



國立交通大學

電機與控制工程學系

碩士論文

應用可變結構設計於電力系統中電壓調節及其
可靠度之研究



Study of Voltage Regulation and its Reliability Using
Variable Structure Scheme in a Power System

研究生：林信嘉

指導教授：梁耀文 博士

中華民國九十四年七月

應用可變結構設計於電力系統中電壓調節及其可靠度
之研究

Study of Voltage Regulation and its Reliability Using Variable
Structure Scheme in a Power System

研 究 生：林信嘉

Student：Shin-Jia Lin

指 導 教 授：梁耀文 博士

Advisor：Yew-Wen Liang

國立交通大學電機與控制工程學系



Submitted to Department of Electrical and Control Engineering
College of Electrical Engineering and Computer Science
National Chiao Tung University
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master
in
Electrical and Control Engineering
July 2005
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十四年七月

國立交通大學

論文口試委員會審定書

本校 電機與控制工程 學系碩士班 林信嘉 君

所提論文 應用可變結構設計於電力系統中電壓調節及其
可靠度之研究

**Study of Voltage Regulation and its Reliability Using
Variable Structure Scheme in a Power System**

合於碩士資格標準、業經本委員會評審認可。

口試委員：

_____	_____
陳俊宏	邱汝斌
鄭治中	_____
_____	_____

指導教授：

吳文耀

教授

系主任：

楊谷澤

教授

中華民國九十四年六月廿四日

應用可變結構設計於電力系統中電壓調節及其可靠度之研究

研究生:林信嘉

指導教授:梁耀文 博士

國立交通大學電機與控制工程研究所

摘 要

為了提升電力系統之電壓供應品質，本論文利用可變結構控制理論來設計電壓調節器用以有效的達到電壓調節的目的。利用 Dobson 和 Chiang 在 1988 年所提出的電力系統模型並假設在系統中電容器與變壓器為有效的控制輸入，在本論文提出了電壓調節器之設計準則。更進一步我們以容錯控制的觀念來設計主動式及被動式容錯控制律，使得系統在控制器發生故障或異常情況時，依然可以達到電壓調節的目的。此外，為了達到主動式容錯控制之目的，本論文也提出了錯誤偵測與診斷的機制，用以偵測與診所控制器是否發生故障或異常情況。由模擬結果驗證了可變結構控制器與容錯控制器之可行性。

Study of Voltage Regulation and its Reliability Using Variable Structure Scheme in a Power System

Student: Shin-Jia Lin

Advisor: Dr. Yew-Wen Liang

Department of Electrical and Control Engineering
National Chiao Tung University

ABSTRACT

Issues concerning the design of an effective voltage regulator in a power system are studied in this thesis. By adopting a model from Dobson and Chiang (1988) and assuming the available control input being the capacitor and tap changer, two classes of Variable Structure Control (VSC) voltage regulators are proposed to promote the quality of power supply. These regulators are shown to be able to achieve the regulation task. The reliability issues of the regulation when one of the control inputs experiences outage are also taken into account through VSC technique in this thesis. Both passive and active reliable designs are proposed and are shown to be effective from simulation. However, due to the fault information, the performances of regulation by active reliable design are in general better than those by passive one.

誌謝

本篇論文的完成，實在要感謝太多人了，沒有你們的關心與協助，恐無法有所精進，希望日後能繼續給予指教與鼓勵，必銘記在心！

首先，特別要感謝我的指導教授梁耀文博士，感謝老師兩年多來細心與耐心的指導以及對我孜孜不倦的教誨，使我不僅在研究過程中受益良多，且在待人處世各方面均有許多的成長。也要感謝系上曾給予協助的老師，同時也要感謝口試委員廖德誠博士、鄭治中博士和陳俊宏博士給予指正與寶貴的建議，使得本論文不足之處得以補強。

接下來，要感謝劉宏毅學長、譚煜寰學長及博士班徐聖棟學長在我遇到困難及心情低落時能給予適時的幫助與鼓勵，再來要感謝實驗室的同學嘉良，在學業及生活上給予支持與協助，而學弟智盛、哲倫與家偵對於我的論文研究幫助甚多，感謝你們對於我的幫助，使我能夠更專心於研究。感謝學長、學弟、同學以及所有我認識的朋友，有了你們的陪伴讓我的兩年研究生活顯得多采多姿且充滿回憶。

最後要感謝我一生中最重要的家人，感謝我的父親、母親、哥哥以及姐姐們，從小到大陪我一路走來，對我的包容，實在辛苦你們了！謹將此論文獻給你們，謝謝你們對於我的支持與鼓勵，讓我可以無後顧之憂的在學業上勇往直前，進而完成研究所的學業，謝謝你們。



目錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
誌謝	iii
目錄	iv
圖目錄	vi
1 緒論	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究動機	3
1.3 論文架構	4
2 可變結構控制	5
2.1 可變結構控制簡介	5
2.2 可變結構控制律之設計	7
2.2.1 線性系統可變結構控制器之設計	7
2.2.2 非線性系統之可變結構控制器之設計	11
3 可利用電容器切換於電力系統的電壓調節	16
3.1 電力系統的動態方程式	16
3.2 VSC控制	20
3.2.1 控制器設計	20
3.2.2 零點動態分析	22
3.2.3 穩定度分析	23
3.2.4 模擬結果	24
4 利用變壓器匝數比的調節於電力系統的電壓調節	34
4.1 控制器設計	34
4.2 電力系統模型	37
4.3 應用於電力系統	39
4.3.1 系統平衡點分析	41

4.3.2	穩定點分析	41
4.3.3	模擬結果	43
5	電力系統利用容錯控制於電壓調節	53
5.1	控制器設計	53
5.1.1	VSC控制器設計	53
5.1.2	被動式容錯控制器	56
5.1.3	主動式容錯控制器	60
5.2	電力系統模型	64
5.3	應用於電力系統	67
5.4	錯誤偵測與診斷觀察器之設計	70
5.5	模擬結果	73
6	結論與未來研究方向	88
6.1	結論	88
6.2	未來研究方向	89
	參 考 文 獻	91



圖目錄

2.1	順滑軌跡示意圖	6
2.2	順滑層	7
2.3	順滑模態存在於兩順滑平面的交集	12
3.1	電力系統模型 (a) 原始系統 (b) 戴維寧等效	18
3.2	$Q_1 = 11$ ，無控制輸入時。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 系統電壓值 (d) 負載電容調整值	28
3.3	$Q_1 = 11$ ，初始電壓誤差為負值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 系統電壓值 (d) 負載電容調整值	28
3.4	$Q_1 = 11$ ，初始電壓誤差為正值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 系統電壓值 (d) 負載電容調整值	29
3.5	Q_1 非固定值，初始電壓誤差為負。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 系統電壓值 (d) 負載電容調整值	29
3.6	Q_1 非固定值，初始電壓誤差為正。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 系統電壓值 (d) 負載電容調整值	30
3.7	Q_1 存有不確定性，初始電壓誤差為負。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 系統電壓值 (d) 負載電容調整值	30
3.8	Q_1 量測存有誤差，初始電壓誤差為正。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 系統電壓值 (d) 負載電容調整值	31
3.9	Q_1 的量測中存有雜訊干擾，初始電壓誤差為正。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 系統電壓值 (d) 負載電容調整值	31
3.10	輸入具有控制輸入限制時， $Q_1 = 11$ 。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 系統電壓值 (d) 負載電容調整值	32
3.11	輸入具有控制輸入限制時， Q_1 非固定值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 系統電壓值 (d) 負載電容調整值	32
3.12	圖 3.3 與 3.7 在 Q_1 有否量測誤差時電壓變化的比較。(a) 負載無效功率準確量測 (b) 負載無效功率準確量測時系統電壓值 (c) 負載無效功率存有誤差 (d) 負載無效功率存有誤差時系統電壓值	33
4.1	電力系統與變壓器	38
4.2	平衡點對 Q_1 的變化	42
4.3	Q_1 對特徵值的影響	43

4.4	$\Delta > 0$ ，狀態對平衡點的變化範圍	45
4.5	$Q_1 = 11$ ，初始電壓誤差為正值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 變壓器調節值 (d) 系統電壓值	47
4.6	$Q_1 = 11$ ，初始電壓誤差為負值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 變壓器調節值 (d) 系統電壓值	48
4.7	$Q_1 = 11 + 0.2 \sin(2t)$ ，初始電壓誤差為正值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 變壓器調節值 (d) 系統電壓值	48
4.8	$Q_1 = 11 + 0.2 \sin(2t)$ ，初始電壓誤差為負值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 變壓器調節值 (d) 系統電壓值	49
4.9	Q_1 在 10.8~11.2 變化，初始電壓誤差為正值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 變壓器調節值 (d) 系統電壓值	49
4.10	Q_1 在 10.8~11.2 變化，初始電壓誤差為負值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 變壓器調節值 (d) 系統電壓值	50
4.11	Q_1 的量測有誤差量，初始電壓誤差為負值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 變壓器調節值 (d) 系統電壓值	50
4.12	Q_1 的量測有誤差量，初始電壓誤差為正值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 變壓器調節值 (d) 系統電壓值	51
4.13	輸入具有控制輸入限制時， Q_1 非搶固定值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 變壓器調節值 (d) 系統電壓值	51
4.14	輸入具有控制輸入限制時， Q_1 的量測有誤差量 (a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 變壓器調節值 (d) 系統電壓值	52
4.15	圖 4.6 與 4.11 在 Q_1 有否量測誤差時電壓變化的比較。(a) 負載無效功率準確量測 (b) 負載無效功率準確量測時系統電壓值 (c) 負載無效功率存有誤差 (d) 負載無效功率存有誤差時系統電壓值	52
5.1	電力系統模型與變壓器 (a) 原始系統 (b) 戴維寧等效	65
5.2	主動容錯控制的錯誤偵測與診斷架構圖	73
5.3	VSC 控制器，當 $Q_1 = 11$ 。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) 變壓器調節值 (d) 負載電容調節值	76
5.4	VSC 控制器，當 Q_1 量測存有誤差量。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) 變壓器調節值 (d) 負載電容調節值	76
5.5	VSC 控制器，當 Q_1 在 10.55 ~ 11.35 變化時。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) 變壓器調節值 (d) 負載電容調節值	77

5.6	針對 u_1 故障所設計之被動容錯控制， $Q_1 = 11$ ，當 $t \geq 1$ 時 u_1 發生故障保持在 1，初始電壓誤差為負值。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) 變壓器調節值 (d) 負載電容調節值	77
5.7	針對 u_2 故障所設計之被動容錯控制，當 $t \geq 1$ 時 c 發生故障保持在 14，(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) 變壓器調節值 (d) 負載電容調節值	78
5.8	針對 u_1 或 u_2 任一個故障所設計之被動容錯控制，當 $t \geq 1$ 時 u_1 發生故障保持在 1。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) 變壓器調節值 (d) 負載電容調節值	78
5.9	針對 u_1 或 u_2 任一個故障所設計之被動容錯控制，當 $t \geq 1$ 時 c 發生故障保持在 14 (a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) 變壓器調節值 (d) 負載電容調節值	79
5.10	主動式容錯控制，針對 u_2 在 $t \geq 1$ 發生故障之模擬結果，其中 $Q_1 = 11$ 。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) u_1 調節值為估測值 (d) u_2 調節值為估測值 (e) 警報器 $alarm_1$ (f) 警報器 $alarm_2$ (g) 負載電容調節值 (h) 變壓器調節值 (i) index	80
5.11	主動式容錯控制，針對 u_1 在 $t \geq 1$ 發生故障之模擬結果，其中 $Q_1 = 11$ 。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) u_1 調節值為估測值 (d) u_2 調節值為估測值 (e) 警報器 $alarm_1$ (f) 警報器 $alarm_2$ (g) 負載電容調節值 (h) 變壓器調節值 (i) index	81
5.12	主動式容錯控制，針對 u_2 在 $t \geq 1.5$ 發生故障之模擬結果，其中 Q_1 非固定值。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) u_1 調節值為估測值 (d) u_2 調節值為估測值 (e) 警報器 $alarm_1$ (f) 警報器 $alarm_2$ (g) 負載電容調節值 (h) 變壓器調節值 (i) index	82
5.13	主動式容錯控制，針對 u_1 在 $t \geq 1$ 發生故障之模擬結果，其中 Q_1 非固定值。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) u_1 調節值為估測值 (d) u_2 調節值為估測值 (e) 警報器 $alarm_1$ (f) 警報器 $alarm_2$ (g) 負載電容調節值 (h) 變壓器調節值 (i) index	83
5.14	主動式容錯控制、被動式容錯控制針對 u_1 故障設計 ($passive_1$) 與被動式容錯控制針對 u_2 故障設計 ($passive_2$) 比較，對於 u_2 在 $t \geq 1$ 發生故障之模擬結果。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) u_1 調節值為估測值 (d) u_2 調節值為估測值 (e) 變壓器調節值 (f) 負載電容調節值	84

5.15 主動式容錯控制、被動式容錯控制針對 u_1 故障設計 (passive ₁) 與被動式容錯控制針對 u_2 故障設計 (passive ₂) 比較，對於 u_1 在 $t \geq 1$ 發生故障之模擬結果。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) 變壓器調節值 (d) 負載電容調節值	85
5.16 主動式容錯控制與被動式容錯控制針對 u_1 、 u_2 故障設計比較，對於 u_2 在 $t \geq 1$ 發生故障之模擬結果。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) u_1 調節值為估測值 (d) u_2 調節值為估測值 (c) 變壓器調節值 (d) 負載電容調節值	86
5.17 主動式容錯控制與被動式容錯控制針對 u_1 、 u_2 故障設計比較，對於 u_1 在 $t \geq 1$ 發生故障之模擬結果。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) 變壓器調節值 (d) 負載電容調節值	87



CHAPTER 1

緒論



1.1 研究背景

隨著科技日新月異，許多高科技的發展為人類帶來許多的便利與文明發展，如：航空、太空、電力系統、網路等，但這些系統的規模及複雜程度都日益提昇，面對如此複雜之系統時，對於系統之安全性、可靠性及有效性的要求將顯得格外重要，尤其是航空、太空、核電廠及化工廠等，具有高危險性的系統，更可能由於系統的不穩定而導致重大災難。因此，這類任務通常被要求只許成功不許失敗，也就是系統的安全、可靠及有效性必須做最嚴格的要求。

二次大戰期間，美國運往遠東地區的裝備幾乎有半數未經使用即告失效，飛機因故障而損失的數量更是被擊落數量的2.5倍。有鑒於此，美國國防部在戰後投注大筆經費進行裝備可靠性的研究，開啟了故障偵測與診斷及容錯控制的研究領域。1979年美國三里島核能電廠的意外事件、1986年1月美國挑戰者號太空梭的不幸事件、1998年8月至1999年5月的短短10個月之間，美國3種運載火箭：“大力神”、“雅典娜”、“德爾他”共發生了5次發射失敗以及2003年8月美加大停電影響到五千

萬人的生活，每日損失相當三百億美元，更說明了此研究主題的重要性，也因此不斷的吸引世界各地學者專家的研究興趣及高度重視。幾個重要的國際學術會議包括美國控制研討會(ACC)，IEEE控制與決策會議(CDC)及國際控制聯合大會(IFAC)都將此項研究主題列為重要的討論議題。動態系統的錯誤偵測與診斷(Fault Detection and Diagnosis)本身即是一門獨立發展的技術也是主動式可靠度控制的重要支柱技術之一。在實際系統應用上，主動式可靠度控制的重要的部分就是要有一套好的錯誤偵測與診斷系統，不管控制技術多麼成熟，必須在系統發生異常現象時，能及時的發出警告訊號，並分離出異常狀況的原因、來源，提供給決策機制採取最合宜的控制法則。

在錯誤偵測與診斷的研究方面，有兩種方式可以達到其目的，一種方式是利用硬體冗餘的概念，採取增加硬體備份的策略，這就是所謂的hardware redundancy[21]；另一方式則是經由原有系統所獲得的解析資訊經由適當的處理來達成，這就是所謂的解析冗餘的處理手法，這就是所謂的analytic redundancy或是model-based錯誤偵測與診斷[11][16][24]。一般而言，錯誤偵測與診斷使用硬體冗餘的方式固然為一可行方法，但此法將增加成本，佔用多餘空間，甚至改變系統結構使系統變得更加複雜，尤其更不適用於容許設計之有效空間受限制的系統。相對的，解析冗餘法則是利用系統本身的資訊透過計算機的計算處理來獲得系統實際狀況的具體資訊。在本論文中，我們將利用model-based的研究方式。Model-based錯誤偵測與診斷是利用原始的物理系統與數學模式的行為來作分析，由此決定錯誤產生的方向、時間及大小。此方法基本上是利用高速電腦配合訊號處理來作狀態估測、設計適應濾波器、邏輯運算及作決策。由這個方法所產生出來的判斷信號，我們稱之為差異量，它通常反應了錯誤是否發生及錯誤所在的位置。

容錯控制依發展主要可分為兩大類：穩健容錯控制和控制器重組容錯控制。穩健容錯控制的設計理念是在設計控制器時就已將一些可能的不正常狀況(包括故障)考慮進來，使設計的控制器在正常及異常的狀態下不需切換控制法則仍能保持系統穩定的運作及維持一定的性能表現。也就是所設計的控制器能容忍特定的控制系統所產生異常或失效的現象。這樣的控制器設計方式好處在於不需額外花費時間及成本作故障偵測、診斷及控制律重組之工作，也不需擔心誤診帶來的後遺症，對於因錯誤產生容許反應時間極短的系統特別適用。相對的，由於控制律固定不變，因此無法根據系統當時之狀態組織最適合當時狀況之控制律。如此一來，在某些情況下將會犧牲部分性能表現。由於這種設計方式不需要主動的去偵測及診斷錯誤訊息，也不需改變控制法則，因此這種設計方式也被稱為被動式的容錯控制(passive reliable

control)[17][18][20][31]。相對的，控制器重組可靠度控制則能隨系統狀況重組最佳控制器，使系統能依當時的情況獲得較好的性能表現。然而，此種設計的有效性必須仰賴一個高可靠度的錯誤偵測與診斷系統。經由此診斷系統所提供的系統資訊來重組控制法則。由於這種設計方法能依系統的狀況主動調整控制策略，因此，又被稱為主動容錯控制(active reliable control)[3][10][18][22][32]。

1.2 研究動機

近年來對於電力系統的穩定度的問題被廣泛的討論[1][6][7][14][15][30]。一個有效且可靠的電力系統必需達到電壓大小與頻率維持一定，其中電壓大小主要取決於系統中的無效功率平衡，頻率則取決於系統中有效功率平衡[13]。在電壓穩定分析中，我們知道當負載端電壓受到負載無效功率影響，當供應的無效功率不足時，將使得系統電壓降低，因此在負載無效功效損耗有所變化時，將影響其電壓值。並且在系統中最嚴重的不穩定現象稱為電壓崩潰(voltage collapse)[1][2][8][15]，此現象在發生初期時會使得電壓緩慢的下降，突然使得電壓劇降。發生電壓崩潰現象的原因可歸納於電力系統操作在穩定界邊時，負載損耗增加所造成[9][15]。因此，當電力系統在正常運作、負載損耗有所變化或是有干擾情況之下，為了提升電力系統的供電品質，保持電壓的穩定性為一重要項目。

在本論文中我們主要的研究是專注於電力系統的電壓調節(voltage regulation)問題，也就是利用適當的控制來使得電力系統所供應電壓穩定於負載需求值。對於系統模型，我們利用由Dobson和Chiang[8]所提出的電力系統模型，在系統模型中包含發電機、無限匯流排與非線性負載，並且系統會呈現有電壓崩潰的現象，其電壓崩潰發生於鞍點分歧處(saddle node bifurcation)附近[8][9]。為了使系統能達到電壓調節的目的，因此我們在原始系統加入控制點，在原始系統加入一個變壓器(tap changer)，並且讓系統中負載平衡電容(load capacitor balanced)為可變。當負載損耗有所變化時，利用變壓器或負載電容的改變，來達到電壓保持穩定值，並且避免電壓崩潰的發生。對於變壓器用於電力系統的效果，在[5][13][23][25]中有被討論，並且我們知道變壓器是一個有效的電壓控制器。對於電容器的效果，在[4][12][13]中有被討論，其中電容器為經濟且容易的方法。

在控制器設計中，我們知道可變結構控制有著響應快速、良好的暫態性能、對系統參數變動不靈敏以及對雜訊具有穩健性(robustness)等優點[19][33]，因此在本論文中我們將採用可變結構控制來設計出變壓器與負載平衡電容的控制律。由於系統中有兩個控制輸入，因此我們將利用容錯控制的觀念，來使得電力系統在控制器有

任一個發生錯誤時，依然可以保持電壓穩定。

1.3 論文架構

第二章針對線性、非線性系統之可變結構控制作介紹。第三章介紹電力系統負載電容為可變的系統模型，並且以負載平衡電容為控制輸入點，利用可變結構控制的理論來設計負載平衡電容變化的控制律，來達到電力系統的電壓調節。第四章介紹電力系統加入變壓器後的系統模型，並且以變壓器為控制輸入點，由於變壓器的加入使得系統將不是非線性仿射系統(nonlinear affine system)，而是控制輸入具有平方項 u^2 的非線性系統，我們也將利用可變結構控制的理論來設計控制律，以達到電壓輸出軌跡追蹤的目標。第五章將考慮具有負載平衡電容與變壓器兩個控制輸入的動態系統模型，利用可變結構控制方法推導出主動式(active)、被動式(passive)容錯控制律的設計，並且設計一個用於電力系統中的錯誤偵測與診斷觀察器，經由其所產生的殘值(residual)訊號得知何組控制器故障，並且適時的切換控制器，達到主動式容錯控制的目的。



CHAPTER 2

可變結構控制



2.1 可變結構控制簡介

可變結構控制 (variable structure control, 簡稱 VSC) 是一種不連續的狀態回授控制，是在 1960 年代初期由前蘇聯科學家們所發展出的一種非線性控制法則，為俄國人 Filippov 所率先提出的。此種控制之特色為利用不連續的控制輸入，使系統在所設定之轉換平面 (Switching Plane) 或稱之超平面 (Hyperplane) 上改變結構，而獲得所謂之滑動模式控制 (Sliding Mode Control)。

我們所採用的可變結構控制法則，由於設計方法較為容易，已成為最廣為人使用的控制方法之一。由於 VSC 是一種高速切換的回授控制 (feedback control)，其回授方式可以為狀態回授 (state feedback) 或輸出回授 (output feedback)。採用 VSC 可使系統具有較強的系統強健性 (Robustness)，因此對於一些具有不確定因素 (uncertainties) 的系統而言，VSC 的高抗雜訊能力的確是一種不錯的控制方法。

VSC 最大的特點則是系統最後會被規範在一個預先決定的順滑平面 (Sliding surface) 上，而控制器的設計者則利用設計的控制法則將系統的狀態軌跡控制在預

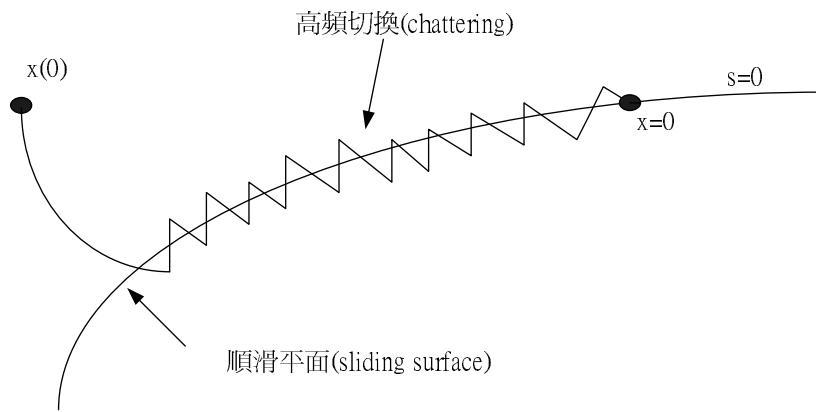


圖 2.1: 順滑軌跡示意圖

先設計好的順滑平面上，如圖 2.1，在理論上當順滑函數為零時，亦即系統上到了順滑平面上，而受控系統的行為則是由順滑平面來規範的，運動軌跡不隨系統內部參數變動而變動，此種沿著順滑平面滑行的運動方式稱為滑動模式 (Sliding mode)，因此，順滑平面的選取在 VSC 的設計上就顯得相當的重要，對於一般線性的系統而言，順滑函數可以選取如下：

$$s(x) = cx \quad (2.1)$$

其中， x 表示系統的狀態變數。而要讓系統上順滑平面的條件便要使得所設計的控制器滿足下式：

$$s^T \dot{s} < \sigma \|s\|, \quad \sigma > 0 \quad (2.2)$$

(2.2) 式又稱為 "reaching condition"。上式條件，因它充分保證在任一 S 鄰域之狀態起點，其軌跡必定趨近到順滑平面 S ，且沿此平面滑動。由上述可知，當系統進入滑動模式，系統動態反應受控於順滑平面，因此，可適當選取轉換平面使降階系統具有穩定的特性。但是，在滑行的過程中，狀態代表點因受到不連續控制之輸入影響，並非完全在順滑平面 ($s(x) = 0$) 上，而是在 $s(x) = 0$ 的鄰域來回變動，使用 VSC 時有一個最大的缺點就是控制器在高速作切換時會導致 "切跳 (Chattering)" 的現象產生。輕則會影響系統的最終狀態 (steady state)，嚴重則會激發出一些系統潛在的未模式高頻部分 (high frequency unmodeled parts)，將影響到系統整個控制的結果，導致系統的不穩定現象發生。因此，要在可變結構控制系統中，切跳現象是無法避免的，而切跳的大小視控制輸入之不連續程度而定，要改善 "切跳 (Chattering)" 所導致的負面影響，可以引入順滑層 (Sliding layer) 的想法 [26]，順滑層的簡單示意圖如下：將原來的符號函數 (Sign Function) 用飽和函數 (Saturation Function)、磁滯

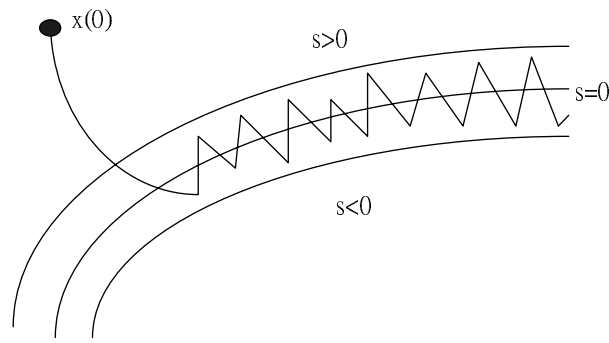


圖 2.2: 順滑層

函數 (Hysteresis Function) 或磁滯-飽和函數 (Hysteresis Saturation Function) 等方式取代，經證實，這些方法可應用於實際的系統中，對系統之切跳行為可獲得明顯有效的改善。總括而言，在設計可變結構控制器有兩個主要步驟：

- 步驟一：選取適當的順滑平面，使得系統軌跡在順滑模態時能滑向控制目標點。
- 步驟二：設計適當的控制器，使得系統軌跡在有限時間內接觸到順滑平面產生順滑模態並且使得系統軌跡在順滑模態時能滑向控制目標點。

2.2 可變結構控制律之設計

2.2.1 線性系統可變結構控制器之設計

假設系統動態方式如下：

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_1 \\
 \dot{x}_2 &= x_2 \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_{n-1} &= x_n \\
 \dot{x}_n &= a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n + u + d(x, t)
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

其中 $x = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]^T$ 是系統狀態且所有的狀態變數都是可以量測的， u 為控制輸入， $d(x, t)$ 是系統雜訊且為一匹配式雜訊 (matched noise)，在不失一般性的情況下，假設雜訊的大小都有上界

$$|d(x, t)| \leq \delta(x, t) \tag{2.4}$$

其中 $\delta(x, t)$ 為一已知的上限函數，此有雜訊干擾的系統，我們的主要的目的是將系統的軌跡準確的控制到原點 $x = 0$ ，以下將利用可變結構控制來完成所要的目標。

依據可變結構控制的理論，選定順滑函數(sliding function) $S(x)$ 後，系統之狀態空間會被順滑平面 $s(x) = 0$ 分隔成 $s(x) > 0$ 及 $s(x) < 0$ 的兩個子空間，再利用迫近及順滑條件來迫使系統在有限時間內接觸到順滑面，並且經由切換，使系統在順滑面上產生順滑模態(sliding mode)，在順滑模態上的軌跡最後必須逼近目標點 $x = 0$ ，方能達到控制的目標。

在順滑函數的選擇步驟中，首先假設系統已成功的被控制在順滑模態下，其餘的主要工作就是選擇順滑函數 $s(x)$ ，也就是選擇一適當的順滑面 $s(x) = 0$ ，讓系統經由不斷的切換滑向目標。

由於順滑模態下的系統軌跡會朝向目標點逼近，所以選取的順滑面必須包含此目標點，也就是說必須符合 $s(x)|_{x=0} = 0$ ，在一般情況下，通常順滑函數設定為

$$s(x) = Cx = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \quad (2.5)$$

其中 $C = [c_1 \ c_2 \ \cdots \ c_n]$ ， C 之選取將於稍後在作說明，根據以上的敘述必須假設系統已經處於順滑模態下，亦即滿足 $s(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n = 0$ ，事實上，向量中的 n 個係數只要是彼此間的比例關係不變的話，都是代表同一個順滑面，假設 $c_n = 1$ ，亦即選取順滑函數為

$$s(x) = Cx = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_{n-1}x_{n-1} + x_n \quad (2.6)$$

其中 $C = [c_1 \ c_2 \ \cdots \ c_{n-1} \ 1]$ 。

為了使順滑模態 $s(x) = 0$ 具有不變(invariant)的特性，我們必須加入以下條件

$$s(x)|_{u=u_{eq}} = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_{n-1}x_{n-1} + x_n = 0 \quad (2.7)$$

利用(2.3)式可得

$$\dot{s}(s)|_{u=u_{eq}} = a_1x_1 + (a_2 + c_1)x_2 + \cdots + (a_n + c_{n-1})x_n + u_{eq} + d(x, t) = 0 \quad (2.8)$$

在(2.8)式可看出順滑函數經過一次微分後會產生控制輸入 u 項，因此可取等效控制如下

$$u_{eq} = -a_1x_1 - (a_2 + c_1)x_2 - \cdots - (a_n + c_{n-1})x_n \quad (2.9)$$

代回(2.3)式後成為

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n \\ s(x) &= 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

根據等效控制的觀點，系統在順滑模態下 ($s(x) = 0$ 且 $\dot{s}(x) = 0$) 只需考慮前面的 $n-1$ 條方程式，亦即

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= -c_1x_1 - c_2x_2 - \cdots - c_{n-1}x_{n-1} \end{aligned} \quad (2.11)$$

其中最後一式已經利用 $s(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + x_n = 0$ 的關係把 x_n 改為

$$x_n = -c_1x_1 - c_2x_2 - \cdots - c_{n-1}x_{n-1} \quad (2.12)$$

由 (2.11) 中可以看出次數降為 $n-1$ 次，所以順滑模態比原系統少了一階。

為了使 (2.11) 式的系統穩定，必須選取適當的係數 c_i , $i = 1, 2, 3, \dots, n-1$ ，首先，令 $x_k = z^{k-1}$, $k = 2, \dots, n-1$ ，其中 z^{k-1} 表示 z 對於時間 t 的 $k-1$ 次微分，再代回 (2.11) 式的最後一個等式後，可得 $(n-1)$ 次的微分方程如下：

$$z^{(n-1)} + c_{n-1}z^{(n-2)} + \cdots + c_2\dot{z} + c_1z = 0 \quad (2.13)$$

故特徵方程式為

$$\lambda^{n-1} + c_{n-1}\lambda^{n-2} + \cdots + c_2\lambda + c_1 = 0 \quad (2.14)$$

只要選取的係數 c_i , $i = 1, 2, \dots, n-1$ ，能夠使特徵方程式的 $(n-1)$ 個根都具有負實部，亦即 $\text{RE}(\lambda) < 0$ ，其中 λ 為特徵方程式的特徵根，因此，當 $t \rightarrow \infty$ 時，對所有 $i = 1, 2, \dots, n-1$, $x_i \rightarrow 0$ ，經由 (2.12) 式可得 $x_n \rightarrow 0$ ，即可達到控制的目標。一旦決定出適合的順滑函數後，便可開始進行控制法則的設計。

控制法則的設計是利用迫近及順滑兩種條件為基礎，迫使系統在有限時間內產生順滑模態，在此利用 (2.2) 式的迫近順滑條件，表示如下：

$$s^T \dot{s} < -\sigma \|s\|, \quad \sigma \neq 0 \quad (2.15)$$

以保證系統在有限時間內進入順滑模態，並滑向控制目標。由 (2.3) 及 (2.6) 式計算順滑函數的一次微分式可得

$$\dot{s} = a_1x_1 + (a_2 + c_1)x_2 + \cdots + (a_n + c_{n-1})x_n + u + d(x, t) \quad (2.16)$$

為了符合迫近順滑條件，令控制法則如下：

$$u = -a_1x_1 - (a_2 + c_1)x_2 - \cdots - (a_n + c_{n-1})x_n - (\delta(x, t) + \sigma)\text{sign}(s) \quad (2.17)$$

代回 (2.16) 式後變為

$$\dot{s} = -(\delta(x, t) + \sigma) \text{sign}(s) + d(x, t) \quad (2.18)$$

兩邊同乘 s 後整理為

$$\begin{aligned} s\dot{s} &= -\delta(x, t)|s| - \sigma|s| + d(x, t)s \\ &\leq -\sigma|s| \end{aligned} \quad (2.19)$$

由 (2.19) 式，可知所設計的控制法則 (2.17) 式，可以保證迫近條件 (2.15) 式成立，所以能使系統在有限時間內產生順滑模態。

在真實的情況中，在 (2.17) 式中 $\text{sign}(s)$ 是一理想的切換函數，這個函數必須借助無窮大的切換頻率才可能達成，但此種切換頻率在現實的系統裡是無法實現的，因此一般都只是利用極高速的切換元件來取代，這樣系統的軌跡必定會在順滑模態 $s = 0$ 兩側的極小空間中不斷的跳動，造成了不當的高頻雜訊，也就是說會有切跳的現象產生，目前已經有許多改進切跳現象的方法被提出 [?]，其中以 Slotine 在 1983 所提出的順滑層概念最為簡單，亦被廣泛的使用於實際的系統控制中，將 $\text{sign}(s)$ 修正為

$$\text{sat}(s, \varepsilon) = \begin{cases} s/\varepsilon & |s| \leq \varepsilon \\ \text{sign}(s) & |s| > \varepsilon \end{cases} \quad (2.20)$$

可由 (2.20) 式可看出系統空間被分為 $s > \varepsilon$ 、 $|s| \leq \varepsilon$ 與 $s < -\varepsilon$ ，其中包含順滑面 $s = 0$ 的中間地帶 $|s| \leq \varepsilon$ 就是所謂的順滑層，該層的厚度為 ε ，為了方便表示，也將包夾順滑層的兩個區域 $s > \varepsilon$ 、 $s < -\varepsilon$ ，進一步表示為 $|s| > \varepsilon$ ，故我們以 $\text{sat}(s, \varepsilon)$ 取代 $\text{sign}(s)$ ，所以將 (2.17) 式修正為

$$u = -a_1 x_1 - (a_2 + c_1)x_2 - \cdots - (a_n + c_{n-1})x_n - (\delta(x, t) + \sigma) \text{sat}(s, \varepsilon) \quad (2.21)$$

在未進入順滑層前，也就是當 $|s| > \varepsilon$ 時， $\text{sat}(s, \varepsilon) = \text{sign}(s)$ ，修正前後的控制法則是完全相同的，故系統依舊向著順滑面 $s = 0$ 逼近，由於順滑面包含在順滑層內，所以系統軌跡朝著順滑層 $|s| \leq \varepsilon$ 逼近，系統會在有限時間內進入順滑層，一旦進入順滑層後，控制法則 (2.21) 式變成

$$u = -a_1 x_1 - (a_2 + c_1)x_2 - \cdots - (a_n + c_{n-1})x_n - (\delta(x, t) + \sigma) \frac{s}{\varepsilon} \quad (2.22)$$

由於 $|\frac{s}{\varepsilon}|$ 的值通常都小於 1，因此控制輸入 u 的增益值在順滑層終將明顯降低，而 (2.18) 式也同樣被修正為

$$\dot{s} = -(\delta(x, t) + \sigma) \frac{s}{\varepsilon} + d(x, t) \quad (2.23)$$

由(2.23)式可以清楚的看到 s 會受到雜訊 $d(x, t)$ 的影響，也就是說在順滑層中只要雜訊 $d(x, t)$ 存在，系統很難維持順滑模態，亦即 s 不恆為0，此時(2.12式必須重寫為

$$\dot{x}_n = -c_1x_1 - c_2x_2 - \cdots - c_{n-1}x_{n-1} + s \quad (2.24)$$

同樣地(2.11)式變成

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= -c_1x_1 - c_2x_2 - \cdots - c_{n-1}x_{n-1} + s \end{aligned} \quad (2.25)$$

由於在順滑層 $|s| \leq \varepsilon$ 中， s 可視為一個有限量的值，因此不影響(2.25)式的穩定性，先前所選取之向量 C 仍然適用，可是卻因為 s 的存在將無法讓所有的狀態變數趨近於0，換句話說系統軌跡將不再逼近原點，而只在原點的附近遊動，這樣雖降低了控制的精準度，這也是利用順滑層概念所必須付出的代價，但這樣的代價是值得的，因為具備順滑層的控制器可以利用實際元件製作出來，並且只要順滑層的厚度夠寬，就不會激發出高頻雜訊或產生不希望의切跳現象，此外控制輸入由於使用了比率項 $\frac{s}{\varepsilon}$ ，其增益直也跟著降低。

2.2.2 非線性系統之可變結構控制器之設計

我們先前已經介紹VSC的簡介，在此我們要介紹的是非線性系統的VSC控制器的設計。

考慮一非線性系統如下：

$$\dot{x} = f(t, x) + b(t, x)u(t) \quad (2.26)$$

狀態變數 $x(t) \in \mathbf{R}^n$ ，控制輸入 $u(t) \in \mathbf{R}^m$ ， $f(t, x) \in \mathbf{R}^n$ 且 $b(t, x) \in \mathbf{R}^{n \times m}$ ，假設 $f(t, x)$ 及 $b(t, x)$ 為連續的，定義切換平面為

$$s(x) = (s_1(x) \cdots s_m(x))^T \quad (2.27)$$

控制律 $u(t) \in \mathbf{R}^m$ 由 $u_i(t)$ 所組成， $u_i(t)$ 的形式如下：

$$u_i(t, x) = \begin{cases} u_i^+(t, x), & \text{for } s_i(x) > 0 \\ u_i^-(t, x), & \text{for } s_i(x) < 0 \end{cases}, i = 1, 2, \dots, m \quad (2.28)$$

切換平面可能是線性或非線性的，但普遍來說大多是線性的，我們所選取的線性切換平面 (switching surface) 為

$$s(x) = \tilde{c}x(t) = 0 \quad (2.29)$$

\tilde{c} 為一 $m \times n$ 矩陣，為了證明順滑模態的存在，系統的狀態軌跡必須滿足以下的順滑條件

$$s_i \dot{s}_i < 0, \quad \text{for } i \leq m \quad (2.30)$$

使得鄰近切換平面，狀態向量的微分會直接朝此平面靠近，在這 VSC 系統，狀態軌跡總是被強迫抵達切換平面，且停留在切換平面上。對於多變數系統而言，順滑模態或許不會分別存在於，但只會在交集處，如圖 2.3。

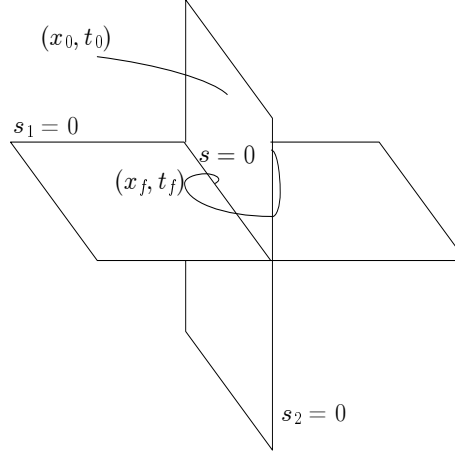


圖 2.3: 順滑模態存在於兩順滑平面的交集

設計可變結構控制器與之前所提到的相同，可分為兩個部分，一為順滑模態另一則可視逼近條件。然而有許多的方法可用來設計多變數非線性系統的 VSC 控制律，一種設計多輸入系統順滑控制律較直接的方法為等效控制 (equivalent control) 的方法。

等效控制的方法是一種將系統動態限制在切換平面 $s(x) = 0$ 的方法，假設在 t_0 ，系統的狀態軌跡，(2.26) 式，到達切換平面並存在順滑模態，這也暗示了 (i) $s(x) = 0$ ，(ii) $s(x) = 0$ 對於 $t > t_0$ 。將 (2.26) 式代進 $s(x) = 0$ 得到

$$\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right) \dot{x} = \left(\frac{\partial s}{\partial x}\right) [f(t, x) + b(t, x)u_{eq}] = 0 \quad (2.31)$$

在上式中， u_{eq} 稱為等效控制，假設矩陣乘積， $\frac{\partial s}{\partial x} b(t, x)$ ，對於所有的 t 及 x 為非奇異矩陣，可得到

$$u_{eq} = -\left[\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)b(t, x)\right]^{-1} \left(\frac{\partial s}{\partial x}\right) f(t, x) \quad (2.32)$$

將 (2.32) 式所得到的 u_{eq} 代入 (2.26) 式，系統的動態變成

$$\dot{x} = \left\{ I - b(t, x)\left[\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)b(t, x)\right]^{-1} \left(\frac{\partial s}{\partial x}\right) \right\} f(t, x) \quad (2.33)$$

對於一線性的切換平面 $s(x) = \tilde{c}x(t)$ 且 $\frac{\partial s}{\partial x} = \tilde{c}$ ，(2.33) 成為

$$\dot{x} = \left\{ I - b(t, x) [\tilde{c}b(t, x)]^{-1} \tilde{c} \right\} f(t, x) \quad (2.34)$$

(2.34) 式說明了系統的行為被切換平面 (switching surface) 限制了，而 (2.33) 式有著 $s(x) = 0$ 的限制，決定了系統在切換平面上的動態。

控制器設計的另一個目標是維持著順滑條件，第一種對角化的方法是將控制律對角化，此方法為將原來的控制律藉由一非奇異矩陣的轉換，建構出一新的控制向量，(2.28) 式說明了原來控制律 u 的每個組成單元。

定義利用非奇異矩陣轉換如下：

$$u^*(t) = Q^{-1}(t, x) \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right) b(t, x) u(t) \quad (2.35)$$

其中 $Q(t, x)$ 是一任意 $m \times m$ 對角矩陣，且由 $q_i(t, x) (i = 1, \dots, m)$ 所組成，使得 $f|q_i(t, x)| > 0$ 對於所有的 $t \geq 0$ 與所有的 x ，將 (2.35) 式代入 (2.26) 式，則動態方程式變成

$$\dot{x}(t) = f(t, x) + b(t, x) \left[\left(\frac{\partial s}{\partial x} \right) b(t, x) \right]^{-1} Q(t, x) u^*(t) \quad (2.36)$$

且

$$\dot{s}(t) = \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right) f(t, x) + Q(t, x) u^*(t) \quad (2.37)$$

為了滿足順滑條件，(2.30) 式，其所組成的單元可選擇以滿足

$$\begin{aligned} q_i(t, x) u_i^{*+} &< -\nabla s_i(x) f(t, x) \\ &= -\sum_{j=1}^n \tilde{c}_{ij} f_j(t, x), \quad \text{when } s_i(x) > 0 \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned} q_i(t, x) u_i^{*-} &< -\nabla s_i(x) f(t, x) \\ &= -\sum_{j=1}^n \tilde{c}_{ij} f_j(t, x), \quad \text{when } s_i(x) < 0 \end{aligned} \quad (2.39)$$

其中 \tilde{c}_{ij} 是 $\nabla s_i(x)$ 的 j 個單元，且 $\nabla s_i(x)$ 是 $\frac{\partial s}{\partial x}$ 的 i 個列向量，在得到新的控制律 u^* 之後，實際上的控制律 u 為

$$u(t) = \left[\frac{\partial s}{\partial x} b(t, x) \right]^{-1} Q(t, x) u^*(t) \quad (2.40)$$

第二種對角化的方法是利用一非奇異矩陣轉換將原來的切換平面轉換為新的切換平面，定義如下：

$$s^*(t, x) = \Omega(t, x) s(x) = 0 \quad (2.41)$$

選擇 $\Omega(t, x)$ 使得 $\Omega(t, x) \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right) b(t, x)$ 成為對角矩陣，例如：

$$Q(t, x) = \Omega(t, x) \left[\frac{\partial s}{\partial x} b(t, x) \right] \quad (2.42)$$

在此 $Q(t, x)$ 是有界 (bounded) 的單元所組成的對角矩陣，然而

$$\begin{aligned} s^*(t, x) &= Q(t, x) \left[\frac{\partial s}{\partial x} b(t, x) \right]^{-1} \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right) f(t, x) + Q(t, x)u + \Omega(t, x)\Omega^{-1}(t, x)s^* \\ &\equiv s(t, x) + Q(t, x)u + s_\Omega(t, x) \end{aligned} \quad (2.43)$$

順滑條件變成

$$s_i^* \dot{s}_i^* < 0 \quad (2.44)$$

直接選擇控制律 u ，其所組成的單元可選擇以滿足

$$q_i(t, x)u_i^+ < -\dot{s}_i(t, x) - s_{i\Omega}(t, x), \quad \text{for } s_i^* > 0 \quad (2.45)$$

$$q_i(t, x)u_i^- < -\dot{s}_i(t, x) - s_{i\Omega}(t, x), \quad \text{for } s_i^* < 0 \quad (2.46)$$

另一種不同於對角化的方法為層列式控制法，在此則不詳細描述。

前面所介紹的三種典型的 VSC 的設計方法，由於控制律對角化的方法較直接且容易，是廣被使用的方法。

首先，假設 $Q = I$ ， $I \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 為一單位矩陣，然而，非奇異轉換矩陣為 $\left(\frac{\partial s}{\partial x} \right) b(t, x)$ ，(2.28) 式可以為任意結構

$$u_i = u_{ieq} + \Delta u_i \quad (2.47)$$

u_{ieq} 為等效控制的第 i 個單元且為連續的， Δu_i 為不連續的部分或者是 (2.28) 式切換的部分，因此，新的控制律為

$$\begin{aligned} u^* &= \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right) b(t, x) (u_{eq} + \Delta u) \\ &= u_{eq}^* + \Delta u^* \end{aligned} \quad (2.48)$$

並且 (2.36) 式變成

$$\dot{x}(t) = f(t, x) + b(t, x) \left[\left(\frac{\partial s}{\partial x} \right) b(t, x) \right]^{-1} (u_{eq}^* + \Delta u) \quad (2.49)$$

然而

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right) f(t, x) + u_{eq}^* + \Delta u^* \\ &= \Delta u^* \end{aligned} \quad (2.50)$$

如果我們選擇 $\Delta u^* = (\eta_1 \operatorname{sgn}(s_1) \cdots \eta_m \operatorname{sgn}(s_m))$ ， $\eta_i < 0$ ，順滑條件為

$$s_i(x) \dot{s}_i(x) = \eta_i |s_i| < 0 \quad (2.51)$$

可滿足我們所需要的設計。



CHAPTER 3

利用電容器切換於電力系統的電壓調節



本章中，我們將針對Dobson和Chiang[8]的電力系統進行電壓調節，以使得電壓能夠穩定於一值。在3.1節中，我們將討論電力系統當負載平衡電容有所改變時，系統動態方程式的型式。在3.2節中，我們將利用可變結構控制的理論來進行電壓調節，以達到輸出電壓穩定，並且對閉迴路系統作零點動態分析，進而對於所設計的控制律用於電力系統中進行數值模擬。

3.1 電力系統的動態方程式

本節中我們主要是研究Dobson與Chiang[8]的電力系統數學模型，我們將原始系統中的負載平衡電容 (load capacitor balanced) 的電容值設定為可變化的，利用電容值的變化做為控制器的輸入點，利用調節電容值變化來達到電壓的調節。

在電力系統模型中，主要包含了無限匯流排、非線性負載、變壓器、負載平衡電容與發電機，其模型描述可分為負載模型與電力系統模型兩大部份，其描述如下：

負載模型:非線性負載模型的表示是採用於Walve[28]，並在[8]將其化簡，其非線性

模型是描述在感應馬達動態與PQ負載在並聯情況之下。而馬達與PQ負載所組成的非線性模型，表示如下：

$$P = P_0 + P_1 + K_{pw}\dot{\delta} + K_{pv}(V + TV) \quad (3.1)$$

$$Q = Q_0 + Q_1 + K_{qw}\dot{\delta} + K_{qv}V + K_{qv2}V^2 \quad (3.2)$$

在此， P_0 與 Q_0 分別代表馬達中所消耗的有效功率與無效功率， P_1 與 Q_1 是表示為PQ負載的消耗功率。

電力系統模型:電力系統模型表示於圖3.1(a)。在模型中，發電機的動態方程式可利用搖擺方程式(swing equaton)獲得，表示如下：

$$M\ddot{\delta}_m = -d_m\omega + P_m + E_m V Y_m \sin(\delta - \delta_m - \theta_m) + E_m^2 Y_m \sin \theta_m \quad (3.3)$$

在此， M 、 d_m 與 P_M 分別表示發電機的慣量、阻尼與機械功率。在模型中， Q_1 為系統中的參數，當 Q_1 增加時，則增加了無效功率的消耗。在負載中，包含一個負載平衡電容，來使電壓能提昇到標么值為1.0的附近。在此，我們讓此電容表示為 $C = C_0 + C_1$ ， C_0 與 C_1 分別表示為電容的基準值與變化值，為了方便的使用，我們利用戴維寧等效(Th'evenin equivalent)將 C_0 ， Y_0 與 E_0 化簡，其表示如下：

$$E'_0 = E_0 / \left(1 + C_0^2 Y_0^{-2} - 2C_0 Y_0^{-1} \cos \theta_0\right)^{1/2} \quad (3.4)$$

$$Y'_0 = Y_0 \left(1 + C_0^2 Y_0^{-2} - 2C_0 Y_0^{-1} \cos \theta_0\right)^{1/2} \quad (3.5)$$

$$\theta'_0 = \theta_0 + \arctan \left\{ \frac{C_0 Y_0^{-1} \sin \theta_0}{1 - C_0 Y_0^{-1} \cos \theta_0} \right\} \quad (3.6)$$

明顯地，利用戴維寧等效結果 $E'_0 Y'_0$ 與 $E_0 Y_0$ 是相同的，其等效後圖形，表示於圖3.1(b)。

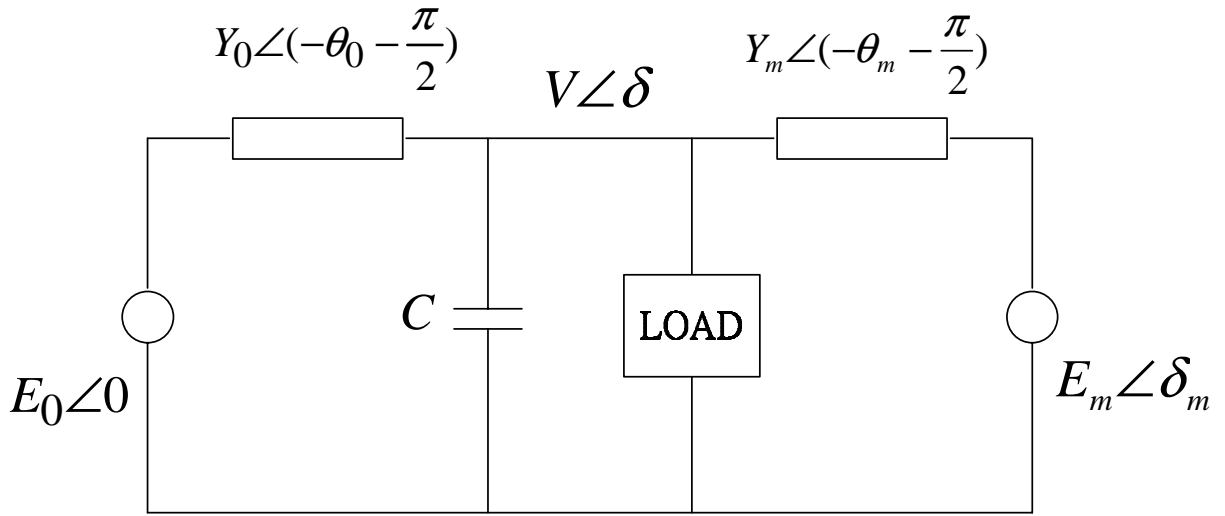
計算其網路中所消耗功率，在網路中無效功率損耗與有效功率損耗可以表示如下：

$$P = -E'_0 Y'_0 V \sin(\delta + \theta_0) - E_m Y_m V \sin(\delta - \delta_m + \theta_m) + (Y'_0 \sin \theta'_0 + Y_m \sin \theta_m) V^2 \quad (3.7)$$

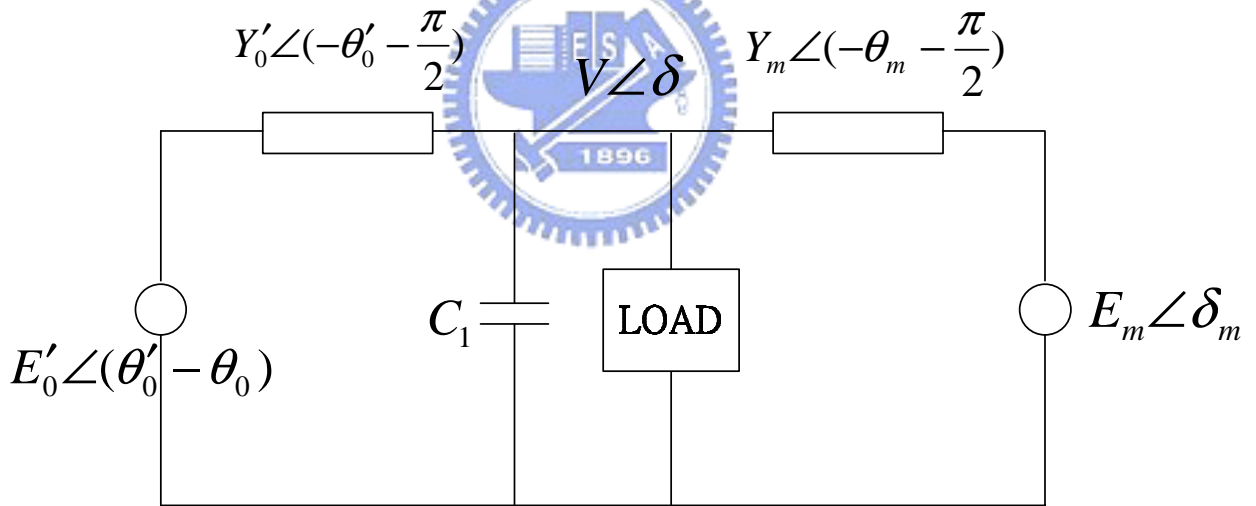
$$Q = E'_0 Y'_0 V \cos(\delta + \theta_0) + E_m Y_m V \cos(\delta - \delta_m + \theta_m) - (Y'_0 \cos \theta'_0 + Y_m \cos \theta_m - C_1) V^2 \quad (3.8)$$

從(3.1)-(3.3)與(3.7)-(3.8),我們可以得到電力系統的動態方程式如下：

$$\dot{\delta}_m = \omega \quad (3.9)$$



(a)



(b)

圖 3.1: 電力系統模型 (a) 原始系統 (b) 戴維寧等效。

$$M\dot{\omega} = -d_m\omega + P_m + E_m Y_m V \sin(\delta - \delta_m - \theta_m) + E_m^2 Y_m \sin \theta_m \quad (3.10)$$

$$K_{qw}\dot{\delta} = -K_{qv2}V^2 - K_{qv}V + Q(\delta_m, \delta, V) - Q_0 - Q_1 \quad (3.11)$$

$$K_{qw}K_{pv}\dot{V} = K_{pw}K_{qv2}V^2 + (K_{pw}K_{qv} - K_{qw}K_{pv})V \\ + K_{qw}(P(\delta_m, \delta, V) - P_0 - P_1) - K_{pw}(Q(\delta_m, \delta, V) - Q_0 - Q_1) \quad (3.12)$$

在此

$$P = -E_0'Y_0'V \sin(\delta + \theta_0) - E_m Y_m V \sin(\delta - \delta_m + \theta_m) \\ + (Y_0' \sin \theta_0' + Y_m \sin \theta_m) V^2 \quad (3.13)$$

$$Q = E_0'Y_0'V \cos(\delta + \theta_0) + E_m Y_m V \cos(\delta - \delta_m + \theta_m) \\ - (Y_0' \cos \theta_0' + Y_m \cos \theta_m - C_1) V^2 \quad (3.14)$$

在本節中，系統參數我們是採用於[8]，其參數值如下：

負載參數

$$K_{pw} = 0.4, K_{pv} = 0.3, K_{qw} = -0.03, K_{qv} = -2.8, K_{qv2} = 2.1, T = 8.5, P_0 = 0.6, Q_0 = 1.3, P_1 = 0.$$

網路與發電機參數

$$Y_0 = 20.0, \theta_0 = -5.0, E_0 = 1.0, C_0 = 12.0, Y_0' = 8.0, \theta_0' = -12.0, E_0' = 2.5, Y_m = 5.0, \theta_m = -5.0, E_m = 1.0, P_m = 1.0, d_m = 0.05, M = 0.3$$

全部的參數分以標么值(per unit value)為單位，其角度以度數表示。

我們令 $x_1 = \delta_m$ ， $x_2 = \omega$ ， $x_3 = \delta$ 與 $x_4 = V$ 。從(3.9)-(3.12)，我們可以得到 $\dot{x} = f(x, Q_1, c_1)$ ，表示如下：

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (3.15)$$

$$\dot{x}_2 = 1.88073 - 0.16667x_2 + 16.66667x_4 \sin(0.08727 - x_1 + x_3) \quad (3.16)$$

$$\dot{x}_3 = 43.3333 - 93.3333x_4 + 500.16212x_4^2 - 666.66667x_4 \cos(0.08727 - x_3) \\ + 33.333333Q_1 - 166.66667x_4 \cos(0.08727 + x_1 - x_3) - 33.333333x_4^2c_1 \quad (3.17)$$

$$\dot{x}_4 = -7.03268 + 14.52288x_4 - 79.31126x_4^2 + 104.5752x_4 \cos(0.08727 - x_3) \\ + 26.1438x_4 \cos(0.08727 + x_1 - x_3) + 1.96079x_4 \sin(0.08727 + x_1 - x_3) \\ + 7.84314x_4 \sin(0.08727 - x_3) - 5.22876Q_1 + 5.22876x_4^2c_1 \quad (3.18)$$

在此，我們選擇負載電壓為系統的輸出

$$y = x_4 \quad (3.19)$$

接下來，我們將利用電力系統的動態方程式進行電壓調節，以可變結構控制的技術，來完成電壓調節。

3.2 VSC 控制

3.2.1 控制器設計

為了達到電壓調節的目的，我們將利用可變結構控制的理論來設計控制器來完成電壓調節。從第二章中我們知道，VSC的設計方法可以分為二個步驟，在第一個步驟中選取適當的順滑平面，使得系統軌跡在順滑模態時能滑向控制目標點。第二個步驟中設計適當的控制器，使得系統軌跡在有限時間內接觸到順滑平面產生順滑模態。

利用電力系統模型(3.15)-(3.18)，我們將其表示為

$$\dot{x} = f(x, Q_1) + g(x)c_1 \quad (3.20)$$

$$y = x_4 \quad (3.21)$$

其中

$$f(x, Q_1) = \begin{pmatrix} f_1(x, Q_1) \\ f_2(x, Q_1) \\ f_3(x, Q_1) \\ f_4(x, Q_1) \end{pmatrix}$$

$$f_1(x, Q_1) = x_2$$

$$f_2(x, Q_1) = 1.88073 - 0.16667x_2 + 16.66667x_4 \sin(0.08727 - x_1 + x_3)$$

$$f_3(x, Q_1) = 43.3333 - 93.3333x_4 + 500.16212x_4^2 - 666.66667x_4 \cos(0.08727 - x_3) \\ + 33.333333Q_1 - 166.66667x_4 \cos(0.08727 + x_1 - x_3)$$

$$f_4(x, Q_1) = -7.03268 + 14.52288x_4 - 79.31126x_4^2 + 104.5752x_4 \cos(0.08727 - x_3) \\ + 26.1438x_4 \cos(0.08727 + x_1 - x_3) + 1.96079x_4 \sin(0.08727 + x_1 - x_3) \\ + 7.84314x_4 \sin(0.08727 - x_3) - 5.22876Q_1$$

$$g(x) = \begin{pmatrix} g_1(x) \\ g_2(x) \\ g_3(x) \\ g_4(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -33.33333x_4^2 \\ 5.22876x_4^2 \end{pmatrix}$$

我們定義 $y_d(t)$ 為所要調節的電壓值，電壓誤差量定義為

$$e(t) = y(t) - y_d(t) \quad (3.22)$$

在VSC設計的第一步驟中，我們選定順滑平面為

$$s(t) = e(t) = 0 \quad (3.23)$$

很明顯的，只要系統狀態到達順滑平面即表示電壓已調節至預定值。其次，在第二步驟中我們選擇控制律為

$$c_1 = c_1^{eq} + c_1^{re} \quad (3.24)$$

其中 c_1^{re} 的功能是迫使系統軌跡能在有限的時間之內接觸到順滑面上； c_1^{eq} 的作用是希望系統狀態保持在順滑面上，並且最後能逼近於目標點。由(3.20)-(3.24)，我們可以得到

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= \dot{y}(t) - \dot{y}_d(t) \\ &= f_4(x, Q_1) + g_4(x)(c_1^{eq} + c_1^{re}) - \dot{y}_d(t) \end{aligned} \quad (3.25)$$

為了使得輸入項 c_1 發揮作用，我們必須要求 $g_4(x) \neq 0$ ，所以我們加入下列的假設。

假設 3.1 在控制期間中 $x_4 \neq 0$ 。

由於 x_4 代表負載電壓，並且電壓調節的目的是希望將負載電壓保持在非零之固定值，因此上述的假設是合理的。又由 $g_4(x)$ 的型式可知假設 3.1 代表 $g_4(x) \neq 0$ ，因此在控制過程中系統的確受到 c_1 的影響。由等效控制原理，可知系統狀態在順滑面時必須符合

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= f_4(x, Q_1) + g_4(x)c_1^{eq} - \dot{y}_d(t) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.26)$$

顯然地，我們能夠得到等效控制

$$c_1^{eq} = -(g_4(x))^{-1}(f_4(x, Q_1) - \dot{y}_d) \quad (3.27)$$

將(3.27)代入(3.25)中，我們可以得到

$$\dot{s}(t) = g_4(x)c_1^{re} \quad (3.28)$$

我們選擇

$$c_1^{re} = -\frac{\eta c_1}{g_4(x)} \text{sgn}(s(t)) \quad (3.29)$$

在此 $\eta_{c_1} > 0$ 。將 (3.29) 代入 (3.28) 中，可得

$$\dot{s}(t) = -\eta_{c_1} \operatorname{sgn}(s(t)) \quad (3.30)$$

兩邊乘 $s(t)$ 後，整理後可得

$$s(t)\dot{s}(t) = -\eta_{c_1}|s(t)| \quad (3.31)$$

明顯地，(3.31) 滿足了迫近條件。

由上述的設計中，我們從 (3.24)，(3.27) 與 (3.29) 可以得到控制律

$$c_1 = -\frac{1}{g_4(x)} [f_4(x, Q_1) - \dot{y}_d + \eta_{c_1} \operatorname{sgn}(s(t))] \quad (3.32)$$

因此，我們有下列結果。

定理 3.1 系統 (3.20)-(3.21)，在假設 3.1 成立，則電壓調節將可由控制律 (3.32) 達成，即 $y(t) \rightarrow y_d(t)$ 。

接下來，我們將進行零點動態 (zero dynamics) 分析，來確認系統 (3.20)-(3.21) 狀態在 $x_4 = 1$ 時， $x_1 \sim x_3$ 是否有穩定平衡點。

3.2.2 零點動態分析

假設我們希望的系統輸出電壓 x_4 維持於 1 中，在此我們定義輸出

$$y_z(t) \equiv x_4 - 1 \quad (3.33)$$

由 (3.33)，可得

$$\begin{aligned} \dot{y}_z(t) &= \dot{x}_4 \\ &= f_4(x, Q_1) + g_4(x)c_1 \end{aligned} \quad (3.34)$$

其中 c_1 為我們的控制輸入，由假設 3.1 我們可以得知 $g_4(x) \neq 0$ ，所以相對階數 (relation degree) 為 1。因系統中有四個狀態變數，所以可知得系統中尚有三個狀態無法控制，分別為 x_1 、 x_2 與 x_3 。

對於零點動態分析，我們定義 $y_z(t) \equiv 0$ ，則可得 $x_4 = 1$ 。當 x_4 穩定於 1 時，由 c_1 的型式，我們可以得到 $c_1 = c_1^{eq}$ 。由 (3.15)-(3.18) 與 (3.27)，可將內部動態 (internal dynamics) 表示為

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (3.35)$$

$$\dot{x}_2 = 1.88073 - 0.16667x_2 + 16.66667 \sin(0.08727 - x_1 + x_3) \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= 450.16215 - 666.6667 \cos(0.08727 - x_3) + 33.3333Q_1 - 3.3333c_1 \\ &\quad - 166.66667 \cos(0.08727 + x_1 - x_3) \\ &= -7.6889 + 12.4998 \sin(0.08727 + x_1 - x_3) + 49.9991 \sin(0.08727 - x_3) \end{aligned} \quad (3.37)$$

從(3.35)-(3.37)，求系統平衡點，我們可以得到

$$0 = x_{20} \quad (3.38)$$

$$0 = 1.88073 - 0.16667x_{20} + 16.66667 \sin(0.08727 - x_{10} + x_{30}) \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} 0 &= -7.6889 + 12.4998 \sin(0.08727 + x_{10} - x_{30}) + 49.9991 \sin(0.08727 - x_{30}) \\ &= -1 + 1.6257 \sin(0.08727 + x_{10} - x_{30}) + 6.5028 \sin(0.08727 - x_{30}) \end{aligned} \quad (3.40)$$

在此 (x_{10}, x_{20}, x_{30}) 為(3.35)-(3.37)的平衡點。從(3.39)我們可以得到

$$x_{10} - x_{30} = \sin^{-1}\left(\frac{1.88073}{16.66667}\right) + 0.08727 \quad (3.41)$$

則可得 $(x_{10} - x_{30}) = 0.20035$ 或 3.11578 。由(3.40)，我們可以獲得

$$x_{30} = -\sin^{-1}\left(\frac{1 - 1.6257 \sin(0.08727 + x_{10} - x_{30})}{6.5028}\right) + 0.08727 \quad (3.42)$$

將(3.41)代入(3.42)，我們得到 x_{30} 有四個解符合(3.42)，分別為 $(0.0043, -0.0827, -2.8844, -2.9714)$ ，將 x_{30} 的解分別代入(3.41)，我們可以得到對應 x_{10} 的解，分別為 $(0.2047, 3.0331, 0.2314, -2.771)$ 。接下來，我們將利用線性化分析，判斷所求得的平衡點是否穩定平衡點。

3.2.3 穩定度分析

我們定義 $X_0 = [x_{10}, x_{20}, x_{30}]^T$ 為系統(3.35)-(3.37)的平衡點，令 $\hat{X} = [\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3]^T$ ，在此

$$\hat{x}_1 := x_1 - x_{10} \quad (3.43)$$

$$\hat{x}_2 := x_2 - x_{20} \quad (3.44)$$

$$\hat{x}_3 := x_3 - x_{30} \quad (3.45)$$

將(3.35)-(3.37)對 X_0 進行線性化，可表示為

$$\dot{\hat{X}} = A_0 \hat{X} \quad (3.46)$$

其中

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$a_{21} = 16.66667 \cos(0.08727 + x_{10} - x_{30})$$

$$a_{22} = 0.16667$$

$$a_{23} = -16.66667 \cos(0.08727 + x_{10} - x_{30})$$

$$a_{31} = 12.4998 \cos(0.08727 + x_{10} - x_{30})$$

$$a_{33} = -12.4998 \cos(0.08727 + x_{10} - x_{30}) - 49.9991 \cos(0.08727 - x_{30})$$

可得(3.46)的特徵方程式為

$$\begin{aligned} |sI - A_0| &= s^3 - (a_{33} - a_{22})s^2 + (a_{22}a_{33} - a_{21})s + a_{21}a_{33} - a_{31}a_{23} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.47)$$

當 $X_0 = [0.2047, 0, 0.0043]^T$ ，我們可以得到滿足(3.47)的特徵值分別為 $[-61.7517, -0.1093 \pm 3.6534i]$ ，特徵值皆在左半平面中，則為穩定的平衡點。當 $X_0 = [3.0331, 0, -0.0827]^T$ ，特徵值為 $[-36.6379, -4.8835, 4.5603]$ ，因有一特徵值落在右半平面，故此點為不穩定平衡點。當 $X_0 = [0.2314, 0, -2.8844]^T$ ，特徵值為 $[-3.7456, 3.5248, 61.8014]$ ，因有兩個特徵值落在右半平面，故此點為不穩定平衡點。當 $X_0 = [-2.771, 0, -2.9714]^T$ ，特徵值為 $[-0.1511 \pm 4.6590i, 37.9686]$ ，因有一特徵值落在右半平面，故此點為不穩定平衡點。由上述的特徵值，我們得知只有平衡點 $X_0 = [0.2047, 0, 0.0043]^T$ 時為穩定平衡點，其餘平衡點皆為不穩定平衡點。接下來，我們將利用控制律(3.32)，對系統進行模擬。

3.2.4 模擬結果

為了證明我們利用VSC所設計出的控制器，能達到電壓調節的功能，這本節中我們將利用"Matlab"這套軟體，來進行電力系統模型的數值模擬，來達到電壓調節的功能。

在3.2.1節中所討論的控制器設計中，我們選定調節值 $y_d = 1$ ，則可得順滑面為

$$s(t) = y - 1 \quad (3.48)$$

我們在控制期間將使得系統電壓 x_4 操作於 1 附近，因此系統將滿足假設 3.1。此外，由於使用 $sgn(s(t))$ 將會造成嚴重的切跳現象，並且造成不當的高頻雜訊，因此我們以 $sat(s(t), \varepsilon)$ 來取代 $sgn(s(t))$ ，其中 sat 函數定義如下

$$\begin{aligned} sat(s(t), \varepsilon) &= \frac{s}{\varepsilon}, |s(t)| < \varepsilon \\ sat(s(t), \varepsilon) &= sgn(s(t)), |s(t)| \geq \varepsilon \end{aligned} \quad (3.49)$$

在此模擬中我們選定 $\varepsilon = 0.001$ ， $\eta_{c1} = 0.1$ ，則控制律 (3.32) 有如下型式

$$c_1 = -\frac{1}{g_4(x)} [f_4(x, Q_1) + 0.1 \cdot sat(s(t), \varepsilon)] \quad (3.50)$$

由上述的參數選定，我們將進行數值模擬，其模擬結果列於圖 3.2-3.6。在圖 3.2 中，我們選定初始狀態 $x_0 = [0.2, 0.4, 0.6, 1.1]$ ，負載無效功率損 $Q_1 = 11$ 如圖 3.2(a) 所示，其控制輸入 c_1 不做任何的 control，由圖 3.2(c) 我們可以看到電壓不會穩定於定值，並且會發生電壓崩潰。接下來我們將加入 c_1 控制，進行電壓調節。在圖 3.3-3.4 中，我們針對固定的負載參數進行模擬，來觀看電壓是否能達到調節值，圖 3.5-3.6 是針對非固定負載參數的模擬情況，來觀測電壓在負載有所變動時，是否依然能保持在調節值。

在圖 3.3 中，我們選定初始狀態 $x_0 = [0.2, 0.4, 0.6, 0.9]$ ，而負載無效功率損 $Q_1 = 11$ 如圖 3.3(a) 所示，此模擬主要是觀察初始電壓誤差為負值時 ($s(t) < 0$) 電壓調節的效果，圖 3.3(b)，顯示到狀態 $x_1 \sim x_3$ 的變化量情況，並且狀態 $x_1 \sim x_3$ 分別穩定於 $(0.2045, 0, 0.0041)$ 附近，與我們計算出的穩定點有著微小的誤差。從圖 3.3(c) 我們可以看到電壓值收斂於 1，達到電壓所要調節的電壓值。對應之負載電容值則顯示於圖 3.3(d)。圖 3.4 中我們選定初始狀態 $x_0 = [0.2, 0.4, 0.6, 1.1]$ ，而負載無效功率損 $Q_1 = 11$ 如圖 3.4(a) 所示，此模擬結果，主是要觀察初始電壓誤差為正值時 $s(t) > 0$ 電壓調節的效果，圖 3.4(c)，我們可以看到電壓值由 1.1 收斂於 1，達到電壓調節的目的。在圖 3.5 與 3.6 主要是對於非固定負載參數 Q_1 ，來觀看系統電壓值是否能達到調節值， Q_1 的變化如圖 3.5(c)、3.6(c) 所示。在圖 3.5 中，我們選定定初始狀態 $x_0 = [0.2, 0.4, 0.6, 0.9]$ ，系統初始電壓誤差為負值。在圖 3.6，我們選定初始狀態 $x_0 = [0.2, 0.4, 0.6, 1.1]$ ，系統初始電壓誤差為正值。由圖 3.5(c) 與 3.6(c)，我們可以觀察到電壓值均能收斂於 1 至希望的電壓值，也就是電壓調節的目的均能順利達成。

上述的控制是基於 Q_1 的實際值可確實獲得，同時假設系統不具有不確定性，然而在實際的控制問題裡，一個被控系統中可能存有參數的不確定或是狀態無法得知的问题。在本章中，我們假設在實際的電力系統中無法準確的得到負載 Q_1 的變化，

我們定義負載量測誤差量為 ΔQ_1 ，為了使控制器能夠達到完成電壓的調節，我們利用下列假設

假設 3.2 ΔQ_1 是一個有界值，並且存在一個正值 ρ ，使得 $|5.22876\Delta Q_1| \leq \rho$

利用假設 3.2，將 (3.29) 改寫為

$$c_1^{re} = -\frac{\eta_{c_1} + \rho}{g_4(x)} \text{sgn}(s(t)) \quad (3.51)$$

將 (3.27) 與 (3.51) 帶入 (3.25)，可得

$$\begin{aligned} s(t)\dot{s}(t) &= -5.22876\Delta Q_1 s(t) - (\eta_{c_1} + \rho)|s(t)| \\ &\leq -\eta_{c_1}|s(t)| \end{aligned} \quad (3.52)$$

滿足順滑條件。

在此，我們假設如果 ΔQ_1 的變化在 $-0.1 \sim 0.1$ 之間，則 $\rho = 0.6$ 為 $|5.22876\Delta Q_1|$ 的一個上界。同樣的我們以 $\text{sat}(s(t), \varepsilon)$ 取代 $\text{sgn}(s(t))$ ，模擬結果顯示於圖 3.7-3.9。在圖 3.7 中，初始值為 $x_0 = [0.2, 0.4, 0.6, 0.9]$ ，初始電壓誤差為負值，我們假設量測到的負載無效功率 Q_1 值為 11，然而系統實際的負載無效功率變化為 $Q_1 = 11 + 0.1 \sin(t)$ ，如圖 3.7(a) 所示，由圖 3.7(c) 可知，電壓值仍可成功的進行調節。圖 3.7(d) 顯示了對應的負載電容的改變值情況。另外在圖 3.8 中，我們選取初始值為 $x_0 = [0.2, 0.4, 0.6, 1.1]$ ，初始電壓誤差為正值，同樣假設量測的負載無效功率 Q_1 為 11，而系統實際的負載無效功率 $Q_1 = 11 + 0.1 \sin(t)$ ，如圖 3.8(a) 所示，從圖 3.8(c)，我們觀察到系統電壓仍可達到所要調節的電壓值。更進一步，我們假設 Q_1 的量測信號中存在雜訊，如圖 3.9(a) 所示，考慮初始值為 $x_0 = [0.2, 0.4, 0.6, 1.1]$ ，初始電壓誤差為負值，由 3.9(c)，可知系統電壓在此情況下借能將達到調整值，完成電壓調節。

在上述的模擬中，控制器 c 是假設可以提供任意值，在實際的系統中負載平衡電容可能只能供給某些特定值，在此我們假設系統中電容調整值以 1 為一刻度。由 (3.50)，我們可以知道當 $s(t) > 0$ 時 c_1 小數位無條件捨去；當 $s(t) < 0$ 時小數位無條件進位，將可增加 c_1^{re} 的值，使系統更快到達順滑面中。當 $s(t) = 0$ 時，我們將 c_1 小數第一位取四捨五入，此時將系統控制輸入會與設計值相差 $0 \sim 0.5$ 的輸入能量。對於所多出的輸入能量，我們定義為 Δc_1 。我們可以將 (3.25) 表示為

$$\dot{s}(t) = f_4(x, Q_1) + g_4(x)(c_1^{eq} + c_1^{re} + \Delta c_1) - \dot{y}_d(t) \quad (3.53)$$

此時系統增加了 $g_4(x)\Delta c_1$ 不確定項，我們利用控制律(3.24)、(3.27)與(3.51)，並且由 $g_4(x)$ 的型式，我們可知 $|g_4(x)\Delta c_1| \leq 3$ ，因此我們選定 $\rho = 3$ 來使得系統滿足迫近條件。並且選定 $\eta_{c1} = 0.1$ ，其模擬結果列於圖3.10-3.11。在圖3.10中，初始值為 $x_0 = [-0.1, 0.2, -0.3, 1.1]$ ，初始電壓誤差為正值，我們假設量測到的負載無效功率 Q_1 值為11如圖3.10(a)所示，由圖3.10(c)可知電壓值仍可成功的進行調節。圖3.10(d)顯示了對應的負載電容的改變值情況。另外在圖3.11中，我們選取初始值為 $x_0 = [0.2, 0.4, 0.6, 0.9]$ ，初始電壓誤差為負值，而負載無效功率變化如圖3.11(a)所示，從圖3.11(c)我們觀察系統電壓仍可達到所要調節的電壓值。

圖3.12為圖3.3與3.7在 Q_1 有否量測誤差時電壓變化的比較，在圖3.12(a)與(b)為圖3.3的模擬結果，我們可以發現電壓收斂到順滑層後，電壓收斂速度就變慢了，慢慢的趨近於1。在圖3.12(c)與(d)為圖3.7的模擬結果，我們可以發現電壓比圖3.3更快收斂於順滑層後，但受 Q_1 的誤差的影響，使得電壓有微小的振盪，讓電壓超出順滑層，但是很快的又能使電壓收於順滑層中。在以上的模擬結果中，圖3.3-3.6中，我們假設 Q_1 可以準確的量測到以供控制器使用，在系統中沒有任何的雜訊干擾，並且 $s(t) = x_4$ 、 $\dot{s}(t) = \dot{x}_4 = f(x) + g(x)c_1$ ，故 c_1 可以完全的消除非線性項，所以當電壓到達順滑面中，將能夠讓電壓穩定於 $1 - \varepsilon \sim 1 + \varepsilon$ 中。在圖3.7-3.11中，系統中存在不確定性或干擾，由於控制加入 $\frac{\rho}{g_4(x)} \text{sgn}(s(t))$ 使得系統電壓能夠更快的到達順滑面，並且在系統中有干擾的情況中，當電壓離開順滑層時，系統以然能夠迅速將電壓迫近於順滑面中。



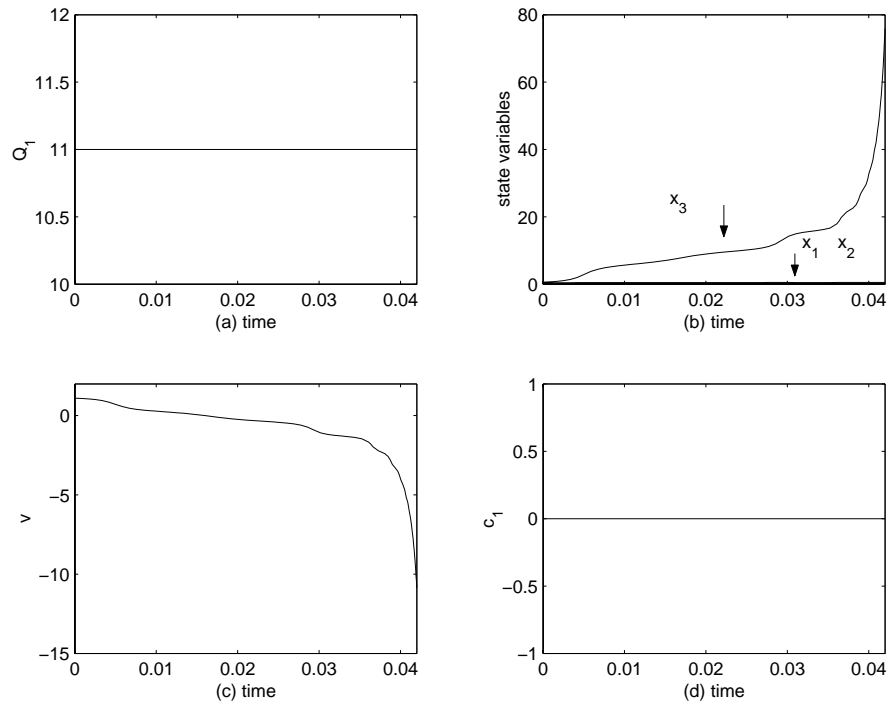


圖 3.2: $Q_1 = 11$ ，無控制輸入時。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 系統電壓值 (d) 負載電容調整值。

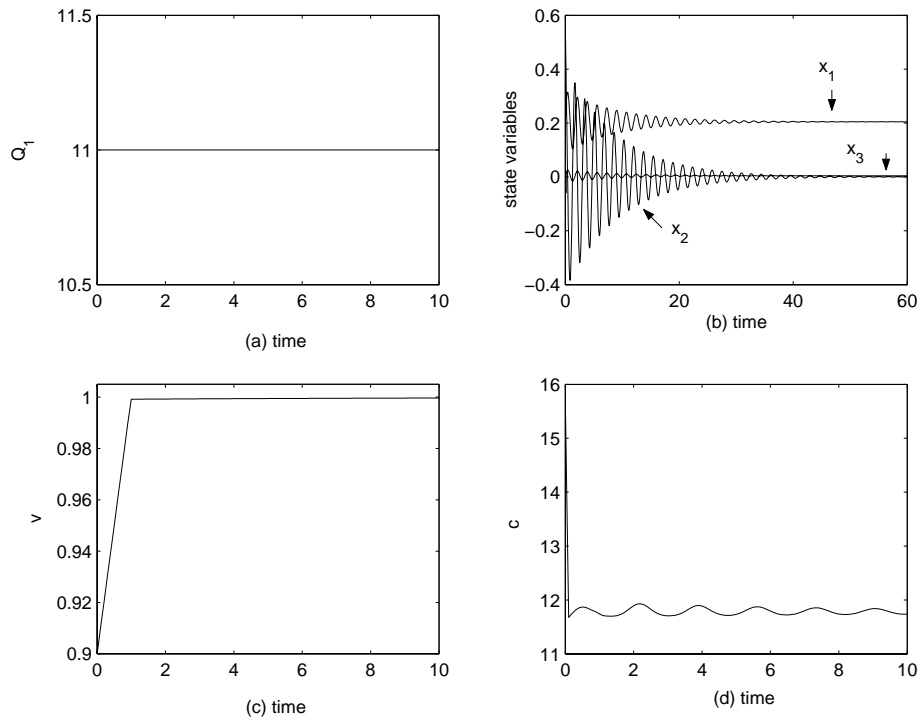


圖 3.3: $Q_1 = 11$ ，初始電壓誤差為負值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 系統電壓值 (d) 負載電容調整值。

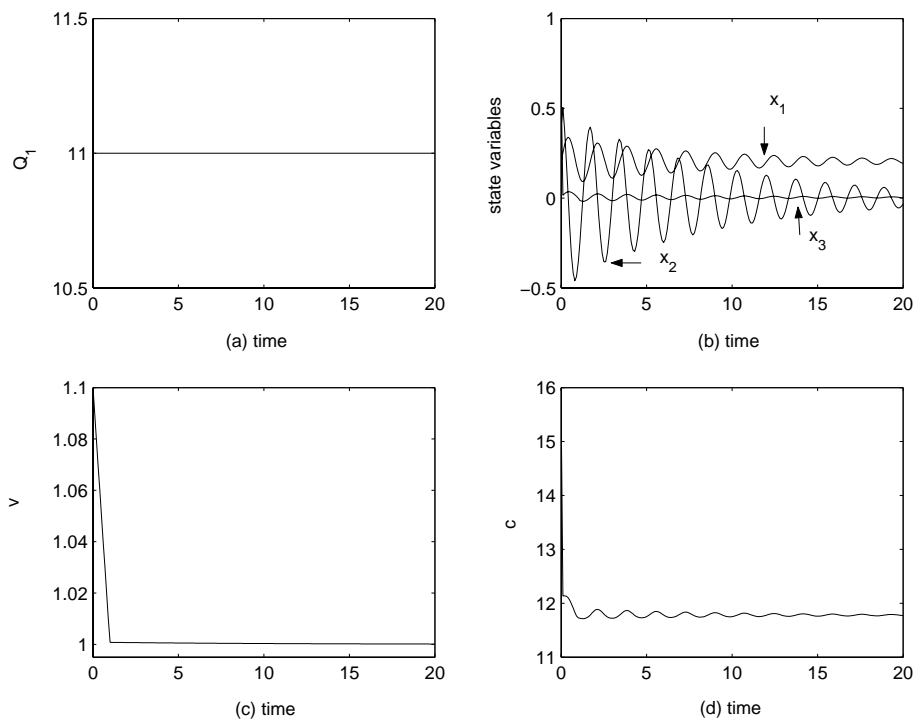


圖 3.4: $Q_1 = 11$ ，初始電壓誤差為正值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 系統電壓值 (d) 負載電容調整值。

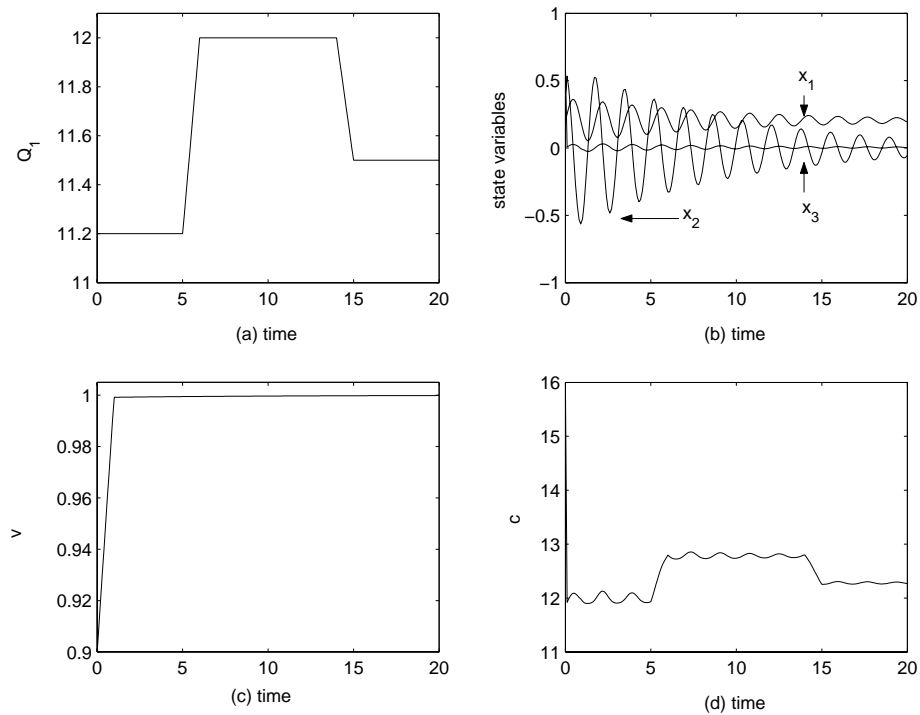


圖 3.5: Q_1 非固定值，初始電壓誤差為負。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 系統電壓值 (d) 負載電容調整值。

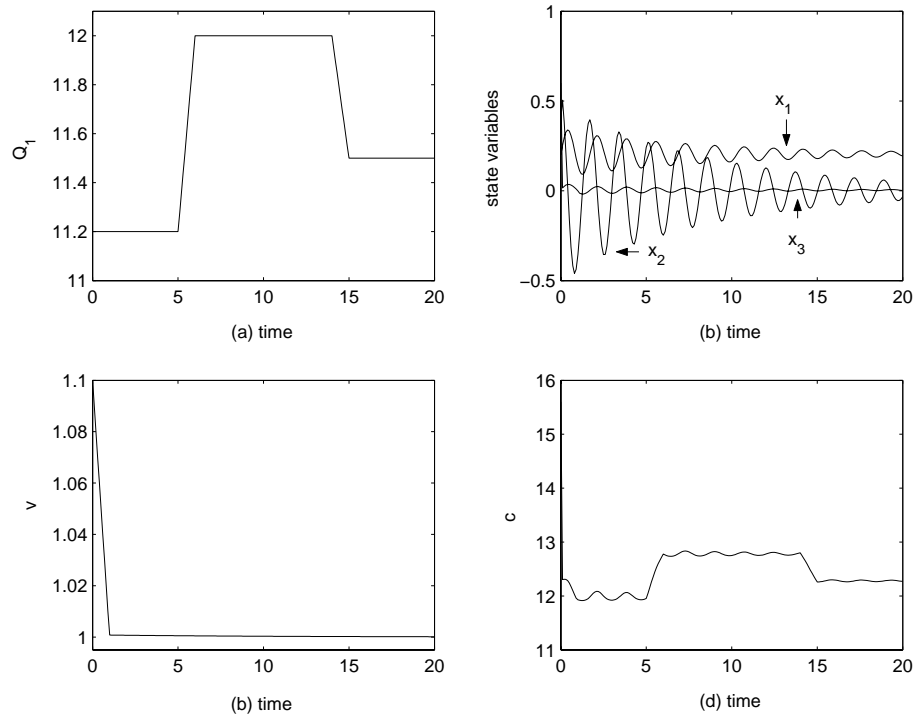


圖 3.6: Q_1 非固定值，初始電壓誤差為正。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 系統電壓值 (d) 負載電容調整值。

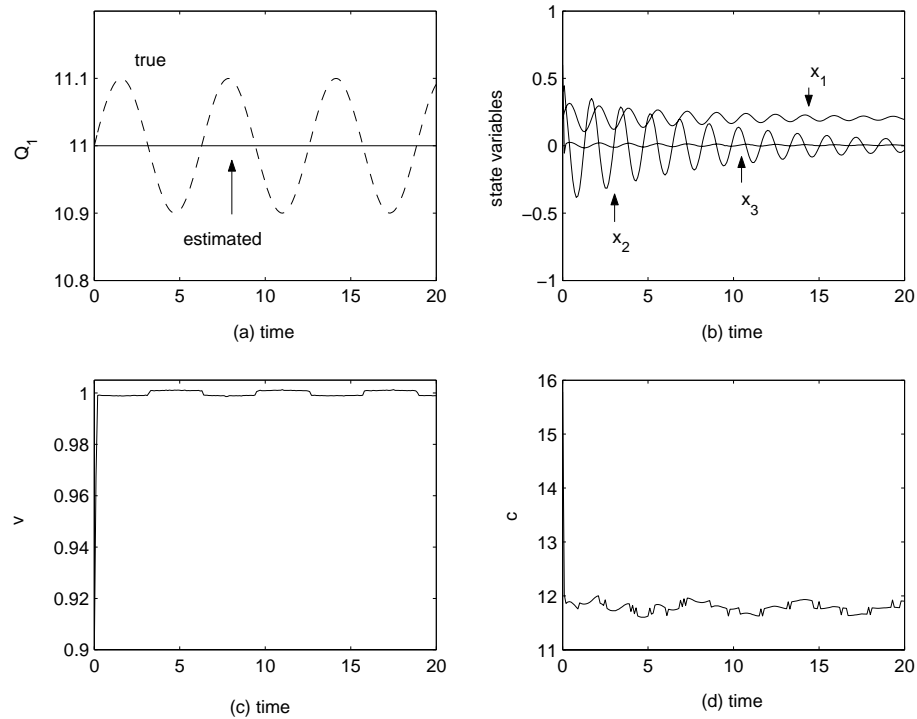


圖 3.7: Q_1 存有不確定性，初始電壓誤差為負。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 系統電壓值 (d) 負載電容調整值。

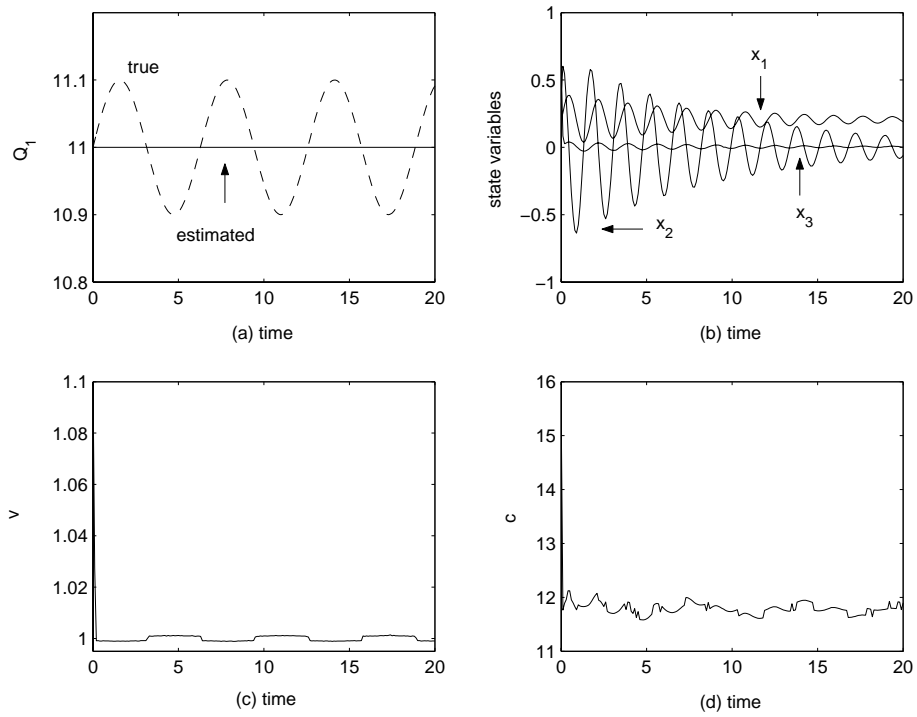


圖 3.8: Q_1 量測存有誤差，初始電壓誤差為正。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 系統電壓值 (d) 負載電容調整值。

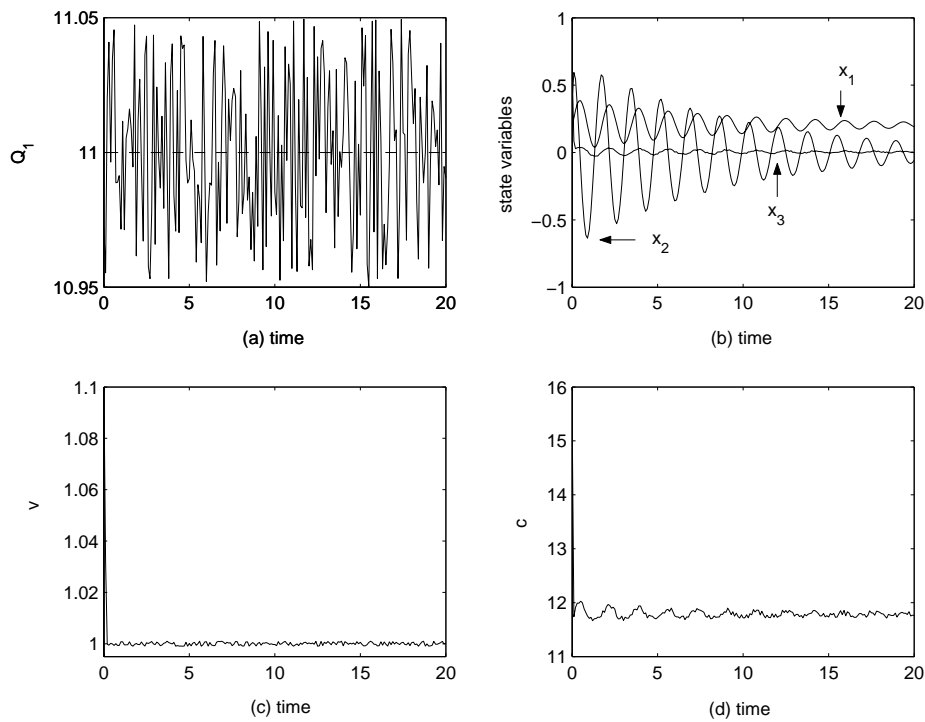


圖 3.9: Q_1 的量測中存有雜訊干擾，初始電壓誤差為正。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 系統電壓值 (d) 負載電容調整值。

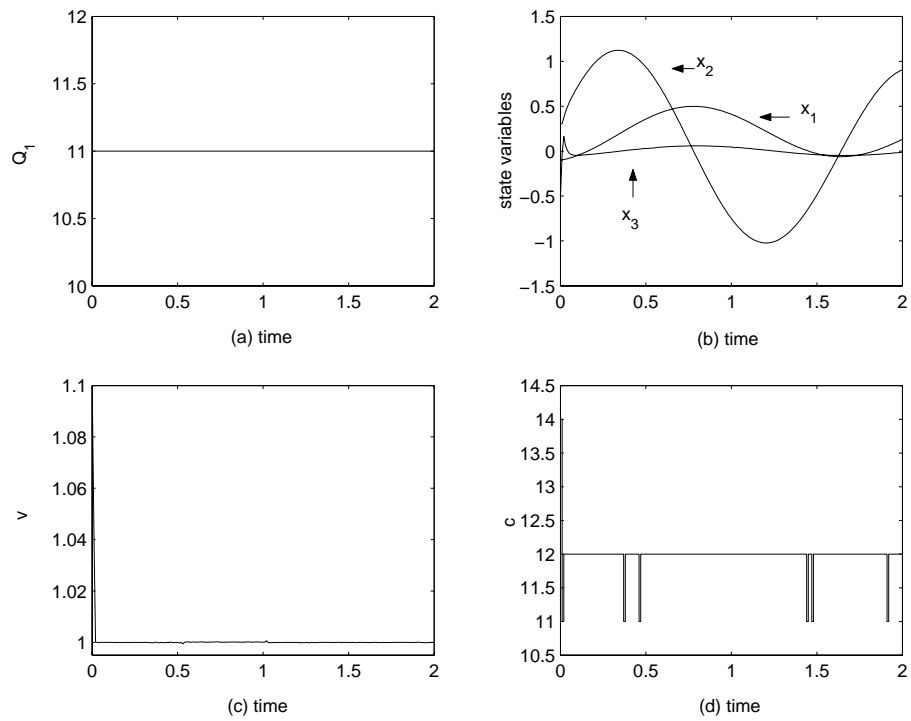


圖 3.10: 輸入具有控制輸入限制時, $Q_1 = 11$ 。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 系統電壓值 (d) 負載電容調整值.

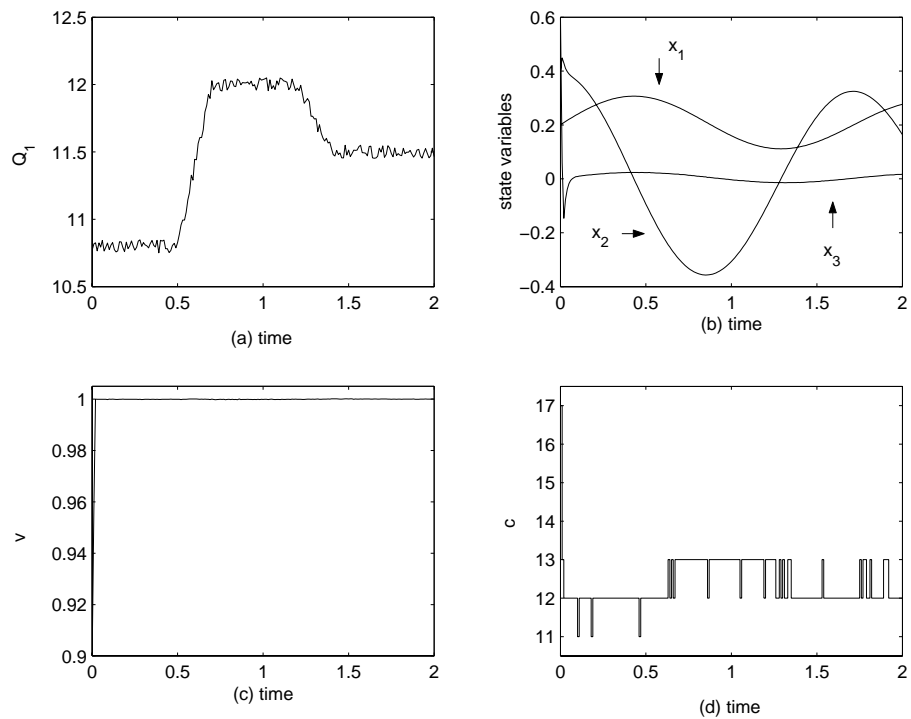


圖 3.11: 輸入具有控制輸入限制時, Q_1 非固定值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 系統電壓值 (d) 負載電容調整值.

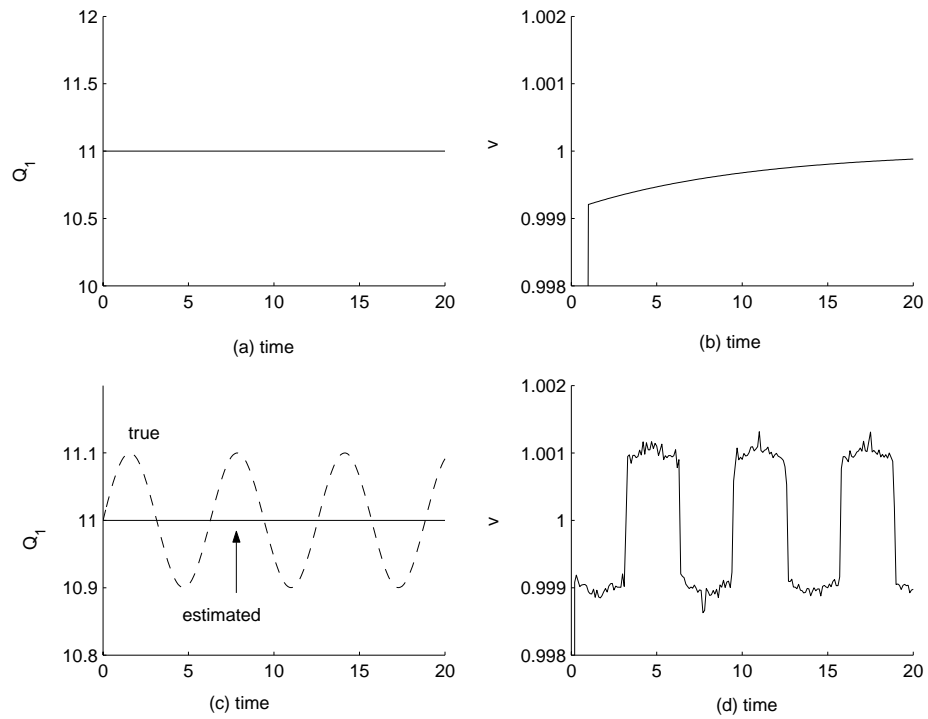


圖 3.12: 圖 3.3 與 3.7 在 Q_1 有否量測誤差時電壓變化的比較。(a) 負載無效功率準確量測 (b) 負載無效功率準確量測時系統電壓值 (c) 負載無效功率存有誤差 (d) 負載無效功率存有誤差時系統電壓值。

CHAPTER 4

利用變壓器匝數比的調節於電力系統的電壓調節



本章中我們將利用 Dobson 和 Chiang[8] 的電力系統模型，我們在原始模型中加入一個變壓器以供電壓控制器使用，利用變壓器的調整來達到電壓調節，使負載電壓能夠穩定於一值。在 4.1 節中我們將利用 VSC 的理論，用於系統型式為 $\dot{x} = f(x) + g_1(x)u + g_2(x)u^2 + d$ ，設計出適合的控制律，來達到控制目標。在 4.2 節中我們將討論在 Dobson 和 Chiang[8] 的電力系統模型加入變壓器，系統動態方程式表示式。在 4.3 節中我們將利用 4.1 節所設計出的控制律，利用於電力系統中，以達到負載電壓調節的目的。

4.1 控制器設計

考慮一個非線性系統如下：

$$\dot{x} = f(x) + g_1(x)u + g_2(x)u^2 + d \quad (4.1)$$

$$y = h(x) \quad (4.2)$$

其中 $x \in \mathbb{R}^n$ ， $u \in \mathbb{R}$ ， $y \in \mathbb{R}$ 與 $d \in \mathbb{R}^n$ 分別表示為系統狀態變數，控制輸入，

控制輸出與模型的不確定或外部雜訊。假設 $f(\cdot)$, $g_1(\cdot)$, $g_2(\cdot)$, $h(\cdot)$ 為平滑向量場。在動態方程式 (4.1) 中，我們可以得知此動態方程式不是非線性仿射系統 (nonlinear affine system)，在此式中存有 u^2 項。而在本節中，我們主要的目的是利用可變結構控制的原理，來設計出一個控制器 u ，使得系統輸出電壓在有雜訊干擾的情況，依然可以達到所要調節的電壓值 $y_d(t)$ ，來完成 $y(t) \rightarrow y_d(t)$ 當 $t \rightarrow \infty$ 。

從第二章中，我們可以知道 VSC 的設計可分為兩個步驟，在第一個步驟中將選取順滑平面，使得系統軌跡在順滑模態時，能滑向控制目標點。第二步驟設計適當的控制器，使得系統軌跡在有限的時間內接觸到順滑平面，產生順滑模態並且使得軌跡在順滑模態時能滑到控制目標點。定義輸出誤差量為

$$e(t) = y(t) - y_d(t) \quad (4.3)$$

主要的控制目的是利用 VSC 設計出控制器，使得 $e(t) \rightarrow 0$ 。所以我們在第一步驟中，選定順滑平面為

$$s(t) = e(t) = 0 \quad (4.4)$$

為了完成輸出軌跡追跡，在 VSC 設計中，必需存有到達順滑平面與保持在順滑平面的控制能量。所以在第二步驟中，我們選擇控制器為

$$u = u^{eq} + u^{re} \quad (4.5)$$

在此， u^{re} 將使得系統狀態在有限時間內到達順滑平面， u^{eq} 將使得系統狀態保持在順滑平面中。從 (4.1)-(4.4)，我們可以得到

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= \dot{y}(t) - \dot{y}_d(t) \\ &= \nabla h \cdot [f(x) + g_1(x)u + g_2(x)u^2 + d] - \dot{y}_d(t) \end{aligned} \quad (4.6)$$

其中 ∇h 為 $h(x)$ 的梯度向量。並且我們利用下列的假設

假設 4.1 在控制期間， $\nabla h \cdot g_1(x) \neq 0$ 且 $\nabla h \cdot g_2(x) \neq 0$

假設 4.2 存在一個正函數 $\rho(x, t)$ ，並且 $|\nabla h \cdot d| \leq \rho(x, t)$

在假設 4.1 中，意味著系統 (4.1)-(4.2) 的相對階數 (relative degree) 為 1，並且 u 與 u^2 同時存在。

當 $\nabla h \cdot d = 0$ 時，由 (4.6) 我們可以知道

$$u = \frac{-\nabla h \cdot g_1(x) \pm \sqrt{\Delta}}{2(\nabla h \cdot g_2(x))} \quad (4.7)$$

將使得 $\dot{s}(t) = 0$ 。其中

$$\begin{aligned}\Delta &= \Delta(x, t) \\ &:= (\nabla h \cdot g_1(x))^2 - 4(\nabla h \cdot g_2(x))(\nabla h \cdot f(x) - \dot{y}_d(t))\end{aligned}\quad (4.8)$$

在 $\Delta \leq 0$ 時，無論 u 輸入值為何， $\dot{s}(t)$ 將無法改變符號，將由 $\nabla h \cdot g_2(x)$ 來決定為正號或是負號，將可能造成系統無法滿足迫近條件，所以當 $\Delta \leq 0$ 時，無法達到電壓調節的目的。因此我們將對於 $\Delta > 0$ 的情況之下，進行討論。

為了保持系統狀態於順滑平面， u^{eq} 是選擇滿足無雜訊存在時 $\dot{s}(t) = 0$ ，根據等效控制原理可得

$$\begin{aligned}\dot{s}(t) &= \nabla h \cdot [f(x) + g_1(x)u^{eq} + g_2(x)(u^{eq})^2] - \dot{y}_d(t) \\ &= 0\end{aligned}\quad (4.9)$$

可得

$$u^{eq} = \frac{-\nabla h \cdot g_1(x) \pm \sqrt{\Delta}}{2(\nabla h \cdot g_2(x))}\quad (4.10)$$

滿足 (4.9) 的 u^{eq} 有兩個，在此我們先選取

$$u^{eq} = \frac{-\nabla h \cdot g_1(x) - \sqrt{\Delta}}{2(\nabla h \cdot g_2(x))}\quad (4.11)$$

進行討論。利用 (4.5)、(4.6) 與 (4.11)，我們可以得到

$$\begin{aligned}\dot{s}(t) &= \nabla h \cdot [f(x) + g_1(x)(u^{eq} + u^{re}) + g_2(x)(u^{eq} + u^{re})^2 + d] - \dot{y}_d(t) \\ &= \nabla h \cdot \{[g_1(x) + 2g_2(x)u^{eq}]u^{re} + g_2(x)(u^{re})^2 + d\} \\ &= -\sqrt{\Delta} u^{re} + \nabla h \cdot [g_2(x)(u^{re})^2 + d]\end{aligned}\quad (4.12)$$

由 (4.12) 可得

$$s(t)\dot{s}(t) = \left\{ -\sqrt{\Delta} u^{re} + \nabla h \cdot [g_2(x)(u^{re})^2 + d] \right\} s(t)\quad (4.13)$$

在此，我們選取 u^{re} 為

$$u^{re} = \frac{\sqrt{\Delta}}{2 \cdot |\nabla h \cdot g_2(x)|} \text{sgn}(s(t))\quad (4.14)$$

由 (4.13) 與 (4.14)，我們可以得到

$$\begin{aligned}s(t)\dot{s}(t) &\leq \left(-\frac{\Delta}{2 \cdot |\nabla h \cdot g_2(x)|} + \frac{\Delta}{4 \cdot |\nabla h \cdot g_2(x)|} + \rho(x, t) \right) |s(t)| \\ &= -\left(\frac{\Delta}{4 \cdot |\nabla h \cdot g_2(x)|} - \rho(x, t) \right) |s(t)|\end{aligned}\quad (4.15)$$

為了在有限時間裡，使系統滿足迫近條件

$$s(t)\dot{s}(t) \leq -\eta|s(t)|, \quad \eta > 0 \quad (4.16)$$

我們利用下列的假設

假設 4.3 函數 $\frac{\Delta}{4|\nabla h \cdot g_2(x)|} - \rho(x, t)$ 為正值。並且存在一個正數 η ，使得在控制期間 $\frac{\Delta}{4|\nabla h \cdot g_2(x)|} - \rho(x, t) \geq \eta$ 。

由假設 4.3，我們可以得到

$$s(t)\dot{s}(t) \leq -\eta|s(t)| \quad (4.17)$$

因此我們可以得到，系統將在有限的時間之內到達順滑面，滿足迫近條件。由上述的討論，我們可以得到控制律為

$$u = \frac{-\nabla h \cdot g_1(x) - \sqrt{\Delta}}{2(\nabla h \cdot g_2(x))} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2 \cdot |\nabla h \cdot g_2(x)|} \cdot \text{sgn}(s(t)) \quad (4.18)$$

若我們選定 u^{eq} 在 (4.10) 為正號時，由上述相似的推導，我們可以得到控制律為

$$u = \frac{-\nabla h \cdot g_1(x) + \sqrt{\Delta}}{2(\nabla h \cdot g_2(x))} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2 \cdot |\nabla h \cdot g_2(x)|} \cdot \text{sgn}(s(t)) \quad (4.19)$$

因此，我們有下列結果。

定理 4.1 若系統 (4.1)-(4.2) 為最小相位系統，滿足假設 4.1，4.2 與 4.3，並且 $\Delta > 0$ ，而 Δ 表示於 (4.8)。其控制律選定為 (4.18) 或 (4.19)，系統將完成輸出電壓調節 $y(t) \rightarrow y_d(t)$ 。

4.2 電力系統模型

為了證明在 4.1 節中所設計的控制器，能運用於電力系統的電壓調節，在本節中我們將推算出電力系統的動態方程式，以進行電壓調節。我們利用 Dobson 和 Chiange[8] 的模型，並在原始模型中加入一個變壓器 (tap changer)，利用變壓器的匝數比做為控制器輸入，調整變壓器匝數比來達到電壓調節的目的。

在原始模型中加入一個變壓器，其圖形表示於圖 4.1。其網路中所消耗功率為

$$P = -E'_0 Y'_0 V \sin(\delta + \theta_0) - \frac{1}{n} E_m Y_m V \sin(\delta - \delta_m + \theta_m) + \left(Y'_0 \sin \theta'_0 + \frac{1}{n^2} Y_m \sin \theta_m \right) V^2 \quad (4.20)$$

$$Q = E'_0 Y'_0 V \cos(\delta + \theta_0) + \frac{1}{n} E_m Y_m V \cos(\delta - \delta_m + \theta_m) - \left(Y'_0 \cos \theta'_0 + \frac{1}{n^2} Y_m \cos \theta_m \right) V^2 \quad (4.21)$$

其中

$$\begin{aligned} E'_0 &= E_0 / \left(1 + C^2 Y_0^{-2} - 2C Y_0^{-1} \cos \theta_0\right)^{1/2} \\ Y'_0 &= Y_0 \left(1 + C^2 Y_0^{-2} - 2C Y_0^{-1} \cos \theta_0\right)^{1/2} \\ \theta'_0 &= \theta_0 + \arctan \left\{ \frac{C Y_0^{-1} \sin \theta_0}{1 - C Y_0^{-1} \cos \theta_0} \right\} \end{aligned}$$

並且由3.1節，我們可以得到電力系統的動態方程式表示為

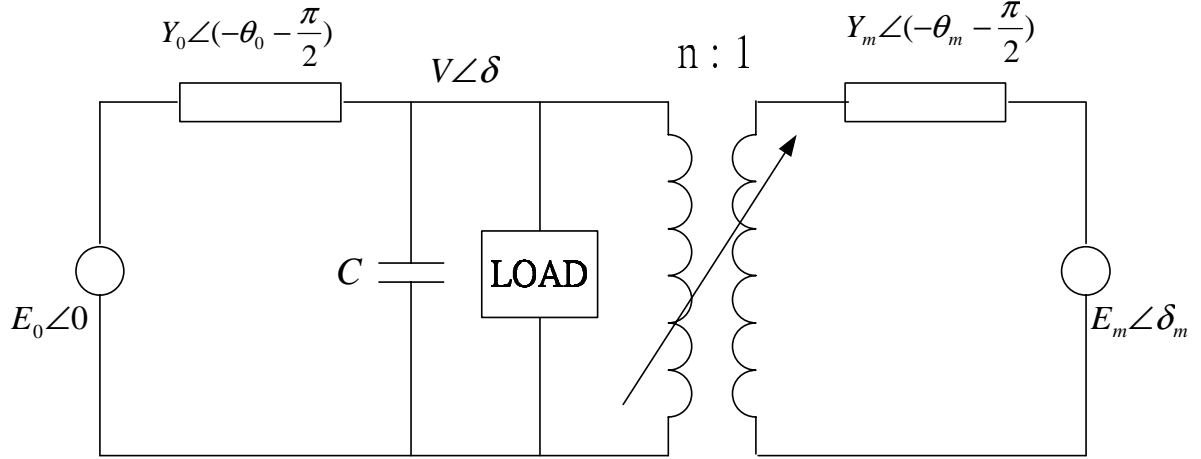


圖 4.1: 電力系統與變壓器

$$\dot{\delta}_m = \omega \quad (4.22)$$

$$M\dot{\omega} = -d_m\omega + P_m + \frac{1}{n}E_m Y_m V \sin(\delta - \delta_m - \theta_m) + E_m^2 Y_m \sin \theta_m \quad (4.23)$$

$$K_{qv}\dot{\delta} = -K_{qv2}V^2 - K_{qv}V + Q(\delta_m, \delta, V) - Q_0 - Q_1 \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} K_{qw}K_{pv}\dot{V} &= K_{pw}K_{qv2}V^2 + (K_{pw}K_{qv} - K_{qw}K_{pv})V \\ &+ K_{qw}(P(\delta_m, \delta, V) - P_0 - P_1) - K_{pw}(Q(\delta_m, \delta, V) - Q_0 - Q_1) \end{aligned} \quad (4.25)$$

在此

$$\begin{aligned} P &= -E'_0 Y'_0 V \sin(\delta + \theta_0) - \frac{1}{n}E_m Y_m V \sin(\delta - \delta_m + \theta_m) \\ &+ \left(Y'_0 \sin \theta'_0 + \frac{1}{n^2}Y_m \sin \theta_m \right) V^2 \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} Q &= E'_0 Y'_0 V \cos(\delta + \theta_0) + \frac{1}{n}E_m Y_m V \cos(\delta - \delta_m + \theta_m) \\ &- \left(Y'_0 \cos \theta'_0 + \frac{1}{n^2}Y_m \cos \theta_m \right) V^2 \end{aligned} \quad (4.27)$$

並且選取 $C = 12$ ，其餘參數值皆與3.1節相同。我們令 $x_1 = \delta_m$ ， $x_2 = \omega$ ， $x_3 = \delta$ ， $x_4 = V$ 。由(4.22)-(4.27)，我們可以將動態方程式表示為

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (4.28)$$

$$\dot{x}_2 = 3.33333 (0.56422 - 0.05x_2 + (5x_4n^{-1} \sin(0.08727 - x_1 + x_3))) \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 = & -33.33333 (-1.3 - Q_1 + 2.8x_4 - x_4^2(10.02389 + 4.98097n^{-2}) \\ & + 20x_4 \cos(0.08727 - x_3) + (5x_4n^{-1} \cos(0.08727 + x_1 - x_3))) \end{aligned} \quad (4.30)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_4 = & -13.0719 (-1.111x_4 + 0.84x_4^2 - 0.4 (-1.3 - Q_1 - x_4^2 (7.92389 \\ & + 4.98097n^{-2}) + 20x_4 \cos(0.08727 - x_3) + 5x_4n^{-1} \cos(0.08727 + x_1 - x_3)) \\ & - 0.03 (-0.6 + x_4^2(-1.74311 - 0.43578n^{-2}) + 20x_4 \sin(0.08727 - x_3) \\ & + 5x_4n^{-1} \sin(0.08727 + x_1 - x_3))) \end{aligned} \quad (4.31)$$

我們定義 $u = \frac{1}{n}$ ，並且將(4.28)-(4.31)整理，我們可以得到

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (4.32)$$

$$\dot{x}_2 = 1.88073 - 0.16667x_2 + [16.66667x_4 \sin(0.08727 - x_1 + x_3)]u \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 = & 43.33333 - 93.33333x_4 + 334.12967x_4^2 - 666.66667x_4 \cos(0.08727 - x_3) \\ & + 33.33333Q_1 - [166.6667x_4 \cos(0.08727 + x_1 - x_3)]u + 166.03245x_4^2u^2 \end{aligned} \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_4 = & -7.03268 + (104.5752 \cos(0.08727 - x_3) + 7.8431 \sin(0.08727 - x_3))x_4 \\ & + [26.1438x_4 \cos(0.08727 + x_1 - x_3) + 1.96079x_4 \sin(0.08727 + x_1 - x_3)]u \\ & + 14.52288x_4 - 53.09608x_4^2 - 5.22876Q_1 - 26.21518x_4^2u^2 \end{aligned} \quad (4.35)$$

在此，我們選擇負載電壓為系統輸出

$$y = x_4 \quad (4.36)$$

4.3 應用於電力系統

將(4.33)-(4.35)表示為

$$\dot{x} = f(x) + g_1(x)u + g_2(x)u^2 \quad (4.37)$$

其中

$$f(x) = \begin{pmatrix} f_1(x, Q_1) \\ f_2(x, Q_1) \\ f_3(x, Q_1) \\ f_4(x, Q_1) \end{pmatrix}, \quad g_1(x) = \begin{pmatrix} g_{1,1}(x) \\ g_{1,2}(x) \\ g_{1,3}(x) \\ g_{1,4}(x) \end{pmatrix}, \quad g_2(x) = \begin{pmatrix} g_{2,1}(x) \\ g_{2,2}(x) \\ g_{2,3}(x) \\ g_{2,4}(x) \end{pmatrix}$$

$$f_1(x, Q_1) = x_2$$

$$f_2(x, Q_1) = 1.88073 - 0.16667x_2$$

$$f_3(x, Q_1) = 43.3333 - 93.3333x_4 + 334.12967x_4^2 - 666.66667x_4 \cos(0.08727 - x_3) + 33.333333Q_1$$

$$f_4(x, Q_1) = -7.03268 + 14.52288x_4 - 53.09608x_4^2 + 104.5752x_4 \cos(0.08727 - x_3) + 7.84314x_4 \sin(0.08727 - x_3) - 5.22876Q_1$$

$$g_{1,1}(x) = 0$$

$$g_{1,2}(x) = 16.66667x_4 \sin(0.08727 - x_1 + x_3)$$

$$g_{1,3}(x) = -166.6667x_4 \cos(0.08727 + x_1 - x_3)$$

$$g_{1,4}(x) = 26.1438x_4 \cos(0.08727 + x_1 - x_3) + 1.96079x_4 \sin(0.08727 + x_1 - x_3)$$

$$g_{2,1}(x) = 0$$

$$g_{2,2}(x) = 0$$

$$g_{2,3}(x) = 166.03245x_4^2$$

$$g_{2,4}(x) = -26.21518x_4^2$$

我們定義電壓調節值 $y_d(t) \equiv 1$ 。由 (4.3)、(4.4) 與 (4.36)，可得順滑平面為

$$s(t) = x_4 - 1 \quad (4.38)$$

並且可得

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= \dot{x}_4 \\ &= f_4(x, Q_1) + g_{1,4}(x)u + g_{2,4}(x)u^2 \end{aligned} \quad (4.39)$$

根據定理 4.1，我們可以知道有兩種控制律的設計，可以完成控制目的，在此我們選定控制律為

$$u = \frac{-g_{1,4}(x) - \sqrt{\Delta}}{2(g_{2,4}(x))} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2 \cdot |g_{2,4}(x)|} \cdot \text{sgn}(s) \quad (4.40)$$

其中

$$\Delta = g_{1,4}^2(x) - 4g_{2,4}(x)f_4(x) \quad (4.41)$$

選定控制律為 (4.18)，由 $g_{2,4}(x)$ 的型式，我們可以知道在控制期間 $g_{2,4}(x) < 0$ ，並且變壓器匝數比在此為正值，若使用 (4.19) 為控制律，將可能得到負的匝數比，與實際系統不符，故選用 (4.18) 為控制律。在電力系統中，控制律使用 (4.40)，是否為最小相位系統？接下來，我們將討論閉迴路系統是否存在有 $x_4 = 1$ 的穩定平衡點。

4.3.1 系統平衡點分析

從 (4.37)，閉迴路系統之平衡點 $x_0 = [x_{10}, x_{20}, x_{30}, x_{40}]^T$ ，必須滿足下列 (4.42)-(4.45)

$$0 = x_{20} \quad (4.42)$$

$$0 = 0.56422 - 0.05x_{20} + 5x_{40} \sin(0.08727 - x_{10} + x_{30})u \quad (4.43)$$

$$0 = -1.3 - Q_1 + 2.8x_{40} + 20x_{40} \cos(0.08727 - x_{30}) - 10.02389x_{40}^2 + 5x_{40} \cos(0.08727 + x_{10} - x_{30})u - 4.98097x_{40}^2u^2 \quad (4.44)$$

$$0 = -7.03268 + (104.5752 \cos(0.08727 - x_{30}) + 7.8431 \sin(0.08727 - x_{30}))x_{40} + [26.1438x_{40} \cos(0.08727 + x_{10} - x_{30}) + 1.96079x_{40} \sin(0.08727 + x_{10} - x_{30})]u + 14.52288x_{40} - 53.09608x_{40}^2 - 5.22876Q_1 - 26.21518x_{40}^2u^2 \quad (4.45)$$

由於我們的控制目的是希望設計 u 使得負載電壓 x_4 穩定於 1，因此我們假設當 $x_4 = 1$ 及 u 將滿足 (4.45)，可將 (4.42)-(4.44) 表示為

$$0 = x_{20} \quad (4.46)$$

$$0 = 0.56422 - 0.05x_{20} + 5 \sin(0.08727 - x_{10} + x_{30})u \quad (4.47)$$

$$0 = -8.5239 - Q_1 + 20 \cos(0.08727 - x_{30}) + 5 \cos(0.08727 + x_{10} - x_{30})u - 4.98097u^2 \quad (4.48)$$

$$0 = -45.6059 + (104.5752 \cos(0.08727 - x_{30}) + 7.8431 \sin(0.08727 - x_{30})) + [26.143 \cos(0.08727 + x_{10} - x_{30}) + 1.96079 \sin(0.08727 + x_{10} - x_{30})]u - 5.22876Q_1 - 26.21518u^2 \quad (4.49)$$

從 (4.46)-(4.49) 中，要解出符合的平衡點 X_0 並非容易，因此我們利用 "MATLAB" 這套軟體來求得 (4.46)-(4.49) 的平衡點。經由 "MATLAB" 計算後，我們可以得到兩組平衡點，分別為 $x_{01} = [x_{011}, x_{012}, x_{013}]^T$ 、 $x_{02} = [x_{021}, x_{022}, x_{023}]^T$ ，其平衡點對 Q_1 的變化如圖 4.2 所示。接下來我們將利用系統的線性化分析來判斷所求得的平衡點是否為穩定點。

4.3.2 穩定點分析

利用 4.3.1 節所得到的平衡點進行線性化分析，來判斷系統在 $x_4 = 1$ 時是否有穩定平衡點存在，我們令 $\hat{X} = [\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3]$ ，在此

$$\hat{x}_1 := x_1 - x_{10}$$

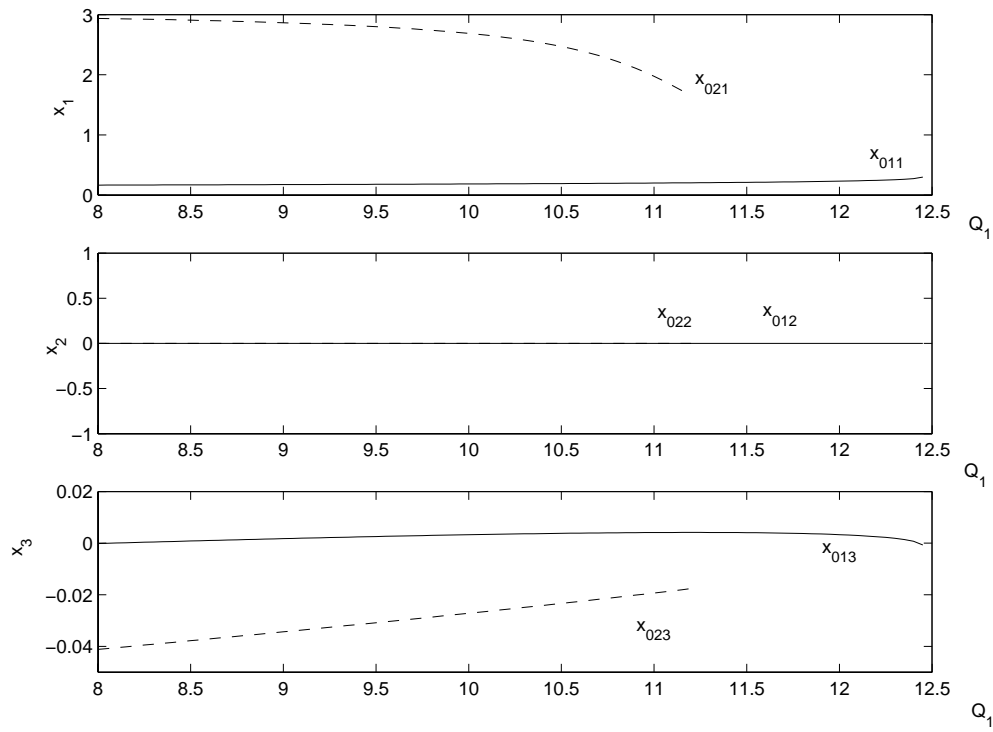
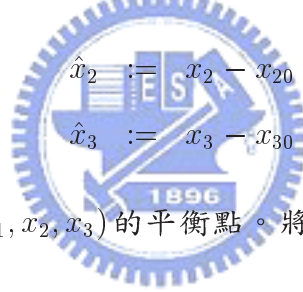


圖 4.2: 平衡點對 Q_1 的變化.



$$\begin{aligned}\hat{x}_2 &:= x_2 - x_{20} \\ \hat{x}_3 &:= x_3 - x_{30}\end{aligned}$$

其中 (x_{10}, x_{20}, x_{30}) 分別代表 (x_1, x_2, x_3) 的平衡點。將系統(4.32)-(4.34)對平衡點進行線性化，可得

$$\dot{\hat{X}} = A_0 \hat{X} \quad (4.50)$$

在此

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$a_{21} = -16.6667x_{40} \left[\cos(0.08727 - x_{10} + x_{30})u - \sin(0.08727 - x_{10} + x_{30}) \frac{\partial u}{\partial x_1} \right]$$

$$a_{22} = -0.16667$$

$$a_{23} = 16.6667x_{40} \left[\cos(0.08727 - x_{10} + x_{30})u + \sin(0.08727 - x_{10} + x_{30}) \frac{\partial u}{\partial x_3} \right]$$

$$a_{31} = 166.667x_{40} \left[\sin(0.08727 + x_{10} - x_{30})u - \cos(0.08727 + x_{10} - x_{30}) \frac{\partial u}{\partial x_1} \right]$$

$$\begin{aligned}
& +332.0649x_{40}^2u\frac{\partial u}{\partial x_1} \\
a_{33} &= -166.6667x_{40}\left[\sin(0.08727+x_{10}-x_{30})u+\cos(0.08727+x_{10}-x_{30})\frac{\partial u}{\partial x_3}\right] \\
& -666.6667x_{40}\sin(0.08727-x_{30})+332.0649x_{40}^2u\frac{\partial u}{\partial x_3} \\
\frac{\partial u}{\partial x_1} &= \frac{x_{40}\left[-26.1438\sin(0.08727+x_{10}-x_{30})+1.9608\sin(0.08727+x_{10}-x_{30})\right]}{2g_{2,4}(x)} \\
& \cdot \left[1+\frac{1}{\sqrt{\Delta}}g_{1,4}(x)\right] \\
\frac{\partial u}{\partial x_3} &= \frac{x_{40}\left[26.1438\sin(0.08727+x_{10}+x_{30})-1.96079\cos(0.08727+x_{10}-x_{30})\right]}{2g_{2,4}(x)} \\
& \cdot \left[1+\frac{g_{1,4}(x)}{\sqrt{\Delta}}\right]-\frac{x_{40}\left[104.5752\sin(0.08727-x_{30})-7.84314\cos(0.08727-x_{30})\right]}{\sqrt{\Delta}}
\end{aligned}$$

其中 Δ 滿足 (4.41)。

將由 4.3.1 節所得平衡點 x_{01} 、 x_{02} 分別代入 (4.50)，其中平衡點為 x_{01} 時，所得到 A_0 特徵值的實部對 Q_1 變化的改變如圖 4.3(a) 所示，由圖 4.3(a) 我們可以知道特徵值皆在左半平面，故 x_{01} 為一個穩定平衡點；當平衡點為 x_{02} 時，所得到 A_0 特徵值的實部對 Q_1 變化的改變如圖 4.3(b) 所示，因特徵值有一根落於右半平面，故 x_{02} 為不穩定平衡點，因此我們可以知道 x_{01} 為閉迴路系統中 $x_4 = 1$ 的穩定平衡點。

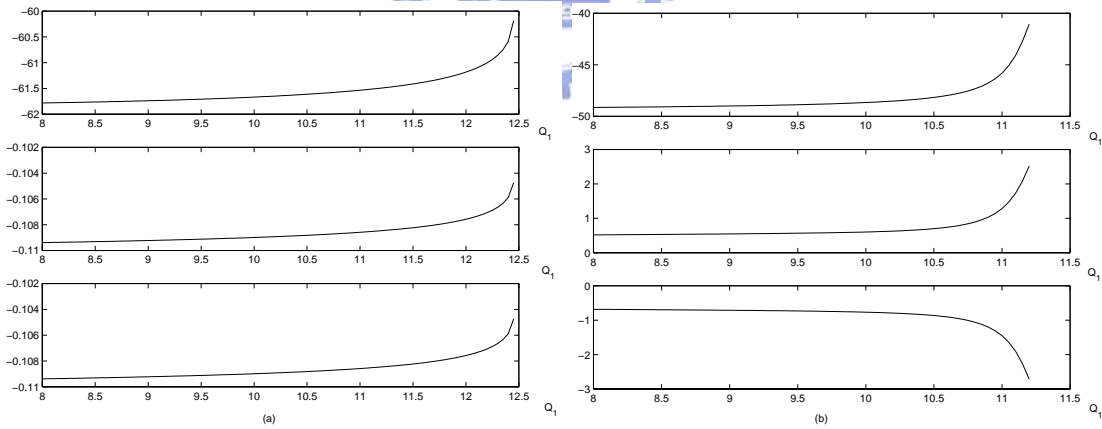


圖 4.3: Q_1 對特徵值的影響。

4.3.3 模擬結果

由定理 4.1，我們可以知道使用控制律 (4.18)，必需考慮在 $\Delta > 0$ 成立情況之下，才能使用。因此我們將對此情況之下進行討論，看電力系統在何種情況之下可以滿

足此條件。

由(4.8)，我們可以知道在電力系統中

$$\begin{aligned}
\Delta &= g_{1,4}^2(x) - 4g_{2,4}(x)f_4(x, Q_1) \\
&= x_4^2 \{ (26.1438 \cos(0.08727 + x_1 - x_3) + 1.9608 \sin(0.08727 + x_1 - x_3))^2 \\
&\quad + 104.8608[-7.03268 + 14.52288x_4 - 53.09608x_4^2 + 104.5752x_4 \cos(0.08727 - x_3) \\
&\quad + 7.84314x_4 \sin(0.08727 - x_3) - 5.22876Q_1] \} \tag{4.51}
\end{aligned}$$

為了使 $\Delta > 0$ ，必需使得 $x_4 \neq 0$ ，並且

$$Q_1 < \frac{g_{1,4}^2(x)}{-20.9152g_{2,4}(x)} + \frac{\kappa(x)}{5.2288} \tag{4.52}$$

其中

$$\begin{aligned}
\kappa(x) &= -7.0327 + 14.5229x_4 - 53.0961x_4^2 + 104.5752x_4 \cos(0.0873 - x_3) \\
&\quad + 7.8421x_4 \sin(0.0873 - x_3)
\end{aligned}$$

由(4.52)型式，我們可以得知滿足(4.52)，將只受狀態變數 x_1 ， x_3 與 x_4 的影響，故我們考慮當 Q_1 定值時，狀態 (x_1, x_3, x_4) 在穩定平衡點 x_{01} 所能變化的最小範圍 $r_1 = \|[x_1 - x_{011}, x_3 - x_{013}, x_4 - x_{014},]^T\|_2$ ，使其 $\Delta > 0$ 成立，其最小範圍表示於圖 4.4。由圖 4.4 我們可以得到當 $Q_1 = 11$ 時，其狀態最小可變化範圍 $r_1 = 0.281$ 。因此，當系統操作在圖 4.4 的範圍中，將使得 $\Delta > 0$ 成立。

在(4.52)中，因為 $g_{2,4}(x) < 0$ ，所以我們可將(4.52)表示為

$$Q_1 < \frac{\kappa(x)}{5.2288} \tag{4.53}$$

明顯地，滿足(4.53)條件式，將只受限於 x_3 與 x_4 的狀態變數，因此我們只要使得 x_3 與 x_4 在某一範圍中，將可使得 $\Delta > 0$ 。利用穩定平衡點來求得 x_3 與 x_4 滿足 $\Delta > 0$ 的最小變化範圍 $r_2 = \|[x_3 - x_{013}, x_4 - x_{014},]^T\|_2$ ，其中 r_2 的範圍表示於圖 4.4。當 $Q_1 = 11$ 時， $r_2 = 0.0953$ 。

利用控制律(4.18)的另一個條件，就是要滿足假設 4.1。為了使假設 4.1 成立，必需在控制期間中 $x_4 \neq 0$ 與 $(x_1 - x_3) \neq -1.5831$ 或 1.5584 ，假設 4.1 才能成立。在電壓調節的目的是希望將負載電壓值 x_4 操作在非零之固定值，因此 $x_4 \neq 0$ ；並且由圖 4.4 中，為了使 $\Delta > 0$ ，其 $(x_1 - x_3) \neq -1.5831$ 或 1.5584 ，所以在系統正常操作時，將使得假設 4.1 成立。

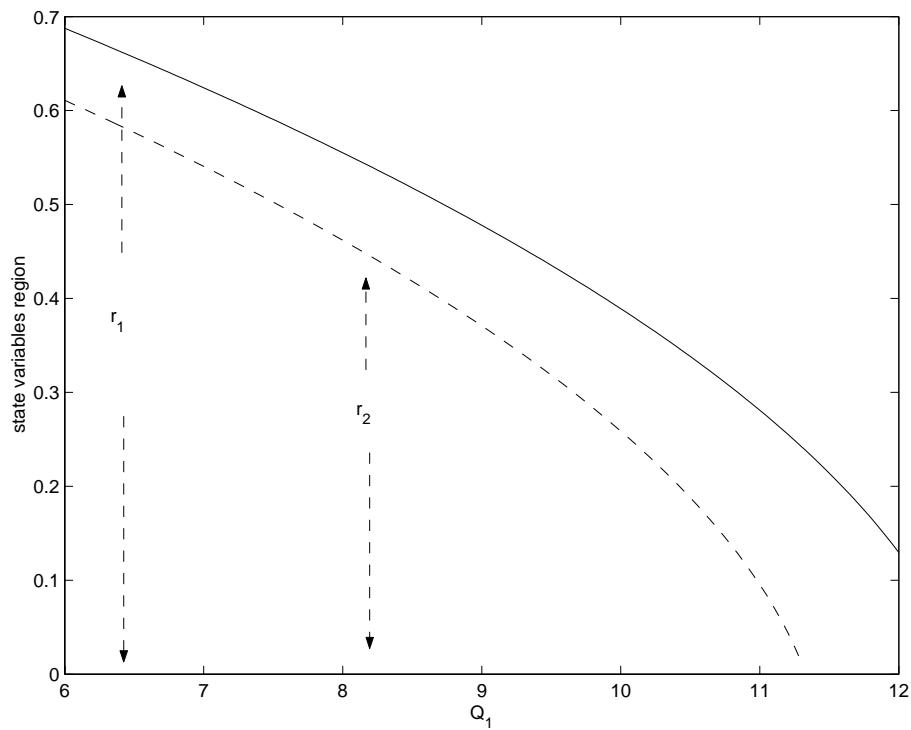


圖 4.4: $\Delta > 0$ ，狀態對平衡點的變化範圍。

在電力系統電壓調節中，我們將控制律(4.40)中的 $sgn(s(t))$ 以 $sat(s(t), \varepsilon)$ 取代，避免高頻切換的產生，其中 $\varepsilon = 0.001$ ，則可將控制律表示為

$$u = \frac{-g_{1,4}(x) - \sqrt{\Delta}}{2(g_{2,4}(x))} + \frac{1896\sqrt{\Delta}}{2 \cdot |g_{2,4}(x)|} \cdot sat(s, \varepsilon) \quad (4.54)$$

由上述的參數選定，我們將進行數值模擬，其模擬結果表示於圖 4.5-4.10 中。在圖 4.5-4.6 中我們針對固定的負載參數進行模擬，來觀看電壓是否能達到調節值，圖 4.7-4.10 我們針對非固定負載參數的模擬情況，來觀測電壓在負載有所變動時，是否依然能保持在調節值。在圖 4.5 中我們選定初始狀態 $x_0 = [0.3, 0.2, 0.1, 1.1]$ ，此模擬主要是觀察初始電壓誤差為正值時 ($s(t) > 0$) 電壓調節的效果，而負載無效功率損 $Q_1 = 11$ 如圖 4.5(a) 所示，圖 4.5(b) 顯示狀態值 $x_1 \sim x_3$ 的變化情況，並且我們可以觀察到系統狀態的變化隨著時間增加逐漸減小，最後收斂於定值，從圖 4.5(d) 我們可以看到電壓值收斂於 1，並且在 $t=0.02$ 時輸出電壓誤差量小於 0.001，達到電壓所要調節的電壓值，並且在控制過程中變壓器所對應之的變化顯示於圖 4.5(c)。圖 4.6 中我們選定初始狀態 $x_0 = [0.3, 0.2, 0.1, 0.9]$ ，主是要觀察初始電壓誤差為負值時 $s(t) < 0$ 電壓調節的效果，負載無效功率損 $Q_1 = 11$ 如於圖 4.6(a) 所示，從圖 4.6(d) 中我們可以看到電壓值由 0.9 收斂於 1，並且在 $t=0.02$ 時輸出電壓誤差量小於 0.001，完成負載電壓調節的目的。在圖 4.7 與 4.8 中我們選定 $Q_1 = 11 + 0.2 \sin(2t)$ ，如圖 4.7(a)、

4.8(a) 所示。在圖 4.7 中我們選定定初始狀態 $x_0 = [0.3, 0.2, 0.1, 1.1]$ ，系統初始電壓誤差為正值；在圖 4.8 我們選定初始狀態 $x_0 = [0.3, 0.2, 0.1, 0.9]$ ，系統初始電壓誤差為負值，由圖 4.7(b) 與圖 4.8(b) 我們可以觀察到狀態 $x_1 \sim x_3$ 收斂於某一範圍中，有著微小的變化，主要是因為 Q_1 隨時間改變，使得平衡點也隨著時間而改變，由圖 4.7(d) 與 4.8(d)，我們可以觀察到電壓值均能收斂至所希望的電壓值，完成負載電壓的調節。圖 4.9 與 4.10 中我們讓 Q_1 在 $t = 3 \sim 3.5$ 中由 10.8 上升到 11.2，當 $t = 6.5 \sim 7$ 由 11.2 下降到 10.8，其 Q_1 的變化如圖 4.9(a)、4.10(a) 所示。在圖 4.9 中，我們選定初始狀態 $x_0 = [0.3, 0.4, 0.1, 1.1]$ ，系統初始電壓誤差為正值；在圖 4.10，我們選定初始狀態 $x_0 = [0.3, 0.2, 0.1, 0.9]$ ，系統初始電壓誤差為負值。由圖 4.9(d) 與 4.10(d)，我們可觀察到系統電壓值均能收斂至所希望的電壓值，也是電壓調節的目的均能順利達成。

在實際的系統中可能存有參數的不確定或是狀態無法得知的問題。在此我們假設在實際的電力系統中無法準確的得到負載 Q_1 的變化值，我們定義負載量測誤差量為 ΔQ_1 。當系統中有不確定性參數存在時，必須使得假設 4.2 與 4.3 成立，控制律 (4.40) 才可以達到電壓調節目的。因此，我們利用下列假設

假設 4.4 ΔQ_1 是一個有界值，並且存在一個正值 ρ ，使得 $|5.2288\Delta Q_1| \leq \rho$

我們假設 $|\Delta Q_1|$ 的最大值為 0.1，因此我們選定 $\rho = 0.6$ 來滿足假設 4.4。為了使假設 4.3 成立，我們可知 Δ 必須大於 $2.4|g_{2,4}(x)|$ 才能滿足假設 4.3。我們進行系統的模擬，其模擬結果於圖 4.11-4.12。在圖 4.11 中，我們選定初始狀態 $x_0 = [0.4, 0.2, 0.1, 0.9]$ ，系統實際的負載無效功率 Q_1 為 $11 + 0.1 \sin(4t)$ ，並且我們假設量測到的 Q_1 為 11，如圖 4.11(a) 所示，在 4.11(b) 與 (c)，顯示了狀態值 $x_1 \sim x_3$ 與變壓器所對應之的變化，在圖 4.11(d) 中我們可以觀察到電壓收斂於 1，完成電壓調節的目的。在圖 4.12 我們選初始狀態 $x_0 = [0.3, 0.1, 0.1, 1.1]$ ，假設負載無效功率 Q_1 在量測中存有 $-0.1 \sim 0.1$ 的誤差，其圖形如圖 4.12(a) 所示，在 4.12(b) 與 (c) 顯示了狀態值 $x_1 \sim x_3$ 與變壓器所對應之的變化，在圖 4.12(d) 中我們可以觀察到電壓收斂於 1，完成電壓調節的目的。

在上述的系統模擬中，我們是讓控制輸入可以為任意值，若系統輸入的調整只能提供某些輸入值，在這種情況之下，是否依然能達到電壓調節的目的呢？在此，我們假設系統輸入 u 所能調整值以 0.1 為一刻度。我們將控制律 (4.54) 的小數第二位進行四捨五入，以供控制使用，將控制律 (4.54) 小數第二位進行四捨五入後，所產生的控制輸入誤差量最大為 0.05。因此系統必需操作在 $\Delta > |g_{1,4}(x)*0.05| + |g_{2,4}(x)*0.0025|$ 的情況之下，才可以完成控制目的。模擬結果列於圖 4.13-4.14。圖 4.13 中，我們選

定初始狀態 $x_0 = [0.4, 0.2, 0.2, 0.9]$ ，負載無效功率損隨著時間變化，如圖 4.13(a) 所示。在 4.13(b) 顯示狀態值的變化情況。從圖 4.13(d) 電壓值收斂至希望的電壓值。圖 4.13(c) 顯示了對應的變壓器 n 的變化情況。在圖 4.14 中讓負載量測中存有誤差量，我們選定初始狀態 $x_0 = [0.2, 0.4, 0.2, 1.1]$ 與負載變化 $Q_1 = 11 + 0.1 \sin(4t)$ ，控制輸入 Q_1 的估測值為 11，如圖 4.14(a) 所示。在 4.14(b) 與 (c) 中顯示所對應的狀態值 $x_1 \sim x_3$ 與變壓器 n 的變化，在圖 4.14(d) 電壓值收斂至希望的電壓值，因此當控制輸入有所限制時，依然可以完成電壓調節的目的。

圖 4.15 為圖 4.6 與 4.11 在 Q_1 有否量測誤差時電壓變化的比較，在圖 4.15(a) 與 (b) 為圖 4.6 的模擬結果。在圖 4.15(c) 與 (d) 為圖 4.11 的模擬結果，我們可以發現 4.15(d) 電壓受 Q_1 的誤差的影響，使得電壓比 4.15(b) 有著更大的振盪，但都能使得電壓穩定順滑層中。在 Q_1 有著誤差量，卻不會超出順滑層，主要是在順滑層中 u^{re} 的控制力道還是存在，其值為 $u^{re} = \frac{\sqrt{\Delta}}{2|g_{2,4}(x)|} \cdot (s - \varepsilon)$ ，故當誤差量未能大於順滑層中的 u^{re} ，其電壓將依然可以保持於順滑層中。

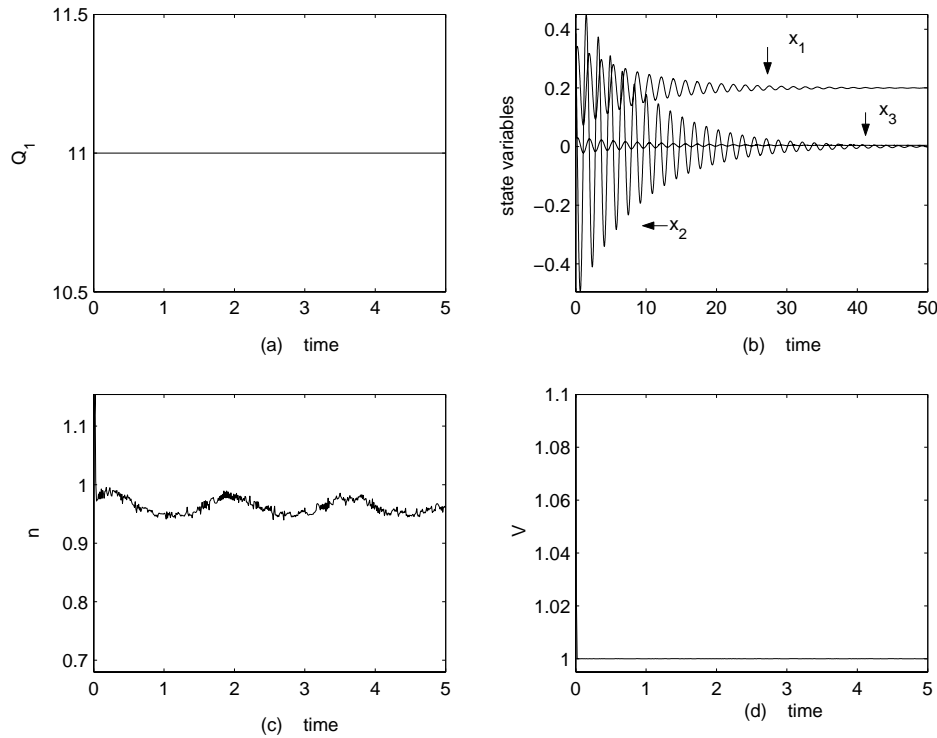


圖 4.5: $Q_1 = 11$ ，初始電壓誤差為正值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 變壓器調節值 (d) 系統電壓值。

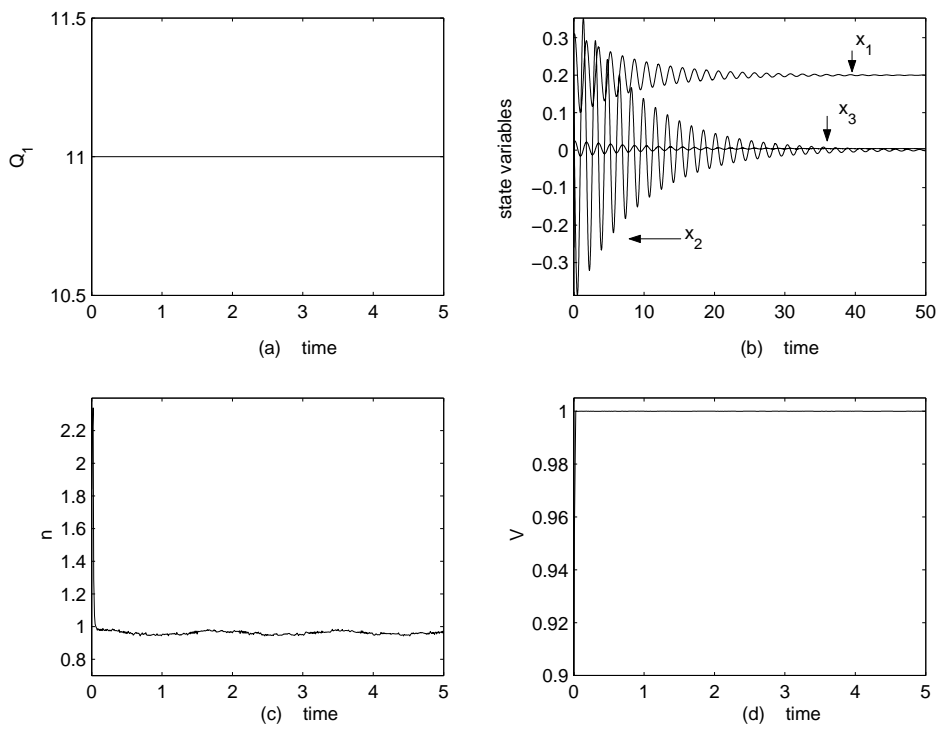


圖 4.6: $Q_1 = 11$ ，初始電壓誤差為負值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 變壓器調節值 (d) 系統電壓值。

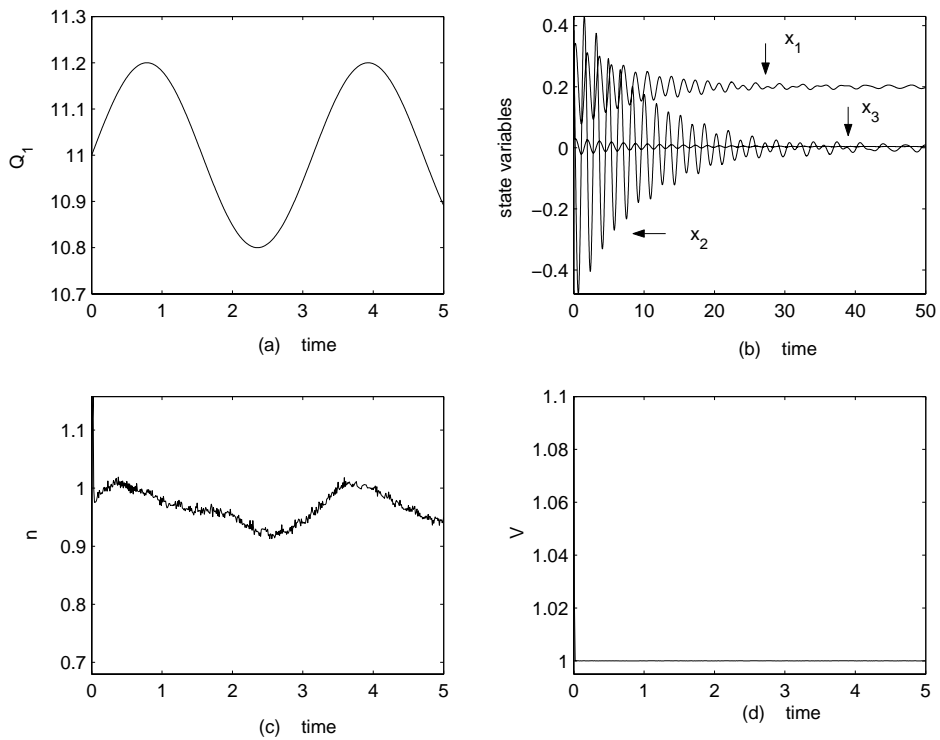


圖 4.7: $Q_1 = 11 + 0.2 \sin(2t)$ ，初始電壓誤差為正值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 變壓器調節值 (d) 系統電壓值。

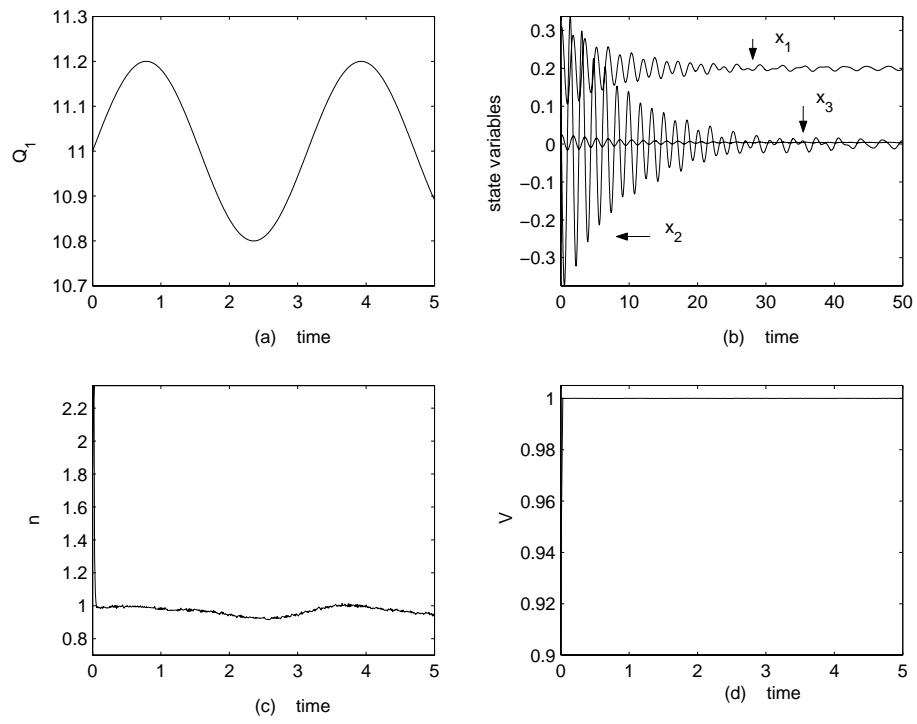


圖 4.8: $Q_1 = 11 + 0.2 \sin(2t)$ ，初始電壓誤差為負值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 變壓器調節值 (d) 系統電壓值。

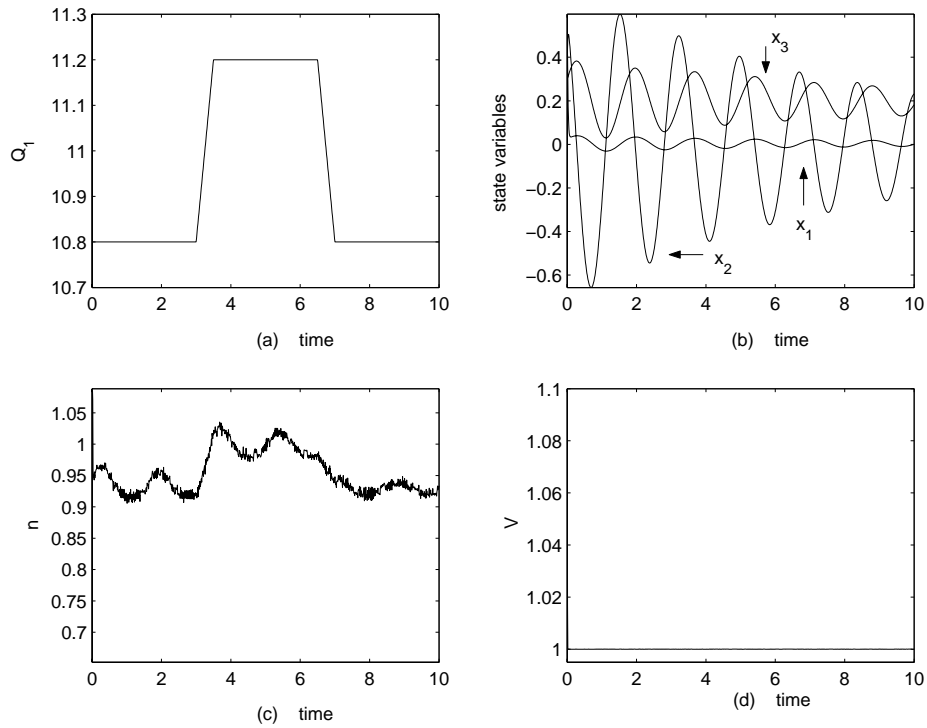


圖 4.9: Q_1 在 10.8~11.2 變化，初始電壓誤差為正值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 變壓器調節值 (d) 系統電壓值。

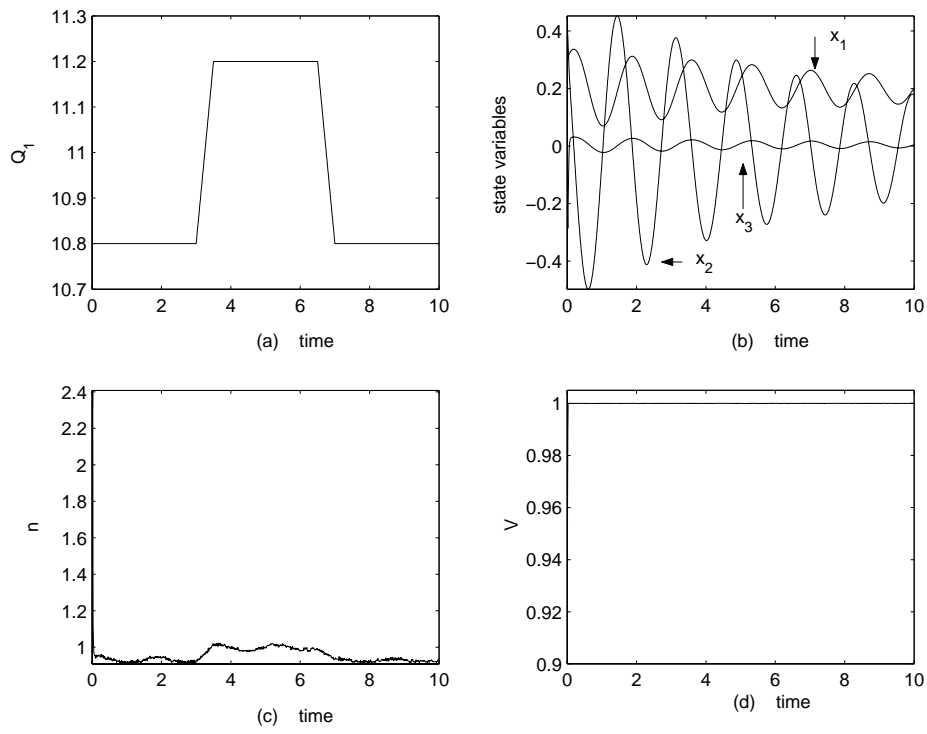


圖 4.10: Q_1 在 10.8~11.2 變化，初始電壓誤差為負值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 變壓器調節值 (d) 系統電壓值。

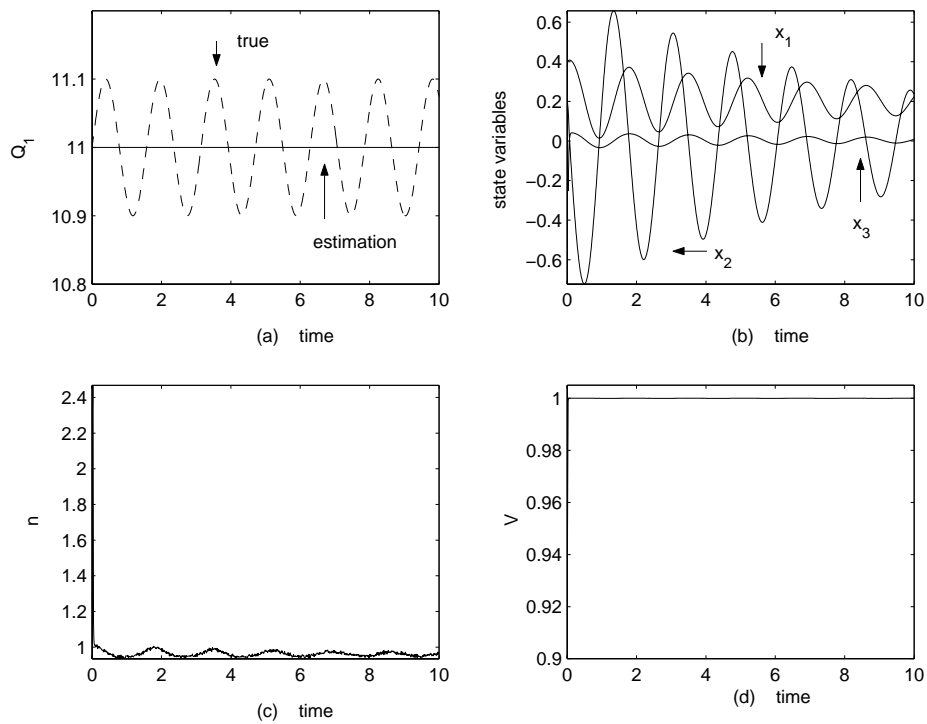


圖 4.11: Q_1 的量測有誤差量，初始電壓誤差為負值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 變壓器調節值 (d) 系統電壓值。

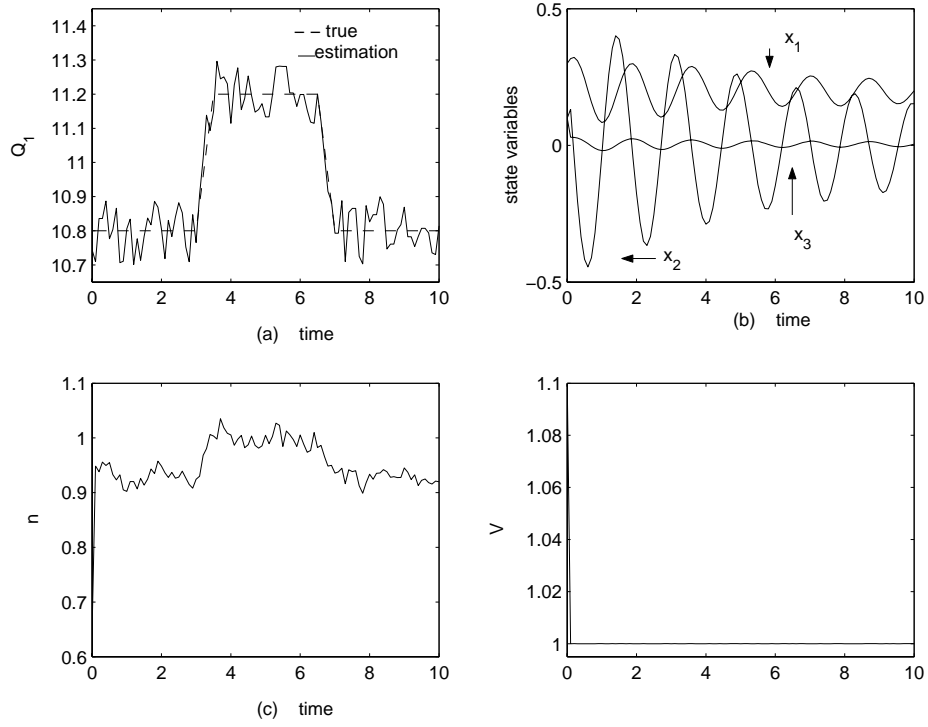


圖 4.12: Q_1 的量測有誤差量，初始電壓誤差為正值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 變壓器調節值 (d) 系統電壓值。

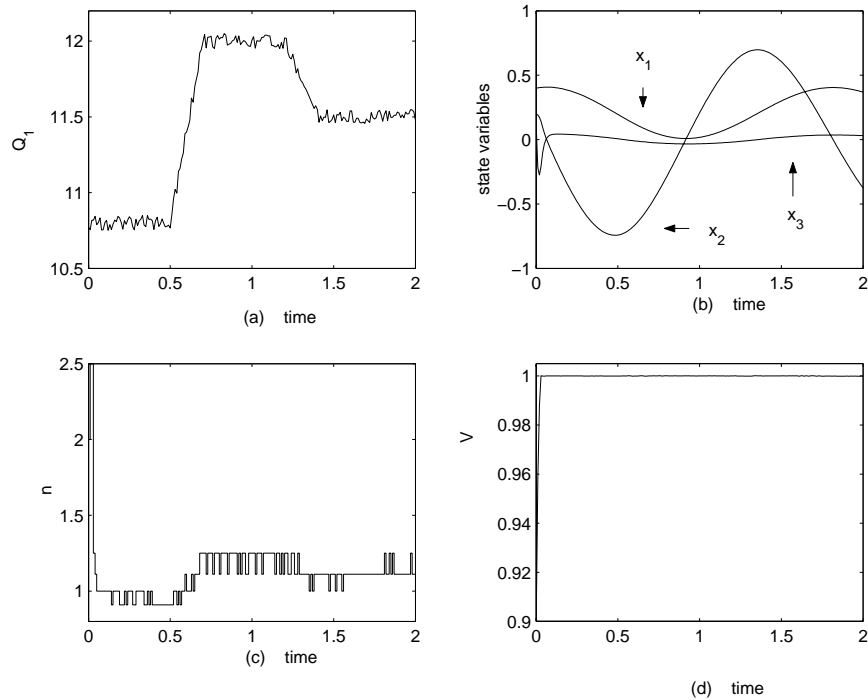


圖 4.13: 輸入具有控制輸入限制時， Q_1 非搶固定值。(a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 變壓器調節值 (d) 系統電壓值。

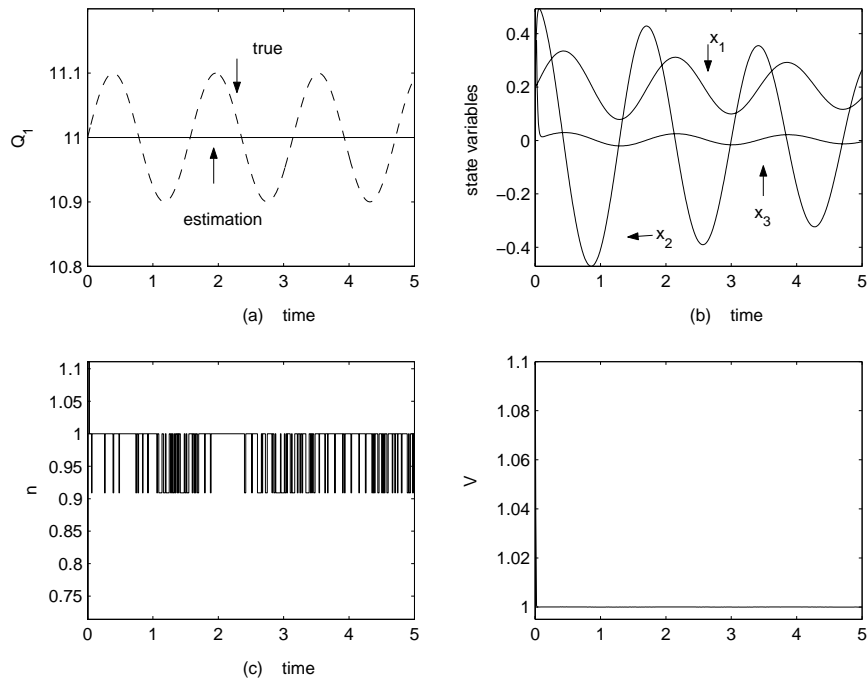


圖 4.14: 輸入具有控制輸入限制時, Q_1 的量測有誤差量 (a) 負載無效功率 (b) 系統狀態變數 (c) 變壓器調節值 (d) 系統電壓值.

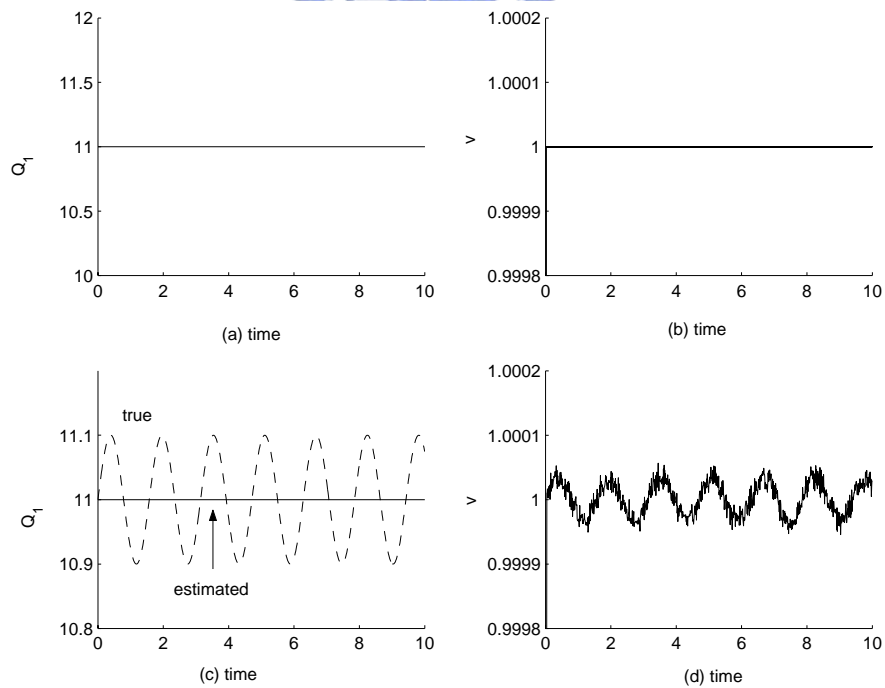



圖 4.15: 圖 4.6 與 4.11 在 Q_1 有否量測誤差時電壓變化的比較。(a) 負載無效功率準確量測 (b) 負載無效功率準確量測時系統電壓值 (c) 負載無效功率存有誤差 (d) 負載無效功率存有誤差時系統電壓值.

CHAPTER 5

電力系統利用容錯控制於電壓調節



本章中我們將針對 Dobson 和 Chiang[8] 的電力系統作控制器故障之偵測診斷與容錯控制。利用兩個控制輸入來使得系統達到電壓調節的目的，當系統中任一個輸入控制發生故障或異常時，利用正常的控制輸入，使得系統依然可以達到電壓調節的目的。在 5.1 節中，我們利用 VSC 控制與容錯控制的理論來進行控制器的設計。在 5.2 節中，我們討論加入變壓器與負載電容為可變時電力系統的動態方程式。在 5.3 節中，我們將所設計的控制律用於電力系統中。在 5.4 節中我們設計一個可用於電力系統輸入控制的錯誤偵測與診斷觀察器。在 5.5 節中我們將所設計的控制律加入於電力系統中，並且進行數值模擬。

5.1 控制器設計

5.1.1 VSC 控制器設計

我們考慮一個非線性系統

$$\dot{x} = f(x) + g_1(x) \cdot u_1 + g_2(x) \cdot u_1^2 + g_3(x) \cdot u_2 + d \quad (5.1)$$

$$y = h(x) \quad (5.2)$$

在此 $x \in \mathbb{R}^n$, $u_1 \in \mathbb{R}$, $u_2 \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$ 與 $d \in \mathbb{R}^n$ 分別為狀態變數、第一個控制輸入、第二個控制輸入、系統輸出與模型的不確定或外部雜訊。 $f(\cdot)$, $g_1(\cdot)$, $g_2(\cdot)$, $g_3(\cdot)$ 與 $h(\cdot)$ 為平滑向量場。在本節中，我們主要的目的是利用兩個控制輸入，使得系統能達到調節的電壓值 $y_d(t)$ ，來完成 $y(t) \rightarrow y_d(t)$ 當 $t \rightarrow \infty$ 。

我們利用 VSC 的理念，進行控制律的設計。由第二章中我們可以知道，在設計可變結構控制器分為二個步驟。在第一個步驟中我們選定順滑面 $s(t) = 0$ 。假設 $y_d(t)$ 為所要調節的目標值，其輸出值 $y(t)$ 與調節值 $y_d(t)$ 的誤差量定義為

$$e(t) = y(t) - y_d(t) \quad (5.3)$$

我們選定順滑函數

$$s(x) = e(t) \quad (5.4)$$

當系統狀態已經處於順滑面中，亦即滿足 $s(t) = 0$ 。

在第二步驟中，我們將設計控制律，使系統達到控制的要求。在此我們令

$$u_1 = u_1^{eq} + u_1^{re} \quad (5.5)$$

$$u_2 = u_2^{eq} + u_2^{re} \quad (5.6)$$

其中 u_1^{re} 與 u_2^{re} 將迫使系統軌跡能在有限時間之內接觸到順滑面上。 u_1^{eq} 與 u_2^{eq} 的作用是希望系統狀態留在順滑面上，並且最後逼近於目標點。由 (5.1) 至 (5.6) 我們可以得到

$$\begin{aligned} \dot{s}(x) &= \dot{e}(t) \\ &= \dot{y} - \dot{y}_d \\ &= \nabla h \cdot [f(x) + g_1(x)u_1 + g_2(x)(u_1)^2 + g_3(x)u_2 + d] - \dot{y}_d(t) \end{aligned} \quad (5.7)$$

在此 ∇h 為 $h(x)$ 的梯度向量。並且我們利用下列的假設

假設 5.1 在控制期間， $\nabla h \cdot g_2(x) \neq 0$, $\nabla h \cdot g_3(x) \neq 0$

假設 5.2 存在一個正函數 $\rho(x, t)$ ，並且使得 $|\nabla h \cdot d| \leq \rho(x, t)$

在假設 5.1 中，意味著系統 (5.1)-(5.2) 的相對階數為 1，並且 u_1 與 u_2 同時存在。

根據等效控制原理，系統軌跡必須符合

$$\dot{s}(x)|_{u_1=u_1^{eq}, u_2=u_2^{eq}} = 0 \quad (5.8)$$

由 (5.7) 我們可得

$$\begin{aligned}\dot{s}(x) &= \nabla h \cdot [f(x) + g_1(x)u_1^{eq} + g_2(x)(u_1^{eq})^2 + g_3(x)u_2^{eq}] - \dot{y}_d(t) \\ &= 0\end{aligned}\quad (5.9)$$

為了滿足 (5.9)， u_1^{eq} 與 u_2^{eq} 值的選取，有非常多種的選擇方法，所以 u_1^{eq} 與 u_2^{eq} 的設計並沒有一定。在此我們選取 u_1^{eq} 與 u_2^{eq} ，分別使 u_1^{eq} 滿足 $\nabla h \cdot [g_1(x)u_1^{eq} + g_2(x)(u_1^{eq})^2] = 0$ ， u_2^{eq} 滿足 $\nabla h \cdot [f(x) + g_3(x)u_2^{eq}] - \dot{y}_d(t) = 0$ 。此選取方式，是要避免在求得 u_1^{eq} 的解時，產生複數項，造成不合理現象發生。因此我們可以得到 u_1^{eq} 與 u_2^{eq} 分別為

$$u_1^{eq} = -\frac{\nabla h \cdot g_1(x)}{\nabla h \cdot g_2(x)} \quad (5.10)$$

$$u_2^{eq} = \frac{-1}{\nabla h \cdot g_3(x)} (\nabla h \cdot f(x) - \dot{y}_d) \quad (5.11)$$

使得 (5.9) 成立，滿足順滑條件。

在第二章中，為了使系統在有限的時間內到達順滑面上，系統必須符合迫近條件

$$s\dot{s} \leq -\eta|s| \quad (5.12)$$

將 (5.10)、(5.11) 帶入 (5.7) 中，可得

$$\begin{aligned}\dot{s}(t) &= \nabla h \cdot [f(x) + g_1(x)(u_1^{eq} + u_1^{re}) + g_2(x)(u_1^{eq} + u_1^{re})^2 + g_3(x)(u_2^{eq} + u_2^{re}) + d] - \dot{y}_d \\ &= \nabla h \cdot [g_1(x)u_1^{re} + g_2(x)[(u_1^{re})^2 + 2u_1^{re}(-\frac{\nabla h \cdot g_1(x)}{\nabla h \cdot g_2(x)})] + g_3(x)u_2^{re} + d] \\ &= \nabla h \cdot [-g_1(x) \cdot u_1^{re} + g_2(x) \cdot (u_1^{re})^2 + g_3(x) \cdot u_2^{re} + d]\end{aligned}\quad (5.13)$$

從 (5.13) 中，我們可以獲得：

$$s(t)\dot{s}(t) = s(t)\nabla h \cdot [-g_1(x) \cdot u_1^{re} + g_2(x) \cdot (u_1^{re})^2 + g_3(x)u_2^{re} + d] \quad (5.14)$$

在此，我們可以選定

$$u_1^{re} = \frac{\nabla h \cdot g_1(x)}{2|\nabla h \cdot g_2(x)|} \cdot sgn(s) \quad (5.15)$$

$$u_2^{re} = \frac{-\eta_2}{\nabla h \cdot g_3(x)} \cdot sgn(s), \quad \eta_c > 0 \quad (5.16)$$

其中 $sgn(\cdot)$ 為 sign 函數。將 (5.15)、(5.16) 帶入 (5.14) 可得

$$\begin{aligned}s(t)\dot{s}(t) &= s(t) \cdot \left[-\frac{(\nabla h \cdot g_1(x))^2}{2|\nabla h \cdot g_2(x)|} + \frac{\nabla h \cdot g_1(x)}{4|\nabla h \cdot g_2(x)|} - \eta_2 \cdot sgn(s) + \nabla h \cdot d \right] \\ &\leq -\left[\frac{(\nabla h \cdot g_1(x))^2}{4|\nabla h \cdot g_2(x)|} + \eta_2 - \rho(x, t) \right] |s(t)|\end{aligned}\quad (5.17)$$

我們利用下列的假設

假設 5.3 函數 $\frac{(\nabla h \cdot g_1(x))^2}{4|\nabla h \cdot g_2(x)|} + \eta_2 - \rho(x, t)$ 為正值，並且存在一個正數 η ，使得 $\frac{(\nabla h \cdot g_1(x))^2}{4|\nabla h \cdot g_2(x)|} + \eta_2 - \rho(x, t) \geq \eta$

由假設 5.3，我們可以得到

$$s(t)\dot{s}(t) \leq -\eta|s(t)| \quad (5.18)$$

則滿足迫近條件，使系統將在有限時間內達到順滑面。由上述的討論，我們可以得到控制律為

$$u_1 = -\frac{\nabla h \cdot g_1(x)}{\nabla h \cdot g_2(x)} + \frac{\nabla h \cdot g_1(x)}{2|\nabla h \cdot g_2(x)|} \cdot \text{sgn}(s) \quad (5.19)$$

$$u_2 = -\frac{1}{\nabla h \cdot g_3(x)}(\nabla h \cdot f(x) - \dot{y}_d + \eta_2 \cdot \text{sgn}(s)) \quad (5.20)$$

因此，我們有下列結果。

定理 5.1 若系統 (5.1)-(5.2) 滿足假設 5.1、5.2 與 5.3。利用控制律 (5.19) 與 (5.20)，將使系統完成輸出電壓調節 $y(t) \rightarrow y_d(t)$ 。

上述設計方法，是利用兩個控制器，來使得 y 達到控制要求，若當兩個控制器有任一個故障時，系統是否依然保持穩定？以下我們將利用容錯控制的理論來設計出被動容錯控制與主動容錯控制，使設計其中一個控制產生故障時，依然可以達到控制的目的。



5.1.2 被動式容錯控制器

被動式容錯控制，在設計控制律時，當控制輸入發生錯誤時，不需要改變控制律，使系統依然可以完成電壓調節的目的。以下我們就對於不同的情況之下的錯誤來加以討論：

(1) 設計 u_1 發生錯誤時

當系統在只有在 u_1 會發生錯誤，我們利用 u_2 來達到電壓調節的目的。可將 (5.7) 表示為

$$\dot{s}(t) = \nabla h \cdot [f(x) + g_3(x)u_2 + d + g_1(x)u_1^* + g_2(x)(u_1^*)^2] - \dot{y}_d(t) \quad (5.21)$$

其中， u_1^* 為 u_1 輸入真實值。我們設計控制律

$$u_2 = u_2^{eq} + u_2^{re} \quad (5.22)$$

我們選定

$$u_2^{eq} = \frac{-\nabla h \cdot f(x) + \dot{y}_d(t)}{\nabla h \cdot g_3(x)} \quad (5.23)$$

由 (5.23)，可將 (5.21) 化簡為

$$\dot{s}(t) = \nabla h \cdot [+g_3(x)u_2^{re} + d + g_1(x)u_1^* + g_2(x)(u_1^*)^2] \quad (5.24)$$

為了滿足迫近條件，我們利用下列假設

假設 5.4 : 存在一個正函數 $\rho_{p2}(x, t)$ ，並且滿足 $|\nabla h \cdot [g_1(x)u_1^* + g_2(x) \cdot (u_1^*)^2 + d]| \leq \rho_{p2}(x, t)$

由 (5.24)，我們可得

$$s(t)\dot{s}(t) = s(t) \left\{ \nabla h \cdot [+g_3(x)u_2^{re} + d + g_1(x)u_1^* + g_2(x)(u_1^*)^2] \right\} \quad (5.25)$$

選擇

$$u_2^{re} = \frac{-1}{\nabla h \cdot g_3(x)} (\eta_{p2} + \rho_{p2}(x, t)) \text{sgn}(s(t)) \quad (5.26)$$

在此， η_{p2} 為大於 0 的正數。將 (5.26) 帶入 (5.38) 可得

$$\begin{aligned} s(t)\dot{s}(t) &= s(t) \nabla h \cdot [g_1(x)u_1^* + g_2(x) \cdot (u_1^*)^2 + d - (\eta_{p2} + \rho_{p2}) \text{sgn}(s(t))] \\ &\leq -\eta_{p2} |s(t)| \end{aligned} \quad (5.27)$$

滿足迫近條件。

如果控制律 u_1 正常運作時， u_1 的控制律應為何？利用 (5.7)、(5.23)、(5.24) 與 (5.26)，可得

$$s(t)\dot{s}(t) = s(t) \nabla h \cdot [g_1(x)u_1 + g_2(x) \cdot u_1^2 + d - (\eta_{p2} + \rho_{p2}) \text{sgn}(s(t))] \quad (5.28)$$

我們選定

$$u_1 = \frac{-\nabla h \cdot g_1(x)}{2|\nabla h \cdot g_2(x)|} \text{sgn}(s(t)) \quad (5.29)$$

可得

$$s(t)\dot{s}(t) \leq - \left[\frac{(\nabla h \cdot g_1(x))^2}{4|\nabla h \cdot g_2(x)|} + \eta_{p2} \right] |s(t)| \quad (5.30)$$

滿足迫近條件。在 u_1 正常時，選定為 (5.29) 將使得系統能更快的逼近於順滑面。由

上述的討論其控制律可整理為

$$u_1 = \frac{-\nabla h \cdot g_1(x)}{2|\nabla h \cdot g_2(x)|} \text{sgn}(s(t)) \quad (5.31)$$

$$u_2 = \frac{1}{\nabla h \cdot g_3(x)} [-\nabla h \cdot f(x) + \dot{y}_d(t) + (\eta_{p2} + \rho_{p2}(x, t)) \text{sgn}(s(t))] \quad (5.32)$$

(2) 設計 u_2 發生錯誤

當系統在只有在 u_2 會發生錯誤，我們利用 u_1 來達到電壓調節的目的。可將 (5.7) 表示為

$$\dot{s}(t) = \nabla h \cdot [f(x) + g_1(x)u_1 + g_2(x)u_1^2 + g_3(x)u_2^* - d] - \dot{y}_d(t) \quad (5.33)$$

其中 u_2^* 表示為 u_2 的真實值。由 (5.33) 的表示式，我們可以發現此式與 (4.6) 相似，因此我們利用定理 4.1，來達到電壓調節目的，並且將假設 4.2 與 4.3 用假設 5.5 與 5.6 替代。

假設 5.5 : 存在一個正函數 $\rho_{p1}(x, t)$ ，並且滿足 $|\nabla h \cdot [g_3(x)u_2^* + d] - \dot{y}_d(t)| \leq \rho_{p1}(x, t)$

假設 5.6 函數 $\frac{\Delta}{4|\nabla h \cdot g_2(x)|} - \rho_{p1}(x, t)$ 為正值，並且存在一個正數 η ，使得在控制期間 $\frac{\Delta}{4|\nabla h \cdot g_2(x)|} - \rho_{p1}(x, t) \geq \eta$

當 u_2 為正常運作時，由控制律 (4.18) 或 (4.19) 與 (5.7) 可得

$$s(t)\dot{s}(t) \leq -\left(\frac{\Delta}{4|\nabla h \cdot g_2(x)|}\right)|s(t)| + \nabla h \cdot g_3(x)u_2s(t) \quad (5.34)$$

我們選擇

$$u_2 = -\eta_{p1} \operatorname{sgn}(\nabla h \cdot g_3(x)s(t)), \quad \eta_{p1} > 0 \quad (5.35)$$

利用假設 5.6 與 (5.35) 可得

$$s(t)\dot{s}(t) \leq -\left(\frac{\Delta}{4|\nabla h \cdot g_2(x)|} + \eta_{p1}\right)|s(t)| \quad (5.36)$$

滿足迫近條件。

(3) 設計 u_1 與 u_2 任一個發生錯誤

在此，我們要設計出控制律是使得系統在控制期間，當 u_1 與 u_2 任一個產生錯誤時，系統依然可以完成電壓調節的目的。我們分成兩種情況進行討論：

A. 當 u_2 發生故障時， u_1 保持在正常狀態

利用 (5.7) 我們可得

$$\dot{s}(t) = \nabla h \cdot [f(x) + g_1(x)u_1 + g_2(x)u_1^2 + g_3(x)u_2^* - d] - \dot{y}_d(t) \quad (5.37)$$

其中 u_2^* 表示為 u_2 發生錯誤時的真實值。我們選擇控制器 u_1 為 (5.19) 則可得

$$\dot{s}(t) = -\frac{(\nabla h \cdot g_1(x))^2}{4|\nabla h \cdot g_2(x)|} \text{sgn}(s) + \nabla h \cdot (f(x) + g_3(x)u_2^* + d) - \dot{y}_d(t) \quad (5.38)$$

為了保證系統可以達到迫近條件，我們利用以下的假設：

假設 5.7 : 存在一個正函數 $\rho_{p3}(x, t)$ ，並且滿足 $|\nabla h \cdot [f(x) + g_3(x) \cdot u_2^* + d] - \dot{y}_d(t)| \leq \rho_{p3}(x, t)$

由假設 5.7 與 (5.38)，我們可以得到

$$\begin{aligned} s(t)\dot{s}(t) &= -\frac{(\nabla h \cdot g_1(x))^2}{4|\nabla h \cdot g_2(x)|} |s| + [\nabla h \cdot (f(x) + g_3(x)u_2^* + d) - \dot{y}_d(t)] s \\ &\leq \left[-\frac{(\nabla h \cdot g_1(x))^2}{4|\nabla h \cdot g_2(x)|} + \rho_{p3}(x, t) \right] |s| \end{aligned} \quad (5.39)$$

為了使系統在有限時間內滿足迫近條件

$$s(t)\dot{s}(t) \leq -\eta|s(t)|, \quad \eta > 0 \quad (5.40)$$

我們利用下列的假設

假設 5.8 函數 $\frac{(\nabla h \cdot g_1(x))^2}{4|\nabla h \cdot g_2(x)|} - \rho_{p3}(x, t)$ 為正值，並且存在一個正數 η ，使得在控制期間 $\frac{(\nabla h \cdot g_1(x))^2}{4|\nabla h \cdot g_2(x)|} - \rho_{p3}(x, t) \geq \eta$

由假設 5.8 我們可以得到

$$s(t)\dot{s}(t) \leq -\eta|s(t)| \quad (5.41)$$

滿足迫近條件。

B. 當 u_1 發生故障時， u_2 保持在正常狀態

利用 (5.7) 我們可得

$$\dot{s}(t) = \nabla h \cdot [f(x) + g_1(x)u_1^* + g_2(x)(u_1^*)^2 + g_3(x)u_2 + d] - \dot{y}_d(t) \quad (5.42)$$

其中 u_1^* 表示為 u_1 發生錯誤時的真實值。 u_2^{eq} 的控制律，依然使用 (5.11)，可得

$$\dot{s}(t) = \nabla h \cdot [g_1(x)u_1^* + g_2(x)(u_1^*)^2 + g_3(x)u_2^{re} + d] \quad (5.43)$$

利用假設 5.4，我們可以選擇

$$u_2^{re} = \frac{-1}{\nabla h \cdot g_3(x)} (\eta_{p2} + \rho_{p2}(x, t)) \text{sgn}(s(t)) \quad (5.44)$$

將(5.44)帶入(5.38)可得

$$\begin{aligned} s(t)\dot{s}(t) &= s(t)\nabla h \cdot [g_1(x)u_1^* + g_2(x) \cdot (u_1^*)^2 - (\eta_{p2} + \rho_{p2})\text{sgn}(s(t))] \\ &\leq s(t) \cdot [-\eta_{p2} \cdot \text{sgn}(s(t))] \end{aligned} \quad (5.45)$$

滿足迫近條件。由上述被的設計方法，我們可以得到控制律為

$$u_1 = -\frac{\nabla h \cdot g_1(x)}{\nabla h \cdot g_2(x)} + \frac{\nabla h \cdot g_1(x)}{2|\nabla h \cdot g_2(x)|}\text{sgn}(s) \quad (5.46)$$

$$u_2 = -\frac{1}{\nabla h \cdot g_3(x)}[\nabla h \cdot f(x) - \dot{y}_d + (\eta_{p2} + \rho_{p2}(x, t)) \cdot \text{sgn}(s)] \quad (5.47)$$

由上述的被動式容錯控的討論，我們可以得到下列結果。

定理 5.2 系統 (5.1)-(5.2)，在只有 u_1 會發生錯誤，若滿足假設 5.4，選定控制律為 (5.31) 與 (5.32)；在只有 u_2 會發生錯誤，若滿足假設 5.5 與 5.6，選定控制律 u_1 為 (4.18) 或 (4.19)， u_2 為 (5.35)；當系統 u_1 與 u_2 皆有可能一個發生錯誤，若在 u_2 發生錯誤時，系統滿足假設 5.7 與 5.8，在 u_1 發生錯誤時，系統滿足假設 5.4，利用控制律為 (5.46) 與 (5.47)。系統將可完成輸出電壓調節 $y(t) \rightarrow y_d(t)$ 。

被動容錯控制，雖然錯誤發生時，不用改變控制律，但在系統運作時，必須使用很大的能量能控制，當所需的能量超過所能提供的範圍，將可能使系統無法達到穩定的要求。接下來，我們將加入錯誤偵測與診斷的功能，來設計出主動式容錯控制器。



5.1.3 主動式容錯控制器

被動容錯控制的設計，不需要任何錯誤偵測與診斷的訊息，但是需要錯誤發生時，可能產生的最大值。雖然被動控制可能完成控制的要求，但它是利用一種較保守的方法，將控制律設計在可能發生錯誤的情況之下，利用一個比錯誤發生的更高能量來達到控制目的。當錯誤產生的能量，超過所以供應的能量時，系統可以無法完成控制目標。接下來，我們討論主動容錯控制，在設計控器中，加入了錯誤偵測與診斷的功能，並且在錯誤發生時，能切換控制律，避免使用超過所供應的能量，來進行控制。以下我們就對不同情況之下發生錯誤加以討論：

(1) 當 u_2 故障， u_1 正常時

我們假設當 u_2 錯誤發生時， u_2 所產生的真實值，我們可以成功的偵測與診斷到，並且 u_2 可表示為

$$u_2 = \hat{u}_2 + \Delta u_2 \quad (5.48)$$

其中 \hat{u}_2 與 Δu_2 分別代表輸入估測值與真實值與估測值之間的誤差量，由 (5.7) 我們可以得到

$$\dot{s}(t) = \nabla h \cdot [f(x) + g_1(x) \cdot (u_1) + g_2(x) \cdot u_1^2 + g_3(x) \cdot (\hat{u}_2 + \Delta u_2) + d] - \dot{y}_d \quad (5.49)$$

當系統無雜訊干擾 $\nabla h \cdot d = 0$ ，並且估測誤差為 $\Delta u_2 = 0$ 時，

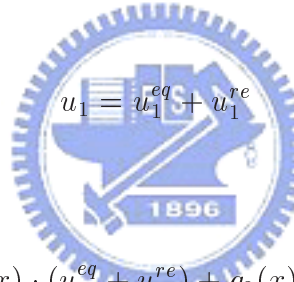
$$u_1 = \frac{-\nabla h \cdot g_1(x) \pm \sqrt{\Delta}}{2\nabla h \cdot g_2(x)} \quad (5.50)$$

其中

$$\begin{aligned} \Delta &= \Delta(x, t) \\ &:= [\nabla h \cdot g_1(x)]^2 - 4\nabla h \cdot g_2(x) \{ \nabla h \cdot [f(x) + g_3(x) \cdot \hat{u}_2] - \dot{y}_d \} \end{aligned} \quad (5.51)$$

將使得 $\dot{s}(t) = 0$ 。當 $\Delta \leq 0$ 時，無論 u_1 輸入能量為何，將無法改變 $\dot{s}(t)$ 的符號，將由 $\nabla h \cdot g_2(x)$ 來決定 $\dot{s}(t)$ 的正負號，使系統無法滿足迫近條件。因此，我們將對於 $\Delta > 0$ 的情況之下進行討論。

我們令控制律為

$$u_1 = u_1^{eq} + u_1^{re} \quad (5.52)$$


利用 (5.49) 與 (5.52) 可得

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= \nabla h \cdot [f(x) + g_1(x) \cdot (u_1^{eq} + u_1^{re}) + g_2(x) \cdot (u_1^{eq} + u_1^{re})^2 + g_3(x) \cdot \hat{u}_2] - \dot{y}_d \\ &\quad + \nabla h \cdot [d + \Delta u_2] \end{aligned} \quad (5.53)$$

為了使系統狀態保持在順滑平面中，根據等效控制原理 u_1^{eq} 滿足

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= \nabla h \cdot [f(x) + g_1(x) \cdot u_1^{eq} + g_2(x) \cdot (u_1^{eq})^2 + g_3(x) \cdot \hat{u}_2 - \dot{y}_d] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (5.54)$$

則可得

$$u_1^{eq} = \frac{-\nabla h \cdot g_1(x) \pm \sqrt{\Delta(x)}}{2\nabla h \cdot g_2(x)} \quad (5.55)$$

滿足 (5.54) 的 u_1^{eq} 有兩個，在此我們選取負號項

$$u_1^{eq} = \frac{-\nabla h \cdot g_1(x) - \sqrt{\Delta(x)}}{2\nabla h \cdot g_1(x)} \quad (5.56)$$

進行討論。將(5.56)代入(5.49)可得

$$\begin{aligned}\dot{s}(t) &= \nabla h \cdot [g_1(x) \cdot u_1^{re} + g_2(x) \cdot (2 \cdot u_1^{re} \cdot u_1^{eq} + (u_1^{re})^2) + g_3(x) \cdot \Delta u_2 + d] \\ &= -\sqrt{\Delta(x)} \cdot u_1^{re} + \nabla h \cdot [g_2(x) \cdot (u_1^{re})^2 + g_3(x) \cdot \Delta u_2 + d]\end{aligned}\quad (5.57)$$

由(5.57)可得

$$s(t)\dot{s}(t) = \left\{ -\sqrt{\Delta(x)} \cdot u_1^{re} + \nabla h \cdot [g_2(x) \cdot (u_1^{re})^2 + g_3(x) \cdot \Delta u_2 + d] \right\} s(t) \quad (5.58)$$

在此，我們選取 u_1^{re} 為

$$u_1^{re} = \frac{\sqrt{\Delta}}{2|\nabla h \cdot g_2(x)|} \text{sgn}(s(t)) \quad (5.59)$$

並且利用下列假設

假設 5.9 : 存在一個正函數 $\rho_a(x, t)$ 滿足 $|\nabla h \cdot [g_3(x) \cdot \Delta u_2 + d]| \leq \rho_a(x, t)$

將(5.59)帶入(5.58)可得

$$\begin{aligned}s(t)\dot{s}(t) &\leq \left(-\frac{\Delta}{2|\nabla h \cdot g_2(x)|} + \frac{\Delta}{4|\nabla h \cdot g_2(x)| + \rho_a(x, t)} \right) |s(t)| \\ &= -\left(\frac{\Delta}{4|\nabla h \cdot g_2(x)|} - \rho_a(x, t) \right) |s(t)|\end{aligned}\quad (5.60)$$

為了在有限時間裡，使系統滿足迫近條件

$$s(t)\dot{s}(t) \leq -\eta|s(t)| \quad (5.61)$$

我們利用下列的假設

假設 5.10 函數 $\frac{\Delta}{4|\nabla h \cdot g_2(x)|} - \rho_a(x, t)$ 為正數，並且存在一個正數 η ，使得在控制期間

$$\frac{\Delta}{4|\nabla h \cdot g_2(x)|} - \rho_a(x, t) \geq \eta$$

由假設 5.10，我們可以得到

$$s(t)\dot{s}(t) \leq -\eta|s(t)| \quad (5.62)$$

因此，系統滿足迫近條件，將在有限時間內到達順滑面。由上述的討論，我們可以得到控制律為

$$u_1 = \frac{-\nabla h \cdot g_1(x) - \sqrt{\Delta}}{2(\nabla h \cdot g_2(x))} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2 \cdot |\nabla h \cdot g_2(x)|} \cdot \text{sgn}(s(t)) \quad (5.63)$$

若我們選定 u_1^{eq} 在 (5.55) 為正號時，由上述相似的推，我們可以得到控制律為

$$u_1 = \frac{-\nabla h \cdot g_1(x) + \sqrt{\Delta}}{2(\nabla h \cdot g_2(x))} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2 \cdot |\nabla h \cdot g_2(x)|} \cdot \text{sgn}(s(t)) \quad (5.64)$$

由上述的討論，我們可以得知，在控制器 u_2 發生故障時，當條件 $\Delta > 0$ 成立，並且滿足假設 5.9 與 5.10，將可以達到電壓調節目的。

(2) 當 u_1 故障， u_2 正常時

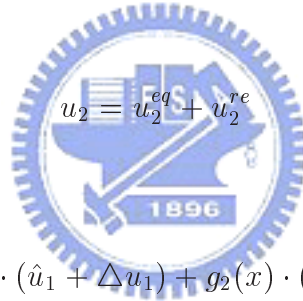
我們假設當 u_1 錯誤發生時， u_1 所產生的真實值，我們可以成功的偵測與診斷到，並且可表示為

$$u_1 = \hat{u}_1 + \Delta u_1 \quad (5.65)$$

在此 \hat{u}_1 與 Δu_1 分別代表估測值與真實值與估測值的誤差量，由 (5.7) 我們可以得到

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) = & \nabla h \cdot [f(x) + g_1(x) \cdot (\hat{u}_1 + \Delta u_1) + g_2(x) \cdot (\hat{u}_1 + \Delta u_1)^2 + g_3(x) \cdot u_2] \\ & + \nabla h \cdot d - \dot{y}_d \end{aligned} \quad (5.66)$$

我們令控制律為



$$u_2 = u_2^{eq} + u_2^{re} \quad (5.67)$$

由 (5.66) 與 (5.67) 可得

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) = & \nabla h \cdot [f(x) + g_1(x) \cdot (\hat{u}_1 + \Delta u_1) + g_2(x) \cdot (\hat{u}_1 + \Delta u_1)^2 + g_3(x) \cdot (u_2^{eq} + u_2^{re})] \\ & + \nabla h \cdot d - \dot{y}_d \end{aligned} \quad (5.68)$$

為了使系統保持在順滑面上，根據等效控制原理， u_2^{eq} 滿足

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) = & \nabla h \cdot [f(x) + g_1(x) \cdot \hat{u}_1 + g_2(x) \cdot (\hat{u}_1)^2 + g_3(x) \cdot u_2^{eq}] - \dot{y}_d \\ = & 0 \end{aligned} \quad (5.69)$$

則可得

$$u_2^{eq} = \frac{-1}{\nabla h \cdot g_3(x)} \{ \nabla h \cdot [f(x) + g_1(x) \hat{u}_1 + g_2(x) \cdot (\hat{u}_1)^2] - \dot{y}_d \} \quad (5.70)$$

將 (5.70) 代入 (5.68) 可得

$$\dot{s}(t) = \nabla h \cdot [g_1(x) \cdot \Delta u_1 + g_2(x) \cdot (2 \cdot \hat{u}_1 \cdot \Delta u_1 + (\Delta u_1)^2) + g_3(x) \cdot u_2^{re}] \quad (5.71)$$

並且我們利用下列假設。

假設 5.11 存在一個正函數 $\rho_{ac}(x, t)$ ，並且滿足

$$|\nabla h \cdot [g_1(x) \cdot \Delta u_1 + g_2(x) \cdot (2 \cdot \hat{u}_1 \cdot \Delta u_1 + (\Delta u_1)^2)]| \leq \rho_{ac}(x, t)$$

由假設 5.11，我們可以選擇

$$u_2^{re} = \frac{-(\eta_{ac} + \rho_{ac})}{\nabla h \cdot g_3(s)} \text{sgn}(s) \quad (5.72)$$

在此 η_{ac} 為正數， $\text{sgn}(\cdot)$ 為 sign 函數。將 (5.72) 帶入 (5.71) 可得

$$\begin{aligned} s(t)\dot{s}(t) &= s(t) \cdot \{ -(\eta_{ac} + \rho_{ac}) \cdot \text{sgn}(s) \\ &\quad + \nabla h \cdot [g_1(x) \cdot \Delta u_n + g_2(x) \cdot (2 \cdot \hat{u}_1 \cdot \Delta u_1 + (\Delta u_1)^2)] \} \\ &\leq -\eta_{ac} \cdot |s(t)| \end{aligned} \quad (5.73)$$

因此，系統滿足迫近條件。由上述的討論，我們可以得到控制律為

$$u_2 = \frac{-1}{\nabla h \cdot g_3(x)} \left\{ \nabla h \cdot [f(x) + g_1(x)\hat{u}_1 + g_2(x) \cdot (\hat{u}_1)^2] - \dot{y}_d + (\eta_{ac} + \rho_{ac}) \text{sgn}(s) \right\} \quad (5.74)$$

在上述主動式容錯控制討論，我們有下列結果。

定理 5.3 若系統 (5.1)-(5.2) 在正常控制之下，利用定理 5.1 將可達到控制目的。當 u_1 發生錯誤時，若系統滿足假設 5.11， u_2 利用控制律 (5.74)，將使得系統達到電壓調節目的。當 u_2 發生錯誤時，若系統滿足假設 5.9 與 5.10， u_1 利用控制律 (5.63) 或 (5.64)，將使得系統達到電壓調節目的。

5.2 電力系統模型

為了證明 5.1 節所設計出的容錯控制，能夠運於電力系統的電壓調節，在此我們將利用 Dobson 和 Chiange[8] 的模型，並且運用三、四章中的控制輸入點，以產生兩個輸入點，以供容錯控制使用。

我們將原始模型中加入可變電容與變壓器，其圖形表示於圖 5.1(a)，我們將可變電容表示為 $C = C_0 + C_1$ ， C_0 與 C_1 分別表示為電容的基準值與變化值，我們利用戴維寧等效，將 C_0 ， Y_0 與 E_0 化簡，表示如下：

$$E'_0 = E_0 / \left(1 + C_0^2 Y_0^{-2} - 2C_0 Y_0^{-1} \cos \theta_0 \right)^{1/2} \quad (5.75)$$

$$Y'_0 = Y_0 \left(1 + C_0^2 Y_0^{-2} - 2C_0 Y_0^{-1} \cos \theta_0 \right)^{1/2} \quad (5.76)$$

$$\theta'_0 = \theta_0 + \tan^{-1} \left(\frac{C_0 Y_0^{-1} \sin \theta_0}{1 - C_0 Y_0^{-1} \cos \theta_0} \right) \quad (5.77)$$

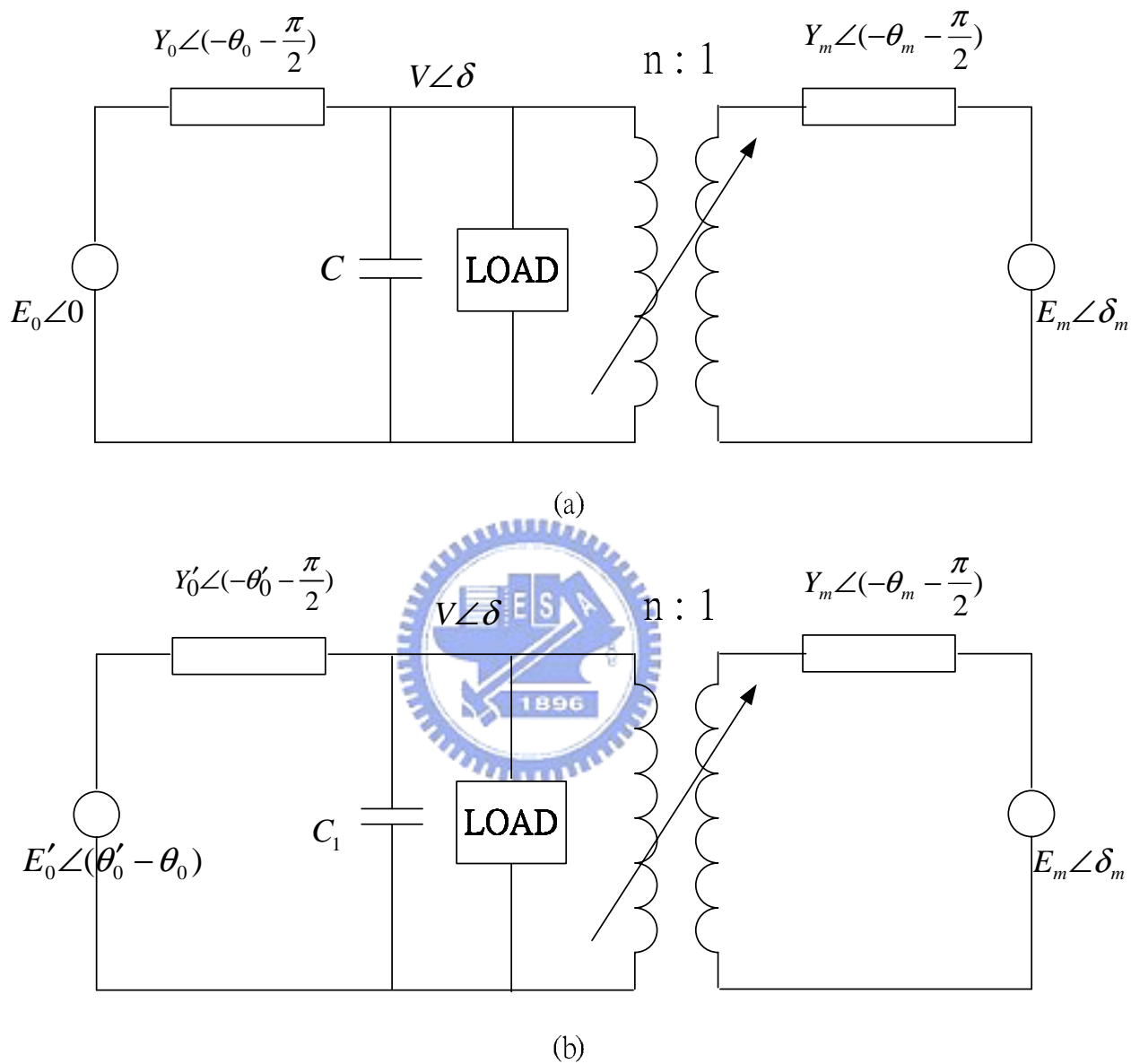


圖 5.1: 電力系統模型與變壓器 (a) 原始系統 (b) 戴維寧等效。

其等形表示於圖 5.1(b)。

計算網路中所消耗功率，其無效功率與有效功率可表示為

$$P = -E'_0 Y'_0 V \sin(\delta + \theta_0) - \frac{1}{n} E_m Y_m V \sin(\delta - \delta_m + \theta_m) + \left(Y'_0 \sin \theta'_0 + \frac{1}{n^2} Y_m \sin \theta_m \right) V^2 \quad (5.78)$$

$$Q = E'_0 Y'_0 V \cos(\delta + \theta_0) + \frac{1}{n} E_m Y_m V \cos(\delta - \delta_m + \theta_m) - \left(Y'_0 \cos \theta'_0 + \frac{1}{n^2} Y_m \cos \theta_m - C_1 \right) V^2 \quad (5.79)$$

並且由第三章，我們可以得到動態方程式為

$$\dot{\delta}_m = \omega \quad (5.80)$$

$$M\dot{\omega} = -d_m \omega + P_m + \frac{1}{n} E_m Y_m V \sin(\delta - \delta_m - \theta_m) + E_m^2 Y_m \sin \theta_m \quad (5.81)$$

$$K_{qv} \dot{\delta} = -K_{qv2} V^2 - K_{qv} V + Q(\delta_m, \delta, V) - Q_0 - Q_1 \quad (5.82)$$

$$K_{qw} K_{pv} \dot{V} = K_{pw} K_{qv2} V^2 + (K_{pw} K_{qv} - K_{qw} K_{pv}) V + K_{qw} (P(\delta_m, \delta, V) - P_0 - P_1) - K_{pw} (Q(\delta_m, \delta, V) - Q_0 - Q_1) \quad (5.83)$$

在此

$$P = -E'_0 Y'_0 V \sin(\delta + \theta_0) - \frac{1}{n} E_m Y_m V \sin(\delta - \delta_m + \theta_m) + \left(Y'_0 \sin \theta'_0 + \frac{1}{n^2} Y_m \sin \theta_m \right) V^2 \quad (5.84)$$

$$Q = E'_0 Y'_0 V \cos(\delta + \theta_0) + \frac{1}{n} E_m Y_m V \cos(\delta - \delta_m + \theta_m) - \left(Y'_0 \cos \theta'_0 + \frac{1}{n^2} Y_m \cos \theta_m - C_1 \right) V^2 \quad (5.85)$$

系統參數，我們選用與 3.1 節相同的數值。我們令 $x_1 = \delta_m$ ， $x_2 = \omega$ ， $x_3 = \delta$ ， $x_4 = V$ 。由 (5.80)-(5.85)，我們可以將動態方程式表示為

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (5.86)$$

$$\dot{x}_2 = 3.33333 (0.56422 - 0.05x_2 + (5x_4 n^{-1} \sin(0.08727 - x_1 + x_3))) \quad (5.87)$$

$$\dot{x}_3 = -33.33333 (-1.3 - Q_1 + 2.8x_4 - x_4^2 (10.02389 - C_1 + 4.98097n^{-2}) + 20x_4 \cos(0.08727 - x_3) + (5x_4 n^{-1} \cos(0.08727 + x_1 - x_3))) \quad (5.88)$$

$$\dot{x}_4 = -13.0719 (-1.111x_4 + 0.84x_4^2 - 0.4 (-1.3 - Q_1 - x_4^2 (7.92389 - C_1 + 4.98097n^{-2}) + 20x_4 \cos(0.08727 - x_3) + 5x_4 n^{-1} \cos(0.08727 + x_1 - x_3)) - 0.03 (-0.6 + x_4^2 (-1.74311 - 0.43578n^{-2}) + 20x_4 \sin(0.08727 - x_3) + 5x_4 n^{-1} \sin(0.08727 + x_1 - x_3))) \quad (5.89)$$

將(5.86)-(5.89)整理，並且定義 $u_1 = \frac{1}{n}$ ， $u_2 = C_1$ ，且可得

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (5.90)$$

$$\dot{x}_2 = 1.88073 - 0.16667x_2 + [16.66667x_4 \sin(0.08727 - x_1 + x_3)]u_1 \quad (5.91)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 = & 43.33333 - 93.33333x_4 + 334.12967x_4^2 - 666.66667x_4 \cos(0.08727 - x_3) \\ & + 33.33333Q_1 - [166.6667x_4 \cos(0.08727 + x_1 - x_3)]u_1 + 166.03245x_4^2u_1^2 \\ & - 33.33333x_4^2u_2 \end{aligned} \quad (5.92)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_4 = & -7.03268 + (104.5752 \cos(0.08727 - x_3) + 7.8431 \sin(0.08727 - x_3))x_4 \\ & + [26.1438x_4 \cos(0.08727 + x_1 - x_3) + 1.96079x_4 \sin(0.08727 + x_1 - x_3)]u_1 \\ & + 14.52288x_4 - 53.09608x_4^2 - 5.22876Q_1 - 26.21518x_4^2u_1^2 + 5.22876x_4^2u_2 \end{aligned} \quad (5.93)$$

在此我們定義負載電壓為系統輸出

$$y = x_4 \quad (5.94)$$

5.3 應用於電力系統

將(5.90)-(5.93)表示為

$$\dot{x} = f(x) + g_1(x)u_1 + g_2(x)u_1^2 + g_3(x)u_2 \quad (5.95)$$

其中

$$f(x) = \begin{pmatrix} f_1(x, Q_1) \\ f_2(x, Q_1) \\ f_3(x, Q_1) \\ f_4(x, Q_1) \end{pmatrix}, g_1(x) = \begin{pmatrix} g_{1,1}(x) \\ g_{1,2}(x) \\ g_{1,3}(x) \\ g_{1,4}(x) \end{pmatrix}, g_2(x) = \begin{pmatrix} g_{2,1}(x) \\ g_{2,2}(x) \\ g_{2,3}(x) \\ g_{2,4}(x) \end{pmatrix}, g_3(x) = \begin{pmatrix} g_{3,1}(x) \\ g_{3,2}(x) \\ g_{3,3}(x) \\ g_{3,4}(x) \end{pmatrix}$$

$$f_1(x, Q_1) = x_2$$

$$f_2(x, Q_1) = 1.88073 - 0.16667x_2$$

$$\begin{aligned} f_3(x, Q_1) = & 43.33333 - 93.33333x_4 + 334.12967x_4^2 - 666.66667x_4 \cos(0.08727 - x_3) \\ & + 33.333333Q_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_4(x, Q_1) = & -7.03268 + 14.52288x_4 - 53.09608x_4^2 + 104.5752x_4 \cos(0.08727 - x_3) \\ & + 7.84314x_4 \sin(0.08727 - x_3) - 5.22876Q_1 \end{aligned}$$

$$g_{1,1}(x) = 0$$

$$\begin{aligned}
g_{1,2}(x) &= 16.66667x_4 \sin(0.08727 - x_1 + x_3) \\
g_{1,3}(x) &= -166.6667x_4 \cos(0.08727 + x_1 - x_3) \\
g_{1,4}(x) &= 26.1438x_4 \cos(0.08727 + x_1 - x_3) + 1.96079x_4 \sin(0.08727 + x_1 - x_3) \\
g_{2,1}(x) &= 0 \\
g_{2,2}(x) &= 0 \\
g_{2,3}(x) &= 166.03245x_4^2 \\
g_{2,4}(x) &= -26.21518x_4^2 \\
g_{3,1}(x) &= 0 \\
g_{3,2}(x) &= 0 \\
g_{3,3}(x) &= 33.33333x_4^2 \\
g_{3,4}(x) &= 5.22876x_4^2
\end{aligned}$$

我們定義電壓調節值 $y_d(t) = 1$ 。由 (5.3)、(5.4) 與 (5.94)，可得順滑平面為

$$s(t) = x_4 - 1 \quad (5.96)$$

並且可得

$$\begin{aligned}
\dot{s}(t) &= x_4 \\
&= f_4(x, Q_1) + g_{1,4}(x)u_1 + g_{2,4}(x)u_1^2 + g_{3,4}(x)u_2
\end{aligned} \quad (5.97)$$

在電力系統中我們希望電壓匝數比為正數，在 5.1 節的設計方法中有可能會產生出負的匝數比，因此為了避免 u_1 有負匝數比產生，我們將 u_1 控制律設定一個下界

$$u_1 = \begin{cases} u_1 & , 0.55 \leq u_1 \\ 0.55 & , u_1 < 0.55 \end{cases} \quad (5.98)$$

並且由 5.1 節所討論的控制律，我們可以得到控制律如下：

(1)VSC 控制器

$$u_1 = -\frac{g_{1,4}(x)}{g_{2,4}(x)} + \frac{g_{1,4}(x)}{2|g_{2,4}(x)|} \cdot \text{sgn}(s(t)) \quad (5.99)$$

$$u_2 = -\frac{1}{g_{3,4}(x)}(f_4(x) + \eta_2 \cdot \text{sgn}(s(t))) \quad (5.100)$$

由定理 5.1，我們知系統必須滿足假設 5.1，5.2 與 5.3。在電壓調節時，一般皆把電壓值穩定於非零之固定值，由 $g_{2,4}(x)$ 與 $g_{3,4}(x)$ 的型式可知滿足假設 5.1。當 u_1 的控制輸

入超出邊界時，其控制輸入誤差量將增大 $\rho(x, t)$ 的值，由假設 5.3 中我們只要適當的選取 η_2 ，將使得系統依然可以達到電壓調節。

(2) 被動式容錯控制器

1. 針對 u_1 故障之狀況設計

$$u_1 = -\frac{g_{1,4}(x)}{2|g_{2,4}(s)|} \cdot \text{sgn}(s(t)) \quad (5.101)$$

$$u_2 = \frac{1}{g_{3,4}(x)} [-f_4(x) - (\eta_{p2} + \rho_{p2}(x, t)) \cdot \text{sgn}(s(t))] \quad (5.102)$$

因 u_1 有界，所以當控制輸入超出所能提供的範圍，只要將假設 5.4 中的 $\rho_{p2}(x, t)$ 範圍增大，系統依然可以達到電壓調節的目的。

2. 針對 u_2 故障之狀況設計

$$u_1 = \frac{-g_{1,4}(x) - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot g_{2,4}(x)} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2 \cdot |g_{2,4}(x)|} \cdot \text{sgn}(s(t)) \quad (5.103)$$

$$u_2 = -\eta_{p1} \cdot \text{sgn}(g_{3,4}(x)s(t)) \quad (5.104)$$

此控制律選取與第四章相似，其控制範圍將只能用於某些範圍中，只能達到局部的系統穩定。所以當 u_2 所產生的錯誤，超出所能控制的範圍，將使得系統無法穩定。

3. 針對 u_1 與 u_2 任一個故障之狀況設計

$$u_1 = -\frac{g_{1,4}(x)}{g_{2,4}(x)} + \frac{g_{1,4}(x)}{2|g_{2,4}(x)|} \cdot \text{sgn}(s(t)) \quad (5.105)$$

$$u_2 = -\frac{1}{g_{3,4}(x)} [f_4(x) + (\eta_{p2} + \rho_{p2}(x, t)) \cdot \text{sgn}(s(t))] \quad (5.106)$$

利用此設計方法，在電力系統中只能使得假設 5.8 局部成立，所以在 u_2 發生錯誤時，只能達到局部電壓穩定。

(3) 主動式容錯控制器

1. 針對 u_1 故障之狀況設計

$$u_2 = -\frac{f_4(x) + g_{1,4}(x)\hat{u}_1 + g_{2,4}(x)\hat{u}_1^2 + (\eta_{ac} + \rho_{ac})\text{sgn}(s(t))}{g_{3,4}(x)} \quad (5.107)$$

其中 \hat{u}_1 為 u_1 的估測值。

2. 針對 u_2 故障之狀況設計

$$u_1 = \frac{-g_{1,4}(x) - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot g_{2,4}(x)} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2 \cdot |g_{2,4}(x)|} \cdot \text{sgn}(s(t)) \quad (5.108)$$

其中 \hat{u}_2 為 u_2 的估測值。

在此

$$\begin{aligned}\Delta &= \Delta(x, t) \\ &:= (g_{1,4}(x))^2 - 4 \cdot g_{2,4}(x)f_4(x)\end{aligned}\quad (5.109)$$

在主動式容錯控制器中，需要錯誤偵測與診斷的訊息，在接下來，我們將設計出一個可用於電力系統中的錯誤偵測與診斷的功能。

5.4 錯誤偵測與診斷觀察器之設計

本節將介紹錯誤偵測與診斷觀察器於電力系統的設計。並且假設系統狀態可量測，利用系統狀態與設計的控制律 u_1 、 u_2 來設計觀察器，來判斷那組致動器發生故障並且得知致動器的故障值。

我們假設電力系統在操作中控制器 u_1 與 u_2 只能一個可能會發生故障，不會同時產生故障，並且控制器發生故障時保持在定值。下列我定義變數以供觀測使用： u_i 為所設計的控制律， u_i^* 為電力系統中實際調節值， \hat{u}_i 為 u_i^* 的估測值。其中 $i = 1, 2$ 。

在故障偵測中我們藉由所設計的控制律 u_1 、 u_2 與系統狀態 x_2 、 x_4 來設計觀察器，利用觀察器所產生的殘量訊號偵測出致動器的故障。我們將 (5.91)、(5.93) 表示為

$$\dot{x}_2 = f_2(x, Q_1) + g_{1,2}(x)u_1^* \quad (5.110)$$

$$\dot{x}_4 = f_4(x, Q_1) + g_{1,4}(x)u_1^* + g_{2,4}(x)(u_1^*)^2 + g_{3,4}(x)u_2^* \quad (5.111)$$

並且令系統錯誤偵測觀察器與殘量信號如下：

$$\dot{z}_1 = f_2(x, Q_1) + g_{1,2}(x)u_1 \quad (5.112)$$

$$\dot{z}_2 = f_4(x, Q_1) + g_{1,4}(x)u_1 + g_{2,4}(x)u_1^2 + g_{3,4}(x)u_2 + k_1(x_4 - z_2) \quad (5.113)$$

$$r_1 = x_2 - z_1 \quad (5.114)$$

$$r_2 = x_4 - z_2 \quad (5.115)$$

其中 k_1 與 k_2 為正值。由 (5.110)~(5.115) 我們可以得到

$$\dot{r}_1 = g_{1,2}(x)(u_1^* - u_1) - k_1 r_1 \quad (5.116)$$

$$\dot{r}_2 = g_{1,3}(x)(u_1^* - u_1) + g_{2,3}(x)[(u_1^*)^2 - u_1^2] + g_{3,3}(x)(u_2^* - u_2) - k_2 r_2 \quad (5.117)$$

明顯的，若系統中在輸入正常操作時，將使得 r_1 與 r_2 在一段暫態時間內趨近於 0。當系統控制輸入有發生錯誤時，假設 u_1 發生錯誤，此時將使得 $r_1 \neq 0$ 。同理，當 u_2

發生錯誤，將使得 $r_1 \simeq 0$ 、 $r_2 \neq 0$ 。因此我們可以利用 r_1 與 r_2 的殘量信號，來得知系統中何組控制律錯誤發生。我們可以成功的得知何組致動器發生故障，但是未能得到故障值，因此我們將再設計一組觀察器來估測故障值。

對於參數的估測的問題，有被討論於[27][29]。在此我們利用系統的狀態與觀察器的誤差來求得故障值，以提供主動式容錯控制使用。對於故障值的估測，我們設計 u_i 觀察器如下

$$\dot{\xi}_1 = f_4(x, Q_1) + g_{1,4}(x) \cdot \hat{u}_1 + g_{2,4}(x) \cdot \hat{u}_1^2 + g_{3,4}(x)u_2 \quad (5.118)$$

$$\dot{\xi}_2 = f_4(x, Q_1) + g_{1,4}(x)u_1 + g_{2,4}(x)(u_1)^2 + g_{4,3}(x)\hat{u}_2^* \quad (5.119)$$

$$(5.120)$$

其中

$$e_1 = x_4 - \xi_1 \quad (5.121)$$

$$e_2 = x_4 - \xi_2 \quad (5.122)$$

$$\hat{u}_1 = \begin{cases} -b_1 e_1 & , 0.55 \leq -b_1 e_1 \\ 0.55 & , -b_1 e_1 < 0.55 \end{cases} \quad (5.123)$$

$$\hat{u}_2 = b_2 e_2 \quad (5.124)$$

且 $b_1 > 0$ 、 $b_2 > 0$ 。(5.118)、(5.121)與(5.123)是用於 u_1 發生故障時，估測 u_1 的故障值；(5.119)、(5.122)與(5.124)是用於 u_2 發生故障時，估測 u_2 的故障值。以下我們將要證明利用(5.121)~(5.124)將可得到 u_1 、 u_2 的故障估測值。

由(5.121)、(5.118)與(5.123)，我們可以得到

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{x}_4 - \dot{\xi}_1 \\ &= g_{1,4}(x)(u_1^* - \hat{u}_1) + g_{2,4}(x)[(u_1^*)^2 - (\hat{u}_1)^2] + g_{3,4}(x)(u_2^* - u_2) \end{aligned} \quad (5.125)$$

若 u_1 發生故障但 u_2 保持正常時， $u_2^* = u_2$ ，可將(5.125)表示為

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= g_{1,4}(x)(u_1^* - \hat{u}_1) + g_{2,4}(x)[(u_1^*)^2 - (\hat{u}_1)^2] \\ &= (u_1^* - \hat{u}_1)[g_{1,4}(x) + g_{2,4}(x)(u_1^* + \hat{u}_1)] \end{aligned} \quad (5.126)$$

為了證明估測值可以收斂於真實值，我們利用下列里奧波諾夫(Lyapunov)函數

$$V_1 = (u_1^* - \hat{u}_1)^2 \quad (5.127)$$

由(5.123)、(5.126)與(5.127)，我們可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -2(u_1^* - \hat{u}_1)\dot{\hat{u}}_1 \\ &= 2(u_1^* - \hat{u}_1)^2 b_1 [g_{1,4}(x) + g_{2,4}(x)(u_1^* + \hat{u}_1)] \end{aligned} \quad (5.128)$$

在控制期間中， u_1 的調節值大於 0.55，所以由 $g_{1,4}(x)$ 與 $g_{2,4}(x)$ 的型式，我們可以得知 $g_{1,4}(x) + g_{2,4}(x)(u_1^* + \hat{u}_1) < 0$ 。故可將 (5.128) 表示為

$$\dot{V}_1 = -2|b_1[g_{1,4}(x) + g_{2,4}(x)(u_1^* + \hat{u}_1)]|V_1 \quad (5.129)$$

其中在負載電壓變動 $\pm 5\%$ 的清況下， $|g_{1,4}(x) + g_{2,4}(x)(u_1^* + \hat{u}_1)|$ 的最小值為 1.177，因此 V_1 將比 $V_1(0)e^{-2.354b_1}$ 快的速度收斂於 0，當 $V_1 = 0$ 時 $u_1^* = \hat{u}_1$ 。

同理對於控制輸入 u_2 的估測，由 (5.119)、(5.122) 與 (5.124)，我們可以得到

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 &= \dot{x}_4 - \dot{\xi}_2 \\ &= g_{1,4}(x)(u_1^* - u_1) + g_{2,4}(x)[(u_1^*)^2 - u_1^2] + g_{3,4}(x)(u_2^* - \hat{u}_2) \end{aligned} \quad (5.130)$$

當 u_2 發生故障時， $u_1^* = u_1$ ，可將 (5.130) 表示為

$$\dot{e}_2 = g_{3,4}(x)(u_2^* - \hat{u}_2) \quad (5.131)$$

為了證明估測值 \hat{u}_2 可以收斂於真實值 u_2^* ，我們利用下列里奧波諾夫 (Lyapunov) 函數

$$V_2 = (u_2^* - \hat{u}_2)^2 \quad (5.132)$$

由 (5.124)、(5.131) 與 (5.132)，我們可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -2(u_2^* - \hat{u}_2)\dot{\hat{u}}_2 \\ &= -2b_2g_{3,4}(x)(u_2^* - \hat{u}_2)^2 \end{aligned} \quad (5.133)$$

其中 $g_{3,4}(x)$ 的型式，我們可以知道 $g_{3,4}(x) \geq 0$ ，並且在負載電壓變動 $\pm 5\%$ 的清況下， $g_{3,4}$ 最小值為 4.7189，因此 V_2 將比 $V_2(0)e^{-9.137b_2}$ 快的速度收斂至 0。當 $V_2 = 0$ 時 $u_2^* = \hat{u}_2$ ，將可以觀測到 u_2 。因此利用 (5.121)~(5.124) 我們將可以成功的得到致動器的故障值。

其主動容錯控制的錯誤偵測與診斷觀察器架構圖表示於圖 5.2，其中 index 代表所操作的控制律選取，當 index = 0 代表系統正常運作，並且選定控制律為所設計 VSC 控制律；當 index = 1 代表 u_2 發生了故障，並且選定控制律為針對 u_2 故障所設計的主動容錯控制律；當 index = 2 代表 u_1 發生了故障，並且選定控制律為針對 u_1 故障所設計的主動容錯控制律。並且 \hat{u} 為故障控制器的故障估測值。由上述的推導我們可以獲得下列結論：

在電力系統中，我們利用四個觀察器 (5.112)、(5.113)、(5.118)、(5.119) 來達到系統的錯誤偵測與診斷。利用觀察器 (5.112)、(5.113) 與系統狀態 x_2 、 x_4 所產生的殘量訊號 (5.114)、(5.115) 來偵測何組系統控制輸入發生錯誤，並且由殘量訊號來息訊來決定切換的控制律；利用觀察器 (5.118)、(5.119) 與系統狀態 x_4 的誤差量 (表示於 (5.121)、(5.122)) 與 (5.123)、(5.124) 估測出 u_i^* 值，以供主動式容錯控制使用。

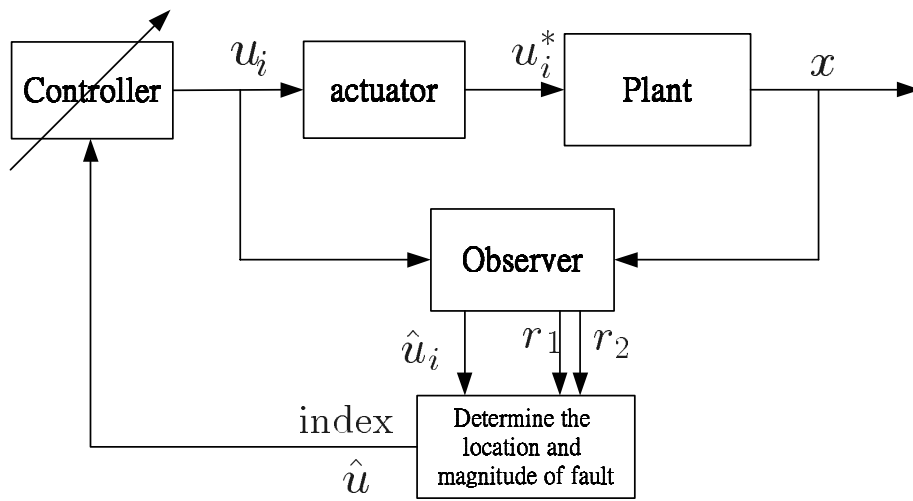


圖 5.2: 主動容錯控制的錯誤偵測與診斷架構圖。

5.5 模擬結果

在控制律中，為了避免利用 $sign$ 函數所產生的切換現象，因在我們將 $sign$ 函數以 sat 函數取代，即 $sgn(s)$ 使用 $sat(s, \varepsilon)$ 取代。

利用 VSC 控制律，我們選取 $\eta_2 = 0.5$ ， $\varepsilon = 0.001$ ，模擬結果於圖 5.3-5.5 中。在圖 5.3 中我們選定 $x_0 = [0.2, 0.5, 0.5, 0.9]$ ， $Q_1 = 11$ 進行模擬，其中 Q_1 如圖 5.3(a) 所示，在圖 5.3(b) 中，我們可以看到負載電壓由 0.9 收斂於 1，並且在 $t = 0.0143$ 時，負載電壓於 y_d 誤差量小於 0.001。在圖 5.3(c) 與 (d) 中，顯示了對應之兩個控制輸入的調節變化。在圖 5.4 中我們選定 $x_0 = [0.6, -0.5, -0.5, 1.1]$ ，假設量測的 Q_1 為 11，而系統實際的 $Q_1 = 11 + 0.1 \sin(5t)$ 進行模擬，其中 Q_1 如圖 5.4(a) 所示，在圖 5.4(b) 中，我們可以看到負載電壓由 1.1 收斂於 1，並且在 $t = 0.01$ 時，負載電壓於 y_d 誤差量小於 0.001，在圖 5.4(c) 與 (d) 中，顯示了對應之兩個控制輸入的調節變化。在圖 5.5 中我們選定 $x_0 = [0.6, -0.5, -0.5, 1.1]$ ， Q_1 在 $t = 0 \sim 2$ 保持在 10.6，當 $t = 2 \sim 3$ 從 10.6 上升到 11.3，當 $t = 5 \sim 6$ 從 11.3 下降到 11，並在 Q_1 中加入 $-0.05 \sim 0.05$ 的變化量，其 Q_1 如 5.5(a) 所示，在圖 5.5(b) 中，我們可以看到負載電壓由 1.1 收斂於 1，並且在 $t = 0.1518$ 時，負載電壓於 y_d 誤差量小於 0.001，在圖 5.5(c) 與 (d) 中，顯示了對應之兩個控制輸入的調節變化。

接下來，我們對於被動容錯控制進行模擬，模擬結果於圖 5.6-5.9。在圖 5.6，我們對於 u_1 故障之狀況進行模擬，我們選取 $\eta_{p2} = 0.1$ ， $\rho_{p2} = |2g_{1,4}(x) + 4g_{2,4}(x)|$ ， $\varepsilon = 0.001$ ， $x_0 = [0.3, 0.5, 0.7, 0.9]$ ， $Q_1 = 11$ 進行模擬，其中 Q_1 如圖 5.6(a) 所示，我們在 $t \geq 1$ 時，使得 u_1 保持在 1，讓 u_1 發生錯誤，其匝數比 n 顯示於圖 5.6(c) 中，在圖

5.6(d) 顯示了對應之控制輸入 c 的調節變化。在圖 5.6(b) 中，我們可以看到負載電壓由 0.9 收斂於 1 附近。圖 5.7，我們對於 u_2 故障之狀況進行模擬，我們選取 $\eta_{p1} = 0.1$ ， $\varepsilon = 0.001$ 。在圖 5.7 中我們選定 $x_0 = [0.3, 0.5, 0.2, 1.1]$ ， $Q_1 = 11 + 0.2 \sin(5t)$ 進行模擬，其中 Q_1 表示於圖 5.7(a) 中，我們在 $t \geq 1$ 時，使得 u_2 發生錯誤， c 值保持 14，其 c 表示於圖 5.7(d) 中，在圖 5.7(c) 我們可以看到 n 的調節變化。在圖 5.7(b) 中，我們可以看到負載電壓由 1.1 收斂於 1，達到電壓調節的目的。圖 5.8-圖 5.9，我們對於 u_1 或 u_2 任一個故障之狀況進行模擬，我們選取 $\eta_{p1} = 0.1$ ， $\varepsilon = 0.001$ 。在圖 5.8 中我們選定 $x_0 = [0.4, 0.7, 0.8, 0.9]$ ， $Q_1 = 11$ 進行模擬，其中 Q_1 如圖 5.8(a) 所示，我們在 $t \geq 1$ 使得 u_1 發生錯誤， n 值保持 1，其 n 所對應之於圖 5.8(c) 所示，在圖 5.8(d) 顯示了對應之 c 的調節變化。在圖 5.8(b) 中，我們可以看到負載電壓由 0.9 收斂於 1，達到電壓調節的目的。在圖 5.8 中我們選定 $x_0 = [0.3, 0.5, 0.5, 1.1]$ ， $Q_1 = 11 + 0.2 \sin(5t)$ 進行模擬，其中 Q_1 如圖 5.9(a) 所示，我們在 $t \geq 1$ 時使得 u_2 發生錯誤， c 值保持 14，其 c 所對應的變化於圖 5.9(d) 所示，在圖 5.9(d) 顯示了對應之 n 的調節變化。在圖 5.9(b) 中，我們可以看到負載電壓由 1.1 收斂於 1，達到電壓調節的目的。

接下來，我們將對於主動式容錯控制進行模擬，在系統輸入正常時利用 VSC 控制器進行電壓調節，當發生錯誤切換到適合的控制律，使系統保持穩定電壓。在系統觀察器參數中，我們選定 $b_1 = 3$ ， $b_2 = 20$ ， $k_1 = 20$ 與 $k_2 = 10$ 。並且在錯誤偵中 $r_1 > 0.001$ 時，系統發報警告 $alarm_1 = 1$ ，當 $r_2 > 0.001$ 時，系統發報警告 $alarm_2 = 1$ ，當系統發生警報時，經由 $alarm_1$ 與 $alarm_2$ 來決定所切換的控制律。其模擬結果於圖 5.10-5.13。在圖 5.10 中，我們選定 $x_0 = [0.2, 0.1, 0.1, 1]$ ， $Q_1 = 11$ 進行模擬，其中 Q_1 如圖 5.10(a) 所示，我們在 $t \geq 1$ 時，使得 u_2 保持在壞掉前的控制值，讓 u_2 不受控制，其 u_2 所對應之的變化與估測值如圖 5.10(d) 所示。在圖 5.10(c) 顯示了對應該的 u_1 調節值為估測值。系統在 $t = 1.2679$ 時偵測到控制輸入 u_2 發生錯誤，並且發送警報 $alarm_2 = 1$ ，如圖 5.10(f) 所示。當 $alarm_2 = 1$ 時，系統則切換控制律，此時 $index = 1$ 如圖 5.10(i) 所示。在圖 5.10(b) 中，我們可以看到電壓在 $t = 1$ 向下遞減，當控制律切換時使得電壓收斂於 1 中，使得電壓能保持穩定。在圖 5.10(g) 與 (h) 顯示了對應之 n 與 c 的變化。在圖 5.11 中，我們選定 $x_0 = [0.2, 0.1, 0.1, 1]$ ， $Q_1 = 11$ 進行模擬，其中 Q_1 如圖 5.11(a) 所示，我們在 $t \geq 1$ 時，使得 u_1 保持在壞掉前的控制值，讓 u_1 不受控制，其 u_1 所對應之的變化與估測值如 5.10(c) 所示，在圖 5.11(d) 顯示了對應該的 u_2 調節值為估測值。系統在 $t = 1.4412$ 時偵測到控制輸入 u_1 發生錯誤，並且發送警報 $alarm_1 = 1$ ，如圖 5.11(e) 所示。當 $alarm_1 = 1$ 時，系統則切換控制律，此時 $index = 2$ 如圖 5.11(i) 所示。在圖 5.11(b) 中，我們可以看到電壓在 $t = 1$ 遠離 1，當控

制律切換時使得電壓漸漸收斂於1中，使得電壓能保持穩定。在圖5.11(g)與(h)顯示了對應之 n 與 c 的變化。在圖5.12~5.13中我們選定 $x_0 = [0.2, 0.2, 0.2, 1]$ ， Q_1 有著微量的變動，其中 Q_1 如圖5.12(a)與5.13(a)所示，其中圖5.12在 $t \geq 1.5$ 時 u_2 發生故障，保持在壞掉前的控制值，讓 u_2 不受控制，系統在 $t = 1.5846$ 時偵測到控制輸入 u_2 發生錯誤，並且發送警報 $alarm_2 = 1$ ，如圖5.12(e)所示。當 $alarm_2 = 1$ 時，系統則切換控制律，此時 $index = 1$ 如圖5.12(i)所示。在圖5.13在 $t \geq 1.5$ 時 u_1 發生故障，保持在壞掉前的控制值，讓 u_1 不受控制，系統在 $t = 1.7947$ 時偵測到控制輸入 u_1 發生錯誤，並且發送警報 $alarm_1 = 1$ ，如圖5.13(e)所示。當 $alarm_1 = 1$ 時，系統則切換控制律，此時 $index = 2$ 如圖5.13(i)所示。由圖5.12(b)與5.13(b)中，我們可以看到電壓在 $t = 1.5$ 遠離1，當控制律切換時使得電壓漸漸收斂於1中，使得電壓依然能保持穩定。

接下來我們將對於我們對於主動式容錯控制與被動式容錯控制做比較，我們選定初始狀態 $x_0 = [0.2, 0.2, 0.2, 1]$ 、 $Q_1 = 11 + 0.2 \sin(5t)$ ，其模擬結果於圖5.14-5.17。在圖5.14-5.15我們將對於我們對於主動式容錯控制、被動式容錯控制針對 u_1 故障設計與被動式容錯控制針對 u_2 故障設計做比較；在圖5.16-5.17我們將對於我們對於主動式容錯控制與被動式容錯控制針對 u_1 、 u_2 任一故障設計做比較。在圖5.14當系統在 $t \geq 1$ 時 u_2 發生故障，保持在壞掉前的控制值。由圖5.14(b)我們可以看到被動式容錯控制針對 u_1 故障設計的控制器無法使得負載電壓收斂於1，而主動式容錯控制、被動式容錯控制針對 u_2 故障設計的控制器成功的將電壓收斂於1，其中圖5.14(c)與(d)為所對應之的 n 與 c 的變化。在圖5.15，當系統在 $t \geq 1$ 時 u_1 發生故障，保持在壞掉前的控制值。由圖5.15(b)我們可以看到被動式容錯控制針對 u_2 故障設計的控制器在 $t = 1.88$ 附近發生電壓崩潰，而主動式容錯控制、被動式容錯控制針對 u_1 故障設計的控制器成功的將電壓收斂於1，其中圖5.15(c)與(d)為所對應之的 n 與 c 的變化。在圖5.16中系統在 $t \geq 1$ 時 u_2 發生故障，保持在壞掉前的控制值。圖5.17中系統在 $t \geq 1$ 時 u_1 發生故障，保持在壞掉前的控制值。由圖5.16(b)與5.17(b)，我們可以得到系統電壓皆能收斂於1附近，完成電壓調節的目的。由模擬結果，我們可以主動容錯控制在錯誤偵測與診斷的機制中，使得系統在操作中能夠切換至適當的控制律，使系統在任何故障情況下都能達到電壓調節的目的。被動容錯控制只有在針對的錯誤發生時，才能夠完成電壓調節的目的，當錯誤與預期的不同時，無法達到電壓調節的目的，並且可能會發生電壓崩潰的危險。而被動容錯控制所需要的控制範圍也比主動容錯控制還要大，因此主動容錯控制比被動容錯控制有著更好的安全性與可靠性。

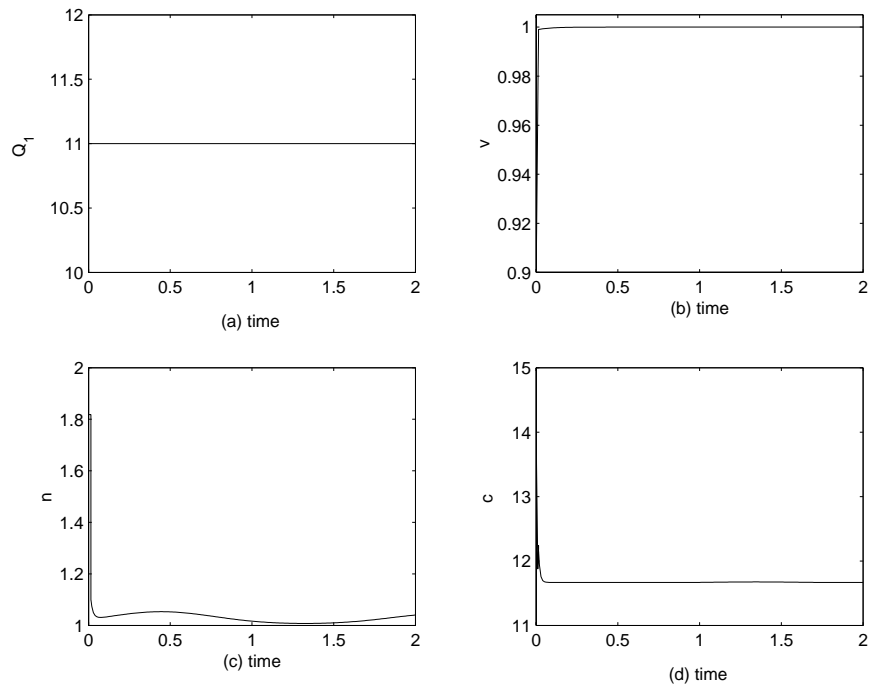


圖 5.3: VSC 控制器，當 $Q_1 = 11$ 。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) 變壓器調節值 (d) 負載電容調節值。

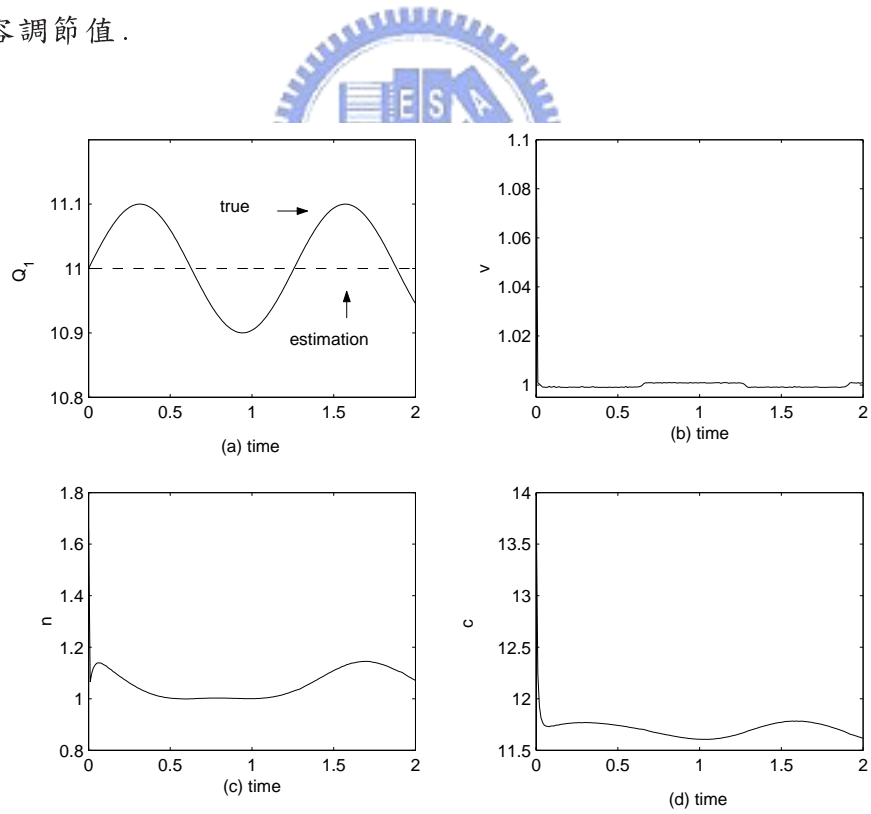


圖 5.4: VSC 控制器，當 Q_1 量測存有誤差量。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) 變壓器調節值 (d) 負載電容調節值。

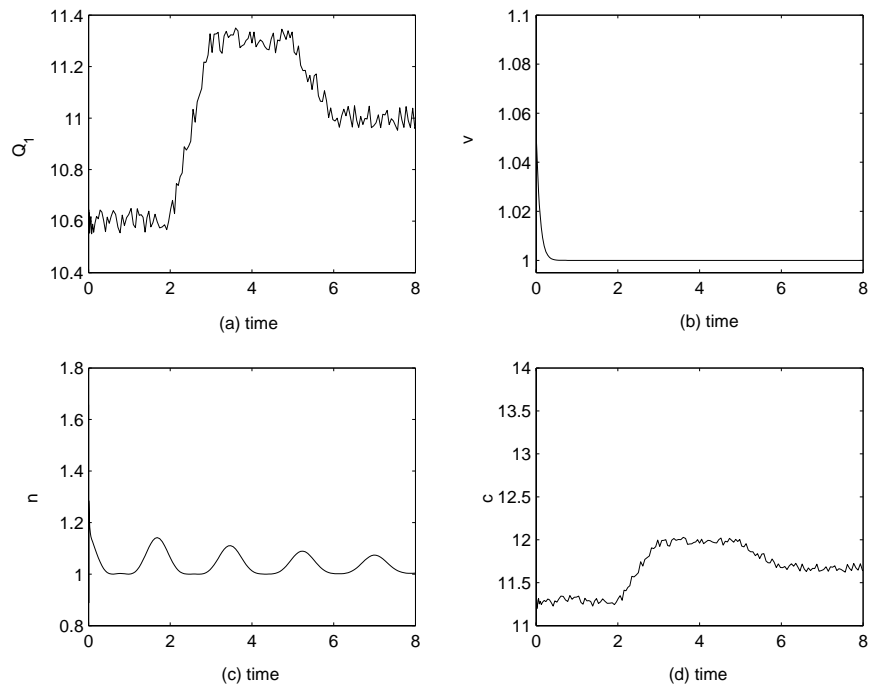


圖 5.5: VSC 控制器，當 Q_1 在 10.55 ~ 11.35 變化時。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) 變壓器調節值 (d) 負載電容調節值。

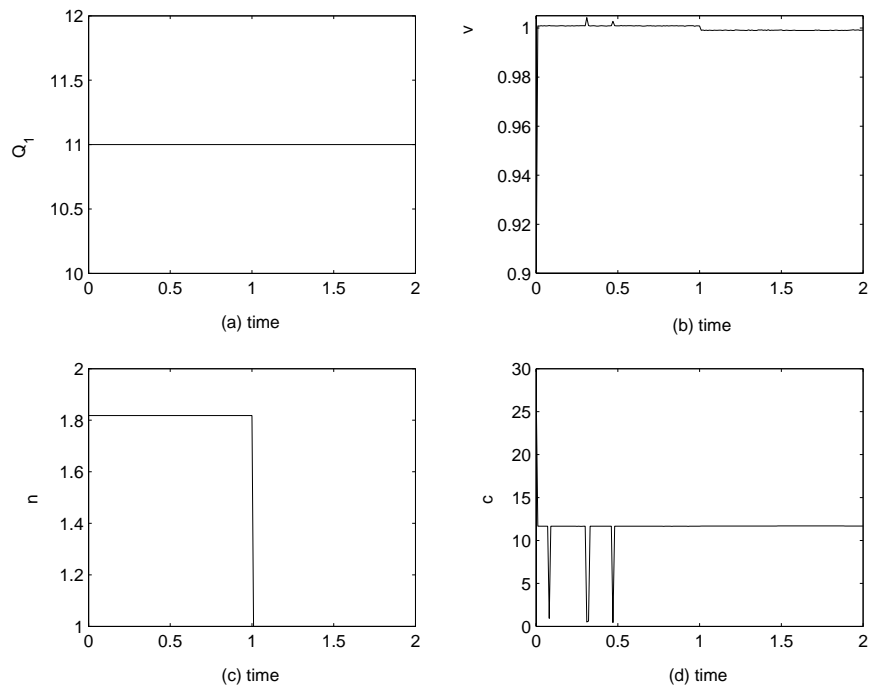


圖 5.6: 針對 u_1 故障所設計之被動容錯控制， $Q_1 = 11$ ，當 $t \geq 1$ 時 u_1 發生故障保持在 1，初始電壓誤差為負值。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) 變壓器調節值 (d) 負載電容調節值。

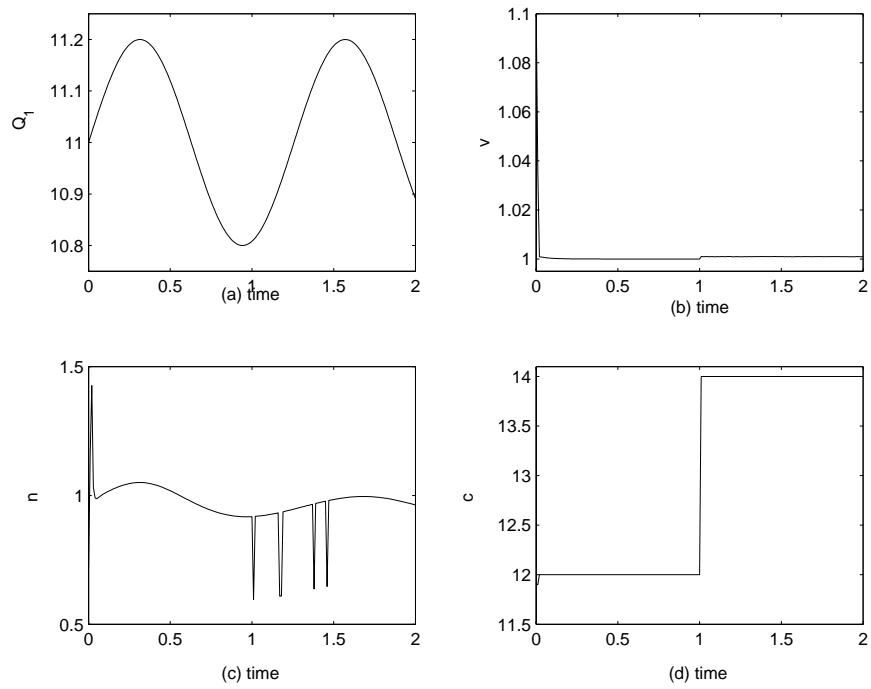


圖 5.7: 針對 u_2 故障所設計之被動容錯控制，當 $t \geq 1$ 時 c 發生故障保持在 14，(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) 變壓器調節值 (d) 負載電容調節值。

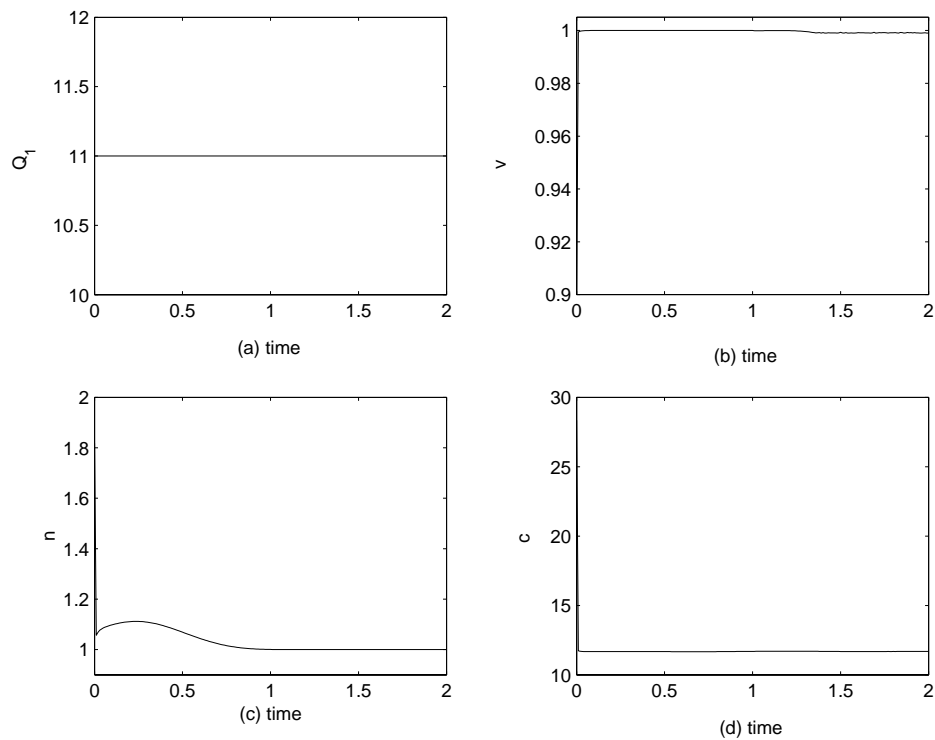


圖 5.8: 針對 u_1 或 u_2 任一個故障所設計之被動容錯控制，當 $t \geq 1$ 時 u_1 發生故障保持在 1。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) 變壓器調節值 (d) 負載電容調節值。

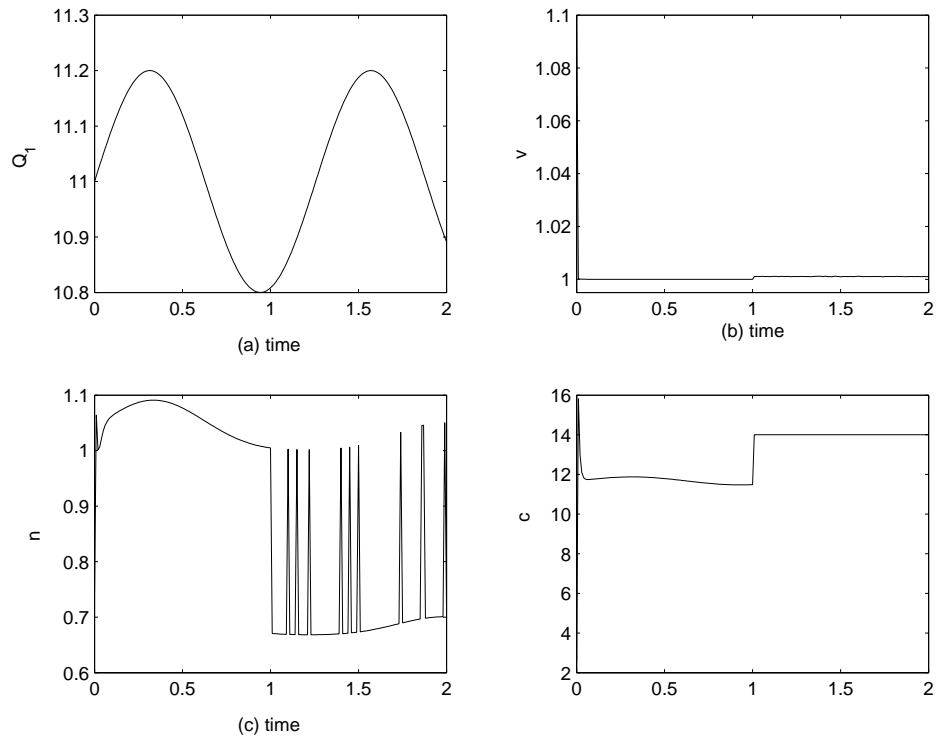


圖 5.9: 針對 u_1 或 u_2 任一個故障所設計之被動容錯控制，當 $t \geq 1$ 時 c 發生故障保持在 14(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) 變壓器調節值 (d) 負載電容調節值。

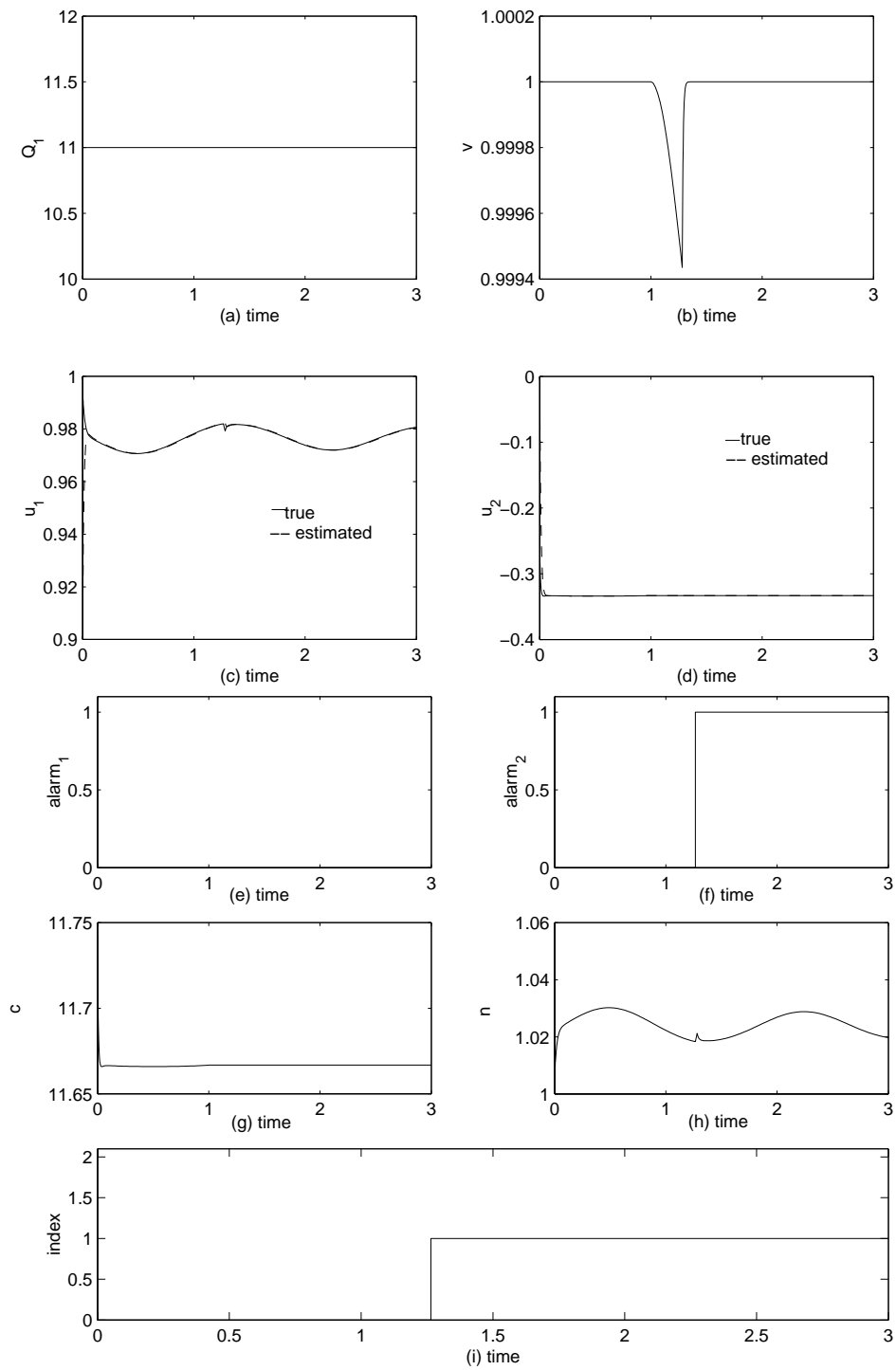


圖 5.10: 主動式容錯控制，針對 u_2 在 $t \geq 1$ 發生故障之模擬結果，其中 $Q_1 = 11$ 。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) u_1 調節值為估測值 (d) u_2 調節值為估測值 (e) 警報器 $alarm_1$ (f) 警報器 $alarm_2$ (g) 負載電容調節值 (h) 變壓器調節值 (i) index.

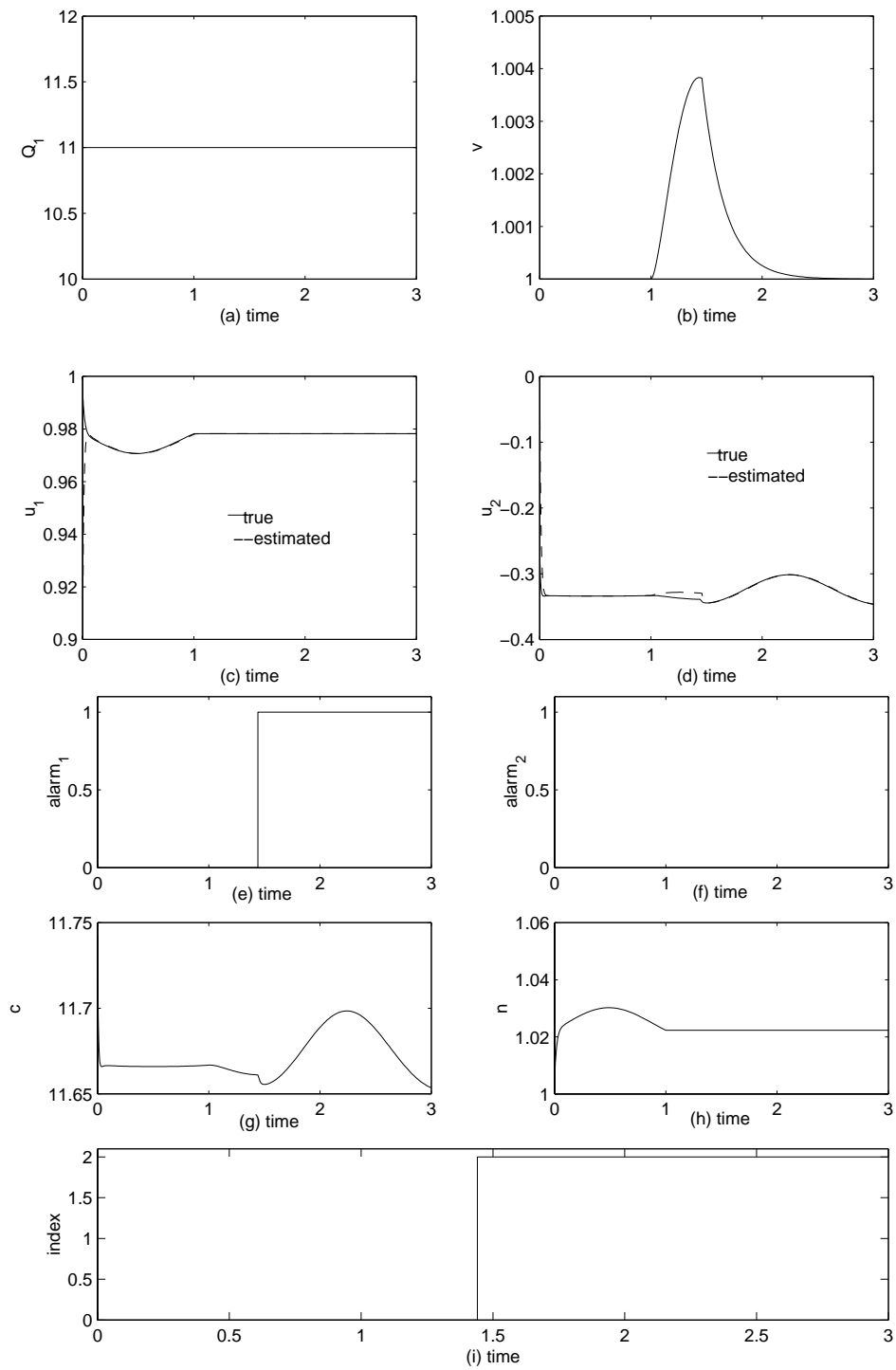


圖 5.11: 主動式容錯控制，針對 u_1 在 $t \geq 1$ 發生故障之模擬結果，其中 $Q_1 = 11$ 。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) u_1 調節值為估測值 (d) u_2 調節值為估測值 (e) 警報器 $alarm_1$ (f) 警報器 $alarm_2$ (g) 負載電容調節值 (h) 變壓器調節值 (i) index.

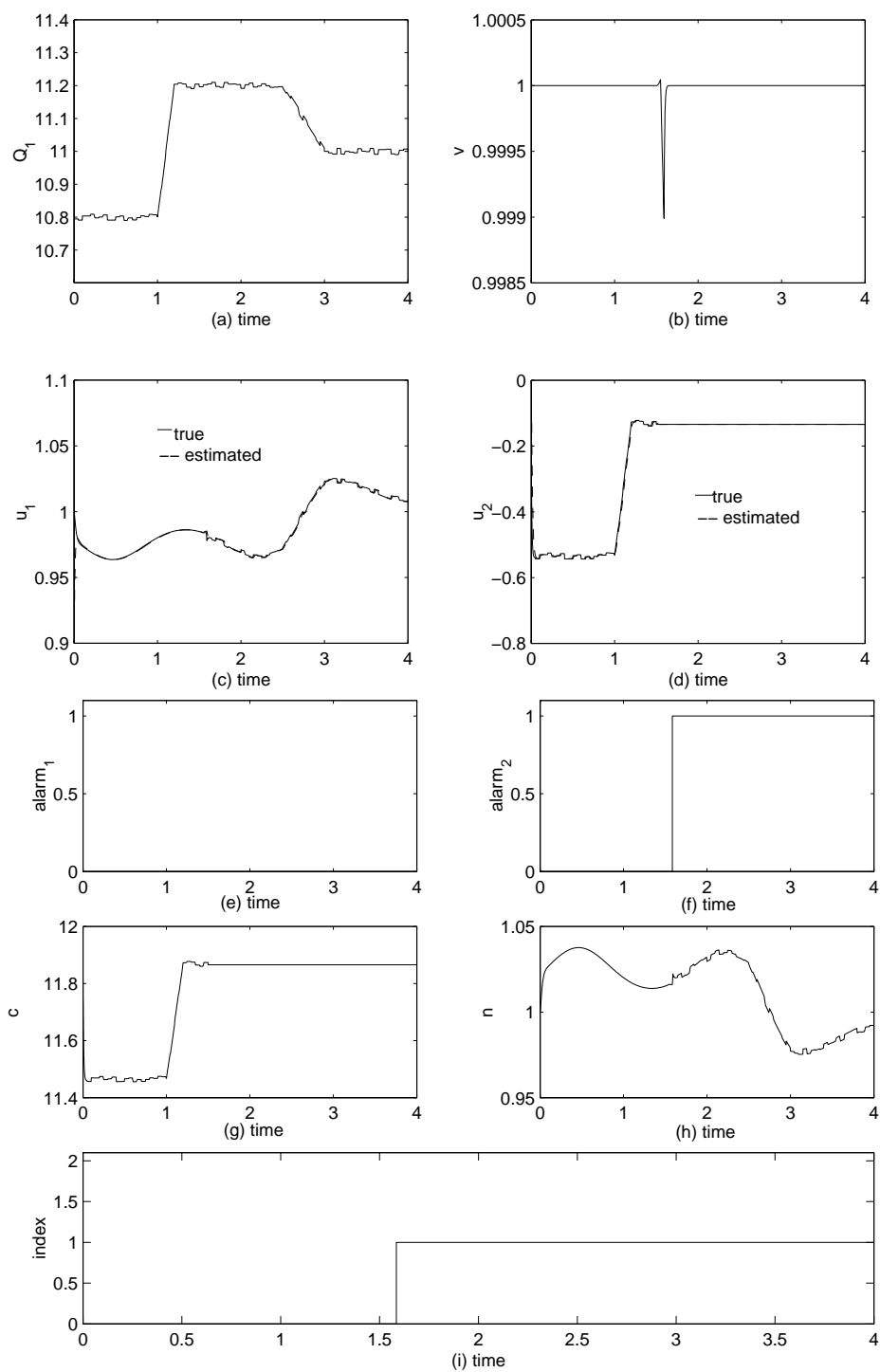


圖 5.12: 主動式容錯控制，針對 u_2 在 $t \geq 1.5$ 發生故障之模擬結果，其中 Q_1 非固定值。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) u_1 調節值為估測值 (d) u_2 調節值為估測值 (e) 警報器 $alarm_1$ (f) 警報器 $alarm_2$ (g) 負載電容調節值 (h) 變壓器調節值 (i) index.

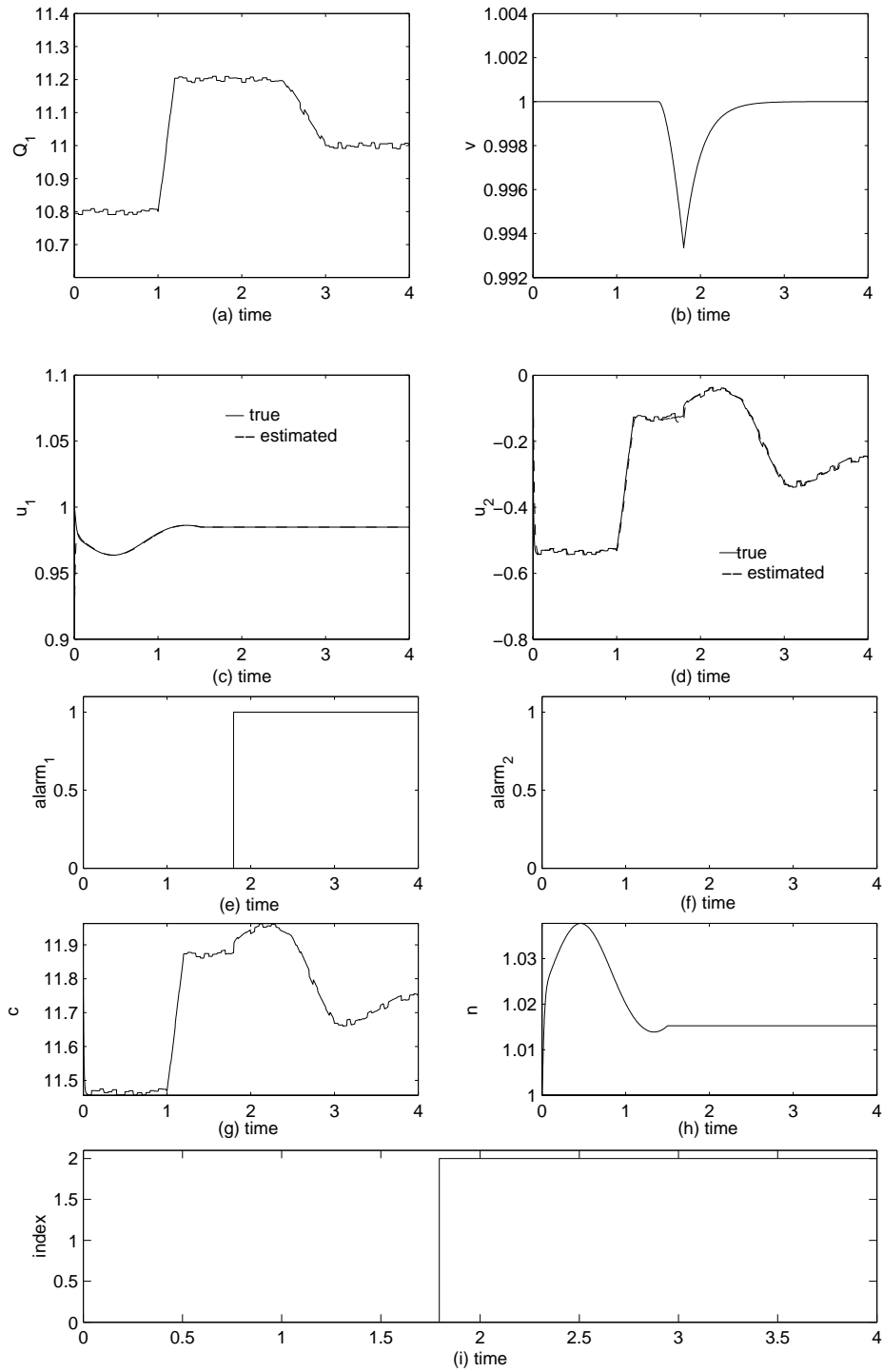


圖 5.13: 主動式容錯控制，針對 u_1 在 $t \geq 1$ 發生故障之模擬結果，其中 Q_1 非固定值。
 (a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) u_1 調節值為估測值 (d) u_2 調節值為估測值 (e) 警
 報器 $alarm_1$ (f) 警報器 $alarm_2$ (g) 負載電容調節值 (h) 變壓器調節值 (i) index.

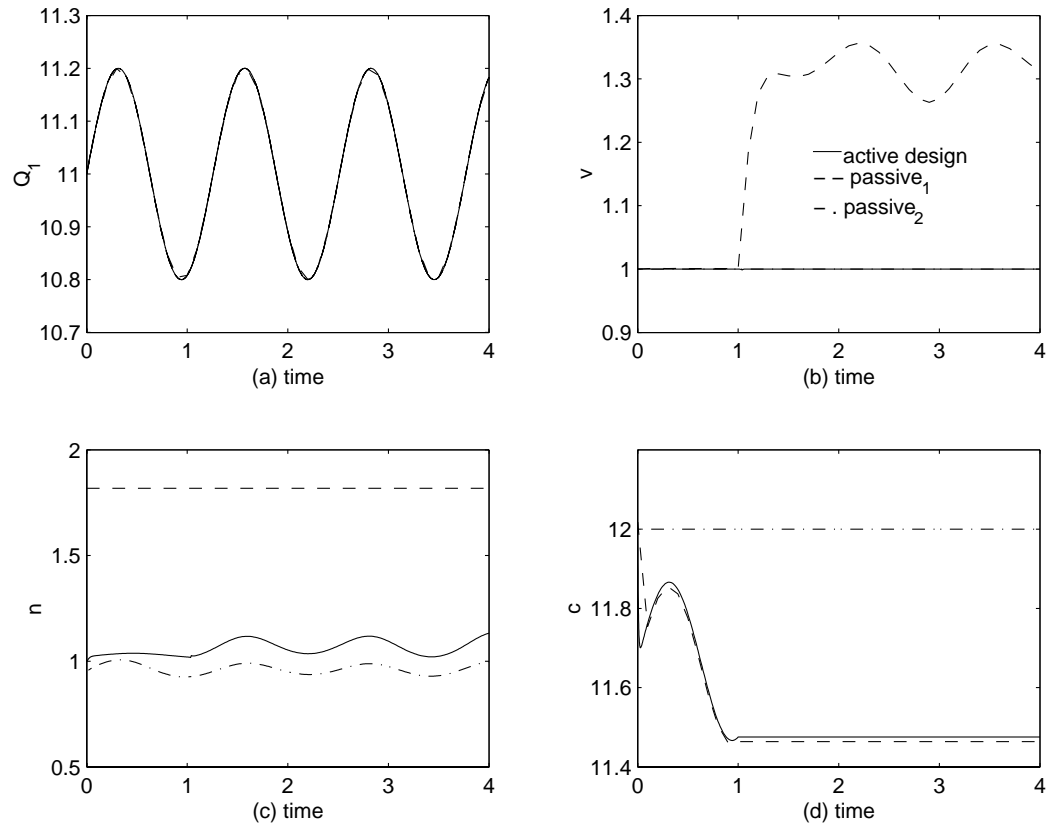


圖 5.14: 主動式容錯控制、被動式容錯控制針對 u_1 故障設計 (passive₁) 與被動式容錯控制針對 u_2 故障設計 (passive₂) 比較，對於 u_2 在 $t \geq 1$ 發生故障之模擬結果。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) u_1 調節值為估測值 (d) u_2 調節值為估測值 (c) 變壓器調節值 (d) 負載電容調節值。

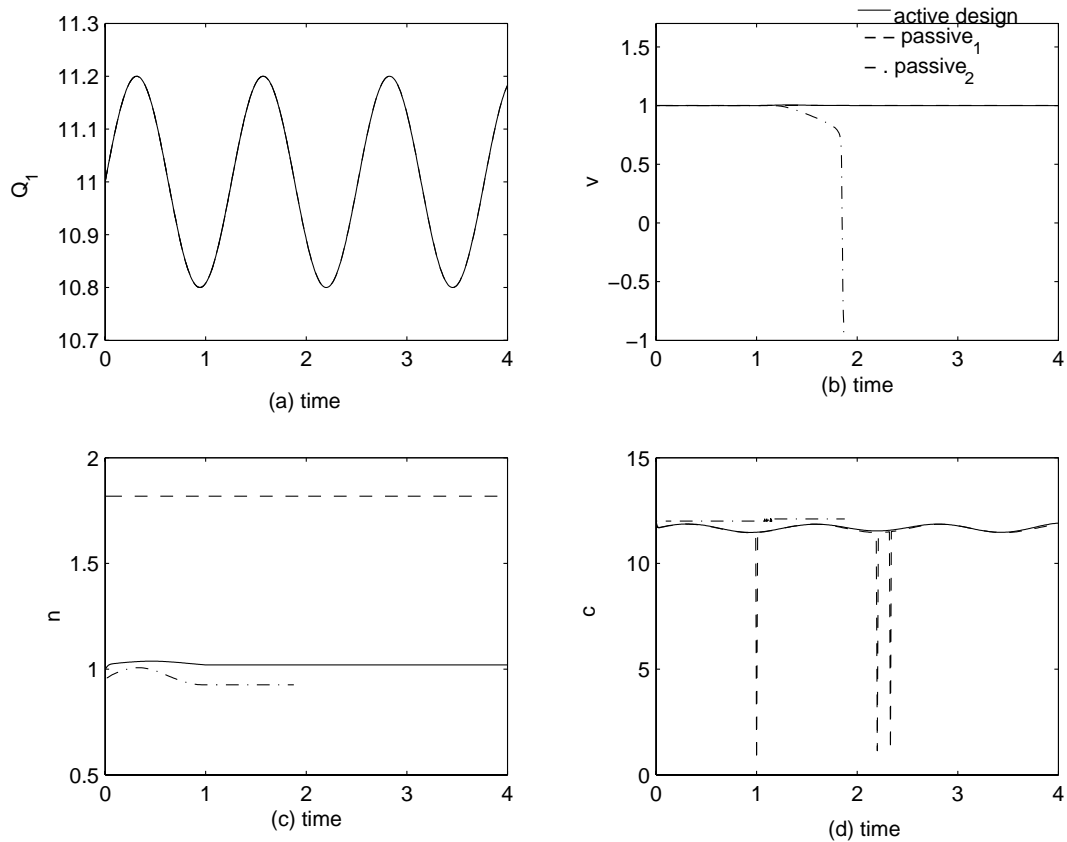


圖 5.15: 主動式容錯控制、被動式容錯控制針對 u_1 故障設計 (passive₁) 與被動式容錯控制針對 u_2 故障設計 (passive₂) 比較，對於 u_1 在 $t \geq 1$ 發生故障之模擬結果。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) 變壓器調節值 (d) 負載電容調節值。

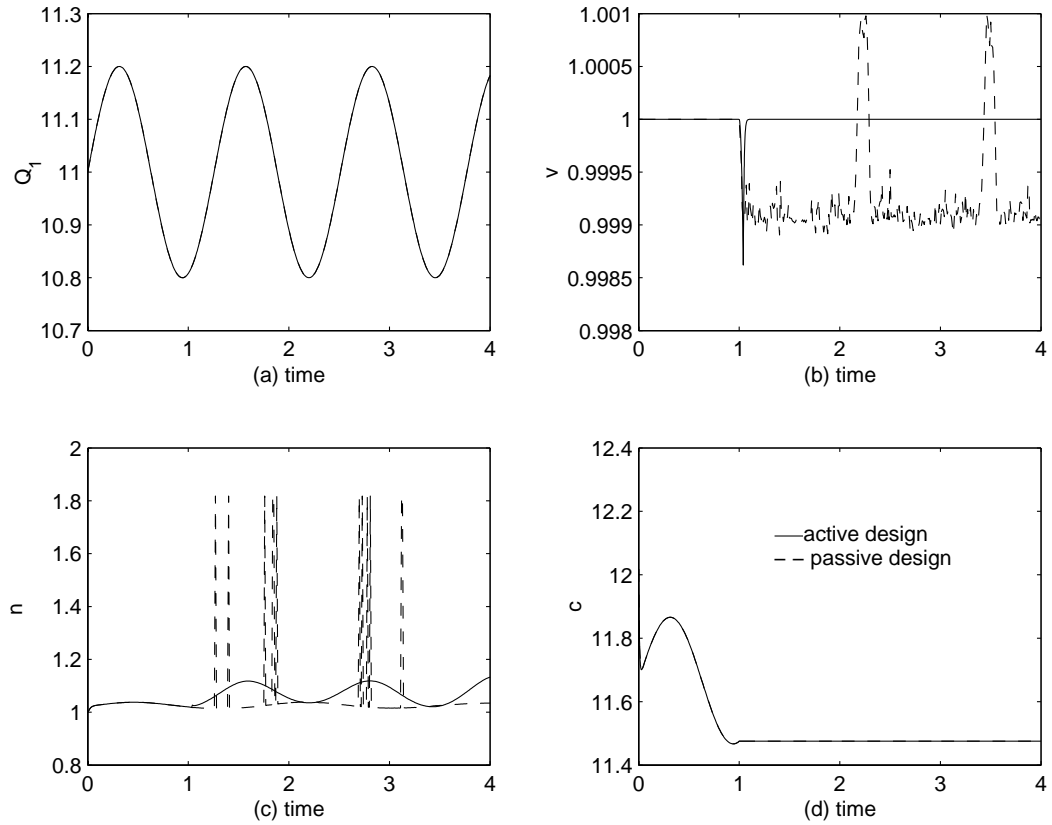


圖 5.16: 主動式容錯控制與被動式容錯控制針對 u_1 、 u_2 故障設計比較，對於 u_2 在 $t \geq 1$ 發生故障之模擬結果。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) u_1 調節值為估測值 (d) u_2 調節值為估測值 (e) 變壓器調節值 (f) 負載電容調節值。

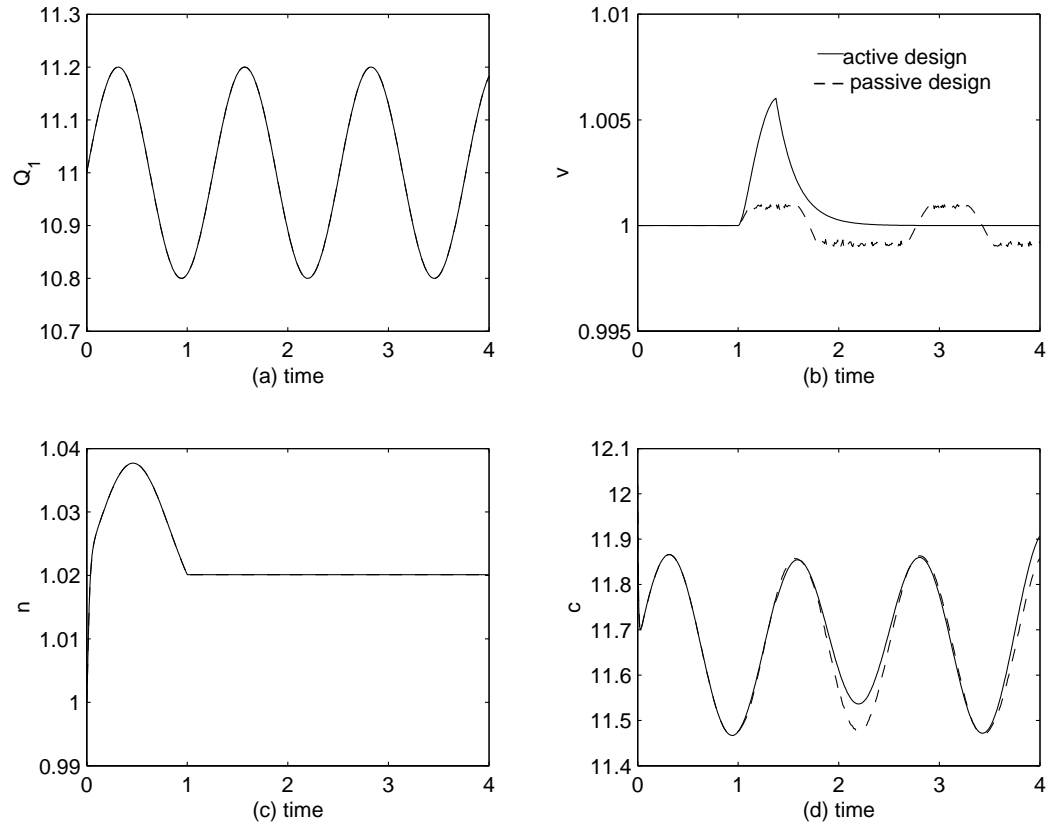


圖 5.17: 主動式容錯控制與被動式容錯控制針對 u_1 、 u_2 故障設計比較，對於 u_1 在 $t \geq 1$ 發生故障之模擬結果。(a) 負載無效功率 (b) 系統電壓值 (c) 變壓器調節值 (d) 負載電容調節值。

CHAPTER 6

結論與未來研究方向



6.1 結論

為了提升電力供給的品質，在本論文中我們主要是研究於電力系統的電壓調節。在電力系統模型中，我們利用 Dobson 和 Chiang[8] 所提出的電力系統模型。在原始系統中我們加入變壓器並且讓負載平衡電容為可變，並且以變壓器與負載平衡電容為控制輸入。對於控制器的設計，我們利用可變結構控制的方法，使得控制器具有響應快速、良好的暫態性能以及對系統參數變動夠不靈及夠界干擾的抑制性能佳等優點。

在第三章中我們利用負載平衡電容的變化來進行電壓調節，我們利用可變結構控制的理論來設計出負載平衡電容所要切換的電容值。在模擬結果中我們可以發現電力系統的電壓調節可以成功的完成，使電壓值能夠收斂於目標值並且保持。並且在系統中存有不確定性或雜訊干擾時，依然可以達到電壓調節的目的。更進一步，我們假設控制輸入只能供給某些固定的輸入值，在模擬結果中我們清楚的得知在此情況中系統依然可以達到電壓調節的目的。

在第四章中我們利用變壓器來進行電壓調節，由於變壓器加入電力系統中，使得系統模型不是非線性仿射系統，在系統的輸入項有二次項出現，因此我們利用可變結構的理論來設計一個適合於系統存有 u^2 控制輸入，並且系統的相對階數為一階時。並且我們將所推導出的控制律用於電力系統的變壓器的匝數比調整，在模擬結果中我們可以發現所設計出的控制律可以完成電壓調節的目的，使系統電壓值調能夠收斂於目標值。對於系統中存有不確定性與干擾時，依然可以達到電壓調節的目的。

在第五章中我們利用可變結構理論來設計出被動與主動容錯控制器，並且配合錯誤偵測與診斷的結果使系能夠達到所要求的性能，並將容錯控制用於電力系統電壓調整中。使系統在控制輸入有任一個發生故障或是異常的情況下，依然能夠使得電壓穩定於目標值，使得系統保持正常的運作。在錯誤診斷與偵測的部分，我們針對電力系統設計一個觀察器，目的是希望控制器發生了故障或是異常時能即時的偵測出來，並且作控制律的切換，使系統能夠穩定並且達到電壓穩定的目的。我們利用觀察器所產生的殘量訊號來偵測出發生故障的控制器並且利用觀察器來得到故障估測值，以提供系統及時的警告與控制器的切換。由模擬的結果中，我們可以得知錯誤偵測與診斷觀測器，在系統控制器發生錯誤時，經過一段時間皆能成功的偵測及診斷發生故障的控制器，並且即時的切換主動式容錯控制器。在控制中被動式容錯控制只能用於所針對的故障情況下來完成電壓調節，當系統所發生的故障與預期時不同，將造成系統發生危險。並且被動容錯控制所需的控制輸入能量範圍比主動容錯控制要大，當控制輸入範圍有限時將可能影響被動容錯控制的可行性。而主動式容錯控制在錯誤偵測與診斷的功能幫助，使得系統在任一組控制輸入發生故障或異常的情況下，都能夠完成電壓調節的目的，使系統電壓值調均能夠收斂於目標值。因此在錯誤測與診斷的功能幫助下，使得主動式控制能比被動式容錯控制有更好的效能。

6.2 未來研究方向

1. 在本論文中，我們對於系統控制器存在輸入二次項時，所設計的控制律利用於相對階數為一階，當用於相對階數為高階時，是否可以設計出適當的控制律。
2. 一個有效且可變的電力系統應使得電壓與頻率大小維持一定，在本論文中我們只完成電壓調節，為了提升電力系統品質，因加入頻率的控制。
3. 在錯誤偵測與診斷中，本論文是利用 model-based 來進行錯誤偵測與診斷，使

用了四組觀察器。若能接合別種的偵測診斷的優點，來減少觀察器的數量，使得系統能有更好的工作效能。

4. 在使用變壓器來完成電壓調節，必需滿足 $\Delta > 0$ ，因此在 $\Delta \leq 0$ ，我們可以利用 Q_1 的輸出控制，來增加 n 的控制範圍，使得系統避免發生電壓的崩潰。



參考文獻

- [1] E. H. Abed, A. M. A. Hamdan, H. -C. Lee, and A.G. Parlos, “On bifurcations in power system models and voltage collapse,” *Proceedings of the 29th IEEE Conference on Decision and Control*, Vol. 6, pp. 3014-3015, Dec. 5-7 1990.
- [2] E. H. Abed, J. C. Alexander, H.Wang, A. M. A. Hamdan, and H. C. Lee, “Dynamic bifurcations in a power system model exhibiting voltage collapse,” *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, Vol. 5, pp. 2509-2512, May 3-6 1992.
- [3] M. Bodson and J. E. Groszkiewicz, “Multivariable adaptive algorithms for reconfigurable flight control,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 5, No. 2, pp. 217-229, 1997.
- [4] G. Celli, F. Pilo and S. B. Tennakoon, “Voltage regulation on 25 kV AC railway systems by using thyristor switched capacitor,” *Proceedings. Ninth International Conference on Harmonics and Quality of Power*, Vol. 2, pp. 633-638, Oct. 1-4 2000.
- [5] J. -H. Choi and J. -C. Kim, “Advanced voltage regulation method of power distribution systems interconnected with dispersed storage and generation systems,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 16, No. 2 pp. 329-334, 2001.
- [6] J. H. Chow and A. Gebreselassie, “Dynamic voltage stability analysis of a single machine constant power load system,” *Proceedings of the 29th IEEE Conference on Decision and Control*, Vol. 6, pp. 3057-3062, Dec. 5-7 1990.
- [7] A. D. Del Rosso, C.A. Canizares and V. M. Dona, “A study of TCSC controller design for power system stability improvement,” *IEEE Transactions on Power Systems* , Vol. 18, No. 4, pp. 1487-1496, 2003.
- [8] I. Dobson, H. D. Chiang, J. S. Thorp and L. Fekih-Ahmed, “A model of voltage collapse in electric power systems,” *Proceedings of the 27th IEEE Conference on Decision and Control*, Vol. 3, pp. 2104-2109, Dec. 7-9 1988.
- [9] I. Dobson, H. D. Chiang, R. J. Thomas, J. S. Thorp and L. Fekih-Ahmed, “On voltage collapse in electric power systems,” *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 5, No. 2, pp. 601-611, 1990.

- [10] Y. Diao and K. M. Passino, "Stable fault-tolerant adaptive fuzzy/neural control for a turbine engine," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 9, No. 3, pp. 494-509, 2001.
- [11] P. M. Frank, "Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy - a survey and some new results," *Automatica*, Vol. 26, pp. 459-474, 1990.
- [12] M. K. Kazmierczuk and R. C. Cravens, "Application of super capacitors for voltage regulation in aircraft distributed power systems," *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 1, pp. 835-841, June 23-27 1996.
- [13] P. Kundur, *Power System Stability and Control*, McGraw-Hill, Inc., 1994.
- [14] P. Kundur, J. Paserba, V. Ajjarapu, G. Andersson, A. Bose, C. Canizares, N. Hatziargyriou, D. Hill, A. Stankovic, C. Taylor, T. Van Cutsem and V. Vittal, "Definition and classification of power system stability IEEE/CIGRE joint task force on stability terms and definitions," *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 19, No. 3, pp. 1387-1401, 2004.
- [15] B. H. Lee and K. Y. Lee, "A study on voltage collapse mechanism in electric power systems," *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 6, No. 3, pp. 966-974, 1991.
- [16] Y. -W. Liang and D. -C. Liaw, "Detection of surge and stall in compression systems: an example study," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 46, No. 10, pp. 1609-1613, 2001.
- [17] Y. -W. Liang, D. -C. Liaw and T. -C. Lee, "Reliable control of nonlinear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 45, No. 4, pp. 706-710, 2000.
- [18] Y. -W. Liang, S. -D. Xu, T. -C. Chu and C. -C. Cheng, "Reliable output tracking control for a class of nonlinear systems," *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, Vol. E87-A, No. 9, pp. 2314-2321, 2004.
- [19] D. -C. Liaw, Y. -W. Liang, and C. -C. Cheng, "Nonlinear control for missile terminal guidance," *Journal of Dynamics Systems, Measurement, and Control*, Vol. 122, No. 4, pp. 663-668, 2000.

- [20] F. Liao, J. L. Wang and G. -H. Yang, "Reliable robust flight tracking control: an LMI approach," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 10, No. 1, pp. 76-89, 2002.
- [21] J. V. Medanic, "Design of reliable controllers using redundant control elements," *Proceedings of the American Control Conference*, San Francisco, CA, Vol. 3, pp. 3130-3134, 1993.
- [22] H. Noura, D. Sauter and F. Hamelin, "Evaluation of a fault-tolerant control design for actuator faults," *Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control*, Vol. 4 , pp. 3982-3983, Dec. 10-12 1997.
- [23] H. Ohtsuki, A. Yokoyama and Y. Sekine, "Reverse action of on-load tap changer in association with voltage collapse," *IEEE Transactions on Power Systems.*, Vol. 6, No. 1 pp. 300-306, 1991.
- [24] R. J. Patton, "Fault detection and diagnosis in aerospace systems using analytic redundancy," *IEEE Computing and Control Engineering Journal*, Vol. 2, No. 3, pp. 459-474, 1991.
- [25] C. A. Smith, M. A. Redfern and S. Potts, "Improvement in the performance of on-load tap changer transformers operating in series," *IEEE Power Engineering Society General Meeting.*, Vol. 3, pp. 1905-1910, July 13-17 2003.
- [26] J. -J. E. Slotine and S. S. Sastry, "Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces with application to robot mainipulators," *International Journal Control*, Vol. 38, pp. 465-492, 1983.
- [27] J. -J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Pentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1991.
- [28] K. Walve, "Modelling of power system components at severe disturbances," *International Conference on Large High Voltage Electric Systems*, CIGRÉ pp. 18-38, 1986.
- [29] J. -X. Xu and H. Hashimoto, " parameter Identification Methodolgies Based on Variable Structure Control," *International Journal of Control*, Vol. 57, No. 5, pp. 1207-1220,1993.

- [30] W. Xu and Y. Mansour, "Voltage stability analysis using generic dynamic load models," *IEEE Transactions Power System*, Vol. 9, No. 1, pp. 479-493, 1994.
- [31] G. -H. Yang, J. L. Wang and Y. C. Soh, "Reliable guaranteed cost control for uncertain nonlinear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 45, No. 11, pp. 2188-2192, 2000.
- [32] G. -H. Yang, S. -Y. Zhang, J. Lam and J. Wang, "Reliable control using redundant controllers," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 33, No. 11, pp. 1588-1593, 1998.
- [33] 陳永平, 可變結構控制, 全華科技圖書, 1999.

