

國 立 交 通 大 學

電信工程學系碩士班

碩士論文

多輸入多輸出正交分頻多工系統之
子載波間干擾連續消除

Successive ICI Cancellation in MIMO-OFDM Systems

研 究 生：郭 珈 紘

指 導 教 授：吳 文 榕 博 士

中 華 民 國 九 十 四 年 七 月

多輸入多輸出正交分頻多工系統之子載波間干擾連續消除

Successive ICI Cancellation in MIMO-OFDM systems

研 究 生：郭珈紘

Student : Chia-Yun Kuo

指 導 教 授：吳文榕 博士

Advisor : Dr. Wen-Rong Wu

國 立 交 通 大 學

電 信 工 程 學 系 碩 士 班

碩 士 論 文

A Thesis

Submitted to Department of Communication Engineering

College of Electrical Engineering and Computer Science

National Chiao-Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

In

Communication Engineering

July 2005

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十四年七月


多輸入多輸出正交分頻多工系統之子載波間干擾連續消除

研究生：郭珈紘

指導教授：吳文榕 教授

國立交通大學電信工程學系碩士班

【 摘要 】



OFDM 系統中通道快速變化會破壞子載波間之正交性，並因而導致子載波間干擾 (intercarrier interference, ICI)。在單輸入單輸出 (single-input single-output, SISO)-OFDM 系統中，用於緩和 ICI 問題的方法有最小均方誤差 (Minimum mean square error, MMSE) 等化器與連續 ICI 消除器 (successive ICI cancellation)，而這兩種方法效能主要受限於通道估計的準確度，要獲得準確的通道估計值需要大量的 pilot tones，但是相對付出代價是會減少頻寬使用效率。在本論文中，吾人針對 MIMO-OFDM 系統中 ICI 的問題提出一個遞迴估計通道與連續消除 ICI 的演算法，其基本概念為連續消除 ICI 並遞迴重新估計通道。MIMO-OFDM 系統中會將所有的子載波一起排序供後續作 ICI 消除，此外，吾人在 MMSE 估計上會利用快速演算法以減少運算複雜度。最後模擬結果顯示出，本論文提出的演算法作用於 MIMO-OFDM 系統中通道快速變化的環境可以大幅降低 ICI 效應。

Successive ICI Cancellation in MIMO-OFDM Systems

Student: Chia-Yun Kuo

Advisor: Dr. Wen-Rong Wu

Department of Communication Engineering

National Chiao-Tung University

【 Abstract 】

Fast channel variation will destroy the orthogonality of subcarriers in OFDM systems and this will result in intercarrier interference (ICI). Minimum mean square error (MMSE) and successive ICI cancellation have been proposed to mitigate this problem in single-input single-output (SISO) OFDM systems. However, the performance of these methods greatly depends on the channel estimation. To obtain good estimation, a great amount of pilot tones are required and this will reduce the bandwidth utilization efficiency. In this thesis, we propose a recursive channel estimation and successive ICI cancellation for MIMO-OFDM systems. The main idea is to successively cancel ICI and perform channel re-estimation. In ICI canceling, all tones in MIMO-OFDM systems are jointly sorted. To reduce the computational complexity, we also employ a fast algorithm in the MMSE estimate. Simulations show that the proposed algorithm can greatly reduce the ICI effect in MIMO-OFDM systems operated in the fast channel variation environment.

【 誌謝 】

本篇論文得以順利完成，首先要特別感謝我的指導教授吳文榕教授，在我研究所期間內對論文研究及課業學習上不厭其煩的悉心指導，使我受益匪淺。同時感謝口試委員林茂昭教授、吳安宇教授與陳永芳教授，對本篇論文提出寶貴意見與建議，使得論文內容更佳充實、完備。

另外，我要感謝李俊芳學長、陳仁智學長、楊華龍學長、李彥文學長、許兆元學長等博士班學長在研究上不吝指導，且同時感謝寬頻傳輸與訊號處理實驗室所有同學與學弟妹們的幫忙，以及我身邊所有好朋友對我的支持與鼓勵。最後致上我最真摯的感謝給我父母，謝謝他們給予我精神和經濟上的支持，使我無後顧之憂順利完成研究所的碩士學位。



【 內容目錄 】

第 1 章	緒論.....	1
第 2 章	MIMO-OFDM 系統.....	4
2.1	MIMO-OFDM 系統架構.....	4
2.1.1	OFDM 系統與傳輸調變方式.....	4
2.1.2	MIMO 系統訊號模型與架構.....	9
2.1.3	MIMO-OFDM 系統與電腦模擬時變通道訊號模型.....	13
2.2	傳輸通道模型 (ICI 模型).....	17
2.2.1	多路徑衰減.....	18
2.2.2	都卜勒效應.....	19
2.2.3	Jakes 通道模擬方法.....	20
2.3	MIMO-OFDM 系統之 MMSE 等化器.....	21
2.4	SISO-OFDM 系統之連續 ICI 消除器.....	23
2.4.1	連續 ICI 演算法.....	24
2.4.2	快速的連續 ICI 消除演算法.....	26
2.5	通道估計.....	32
第 3 章	MIMO-OFDM 系統之連續 ICI 消除演算法以及遞迴通道估計與連續 ICI 消除演算法.....	38
3.1	MIMO-OFDM 系統之連續 ICI 消除演算法.....	38
3.2	MIMO-OFDM 系統之快速連續 ICI 消除演算法.....	41
3.3	遞迴通道估計與連續 ICI 消除.....	46
3.3.1	遞迴通道估計與連續 ICI 消除 (方法一).....	46
3.3.2	遞迴通道估計與連續 ICI 消除 (方法二).....	49
3.4	pilot tone 放置方式.....	53
第 4 章	模擬結果.....	55

4.1	環境參數設定與訊雜比.....	55
4.2	通道脈衝響應已知.....	56
4.2.1	SISO-OFDM 系統.....	56
4.2.2	MIMO-OFDM 系統.....	58
4.3	通道脈衝響應未知.....	60
4.4	pilot tone 位置比較.....	64
第 5 章	結論.....	66
第 6 章	參考文獻.....	67



【 表目錄 】

表 2-1	SISO-OFDM 中快速連續 ICI 消除演算法之複雜度.....	31
表 3-1	在 N_T 根傳送天線與 N_R 根接收天線的 OFDM 環境下，快速連續 ICI 消除演算法之複雜度.....	46
表 4-1	電腦模擬參數設定	56

【 圖目錄 】

圖 2-1	傳統 FDM 的頻譜.....	5
圖 2-2	利用載波重疊的頻譜.....	6
圖 2-3	OFDM 的子載波正交頻譜.....	6
圖 2-4	類比 OFDM 調變與解調器.....	7
圖 2-5	OFDM 系統之基頻方塊圖.....	8
圖 2-6	STBC 兩根傳送天線兩根接收天線方塊圖.....	10
圖 2-7	BLAST 傳送接收方塊圖.....	11
圖 2-8	MIMO-OFDM 系統架構圖.....	13
圖 2-9	Jake's 多重 Rayleigh 衰落路徑通道模型.....	20
圖 2-10	MIMO-OFDM 與 MMSE 等化器方塊圖（以 N_T 根傳送天線與 N_R 根接收天線為例）.....	23
圖 2-11	SISO-OFDM 與連續 ICI 消除器方塊圖.....	25
圖 2-12	MIMO-OFDM 系統之通道估計.....	32
圖 3-1	MIMO-OFDM 連續 ICI 消除器系統方塊圖.....	39
圖 3-2	在圖 3-1 中連續 ICI 消除器的方塊圖.....	40
圖 3-3	MIMO-OFDM 環境中遞迴通道估計與連續 ICI 消除（方法一）.....	47

圖 3-4	MIMO-OFDM 環境中遞迴通道估計與連續 ICI 消除 (方法二)	50
圖 4-1	SISO-OFDM 系統中, 通道已知, $f_d T_s = 0.05$, MMSE 等化器與連續 ICI 消除器之 BER 效能比較.....	57
圖 4-2	SISO-OFDM 系統中, 通道已知, $f_d T_s = 0.1$, MMSE 等化器與連續 ICI 消除器之 BER 效能比較.....	58
圖 4-3	MIMO-OFDM 系統中 ($N_T = N_R = 2$), 通道已知, $f_d T_s = 0.05$, MMSE 等化器與連續 ICI 消除器之 BER 效能比較	59
圖 4-4	MIMO-OFDM 系統中 ($N_T = N_R = 2$), 通道已知, $f_d T_s = 0.1$, MMSE 等化器與連續 ICI 消除器之 BER 效能比較	60
圖 4-5	SISO-OFDM 系統中, 通道估計, $f_d T_s = 0.1$, $N_s = 6$, MMSE 等化器、連續 ICI 消除器、遞迴通道估計與連續 ICI 消除器 (方法一) 以及 (方法二) 之 BER 效能比較.....	62
圖 4-6	SISO-OFDM 系統中, 通道估計, $f_d T_s = 0.3$, $N_s = 6$, MMSE 等化器、連續 ICI 消除器、遞迴通道估計與連續 ICI 消除器 (方法一) 以及 (方法二) 之 BER 效能比較.....	62
圖 4-7	SISO-OFDM 系統中, 通道估計, $f_d T_s = 0.1$, 遞迴通道估計與連續 ICI 消除器 (方法一) 以及 (方法二) 遞迴次數不同之 BER 效能比較....	63
圖 4-8	MIMO-OFDM 系統中 ($N_T = N_R = 2$), 通道估計, $f_d T_s = 0.1$, $N_s = 6$, MMSE 等化器、連續 ICI 消除器、遞迴通道估計與連續 ICI 消除器 (方法一) 以及 (方法二) 之 BER 效能比較.....	63
圖 4-9	通道估計時, pilot tone 放置位置不同對系統效能比較	65

第 1 章 緒論

隨著科技與無線通訊技術快速成長，人們對於通訊傳輸的速率、可靠度與頻譜使用效率的要求也越來越高。正交分頻多工技術 (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM) 是一種多載波調變技術，它具有高速率傳輸的能力，並可輕易克服多重路徑通道 (multipath channel) 造成符元間的干擾 (inter symbol interference, ISI) 與頻率選擇性衰減 (frequency-selective fading) 的問題；此外，為了更進一步提升通道傳輸能力與性能，更結合了多輸入多輸出 (Multi-input Multi-output, MIMO) 的架構成為多輸入多輸出正交分頻多工 (MIMO-OFDM) 系統，這樣的系統架構已被制訂中的 IEEE 802.11n 等的傳輸標準採用。

在無線行動通訊的環境下，接收端的高速移動會產生都卜勒效應 (Doppler effect) 使得一個 OFDM 符元區間 (symbol duration) 內的傳輸通道急速變動，即造成時間選擇性衰減通道 (time-selective fading channel)，此時原本非時變通道 (time-invariance channel) 的假設不成立，使接收端以簡單的單階頻域等化器 (one-tap frequency equalization, FEQ) 電路回復信號的優勢不復存在。因為 OFDM 系統對時間與頻率的誤差非常敏感，所以在時間選擇性衰減通道中，OFDM 符元區間愈長通道變化愈明顯，會破壞子載波間的正交性產生同步誤差，使接收端遭遇子載波間干擾 (intercarrier interference, ICI)，這樣的干擾會隨通道中都卜勒擴散 (Doppler spread) 與 OFDM 符元區間長度愈長愈嚴重，使得 OFDM 系統中的服務品質 (quality of service, QoS) 嚴重惡化。此外，ICI 對於每個子載波可達到的傳輸速率與訊號與干擾加上雜訊比 (signal-to-intercarrier-plus-noise ratio, SINR) 有很直接的關係，ICI 會降低 SINR 因而對資料傳輸量 (data throughput) 有負面影響。

目前已經有一些研究將 ICI 對系統效能的影響量化，其中 M. Russell 與 G. Stuber [1] 利用中央極限定理 (central limit theory) 以一個高斯隨機程序 (Gaussian random

process) 來模擬 ICI，並將 ICI 對訊號干擾比 (signal-to-interference ratio, SIR) 與符元錯誤率 (symbol error rate, SER) 的影響量化。P. Robertson 與 S. Kaiser [2] 透過不同都卜勒頻譜 (Doppler spectra) 來分析正交性損失。Y. Li, L. J. Cimini [3] 推導出 ICI 的邊界值。J. Li 與 M. Kavehrad [4] 針對廣義平穩不相關散射 (wide-sense stationary uncorrelated scattering, WSSUS) 通道提出一說法，如果 OFDM 符元區間比通道同調時間 (coherence time) 的 8% 還長，則 SINR 會比 20dB 還低。

W. G. Jeon、K. H. Chang 與 Y. S. Cho [5] 設計一個頻域等化器 (frequency domain equalization) 來補償 ICI，並提出當 OFDM 符元區間比通道同調時間的 10% 低時，通道變化趨勢可以假設為線性，並可藉由訓練符元 (training symbol) 線性內插得到通道估計，當 OFDM 符元區間較通道同調時間 (相對溫和的都卜勒) 小許多時，通道可以假設在一個 OFDM 符元區間內近似常數。J. P. M. G. Linnartz 與 A. Gorokhov [6] 設計最小均方差 (Minimum Mean-Square Error, MMSE) 等化器來壓抑 ICI。Y. S. Choi、P. J. Voltz 與 F. A. Cassara [7] 採用線性 MMSE 等化器與連續干擾消除器 (Successive Interference Cancellation, SIC) 來檢測訊號。A. Stamoulis、S. N. Diggavi 與 N. Al-Dhahir [8] 在時域設計一個線性濾波器來消除 ICI。X. Cai 與 G. B. Giannakis [10] 推導整體效能邊界、匹配濾波器 (Matched Filter, MF) 邊界並提出低複雜度的 MMSE 等化器與決策回授等化器 (Decision Feedback Equalization, DFE) 來消除 ICI。

MIMO-OFDM 系統對於破壞子載波間正交性的都卜勒與載波頻率誤差同樣很敏感。本論文主要會著重在於時變通道 (time-varying channel) 對於傳輸多載波調變所產生之 ICI 消除與通道估計，論文中會將 SISO-OFDM 系統中用於檢測訊號的連續 ICI 消除器 (Successive ICI cancellation) 以及其快速實現的方法延伸到 MIMO-OFDM 系統中，並提出遞迴通道估計與連續 ICI 消除演算法，利用連續 ICI 消除後檢測的訊號不斷回傳供接收端前段重新估計通道脈衝響應，並利用新的脈衝響應繼續檢測後續訊號或是再重新檢測更新之前已測得的訊號，讓它以遞迴運算的

方式使通道估計更為準確，並增加檢測訊號的正確度。

本論文後續章節結構為，第二章會先介紹 MIMO-OFDM 的系統架構與數學模型，包含通道模型、MMSE 等化器、通道估計與 SISO-OFDM 系統中的連續 ICI 消除器。第三章會先將第二章介紹的連續 ICI 消除器以及其快速實現方法，延伸到 MIMO-OFDM 系統中，並提出遞迴通道估計與連續 ICI 消除演算法，以及介紹在估計時變通道時，pilot tone 位置安排。第四章是模擬結果。第五章會提出論文結論。第六章則會列出參考資料。

我們將本論文可能會使用到的運算符號定義列舉如下：

1. 上標 T 表示轉置 (transpose)。
2. $*$ 表示共軛 (conjugate)。
3. H 為共軛轉置 (Hermitian transpose)。
4. $E[\mathbf{g}]$ 表示中括弧內隨機變數 (random variable) 的期望值 (expectation)。
5. 若 $z = y \bmod x$ 則可得到最小的 z 值使得 $y = nx + z$ ，也就是 y modulo x 的餘數，其中 $z \geq 0$ ， x 和 y 為已知參數， n 為任意非負整數。
6. 向量與矩陣均由粗體字母表示，變數由細體字母表示。
7. $\mathbf{A}(m,n)$ 表示矩陣 \mathbf{A} 中的第 (m,n) 項。

第 2 章 MIMO-OFDM 系統

MIMO 技術利用多組平行空間通道，在不同發射天線同時傳送不同訊號，以提升系統的傳輸速率。MIMO 系統依運作方式之不同，分為兩大類：一類是提供傳送與接收分集藉以提昇訊號品質的空間分集式(spatial diversity)系統，另一類是在不同發射天線同時傳送不同訊號，藉以提昇系統之傳輸速度的空間多工式(spatial multiplexing)系統，本論文的環境主要架構在空間多工上。另外，OFDM 是一種多載波調變技術，可以輕易克服多路徑通道產生的 ISI 與頻率選擇性衰減的問題。為因應未來通訊系統之高品質及高速傳輸需求，因此將 MIMO 結合 OFDM 技術成為 MIMO-OFDM 系統可以充份利用頻譜資源，藉由動態調整子載波之調變與功率以維持系統之通訊品質與傳輸率，以及利用豐富的空間通道特性，藉由多根發射及接收天線以提供穩定的空間分集並提高傳輸率。

在本章節中先簡單介紹 OFDM 系統與傳輸調變原理、MIMO 的訊號模型與 MIMO 搭配 OFDM 的通訊系統架構並加以討論其數學模型，再來會依序介紹本論文模擬的通道模型、時變通道造成的 ICI 情況、MIMO-OFDM 系統的 MMSE 等化器、SISO-OFDM 系統的連續 ICI 消除器與通道估計方法。

2.1 MIMO-OFDM 系統架構

2.1.1 OFDM 系統與傳輸調變方式

OFDM 主要概念是將一個完整的頻帶切割成許多狹小的子頻帶，每個子頻帶分別對應不同的載波。多載波傳輸是將原本串列傳輸的資料，分割成平行的 N 個資料串，而每個資料串為原本傳輸速率 $1/N$ 的低速率資料，在頻域上使用 N 個子載波傳送。在每一路平行分割的資料上看來，分割後的符元區間變為原本串列傳

輸的 N 倍大，因此可以降低由多重路徑延遲擴散(Multi-path Delay Spread)所引起的 ISI。在頻域上，相對於原本串列傳輸而言，各個子載波的頻寬相對變小 N 倍，於是在遭遇到多重路徑衰落通道時，通道之同調頻寬(Coherence Bandwidth)便大於子載波的頻寬，於是對於個別的子載波而言，其實是遭遇到非頻率選擇性通道(Frequency Non-selective channel)。

在頻譜的使用效率上，傳統的頻率多工技術 (Frequency Division Multiplexing, FDM)其子載波之間並不重疊，如圖 2-1每個載波間必須保留足夠的區間，避免 symbol間的互相干擾，如此一來，會浪費許多頻寬，使得頻譜的使用非常沒有效率。

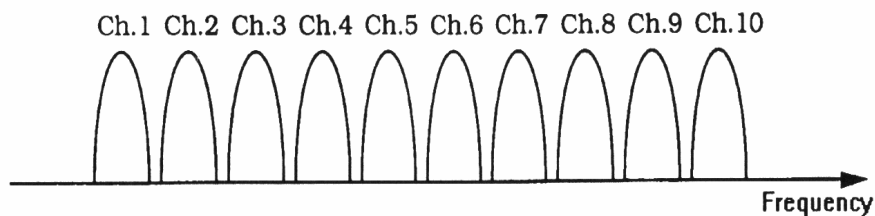


圖 2-1 傳統 FDM 的頻譜

使用子載波互相重疊可節省大量的頻寬，如圖 2-2 利用載波重疊的頻譜使用重疊的載波節省頻寬。然而，重疊的載波會帶來另一個問題，也就是載波間的互相干擾，我們可以藉由適當的安排，使子載波間相互正交。圖 2-3 OFDM的子載波正交頻譜是一個典型的OFDM子載波正交頻譜分配圖，可以看出在每個載波峰值的位置，其他載波都是零交錯 (Zero Crossing)，因此對於所有子載波而言，彼此是正交的。

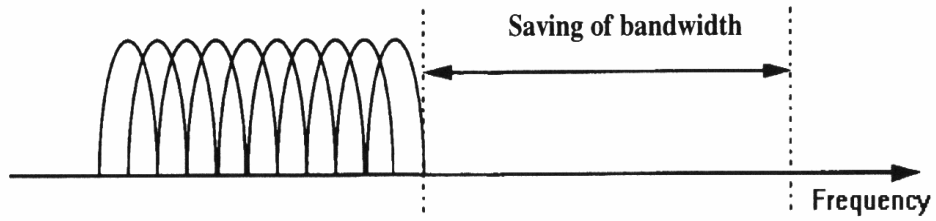


圖 2-2 利用載波重疊的頻譜

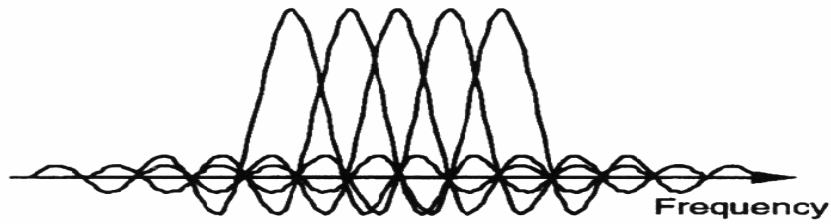


圖 2-3 OFDM 的子載波正交頻譜

OFDM的訊號是由PSK或是QAM所調變的子載波在時域上相互疊加而成，其等效低通（Equivalent Lowpass）訊號可以表示成：

$$x(t) = \begin{cases} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} X_k f_k(t) & 0 \leq t \leq T \\ 0 & otherwise \end{cases}, f_k(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} e^{j2\pi f_k t} \quad (2-1)$$

其中 T 為symbol的區間， X_k 為經過調變的第 k 個OFDM子載波上的訊號， f_k 則是第 k 個子載波，且頻率在 $f_k = k/T$ ，其調變方式如下圖 2-4 類比OFDM調變與解調器所示。

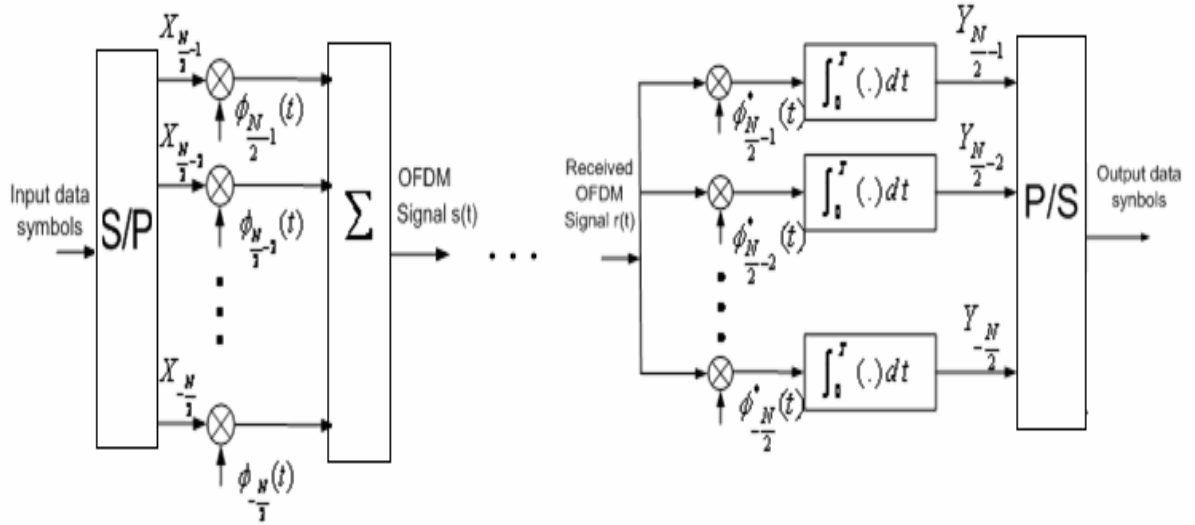


圖 2-4 類比 OFDM 調變與解調器

如(2-2)所示，各子載波間具有正交的特性，在接收端我們只需要將第 k 個子載波乘以 f_k 的共軛複數並積分一個符元區間，即可將所傳送的訊號解出，其中，第 j 個子載波上的訊號經過相關器 (correlator) 後可以表示為(2-3)。

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_n(t)f_l(t)dt = \begin{cases} 1 & n = l \\ 0 & n \neq l \end{cases} \quad (2-2)$$

$$Y = \int_0^T x(t)f_j^*(t)dt = \frac{1}{T} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} X_k \int_0^T e^{j2p\frac{k-j}{T}t} dt = X_j \quad (2-3)$$

在實際上，連續的訊號會經過取樣而成為數位離散訊號，因此我們可以把(2-1)改寫為：

$$x[n] = x(t)|_{t=nT_d} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} X_k e^{j2p\frac{k}{N}n} & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (2-4)$$

其中 T_d 為取樣週期。也就是說我們可以利用一個反離散傅立葉轉換 (Inverse

Discrete Fourier Transform, IDFT) 加上一個數位-類比轉換器 (Digital-to-Analog converter, DAC) 來實現整個OFDM傳送端的架構。同樣的，在接收端則是利用離散傅立葉轉換 (Discrete Fourier Transform, DFT) 來得到原來在頻域的訊號，頻域接收訊號表示如下：

$$Y_j = DFT\{x[n]\} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi \frac{jn}{N}} \quad (2-5)$$

下圖 2-5 即為利用DFT之OFDM系統。一連串的0、1數位資料經過了串並轉換器 (Serial-to-Parallel converter, S/P) 分成 N 筆資料，作為 N 個子載波的輸入。每筆資料包含了數個位元，根據所使用的調變方法，這數個位元根據星狀圖 (constellation) 對應到訊號空間上某一點，稱之為 X_k 。這 N 點 X_k 經過IDFT輸出，每個符元再加上其循環前序 (Cyclic Prefix, CP) 作為保護區間 (guard interval)。接收端接收到符元後，基本上執行與傳送端相反的動作以還原訊號。值得注意的是，由於整筆資料被分成 N 筆低速資料傳輸，接收端的每個子載波只需要一個簡單的窄頻FEQ，針對每一筆窄頻資料作等化的動作，改善了寬頻傳輸中對複雜的寬頻等化器的需求。

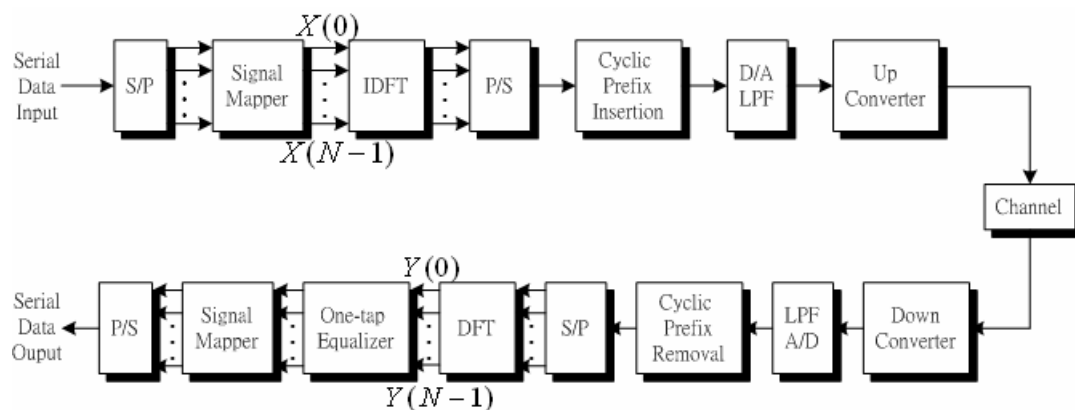


圖 2-5 OFDM 系統之基頻方塊圖

一般情況下，上述的數學模型只有在通道脈衝響應 (impulse response) 不變

的情形下才會成立。若是通道脈衝響應在一個 OFDM 符元區間內發生變化，傳送的 OFDM 符元與脈衝響應間的關係不再是環狀折積 (circular convolution)，而通道頻率響應 (frequency response) 也不再是對角線矩陣，子載波間的正交性被破壞，這時就需要以特殊等化器或 ICI 消除器消除子載波彼此間的干擾來恢復其正交性。

高速行動通訊導致的都卜勒效應會造成時變通道，使脈衝響應快速變化；都卜勒效應對系統性能表現的影響與 OFDM 符元區間長度有關，符元區間愈長都卜勒效應的影響就愈明顯。原本 OFDM 系統可藉由較長的符元區間而能較有效的解決多重路徑通道產生的頻率選擇性衰減，但卻對都卜勒效應造成的時間選擇性衰減更加敏感，這也是將 OFDM 系統應用於高速行動通訊的困難所在，也就是本論文著重發展方法的方向。

2.1.2 MIMO 系統訊號模型與架構

要增加通訊系統的傳輸量或改善它的性能，通常最直覺的方法就是藉由提高信號的能量改善 SNR (signal-to-noise ratio)，或是藉由增加頻寬以得到分集增益 (diversity gain)。在無線通訊中，頻寬是非常寶貴的資源，而信號能量也不可能無限的增加。藉由多根天線的傳輸得到空間上的分集增益是另一種選擇。分集的概念是將重複的信號在不同的通道中傳送，以降低它們同時出錯的機會。在傳送端使用多根天線時，許多測量與實驗結果均指出當天線間的間距超過波長的十倍以上，或是入射波的角度擴散 (angle spread) 要相對大 (比 30° 大) 時，它們所觀察到的通道才可視為是獨立 (independent) 的 [11]。若傳送端使用 S 根天線，接收端使用 R 根天線，則整個系統將會觀察到 SR 條不同的通道，它們同時受到衰減的機會將遠小於其中一個通道被衰減的機會；而將信號同時以這些通道傳送，出錯的機會當然也遠小於只使用單一通道，因而得到分集增益。

MIMO 的核心概念為利用多根發射天線與多根接收天線所提供之空間自由度

提升傳輸速率與改善通訊品質；它主要有兩種功能形式：一為空間分集，另一為空間多工，分述如下：

- 2 空間分集的原理為利用傳送端或接收端的多根天線所提供的多重傳輸途徑來對抗通道衰落的影响；所謂分集意即多樣也就是多重選擇性，它可由多條獨立的傳輸途徑中選擇或組合出衰落現象較輕微的接收訊號，以維持穩定的鏈路品質（link quality）。MIMO 空間分集技術最具代表性的是由 Alamouti 及 Tarokh 等人所提出的空時區塊編碼（Space-Time Block Coding, STBC）[12]、[13]，如圖 2-6 所示；它於傳送端將待傳送的符元在空間與時間上作預前編碼，產生適當的冗餘（redundancy），並在接收端經由簡易的處理將此冗餘轉化為「分集增益」；在良好的通道條件下，接收端所能獲得的分集增益等於發射與接收天線數的乘積，此即為雙空間分集（dual spatial diversity）效益。

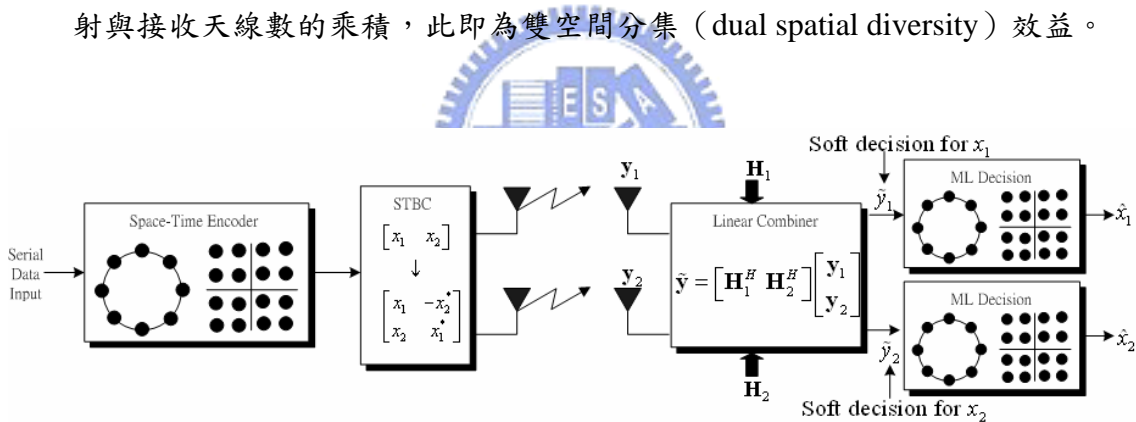


圖 2-6 STBC 兩根傳送天線兩根接收天線方塊圖

- 2 空間多工為 MIMO 最具吸引力的功能，其原理為在傳送端利用多根天線傳送不同資料序列，並在接收端利用多根天線的空間自由度將該組資料序列分別解出。經由此一程序，在傳送端與接收端之間彷彿形成一組虛擬的平行空間通道，可在同一時間、同一頻段，以同一功率傳送多個資料序列。如此一來，整體系統的有效資料傳輸率便可以在不增加任何通訊資源的前題下提升數倍；傳統的單一天線或單邊多天線系統，其系統容量與天線數目成對數關係增加，而 MIMO 系統由於平行通道效應，其系統容量與天線數目成線性關係

增加為其最大特色。MIMO 空間多工技術最具代表性的，是由 Foschini 等人所提出的 BLAST (Bell Labs Layered Space-Time) 為代表[11]，如圖 2-7 所示 (以四根傳送天線與四根接收天線為例)；它於傳送端將待傳送的符元作編碼與交錯 (interleaving) 後，由不同天線傳出，並在接收端經由複雜的訊號處理將糾結的符元一一分離，予以解碼、解交錯 (deinterleaving)，在良好的通道條件下，接收端所能獲得的「多工增益」(multiplexing gain，即系統容量提升的倍數) 等於傳送與接收天線數的較小值。

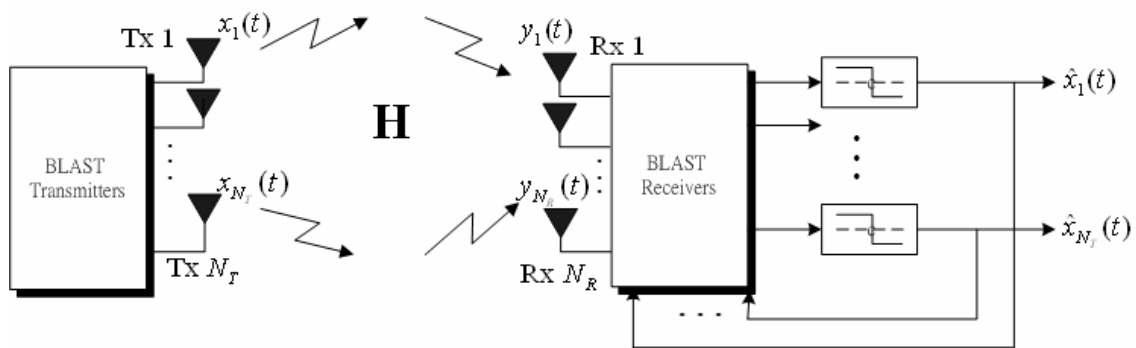


圖 2-7 BLAST 傳送接收方塊圖

具體而言，由於 MIMO 技術可用以提供陣列增益、干擾抑制、分集增益，與多工增益，因此具有擴大系統涵蓋範圍、提升鏈路品質、提高系統容量及頻譜效率，與提高資料傳輸率之潛力。

為了較清楚解釋 MIMO 的數學模型概念，先從單根天線訊號模型說明起，假設 $x(k)$ 是第 k 個取樣時間點的輸入訊號，所以時域接收訊號可以表示成[8]：

$$y(k) = \sum_{l=0}^{n-1} h(k,l)x(k-l) + z(k) \quad (2-6)$$

其中 $h(k,l)$ 表示通道第 k 個取樣時間點的脈衝響應， n 是多重路徑的數目， T_s 為取樣時間，也就是說當我們取樣率大於 $2(W_l + W_s)$ 時可以滿足 Nyquist 取樣定理， W_l 為訊號輸入頻寬， W_s 是時變通道的頻寬。

延伸到MIMO系統時，假設傳送端有 N_T 根天線和接收端有 N_R 根天線，定義傳送的時域離散訊號向量為 $\mathbf{x}(k) = [x^{(1)}(k), \mathbf{K}, x^{(m)}(k), \mathbf{K}, x^{(N_T)}(k)]^T$ ，接收的時域離散訊號向量為 $\mathbf{y}(k) = [y^{(1)}(k), \mathbf{K}, y^{(m)}(k), \mathbf{K}, y^{(N_R)}(k)]^T$ ，外加高斯雜訊向量為 $\mathbf{z}(k) = [z^{(1)}(k), \mathbf{K}, z^{(m)}(k), \mathbf{K}, z^{(N_R)}(k)]^T$ ，其中 $x^{(m)}(k)$ ， $y^{(m)}(k)$ ， $z^{(m)}(k)$ 的上標 m 是表示第 m 根天線的訊號與雜訊。 \mathbf{H}_l 是MIMO系統的多路徑通道脈衝響應， l 表示在第 k 個取樣時間中第 l 根脈衝響應，又因為多根天線使通道不再是一個單純的衰減值或衰減向量，而是一個如(2-8)的多維的陣列，其大小與維度端看整個系統的傳送端與接收端天線數及模擬使用的通道模型不同而有所不同，所以MIMO系統可模組化成為一個複數基頻離散訊號如下式[11]：

$$\mathbf{y}_{N_R \times 1}(k) = \sum_{l=0}^{n-1} \mathbf{H}_l \mathbf{x}_{N_T \times 1}(k-l) + \mathbf{z}_{N_R \times 1}(k) \quad (2-7)$$

$$\mathbf{H}_l = \begin{bmatrix} h^{(1,1)}(k,l) & h^{(1,2)}(k,l) & \mathbf{L} & h^{(1,N_T)}(k,l) \\ h^{(2,1)}(k,l) & h^{(2,2)}(k,l) & \mathbf{L} & h^{(2,N_T)}(k,l) \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ h^{(N_R,1)}(k,l) & h^{(N_R,2)}(k,l) & \mathbf{L} & h^{(N_R,N_T)}(k,l) \end{bmatrix}_{N_R \times N_T} \quad (2-8)$$

其中 $h^{(p,q)}(k,l)$ 表示第 p 根接收天線到第 q 根傳送天線間通道脈衝響應模型，可視為單一天線的通道模型。假設傳送端所擁有的傳送功率為 P_T ，不管天線增加幾根，傳送端的傳送功率必須保持不變，因此每一根天線所分配到的功率應該為 P_T / N_T ，假設傳送的訊號是零平均且獨立相同地分佈(i.i.d)，則傳送訊號的協方差矩陣(Covariance matrix)可表示成(2-9)。外加高斯雜訊的協方差如(2-10)。但是本論文因著重在時變通道對MIMO-OFDM系統的影響上，所以對於論文中所採用之時變通道模型會在章節2.1.3中介紹MIMO-OFDM系統時一併說明，而其中的脈衝響應參數定義則會在後面2.2.3章節介紹Jake's通道模型時解釋。

$$\mathbf{R}_{xx} = \frac{P_T}{N_T} I_{N_T \times N_T}, \quad P_T : \text{total power} \quad (2-9)$$

$$\mathbf{R}_{zz} = S_z^2 \mathbf{I}_{N_R \times N_R}, \quad S_z^2: \text{noise variance} \quad (2-10)$$

2.1.3 MIMO-OFDM 系統與電腦模擬時變通道訊號模型

MIMO-OFDM 系統結合了上述 MIMO 與 OFDM 兩種技術的新型複合技術，因此具有兩者的優點如下：

- 2 提升系統鏈路品質：MIMO-OFDM 可利用時間、頻率和空間的三維自由度，使無線傳輸系統對雜訊、干擾及多路徑之容忍度大幅提升，也就是說 MIMO-OFDM 可以利用豐富的空間通道特性，藉由發射及接收多天線提供穩定的空間分集或提高傳輸率與品質。
- 2 提升頻譜使用效率：就提高系統傳輸率的目標而言，單純使用 OFDM 技術的通訊系統需要增加次載波的數量，如此將造成系統頻寬需求及複雜度增加，這對頻寬和功率受限的無線通訊系統較不適合。但若結合了 MIMO 技術，則 OFDM 系統即能在不增加頻寬和功率的前提下，提高系統的容量和頻譜使用效率，所以 MIMO-OFDM 可以充份利用頻譜資源，藉由動態調整次載波之調變與功率維持系統之通訊品質與傳輸率。

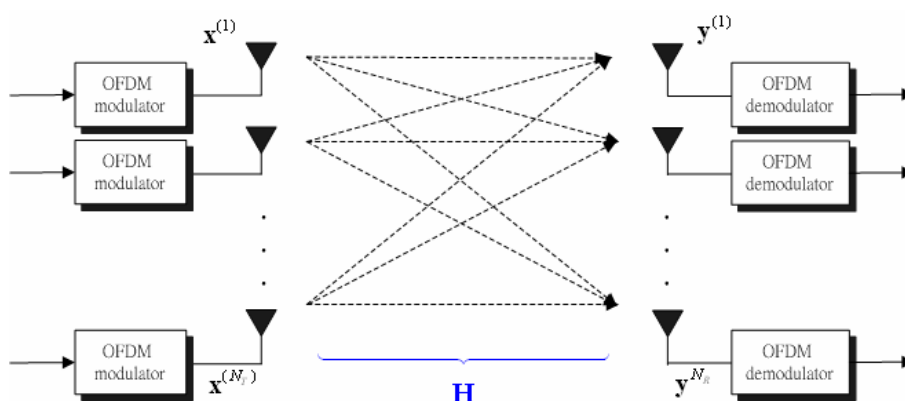


圖 2-8 MIMO-OFDM 系統架構圖

MIMO-OFDM 的架構可由圖 2-8 得知，其中 OFDM 系統是一個有 N 個子載波的系統，所以在傳輸端每個 OFDM 調變器 (modulator) 都會有 N 個子載波，其 OFDM 的符元區間長度為 N ，因此總共會有 N_T 個長度為 N 的 OFDM 符元分別經由 N_T 根天線送出。論文中電腦模擬的時變通道的離散訊號模型介紹如下，對一段傳送 N 個符元的時間區塊來說，接收訊號 $\mathbf{y}(k)$ 定義如 (2-7) 所示，在 (2-11) 中將 $\mathbf{y}(k)$ ， $k = 0, 1, \mathbf{K}, N-1$ 串接可以用矩陣表示為：

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y} &= \begin{bmatrix} \mathbf{y}(1) \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{y}(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y^{(1)}(1) \\ \mathbf{M} \\ y^{(N_R)}(1) \\ \mathbf{M} \\ y^{(1)}(N) \\ \mathbf{M} \\ y^{(N_R)}(N) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \mathbf{h}(0,0) & 0 & \mathbf{K} & \mathbf{h}(0,2) & \mathbf{h}(0,1) \\ \mathbf{h}(1,1) & \mathbf{h}(1,0) & \mathbf{K} & \mathbf{h}(1,3) & \mathbf{h}(1,2) \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ \mathbf{h}(v-1, v-1) & \mathbf{h}(v-1, v-2) & \mathbf{M} & 0 & 0 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{h}(N-2, 0) & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K} & \mathbf{h}(N-1, 1) & \mathbf{h}(N-1, 0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^{(1)}(1) \\ \mathbf{M} \\ x^{(N_T)}(1) \\ \mathbf{M} \\ x^{(1)}(N) \\ \mathbf{M} \\ x^{(N_T)}(N) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z^{(1)}(1) \\ \mathbf{M} \\ z^{(N_R)}(1) \\ \mathbf{M} \\ z^{(1)}(N) \\ \mathbf{M} \\ z^{(N_R)}(N) \end{bmatrix} \\
 &= \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{z}
 \end{aligned} \tag{2-11}$$

$\mathbf{y}, \mathbf{z} \in \mathfrak{L}^{N_R \cdot N}$, $\mathbf{x} \in \mathfrak{L}^{N_T \cdot N}$, $\mathbf{H} \in \mathfrak{L}^{N_R \cdot N \times N_T \cdot N}$ ， \mathbf{H} 是包含 MIMO-OFDM 中循環前序影響的等效通道矩陣， \mathbf{H} 中所有 $N_T \cdot N_R$ 條通道在第 m 個取樣時間點的第 n 根脈衝響應

$$\text{表示為 } \mathbf{h}(m, n) = \begin{bmatrix} h^{(1,1)}(m, n) & \mathbf{K} & h^{(1, N_T)}(m, n) \\ \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ h^{(N_R, 1)}(m, n) & \mathbf{K} & h^{(N_R, N_T)}(m, n) \end{bmatrix}_{N_R \times N_T}, \quad 0 \leq m, n \leq N-1, \text{ 我們假設}$$

循環前序的長度與通道長度相同，將循環前序安插於每一個輸入區塊前面可消除 ISI；前序可視為傳送區塊中當通道隨時間改變時，區塊與區塊之間的保護區間；

上述情況為時變通道，通道脈衝響應 \mathbf{H} 具有時間選擇性衰減的問題產生，然而當脈衝響應在 N 個符元區間為非時變，則循環前序可使 OFDM 傳輸系統中的 \mathbf{H} 變為環狀區塊矩陣 (block-circulant matrix)。

在 MIMO-OFDM 系統中，頻域上的傳輸訊號向量為 \mathbf{X} 定義如下：

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}^T(1), \mathbf{X}^T(2), \mathbf{K}, \mathbf{X}^T(N)]^T = [X^{(1)}(1), \mathbf{K}, X^{(N_T)}(1), \mathbf{K}, X^{(1)}(N), \mathbf{K}, X^{(N_T)}(N)]^T \quad (2-12)$$

\mathbf{X} 長度為 $N_T \cdot N \times 1$ ， $\mathbf{X}(m)$ 為第 m 個子載波上的傳送訊號，向量長度為 $1 \times N_T$ ，而 $X^{(N_T)}(m)$ 表示第 m 個子載波上的傳送第 N_T 根天線的訊號，在傳送端要對載有資料的頻域傳送訊號 \mathbf{X} 取 IDFT，使時域輸入訊號 \mathbf{x} 包含有 N_T 個 N 維時域的輸入向量，可表示成：

$$\mathbf{x} = \mathbf{Q}^{(Tx)H} \mathbf{X} \quad (2-13)$$

其中 $\mathbf{Q}^{(Tx)} = \mathcal{Q} \otimes \mathbf{I}_{N_T \times N_T}$ ， $\mathbf{Q}^{(Rx)} = \mathcal{Q} \otimes \mathbf{I}_{N_R \times N_R}$ (\otimes 表 Kronecker product)， \mathcal{Q} 是標準的 N 維 DFT 矩陣， $\mathcal{Q}^H = [\mathbf{q}_0, \mathbf{K}, \mathbf{q}_{N-1}]$ ， $\mathbf{q}_s = 1/\sqrt{N} [1, \mathbf{K}, e^{j2ps(N-1)/N}]^T$ ，也就是 $\mathcal{Q}(l, k) = 1/\sqrt{N} e^{-j(2p/N)lk}$ ， $0 \leq l, k \leq N-1$ 。時間區塊為 $[-(n-1), \mathbf{K}, N-1]$ (N 為子載波的數目) 時，在接收端每根天線收到訊號後，先經過 OFDM 解調器 (demodulator) 再做其他後續動作，所以 \mathbf{Y} 為頻域上的接收訊號向量可表示成：

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}^T(1), \mathbf{Y}^T(2), \mathbf{K}, \mathbf{Y}^T(N)]^T = [Y^{(1)}(1), \mathbf{K}, Y^{(N_R)}(1), \mathbf{K}, Y^{(1)}(N), \mathbf{K}, Y^{(N_R)}(N)]^T \quad (2-14)$$

\mathbf{Y} 的向量長度為 $N_R \cdot N \times 1$ ， $\mathbf{Y}(m)$ 為第 m 個子載波上的接收訊號，向量長度為

$1 \times N_R$ ，而 $Y^{(N_R)}(m)$ 表示第 m 個子載波上接收第 N_R 根天線的訊號，在接收端對

(2-11) 的時域接收訊號 \mathbf{y} 作 DFT，使頻域上的輸出訊號 \mathbf{Y} 可寫成：

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{N_R \cdot N \times 1} &= \begin{bmatrix} \mathbf{Y}(0) \\ \mathbf{Y}(1) \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{Y}(N-1) \end{bmatrix} = \mathbf{Q}^{Rx} (\mathbf{H} \mathbf{Q}^{Tx} \mathbf{X} + \mathbf{z}) = (\mathbf{Q}^{Rx} \mathbf{H} \mathbf{Q}^{Tx}) \mathbf{X} + \mathbf{Q}^{Rx} \mathbf{z} = \mathbf{G}_{N_R \cdot N \times N_T \cdot N} \mathbf{X}_{N_T \cdot N \times 1} + \mathbf{Z}_{N_R \cdot N \times 1} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{G}(0,0) & \mathbf{G}(0,1) & \mathbf{K} & \mathbf{G}(0,N-1) \\ \mathbf{G}(1,0) & \mathbf{G}(1,1) & \mathbf{K} & \mathbf{G}(1,N-1) \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ \mathbf{G}(N-1,0) & \mathbf{G}(N-1,1) & \mathbf{K} & \mathbf{G}(N-1,N-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}(0) \\ \mathbf{X}(1) \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{X}(N-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{Z}(0) \\ \mathbf{Z}(1) \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{Z}(N-1) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-15)$$

對第 p 個子載波的訊號 ($p=0,1,\mathbf{K},N-1$) 來說，接收端 N_R 根天線接收訊號作 DFT 處理後為 $\mathbf{Y}(p) = [Y^{(1)}(p), \mathbf{K}, Y^{(N_R)}(p)]^T$ ，傳送端 N_T 根天線傳送訊號在作 IDFT 處理前為 $\mathbf{X}(p) = [X^{(1)}(p), \mathbf{K}, X^{(N_T)}(p)]^T$ ， $\mathbf{Z}(p) = [Z^{(1)}(p), \mathbf{K}, Z^{(N_R)}(p)]^T$ 為外加高斯雜訊向量，而 $Y^{(i)}(p)$ ， $X^{(j)}(p)$ ， $Z^{(i)}(p)$ ， $i=1,\mathbf{K},N_R$ ， $j=1,\mathbf{K},N_T$ ，分別是時域訊號 $\{y^{(i)}(k)\}$ ， $\{x^{(j)}(k)\}$ ， $\{z^{(i)}(k)\}$ 經 DFT 轉換後頻域的輸出訊號，而 \mathbf{Z} 的平均值為零，方差 (variance) 為 $\mathbf{S}_Z^2 I_{N_N \times N_N}$ ，能量為 $\mathbf{R}_{ZZ} = E\{\mathbf{Z} \cdot \mathbf{Z}^*\} = \mathbf{S}_Z^2 I_{N_N \times N_N}$ 。

$\mathbf{G} = \mathbf{Q}^{Rx} \mathbf{H} \mathbf{Q}^{Tx}$ 矩陣大小為 $N_R \cdot N \times N_T \cdot N$ 是 \mathbf{X} 經過傳輸後，在接收端收到的通道增益， \mathbf{G} 中第 (p,q) 個頻率也就是 $\mathbf{G}(p,q)$ ，它包含所有 $N_T \cdot N_R$ 條通道的通道增益表

$$\text{示為 } \mathbf{G}(p,q) = \begin{bmatrix} G^{(1,1)}(p,q) & \mathbf{K} & G^{(1,N_T)}(p,q) \\ \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ G^{(N_R,1)}(p,q) & \mathbf{K} & G^{(N_R,N_T)}(p,q) \end{bmatrix}_{N_R \times N_T}, \quad p,q=0,1,\mathbf{K},N-1, \text{ 而}$$

$G^{(i,j)}(p,q)$ 表示第 i 個接收端與第 j 個傳送端在第 (p,q) 個頻率上的通道增益可以利用數學式展開表示為：

$$G^{(i,j)}(p,q) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} h^{(i,j)}(k,l) e^{j2\pi r(q-p)/N} e^{-j2\pi ql/N} \quad (2-16)$$

所以在第 p 個頻率子載波上，接收端 N_R 根天線接收的頻域訊號 $\mathbf{Y}(p)$ 數學式可以展開寫成：

$$\mathbf{Y}(p) = \mathbf{G}(p,p)\mathbf{X}(p) + \sum_{\substack{q=0 \\ q \neq p}}^{N-1} \mathbf{G}(p,q)\mathbf{X}(q) + \mathbf{Z}(p), \quad p = 0, \mathbf{K}, N-1 \quad (2-17)$$

ICI

本論文主要便是著重在處理接收端移動產生都卜勒效應造成的時間選擇性衰減的問題，因為時間選擇性衰減通道會破壞子載波正交性造成同步誤差，產生 ICI 會降低 SINR 對資料傳輸量與系統效能影響很大。ICI 以數學表示指的就是(2-17)

等號右邊第二項，也就是 $\mathbf{Z}_{ICI}(p) = \sum_{\substack{q=0 \\ q \neq p}}^{N-1} \mathbf{G}(p,q)\mathbf{X}(q)$ ，因為時變通道使得傳送符元與

脈衝響應之間的關係不再是環狀折積，也使得通道頻率響應不再是單純的對角線矩陣，子載波間的正交性被破壞，所以要消除 ICI 以恢復子載波彼此之間的正交性，以提升系統效能與鏈路品質。而後面章節提到的傳送訊號若未特別註明將泛指尚未做 IDFT 轉換在頻域的傳送訊號，接收訊號則泛指已經做過 DFT 轉換同樣也在頻域接收訊號；在後續章節 2.3 與 2.4 將陸續敘述在一般在頻域如何用 MMSE 等化器以及連續 ICI 消除器來處理 ICI 的問題。

2.2 傳輸通道模型 (ICI 模型)

無線通訊信號在傳遞時，隨著距離的增加，能量逐漸衰減。若傳遞的路徑上有山丘、樹木等遮蔽物時，也會造成能量的變化，這些信號平均能量變化的現象稱為大範圍衰減 (large scale fading)。另外，傳送端發出的信號，會藉由週遭物體的反射，從許多不同的路徑到達接收端，收到的信號就是這些來自不同路徑信

號的加成，而造成小範圍衰減（small scale fading）。當不同反射信號到達接收端的時間遠小於信號的取樣週期時，相加成的結果只會對單一符元造成影響。隨著週遭環境的變化，影響加成的結果，使得接收到的信號能量快速變化。通常這個現象會以SOS（Sum of Sine）模型表示，其中最廣為人知的就是Jake's Model [14]、[15]。

無線時變通道通常包含的現象:大範圍衰減包含了因傳輸距離造成的mean path loss，以及物體的阻隔而造成的Shadowing effect，這種特性通常用對數常態分佈（log-normal distribution）作模擬。而小範圍衰減包含長時間延遲的反射造成的多路徑通道，以及因為週遭環境的變化造成的都卜勒現象使信號的振幅和相位會在短時間內快速改變導致信號失真，本論文主要是著重在小範圍衰減的情況。

2.2.1 多路徑衰減



信號從傳送端經由通道至接收端，會遭遇到分散（scatter）、反射（reflection）、折射（refraction）或者繞射（diffraction）等不同的干擾，使得信號經由不同路徑至接收端的抵達時間、振幅大小與相位會不一致，而形成互相干擾，也就是所謂的多路徑干擾。

當接收信號是從任意不同方向而來，並且沒有明顯的直接路徑的話，數目一多，我們則可以利用中央極限定理來推論，收到的信號可用一個期望值為零的複數高斯隨機過程（complex Gaussian process）來模擬其性質。信號振幅大小呈現Rayleigh分佈，而相位會呈現均勻分佈（uniform distribution），則我們稱這個通道為Rayleigh衰落通道。但是如傳送端與接收端之間有一條直接路徑，則整體信號的期望值不會為零，如此一來則會呈現Rician 分佈，也就是所謂的Rician衰落通道。通道的脈衝響應可以表示如下 [16]：

$$h(t, t) = \sum_{n=1}^{N(t)} a_n(t) d(t - t_n(t)) e^{iq_n(t)} \quad (2-18)$$

其中 $N(t)$ 表示路徑的個數， $a_n(t)$ 表示第 n 個路徑的振幅大小， $t_n(t)$ 則為第 n 個路徑的傳輸延遲時間， $q_n(t) = 2\pi f_c t_n(t)$ 為第 n 個路徑的相角， f_c 是載波頻率：這些變數都是時間的函數，因此通道脈衝響應是隨時間改變的。一般來說， $N(t)$ 為常態分佈 (normal distribution)， $t_n(t)$ 為Poisson分佈， $q_n(t)$ 為均勻分佈 (uniform distribution)， $a_n(t)$ 則視通道環境而定，大致有Rayleigh分佈、Rician分佈、對數常態分佈 (log-normal distribution) 等。在本論文模擬時變通道環境時，簡化了一些設定：假設 $N(t)$ 和 $t_n(t)$ 為常數，不受時間變化影響，主要考慮 $a_n(t)$ 的變化對於整體MIMO-OFDM系統的影響。

2.2.2 都卜勒效應

移動接收時所產生的都卜勒效應，是另外一件值得注意的事情，由於是在移動中接收信號，則電波頻率會因為入射波與行進方向夾角不同而產生變化，稱之為都卜勒擴散或是都卜勒偏移(shift)，都卜勒擴散量 f_d ，可由下面數學式表示[15]：

$$f_d = \frac{V}{l} \cos q \quad (2-19)$$

其中 V 為接收端的移動速度， l 為電磁波波長， q 為電磁波的入射角度。由 (2-19) 可知，都卜勒擴散量最大值為 $f_m = \frac{V}{l}$ 。在多路徑傳輸通道中，電波經由不同路徑到達接收端，因此會有不同的入射角度，也因此會有不同的頻率偏移量，因而增加接收信號的複雜度，而在多載波系統中，還會造成ICI干擾而降低系統接收的正確性，信號會因為都卜勒頻率飄移的效應而在載波頻率上產生 U 型都卜勒頻譜，數學式表示為：

$$S_c(f) = \begin{cases} \frac{1}{p f_m \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_m}\right)^2}} & |f| \leq f_m \\ 0 & |f| > f_m \end{cases} \quad (2-20)$$

2.2.3 Jakes 通道模擬方法

由上面兩個小節可以知道要模擬無線衰落通道，必須考慮符合Rayleigh分佈的特性與都卜勒頻率偏移效應。現今主要模擬具有都卜勒偏移效應的Rayleigh通道衰落的方法，大多採用Jakes所提出的模型[15]，利用這個模型可以得到如圖 2-9 非常近似Rayleigh分佈的衰落通道。其中Jakes為了簡化計算量，假設信號的入射角度均勻分佈，並且振幅相同，然後利用弦波的對稱性，將來自360度的信號簡化到一個象限內來表示。

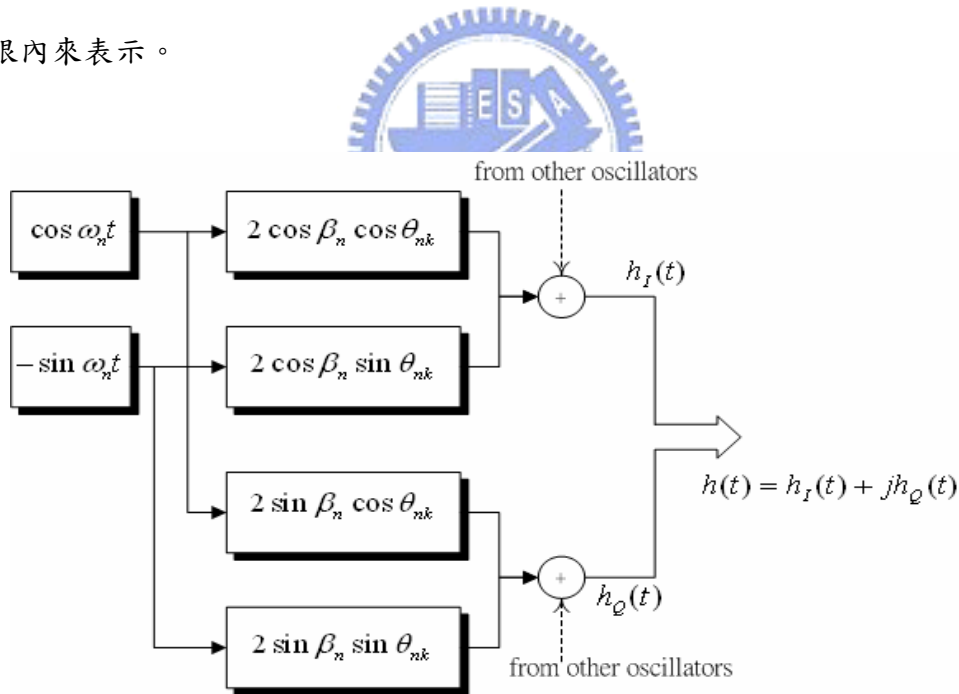


圖 2-9 Jake's 多重 Rayleigh 衰落路徑通道模型

Jake's 利用 M 個低頻震盪器產生 M 個 fading envelopes，藉由提供第 n 個震盪器額外的相位偏移 $q_{nk} = g_{nk} + b_n$ ， $1 \leq k \leq M$ 可以產生第 k 個 faded envelope：

$$h_k(t) = \sum_{n=1}^M [\cos(b_n) + j \sin(b_n)] \cos(2p f_n t + q_{nk}) \quad (2-21)$$

其中除了 f_n 為低頻震盪器的頻率，還要增加額外限制 multiple faded envelope 為不相關（或是近似不相關）後，可得到 g_{nk} 和 b_n 的近似值，數學式如下：

$$f_n = f_m \cos(2pn/N), \quad n = 1, 2, \dots, M, \quad \text{where } M = \frac{1}{2} \left(\frac{N}{2} - 1 \right) \quad (2-22)$$

$$b_n = \frac{pn}{M+1} \quad n = 1, 2, \dots, M \quad (2-23)$$

$$g_{nk} = \frac{2p(k-1)n}{M+1} \quad n = 1, 2, \dots, M \quad (2-24)$$

藉由上面得到的值可以算出在不同 faded envelopes 的相互關係，數學式如下：

$$f_{h_i, h_j}(t) = \frac{E[h_i^*(t)h_j(t+t)]}{\sqrt{E[|h_i(t)|^2]E[|h_j(t)|^2]}} \quad (2-25)$$

2.3 MIMO-OFDM 系統之 MMSE 等化器

最小均方誤差（minimum mean-squared error, MMSE）等化器會將接收到的頻域訊號能量資訊與背景雜訊因素考慮進去的線性檢測器，這個等化器會利用線性映象（linear mapping）的方式，以將資料與線性映像後估計結果差值的均方

$E[\|\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{W}^H \mathbf{Y}\|^2]$ 最小化為目的，因此才被稱之為最小均方誤差等化器，其中 \mathbf{Y} 定義

如 (2-15)，並假設估出訊號 $\hat{\mathbf{X}}$ 為 i.i.d.，平均為零、變異數 $E\{\|\hat{\mathbf{X}}\|^2\} = \mathbf{s}_X^2 = 1$ ，數學

表示式如下：

$$\min E[\|\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{W}^H \mathbf{Y}\|^2] \quad (2-26)$$

$\hat{\mathbf{X}}$ 為估計出的傳送訊號， $\mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}} = E\{\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H\} = \mathbf{G}\mathbf{G}^H + \mathbf{R}_{in}$ 是訊號的相關性矩陣

(correlation matrix)，矩陣大小為 $N \cdot N_R \times N \cdot N_R$ ， $\mathbf{R}_{in} = E\{[\mathbf{Y} - \mathbf{G}\mathbf{X}][\mathbf{Y} - \mathbf{G}\mathbf{X}]^H\}$ 是

ICI 加上雜訊效應的相關性矩陣，矩陣大小為 $N \cdot N_R \times N \cdot N_R$ ， $\mathbf{R}_{\mathbf{Y}\hat{\mathbf{X}}} = E\{\mathbf{Y}\hat{\mathbf{X}}^H\} = \mathbf{G}$

是估出訊號與接收訊號的相互關係矩陣 (cross-correlation matrix)，所以 MMSE 等化器的 Wiener 解可以由數學式表示為[7]：

$$\mathbf{W} = \mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}^{-1} \mathbf{R}_{\mathbf{Y}\hat{\mathbf{X}}} = \mathbf{G}^H (\mathbf{G}\mathbf{G}^H + \frac{\mathbf{S}_Z^2}{\mathbf{S}_X} \mathbf{I}_{N_R \times N_R})^{-1} = (\mathbf{G}^H \mathbf{G} + \frac{\mathbf{S}_Z^2}{\mathbf{S}_X} \mathbf{I}_{N_T \times N_T})^{-1} \mathbf{G}^H \quad (2-27)$$

誤差值為 $e_{MMSE} = 1 - \mathbf{W}^H \mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}} \mathbf{W} = 1 - \mathbf{G}^H \mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}^{-1} \mathbf{G} = 1 - \mathbf{W}^H \mathbf{G}$ ，輸出的 SINR 為

$$g_{MMSE} = \frac{|\mathbf{W}^H \mathbf{G}|^2}{\mathbf{W}^H \mathbf{R}_{in} \mathbf{W}} = \frac{1 - e_{MMSE}}{e_{MMSE}}。$$

MIMO-OFDM MMSE 等化器的方塊圖，以 N_T 根傳送天線與 N_R 根接收天線為例，如圖 2-10 所示。圖 2-10 中有 $N_R \times N_T$ 組通道脈衝響應，其中 $\mathbf{H}^{(i,j)}$ ($i=1, \mathbf{K}, N_R$, $j=1, \mathbf{K}, N_T$) 表示從(2-11)中多根天線組成的 \mathbf{H} 矩陣取出在第 i 根接收天線與第 j 根傳送天線間的通道脈衝響應，並表示為：

$$\mathbf{H}^{(i,j)} = \begin{bmatrix} h^{(i,j)}(0,0) & 0 & \mathbf{K} & h^{(i,j)}(0,2) & h^{(i,j)}(0,1) \\ h^{(i,j)}(1,1) & h^{(i,j)}(1,0) & \mathbf{K} & h^{(i,j)}(1,3) & h^{(i,j)}(1,2) \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ h^{(i,j)}(v-1, v-1) & h^{(i,j)}(v-1, v-2) & \mathbf{M} & 0 & 0 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & h^{(i,j)}(N-2, 0) & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K} & h^{(i,j)}(N-1, 1) & h^{(i,j)}(N-1, 0) \end{bmatrix} \quad (2-28)$$

接收到的訊號 \mathbf{Y} 乘上一線性對應矩陣 \mathbf{W}^H 後，可以使原本 \mathbf{G} 中非對角線項也就是 ICI 干擾項，視同雜訊干擾項盡量消除；相較於忽略雜訊成分的 ZF(zero forcing,

ZF)，MMSE 等化器會將雜訊的因素考慮進去，因此一般而言其效能較 ZF 為高；在雜訊較弱趨近於零的情況下，MMSE 的效能會趨近於 ZF；此外，MMSE 等化器有個缺點，即其必須估測使用者訊號的振幅大小。計算相關性與相互相關性矩陣的 \mathbf{G} 可以由後面章節 2.5 估出通道在經由數學運算轉換可得。



圖 2-10 MIMO-OFDM 與 MMSE 等化器方塊圖(以 N_T 根傳送天線與 N_R 根接收天線為例)


2.4 SISO-OFDM 系統之連續 ICI 消除器

所謂干擾消除器，簡單來說就是干擾訊號的估計 (estimation)、重建 (reconstruction) 與消除 (cancellation) 三個步驟，是非線性的演算法。干擾消除器是屬於次佳化的作法，但精確的通道估計可以改善其效能。如果根據有誤的估

計結果去重建干擾訊號再消除之，反而會加倍干擾的影響性造成錯誤延續（error propagation）。一般干擾消除器的作法主要有連續干擾消除與平行干擾消除（Parallel interference cancellation, PIC）兩類。本論文將採用連續ICI消除器也就是延伸SIC的概念來消除時變通道造成OFDM symbol中ICI問題，至於平行ICI消除器（Parallel ICI）幾經模擬嘗試發現效果不佳，所以在本論文中便不加以介紹。

2.4.1 連續 ICI 演算法

在SISO-OFDM系統中，可以將章節2.2.3中MIMO-OFDM的接收訊號(2-15)只取 $N_T = N_R = 1$ ，讓 $\mathbf{X}_{N \times 1}^{(1)}$ 表示所有傳送的頻域訊號， $\mathbf{Y}_{N \times 1}^{(1)}$ 表示所有接收到的頻域訊號表示為：



$$\begin{aligned} \mathbf{Y}^{(1)} &= \begin{bmatrix} Y^{(1)}(0) \\ Y^{(1)}(1) \\ \mathbf{M} \\ Y^{(1)}(N-1) \end{bmatrix} = \mathbf{G}^{(1,1)} \mathbf{X}^{(1)} + \mathbf{Z}^{(1)} \\ &= \begin{bmatrix} G^{(1,1)}(0,0) & G^{(1,1)}(0,1) & \mathbf{K} & G^{(1,1)}(0,N-1) \\ G^{(1,1)}(1,0) & G^{(1,1)}(1,1) & \mathbf{K} & G^{(1,1)}(1,N-1) \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ G^{(1,1)}(N-1,0) & G^{(1,1)}(N-1,1) & \mathbf{K} & G^{(1,1)}(N-1,N-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^{(1)}(0) \\ X^{(1)}(1) \\ \mathbf{M} \\ X^{(1)}(N-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z^{(1)}(0) \\ Z^{(1)}(1) \\ \mathbf{M} \\ Z^{(1)}(N-1) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-29)$$

其中 $\mathbf{Y}^{(1)} \in \mathfrak{F}^N$ ， $\mathbf{X}^{(1)} \in \mathfrak{F}^N$ 平均值為零，變異數為 s_x^2 ， $\mathbf{Z}^{(1)} \in \mathfrak{F}^N$ 平均值為零，變異數為 s_z^2 ，而 $Y^{(1)}(p), X^{(1)}(p), Z^{(1)}(p)$ 分別表示在第 p 個頻率（ $p=0,1,\mathbf{K},N-1$ ）所接收的訊號、傳送的訊號與外加高斯雜訊。而 $\mathbf{G}^{(1,1)} = \mathbf{Q} \mathbf{H}^{(1,1)} \mathbf{Q}^H \in \mathfrak{F}^{N \times N}$ ， $\mathbf{H}^{(1,1)}$ 定義如(2-28)， $G^{(1,1)}(p,q)$ 表示第 (p,q) 個頻率上的通道增益。

而連續ICI消除器的基本原則 [17]是在接收端根據通道增益 $\mathbf{G}^{(1,1)}$ 中每一行

(column) 能量大小排序，以得知傳送頻率訊號向量 $\mathbf{X}^{(1)}$ 中哪一個tone的增益最大，先針對能量最大的tone進行估計，並從原接收到的頻率訊號向量 $\mathbf{Y}^{(1)}$ 中將其成分扣除，此舉的原因是能量大的tone獲得較精確的資料決策結果。上述的動作將一直被重複直到所有傳送訊號都被檢測出來為止，也就是採用連續的方式減去每一個tone所造成的ICI來增加接收器效能。下圖 2-11表示在接收端以連續ICI消除器來作訊號檢測的SISO-OFDM系統方塊圖。

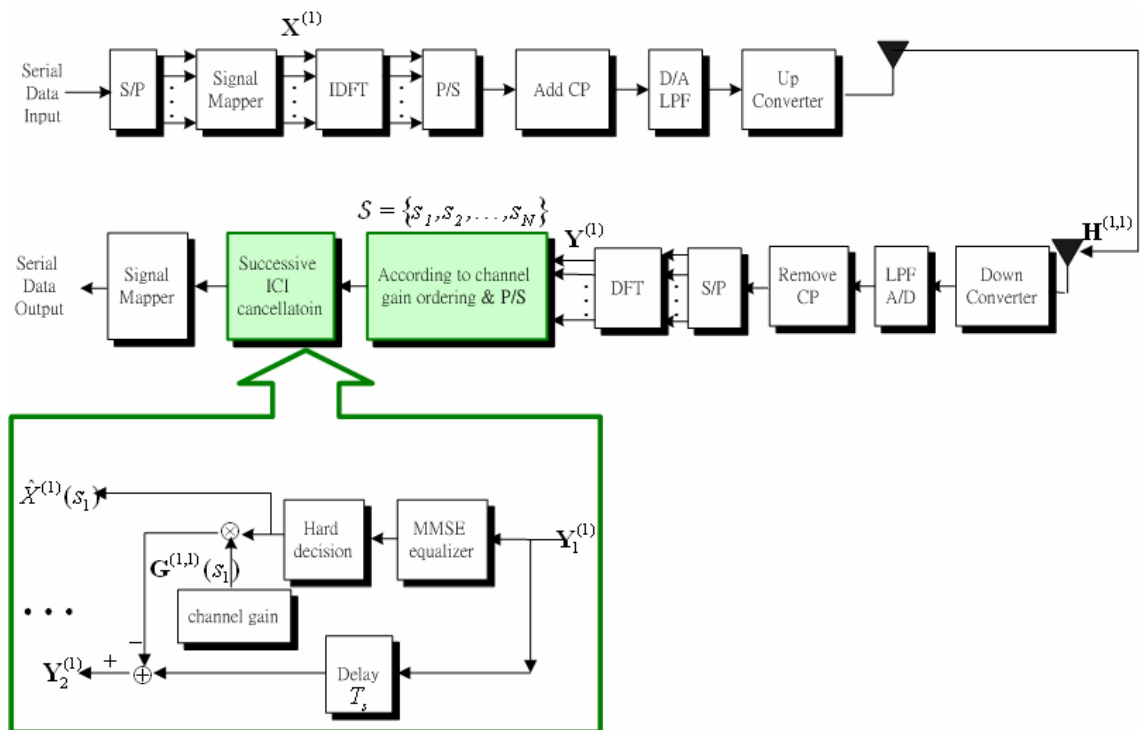


圖 2-11 SISO-OFDM 與連續 ICI 消除器方塊圖

如圖 2-11所示將接收到的訊號 $\mathbf{Y}^{(1)}$ 也就是 $\mathbf{Y}_1^{(1)}$ 送入，在連續ICI演算法中，要檢測出所有訊號需經過 N 次重複運算， $\hat{\mathbf{X}}^{(1)}$ 被檢測出來的順序對系統效能影響很大，設定的排序集合是根據 $\mathbf{G}^{(1,1)}$ 中每一行能量大小排序 (ordering) 為 $\mathbf{S} = \{s_1, s_2, \dots, s_N\}$ ，一開始由MMSE檢測最強的tone擷取出來，經由hard decision完成偵測 $\hat{X}^{(1)}(s_j)$ [7]：

$$\hat{X}^{(1)}(s_j) = Q[\mathbf{W}^{(1,1)H}(s_j)\mathbf{Y}^{(1)}] \quad (2-30)$$

其中 $Q[\cdot]$ 表示根據星象圖作slicing或量化的步驟。而等化矩陣

$$\mathbf{W}^{(1,1)H} = \mathbf{G}^{(1,1)H} \left[\mathbf{G}^{(1,1)} \mathbf{G}^{(1,1)H} + \frac{\mathbf{S}_{\mathbf{Z}^{(1)}}^2}{\mathbf{S}_{\mathbf{X}^{(1)}}^2} \mathbf{I}_{N \times N} \right]^{-1} = \left[\mathbf{G}^{(1,1)H} \mathbf{G}^{(1,1)} + \frac{\mathbf{S}_{\mathbf{Z}^{(1)}}^2}{\mathbf{S}_{\mathbf{X}^{(1)}}^2} \mathbf{I}_{N \times N} \right]^{-1} \mathbf{G}^{(1,1)H}, \text{ 而}$$

$\mathbf{W}^{(1,1)H}(s_j)$ 則表示 $\mathbf{W}^{(1,1)H}$ 矩陣中第 s_j 行。再來是訊號 $\hat{X}^{(1)}(s_j)$ 重建並從接收訊號 $\mathbf{Y}_1^{(1)}$

中將 $\hat{X}^{(1)}(s_j)$ 的部分消去後，可得到一個修正後的接收訊號 $\mathbf{Y}_2^{(1)}$ 表示如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_2^{(1)} &= \mathbf{Y}_1^{(1)} - \mathbf{G}^{(1,1)}(s_j) \hat{X}^{(1)}(s_j) \\ &= \sum_{m \neq s_j} \mathbf{G}^{(1,1)}(m) X^{(1)}(m) + \mathbf{Z}^{(1)} \\ &= \mathbf{G}_{N-1}^{(1,1)} \mathbf{X}_{N-1}^{(1)} + \mathbf{Z}^{(1)} \end{aligned} \quad (2-31)$$

其中 $\mathbf{G}^{(1,1)}(s_j)$ 表示矩陣 $\mathbf{G}^{(1,1)}$ 中的第 s_j 行， $\mathbf{G}_{N-1}^{(1,1)}$ 是一個由 $\mathbf{G}^{(1,1)}$ 移去其第 s_j 行的矩陣，大小降為 $N \times (N-1)$ ， $\mathbf{X}_{N-1}^{(1)}$ 是一個由 $\mathbf{X}^{(1)}$ 移去其第 s_j 項的向量，大小降為 $(N-1) \times 1$ 。接著根據 s_2, \mathbf{K}, s_N 的順序，依序修正接收訊號 $\mathbf{Y}_3^{(1)}, \mathbf{K}, \mathbf{Y}_N^{(1)}$ ，如此重複上述動作可逐步將所有訊號偵測出。

連續ICI消除的優點是，因為每一次干擾消除的架構相同可以重複使用，所以硬體電路需求小，而且藉由連續ICI消除器，能較可靠地偵測出強度較弱的tone。缺點是因為訊號重建與干擾消除必須依序完成，所以會有時間延遲的問題產生，所以當OFDM符元中tone數愈多，傳送資料量愈大，時間延遲會變很長，因此若使用連續ICI消除器則OFDM符元數會受到時間延遲的限制而必須有所取捨。

2.4.2 快速的連續 ICI 消除演算法

連續 ICI 消除的方法描述如上面章節 2.4.1，觀察圖 2-11 可以發現影響連續

ICI 消除器複雜度主要的關鍵是在 MMSE 等化器求 Wiener solution $\mathbf{W}^{(1,H)}$ 的運算上，且 OFDM 符元的子載波數 N 通常都很大，所以接收機的運算複雜度會很高；但是若將實際接收到的訊號加以分析，可以發現其實訊號能量會主要集中在少數某幾個子載波上，而在子載波上的 ICI 主要也是受到鄰近一些子載波的影響較大，距離愈遠的子載波干擾影響愈小，所以在做連續 ICI 消除或 MMSE 運算時，其實是在某種程度上忽略那些距離遠影響小的子載波，使運算複雜度降低，至於忽略子載波個數則需視通道環境與系統效能加以取捨，下面將介紹這個能快速運算連續 ICI 消除的演算法。

首先同上面章節 2.4.1 所述，會將 $\mathbf{G}^{(1,1)}$ 中每一行能量大小排序為

$\mathbf{S} = \{s_1, s_2, \dots, s_N\}$ ，所以 $\mathbf{G}^{(1,1)}$ 中第 s_l 行的能量最大，所以一開始便由影響最大的訊

號 $X^{(1)}(s_1)$ 先解，之後再依序解 $X^{(1)}(s_2), X^{(1)}(s_3), \dots, X^{(1)}(s_N)$ ，所以為了能降低運算

複雜度，讓之後消干擾需要的 $\left[\mathbf{G}^{(1,1)} \mathbf{G}^{(1,1)H} + \frac{\sigma_z^2}{\sigma_x^2} \mathbf{I}_{N \times N} \right]^{-1}$ 反矩陣可以用疊代遞迴的

方式求得，我們會在未經排序的 $\mathbf{G}^{(1,1)}$ 後乘上一個轉換矩陣（permutation matrix）

$\mathbf{P}_S^{(1,1)}$ 以達到每一行交換排序的效果，所以 $\mathbf{P}_S^{(1,1)}$ 矩陣可以將 $\mathbf{G}^{(1,1)}$ 中每一行根據其排

序後的指標位置重新安置，傳送訊號當然也會同時追隨排序後新指標位置重新安

置，並定義重新排序後的通道增益矩陣為：

$$\mathbf{U}^{(1,1)} = \mathbf{G}^{(1,1)} \mathbf{P}_S^{(1,1)} \quad (2-32)$$

$\mathbf{P}_S^{(1,1)}$ 中每一行跟每一列中只能有一個 1，也就是將單位矩陣 $\mathbf{I}_{N \times N}$ 中第 s_l 行排到

$\mathbf{P}_S^{(1,1)}$ 中的第一行， $\mathbf{I}_{N \times N}$ 中第 s_2 行排到 $\mathbf{P}_S^{(1,1)}$ 第二行依此類推， $\mathbf{P}_S^{(1,1)}$ 的數學表式如下：

$$\mathbf{P}_S^{(1,1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{K} & 0 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{K} & \mathbf{M} \\ 0 & \mathbf{M} & \mathbf{K} & 1 \\ 1 & \mathbf{M} & \mathbf{K} & 0 \\ \mathbf{M} & 0 & \mathbf{K} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & 1 & \mathbf{K} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & 0 & \mathbf{K} & \mathbf{M} \\ 0 & 0 & \mathbf{K} & 0 \\ \uparrow & \uparrow & \mathbf{K} & \uparrow \\ s_1 & s_2 & \mathbf{K} & s_N \end{bmatrix}_{N \times N} \quad (2-33)$$

我們目前經排序後第一個檢測的訊號為 $X^{(1)}(s_1)$ ，在求 MMSE Wiener solution 時只考慮 $K = 2e + 1$ 個子載波， K 值大小需在系統效能與複雜度間取捨，令 $\mathbf{\alpha}_{s_1}^{(1)}$ 為一個 $K \times 1$ 的向量，其第 i 項為 $[(s_1 - e - 1 + i) \bmod N] + 1$ ， $i = 1, \mathbf{K}, K$ ，此外我們可以利用 $\mathbf{\alpha}_{s_1}^{(1)}$ 的元素當作指標 (index)，將 $\mathbf{Y}^{(1)}$ 與 $\mathbf{Z}^{(1)}$ 分別取出 K 個元素各別形成向量 $\mathbf{Y}_{s_1}^{(1)}$ 與 $\mathbf{Z}_{s_1}^{(1)}$ ，再利用 $\mathbf{\alpha}_{s_1}^{(1)}$ 的元素當作列指標 (row index)，將 $\mathbf{U}^{(1,1)}$ 取出 K 列向量形成矩陣 $\mathbf{U}_{s_1}^{(1,1)}$ ，所以 (2-29) 可以改寫成 (2-34)，並因減少求 MMSE Wiener solution 時考慮的子載波數，所以接收訊號可以改寫成 (2-35) [10]、[18]。

$$\mathbf{Y}^{(1)} = \mathbf{G}^{(1,1)} \mathbf{X}^{(1)} + \mathbf{Z}^{(1)} = \mathbf{U}^{(1,1)} \mathbf{X}^{(1)} + \mathbf{Z}^{(1)} \quad (2-34)$$

$$\mathbf{Y}_{s_1}^{(1)} = \mathbf{U}_{s_1}^{(1,1)} \mathbf{X}_{s_1}^{(1)} + \mathbf{Z}_{s_1}^{(1)} \quad (2-35)$$

所以經過排序後的 MMSE 的 Wiener solution $\mathbf{W}_{s_1}^{(1,1)}$ 與 $X^{(1)}(s_1)$ 的估計訊號

$\hat{X}^{(1)}(s_1)$ 可以表示成：

$$\begin{aligned}\mathbf{W}_{s_1}^{(1,1)} &= \left[\mathbf{U}_{s_1}^{(1,1)} \mathbf{U}_{s_1}^{(1,1)H} + \frac{S_z^2}{S_x^2} \mathbf{I}_{K \times K} \right]^{-1} \mathbf{U}_{s_1}^{(1,1)}(s_1) \\ &= \mathbf{R}_{s_1}^{(-1)} \mathbf{U}_{s_1}^{(1)}(s_1)\end{aligned}\quad (2-36)$$

$$\hat{X}^{(1)}(s_1) = \mathcal{Q} \left[\mathbf{W}_{s_1}^{(1,1)} \mathbf{Y}_{s_1}^{(1)} \right] \quad (2-37)$$

其中 $\mathbf{U}_{s_1}^{(1,1)}(s_1)$ 表示 $\mathbf{U}_{s_1}^{(1,1)}$ 中第 s_1 行，為了要陸續估計後面 $\hat{X}^{(1)}(s_2)$, $\hat{X}^{(1)}(s_3)$, ..., $\hat{X}^{(1)}(s_N)$ ，我們要重建已經估得的訊號並從 $\mathbf{Y}^{(1)}$ 中扣除：

$$\mathbf{Y}_{s_2}^{(1)} = \mathbf{Y}^{(1)} - \mathbf{U}^{(1,1)}(s_1) \hat{X}^{(1)}(s_1) \quad (2-38)$$

$\mathbf{U}^{(1,1)}(s_1)$ 表示 $\mathbf{U}^{(1,1)}$ 中第 s_1 行，之後如同上一小節所說重覆上次動作直到全部解出，但是要注意的是 $\mathbf{Y}_{s_2}^{(1)} = \mathbf{Y}_{s_2}^{(1)}(\alpha_{s_2}^{(1)})$ 後面同理可以類推求得。其中的 $\mathbf{U}_{s_2}^{(1,1)}$ 與 $\mathbf{U}_{s_1}^{(1,1)}$ 之間有相關性， $\mathbf{U}_{s_2}^{(1,1)}$ 的前 $K-1$ 行與 $\mathbf{U}_{s_1}^{(1,1)}$ 的後 $K-1$ 相同，也就是說在 (2-36) 中 \mathbf{R}_{s_1} 後 $K-1$ 行與 \mathbf{R}_{s_2} 的前 $K-1$ 行中的某些元素相同，所以我們可疊代計算 $\mathbf{R}_{s_1}^{(-1)}$ 來大幅降低運算量。

如果我們將 $\mathbf{U}_{s_1}^{(1,1)}$ 分割寫成 $\mathbf{U}_{s_1}^{(1,1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{s_1} & \bar{\mathbf{U}}_{s_1}^H \end{bmatrix}^H$ ，則 \mathbf{R}_{s_1} 可以寫成：

$$\mathbf{R}_{s_1} = \begin{bmatrix} b_{s_1} & \boldsymbol{\beta}_{s_1}^H \\ \boldsymbol{\beta}_{s_1} & \boldsymbol{\theta}_{s_1} \end{bmatrix} \quad (2-39)$$

其中 $b_{s_1} := \mathbf{u}_{s_1}^H \mathbf{u}_{s_1} + \frac{S_z^2}{S_x^2} \mathbf{I}$ ， $\boldsymbol{\theta}_{s_1} := \bar{\mathbf{U}}_{s_1} \bar{\mathbf{U}}_{s_1}^H + \frac{S_z^2}{S_x^2} \mathbf{I}_{(K-1) \times (K-1)}$ ， $\boldsymbol{\beta}_{s_1} := \bar{\mathbf{U}}_{s_1} \mathbf{u}_{s_1}$ ，所以 $\mathbf{R}_{s_1}^{-1}$ 可以寫成：

$$\mathbf{R}_{s_1}^{-1} = \begin{bmatrix} h_{s_1,11} & \boldsymbol{\eta}_{s_1,21}^H \\ \boldsymbol{\eta}_{s_1,21} & \boldsymbol{\Psi}_{s_1,22} \end{bmatrix} \quad (2-40)$$

其中 $h_{s_1,11} = (b_{s_1} - \boldsymbol{\beta}_{s_1}^H \boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1} \boldsymbol{\beta}_{s_1})^{-1}$ 是純量， $\boldsymbol{\eta}_{s_1,21} = -\frac{\boldsymbol{\Psi}_{s_1,22} \boldsymbol{\beta}_{s_1}}{b_{s_1}}$ 是 $(K-1) \times 1$ 向量，

$\boldsymbol{\Psi}_{s_1,22} = \left(\boldsymbol{\theta}_{s_1} - \frac{\boldsymbol{\beta}_{s_1} \boldsymbol{\beta}_{s_1}^H}{b_{s_1}} \right)^{-1}$ 是 $(K-1) \times (K-1)$ 矩陣，由 matrix inverse lemma 可知：

$$\boldsymbol{\Psi}_{s_1,22} = \left(\boldsymbol{\theta}_{s_1} - \frac{\boldsymbol{\beta}_{s_1} \boldsymbol{\beta}_{s_1}^H}{b_{s_1}} \right)^{-1} = \boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1} + h_{s_1,11} (\boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1} \boldsymbol{\beta}_{s_1}) (\boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1} \boldsymbol{\beta}_{s_1})^H \quad (2-41)$$

將各矩陣與向量代入(2-41)後，發現 $\boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1}$ 可表示為：

$$\boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1} = \boldsymbol{\Psi}_{s_1,22} - \frac{\boldsymbol{\eta}_{s_1,21} \boldsymbol{\eta}_{s_1,21}^H}{h_{s_1,11}} \quad (2-42)$$



再來我們將 $\mathbf{U}_{s_2}^{(1,1)}$ 分割寫成 $\mathbf{U}_{s_2}^{(1,1)} = [\bar{\mathbf{U}}_{s_1}^H \ \boldsymbol{\mathcal{U}}_{s_2}]^H$ ，則 \mathbf{R}_{s_2} 可以寫成：

$$\mathbf{R}_{s_2} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_{s_1} & \boldsymbol{\beta}_{s_2} \\ \boldsymbol{\beta}_{s_2}^H & \boldsymbol{\mathcal{B}}_{s_2} \end{bmatrix} \quad (2-43)$$

其中 $\boldsymbol{\mathcal{B}}_{s_2} := \boldsymbol{\mathcal{U}}_{s_2}^H \boldsymbol{\mathcal{U}}_{s_2} + \frac{S_Z^2}{S_X} \mathbf{I}$ ， $\boldsymbol{\beta}_{s_2} := \bar{\mathbf{U}}_{s_1} \boldsymbol{\mathcal{U}}_{s_2}$ ，令 $b_{s_2} := (\boldsymbol{\mathcal{B}}_{s_2} - \boldsymbol{\beta}_{s_2}^H \boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1} \boldsymbol{\beta}_{s_2})^{-1}$ ， $\mathbf{B}_{s_2} := -\boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1} \boldsymbol{\beta}_{s_2}$ ，

所以 $\mathbf{R}_{s_2}^{-1}$ 可以寫成：

$$\mathbf{R}_{s_2}^{-1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1} + \mathbf{B}_{s_2} \mathbf{B}_{s_2}^H b_{s_2} & \mathbf{B}_{s_2} b_{s_2} \\ \mathbf{B}_{s_2}^H b_{s_2} & b_{s_2} \end{bmatrix} \quad (2-44)$$

所以 $\mathbf{R}_{s_1}^{-1}$ 可以將(2-42)的 $\boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1}$ 代入求得 $\mathbf{R}_{s_2}^{-1}$ ，如此一來我們便可依照這個模式逐步將 $s_2, s_3, \mathbf{K}, s_N$ 帶入，疊代出所有 Wiener solution 需要的反矩陣；在計算複雜度上，從表 2-1 可以知道，在疊代運算時， β_{s_2} 影響計算複雜度最多，因此，在檢測一個 OFDM 符元時總計算複雜度為 $o(N^2K)$ 。原本未利用快速的疊代運算直接解反矩陣的方法則需要的複雜度為 $o(N^3)$ 。通常 OFDM 符元會很大 $K = N$ ，因此我們可以大幅降低計算複雜度，其中 K 值的選擇則需在系統效能與通道環境間作取捨，一般來說，通道環境愈差的情況造成 ICI 愈嚴重，所以鄰近需考慮消除干擾的子載波數就愈多， K 值需愈大；但在通道環境愈好的情況造成 ICI 較少，所以鄰近需考慮消除干擾的子載波數就很少， K 值則不需太大。

	初始狀態		疊代運算				
快速演算法	\mathbf{R}_{s_1}	$\mathbf{R}_{s_1}^{-1}$	$\boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1}$	\mathbf{B}_{s_2}	b_{s_2}	β_{s_2}	β_{s_2}
複雜度	$o(NK^2)$	$o(K^3)$	$o(K^2)$	$o(K^2)$	$o(K)$	$o(N)$	$o(N^2K)$

表 2-1 SISO-OFDM 中快速連續 ICI 消除演算法的複雜度

2.5 通道估計



圖 2-12 MIMO-OFDM 系統之通道估計

由於雜訊與 ICI 的問題，使得在現實中要知道完整的通道響應是無法達到的，只能利用已知的資訊去盡量估測並降低誤差；本章節利用 MIMO-OFDM 系統來說明通道估計演算法，如圖 2-12 所示，在數學表示式上會沿用章節 2.2.3 中(2-11)的定義但是在時域接收訊號的排列上會有些微的修改，表示為：

$$\mathbf{y} = [\mathbf{y}^{(1)T}, \mathbf{K}, \mathbf{y}^{(N_R)T}]^T = [\mathbf{y}^{(1)}(1), \mathbf{K}, \mathbf{y}^{(1)}(N), \mathbf{K}, \mathbf{y}^{(N_R)}(1), \mathbf{K}, \mathbf{y}^{(N_R)}(N)]^T = \mathbf{H}'\mathbf{x} + \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{h}}^{(1)} \\ \mathbf{M} \\ \bar{\mathbf{h}}^{(N_R)} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \mathbf{z} \quad (2-45)$$

$$\bar{\mathbf{h}}^{(m)} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}^{(m)}(0,0) & 0 & \mathbf{K} & \mathbf{h}^{(m)}(0,2) & \mathbf{h}^{(m)}(0,1) \\ \mathbf{h}^{(m)}(1,1) & \mathbf{h}^{(m)}(1,0) & \mathbf{K} & \mathbf{h}^{(m)}(1,3) & \mathbf{h}^{(m)}(1,2) \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ \mathbf{h}^{(m)}(v-1, v-1) & \mathbf{h}^{(m)}(v-1, v-2) & \mathbf{M} & 0 & 0 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{h}^{(m)}(N-2, 0) & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K} & \mathbf{h}^{(m)}(N-1, 1) & \mathbf{h}^{(m)}(N-1, 0) \end{bmatrix} \quad (2-46)$$

其中定義 $\bar{\mathbf{h}}^{(m)}$ 為第 m 根接收天線，接收到來自傳送端所有 N_T 根天線的所有通道脈衝響應矩陣，如 (2-46) 所示，而 $\mathbf{h}^{(m)}(N-1, v-1)$ 表示第 m 根接收天線，接收到來自傳送端所有 N_T 根天線的在第 $N-1$ 個取樣時間中第 $v-1$ 條路徑，表示為 $\mathbf{h}^{(m)}(N-1, v-1) = [h^{(m,1)}(N-1, v-1), \mathbf{K}, h^{(m, N_T)}(N-1, v-1)]$ 。

接收端因為有 ICI 的問題造成系統無法直接用單階的等化器 (FEQ) 得到通道頻率響應，所以在本論文中將利用 pilot tone 傳送 pilot 資訊以估計時變通道脈衝響應，並假設 OFDM 符元區間中的脈衝響應呈線性變化，所以我們只需估計出 (2-45) 中所有傳輸通道 $\bar{\mathbf{h}}^{(1)}, \mathbf{K}, \bar{\mathbf{h}}^{(N_R)}$ 中，第一個取樣時間點 $\bar{\mathbf{h}}^{(1)}(0), \mathbf{K}, \bar{\mathbf{h}}^{(N_R)}(0)$ 與第 N 個取樣時間點 $\bar{\mathbf{h}}^{(1)}(N-1), \mathbf{K}, \bar{\mathbf{h}}^{(N_R)}(N-1)$ 全部 $N_R \cdot N_T \cdot n$ 條通道脈衝響應，剩餘中間的通道 $\bar{\mathbf{h}}^{(1)}(1), \mathbf{K}, \bar{\mathbf{h}}^{(N_R)}(1), \mathbf{K}, \bar{\mathbf{h}}^{(1)}(N-2), \mathbf{K}, \bar{\mathbf{h}}^{(N_R)}(N-2)$ 就可以由線性內插求得，其中 $\bar{\mathbf{h}}^{(1)}(m) = [h^{(1,1)}(m, 0), \mathbf{K}, h^{(1, N_T)}(m, 0), \mathbf{K}, h^{(1, N_T)}(m, n-1)]$ 表示第 m 個取樣時間點，在第一根接收天線，接收到來自所有 N_T 根傳送天線的通道路徑向量。

使用 $\bar{\mathbf{h}}^{(1)}(0), \mathbf{K}, \bar{\mathbf{h}}^{(N_R)}(0)$ 與 $\bar{\mathbf{h}}^{(1)}(N-1), \mathbf{K}, \bar{\mathbf{h}}^{(N_R)}(N-1)$ 線性內插來近似 \mathbf{H}' 可以使

原本的通道矩陣 \mathbf{H}' 的參數減少許多。在估計通道時，我們將通道根據接收天線不同分開解，對於 N_R 根天線要作 N_R 次最小平方（Least square, LS）法分別解出

$\mathbf{h}^{(m)}, m=1, \mathbf{K}, N_R$ ，換句話說，對第 m 根接收天線而言，一次 LS 解出全部傳送天

線的通道也就是 $\mathbf{h}^{(m)} = [\mathbf{h}^{(m)}(0), \mathbf{h}^{(m)}(N-1)]^T = [h^{(m,1)}(0,0), \mathbf{K}, h^{(m,N_T)}(N-1, n-1)]^T$ 。

所以 \mathbf{H}' 可以由 $\bar{\mathbf{h}}^{(1)}(0), \mathbf{K}, \bar{\mathbf{h}}^{(N_R)}(0)$ 與 $\bar{\mathbf{h}}^{(1)}(N-1), \mathbf{K}, \bar{\mathbf{h}}^{(N_R)}(N-1)$ 分別排列並乘上 \mathbf{A}_0 與

\mathbf{A}_{N-1} 的線性內插加權矩陣的近似組成。第 m 根接收天線的時域接收訊號 $\mathbf{y}^{(m)}$ 數學

式可以近似如下：

$$\mathbf{y}^{(m)} = \bar{\mathbf{h}}^{(m)} \mathbf{x} + \mathbf{z}^{(m)} \approx (\mathbf{A}_0 \mathbf{H}_0^{(N \times N_T \cdot N)} + \mathbf{A}_{N-1} \mathbf{H}_{N-1}^{(N \times N_T \cdot N)}) \mathbf{x} + \mathbf{z}^{(m)} \quad (2-47)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{h}}^{(m)} &\approx \mathbf{A}_0 \mathbf{H}_0^{(N \times N_T \cdot N)} + \mathbf{A}_{N-1} \mathbf{H}_{N-1}^{(N \times N_T \cdot N)} \\ &= \text{diag} \left[1, \frac{N-2}{N-1}, \mathbf{K}, 0 \right] \begin{bmatrix} \mathbf{h}^{(m)}(0,0) & 0 & \mathbf{K} & \mathbf{h}^{(m)}(0,2) & \mathbf{h}^{(m)}(0,1) \\ \mathbf{h}^{(m)}(0,1) & \mathbf{h}^{(m)}(0,0) & \mathbf{K} & \mathbf{h}^{(m)}(0,3) & \mathbf{h}^{(m)}(0,2) \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ \mathbf{h}^{(m)}(0, v-1) & \mathbf{h}^{(m)}(0, v-2) & \mathbf{M} & 0 & 0 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{h}^{(m)}(0,0) & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K} & \mathbf{h}^{(m)}(0,1) & \mathbf{h}^{(m)}(0,0) \end{bmatrix} \\ &+ \text{diag} \left[0, \frac{1}{N-1}, \mathbf{K}, 1 \right] \begin{bmatrix} \mathbf{h}^{(m)}(N-1,0) & 0 & \mathbf{K} & \mathbf{h}^{(m)}(N-1,2) & \mathbf{h}^{(m)}(N-1,1) \\ \mathbf{h}^{(m)}(N-1,1) & \mathbf{h}^{(m)}(N-1,0) & \mathbf{K} & \mathbf{h}^{(m)}(N-1,3) & \mathbf{h}^{(m)}(N-1,2) \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ \mathbf{h}^{(m)}(N-1, v-1) & \mathbf{h}^{(m)}(N-1, v-2) & \mathbf{M} & 0 & 0 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{h}^{(m)}(N-1,0) & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K} & \mathbf{h}^{(m)}(N-1,1) & \mathbf{h}^{(m)}(N-1,0) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-48)$$

為了轉換成可以讓 pilot tone 安插計算的形式，要將原本在通道矩陣 $\mathbf{H}_0^{(N \times N_T \cdot N)}$

和 $\mathbf{H}_{N-1}^{(N \times N_T \cdot N)}$ 上的循環移動（circular shift）轉移到傳送訊號 \mathbf{x}_0 與 \mathbf{x}_{N-1} 上，則可以得

到乾淨脈衝響應向量重新排列成 $\mathbf{h}^{(m)}$ ，所以若能準確估得的第一個與最後一個取樣

時間點的通道脈衝響應，則可以增加後續作連續 ICI 消除後檢測訊號的準確性， \mathbf{x}_0 與 \mathbf{x}_{N-1} 定義為下面兩式：

$$\mathbf{x}_0 = \left[\mathbf{x}_1^{(1)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_1^{(N_T)}, \mathbf{x}_2^{(1)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_2^{(N_T)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_v^{(1)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_v^{(N_T)}, 0, \mathbf{K}, 0 \right]_{N \times 2N_T n}$$

$$= \begin{bmatrix} x^{(1)}(0) & \mathbf{K} & x^{(N_T)}(0) & x^{(1)}(N-1) & \mathbf{K} & x^{(N_T)}(N-1) & \mathbf{K} & x^{(N_T)}(N-n+1) & 0 & \mathbf{K} & 0 \\ x^{(1)}(1) & \mathbf{K} & x^{(N_T)}(1) & x^{(1)}(0) & \mathbf{K} & x^{(N_T)}(0) & \mathbf{K} & x^{(N_T)}(N-n+2) & 0 & \mathbf{K} & 0 \\ \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ x^{(1)}(N-1) & \mathbf{K} & x^{(N_T)}(N-1) & x^{(1)}(N-2) & \mathbf{K} & x^{(N_T)}(N-2) & \mathbf{K} & x^{(N_T)}(N-n) & 0 & \mathbf{K} & 0 \end{bmatrix}$$

(2-49)

$$\mathbf{x}_{N-1} = \left[0, \mathbf{K}, 0, \mathbf{x}_1^{(1)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_1^{(N_T)}, \mathbf{x}_2^{(1)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_2^{(N_T)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_v^{(1)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_v^{(N_T)} \right]_{N \times 2N_T n}$$

(2-50)

第 m 根接收天線的頻域接收訊號 $\mathbf{Y}^{(m)}$ 可以改寫成：

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}^{(m)} &= \mathbf{Q}\mathbf{y}^{(m)} = \mathbf{Q}(\mathbf{H}'\mathbf{x} + \mathbf{z}^{(m)}) \\ &\approx \mathbf{Q} \left[\mathbf{A}_0 \mathbf{H}'_0 + \mathbf{A}_{N-1} \mathbf{H}'_{N-1} \right] \mathbf{x} + \mathbf{Q}\mathbf{z}^{(m)} \\ &= \mathbf{Q} \left[\mathbf{A}_0 \mathbf{x}_0 + \mathbf{A}_{N-1} \mathbf{x}_{N-1} \right] \mathbf{h}^{(m)} + \mathbf{Z}^{(m)} \\ &= \mathbf{Q}^{(Rx)} \left[\mathbf{A}_0 \mathbf{Q}^H \mathbf{Q} \mathbf{x}_0 + \mathbf{A}_{N-1} \mathbf{Q}^H \mathbf{Q} \mathbf{x}_{N-1} \right] \mathbf{h}^{(m)} + \mathbf{Z}^{(m)} \\ &= \left\{ \mathbf{Q} \mathbf{A}_0 \mathbf{Q}^H (\mathbf{Q} \left[\mathbf{x}_1^{(1)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_1^{(N_T)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_v^{(1)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_v^{(N_T)}, 0, \mathbf{K}, 0 \right]) + \right. \\ &\quad \left. \mathbf{Q} \mathbf{A}_{N-1} \mathbf{Q}^H (\mathbf{Q} \left[0, \mathbf{K}, 0, \mathbf{x}_1^{(1)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_1^{(N_T)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_v^{(1)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_v^{(N_T)} \right]) \right\} \mathbf{h}^{(m)} + \mathbf{Z}^{(m)} \end{aligned}$$

(2-51)

(2-51) 是接收訊號的等效數學式 $\mathbf{Y}^{(m)}$ ，將 $\mathbf{Y}^{(m)}$ 的 pilot tone 上接收訊號取出組成一一個大小為 $N_p \times 1$ 的行向量 $\mathbf{Y}_p^{(m)}$ 供通道估計使用，數學表式為：

$$\begin{aligned}
\mathbf{Y}_P^{(m)} &= (\mathbf{Q}\mathbf{y}^{(m)})_P \\
&= \left\{ (\mathbf{Q}\mathbf{A}_0\mathbf{Q}^H)_P (\mathbf{Q}[\mathbf{x}_1^{(1)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_1^{(N_T)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_v^{(1)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_v^{(N_T)}, 0, \mathbf{K}, 0])_P + \right. \\
&\quad \left. (\mathbf{Q}\mathbf{A}_{N-1}\mathbf{Q}^H)_P (\mathbf{Q}[0, \mathbf{K}, 0, \mathbf{x}_1^{(1)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_1^{(N_T)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_v^{(1)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_v^{(N_T)}])_P \right\} \mathbf{h}^{(m)} + (\mathbf{Z}^{(m)})_P \\
&= \mathbf{X}_P^{(m)} \mathbf{h}^{(m)} + \mathbf{X}_q^{(m)} \mathbf{h}^{(m)} + (\mathbf{Z}^{(m)})_P = \mathbf{X}_P^{(m)} \mathbf{h}^{(m)} + error
\end{aligned} \tag{2-52}$$

N_p 是 pilot tone 的個數， $(\mathbf{Z})_p$ 表示 \mathbf{Z} 中載於 pilot tone 上的雜訊為一向量（或矩陣）， $\mathbf{P} = [p_1, p_2, \mathbf{K}, p_{N_p}]$ 是 pilot tone 的位置指標。此外，在 (2-52) 中 $\mathbf{X}_P^{(m)} \mathbf{h}^{(m)}$ 項表示 pilot tones 對接收訊號 $\mathbf{Y}_P^{(m)}$ 的影響，可用於後面 LS 估計脈衝響應之用。而 (2-52) 中另一項 $\mathbf{X}_q^{(m)} \mathbf{h}^{(m)}$ ($\mathbf{p} \neq \mathbf{q}$) 則表示在矩陣乘開的過程接收訊號 $\mathbf{Y}_P^{(m)}$ 內屬於非 pilot tone 訊號元素對其的影響，在後面 LS 估計通道時會將其與雜訊 $(\mathbf{Z}^{(m)})_P$ 項一併視為誤差 (error) [8]。從上面 \mathbf{X}_0 與 \mathbf{X}_{N-1} 定義的結構還可以發現， \mathbf{X}_0 的前 $N_T \cdot n$ 行與 \mathbf{X}_{N-1} 的後 $N_T \cdot n$ 行同為 $[\mathbf{x}_1^{(1)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_1^{(N_T)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_v^{(1)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_v^{(N_T)}]$ ，且每一行間彼此存在關連性，也就是 $\mathbf{x}_{n+1}^{(m)}$ 可由前一行 $\mathbf{x}_n^{(m)}$ 作環狀移動獲得，如此在時域環狀移動的效果等同於在頻域作角度移動 (phase shift)，因此我們可以表示為[9]：

$$(\mathbf{Q}\mathbf{x}_n^{(m)})_P = (\mathbf{Q}\mathbf{x}_1^{(m)})_P e^{j \frac{-j2pP(n-1)}{N}} \tag{2-53}$$

因為 pilot tone 上的 pilot 訊號 $(\mathbf{Q}^{(Tx)}\mathbf{x}_1)_P$ 在接收端是已知，所以我們可以移動其角度來獲得 $(\mathbf{Q}[\mathbf{x}_1^{(1)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_1^{(N_T)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_v^{(1)}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_v^{(N_T)}, 0, \mathbf{K}, 0])_P$ ，最後在使用 LS 來得到時域上的通道脈衝響應估計，假設 $\mathbf{X}_P^{(m)}$ 為非奇異矩陣，所以可得到唯一解 $\hat{\mathbf{h}}_{LS}^{(m)}$ ，如下式：

$$\hat{\mathbf{h}}_{L_s} = (\mathbf{X}_P^H \mathbf{X}_P)^{-1} \mathbf{X}_P^H \mathbf{Y}_P \quad (2-54)$$

如此一來便可由 $\hat{\mathbf{h}}_{L_s}^{(m)}$ 得知 $\hat{\mathbf{h}}^{(m)}(0)$ 與 $\hat{\mathbf{h}}^{(m)}(N-1)$ ，則剩餘取樣時間的脈衝響應 $\bar{\mathbf{h}}^{(m)}(1), \mathbf{K}, \bar{\mathbf{h}}^{(m)}(N-2)$ 就可以由線性內插求得，並重新將估計到的全部取樣時間點脈衝響應循環排序回(2-11)的通道形式 $\hat{\mathbf{H}}$ ，也就是將接收訊號排回原本(2-11)的 \mathbf{y} ，即可得估計的通道增益 $\hat{\mathbf{G}} = \mathbf{Q}^{(Rx)} \hat{\mathbf{H}} \mathbf{Q}^{(Tx)H}$ 。



第 3 章 MIMO-OFDM 系統之連續 ICI 消除演算法以及遞迴通道估計與連續 ICI 消除演算法

在上面第二章已經介紹 MIMO-OFDM 的系統架構、MMSE 等化器、通道估計，以及 SISO-OFDM 中連續 ICI 消除器；在第三章我們要延用章節 2.2.3 中提到的 MIMO-OFDM 在頻域接收訊號的數學式(2-11)，將之前連續 ICI 消除演算法延伸到 MIMO-OFDM 系統中，並提出以遞迴估計時變通道並連續消除 ICI 的方法，可改善在章節 2.5 介紹單純在時域估計時變通道的方法，增加系統效能，最後則會對於 pilot tone 安置的位置在時變與非時變通道估計下有何不同與準確性差異加以介紹。

3.1 MIMO-OFDM 系統之連續 ICI 消除演算法

MIMO-OFDM 的連續 ICI 消除演算法的接收訊號數學式可以用(2-11)表示，它與章節 2.4 的演算法最大差異是在於，MIMO-OFDM 因為傳送與接收端皆有多根天線，所以數學模型的排列會與單根天線時的排列，以及消除干擾的類型有所不同；在 MIMO-OFDM 系統中連續 ICI 消除器不只是一要消除本身天線自己的 ICI，同時也要消除其他天線的 ICI，所以我們會將同一個頻率上不同天線所載的訊號排在一起，這樣才能同時考慮並消除所有可能造成檢測誤差影響的干擾。下面將說明 MIMO-OFDM 連續 ICI 消除器系統方塊圖如圖 3-1 所示，其中在 N_T 根傳送天線與 N_R 根接收天線的環境下，根據(2-11)定義我們對其排列表示指標表示稍作修改，頻域接收訊號 $\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}^T(1), \mathbf{K}, \mathbf{Y}^T(N)]^T = [Y(1), \mathbf{K}, Y(N_R \cdot N)]^T$ ，頻域傳送訊號 $\mathbf{X} = [\mathbf{X}^T(1), \mathbf{K}, \mathbf{X}^T(N)]^T = [X(1), \mathbf{K}, X(N_T \cdot N)]^T$ ，以方便後面排序描述。

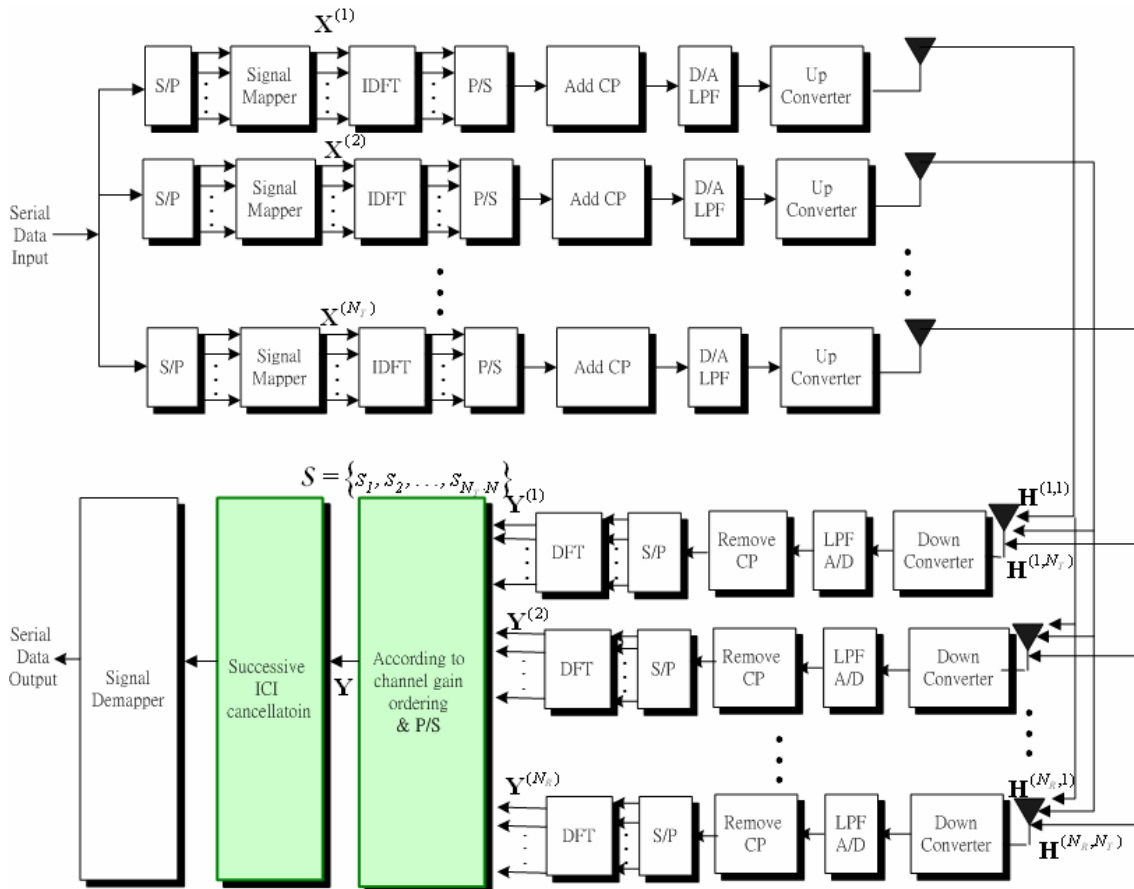


圖 3-1 MIMO-OFDM 連續 ICI 消除器系統方塊圖

圖 3-1 中的連續 ICI 消除器的方塊圖運作如圖 3-2，它是根據圖 2-11 稍作修改而來；在圖 3-2 中，因為 N_T 根傳送天線與 N_R 根接收天線系統要消除的干擾除了自己天線鄰近 $N-1$ 個載波的干擾，尚須包含其他 N_R-1 根天線鄰近 $N-1$ 個載波的干擾，所以頻域接收訊號必須先將同一個載波不同天線的接收訊號排列在一起，再供後續作 MMSE 或是連續 ICI 消除，本論文提出的方法還需要針對 \mathbf{G} 中每一行能量大小排序，所以在連續 ICI 消除的方塊前還需做排序的動作，並將平行訊號轉為連續的訊號；根據 \mathbf{G} 每一行能量大小排序可以得知傳送頻率訊號向量 \mathbf{X} 中哪一個 tone 的通道增益最大，先針對能量最大的 tone 進行估計並從原接收到的頻率訊號向量 \mathbf{Y} 中擷取出來，剩下的訊號 \mathbf{Y}_2 再繼續當作新的接收訊號，以連續的方式減去每一個 tone 的所造成 ICI 來增加接收器效能。

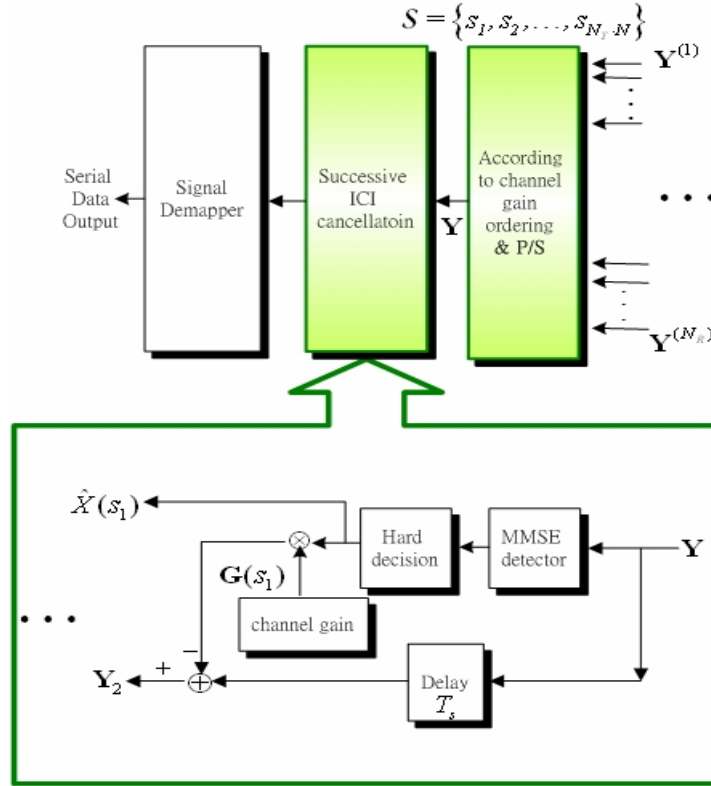


圖 3-2 在圖 3-1 中連續 ICI 消除器的方塊圖

首先將(2-11)中 \mathbf{G} 每一行能量大小排序為 $S = \{s_1, s_2, \dots, s_{N_r}\}$ ，再如圖 3-2 所示，將接收到的訊號根據排序集合順序重新排列為 \mathbf{Y} ，並將平行訊號轉為連續訊號依序送入連續 ICI 消除器，一開始由 MMSE 檢測器從最強的 tone s_1 開始解，經由 hard decision 完成偵測 $\hat{X}(s_1)$ ，數學式為：

$$\begin{aligned} \hat{X}(s_1) &= Q[\mathbf{W}^H(s_1)\mathbf{Y}] \\ \mathbf{W} &= \left[\mathbf{G}\mathbf{G}^H + \frac{S_1^2}{S_X} \mathbf{I}_{N_r \cdot N \times N_r \cdot N} \right]^{-1} \mathbf{G} \\ &= \mathbf{G} \left[\mathbf{G}^H \mathbf{G} + \frac{S_1^2}{S_X} \mathbf{I}_{N_r \cdot N \times N_r \cdot N} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (3-1)$$

其中 $\mathbf{W}^H(s_1)$ 表示 \mathbf{W}^H 中第 s_1 行，再來是訊號 $\hat{X}(s_1)$ 重建並從接收訊號 \mathbf{Y} 中將

$\hat{X}(s_1)$ 的部分消去後，可得到一個修正後的接收訊號 \mathbf{Y}_2 ，數學式為：

$$\begin{aligned}
\mathbf{Y}_2 &= \mathbf{Y} - \mathbf{G}(s_1)\hat{X}(s_1) \\
&= \sum_{m \neq s_1} \mathbf{G}(m)X(m) + \mathbf{Z} \\
&= \mathbf{G}_{N_T \cdot N-1} \mathbf{X}_{N_T \cdot N-1} + \mathbf{Z}
\end{aligned} \tag{3-2}$$

$\mathbf{G}(s_1)$ 是表示 \mathbf{G} 中第 s_1 行， $\mathbf{G}_{N_T \cdot N-1}$ 是一個由 \mathbf{G} 移去其第 s_1 行的矩陣，大小降為 $(N_R \cdot N) \times (N_T \cdot N - 1)$ ， $\mathbf{X}_{N_T \cdot N-1}$ 是一個由 \mathbf{X} 移去其第 s_1 項的向量，大小降為 $(N_T \cdot N - 1) \times 1$ 。之後再根據 $s_2, \mathbf{K}, s_{N_T \cdot N}$ 的順序，依序修正接收訊號 $\mathbf{Y}_3, \mathbf{K}, \mathbf{Y}_{N_R \cdot N}$ ，如此重複上述動作可逐步將所有訊號偵測出。

3.2 MIMO-OFDM 系統之快速連續 ICI 消除演算法

因為 OFDM 符元的子載波數 N 通常都很大，所以在搭配上 N_T 根傳送天線與 N_R 根接收天線時，所需要消干擾的載波數會變 $N_R N$ ，要檢測的訊號則會變 $N_T N$ ，再求 Wiener solution \mathbf{W} 的運算時，其運算量會大增，使接收機的運算複雜度很高；但是由於訊號能量會主要集中在少數某些子載波上，而在子載波上的 ICI 主要也是受到自己與其他 $N_R - 1$ 根天線上鄰近子載波影響較大，所以在做連續 ICI 消除或 MMSE 運算時，忽略那些距離遠影響小的子載波，使運算複雜度降低，而忽略子載波個數則視通道環境與系統效能加以取捨，下面將延伸之前 SISO-OFDM 的快速連續 ICI 演算法到 MIMO-OFDM 的系統中。

一開始的解法都與上面章節 3.1 描述的相同，先將 \mathbf{G} 根據每一行能量大小依次排序為 $\mathbf{S} = \{s_1, s_2, \mathbf{K}, s_{N_T \cdot N}\}$ ，所以 \mathbf{G} 中第 s_1 行的能量最大，第 $s_{N_T \cdot N}$ 行的能量最小，因此一開始便由影響最大的訊號 $X(s_1)$ 先解，之後再依序解出 $X(s_2), X(s_3), \mathbf{K}, X(s_{N_T \cdot N})$ ，

在降低複雜度方面，可以將之後消干擾需要的 $\left[\mathbf{G}\mathbf{G}^H + \frac{\mathbf{S}_Z^2}{\mathbf{S}_X^2} \mathbf{I}_{N_R \cdot N \times N_R \cdot N} \right]^{-1}$ 反矩陣可以

用疊代遞迴的方式求得，我們會在未經排序的 \mathbf{G} 後乘上一個轉換矩陣 (permutation matrix) \mathbf{P}_S 以達到每一行交換排序的效果，所以 \mathbf{P}_S 矩陣可以將 \mathbf{G} 中每一行根據其排序後的指標位置重新安置，傳送訊號當然也會同時追隨排序後新指標位置重新安置，並定義重新排序後的通道增益矩陣為：

$$\mathbf{U} = \mathbf{G}\mathbf{P}_S \quad (3-3)$$

\mathbf{P}_S 中每一行跟每一列中只能有一個 1，也就是將單位矩陣 $\mathbf{I}_{N_T \cdot N \times N_T \cdot N}$ 中第 s_1 行排到 \mathbf{P}_S 中的第一行， $\mathbf{I}_{N_T \cdot N \times N_T \cdot N}$ 中第 s_2 行排到 \mathbf{P}_S 第二行依此類推，最後 $\mathbf{I}_{N_T \cdot N \times N_T \cdot N}$ 中第 $s_{N_T \cdot N}$ 行排到 \mathbf{P}_S 第 $N_T \cdot N$ 行， \mathbf{P}_S 的數學表式如下：

$$\mathbf{P}_S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{K} & 0 & \mathbf{K} & 0 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{K} & \mathbf{M} & \mathbf{K} & \mathbf{M} \\ 0 & \mathbf{M} & \mathbf{K} & \mathbf{M} & \mathbf{K} & 1 \\ 1 & \mathbf{M} & \mathbf{K} & 0 & \mathbf{K} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K} & 1 & \mathbf{K} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & 1 & \mathbf{K} & 0 & \mathbf{K} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & 0 & \mathbf{K} & \mathbf{M} & \mathbf{K} & \mathbf{M} \\ 0 & 0 & \mathbf{K} & 0 & \mathbf{K} & 0 \\ \uparrow & \uparrow & \mathbf{K} & \uparrow & \mathbf{K} & \uparrow \\ s_1 & s_2 & \mathbf{K} & s_k & \mathbf{K} & s_{N_T \cdot N} \end{bmatrix}_{N_T \cdot N \times N_T \cdot N} \quad (3-4)$$

目前經排序後第一個檢測的訊號為 $X(s_1)$ ，在求 MMSE Wiener solution 時只考慮 $K = 2e + 1$ 個子載波， K 值大小需在系統效能與複雜度間取捨，令 α_{s_1} 為一個 $K \times 1$ 的向量，其第 i 項為 $[(s_1 - e - 1 + i) \bmod N \cdot N_T] + 1$ ， $i = 1, \mathbf{K}, K$ ，此外我們可以利用 α_{s_1} 的元素當作指標，將向量 \mathbf{Y} 與 \mathbf{Z} 中分別取出 K 個元素各別形成向量 \mathbf{Y}_{s_1} 與 \mathbf{Z}_{s_1} ，再利用 α_{s_1} 的元素當作列指標，將 \mathbf{U} 取出 K 列向量形成矩陣 \mathbf{U}_{s_1} ，所以(2-11)可以

改寫成(3-5)，並因減少求 MMSE Wiener solution 時考慮的子載波數，所以接收訊號可以改寫成(3-6)。

$$\mathbf{Y} = \mathbf{G}\mathbf{X} + \mathbf{Z} = \mathbf{U}\mathbf{X} + \mathbf{Z} \quad (3-5)$$

$$\mathbf{Y}_{s_1} = \mathbf{U}_{s_1}\mathbf{X} + \mathbf{Z}_{s_1} \quad (3-6)$$

所以經過排序後 MMSE 的 Wiener solution \mathbf{W}_{s_1} 與 $X(s_1)$ 的估計訊號 $\hat{X}(s_1)$ 可以表示成：

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{s_1} &= \left[\mathbf{U}_{s_1}\mathbf{U}_{s_1}^H + \frac{\sigma_Z^2}{\sigma_X^2} \mathbf{I}_{K \times K} \right]^{-1} \mathbf{U}_{s_1}(s_1) \\ &= \mathbf{R}_{s_1}^{-1} \mathbf{U}_{s_1}(s_1) \end{aligned} \quad (3-7)$$

$$\hat{X}(s_1) = Q \left[\mathbf{W}_{s_1}^H \mathbf{Y}_{s_1} \right] \quad (3-8)$$



$\mathbf{U}_{s_1}(s_1)$ 表示 \mathbf{U}_{s_1} 中第 s_1 行向量，為了要陸續估計後面 $\hat{X}(s_2), \hat{X}(s_3), \dots, \hat{X}(s_{N_r-N})$ ，我們要重建已經估得的訊號並從 \mathbf{Y} 中扣除：

$$\mathbf{Y}_{s_2} = \mathbf{Y} - \mathbf{U}(s_1)\hat{X}(s_1) \quad (3-9)$$

$\mathbf{U}(s_1)$ 表示 \mathbf{U} 中第 s_1 行向量，之後如同上一小節所說重覆上次動作直到全部解出，但是要注意的是 $\mathbf{Y}_{s_2} = \mathbf{Y}_{s_2}(\mathbf{a}_{s_2})$ 後面同理可以類推求得。其中 \mathbf{U}_{s_2} 與 \mathbf{U}_{s_1} 之間有相關性， \mathbf{U}_{s_2} 的前 $K-1$ 行與 \mathbf{U}_{s_1} 的後 $K-1$ 相同，也就是說在(3-7)中 \mathbf{R}_{s_1} 後 $K-1$ 行與 \mathbf{R}_{s_2} 的前 $K-1$ 行中某些元素相同，所以我們可疊代計算 $\mathbf{R}_{s_1}^{-1}$ 來大幅降低運算量。

如果我們將 \mathbf{U}_{s_1} 分割寫成 $\mathbf{U}_{s_1} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{s_1} & \bar{\mathbf{U}}_{s_1}^H \end{bmatrix}^H$ ，則 \mathbf{R}_{s_1} 可以寫成：

$$\mathbf{R}_{s_1} = \begin{bmatrix} b_{s_1} & \boldsymbol{\beta}_{s_1}^H \\ \boldsymbol{\beta}_{s_1} & \boldsymbol{\theta}_{s_1} \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

其中 $b_{s_1} := \mathbf{u}_{s_1}^H \mathbf{u}_{s_1} + \frac{S_Z^2}{S_X^2} \mathbf{I}$ ， $\boldsymbol{\theta}_{s_1} := \bar{\mathbf{U}}_{s_1} \bar{\mathbf{U}}_{s_1}^H + \frac{S_Z^2}{S_X^2} \mathbf{I}_{(K-1) \times (K-1)}$ ， $\boldsymbol{\beta}_{s_1} := \bar{\mathbf{U}}_{s_1} \mathbf{u}_{s_1}$ ，所以 $\mathbf{R}_{s_1}^{-1}$ 可

以寫成：

$$\mathbf{R}_{s_1}^{-1} = \begin{bmatrix} h_{s_1,11} & \boldsymbol{\eta}_{s_1,21}^H \\ \boldsymbol{\eta}_{s_1,21} & \boldsymbol{\Psi}_{s_1,22} \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

其中 $h_{s_1,11} = (b_{s_1} - \boldsymbol{\beta}_{s_1}^H \boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1} \boldsymbol{\beta}_{s_1})^{-1}$ 是純量， $\boldsymbol{\eta}_{s_1,21} = -\frac{\boldsymbol{\Psi}_{s_1,22} \boldsymbol{\beta}_{s_1}}{b_{s_1}}$ 是 $(K-1) \times 1$ 向量，

$\boldsymbol{\Psi}_{s_1,22} = \left(\boldsymbol{\theta}_{s_1} - \frac{\boldsymbol{\beta}_{s_1} \boldsymbol{\beta}_{s_1}^H}{b_{s_1}} \right)^{-1}$ 是 $(K-1) \times (K-1)$ 矩陣，由 matrix inverse lemma 可知：

$$\boldsymbol{\Psi}_{s_1,22} = \left(\boldsymbol{\theta}_{s_1} - \frac{\boldsymbol{\beta}_{s_1} \boldsymbol{\beta}_{s_1}^H}{b_{s_1}} \right)^{-1} = \boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1} + h_{s_1,11} (\boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1} \boldsymbol{\beta}_{s_1}) (\boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1} \boldsymbol{\beta}_{s_1})^H \quad (3-12)$$

將各矩陣與向量代入(3-12)後，發現 $\boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1}$ 可表示為：

$$\boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1} = \boldsymbol{\Psi}_{s_1,22} - \frac{\boldsymbol{\eta}_{s_1,21} \boldsymbol{\eta}_{s_1,21}^H}{h_{s_1,11}} \quad (3-13)$$

再來我們將 \mathbf{U}_{s_2} 分割寫成 $\mathbf{U}_{s_2} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{U}}_{s_1}^H & \mathbf{u}_{s_2} \end{bmatrix}^H$ ，則 \mathbf{R}_{s_2} 可以寫成：

$$\mathbf{R}_{s_2} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_{s_1} & \boldsymbol{\beta}_{s_2} \\ \boldsymbol{\beta}_{s_2}^H & \mathcal{B}_{s_2} \end{bmatrix} \quad (3-14)$$

其中 $\mathcal{B}_{s_2} := \mathbf{u}_{s_2}^H \mathbf{u}_{s_2} + \frac{S_Z^2}{S_X^2} \mathbf{I}$, $\boldsymbol{\beta}_{s_2} := \bar{\mathbf{U}}_{s_1} \mathbf{u}_{s_2}$, 令 $b_{s_2} := (\mathcal{B}_{s_2} - \boldsymbol{\beta}_{s_2}^H \boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1} \boldsymbol{\beta}_{s_2})^{-1}$, $\mathbf{B}_{s_2} := -\boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1} \boldsymbol{\beta}_{s_2}$,

所以 $\mathbf{R}_{s_2}^{-1}$ 可以寫成：

$$\mathbf{R}_{s_2}^{-1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1} + \mathbf{B}_{s_2} \mathbf{B}_{s_2}^H b_{s_2} & \mathbf{B}_{s_2} b_{s_2} \\ \mathbf{B}_{s_2}^H b_{s_2} & b_{s_2} \end{bmatrix} \quad (3-15)$$

所以 $\mathbf{R}_{s_1}^{-1}$ 可以將(3-13)的 $\boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1}$ 代入求得 $\mathbf{R}_{s_2}^{-1}$, 如此一來我們便可依照這個模式逐步將 $s_2, s_3, \mathbf{K}, s_{N_T \cdot N}$ 帶入, 疊代出所有 Wiener solution 需要的反矩陣; 在計算複雜度上, 從表 3-1 可以知道, 在疊代運算時, $\boldsymbol{\beta}_{s_2}$ 影響計算複雜度最多, 因此, 在檢測一個 OFDM 符元時總計算複雜度為 $o((N_T \cdot N)^2 K)$ 。原本未利用快速的疊代運算直接解反矩陣的方法則需要的複雜度為 $o((N_T \cdot N)^3)$ 。通常 OFDM 符元會很大 $K = N_T \cdot N$, 因此在 MIMO-OFDM 中可以相當大幅降低計算複雜度, 其中 K 值的選擇則需在系統效能與通道環境間作取捨, 一般來說, 通道環境愈差的情況造成 ICI 愈嚴重, 所以對自己與其他 $N_R - 1$ 根天線上鄰近需考慮消除干擾的子載波數就愈多, K 值需愈大; 但在通道環境愈好的情況造成 ICI 較少, 所以自己與其他 $N_R - 1$ 根天線上鄰近需考慮消除干擾的子載波數就很少, K 值則不需太大。

快速演算法	初始狀態		疊代運算				
	\mathbf{R}_{s_1}	$\mathbf{R}_{s_1}^{-1}$	$\boldsymbol{\theta}_{s_1}^{-1}$	\mathbf{B}_{s_2}	b_{s_2}	$\hat{\beta}_{s_2}^0$	$\hat{\beta}_{s_2}$
複雜度	$o((N_T \cdot N)K^2)$	$o(K^3)$	$o(K^2)$	$o(K^2)$	$o(K)$	$o(N_T \cdot N)$	$o((N_T \cdot N)^2 K)$

表 3-1 在 N_T 根傳送天線與 N_R 根接收天線的 OFDM 環境下，快速連續 ICI 消除演算法之複雜度

3.3 遞迴通道估計與連續 ICI 消除

在章節 2.5 中我們瞭解在 MIMO-OFDM 系統中如何由 pilot tone 與接收訊號利用 LS 在時域估計通道脈衝響應，但因通道變化快速，所以若單用 pilot tone 來估計脈衝響應稍嫌不足且準確度不高，所以本論文將提出結合遞迴通道估計與連續 ICI 消除器的方法，利用部分經過連續 ICI 消除檢測出的訊號回授給 LS 重新估計新的脈衝響應，因為提供估計的資料量增加，所以估計出來新的脈衝響應準確度較單純由 pilot tone 估出的脈衝響應高；再利用新的脈衝響應供連續 ICI 消除器繼續檢測後續的訊號如圖 3-3，或是利用新的脈衝響應連續 ICI 消除器重新檢測之前的訊號如圖 3-4，如此遞迴運算使其通道估計更為準確，並增加檢測訊號的正確度。

3.3.1 遞迴通道估計與連續 ICI 消除（方法一）

首先將遞迴通道估計與連續 ICI 消除作法分成 N_s 個階層，每一個階層檢測 $M = N_T(N - N_p)/N_s$ 個訊號，而每一層檢測出的訊號均需回傳供下一層作通道估

計用，所以當回傳訊號愈多時估計出的通道會愈準確，但因為有錯誤延續的問題，所以當後續檢測出來的訊號有錯時，則對回傳估計通道幫助不大，影響系統效能。

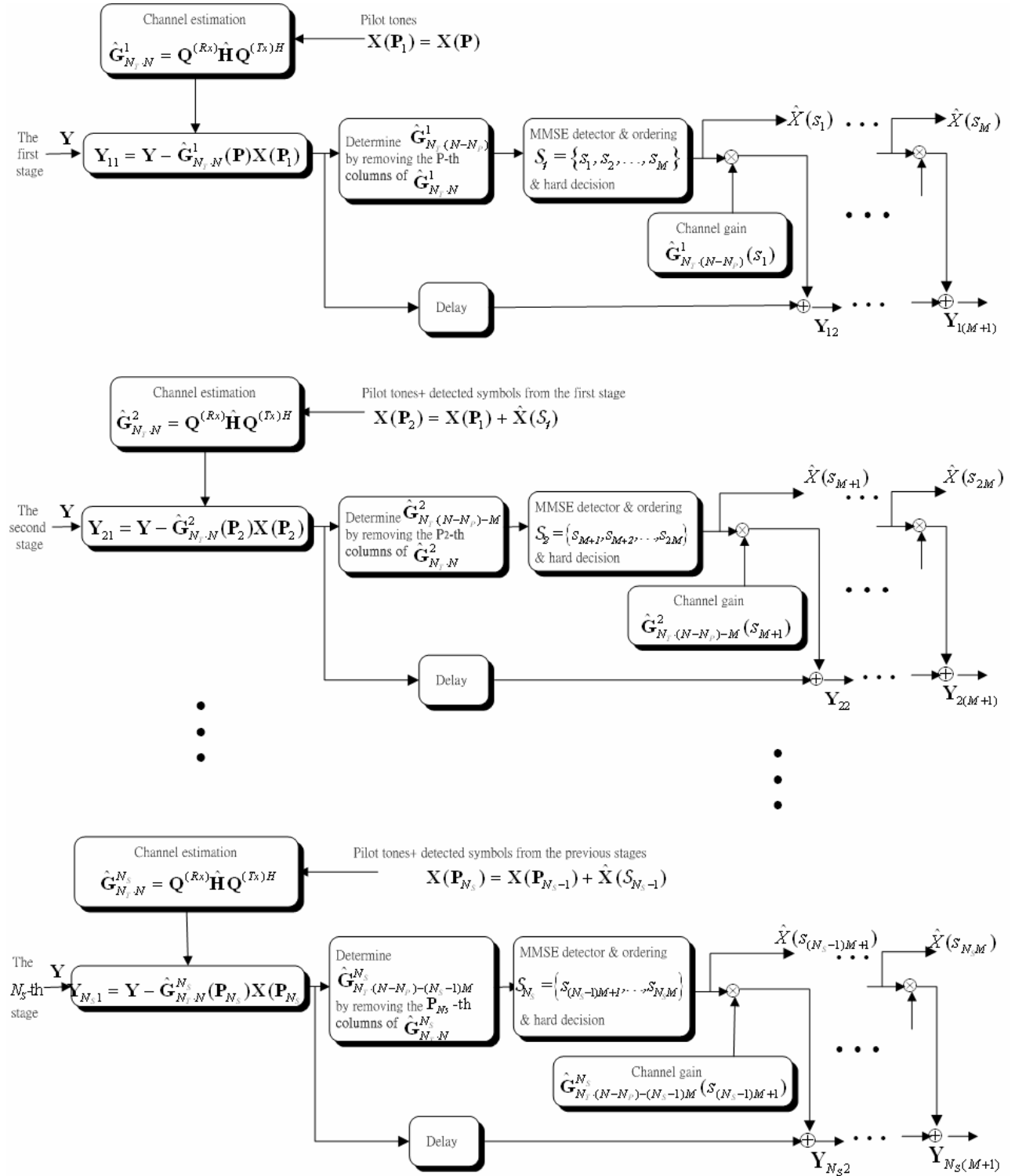


圖 3-3 MIMO-OFDM 環境中遞迴通道估計與連續 ICI 消除（方法一）

下面將逐步介紹遞迴通道估計與連續 ICI 消除演算法(方法一)的每一個步驟:

【step 1】 在第一個階層時，根據章節 2.5 通道估計的方法，求估計的通道增益

$$\hat{\mathbf{G}}_{N_T \cdot N}^1 = \mathbf{Q}^{(Rx)} \hat{\mathbf{H}} \mathbf{Q}^{(Tx)}。$$

【step 2】 將已接收到的訊號 \mathbf{Y} 扣掉 pilot tones 經過通道增益後的影響，也就是

$$\mathbf{Y}_{11} = \mathbf{Y} - \hat{\mathbf{G}}_{N_T \cdot N}^1(\mathbf{P}) \mathbf{X}(\mathbf{P})，$$

其中 pilot tone 的指標向量 \mathbf{P} (同樣也是 \mathbf{P}_1) 定義見章節 2.5， $\hat{\mathbf{G}}_{N_T \cdot N}^1(\mathbf{P})$ 表示矩陣 $\hat{\mathbf{G}}_{N_T \cdot N}^1$ 中以 \mathbf{P} 向量中的元素為行指標 (column index) 所取出的行向量所形成之矩陣。

【step 3】 將 \mathbf{X} 取出以 \mathbf{P}_1 向量元素為指標形成向量 $\mathbf{X}(\mathbf{P}_1)$ ，所對應到 $\hat{\mathbf{G}}_{N_T \cdot N}^1$ 中以

\mathbf{P}_1 向量元素為行指標所取出的行向量去除，也就是移掉 $\hat{\mathbf{G}}_{N_T \cdot N}^1(\mathbf{P}_1)$ 為 $\hat{\mathbf{G}}_{N_T \cdot (N-N_p)}^1$ 。

【step 4】 根據 $\hat{\mathbf{G}}_{N_T \cdot (N-N_p)}^1$ 每一行的能量大小排序 $S_1 = \{s_1, s_2, \mathbf{K}, s_M\}$ ，也就是從第

s_1 個訊號開始作 MMSE 檢測並作 hard decision，得到 $\hat{X}(s_1)$ 之後，重建 $\hat{X}(s_1)$ 訊號

並從 \mathbf{Y}_{11} 中扣除，即 $\mathbf{Y}_{12} = \mathbf{Y}_{11} - \hat{\mathbf{G}}_{N_T \cdot (N-N_p)}^1(s_1) \cdot \hat{X}(s_1)$ ，如此根據 S_1 順序重複作 MMSE

檢測與訊號重建並扣除，可依序得到 $\hat{X}(s_2), \mathbf{K}, \hat{X}(s_M)$ ，並供下一級作通道估計用。

【step 5】 對第二個階層也就是 $m=2$ 來說，同樣要利用 $\mathbf{X}(\mathbf{P}_m)$ ，也就是之前已

知的訊號 $\mathbf{X}(\mathbf{P}_{m-1})$ 加上前一級檢測出的 M 個訊號 $\hat{\mathbf{X}}(S_{m-1})$ ，並依照 **【step 1】** 提到的

方法重新估計通道為 $\hat{\mathbf{G}}_{N_T \cdot N}^m$ 。

【step 6】 同 **【step 2】** 可得 $\mathbf{Y}_{m1} = \mathbf{Y} - \hat{\mathbf{G}}_{N_T \cdot N}^m(\mathbf{P}_m) \mathbf{X}(\mathbf{P}_m)$ ；並同 **【step 3】** 移除第 \mathbf{P}_m 行

得 $\hat{\mathbf{G}}_{N_T(N-N_p)-(m-1)M}^m$ ；並如【step 4】所述根據新的排序 $\mathbf{S}_m = \{s_{(m-1)M+1}, s_{(m-1)M+2}, \mathbf{K}, s_{mM}\}$ ，

可依序檢測出 $\hat{X}(s_{(m-1)M+2}), \mathbf{K}, \hat{X}(s_{mM})$ ，並供下一級作通道估計用。

【step 7】 對後續階層檢測也就是讓 $m = m + 1$ 並重複【step 5】與【step 6】步驟直到 $m = N_s$ ；即可依序檢測出所有的訊號 $\hat{X}(s_1), \mathbf{K}, \hat{X}(s_{N_T(N-N_p)})$ 。

3.3.2 遞迴通道估計與連續 ICI 消除（方法二）

第二個方法與第一個方法最大不同處在於，第二個方法中利用已知訊號重新估計通道，再用新的通道估計值重新檢測之前的訊號如圖 3-4，如此遞迴運算使其通道估計更為準確，以增加檢測訊號的正確度。



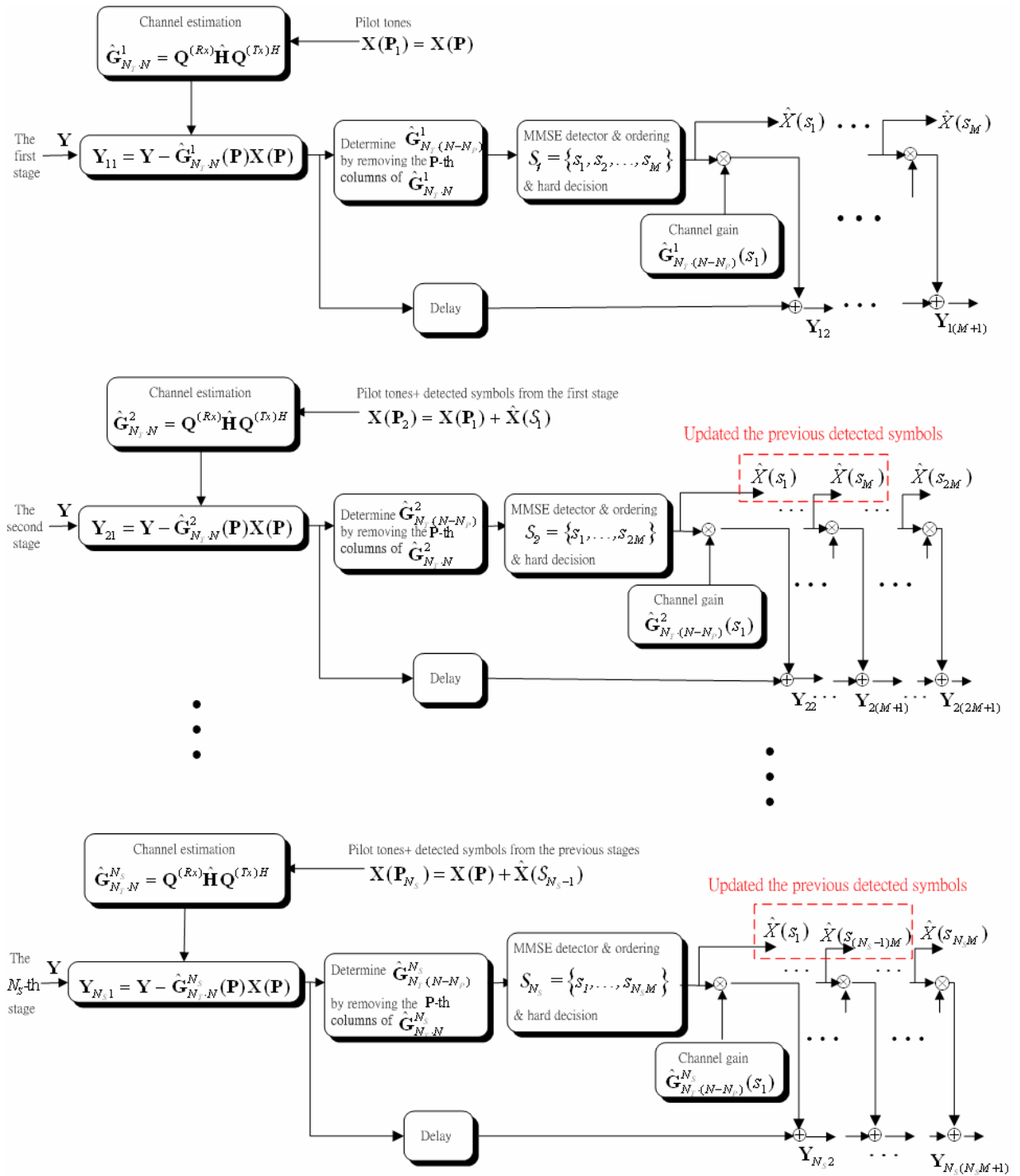


圖 3-4 MIMO-OFDM 環境中遞迴通道估計與連續 ICI 消除（方法二）

在遞迴通道估計與連續 ICI 消除（方法二）中同樣可以分成 N_s 個階層估計通道，但是每一層需要檢測的訊號會逐漸增加，在第一層僅需檢測 $M = N_T(N - N_p)/N_s$ 個訊號，而在第二層則需根據第一層回傳的訊號加上 pilot tones 重新估計新的通道脈衝響應，並根據新的通道值重新檢測第一層的 M 個訊號與第二層原本便預定要

檢測的 M 個訊號，所以第二層需要檢測 $2M$ 個訊號，以此類推，到第 m 層需檢測 $m \cdot M$ 個訊號；且因為每一層檢測出的訊號均需回傳供下一層作通道估計用，所以當回傳訊號愈多時估計出的通道會愈準確，而利用連續 ICI 消除干擾並重新檢測的訊號也會因通道估計愈準確而使錯誤率降低，系統效能提升。下面將逐步介紹連續通道估計與 ICI 消除演算法（方法二）的每一個步驟：

【step 1】 在第一個階層時，先利用與章節 2.5 相同的通道估計方法，並求出估計的通道增益 $\hat{\mathbf{G}}_{N_T \cdot N}^1 = \mathbf{Q}^{(Rx)} \hat{\mathbf{H}} \mathbf{Q}^{(Tx)}$ 。

【step 2】 將已接收到的訊號 \mathbf{Y} 扣掉 pilot tones 經過通道增益後的影響，也就是 $\mathbf{Y}_{11} = \mathbf{Y} - \hat{\mathbf{G}}_{N_T \cdot N}^1(\mathbf{P})\mathbf{X}(\mathbf{P})$ ，其中 pilot tone 的指標向量 \mathbf{P} （同樣也是 \mathbf{P}_1 ）定義見章節

2.5， $\hat{\mathbf{G}}_{N_T \cdot N}^1(\mathbf{P})$ 表示矩陣 $\hat{\mathbf{G}}_{N_T \cdot N}^1$ 中以 \mathbf{P} 向量中的元素為行指標（column index）所取出的行向量所形成之矩陣。



【step 3】 將 \mathbf{X} 取出以 \mathbf{P} 向量元素為指標形成 pilot tones 向量 $\mathbf{X}(\mathbf{P})$ ，所對應到 $\hat{\mathbf{G}}_{N_T \cdot N}^1$ 中以 \mathbf{P} 向量元素為行指標所取出的行向量去除，也就是移掉 $\hat{\mathbf{G}}_{N_T \cdot N}^1(\mathbf{P})$ 為

$$\hat{\mathbf{G}}_{N_T \cdot (N - N_p)}^1。$$

【step 4】 根據 $\hat{\mathbf{G}}_{N_T \cdot (N - N_p)}^1$ 每一行的能量大小排序 $\mathcal{S}_1 = \{s_1, s_2, \mathbf{K}, s_M\}$ ，也就是從第 s_1 個訊號開始作 MMSE 檢測並作 hard decision，得到 $\hat{X}(s_1)$ 之後，重建 $\hat{X}(s_1)$ 訊號並從 \mathbf{Y}_{11} 中扣除，即 $\mathbf{Y}_{12} = \mathbf{Y}_{11} - \hat{\mathbf{G}}_{N_T \cdot (N - N_p)}^1(s_1) \cdot \hat{X}(s_1)$ ，如此根據 \mathcal{S}_1 順序重複作 MMSE 檢測與訊號重建並扣除，可依序得到 $\hat{X}(s_2), \mathbf{K}, \hat{X}(s_M)$ ，並供下一級作通道估計用。

【step 5】 對第二個階層來說，同樣要利用 $\mathbf{X}(\mathbf{P}_m)$ 來估計通道，也就是由 pilot

tones $\mathbf{X}(\mathbf{P})$ 加上第一級檢測出的 M 個訊號 $\hat{\mathbf{X}}(S_1)$ ，並依照章節 2.5 的方法重新估計通道增益為 $\hat{\mathbf{G}}_{N_T, N}^2$ 。

【step 6】 同【step 2】可得 $\mathbf{Y}_{21} = \mathbf{Y} - \hat{\mathbf{G}}_{N_T, N}^2(\mathbf{P})\mathbf{X}(\mathbf{P})$ ；並同【step 3】移除第 \mathbf{P} 行得

$\hat{\mathbf{G}}_{N_T, (N-N_p)}^2$ ；再將新的通道增益 $\hat{\mathbf{G}}_{N_T, (N-N_p)}^2$ 每一行的能量大小排序 $S_2 = \{s_1, s_2, \mathbf{K}, s_{2M}\}$ ，也就是要重新檢測第一層的 M 個訊號與第二層原本就要檢測的 M 個訊號，所以第二層連續 ICI 消除器需檢測 $2M$ 個訊號；從第 s_1 個訊號重新作 MMSE 檢測並作 hard decision，得到 $\hat{X}(s_1)$ 之後，重建 $\hat{X}(s_1)$ 訊號並從 \mathbf{Y}_{21} 中扣除，即

$\mathbf{Y}_{22} = \mathbf{Y}_{21} - \hat{\mathbf{G}}_{N_T, (N-N_p)}^2(s_1) \cdot \hat{X}(s_1)$ ，如此根據 S_2 順序重複作 MMSE 檢測與訊號重建並扣除，可依序得到 $\hat{X}(s_2), \mathbf{K}, \hat{X}(s_{2M})$ ，並供下一級作通道估計用。

【step 7】 對第三個階層也就是 $m=3$ 來說，同樣要利用 $\mathbf{X}(\mathbf{P}_m)$ 來估計通道，也就是將 pilot tones $\mathbf{X}(\mathbf{P})$ 加上前一級檢測出的 $(m-1) \cdot M$ 個訊號 $\hat{\mathbf{X}}(S_{m-1})$ ，並依照章節 2.5 提到的方法重新估計通道為 $\hat{\mathbf{G}}_{N_T, N}^m$ 。

【step 8】 同【step 6】可以根據新的排序 S_m 重新檢測前 $(m-1) \cdot M$ 個訊號 $\hat{X}(s_1), \mathbf{K}, \hat{X}(s_{(m-1) \cdot M})$ 並繼續檢測後面 M 個訊號 $\hat{X}(s_{(m-1) \cdot M+1}), \mathbf{K}, \hat{X}(s_{m \cdot M})$ ，供下一級作通道估計用。

【step 9】 對後續階層檢測也就是讓 $m = m+1$ 並重複【step 7】與【step 8】步驟直到 $m = N_s$ ；即可依序檢測出所有的訊號 $\hat{X}(s_1), \mathbf{K}, \hat{X}(s_{N_T, (N-N_p)})$ 。

3.4 pilot tone 放置方式

在本論文中的通道估計是利用 pilot tones 來估計的，也就是在全部 OFDM 符元中的某幾個子載波內全部放入 pilot 的資訊，而這些子載波彼此之間會有週期性間隔，這種方法是在頻率軸上週期性放置的 pilot tones 來估計第一個與最後一個取樣時間點的通道脈衝響應，所以還需內插估計出全部的脈衝響應，因此 pilot tones 放置的位置與方法會直接影響通道估計的準確度，在本小節我們會敘述影響 pilot tones 放置距離的條件，以及在時變與非時變通道中 pilot tones 放置方式的相異處。

一般來說，如果 pilot tone 安置的間隔 (pilot spacing) 愈密，則估計出來的脈衝響應會愈接近實際的數值，不過這也意味著 pilot tone 需要放置愈多，使可傳輸的資料量會相對減少許多，讓資料傳輸變得沒有效率；但是 pilot tone 安置的間隔也不能太大，那麼會使估計出來的數值誤差很大，所以 pilot tone 間隔基本上需要滿足 Nyquist 取樣理論；對 OFDM 符元而言，也就是說 pilot 不論在時間軸上 (pilot symbol) 或是頻率軸上 (pilot tone) 的間隔都必須要滿足取樣定理。

因為論文估計通道採用 pilot tone，所以為了決定 pilot tone 在頻率軸上的間隔，則需知道通道在頻率軸上的變動頻寬；在頻率軸上的頻寬是最大的延遲擴散 t_{\max} ，因此 pilot tone 在頻率軸上的間隔 Δf_p ，需滿足下式條件：

$$\Delta f_p < \frac{1}{t_{\max}} \quad (3-16)$$

其中 $\frac{1}{t_{\max}}$ 則是所謂的同調頻寬[14]，因此在安排位置時，可以根據上面(3-16)

算出頻率軸上每隔幾個間隔就必須放進一個 pilot tone。

在非時變或慢速時變的 OFDM 系統中，pilot tone 放置是等間隔[19]、[20]，但

是在時變的 OFDM 系統中使用的通道估計方法，pilot tone 需要等距離分成多群，每一群聚集多個 pilot tone[8]；也就是說對時間選擇性通道而言，pilot tones 應該群聚在一起；對頻率選擇性非時變通道（frequency-selective time-invariant channel）而言，在快速傅立葉轉換（Fast Fourier Transform, FFT）grid 上 pilot tones 最佳的安排方式是等間隔安置，所以對頻率選擇性時變通道也就是本論文的环境來說，在 FFT grid 上 pilot tones 應該要分成多個群體聚在一起，我們在下面第四章的模擬中會將 pilot tones 安排在不同情況的位置上來估計通道，並由模擬結果可以很清楚的發現，我們提出的遞迴通道估計與連續 ICI 消除的演算法，當 pilot tones 在 FFT grid 上被等間隔分成多群安置時的系統效能最好。



第 4 章 模擬結果

在無線行動通訊的環境下，接收端的高速移動會產生都卜勒效應使得一個 OFDM 符元區間內的傳輸通道急速變動，即造成時間選擇性衰減通道，破壞子載波間的正交性產生同步誤差，使接收端遭遇 ICI 問題。所以時變通道對 OFDM 系統的影響，會使通道頻率響應不再是一個單純的對角線矩陣，則 FEQ 無法正常運作，此時便需要使用 ICI 消除器；要知道 ICI 消除的係數，需先知道通道脈衝響應在 OFDM 符元區間內的變化情況，才能利用上面章節敘述的演算法，求得 ICI 消除係數。

所以在本章電腦模擬結果中，會分成四個小節來敘述模擬環境與模擬結果，章節 4.1 先敘述電腦模擬參數值與訊雜比定義，章節 4.2 假設通道模型參數完全已知，在 SISO-OFDM 與 MIMO-OFDM 環境下分別比較 MMSE 等化器與連續 ICI 消除器演算法，以及 ICI 消除的係數考慮子載波數目選取不同時的效能差異；章節 4.3 則是假設通道模型參數未知，分別比較 MMSE 等化器、連續 ICI 消除器以及本論文提出的遞迴通道估計與連續 ICI 消除器（方法一）和（方法二）的效能差異，最後章節 4.4 再比較不同 pilot tone 放置位置對系統效能的影響。

4.1 環境參數設定與訊雜比

本論文後續電腦模擬使用的環境參數設定如表 4-1，此外，我們定義訊雜比（signal-to-noise ratio, SNR）為通過通道後的訊號平均功率與這些訊號上的雜訊平均功率之比值（dB）。錯誤率則是以每個子載波上所載解調變後的子符元（sub-symbol）在經過解映射（demapping）後得到的位元（bit）為單元來定義位元錯誤率（Bit Error Rate, BER），也就是說假設有 N_T 根天線傳送 OFDM 符元，一個 OFDM 符元區間有 N 個子載波，每一個子載波上載送的子符元是由 b 個位元映

射 (mapping) 而成，在接收端解調變與解映射後有 n 個位元經 hard decision 後發現決策錯誤，則 $BER = \frac{n}{N_T} \cdot N \cdot b$ 。

OFDM 系統中子載波數目 (N)	128
CP 數目	$N/8$
通道路徑數目 (n)	4
Jake's 通道模型中震盪器數目 (M)	16
正規化都卜勒頻率 ($f_d T_s$)	0.05 or 0.1
載波頻率 (f_c)	2.4 GHz
車速	60 mile / hour
都卜勒頻率 (f_d)	214 Hz

表 4-1 電腦模擬參數設定

4.2 通道脈衝響應已知

首先我們假設通道脈衝響應在接收端為已知，所以可以完全知道在頻域作 MMSE 等化器與連續 ICI 消除所需通道增益的資訊。這部分的模擬數值分析主要可分為章節 4.2.1 之 SISO-OFDM 與章節 4.2.2 之 MIMO-OFDM 兩種系統來討論，其中會各自再根據兩種不同通道情況來觀察比較 BER，一個是 $f_d T_s = 0.05$ ，另一個是 $f_d T_s = 0.1$ ，此外，為了表現出考慮子載波數目 K 值不同對效能的影響，我們將考慮 $K=1, K=5, K=25, K=128$ 這四種不同子載波數目來模擬分析。

4.2.1 SISO-OFDM 系統

圖 4-1 與圖 4-2 是在 MIMO-OFDM 系統下分別比較 $K=1, K=5, K=25, K=128$ 時的 MMSE 等化器與 $K=1, K=5, K=25$ 時的連續 ICI 消除器，在不同正規化都卜

勒頻率的效能。當 MMSE 隨著 K 值愈大愈改善其 BER 效能的同時，在高 SNR 的地方卻出現了 error floor 的情況，從圖 4-1 與圖 4-2 中也可以發現，在 K 相同的情況下，連續 ICI 消除器的效能都比 MMSE 等化器好許多。當 $K=1$ 的時候，雖然都卜勒頻率很低 ($f_d T_s = 0.05$)，但是因為沒有考慮到其他子載波對其的干擾，所以連續 ICI 消除器的效能與 MMSE 一樣都沒有很好，同樣會出現 error floor 的情況。當 $K=5$ 時連續 ICI 消除器的效能相較於 $K=1$ 時已經有相當大幅的改善，其 BER 曲線與 $K=25$ 的距離相當近，彼此間間隙不大，也就是說相較下考慮的子載波數到 $K=5$ 時便可有相當不錯的效能，對於硬體實現上複雜度的降低有顯著的效益。此外可以發現連續 ICI 消除器可以有效地壓抑與消除 ICI 的問題，在 K 值較小（運算複雜度較低）時較 MMSE 等化器表現為優，可以大幅改善系統效能。

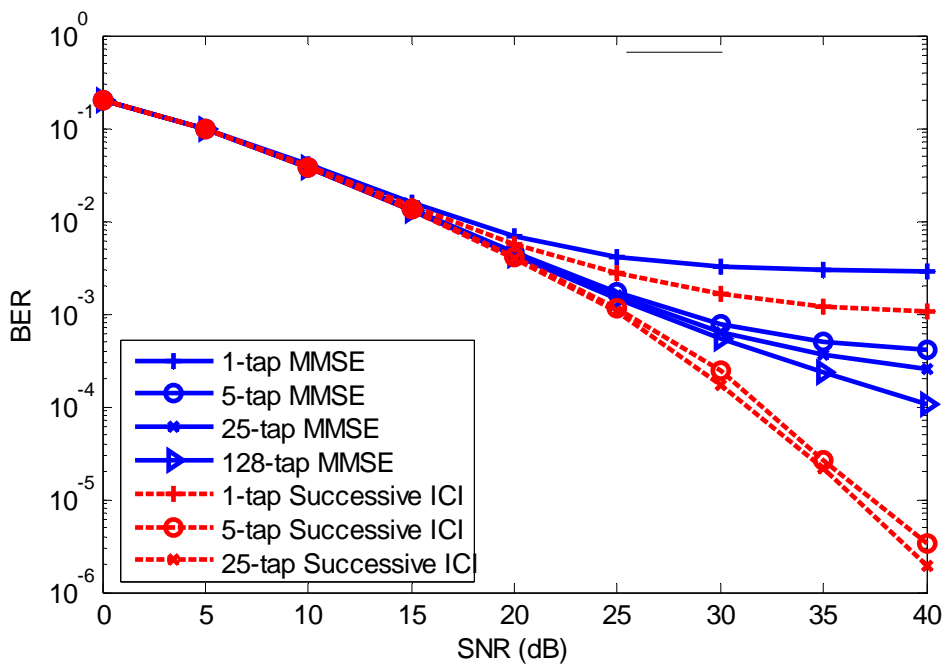


圖 4-1 SISO-OFDM 系統中，通道已知， $f_d T_s = 0.05$ ，MMSE 等化器與連續 ICI 消除器之 BER 效能比較

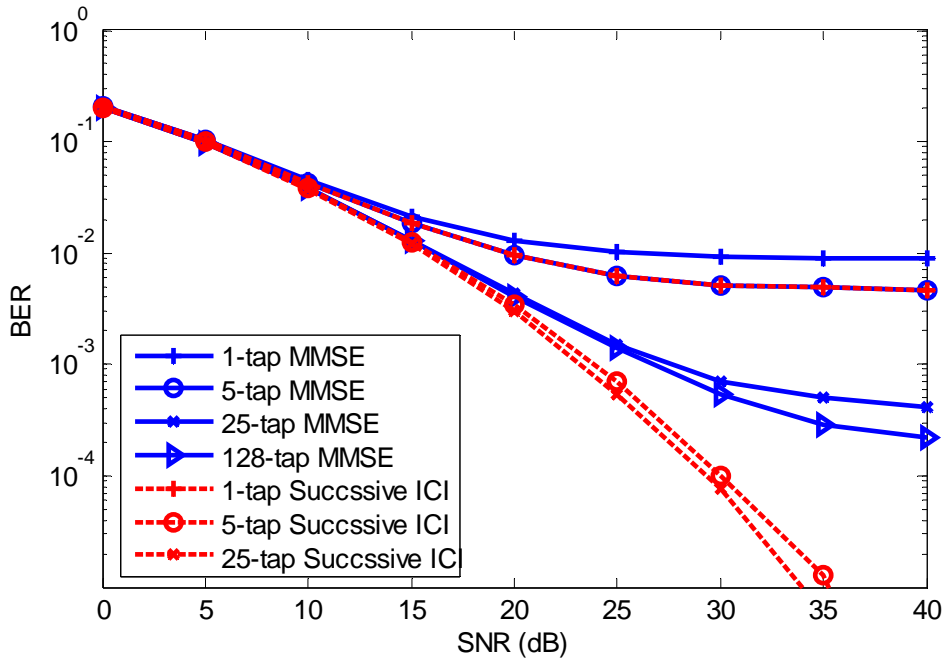


圖 4-2 SISO-OFDM 系統中，通道已知， $f_d T_s = 0.1$ ，MMSE 等化器與連續 ICI 消除器之 BER 效能比較

4.2.2 MIMO-OFDM 系統



圖 4-3 與圖 4-4 是在 MIMO-OFDM 系統 ($N_T = N_R = 2$) 下，分別比較 $K=1, K=5, K=25, K=128$ 時的 MMSE 等化器與 $K=1, K=5, K=25$ 時的連續 ICI 消除器，在不同正規化都卜勒頻率 ($f_d T_s = 0.05$ or 0.1) 的效能。由圖 4-3 與圖 4-4 可以很明顯的看到，當 $K=1$ 時，不管是 MMSE 等化器或是連續 ICI 消除器，兩者的效能都非常的差，因此在 MIMO-OFDM 系統中檢測訊號時會受到其他天線同一個子載波的影響非常大，所以不能只單純考慮自己，而必須將其他干擾源一併考慮消除。當 $K=5$ 時，因為有多考慮幾個其他天線同一個子載波與鄰近子載波上的干擾，所以效果就有較 $K=1$ 時改善。其中 $K=5$ 時在低 SNR 的部分，連續 SIC 的效能比 $K=128$ 時 MMSE 等化器的效能好，但在高 SNR 時，兩者效能相近且均出現 error floor 的現象。而 MMSE 等化器在低 SNR 時， $K=25$ 與 $K=128$ 的效果相近，但在高 SNR 時， $K=128$ 會略好一些，但一樣在 SNR 漸高時會逐漸出現 error

floor 的情況。對連續 ICI 消除器而言， $K = 5$ 在 $SNR = 40$ dB 附近下降趨勢漸緩，在 $K = 25$ 的效能明顯較 $K = 5$ 時佳。但是因為 MIMO-OFDM 系統有來自其他天線干擾，所以 $K = 5$ 的效能無法像在 SISO-OFDM 系統中那麼近似 $K = 25$ 的效能。但是與 SISO-OFDM 系統一樣的現象是，在 K 相同的情況下，連續 ICI 消除器的效能都比 MMSE 等化器好許多。

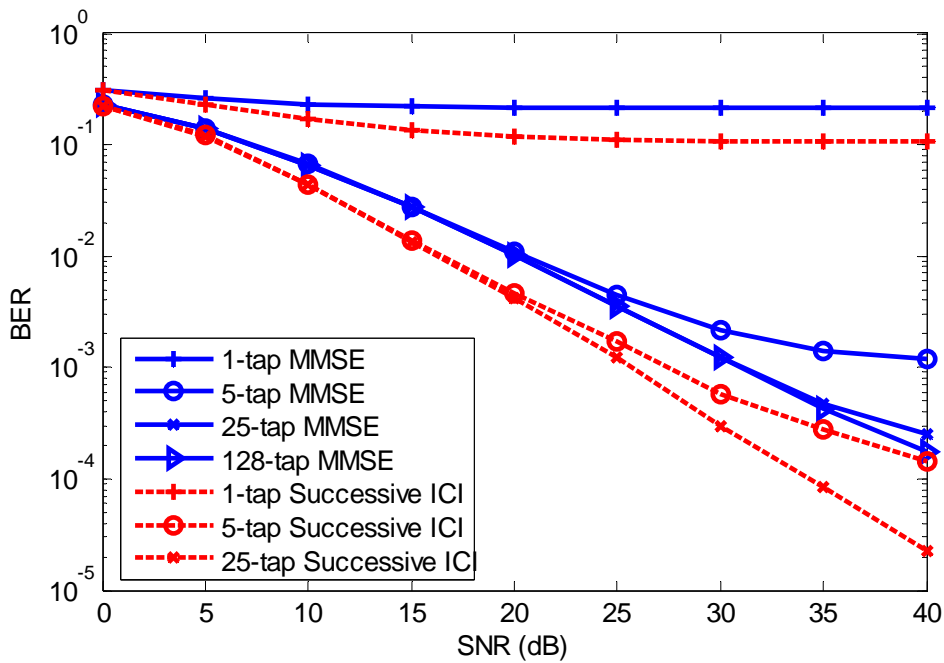


圖 4-3 MIMO-OFDM 系統中 ($N_T = N_R = 2$)，通道已知， $f_d T_s = 0.05$ ，MMSE 等化器與連續 ICI 消除器之 BER 效能比較

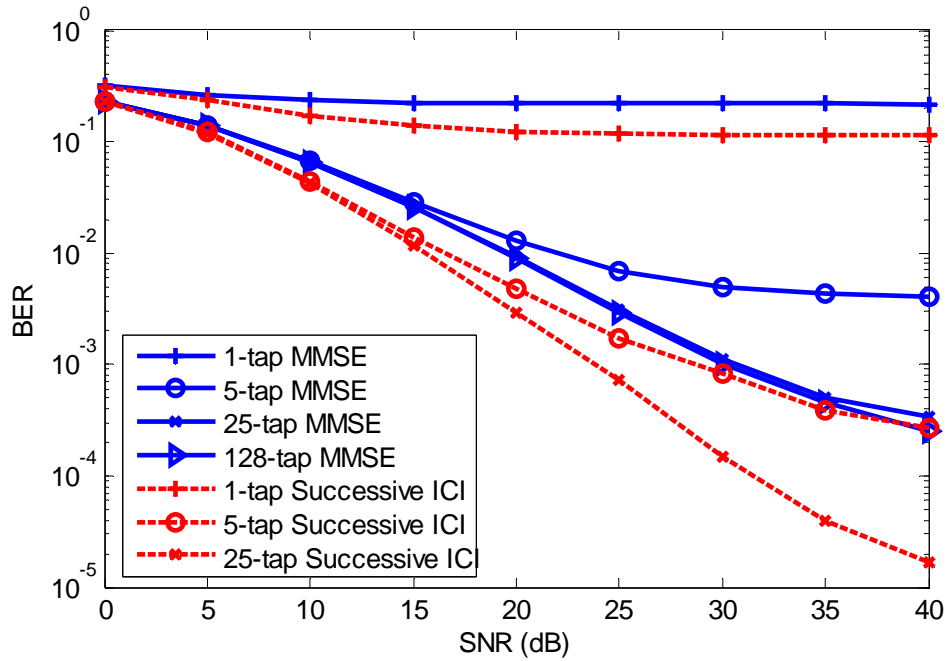


圖 4-4 MIMO-OFDM 系統中 ($N_T = N_R = 2$)，通道已知， $f_d T_S = 0.1$ ，MMSE 等化器與連續 ICI 消除器之 BER 效能比較

4.3 通道脈衝響應未知



正常情況下，通道脈衝響應在接收端是未知的，所以在消除 ICI 與檢測訊號前必須要先做通道脈衝響應估計，才可以求得在頻域作 MMSE 等化器與連續 ICI 消除所需通道增益的資訊。這部分模擬會在 $f_d T_S = 0.05$ 的通道情況來觀察比較不同演算法的效能。

從圖 4-5 是比較在 $f_d T_S = 0.05$ 的通道環境下，MMSE 等化器、連續 ICI 消除器、遞迴通道估計與連續 ICI 消除器（方法一）以及（方法二）之 BER 效能比較，圖中 Proposed 1 那條線指的就是遞迴通道估計與連續 ICI 消除器（方法一），Proposed 2 那條線指的就是遞迴通道估計與連續 ICI 消除器（方法二），而 Proposed 1 與 Proposed 2 估計遞迴次數為 $N_S = 6$ 。比較圖 4-1 與圖 4-5 可以發現，在通道已知與未知的情況下，對 MMSE 等化器與連續 ICI 消除器而言，其做通道估計後

再檢測訊號的效能較通道已知直接檢測訊號的效能約差兩個 order。而本論文提出的遞迴通道估計與連續 ICI 消除演算法，因為利用 ICI 消除後檢測的訊號不斷回傳供接收端前段重新估計通道脈衝響應，以遞迴運算的方式使通道估計更為準確，並增加檢測訊號的正確度，所以效能遠較原本的 MMSE 等化器與連續 ICI 消除器只有單純用 pilot tone 估計通道供檢測訊號的效能好，其中 Proposed 2 的方法因為不斷更新之前檢測的訊號，所以在高 SNR 時，Proposed 2 效果又較 Proposed 1 好一些，但是相對付出的複雜度與運算時間延遲會高出許多。

圖 4-6 中是比較在 $f_d T_s = 0.3$ 的通道環境下，MMSE 等化器、連續 ICI 消除器、遞迴通道估計與連續 ICI 消除器（方法一）以及（方法二）之 BER 效能比較，因為圖 4-6 的 $f_d T_s$ 值較圖 4-5 高，Proposed 2 效果就明顯比 Proposed 1 好，而這兩種方法都比 MMSE 等化器與連續 ICI 消除器的效果好許多。

圖 4-7 是比較在 $f_d T_s = 0.1$ 的通道環境下，取 $N_s = 3$ 與 $N_s = 6$ 的情況，比較 Proposed 1 與 Proposed 2 的方法遞迴估計通道次數不同對 BER 效能的影響，由模擬結果可以看到，當遞迴次數愈多則通道估計值會愈準使得系統效能愈好，這裡有假設通道情況沒有太差（也就是 $f_d T_s = 0.1$ ），錯誤延續的問題影響不大。

圖 4-8 是在 $N_T = N_R = 2$ ， $f_d T_s = 0.1$ 的通道環境下，比較 MMSE 等化器、連續 ICI 消除器、遞迴通道估計與連續 ICI 消除器（方法一）以及（方法二）之 BER 效能，由模擬結果可以發現在 MIMO-OFDM 的系統中，雖然通道快速移動造成的 ICI 干擾源增加，但是我們提出方法的效能同樣較 MMSE 等化器與連續 ICI 消除器表現為佳。

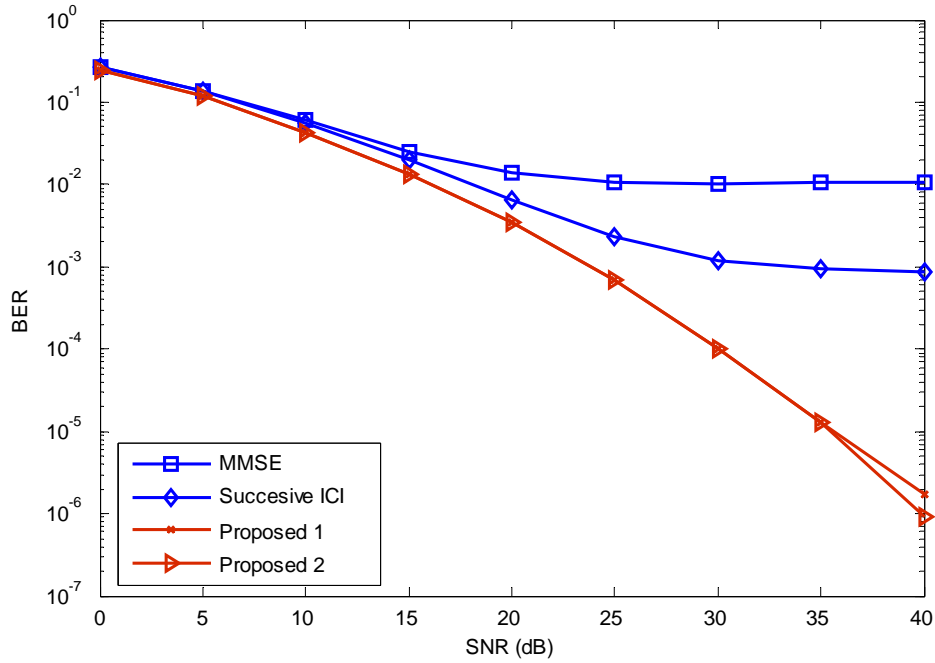


圖 4-5 SISO-OFDM 系統中，通道估計， $f_d T_s = 0.1$ ， $N_s = 6$ ，MMSE 等化器、連續 ICI 消除器、遞迴通道估計與連續 ICI 消除器（方法一）以及（方法二）之 BER 效能比較

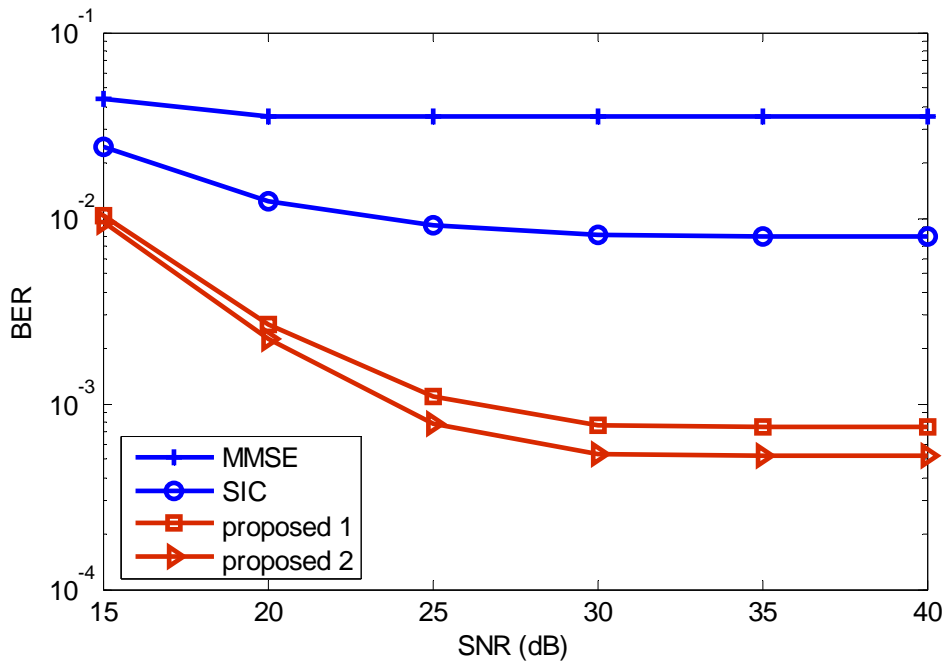


圖 4-6 SISO-OFDM 系統中，通道估計， $f_d T_s = 0.3$ ， $N_s = 6$ ，MMSE 等化器、連續 ICI 消除器、遞迴通道估計與連續 ICI 消除器（方法一）以及（方法二）之 BER 效能比較

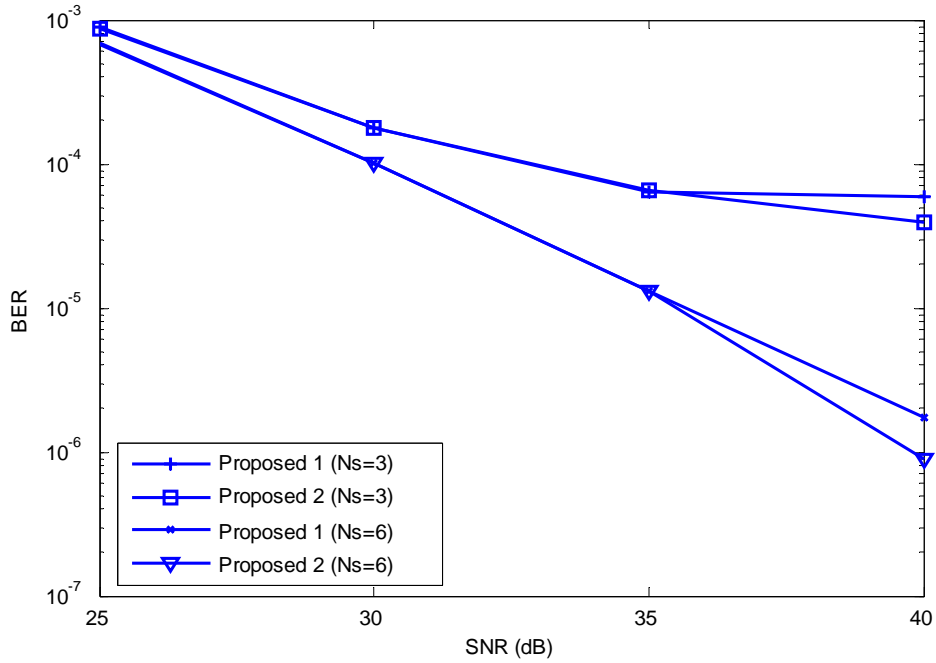


圖 4-7 SISO-OFDM 系統中，通道估計， $f_d T_s = 0.1$ ，遞迴通道估計與連續 ICI 消除器（方法一）以及（方法二）遞迴次數不同之 BER 效能比較

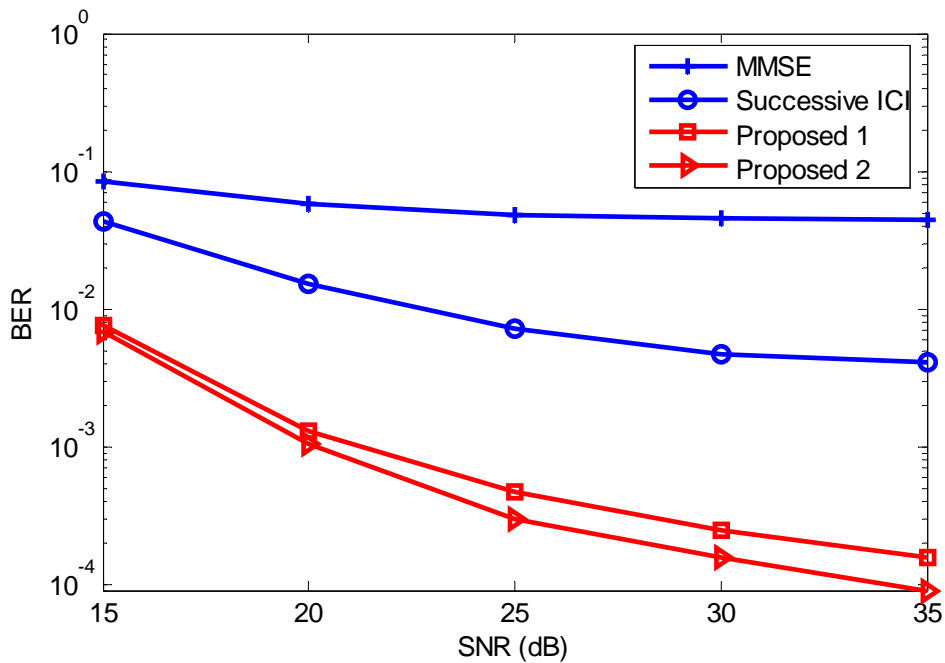


圖 4-8 MIMO-OFDM 系統中 ($N_T = N_R = 2$)，通道估計， $f_d T_s = 0.1$ ， $N_s = 6$ ，MMSE 等化器、連續 ICI 消除器、遞迴通道估計與連續 ICI 消除器（方法一）以及（方法二）之 BER 效能比較

4.4 pilot tone 位置比較

pilot tone 的放置位置在模擬時可分成：

- I 在位置 A 時，pilot tone 載在 $\{48, 49, \mathbf{K}, 78, 79\}$ 這些子載波上，也就是所有 pilot tone 聚集載在 FFT grid 的中間一大群子載波上。
- I 在位置 B 時，pilot tone 載在 $\{25, \mathbf{K}, 40, 89, \mathbf{K}, 104\}$ 這些子載波上，也就是所有 pilot tone 分成兩大群，分別載在 FFT grid 的兩大群子載波上。
- I 在位置 C 時，pilot tone 載在這些 $\{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 100, 104, 108, 112, 116, 120, 124, 128\}$ 子載波上，也就是所有 pilot tone 等間隔載在 FFT grid 的子載波上，
- I 在位置 D 時，pilot tone 載在這些 $\{6, \mathbf{K}, 9, 22, \mathbf{K}, 25, 38, \mathbf{K}, 41, 54, \mathbf{K}, 57, 70, \mathbf{K}, 73, 86, \mathbf{K}, 89, 102, \mathbf{K}, 105, 118, \mathbf{K}, 121\}$ 子載波上，也就是所有 pilot tone 等距離分成八大群，分別等間隔載在 FFT grid 的八大群子載波上，也就是本論文電腦模擬通道估計時，pilot tone 所放置的位置。

圖 4-9 是比較在通道估計時不同 pilot tone 放置位置對系統效能的比較，將模擬比較的環境是在 SISO-OFDM 系統中， $f_d T_s = 0.05$ ，利用 MMSE 等化器去檢測訊號。從圖 4-9 可以發現 pilot tone 放置的位置對於通道估計的品質有相當大的影響，將 pilot tone 全部聚集成一大群來估計效能最差，此外也可以發現如果將 pilot tone 等間隔載在 FFT grid 上，無法像在非時變通道的情況可以有很好的估計值。因此時變通道的估計，pilot tone 需要等距離分成多群，每一群聚集多個 pilot tone。

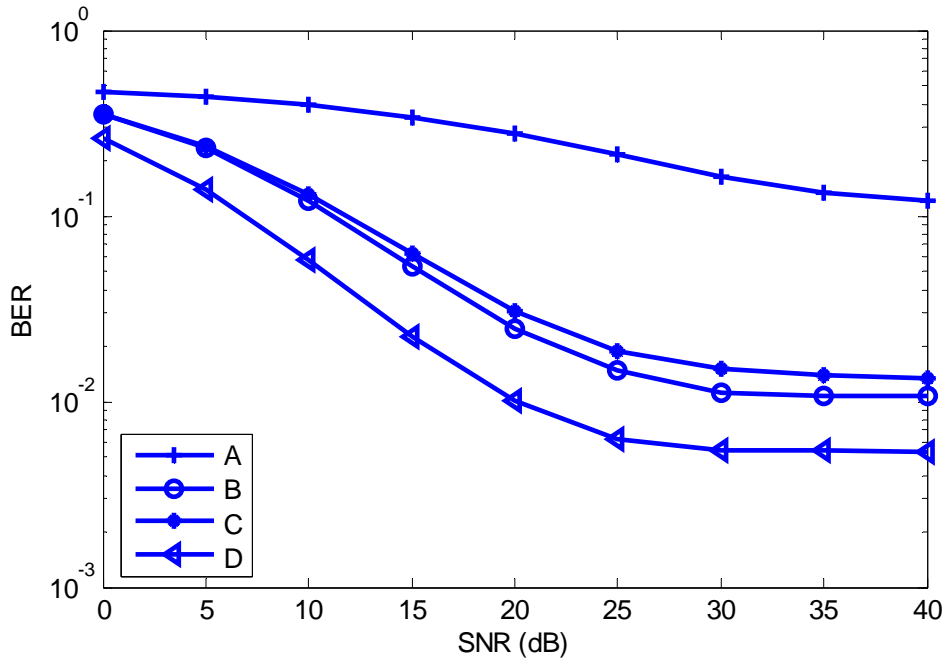


圖 4-9 通道估計時，pilot tone 放置位置不同對系統效能比較



第 5 章 結論

在無線行動通訊的環境下，接收端的高速移動會產生都卜勒效應，使 OFDM 符元區間內的傳輸通道急速變動，即為時變通道，而 MIMO-OFDM 系統對於破壞子載波正交性的都卜勒效應與載波頻率誤差很敏感。本論文介紹在 MIMO-OFDM 系統中具有多重路徑衰減效應且時變的通道特性與數學模型，緩和 ICI 問題的 MMSE 等化器以及連續 ICI 消除器，也提出遞迴通道估計與連續 ICI 消除演算法，它利用連續 ICI 消除後檢測的訊號不斷回傳供接收端前段重新估計通道脈衝響應，經由遞迴運算的方式使通道估計更為準確，進而增加後續檢測訊號的正確度。

由模擬結果可以發現，不管天線數目多寡，在考慮子載波數目相同的情況下，連續 ICI 消除器效能表現均比 MMSE 等化器好，且由於 ICI 主要來自於鄰近的子載波干擾，因此要消除干擾的子載波數目不需要考慮太多個，即可得到近似考慮全部子載波消除的效能。在通道估計上，因為 pilot tone 的數目會影響通道估計的準確度，所以遞迴通道估計與連續 ICI 消除運算時可使用的 pilot tone 數目會愈來愈多，使其通道估計精確度上升，可以大幅度增加檢測訊號的正確度，提升系統效能。

此外，由於連續 ICI 消除器是屬於次佳化的作法，所以如果根據有誤的估計結果去重建干擾訊號再消除之，並回傳重新估計通道，反而會加倍干擾的影響性造成錯誤延續，所以未來可以將連續通道估計與 ICI 消除稍作嘗試改進，也就是針對後面能量較小容易造成誤差的訊號利用 PIC 方法一次解出，減少錯誤延續的機率，至於應該在訊號能量低於多少臨界值的時候使用 PIC，重新估計通道的遞迴次數與連續 ICI 消除器一次要檢測多少個訊號可以得到最好的效能，則有賴未來根據通道環境特性加以分析後決定。

第 6 章 參考文獻

- [1] M. Russell and G. L. Stuber, "Interchannel interference analysis of OFDM in a mobile environment," in Proc. Veh. Technol. Conf., pp.820-824, 1995.
- [2] P. Robertson, S. Kaiser, "Analysis of the loss of orthogonality through doppler spread in OFDM systems," in Proc. Globecom, pp. 701-706, 1999.
- [3] Y. G. Li, L. J. Cimini, "Bounds on the interchannel interference of OFDM in time-varying impairments," IEEE Trans. Commun., vol. 49, pp. 401-404, Mar. 2001.
- [4] J. Li, M. Kavehrad, "Effect of time selective multipath fading on OFDM systems for broadband mobile application," IEEE Commun. Lett., pp. 332-334, Dec. 1999
- [5] W. G. Jeon, K. H. Chang, Y. S. Cho, "An equalization technique for orthogonal frequency-division multiplexing systems in time-variant multipath channels," IEEE Trans. on Commun. vol. 47, pp. 27-32, Jan. 1999.
- [6] J. P. M. G. Linnartz, A. Gorokhov, "New equalization approach for OFDM over dispersive and rapidly time-varying channel," in Proc. PIMRC Conf., London, U.K., pp. 1375-1379 Sept. 2000.
- [7] Y. S. Choi, P. J. Voltz, F. A. Cassara, "On channel estimation and detection for multicarrier signals in fast and selective Rayleigh fading channels," IEEE Trans. Commun., vol.49, pp. 1375-1387, Aug. 2001.

- [8] A. Stamoulis, S. N. Diggavi, and N. Al-Dhahir, "Intercarrier interference in MIMO OFDM," IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 50, pp. 2451-2464, Oct. 2002.
- [9] W.R. Wu and C.Y. Hsu, "Decision feedback IBI mitigation in OFDM systems," 2005 IEEE International Symposium on Circuits and Systems Proceedings, Accepted.
- [10] X. Cai, G. B. Giannakis, "Bounding performance and suppressing intercarrier interference in wireless mobile OFDM," IEEE Trans. On Commun., vol. 51, No. 12, Dec. 2003
- [11] B. Vucetic, J. Yuan, "Space-time coding," Wiley, 2003.
- [12] S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," IEEE Journal on Select Areas in Commun., vol. 16, No. 8, Oct. 1998.
- [13] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: Performance Criterion and Code Construction," IEEE Trans. on Inform. Theory, vol. 44, No. 2, Oct. 1998
- [14] T. S. Rappaport, "Wireless Communications Principles and Practice," Prentice Hall, 1996.
- [15] G. L. Stuber, "Principles of mobile communication," K.A.P., 2nd ed., 2001.
- [16] J.G. Proakis, "Digital Communications", 3rd ed., McGraw-Hill, 1995.

- [17] P. W. Wolniansky, G. J. Foschini, G. D. Golden, R. A. Valenzuela, "V-BLAST: an architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel," in Proc. IEEE ISSSE-98, pp. 295-300, Sep. 1998.
- [18] J. Benesty, Y. Huang, J. Chen, "A fast recursive algorithm for optimum sequential signal detection in a BLAST system," IEEE Trans. On Signal Processing, vol. 51, No. 7, July 2003
- [19] R. Negi, J. Cioffi, "Pilot tone selection for channel estimation in a mobile OFDM system," IEEE Trans. on Consumer Electronics, vol. 44, pp. 1122-1128, Aug. 1998.
- [20] S. Ohno, G. B. Giannakis, "Capacity maximizing MMSE-optimal pilots for wireless OFDM over frequency-selective block Rayleigh-fading channels," IEEE Trans. on Inform. Theory, vol. 50, pp. 2138-2145, Sep. 2004.
- [21] J. K. Cavers, "An analysis of pilot symbol assisted modulation for Rayleigh fading channels (mobile radio)," IEEE Trans. on Veh. Technol., vol. 40, pp. 686-696, Nov. 1991.