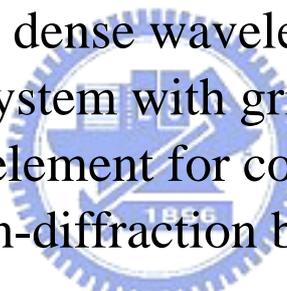


國立交通大學
光電工程研究所
博士論文

利用稜鏡光柵製作高密度分波解多工系統和分色層無繞射相位繞射元件之研究

Studies on a dense wavelength division demultiplexing system with grism structure and a diffractive phase element for color-division pseudo non-diffraction beam



研究生：施至柔

指導教授：陸懋宏

中華民國九十四年六月

利用稜鏡光柵製作高密度分波解多工系統
和分色層無繞射相位繞射元件之研究

Studies on a dense wavelength division demultiplexing system
with grism structure and a diffractive phase element for
color-division pseudo non-diffraction beam

研究生：施至柔

Student : Jyh-Rou Sze

指導教授：陸懋宏

Advisor : Mao-Hong Lu

國立交通大學

光電工程研究所



A Thesis

Submitted to Institute of Electro-Optical Engineering
College of Electronic Engineering and Computer Science
National Chiao Tung University

In partial Fulfillment of the Requirements

For the Degree of

Doctor

In

Electro-Optical Engineering

June 2005

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十四年六月

利用稜鏡光柵製作高密度分波解多工系統和 分色層無繞射相位繞射元件之研究

學 生：施至柔

指導教授：陸懋宏

國立交通大學光電工程研究所

摘要

本論文的研究工作共分為兩部份，分別為具有特殊功能的繞射相位元件與自由空間型的高密度分波解多工系統的研究。

在論文的第一部份，將說明具有特殊功能繞射相位元件的研究工作，我們分別利用共軛梯度法與振幅相位重建演算法設計出能產生三色層無繞射光束的繞射相位元件，再利用黃光微影製程與反應離子蝕刻技術製作出所需的繞射元件，最後利用數值方法作各項誤差分析，實驗量測結果顯示所製作的繞射元件具有所要求的光學特性，例如在一定的軸向距離內能產生六段層無繞射光束並且在每一段光束中只存在一種波長。

在論文的第二部份，將說明自由空間型高密度分波解多工系統的研究工作，此系統具有 16 個通道並且每個通道中心波長差為 0.8nm。首先我們利用 KRS-5 紅外材料設計出稜鏡光柵作為自由空間型的分波解多工器，利用精密鑽石微加工車床直接在稜鏡表面刻劃出閃耀光柵，此光學稜鏡與閃耀光柵的複合元件稱為稜鏡光柵。為了估算製程誤差對光學特性的影響，我們利用數值方法計算出在各種不同的製程誤差下分波解多工器的光學特性，由模擬計算與實驗量測結果可知所設計的分波解多工器其光學特性為極化無關並且具有好的光學效率與訊噪比。其次，我們設計出此分波解多工器與商用光纖陣列間的耦合裝置，利用黃光微影製程與感應耦合電漿蝕刻系統在矽基板上製作出光管陣列，再使用高溫氧化法在光管陣列的表面氧化出一層抗反射薄膜以降低光管的表面損耗。最後，我們結合了稜鏡光柵與光管陣列成為一個完整的分波解多工系統並量測其光學特性，量測結果顯示此系統具有預期的光學特性，此分波解多工系統的每個通道的介入損失約為 2.4 dB，而相鄰通道的串話約為 -17dB。

Studies on a dense wavelength division demultiplexing system with grism structure and a diffractive phase element for color-division pseudo non-diffraction beam

Student : Jyh-Rou Sze

Advisor : Mao-Hong Lu

Institute of Electro-Optical Engineering
National Chiao-Tung University

ABSTRACT

In this thesis, there are two parts, one describes about a free-space dense wavelength division demultiplexing system (DWDDM) and the other describes a diffractive phase element (DPE) with special function.

In the first part, the design and fabrication of the DPE that synthesizes three-color pseudo-nondiffracting beams (PNDBs) is described. This DPE is designed with the amplitude-phase retrieval method and the conjugate gradient method. The designed element is fabricated by using optical contact lithography and reactive-ion etching (RIE). The influences of several errors on the optical properties of the fabricated element are analyzed with the numerical analysis. Measurements demonstrate that the fabricated DPE has the desired function, i.e., forming six-segment PNDB over a finite axial region and monochromatic in each segment.

In the second part, a free-space dense wavelength division-demultiplexing (DWDDM) system in the fiber communication is proposed. The system has sixteen channels with wavelength spacing of 0.8nm in the C band wavelength region. Firstly, the design and fabrication of a low-loss demultiplexer with a KRS-5 grism structure for this system is carried out. This demultiplexer has been successfully fabricated by a precise plunge-cut diamond-turning technology. The influences of the process errors on the optical properties of the device are discussed. Numerical calculations and measurements indicate that this demultiplexer is polarization-independent and has higher optical efficiency and signal to noise ratio (SNR). Secondly, a light pipe array as a coupling system between the demultiplexer and a commercial fiber array has been designed and fabricated on a silicon-on-insulator wafer by using optical contact

lithography and inductively coupled plasma-reactive-ion etching. In order to reduce the insertion loss, an anti-reflection coating is formed on the end surfaces of light pipe array with the thermal oxidation method. Finally, the performances of the DWDDM system that consists of the fabricated demultiplexer and light pipe array are measured. The experimental measurements demonstrate that this demultiplexing system shows good optical performance. The insertion loss for each channel is about 2.4 dB, and the next-neighbor cross talk is lower than -17dB.



誌謝

首先要感謝天恩師德，給予後學這個機緣順利完成學業。並且要感謝陸懋宏老師，在這六年的研究生涯中給予無數的指導，無論是在研究工作或是為人處世上都讓人受益非淺。與陸老師相處的這段歲月，是我人生中最難得的經歷，老師所豎立的典範將使我受用無窮。

此外要感謝李克怡老師，讓我能初窺光電領域的奧妙，無論是在求學過程或是生涯規劃上給予我無數的建議與幫助。

還要感謝我的爸爸媽媽，每當我遭遇挫折時總是不斷的鼓勵我，讓我有繼續向前的信心與勇氣，終至完成學業。還有我的哥哥、大嫂和弟弟是我生活上的良師益友。

感謝工研院機械所與儀器科技研究中心在研究工作上給予我無數的幫助，尤其是呂英宗、林暉雄、王浩偉、林宗信、傅同龍、林宇仁、翁俊仁等許多的學長，與高清芬學姊等都是我所要感謝的。



綠竹終年青

~於交大盛夏

目錄

中文摘要	I
英文摘要	II
誌謝	IV
目錄	V
表目錄	VII
圖目錄	VIII

I 緒論

1.1 繞射光學元件的發展	1
1.2 繞射光學元件的設計方法	4
1.3 繞射光學元件的製作方法	9
1.4 繞射光學元件的應用	10
1.5 論文的主要工作	11

II 特殊功能繞射相位元件

第一章 能產生三色層無繞射光束的繞射元件的設計與製作

1.1 前言	13
1.2 理論基礎	15
1.3 振幅相位重建演算法	20
1.4 共軛梯度法	28
1.5 元件的製作	32
1.6 元件的量測	35
1.7 誤差分析	40
1.8 討論	49
1.9 結論	52

III 利用繞射元件實現自由空間型高密度分波解多工系統

第一章 利用稜鏡光柵結構設計與製作高密度分波解多工器

1.1 前言	54
1.2 相關理論	62
1.3 計算結果	70
1.4 量測結果	74
1.5 誤差分析	81

第二章 利用光管陣列設計稜鏡光柵分波解多工器與光纖陣列的耦合裝置	
2.1 前言	88
2.2 光管陣列的設計	89
2.3 光管陣列的製作	91
2.4 量測結果	95
2.5 封裝	99
2.6 具有梯形結構的光管陣列	102
2.7 結論	103
參考文獻	105
著作目錄	109



表目錄

表 1	傳統幾何光學元件與繞射光學元件的比較	3
表 2	積分因子 \hat{G} 的么正程度與 R_1' 的關係表	16
表 3	經由反應離子蝕刻製程所造成的蝕刻深度誤差比較表	36
表 4	在各種不同距離的取樣平面上所計算與量測的繞射效率與訊噪比的比較	38
表 5	應用於分波解多工器之各種技術比較整理表	61
表 6	所設計稜鏡光柵表面輪廓深度與寬度值和量測值的比較	77
表 7	各光學元件穿透率的比較	77



圖目錄

圖 1	傳統透鏡與繞射相位元件在外觀尺寸上的比較	2
圖 2	繞射/折射複合光學元件示意圖	3
圖 3	GS 算法的計算流程圖	7
圖 4	旋轉對稱的光學系統示意圖	15
圖 5	振幅相位重建法的計算流程圖	23
圖 6	不同的參考波長 λ_0 在最佳化後對誤差函數值的影響	23
圖 7	第一類第零階貝塞爾光束與計算的層無繞射光束，在各種不同取樣平面與所對應的訊號波長的照度分布比較圖	25
圖 8	所計算十六階繞射元件表面輪廓深度分布曲線圖	26
圖 9	由十六階繞射元件光場重建後的三色六段層無繞射光束的軸向照度分布曲線	26
圖 10	由十六階繞射元件光場重建後的三色六段層無繞射光束的照度分布	27
圖 11	所設計十六階繞射元件的表面輪廓分布	31
圖 12	十六階繞射元件軸向光場重建照度分布圖	31
圖 13	製作十六階繞射元件所使用的光罩	33
圖 14	製作十六階繞射元件的基本概念圖	34
圖 15	繞射元件實體照片	36
圖 16	以探針式表面輪廓量測儀測量十六階繞射元件的表面橫向部分輪廓分布	37
圖 17	十六階繞射元件的光學特性量測設備架構圖	37
圖 18	十六階繞射元件的軸向光場重建照度分布圖	38
圖 19	在各種不同距離的取樣平面所量測的照度分布圖	39
圖 20	具有傾斜誤差的繞射元件的計算示意圖	40
圖 21	座標旋轉後具有傾斜誤差的繞射元件的計算示意圖	40
圖 22	繞射元件傾斜各種不同角度的偏差對軸上波長為 632.8nm 的照度分布的影響	43
圖 23	繞射元件傾斜各種不同角度的偏差對軸上波長為 514.5nm 的照度分布的影響	44
圖 24	繞射元件傾斜各種不同角度的偏差對軸上波長為 488.0nm 的照度分布的影響	45
圖 25	入射波面具有誤差時的計算示意圖	46
圖 26	在各種不同半徑的發散球面波波面入射於繞射元件時，波長為 632.8nm 的軸向照度分布曲線圖	47

圖 27	在各種不同半徑的發散球面波波面入射於繞射元件時，波長為 514.5nm 的軸向照度分布曲線圖	47
圖 28	在各種不同半徑的發散球面波波面入射於繞射元件時，波長為 448.0nm 的軸向照度分布曲線圖	48
圖 29	線垂直度誤差所造成的影響	51
圖 30	具有對準誤差的繞射元件的剖面示意圖	51
圖 31	提升傳輸速度的方法	54
圖 32	應用薄膜濾波器實現分波解多工器示意圖	56
圖 33	應用光纖光柵實現分波解多工器示意圖	57
圖 34	應用陣列波導光柵實現分波解多工器示意圖	58
圖 35	應用反射光柵實現分波解多工器示意圖（一）	59
圖 36	應用反射光柵實現分波解多工器示意圖（二）	59
圖 37	應用稜鏡光柵結構實現分波解多工系統的示意圖	62
圖 38	稜鏡光柵示意圖	62
圖 39	稜鏡光柵解多工器示意圖	63
圖 40	串聯兩塊稜鏡光柵的分波解多工系統示意圖	67
圖 41	商用光束準直透鏡	70
圖 42	在聚焦透鏡前表面處部分通道中心波長的橫向光強度分布計算曲線 圖	72
圖 43	在聚焦透鏡前表面處部分通道中心波長的相位分布計算曲線圖	72
圖 44	在焦平面處部分通道中心波長的橫向光強度分布計算曲線圖	73
圖 45	所設計分波解多工器十六個通道計算穿透譜圖	73
圖 46	以鑽石微加工技術製作稜鏡光柵示意圖	74
圖 47	製作完成的稜鏡光柵	76
圖 48	以 ZYGO 光學式表面輪廓儀測量光柵的表面輪廓圖	76
圖 49	各通道中心波長光強度分布量測架構示意圖	77
圖 50	各通道中心波長在焦平面處的光強度分布量測圖	79
圖 51	在焦平面處部分通道中心波長的橫向光強度分布量測曲線圖	80
圖 52	各通道中心波長繞射效率理論計算與實驗量測結果的比較	80
圖 53	當製程誤差變異量為 $\delta_x = \delta_z = 50nm$ 時，每個光柵溝槽所對應的誤差 量	82
圖 54	帶有製程誤差變異量為 $\delta_x = \delta_z = 25nm$ 的稜鏡光柵，在稜鏡光柵輸出平 面處部分通道中心波長的橫向光強度分布計算曲線圖	84

圖 55	帶有製程誤差變異量為 $\delta_x = \delta_z = 25nm$ 的稜鏡光柵，在聚焦透鏡前表面處部分通道中心波長的橫向相位分布計算曲線圖	84
圖 56	帶有製程誤差變異量為 $\delta_x = \delta_z = 25nm$ 的稜鏡光柵，在焦平面處部分通道中心波長的橫向光強度分布計算曲線圖	85
圖 57	帶有製程誤差變異量為 $\delta_x = \delta_z = 50nm$ 的稜鏡光柵，在稜鏡光柵輸出平面處部分通道中心波長的橫向光強度分布計算曲線圖	85
圖 58	帶有製程誤差變異量為 $\delta_x = \delta_z = 50nm$ 的稜鏡光柵，在稜鏡光柵輸出平面處部分通道中心波長的橫向相位分布計算曲線圖	86
圖 59	帶有製程誤差變異量為 $\delta_x = \delta_z = 50nm$ 的稜鏡光柵，在焦平面處部分通道中心波長的橫向光強度分布計算曲線圖	86
圖 60	帶有不同製程誤差變異量的稜鏡光柵，在焦平面處參考波長的橫向光強度分布計算曲線圖	87
圖 61	在焦平面處參考波長 $\lambda_f = 1550.8nm$ 的光強度分布量測與計算結果的比較	87
圖 62	高密度分波解多工系統示意圖	88
圖 63	光管陣列與光纖陣列的接合情形	89
圖 64	所設計的光管陣列的規格	90
圖 65	光管的彎曲半徑與彎曲損耗的關係曲線圖	90
圖 66	製作完成的局部光管陣列電子掃描顯微鏡照片(一)	92
圖 67	製作完成的光管陣列局部電子掃描顯微鏡照片(二)	92
圖 68	光管側壁粗糙度量測圖	93
圖 69	高溫氧化爐管溫度隨時間變化曲線	93
圖 70	二氧化矽薄膜厚度與氧化時間的關係曲線	94
圖 71	鍍有不同厚度二氧化矽薄膜的光管陣列的照片	94
圖 72	量測光管陣列光學特性的實驗架構	96
圖 73	光管陣列輸出端的光場強度分布圖	97
圖 74	對於具有不同厚度二氧化矽薄膜的光管陣列的各通道光學效率曲線	97
圖 75	量測高密度分波解多工系統光學頻譜的實驗架構	98
圖 76	高密度分波解多工系統十六個通道的頻譜分布曲線圖	98
圖 77	分波解多工系統的封裝結果	100
圖 78	光管陣列與商用光纖陣列的接合情形	100
圖 79	分裝後十六通道的分波解多工系統實體照片	101
圖 80	分裝後的分波解多工系統的頻譜分布曲線圖	101
圖 81	具有梯形結構的光管陣列立體示意圖	102



I 緒論

1.1 繞射光學元件的發展

傳統光學中的幾何光學是基於光線的直線傳播為基礎並利用光線的折射和反射原理，設計出各種光學元件而實現各種所需的光學功能。由於這種光學理論完全不考慮光的波動性，這會對它的適用性帶來一些的限制。當光學元件的特徵尺寸接近於所使用的光波波長時，光的波動性逐漸明顯而產生繞射效應。在一般的情況下，用幾何方法來描述光在介質中的傳播行為依然不失為一個十分好的近似[1]。從 1960 年起全像術 (Hologram) 和電腦產生全像 (Computer Generate Hologram, CGH) 的相繼出現，人們就發現可以基於光波繞射原理設計出適當的繞射光學元件，並實現出各種傳統光學元件難以達到的特殊功能。

直到了 1970 年代中期，隨著半導體製程技術的不斷進步，由其是電子束圖形產生器、微影曝光機與反應離子蝕刻機等一整套微細加工設備的推陳出新，為製作各種細微結構的繞射元件提供了可能的製作方法。繞射光學元件從而獲得的研究發展逐漸受到重視，繞射光學理論的研究工作即在此年間逐漸蓬勃發展，而成為一個新的光學研究領域。

繞射光學理論主要是研究如何利用光波繞射效應設計出所需的繞射光學元件 (Diffractive optical elements, DOEs) 而實現傳統光學元件所無法達到的特殊功能，繞射光學元件是基於光波繞射理論並以半導體製程技術為主要製作方式，這種光學元件不但具有厚度薄、重量輕、結構緊密並易於複製等諸多優點，且易與其他光電元件彼此結合，以促使光學系統朝向輕型化、微型化與積體化等方向發展。

繞射光學元件主要又可分為振幅型繞射元件與相位型繞射元件兩種，其中相位型的繞射元件因為沒有能量衰減的問題而具有很高的光學使用效率，所以比較受到重視。另外，這種繞射元件的相位變化只侷限在 0 至 2π 的範圍內，若以折射率為 1.5 的材質製作繞射元件，可將一個具有一定厚度的光學元件壓縮到接近兩個波長厚度的薄層內。圖 1 為傳統透鏡與繞射相位元件在外觀上的比較，根據繞射相位元件的製作方法又可將繞射相位元件分類為兩種：一是如圖

1(b)所示具有連續表面結構的繞射相位元件。另一類如圖 1(c)所示需將表面結構為連續分布的元件量化為二進階的表面輪廓分佈。

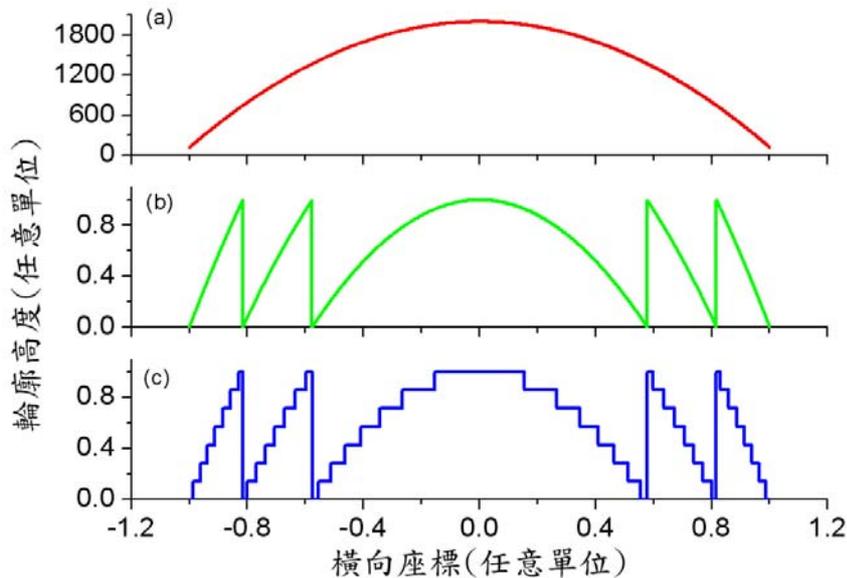


圖 1 傳統透鏡與繞射相位元件在外觀尺寸上的比較。(a)傳統透鏡，(b)具有連續輪廓的繞射元件，(c)二進階量化輪廓的繞射元件。

表一所示為繞射光學元件與傳統幾何光學元件在基本特性上的比較。從表中可以看到，幾何光學元件與繞射光學元件不僅在外觀上有一定的差異，更重要的差別在於它們的設計理論基礎、製作方法與可實現功能都有本質上的不同。

在 1988 年，斯渥森(Swanson)和維得卡姆(Veldkamp)等人提出了繞射/折射複合光學元件(diffractive/refractive optical element, D/ROE)[2]，如圖 2 所示為一個結合了繞射元件與折射元件的複合透鏡示意圖。利用繞射光學元件的負色散特性修正折射透鏡的軸上色差和球差。此一應用說明了繞射元件與傳統折射元件的結合開啟了在光學成像領域新的一頁。由於繞射元件的製程技術不斷的創新與突破，使其在光學通訊 (Optical communication)、光學計算 (Optical calculation)、大容量數據儲存、光學連接 (Optical interconnection) 與光學成像等眾多領域有著廣泛的應用。

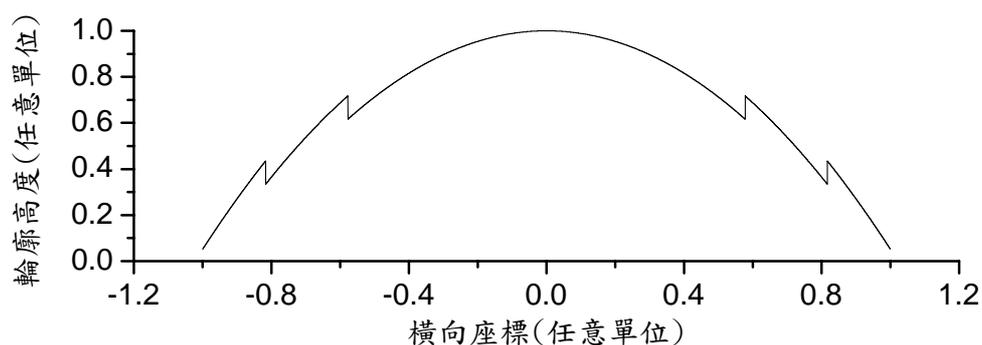


圖 2 繞射/折射複合光學元件示意圖

表 1 傳統幾何光學元件與繞射光學元件的比較

	傳統幾何光學元件	繞射光學元件
一般特性	外觀尺寸較厚	外觀尺寸非常薄
	元件的重量較重	元件的重量較輕
	高製作成本	低製作成本
理論設計基礎	以幾何光學為基本設計理論 (主要根據折射與反射定理)	以波動光學為基本設計理論 (可分為純量繞射理論與向量繞射理論兩種)
製作方式	機械研磨與拋光， 可以射出成形或玻璃模造技 術達成大量生產的目的	半導體製程技術或 鑽石車削微加工技術， 可以熱壓技術達成大量生產的目的
特點	光學特性與光學波長的相 關性較小	光學特性與光學波長的相關性較大
	光學元件通常為單一功能	可設計出特殊功能的光學元件

1.2 繞射光學元件的設計方法

繞射相位元件的設計方法十分類似光學成像系統設計技巧中所使用的相位補償法。在已知入射光場振幅分布和目標波面分布的條件下，如何根據這些已知條件計算出繞射相位元件的相位分布，使得此元件能調制入射光場而產生預期波面的輸出光場。

繞射光學元件的設計理論大致可分為純量繞射理論 (Scalar diffraction) 與向量繞射理論 (Vector diffraction) 兩種。當繞射光學元件的最小結構尺寸與所使用的光波波長十分接近或小於光波波長時，不同偏振態的入射光波將對輸出光場具有不同的影響[3,4]，此時純量繞射理論將不再適用而必須嚴格地根據邊界條件求解麥克斯威爾方程組 (Maxwell equation)，以進行繞射光學元件的計算，這就是向量繞射理論[5,6]。一般而言，向量繞射理論的計算十分複雜，對於非週期性結構的繞射光學元件，如何根據輸出目標光場的特性，在向量繞射理論的規範下準確地計算出繞射元件的相位分布還是一個有待研究的課題。

在一般的情況下，當繞射光學元件最小特徵結構尺寸遠大於光波波長時，不同偏振態的入射光對輸出光場的影響就顯得不那麼明顯，純量繞射理論就能夠合理地描述出繞射元件的光學特性並將其應用於繞射光學元件的設計上。

依據純量繞射理論的規範與薄元件的近似下，可將繞射元件看成是一個薄相位平面 $\phi(x, y)$ ，當以一個相位為 $\phi_{in}(x, y)$ 的光波入射此薄相位元件時，可在緊貼於此元件的背面產生一個新的相位分布為 $\phi_{out}(x, y)$ 的新光場，而光波的相位變換可表示為

$$\phi_{out}(x, y) = \phi(x, y) + \phi_{in}(x, y) \quad (1.1.1)$$

當 $\phi_{in}(x, y)$ 為已知入射光場的相位函數， $\phi_{out}(x, y)$ 為已知的目標相位函數，則可求解出此相位元件的相位函數

$$\phi(x, y) = \phi_{out}(x, y) - \phi_{in}(x, y) \quad (1.1.2)$$

當已知的入射光場穿透此相位元件後，再經過適當的數學近似則可利用純量繞射理論描述光波在自由空間中的傳播行為，如菲涅耳繞射 (Fresnel diffraction) 與夫朗和費繞射 (Fraunhofer diffraction) 等近似理論[7,8]。

為了實現所設計的繞射相位元件，相位函數常被限制在 $0 \sim 2m\pi$ 的範圍內，其中整數 m 為繞射元件所對應的繞射級數，繞射元件的相位函數可重新改寫為

$$\varphi(x, y) = [\phi(x, y) + \phi_0] \bmod [2m\pi], \quad (1.1.3)$$

其中 ϕ_0 為外加的常數相位，對於穿透式繞射相位元件，其表面輪廓函數 $h(x, y)$ 與相位分佈函數之間的關係可以表示為

$$h(x, y) = \frac{\lambda_f}{n_s(\lambda_f) - 1.0} \frac{\varphi(x, y)}{2\pi}, \quad (1.1.4)$$

其中 λ_f 為所使用的參考波長， n_s 為材料的折射率函數，由 (1.1.3) 式可知當繞射元件的相位函數經過約束後為一個不連續的函數，函數跳躍點的位置會隨 ϕ_0 的值而改變，這種改變不會影響繞射相位元件的光學特性，但卻能有效地改善繞射相位元的表面輪廓以提高元件的誤差寬容度，如製程誤差與基板材料因熱脹冷縮所產生的誤差等[9]。

1.2.1 周期性光柵

繞射光學元件主要是由能使入射光波產生繞射現象的波帶區所組成，不同波帶區的繞射光（單縫繞射）再相互產生干涉（縫間干涉）而形成所需的波前。閃耀光柵是周期性繞射光柵中的一個典型例子，主要是由具有周期性光學特性的結構所組成，並適當的調整閃耀角(Blazed angle)使單縫繞射因子的主極大與縫間干涉因子的某繞射級數的繞射光重疊，以使特定繞射級數的繞射光具有最大的繞射效率。根據純量繞射理論，所設計的參考波長(Reference wavelength, λ_f)在第 m_0 繞射級的訊號光具有近似 100%的繞射效率，而相鄰波長 λ 在第 m 繞射級數附近的繞射效率可利用下式作估算 [10]：

$$\eta(\lambda, m) = \text{sinc}^2 \left[m_0 - m \frac{\lambda_f}{n_s(\lambda_f) - 1.0} \frac{n_s(\lambda) - 1.0}{\lambda} \right], \quad (1.1.5)$$

其中 $n_s(\lambda)$ 為波長 λ 的介質折射率。閃耀光柵與光學稜鏡一樣都具有分離不同波長的功能。光學稜鏡是利用不同的波長在相同的介質中具有不同的折射角而達到分離不同波長的目的。閃耀光柵是利用不同的波長具有不同的繞射角而達到分離不同波長的目的。閃耀光柵與光學稜鏡相較之下容易獲得較大的色散。近年來由於製作光柵的技術水準有很大的進展，因此可容易製作出成本低廉與品質優異的閃耀光柵。在本論文中我們將說明如何利用光學稜鏡與閃耀光柵的結合而設計出可應用於光通訊領域的高密度分波解多工器，其中不但包含了光學

稜鏡的優點而且具有閃耀光柵的高色散特性，因此具有較高的色散與封裝誤差容忍度等優點[10]。

但為了因應複雜功能繞射元件的需求，必須設計非週期性繞射元件，我們簡單說明其設計原理如下。

1.2.2 最佳化設計

繞射光學元件是基於繞射原理而達到調制輸出光場的目的進而實現出各種複雜的功能。近年來對於具有複雜輸出光場的特殊繞射元件的需求已經相當普遍，目前繞射元件的設計無法直接根據輸出光場的特性得到解析解，因而必須利用數值演算法以來回迭代的方式得到近似解。這種近似解雖然無法完全讓人滿意但卻也能符合實際需求。現今所發表的演算法有許多種，在此我們僅列舉幾種一般較常用的方法來作簡短的說明。

(1) 光線追跡法(Ray-tracing method)

光線追跡法是設計光學元件最早且最基本的方法[11]，不論是在折射透鏡系統的設計或是繞射元件的設計方面都有其應用層面。此方法最早由 Bryngdahl 所提出[12]，利用程涵方程(Eikonal Equation)來規範每根追跡的光線應滿足的條件，然後根據輸入平面和輸出平面的能量守恆原理，就可以得到緊貼在輸入平面後方的繞射元件的相位分布函數。利用 $\phi(x, y)$ 來描述繞射相位元件的相位分布再以(1.1.1)式的相位匹配條件來計算出此繞射元件應有的相位分布函數[13]。

(2) GS 演算法(Gerchberg-Saxton algorithm)

最早由 Gerchberg 和 Saxton 兩人在 1972 年提出，由輸入平面與輸出平面的兩個給定強度分布函數來計算出輸入和輸出平面上光場相位分布的一種算法，一般稱為 GS 算法[14]或 IFT 算法 (Iterative Fourier transform algorithm)。如圖 3 的計算流程圖所示，該算法首先選擇初始輸入平面的相位分布函數 ϕ_1 以進行傅里葉變換，再將輸出平面上預定得到的振幅分布函數 $\tilde{\rho}_2$ 代替計算值再進行傅里葉逆變換，最後在輸入平面上用已知的振幅分布函數 ρ_1 代替計算值，反覆迭代而達到所需的要求。

GS 算法主要是利用快速傅里葉轉換法 (Fast Fourier transform, FFT) 為計

算主軸，因此所需的計算時間相當短，但是在計算中卻時常出現迭代停滯的現象。為了克服這一困難，Wyrowski 等人提出了多種有效的修正算法[15,16]，不僅可以解決迭代過程中的停滯現象[17]，而且還能夠提高收斂速度。他的基本想法是對輸入平面的相位施加更多的約束，不僅考慮原有的結果，而且將上一次計算得到的結果做進一步的修正，再加入約束條件中，這樣的修正算法能使輸出光場以更快的速度向預定的光場靠近。

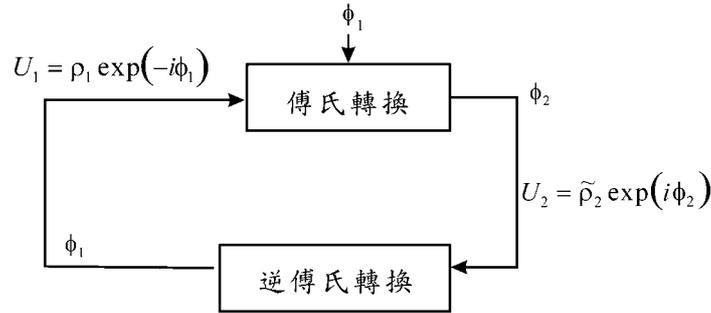


圖 3 GS 算法的計算流程圖

(3) 振幅相位重建演算法(Amplitude-phase retrieval algorithm)

無論是 GS 算法還是其修正算法，都是基於傅里葉變換系統，正是一個么正變換系統。於 1981 年中國科學院北京物理所楊國楨 (G. Z. Yang) 與顧本源 (B. Y. Gu) 兩位學者提出了可運用於非么正變換系統中的迭代算法 [18-20]，這種算法是在 GS 演算法內引入一個非對角元素矩陣項，使整個系統的迭代比 GS 演算法多出了一個內循環的迭代步驟，因此迭代過程較為費時，但卻能解決非么正變換系統中的逆求解問題，且容易推展到多波長與多輸出平面的繞射相位元件的設計問題中。本論文中即應用了振幅相位重建演算法設計出能產生彩色廣無繞射光束的繞射相位元件[21]，這種繞射元件能沿著光軸產生所需的光場。

(4) 共軛梯度法(Conjugate-gradient method)

共軛梯度法是解決非線性問題的一種演算法[22]，也是目前解決無約束最佳化問題 (Unconstrained optimization problem) 的方法之一。在一般繞射元件的設計中，通常所在意的是輸出平面上的強度分布，因此可將輸出平面上的相位分布視為自由變量，再利用帶有權重的誤差函數來估算所設計出的輸出光場與預定輸出光場的逼近程度。繞射相位元件的設計問題可以視為去求解一組輸

入平面相位分布函數使誤差函數達到極小值。其中相位因子附加上任何 2π 的整數倍時，對波前不帶來任何影響，在一般的情況下都將相位侷限在 $[0, 2\pi]$ 內。在共軛梯度法的最佳化過程中引入一個三角函數，可將繞射相位元件的設計工作轉化為一個對相位不施加任何侷限的無約束最佳化問題。由於在搜尋解的過程中每個搜尋方向均為共軛方向且彼此線性無關，因此具有收斂速度快的優點，是目前求解無約束最佳化問題中最常用的方法之一。本論文中我們也將說明利用共軛梯度法設計所需的繞射相位元件。

以上所列舉的算法在迭代的過程中都能迅速的收斂且對於處理龐大的數據特別顯得迅速有效，但該方法的計算結果卻對初始設定值很敏感，並且容易陷入局部極值（Local minimum），因此迭代所得到的解都是誤差函數的局部極小值，並依賴於迭代算法中所選用的初始相位。近年來發展出一種演算法稱為全域最佳化法（Global optimization method），如模擬燧火演算法[23]和基因遺傳演算法[24,25]等較不依賴初始相位的計算方法，且對於避開局部極值的計算非常有效，但是使用這些方法的缺點是計算量特別龐大且費時，因此比較適合在大型工作站中作計算。



1.3 繞射光學元件的製作方法

早期繞射光學元件的製作主要是利用照相製版或是以雷射光干涉曝光技術來達成。因為繞射效率過低限制了繞射光學元件的應用範圍。從 1980 年起隨著半導體製程設備的演進，遂帶動起繞射光學元件製作技術的發展，如今已能有效地製作出高光學性能的繞射光學元件。繞射光學元件的製作方法可分為二進階繞射元件的製作[26]與連續輪廓分布的繞射元件的製作[27,28]兩種，以下則對這兩種製作技術作一個概略性的說明。

(1) 二進階繞射相位元件的製作

這類繞射相位元件的製作方法主要是根據半導體製程的製作步驟，因此可分為以下三個步驟：

- (a) 光罩的製作。
- (b) 黃光微影製程。
- (c) 基板蝕刻製程。

光罩的製作主要是根據所要求的線寬 (Line width) 大小與精確度的不同，可選用電子束或雷射光束在一塊玻璃或石英基板上製作出透光與不透光相間的圖形，繞射元件的表面輪廓分布若有 2^N 個量化步階時，就需要製作 N 個光罩。在黃光微影製程的製作過程中，主要是將光罩上的亮暗圖形轉移至光阻上，這個步驟是將基板上的光阻經由 UV 光曝光或 X 射線曝光後再經過顯影與定影的程序而完成。基板蝕刻可分為濕式蝕刻與乾式蝕刻兩種。濕式蝕刻是直接利用化學溶劑來溶解基板材料，這種蝕刻方法不具方向性，但是會因為基板本身的晶格排列方向而影響個方向的蝕刻速率。乾式蝕刻主要可分為反應離子刻蝕、電漿蝕刻與準分子雷射蝕刻等數種方法，它主要是利用物理轟擊和化學蝕刻的方式將基板材料直接腐蝕成氣體或是將晶格斷鍵而達到蝕刻的目的。這種具有蝕刻方向性的製作方式使蝕刻後的圖形具有很好的側壁垂直度，蝕刻精度也較高。但是由於多道光罩的製程卻衍生出對準誤差與蝕刻深度誤差等諸多問題，這些誤差降低了繞射元件的光學性能。

(2) 連續相位分布的繞射元件的製作

連續相位分布的繞射元件可以經由直寫技術在基板上直接刻劃出所需的連續表面輪廓，它不需要經過多次黃光微影製程的步驟，直接透過聚焦的電子束或雷射光束掃描基板表面的感光塗層，並適當的控制光能量與曝光時間，再經過一次顯影與定影的步驟即形成所需要的連續輪廓，經過刻蝕過程將連續輪廓分布的感光塗層轉移到基板上。

另一種連續相位分布的繞射元件的製作方式是以鑽石刀具微加工技術，目前所知主要是針對圓對稱繞射元件或是一維的繞射光柵的製作，由於製作相當費時且只能單件生產，因此比較適合於加工金屬模具，在以此模具射出成形或是熱壓的方式達到量產的目的。

1.4 繞射光學元件的應用

由於繞射光學元件具有體積小、重量輕並且能夠靈活地控制光波的波面等優點，為光學設計提供了更多的自由度，不但能集多功能於一身又可大量複製，因此有著寬廣的應用前景。直至目前為止，繞射光學元件已有許多應用，例如，積體平面微光學系統中的光束微型偏轉鏡[29,30]、多焦點透鏡[13]、光學計算、光學平行處理系統中的光連接器、光束整形元件[31]、無繞射光束產生器[32]、紅外成像系統中的元件[33]、光學分波聚焦透鏡[34]和材料加工系統中的繞射元件、抗反射元件[35]與用於成像系統中消色差複合透鏡等都有很好的應用。

1.5 論文的主要工作

本論文設計與製作出週期性與非週期性繞射元件，並分別實現在光通訊領域與具有特殊功能的繞射相位元件的應用中，以下將研究工作分為兩部份來作介紹：

(1) 特殊功能繞射相位元件

在此部份將說明一個能產生彩色層無繞射光束的繞射相位元件的研究工作，我們分別使用共軛梯度法與振幅相位重建演算法設計出此一非週期性的繞射相位元件，並以數值方法計算出繞射元件的公差對其光學特性的影響，最後利用半導體製程的方式製作出所設計的繞射元件，並實際量測出繞射元件的光學特性。

(2) 利用繞射元件實現自由空間型高密度分波解多工系統

所設計的分波解多工系統共可分為兩個部份，一個是自由空間型分波解多工器，另一個是此分波解多工器與商用光纖陣列之間的耦合裝置。

在本部份第一章中將說明利用光學稜鏡與周期性閃耀光柵的複合元件實現出一個在自由空間中操作的分波解多工器，此元件簡稱為稜鏡光柵 (grism)。我們利用高精度鑽石微加工車床直接在材料為 KRS5 紅外材料的光學稜鏡斜邊上刻劃出閃耀光柵，並且架設一套量測裝置來量測此元件的光學特性。最後以數值方法分析此元件在不同製程誤差下對其光學特性的影響

在第二章中將說明前章所製作的分波解多工器與光纖陣列之間的耦合裝置，此耦合裝置可將分波解多工器的輸出訊號耦合至商用標準的光纖陣列，以完成整個分波解多工系統。我們使用標準的半導體製程技術與感應耦合電漿反應離子深蝕刻技術 (Inductively coupled plasma-reactive-ion etching, ICP-RIE) 完成元件的製作，利用高溫氧化製程技術完成端面的抗反射鍍膜的製程。在最後階段我們嘗試完成此分波解多工系統封裝的工作而達到光纖輸入與光纖輸出的單一模組。

II 特殊功能繞射相位元件



第一章 能產生三色層無繞射光束的繞射元件的設計與製作

本章主要是利用一個能產生三色六段層無繞射光束的繞射元件來說明非週期性繞射元件的設計工作。由於所設計的元件無法以逆求解的方式得到解析解，因此我們利用最佳化的數值方法計算出繞射元件的表面輪廓分布函數，並以實驗的方法驗證所設計的繞射元件。

1.1 前言

近年來，國際上不斷有文獻在探討與研究如何利用繞射元件在光軸的方向調制出所需的光場分布[36-44]。貝塞爾光束（Bessel beam）[38-43]與貝塞爾高斯光束（Bessel-Gaussian）[44]沿著光軸方向具有近似恆定光照度而光場的橫截面具有窄光束分布，這兩種光束具有傳播距離很遠而不發散的特性所以被稱為無繞射光束（non-diffraction beam）。由於貝塞爾光束具有無限多個旁波瓣（side lobe），需要無窮大的孔徑與能量才能產生，因此很難應用於實際的光學系統中。然而 J. Rose 提出具有有限孔徑的光學元件也能使軸向光場照度在一定的距離內維持穩定，而在光場的橫截面還能保持窄光束的特性，這種光束稱為層無繞射光束（pseudo non-diffraction beam）。我們簡短的介紹無繞射光束與層無繞射光束如下。

1.1.1 無繞射光束

第零階貝塞爾光場分布的無繞射光束最早在 1987 年被提出[38,39]，它的特點是在無邊界自由空間中傳播時，與光軸垂直的每個橫向取樣平面的光場照度峰值總能保持相同，並且橫向光照度分布又很集中，此照度分布具有很強的空間侷限性。這種光場在傳播的過程中並不會發生發散的現象，因此這類光束被稱作無繞射光束。無繞射光束不但具有主光斑尺寸小（最小可達波長量級）的特點，而且具有較高的照度峰值、方向性好與傳播距離遠等諸多優點，因此這種光束不但可應用於高精度定位或準直的光學系統中，而且可應用於光鉗（Optical tweezers）以獲取微小顆粒物質，在製程方面也可應用於雷射直寫加工的技術中。但在實際的光學系統中，元件孔徑所產生的邊界條件是存在的，因此無法得到所需的無繞射光束。然而從數值計算和實驗結果證明了在有限孔徑的條件下，近似貝塞爾分布的光束仍然可以傳播到相當遠的一段距離並保持無繞射光束的主要特性。目前有下列幾種方法可實現無繞射光束，例如幾何軸向錐鏡(axicon)[45]，利用 Fabry-Perot 空間濾波的方式[46]、全像片[47]、圓對稱周期性光柵[48]、繞射式軸向錐鏡[49]、電腦全像片[50]與繞射光學元件[51,52]等都可用來產生近似的無繞射光束。

1.1.2 廣無繞射光束

由於產生貝塞爾形式無繞射光束的條件十分嚴苛，在實際的系統中很難實現，但是有一種能在軸向一定的距離內產生等光照度分布的光束稱為廣無繞射光束(pseudo non-diffracting beam, PNDB) [53-57]。這種廣無繞射光束的照度分布十分類似於貝塞爾光束的分布，在一定的傳播距離內具有軸向等光照度分布與橫向窄光束分布等優點。

有些文獻提出利用共軛梯度法 (conjugate-gradient method) 設計出能產生單色 (monochromatic) 單段或兩段廣無繞射光束的繞射元件[58]，接下來幾年也發表了這些繞射元件的實驗結果，並利用相同方法成功地設計出能產生雙色四段廣無繞射光束的繞射元件[59,60]。

在本章中，我們分別利用振幅相位重建演算法與共軛梯度法等優化方法設計出此一非週期性的繞射相位元件，這種繞射相位元件能產生三色六段廣無繞射光束[21]。如序論中所述，這些數值演算法已被應用於處理一些相位重建的問題，在獲得一些修正後也可應用於設計各式功能的繞射相位元件。我們利用這些方法在菲涅耳 (Fresnel) 轉換系統中設計出具有多重輸出平面的繞射相位元件，藉由引入帶有權重因子的誤差函數 (error function) 並利用這兩種演算法以求誤差極小值的方式設計出此一繞射相位元件並估算其效能。在計算中所使用的公式也將作一番詳細的說明。我們在一塊石英基板上利用黃光微影製程與乾式蝕刻的方式完成繞射元件的製作，最後將比較繞射元件的計算與量測結果，其中包含了每一段廣無繞射光束的橫向照度分布與貝塞爾光束作一比較。對於在量測中可能會引起的誤差也利用數值方法做了一些分析與討論，這些量測誤差分別包含了繞射元件組裝的傾斜誤差與入射光束偏離平面波的誤差對輸出光場的影響等。

1.2 理論基礎

在設計繞射元件之前，我們先說明光波的傳遞行為與所對應的數學表示式。本論文中的設計例子是以數值計算的方式完成繞射元件的設計工作，在設計之初需將所使用的數學表示式根據取樣定理作離散化。以下將說明繞射元件的設計原理與取樣定理。

1.2.1 設計原理

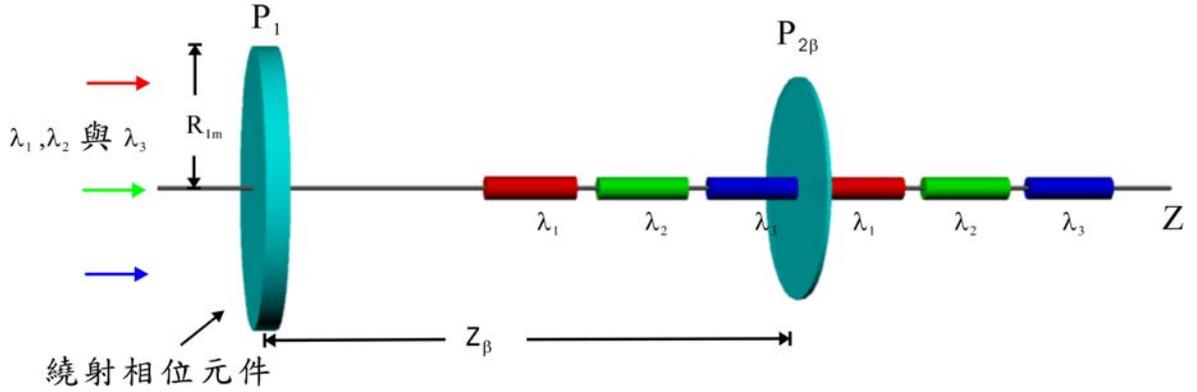


圖 4 旋轉對稱的光學系統示意圖。

圖 4 為一個旋轉對稱的光學系統，以三種不同波長（ $\lambda_1 = 632.8nm$ ， $\lambda_2 = 514.5nm$ 和 $\lambda_3 = 488.0nm$ ）的平面波為入射光束，將繞射相位元件置於此系統的輸入平面 P_1 ，則通過此繞射元件後波長為 λ_α 的波前函數可以一個振幅函數 $\rho_1(r_1, \lambda_\alpha)$ 和相位函數 $\phi_1(r_1, \lambda_\alpha)$ 來表示。

$$U_{1,\alpha} = U_1(r_1, \lambda_\alpha) = \rho_1(r_1, \lambda_\alpha) \exp[i\phi_1(r_1, \lambda_\alpha)], \quad (2.1.1)$$

其中 r_1 為旋轉對稱繞射元件的橫向座標。波長為 λ_α 的平面波通過此繞射元件後繼續於自由空間（free space）中傳播，而沿著光學系統光軸方向第 β 個輸出平面 $P_{2\beta}$ 的波前分布可以一個振幅函數 $\rho_2(r_2, \lambda_\alpha, z_\beta)$ 和相位函數 $\phi_2(r_2, \lambda_\alpha, z_\beta)$ 來表示。

$$U_{2,\alpha\beta} = U_2(r_2, \lambda_\alpha, z_\beta) = \rho_2(r_2, \lambda_\alpha, z_\beta) \exp[i\phi_2(r_2, \lambda_\alpha, z_\beta)] \quad (2.1.2)$$

在菲涅耳（Fresnel）近似下，輸出平面的光場分布可以下式計算出

$$U_2(r_2, \lambda_\alpha, z_\beta) = \int G(r_1, r_2, \lambda_\alpha, z_\beta) U_1(r_1, \lambda_\alpha) dr_1 \\ = \frac{2\pi}{i\lambda_\alpha z_\beta} \exp(i2\pi z_\beta / \lambda_\alpha) \exp(i\pi r_2^2 / \lambda_\alpha z_\beta) \int_0^{R_1} \rho_1(r_1, \lambda_\alpha) \exp\left\{i \frac{2\pi}{\lambda_\alpha} [(n_\alpha - 1)h(r_1)]\right\} \\ \times J_0\left(\frac{2\pi r_1 r_2}{\lambda_\alpha z_\beta}\right) \exp(i\pi r_1^2 / \lambda_\alpha z_\beta) r_1 dr_1, \quad (2.1.3)$$

光學傳播函數可定義為

$$G(r_1, r_2, \lambda_\alpha, z_\beta) = \frac{2\pi}{i\lambda_\alpha z_\beta} \exp(i2\pi z_\beta / \lambda_\alpha) \exp(i\pi(r_1^2 + r_2^2) / \lambda_\alpha z_\beta) J_0\left(\frac{2\pi r_1 r_2}{\lambda_\alpha z_\beta}\right), \quad (2.1.4)$$

其中 $J_0(2\pi r_1 r_2 / \lambda_\alpha z_\beta)$ 為第一類第零階的貝塞爾函數， r_1 與 r_2 分別為輸入平面與輸出平面的橫向座標， z_β 為第 β 個輸出平面與輸入平面的距離， R_1 為繞射元件的半徑， n_α 為繞射元件基板在波長為 λ_α 時的光學折射率， $h(r_1)$ 為繞射元件在橫向座標 r_1 處的表面輪廓高度。其中(2.1.3)式可改寫為

$$U_2(r_2, \lambda_\alpha, z_\beta) = \hat{G}(r_1, r_2, \lambda_\alpha, z_\beta) U_1(r_1, \lambda_\alpha), \quad (2.1.5)$$

其中 \hat{G} 為光學傳播函數的積分因子。當一個低損耗的光學系統滿足近軸近似 (paraxial approximation) 的條件，則積分因子 \hat{G} 將會是一個么正算符 (unitary operator)，並滿足 $\hat{G}^+ \hat{G} = \hat{I}$ 的條件。但在大部分的情況下， \hat{G} 將不會是么正算符，也就是 $\hat{G}^+ \hat{G} = \hat{A} \neq \hat{I}$ ，其中+表示厄米特 (Hermitian) 共軛運算， \hat{I} 為單位矩陣， \hat{A} 為厄米特運算子。為了評估 \hat{G} 的么正程度，可定義出如下的式子作為判斷。

$$B(R'_1) = \frac{1}{N_2} \sum_{j=1}^{N_2} |A_{i,j}|, \quad (2.1.6)$$

$$C(R'_1) = \frac{1}{N_2(N_1-1)} \sum_{j=1}^{N_2} \sum_{i=1}^{N_1} |A_{i,j}|, \quad (2.1.7)$$

其中 $B(R'_1)$ 為算符 \hat{A} 的對角元素平均值， $C(R'_1)$ 為算符 \hat{A} 的非對角元素平均值， $R'_1 = R_1 / \sqrt{\lambda_\alpha z_\beta}$ 。當 R'_1 趨近於無窮大時， $B(R'_1)$ 和 $C(R'_1)$ 將分別為 1 和 0， \hat{G} 將近似於么正算符，對於非么正轉換系統 $B(R'_1)$ 將逐漸小於 1， $C(R'_1)$ 將逐漸大於 0。如表 2 所示當 $R'_1 > 16$ 時，則可將光學系統視為近似么正轉換系統。

表 2 積分因子 \hat{G} 的么正程度與 R'_1 的關係表。

R'_1	$B(R'_1)$	$C(R'_1)$	$C(R'_1)/B(R'_1)$ (%)
128	1.00000	0.00023	0.023
64	1.00000	0.00047	0.047
32	1.00000	0.00104	0.104
16	0.99060	0.00830	0.838
8	0.49975	0.03953	7.910
4	0.24980	0.04330	17.333

1.2.2 取樣定理 (sampling theorem)

為了數值計算與數學分析的目的，將一個連續函數離散化後再進行分析往往比較方便。如果一個連續函數的取樣點夠密，所產生的離散函數則足以精確地表示出原來的連續函數，也就是可利用簡單的內插行為重現出連續函數。有一種特殊函數稱為限帶函數 (band-limited function)，所謂限帶函數是指這類函數的傅里葉轉換只在頻率空間中的某一段有限區域上不為零。根據此限帶函數可計算出適當的取樣頻率。

繞射元件的橫向取樣點數 N_1 的選定主要依據元件的製程限制，其值大小也將影響純量繞射理論的適用性。在輸出平面和輸出光軸的取樣點數則必須根據取樣定理作出設定，才能合理地描述出繞射光場在每個輸出平面和輸出光軸上的行為。

1.2.2.1 橫向取樣定理 (transverse sampling theorem)

奈奎斯頻率 (Nyquist frequency) 的定義如下：

$$\Delta\nu_t = \frac{R_1}{\lambda_\alpha z_\beta} \quad (2.1.8)$$

根據上式可計算出最小的取樣頻帶範圍為 $[-\nu_t, \nu_t]$ ，取樣頻帶寬為 $2\nu_t$ 。橫向最大取樣間隔可表示為下式：

$$\Delta r_2 = \frac{1}{2\Delta\nu_t} = \frac{\lambda_\alpha z_\beta}{2R_1} \quad (2.1.9)$$



1.2.2.2 軸向取樣定理 (axial sampling theorem)

對於軸上的輸出光場分布，我們可改寫(2.1.3)式為

$$\begin{aligned} U_2(r_2=0, z_\beta) &= \frac{\exp(ikz_\beta)}{i\lambda_\alpha z_\beta} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty r_1 U_1(r_1, \theta_1) \exp\left(i\frac{k}{2z_\beta} r_1^2\right) dr_1 d\theta_1 \\ &= \frac{2\pi \exp(ikz_\beta)}{i\lambda_\alpha z_\beta} \int_0^\infty r_1 \bar{U}_1(r_1) \exp\left(i\frac{k}{2z_\beta} r_1^2\right) dr_1 \end{aligned} \quad (2.1.10)$$

其中

$$\bar{U}_1(r_1) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} U_1(r_1, \theta_1) d\theta_1 \quad (2.1.11)$$

上式為 $U_1(r_1, \theta_1)$ 在 θ_1 座標空間的平均值或是零階圓對稱諧波 (circular harmonic)。

將(2.1.10)式作以下的變數代換，

$$\nu = \frac{1}{2\lambda_\alpha z_\beta}, q = r^2 \quad (2.1.12)$$

可得

$$\begin{aligned} U_2(r_2=0, z_\beta) &= \bar{U}_2(\nu) = -i2\pi\nu \exp\left(i\frac{\pi}{\lambda_\alpha^2\nu}\right) \mathfrak{F}^{-1}\{\hat{U}_1(q)\} \\ &= \exp(ikz_\beta) \mathfrak{F}^{-1}\left\{\frac{d\hat{U}_1(q)}{dq}\right\}, \end{aligned} \quad (2.1.13)$$

其中

$$\hat{U}_1(q) = \begin{cases} \bar{U}_1(r_1) & \text{若 } q \geq 0 \\ 0 & \text{若 } q < 0 \end{cases} \quad (2.1.14)$$

由 (2.1.13) 式可知 q 和 ν 之間是一種傅里葉轉換的關係。 $\bar{U}_1(r_1)$ 的變數域為 $[0, R_1]$ ， R_1 為所設計繞射元件的半徑。 $\hat{U}_1(q)$ 的變數域為 $[0, R_1^2]$ ，可推得 $d\hat{U}_1(q)/dq$ 的變數域亦在 $[0, R_1^2]$ 之內。由 (2.1.13) 式的傅里葉關係式與函數 $H_2(\nu) = \bar{U}_2(\nu) \exp[-i(\pi/\lambda_\alpha^2\nu)]$ 可知 $H_2(\nu)$ 函數為一個帶通函數 (band pass function)，其中 $\exp[i(\pi/\lambda_\alpha^2\nu)]$ 為一個已知的相位因子，由 $\bar{U}_2(\nu)$ 所給定的取樣點數可推得 $H_2(\nu)$ 的取樣點數。根據以上的條件可定義出對於變數 ν 所容許的最小取樣頻率為

$$\Delta\nu_{field} = \frac{1}{2\lambda_\alpha z_\beta} - \frac{1}{2\lambda_\alpha(z_\beta + \Delta z_{field})} = \frac{1}{R_1^2 - 0^2} \quad (2.1.15)$$

根據上式可推導出軸向光場的最小取樣間距為

$$\Delta z_{field} = \frac{4\pi z_\beta^2}{kR_1^2 - 4\pi z_\beta} \quad (2.1.16)$$

在一般的狀況下 $R_1^2 \gg 2\lambda_\alpha z_\beta$ ，因此軸向光場的最小取樣間距可近似為

$$\Delta z_{field} \approx 2\lambda_\alpha \left(\frac{z_\beta}{R_1}\right)^2 \quad (2.1.17)$$

在大多數的情況下，我們所關心的是光場的照度分布 $|\bar{U}_2(\nu)|^2$ ，從 (2.1.13) 式可得軸上的照度分布函數為

$$|\bar{U}_2(\nu)|^2 = \left| \mathfrak{F}^{-1}\left\{\frac{d\hat{U}_1(q)}{dq}\right\} \right|^2, \quad (2.1.18)$$

其中 $|\bar{U}_2(\nu)|^2$ 變數域的範圍為 $[-R_1^2, R_1^2]$ ，其所對應的帶寬 (bandwidth) 需滿足下式

$$BW_{|\bar{U}_2(\nu)|^2} \leq R_1^2, \quad (2.1.19)$$

所對應的取樣間距公式的推導與前面類似，因此可計算出軸向照度取樣間距為

$$\Delta z_{\text{intensity}} = \frac{2\pi z_{\beta}^2}{kR_1^2 - 2\pi z_{\beta}} \quad (2.1.20)$$

在一般的狀況下 $R_1^2 \gg \lambda_{\alpha} z_{\beta}$ ，因此軸向的最小取樣間距可近似為

$$\Delta z_{\text{intensity}} \approx \lambda_{\alpha} \left(\frac{z_{\beta}}{R_1} \right)^2 \quad (2.1.21)$$

根據以上的取樣定理，可決定出輸出空間中沿著光軸方向的取樣點數 N_z 和橫向的取樣點數 N_2 ， N_{λ} 為入射光束中所包含的波長個數。(2.1.1)式與(2.1.2)式可以矩陣方式表示為

$$U_{1,i\alpha}(r_{1,i}, \lambda_{\alpha}) = \rho_{1,i\alpha}(r_{1,i}, \lambda_{\alpha}) \exp\left[i2\pi(n_{\alpha} - 1)h_1(r_{1,i})/\lambda_{\alpha} \right], \quad (2.1.22)$$

$$U_{2,j\alpha\beta}(r_{2,j}, \lambda_{\alpha}, z_{\beta}) = \rho_{2,j\alpha\beta}(r_{2,j}, \lambda_{\alpha}, z_{\beta}) \exp\left[i\phi_{2,j\alpha\beta}(r_{2,j}, \lambda_{\alpha}, z_{\beta}) \right], \quad (2.1.23)$$

$$U_{2,j\alpha\beta}(r_{2,j}, \lambda_{\alpha}, z_{\beta}) = \sum_{i=1}^{N_1} \hat{G}_{ij\alpha\beta}(r_{1,i}, r_{2,j}, \lambda_{\alpha}, z_{\beta}) U_{1,i\alpha}(r_{1,i}, \lambda_{\alpha}), \quad (2.1.24)$$

其中 $\hat{G}_{ij\alpha\beta}(r_{1,i}, r_{2,j}, \lambda_{\alpha}, z_{\beta})$ 所對應的是一個 $N_1 \times N_2 \times N_{\lambda} \times N_z$ 維度的矩陣，下標 $i=1,2,3,\dots,N_1$ ， $j=1,2,3,\dots,N_2$ ， $\alpha=1,2,\dots,N_{\lambda}$ 與 $\beta=1,2,3,\dots,N_z$ 。 $h_{1,i}$ 為繞射元件在第 i 個離散取樣點的表面輪廓高度。

接下來的問題是有效運用數值方法，如振幅相位重建演算法、共軛梯度演算法、模擬熄火演算法或基因遺傳演算法等最佳化演算法，找出整個繞射元件每一個取樣點的表面輪廓高度 $h_{1,i}(r_{1,i})$ ，使繞射元件能產生所需的光場照度分布，三種波長分六段的層無繞射光束，每一段中只存在一種波長的訊號，並沿著光軸方向的光場照度為均勻分布。

1.3 振幅相位重建演算法(amplitude-phase retrieval algorithm)

1.3.1 計算方法

在計算中，為了估算實際的波前分布 $\hat{G}U_1$ 與預期要得到的波前分布 U_2 的接近程度，需引入如下的誤差函數（error function）：

$$\begin{aligned}
 E &= \sum_{\beta=1}^{N_z} \sum_{\alpha=1}^{N_k} \left| U_{2,\alpha\beta} - \hat{G}_{\alpha\beta} U_{1,\alpha} \right|^2 \\
 &= \sum_{\beta=1}^{N_z} \sum_{\alpha=1}^{N_k} \text{Tr} \left\{ U_{2,\alpha\beta}^+ U_{2,\alpha\beta} - U_{2,\alpha\beta}^+ \hat{G}_{\alpha\beta} U_{1,\alpha} - U_{1,\alpha}^+ \hat{G}_{\alpha\beta} U_{2,\alpha} + U_{1,\alpha}^+ \hat{A}_{\alpha\beta} U_{1,\alpha} \right\} \\
 &= \left(\frac{1}{N_2} \right) \sum_{\beta=1}^{N_z} \sum_{\alpha=1}^{N_k} \left\{ \sum_j \rho_{2,j\alpha\beta}^2 + \sum_{i,k} \rho_{1,i\alpha} \rho_{1,k\alpha} A_{ikj\alpha\beta} \exp\left(-i(\phi_{1,i\alpha} - \phi_{1,k\alpha})\right) \right. \\
 &\quad \left. - \sum_{j,k} \left[\rho_{2,j\alpha\beta} \rho_{1,k\alpha} G_{kj\alpha\beta} \exp\left[-i(\phi_{2,j\alpha\beta} - \phi_{1,k\alpha})\right] + c.c. \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{2.1.25}$$

其中 $\hat{A} \equiv \hat{G}^+ \hat{G}$ ，c.c.為複數共軛（complex conjugation）。為了有效描述三種不同波長通過繞射元件後的相位分布，在此引入一個參考波長為 λ_0 的相位函數 ϕ_0 ，則各個波長通過繞射元件後的相位分布函數 $\phi_{1,\alpha}$ 即可表示為 $\phi_0 \lambda_0 (n_\alpha - 1) / \lambda_\alpha (n_0 - 1)$ ， n_0 為基板在參考波長 λ_0 的折射率，參考波長的選定在後面將有詳細的討論。繞射元件的設計問題是搜尋相位函數 $\phi_{0,k}$ 使誤差函數 E 有極小值，也就是 $\partial E / \partial \phi_{0,k} = 0$ 。誤差函數 E 對相位函數 $\phi_{0,k}$ 的偏微分可表示為

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial E}{\partial \phi_{0,k}} &= \frac{i}{N_2} \sum_{\beta} \sum_{\alpha} \left(\frac{\lambda_0 (n_\alpha - 1)}{\lambda_\alpha (n_0 - 1)} \right) \left\{ \sum_i \left[\rho_{1,i\alpha} \rho_{1,k\alpha} A_{ikj\alpha\beta} \exp\left(-i(\phi_{0,i} - \phi_{0,k}) \frac{\lambda_0 (n_\alpha - 1)}{\lambda_\alpha (n_0 - 1)}\right) - c.c. \right] \right. \\
 &\quad \left. - \sum_j \left[\rho_{2,j\alpha\beta} \rho_{1,k\alpha} G_{kj\alpha\beta} \exp\left(-i\left(\phi_{2,j\alpha\beta} - \phi_{0,k} \frac{\lambda_0 (n_\alpha - 1)}{\lambda_\alpha (n_0 - 1)}\right)\right) - c.c. \right] \right\} = 0
 \end{aligned} \tag{2.1.26}$$

上式的計算可簡化為

$$\text{Im}[Q_k \exp(i\phi_{0,k})] = 0, \tag{2.1.27}$$

其中

$$\begin{aligned}
 Q_k &= \sum_{\beta} \sum_{\alpha} \left\{ \left[\sum_i \left[\rho_{1,i\alpha} A_{ikj\alpha\beta} \exp\left(-i\phi_{0,i} \frac{\lambda_0 (n_\alpha - 1)}{\lambda_\alpha (n_0 - 1)}\right) \right] - \sum_j \left[\rho_{2,j\alpha\beta} G_{kj\alpha\beta} \exp(-i\phi_{2,j\alpha\beta}) \right] \right\} \\
 &\quad \times \frac{\lambda_0 (n_\alpha - 1)}{\lambda_\alpha (n_0 - 1)} \rho_{1,k\alpha} \exp\left[i\phi_{0,k} \left(\frac{\lambda_0 (n_\alpha - 1)}{\lambda_\alpha (n_0 - 1)} - 1 \right) \right]
 \end{aligned} \tag{2.1.28}$$

將(2.1.28)式重新改寫為

$$\exp(i\phi_{0,k}^{(n,m+1)}) = \frac{\tilde{Q}_k^{*(n,m)}}{\tilde{Q}_k^{(n,m)}}, \quad k=1, \dots, N_1, \quad (2.1.29)$$

其中

$$\tilde{Q}_k^{(n,m)} = \sum_{\beta}^{N_z} \sum_{\alpha}^{N_\lambda} \left\{ \left[\sum_{i \neq k}^{N_1} \rho_{1,i\alpha} A_{ikj\alpha\beta} \exp\left(-i\phi_{0,i}^{(n,m)} \frac{\lambda_0(n_\alpha - 1)}{\lambda_\alpha(n_0 - 1)}\right) \right] - \sum_j^{N_2} \left[\rho_{2,j\alpha\beta} G_{kj\alpha\beta} \exp(-i\phi_{2,j\alpha\beta}) \right] \right\} \\ \times \frac{\lambda_0(n_\alpha - 1)}{\lambda_\alpha(n_0 - 1)} \rho_{1,k\alpha} \exp\left[i\phi_{0,k}^{(n,m)} \left(\frac{\lambda_0(n_\alpha - 1)}{\lambda_\alpha(n_0 - 1)} - 1 \right) \right],$$

最後可得到

$$\exp(i\phi_{2,j\alpha\beta}) = \frac{\sum_k^{N_1} G_{kj\alpha\beta} \rho_{1,k} \exp\left(-i\phi_{0,k} \frac{\lambda_0(n_\alpha - 1)}{\lambda_\alpha(n_0 - 1)}\right)}{\left| \sum_k^{N_1} G_{kj\alpha\beta} \rho_{1,k} \exp\left(-i\phi_{0,k} \frac{\lambda_0(n_\alpha - 1)}{\lambda_\alpha(n_0 - 1)}\right) \right|}, \quad j=1, 2, \dots, N_2. \quad (2.1.30)$$

一般來說，(2.1.29)式並無法直接得到解析解，但可以透過數值演算法[19-21]得到最接近的數值解。圖 5 為振幅相位重建演算法的計算流程，其計算步驟可細分如下：(1) 以亂數設定 $\phi_{0,k}$ 的起始值 $\phi_{0,k}^{(0,0)}$ ，再與已知的入射光的振幅函數 $\rho_{1,k}$ 一起代入(2.1.30)式，即可得到輸出相位函數 $\phi_{2,j\alpha\beta}$ 。(2) 再將相位函數 $\phi_{0,k}^{(0,0)}$, $\phi_{2,j\alpha\beta}^{(0,0)}$ 與已知輸入振幅函數 $\rho_{1,k}$ 與輸出相位函數 $\rho_{2,j\alpha\beta}$ 代入(2.1.29)式，可得到二次相位函數 $\phi_{0,k}^{(0,1)}$ 與 $\phi_{2,j\alpha\beta}^{(0,1)}$ 。(3) 分別設定 $\phi_{0,k} = \phi_{0,k}^{(0,1)}$ 與 $\phi_{2,j\alpha\beta} = \phi_{2,j\alpha\beta}^{(0,1)}$ 。為了使迭代過程能迅速收斂，在本例子中可假設目標振幅函數(expected amplitude) $\tilde{\rho}_{2,j\alpha\beta}$ 為 $\rho_{2,j\alpha\beta}$ ，再將他們代入(2.1.29)式即可得到相位函數 $\phi_{0,k}^{(0,2)}$ ， $\phi_{0,k}^{(0,2)}$ 與 $\phi_{2,j\alpha\beta}^{(0,1)}$ 分別為 $\phi_{0,k}$ 與 $\phi_{2,j\alpha\beta}$ 的下一一次迭代結果，步驟(3)將一直重複迭代直至下列條件成立。

$$\sum_{k=1}^{N_1} \left| \phi_{0,k}^{(0,m)} - \phi_{0,k}^{(0,m+1)} \right| \leq \varepsilon_1, \quad (2.1.31)$$

其中 ε_1 為一個容許誤差極小值，m 為迭代次數，直至此一步驟結束即設定 $\phi_{0,k}^{(1,0)} = \phi_{0,k}^{(0,m+1)}$ 並再次重複迭代步驟(1)-(3)，直至下列的誤差平方和函數(sum squared error, SSE) 達到預定的極小值才終止計算。

$$SSE = \frac{\sum_{\beta=1}^{N_z} \sum_{\alpha=1}^{N_\lambda} \sum_{j=1}^{N_2} \left| \tilde{\rho}_{2,j\alpha\beta}^2 - |U_{2,j\alpha\beta}|^2 \right|}{\sum_{\beta=1}^{N_z} \sum_{\alpha=1}^{N_\lambda} \sum_{j=1}^{N_2} \left| \tilde{\rho}_{2,j\alpha\beta}^2 \right|} \quad (2.1.32)$$

最後繞射元件的表面輪廓高度可由下式得到，

$$h_{1,k} = \frac{\lambda_0 \phi_{0,k}}{2\pi(n_0 - 1)}, \quad k=1, 2, \dots, N_1. \quad (2.1.33)$$

為了評價此繞射元件的效能，在此引入繞射效率（diffraction efficiency）與訊噪比（signal to noise ratio, SNR）作為評價的依據，對於各個波長在取樣平面上的繞射效率定義如下

$$\eta(\lambda_\alpha) = \frac{\Phi_{\text{訊號區}}(\lambda_\alpha)}{\Phi_{\text{輸入區}}(\lambda_\alpha)}, \quad \alpha = 1, 2, 3, \quad (2.1.34)$$

其中 $\Phi_{\text{輸入區}}(\lambda_\alpha)$ 為波長 λ_α 在輸入平面的光通量， $\Phi_{\text{訊號區}}(\lambda_\alpha)$ 為在訊號區段中通過取樣平面的光通量，每一個取樣平面均定義在中心訊號主峰的範圍內。訊噪比定義為在同一取樣平面訊號波長的光通量與其他波長的光通量的比值，可表示為下式

$$SNR(\lambda_\alpha) = \frac{\sum_{\text{訊號}\alpha} \Phi(\lambda_\alpha)}{\sum_{\text{雜訊}\alpha'} \Phi(\lambda_{\alpha'})}, \quad \alpha = 1, 2, 3. \quad (2.1.35)$$



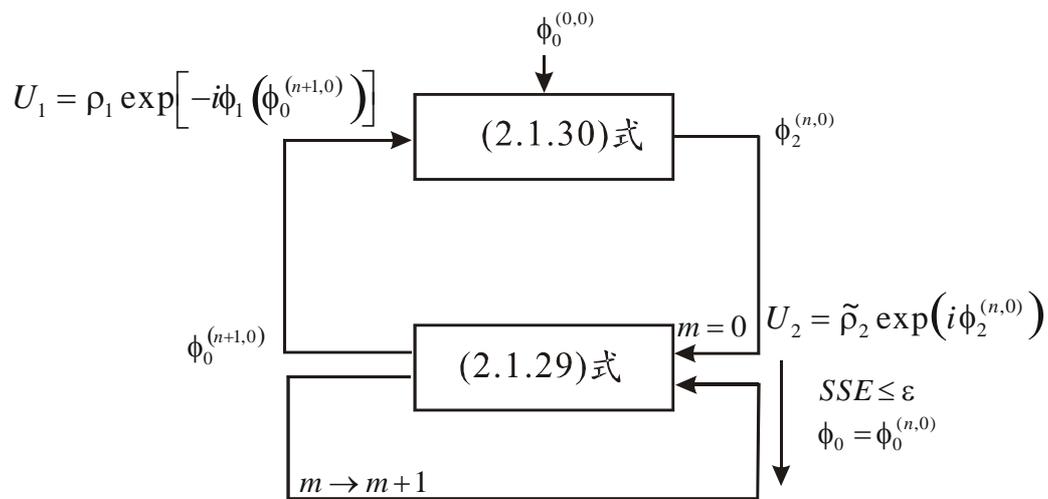


圖 5 振幅相位重建法的計算流程圖。

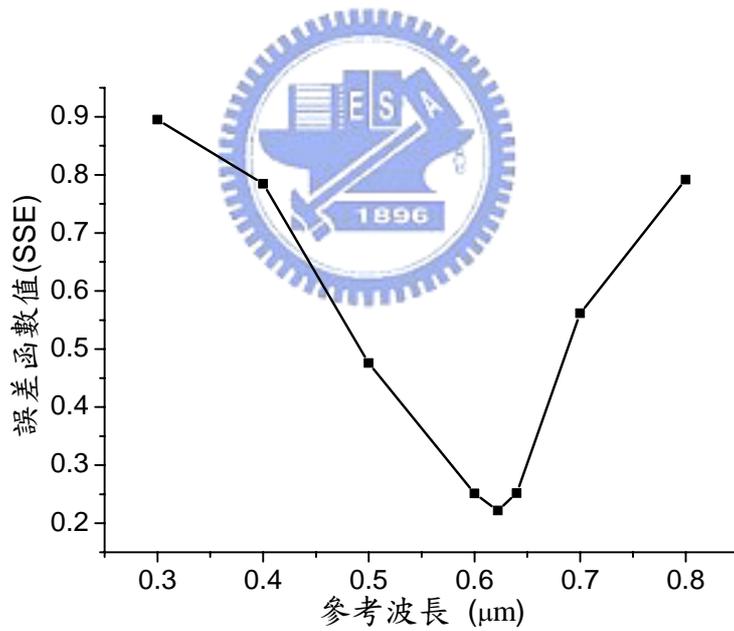


圖 6 不同的參考波長 λ_0 在最佳化後對誤差函數值的影響。

1.3.2 理論計算結果

所設計的層無繞射光束沿著光軸有六段，每一區段都具有等光照度且為單色光分布。第一段和第四段為波長 $\lambda_1 = 632.8nm$ 的層無繞射光束，其所對應的區段分別為[120mm, 170mm]與[330mm, 380mm]；第二段和第五段為波長 $\lambda_2 = 514.5nm$ 的層無繞射光束，其所對應的區段分別為[190mm, 240mm]與[400mm, 450mm]；第三段和第六段為波長 $\lambda_3 = 488.0nm$ 的層無繞射光束，其所對應的區段分別為[260mm, 310mm]與[470mm, 520mm]。在此繞射元件的設計中所使用的參數分別如下：繞射元件的直徑與入射平面光束的大小均為 $2R_1 = 12.0mm$ ，輸入平面與輸出平面的離散取樣點數分別為 $N_1 = 600$ 與 $N_2 = 20$ 。為了計算沿著光軸的照度分布，每個輸出平面之間的取樣間距 Δz 須滿足(2.1.20)式。根據計算每個輸出平面的取樣間距最大不得大於 $0.1357mm$ 。在此繞射元件的最佳化過程中，沿著光軸的取樣數目會逐步遞增至 $N_z = 3420$ ，取樣間距最後為 $\Delta z = 0.1316mm$ 。所使用的波長數目為 $N_\lambda = 3$ ，假設此三種波長的入射光束為平面波，因此其振幅為均勻分布。在此最佳化過程中，使用不同的參考波長 λ_0 將會影響計算最後的誤差函數大小，圖6說明了此一結果。由圖中可知當所使用的參考波長 λ_0 為 $631.0nm$ 時將可得到最佳的結果，所計算出的振幅分布最接近給定的振幅分布。

圖7(a)-(f)說明了每個取樣輸出平面上的橫向照度分布，其中實線為所設計繞射元件在每個輸出平面所產生的橫向照度分布曲線，虛線為第一類第零階貝塞爾光束在同一位置的橫向照度分布曲線，由此兩種曲線的比較可發現此多段的層無繞射光束的橫向分布曲線會接近於貝塞爾光束的橫向分布曲線，此誤差說明了繞射元件所產生的並非真實無繞射光束，而是接近於無繞射光束的層無繞射光束。

經過最佳化計算後所得的繞射元件表面輪廓為連續分布的結構，但為了符合半導體製程中的微影蝕刻技術的需求，須將此連續輪廓量化為多階的結構，圖8為量化為十六階之後的輪廓高度分布圖。圖9所示為十六階繞射元件的軸向照度重建分布曲線圖。為了能說明每一種波長的訊號光在整個空間中的分布情形，這三種不同波長的空間照度平面如圖10所示。在此計算的過程中，繞射元件的取樣點數 N_1 ，軸向輸出平面的取樣點數 N_z 與參考波長 λ_0 的選取將影響最後最佳化的結果。其中 N_1 和 N_z 的選取在設計的過程中具有一些限制，如微影蝕刻技術所允許的最小線寬限制與純量繞射理論的適用範圍，將限制繞射元件的最大取樣點數。隨著 N_1 和 N_z 的增加，計算過程將變得十分沉長。為了加快計算時間與確保收斂性，須放寬計算的初始條件。在剛開始的優化過程中先採用較少的分割點數($N_z = 180, N_1 = 100$)，然後再逐步加密 N_z 和 N_1 分割點數，最後提高到 $N_z = 3420$ 和 $N_1 = 600$ 。

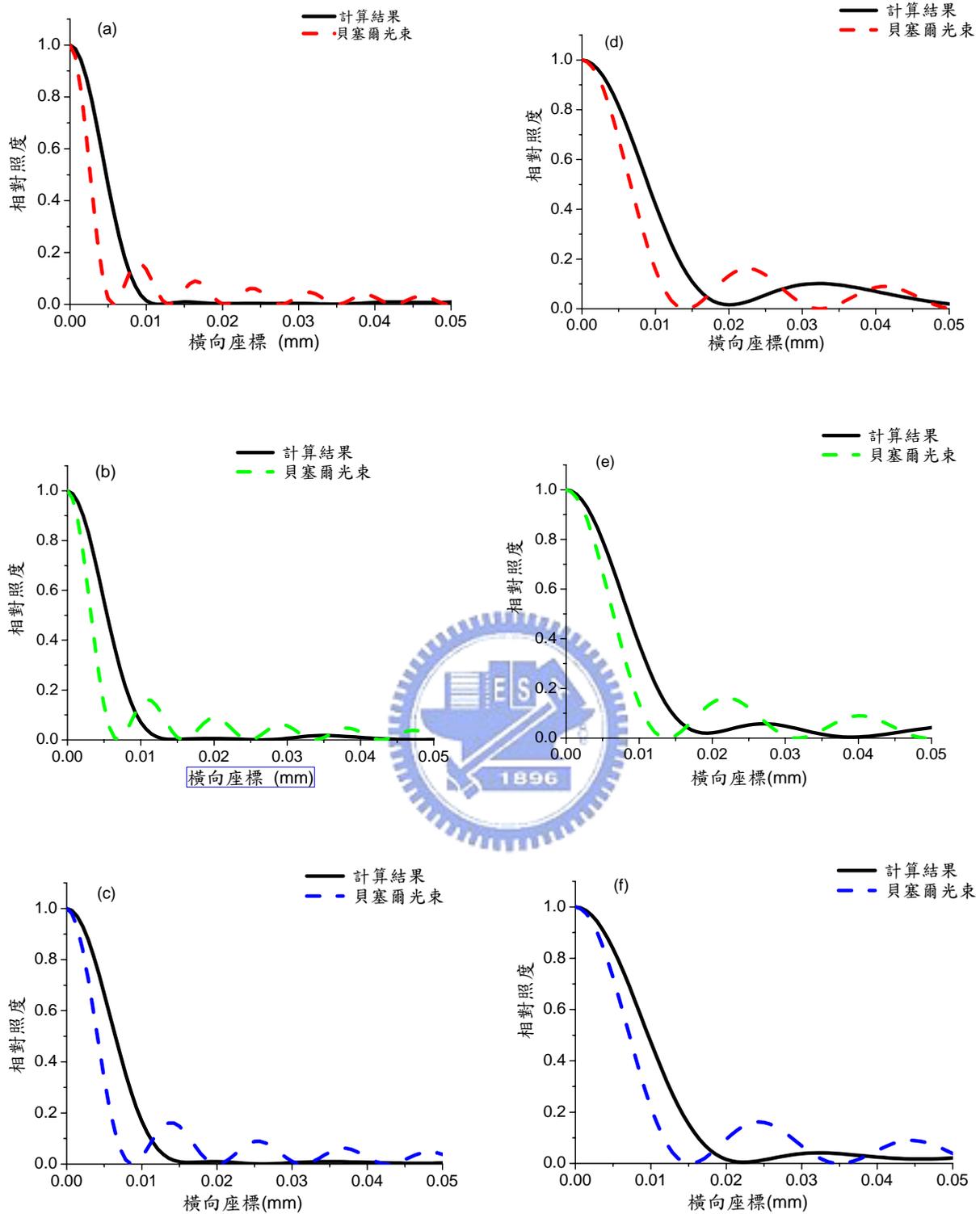


圖 7 第一類第零階貝塞爾光束與計算的廣無繞射光束，在各種不同取樣平面與所對應的訊號波長的照度分布比較圖。(a) 波長 632.8nm ，距離 $z = 140\text{mm}$ ；(b) 波長 514.5nm ，距離 $z = 210\text{mm}$ ；(c) 波長 488.0nm ，距離 $z = 280\text{mm}$ ；(d) 波長 632.8nm ，距離 $z = 350\text{mm}$ ；(e) 波長 514.5nm ，距離 $z = 420\text{mm}$ ；(f) 波長 488.0nm ，距離 $z = 490\text{mm}$ 。

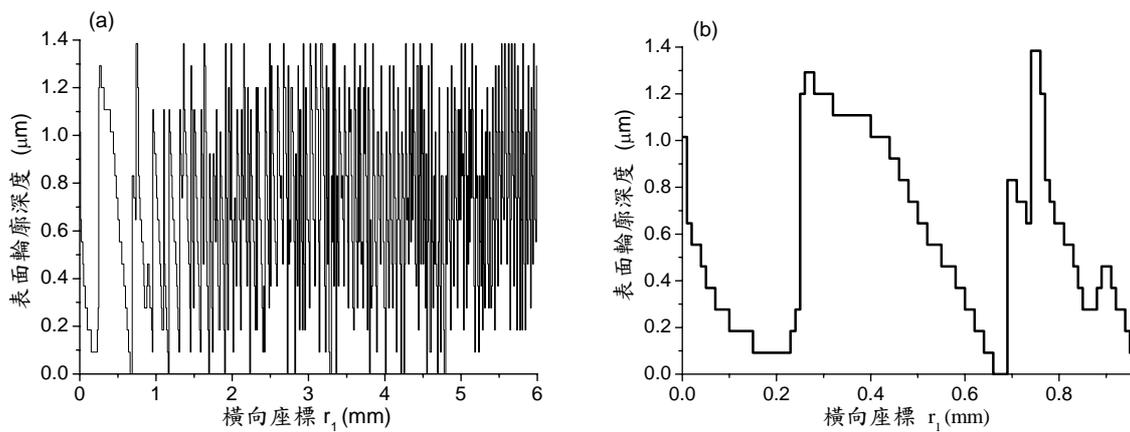


圖 8 所計算十六階繞射元件表面輪廓深度分布曲線圖。(a)全部；(b)部分。

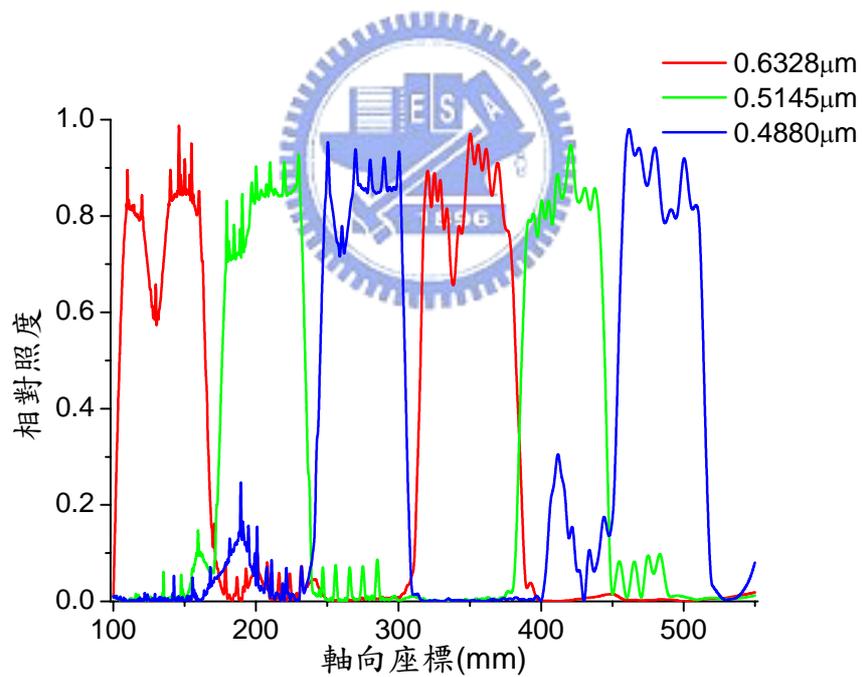


圖 9 由十六階繞射元件光場重建後的三色六段層無繞射光束的軸向照度分布曲線。

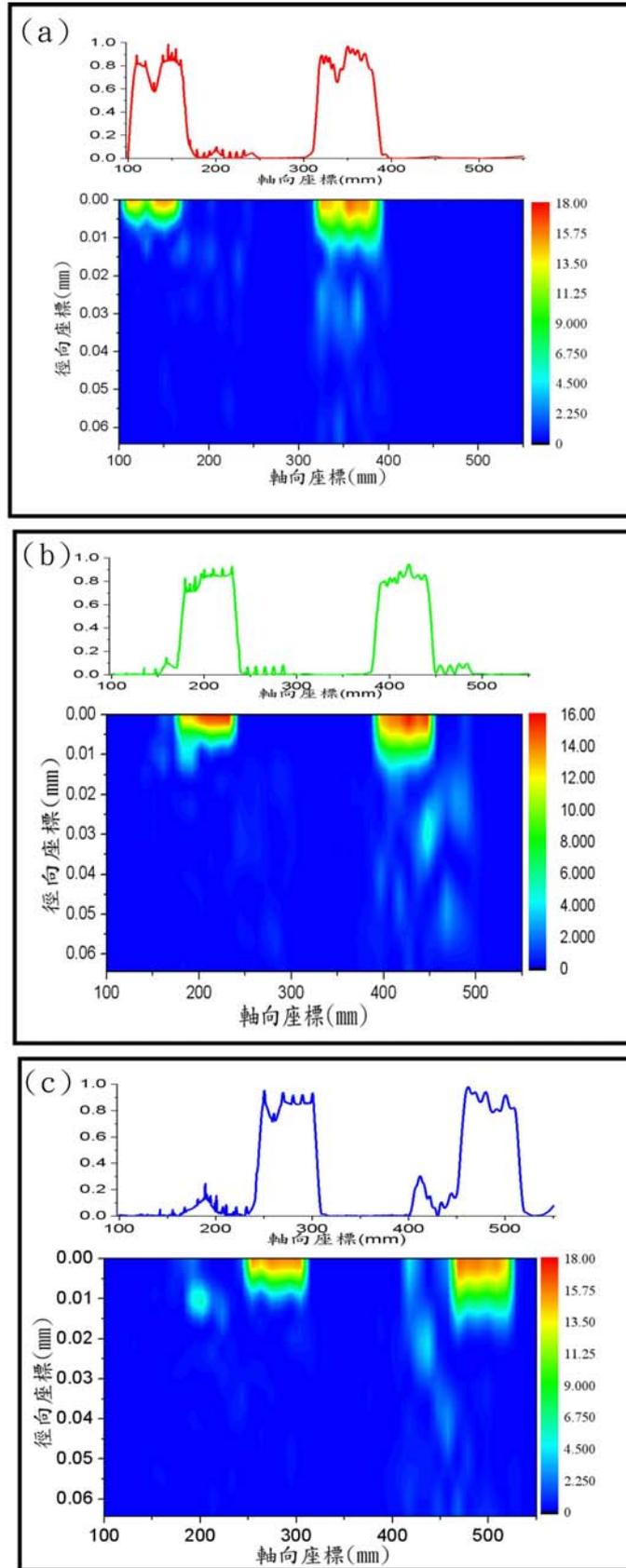


圖 10 由十六階繞射元件光場重建後的廣無繞射光束的照度分布。
 (a)波長為 632.8nm，(b)波長為 514.5nm，(c)波長為 488.0nm。

1.4 共軛梯度法 (Conjugate-gradient method)

1.4.1 計算方法

我們的目的是要利用共軛梯度法最佳化繞射相位元件的表面輪廓參數 $h(r_1)$ ，使繞射元件能產生三色六段的層無繞射光束，且每一區段中都只存在一種顏色，為了適當估算所設計繞射元件的特性，需引入如下帶有權重因子的誤差函數。

$$E = \sum_{\alpha=1}^{N_z} \sum_{\beta=1}^{N_z} W(\lambda_\alpha, z_\beta) \cdot \left\{ \tilde{\rho}_2(\lambda_\alpha, z_\beta) - |U_2(\lambda_\alpha, z_\beta)| \right\}^2, \quad (2.1.36)$$

其中 $\tilde{\rho}_2(\lambda_\alpha, z_\beta)$ 為預計在光軸上距離輸入平面 z_β 的軸上振幅分布函數， $W(\lambda_\alpha, z_\beta)$ 為一個權重因子且對於每個波長須滿足 $\sum W(\lambda_\alpha, z_\beta) = 1$ 的關係。在輸出區域我們只關心軸上照度分布的情況，對於相位分布的情形並不關心，因此可將每個取樣點的相位變化視為自由參數，也就是無需對輸出相位作任何約束，由(2.1.36)式可知這個函數是很難直接解出精確解的，而要以求解最佳化的方式找尋出適當的繞射元件表面輪廓 $h(r_1)$ 使所產生的軸向照度分布最接近預期的分布。由於繞射元件表面輪廓的變化需在一定的範圍內，因此需對變數 $h(r_1)$ 作一點約束，在這裡我們引入一個新變數 $y(r_1)$ 與三角函數，將具有約束的求解過程轉換為無約束的求解過程。

$$h(r_1) = h_c \sin[y(r_1)], \quad (2.1.37)$$

其中 h_c 是所設計繞射元件表面輪廓變化的最大值，經由(2.1.37)式已將求解問題簡化為求解變數 $y(r_1)$ ，而其變化的範圍涵蓋整個實值域，接下來根據下列步驟以共軛梯度法解出未知數 $y(r_1)$ 。

$$y^{(k+1)}(r_1) = y^{(k)}(r_1) + \tau^{(k)} \bar{d}^k, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (2.1.38)$$

其中 $\tau^{(k)}$ 與向量 $\bar{d}^{(k)}$ 分別表示計算步距與搜尋方向，在第 k 次的迭代時搜尋方向 $\bar{d}^{(k)}$ 可表示為

$$\bar{d}^{(k)} = -\nabla E[y^{(k)}(r_1)] + \beta^{(k-1)} \bar{d}^{(k-1)}, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (2.1.39)$$

其中參數 β^{k-1} 為

$$\beta^{(k-1)} = \frac{(\nabla E[y^{(k)}(r_1)] - \nabla E[y^{(k-1)}(r_1)]) \cdot (\nabla E[y^{(k)}(r_1)])}{(\nabla E[y^{(k-1)}(r_1)]) \cdot (\nabla E[y^{(k-1)}(r_1)])}, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (2.1.40)$$

其中 $\nabla E[y^{(k)}(r_1)]$ 表示誤差函數 E 對於變數 $y^{(k)}(r_1)$ 的梯度，為了確保在迭代過程中能保持收斂性，計算步距 $\tau^{(k)}$ 的計算是根據 $E[y^{(k+1)}(r_1)] < E[y^{(k)}(r_1)]$ 的原則，誤差函數 E 對於變數 $y(\xi)$ 的偏微分可表示為下式

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E[y(\xi)]}{\partial y(\xi)} &= \frac{\partial}{\partial y(\xi)} \left\{ \sum_{\alpha=1}^{N_i} \sum_{\beta=1}^{N_z} W(\lambda_\alpha, z_\beta) \cdot [\tilde{\rho}_2 - |U_2|]^2 \right\} \\
&= \sum_{\alpha=1}^{N_i} \sum_{\beta=1}^{N_z} W(\lambda_\alpha, z_\beta) \frac{\partial}{\partial y(\xi)} \left[\tilde{\rho}_2 - \sqrt{U_2 U_2^*} \right]^2 \\
&= \sum_{\alpha=1}^{N_i} \sum_{\beta=1}^{N_z} W(\lambda_\alpha, z_\beta) \cdot 2[\tilde{\rho}_2 - |U_2|] \left\{ -\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{U_2 U_2^*}} \left[U_2^* \frac{\partial U_2}{\partial y(\xi)} + U_2 \frac{\partial U_2^*}{\partial y(\xi)} \right] \right\}
\end{aligned} \tag{2.1.41}$$

由將 (2.1.37) 式帶入 (2.1.3) 式可推導出

$$\frac{\partial U_2[y(\xi)]}{\partial y(\xi)} = \rho_1(\xi, \lambda_\alpha) G(\lambda_\alpha, z_\beta, \xi) \left\{ i \frac{2\pi}{\lambda_\alpha} (n_\alpha - 1) h_c \cos[y(\xi)] \right\} \exp\{i\phi_1(\xi, \lambda_\alpha)\}, \tag{2.1.42}$$

其中

$$U_2^* \frac{\partial U_2}{\partial y} + U_2 \frac{\partial U_2^*}{\partial y} = -2 \operatorname{Im} \left\{ \frac{2\pi}{\lambda_\alpha} (n_\alpha - 1) h_c \cos(y) \rho_1 G U_2^* \exp(i\phi_1) \right\}, \tag{2.1.43}$$

(2.1.41)可改寫如下

$$\frac{\partial E[y(\xi)]}{\partial y(\xi)} = -2 \operatorname{Im} \left\{ \sum_{\alpha=1}^{N_i} \sum_{\beta=1}^{N_z} W(\lambda_\alpha, z_\beta) \frac{2\pi}{\lambda_\alpha} (n_\alpha - 1) h_c \cos(y) \rho_1 \exp(i\phi_1) \left[1 - \frac{\tilde{\rho}_2}{|U_2|} \right] G U_2^* \right\}. \tag{2.1.44}$$

經由上述步驟的反覆計算直至下列條件滿足才終止：(a)誤差函數的梯度值達到一個給定的極小值，(b)已超出預定的迭代次數。當變數 $y(r_i)$ 為理想解時，誤差函數 E 才能等於零，雖然任何精確解都是誤差函數的極小值，但是具有極小值的解並不一定是誤差函數的真實解。所以每個誤差函數的極小值並無法反映出問題的真實解。為確保所得到解的正確性與精度，需要小心的反覆驗證所得到的結果。當處理一個高度非線性問題時，利用共軛梯度得到的解也許只是一個局部解而非全域解。所得到的解若可滿足所需的要求，則此方法所得到的解依然是可接受的。

2.4.2 計算結果

此方法所使用的參數與前述的振幅相位重建演算法相同，其中最大的不同是繞射元件的最大深度值需事先給定，在這次的計算中繞射元件表面輪廓最大深度設定為 $2.769\mu\text{m}$ ，圖 11 為所設計繞射元件量化為十六階後的表面輪廓分布圖，所設計十六階繞射元件所產生的軸上層無繞射光束的照度分布如圖 12 所示。為了得到較好的解且使計算過程能一直保持收斂，我們在軸上訊號區中加入較大的權重而其他部分則有較小的權重，從計算過程中我們發現參數 N_1, N_2 與權重因子 $W(\lambda_\alpha, z_\beta)$ 在優化的過程中扮演著很重要角色，較大的 N_1 與 N_2 的取樣點數將使得所產生層無繞射光束的品質變得更好，然而隨著 N_1 與 N_2 的加大將使計算變得十分費時。在此我們根據需求選取適當的兩個參數，當所有參數設定適當後再選擇適當的權重函數則可能得到很好的解。



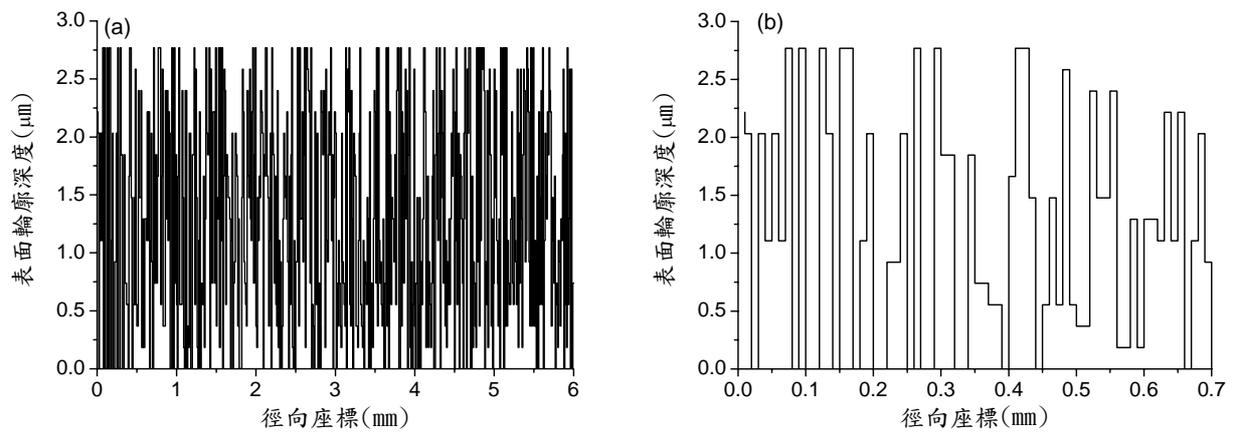


圖 11 所設計十六階繞射元件的表面輪廓分布。(a)全部，(b)部分。

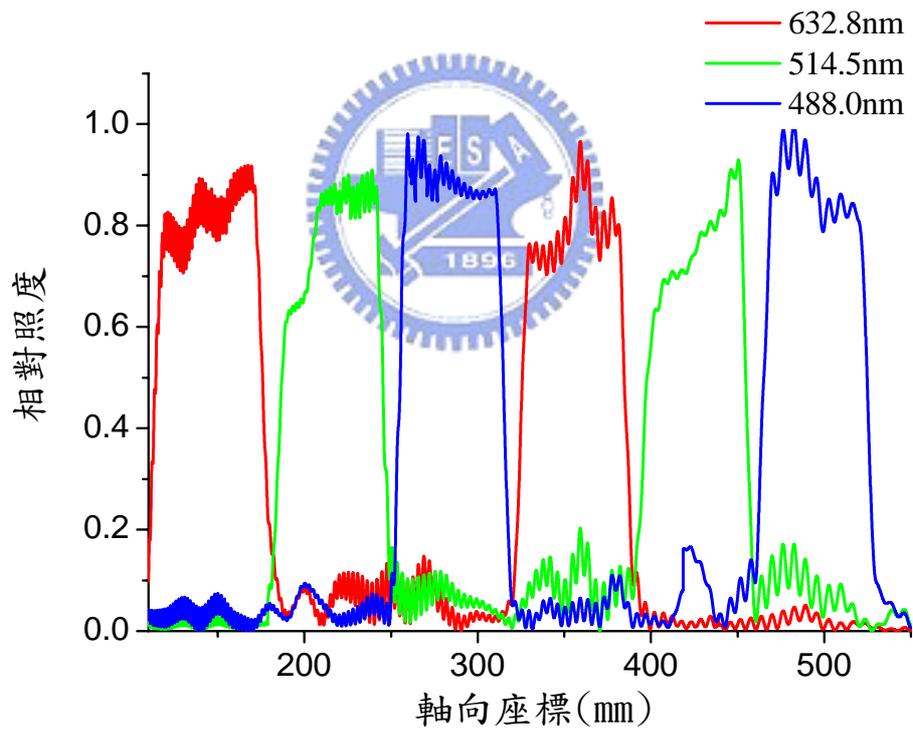


圖 12 十六階繞射元件軸向光場重建照度分布圖。

1.5 元件的製作

本章中所製作的二進階繞射元件是以石英為基板(substrate)，此元件將使用在可見光波段。雖然光學玻璃也適用在可見光波段，價格也較便宜，以它來當基板應該比石英更適合，但由於玻璃的組成為二氧化矽與其他金屬離子（如鋰、鈉、鉀、鈹等）的非結晶混合物，這些金屬離子將污染半導體製程設備，因此在半導體製程中無法利用一般玻璃材質當基板。石英材料可以做到一種很純的二氧化矽結晶物，裡面幾乎沒有包含其他雜質，故可被允許利用半導體設備完成元件的製作。石英在可見光波段具有很好的透光窗口，其缺點就是價格比玻璃貴很多。

在本論文中繞射元件的製作是利用積體電路的製程技術。透過雷射圖形產生機 (laser beam pattern generator)、微影製程 (lithography) 與蝕刻 (etching) 等步驟來完成。本製作過程所需之各類製程皆是使用本校奈米中心 (Nano Facility Center) 的 CLASS-10000 無塵室的設備，如薄膜測厚儀 (α -stepper)、光阻塗佈機 (photo-resist spinner)、加熱平板 (hot plate)、YES 烤箱 (可塗佈 HMDS)、清洗槽 (clean hood)、光罩對準曝光機 (mask aligner)、乾式蝕刻機 (reactive ion etcher) 等半導體製程設備。

繞射元件的製作採用乾式蝕刻法中的活性離子蝕刻 (RIE) 的原因是：具有較好的蝕刻均勻性與側壁垂直度，此外由於 RIE 的製程簡單且蝕刻速率可藉由選用不同蝕刻氣體的種類和調整混合比、壓力、流量與功率等，使得製作過程中具有很大的彈性。



1.5.1 光罩的製作

十六階繞射元件的製作需要四道光罩，因此在製作繞射元件前須先按照所需規格的大小，把光罩圖案與每道光罩的對準鍵圖形畫出。由於所設計的繞射元件是圓對稱的元件，因此所繪製的每一道光罩圖形為明暗相間的環狀圖形所組成。為了能得到較精確的圖形繪製，我們利用 AutoLISP 自動繪圖程式完成圖形的繪製，再由光罩製作機台完成光罩的繪製，圖 13 為所製作的光罩圖形。

在使用多道光罩製程時，由於儀器靈敏度與人為技術等問題，將會衍生出光罩間的對準誤差。由分析可知對準誤差對繞射元件的光學特性具有一定程度的影響，在過去的許多論文中均提到此誤差在技術上是最難克服的。由於製程中所使用的石英基板為透明材質，對準問題比用矽晶片當基板來得嚴重，在此先將人為的技術問題排除後再分別敘述其原因。

1. 目前本校奈米中心 Class-10000 級的實驗室所使用的光罩對準機為 Karl Suss 公司的 MJB-3 型，機器本身的最佳對準度在操作手冊上指出為 $0.2\mu m$ ，不過機台有很多人在使用，而每個人的操作習慣又不盡相同，故機台的狀況不太穩定。

2. 所使用的曝光光源為汞燈，波長範圍為 280~350nm，在操作手冊上的解析度是在最理想的情況下可達 $0.4\mu m$ ，但機台已使用多年目前所能曝出來的最小線寬已大於 $1\mu m$ 。由於經過曝光與顯影後的圖形已經比原本光罩上的圖形要來得小，故在做對準時很難看出是否已完全對準。
3. 元件經蝕刻後其圖形側壁無法達到理想的九十度壁垂直度，故圖形邊緣的分界線並非十分清楚，在光學顯微鏡的觀測下會呈現出一條有寬度的線。
4. 所使用的石英基板是透明的，經蝕刻後的圖形也是透明的，只能在圖形的邊緣上約略分辨出。當基板塗佈上黃褐色的光阻後，具有一定厚度的光阻位於光罩與基板之間，而對準曝光機的高倍率顯微物鏡的焦深很短，這時就很難同時看清楚光罩與基板上的圖形，這時的對準精度就大大的降低了。其中光阻的厚度完全是由基板的蝕刻深度與蝕刻機台的光阻和基板蝕刻選擇比所決定，並不能任意降低。

由於以上的各種因素，剛開始的對準誤差常在 $5\mu m$ 以上，後來經過多次練習且技術較為熟練，最佳時可降低至 $2\mu m$ 以下。在製作的期間發現光罩對準鍵扮演著很重要的角色。

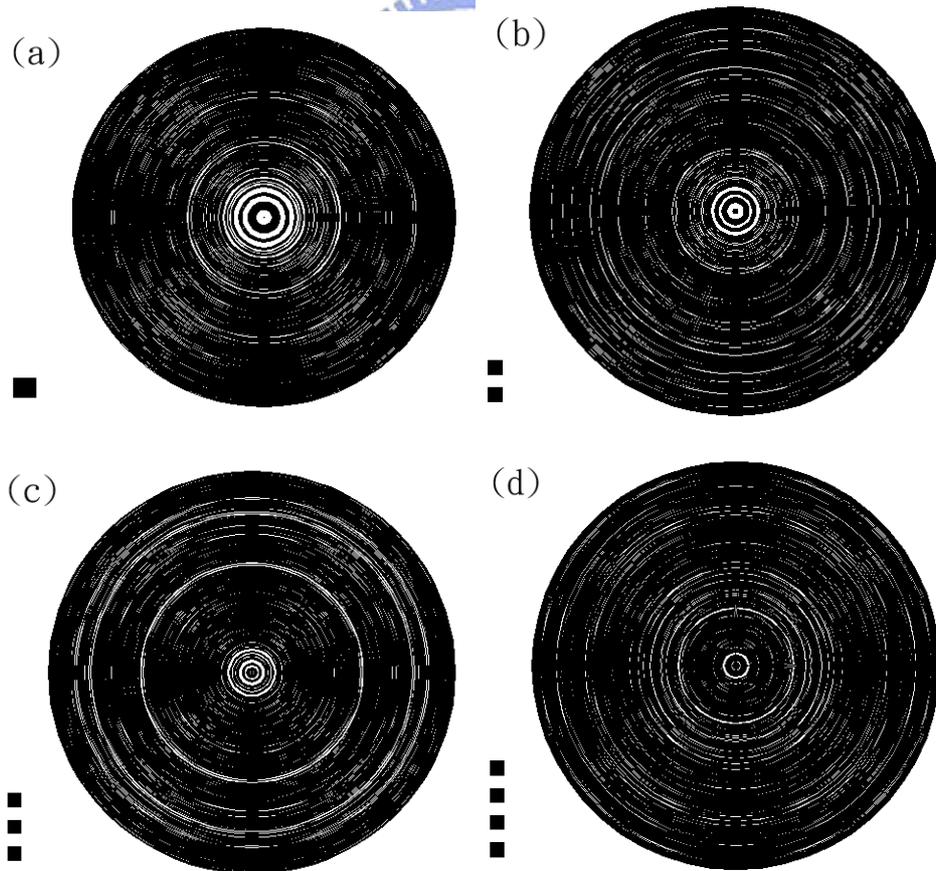


圖 13 製作十六階繞射元件所使用的光罩。

(a)第一道光罩；(b)第二道光罩；(c)第三道光罩(d)第四道光罩。

1.5.2 製作過程

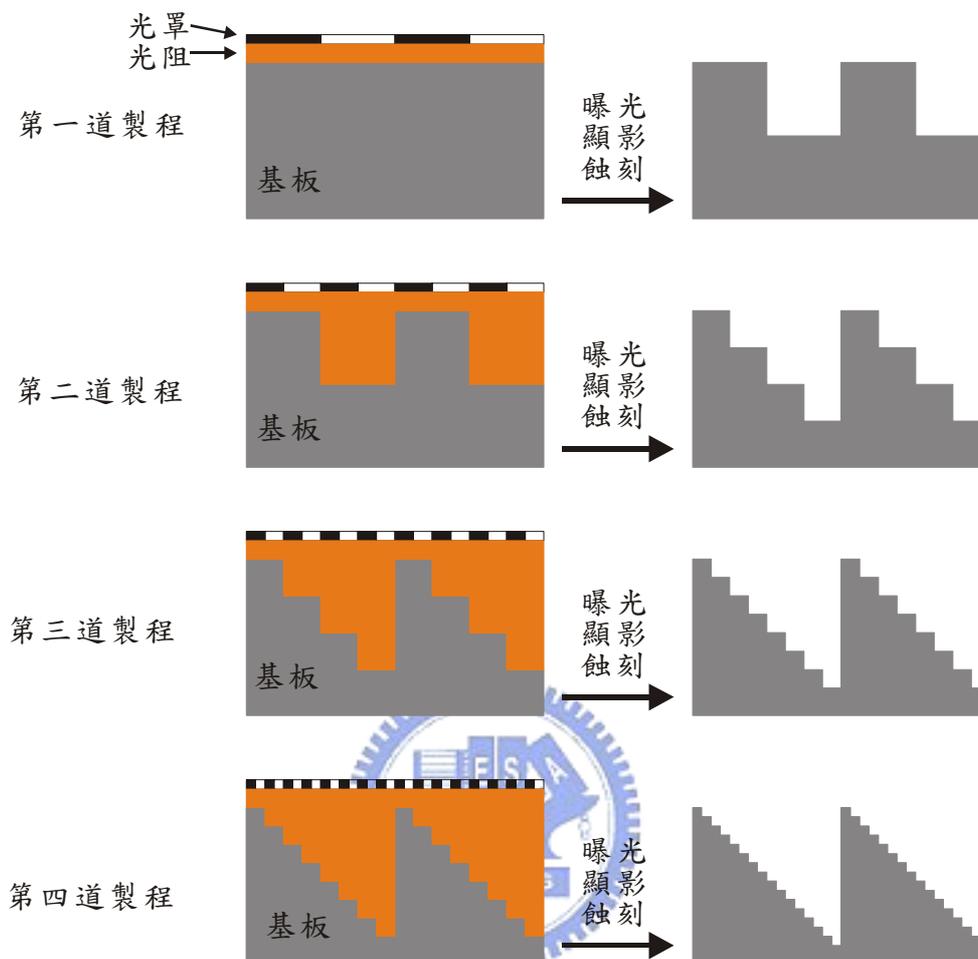


圖 14 製作十六階繞射元件的基本概念圖

製作十六階繞射元件的基本概念如圖 14 所示，共需要用四道光罩與四次曝光、顯影與蝕刻步驟才能完成。其製作的詳細步驟如下：

A. 清潔石英基板

1. 將石英基板置入鐵氟龍 (Teflon) 材質的載具中，先用去離子水或純水沖洗五分鐘。
2. 將基板置於丙酮 (Aceton) 溶液中，並在超音波震盪器中震盪十分鐘。
3. 用去離子純水沖洗五分鐘。
4. 以硫酸與雙氧水混合溶液 ($H_2SO_4:H_2O_2 = 3:1$) 浸泡二十分鐘加以清潔。
5. 用去離子水沖洗五分鐘。
6. 用氮氣將每一片石英基板吹乾。

B. 為了增加光阻與石英基板的附著程度，可將石英基板置入 $150^\circ C$ 的 YES 烤箱中，使基板表面鍍上一層光阻附著膜 HMDS (Hexamethyldisilazane)，這層薄膜將改變基板的表

面特性以提高光阻的附著力，完成基板的烘乾與鍍上光阻附著膜後可將基板取出並置於室溫下冷卻。

- C. 將光阻塗佈器 (Spinner) 設定為 3400 轉，塗上正光阻 FH-6400L，並以 90°C 加熱板 (hot plate) 軟烤 (softbake) 1 分鐘，使光阻微乾。再將光阻塗佈器 (Spinner) 設定為 800 轉，再次塗上正光阻，並以 90°C 加熱板 (hot plate) 軟烤 (softbake) 8 分鐘，使光阻略乾且不會沾黏光罩。
- D. 使用第一道光罩曝光，加濾鏡後曝光時間為 95 秒。
- E. 用顯影液 FHD-5 來顯影約 1 分鐘，以水為定影液約 1.2 分鐘，經氮氣吹乾後至光學顯微鏡觀察顯影的結果，若沒有任何問題才可繼續下個步驟，以 120°C 加熱板 (hot plate) 硬烤 (hardbake) 12 分鐘。
- F. 以 RIE 蝕刻，蝕刻深度為 0.7384 μm ，蝕刻時間視功率，氣體壓力與流量的不同而有所差異。由於所使用的機台本身狀況並不佳，蝕刻速率並不是很穩定，需不斷的試驗才能做出比較準確的控制。(本實驗所使用的氣體為 CF_4 與 O_2 兩種，其中 CF_4 的流量為 40sccm， O_2 的流量為 5sccm)。
- G. 放入硫酸與雙氧水的混合溶液 ($\text{H}_2\text{SO}_4:\text{H}_2\text{O}_2 = 3:1$) 中並加熱至 85°C 或浸泡於丙酮溶液中在以超聲波震盪器震盪 5 分鐘，以利去除光阻，再以氮氣吹乾元件，即完成二階的繞射元件的製作。
- H. 重複 A 至 G 的步驟以完成第二道至第四道光罩的製程，所不同的是光阻的塗佈厚度與基板的蝕刻深度。光阻的塗佈厚度並沒有一定的規範，其厚度只要能夠保護不蝕刻區至蝕刻區達到所需深度即可。第二道製程至第四道製程所需的蝕刻深度分別為
 - I. 0.3692 μm 、0.1846 μm 與 0.0923 μm 。
- I. 最後將元件清洗乾淨，即完成十六階的繞射元件的製作。

1.6 元件的量測

所製作的繞射元件是直接蝕刻在方型的石英基板 (大小為 25.4×25.4mm) 上，此繞射元件的最小特徵尺寸為 10 μm 。圖 15 為已製作完成的繞射元件的實體照片。表 2 說明了蝕刻深度誤差，由於第一道蝕刻製程需要較長的蝕刻時間，蝕刻的過程中會因氣體流量的改變與蝕刻功率的不穩定致使蝕刻速率的改變，所以具有較大的誤差值；第四道蝕刻製程需要較短的蝕刻時間，再此很短的時間內不易控制蝕刻深度，雖然第四道製程具有最小的誤差蝕刻量，但與理論蝕刻深度值相較之下卻有較大的蝕刻誤差百分比。由於石英基板不易被接觸式表面輪廓儀的探針所

刮傷，因此所製作出的樣品可以探針式表面輪廓儀量測其表面輪廓深度分佈，所測量的部份結果如圖 16 所示。為了檢驗所製作出的元件的特性，必須沿著光軸量測出每個取樣平面的光照度分布。整個量測實驗架構如圖 17 所示，其中入射光束包含有氦氖雷射 (632.8nm) 與氬離子雷射 (514.5nm, 488.0nm)，CCD 置於光學軌道上並沿著光軸移動以紀錄下每個取樣平面的影像。所量測出的軸向光照度分布如圖 18 所示。各區段的橫向光照度分布如圖 19(a)-(f) 所示，其中每個取樣平面的距離分別為 $z=140mm$ 、 $z=210mm$ 、 $z=280mm$ 、 $z=350mm$ 、 $z=420mm$ 與 $z=490mm$ ，由圖中可看出所設計的繞射元件可產生三色六段層無繞射光束，對於各個區段中的各種波長的繞射效率與訊噪比如表 3 所示。

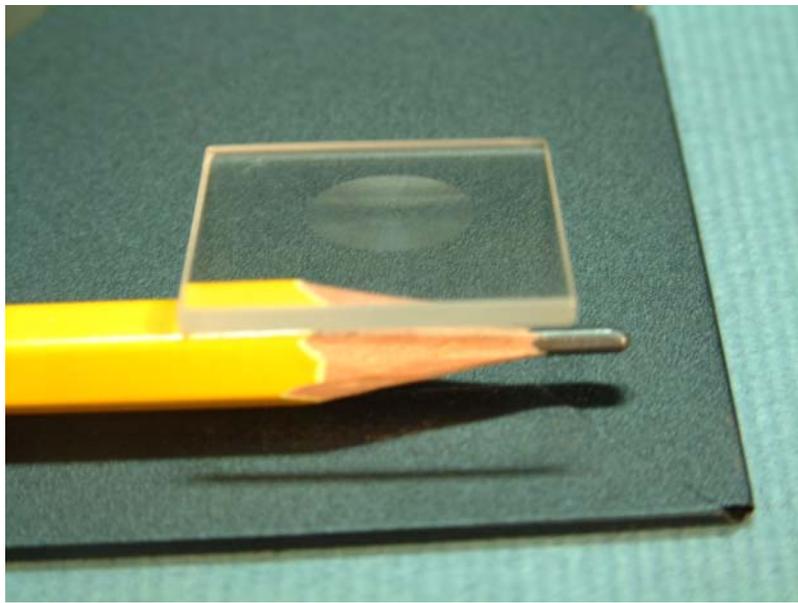


圖 15 繞射元件實體照片。

表 3 經由反應離子蝕刻製程所造成的蝕刻深度誤差比較表。

	理論值 (μm)	量測值 (μm)	誤差值
第一道光罩	0.738468	0.7599	2.9%
第二道光罩	0.369234	0.3717	0.6%
第三道光罩	0.184617	0.1933	0.8%
第四道光罩	0.092308	0.0953	3.2%

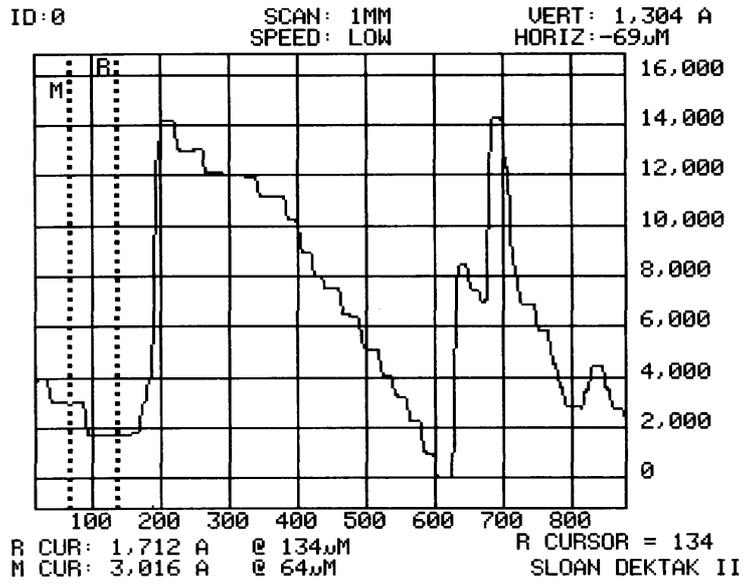


圖 16 以探針式表面輪廓量測儀測量十六階繞射元件的表面橫向部分輪廓分布。

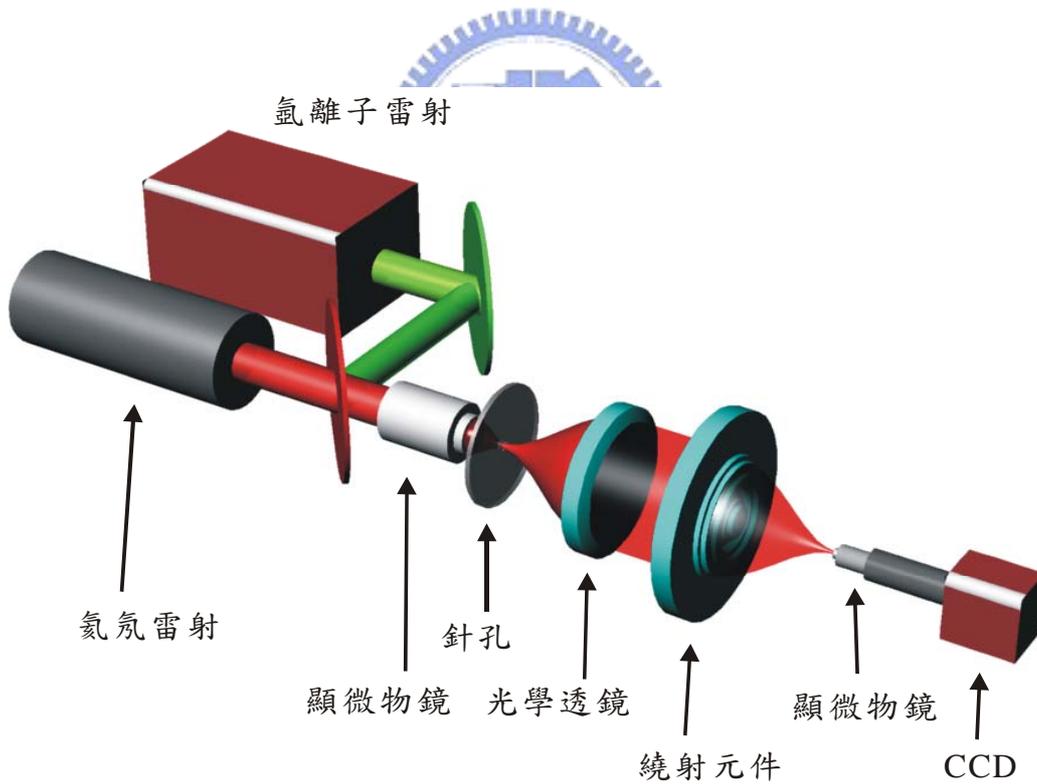


圖 17 十六階繞射元件的光學特性量測設備架構圖。

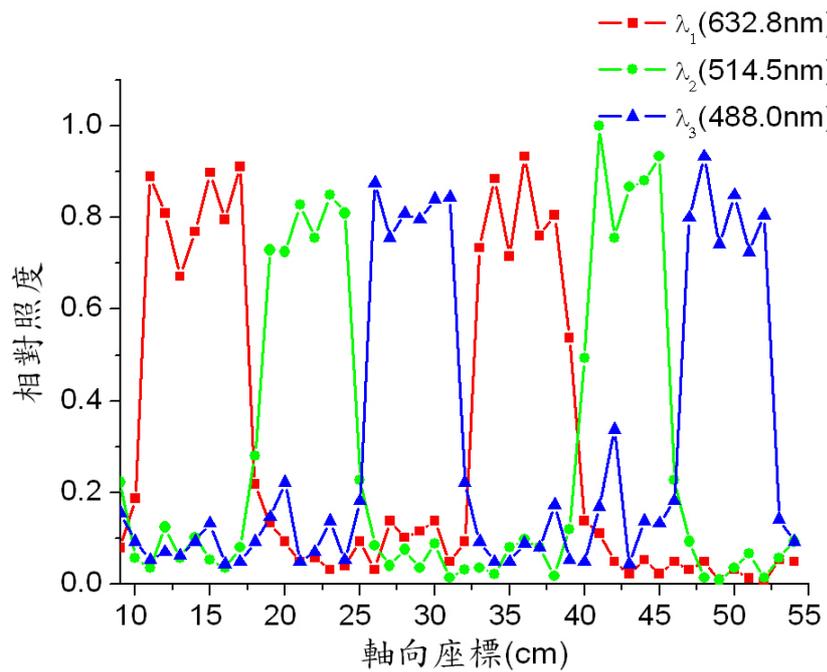


圖 18 十六階繞射元件的軸向光場重建照度分布圖。



表 4 在各種不同距離的取樣平面上所計算與量測的繞射效率與訊噪比的比較。

繞射元件與取樣平面的距離(mm)	訊號波長(μm)	繞射效率		訊噪比	
		理論值	量測值	理論值	量測值
140	0.6328	33.2%	26.7%	8.6	4.2
210	0.5145	32.1%	25.1%	8.9	3.8
280	0.488	32.5%	24.6%	9.3	3.2
350	0.6328	38.4%	23.2%	23.1	3.5
420	0.5145	34.5%	25.8%	4.1	2.2
490	0.488	30.9%	19.4%	15.8	5.1

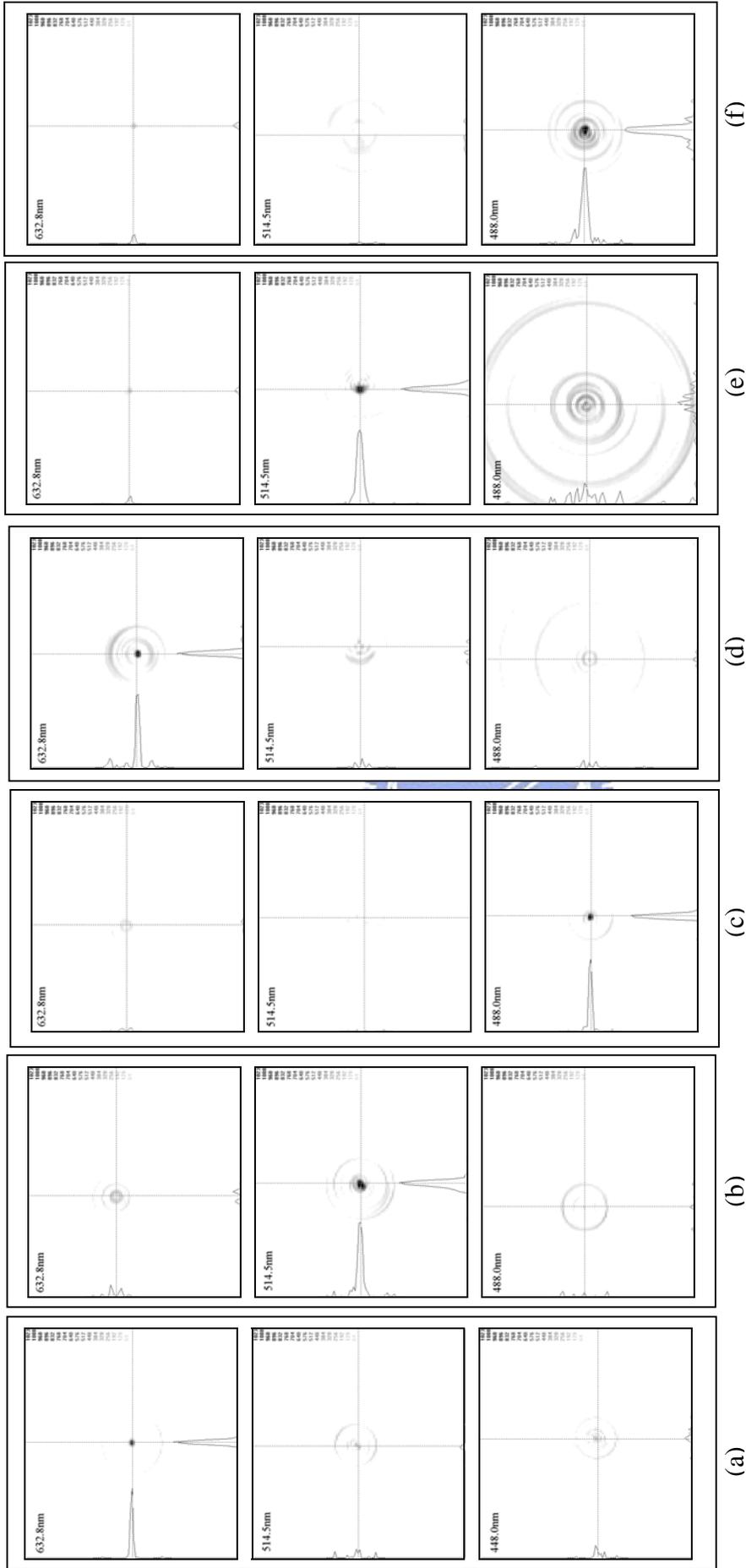


圖 19 在各種不同距離的取樣平面所量測的照度分布圖。(a)140mm；(b)210mm；(c)280mm；(d)350mm；(e)420mm；(f)490mm。

1.7 誤差分析

由於繞射元件在封裝時可能會因為許多的因素而引入元件的傾斜誤差，而這種誤差將對繞射元件光學特性造成一定的影響，在第 1.7.1 節中我們將討論這種誤差對其輸出光場的影響。

繞射元件的操作，我們都是假設入射光束為平行光束，也就是平面波入射此繞射元件，但在系統組裝時，由於人為組裝誤差的問題，並無法使得入射繞射元件的光束為完全的平行光，而由於這種情況將造成入射繞射元件的相位將與 (2.1.3) 式繞射元件的半徑座標 r_1 有關，因此在第 1.7.2 節中將討論這種誤差對輸出光場的影響。



圖 20 具有傾斜誤差的繞射元件的計算示意圖。

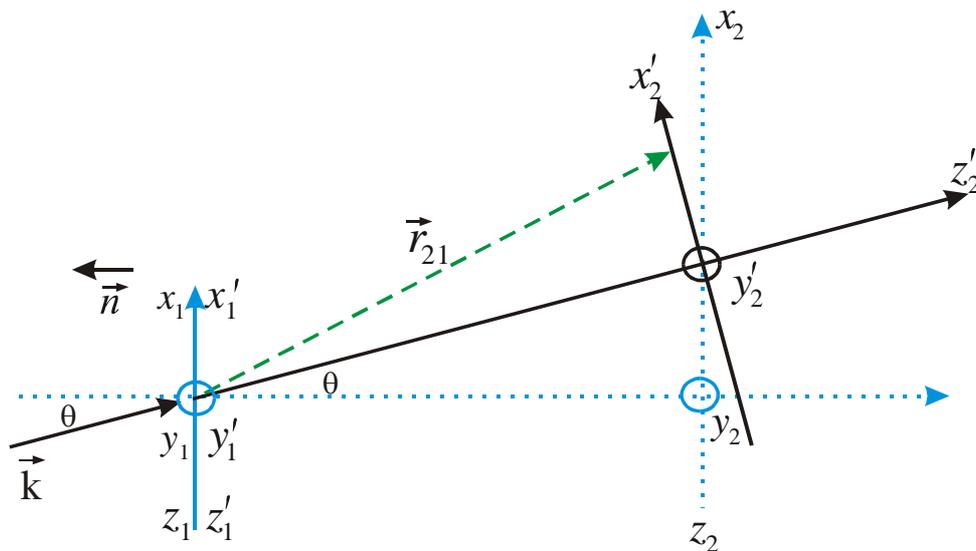


圖 21 座標旋轉後具有傾斜誤差的繞射元件的計算示意圖。

1.7.1 繞射元件傾斜

根據(2.1.3)式，在計算輸出平面的輸出光場時需要對輸入平面作傅里葉積分，也就是對繞射元件的半徑座標 r_1 作積分，其積分範圍為繞射元件的圓形孔徑。如圖 20 所示，當繞射元件傾斜一個角度 θ ，則在輸出光場的計算上將會是一個複雜的工作，我們利用座標轉換的方式簡化計算工作。

如圖 21 所示，下標符號為"1"者代表輸入平面，下標符號為"2"者代表輸出平面，上標符號為 ` 者代表新座標系統。

根據 Fresnel-Kirchhoff 繞射公式，輸出平面的光場分布 $U_2(x_2, y_2, z_2)$ 可由(2.1.45)式計算出

$$U_2(x_2, y_2, z_2) = \frac{1}{j\lambda} \iint_{\Sigma} \left[U_1(x_1, y_1, z_1) \exp(jk(x_1 \sin \theta + z_1 \cos \theta)) \right] \frac{\exp(jkr_{21})}{|\vec{r}_{21}|} \Psi dx_1 dy_1, \quad (2.1.45)$$

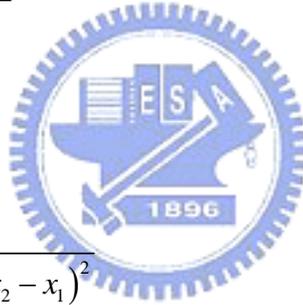
其中 $U_1(x_1, y_1, z_1)$ 為繞射元件的穿透函數， θ 為入射光場的向量 \vec{k} 與 xy 平面的法線向量 \vec{n} 的夾角， Ψ 為傾斜因子，根據柯希霍夫(Kirchhoff)理論傾斜因子可表示為

$$\Psi = \frac{1}{2} \left[\cos(\vec{n}, \vec{r}_{21}) - \cos(\vec{n}, \vec{r}_{01}) \right] \quad (2.1.46)$$

$$\cos(\vec{n}, \vec{r}_{21}) = \frac{(z_2 - z_1)}{|\vec{r}_{21}|}$$

$$\cos(\vec{n}, \vec{r}_{10}) = \cos \theta$$

$$|\vec{r}_{21}| = \sqrt{(z_2 - z_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$



為了方便計算將 (x_2, y_2, z_2) 座標系轉換為 (x'_2, y'_2, z'_2) 座標系，

$$\begin{cases} x_2 = (z_2 - z_1) \tan \theta + x'_2 \cos \theta \\ y_2 = y'_2 \\ z_2 = (z_2 - z_1) - x'_2 \sin \theta \end{cases} \quad (2.1.47)$$

(2.1.45)式可改寫為

$$U_2(x'_2, y'_2, z'_2 = \text{const.}) = \frac{1}{j\lambda} \iint_{\Sigma} U_1(r_1) \exp(jk(r_1 \cos \theta_1 + z_1 / \tan \theta) \sin \theta) \frac{\exp(jkr_{21})}{|\vec{r}_{21}|} \Psi r_1 dr_1 d\theta_1 \quad (2.1.48)$$

由(2.1.48)式我們分別計算出各種不同傾斜角對輸出光場的影響，計算範圍從 $\theta = 0^\circ$ 增加至 $\theta = 5^\circ$ ，每增加 1° 計算一次軸向光照度分布。圖 22 為各種傾斜角對紅光 ($\lambda = 632.8nm$) 波長的軸向光照度分布的影響，由這些曲線圖可看出波長 $\lambda = 632.8nm$ 的第一段層無繞射光束比較會因繞射元件的傾斜而造成軸向光場的劇烈變化，致使軸向光照度分布會快速變化，而第二段的層無繞射光束就不會因繞射元件的傾斜而造成軸向光場的劇烈變化，軸向光照度分布的變化也

比較緩慢。圖 23 為各種傾斜角對綠光 ($\lambda = 514.5nm$) 波長的軸向光照度分布的影響，由這些曲線圖可看出波長 $\lambda = 514.5nm$ 的第一段層無繞射光束比較會因繞射元件的傾斜而造成軸向光場的劇烈變化，致使軸向光照度分布會快速變化，但並不會比 $\lambda = 632.8nm$ 波長的第一段繞射光束來得劇烈，而第二段的層無繞射光束的軸向光照度分布也就更為緩慢。圖 23 為各種傾斜角對藍光 ($\lambda = 488.0nm$) 波長的軸向光照度分布的影響，由這些曲線圖可看出波長 $\lambda = 488.0nm$ 的第一段層無繞射光束比較會因繞射元件的傾斜而造成軸向光場的劇烈變化，致使軸向光照度分布會快速變化，但並不會比前兩個波長的第一段繞射光束來得劇烈，而第二段的層無繞射光束的軸向光照度分布也就更為緩慢。



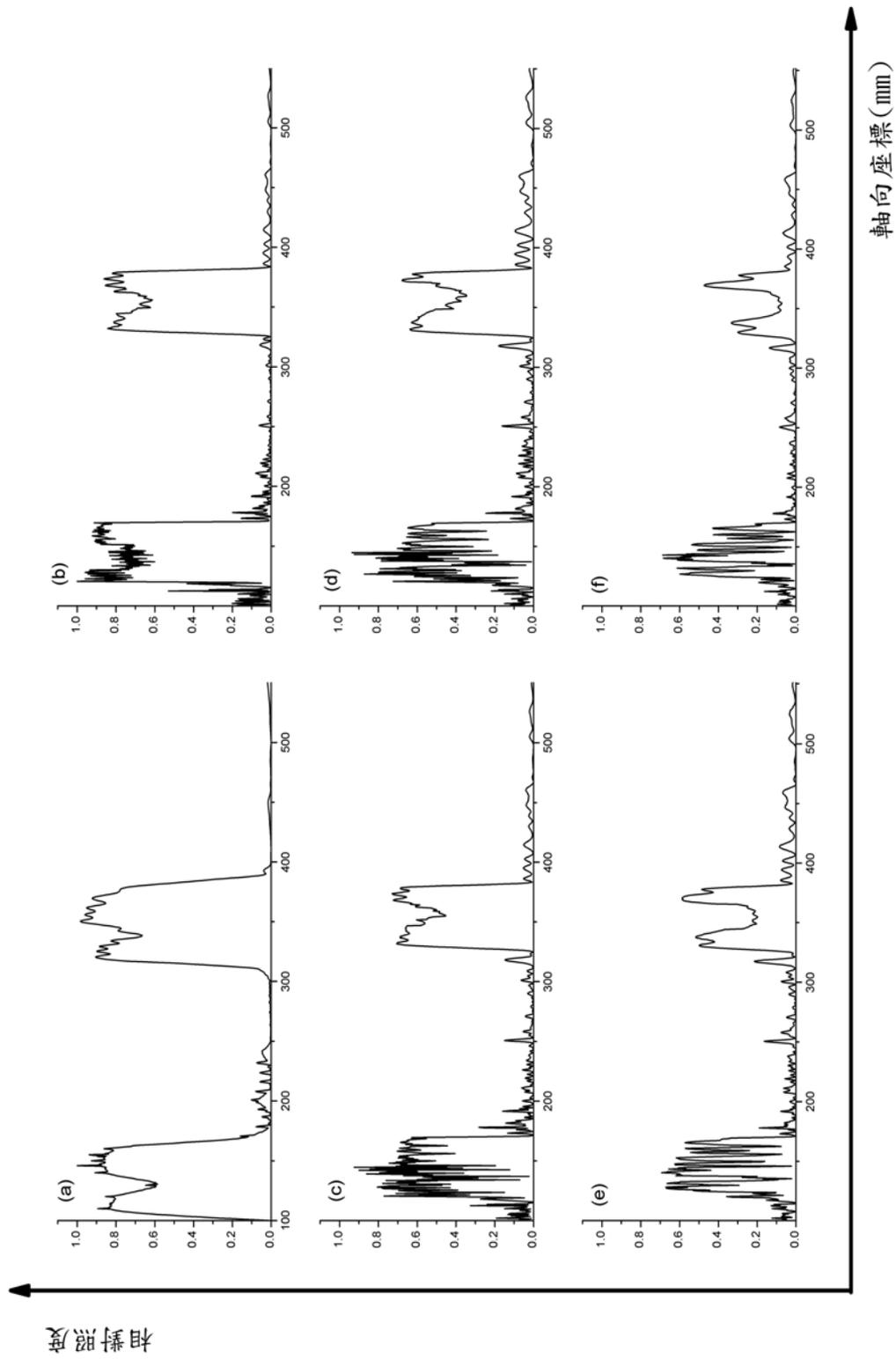


圖 22 繞射元件傾斜各種不同角度的偏差對軸上波長為 632.8nm 的照度分布的影響。

(a) 0.0 度；(b) 1.0 度；(c) 2.0 度；(d) 3.0 度；(e) 4.0 度；(f) 5.0 度。

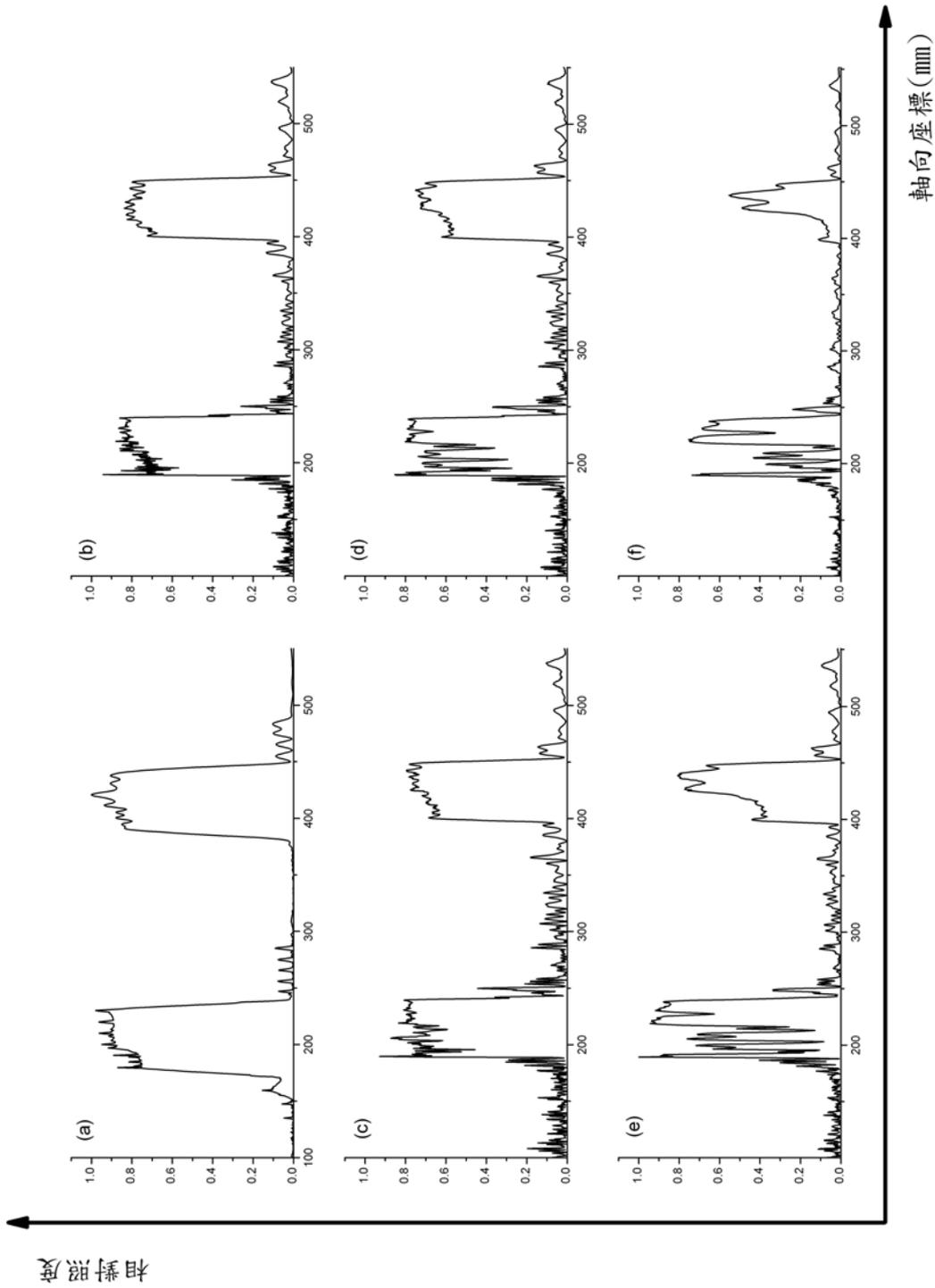


圖 23 繞射元件傾斜各種不同角度的偏差對軸上波長為 514.5nm 的照度分布的影響。

(a) 0.0 度；(b) 1.0 度；(c) 2.0 度；(d) 3.0 度；(e) 4.0 度；(f) 5.0 度。

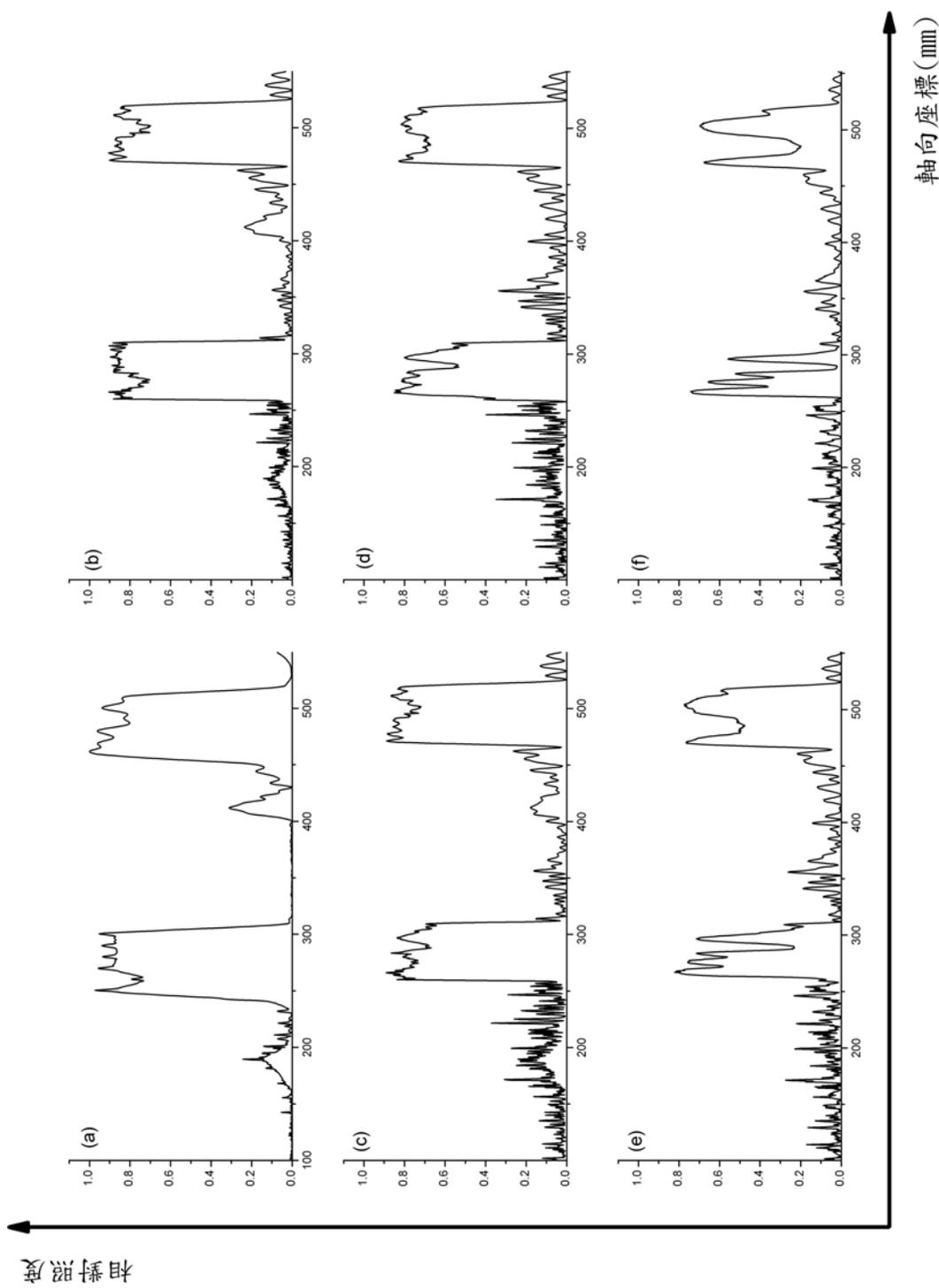


圖 24 繞射元件傾斜各種不同角度的偏差對軸上波長為 488.0nm 的照度分布的影響。
 (a) 0.0 度；(b) 1.0 度；(c) 2.0 度；(d) 3.0 度；(e) 4.0 度；(f) 5.0 度。

1.7.2 球面波入射繞射元件

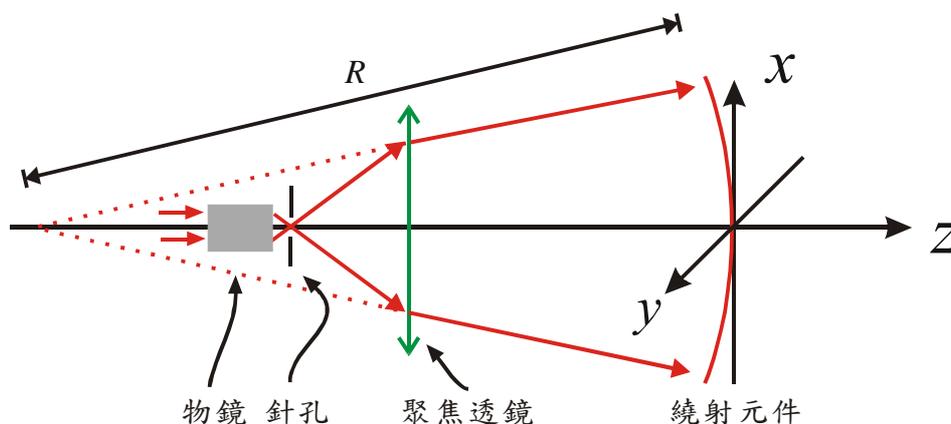


圖 25 入射波面具有誤差時的計算示意圖

圖 25 為繞射元件的量測架構，當聚焦透鏡在光軸(Z 軸)上位置有偏差時，會造成入射於繞射元件的波面不會是平面波而是發散或是收斂的球面波，我們假設此球面波的半徑為 R 。

以振幅相位重建法所計算出的繞射元件相位分布為例，計算出在各種球面波入射於繞射元件時，其對軸向光場分布的影響。圖 26 至圖 28 分別為三種不同波長（ $632.8nm$ 、 $514.5nm$ 與 $488.0nm$ ）針對各種不同半徑的發散球面波波面入射於繞射元件時所對應的的軸向照度分布曲線。由這些圖可看出這三種波長的入射光具有共同的特性，當入射於繞射元件的發散球面波半徑愈小時，其所產生的層無繞射光束的軸上位置將遠離繞射元件並且軸上的光照度有下降的趨勢。軸上照度的分布曲線並無明顯的快速擾動，這一特點可說明繞射元件的傾斜誤差比球面波入射繞射元件對於輸出光場的變化來得嚴重，因此繞射元件的光學特性對於元件的傾斜誤差十分敏感。

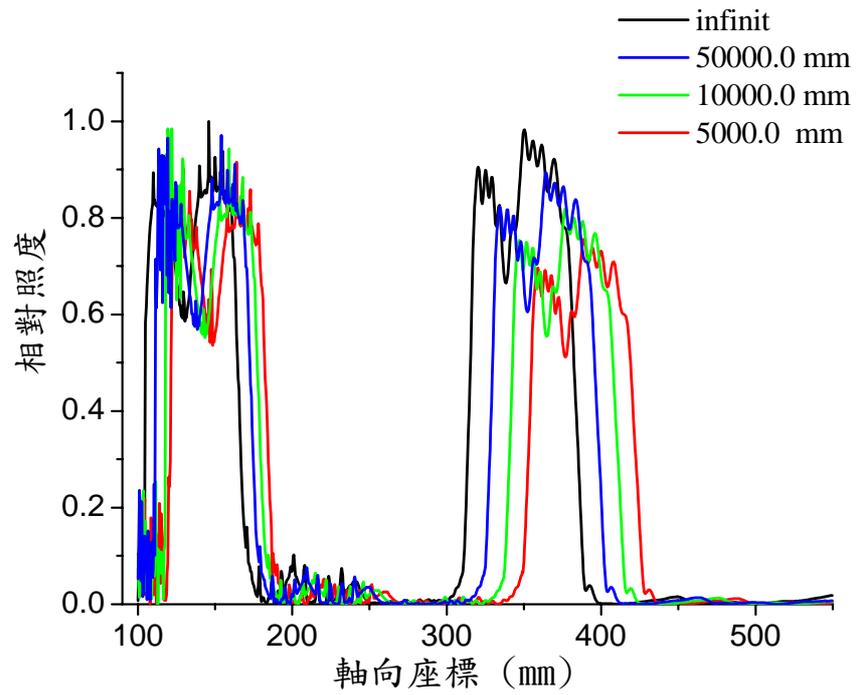


圖 26 在各種不同半徑的發散球面波波面入射於繞射元件時，波長為 632.8nm 的軸向照度分布曲線圖。

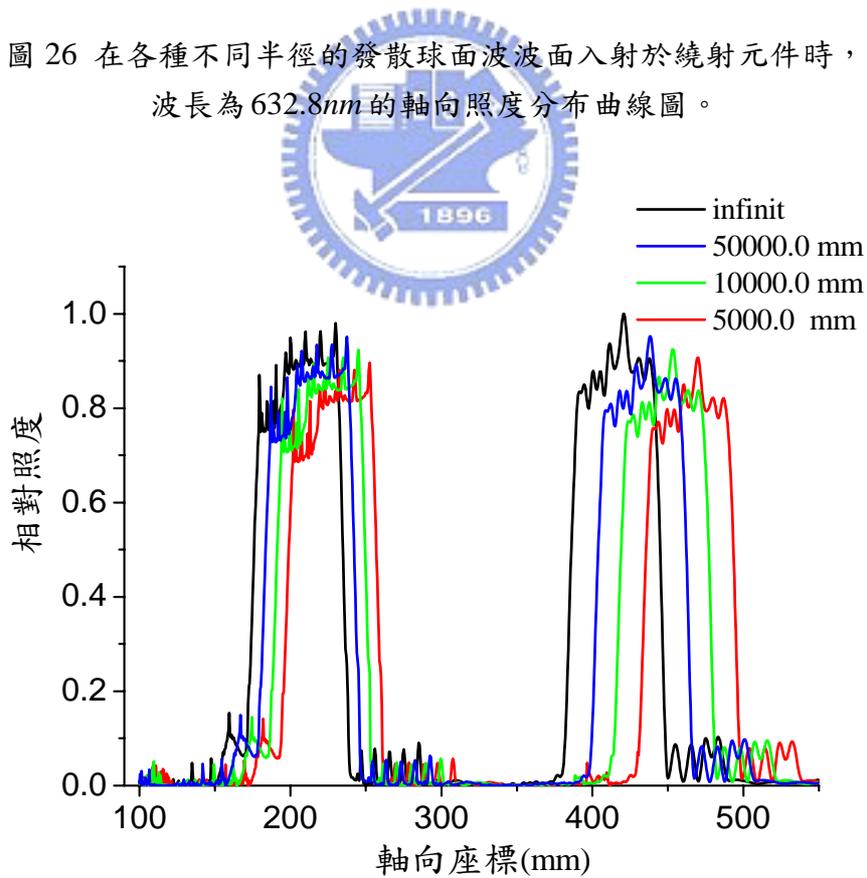


圖 27 在各種不同半徑的發散球面波波面入射於繞射元件時，波長為 514.5nm 的軸向照度分布曲線圖。

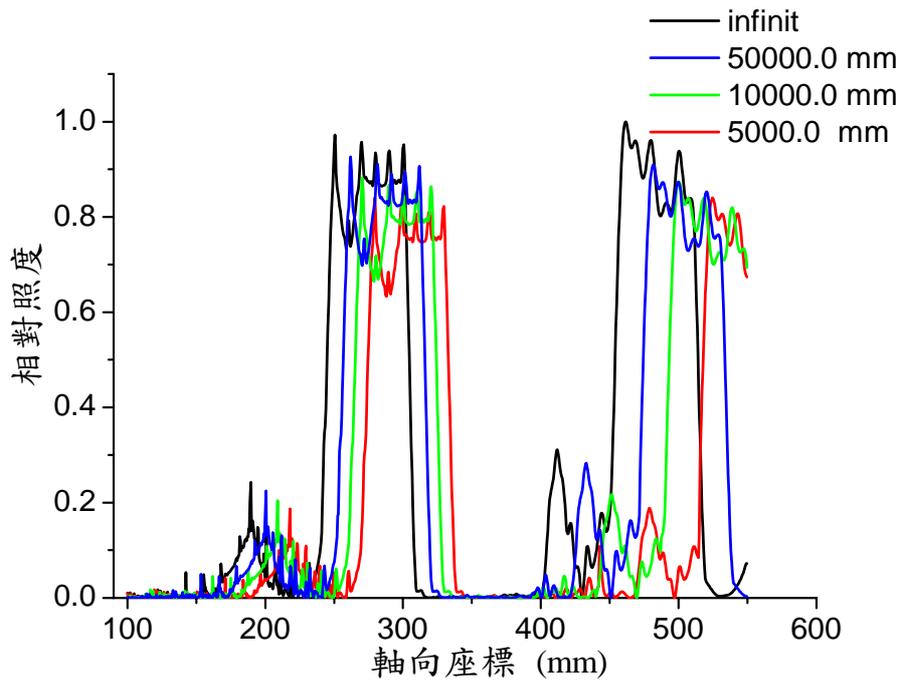
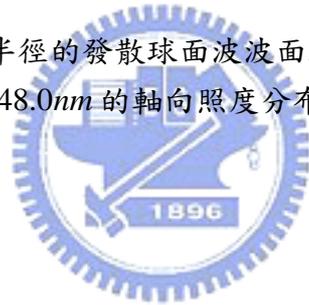


圖 28 在各種不同半徑的發散球面波波面入射於繞射元件時，波長為 448.0nm 的軸向照度分布曲線圖。



1.8 討論

本論文所設計與製作的是一種圓對稱的繞射相位元件，由於所設計的功能較為特殊無法以解析的方式得到所需的元件參數。我們利用數值計算方式得到元件的近似解，在元件的製作方法上我們主要是利用本校奈米中心的製程設備製作所需的繞射相位元件。以下我們將針對所設計的繞射相位元在理論計算與製作過程上作一簡短的討論。

1.8.1 理論計算方面

在本設計工作中共使用了兩種演算法，振幅相位重建演算法與共軛梯度演算法。振幅相位重建演算法共有兩個迭代迴圈，外迴圈的迭代過程與 GS 迭代演算法類似，藉由輸入光場與輸出光場的相互迭代，使所計算的輸出光場朝向預定的輸出光場靠近；內回圈的迭代主要是用來處理非么正系統的計算，這也是與 GS 演算法最大的不同處，利用這個內迴圈的迭代解出適當的輸入平面的相位分布。在求解的過程中輸入平面每個取樣點的相位值都是彼此相關，而且每次的前後迭代值可藉由自調適加法 (Adaptive addition algorithm) 或自調適乘法 (Adaptive multiplication algorithm) 彼此關聯起來，使得在迭代過程中比較能得到較穩定的收斂解，由於振幅相位重建演算法中包含有逆運算的過程，因此在設定初始條件時需要特別注意每個環節，才能得到令人滿意的答案。共軛梯度演算法主要的特點是利用權重函數的設定使得整個求解的過程朝向預定的目標收斂。此演算法在每次的逼近過程中都對誤差函數作偏微分以計算出收斂方向。在理論上每次逼近的收斂方向均為線性無關，此收斂方向為共軛梯度方向。利用共軛梯度演算法求解繞射元件需要對誤差函數作偏微分，若是遇到較為複雜的誤差函數而使得誤差函數的數學微分式子很難求得時，除了使用數值的微分方法外很難利用共軛梯度演算法求解繞射相位元件。振幅相位重建演算法則少了誤差函數的微分過程，使得求解任意功能的繞射元件顯得特別方便。在數值的收斂速度的比較上，由於共軛梯度演算法具有對誤差函數的偏微分的步驟，使得每次逼近方向均朝向收斂的方向，因此確保了收斂的可能性，在收斂速度上也是十分快速。

1.8.2 製程與量測方面

根據標量繞射理論的規範，繞射元件所允許的最小線寬已受到限制。在元件的製作過程中所能接受的製程誤差也是需要特別注意的，由於石英基板在可見光區段的折射率並不大，因此元件所需蝕刻的深度較深（約 $2.7\mu m$ ），為了同時看清楚光罩上的圖形與石英基板上的圖形，我們只能選用具有長焦深的低倍率顯微物鏡來作對準的工作。對於小線寬的圖形低倍率的顯微物鏡則無法得到精確的對準，在權衡此一因素之下我們選擇最小線寬為 $10\mu m$ 。

在繞射元件的光學量測實驗中，從每個取樣焦平面上可觀察到除了原本應該有的聚焦光點外還有其他的雜光存在，而這些雜光的出現可能是製程與量測誤差所帶來，以下將大致說明這些誤差的種類與產生的原因。

(1) 製程誤差[62,63]

製程誤差可分為基板的蝕刻深度誤差、圖形線寬誤差、蝕刻壁垂直度誤差與多道光罩間的對準誤差等數種製程誤差。

蝕刻深度誤差來自於蝕刻過程中，蝕刻氣體流量與上下電擊板的功率不穩定都會造成基板蝕刻率的改變，使得實際的蝕刻深度與預期的深度不同，這種蝕刻深度誤差會發生在每一次的蝕刻過程中。

由於光罩上圓形圖案的制作是以多邊形來作近似，若是多邊形的邊數越多則圓形的近似程度會越好，但是光罩的製作時間與成本就相對越高，因此這種近似誤差在製作圓形圖案時就會產生圓形圖形的近似誤差。在黃光微影的製程步驟中，將光罩上的圖案轉寫到基板時，如果光阻的曝光與顯影的條件過度或不足，都會影響到光阻所形成的線寬。在基板的蝕刻過程中如果蝕刻的方向性不夠好，產生了側壁蝕刻的情形也會造成圖形線寬誤差。

造成壁垂直度誤差的主要原因有光阻的特性、曝光顯影的條件與基板的蝕刻等三方面所造成，它所造成的影響如圖 29 所示，壁垂直度誤差所產生的影響又可以分成橫向誤差與線寬誤差兩方面。

當使用多於兩道光罩製作繞射元件時，由於儀器本身限制、光阻的厚度與個人技術的純熟度都會造成光罩的對準誤差。如圖 30 所示我們以四階的繞射元件作為說明，由圖中可以看出，當光罩位置有所偏移時，即造成某些區域的相位比起原先的設計產生相當大的誤差。這種相位的改變，會使得此部分的繞射光在設計的焦平面上產生相位的改變，反而使聚焦的光效率下降並在無訊號區產生了雜訊。

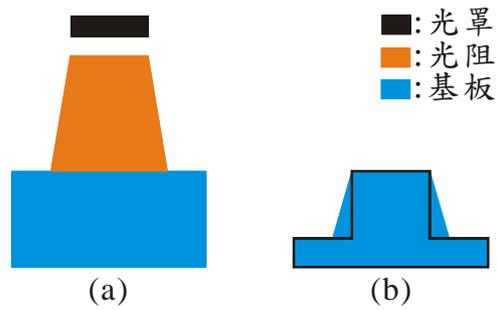


圖 29 線垂直度誤差所造成的影響。

(a)光阻在進行曝光與顯影後的形狀，(b)基板經過蝕刻後的情形，黑線為理想輪廓。

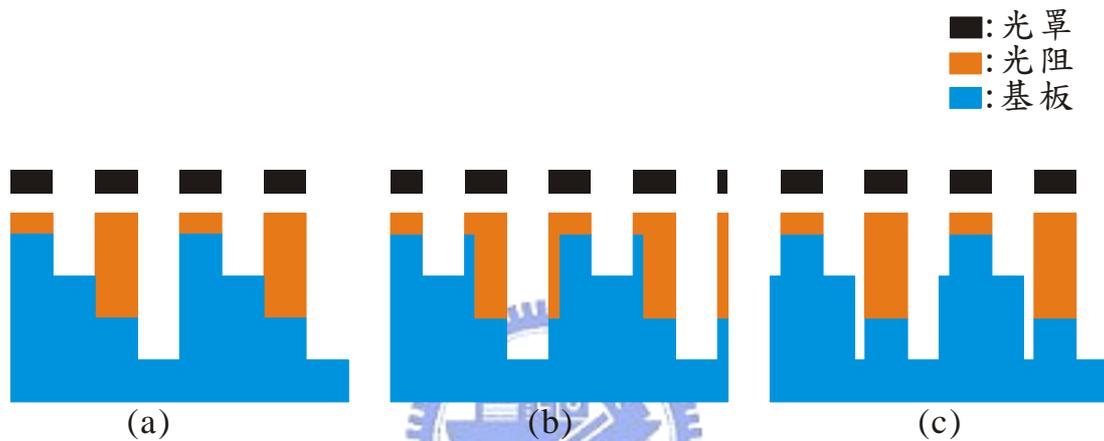


圖 30 具有對準誤差的繞射元件的剖面示意圖。

(a)無對準誤差的情形，(b)光柵向左偏移的情形，(c)光罩向右偏移的情形。

(2)量測誤差

量測誤差來自於量測系統的不精確、儀器的不穩定與人為的誤差所造成。在設計繞射相位元件時都是假設入射光為平行光，但在架設量測設備時由於人為的誤差而使得入射於繞射元件的光束並非平行光，因此造成了入射於繞射元件的光束相位與設計的入射相位有一定的偏差，對輸出光場分布造成影響。在第 1.7 節當中我們分別計算了因入射光場的改變和繞射元件的傾斜對輸出光場的影響。

1.9 結論

在本章中，我們敘述了在三色光入射系統中設計出能產生三色層無繞射光束的相位繞射元件，並說明了此繞射元件的計算結果。因為所設計的繞射元件規格還在純量繞射理論的適用範圍內，所以在設計與分析時主要是採用計算簡單的標量繞射理論。由於利用標量繞射理論來計算繞射元件的輸出光場十分簡單與快速，因此可利用數值最佳化理論來完成複雜功能繞射元件的設計。在本章中我們分別利用共軛梯度法與振幅相位重建演算法設計出所需的繞射相位元件，這兩種演算法在數值分析中雖屬於局部求解的理論，但在繞射元件的最佳化的過程中都可快速得到收斂解，而且對於繞射元件的輸出光場又能得到預期的光學特性。因此在越趨複雜與多功能的繞射元件的設計領域中不失為一種很好的設計方法。仍有許多演算法值得我們繼續嘗試，例如基因演算法與共軛梯度法的綜合演算法，使其不但具有全域求解的優點也保有快速收斂的優點。

所製作的元件在光學性能上的量測結果都能與理論的分析吻合。不過，在未來的應用上若需要設計出更小線寬的繞射元件時，致使標量繞射理論將不再適用，則必須改用計算複雜的向量繞射理論來分析與設計繞射元件，而最佳化的演算法則必須有所改變，以符合設計需求。現今已知諸多的最佳化的演算法都有一定的侷限性與各自的優點。在未來必須在既有的演算法上做一些改進才能滿足愈趨複雜的繞射相位元件的設計工作。

我們利用半導體製程技術在一塊 2mm 厚的石英基板表面製作出所設計的十六階繞射元件的微結構。在製程上除了可採用乾式活性離子蝕刻外，其他的方法當然也可以考慮，尤其是更新更好的技術，如灰階光罩的製程、準分子雷射（電子束）直接刻蝕法（Excimer laser direct etching）[64]。這些方法就不用以多階來近似繞射元件的連續輪廓，可直接加工製作成更高品質的繞射相位元件。從成本與其他製作因素的考量上，二進階繞射元件仍具很大優勢與吸引力，如體積小、重量輕、可大量生產與複製等。二進階光學元件的製作，與一般半導體的製作都是使用相同的製程與設備，故未來的發展可將多種的光學元件直接和積體電路同時作在一起，成為一個有特殊功能的小型系統，若再經過適當的封裝後，其效用就如同目前的 IC 一樣，使用上變得非常的方便。因只要將幾個小系統整合起來，就可以得到所要的功能，而不需要所有元件都要工程師自己重頭開始設計。由此可看出光學與電子學的關係不僅很密切，且兩者的發展路線也都是一致的，使得未來可以發展功能複雜的系統。

我們由實驗結果可知當以一束三色準直光束入射於所製作的繞射相位元件時，在預計的六個區段中都能形成層無繞射光束，實驗數據不但與理論計算吻合且驗證了設計理論，由於三色層無繞射光束的產生，預期在未來將對精密光學對準、光學蝕刻技術與光連接器上會有所應用。

III 利用繞射元件實現自由空間型 高密度分波解多工系統



第一章 利用稜鏡光柵結構設計與製作高密度分波解多工器

1.1 前言

在光纖通訊網路不斷快速成長的潮流中，對於具有高容量且傳輸快速的通訊網路需求變得十分殷切。如圖 31 所示，在既有的通訊線路上提升傳輸速度與容量的方法可分為分時多工 (Time Division Multiplexing, TDM) 與分波多工 (Wavelength Division Multiplexing, WDM) 兩大類[65]。分時多工的應用是當系統傳輸速度大於各通道的傳輸速度時，分時多段讓各訊號在同一線路中傳輸，但是傳輸速度仍受限於系統的最大傳輸速度。分波（頻）多工則是利用具有一定頻寬的訊號通道，讓許多不同頻率或波長的訊號同時在同一條線路上傳輸，並利用分波解多工(Wavelength Division Demultiplexing)的方式將不同波長的訊號在使用端彼此分離開來。分波（頻）多工不但可倍數級的增加系統的傳輸容量與速度，若配合摻鉕光纖放大器 (EDFA) 的使用，則可減少成本高昂且維護不易的光放大器的需求與維護。所以分波（頻）多工的技術發展逐漸成為光通訊領域中最受注目的研究課題，而高密度分波解多工器遂成為分波（頻）多工技術中的關鍵技術。

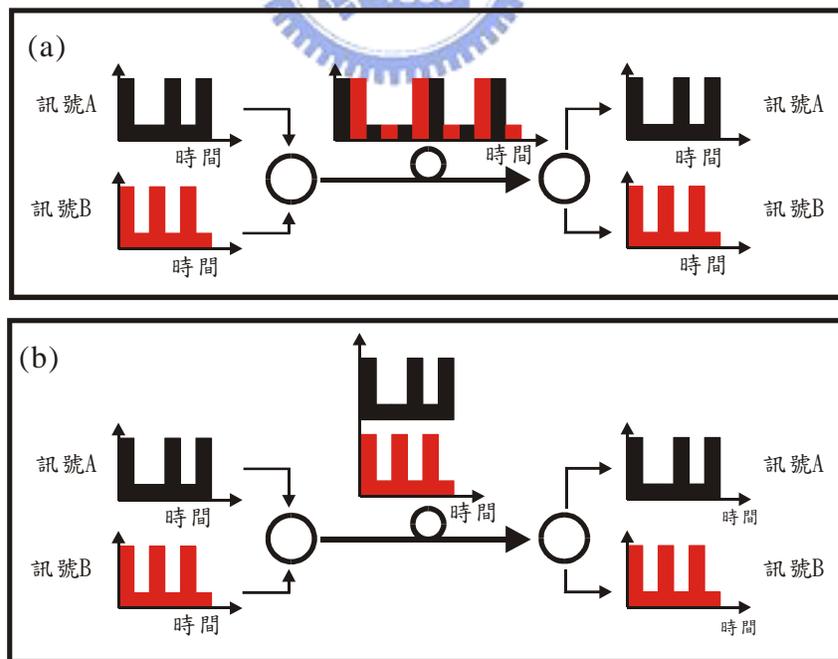


圖 31 提升傳輸速度的方法。(a) 分時多工模式。(b) 分波多工模式。

現行應用於高密度分波解多工器 (Dense Wavelength Division De-Multiplexing , DWDDM)的相關技術約有數種，以下就其工作原理、優勢與所面臨的困難分述如下:

1.1.1 薄膜濾波器 (Thin Film Filter , TFF)[66]

介質薄膜濾波器是利用 Fabry-Perot 干涉原理，在基板上依序鍍上光學長度為四分之一波長膜厚的高低折射率交替材料（例如 TiO_2 與 SiO_2 ）。當某個波長滿足 Fabry-Perot 干涉條件時將可穿透薄膜濾波器，不滿足條件的其餘波長則發生反射，利用此一機制而達到分離某特定波長的目的。圖 32(a)說明利用梯度折射率透鏡取代一般透鏡而達到光束準直與聚焦功能的薄膜濾波器，此架構通常只有兩個通道數。圖 32(b)說明了在一塊玻璃材料上貼附多個薄膜濾波器而達到多通道數的目的。圖 32(c)為直接在光纖的端面上貼附介質薄膜而達到濾波的目的。

介質薄膜濾波器可經由設計多腔 (Multiple cavity) 結構而形成一平頂 (Flat top) 帶寬的通道。然而在基板上堆疊出更多層的介質薄膜將會增加膜層間的應力，對於應力所衍生出的問題將有待克服[67]。薄膜濾波器在濾波時由於多次穿透與反射將造成能量上的損耗，此問題限制了薄膜濾波器所能設計的最大通道數，因此通常應用在八個通道數以下的分波解多工系統中。薄膜濾波器在分波解多工的領域中仍屬於最為成熟的技術，通道的頻寬仍限制在 100GHz 以上，對於 100GHz 以下的系統中，介質薄膜濾波器就比較不具優勢。

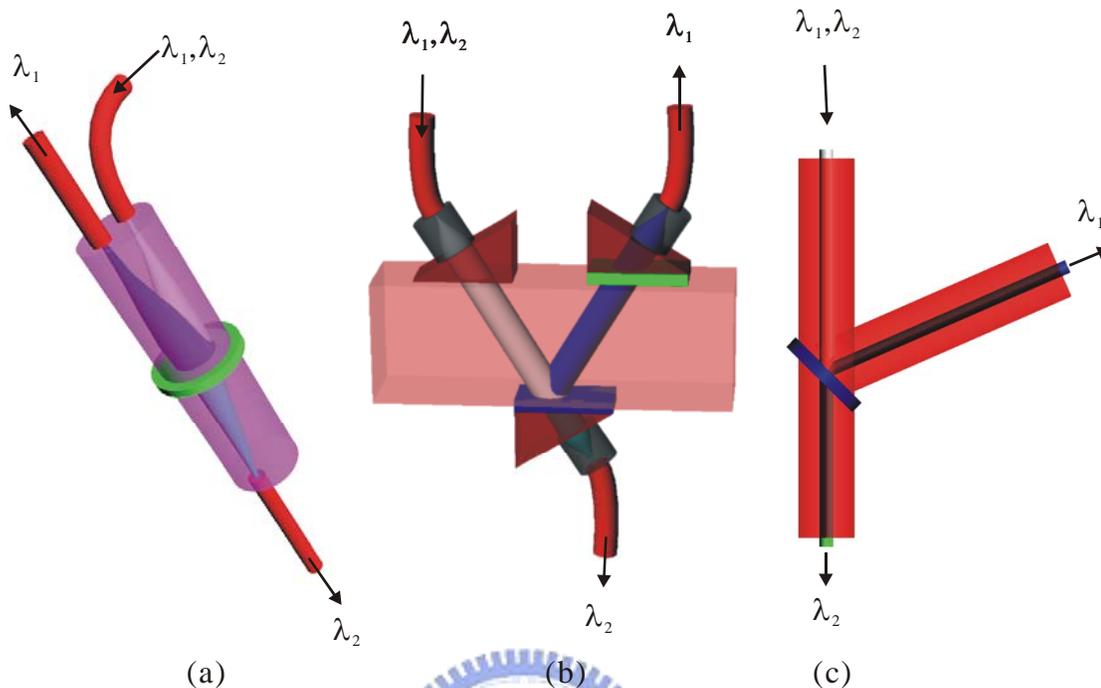


圖 32 應用薄膜濾波器實現分波解多工器示意圖。
 (a)梯度折射率柱狀透鏡型。(b)多重反射型。(c)光纖端點濾波型。

1.1.2 光纖布拉格光柵(Fiber Bragg Grating, FBG)[68]

如圖 33 所示，光纖布拉格光柵是利用布拉格繞射原理在單模光纖中設計與製作出折射率呈週期性變化的光纖。當入射波長滿足布拉格條件時，所設計的波長訊號將發生反射而其他波長的訊號則會發生穿透的現象。

$$\lambda = 2nd \quad (3.1.1)$$

利用具有不同週期 d 的光纖光柵將可分別過濾出不同通道的訊號，串聯這些光纖光柵則可組成多通道的分波解多工器，光纖光柵是以紫外波段的準分子雷射 (Excimer Laser) 為光源，利用相位光罩 (Phase mask) 在光纖蕊心的部份直接曝光，光纖的蕊心因一定能量的紫外光照射而使其折射率變大，因此就形成折射率呈週期性變化的布拉格光柵。

這種直接經由光纖光柵結構作為分波的機制將可降低耦合損耗與免除高精度封裝的困擾，光纖布拉格光柵與薄膜濾波器都是主要應用在十六個通道以內的分波解多工系統。光纖布拉格光柵式的分波解多工器可利用干涉技術製作出極小週期的光柵，使其應用於

50GHz 以下的系統成為可能。當光纖中的光柵條紋數愈多將可提高反射率，所以若能精準的控制曝光量的均勻度與相位光罩的對準，將能提高整個系統的效能。

然而光纖光柵的特性對環境溫度的改變十分敏感，溫度改變將導致光柵熱脹冷縮或材料折射率的改變，這些因素都會產生通道中心波長漂移的現象，這一問題與陣列波導光柵相同，都需要外接一個溫度補償器以克服此一缺陷。光纖光柵也可以製作成週期漸寬的光柵而達到色散補償的目的，但是光纖光柵與薄膜濾波器一樣都是屬於少通道數的串聯型濾波器，對於多通道數的應用比較不具競爭性。

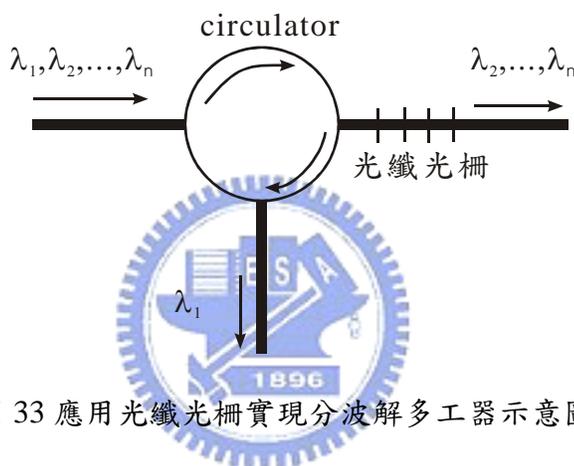


圖 33 應用光纖光柵實現分波解多工器示意圖。

1.1.3 陣列波導光柵(Array Waveguide Grating, AWG)[69]

如圖 34 所示，陣列波導光柵是由一組輸入波導、兩組平面耦合波導(即自由傳播區域，Free Propagation Region, FPR)、一組陣列波導與一組輸出陣列波導所組成的分波解多工系統。當多波長光訊號由輸入波導經由自由傳播區域擴散耦合進入陣列波導，由於相鄰的陣列波導的光學長度差為波長的整數倍，當光波行進至陣列波導末端時，相同相位之光波形成建設性干涉並聚焦在輸出波導的端面，不同波長的訊號產生了不同的相位延遲而分別聚焦至所對應的輸出波導。陣列光波導可視為平面光波線路(Planar Light-wave Circuit, PLC)技術的應用，PLC 是一種在平面上製作許多光波導通道而產生分光、合光、光學切換(Optical Switch)等功能的技術。利用半導體製程技術在矽基板上氧化一層二氧化矽作為光的傳輸介質，由於傳遞損耗小與具有光纖折射率匹配等諸多優點，使 PLC 技術的發展受到相當重視。陣列波導光柵主要應用在高通道數的分波解多工系統，使用半導體製程技

術令其成本與通道數的增加無關，且為平行處理的分波機制，使得各通道的輸出功率一致 [70]。然而高介入損失、對極化敏感、較低的自由頻譜範圍（Free-Spectral Range）與缺少溫度穩定性等因素都阻礙了發展性。需要外加溫度補償器 [71] 與極化轉換器 [72] 以克服這些問題，外加的光學元件將使得整個系統的介入損失與成本相對的提高。

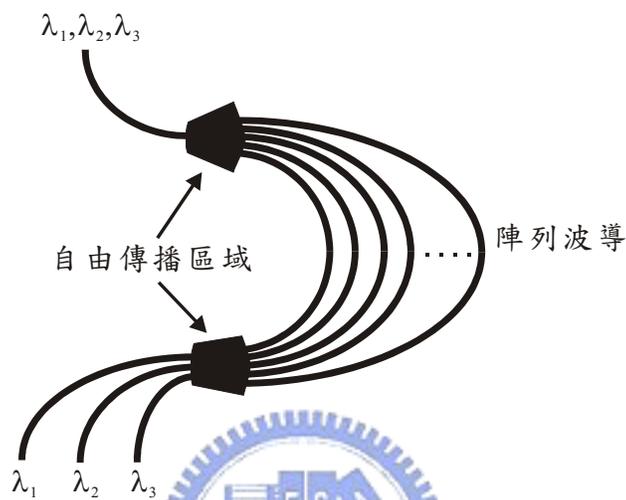


圖 34 應用陣列波導光柵實現分波解多工器示意圖。

1.1.4 繞射光柵(Diffraction Grating) [72-76]

繞射光柵為周期性排列的微結構，光波主要行進於自由空間中，目前主要有凹面型光柵與閃耀型平面光柵兩種角色散型分波解多工器，分別介紹如下：

凹面型光柵是由 H. A. Rowland 在 1882 年所提出，如圖 35(a)所示在一球型凹面的基板上刻劃出光柵的微結構。此光學結構同時具有角色散能力與聚焦能力而受到重視 [73-76]，從 1990 年起就有許多學者相繼投入凹面光柵的研究。學者為了整合波導與其他學元件在相同基板上，遂提出利用半導體製程技術將光柵的微結構製作在矽晶片上，如圖 35(b)所示。但是此一方法只能在矽基板的蝕刻側壁上製作出柱狀的光柵結構，但是在導光層的另一維度無法將光訊號完全聚焦於輸出光纖內而大幅增加了系統的損耗。此一問題為凹面式光柵在實際應用上仍需克服的一個環節。

圖 36(a)為一種應用於分波解多工系統的反射式平面光柵 [78-80]，需要的光學元件有聚焦透鏡與平面光柵。反射光柵系統比凹面型光柵系統多了聚焦透鏡等光學元件，在結構

上雖然增加了元件間對準的問題，但卻有效地提高了分波解多工器的光學效能。如圖 36(b)所示，也有人提出利用梯度折射率柱狀透鏡取代聚焦透鏡而完成分波解多工系統的設計[81,82]。

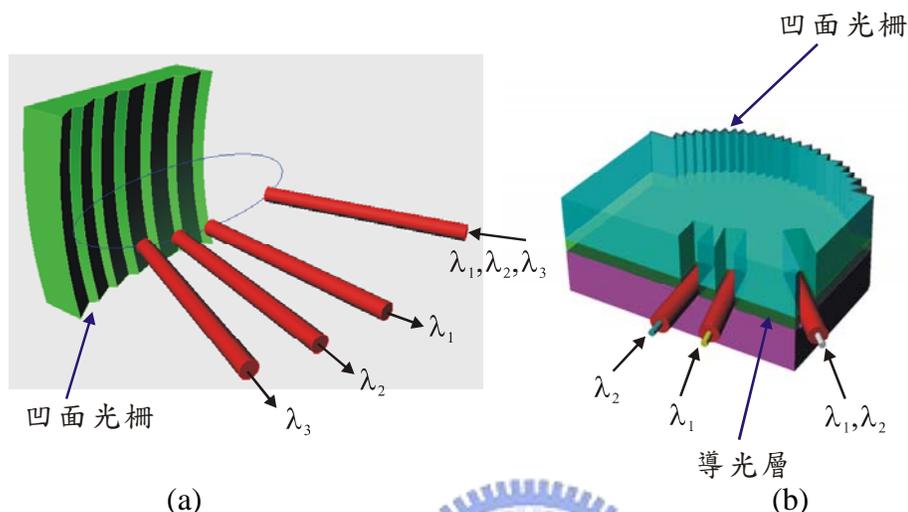


圖 35 應用反射光柵實現分波解多工器示意圖（一）
 (a)自由空間型中三維凹面光柵。(b)波導型二維凹面光柵

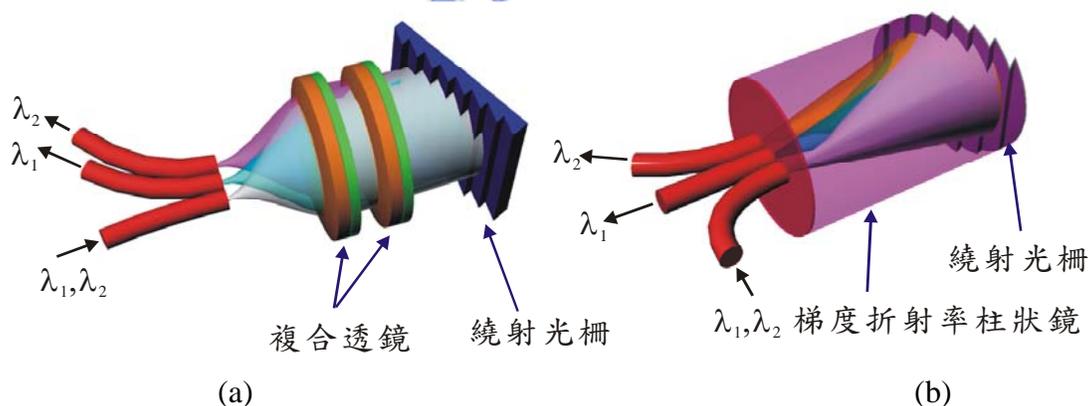


圖 36 應用反射光柵實現分波解多工器示意圖（二）
 (a)自由空間型反射光柵系統。(b)梯度折射率柱狀透鏡型反射光柵系統。

根據純量繞射理論的計算，閃耀光柵(Blazed grating)具有較高的繞射效率[77]，光柵的週期結構若遠大於所使用波長的尺度，將適用於純量繞射 (Scalar Diffraction) 理論的範疇，此時繞射現象將與電場偏振方向無關，將具有最低偏振態損耗(Polarization

dependent loss)[83]。繞射光柵可平行地分出各通道訊號，因此各通道的插入損耗相差並不大，而非常適合應用於多通道數的分波解多工系統[84]。製作繞射光柵所能選用的材料十分多樣，若選用適當的材料將可降低因環境溫度變化所造成通道中心波長漂移的問題[84]，這些優點遂增加了繞射光柵應用於分波解多工系統的優勢。

我們將薄膜濾波器、陣列波導光柵、光纖光柵與繞射光柵的相關特性整理於表 4 中。

有一種光學元件稱為稜鏡光柵(grism)，其結合了穿透式光柵與光學稜鏡，現已應用在許多領域[85-91]，例如天文光譜攝像儀、極化光譜儀與分波解多工系統中[92,93]。在本章中，將說明利用穿透式稜鏡光柵取代反射式光柵以應用於高密度波長解多工系統中，

稜鏡光柵具有高繞射效率、製作容易與易大量複製等優點，現今已有許多方法被提出以製作高效率的稜鏡光柵。目前比較常用的方法是以高分子材料複製出閃耀光柵再貼附於高折射率的稜鏡表面[91]，然而大部分的高分子材料在紅外波段都有吸收損耗。另外的方法是直接刻劃出閃耀光柵的表面輪廓[94]或以離子束傾斜蝕刻法來完成光柵的製作[95]，具有高折射率的稜鏡光柵只需一個較小的稜鏡頂角就可得到高階的繞射光束，使其具有較大的角色散能力，然而大部分高折射率的光學玻璃與晶體材料都太硬或太脆，很難以鑽石刀具刻劃出光柵溝槽。

KRS-5 是一種在C band 具有高折射率與高穿透率的紅外材料，並具有低熔點(414.5 °C)與低硬度等特性，適合以精密鑽石微加工技術 (plunge-cut diamond turning technology) 製作出所需的光學元件並適合以熱壓印 (thermal embossing) 技術大量複製此元件，基於以上理由使用KRS-5 紅外材料製作稜鏡光柵將具有很高的發展性，將來以量產技術降低分波解多工元件的價格。

在本章中，我們將設計與製作出分波解多工系統中的解多工器，也就是稜鏡光柵的部份，並以數值方法分析製程誤差對其光學特性的影響。

表 5 應用於分波多工器之各種技術比較整理表

	薄膜濾波器	陣列波導光柵	光纖光柵	繞射光柵
介入損失	單一通道的介入損失不高，但隨著通道數增加將導致損耗增加	耦合效率低，但介入損失不隨通道數增加而增加	單一通道的介入損失不高，但隨著通道數增加將導致損耗增加	自由空間傳播，介入損失不高
通道帶寬	可平坦化，但須增加薄膜層數	需利用特殊波導接頭做改善，但會影響波導的耦合效率		可平坦化，光柵結構要作特殊設計
串話	低	高	低	低
溫度敏感性	低	需恆溫系統	需恆溫系統	低
通道間隔	雖可產生極窄的波段，但成本的考量將不適合應用於高通道數的系統中	可達到 50GHz 以下且適合應用於多通道的系統中	雖可產生極窄的波段，但成本的考量將不適合於高通道數的系統中	可達到 50GHz 以下且適合應用於多通道的系統中
製作	製作技術發展完備，但薄膜層數將隨通道帶寬平坦而增加	製程技術適用於半導體製程	可利用干涉或灰階曝光技術達成	可以模造的方式量產
價格	成本隨著通道數增加而提高	成本不隨通道數增加而大幅提高	成本隨著通道數增加而提高	成本不隨通道數增加而大幅提高，模造量產成本很低

1.2 相關理論

本論文所設計為一個在 C band 具有十六個通道且頻寬為 100GHz 的高密度分波解多工系統，這十六個通道的中心波長分別為 1545.2nm、1546.0nm、1546.8nm、1547.6nm、1548.4nm、1549.2nm、1550.0nm、1550.8nm、1551.6nm、1552.4、1553.2、1554.0nm、1554.8nm、1555.6nm、1556.4nm 和 1557.2nm，每個通道中心波長差為 0.8nm。如圖 37 所示，此分波解多工系統含有單模輸入光纖、商用光束準直透鏡、稜鏡光柵、聚焦透鏡、光管陣列耦合裝置和商用多模光纖陣列。在本章中將說明稜鏡光柵的設計與製作工作，光管陣列耦合裝置的設計與製作將在下一章作詳細討論。

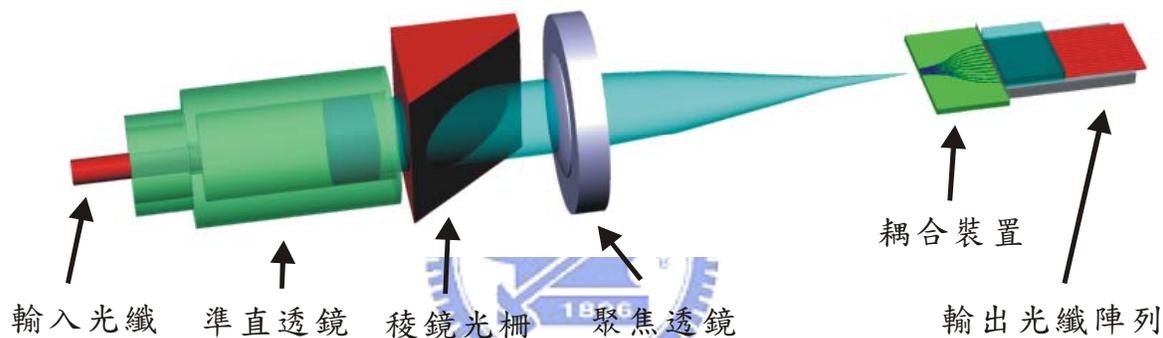


圖 37 應用稜鏡光柵結構實現分波解多工系統的示意圖

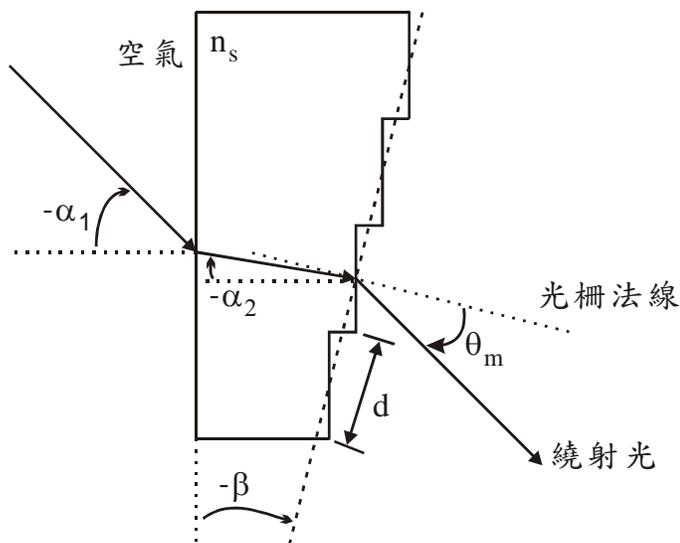


圖 38 稜鏡光柵示意圖。

1.2.1 稜鏡光柵的設計方法

假設稜鏡光柵四周的介質為空氣，光束的入射角以逆時針方向為正，順時針方向為負，繞射光束的繞射行為可以的光柵方程式作描述。

$$n \sin(\theta_m) - n_s(\lambda_f) \sin(\beta - \alpha_2) = m \frac{\lambda_f}{d}, \quad (3.1.2)$$

其中 m 為繞射光的繞射級數， d 為光柵週期， θ_m 為第 m 個繞射級數的繞射角，其角度計算是以光柵基準面的法線方向為基準， β 為光柵的閃耀角(blazed angle)，以上符號的標定可參考圖 38。 n 為稜鏡光柵所在的環境折射率，在本設計中為空氣其值近似於 1.0， $n_s(\lambda_f)$ 為材料 KRS-5 在波長為 λ_f 時的折射率，此材料的折射率函數可用色散公式來表示，

$$n_s^2(\lambda) = a_0 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda^{-2} + a_3\lambda^{-4} + a_4\lambda^{-6} + a_5\lambda^{-8} \quad (3.1.3)$$

其中函數的係數分別為 $a_0 = 5.66699$ 、 $a_1 = -0.00048$ 、 $a_2 = -0.02409$ 、 $a_3 = 2.18849$ 、 $a_4 = -2.44416$ 與 $a_5 = 0.61575$ 。

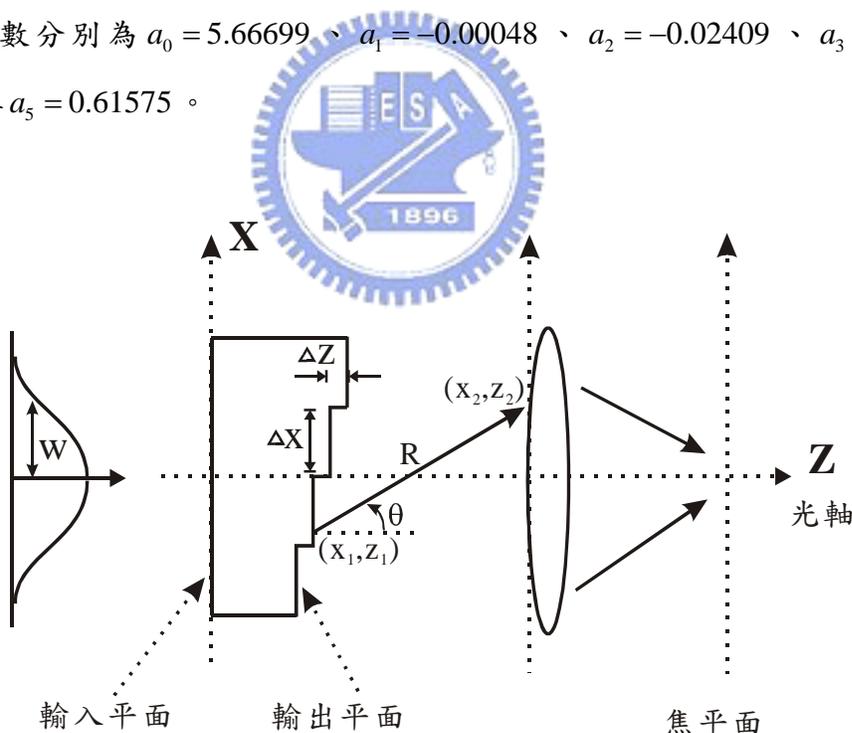


圖 39 稜鏡光柵解多工器示意圖。

當光柵符合閃耀條件($\theta_m = \beta - \alpha_1$)時，在第 m 繞射級波長為 λ_f 的繞射光束將具有最大的繞射效率，經由(3.1.2)式可計算出光柵的閃耀角為

$$\sin \beta = \frac{m\lambda_f}{\left[\cos \alpha_1 - n_s(\lambda_f) \cos \alpha_2 \right] d}, \quad (3.1.4)$$

其中 α_1 為入射光束入射稜鏡光柵的入射角，所設計的光柵週期為 $d=12\mu\text{m}$ ，約比參考波長 ($\lambda_f=1550.8\text{nm}$) 大八倍，因此繞射光的特性與入射光的極化方向無關而適用純量繞射理論。由於稜鏡光柵的製作限制，故將繞射光束設計在第九繞射級數。當入射光束以垂直方向入射稜鏡光柵，則所對應的閃耀角 β 為 54.75° 。如圖 39 所示當一束含有多波長的高斯光束垂直入射於稜鏡光柵的輸入平面，而此高斯光束的發散角 (divergence angle) 為 6.13×10^{-3} ，高斯參數為 $w=2.3\text{mm}$ ，在稜鏡光柵後端置放一個焦距為 29.47mm 的透鏡。

為了驗證所設計的稜鏡光柵結構，我們利用 Huygens-Fresnel 理論[96]計算出稜鏡光柵輸出端的光場分布

$$E_2(x_2, \lambda) = A \times \sum_{p=1}^{N_1} \int_{[(p-1)-N_1/2]\Delta x}^{[p-N_1/2]\Delta x} \frac{\cos(\theta/2)}{\sqrt{\lambda R}} \exp \left[ik(R + p\Delta z n_s(\lambda)) - i\pi/4 - \left(\frac{x_1}{w} \right)^2 \right] dx_1 \quad (3.1.5)$$

其中 A 為一個常數， θ 是波向量 k 與光柵表面法線的夾角， N_1 是光柵總條紋數， Δx 與 Δz 分別是單一光柵輪廓的寬度與高度，它們分別是 $\Delta x = d \cos \beta$ 與 $\Delta z = d \sin \beta$ ， R 代表圖 39 中座標點 (x_1, z_1) 與 (x_2, z_2) 的距離。

1.2.2 稜鏡光柵的繞射效率

入射於稜鏡光柵的光場振幅分布可用一個高斯振幅分布函數來表示，

$$u_0(x) = e^{-\left(\frac{x}{w}\right)^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sqrt{\pi} w e^{-\pi^2 w^2 \zeta^2} \right) e^{i2\pi \zeta x} d\zeta. \quad (3.1.6)$$

若忽略稜鏡光柵的表面反射與吸收的損失，稜鏡光柵的穿透函數可用下式來表示。

$$g(x, \lambda) = \frac{1}{N_1 \Delta x} \sum_{p=1}^{N_1} \exp[-i\phi(\lambda, p)] \text{rect} \left[\frac{x - p\Delta x + N_1 \Delta x / 2}{\Delta x} \right], \quad (3.1.7)$$

其中 $\phi(\lambda, p)$ 為稜鏡光柵的相位函數，可表示如下式

$$\phi(\lambda, p) = \frac{2\pi}{\lambda} [n_s(\lambda) - 1.0] p \Delta z. \quad (3.1.8)$$

若光柵符合閃耀條件，則 $\phi(\lambda, p)$ 在波長為 λ_f 時將等於 $2\pi m_0 p$ ，而可將上式改寫為

$$\phi(\lambda, p) = 2\pi \left(\frac{\lambda_f}{n_f - 1} \frac{n_s(\lambda) - 1}{\lambda} \right) m_0 p, \quad (3.1.9)$$

其中 m_0 是稜鏡光柵所設計的繞射級數，當高斯光束垂直入射於稜鏡光柵時，則稜鏡光柵輸出端的光場分布可表示為 $u(x, \lambda) = u_0(x)g(x, \lambda)$ 。在 Kirchhoff 的近似下， $u(x, \lambda)$ 的傅里葉轉換式可表示為

$$\begin{aligned} U(\xi, \lambda) &= \int_{-\infty}^{\infty} u(x, \lambda) \exp(-i2\pi\xi x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp[i\pi N_1(\xi - \zeta)\Delta x] \operatorname{sinc}[(\xi - \zeta)\Delta x] \left(\sqrt{\pi} w e^{-\pi^2 w^2 \zeta^2} \right) \\ &\quad \times \frac{1}{N_1} \sum_{p=1}^{N_1} \exp \left\{ -i2\pi \left[\left(\frac{\lambda_f}{n_f - 1} \frac{n_s(\lambda) - 1}{\lambda} \right) m_0 + (\xi - \zeta)\Delta x \right] p \right\} d\zeta \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp[i\pi N_1(\xi - \zeta)\Delta x] \operatorname{sinc}[(\xi - \zeta)\Delta x] \left(\sqrt{\pi} w e^{-\pi^2 w^2 \zeta^2} \right) \frac{1}{N_1} \sum_{p=1}^{N_1} \exp(-i2\pi mp) d\zeta, \end{aligned} \quad (3.1.10)$$

其中

$$m = \left(\frac{\lambda_f}{n_f - 1} \frac{n_s(\lambda) - 1}{\lambda} \right) m_0 + (\xi - \zeta)\Delta x \quad (3.1.11)$$

在(3.1.10)式中，若級數和的項滿足下式則可忽略級數和的影響。

$$\sum_{p=1}^{N_1} \exp(-i2\pi mp) = \begin{cases} N_1, & m = \text{整數} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (3.1.12)$$

假如 m 等於整數，則第 m 級繞射光束的強度分布可表示為

$$\begin{aligned} |U(m, \lambda)|^2 &= \left| \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[i\pi N_1 \left(m - \left(\frac{\lambda_f}{n_f - 1} \frac{n_s(\lambda) - 1}{\lambda} \right) m_0 \right) \right] \operatorname{sinc} \left[m - \left(\frac{\lambda_f}{n_f - 1} \frac{n_s(\lambda) - 1}{\lambda} \right) m_0 \right] \right. \\ &\quad \left. \times \sqrt{\pi} w \exp[-\pi^2 w^2 \zeta^2] d\zeta \right|^2 \end{aligned} \quad (3.1.13)$$

其中 $\sqrt{\pi} w \exp[-\pi^2 w^2 \zeta^2]$ 表示影響繞射光束的空間發散程度的一個因子。在本工作中，當入射的高斯光束具有很大的光腰 (beam waist) 時， $w = 2.3\text{mm}$ ，只有當 ζ 很小時此因子才有影響，所以此因子對(3.1.13)式的積分影響將可忽略，在(3.1.13)式中的其他函數可視為與變數 ζ 無關，(3.1.13)式可改寫為如下：

$$|U(m, \lambda)|^2 = \left\{ \text{sinc} \left[m - \left(\frac{\lambda_f}{n_f - 1} \frac{n_s(\lambda) - 1}{\lambda} \right) m_0 \right] \right\}^2 \quad (3.1.14)$$

稜鏡光柵第 m 個繞射級數的繞射效率可定義為

$$\eta(m, \lambda) = \frac{|U(m, \lambda)|^2}{\sum_{m'} |U(m', \lambda)|^2} \quad (3.1.15)$$

1.2.3 稜鏡光柵的色散

繞射元件的光學特性與入射光的波長有很大的關係，這種關係我們可稱為色散 (wavelength dispersion)，因此可利用這一種特性而設計出分波元件，將(3.1.2)式的繞射角 θ_m 對波長 λ 微分後可得到下式：

$$\frac{d\theta_m}{d\lambda} = \frac{m}{nd \cos \theta_m}, \quad (3.1.16)$$

其中 m 為繞射級數， n 為環境折射率， d 為光柵週期， θ_m 為第 m 級繞射光的繞射角。 $d\theta_m/d\lambda$ 所代表的是單位波長所對應的繞射角的變化，此定義為光柵的角色散能力 (angular dispersion power)。選取較高的繞射級數、較小週期的光柵或較小的環境折射率將可獲得最大的角色散能力。若將不同波長的繞射光經由一個焦距為 f 的透鏡聚焦到焦平面上，則可定義出因波長的不同而導致在焦平面上的聚焦點位置有相對位移，這種位移程度即是所謂的線色散 (linear dispersion)，可表示為：

$$\frac{dx}{d\lambda} = f \frac{d\theta_m}{d\lambda} \quad (3.1.17)$$

線色散所代表的是在焦平面上相鄰兩波長所對應的橫向位移大小，假設入射於光柵的波面為平面波，則第 m 級繞射主峰的半角寬可經由多狹縫干涉公式得到如下式：

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta_m}, \quad (3.1.18)$$

其中 N 為光柵的總條紋數。當兩個波長差為 $\Delta\lambda$ 的兩個波長，根據瑞利判據 (Rayleigh criterion)，在透鏡的焦平面上一波長主峰落於另一波長的第一個零點位置，此時這兩個波長恰巧能夠分辨，由 (3.1.16) 式與 (3.1.18) 式計算出最小能夠分辨的波長差為：

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{mN}, \quad (3.1.19)$$

其中 $\Delta\lambda$ 為具有 N 個條紋數的光柵，第 m 級繞射光在 λ 波長附近的最小能解析的波長差，稱為解析極限（limit of resolution）。光柵的解析能力（Resolving power）定義為繞射級數 m 乘上光柵的總條紋數 N 。由 (3.1.19) 式可知，要解析更小波長差的光訊號就必須使用更高的繞射級數與更多的光柵條紋數。由光柵公式可知， $|m\lambda/d|$ 的值域已限制在 1.0 以內。當光柵週期選定後，能使用的繞射級數有最大值的限定，且光柵週期的選擇必須符合純量繞射理論的適用條件，光柵週期的值不可選用與操作波長太接近的值。此外，若提高光柵的總條紋數則會導致光柵的總面積過大，稜鏡光柵的體積也跟著增加，此一因素將不利於系統的微小化。綜合以上因素，一顆稜鏡光柵所能得到波長解析度將有限，惟有如圖 40 所示串聯兩個稜鏡光柵才能得到更高的波長解析度。

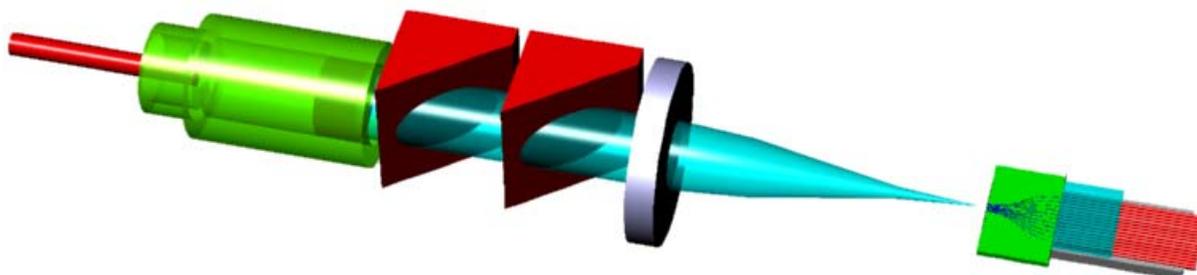


圖 40 串聯兩塊稜鏡光柵的分波解多工系統示意圖

1.2.4 自由頻譜範圍 (free spectral range, FSR)

光柵的色散能力雖然比光學稜鏡大，但缺點在於繞射光柵同時會產生多級的繞射光束。若使用的頻譜範圍過大，不同級數的繞射光將會重疊導致偵測器無法分辨。當第 $m+1$ 級的繞射波長 λ 與第 m 級的繞射波長 $\lambda + \Delta\lambda_{FSR}$ 發生重疊時，可以表示為下式：

$$n \sin(\theta_m) - n_s(\lambda_f) \sin(\beta - \alpha_2) = (m+1) \frac{\lambda}{d} = m \frac{\lambda + \Delta\lambda_{FSR}}{d}, \quad (3.1.20)$$

上式解出的波長差 $\Delta\lambda_{FSR}$ 即為相鄰兩個繞射級數不相互重疊的最大波長差，稱為自由頻譜範圍，上式簡化後如下式：

$$\Delta\lambda_{FSR} = \frac{\lambda}{m} \quad (3.1.21)$$

若使用在密度分波解多工系統中則可計算出可解析的最多通道數為

$$N_{\max} = \frac{\Delta\lambda_{FSR}}{\Delta\lambda}. \quad (3.1.22)$$

根據設計的參數，自由頻譜範圍為 172.3nm ，對於 100GHz 的稜鏡光柵解多工器共可分出 215 個通道數。一般來說，目前在 1300nm 與 1550nm 的通訊窗口可使用的頻帶寬分別約為 15000GHz ，對於 10GHz 的解多工器而言應可產生 1500 個通道數。但實際應用上卻只允許數百個通道數，這是由於光纖的非線性效應的影響，以及需要一個非常穩定的光源才能符合所需。另一方面對於這麼多的通道數，每個通道間的串話 (crosstalk) 將是一個重要的問題。

1.2.5 串話 (crosstalk)

訊號光源、分波多工器或分波解多工器都對串話有所影響。當光源頻寬小於多工器的頻寬時，這種串話的缺陷主要就由解多工器所產生。至於電訊號的串話主要與訊號接收器 (receiver) 對不同波長的響應有關，例如矽材料的接收器對於訊號波長 800nm 與 1300nm 或 1500nm 的響應就有很大的落差。對於解多工器的串話程度我們定義如下：

第 j 個通道的串話 (crosstalk) 可用訊雜比 (Signal to Noise Ratio, SNR) 來表示，

$$SNR_j = \frac{\Phi_{jj}}{\sum_{i \neq j} \Phi_{ij}} \quad (3.1.23)$$

其中 Φ_{ij} 表示其他通道的訊號波長 λ_i 進入第 j 個通道的總通量，而 Φ_{jj} 表示訊號波長 λ_j 進入第 j 個通道的總通量。

1.2.6 溫度飄移 (thermal drift)

根據光柵公式，我們計算出參考波長對於溫度變化的飄移程度，

$$\lambda_f = \frac{n_s \Delta z}{m} - \frac{\Delta z}{m}, \quad (3.1.24)$$

其中稜鏡光柵的折射率 n_s 與單一輪廓高度 Δz 將會隨著溫度的變化而改變，

$$\frac{d\lambda_f}{dT} = \lambda_f \left[\frac{1}{n_s - 1} \frac{dn_s}{dT} + \frac{1}{\Delta z} \frac{d\Delta z}{dT} \right] = \lambda_f \left[\frac{1}{n_s - 1} \frac{dn_s}{dT} + \varepsilon \right], \quad (3.1.25)$$

其中 ε 為材料熱膨脹係數。本設計的稜鏡光柵材料為 KRS-5 晶體，其線膨脹係數為 $6 \times 10^{-6} (1/^\circ\text{C})$ ，若不計折射率隨溫度的影響，則參考波長隨溫度的飄移量為 0.0093nm 。



1.3 計算結果

所設計的高密度分波解多工器包含有商用光束準直透鏡、稜鏡光柵和聚焦透鏡，由於每個元件對於整個系統的光學品質均有影響，因此必須小心檢視每個元件的特性。圖 41 所示光束準直透鏡為一個商用透鏡，經由實際量測其輸出光強度，其光場強度分布為一個圓高斯分佈，高斯參數為 $w=2.3\text{mm}$ ，發散角（divergence angle）為 6.13×10^{-3} 弧度。聚焦透鏡為一種高分子塑膠材料加工而成的平凸非球面透鏡且焦距為 29.47mm 。

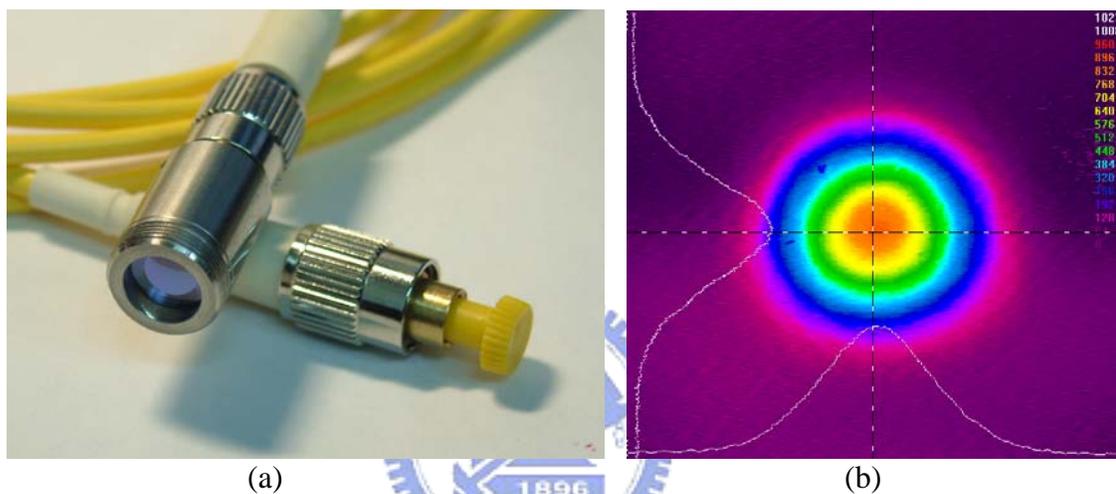


圖 41 商用光束準直透鏡。(a)實體照片。(b)輸出光強度的量測圖。

我們實際計算出高斯光束經過所設計的稜鏡光柵後的波面分布，為了能清楚的看出波面的細微變化，我們只列出在參考波長附近的三個通道中心訊號波長來做說明。圖 42 為經過稜鏡光柵後的光強度分布曲線圖，經過光柵繞射後的光強度依然是呈現高斯分佈。因為不同波長的輸入訊號在輸出平面產生了些許位移，三個波長非常接近且分辨角很小，彼此間不易分辨。圖 43 為這三個波長在稜鏡光柵輸出平面的相位分布曲線圖，從圖中可看出參考波長（ 1550.8nm ）通過稜鏡光柵後相位並無變化，仍然維持高斯強度分布的平面波並沿著光軸前進而無偏轉，波長為 1550.0nm 的光束通過稜鏡光柵後向右偏折約 1.13×10^{-3} 弧度，波長為 1551.6nm 的光束通過稜鏡光柵後向左偏折約 1.14×10^{-3} 弧度，在 $\pm 3\text{mm}$ 以外區域的相位急速變化乃是由於稜鏡光柵的孔徑效應所造成，因此在 $\pm 3\text{mm}$ 以外的非訊號區產生這種現象。當這三個波長經聚焦透鏡將訊號聚焦在焦平面後，在輸出焦平面上各通道中心訊號波長的強度分布與所在位置的關係曲線圖如圖 44 所示，其中各相鄰

通道中心訊號波長差為 0.8nm，由圖中曲線可知相鄰通道中心訊號波長的訊號峰值空間位置差約為 $32.57\mu m$ ，參考波長在焦平面處束腰光點大小約為 $20.9\mu m$ ，其強度分布依然是高斯分佈。我們以寬為 $28.57\mu m$ 的狹縫作為計算依據，此十六個通道的分波解多工器的計算穿透頻譜如圖 45 所示，由圖中可看出所設計的分波解多工器具有很高的光學效率與訊雜比，每個通道的半腰寬(full-width at half-maximum, FWHM)約為 0.674 nm，略小於所要求的 0.8nm，各相鄰通道的串話約為-22dB。



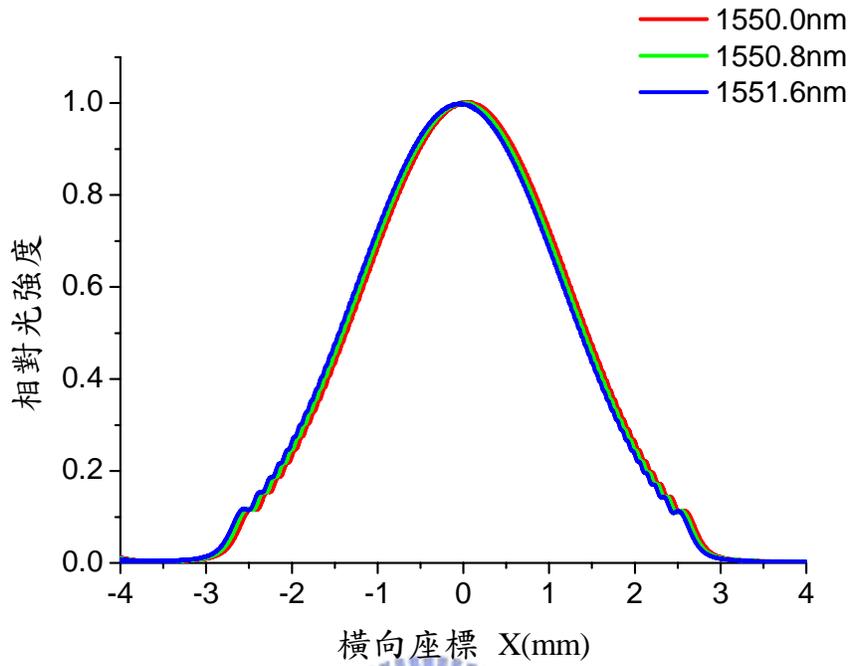


圖 42 在聚焦透鏡前表面處部分通道中心波長的橫向光強度分布計算曲線圖。

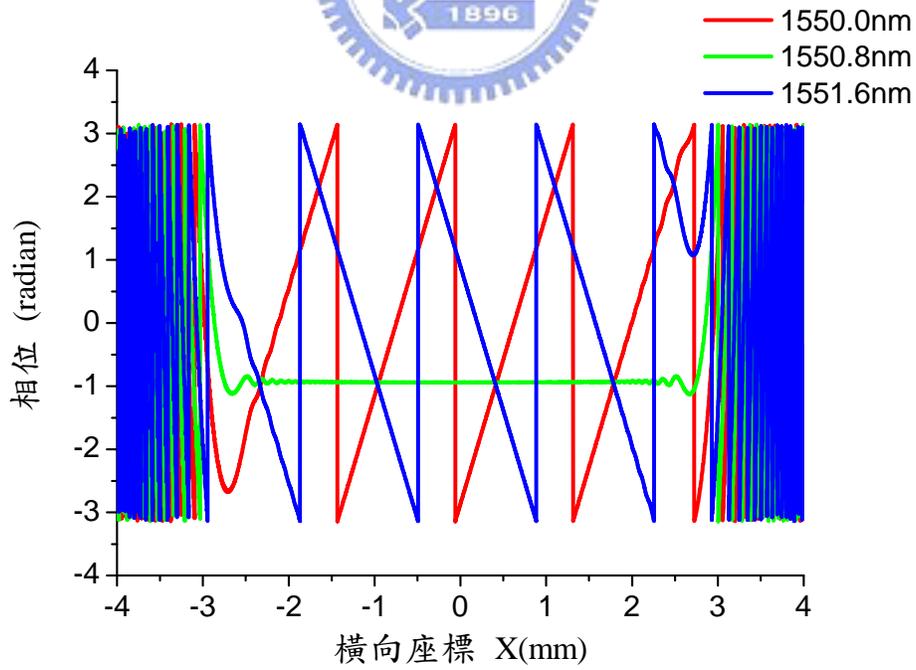


圖 43 在聚焦透鏡前表面處部分通道中心波長的相位分布計算曲線圖。

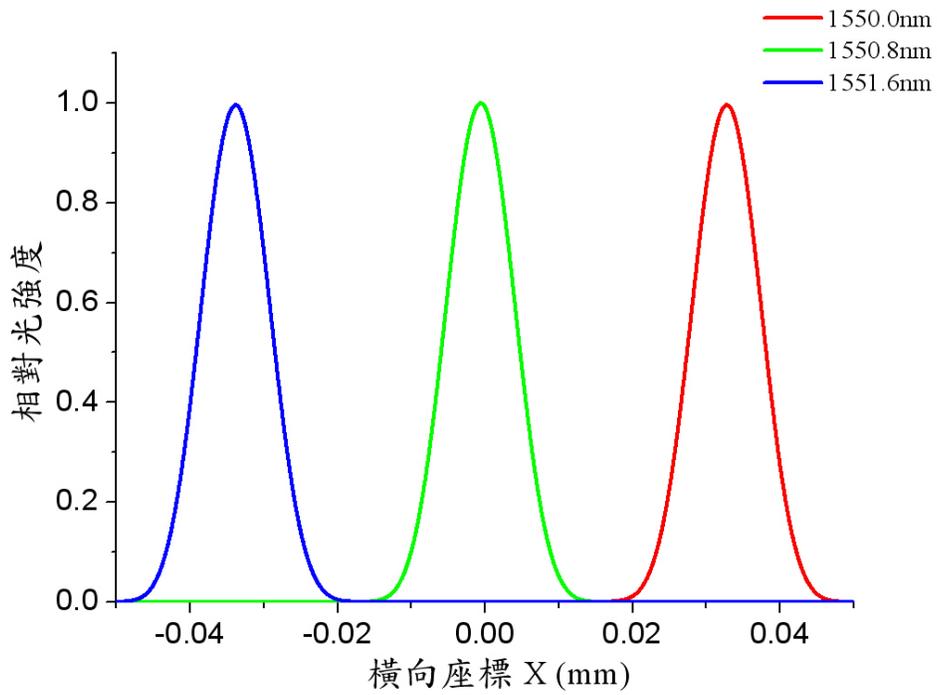


圖 44 在焦平面處部分通道中心波長的橫向光強度分布計算曲線圖。

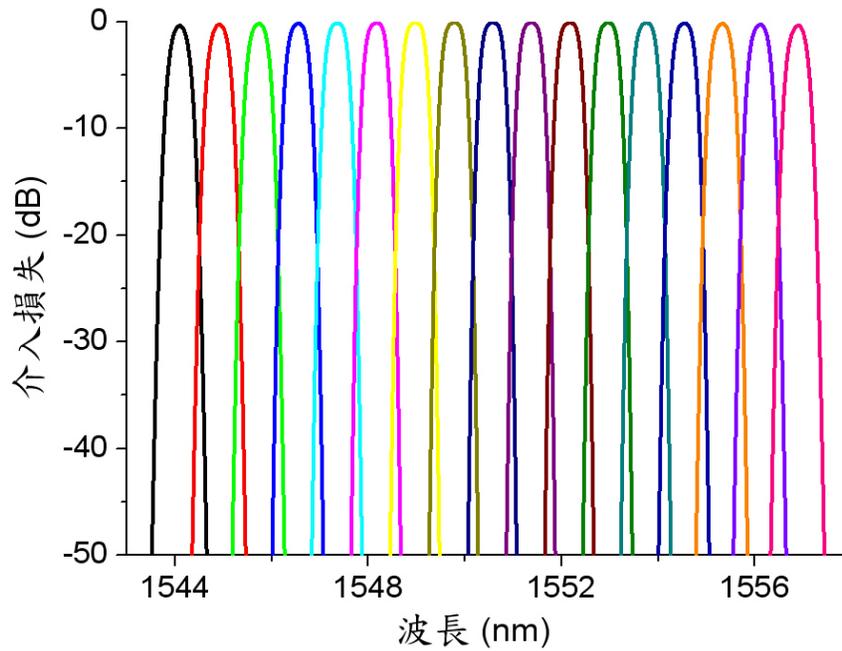


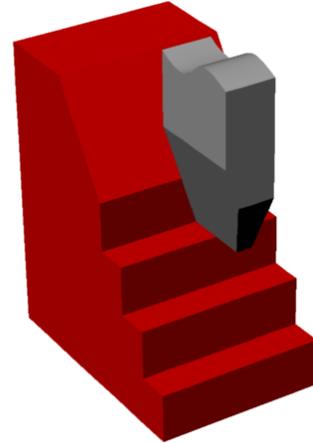
圖 45 所設計分波解多工器十六個通道計算穿透譜圖。

1.4 量測結果



(a)

(此照片由工研院機械所提供)



(b)

圖 46 以鑽石微加工技術製作稜鏡光柵示意圖。
(a) 工作機台照片，(b) 稜鏡光柵加工示意圖。

我們使用精密鑽石微加工車床(MACHI NCAU-300E)在紅外材料為 KRS-5 的稜鏡斜邊上直接刻劃出閃耀光柵，如圖 46(b)所示以鑽石刀具直接刻劃出光柵溝槽則不會在光柵表面殘留刻痕[98]。製作完成的稜鏡光柵照片如圖 47(a)所示，利用光學顯微鏡觀測稜鏡光柵上的閃耀光柵結構並記錄下其部份影像如圖 47(b)所示。由於 KRS-5 的材料容易被接觸式掃描探針所刮傷，因此無法以接觸式表面輪廓量測儀測量光柵的表面輪廓分布，而必須改以非接觸式光學表面輪廓量測儀(ZYGO New View 5000)量測所製作完成的光柵表面輪廓分布，圖 48 為量測部分結果。表 4 所列為光柵表面輪廓參數的理論設計值與實際量測值的比較，為了檢測製作完成後稜鏡光柵的光學特性，我們量測了在焦平面處每個通道中心波長的強度分布與其他光學元件的光學損失。表 5 所列為每個光學元件的理論值與量測值的比較，這些損失大部分是由於介質表面反射所造成，這些損失可經由在輸入與輸出表面作抗反射鍍膜而使其減小。

圖 49 為量測各通道中心波長在焦平面處的光點大小與相對橫向位置的實驗架構圖。我們以可調波長雷射(ANRITSU MG9541A)調制出每個通道中心波長的訊號光，所產生的訊號頻寬約為 0.2nm，此訊號光經由單模光纖傳輸至商用光束準直透鏡，擴束準直後的光束經由稜鏡光柵傳播至聚焦透鏡而在焦平面處聚焦，將配有 20 倍顯微物鏡的紅外 CCD 偵測器(ELECTROPHYSIC 7290A)置於

光學系統中固定不動，分別輸入各通道訊號波長並記錄下每個通道中心訊號波長在焦平面處的影像，所擷取的十六個通道中心訊號波長的影像如圖 50 所示。在本設計中參考波長的光束為沿著光軸傳播而不會因稜鏡光柵而產生偏折，這一特點在光學對準上具有很大的便利性。由圖 50 的照片中可知各訊號光在焦平面處所產生的光點為近似圓對稱的高斯分布。為了能清楚看出其他通道中心波長的訊號光在焦平面處的強度分布，圖 51 中只顯示出部分通道中心波長在焦平面處的橫向強度分布的量測結果，其他未顯示的通道中心波長的訊號光在焦平面處的光點特性大致與這三個波長相同。由圖中可知光點大小與相鄰訊號波長的分隔距離分別約為 $21.3\mu\text{m}$ 與 $36.27\mu\text{m}$ ，其中光點大小和相鄰訊號的分隔距離與所使用的聚焦透鏡的有效焦距有關。當使用較短有效焦距的透鏡時，雖可使整個系統的長度縮短，但使用較短焦距的單透鏡時為了能有效降低透鏡的像差，則需採用較高光學品質的透鏡，這使整個系統的成本提高許多，權衡此因素我們採用適當焦距的平凸透鏡用於訊號光的會聚。為了估計所製作的稜鏡光柵系統的光學效率，我們定義出一個狹縫寬為 $24\mu\text{m}$ 的範圍內作為量測依據，每個訊號波長在焦平面處所對應狹縫寬為 $24\mu\text{m}$ 範圍內的光學效率的量測結果如圖 52 所示，在圖中我們也說明了帶有製程誤差的稜鏡光柵的計算結果，稜鏡光柵的製程誤差分析在下一節中將會作詳細說明。

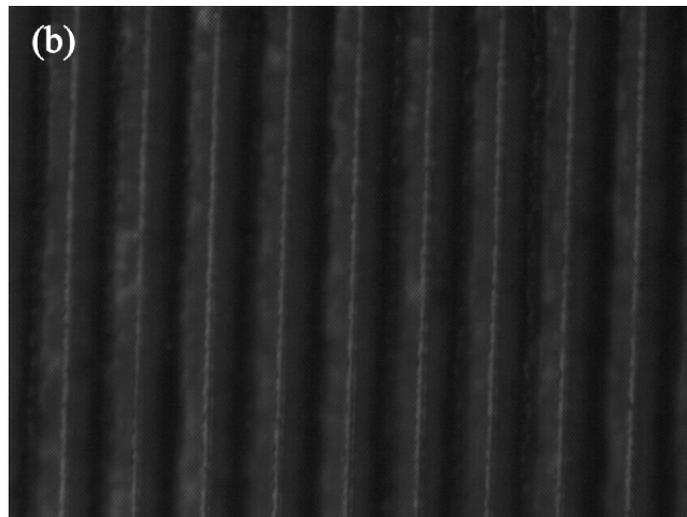
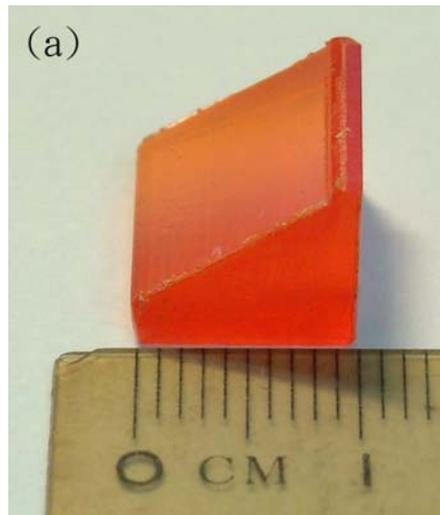


圖 47 製作完成的稜鏡光柵。(a) 實體照片。(b) 部分光柵放大照片。

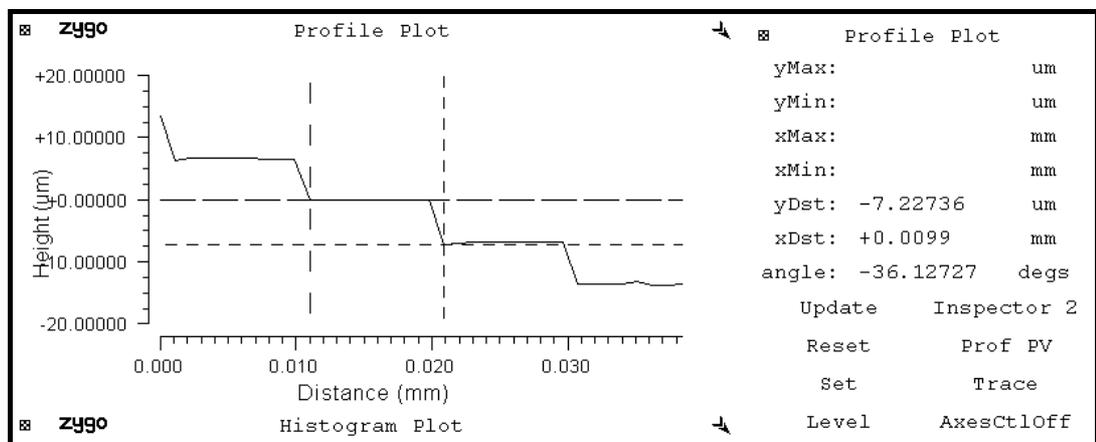


圖 48 以ZYGO™ 光學式表面輪廓儀測量光柵的表面輪廓圖。

表 6 所設計稜鏡光柵表面輪廓深度與寬度值和量測值的比較。

	設計值 (μm)	量測值 (μm)	誤差
輪廓深度 Δz	9.8	9.7 ± 0.4	1.02%
輪廓寬度 Δx	6.93	6.78 ± 0.3	2.26%

表 7 各光學元件穿透率的比較。

	理論值	量測值
光束準直透鏡	0.99	0.96
稜鏡光柵	0.684	0.672
聚焦透鏡	0.926	0.903

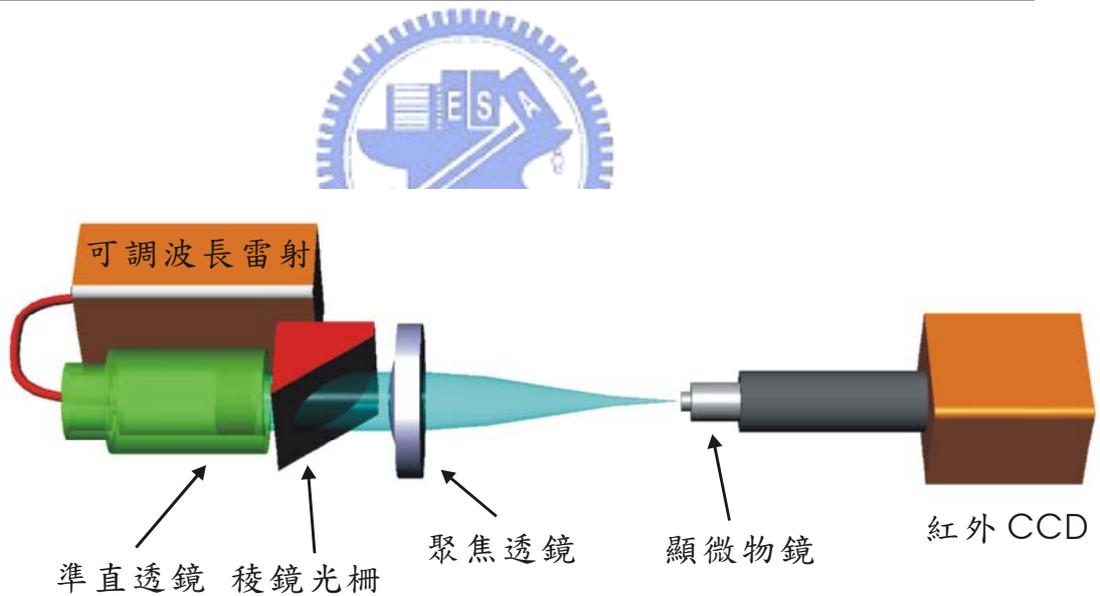
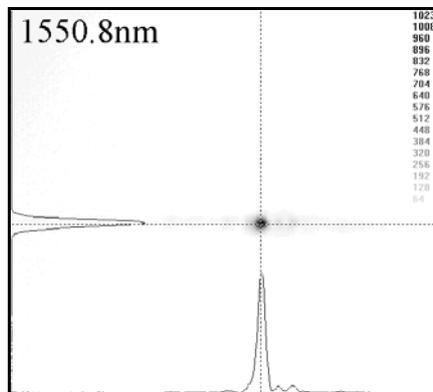
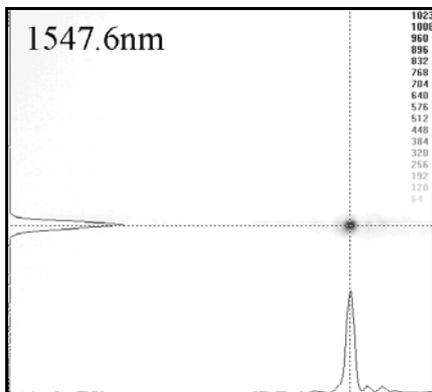
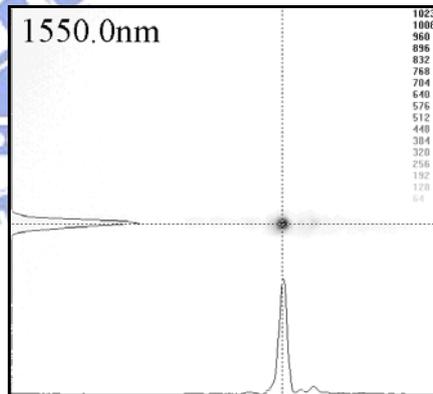
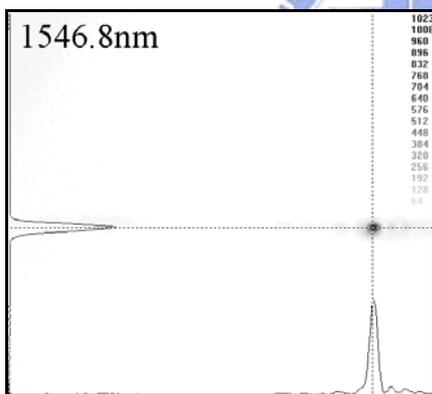
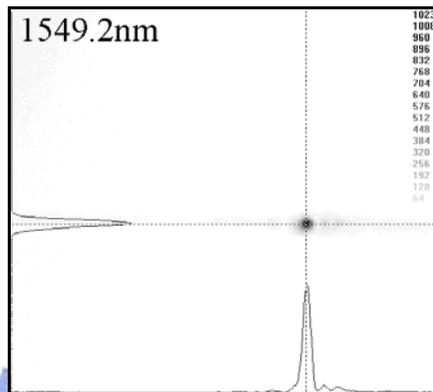
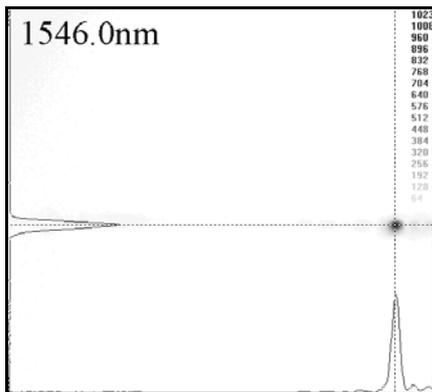
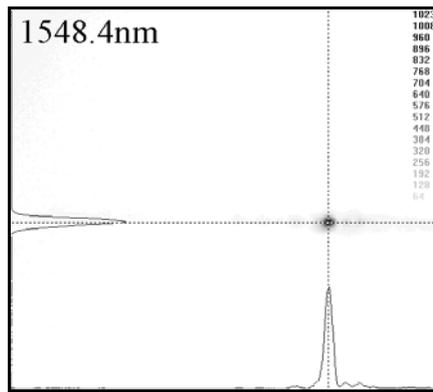
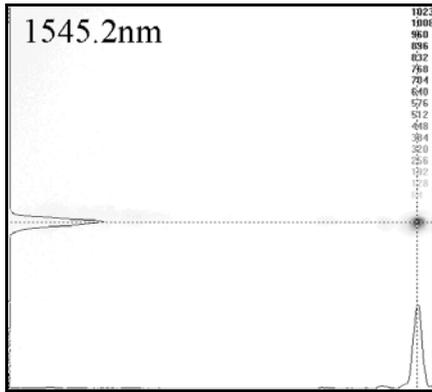


圖 49 各通道中心波長光強度分布量測架構示意圖。



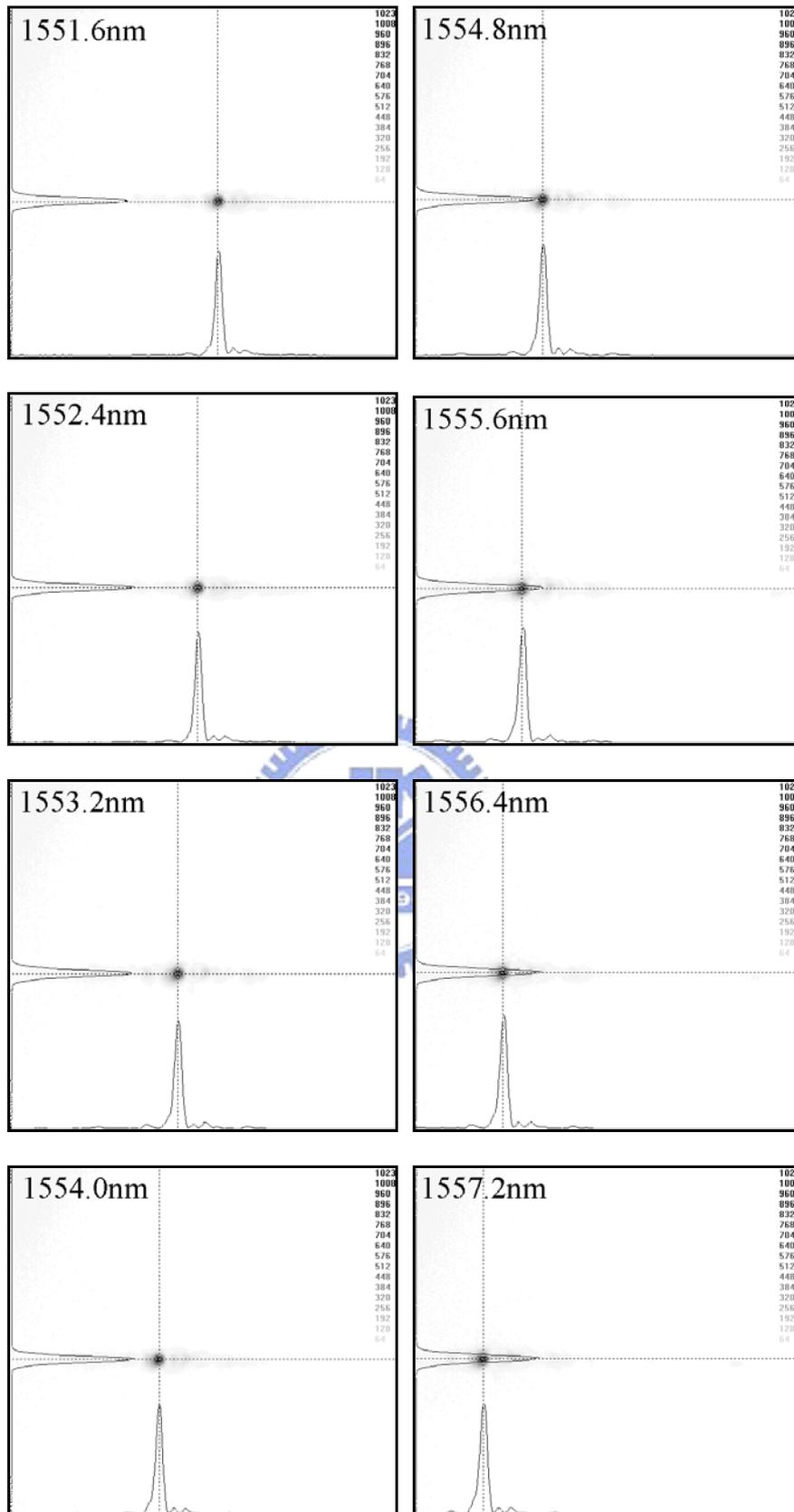


圖 50 各通道中心波長在焦平面處的光場強度分布量測圖。

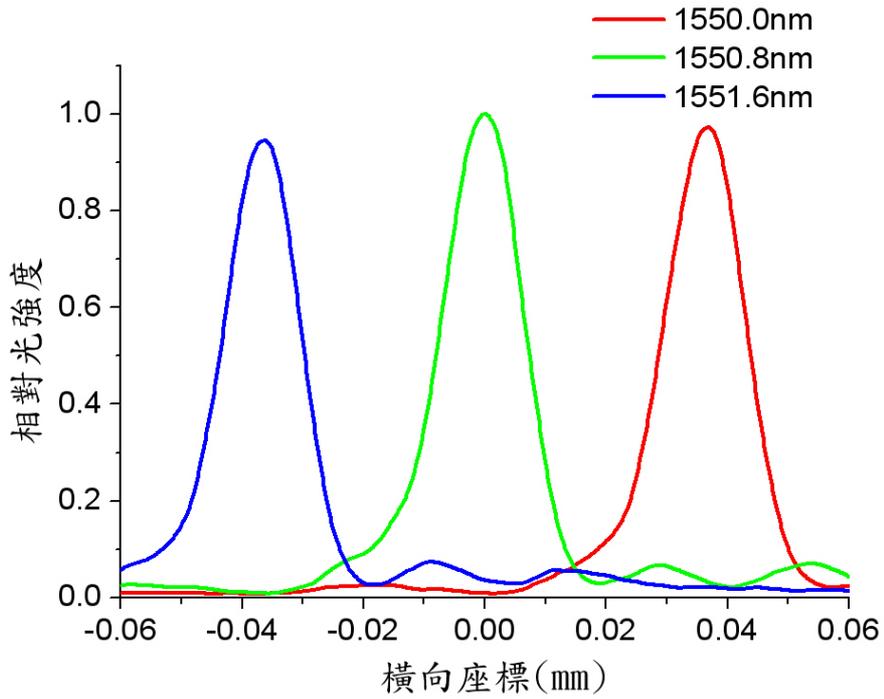


圖 51 在焦平面處部分通道中心波長的橫向光強度分布量測曲線圖。

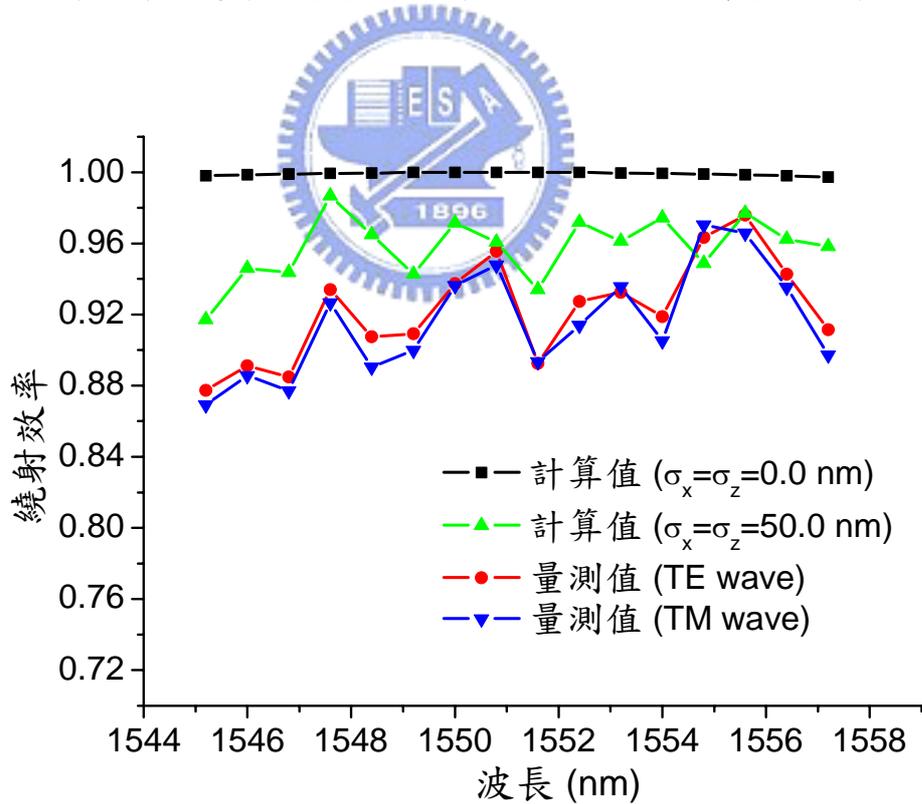


圖 52 各通道中心波長繞射效率理論計算與實驗量測結果的比較。

1.5 誤差分析

由圖 51 的量測結果可知，在橫向的方向上發現有些雜點，這些雜點產生的原因可能是稜鏡光柵製程誤差與元件上殘留的雜屑所造成，為了確定這一觀點我們對稜鏡光柵作了製程誤差分析。

稜鏡光柵在製作的過程中難免存在一些製程誤差，使稜鏡光柵產生一些缺陷而影響稜鏡光柵的光學特性，如光柵週期誤差、閃耀角誤差與光柵表面的不平整等的誤差產生。

在此引入誤差機率函數來描述製程誤差對稜鏡光柵在結構尺寸上的影響，根據這些誤差值計算出所對應的光學特性。所使用的稜鏡光柵係使用鑽石微加工技術作為製作方式，由於加工機台對稜鏡光柵的每一個光柵溝槽所產生的誤差量均為獨立不相關，因此可假設每個光柵溝槽的寬度 Δx 與深度 Δz 所對應的製程誤差值是獨立的，這些誤差量在統計上可以高斯機率密度函數來描述 [97]，對於具有較大製程誤差的光柵溝槽的發生機率將隨高斯函數而遞減，可表示為：

$$f_G(\delta_{x,j}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \exp\left[-(\delta_{x,j} - a_x)^2 / 2\sigma_x^2\right], \quad (3.1.26)$$

$$f_G(\delta_{z,j}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_z^2}} \exp\left[-(\delta_{z,j} - a_z)^2 / 2\sigma_z^2\right], j=1,2,\dots,N_2, \quad (3.1.27)$$

其中 $\delta_{x,j}$ ($\delta_{z,j}$)、 a_x (a_z) 和 σ_x (σ_z) 分別代表光柵溝槽寬度 (深度) 的製程誤差值、誤差平均值和誤差變易值 (variance value)，下標 j 代表第 j 個光柵溝槽，對於包含有誤差值的每個光柵溝槽的新寬度 $\Delta x + \delta_{x,j}$ 和新高度 $\Delta z + \delta_{z,j}$ 可由 (3.1.26) 式與 (3.1.27) 式分別算出，再分別代入 (3.1.5) 式計算出帶有製程誤差的光場分布。其中誤差平均值將決定光柵週期的平均偏移量，此參數將影響光柵的解析度與通道波長的飄移。圖 53 說明了當製程誤差變異量為 $\delta_x = \delta_z = 0.05 \mu m$ 時，每個光柵溝槽所對應的誤差量，由圖中可看出大部份的誤差量都集中在 0 附近，隨著誤差量的增加其發生的機率以高斯函數逐漸遞減。

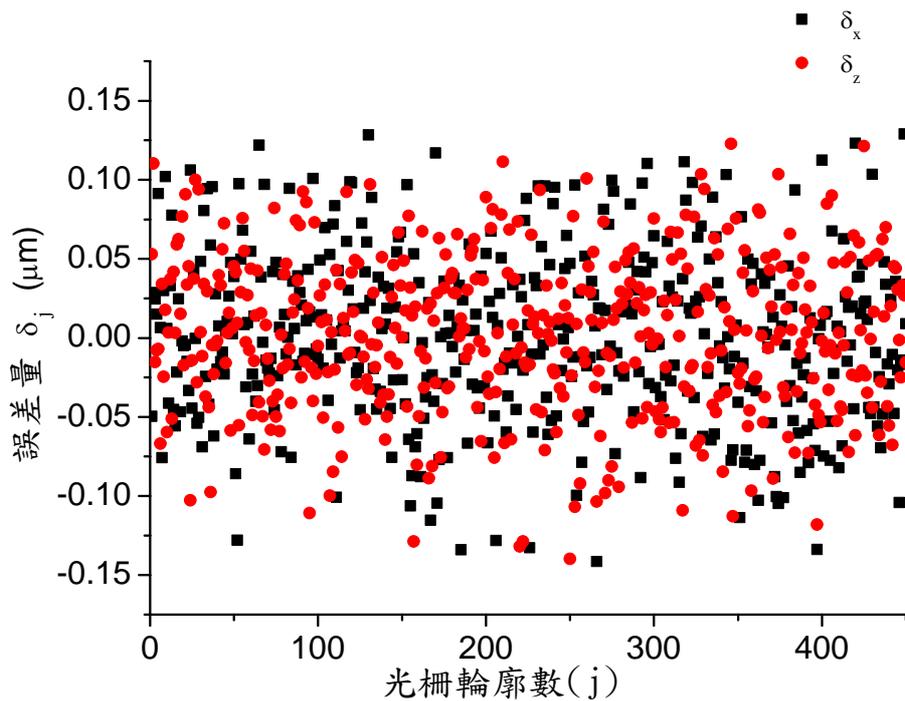


圖 53 當製程誤差變異量為 $\delta_x = \delta_z = 50nm$ 時，每個光柵溝槽所對應的誤差量。

我們也計算和分析了製程誤差對解多工器特性的影響，在計算中假設製程誤差的平均值 a_x 與 a_z 均為 0，並分別計算出在不同的誤差變異量下對稜鏡光柵光學品質的影響。這些製程誤差變異量分別為 $0nm$ 、 $25nm$ 、 $50nm$ 與 $100nm$ 。圖 42 到圖 45 所示為製程誤差變異量為 $0nm$ 的稜鏡光柵的光學品質計算結果，即當稜鏡光柵在無任何製程誤差的理想情況下的光學品質的模擬計算結果。當製程誤差變異量提高到 $25nm$ 時，經過稜鏡光柵後的光強度分布曲線圖如圖 54 所示，由此圖可看出在光強度為高斯分布的輪廓上出現了高階雜訊。這些雜訊的起因可由圖 55 的相位分布曲線圖理解，由圖中可看出參考波長 ($1550.8nm$) 通過稜鏡光柵後相位本應無變化 (可比較圖 43)，但經過帶有製程誤差變異量為 $25nm$ 的稜鏡光柵後卻使波面產生抖動，也就是在主要的波向量 (k_z) 附近產生了其他次級波向量，經過聚焦透鏡將訊號聚焦在焦平面上，在輸出焦平面上各通道中心訊號波長的強度分布與所在位置的關係曲線圖如圖 56 所示。由圖中可看出在訊號主峰旁出現了次峰訊號，但次峰訊號並不大。當製程誤差變異量增加為 $50nm$ 時，經過稜鏡光柵後的光強度分布曲線圖如圖 57 所示，由此圖可看出在光強度為高斯分布的輪廓上出現了較大的雜訊。圖 58 為所

對應的相位分布曲線，經過帶有製程誤差變異量為 $50nm$ 的稜鏡光柵後使波面產生更大的抖動，再經過聚焦透鏡將訊號聚焦在焦平面上，圖 59 為在輸出焦平面上各通道中心訊號波長的強度分布與所在位置的關係曲線圖。由圖中可看出在訊號主峰旁出現了更大更多的次峰訊號，這些次峰訊號將會產生各通道間的串話，也會影響整個系統的效能。另外我們以參考波長為例比較在各種製程誤差變異量下，在焦平面處的強度分布如圖 60 所示。由此圖可看出當製程誤差變異量增加時，其主峰強度的能量會漸漸下降而次峰的數量與能量會漸增大，次峰的分布情況也並非左右對稱。圖 61 比較了訊號波長為 $1550.8nm$ 的量測結果與帶有變異量 $\delta_x = \delta_z = 0.05\mu m$ 製程誤差的計算結果，根據曲線圖的比較發現計算與量測結果大致符合，這結果也驗證了稜鏡光柵的製程誤差對於其光學特性的影響。



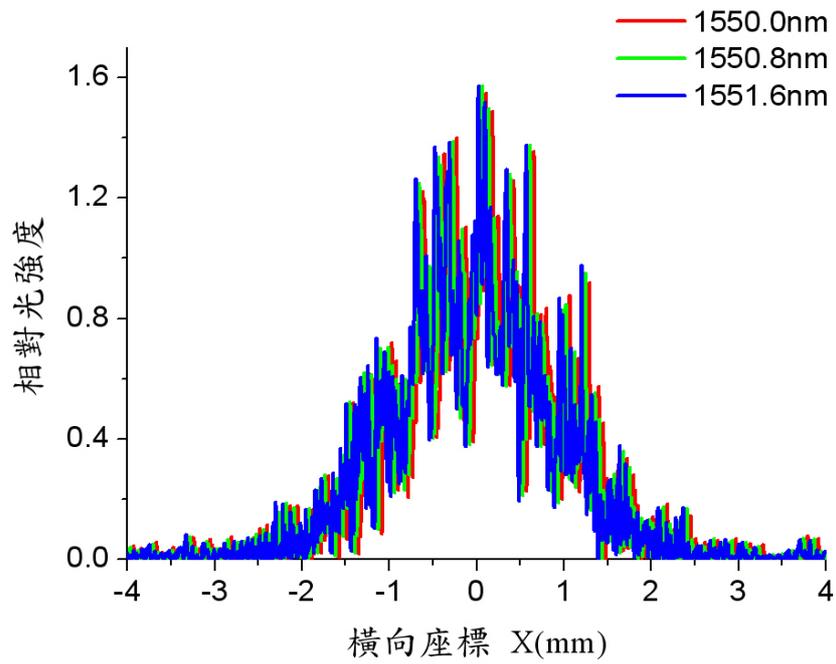


圖 54 帶有製程誤差變異量為 $\delta_x = \delta_z = 25nm$ 的稜鏡光柵，在稜鏡光柵輸出平面處部分通道中心波長的橫向光強度分布計算曲線圖。

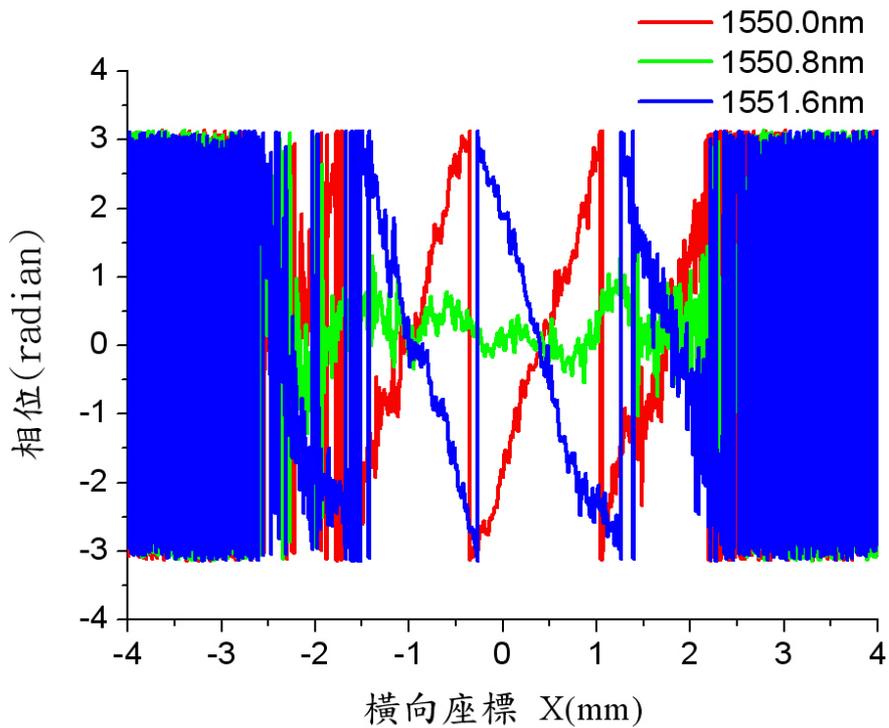


圖 55 帶有製程誤差變異量為 $\delta_x = \delta_z = 25nm$ 的稜鏡光柵，在聚焦透鏡前表面處部分通道中心波長的橫向相位分布計算曲線圖。

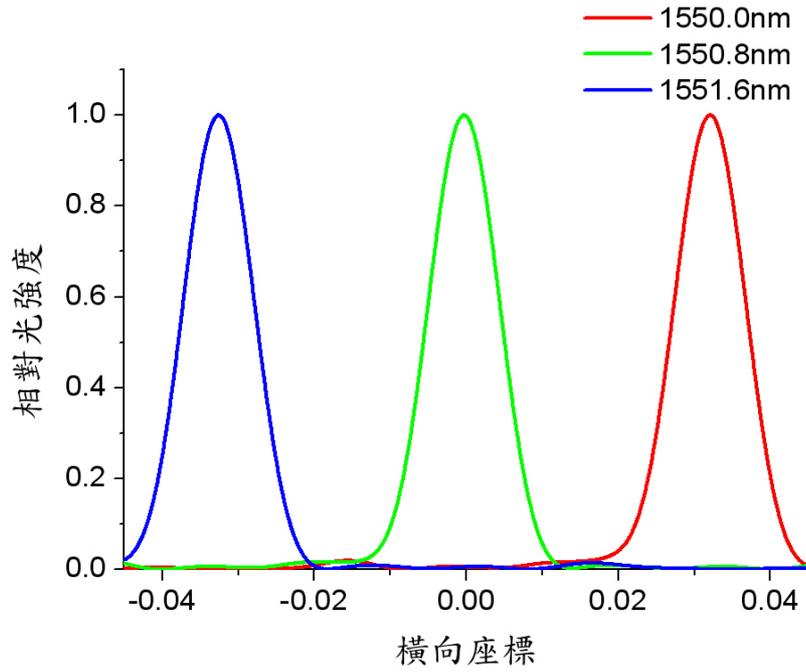


圖 56 帶有製程誤差變異量為 $\delta_x = \delta_z = 25nm$ 的稜鏡光柵，在焦平面處部分通道中心波長的橫向光強度分布計算曲線圖。

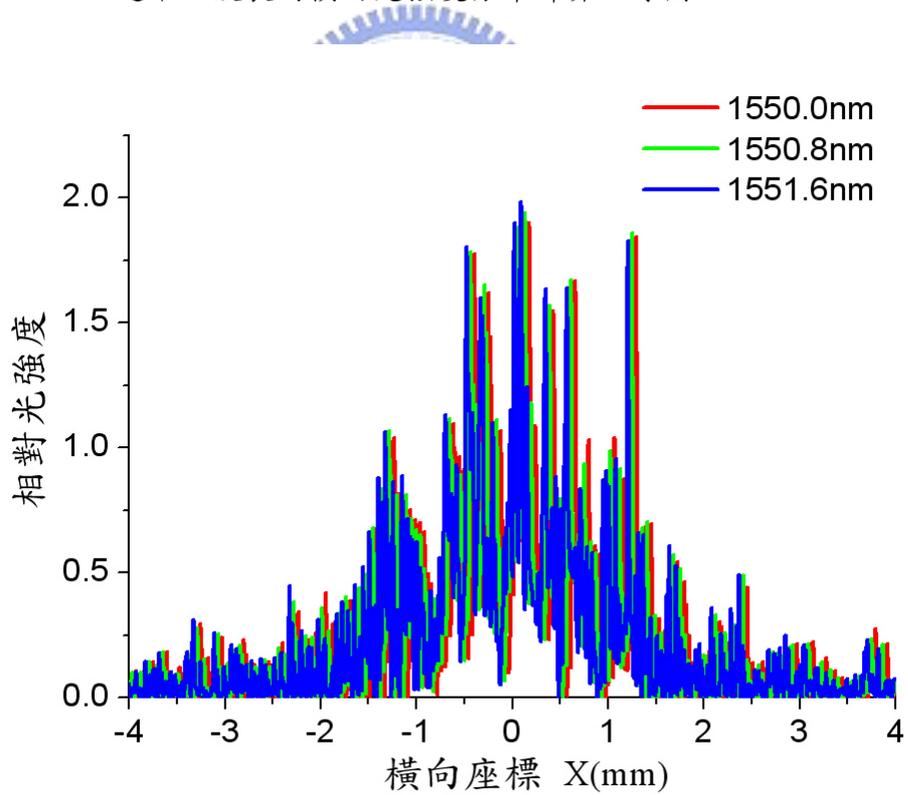


圖 57 帶有製程誤差變異量為 $\delta_x = \delta_z = 50nm$ 的稜鏡光柵，在稜鏡光柵輸出平面處部分通道中心波長的橫向光強度分布計算曲線圖。

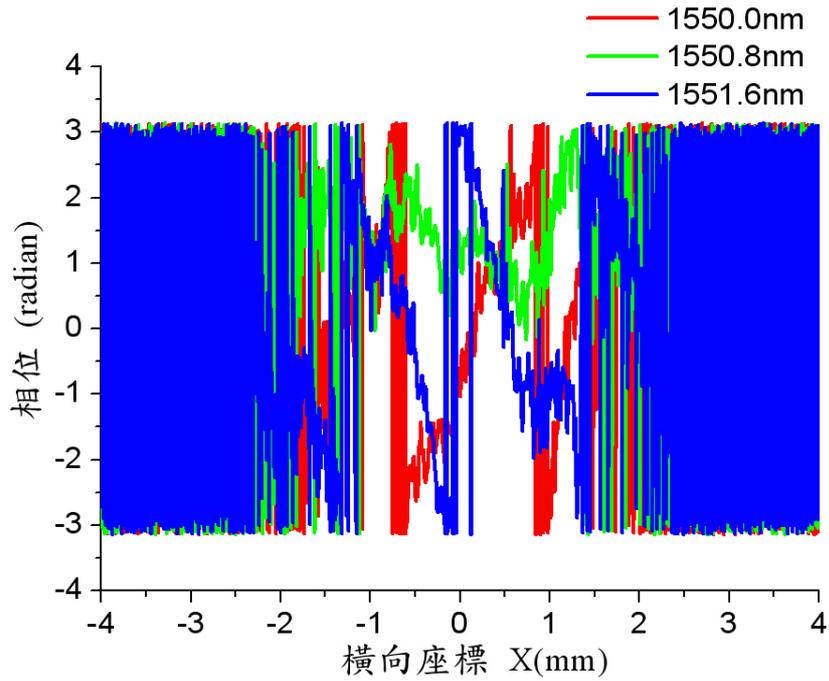


圖 58 帶有製程誤差變異量為 $\delta_x = \delta_z = 50nm$ 的稜鏡光柵，在稜鏡光柵輸出平面處部分通道中心波長的橫向相位分布計算曲線圖。

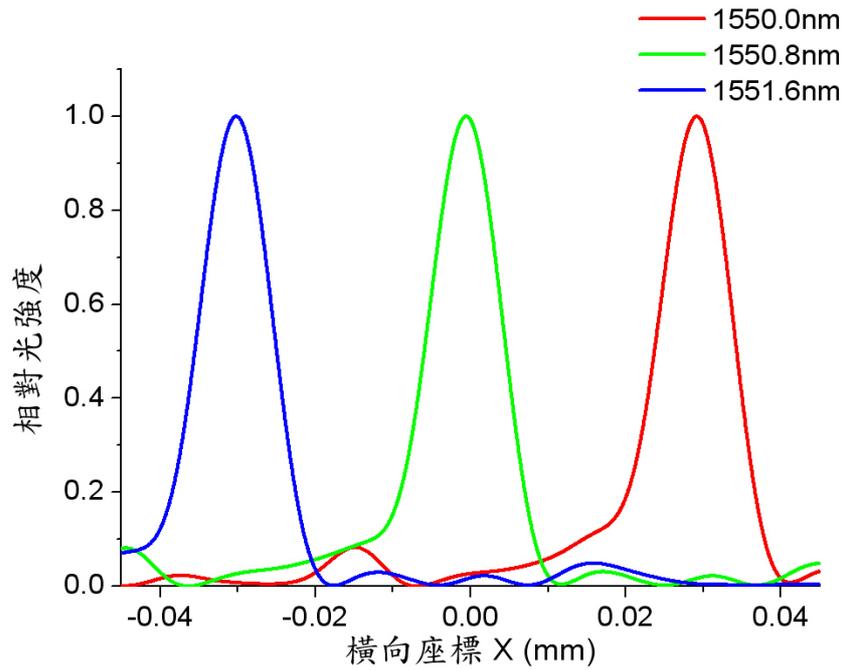


圖 59 帶有製程誤差變異量為 $\delta_x = \delta_z = 50nm$ 的稜鏡光柵，在焦平面處部分通道中心波長的橫向光強度分布計算曲線圖。

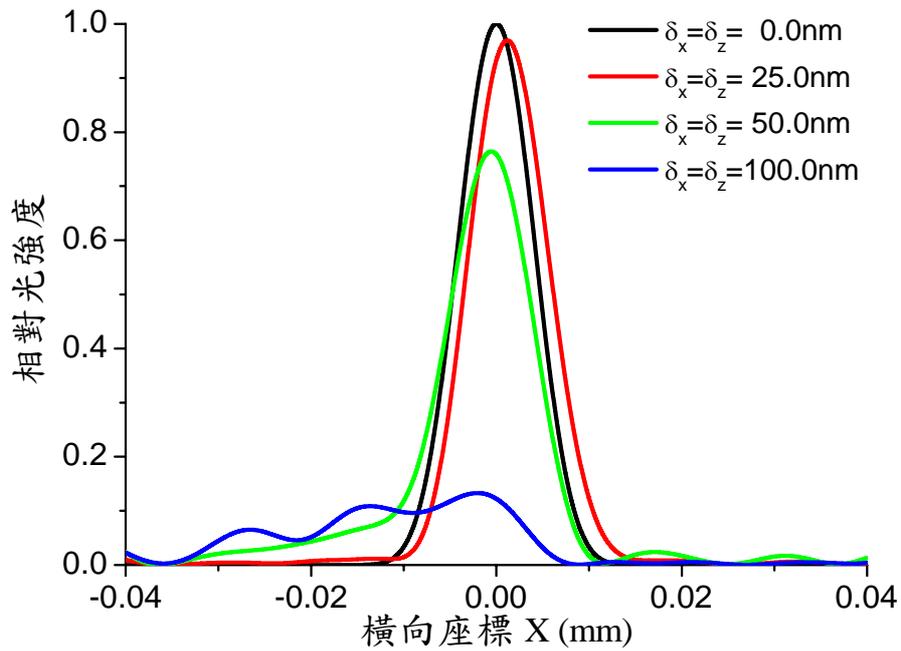


圖 60 帶有不同製程誤差變異量的稜鏡光柵，在焦平面處參考波長的橫向光強度分布計算曲線圖。

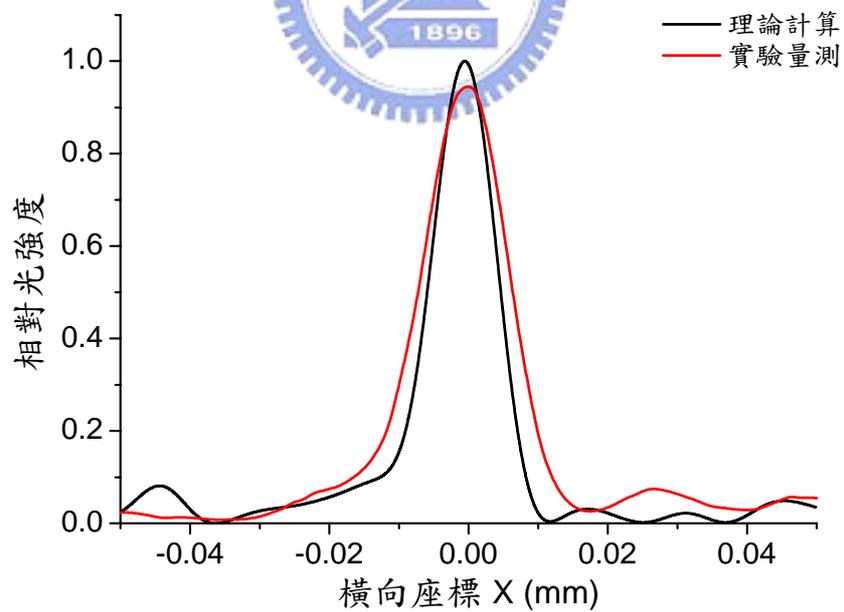


圖 61 在焦平面處參考波長 $\lambda_f = 1550.8\text{nm}$ 的光場強度分布量測與計算結果的比較。

第二章 利用光管陣列設計稜鏡光柵分波解多工器 與光纖陣列的耦合裝置

2.1 前言

由於前章中利用稜鏡光柵所製作的自由空間型分波解多工器，其相鄰通道中心波長訊號的空間距離遠小於商用光纖陣列每根光纖蕊中心的間距，因此很難將每個通道訊號直接耦合進入光纖陣列。我們設計與製作出光纖耦合系統，其主要功能是將分波解多工器的輸出訊號耦合傳輸至標準的商用光纖陣列。由於解多工器各通道中心波長在焦平面的輸出光點大小約為 $21.3\mu\text{m}$ ，此光點大小已大於單模光纖(single-mode fiber)所能接受的值 $7.8\mu\text{m}$ ，為了能有效的接收各通道的訊號，我們利用多模的光管陣列與多模的光纖陣列來接收解多工器的輸出訊號。

在本章中將說明光管陣列的設計與製作方式，並在所製作的光管陣列表面鍍上一層抗反射薄膜以提升穿透率，最後我們也嘗試封裝所有光學元件以完成整個分波解多工系統。

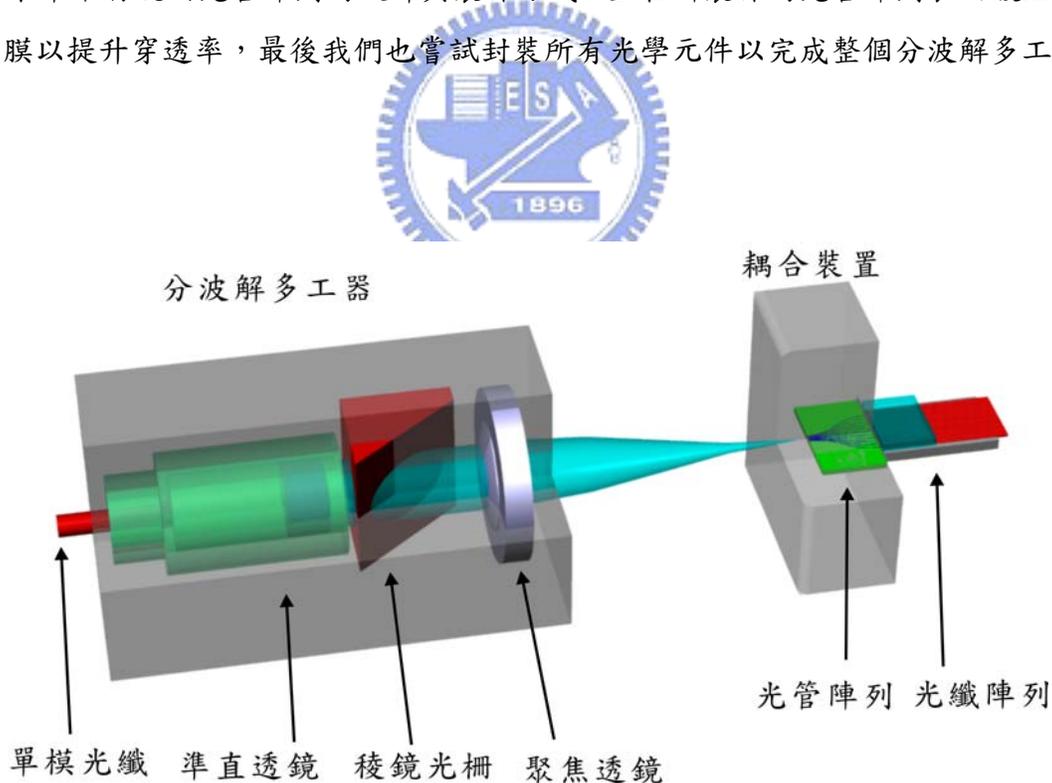


圖 62 高密度分波解多工系統示意圖。

2.2 光管陣列的設計

如圖 62 所示為一個完整的高密度分波解多工系統示意圖，光管陣列與光纖陣列的接合情形如圖 63 所示。在設計光管陣列之前必須先了解所製作稜鏡光柵的光學特性與實際輸出光場強度在自由空間中的分布情形，根據這些參數作為設計光管陣列的考量。在光管陣列的輸入端每根光管的間距需與每個通道中心波長訊號光在透鏡焦平面處的間距 $36.27\mu\text{m}$ 相對應，才能將此通道的訊號光完全導入光管。在光管陣列的輸出端，每根光管的間距需與標準商用光纖陣列中的每根光纖蕊中心間距 $250\mu\text{m}$ 相符合，如圖 64 所示每根光管的截面為一個矩形，矩形的高和寬分別為 $34\mu\text{m}$ 與 $31\mu\text{m}$ 。由於矽材料具有較高的折射率，在通訊波段中具有較好的穿透率，因此我們選用矽材料當作導光介質，這種材料也較適合以半導體製程技術作處理。在光管陣列的輸入端面和輸出端面均切 8 度角，用以防止端面的直接反射。光管陣列的設計與模擬工作主要是採用 BeamPRO™ 套裝軟體來完成。所設計的光管陣列是由十六根不同彎曲程度的光管所組成，每根光管的頭尾兩端具有相同的彎曲半徑但卻有相反的彎曲方向，這種光管結構通稱為 S 型結構。每根光管的彎曲損耗與彎曲半徑的關係如圖 65 所示，第一根與最後一根光管具有最小的彎曲曲率半徑為 5mm。若不考慮輸入與輸出端的反射損耗，根據理論計算每根光管的傳輸損耗均小於 0.009dB，矽材質的光管陣列的傳輸損耗主要是由於光管側壁的不平整所引起[99,100]。

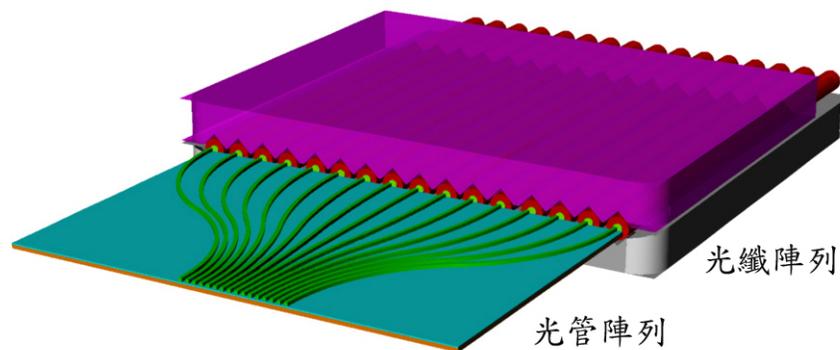


圖 63 光管陣列與光纖陣列的接合情形

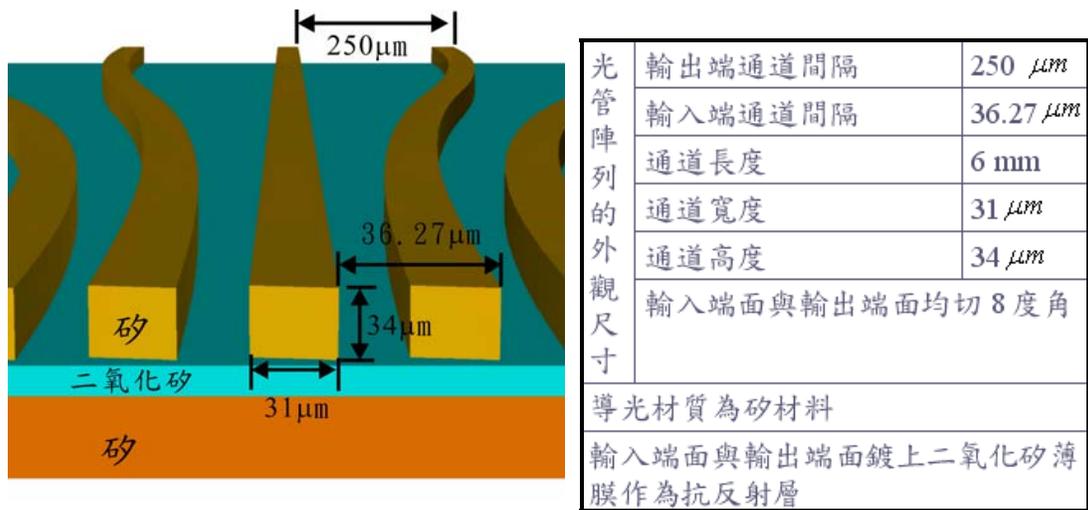


圖 64 所設計的光管陣列的規格。

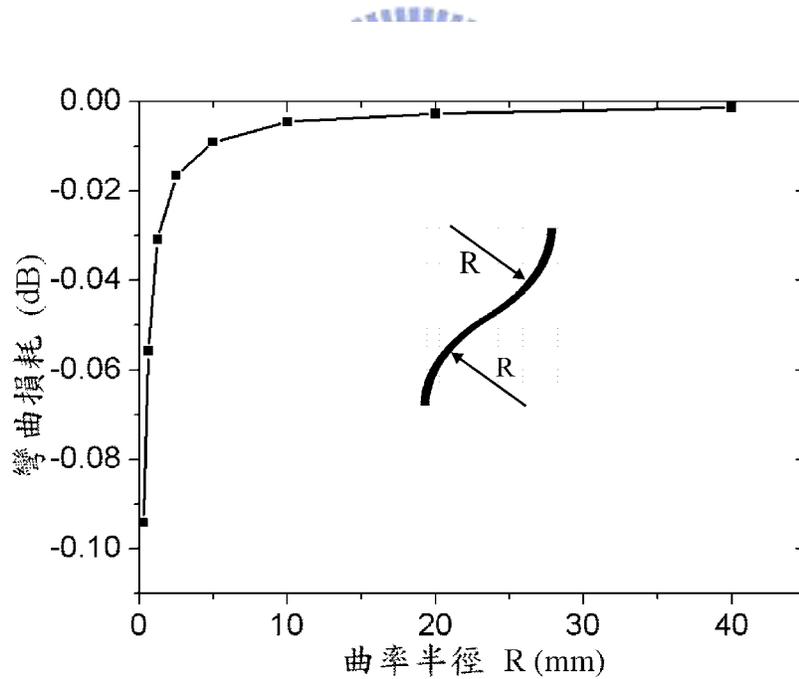


圖 65 光管的彎曲曲率半徑與彎曲損耗的關係曲線圖。

2.3 光管陣列的製作

我們利用半導體製程技術與感應耦合電漿反應離子蝕刻技術 (inductively coupled plasma-reactive-ion etching, ICP-RIE) 完成光管陣列的製作。反應離子蝕刻屬於乾式蝕刻，此種蝕刻包含有物理性轟擊與化學性蝕刻等雙重作用，具有較佳的各向異性蝕刻的特性。傳統的反離子蝕刻製程具有蝕刻速率慢、壁垂直度不佳與深寬比小等缺點，ICP-RIE 具有高電漿密度低氣體壓力的製程特性，因此 ICP-RIE 的製程適合於製作高深寬比與高壁垂直度的細微結構。矽基材對光阻的蝕刻比約為 40 至 50 之間，所使用的蝕刻氣體主要為 SF_6 ，而側壁鈍化保護氣體為 C_4F_8 ，其蝕刻機制是利用交替蝕刻與側壁鈍化的方式來達成矽基板深蝕刻的目的。製程參數中，如氣體流量、反應蝕刻的時間、蝕刻週期、製程腔體的壓力等等都是製程中相當重要的參數。由於 ICP-RIE 具有較高的蝕刻選擇比因而可得到較深的蝕刻深度與很好的壁垂直度。但是 ICP-RIE 在作交替蝕刻的過程中易使蝕刻後的側壁呈現波浪狀，如圖 66(b)所示。此一缺陷將嚴重影響光管的導光效率，若能適當的控制製程參數則可使蝕刻後的側壁呈現較為平整的鏡面結構，如圖 66(a)所示。由於光管陣列的底部為二氧化矽的材料，因此在作物理性的轟擊的時候，一但撞擊到二氧化矽層則會反彈刮傷側壁，所以才會產生如圖 66(a)所示在接近光管底部的側壁有些許的不平整，但就整體而言光管的側壁蝕刻情形有很高的壁垂直度與平整度。如圖 67 所示為製作完成的光管陣列的電子顯微鏡照片圖，我們利用原子力顯微鏡 (Atom-force microscope, AFM) 量測管的側壁粗糙度如圖 68 所示，其平均粗糙度約為 $10.5nm$ 。矽晶片具有很高的折射率，這一特點對於光訊號具有很好的導光效率，但卻在矽材料與空氣介面上產生了很大的菲涅爾反射損失 (Fresnel reflection loss)。為了有效降低反射損失則需在光管的輸入端面與輸出端面分別鍍上一層抗反射層，根據理論計算這層抗反射薄膜的折射率需為 1.85，但要找到剛好匹配的折射率十分不易，因此我們改以二氧化矽薄膜作為抗反射層的材料。在矽基板上氧化出一層二氧化矽薄膜對於半導體製程而言已是十分成熟的技術，不論在品質或平整度上都是十分良好且適合大量鍍膜，所以在製程的最後階段我們利用高溫氧化法在光管的每個表面氧化出一層抗反射薄膜。其製程步驟如下：首先將光管陣列在室溫下緩慢地推進氧化爐管，並以一定的步驟慢慢的升溫，其目的是為了避免光管陣列因溫度的劇烈變化而產生結構的破損，最後的氧化反應過程是在 $1050^{\circ}C$ 之下進行。圖 69 所示曲線為高溫爐管的溫度隨時間的變化曲線，光管陣列氧化時間的計算是從氧氣與氫氣通入爐管時開始算起，當兩種反

應氣體關閉後而結束，其餘的時間只有通入氮氣以防止氧化過程的進行，最後以自然降溫的方式降至室溫再取出光管陣列。圖 70 所示曲線為二氧化矽薄膜厚度與氧化時間的關係，以橢圓偏光儀(SOPRA, GES5)量測二氧化矽薄膜在 $0.633\mu\text{m}$ 波段的折射率為 1.461，依據 Sellmeier 色散公式，可計算出在波長 1550.8nm 的折射率為 1.444。

$$n^2(\lambda) = 1.0 + \frac{K_1\lambda^2}{\lambda^2 - L_1} + \frac{K_2\lambda^2}{\lambda^2 - L_2} + \frac{K_3\lambda^2}{\lambda^2 - L_3} \quad (3.2.1)$$

其中係數 K_1, K_2, K_3, L_1, L_2 與 L_3 分別為 $0.6961663, 0.4079426, 0.004679148, 0.8974794, 0.01351206$ 與 97.934 。為了比較鍍有不同厚度二氧化矽薄膜的光管陣列的光學特性，如圖 71 的照片所示我們製作了四種不同的樣品。

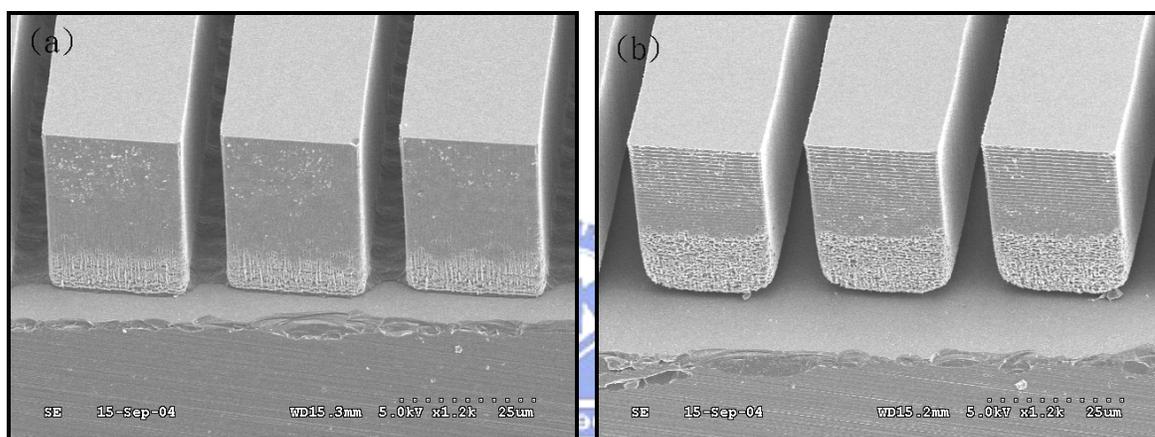


圖 66 製作完成的局部光管陣列電子掃描顯微鏡照片 (一)。
(a)鏡面蝕刻。(b)一般蝕刻。

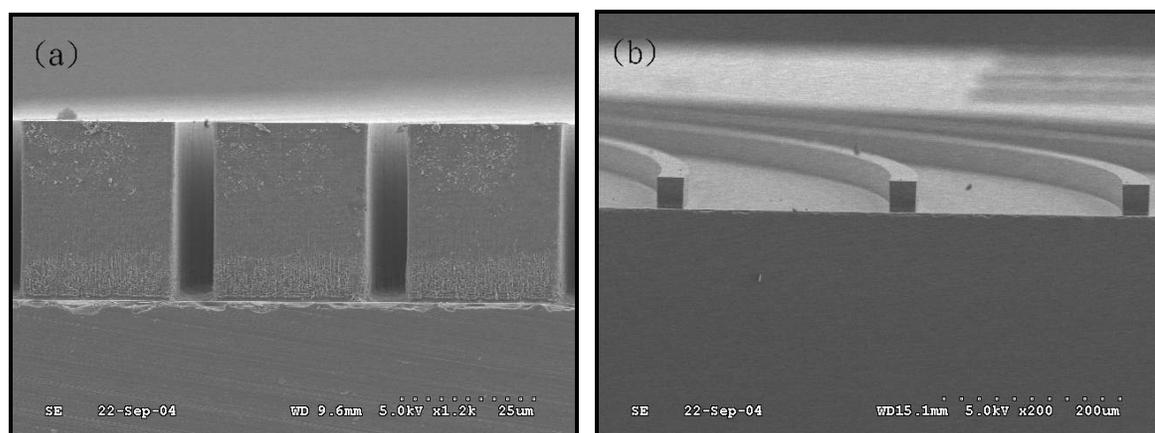


圖 67 製作完成的光管陣列局部電子掃描顯微鏡照片 (二)。
(a)輸入端。(b)輸出端。

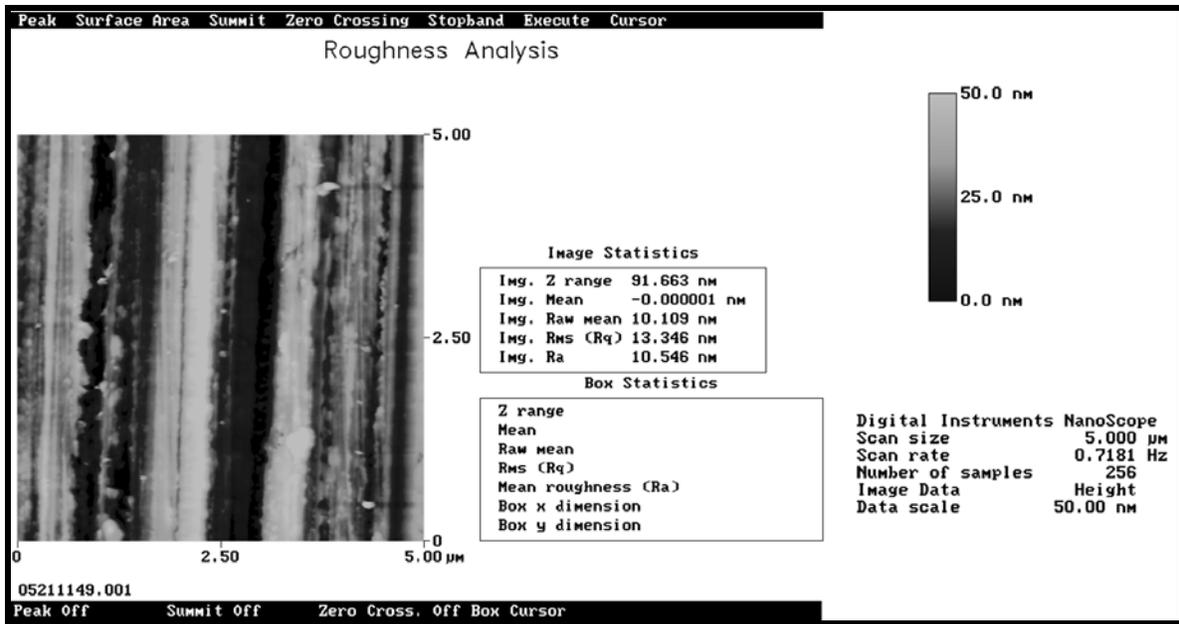


圖 68 光管側壁粗糙度量測圖

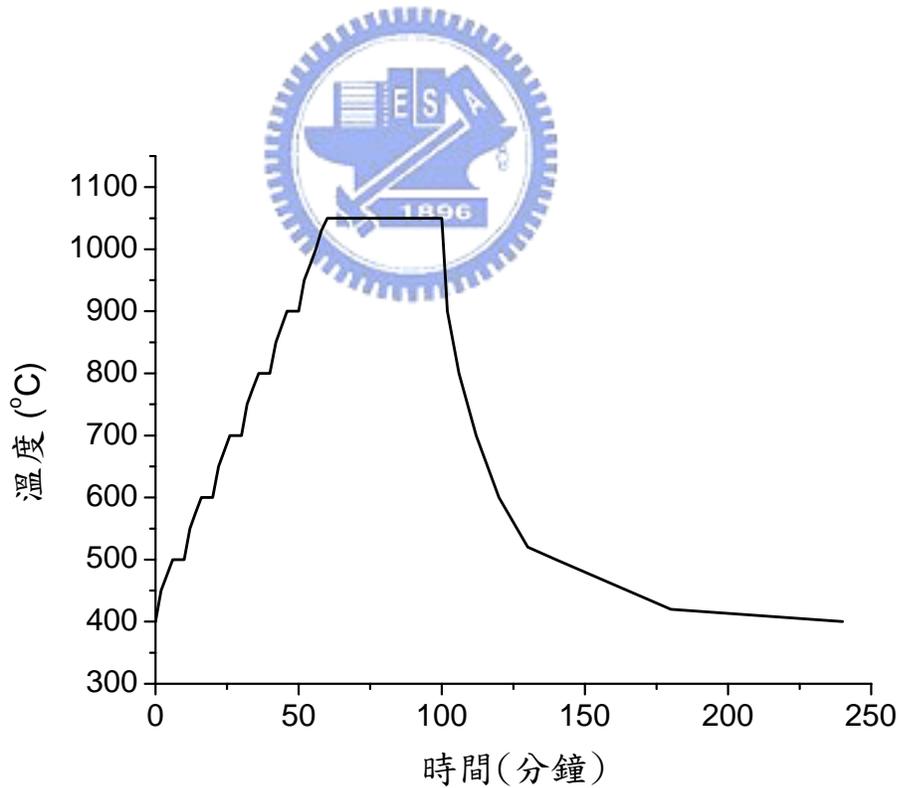


圖 69 高溫氧化爐管溫度隨時間變化曲線。

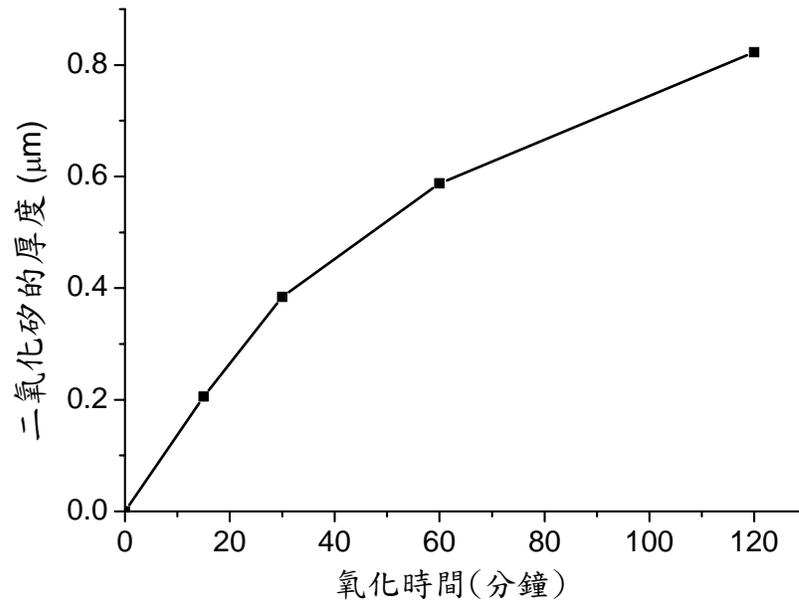


圖 70 二氧化矽薄膜厚度與氧化時間的關係曲線。

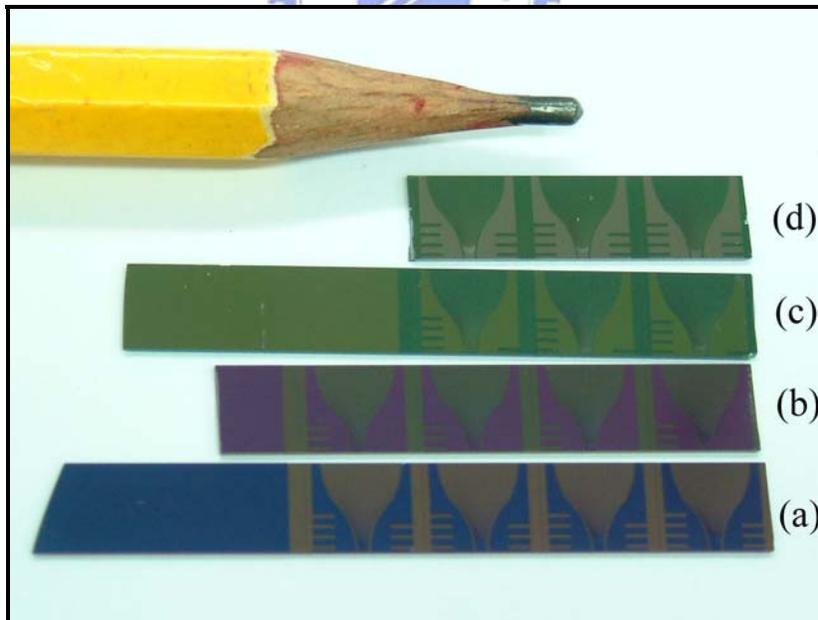


圖 71 鍍有不同厚度二氧化矽薄膜的光管陣列的照片。
 (a) $0.269\mu\text{m}$, (b) $0.476\mu\text{m}$, (c) $0.589\mu\text{m}$, (d) $0.0\mu\text{m}$ 。

2.4 量測結果

圖 72 所示為光管陣列的量測實驗架構圖。所用光源為頻寬 0.2nm 的可調波長雷射(ANRITSU MG9541A)，在商用光束準直透鏡輸出端可得到發散角為 6.13×10^{-3} 度且半腰寬為 $w = 2.3\text{mm}$ 的高斯光束。此光束垂直入射於稜鏡光柵，再以非球面平凸透鏡將此訊號聚焦於光管陣列的輸入端面。將裝有二十倍顯微物鏡的紅外 CCD (ELECTROPHYSIC 7290A) 置於光管陣列的輸出端記錄每個通道的輸出光場強度分布，部分結果如圖 73 所示。由圖 73 可知光管陣列的輸出為多模光場，光點大小為 $31.8\mu\text{m} \times 35.3\mu\text{m}$ 。圖 74 所示為鍍有不同二氧化矽厚度的光管陣列之介入損失的量測曲線，由圖中可知光管陣列的介入損失因鍍上二氧化矽薄膜而降低。由於整個光管陣列都鍍有二氧化矽，致使光管陣列的傳遞損耗增加而與預期有些微差距。整體而言，光管陣列由於鍍上二氧化矽薄膜已使原有 60% 的光學效率提升至 80% 左右。圖 75 為量測所製作的高密度分波解多工系統的穿透光譜實驗架構，所用的光源為一個寬帶寬 (1520-1570 nm) 的 ASE 光源(UNICE NA0101)，輸出光纖陣列是一個商用多模光纖陣列，蕊心直徑為 $50\mu\text{m}$ ，相鄰光纖間距為 $250\mu\text{m}$ ，十六根光纖分別連接於光譜分析儀(JOBIN YVON TRIAX 550) 以量測出高密度分波解多工系統各通道的穿透光譜。圖 76 所示為各通道的穿透光譜，量測範圍從 1544.0nm 至 1559.0nm，而各通道-3dB 的帶寬約 0.62nm 。各通道相鄰串話 (cross talk) 約為 -17dB，每個通道的平均介入損失約為 2.4dB，其損失包含了高密度分波解多工系統各元件界面的反射損失，其中最主要的損失是來至於稜鏡光柵材料本身的反射損失，約為 1.74dB，這些損失可在各光學元件表面鍍上抗反射薄膜而有所改善。

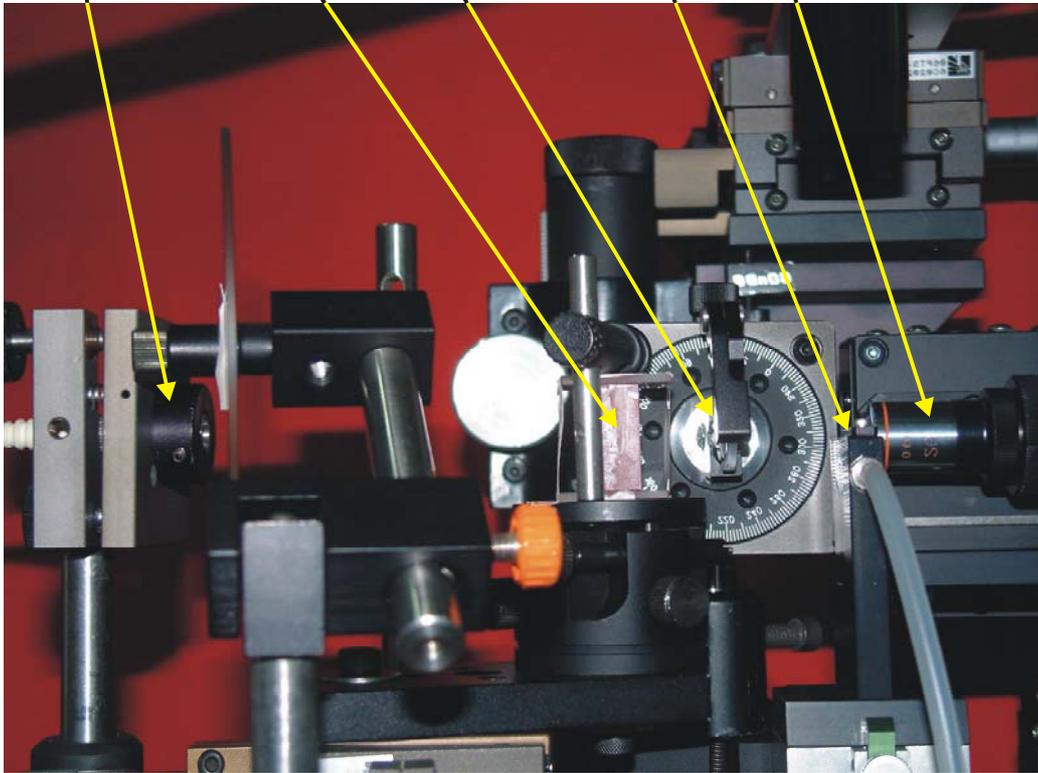
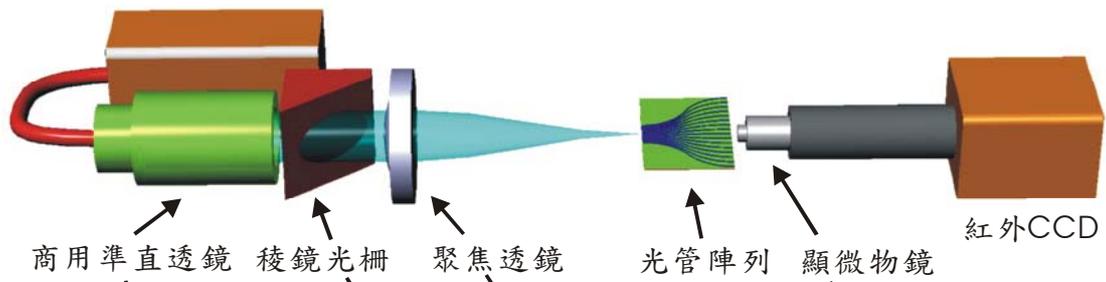


圖 72 量測光管陣列光學特性的實驗架構。
上圖為立體結構示意圖，下圖為實際照片。

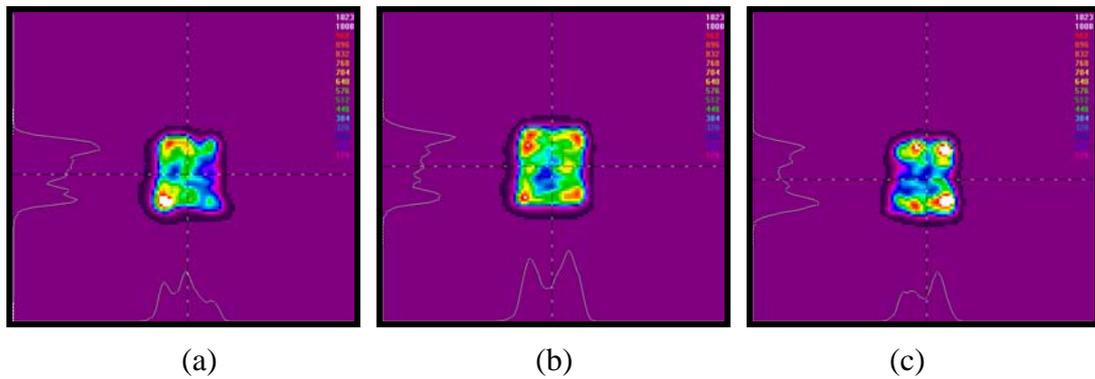


圖 73 光管陣列輸出端的光場強度分布圖。
 (a)第一個通道。(b)第八個通道。(c)第十六個通道。

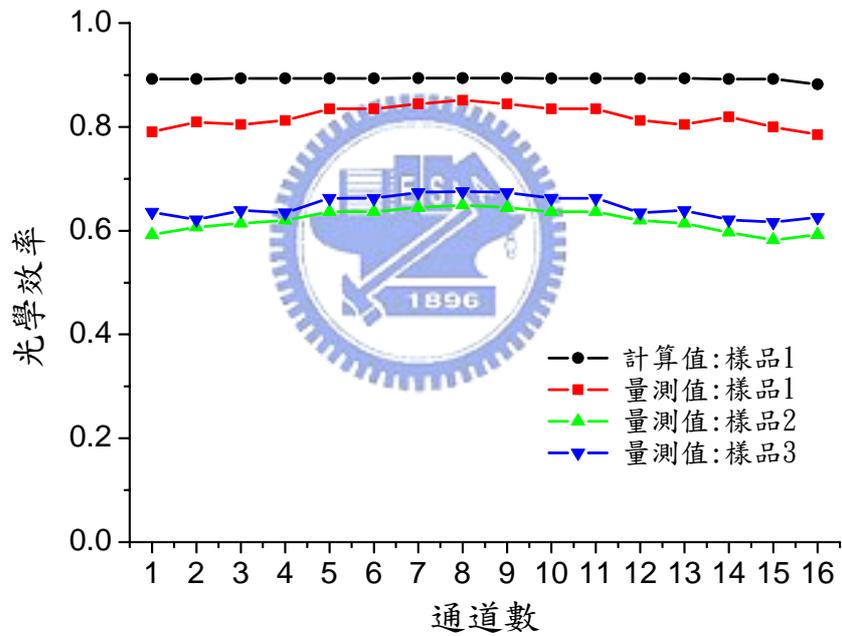


圖 74 對於鍍有不同厚度二氧化矽薄膜的光管陣列的各通道光學效率曲線。
 樣品 1: $0.269\mu\text{m}$ ，樣品 2: $0.589\mu\text{m}$ ，樣品 3: $0.0\mu\text{m}$ 。

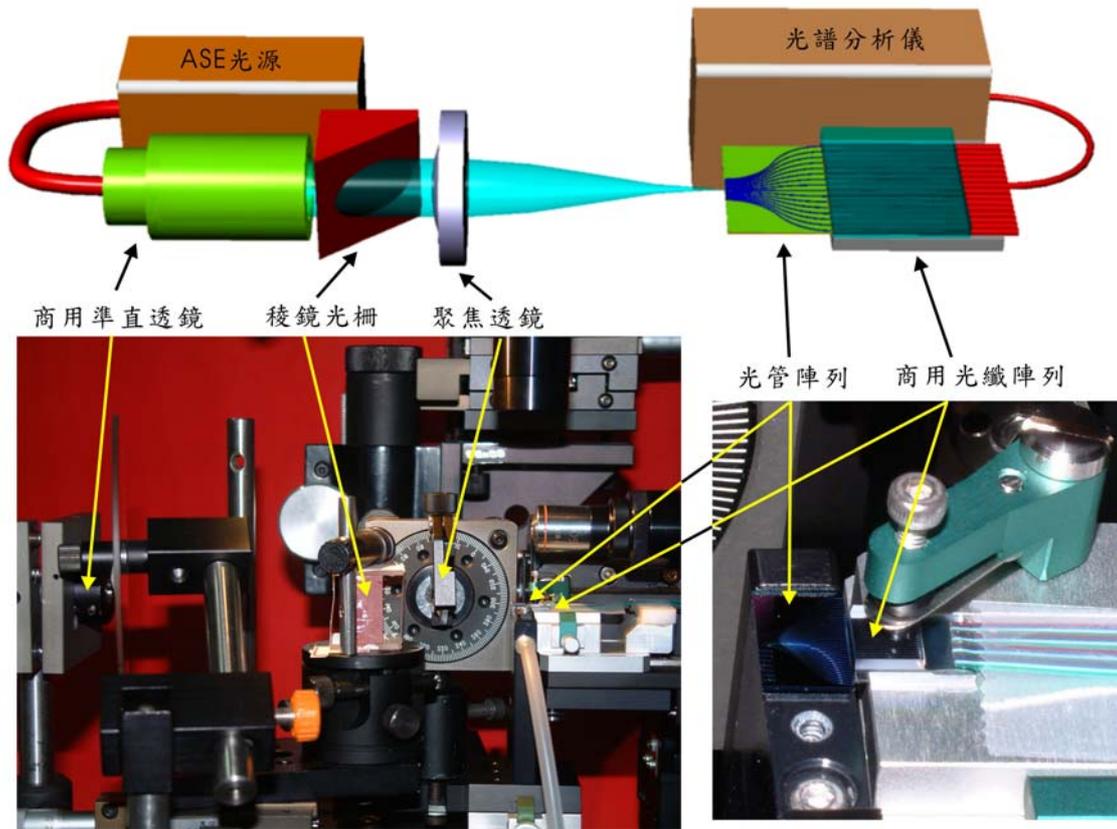


圖 75 量測高密度分波解多工系統光學頻譜的實驗架構。
上圖為立體結構示意圖，下圖為實驗裝置照片。

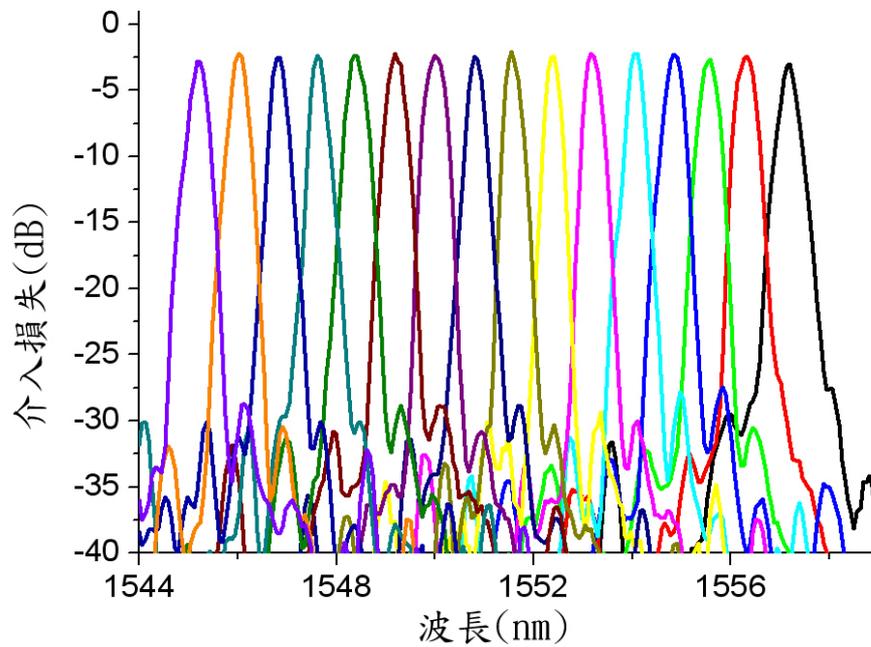


圖 76 高密度分波解多工系統十六個通道的頻譜分布曲線圖。

2.5 封裝

在製作分波解多工器的最後階段，我們嘗試完成此分波解多工系統積體化的工作而達到光纖輸入與光纖輸出的單一元件。圖 77 所示為封裝後的結構圖，上圖為立體結構示意圖，下圖為實體照片，此結構的外觀尺寸為 $20 \times 20 \times 80\text{mm}$ 。為了能夠清楚展示與說明我們選用透明的壓克力板作為封裝的材質，以紫外光學膠作為接合的黏著劑，所使用的對準平台為 SURUGA 公司所提供的光纖對光模組 (Model: E2000WA)，單軸平移台的解析度為 500nm ，旋轉平台的解析度為 $34''$ 。我們先使用可調波長雷射產生單一通道的參考波長光訊號以完成準直透鏡、稜鏡光柵與聚焦透鏡的對準工作，分別予以膠合固定。再改以寬帶寬的 ASE 光源 ($1520\text{-}1570\text{nm}$) 作為輸入訊號光以完成光管陣列的對準工作，由於光管陣列與各通道訊號的對準工作屬於三維空間的對準，這一步驟的對準工作最為重要也最為費時，我們以 20 倍的顯微物鏡與紅外 CCD 偵測光管陣列每個通道的輸出訊號，使每個通道的輸出訊號達到極大值以使光管陣列的對準達到最佳狀況。最後完成光纖陣列與光管陣列的接合工作，此時利用光學頻譜分析儀作為偵測每根輸出光纖所輸出的頻譜帶寬與相對能量大小，同時移動光管陣列與光纖陣列以期使參考波長所對應的通道為第 8 個通道。所有對準工作完成後，以紫外光學膠將元件膠合固定，光管陣列與光線陣列的接合結果如圖 78 所示。圖 79 為封裝後十六通道的分波解多工器實體照片圖。圖 80 所示為封裝後分波解多工系統的每個通道頻譜量測圖。

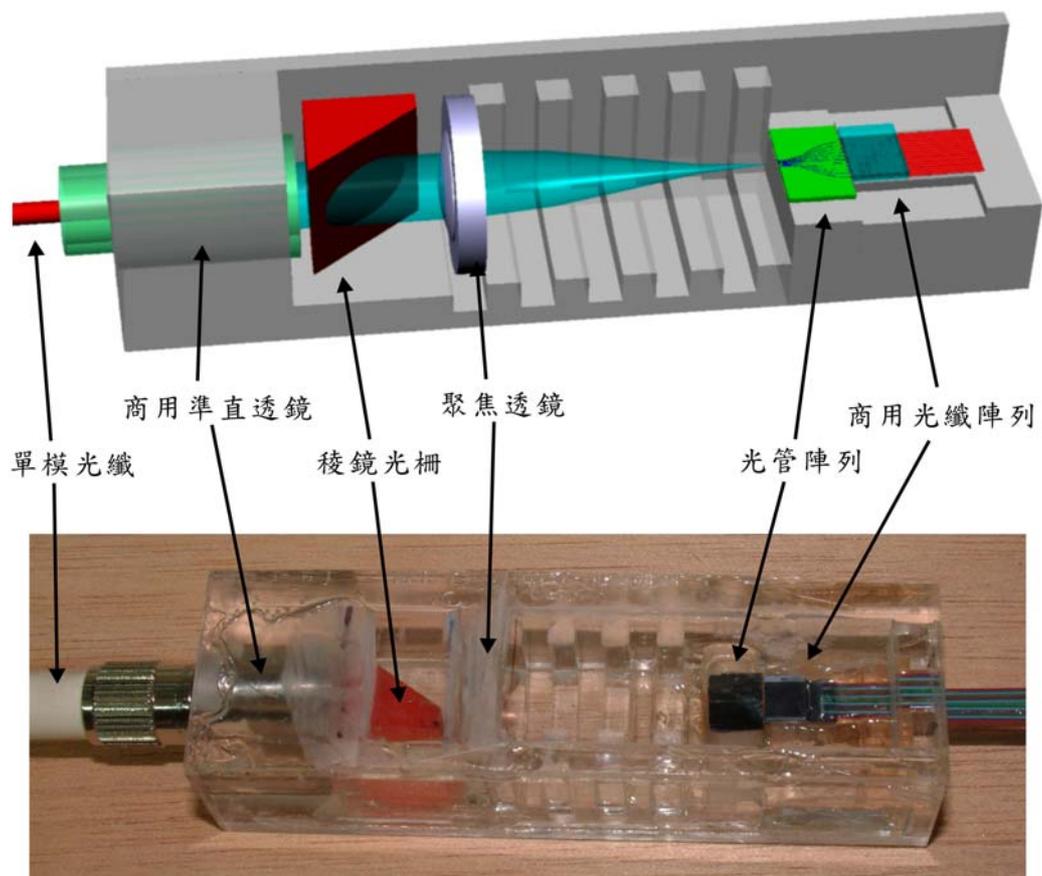


圖 77 分波解多工系統的封裝結果。

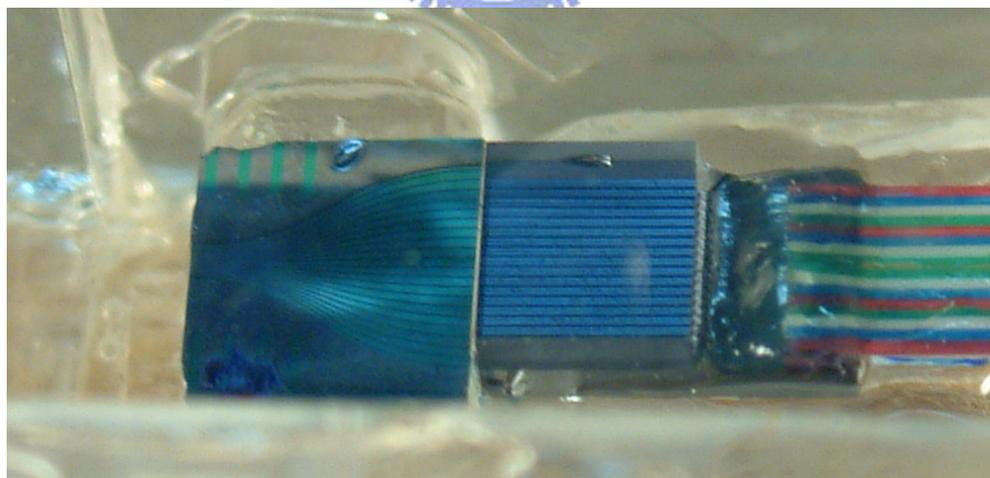


圖 78 光管陣列與商用光纖陣列的接合情形。



圖 79 封裝後十六通道的分波解多工系統實體照片。

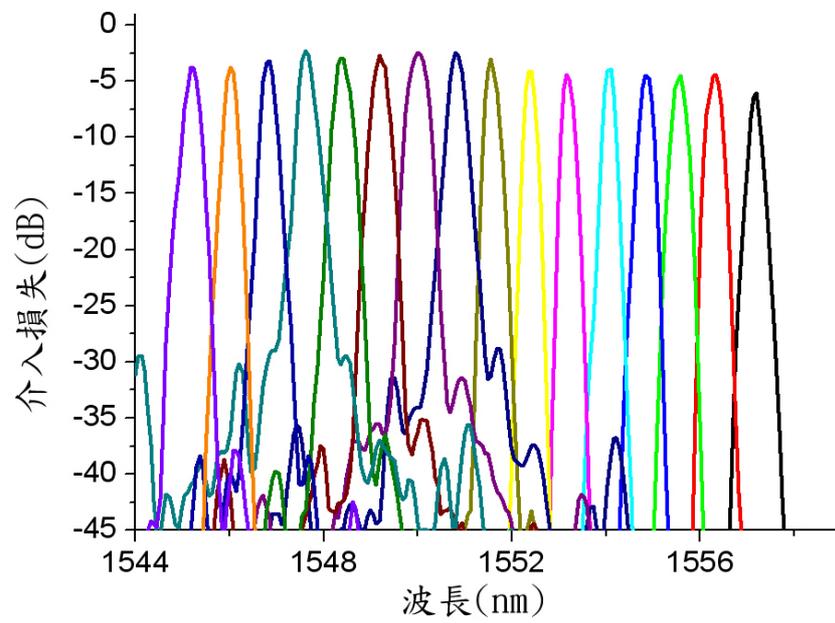


圖 80 封裝後的高密度分波解多工系統的頻譜分布圖

2.6 具有梯形結構的光管陣列

前述光管陣列功能只將前端分波解多工器的輸出訊號分別導引至標準規格的商用光纖陣列，對於分波解多工器的輸出光點並無加以壓縮至單模光纖所能接受的光點大小，因此仍以較大蕊心半徑的多模光纖陣列作為接收。為了能與單模光纖陣列順利耦合，我們也提出具有梯形結構的光管陣列的設計構想。這種梯形結構的光管陣列能將分波解多工器較大的輸出光點壓縮至單模光纖所能接受的單模模場 (single-mode field) 大小，使所設計的分波解多工系統為一個單模光纖輸入與單模光纖輸出的系統。由圖 81 可看出這種梯形結構的光管陣列在輸入端具有較大的輸入孔徑，在輸出端具有較小的輸出孔徑，選擇適當的光管長度則可使傳播損耗達到最小值。在我們的設計中光管的輸入孔徑寬度為 $31\mu\text{m}$ ，高度為 $34\mu\text{m}$ ，輸出孔徑為一個長寬均為 $7.8\mu\text{m}$ ，整個光管長 6mm 。圖 82 為梯形光管陣列的傳遞損耗計算結果。由圖中可知梯形光管的傳遞損耗主要來自於彎曲損耗，由於光點的壓縮所造成的損耗在本例子中是很小的。然而這種梯形結構光管陣列較困難實現的部份是在於光管上下梯形面的製造技術，如何蝕刻出表面較平滑的梯形結構將是一個關鍵技術。本計算中均假設光管陣列的所有蝕刻面均為理想光滑面，因此看不出因光點壓縮所造成的損耗，但在實際的製作過程中光管表面的粗糙度是存在的，因此梯形結構光管陣列的製作方式需要有所突破才能做出較好光學性能的元素。

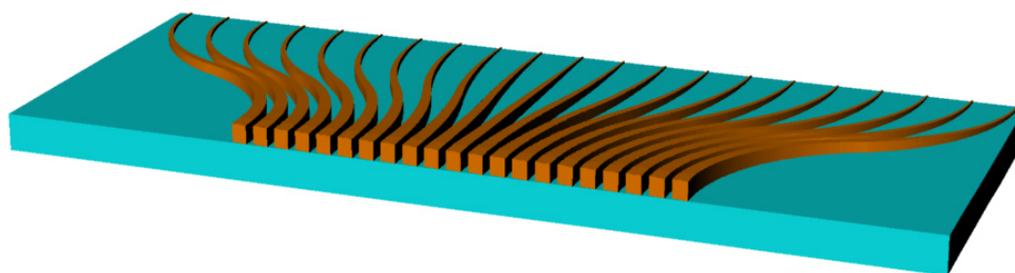


圖 81 具有梯形結構的光管陣列立體示意圖

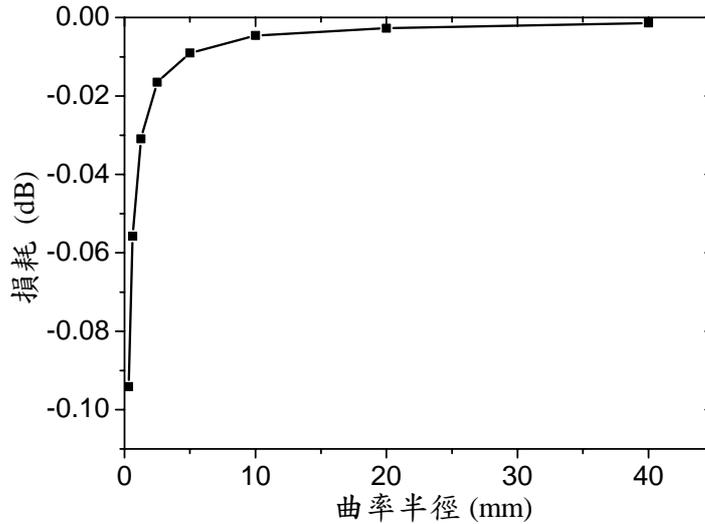


圖 82 梯形結構光管陣列的損耗計算結果

2.7 結論

在本論文中，我們完成了自由空間型高密度分波解多工系統的設計與製作。在此系統當中我們嘗試利用 KRS-5 的紅外材料設計與製作出稜鏡光柵，並將其應用於低損耗的分波解多工系統中。這種三維自由空間型的穿透式稜鏡光柵的優點有：

(1) 在於光學對準方面具有較大的誤差容忍度。

當所設計的分波解多工系統為直視光學系統 (Direct transmitting optics) 時，可利用調整稜鏡光柵的頂角使某一特定繞射光沿著光軸傳播。如圖 37 所示，如果入射於稜鏡光柵的光束具有入射誤差角度為 $\delta\alpha_1$ 時，則入射於穿透式稜鏡光柵中的光柵入射角度將偏移 $\delta\alpha_2 = \delta\alpha_1 \cos(\alpha_1) / n_s \cos(\alpha_2)$ ，其中 n_s 為稜鏡光柵材料的折射率，對於穿透式稜鏡光柵而言， $\delta\alpha_2$ 將小於 $\delta\alpha_1$ 。在相同的條件下，對於反射式光柵其偏差角 $\delta\alpha_2$ 將等於 $\delta\alpha_1$ 。因此穿透式稜鏡光柵的傾斜誤差容忍度將大於反射式光柵系統。

(2) 無須更改原設計即可提升系統的波長解析度與產生更多通道數。

由於所設計的結構為直視光學結構，因此可如圖 40 所示串聯兩個相同的稜鏡光柵，使頻寬提升至 50GHz 或更高而無需重新製作元件，這一特點將有助於提昇本系統的應用範圍。

我們利用 Huygens-Fresnel 繞射理論重建出在焦平面處的輸出光場以檢驗分波解多工器的特性。製程誤差對分波解多工器特性的影響也經由數值上的誤差分析而得到了驗證。利用鑽石微加工技術成功地在 KRS-5 材料的稜鏡斜邊上製作出閃耀光柵而形成稜鏡光柵，經由實驗量測數據驗證了設計結果。KRS-5 的紅外材料比光學玻璃軟且材料的軟化點溫度低於 500 度，很適合以模壓技術大量複製而降低成本。

對於各通道光訊號的接收部份，由於在焦平面處各訊號光點的間距遠小於光纖陣列相鄰蕊中心的間距，一般商用標準的光纖陣列很難接收。若是特製一個特殊規格的光纖陣列將會提昇整個系統的成本，因此我們設計與製作出一個光纖耦合裝置，將各通道的光訊號順利耦合至商用標準規格的光纖陣列。我們以標準的半導體製作程序與 ICP-RIE 技術完成光管陣列的製作，並以高溫氧化法在光管陣列表面作抗反射鍍膜。這種簡單的氧化裝置可在矽材料表面完成抗反射鍍膜且可有效降低耦合系統的介入損失，由實驗結果也證明了具有相當的成效。我們嘗試封裝所有的光學元件，由於所使用的紫外光學膠在固化後的特性不如預期，固化後元件有些微的位移，造成固化後的光學特性不如固化前的好，然而人為封裝誤差也是存在的，因此若能發展出一套精密的對準技術，將有助於整個光學效能的提升，使得所製作的分波解多工系統能在光纖通訊領域中有廣泛的應用。

參考文獻

1. 陸懋宏, "幾何光學", 國立交通大學(1998)
2. Swanson G. I., Veldkamp W. B., "Infrared applications of diffractive optical elements" Proc. SPIE, 22, 885(1988)
3. 陳勇星, "基於嚴格耦合波理論對繞射光柵之向量繞射理論分析", 國立交通大學, 碩士論文, (1999)
4. 王唯科, "色彩光柵的設計製作與量測", 國立交通大學, 碩士論文, (2001)
5. M. Born and E. Wolf, Principles of Optics, 7th ed., Pergamon, London, (1980)
6. M. G. Moharam and T. K. Gaylord, "Rigorous coupled-wave analysis of planar-grating diffraction," J. Opt. Soc. Am., 71, P.p.811-818 (1981).
7. J. W. Goodman, "Introduction to Fourier optics," second ed., McGraw-Hill, New York, (1991).
8. L. A. Rossi, R. E. Kunz, H. P. Herzig, "Refractive and diffractive properties of planar micro-optical elements," Appl. Opt., 34, P.p. 5996-6007 (1981).
9. H. P. Herzig, "微光學元件系統和應用", 國防工業出版社 (2002)
10. J. R. Sze, M. H. Lu, "design and fabrication of a dense wavelength division demultiplexer with grism structure", Opt. Eng., 44(2), (2005).
11. W. J. Smith, "Modern Optical Engineering," McGraw-Hill, New York, (1990).
12. O. Bryngdahl, "Geometrical transformation in optics," J. Opt. Soc. Am., 64, 1092-1099 (1974).
13. 姚柏宏, "多焦點透鏡之設計及製作", 國立交通大學, 碩士論文, (2000)
14. R. W. Gerchberg, W. O. Saxton, "A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures," Optik, 35, P.p. 237-246 (1972).
15. J. R. Fienup, "Phase retrieval algorithms: a comparison," Appl. Opt., 21, P.p. 2758-2769 (1982).
16. J. R. Fienup, "Phase-retrieval algorithms for a complicated optical system," Appl. Opt. 32, P.p. 1737-1746 (1993).
17. J. R. Fienup, C. C. Wackerman, "Phase-retrieval stagnation problems and solutions," J. Opt. Soc. Am. A, 3, P.p. 1897-1907 (1986).
18. G. Z. Yang, B. Y. Gu, "On the amplitude-phase retrieval problem in the optical system," Acta Phys. Sin., 30, P.p. 410-413 (1981).
19. G. Z. Yang, B. Y. Gu, B. Z. Dong, "Theory of the amplitude-phase retrieval in any linear transform system and its application," Int. J. Mod. Phys. B 7, P.p. 3153-3224 (1993).
20. G. Z. Yang, B. Z. Dong, B. Y. Gu, "Gerchberg-Saxton and Yang-Gu algorithms for phase retrieval in a non-unitary transform system: a comparison," Appl. Opt., 33, P.p. 209-218 (1994).
21. J. R. Sze, M. H. Lu, "design and fabrication of the diffractive phase element that synthesizes three-color pseudo-nondiffracting beam", Opt. Eng., 41 (12), Pp. 3127-3135 (2002)
22. M. Avriél, Nonlinear Programming: analysis and methods, Englewood Cliffs, New Jersey, chap 10., P.p. 299 (1976).
23. S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, M. P. Vecchi, "Optimization by simulated annealing," Science 220, P.p. 671-680 (1983).
24. N. Yoshikawa, M. Itoh, "Quantized phase optimization of two dimensional Fourier kinoform by genetic algorithm," Opt. Lett., 20, P.p. 752-754 (1995).
25. 張維中, "以基因區域搜尋演算法設計濾波型繞射元件", 國立交通大學, 碩士論文, (2002)
26. A. Stemmer, "Design and fabrication of multilevel diffractive elements and holographic optical elements," Microelectron Eng. 21, P.p. 471-474 (1993).
27. M. T. Gale, "Fabrication of continuous-relief micro-optical elements by direct laser writing photoresists," Opt. Eng. 33, P.p.3556-3566 (1994).
28. M. Larrison, "Successive-development optimization of resist kinoforms manufactured with direct-writing electron-beam lithography," Appl. Opt. 33, P.p.1176-1179 (1994).

29. 翁明全, "微型偏轉鏡的設計與製作", 國立交通大學, 碩士論文, (1996)
30. 許凱雄, "同一表面上的微透鏡光學反射系統", 國立交通大學, 碩士論文, (1997)
31. B. Salik, J. Rosen, and A. Yariv, "One-dimensional beam shaping," *J. Opt. Soc. Am. A* 12, 1702-1706 (1995).
32. 伍清欽, "以繞射元件產生無繞射光束", 國立交通大學, 碩士論文, (2000)
33. 張勝羽, "中紅外二元式 Fresnel 透鏡微小光學元件的設計與製作", 國立交通大學, 碩士論文, (1996)
34. 柯俊宏, "紅綠藍三色分波匯聚繞射元件之設計與製作", 國立交通大學, 碩士論文, (2003)
35. D. H. Raguin, G. M. Morris, "Antireflection structured surfaces for the infrared spectral region," *Appl. Opt.*, 32(7), (1993)
36. J. N. Mait, "Understanding diffractive optic design in the scalar domain," *J. Opt. Soc. Am. A* 12, 2145-2158 (1995).
37. R. Piestun and J. Shamir, "Control of wave-front propagation with diffractive elements," *Opt. Lett.* 19, 771-773 (1994).
38. J. Durnin, J. J. Miceli, J. H. Eberly, "Diffractive-free beams," *Phys. Rev. Lett.* 58, 1499-1501 (1987).
39. J. Durnin, "Exact solution for non-diffracting beam," *J. Opt. Soc. Am. A.*, 4(4), 657 (1987)
40. V. V. Kotiyar, S. N. Khonina, and V. A. Soifer, "Algorithm for the generation of non-diffracting Bessel modes," *J. Mod. Opt.* 43, 1231-1239 (1995).
41. C. Paterson and R. Smith, "Higher-order Bessel waves produced by axicon-type computer-generated holograms," *Opt. Commun.* 124, 121-130 (1996).
42. C. Paterson and R. Smith, "Helicon waves: propagation-invariant waves in a rotating coordinate system," *Opt. Commun.* 124, 131-140 (1996).
43. L. Niggli, T. Lanzl, M. Maier, "Properties of Bessel beams generated by periodic gratings of circular symmetry," *J. Opt. Soc. Am. A* 14, 27-33 (1997).
44. K. M. Iftikharuddin, A. A. S. Awwal, M. A. Karim, "Gaussian-to-Bessel beam transformation using a split refracting system," *Appl. Opt.*, 32(13), 2252 (1993).
45. R. M. Herman, T. A. Wiggins, "Production and uses of diffractionless beams," *J. Opt. Soc. Am. A*, 8, 932, (1991)
46. G. Indebetouw, "Nondiffracting optical fields: some remarks on their analysis and synthesis," *J. Opt. Soc. Am. A*, 6(1), 150, (1989)
47. J. Turunen, et al., "Holographic generation of diffraction free beams," *Appl. Opt.*, 27, 3959, (1988)
48. L. Niggli, et al., "Properties of Bessel beams generated by periodic gratings of circular symmetry," *J. Opt. Soc. Am. A*, 14(1), 27, (1997)
49. P. Vahiman, et al., "Electromagnetic analysis of nonparaxial Bessel beams generated by diffractive axicons," *J. Opt. Soc. Am. A*, 14(8), 1817, (1997)
50. A. Vasara, et al., "Realization of general nondiffracting beams with computer generated holograms," *J. Opt. Soc. Am. A*, 6(11), 1748, (1989)
51. R. Piestun, et al., "Control of wave-front propagation with diffractive elements," *Opt. Lett.* 18(11), 771, (1994)
52. 伍清欽, "以繞射元件產生無繞射光束", 國立交通大學, 碩士論文, (2000)
53. B. Z. Dong, G. Z. Yang, B. Y. Gu, O. K. Erosy, "Iterative optimization approach for designing an axicon with long focal depth and high transverse resolution," *J. Opt. Soc. Am. A* 13, 97-103 (1996).
54. R. Lieu, B. Y. Gu, B. Z. Dong, G. Z. Yang, "Design of diffractive phase elements that realize axial-intensity modulation based on the conjugate-gradient method," *J. Opt. Soc. Am. A*, 15(3), 689-694 (1998)
55. V. P. Koronkevitch, I. G. Palchikova, "Kinoforms with increased depth of focus," *Optik*, 87, 91-93 (1991)

56. J. R. Fienup, "Gradient-search phase retrieval algorithm: for inverse synthetic aperture radar," *Opt. Eng.* 13, 3237-3242 (1994).
57. J. Rosen, B. Salik, and A. Yariv, "Pseudo-nondiffracting beams generated by radial harmonic functions," *J. Opt. Soc. Am. A* 12, 2446-2457 (1995).
58. Rong Liu, B. Z. Dong, G. Z. Yang, B. Y. Gu, "Generation of pseudo-nondiffracting beams with use of diffractive phase elements designed by the conjugate-gradient method", *J. Opt. Soc. Am. A* 15(1), 144-151(1998)
59. R. Liu, B. Z. Dong, G. Z. Yang, B. Y. Gu, "Implementation of pseudo-nondiffracting beams by use of diffractive phase elements," *Appl. Opt.* 37(35), 8219-8223 (1998).
60. R. Liu, B. Y. Gu, B. Z. Dong, and G. Z. Yang, "Diffractive phase elements that synthesize color pseudo-nondiffracting beams," *Opt. Lett.* 23, 633-635 (1998).
61. R. Piestun, B. Spektor, J. Shamir, "Wave fields in three dimensions: analysis and synthesis," *J. Opt. Soc. Am. A.* 13, 1837-1848 (1996).
62. M. Ferstl, B. Kuhlow, E. Pawlowski, "Blazed Fresnel zone lenses approximated by discrete step profile: effects of fabrication errors", *Proc. SPIE*, 1732, P.p.89-99 (1992)
63. 黃榮錫, "以石英為基片之二進階為透鏡的設計與製作", 國立交通大學, 碩士論文, (1997)
64. M. T. Duignan, "Micromachining of diffractive optics with excimer lasers", *OSA Technical Digest Series, Diffractive Optics*, 11, Pp. 129-132, (1994)
65. J. C. Palais, *fiber optic communications*, 3rd ed. Englewood Cliffs, NJ/Prentice-Hall.
66. A. Michael, S Cobey, Mariborough, Mass, "Optical multiplexing device", *U.S. Patent* 5, 583, 683 Assigned to OCA, Inc (1996).
67. 李正中, 薄膜光學與鍍模技術, 藝軒圖書出版社, 台灣 2001。
68. F. Bilodeau, D. C. Johnson, S. Theriault, B. Malo, J. Albert and K. O. Hill, "An all fiber dense wavelength division Multiplexer/demultiplexer using photoimprinted Bragg gratings", *IEEE photon. Technol. Lett.*, 7(4), 388 (1995).
69. J. F. Viens, C. L. Callender, J. P. Noad, L. A. Eldada, and R. A. Norwood, "Polymer-based waveguide devices for WDM applications," *Organic Photorefractives, Photoreceptors, Waveguides, and Fibers*, *Proc. SPIE* 3799, 202-213 (1999).
70. Y. Hibino, An array of photonic filtering advantages, *Circuit & Devices*, IEEE (2000)
71. N. Ooba, Y. Hibino, Y. Inoue and A. Sugita, "Althermal silica-based arrayed-waveguide grating multiplexer using bimetal plate temperature compensator," *Elec. Lett.*, 36(21), 1800-1801 (2000).
72. Y. Inoue, Y. Ohmori, M. Kawachi, S. Ando, T. Sawada and H. Takahashi, "Polarization mode converter with polyimide half waveplate in silica-base planar lightwave circuits," *IEEE Photo. Tech. Lett.*, 6(5), 626-628 (1994).
73. R. Watanabe et al., "Optical demultiplexer using a concave grating in the 0.7-0.9 μm wavelength region", *Electron Lett.*, 16(3), 106 (1980)
74. Y. Fujii, J. Minowa, "Cylindrical concave grating utilizing thin silicon chip", *Electron Lett.*, 17(24), 934-936 (1981)
75. T. Kita, T. Harada, "Use of aberration corrected concave grating in optical demultiplexing", *Appl. Opt.*, 22(6) 819-825 (1983)
76. A. Stavdas, M. Manousakis, C. Scahill, A. Hadjifotiou, "Design and Performance of Free-Space Concave Grating Demultiplexers for Ultrawideband WDM Networks", *Journal of Lightwave Technology*, 19(11), 1777 (2001)
77. M. C. Hutley, "Diffracton Gratings", Academic Press, London (1982)
78. M. Kajita, K. Kasahara, T. J. Kim, D. T. Neilson, I. Ogura, I. Redmond, and E. Schenfeld, "Wavelength-division multiplexing free-space optical interconnect networks for massively parallel processing systems," *Appl. Opt.* 18(37), 3746-3755 (1998).
79. K. I. Aoyama, J. I. Minowa, "Low-loss optical demultiplexer for WDM systems in the 0.8 micrometer wavelength region," *Appl. Opt.* 18(16), 2834-1979 (1979).
80. Tomlinson, W. J., "Wavelength multiplexing in multimode optical fibers," *Electron. Lett.*, 16(8), 2180-2194 (1977).

81. Metcalf, B. D., and J. F. Providakes, "High-capacity wavelength demultiplexer with a large-diameter grin rod lens," *Appl. Opt.*, 21(5), 794-796 (1982).
82. M. Seki, et al., "20-channel micro-optic grating demultiplexer for 1.1-1.6 micrometer band using a small focusing parameter graded-index rod lens," *Elec. Lett.*, 18(6), 257-258 (1982).
83. Y. Sheng, D. Feng, S. Larochele, "Analysis and synthesis of circular diffractive lens with local linear grating model and rigorous coupled-wave theory," *J. Opt. Soc. Am. A*, 14(7), 1562 (1997).
84. J. Qiao, F. Zhao, R. T. Chen, J. W. Horwitz, W. W. Morey, "Athermalized Low-Loss Echelle-Grating-Based Multimode Dense Wavelength Division Demultiplexer," *Appl. Opt.*, 41(31), 6567-6575 (2002).
85. N. Ebizuka, M. Lye, T. Sasaki, "Optically anisotropic crystalline grisms for astronomical spectrographs," *Appl. Opt.*, 37(7), 1236-1242 (1998).
86. W. A. Traub, "Constant-dispersion grism spectrometer for channeled spectra," *J. Opt. Soc. Am. A*, 7(9), 1779 (1990).
87. S. Kane, J. Squier, "Grism-pair stretcher compressor system for simultaneous second- and third-order dispersion compensation in chirped-pulse amplification," *J. Opt. Soc. Am. B*, 14(3), 1661 (1997).
88. B. A. Richman, S. E. Bisson, R. Trebino, M. G. Mitchell, E. Sidick, A. Jacobson, "Achromatic phase matching for tunable second-harmonic generation by use of a grism," *Opt. Lett.*, 22(16), 1223-1225 (1997).
89. C. Pitris, B. E. Bouma, M. Shiskov, G. J. Tearney, "A grism-based probe for spectrally encoded confocal microscopy," *Opt. Exp.*, 11(2), 120-124 (2003).
90. N. Ebizuka, K. Oka, A. Yamada, M. Watanabe, K. Shimizu, K. Kodate, M. Kawabata, T. Teranishi, K. S. Kawabata, M. Iye, "Development of volume phase holographic (VPH) grism for visible to near infrared instruments of the 8.2m Subaru telescope," *Proceedings of SPIE*, 4842, 319-328 (2003).
91. W. A. Rense, "Techniques for rocket socket solar UV and for UV spectroscopy," *Space Sci. Rev.*, 9, 234-264 (1966).
92. 朱淑君, "利用稜鏡光柵結構設計高密度波長解多工器", 國立交通大學, 碩士論文, (2003)
93. 藍孝晉, "Grism複合式分波多工系統", 國立中央大學, 碩士論文, (2004)
94. L. Weitzel, A. Krabbe, H. Kroker, N. Thatte, L. E. Tacconi-Garman, M. Cameron, and R. Genzel, "3D: The next generation near-infrared imaging spectrometer," *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* 119, 531-546 (1996).
95. Y. Aoyagi and S. Namba, "Blazed ion-etched holographic gratings," *Opt. Acta.*, 23, 701-707 (1976).
96. S. Nonogaki, "A rigorous solution of two-dimensional diffraction based on the Huygens-Fresnel principle," *J. J. Appl. Phy.*, 28(5), 786-790 (1989).
97. W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, "Numerical recipes in Fortran," *Cambridge*, 2nd ed., 279-280 (1992).
98. M. B. Fleming, M. C. Hutley, "Blazed diffractive optics," *Appl. Opt.*, 36(20), 4635-4643 (1997).
99. J. P. R. Lacey and F. P. Payne, *IEE Proc.* 137(4) (1990) 282
100. T. Mizuno, T. Kitoh, M. Ishii, Y. Inoue, T. Saida, M. Itoh, T. Shibata, and Y. Hibino, *IEEE Photo. Tech. Lett.* 15(2) (2003) 239

著作目錄

1. Design and fabrication of the diffractive phase element that synthesizes three-color pseudo-nondiffracting beam

Jyh-Rou Sze and Mao-Hong Lu

Opt. Eng., 41 (12), Pp. 3127 (2002)

2. Design and fabrication of a dense wavelength division demultiplexer with grism structure

Jyh-Rou Sze and Mao-Hong Lu

Opt. Eng., 44 (2), Pp. 025006 (2005)

3.

