.367	1.273	.157	.531	.596

\*\*p < 0.01

另外，以單因子變異數分析，發現高一與高二兩個年級不同的入學方式並未對本次量表的得分造成影響而有所差異，詳見表 147。

表 147 高中學生不同入學方式「一次投擲判斷偏誤」次量表得分之差異比較

	平方和	自由度	平均平方和	F 檢定	顯著性
高二	2.994	2	1.497	1.349	.261
高一	1.853	2	.926	.918	.401

## 二、各題選答表現

本研究以選項統計分析、答題錯誤類型分析兩部份對次量表進行逐題分析。

### (一)G 大題選答表現

G.2 個相同箱子中各放 1 個藍球 1 個綠球與 1 個橘球。比較下列事件的機率：

A 事件：同時從 2 個箱子取出 1 球，2 個球都是藍色

B 事件：先從 1 個箱子取出 1 球，再從另一個箱子取出 1 球，2 個球都是藍色

19. 你認為 A 事件與 B 事件的發生機率何者較大？

- a. A 事件 (請繼續回答 20. 小題)
- b. B 事件 (請繼續回答 20. 小題)
- c. 兩事件的發生機率相等 (請繼續回答 21. 小題)
- d. 機率變化萬千，無法判斷兩事件機率相等還是不相等 (請繼續回答 22. 小題)

20. 你認為 A 事件與 B 事件的發生機率不一樣原因是？ (選答後，請繼續作答 22. 小題)

- a. 一次一次拿比較能控制；同時從兩個箱子拿球比較難控制
- b. 一個箱子有 3 顆球，2 個箱子有 6 顆球，機率會不一樣
- c. 一次一次拿球的機率是  $(1/3)$  連加 2 次，同時拿球的機率是  $(1/3)$  連乘 2 次
- d. 自己曾經拿過，發現 A 事件的發生機率比較大

21. 你認為 A 事件與 B 事件的發生機率相等原因是？ (選答後，請繼續作答 22. 小題)

- a. 取球的結果無法確定，所以兩事件的機率同樣都是無法確定
- b. A 事件與 B 事件的發生機率都是  $(1/3) \times (1/3)$
- c. 機率都很小，根本不可能發生，因此兩者機率相同
- d. 事件只有發生與不發生兩種情形，因此兩者的機率都是  $(1/2)$

問題分析：本題比較兩種取球方式，需分別計算兩事件機率，以比較是否屬於相同的機率架構，學生可能受“可控制性”另有概念影響而認為兩者機率不等。

表 148 G 大題第一層(題號 19)選項分析

選項	a	b	c(*)	d	總計
國二選答人數(%)	20(8)	40(16)	126(50.4)	64(25.6)	250(100)
國三選答人數(%)	7(2.7)	33(12.8)	171(66.5)	46(17.9)	257(100)
高一選答人數(%)	11(4.2)	9(3.4)	228(87.4)	13(5.0)	261(100)
高二選答人數(%)	4(1.5)	20(7.3)	235(85.5)	16(5.8)	275(100)

\*表示正確選項

表 149 G 大題第二層(題號 20 與題號 21)選項分析

選項	第二題				第三題				總計
	a	b	c	d	a	b(*)	c	d	
國二選答人數(%)	18(7.2)	16(6.4)	23(9.2)	3(1.2)	14(5.6)	90(36)	10(4)	12(4.8)	250(100)
國三選答人數(%)	8(3.1)	11(4.3)	15(5.8)	6(2.3)	9(3.5)	141(54.9)	7(2.7)	14(5.4)	257(100)
高一選答人數(%)	3(1.1)	6(2.3)	9(3.4)	2(0.8)	13(5.0)	194(74.3)	10(3.8)	11(4.2)	261(100)
高二選答人數(%)	4(1.5)	5(1.8)	15(5.5)	0(0)	5(1.8)	213(77.5)	9(3.3)	8(2.9)	275(100)

\*表示正確選項

由依據第一層選答結果(詳見表 148)，國二至高二分別有五成、六成六、八成七、八成五的受試者選取了正確選項「兩事件的發生機率相等」(選項 c)；而選答「A 事件」(選項 a)者，各年級均未達一成；選答「B 事件」(選項 b)者，國二、國三分別有一成六、一成二，高中各年級則未達一成；選答「機率變化萬千，無法判斷兩事件機率相等還是不相等」(選項 d)者，國二、國三分別有二成五、一成七，而高中各年級均未達一成。

再深入探究答題原因，藉由分析第二層的選答結果(詳見表 149)得知：國二至高二學生分別有持正確理由者，約佔二成三、四成九、八成二、七成四。

答題錯誤類型方面，除高一學生選答 21 題「取球的結果無法確定，所以兩事件的機率同樣都是無法確定」(選項 a)的比例為最高外，其餘各年級均以選答第 20 題「一次一次拿球的機率是 $(1/3)$ 連加 2 次，同時拿球的機率是 $(1/3)$ 連乘 2 次」(選項 c)的比例為最高，可見多數學生認為一次一次拿比同時拿取的機率為高，而以不同的機率算式解釋，但本題各年級在非正確選項上的人數比例均未超過一成，因此無法明確認定各年級學生對於本題的錯誤歸因類型。

(二)O 大題選答表現

O.比較下列兩個事件發生的機率大小：

A 事件：一次投擲 1 枚均勻骰子，連續投擲 2 次，2 次都出現 4 點

B 事件：一次投擲 2 枚均勻骰子，2 個骰子都出現 4 點

41.你認為 A 事件與 B 事件那一個發生的機率較大？

- a.A 事件 (請繼續回答 42.小題)
- b.B 事件 (請繼續回答 42.小題)
- c.兩事件發生的機率相等 (請繼續回答 43.小題)
- d.機率變化萬千，無法判斷兩事件發生機率相等還是不相等 (請繼續回答 44.小題)

42.你認為 A 事件與 B 事件發生機率不一樣的原因是？(選答後，請繼續作答 44.小題)

- a.一次一次投，比較能控制；2 枚骰子碰撞的次數較多，所以較難控制
- b.一枚骰子有 6 面，2 枚骰子有 12 面，機率會不一樣
- c.一次一次投擲機率是(1/6)連加 2 次，同時投擲機率是(1/6)連乘 2 次
- d.自己曾經投擲過，發現 A 事件比較好投

43.你認為 A 事件與 B 事件的機率相等的原因是？(選答後，請繼續作答 44.小題)

- a.事件只有發生與不發生兩種情形，因此兩者的機率都是(1/2)
- b.每一次投擲骰子都不能確定出現那一點
- c.出現 4 點的機率是 1/6，所以兩事件發生的機率都是(1/6)×(1/6)
- d.機率都很小，根本不可能發生，因此兩者機率相同

問題分析：本題比較兩種擲骰子方式，需分別計算兩事件機率，以比較是否屬於相同的機率架構，學生可能受”可控制性”另有概念影響而認為兩者機率不等。

表 150 O 大題第一層(題號 41)選項分析

選項	a	b	c(*)	d	總計
國二選答人數(%)	53(21.2)	22(8.8)	110(44)	65(26)	250(100)
國三選答人數(%)	50(19.5)	20(7.8)	150(58.4)	37(14.4)	257(100)
高一選答人數(%)	38(14.6)	12(4.6)	189(72.4)	22(8.4)	261(100)
高二選答人數(%)	66(24)	15(5.5)	178(64.7)	16(5.8)	275(100)

\*表示正確選項

表 151 O 大題第二層(題號 42 與題號 43)選項分析

選項	第二題				第三題				總計
	a	b	c	d	a	b	c(*)	d	
國二選答人數(%)	26(10.4)	20(8)	24(9.6)	5(2)	13(5.2)	13(5.2)	80(32)	4(1.6)	250(100)
國三選答人數(%)	21(8.2)	20(7.8)	29(11.3)	0(0)	9(3.5)	12(4.7)	121(47.1)	8(3.1)	257(100)
高一選答人數(%)	11(4.2)	13(5.0)	25(9.6)	1(0.4)	7(2.7)	10(3.8)	171(65.5)	1(0.4)	261(100)
高二選答人數(%)	13(4.7)	19(6.9)	49(17.8)	0(0)	6(2.2)	5(1.8)	167(60.7)	0(0)	275(100)

\*表示正確選項

由依據第一層選答結果(詳見表 150), 國二至高二分別有四成四、五成八、七成二、六成四的受試者選取了正確選項「兩事件發生的機率相等」(選項 c); 而選答「A 事件」(選項 a)者, 各年級所佔比例為一成四至二成四之間; 選答「B 事件」(選項 b)者, 各年級均未達一成; 選答「機率變化萬千, 無法判斷兩事件發生機率相等還是不相等」(選項 d)者, 除國二、國三分別有二成六、一成四之外, 高中各年級均未達一成。

再深入探究答題原因, 藉由分析第二層的選答結果(詳見表 151)得知: 國二至高二學生分別有持正確理由者, 約佔二成三、四成九、八成二、七成四。

答題錯誤類型方面, 除國二學生以選答第 42 題「一次一次投, 比較能控制; 2 枚骰子碰撞的次數較多, 所以較難控制」(選項 a)比例超過一成外最高外, 其餘各年級均以選答第 42 題「一次一次投擲機率是 $(1/6)$ 連加 2 次, 同時投擲機率是 $(1/6)$ 連乘 2 次」(選項 c)的比例為最高, 為主要的錯誤類型, 可見多數學生認為一次一次拿比同時拿取的機率為高, 而以不同的機率計算式來解釋。

(三)W 大題選答表現

W.比較下列兩事件發生的機率：

A 事件：同時投擲 4 枚硬幣，出現 4 次正面

B 事件：每次投擲 1 枚硬幣，連續投擲 4 次，出現 4 次正面

63.你認為 A 事件與 B 事件那一個發生的機率較大？

- a.A 事件 (請繼續回答 64.小題)
- b.B 事件 (請繼續回答 64.小題)
- c.兩事件發生的機率相等(請繼續回答 65.小題)
- d.機率變化萬千，無法判斷兩事件機率相等還是不相等 (請繼續回答 66.小題)

64.你認為 A 事件與 B 事件發生機率不一樣原因是？(選答後，請繼續作答 66.小題)

- a.1 次 1 次投，比較能控制；4 枚硬幣碰撞的次數較多，所以較難控制
- b.1 枚硬幣有 2 面，4 枚硬幣有 8 面，機率會不一樣
- c.1 次 1 次投擲機率是 1/2 連加 4 次，同時投擲機率為(1/2)連乘 4 次
- d.自己曾經投擲過，發現甲方法比較好投

65.你認為 A 事件與 B 事件發生機率相等原因是？(選答後，請繼續作答 66.小題)

- a.兩事件都只有發生與不發生兩種情形，所以兩事件發生的機率都是(1/2)
- b.每次投擲硬幣都不能確定出現那一面，所以兩事件的發生機率都無法確定
- c.硬幣出現正面反面的機率是 1/2，所以兩事件的發生機率都是(1/2)連乘 4 次
- d.機率都很小，根本不可能發生，因此兩者機率相同

問題分析：本題比較兩種擲硬幣方式，需分別計算兩事件機率，以比較是否屬於相同的機率架構，學生可能受”可控制性”另有概念影響而認為兩者機率不等。

表 152 W 大題第一層(題號 63)選項分析

選項	a	b	c(*)	d	總計
國二選答人數(%)	28(11.2)	37(14.8)	116(46.4)	69(27.6)	250(100)
國三選答人數(%)	20(7.8)	50(19.5)	148(57.6)	39(15.2)	257(100)
高一選答人數(%)	21(8.0)	40(15.3)	173(66.3)	27(10.3)	261(100)
高二選答人數(%)	23(8.4)	57(20.7)	184(66.9)	11(4)	275(100)

\*表示正確選項

表 153 W 大題第二層(題號 64 與題號 65)選項分析

選項	第二題				第三題				總計
	a	b	c	d	a	b	c(*)	d	
國二選答人數(%)	24(9.6)	19(7.6)	17(6.8)	5(2)	21(8.4)	12(4.8)	78(31.2)	5(2)	250(100)
國三選答人數(%)	23(8.9)	20(7.8)	23(8.9)	4(1.6)	22(8.6)	13(5.1)	110(42.8)	3(1.2)	257(100)
高一選答人數(%)	15(5.7)	17(6.5)	28(10.7)	1(0.4)	12(4.6)	0(0)	160(61.3)	1(0.4)	261(100)
高二選答人數(%)	11(4)	20(7.2)	45(16.4)	4(1.5)	15(5.5)	6(2.2)	163(59.3)	0(0)	275(100)

\*表示正確選項

由依據第一層選答結果(詳見表 152), 國二至高二分別有四成六、五成七、六成六、六成六的受試者選取了正確選項「兩事件發生的機率相等」(選項 c); 而選答「A 事件」(選項 a)者, 除國二達一成外, 其餘各年級均未達一成; 選答「B 事件」(選項 b)者, 各年級均介於一成四至二成之間; 選答「機率變化萬千, 無法判斷兩事件機率相等還是不相等」(選項 d)者, 國二、國三、高一分別有二成七、一成五、一成, 僅高二未達一成。

再深入探究答題原因, 藉由分析第二層的選答結果(詳見表 153)得知: 國二至高二學生分別有持正確理由者, 約佔二成三、四成九、八成二、七成四。

答題錯誤類型方面, 高中學生以選答第 64 題「1 次 1 次投擲機率是  $1/2$  連加 4 次, 同時投擲機率為  $(1/2)$  連乘 4 次」(選項 c)的比例為最高, 為主要的錯誤歸因類型, 認為一次一次拿比同時拿取的機率為高, 而以不同的機率算式解釋; 國中學生則以選答第 64 題「1 次 1 次投, 比較能控制; 4 枚硬幣碰撞的次數較多, 所以較難控制」(選項 a)、「1 次 1 次投擲機率是  $1/2$  連加 4 次, 同時投擲機率為  $(1/2)$  連乘 4 次」(選項 c)以及 65 題「兩事件都只有發生與不發生兩種情形, 所以兩事件發生的機率都是  $(1/2)$ 」(選項 a)比例大致相近, 均在一成左右, 均為主要的歸因錯誤類型。

## 第十節 「結果取向」次量表測驗結果分析

本次量表目的是量測學生是否有存有肯定或否定最近效應的另有概念，施測工具為題本 H、P、X 三大題。三大題均以降雨機率作為情境敘述，要求學生判斷是否會下雨，藉以判斷學生是否具有「結果取向」之另有概念。以下分成整體表現、各題選答表現兩小節來說明本次量表的答題情形。

### 一、整體表現

本小節分成難度與鑑別度分析、第一層試題得分分析、次量表得分分析、概念轉變分析以及差異性分析等五個部份來說明。

#### (一)難度與鑑別度分析

經由統計數據後發現，整體難度為.80，各年級的答對率(即題目難度)在.65至.92之間，且有隨年級而增高的趨勢，詳見表 151。可見此一另有概念隨年級升高而有下降的情況。

整體鑑別度為.41，各年級鑑別度在.51至.07之間，隨年級而有滑落的趨勢。國中兩個年級的鑑別度指數約為.5左右，高一的鑑別度指數為.21，尚能接受，高二的鑑別度指數僅有.07，幾無鑑別度可言，詳見表 154。

表 154 結果取向次量表第一層試題難度、鑑別度分析

各年級	難度	鑑別度
國二學生	.65	.50
國三學生	.73	.51
高一學生	.84	.21
高二學生	.92	.07
全體學生	.80	.41

#### (二)第一層試題得分分析

經由數據統計後發現，國二約有八成二、國三約有六成八、高一約有八成、高二約有八成的學生答對所有次量表的第一層試題，詳見表 155。

表 155 結果取向次量表第一層試題得分分析

年級	全對	答對兩題	答對一題	全錯	總人數
國二學生(%)	132(52.8)	43(17.2)	30(12)	45(18)	250(100)
國三學生(%)	176(68.5)	19(7.4)	25(9.7)	37(14.4)	257(100)
高一學生(%)	208(80.0)	30(11.5)	4(1.5)	19(7.3)	261(100)
高二學生(%)	221(80.4)	23(8.4)	14(5.1)	17(6.2)	275(100)
全體學生(%)	737(70.7)	115(11.0)	73(7.0)	118(11.3)	1043(100)

## (三)概念轉變分析

學生的答題一致性，可瞭解學生對於同一性質問題的作答是否受題目情境所影響。以次量表得分進行分析，發現以下情況：

答題具有一致性的人數，國二約佔五成九、國三約佔七成三、高一約佔八成四、高二約佔八成四，隨著年級增加而有比率提高的正相關趨勢；而答題一致中全對的人數比例亦隨年級而有顯著提高的趨勢，詳見表 156。

答題不具備一致性的情況，國二學生以答對兩題錯所佔的比例最高，國三則以全錯與答對一題的比例相近；高中學生則以答對兩題的比例為最高，全部答錯的人數則顯著減少。

表 156 「結果取向」次量表答題一致性分析

次量表得分	答題一致			答題不一致			
	0	3	小計	0	1	2	小計
國二學生(%)	17(11.4)	132(88.6)	149(100)	28(27.7)	30(29.7)	43(42.6)	101(100)
國三學生(%)	11(5.9)	176(94.1)	187(100)	26(37.1)	25(35.7)	19(27.1)	70(100)
高一學生(%)	11(5.0)	208(95.0)	219(100)	8(19.0)	4(9.5)	30(71.4)	42(100)
高二學生(%)	10(4.3)	221(95.7)	231(100)	7(15.9)	14(31.8)	23(52.3)	44(100)
全體學生(%)	49(6.2)	737(93.8)	786(100)	69(26.8)	74(28.8)	114(44.4)	257(100)

## (五)差異性分析

為探討本次量表的結果是否受學生的背景因素影響，因此對於各年級學生以 t 檢定與單因子變異數分析(ANOVA)進行差異性比較。高中學生探討性別與入學方式兩背景因素，國中學生僅討論性別因素。結果分別說明如下：

在性別因素上，經由 t 檢定的結果，各年級男女學生在作答結果上均未達到統計上的顯著差異，同時各年級的答題表現均是男生優於女生，詳見表 157。

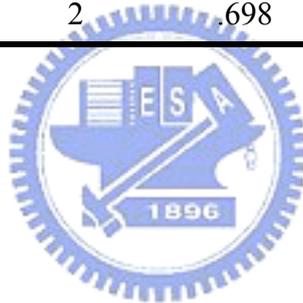
表 157 各年級學生性別與「結果取向」次量表得分 t 檢定摘要表

年級	男生組		女生組		標準誤差異 (男-女)	t 值	顯著性 (雙尾)
	平均值	標準差	平均值	標準差			
高二	2.649	.829	2.612	.856	.102	.355	.723
高一	2.654	.811	2.608	.870	.104	.446	.656
國三	2.358	1.079	2.195	1.178	.141	1.154	.250
國二	2.098	1.102	1.984	1.230	.148	.773	.440

其次，針對不同入學方式，採用單因子變異數進行分析，發現高中的兩個年級均未有差異性存在，顯見不同入學方式並未對本次量表的得分造成影響而有所差異，詳見表 158。

表 158 高中學生不同入學方式在「結果取向」次量表得分之差異比較

	平方和	自由度	平均平方和	F 檢定	顯著性
高二	.656	2	.328	.461	.631
高一	1.395	2	.698	.993	.372



## 二、各題選答表現

本研究以選項統計分析、答題錯誤類型分析兩部份對次量表進行逐題分析。

### (一)H 大題選答表現

H.如果氣象局預報明日新竹地區降雨機率為 90%，則：

22.你覺得這句話所代表的意義是？(請繼續作答 23.小題)

- a.明日新竹地區有 90%面積會下雨
- b.明日新竹地區上方的平均雲層密度為 90%
- c.明日新竹地區有 9 成機會某些地方會下雨
- d.明日新竹地區一定會下雨

表 159 H 大題第一層(題號 22)選項分析

選項	a	b	c(*)	d	總計
國二選答人數(%)	21(8.4)	21(8.4)	172(68.8)	36(14.4)	250(100)
國三選答人數(%)	9(3.5)	16(6.2)	199(77.4)	33(12.8)	257(100)
高一選答人數(%)	3(1.1)	12(4.6)	238(91.1)	8(3.1)	261(100)
高二選答人數(%)	3(1.1)	13(4.7)	245(89.1)	14(5.1)	275(100)

\*表示正確選項

經由選項分析得知，各年級答對正確選項「明日新竹地區有 9 成機會某些地方會下雨」的比例分別為六成八、七成七、九成一、八成九，詳見表 159。

答題錯誤類型部份，國中學生以選答「一定會下雨」(選項 d)者為最多，為主要的錯誤歸因類型，為一成二與一成四；高中學生則以選答「平均雲層密度為 90%」(選項 b)與「一定會下雨」(選項 d)兩者比例相近，但都未達一成，無明顯的錯誤歸因類型。

(二)P 大題選答表現

P.如果氣象局預報明日高雄地區降雨機率為 10%，則：

44.你覺得這句話所代表的意義是？(請繼續作答 45.小題)

- a.明日高雄有 10%面積會下雨
- b.明日高雄上方的平均雲層密度為 10%
- c.明日高雄有 1 成機會某些地方會下雨
- d.明日高雄不會下雨

表 160 P 大題第一層(題號 44)選項分析

選項	a	b	c(*)	d	總計
國二選答人數(%)	17(6.8)	30(12)	178(71.2)	25(10)	250(100)
國三選答人數(%)	11(4.3)	24(9.3)	198(77.4)	24(9.3)	257(100)
高一選答人數(%)	0(0)	21(8.0)	230(88.1)	10(3.8)	261(100)
高二選答人數(%)	1(0.4)	17(6.2)	248(90.2)	9(3.3)	275(100)

\*表示正確選項

經由選項分析得知，各年級答對正確選項「明日高雄有 1 成機會某些地方會下雨」的比例分別為七成一、七成七、八成八與九成，詳見表 160。

答題錯誤類型部份，各年級學生以選答「明日高雄上方的平均雲層密度為 10%」(選項 b)者為最多，為主要錯誤歸因類型，但除國二比例超過一成外，其餘各年級均未達一成；選答「明日高雄不會下雨」(選項 d)者，除國二達一成外，其餘各年級均未超過一成，可算是次要的錯誤歸因類型；而高中學生各個非正確選項的選答比例均未達一成，因此無明顯的錯誤歸因類型。

(三)X 大題選答表現

X.如果氣象局預報明日花蓮地區降雨機率為40%，則：

66.你覺得這句話所代表的意義是？(選答後，請結束作答)

- a.明日花蓮地區有40%面積會下雨
- b.明日花蓮地區上方的平均雲層密度為40%
- c.明日花蓮地區有4成機會某些地方會下雨
- d.明日花蓮地區不會下雨
- e.明日花蓮地區無法確定是否會下雨

表 161 X 大題第一層(題號 66)選項分析

選項	a	b	c(*)	d	e	總計
國二選答人數(%)	24(9.6)	24(9.6)	162(64.8)	12(4.8)	28(11.2)	250(100)
國三選答人數(%)	12(4.7)	21(8.2)	194(75.5)	7(2.7)	23(8.9)	257(100)
高一選答人數(%)	0(0)	17(6.5)	220(84.3)	2(0.8)	22(8.4)	261(100)
高二選答人數(%)	2(0.7)	16(5.8)	230(83.6)	1(0.4)	26(9.5)	275(100)

\*表示正確選項

經由選項分析得知，各年級答對正確選項「明日花蓮地區有4成機會某些地方會下雨」的比例分別為六成四、七成五、八成、八成三，詳見表161。

答題錯誤類型部份，各年級均以選答「明日花蓮地區無法確定是否會下雨」(選項e)者為最多，但僅國二學生比例超過一成，可算是各年級的主要歸因錯誤類型，而國中學生選答「明日花蓮地區上方的平均雲層密度為40%」(選項b)的比例接近一成，為次要的歸因錯誤類型；其餘各非正確選項之選答比例均未超過一成。

此外，具有「結果取向」另有概念的受試者，會以50%~60%的機率作為指標，以決定某事件是否發生。因此本次量表中針對此類答題者(H大題選答選項d，P大題選答選項d，X大題選答選項e)進行統計，發現共有26人(2.5%)，其中國二學生有9人(3.6%)，國三有8人(3.1%)，高一有4人(1.5%)，高二有5人(1.8%)。

# 第五章 結論與建議

本研究主要在編寫一份機率另有概念的診斷試題，因此對於本研究工具的信效度等相關數據作完整說明，同時對於相關數據所進行的研究與討論，亦有深入的說明。因此本章共分為兩節：第一節為研究結論，係根據第四章研究結果對第一章待答問題提出答案；第二節為研究建議，係根據第四章研究結果與討論對學生、教師與行政單位三方面以及未來研究提出建議。

## 第一節 研究結論

本節以第四章結果與討論內容，首先對於研究工具的信效度等相關數據進行說明，之後分別以各分析的方法與各次量表，呈現研究中的主要發現：

### 一、中學生機率另有概念診斷工具的難度、鑑別度與信效度

#### (一)診斷工具的難度

一般而言，試題的難度以接近.50最佳，因此時鑑別力可能達到最大，信度最高。但如果全部試題的難度都接近.50，則將會因為題目的同質性太高，反而會降低總分的鑑別力，故試題的難度應適度分散，而平均難度以接近.50為佳。

本研究工具試題的難度介於.23至.82之間，各次量表平均難度介於.26至.80之間，而整份測驗平均難度為.57，因此本研究所使用之「中學生機率另有概念雙層式診斷工具」難度適中。

#### (二)診斷工具的鑑別度

本小節係以鑑別度指數、Pearson相關係數與差異分析三方面來探討。

##### 1.鑑別度指數

整份試題鑑別度指數介於.10至.76之間，而整體的鑑別度指數平均為.50，依據美國測驗學者伊博(Ebel, 1979)提出鑑別力的評鑑標準來看，鑑別度指數在.40 以上屬於非常優良；.30~.39屬於優良，但可能需修改；.20~.29屬於尚可，但通常需修改；.19以下屬於劣，需淘汰或修改。因此本研究所研發之中學生機率另有概念診斷工具有優良的鑑別度。

##### 2.Pearson相關係數

另外，以Pearson相關係數方法，求得每一試題的作答情形與總得分之間的相關係數，分析結果發現：除「複合事件等機率」次量表外，每一試題與總得分之間的相關係數，皆在顯著水準為.01時呈顯著正相關。此也顯示本研究所使用之「中學生機率另有概念雙層式診斷工具」具有優良的鑑別度。

##### 3.差異分析

以單因子變異數分析方式，探討概念總得分高、中、低三組之差異情形，分析結果概念總得分高、中、低三組有顯著相關。此也顯示本研究所使用之「中學生機率另有概念診斷工具」有優良的鑑別度。

### (三)診斷工具之信度

本研究以Cronbach's  $\alpha$ 係數，探討受測者對每一試題作答的一致性情形，整份試題內部一致性為.837。顯示本研究所使用之「中學生機率另有概念雙層式診斷工具」有良好的內部一致性。

### (四)診斷工具之效度

本研究係以專家效度、內容效度、構念效度三個方面來說明「中學生機率另有概念雙層式診斷工具」具有良好的效度。

#### 1.專家效度

為提高測驗工具的效度，研究者敦請測驗評量的學者專家二名和技專校院教師二名進行試題審核，就測驗卷題目內容、文句措辭、編排方式等提供意見，研究者再加以修改。因此，本研究所使用之「中學生機率另有概念雙層式診斷工具」具有良好的專家效度。

#### 2.內容效度

研究者根據相關文獻整理出八項機率另有概念，並以此八項機率另有概念，編製出機率另有概念診斷工具雙向細目表。而研究測驗工具之編製過程，遵循雙向細目表來編製。因此，本研究所使用之「中學生機率另有概念雙層式診斷工具」具有良好的內容效度。

#### 3.建構效度

本研究以因素分析法與多元尺度法，探討各試題的分類關係，結果與本研究的原有架構相仿，因此本研究所使用之「中學生機率另有概念雙層式診斷工具」具有良好的建構效度。

## 二、學生答題類型分析

本研究以每一題組的整體答題情形，作為判斷學生是否具有此另有概念的判斷依據。由本研究工具中，全體學生的答題結果得知：在「肯定否定最近效應」次量表上，有31.9%的受試學生具有此一另有概念，僅有26.5%的受試學生不具有此另有概念；在「尋找短期規律性」次量表上，有34.1%的受試學生具有此一另有概念，僅有28.9%的受試學生不具有此另有概念；在「忽略樣本空間大小」次量表上，有67.3%的受試學生具有此一另有概念，僅有4.2%的受試學生不具有此另有概念；在「以目標數大小判斷」次量表上，有36.0%的受試學生具有此一另有概念，僅有11.3%的受試學生不具有此另

有概念；在「合取謬誤」次量表上，有37.6%的受試學生具有此一另有概念，僅有42.1%的受試學生不具有此另有概念；在「複合事件等機率」次量表上，有71.7%的受試學生具有此一另有概念，僅有2.3%的受試學生不具有此另有概念；在「一次投擲判斷偏誤」次量表上，有27.5%的受試學生具有此一另有概念，僅有36.3%的受試學生不具有此另有概念；在「結果取向」次量表上，有11.3%的受試學生具有此一另有概念，有70.7%的受試學生不具有此另有概念；

### 三、相關性探討

本研究首先將整體學生在各類次量表的作答結果進行因素分析與多元尺度法分析，因素分析結果發現八類另有概念萃取為兩個因素，第一個因素包含「尋找短期規律性」、「肯定與否定最近效應」、「一次投擲判斷偏誤」、「以目標數大小判斷」、「結果取向」等五個另有概念，而另一個因素包含「合取謬誤」、「複合事件等機率」、「忽略樣本空間大小」等三個另有概念。而在多元尺度法進行分析，則發現A(肯定與否定最近效應)、B(尋找短期的規律性)、G(一次投擲判斷偏誤)三個次量表彼此間距離較近，尤其A與G幾近重疊。

其次再分別以t檢定與單因子變異數分析的方式，探討各年級的答題差異性與不同背景資料（性別、入學方式）的差異性。現分別說明如下：

#### (一) 年級

以單因子變異數分析各年級的答題結果，發現差異達到統計上的顯著，經由事後分析發現除高中兩個年級之間並無差異性存在外，國中兩個年級，高二與國二、國三，高一與國二、國三，均有顯著的差異性，因此是否學習過國中的機率課程對於作答結果有所影響，國中的兩個年級有差異性存在可能是理解能力的關係，而升上高中之後到真正接受正式的機率課程前，則無多大的改變。

#### (二) 性別

在本研究工具的總得分上，高二學生因男女性別的不同而有顯著差異，其餘各年級則無差異性；而在次量表得分上，高二幾乎都具有差異性，且男生均優於女生；高一則在部份次量表上有差異性。此外在各次量表的得分上，各年級多為男生的表現優於女生，而高一則在「尋找短期規律性」次量表的表現上有女生顯著優於男生的情形；至於國中各年級則多半為男生優於女生，女生優於男生的情況較少，但是均未達顯著性。

#### (二) 入學方式

高二與高一兩個年級在總分上無此差異，僅有高二學生在「合取謬誤」次量表中差異性達到顯著，並且在總得分與大部份次量表上，「申請入學」組最高，其次為「登記分發」組，最後為「直升」組。

## 第二節 研究建議

根據整個研究過程、發現的結果與結論，研究者提出以下數點建議，做為教師教學及後續研究的參考。

### 一、對教師教學的建議

本研究期望能建立一份機率另有概念的診斷工具，用以瞭解學生所擁有的另有概念，因此在教學過程中提出幾點建議，作為教師在進行機率單元教學活動時能有所參考。

#### (一)將診斷測驗列入教學計畫中

另有概念的診斷，對於教師在課堂上即將進行的教學活動，能夠達到瞭解學生的起點行為之效，進而對於學生的已知盲點進行說明與改正。因此長久以來殊少受重視的診斷性測驗，應當重新給予其應有位置。

#### (二)加強機率基本概念的說明

由學生作答與參考文獻的結果得知：國小學童會有的機率另有概念，國中學生、高中學生也同樣具備，因此在教導機率單元時，應當加強學生對於機率概念的認知，使學生真正瞭解機率基本概念的意義，否則原本具備的另有概念將不易消除，對於入日後的機率課程學習將造成障礙。

### 二、對未來研究的建議

#### (一)擴大研究範圍

此次研究限於時間及經費上的考量，因此研究僅限於同一學校四個年級共二十八個班的學生，建議未來的研究者可以將規模擴大，將施測對象擴及全台北縣，或其它不同地區，以瞭解受測地區中學生的機率另有概念情況與本研究工具的信效度。

#### (二)研究工具更詳細發展

本研究以八項機率另有概念研發機率另有概念診斷工具，在內容上稍嫌不足。未來研究可再加入其它機率另有概念以增加診斷試題的廣度。此外，每一類型試題僅有三題，題數稍嫌過少，可考慮增加題數以更深入瞭解學生的另有概念情況。

在本研究中，「忽略樣本空間大小」與「複合事件等機率」兩個次量表的難度

與鑑別度不甚理想，可能是學生對於類似的敘述有會錯意的可能或是根本想成另外的一種情形，有待更進一步的深入瞭解原因為何。

### (三)施測方式與程序以網路化方式進行

另有概念的診斷，若以紙筆測驗進行作答，需耗費大量的人力與物力，若能利用資訊設備，將能事半功倍。只要能克服硬體設備的問題，同時對於學生線上測驗的真實性(即為學生本人受測，未受它人影響)能確認無誤，則藉由資訊方法，將能快速的收集學生的作答結果，進行分析後瞭解學生的程度。



# 參考文獻

## 中文部分

- 丁承，李琇玉（民84）。因素分析及多元尺度法在定位上的比較研究。管理科學學報，12(2)，267—285。
- 朱雅璋（民86）。國小學童機率的直觀研究。國立新竹師範學院初等教育研究所碩士論文，未出版，新竹市。
- 吳靜瑜（民89）。國小六年級學童機率概念之研究。國立嘉義師範學院國民教育研究所碩士論文，未出版，嘉義市。
- 李佳奇（民91）。高中生對條件機率解題策略與錯誤題型之探討。國立台灣師範大學數學研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 李源順（民83）。機率與統計教學研究的文獻探討，國立僑生大學先修班學報，2，313—352。
- 林燈茂（民81）。11-16歲學童之『相對差異』與『大數法則』概念初探。國立彰化師範大學科學教育研究所碩士論文，未出版，彰化市。
- 施能宏（民86）。國小高年級學生機率文字題表現之研究。國立台中師範學院國民教育研究所碩士論文，未出版，台中市。
- 施能宏（民88）。機率問題處理之另有概念與策略。國教之聲，33，27-35。
- 唐小媛（民92）。國中生『動物生殖』另有概念的成因分析及概念轉變教學法的研究。國立交通大學理學院網路學習專班碩士論文，未出版，新竹市。
- 梁慶儀（民90）。技職學院機率迷失概念診斷工具。國立台中師院數學教育所碩士論文，未出版，台中市。
- 郭生玉（民85）。心理與教育測驗（10版）。台北市：精華。
- 陳芷羚（民91）。探討中學生機率概念與判斷偏誤關係之研究。國立台灣師範大學科學教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 陳英豪、吳裕益（民84）。測驗與評量。高雄：復文圖書。
- 陳順宇、鄭碧娥（民82）。國中生機率能力評量分析。中華民國第八屆科學教育與學術研討會論文集編，39-67。
- 曾淑雯（民92）。國中生對一些試驗發生機會相等或不相等認知之研究。國立台灣師範大學科學教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 邱皓政（民92）。量化研究與統計分析：SPSS 中文視窗版資料分析範例解析（2版）。台北市：五南。
- 黃俊英（民84）。多變量分析（5版）。台北市：五南。

## 英文部分

- Ali, E. (2002). Effects of conceptual assignments and conceptual change discussions on students' misconceptions and achievement regarding force and motion. *Journal of research in science teaching*, 39(10), 1001-1015.
- Bar Hillel, M., & Falk, R. (1982). Some teasers concerning conditional probabilities. *Cognition*, 11, 109-122.
- Cohen, J. (1957). Subjective probability. *Scientific American*, 197,128-138.
- Ebel, R. L. (1979). *Essentials of educational measurement*. (3rd ed.) Englewood Cliffs, N. J.:Prentice-Hall.
- Eryilmaz, A. (2002). Effects of conceptual assignments and conceptual change discussions on students' misconceptions and achievement regarding force and motion. *Journal of research in science teaching*, 39(10), 1001-1015.
- Falk, R.(1989). The Judgment of Coincidences: Mine Versus Yours. *The American Journal of Psychiatry*, 102, 477-493.
- Falk, R., & Konold, C. (1997). Making sense of randomness: Implicit encoding as a basis for judgment. *Psychological Review*, 104, 301-318.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht, The Netherlands : Reidel.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in Science and Mathematics. An Educational Approach*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company
- Fischbein, E. (1990). Intuition and information processing in mathematical activity. *International Journal of Educational Research*, 14(1), 31-50.
- Fischbein, E., & Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal for research in mathematics education*, 28, 98-105.
- Fischbein, E., Deri, M., Nello, M.S., & Marino, M.S. (1991). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*,16(1),3-17.
- Fischbein, E., Gazit, A. (1984). Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? *Educational Studies in Mathematics*, 15, 1-24.
- Fischbein, E., Nello, M. A. & Marino, M. S. (1991). Factors affecting probabilistic judgments in children and adolescents. *Educational Studies in Mathematics*, 22(6), 523-549.
- Green, D. R. (1983). A survey of probability concepts in 3000 publils ged 11-16 years. In proc. First Int. conf. On Teaching Statistics, 2, Teaching Statistics Trust, 766-783

- Hawkins, A., & Kapadia, R. (1984). Children's conceptions of probability : A psychological and pedagogical review. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 349-377.
- Helm, H. (1980). Misconceptions in physics amongst South African students. *Physics Education*, 15, 92-105.
- Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A., & Mogill, A. T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. *Educational Studies in Mathematics*, 32, 101-125.
- Kahneman, D. & Tversky, A. (1972). Subjective probability : A judgment of presentativeness. *Cognitive psychology*, 3, 430-454.
- Kahneman, D. & Tversky, A. (1973). On the psychology of prediction. *Psychological Review*, 80, 237-251.
- Konold, C. (1983). Conceptions about probability : reality between a rock and a hard place. (Doctoral dissertation, University of Massachusetts, 1983). *Dissertation Abstracts International*, 43, 4179B.
- Konold, C. (1989). Informal conceptions of probability. *Cognition and instruction*, 6(1), 59-98.
- Konold, C. (1991). Understanding students' beliefs about probability. In E. von Glasersfeld (Ed.), *Radical Constructivism in Mathematics Education* (139-165). Holland : Kluwer.
- Konold, C. (1994). Teaching Probability through Modeling Real Problems. *Mathematics Teacher*, 87(4), 232-235.
- Konold, C. (1996). Representing Probabilities with Pipe Diagrams. *Mathematics Teacher*, 87(5), 378-382.
- Konold, C., Pollatsek, A., Well, A., Lohmerier, J., & Lipson, A. (1993). Inconsistencies in students' Reasoning about Probability. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(5), 392-414.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1951). *The origin of the idea of chance in children*, English translation 1975. Routledge and Kegan Paul, London.
- Pollatsek, A. & Konold, C. (1987). Understanding conditional probabilities. *Organizational behavior and human decision process*, 40, 225-269.
- Pollatsek, A., Lima, S., & Well, A. D. (1981). Concept or computation: Students' understanding of the mean. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 191-204.
- Roland, S. (ED.). (1983). *Decision making under uncertainty*. Amsterdam : New York.

- Shaughnessy, J.M. (1977). Misconceptions of probability : an experiment with a small-group, activity-based, model building approach to introductory probability at the college level. *Educational Studies in Mathematics*, 8, 295-316.
- Shaughnessy, J.M. (1992-1993). Research in probability and statistics. In D. Grouws(Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, pp.465-494 .New York: Macmillan.
- Siegler, R. S. (1981). Developmental sequences within and between concepts. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 46(2), 1-74.
- Treagust, D.F. (1988). Development and use of diagnostic tests to evaluate students' misconceptions in science. *International Journal of Science Education*, 10, 159-169.
- Tversky, A. & Kahneman, D. (1973). Availability : A heuristic for judging frequency and probability. *Cognitive Psychology*, 5, 207-232.
- Tversky, A. & Kahneman, D. (1974). Judgment under uncertainty : Heuristics and Biases. *Science*, 185, 1124-1131.
- Tversky, A. & Kahneman, D. (1982). Judgment of and by representativeness. In D. Kahneman, P. Slovic, & A. Tversky(Eds.), *Judgment under uncertainty : Heuristics and Bias*.
- Tversky, A. & Kahneman, D. (1983). Extensional versus intuitive reasoning : The conjunction fallacy in probability judgment. *Psychological Review*, 90(4), 293-315.
- Tversky, A. & Kahneman, D. (1978). Extensional versus intuitive reasoning: The conjunction fallacy in probability judgment, *psychological Review*, 90(4), 293-315.
- Wortzel, R. (1979). New Life Style Determinants of Women's Food Shopping Behavior, *Journal of Marketing*, 43(1): 28-39.