

國立交通大學

電信工程學系

碩士論文

採用交換式波束成形之智慧型天線架構與通道重置技術下之鏈路蜂巢式正交分頻多重接取系統容量分析

**On the Downlink Capacity of Cellular OFDMA Systems
with Channel Permutation and Switched-Beam Smart
Antenna**

研究生： 蔡政龍

指導教授：沈文和 博士

中華民國九十四年七月

採用交換式波束成形之智慧型天線架構與通道
重置技術下之下鏈路蜂巢式正交分頻多重接取
系統容量分析

On the Downlink Capacity of Cellular OFDMA
Systems with Channel Permutation and
Switched-Beam Smart Antenna

研究生：蔡政龍

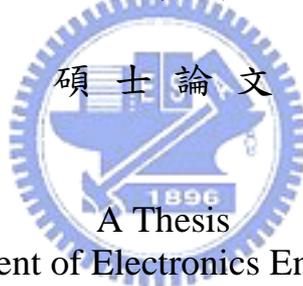
Student：Cheng-Lung Tsai

指導教授：沈文和 博士

Advisor：Dr. Wern-Ho Sheen

國立交通大學

電信工程學系碩士班



Submitted to Department of Electronics Engineering & Institute of
Electronics

College of Electrical Engineering and Computer Science

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in

Communication Engineering

June 2005

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十四年七月

採用交換式波束成形之智慧型天線架構 與通道重置技術下之鏈路蜂巢式正交 分頻多重接取系統容量分析

研究生：蔡政龍

指導教授：沈文和 博士

國立交通大學
電信工程學系碩士班

摘要

正交分頻多重接取(Orthogonal Frequency Division Multiple Access, OFDMA)技術由於具備了在多路徑(multipath)傳播環境下提供高資料傳輸率的能力，已被新型之 IEEE 802.16 無線寬頻接取(Broadband Wireless Access, BWA)系統所採用，且被視為是第四代(4th Generation, 4G)行動通訊系統潛在所可能採用之多重接取技術。在蜂巢式(cellular)正交分頻多重接取系統中，系統容量除了受限於可使用的頻寬，亦會受同頻道干擾(co-channel interference)的影響。藉由通道重置技術將各基地台之子通道(sub-channel)與子載波(sub-carrier)的對應關係重新排列，可達到將同頻道干擾之影響分散在整個所使用頻寬內之效果以避免最惡劣的干擾狀況發生；而採用波束成型技術除了可增加天線增益之外，亦可藉由空間上的區隔進一步降低同頻干擾的影響以增加系統容量。之外，系統亦可藉由在空間中不同的波束中重覆使用相同的子通道以達成分域多重接取(Space Division Multiple Access, SDMA)並增加系統容量。本篇論文分析了在採用交換式波束成型與通道重置技術下之蜂巢式正交分頻多重接取系統容量，並在分析過程中引入實際的波束場型(beam pattern)以觀察不同天線技術對系統容量之影響。並由分析結果得知當系統採用交換式波束成型與通道重置技術時，頻率重覆使用係數為 1(universal frequency reuse)時的系統容量將會最高。

On the Downlink Capacity of Cellular OFDMA Systems with Channel Permutation and Switched-Beam Smart Antenna

Student: Cheng-Lung Tsai

Advisor: Dr. Wern-Ho Sheen

Institute of Communication Engineering
National Chiao Tung University

Abstract

Orthogonal Frequency Division Multiple Access (OFDMA) technology has been adopted in IEEE 802.16 broadband wireless access (BWA) system by capability to achieve high transmission rate in multipath fading environment. It is also a promising candidate to be applied in 4th generation (4G) mobile communications systems. In cellular OFDMA system, system capacity will be restricted not only by the available bandwidth but also by the co-channel interference. Channel permutation was designed to randomize co-channel interference within the entire bandwidth by reordering the mapping between sub-channels and sub-carriers in each cell, which prevents the worst interfering situation that most co-channel interference power is accumulated on specific sub-channel. Instead of increasing antenna gain, beamforming technology can also decrease the co-channel interference through spatial filtering. Moreover, system capacity can be further increased by reusing sub-channels in each beam to achieve space division multiple access (SDMA). This paper analyzes the capacity of cellular OFDMA system with channel permutation and switched beamforming technology. Practical beam pattern is applied in numerical analysis to investigate the impact by different antenna technology in system capacity perspective. The numerical results show that the highest system capacity can be achieved by universal frequency reuse.

誌謝

本論文得已順利完成，首先要特別感謝我的指導教授沈文和博士。在研究進行的過程中，沈文和教授給予非常多的指導與建議，並教導學生建立正確且嚴謹的研究態度使我受益良多。

其次，感謝無線寬頻接取系統實驗室的所有伙伴。在研究所的兩年中，由於有大家的陪伴研究生生活更加充實。此外，我要特別感謝共同參與無線資源管理演算法研究的傅宜康學長及林愷昕同學，經由不斷的討論與經驗分享使我在專業知識有更多的了解，特此誌謝。

最後，感謝我的家人及女友。在求學的過程中，無論遭遇任何挫折你們總是給我最大的支持並陪伴我渡過難關。此外，生命中曾經給我幫助的師長朋友，謝謝你們。



目錄：

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
誌謝.....	iii
目錄.....	iv
圖目錄.....	v
表目錄.....	vii
第一章 簡介	
● 無線寬頻接取系統發展現況.....	1
● 文獻討論與研究動機.....	3
第二章 系統模型	
● OFDM 技術簡介.....	5
● OFDMA 多重接取技術.....	11
● 基地台涵蓋範圍規劃範例.....	15
第三章 交換式波束成型與通道重置技術	
● 蜂巢式 OFDMA 系統.....	22
● 通道重置技術.....	26
● 交換式波束成型技術.....	33
第四章 下鏈系統容量分析	
● 系統容量分析.....	42
● 干擾係數分析.....	46
第五章 數值分析結果與討論	
● 頻率重複使用係數對系統容量影響與結果討論.....	61
● 細胞涵蓋範圍對系統容量的影響與結果討論.....	69
● 波束個數對系統容量影響與結果討論.....	73
第六章 結論與未來工作展望	84
附錄	
Appendix A.....	85
Appendix B.....	90
參考文獻	95

圖目錄

圖 2.1	單載波與多載波平行傳送技術.....	5
圖 2.2	OFDM 與單載波 FDM 頻譜效益.....	5
圖 2.3	類比 OFDM 調變器.....	7
圖 2.4	子載波干擾效應.....	8
圖 2.5	循環前置碼產生方式.....	8
圖 2.6	OFDM 區塊之循環展延.....	9
圖 2.7	PMP Frame Structure.....	12
圖 2.8	相鄰子載波之子通道形成方式.....	13
圖 2.9	分散子載波之子通道形成方式.....	13
圖 2.10	802.16e 資料分配示意圖.....	14
圖 3.1	蜂巢式架構示意圖.....	22
圖 3.2	同頻干擾上下鏈路示意圖.....	23
圖 3.3	WCDMA 系統在時間-頻率-編碼空間的頻寬分佈.....	25
圖 3.4	傳統 FDMA 窄頻系統上下鏈路通道碰撞示意圖.....	26
圖 3.5	相鄰子通道形成方式之固定式通道模式.....	27
圖 3.6	分散子通道形成方式之固定式通道模式.....	27
圖 3.7	重置式通道模式.....	27
圖 3.8	分散式子通道形成方式—置換式子載波模式實現示意圖.....	29
圖 3.9	下鏈路各子頻寬之子載波接收功率示意圖.....	30
圖 3.10	LES 天線陣列示意圖.....	34
圖 3.11	天線陣列的基頻複數振幅表示圖.....	35
圖 3.12	不同主波束角度之波束示意圖.....	36
圖 3.13	主波束內實現 SDMA 架構圖.....	38
圖 3.14	傳統扇區模式與有無使用 SDMA 之頻寬示意圖.....	38
圖 3.15	LES 天線陣列使用無指向性天線所產生的扇區模式圖.....	39
圖 3.16	扇區涵蓋範圍示意圖.....	39
圖 3.17	三角形陣列天線使用指向性天線架構圖與扇區示意圖.....	40
圖 3.18	指向性天線， $P=0$ 度時，天線增益分佈圖.....	41
圖 4.1	下鏈路訊號傳輸同頻干擾示意圖.....	42
圖 4.2	水平天線陣列波束示意圖.....	43
圖 4.3	使用者身處細胞邊緣示意圖.....	46
圖 4.4	使用者均勻分佈在交換式波束成型系統之同頻干擾示意圖.....	52
圖 5.1.1	LES 細胞涵蓋範圍=1 公里.....	61
圖 5.1.2	LES 細胞涵蓋範圍=2 公里.....	62

圖 5.1.3	LES 細胞涵蓋範圍=3 公里.....	62
圖 5.1.4	LES 細胞涵蓋範圍=4 公里.....	63
圖 5.1.5	LES 細胞涵蓋範圍=5 公里.....	63
圖 5.1.6	LES 細胞涵蓋範圍=6 公里.....	64
圖 5.1.7	LES 細胞涵蓋範圍=7 公里.....	64
圖 5.1.8	LES 細胞涵蓋範圍=8 公里.....	65
圖 5.2.1	triangle 細胞涵蓋範圍=1 公里.....	65
圖 5.2.2	triangle 細胞涵蓋範圍=2 公里.....	66
圖 5.2.3	triangle 細胞涵蓋範圍=3 公里.....	66
圖 5.2.4	triangle 細胞涵蓋範圍=4 公里.....	67
圖 5.2.5	triangle 細胞涵蓋範圍=5 公里.....	67
圖 5.2.6	triangle 細胞涵蓋範圍=6 公里.....	68
圖 5.2.7	triangle 細胞涵蓋範圍=7 公里.....	68
圖 5.2.8	triangle 細胞涵蓋範圍=8 公里.....	69
圖 5.3.1	LES 波束個數 = 1.....	70
圖 5.3.2	LES 波束個數 = 2.....	70
圖 5.3.3	LES 波束個數 = 3.....	71
圖 5.3.4	LES 波束個數 = 4.....	71
圖 5.3.5	LES 波束個數 = 5.....	72
圖 5.4.1	triangle 波束個數 = 3 (每邊波束個數=1).....	72
圖 5.4.2	triangle 波束個數 = 6 (每邊波束個數=2).....	73
圖 5.5.1	LES 波束個數 = 1~5 (RF=1).....	74
圖 5.5.2	LES 波束個數 = 6~10 (RF=1).....	74
圖 5.5.3	LES 波束個數 = 11~16 (RF=1).....	75
圖 5.5.4	LES 波束個數 = 1~16 (RF=1).....	75
圖 5.5.5	LES 波束個數 = 1~5 (RF=3).....	76
圖 5.5.6	LES 波束個數 = 6~10 (RF=3).....	76
圖 5.5.7	LES 波束個數 = 11~16 (RF=3).....	77
圖 5.5.8	LES 波束個數 = 1~16 (RF=3).....	77
圖 5.5.9	LES 波束個數 = 1~5 (RF=4).....	78
圖 5.5.10	LES 波束個數 = 6~10 (RF=4).....	78
圖 5.5.11	LES 波束個數 = 11~16 (RF=4).....	79
圖 5.5.12	LES 波束個數 = 1~16 (RF=4).....	79
圖 5.5.13	LES 波束個數 = 1~5 (RF=7).....	80
圖 5.5.14	LES 波束個數 = 6~10 (RF=7).....	80
圖 5.5.15	LES 波束個數 = 11~16 (RF=7).....	81
圖 5.5.16	LES 波束個數 = 1~16 (RF=7)	81

表目錄

表 2.1	鏈路預算範例.....	18
表 3.1	下鏈路訊號雜訊比 v.s 頻率重複使用係數.....	24
表 3.2	上鏈路訊號雜訊比 v.s 頻率重複使用係數.....	24



第一章 簡介

無線寬頻接取系統發展現況

1980 初期，第一代無線行動通訊系統正式開啟了無線時代，到了 1980 末期，第二代無線行動通訊系統正式啟用數位(digital)調變方式，也結束了第一代無線行動通訊系統採用的類比(analog)調變方式。之後第三代的無線通訊系統提供高達 2Mbps 的資料傳輸率，且可以動態地根據使用者的需求調整資料傳輸速率(data rate)。此外，3G 系統可支援多種不同服務型態，包括了傳統的語音服務、數據資料與串流式影音傳送等服務。為了同時支援系統中各種不同類型的服務，以及確保各項服務之品質(Quality of Service, QoS)的前提下，因此更需採用較先進的無線資源管理技術，將有限的系統資源做最有效率的運用。

雖然已經是第三代無線通訊的世代，但使用者對於資料量的需求卻是與日俱增，即使第三代無線通訊已發展 HSDPA(High Speed Downlink Packet Access)，可將資料速率提升到 10Mbps。但是目前使用者對於行動通訊的應用部份，一般還是著重在語音。而針對資料的傳輸，在無線的環境中，目前應用最廣泛的就是無線區域網路(WLAN)。

從 802.11a 採用了垂直正交-分時多工(Orthogonal Frequency Division Multiplexing/Time Division Multiple Access, OFDM/TDMA)作為多重接取的技術，其載波頻率位於 5GHz 附近，最高可支援 54Mbps 的資料傳輸率。接著是 802.11b 採用直接序列展頻(Direct Sequence Spread Spectrum, DSSS)作為多重接取的技術，其載波頻率位於 2.4GHz 附近，最高的資料傳輸率可達到 11Mbps。之後是 802.11a/b 相容的 802.11g 其資料速率最終確定為 54Mbps。一直發展到 802.11n 其資料的速率一路攀升到 200Mbps 以上。

WLAN 的系統雖然資料的傳輸速率不斷提升，但其服務的範圍始終只有一百公尺左右的距離。超過一百公尺一般就屬於 WMAN(Wireless Metro Area Network)的範圍。也就是俗稱的最後一哩(The Last Mile)。IEEE 對於 WMAN 的規劃主要是在 IEEE 802.16 中，其最初的發展有兩種，一是用於遼闊、視界無遮礙的廣遠式傳遞 (Line Of Sight, LOS)，另一是在有建築物阻隔下的無直線傳輸路徑(NLoS, Non Line of Sight)的環境 (NLOS, Non LOS)，兩種不同的傳遞規範分別由 IEEE 802.16、IEEE 802.16a 兩種標準來詮釋，至於 IEEE 802.16b 只是與歐洲 HiperMAN 的標準相融合，以及 IEEE 802.16c 僅是原有 16、16a 的規範補述。

到了 2004 年，IEEE 訂立出更優異的 IEEE 802.16d，同時將「無遮礙」與「穿

透」兩種通訊都納入其中，取代原有 16、16a 的規範，成為目前 WiMAX 發展的最重要依據。而在 16d 底定後(802.16-2004)，IEEE 機構也積極讓 16e 早日定案，16e 訴求在行動通訊應用，包括讓筆記型電腦、個人數位助理、智慧型手機等行動裝置，以及車用通訊等也可以支援 IEEE 802.16 (WiMAX)，目標設定在移動速度於 120km/hr~150km/hr 都可以持續通訊。

依據 WiMax 論壇的商用計劃，2005 年至 2006 年間主要以替代 ADSL 接取方式為主，為用戶提供固定寬頻無線接取服務；2007 年至 2008 年間則將透過在移動攜帶型產品終端上配置 WiMax 模組，實現廣域範圍內的移動 WiMax 接取(802.16e)；第三階段則是實現全網移動的無縫漫遊。

WiMAX 和 IEEE 802.16 標準將會為寬頻無線接取產業帶來革命性的發展以及開創許多新的機會，讓過去因成本過高無法實現的應用現在能夠佈建新的系統。相較於許多應用目前透過銅線、同軸電纜和光纖連線來提供服務的方式，WiMAX 確實是另一種相當具有競爭力的可行方式。

因此在 802.16a，802.16-2004 到 802.16e 的規格書中，針對有建物阻隔下的穿透式傳遞 (NLOS, Non LOS) 環境之中所採用的 OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing)技術之下，OFDMA 的多重接取技術成為一個重要的應用。討論 OFDMA 系統的容量也成為本研究最重要的目標。

文獻討論與研究動機

OFDMA 系統以往在下鏈路方面針對容量分析的探討多侷限在單一細胞，並非考慮多細胞的環境，忽略了同頻干擾對容量的影響，只單純考慮每個子載波上的通道增益(channel gain)，針對不同的使用者，利用使用者間的分散效應(multi-user diversity)，作功率分配與子載波分配(power and subcarrier allocation)。

其中[1]中討論了 OFDMA 系統中，同時分配子載波，子載波上所載位元數，與子載波上功率在滿足使用者的服務需求(required bits/time slot)下，使用最小的傳送功率。其中並無考慮系統的最大功率限制，將以上三個參數利用 Lagrangian Method 的方式解出全域最佳解(global optimum)，缺點是耗費太大的運算量。

而[2]中提出一個運算複雜度較低的演算法，將分配子載波，子載波上所載位元數，與子載波上功率，分成兩個步驟完成。先利用使用者的平均通道增益決定使用者使用子載波的個數，在不超過已分配的子載波個數的前提下，決定使用者使用的子載波位置，同時決定位元數與子載波功率。此篇論文同樣不考慮系統最大傳輸功率限制，目的在滿足使用者的服務要求下，使用最小功率傳送，但此演算法決定的雖是區域最佳解(local optimum)，但擁有低運算複雜度。

而在[3]中同時考慮有系統最大功率限制之下，來最大化系統的容量；與沒有系統最大功率限制，考慮在滿足使用者的服務需求下，用最小的功率傳送訊號。後者一樣透過兩個步驟，先決定使用者的子載波個數，再決定使用者使用的子載波位置，同時決定位元數與子載波功率。與[2]論文不同者，此篇論文在演算法中，決定分配子載波數給使用者時，多考慮了使用者之間的公平性。但這篇論文最後決定的一樣是區域最佳解(local optimum)，低運算複雜度。其他還有一些類似問題的全域最佳解[4]，如 Integer Programming 或是 Linear Programming 的方法。

而一般考慮多細胞的 OFDMA 容量都是在系統模擬下的結果。在[5]中提出計算接收端與傳送端使用不同通道之連線平均訊號雜訊比的方法，透過 Shannon Capacity 的式子計算出該連線最大的平均傳送位元數。在模擬的過程中模擬使用者均勻分布在頻率重覆使用係數(frequency reuse factor)為 1 的系統中，並且採用理想化功率控制(ideal power control)，得到在不同的訊號雜訊比下，OFDMA 的平均系統容量。此研究並沒有考慮系統的最大傳送功率限制與細胞涵蓋半徑對容量的影響。

而在[6]的文章中，討論韓國最近推出的行動網路接取系統(WiBro, Wireless Broadband internet access)。WiBro 的系統較 IEEE 802.16e 提出的時間更早，但

也是採用 OFDMA 的多重接取技術。僅只有小部份的制定不同於 IEEE 802.16e 規格書。在系統最大傳送功率限制與使用者均勻分布在頻率重覆使用係數 (frequency reuse factor) 為 1 之蜂巢式系統架構下，採用 PFRS 的封包排程演算法，其精神在於給予使用者資源的依據來自使用者對於資料量要求的相對比例：使用者要求資料量較其他使用者平均為高的話，得到使用此通道的機會也增加。另外採用理想化功率控制，並考慮蜂巢式的系統在無指向性天線 (omni-directional antenna) 還有三個扇區 (sector) 的指向性天線結構，觀察細胞涵蓋範圍 (cell radius) 與系統平均容量的關係。

另外也有些討論 OFDM/TDMA 的系統，採用 TDMA 的多重接取技術，每一個時槽 (time slot) 只傳送資料給一個使用者，並且每次都傳送最大功率量。使用者根據其所在位置的訊號雜訊比，基地台採用動態調整調變機制與編碼率 (adaptive modulation scheme and code rate) 的方式來決定使用者的資料量。[7] 的文章討論在這樣的系統架構下，頻率重複使用係數對於系統容量的影響。

綜觀之前討論過 OFDMA 系統容量的文章，本文的重要性在於考慮多細胞架構下的蜂巢式 OFDMA 系統，結合智慧型天線系統中的交換式波束成形技術與通道重置技術 (channel permutation) 之下，透過分析的方式，在基地台最大傳送功率與子通道個數的限制下，並採用分域多重接取 (SDMA)，討論系統容量與頻率重複使用係數 (Frequency Reuse Factor)、波束個數 (number of beamforming)、波束場型 (beam pattern) 與細胞涵蓋半徑 (Cell Coverage) 對系統容量的影響。

第二章 系統模型

OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing)

技術簡介

多載波傳輸技術原理是將欲傳送之高速率資料串列分割成 N 個平行的低速率資料串列，且同時使用 N 個子載波傳送，如圖(2.1)所示。當使用多個低速率資料串列傳送時，個別資料串列之符元區間將變大，在頻域上的相對意義為子載波信號頻寬變小，多載波技術便能容許多路徑衰落通道較小之同調頻寬 (Coherence Bandwidth) 增加抵抗頻率選擇衰減的能力，因此載送之信號對於多路徑延遲擴散 (Multi-path Delay Spread) 於時域所引起之消散效應容忍度相較於單頻載波的傳輸技術而言較高。

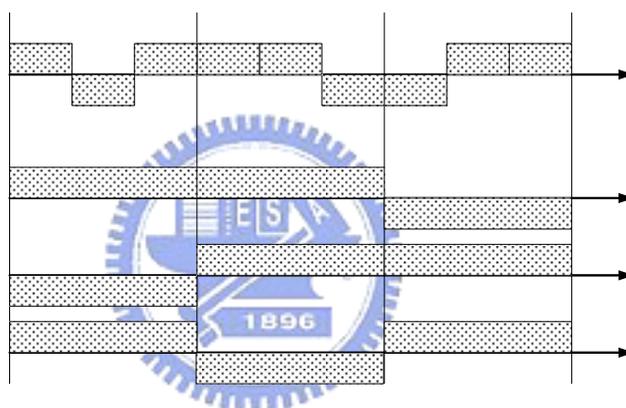


圖 (2.1)單載波與多載波平行傳送技術

傳統多載波技術其子載波頻譜並不相互重疊，如圖(2.2)所示，而 OFDM 技術則使用子載波相互重疊且正交方式來達到節省頻寬並且提升頻譜使用效率之目的，二者頻譜效益的比較如下式(2.1)及(2.2)，理論上當子載波數趨近於無限大時，使用子載波頻譜重疊的多載波傳送技術其頻譜效益為傳統的二倍[8]。

**Single
Carrier**

1

3

4

2

**Multi
Carrier**

1

⁵ Subcarrier 1

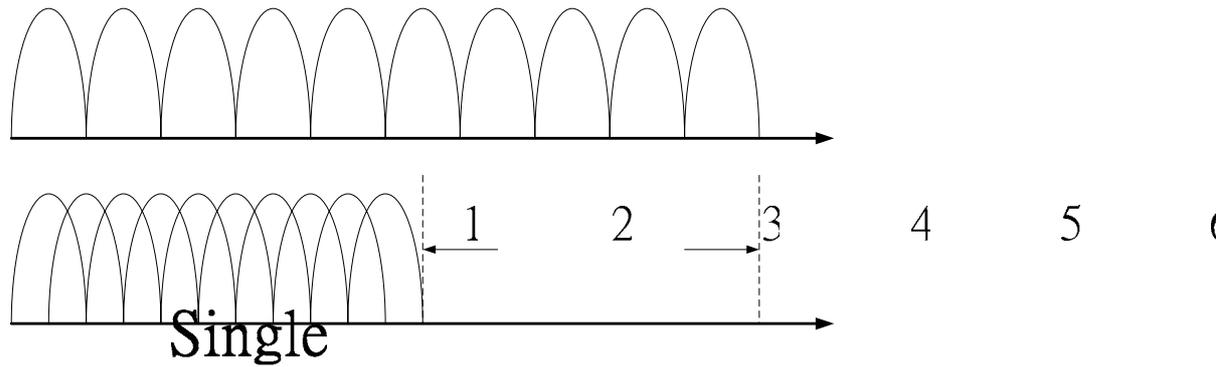


圖 2.2 OFDM 與單載波 FDM 頻譜效益

傳統單載波系統的頻譜效益

$$W \doteq \frac{2}{T_s}, \quad R \doteq \frac{\log_2 M}{T_s} \text{ bit/s} \quad 1 \quad 2 \quad \dots \quad 10$$

$$\rightarrow \frac{R}{W} \doteq \frac{1}{2} \log_2 M \quad (2.1)$$

OFDM

OFDM 的頻譜效益：

$$W \doteq (N+1) \frac{1}{NT_s}, \quad R = \frac{\log_2 M}{T_s} \text{ bit/s}$$

$$\rightarrow \frac{R}{W} \doteq \log_2 M \text{ bit/s} \quad (\text{當 } N \text{ 極大時}) \quad (2.2)$$

OFDM 訊號由相移鍵控 (PSK) 或正交振幅調變 (Quadrature Amplitude Modulation) 調變之子載波所構成。假設複數的訊號符元表示為 d_i ， N_s 表示為子載波的數目、 T 為符元區間以及 f_c 表示為載波頻率，則完整的 OFDM 傳送訊號可表示為(2.3)式：

$$s(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} d_{i+N_s/2} \exp \left(j2\pi \left(f_c - \frac{i+0.5}{T} \right) (t-t_s) \right) \right\}, t_s \leq t \leq t_s + T$$

$$s(t) = 0, t < t_s \text{ 和 } t > t_s + T \quad (2.3)$$

在文獻中，通常使用等效的複數基頻表示如下(2.4)式所示。複數基頻表示式中，實部與虛部分別對應 OFDM 信號的同相 (In-Phase) 分量與正交 (Quadrature) 分量，再分別將其乘上欲載送子載波頻率之正弦與餘弦產生完整的 OFDM 信

號，其調變器方塊圖如圖(2.3)。

$$s(t) = \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} d_{i+N_s/2} \exp\left(j2\pi \frac{i}{T}(t-t_s)\right), t_s \leq t \leq t_s + T$$

$$s(t) = 0, t < t_s \text{ 和 } t > t_s + T \quad (2.4)$$

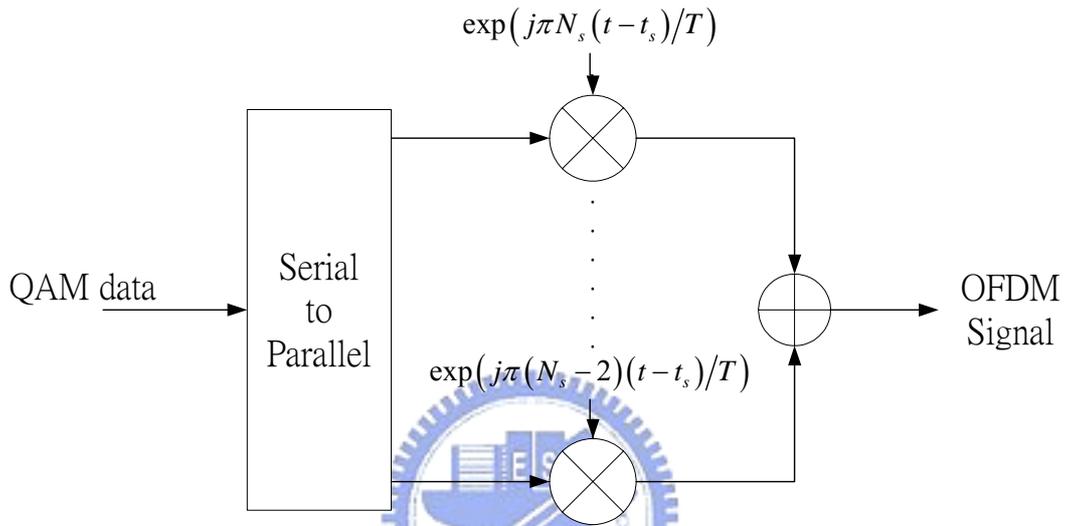


圖 (2.3)類比 OFDM 調變器

上述為基本的類比正交多載波調制系統，需要多組的傳收機傳送 OFDM 信號，但實際上的 OFDM 系統是採用快速傅立葉(IFFT/FFT)的方式來實現之，所以不需要同時設計多組的傳收機，降低了複雜度。首先將 OFDM 信號以 kT_s 取樣，則 OFDM 信號如式(2.5)

$$s(t) = \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} d_{i+N_s/2} \exp\left(j2\pi \frac{i}{N_s T_s}(t-t_s)\right) \quad (2.5)$$

$$s(k) = \frac{1}{N_s} s(t = kT_s) = \frac{1}{N_s} \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} d_{i+N_s/2} \exp\left(j2\pi \frac{ik}{N_s}\right), k = 0, 1, \dots, N_s - 1$$

$$s(k) = FFT^{-1} \left\{ d_{i+\frac{N_s}{2}} \right\}$$

由式(2.5)，以時域(Time Domain)與頻域(Frequency Domain)的觀點來看

OFDM 信號為時域的波形取樣點，而符元則為頻域上每個子載波的信號。因此，OFDM 系統可以複立葉轉換之方式實現。為了以數位方式作複立葉轉換，必須對信號取樣，而且取樣信號必須滿足取樣定理(Sampling Theorem)，即取樣頻率必須大於等於兩倍信號頻寬，若使用所有子載波載送信號，則信號頻寬會大於 0.5 倍取樣頻率，如此不能滿足取樣定理，若是增加子載波數，則頻寬會接近 0.5 倍取樣頻率，當子載波數趨近於無限多時才會滿足取樣定理。因此實際上真正傳送信號的子載波數必須小於總載波數，以滿足取樣定理。不送信號的子載波稱之為虛擬載波(Virtual Carriers)。

在 OFDM 系統中，為了能夠消除由傳輸延遲效應所引起的碼際干擾，於每一個 OFDM 方塊中置入了保護區間 (Guard Interval) 或稱為循環前置碼 (Cyclic Prefix)。一般而言，保護區間長度的選擇是大於所預期的最大傳輸延遲擴散，在這樣的設計下前一個 OFDM 符元的多路徑傳輸成分無法干擾下一個 OFDM 符元。保護區間可以完全不傳送信號。但在這樣的情況下，將會產生載波間干擾 (Inter-carrier Interference, ICI) 問題，使得載波之間不再具有正交性，如圖(2.4)

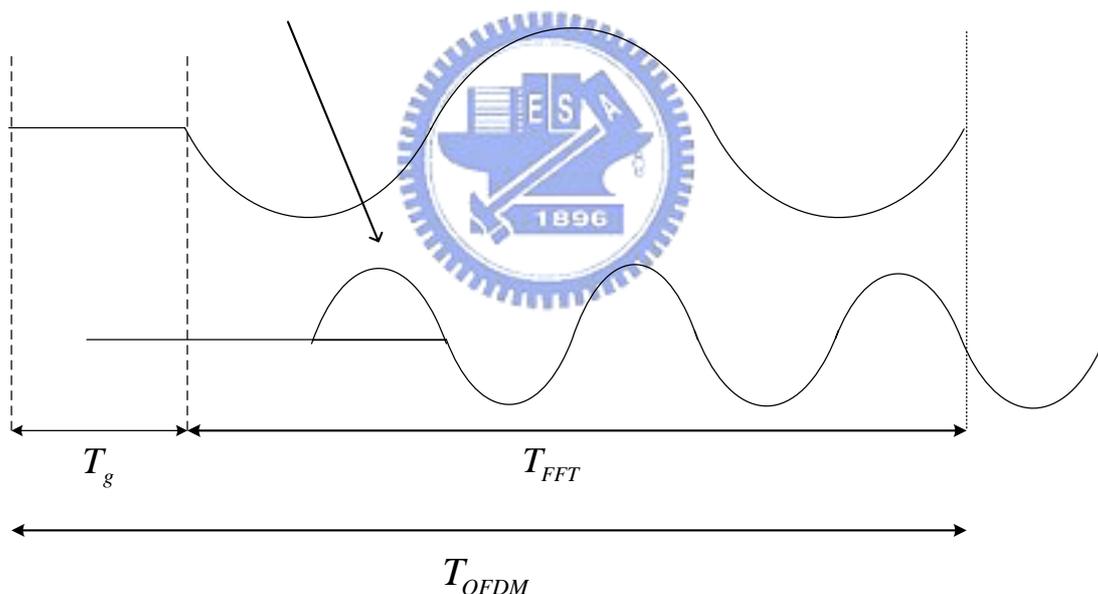


圖 (2.4)子載波干擾效應

因此，為了消除子載波干擾效應，於保護區間內置入部份 OFDM 的複製訊號使其成為一段循環週期性訊號，如下圖(2.5)所示。

ICI

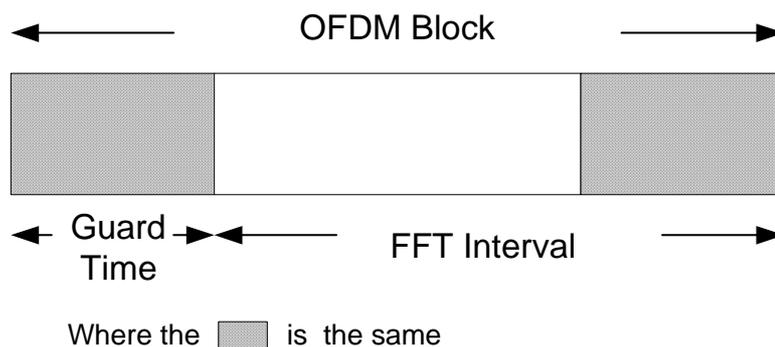


圖 (2.5)循環前置碼產生方式

由於對每一個 OFDM 方塊皆置入循環前置碼，當傳輸延遲擴散小於保護區間，則可確保 OFDM 方塊中被延遲的信號在一個完整的 FFT 區間中能維持整數倍週期。因此在多路徑傳輸延遲小於保護區間的情況下將不會引起子載波間干擾。

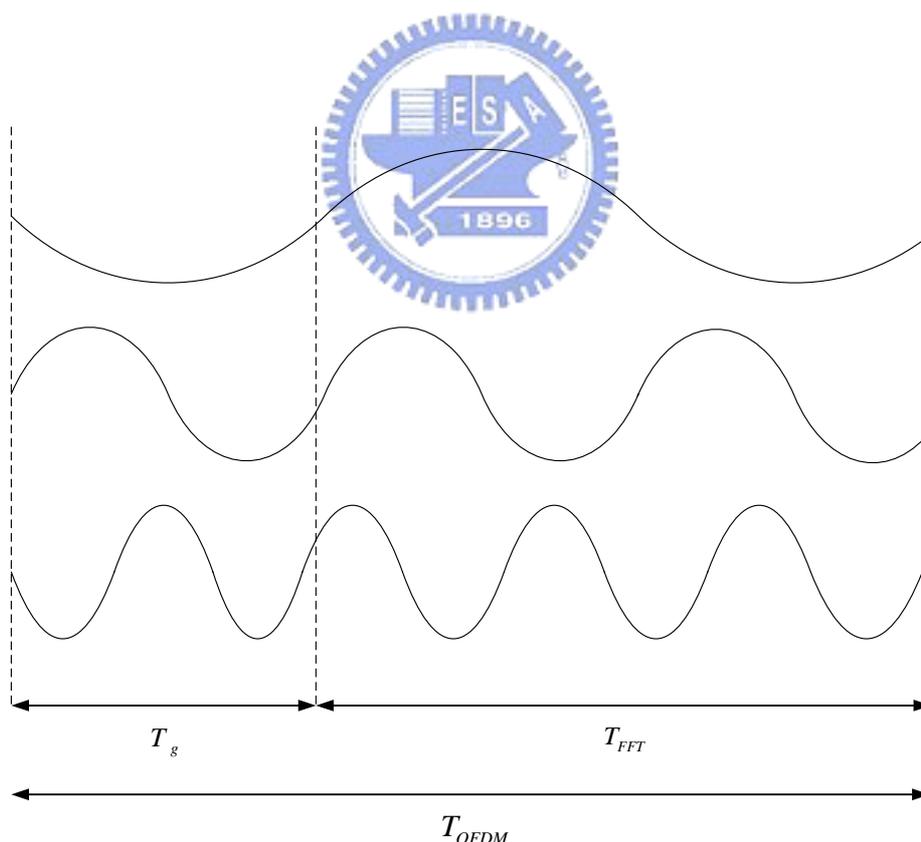


圖 (2.6)OFDM 區塊之循環展延

以兩個路徑的傳輸為例，因第二路徑的 OFDM 信號延遲，在 OFDM 符元邊界處有相位跳躍產生。對於第二路徑信號而言，其相位跳躍發生在第一個路徑之

後的某一特定延遲。當此延遲小於保護區間，則在完整的 FFT 區間中不會有相位跳躍，因此雖然 OFDM 信號有相位的變化，但是載波之間仍然維持正交性，若是延遲大於保護區間，則在 FFT 區間內會有相位跳躍，使得載波之間失去正交性。

因此正交性在 OFDM 系統中扮演一個重要的角色，訊號在接收端必須進行同步的動作，只要同步誤差小於保護區間，則 OFDM 區塊之各載波間仍維持正交性，同步誤差僅造成相位偏轉(Phase Rotation)，可利用通道估測的方式加以補償，因此接收端仍可作正確的解調變。反之，若是正交性被破壞，則接收端便無法進行正確的解調變。

此外，同步問題除了符元同步，以確保維持正交性的 FFT 區間正確之外，確保傳送端、接收端載波頻率的一致性亦是重要議題。若是載波頻率沒有同步，則正交性遭破壞，亦會導致 ICI 的問題發生。同樣地，取樣頻率也要維持同步，傳送端、接收端取樣頻率若是不一致，則正交性的破壞、以致 ICI 出現的問題一樣會發生。

OFDM 系統另一重要問題為峰值對均值功率比 (Peak to Average Power Ratio, PAPR)，由於 OFDM 信號為多個載波組合而成，因此其信號功率會隨著子載波所載之符元不同而變化，若變化之範圍超出功率放大器之線性區域則會產生非線性失真，因此必須考慮 PAPR 問題，以減少功率放大器之非線性失真。

綜合而言，OFDM 技術主要的優點如下：

- 採用 OFDM 技術之系統，抵抗多路徑傳輸的干擾能力較單頻載波系統為佳，不需要複雜的時域等化器，可降低複雜度，假設一系統可容忍的延遲擴散固定，OFDM 技術可以簡單的克服延遲擴散所引起的信號干擾，而單頻載波系統卻需要一個複雜度相當高的等化器來消除延遲擴散所引起的信號干擾。
- OFDM 系統具有頻率分集(Frequency Diversity)的效果，比單載波機制更能夠對抗窄頻干擾，因為窄頻干擾只能影響少數比例的載波數目。

OFDM 技術與單頻載波機制相比的一些缺點，可說明如下：

- OFDM 系統對於載波頻率偏差、取樣頻率偏差與相位雜訊較為敏感，造成正交性的破壞而形成 ICI。
- OFDM 系統有 PAPR 之問題，造成非線性失真，會增加功率放大器設計的複雜度。

OFDMA (Orthogonal Frequency Division Multiple Access)

多重接取技術

以 OFDM 為傳輸技術的系統擁有較佳的抗多重路徑干擾的能力以及較好的頻譜使用效率，而未來通訊系統除了強調高速率傳輸能力之外，也希望能夠支援頻譜在 2~11 GHz 之無直線傳輸路徑(NLoS, Non Line of Sight)的環境。因此採用 OFDM 調變的技術當作基礎是未來的趨勢。

以 OFDM 為基礎的系統其多重接取的技術(Multiple Access)以 802.16-2004 的系統為例，有 TDMA/OFDM 以及 OFDMA 兩種方式。前者以 256 根子載波(subcarrier)為總載波數，以 TDMA 的方式，一個時槽(time slot)之內只能有一個使用者得到系統的服務；相對在 OFDMA 之下，總共有 2048 根子載波在系統中，在一個時槽之內，可以有超過一個以上的使用者得到系統的服務，換句話說，被服務的使用者是透過 2048 根總子載波中的部分子載波，分配給這個使用者上傳其資料或是下載資料，並且這些子載波並不能重複分配給不同的使用者，以免造成同細胞之內的干擾(intra_cell interference)。

所以採用 OFDMA 為多重接取技術的系統，考慮最大化系統容量的資源分配演算法研究中。必須在每一個資源分配的週期，決定分配給每一個使用者子載波數，並決定哪些子載波將被分配給該使用者；在傳輸之前，決定分配給該使用者的子載波中，要分配多少能量以滿足使用者的服務要求(QoS, quality of service)。有相當多的研究在討論這樣的議題，在文獻討論中也簡介過一些討論相關議題的文章。但這樣的演算法大都無法應用在實際的系統中，其中一個最主要的原因是計算複雜度的瓶頸無法突破。

因此在實際系統中並不考慮以子載波為基本的分配單位，會將總子載波先預作分配，以部份的子載波為一個子通道(subchannel)，這樣的過程稱作”子通道化”過程(channelization process)。

下圖(2.7)為一個實際的例子，說明 OFDMA 在 802.16-2004 以及 802.16e 的系統中是如何實現：

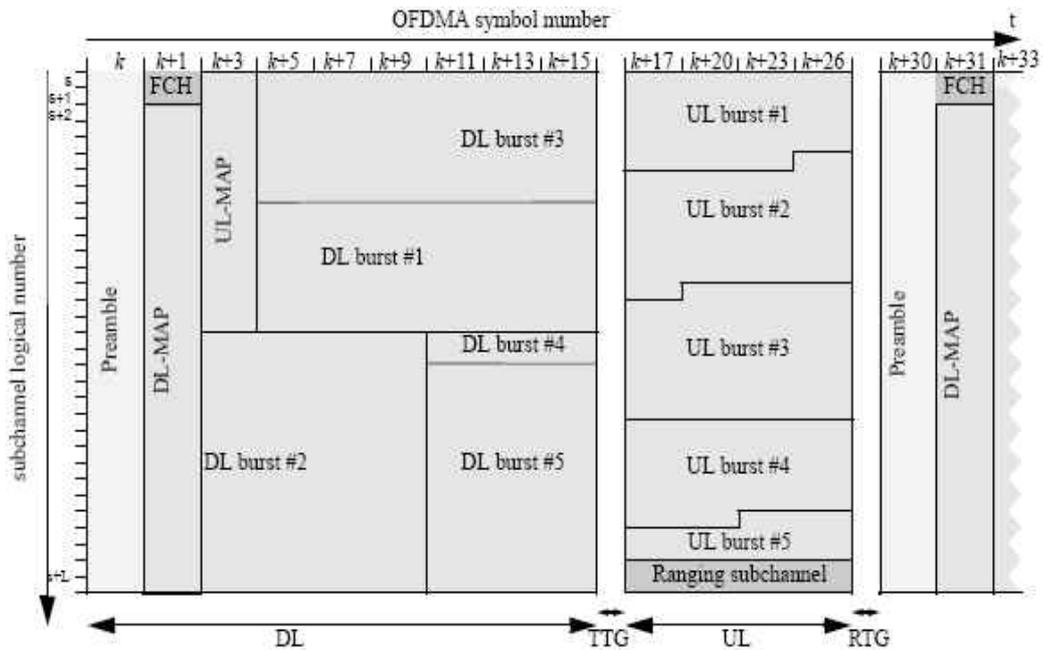


圖 (2.7) PMP Frame Structure [9]

上圖為一個完整的 Frame 架構並為無線都會型網路系統中所採用，其中前置碼(preamble)為系統同步用。使用者在作好同步之後可得知 FCH (Frame Control Header)的位置，透過 FCH 使用者可以知道 DL-MAP 和 UL-MAP 的位置以及其調變與編碼方式。再透過 DL-MAP 和 UL-MAP，使用者可以知道其下載的資料應該是存在哪一個 DL-burst，以及其欲上傳的資料應該放在哪一個 UL-burst，而這些 DL-burst 和 UL-burst 的位置是透過基地台決定之後，將分配的結果放置在 DL-MAP 和 UL-MAP 中，由使用者自行讀取。

其中 DL-burst 和 UL-burst 的組成即是以子通道為單位，所以每個使用者在上傳或下傳的鏈路中，都會被分配到一個屬於自己的 burst，burst 橫跨時間和頻域，大小由基地台決定。透過 MAP 使用者會知道屬於自己的 burst 是從哪一個子通道編號(subchannel index)的開始與結束，而起始的時間是從哪個 OFDM symbol time 開始與結束。一個 Frame 裡面可以分配給超過一個使用者同時使用這個以 OFDM 為基礎的系統，這就是 OFDMA 的實際應用在系統中的例子。

在討論過在實際系統中實行”子通道化”部分原因後，在這邊我們想要進一步討論其他”子通道化”的作用與子通道形成的方式。

子通道形成方式我們可以將之區分為兩種：

1. 相鄰子載波之子通道形成方式 (Adjacent-subcarrier Channelization)
2. 分散子載波之子通道形成方式 (Interleaved-subcarrier Channelization)

此區分的方式是根據挑選子載波形成子通道時，子載波的相對位置，如圖(2.8)
(2.9)

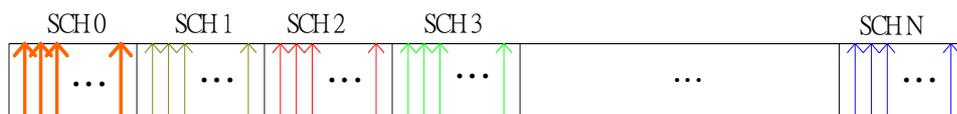


圖 (2.8) 相鄰子載波之子通道形成方式

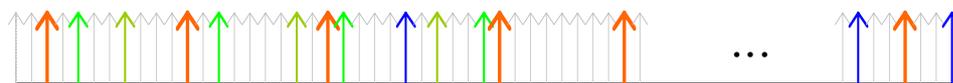


圖 (2.9) 分散子載波之子通道形成方式

由上圖我們可以知道，相鄰子載波之子通道形成方式就是挑選相鄰連續的子載波形成子通道；而分散子載波之子通道形成方式即是挑選分散的子載波來形成子通道。兩種子通道的形成方式造成子通道之通道增益(channel gain)差異性有所不同。

相鄰子載波之子通道形成方式所挑選出的相鄰連續子載波其相關性高，會有相似的通道增益，受到相似的衰落影響，因此並無頻率分散性 (frequency diversity)。所造成的現象就是每一個使用者觀察到的所有子通道，其通道增益有差異性，也因此有多用戶分集性 (multiuser diversity) 可以利用來設計資源分配演算法以提升系統容量。缺點就是這樣的資源分配其計算複雜度較高，但比較起以子載波的方式來實現資源分配演算法而言，運算複雜度以降低。這樣的子通道形成方式較適用在通道增益改變不快的環境，也就是通道的同調時間(coherence time)較長的環境，例如固定式寬頻無線接取系統(802.16-2004)中就有這樣的子通道形成方式可供選擇，因為使用者屬於固定式或是低移動性的特性，同調時間較長，可以適用這樣的子通道形成方式搭配適當的資源分配演算法以提升系統的容量，提供高速的資料傳輸服務。

分散子載波之子通道形成方式所選取的子載波分散在整個頻譜上，子通道中的子載波相關性低，因此頻率分集 (frequency diversity) 高，相對使用者的子通道其通道增益的差異性趨於平均，多用戶分集 (multiuser diversity) 不高。但優點是這樣的資源分配演算法複雜度不高，只需要根據使用者的資料需求量與所在位置計算出使用者需要的子通道數再隨機分配子通道即可。因此可以適用在通道增益改變快速的環境，也就是通道的同調時間(coherence time)較短的環境，例如移動式寬頻無線接取系統(802.16e)便是採用這樣的子通道形成方式，因為使用者在高速移動的環境下無法適用複雜度高的資源分配演算法。

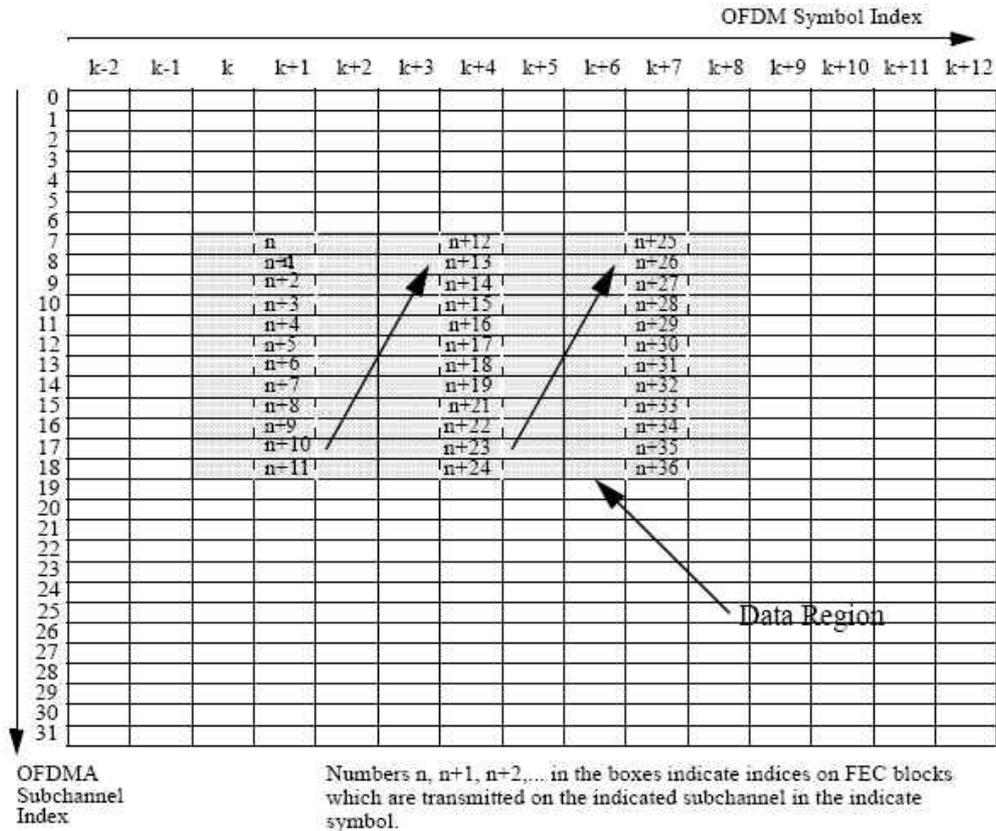


Figure 128au—Mapping of FEC blocks to OFDMA subchannels and symbols

圖 (2.10) 802.16e 資料分配示意圖

上圖(2.10)表示在 802.16e 系統中，資料分配的過程。當基地台決定了分配給所有使用者的子通道個數後，依序將分配給每個使用者的子通道由左而右由上而下的堆疊，使每個使用者的 data burst 都是連續的時間使用連續的子通道。就是因為系統採用了分散式的子通道形成方式消彌了子通道間因為頻率選擇性衰落(frequency selective fading)造成的差異性，才可以運用這樣的資料分配方式，透過這樣的方式也可以降低 MAP 中用來表示使用者使用子通道位置的位元數。

基地台涵蓋範圍規劃範例

在系統建立初期，涵蓋範圍估算是很重要的，而這個工作可以透過鏈路預算(Link Budget)這項工具來進行。不過要強調的是鏈路預算裡的多項參數值都是考慮一段時間的平均值，因此透過鏈路預算所算出的結果只能提供系統建置初期的參考，實際的情形還是需要透過進一步的模擬才能清楚。表(2.1)為一個鏈路預算的範例。

表(2.1)所列的鏈路預算範例所考慮的情況是使用者使用一個子通道來接收資料，並且子通道中使用了 QPSK 的調變機制(modulation scheme)還有 1/2 的編碼率(code rate)。在速度(30 km/hr)之下，考慮系統的頻寬為 6MHz，且環境溫度在 293K(20°C)。

在鏈路預算中的每一個參數都具有其物理意義，也反映出真實系統中的環境變因。為了要真實的模擬系統的環境，這些環境參數都必須要合理的反應出真實的現象，才能讓系統模擬的結果更具有參考價值。以下將介紹鏈路預算中每一項參數的意義。

Max. BS Tx Power – 基地台發射訊號所能達到的最大功率，單位是 dBm。

Max Power for each SCH- 每個子通道平均分配的最大傳輸功率，單位是 dBm。

Base station antenna gain – 在基地台所使用天線的增益。此值為零的時候代表使用無指向性(Omni-Directional)天線，若不為零時則代表使用指向性天線。通常使用指向性天線伴隨著細胞分隔(Sectorize)技術的使用，若使用無指向性天線時則否。單位為 dBi。

Back off – 考慮 OFDMA 系統中可能會發生的峰值對均值功率比的問題，在傳送端會先將輸入訊號功率扣掉 Back off 的量以避開放大器非線性放大的區間。

Cable loss – 一般基地台的高頻設備都架在樓頂，與機房之間有一點距離，中間會使用同軸電纜傳遞訊號，因此必須考慮訊號在同軸電纜中有遭受到的損耗。單位為 dB。

Thermal noise density – 背景熱雜訊的密度與溫度呈正比關係，公式為 $N_0=KT$ 。

T 為所考慮環境的凱氏溫度，K 為蒲朗克常數： 1.38×10^{-23} 。單位為 (dBm/Hz)。

Receiver noise density – 在基地台 RF 接收設備的輸出端，等效的熱雜訊密度。單位為(dBm/Hz)。

Receiver noise power – 在已知熱雜訊密度的情況下，考慮濾波器是理想的情況，所收到的熱雜訊強度便是該位置的熱雜訊密度乘上濾波器的頻寬。單位為 dBm。

Required SIR – 使用者所使用的服務所對應需要的訊號品質。S 為訊號中每個位元內所含的功率強度(Power)，而 I 是同頻(Co-Channel)訊號所造成的干擾(Interference)功率強度。實上這裡的 I 並不單指同頻訊號干擾功率強度，還包含了熱雜訊功率強度的影響，此為一個功率的比值，單位為 dB。**Required SIR** 會影響到接收機在 BER(Bit Error Rate)的表現，其之間的關係並非線性，而是需要透過基頻(Base-band)系統模擬找出兩者對應的關係。這兩者之間的關係會隨著傳送接收機(Tranceiver)的設計而有所不同，換句話說，傳送接收機設計的不好時，在同樣的 SIR 下，會造成較高的 BER。反過來說，Required SIR 的設定出發點是為了要能滿足特定的 BER，因此使用不同服務型態時對 BER 的要求會不同，也連帶會使 Required SIR 會不一樣。

Receiver interference power – 在基地台 RF 接收設備的輸出端，所規劃承受的最大干擾強度，單位為 dBm。

Receiver received signal power – $\text{Required SIR} - \text{Processing gain} + \text{Total thermal noise} + \text{interference power}$ 。在往後的章節中會解釋為何在 OFDMA 系統中會有處理增益(Processing Gain)。此項為滿足一定的 BER(Bit Error Rate)時所對應需要的訊號品質。 $\text{Required SIR} + \text{Total thermal noise} + \text{interference power}$ 是所需要的訊號強度，這邊考慮的 interference power 是我們所規劃系統準備承受的最大干擾強度。由此可知 Receiver sensitivity 所代表的意義便是，當系統處在最惡劣的情況時，在基地台 RF 設備的輸出端所要求訊號須滿足的最低強度，其單位為 dBm。

Mobile antenna gain – 使用者的天線增益，此項為零則代表使用無指向性(omni-directional)天線，若不為零則代表使用指向性(direction)天線。單位為 dBi。

Max. allowable propagation loss – 當使用者手機發射功率最高時，考慮系統處於近乎所規劃的滿載的情況時，訊號可以容忍的最大傳播損失(Propagation Loss)。單位為 dB。

Coverage probability – 當使用者位在所規劃的涵蓋範圍邊界上，在系統中干擾強度達到所規劃的上限時，使用者傳送到基地台的訊號品質能滿足系統要求的機率。原因在於當使用者位在涵蓋區邊界上的不同位置時，由於各位置與基地台之

間所遭受到的遮蔽衰落(Shadow Fading)情況都不相同，因此訊號所遭受的傳播損失亦不相同。詳細原理將在之後說明。

Log-normal fading constant – 在之後將會提到遮蔽衰落的影響大小，在統計上會呈現一個 Log-normal 的分佈，而此項則是指這個 Log-normal 分佈的均方差 (Standard Deviation) 值。此為一量測值，會根據環境不同而有所改變。

Path loss exponent – 在很簡單的路徑損失(Path Loss)模型中可將路徑損失的量近似成與距離的某次方成反比，而此項便代表在該環境中，適合此路徑損失模型的次方數。此值亦會隨所考慮的環境而有所不同。

Log-normal fading margin – 前面提到遮蔽衰落的影響大小會呈現一個 Log-normal 的分佈，因此若把可容許最大傳播損失的門檻(Threshold)設為平均的遮蔽衰落加上路徑損失，則當使用者位在涵蓋區邊界時，只有 50% 的機會能滿足訊號品質的要求。為了達到 Coverage probability 所要求，我們必須在所規劃的最大傳播損失中，多預留一些空間因應遮蔽衰落的變動。由於遮蔽衰落是呈 Log-normal 的分佈，因此在已知 Log-normal fading constant 時，我們便可算出所需要的 Log-normal fading margin。在之後的範例中將會舉例說明。此項的單位為 dB。

Allowed path loss for cell range – 在考慮所有系統效能限制與所規劃的系統資源分配後，每個使用者所能夠允許承受的最大路徑損失。此值主要與使用者和基地台間的距離有關，因此透過這個值並配合適當的路徑損失模型，我們便可規劃出這個基地台在滿足各種條件情況下的有效涵蓋半徑為何

Modulation Scheme	QPSK	
Coding Rate	1/2	
Transmitter(BS)		
Max. BS Tx Power [dBm]	46	
Max Power for each SCH [dBm]	31	a
BS Antenna Gain [dBi]	18	b
Back Off [dB]	5	c1
Cable loss [dB]	2	c2
EIRP [dB]=a+b-c1-c2	42	d
Receiver (BS)		
Thermal Noise Density [dB/Hz]=KT	-173.93	e
Noise Figure [dB]	7	f
Receiver Noise Density [dBm/Hz]=e+f	-166.93	g
Receiver Noise Power[dBm]	-99.148	h
Required SIR [dB]	6.6	
Received Interference Power [dBm]	-96.06	k
Required Received Signal Power[dBm]	-102.78	j
Mobile Antenna Gain [dBi]	0	l
Max. Allowable Propagation Loss [dB] =d-j+l	144.78	n
Coverage Prob. [%]	95	
Log Normal Fading Constant [dB]	8	o
Path Loss Exponent	4	
Log Normal Fading Margin [dB]	9.4	p
Allowed Path Loss for Cell Range [dB]=n-p	135.38	r
Cell Radius [km]	2	

表 (2.1)鏈路預算範例

由鏈路預算的結果可知，規劃之細胞半徑侷限於系統所規劃承受的最大干擾強度。而這個參數值可透過增加頻率重複使用係數(Frequency Reuse Factor)或是採用波束成形(Beamforming)系統而得到改善，而頻率重複使用係數與波束成形系統將會在之後的章節作更深入的討論。

接下來將會對鏈路預算中，每個參數值的設定作進一步的說明：

在編列鏈路預算時，首先必須先定義好系統所涵蓋的地區內使用者與環境的特性為何，如此才得已對一些參數做好定義。這裡所考慮的鏈路預算是針對使用者使用 QPSK 編碼速率 1/2，且使用者處於低速(30km/hr)的狀況。根據前面對於模擬環境的宣告，我們便可以定義出幾個適當的參數值以反映這樣的環境：

Required SIR = 6.6dB

→ 目前只先針對 QPSK 編碼速率為 1/2 這種調變方式。

Fast fading margin = 0dB

→ 由於使用者移動速度很快，因此快衰落(Fast Fading)變化的非常快，使得閉迴路功率控制無法跟上快衰落的變化，因此傳送端的功率變化並不會隨著快衰落而大幅變動。因此不需要保留額外的空間來因應傳送端發射功率的變化。

Base station antenna gain = 18dB

→ 使用指向性天線，天線增益為 18dB。

Max Power for each SCH = 31dB

→ 系統總共規劃 32 個子通道，因此每個子通道均分基地台可傳輸最大功率。

因為可以藉由鏈路預算來估算系統有效的涵蓋區，因此比如說在估算使用者各項統計值時，必以使用者位在涵蓋區邊緣時的狀況考慮，且同時在系統負載最嚴重的情況下仍能滿足所要求的訊號品質。根據這兩個考量，在規劃鏈路預算時，需考慮使用者以最大傳輸功率發射訊號，並且應考慮系統內的干擾強度達到所規劃承受的最大值。在接下來的運算式中，都將以表(2.1)中最右側欄位中的代號來代表各個參數對應到的設定值。特別要註明的是，這裡的運算都是以 dB 為單位運算。

首先在表(2.1)中最上方的一組參數都與發射端有關，而在傳送端整體等效所發射的訊號功率為 $a+b-c1-c2 = 42 \text{ dBm}$ 。接下來的一組參數都是與手機接收端有關，由熱雜訊密度為規劃的出發點。熱雜訊密度與所考慮環境的溫度有關係，這裡我們考慮系統所處環境的溫度約為 293K(20°C)，因此可算出當地的熱雜訊密度為：

$$10 \log_{10}(1.38 \times 10^{-23} \times 293) = -173.93 \text{ dB} / \text{Hz}$$

當訊號經過高頻設備時訊號雜訊比會因為高頻元件引入額外的熱雜訊，使得熱雜訊密度等效上增加 7dB，因此在接收機高頻設備的訊號輸出端等效的熱雜訊密度便為 $-173.9 + 7 = -166.93$ (dB/Hz)。考慮接收機的前端濾波器頻寬為 6MHz 時，其強度為：

$$-166.9 + 10 \log_{10}(6000000) = -99.148 \text{dBm}$$

所需的 SIR 在 QPSK 編碼率為 1/2 的情況下，為 6.6dB 且 所能忍受最大雜訊干擾強度為 -96.06dBm，因此可以計算出系統 Required Received Signal Power 為 -102.78dBm。

考慮手機端的天線增益與系統所需的最小接收功率，便可以計算出訊號在通道的傳播過程所能容忍的最大傳播損失(Propagation Loss)為 $d-j+1 = 144.78$ dB。這段可容忍的訊號損失空間是預留給路徑損失(Path Loss)與遮蔽衰落(Shadow Fading)所將造成的訊號強度損失。

一般而言，傳播損失的效果會區分為三種類型，分別代表真實通道中會造成訊號衰落的不同原因：第一種是路徑損失(Path Loss)，其次是遮蔽衰落(Shadow Fading)，最後則是多路徑衰落(Multi-path Fading)。由於多路徑衰落，或稱為快衰落(Fast Fading)，所造成的影響已在前面提到的”Fast fading margin”所考慮了，因此剩下分別需要考慮路徑損失與遮蔽衰落所造成的影響。若我們將所能容忍傳播損失的空間都保留給路徑損失，那麼當使用者位在涵蓋區邊界時，由於傳播損失是路徑損失再加上遮蔽衰落，我們可想而知由於遮蔽衰落效果的存在，使用者所發出的訊號有 50%的機率無法滿足系統的要求。在”Coverage probability”這項參數中，我們設定使用者位在涵蓋區邊界時，在考慮遮蔽衰落的影響之下，使用者所發送至基地台的訊號仍應維持 95%的機率能滿足系統對訊號品質的要求，因此我們需要再預留額外的空間以因應遮蔽衰落所造成的訊號強度變動。

由於遮蔽衰落的效果可以用 Log-normal 的隨機變數模擬，因此利用 Q-function 便可以找出一個值比此隨機變數 95%的值都來得高，而此值與此隨機變數的平均值便是”Shadow fading margin”。特別要說明的是，在計算此值時還需配合”Log-normal fading constant”，因為 Q-function 一般在查表時所提供的值都是考慮此隨機變數的標準差(Standard Deviation)為 1 的情形。而”Log-normal fading constant”所反映的是在該環境中遮蔽衰落的變動幅度，在不同環境中此項的量測值不見得會相同。根據 Q-function 的計算，當需要涵蓋 95%的機率時，邊界值應該要多增加 1.65dB，但由於環境中”Log-normal fading margin”的值為 8，因此我們應該多預留的空間為 $1.65 * 8 = 13.2$ dB。但在表(2.1)中只多保留了 9.4dB 而非 13.2dB，原因在於因為手機在一開機時會進行基地台選擇”Cell Selection”的動作，因此實際上在所建立的連線中，訊號所遭受到的遮蔽衰落平均起來會比預期

的要小，因此我們可以不用預留那麼多的空間。至於可以縮減此空間到什麼程度，則需根據系統模擬的結果再微調才可知。

根據前面的說明，我們知道在可容忍的傳播損失空間中要預留一些給遮蔽衰落，系統最大可容忍的路徑損失為 $n-p = 135.38$ dB。

由於路徑損失幾乎只與使用者和基地台之間的距離有關，因此透過符合所考慮之模擬環境的路徑損失模型，便可以反算出該基地台在特定系統環境的考慮時，有效的涵蓋半徑。

路徑損失模型是根據 IEEE 802.16a 的貢獻投稿(Contribution)[10]作為參考依據採用種類 B 的模型。



第三章 交換式波束成型與通道重置技術

蜂巢式 OFDMA 系統

無線通訊系統的容量限制有相當大的比重是受到同頻干擾(Co-Channel Interference)所影響。OFDMA 系統亦然。因此在準備討論 OFDMA 系統容量之前，在此章節先討論幾個影響系統容量的重要參數，而這些參數也都與系統干擾的管理有關係。

在無線通訊的環境裡，可供使用的頻寬相當珍貴且有限，因此採用蜂巢式的細胞架構來實現頻譜重複使用(Frequency Reuse)的目的，示意圖如下

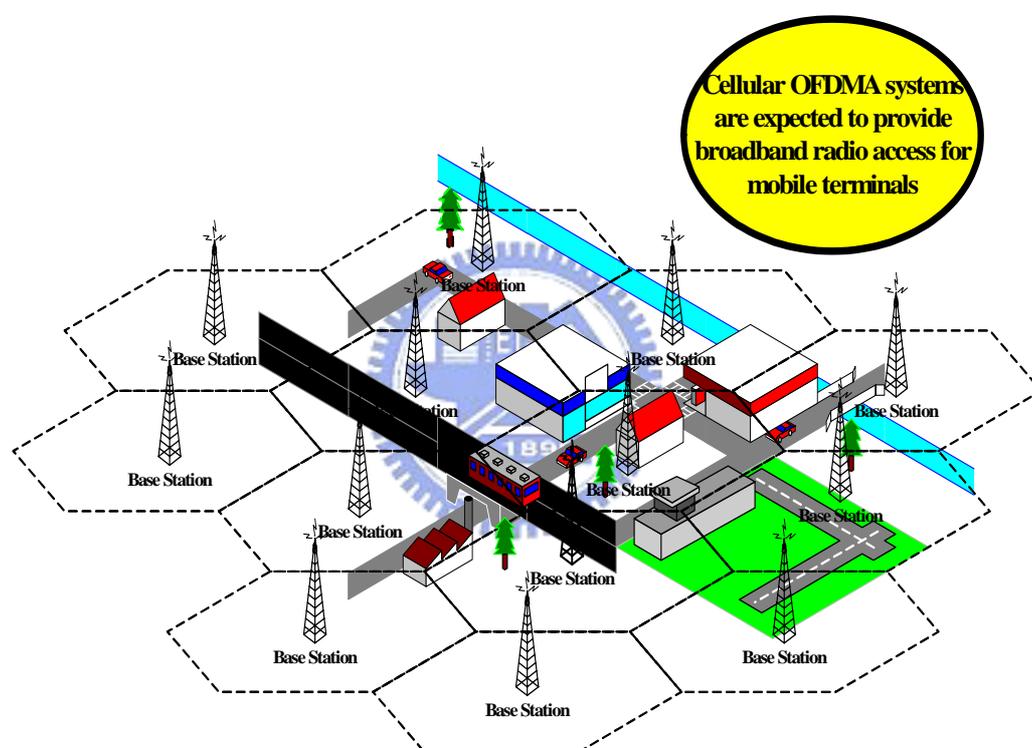


圖 (3.1)蜂巢式架構示意圖

而在蜂巢式的架構下，頻率重複使用係數(Frequency Reuse Factor)的大小影響了同頻干擾的程度。當頻率重複使用係數越高的時候，表示一個細胞群組(cluster size)內的細胞個數越多，好處是同頻干擾的距離增加，能有效降低同頻干擾，缺點是在固定頻譜的前提下，每一個細胞所分到的頻譜降低，造成集群效率(trunking efficiency)下降；反之，表示細胞群組內的細胞數越少，好處是固定頻譜前提下，每一個細胞分到的頻譜較高，有較高的集群效率(trunking efficiency)，缺點是同頻干擾距離較近，受到同頻干擾的影響增加。

同頻干擾與頻率重複使用係數的關係可以用圖(3.2)與式(3.1) (3.2)說明之：

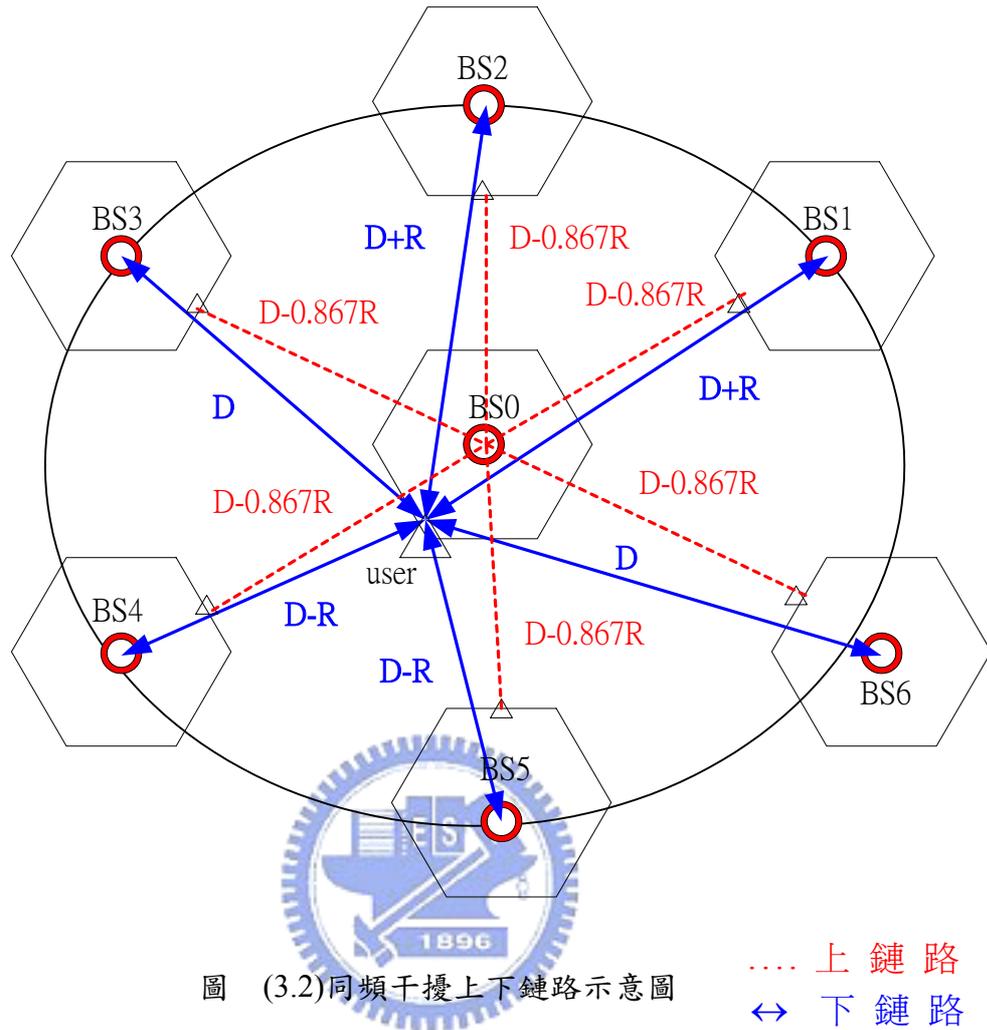


圖 (3.2)同頻干擾上下鏈路示意圖

..... 上鏈路
 ↔ 下鏈路

觀察第一層六個同頻細胞，並考慮訊號傳送時的路徑損失。首先考慮下鏈路情況，使用者處在細胞邊界，並且所有的基地台都以全功率(full power) $P_{0,B}$ 傳送時，使用者的訊號雜訊比可表示如下式(3.1)：其中 D 表示同頻細胞間的距離， R 為細胞涵蓋半徑

下鏈路：

為了方便分析，如上圖，同頻細胞距離邊界使用者的距離分別可近似為： $D-R$ ， $D-R$ ， $D+R$ ， $D+R$ ， D ， D ：

$$\frac{S}{I} = \frac{R^{-n}}{2(D-R)^{-n} + 2(D+R)^{-n} + 2D^{-n}}$$

$$= \frac{1}{2(Q-1)^{-n} + 2(Q+1)^{-n} + 2Q^{-n}}$$

where $Q = \frac{D}{R}$

(3.1)

上鏈路：

如上圖，距離 BS0 最近距離的同頻干擾細胞內的使用者，分別如圖所示，並且都以全功率 $P_{0,s}$ 傳送訊號的情況下，訊號雜訊比如下式(3.2)：

$$S_o, \frac{S}{I} = \frac{R^{-n}}{6(D - \frac{\sqrt{3}}{2}R)^{-n}} = \frac{(Q - \frac{\sqrt{3}}{2})^{-n}}{6}$$

where $Q = \frac{D}{R}$

(3.2)

透過計算，我們可以得到訊號經過上下鏈路時，在不同的頻率重複使用係數(N)下的訊號雜訊比，如下表(3.1) (3.2)：

N	1	3	4	7	9
S/I	0.13	6.96	15.37	62.75	113.5

表 (3.1)下鏈路訊號雜訊比 v.s 頻率重複使用係數

N	1	3	4	7	9
S/I	0.1	3.8	8.5	37.1	69.6

表 (3.2)上鏈路訊號雜訊比 v.s 頻率重複使用係數

由以上的例子可以明確的看出當頻率重複使用係數增加的時候，訊號雜訊比也同步增加。傳統窄頻 FDMA 系統(如 AMPS GSM 系統)在保證細胞涵蓋範圍(guaranteed coverage)前提下，必須滿足使用者在細胞邊界也能得到系統的服務，也就是最遭情況設計(worst case design)。換句話說，考慮滿足使用者在邊界也至少可以得到系統的基本服務(basic service)~ 如 QPSK (1/2 code rate)前提下，其所需的最低訊號雜訊比為 6.6dB，所以上下鏈路同時滿足的要求下，其頻率重複使用係數至少必須為 4 以上。

而第三代行動無線通訊系統 WCDMA 採用分碼多工的傳輸技術，這種技術允許系統可以在同一個頻帶上，讓多個不同使用者的資料同時傳送。每個使用者的訊號功率皆是構成其他使用者干擾的因素，也因此系統的容量僅會受限於系統所能承受的最大干擾 (Interference) 功率。所以這樣的寬頻系統允許頻率重複使用係數為 1，擁有最佳的集群效率(trunking efficiency)。再透過良好的無線資源

管理演算法設計，提高系統資源的使用效率，在保證系統服務品質的前提下，透過各種演算法有效地利用系統資源，達到較傳統窄頻系統更高的系統容量。

WCDMA 系統在時間-頻率-編碼空間的頻寬分佈如圖(3.3)。

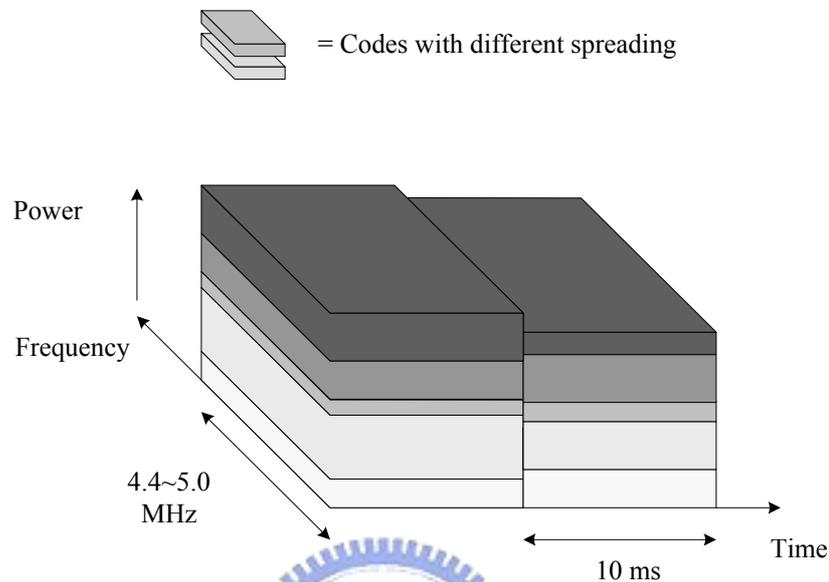


圖 (3.3) WCDMA 系統在時間-頻率-編碼空間的頻寬分佈

以 OFDMA 的系統特性來看，類似於傳統的窄頻 FDMA 系統，其頻率重複使用係數的設計考量是否如同傳統窄頻系統一般，或是有不同於傳統窄頻 FDMA 系統之特性，而有機會採用如同 WCDMA 一般的寬頻系統所使用的頻率重複使用係數為 1，來提高系統的集群效率(trunking efficiency)與實現在 OFDMA 系統中軟性換手技術的可能性。在往後的章節會提供一些可能的做法並且利用研究分析的結果討論實現的可能性。

通道重置技術

在上一節中，討論了頻率重複使用係數與同頻干擾的關係，也提到了傳統的窄頻系統與寬頻系統就頻率重複使用係數(frequency reuse factor)選擇的差異性。其中也提到了不同的頻率重複使用係數對系統的影響。

對 OFDMA 系統而言，每一個子載波的頻率寬度都小於通道中的同調頻寬(coherence bandwidth)，就一般的定義可視為窄頻的系統。在上一章節中，我們提到了傳統的 FDMA 窄頻系統必須使用最遭情況設計(worst case design)，也因此頻率重複使用係數必須大於 1 以上。進一步的討論原因，最主要是在做系統規劃的時候，考慮到傳統的 FDMA 系統中，當同頻細胞內有使用者使用了與主細胞內的使用者相同的通道來傳送或接收資料的時候，此時通道完全碰撞，產生嚴重的同頻干擾。示意圖(3.4)如下：

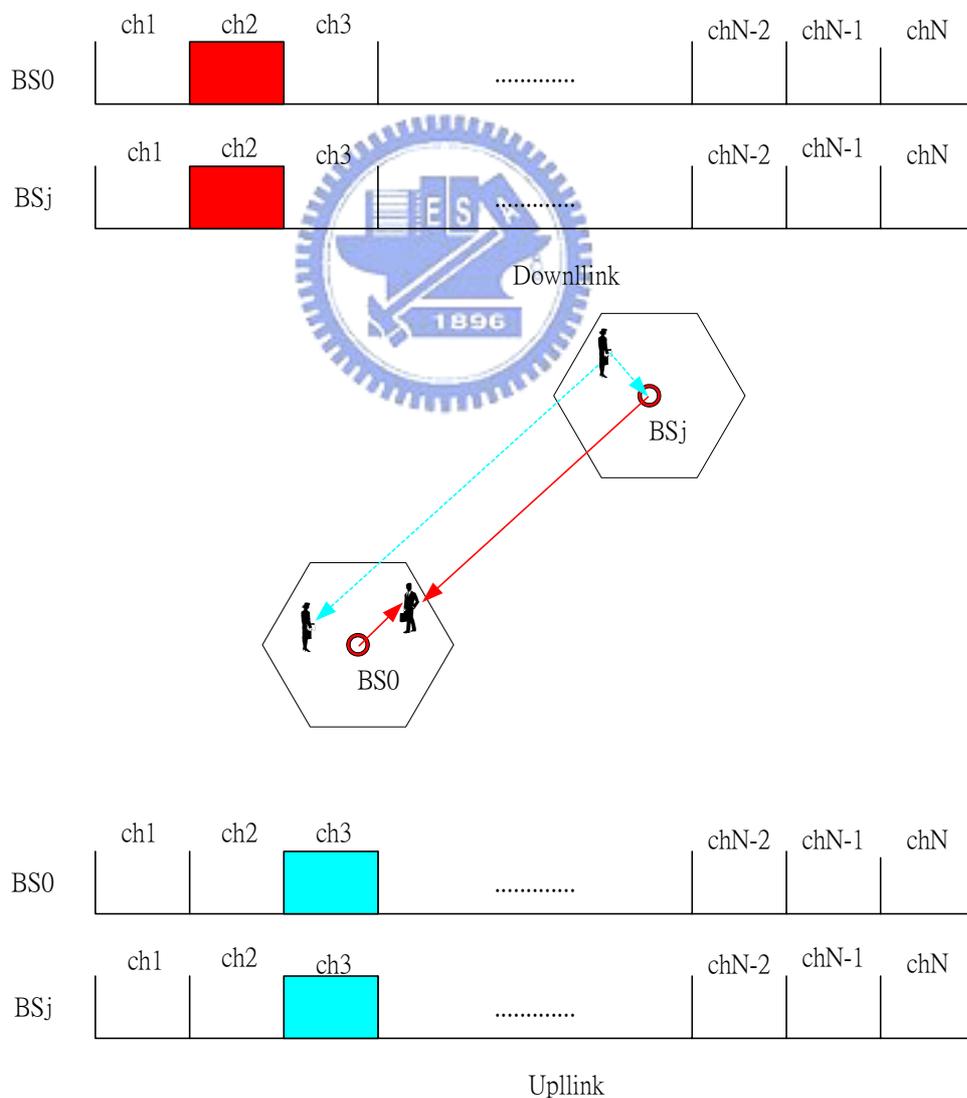


圖 (3.4)傳統 FDMA 窄頻系統上下鏈路通道碰撞示意圖

所以由上圖可知，系統設計時必須考慮完全碰撞時，即使使用者身在細胞邊緣時，依然可以得到系統基本的服務，稱這樣的設計考量為最遭情況設計(worst case design)。而其中使用這樣的設計理念最重要的原因就是通道在不同的細胞之間定義完全相同，造成同頻細胞互相之間通道一但被佔用，其他同頻細胞內的同一通道即完全碰撞，無可避免。

OFDMA 系統異於傳統 FDMA 窄頻系統為一個多載波的系統，在第二章中我們也介紹了子通道形成方式分為”相鄰”與”分散”兩種形式，其中也有類似傳統 FDMA 窄頻系統一樣的特性，可以定義子通道在不同細胞間為相同的模式，稱為固定式通道模式。示意圖(3.5) (3.6)如下：



圖 (3.5)相鄰子通道形成方式之固定式通道模式



圖 (3.6) 分散子通道形成方式之固定式通道模式

另外根據多載波的特性，當子通道形成方式為分散式的情況下，可以定義子通道在不同細胞間為相異的模式，稱為重置式通道模式。示意圖(3.7)如下：

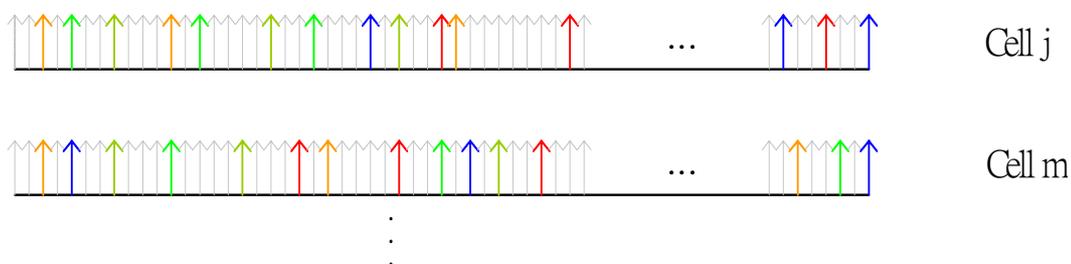


圖 (3.7) 重置式通道模式

由此可知，OFDMA 系統如果採用固定式通道模式，則其選擇頻率重複使用係數的設計模式就會類同於傳統 FDMA 窄頻系統。但是透過重置式通道模式，OFDMA 系統將有如以往跳躍式寬頻系統(frequency hopping spread spectrum system)一般，有將同頻干擾作平均化(average co-channel interference)的效果，同時也可以定義處理增益(PG, Processing Gain)，以上將詳細說明如下：

當 OFDMA 系統採用置換式的子載波模式，一個可以觀察到的現象就是細胞中的每一個子通道(subchannel)都只會有部份的子載波與其他同頻細胞內的任一子通道之子載波重複，可參考圖(3.7)。換句話說，當主細胞中每一個子通道被使用的同時，會遭受到其他同頻細胞內所有使用中子通道的部份干擾，相對於固定式的子載波模式，子通道會受到其他同頻細胞內特定的子通道完全干擾的現象；前者所表示的事實是每一個子通道內所受到的干擾是其他同頻細胞對主細胞總干擾的平均量。這樣的概念就是跳躍式展頻系統(frequency hopping spread spectrum system)與直接序列展頻系統(direct sequence spread spectrum system)的中心思想。

跳躍式展頻系統(frequency hopping spread spectrum system)可以視為窄頻傳輸訊號欲實現平均同頻干擾(average co-channel interference)目的所採行的方式。透過不同使用者間的跳頻性團(hopping pattern)，使用者會在每一個跳頻周期內，選擇不同的載波傳送窄頻訊號，其跳頻的範圍超過通道的同調頻寬(coherence bandwidth)，因此根據定義為一個寬頻的系統。以長時間的平均觀察，使用者並不會只受到單一的特定使用者干擾，而會平均受到每個使用同頻帶的使用者干擾。從另一個角度來看，使用同頻帶的所有干擾源對使用者的干擾也可視作平均散佈在整個跳頻的範圍頻率，如同 AWGN 對訊號的影響一般。也因此可以定義處理增益如下：

其中 $\frac{P}{J}$ 定義為 jamming margin 的倒數

$$\frac{E}{I_0} = \frac{P/R_s}{J/W_c} = \frac{P}{J} \cdot \frac{W_c}{R_s} = \frac{P}{J} \cdot 2^k = \frac{P}{J} \cdot PG \quad (3.3)$$

$\frac{E}{I_0}$ 信號能量與干擾密度比 (symbol energy to interference spectral density ratio)

P 接收訊號功率

W_c 跳頻頻寬(FH bandwidth)

R_s 信號傳輸速率 (symbol rate)

J 干擾源總功率

K 決定每次跳頻位置所表示的位元數 (Ex.k=3)

2^k 總跳頻範圍數，定義為處理增益(processing gain) (Ex. $2^3=8$)

而直接序列展頻系統(direct sequence spread spectrum system)則是直接將欲傳送的訊號展頻在整個頻譜，也因此傳送的過程中是一個寬頻的訊號。每一個欲傳送訊號的使用者都在同一頻帶上傳送，每個使用者的訊號功率皆是構成其他使用者干擾的因素。但在傳送端解展頻之後，訊號只受到部份的干擾。而最終受到的平均干擾量取決於展頻係數(spreading factor)，其定義為頻碼產生率 (Chip Rate, W) 及資料傳輸速率 (Data Rate, R) 的比值表示為 $SF = W/R$ ，如下示(3.4)：

其中 $\frac{S}{I_{total}}$ 定義為 interference margin 的倒數。

$$\left(\frac{E_b}{I_o} \right) = \frac{S}{I_{total}} \cdot SF = \frac{S}{I_{total}} \cdot PG = \frac{S}{I_{total} / SF} \quad (3.4)$$

$\left(\frac{E_b}{I_o} \right)$ 位元能量與干擾密度比值 (Bit Energy to Interference Density ratio)

S 接收到的訊號功率

I_{total} 接收端總干擾功率(包含熱雜訊)

透過剛剛的討論我們知道在 OFDMA 系統中引入”重置式通道模式”可以達到平均同頻干擾的目的。但在 OFDMA 系統中，是如何實現”重置式通道模式”。以下我們將列舉實際的做法，並解釋處理增益(processing gain)的定義與論證。

1. 切割連續相鄰的子載波形成子頻寬(sub-band)
2. 隨機在每個子頻寬中挑選一個子載波來組成子通道(subchannel)

圖示如圖(3.8):

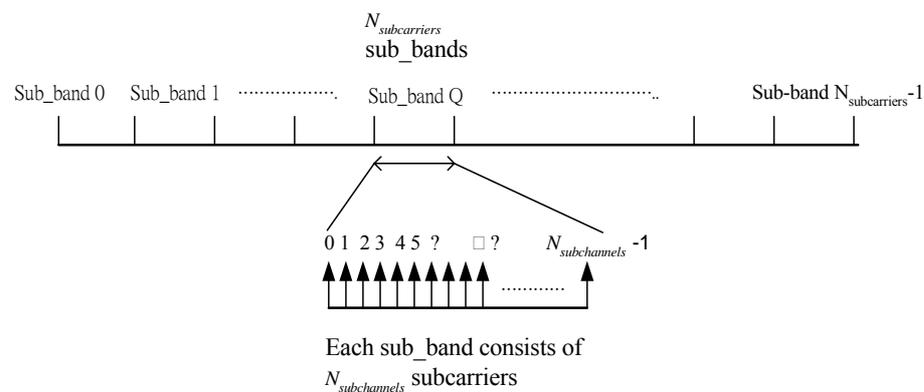


圖 (3.8)分散式子通道形成方式—置換式子載波模式實現示意圖

由上圖可知子頻寬個數($N_{\text{subcarriers}}$)就是子通道內之子載波個數。而每個子頻寬內之子載波個數就等於總子通道數($N_{\text{subchannels}}$)。同一細胞內之子通道在子頻寬內不能挑選重複的子載波，因此 ($N_{\text{subcarriers}} \cdot N_{\text{subchannels}}$) 就是系統內總子載波數。

由上述的步驟，可知每個子頻寬內任一特定子載波組成某一特定子通道，而子頻寬內 $N_{\text{subchannels}}$ 根子載波上的接收功率來自 $N_{\text{subchannels}}$ 個在不同的同頻細胞中被分配使用的子通道。這些子通道會根據使用者的位置以及使用者的服務需求而被分配不同的功率。所以在傳送端觀察子頻寬內從某個同頻細胞來的每根子載波上的傳送功率大小不一，傳送的過程經過通道的影響之後，從某一個特定的同頻細胞內，無論是上下鏈路，所接收到的功率，就其中一個子頻寬為例子來看，其子載波上的接收功率分佈也是大小不一的。下鏈路示意圖如圖(3.9):

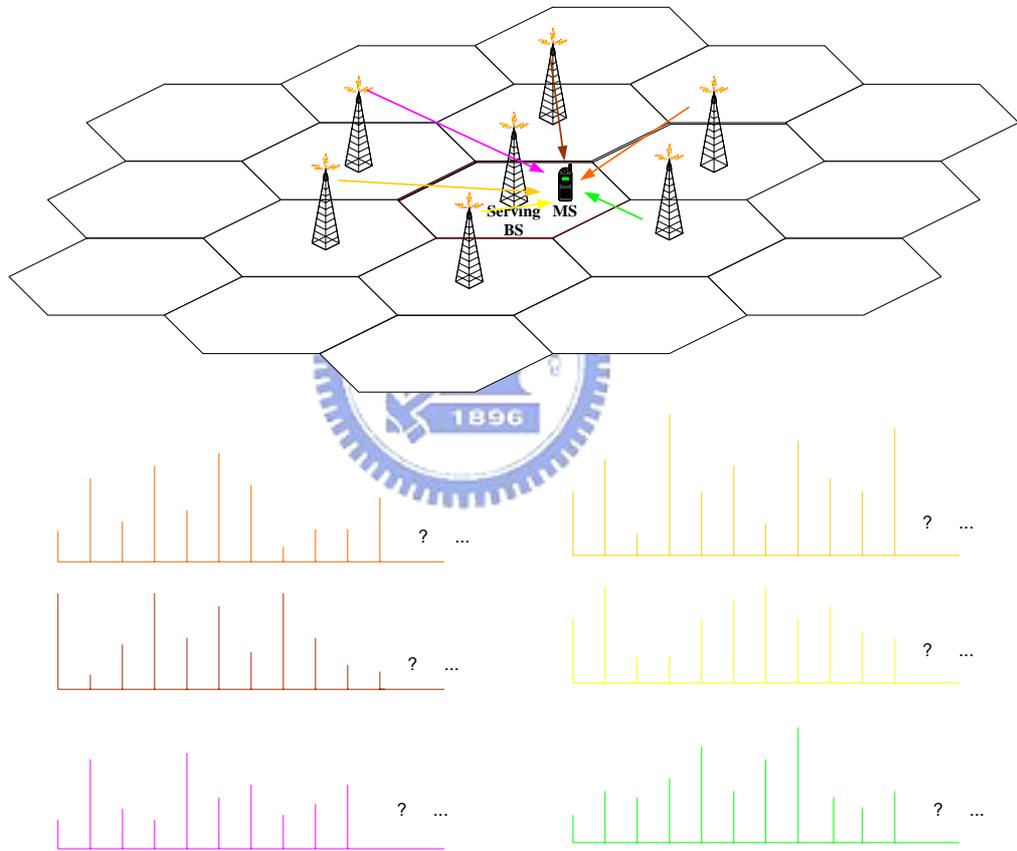


圖 (3.9)下鏈路各子頻寬之子載波接收功率示意圖

上圖表示接收端在下鏈路觀察某一特定的子頻寬，其來自不同的同頻細胞之子載波接收功率分佈示意圖，所以只要使用者是均勻分布(uniformly distributed)在系統中，便可以推論接收端觀察此子頻寬內的子載波，其平均接收功率分佈來自各個不同的同頻細胞之總量一致，此性質等同於白色雜訊(white noise)。換言之，每一根子載波上的功率對同頻使用者的影響等同於散佈在整個子頻寬之內，

因此無論是挑選哪一根子載波來觀察，其接收功率為每一根子載波上功率的平均量。

而透過這樣的做法所達到的”平均同頻干擾”的過程與想法與跳躍式展頻系統(frequency hopping spread spectrum system)是相似的，也因此在一些文章中直接稱 OFDMA 系統中引入”重置式通道模式”亦屬於跳躍式展頻系統[11]。

另外在子頻寬內所有的子載波接收的功率分佈都可以近似為高斯分布(Gaussian Distribution)。所以根據上兩段落的論證，可以將同頻干擾視為”白色高斯雜訊”(White Gaussian Noise)。因此透過實體層在不同的調變機制(modulation scheme)與編碼率(code rate)之下，模擬之位元能量與干擾密度比值 (Bit Energy to Interference Density ratio) $\left(\frac{E_b}{I_0}\right)$ ，定義處理增益(processing gain)如式(3.5)：其中

$\left(\frac{S}{I}\right)_{sub-band}$ 定義為 interference margin 的倒數。

$$\begin{aligned} \left(\frac{S}{I}\right)_{subcarrier} &= \left(\frac{E_b}{I_0}\right)_{c,m} \cdot \frac{R}{\Delta f} = N_{subchannels} \cdot \left(\frac{E_b}{I_0}\right)_{c,m} \cdot \frac{R}{W} = N_{subchannels} \cdot \left(\frac{S}{I}\right)_{sub-band} \\ \Rightarrow \left(\frac{E_b}{I_0}\right)_{c,m} &= \frac{W}{R} \cdot \left(\frac{S}{I}\right)_{sub-band} = PG \cdot \left(\frac{S}{I}\right)_{sub-band} \\ \text{where } PG &= \frac{W}{R} = \frac{N_{subchannels} \cdot \Delta f}{\Delta f \cdot m \cdot c} = \frac{N_{subchannels}}{m \cdot c} \end{aligned} \quad (3.5)$$

相關參數定義如下：

$\left(\frac{S}{I}\right)_{subcarrier}$	子載波上平均的訊號雜訊比
R	子載波上傳輸的資訊位元率(information bit rate)
Δf	子載波間的頻率間隔(subcarrier spacing)
$N_{subchannels}$	系統總子通道數也是子頻寬內子載波的個數
W	子頻寬之頻率寬度
m	調變機制(modulation scheme)
c	編碼率(code rate)

所以透過”重置式通道模式”，可以達到如同跳躍式展頻系統與直接序列展頻系統對同頻干擾平均化的目的。因此在選擇頻率重複使用係數(frequency reuse factor)的設計不需要應用最遭狀況設計(worst case design)，有機會達到頻率重複使用係數為 1 的目標。而頻率重複使用係數為 1 除了有最佳化的集群效率之外 (trunking efficiency)，針對其他無線資源管理演算法的設計上也有一些好處，例如軟性換手技術在 OFDMA 系統實現的可能性等。因此在論文當中除了會提出在 OFDMA 系統容量計算的分析方法之外，也會討論頻率重複使用係數為 1 在 OFDMA 系統實現的可能性。



交換式波束成形技術

波束成形技術應用在智慧型天線系統(smart antenna systems)[12]，而智慧型天線系統在無線通訊的環境裡，在系統架構不變的前提下，有提高系統效能的功用。

1. 增加細胞涵蓋的半徑：

以下鏈路為例，在基地台使用了智慧型天線，使得傳送端有天線增益可以增加有效傳輸功率(EIRP, Equivalent Isotropic Radiated Power)。在鏈路預算的過程中，等同增加最大可容忍的路徑損失(Max. Allowable Propagation Loss)，因此可以增加細胞涵蓋的半徑。

2. 細胞涵蓋半徑的增加，在系統佈放初期，可以有效降低佈放成本：

在一定的區域範圍內，可以使用更少的基地台即可涵蓋整個範圍，能有效降低成本。

3. 能增加系統的穩定度，減低系統對於非線性行為的敏感度：

以上鏈路 CDMA 系統為例，在使用者上傳訊號的過程中，能有效隔離其他同頻使用者訊號的干擾，在空間上過濾其他干擾訊號的影響(Spatial Filtering)。因此在傳送端可以以較小的功率來滿足相同的服務需求。同時也可以降低功率控制出現錯誤時，對系統造成的影響。

4. 透過多路徑的管理，可以有效改善連線品質(link quality)：

多路徑(multi-path)會造成系統的訊號延遲或是衰落，智慧型天線系統能幫助消除多路徑的影響，降低多路徑造成的分散性(diversity)。

5. 增加系統容量：

以傳統的 FDMA 或 TDMA 系統為例，在相同的涵蓋半徑之下，使用了智慧型天線系統可以增加信號雜訊比(SIR, signal to interference ratio)，換言之，系統可以重新安排通道，來增加通道重複使用的次數，增加系統容量；以 CDMA 系統為例，由於 CDMA 系統是一個由最大干擾功率限定(interference limited)的系統，智慧型天線系統能讓使用者用較少的傳輸速率達到相同的訊號品質，降低 MAI(Multiple Access Interference)，於是增加每個細胞可以負擔的使用者人數。

在簡介完智慧型天線的好處之後，接下來將討論天線波束成形(beamforming)技術：

智慧型天線系統透過低增益的天線構成的天線陣列來產生，以下討論以水平等距天線陣列(LES, linear equally spaced antenna array)並且使用無指向性天線(omni-directional antenna)來說明：此天線陣列由 K 個天線所構成，示意圖(3.10)

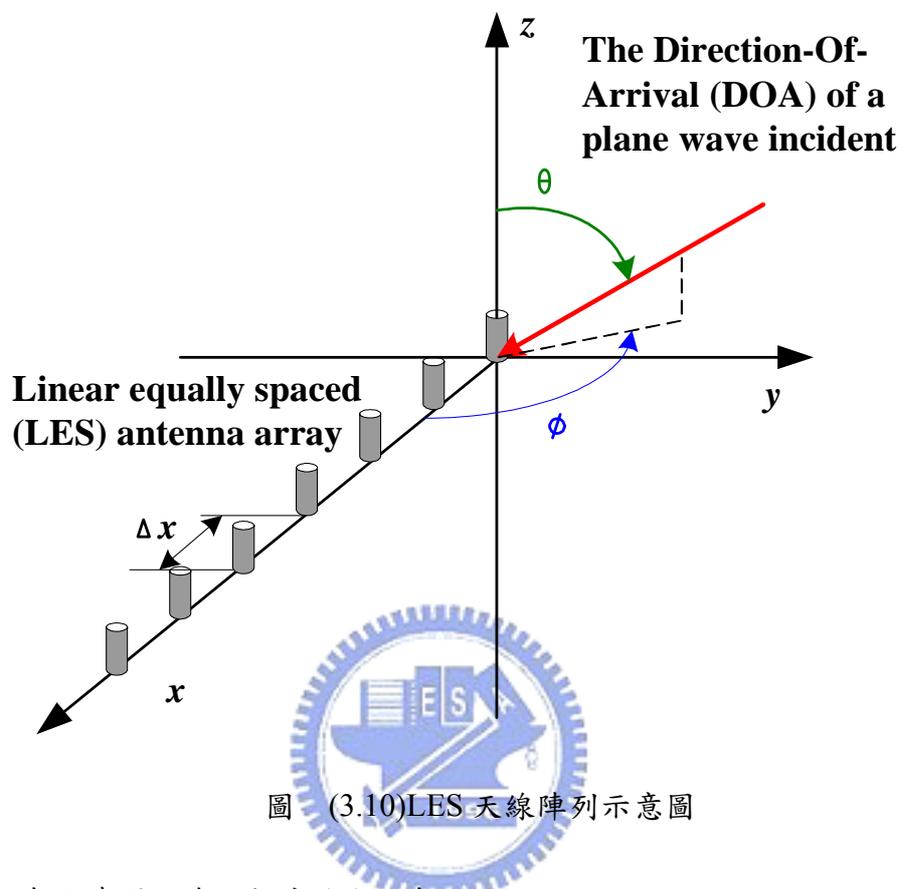


圖 (3.10)LES 天線陣列示意圖

ϕ ：表示陣列天線入射波的方位角

θ ：表示陣列天線入射波的仰角

由於訊號來源跟天線的距離一般遠超過天線高度，因此 $\theta \cong \pi/2$ 。

此天線陣列的基頻複數振幅表示圖，如圖(3.11)：

陣列中每個天線的支線(branch)都有一個”比重函數”(weight element) ω_m ，包含了振幅與相角。

考慮系統有一個平面波形(plane wave)以 (θ, ϕ) 的角度入射進此天線陣列，用基頻複數振幅信號 $s(t)$ 來表示入射波上的信號，在使用無指向性天線構成此陣列的前提下，在天線 m 上所接收到的信號 $u_m(t)$ 可表示如式(3.4)：

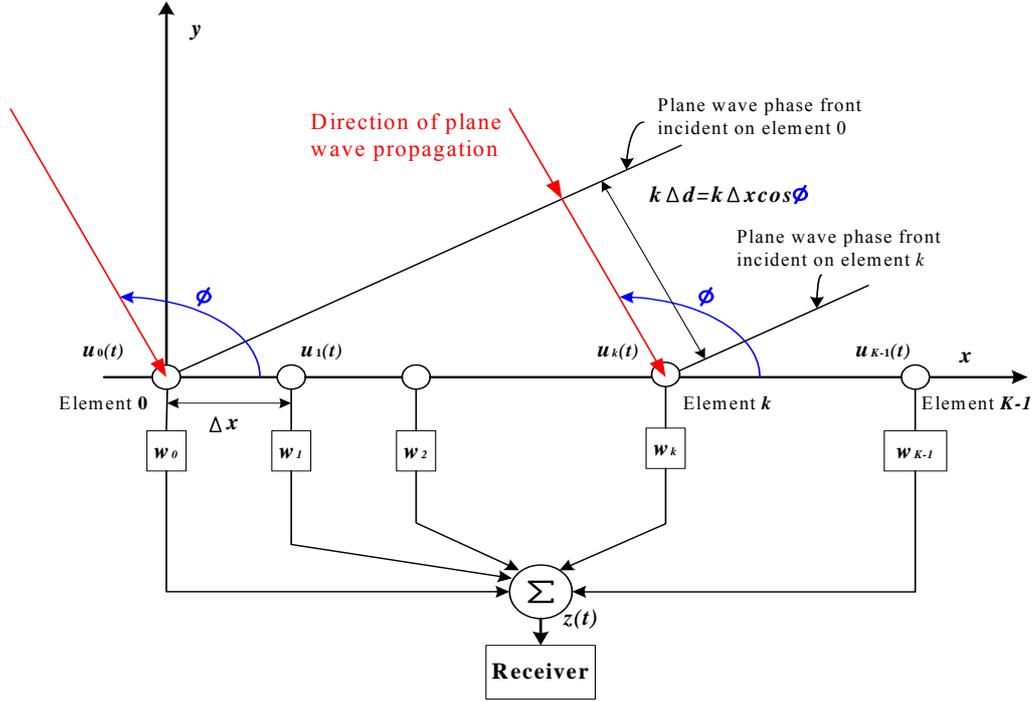


圖 (3.11) 天線陣列的基頻複數振幅表示圖

$$u_m(t) = s(t) e^{-j\beta k \Delta d} = s(t) e^{-j\beta k \Delta x \cos \phi} \quad (3.4)$$

則天線的輸出端訊號 $z(t)$ ，式(3.5):

$$z(t) = \sum_{k=0}^{K-1} w_k u_k(t) = s(t) \sum_{k=0}^{K-1} w_k e^{-j\beta k \Delta x \cos \phi} = s(t) g(\phi, \phi_0) \quad (3.5)$$

透過上式，我們可以進一步計算出天線增益 $|g(\phi, \phi_0)|^2$ 如式(3.6)：

$$\begin{aligned}
 g(\phi, \phi_0) &= \sum_{k=0}^{K-1} w_k e^{-j\beta k \Delta x \cos \phi} = \sum_{k=0}^{K-1} e^{-j\beta k \Delta x (\cos \phi - \cos \phi_0)} \quad \text{let } w_k = e^{j\beta k \Delta x \cos \phi_0} \\
 &= \left[\frac{\sin\left(\frac{\beta K \Delta x}{2} (\cos \phi - \cos \phi_0)\right)}{\sin\left(\frac{\beta \Delta x}{2} (\cos \phi - \cos \phi_0)\right)} \right] \cdot e^{-j\frac{\beta(K-1)\Delta x}{2} (\cos \phi - \cos \phi_0)} \\
 \Rightarrow |g(\phi, \phi_0)|^2 &= \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi K}{2} (\cos \phi - \cos \phi_0)\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} (\cos \phi - \cos \phi_0)\right)} \right]^2
 \end{aligned} \quad (3.6)$$

$\beta k \Delta x \cos \phi$ 為訊號因為入射波傳播距離的差異性所導致在天線 0 與天線 k 之間的相位差。上式中的 $g(\phi, \phi_0)$ 之詳細計算過程如式(3.7)：

$$\begin{aligned}
 g(\phi, \phi_0) &= \sum_{k=0}^{K-1} e^{-j\beta k \Delta x (\cos \phi - \cos \phi_0)} = \sum_{k=0}^{K-1} a^k \quad \text{let } a = e^{-j\beta \Delta x (\cos \phi - \cos \phi_0)} \\
 &= \frac{a^K - 1}{a - 1} \\
 &= \frac{e^{-j\beta K \Delta x (\cos \phi - \cos \phi_0)} - 1}{e^{-j\beta \Delta x (\cos \phi - \cos \phi_0)} - 1} = \frac{e^{-j\frac{\beta K \Delta x}{2} (\cos \phi - \cos \phi_0)} - e^{j\frac{\beta K \Delta x}{2} (\cos \phi - \cos \phi_0)}}{e^{-j\frac{\beta \Delta x}{2} (\cos \phi - \cos \phi_0)} - e^{j\frac{\beta \Delta x}{2} (\cos \phi - \cos \phi_0)}} \cdot \frac{e^{-j\frac{\beta K \Delta x}{2} (\cos \phi - \cos \phi_0)}}{e^{-j\frac{\beta \Delta x}{2} (\cos \phi - \cos \phi_0)}} \\
 &= \frac{\sin\left(\frac{\beta K \Delta x}{2} (\cos \phi - \cos \phi_0)\right)}{\sin\left(\frac{\beta \Delta x}{2} (\cos \phi - \cos \phi_0)\right)} \cdot e^{-j\frac{\beta(K-1)\Delta x}{2} (\cos \phi - \cos \phi_0)}
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

其中 $|g(\phi, \phi_0)|^2$ 表示訊號從 ϕ 角度入射進主波束角度為 ϕ_0 的天線增益。

$\beta = 2\pi/\lambda$ ，其中 λ 為波長。 $\Delta x = \lambda/2$ 是用來避免天線相互之間耦合(coupling)的距離。

根據上式我們可以畫出波束示意圖，圖(3.12)：

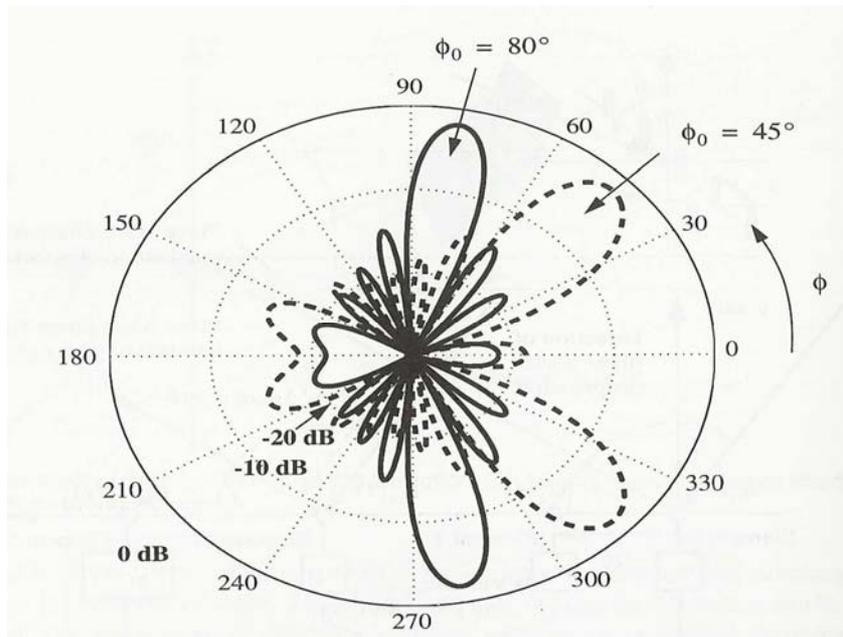


圖 (3.12) 不同主波束角度之波束示意圖

由上式我們可知天線增益會隨著使用的天線個數增加而增加，但同時波束的寬度(beamwidth)會下降，在[12]的文中提到要產生 K 個主波束個數時，天線個數也採用 K 個是適當的選擇。換句話說，天線個數的選擇會等同於欲產生的主波束個數。式(3.6)可結論如式(3.8)：

$$|G(\phi, \phi_0)|^2 = \left| \frac{\sin\left(\frac{K\pi}{2}(\cos\phi - \cos\phi_0)\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}(\cos\phi - \cos\phi_0)\right)} \right|^2 \quad K : \text{beam number} \quad (3.8)$$

由以上的推導與智慧型天線的介绍，可知智慧型天線可以透過空間過濾(spatial filtering)的效果減少同頻干擾的影響。因此在 OFDMA 系統中引入智慧型天線系統將使得頻率重複使用係數(frequency reuse factor)為 1 的可能性大幅增加。所以文章後面容量分析的過程中，會引入智慧型天線的影響，也就是將天線增益 $|G(\phi, \phi_0)|^2$ 給納入考量。

智慧型天線有很多種型態，例如可以動態調整波束角度的動態調整天線系統(adaptive antenna system)，而本文最後在數學分析結果中，將考慮轉換式波束成形技術的智慧型天線系統，其特點是各波束的角度固定，也就是產生波束的各組比重函數 ω_m 固定。使用者會在每個位置尋找自己最佳的波束(beam search)來接收資料，以期能達到最佳的訊號雜訊比。

在轉換式波束成形的智慧型天線系統中，我們更進一步引入分域多重接取(SDMA, spatial division multiple access)的多重接取技術，也就是在每個主波束內，都重複使用細胞內的總頻寬；同時定義細胞內扇區(sector)為一個波束涵蓋的細胞範圍，參照圖(3.12)， ϕ_0 為 80 度與 45 度的兩個波束即為兩個扇區，並且這兩個扇區都可以重複使用細胞內總頻寬，以達成增加系統容量的目的。圖(3.13)為其中一個主波束(扇區)內，要實現 SDMA 的實體架構。

因此在細胞內的扇區為一個最基本的無線資源管理單位，包含功率(power)，頻率通道數(subchannel)，時間(time slot)的資源可分配。而且在轉換式波束成形的智慧型天線系統中，一個波束涵蓋的範圍即為一個扇區。因此與傳統指向性天線所架構出的扇區模式不同，後者其扇區為連續的扇形區域，如圖(3.14)表示傳統指向性天線所架構出的扇區模式，並且有無 SDMA 之頻寬分配示意圖：

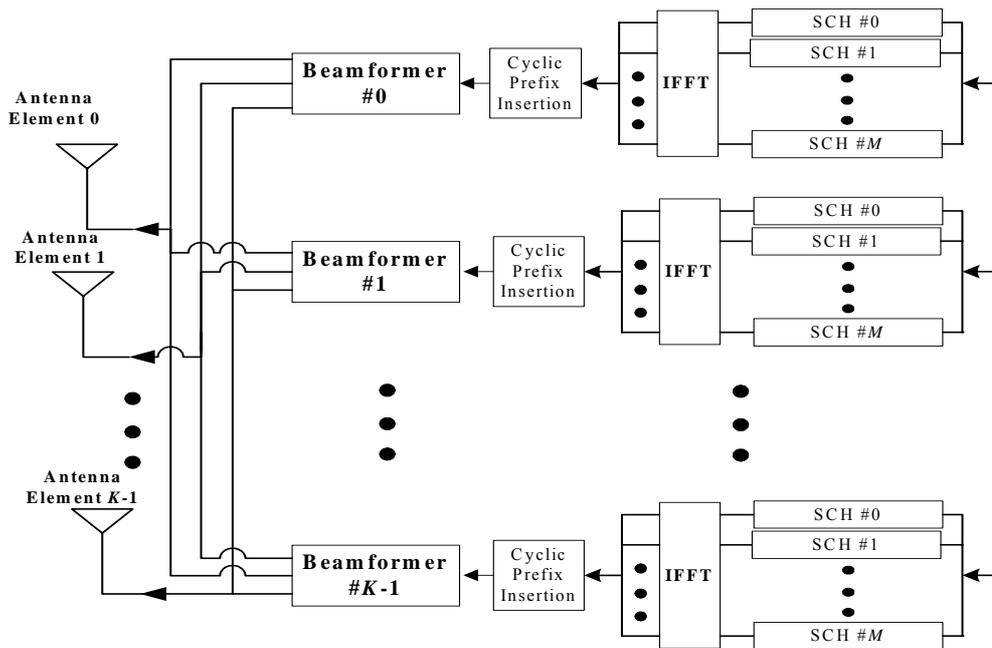


圖 (3.13)主波束內實現 SDMA 架構圖

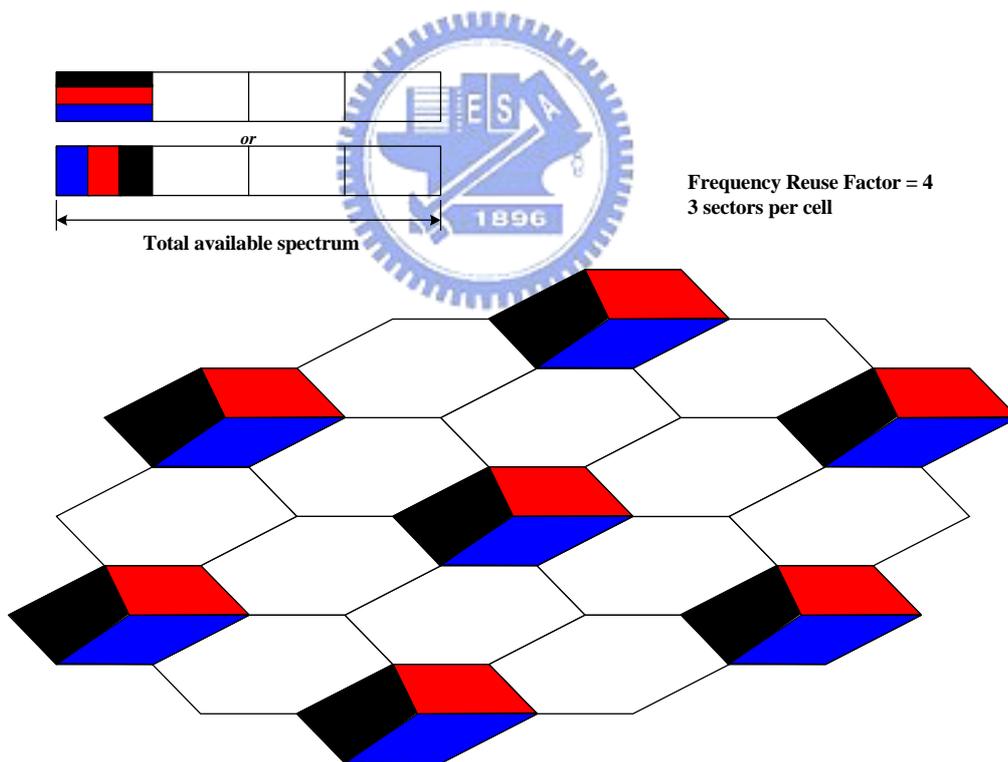


圖 (3.14)傳統扇區模式與有無使用 SDMA 之頻寬示意圖

以 LES 天線陣列，並且使用無指向性天線所產生的扇區模式圖，如圖(3.15)：

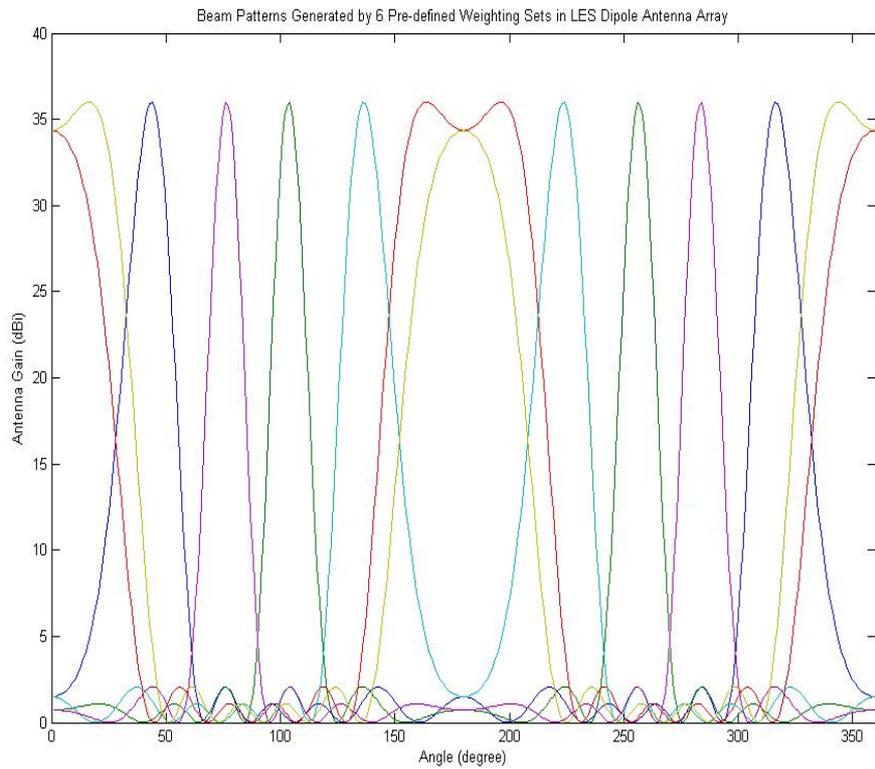


圖 (3.15)LES 天線陣列使用無指向性天線所產生的扇區模式圖

由圖可知，各扇區間並非完全獨立，扇區與扇區間有所重疊，因此有同細胞的同頻干擾(intra_cell interference)需要考慮。

圖(3.16)則是表示使用者在每個位置執行波束搜尋找天線增益最大的波數來傳送資料的前提下，扇區實際可以涵蓋的範圍：

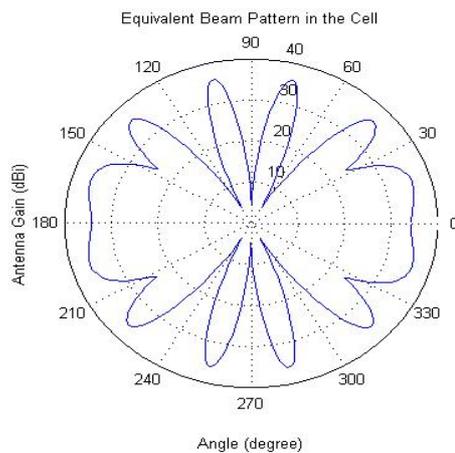


圖 (3.16)扇區涵蓋範圍示意圖

除了 LES 天線陣列，使用無指向性天線所產生的波束構成之轉換式波束成形系統外，我們還會考慮三角陣列，使用指向性天線所構成之轉換式波束成形系統。最後探討這兩種架構之下，其系統容量的大小。

圖(3.17)表示三角形陣列天線使用指向性天線的架構圖與其產生的扇區示意圖。

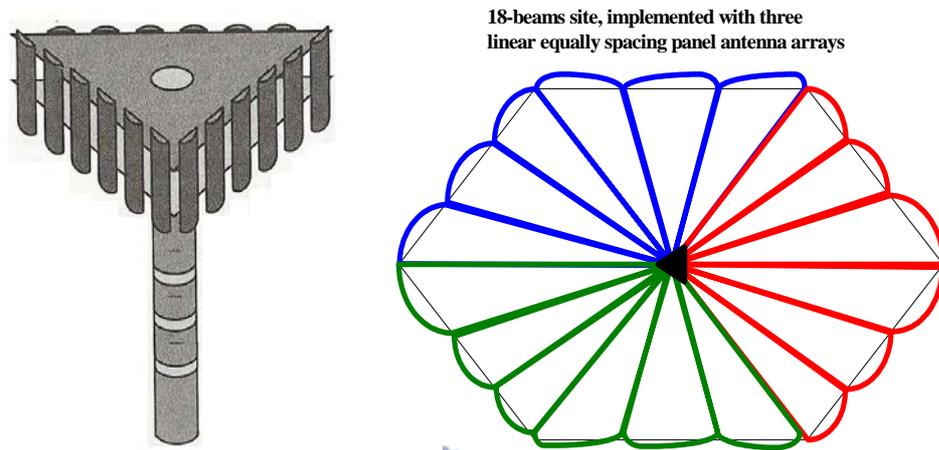


圖 (3.17)三角形陣列天線使用指向性天線架構圖與扇區示意圖

而三角形陣列天線使用指向性天線的天線增益表示法如式(3.9)[12]：

$$\left|G(\phi, \phi_0)\right|^2 = \left|g(\phi, \phi_0)\right|^2 \cdot \left|g_p(\phi)\right|^2 \quad (3.9)$$

其中 $\left|g_p(\phi)\right|^2$ 為指向性天線的天線增益，根據天線架構的乘法定理(Principle of Antenna Multiplication)，表示陣列天線使用指向性天線會等同於無指向性天線產生的天線增益乘上指向性天線的天線增益。其中 P 表示指向性天線對準的角度，以圖(3.17)為例，P 分別為 60 度，180 度，300 度。

圖(3.18)表示指向性天線當 P 為 0 度時，其天線增益分佈圖[13]。

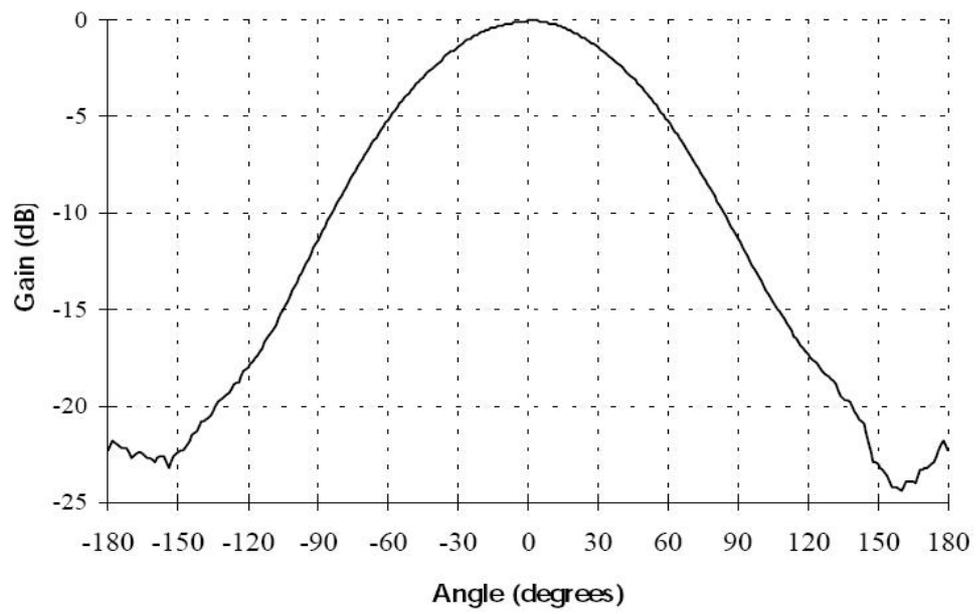


圖 (3.18)指向性天線， $P=0$ 度時，天線增益分佈圖



第四章 下鏈系統容量分析

下鏈系統容量分析

本章節討論 OFDMA 系統使用”重置式通道模式”之下，考慮蜂巢式系統結合智慧型天線系統交換式波束成形技術，並採用分域多重接取(SDMA)的技術。其中執行無線資源管理的最小單位為一個扇區(sector)，擁有子通道(subchannel)，功率(power)，時間區塊(time slot)等資源可分配。

以下是下鏈路訊號傳輸過程中，同頻干擾示意圖(4.1):

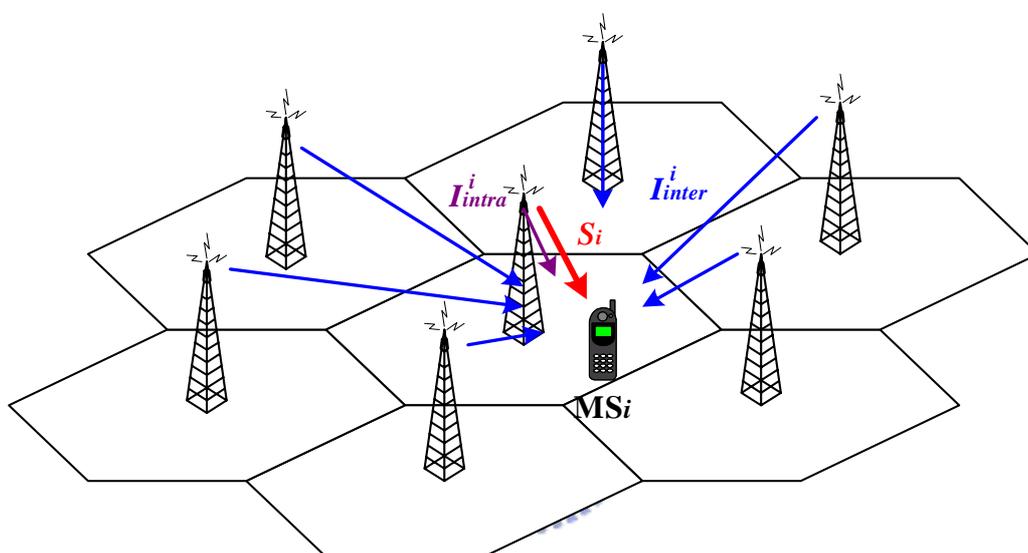


圖 (4.1)下鏈路訊號傳輸同頻干擾示意圖

在第三章曾經提到在形成子通道的過程中，子通道內的子載波彼此之間不會有重複的部份，所以在每一個細胞內(扇區內)並不會有同細胞間的同頻干擾出現(intra_cell interference)。

示意圖中所顯示的 I_{intra}^i 指的是在交換式波束成型系統(Switched Beamforming System)結合分域多重接取(SDMA)的架構中，當使用者 i 正被其中某一組波束所形成的扇區所服務的過程中，遭受其他組扇區的旁波束(side lobe)的干擾所造成。因此如果是全向天線(omni-directional antenna)的系統，就不會有同細胞間的同頻干擾出現。

如圖(4.2): $\phi_0 = 80^\circ$ 的主波束內也受到了 $\phi_0 = 45^\circ$ 之旁波束的影響，造成同頻干擾。

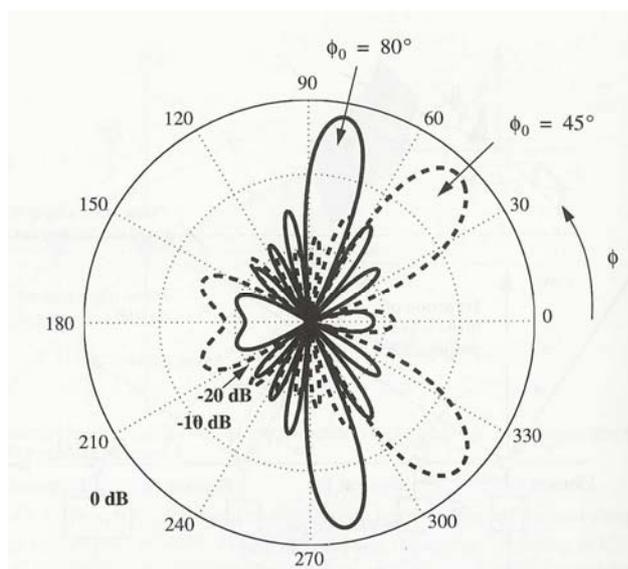


圖 (4.2)水平天線陣列波束示意圖

另外此研究討論的系統容量分析考慮了：

1. 使用理想功率控制(ideal power control)技術。
2. 不同細胞間擁有相同的最大功率傳送量(P_0)。
3. 使用了”重置式通道模式”擁有處理增益(processing gain, PG)。
4. 使用者在細胞中會選擇天線增益最高(beam search)的波束來接收資料。

考慮使用者 i 在主細胞中扇區 j 內接收資料：

$$\rho = PG \cdot \frac{S_i}{I_{\text{inter}}^i + I_{\text{intra}}^i + N} = PG \cdot \frac{(\phi_i \cdot P(j)) \cdot L_{0,i}(j) \cdot G_{0,j}(\theta_{0,i})}{I_{\text{inter}}^i + I_{\text{intra}}^i + N} \quad (4.1)$$

ρ 所需之 $\frac{E_b}{N_0 + I_0}$ (Bit Energy to Interference and Noise Density ratio)

S_i 使用者 i 所接收到的訊號功率

I_{inter}^i 使用者 i 所接收到的其他同頻細胞間之同頻干擾

I_{intra}^i 使用者 i 所接收到的同扇區間之同頻干擾

N 熱雜訊功率

$P(j)$ 扇區 j 所能傳送的最大功率量

$\phi_{j,i}$ 使用者 i 在扇區 j 內所消耗系統的相對功率比 ($0 < \phi_i \leq 1$)

$L_{0,i}(j)$ 使用者 i 在扇區 j 內所感受到的傳播損失(propagation loss)

$G_{0,j}(\theta_{0,i})$ 使用者 i 在主細胞之扇區 j 內在 $\theta_{0,i}$ 角度時所感受的天線增益

PG 處理增益(processing gain)

其中傳播損失的模型如下式(4.2)：

$$L_{m,i} = d_{m,i}^{-l} \cdot 10^{\xi_{m,i}/10} = d_{m,i}^{-l} \cdot \chi_{m,i} \quad (4.2)$$

$d_{m,i}$ 使用者 i 與基地台 m 之間的距離

l 路徑損失之指數

$\xi_{m,i}$ 平均為 0 且變異數為 σ^2 的高斯分佈隨機變數(Gaussian rv)

$\chi_{m,i}$ 對數高斯分佈隨機變數 ($\chi_{m,i} = 10^{\xi_{m,i}/10}$) (log-normal rv)

式(4.1)經過轉換可得下式(4.3)：

$$\phi_{j,i} = \frac{\rho}{PG} \cdot \left(\frac{I_{\text{intra}}^i + I_{\text{inter}}^i + N}{P(j) \cdot G_{0,j}(\theta_{0,i}) \cdot L_{0,i}} \right) = \frac{\rho}{PG} \cdot F_{j,i} \quad (4.3)$$

上式表示使用者所分配到的相對功率與使用者的 $\frac{E_b}{N_0 + I_0}$ 成正比，與處理增益(PG)還有接收到的訊號干擾雜訊比成反比。

考慮使用者均勻分佈(uniformly distributed)在系統中，上式可改寫成式(4.4)：

$$\phi_j = \frac{\rho}{PG} \cdot E_i[F_{j,i}] = \frac{\rho}{PG} \cdot F_j \quad (4.4)$$

其中 F_j 為一個隨機變數，下面章節會詳細討論其統計特性。因此可計算此

隨機變數的平均值 $E[F_j]$ 而得式(4.5)：

$$\bar{\phi}_j = \frac{\rho}{PG} \cdot E[F_j] \quad (4.5)$$

透過式(4.5)可計算出扇區內平均可使用的子通道數：

$$M_j = \frac{1}{\overline{\phi_j}} = \frac{PG}{\rho \cdot E[F_j]} \quad (4.6)$$

$$\Rightarrow \widehat{M}_j = \begin{cases} M_j & \text{if } M_j < N_{subchannels} \\ N_{subchannels} & \text{if } N_{subchannels} < M_j \end{cases}$$

當扇區可使用的子通道數超過系統規劃的總子通道數時，其可使用的最多子通道數會被限制在系統規劃的總子通道數 $N_{subchannels}$ (frequency channel limited)。

而平均細胞內最多可以使用的子通道數如下式(4.7)：

$$\widehat{M}_{cell} = \sum_j \widehat{M}_j \quad (4.7)$$



參數定義如下：

- $\overline{\phi_j}$ 平均使用者在扇區 j 內所消耗的傳輸功率
- $N_{subchannels}$ OFDMA 系統規劃的總子通道數
- \widehat{M}_j 扇區 j 所能提供的平均子通道數
- \widehat{M}_{cell} 細胞所能提供的平均子通道數

干擾係數分析

上一節中提到了系統的容量分析，而其中決定系統容量最重要的參數就是干擾係數($F_{j,i}$)。因此接下來我們要討論在不同的情況之下的干擾係數。

Case 1：考慮使用者身在細胞邊緣(cell boundary)，並且細胞使用全向天線

(omni-directional antenna)[14]。 $F_{boundary, omni-directional}$ ：

示意圖(4.3)：

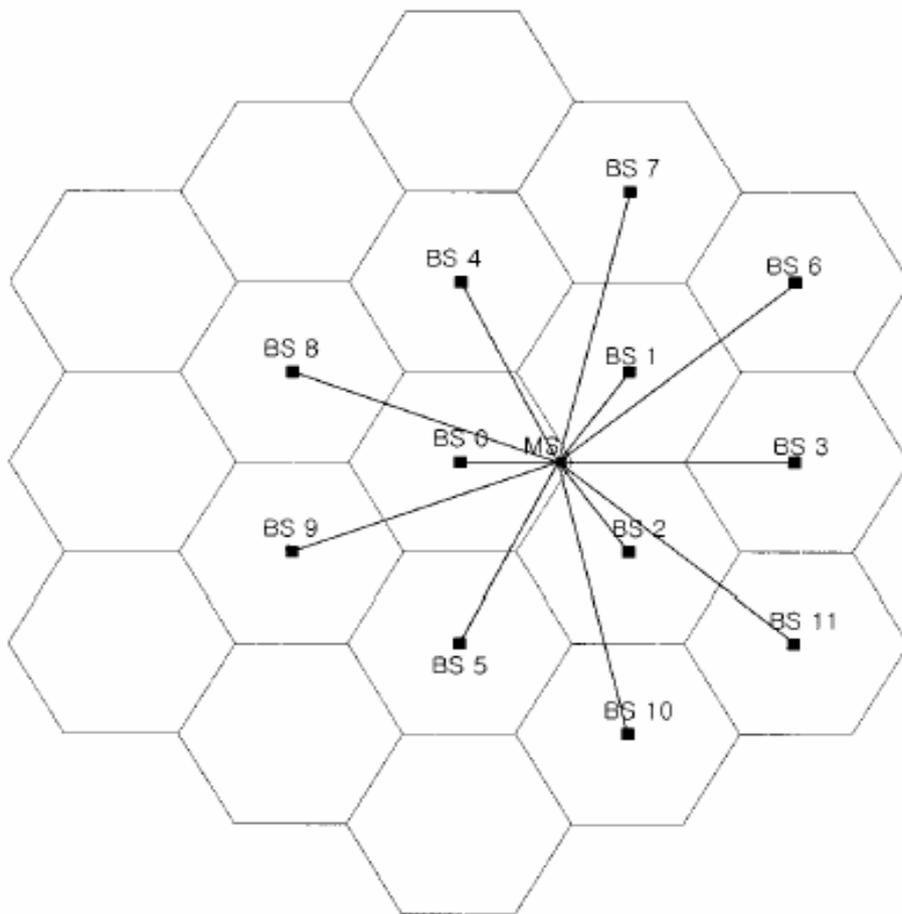


圖 (4.3)使用者身處細胞邊緣示意圖

由於細胞使用全向天線，因此天線增益 $G_{m,j}(\theta_{m,i})=1$ for $0 < \theta_{m,i} \leq 2\pi$

$$\begin{aligned}
F_{boundary,omni-directional} &= \left(\frac{I_{inter}^i + N}{P_0 \cdot L_{0,i}} \right)_{boundary} = \frac{N}{S_0(R)} + \sum_q \frac{P_0 \cdot L_q}{S_0(R)} \\
&= \frac{N}{P_0 \cdot R^{-l} \cdot \chi_0} + \sum_q \left(\frac{D_q}{R} \right)^{-l} \cdot \frac{\chi_q}{\chi_0} = \frac{\left(\sum_q \left(\frac{D_q}{R} \right)^{-l} \cdot \chi_q \right) + \frac{N}{P_0 \cdot R^{-l}}}{\chi_0} \\
&= \frac{\left(\sum_q \varpi^q_{boundary,omni-directional} \cdot \chi_q \right) + \frac{N}{P_0 \cdot R^{-l}}}{\chi_0}
\end{aligned} \tag{4.8}$$

where $S_0(R) = P_0 \cdot L_0$

相關參數定義如下：

I_{inter}^i	使用者感受到同頻細胞間的同頻干擾
$S_0(R)$	使用者在細胞邊緣所接收到的訊號功率
N	熱雜訊功率
P_0	細胞可傳送之最大功率
L_0	使用者在細胞邊緣感受到主細胞之傳播損失
L_q	使用者在細胞邊緣感受到同頻細胞 q 的傳播損失
R	細胞涵蓋半徑
χ_0	主細胞之對數高斯分佈隨機變數
χ_q	同頻細胞 q 之對數高斯分佈隨機變數
D_q	使用者在主細胞邊緣距離同頻細胞 q 的距離
$\varpi^q_{boundary,omni-directional}$	同頻細胞 q 在使用者身處細胞邊緣且使用全向天線時，對數高斯分佈隨機變數 χ_q 之調整參數 $\left(\left(\frac{D_q}{R} \right)^{-l} \right)$

Case 2：考慮使用者均勻分佈(uniformly distributed)，且細胞使用全向天線
(omni-directional antenna)[...]。 $F_{uniform,omni-directional}$ ：

由於使用者均勻分佈在系統中，因此定義均勻分佈隨機變數的機率密度函
數模型 $f_{r,\theta}(x,y)$ 如下式(4.9)：

$$f_{r,\theta}(x,y) = \frac{2}{R^2\theta_s}, \quad 0 \leq x \leq R, \quad 0 \leq y \leq \theta_s = 2\pi \quad (4.9)$$

R 細胞涵蓋半徑

θ_s 使用者分佈角度範圍

由以上的機率模型，我們可以計算 $F_{uniform,omni-directional}$ 如下式(4.10)：

$$\begin{aligned} F_{uniform,omni-directional} &= \left(\frac{I_{inter}^i + N}{P_0 \cdot L_{0,i}} \right)_{uniform} = \frac{I_{inter,uniform} + N}{S_{uniform}} \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^R x \cdot \left(\frac{\sum_q I_{inter,q}(x)}{S_0(x)} + \frac{N}{S_0(x)} \right) \cdot f_{r,\theta}(x,y) dx dy \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^R \sum_q \frac{I_{inter,q}(x)}{S_0(x)} \cdot x \cdot f_{r,\theta}(x,y) dx dy + \int_0^{2\pi} \int_0^R x \cdot \frac{N}{S_0(x)} \cdot f_{r,\theta}(x,y) dx dy \\ &= \sum_q \int_0^{2\pi} \int_0^R x \cdot \frac{I_{inter,q}(R)}{S_0(R)} \cdot \left(\frac{R \sqrt{R_q^2 + x^2 - 2R_q x \cos(|\theta_q - y|)}}{x \sqrt{R_q^2 + R^2 - 2R_q R \cos(|\theta_q|)}} \right)^{-l} \cdot \frac{2}{R^2\theta_s} dx dy \\ &\quad + \int_0^{2\pi} \int_0^R x \cdot N \cdot \frac{1}{S_0(R)} \left(\frac{R}{x} \right)^{-l} \cdot \frac{2}{R^2\theta_s} dx dy \\ &= \sum_q \frac{I_{inter,q}(R)}{S_0(R)} \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^R x \cdot \left(\frac{R \sqrt{R_q^2 + x^2 - 2R_q x \cos(|\theta_q - y|)}}{x \sqrt{R_q^2 + R^2 - 2R_q R \cos(|\theta_q|)}} \right)^{-l} \cdot \frac{2}{R^2\theta_s} dx dy \\ &\quad + \frac{N}{S_0(R)} \cdot \int_0^R x \cdot \left(\frac{R}{x} \right)^{-l} \cdot \frac{2}{R^2} dx \\ &= \sum_q \eta_{omni-directional,q} \cdot \frac{I_{inter,q}(R)}{S_0(R)} + \frac{N}{S_0(R)} \cdot \beta_{uniform,omni-directional} \\ \text{where } \beta_{uniform,omni-directional} &= \frac{2}{l+2} \end{aligned} \quad (4.10)$$

進一步整理結合式(4.8)與(4.10)可得式(4.11)如下：

$$\begin{aligned}
F_{uniform,omni-directional} &= \sum_q \eta_{omni-directional,q} \cdot \frac{I_{inter,q}(R)}{S_0(R)} + \frac{N}{S_0(R)} \cdot \beta_{uniform,omni-directional} \\
&= \frac{N}{S_0(R)} \cdot \beta_{uniform,omni-directional} + \sum_q \eta_{omni-directional,q} \cdot \frac{P_0 \cdot L_q}{S_0(R)} \\
&= \frac{N}{P_0 \cdot R^{-l} \cdot \chi_0} \cdot \beta_{uniform,omni-directional} + \sum_q \eta_{omni-directional,q} \cdot \left(\frac{D_q}{R}\right)^{-l} \cdot \frac{\chi_q}{\chi_0} \\
&= \frac{\left(\sum_q \eta_{omni-directional,q} \cdot \left(\frac{D_q}{R}\right)^{-l} \cdot \chi_q\right) + \frac{N}{P_0 \cdot R^{-l}} \cdot \beta_{uniform,omni-directional}}{\chi_0} \\
&= \frac{\left(\sum_q \varpi^q_{uniform,omni-directional} \cdot \chi_q\right) + \frac{N}{P_0 \cdot R^{-l}} \cdot \beta_{uniform,omni-directional}}{\chi_0}
\end{aligned} \tag{4.11}$$

相關參數定義如下：

$S_{uniform}$	使用者均勻分佈時的平均接收功率
$I_{inter,uniform}$	使用者均勻分佈時感受的平均同頻干擾
$I_{inter,q}(x)$	使用者距離主基地台為 x 時，受到同頻基地台 q 的同頻干擾量
$S_0(x)$	使用者距離主基地台為 x 時，接收到的訊號功率
$I_{inter,q}(R)$	使用者在細胞邊緣時，受到同頻基地台 q 的同頻干擾量
(R_q, θ_q)	同頻細胞 q 的座標表示
$\eta_{omni-directional,q}$	使用者均勻分佈且系統為全向天線之干擾信號比調整參數 $\left(= \int_0^R \int_0^{2\pi} x \cdot \frac{\left(R \sqrt{R_q^2 + x^2 - 2R_q x \cos(\theta_q - y)} \right)^{-l}}{x \sqrt{R_q^2 + R^2 - 2R_q R \cos(\theta_q)}} \cdot \frac{2}{R^2 \theta_s} dx dy \right)$
$\beta_{uniform,omni-directional}$	使用者均勻分佈且系統為全向天線之雜訊信號比調整參數
$\varpi^q_{uniform,omni-directional}$	同頻細胞 q 在使用者均勻分佈且使用全向天線時，對數高斯分佈隨機變數 χ_q 之調整參數 $\left(= \eta_{omni-directional,q} \cdot \left(\frac{D_q}{R}\right)^{-l} \right)$

Case 3: 考慮使用者在細胞邊緣(cell boundary), 並且使用轉換式波束成形系

統。 $F_{boundary, beamforming}$:

由於系統採用轉換式波束成形系統, 因此需要考慮同扇區間的同頻干擾。而以下使用者位在主細胞之扇區 j 邊緣的定義, 即位在扇區 j 之主波束對準的角度 $(\phi_{0,j})$ 之細胞邊緣, 則 $F_{j, boundary, beamforming}$ 計算如下式(4.12)

$$\begin{aligned}
 F_{j, boundary, beamforming} &= \left(\frac{I_{inter}^i + I_{intra}^i + N}{P_0(j) \cdot L_{0,i} \cdot G_{0,j}(\theta_{0,i})} \right)_{boundary} = \frac{I_{boundary} + N}{S_0(R, \phi_{0,j})} \\
 &= \frac{N}{P_0(j) \cdot L_0 \cdot G_{0,j}(\phi_{0,j})} + \sum_{j=0, j \neq j}^{v-1} \frac{P_0(j') \cdot L_0 \cdot G_{0,j}(\phi_{0,j})}{P_0(j) \cdot L_0 \cdot G_{0,j}(\phi_{0,j})} + \sum_q \sum_{j=0}^{v-1} \frac{P_q(j') \cdot L_q \cdot G_{q,j}(\theta_{q,i})}{P_0(j) \cdot L_0 \cdot G_{0,j}(\phi_{0,j})} \\
 &= \frac{N}{P_0(j) \cdot G_{0,j}(\phi_{0,j}) \cdot R^{-l} \cdot \chi_0} + \sum_{j=0, j \neq j}^{v-1} \frac{P_0(j') \cdot G_{0,j}(\phi_{0,j})}{P_0(j) \cdot G_{0,j}(\phi_{0,j})} + \sum_q \sum_{j=0}^{v-1} \frac{P_q(j') \cdot D_{q,j}^{-l} \cdot \chi_q \cdot G_{q,j}(\theta_{q,i})}{P_0(j) \cdot R^{-l} \cdot \chi_0 \cdot G_{0,j}(\phi_{0,j})} \\
 &= \frac{N}{P_0(j) \cdot K^2 \cdot R^{-l} \cdot \chi_0} + \sum_{j=0, j \neq j}^{v-1} \frac{P_0(j') \cdot G_{0,j}(\phi_{0,j})}{P_0(j) \cdot K^2} + \sum_q \left(\frac{D_{q,j}}{R} \right)^{-l} \frac{\chi_q}{\chi_0} \cdot \sum_{j=0}^{v-1} \frac{P_q(j') \cdot G_{q,j}(\theta_{q,i})}{P_0(j) \cdot K^2} \\
 &= GR_{j, intra, boundary} + \frac{\sum_q GR_{j, inter, boundary}(q) \cdot \left(\frac{D_{q,j}}{R} \right)^{-l} \chi_q + \frac{1}{K^2} \cdot \frac{N}{P_0(j) \cdot R^{-l}}}{\chi_0} \\
 &= GR_{j, intra, boundary} + \frac{\sum_q \omega_{j, boundary, beamforming}^q \cdot \chi_q + \frac{1}{K^2} \cdot \frac{N}{P_0(j) \cdot R^{-l}}}{\chi_0}
 \end{aligned}$$

$$\text{where } G_{q,j}(\theta) = \left| \frac{\sin\left(\frac{K\pi}{2}(\cos\theta - \cos\phi_{q,j})\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}(\cos\theta - \cos\phi_{q,j})\right)} \right|^2$$

(4.12)

相關參數定義如下：

$P_0(j)$	主細胞內扇區 j 中可傳送的最大功率
$P_0(j')$	主細胞內扇區 j' 中可傳送的最大功率
$P_q(j')$	細胞 q 內扇區 j' 中可傳送的最大功率
v	細胞內總扇區個數
$I_{boundary}$	使用者 i 位在細胞邊緣感受的平均同頻干擾功率 $(I_{intra} + I_{inter})$
$S_0(R, \phi_{0,j})$	使用者 i 位在扇區 j 的細胞邊緣所接收到的訊號功率
$G_{0,j}(\phi_{0,j})$	使用者 i 位在扇區 j 細胞邊緣 $(\phi_{0,j})$ 感受到的天線增益 $(=K^2)$
$G_{0,j}(\phi_{0,j})$	使用者 i 位在扇區 j 的細胞邊緣 $(\phi_{0,j})$ 感受到同細胞間其他扇區 $(j' \neq j)$ 旁波束的天線增益
$G_{q,j}(\theta_{q,i})$	使用者 i 感受到同頻細胞 q 之扇區 j' 相對使用者 i 角度為 $\theta_{q,i}$ 的天線增益
K	用來形成波束的天線個數
$GR_{j,intra,boundary}$	使用者位在扇區 j 的細胞邊緣感受到的同扇區間同頻干擾與信號強度比
$GR_{j,inter,boundary}(q)$	使用者位在扇區 j 的細胞邊緣所感受到同頻細胞 q 之各扇區的同頻干擾與信號強度比
$\omega_{j,boundary,beamforming}^q$	同頻細胞 q 在使用者位在主細胞之扇區 j 的邊緣時，且系統使用了轉換式波束成形系統之下，其對數高斯分佈隨機變數 χ_q 之調整參數 $(=GR_{j,inter,boundary}(q) \cdot \left(\frac{D_q}{R}\right)^{-l})$

Case 4：考慮使用者均勻分佈(uniformly distributed)，且使用轉換式波束成型系統。 $F_{uniform,beamforming}$ ：示意圖(4.4)

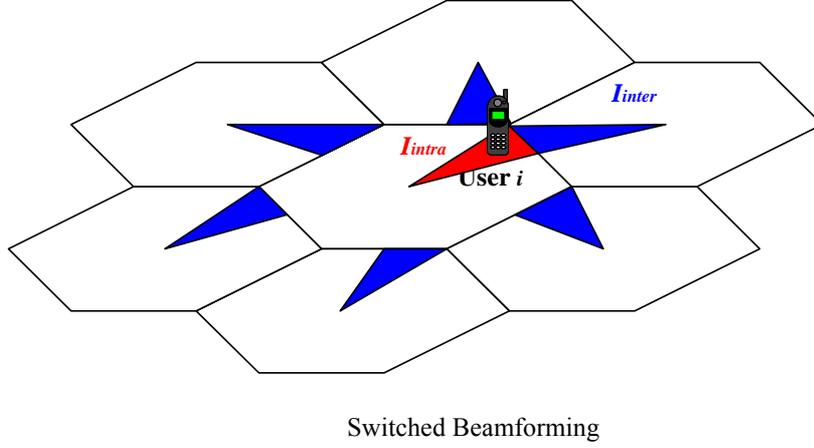


圖 (4.4)使用者均勻分佈在交換式波束成型系統之同頻干擾示意圖

使用者均勻分佈的機率模型同式(4.9)，且定義周圍同頻細胞 q 的座標為 (R_q, θ_q) ， $F_{uniform,beamforming}$ 計算如下式(4.13)：

$$\begin{aligned}
 F_{j,uniform,beamforming} &= \left(\frac{I_{inter}^i + I_{intra}^i + N}{P_0(j) \cdot L_{0,i} \cdot G_{0,j}(\theta_{0,i})} \right)_{uniform} \\
 &= \int_0^{2\pi} \int_0^R x \cdot \left(\frac{\sum_q \sum_{j=0}^{v-1} I_{inter,q,j}(x,y) + \sum_{j=0, j \neq j}^{v-1} I_{intra,j}(x,y)}{S_0(x,y)} + \frac{N}{S_0(x,y)} \right) \cdot \lambda_j(y) \cdot f_{r,\theta}(x,y) dx dy \\
 &= \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{\sum_q \sum_{j=0}^{v-1} I_{inter,q,j}(x,y)}{S_0(x,y)} \cdot \lambda_j(y) \cdot x \cdot f_{r,\theta}(x,y) dx dy \sim (a) \\
 &\quad + \int_0^{2\pi} \int_0^R x \cdot \frac{\sum_{j=0, j \neq j}^{v-1} I_{intra,j}(x,y)}{S_0(x,y)} \cdot \lambda_j(y) \cdot f_{r,\theta}(x,y) dx dy \sim (b) \\
 &\quad + \int_0^{2\pi} \int_0^R x \cdot \frac{N}{S_0(x,y)} \cdot \lambda_j(y) \cdot f_{r,\theta}(x,y) dx dy \sim (c)
 \end{aligned}$$

where $\lambda_j(y) = \begin{cases} 1, & \text{if } j\text{th sector is selected when user is at angle } y \\ 0, & \text{if } j\text{th sector is not selected when user is at angle } y \end{cases}$

(4.13)

將式(4.13)拆開討論如下：

(a)

$$\begin{aligned}
& \int_0^{2\pi} \int_0^R \sum_q \sum_{j=0}^{\nu-1} \frac{I_{\text{inter},q,j}(x,y)}{S_0(x,y)} \cdot \lambda_j(y) \cdot x \cdot f_{r,\theta}(x,y) dx dy \\
&= \sum_q \sum_{j=0}^{\nu-1} \int_0^{2\pi} \int_0^R x \cdot \frac{I_{\text{inter},q,j}(R,\phi_{0,j})}{S_0(R,\phi_{0,j})} \cdot \lambda_j(y) \cdot \left(\frac{R\sqrt{R_q^2+x^2-2R_q x \cos(|\theta_q-y|)}}{x\sqrt{R_q^2+R^2-2R_q R \cos(|\theta_q-\phi_{0,j}|)}} \right)^{-1} \\
&\quad \cdot \left(\frac{G_{0,j}(\phi_{0,j})}{G_{0,j}(y)} \right) \cdot \left(\frac{G_{q,j}(\theta_q(x,y))}{G_{q,j}(\theta_{qj})} \right) \cdot \frac{2}{R^2 \theta_s} dx dy \\
&= \sum_q \sum_{j=0}^{\nu-1} \int_0^{2\pi} \int_0^R x \cdot \left(\frac{R\sqrt{R_q^2+x^2-2R_q x \cos(|\theta_q-y|)}}{x\sqrt{R_q^2+R^2-2R_q R \cos(|\theta_q-\phi_{0,j}|)}} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{G_{0,j}(\phi_{0,j})}{G_{0,j}(y)} \right) \cdot \left(\frac{G_{q,j}(\theta_q(x,y))}{G_{q,j}(\theta_{qj})} \right) \\
&\quad \cdot \frac{P_q(j') \cdot G_{q,j}(\theta_{qj}) \cdot D_{q,j}^{-1} \cdot \chi_q}{P_0(j) \cdot G_{0,j}(\phi_{0,j}) \cdot R^{-1} \cdot \chi_0} \cdot \lambda_j(y) \cdot \frac{2}{R^2 \theta_s} dx dy \\
&= \sum_q \int_0^{2\pi} \int_0^R x \cdot \left(\frac{R\sqrt{R_q^2+x^2-2R_q x \cos(|\theta_q-y|)}}{x\sqrt{R_q^2+R^2-2R_q R \cos(|\theta_q-\phi_{0,j}|)}} \right)^{-1} \cdot \lambda_j(y) \cdot \left(\frac{D_{q,j}}{R} \right)^{-1} \cdot \frac{\chi_q}{\chi_0} \cdot \frac{2}{R^2 \theta_s} \\
&\quad \cdot \sum_{j=0}^{\nu-1} \left(\frac{P_q(j')}{P_0(j)} \right) \cdot \left(\frac{G_{q,j}(\theta_q(x,y))}{G_{0,j}(y)} \right) \cdot dx dy \\
&= \sum_q \left(\frac{D_{q,j}}{R} \right)^{-1} \cdot \frac{\chi_q}{\chi_0} \\
&\quad \left[\int_0^{2\pi} \int_0^R x \cdot \left(\frac{R\sqrt{R_q^2+x^2-2R_q x \cos(|\theta_q-y|)}}{x\sqrt{R_q^2+R^2-2R_q R \cos(|\theta_q-\phi_{0,j}|)}} \right)^{-1} \cdot \lambda_j(y) \cdot \left(\frac{GR_{j,\text{inter},q}(x,y)}{R^2 \theta_s} \right) \cdot \frac{2}{R^2 \theta_s} dx dy \right] \\
&= \sum_q \frac{\left(\frac{D_{q,j}}{R} \right)^{-1} \cdot \eta_{j,\text{beamforming},q} \cdot \chi_q}{\chi_0}
\end{aligned}$$

(4.13a)

(b)

$$\begin{aligned}
& \int_0^{2\pi} \int_0^R x \cdot \frac{\sum_{j'=0, j' \neq j}^{\nu-1} I_{\text{intra}, j'}(x, y)}{S_0(x, y)} \cdot \lambda_j(y) \cdot f_{r, \theta}(x, y) dx dy \\
&= \int_0^{2\pi} \int_0^R x \cdot \sum_{j'=0, j' \neq j}^{\nu-1} \frac{I_{\text{intra}, j'}(R, \phi_{0, j})}{S_0(R, \phi_{0, j})} \cdot \lambda_j(y) \cdot \left(\frac{R \cdot x}{x \cdot R}\right)^{-l} \\
&\quad \cdot \left(\frac{G_{0, j}(\phi_{0, j})}{G_{0, j}(y)}\right) \cdot \left(\frac{G_{o, j'}(y)}{G_{o, j'}(\phi_{0, j})}\right) \cdot \frac{2}{R^2 \theta_s} dx dy \\
&= \int_0^{2\pi} \int_0^R x \cdot \sum_{j'=0, j' \neq j}^{\nu-1} \frac{P_0(j') \cdot \cancel{G_{o, j'}(\phi_{0, j})} \cdot R^{-l} \cdot \chi_0}{P_0(j) \cdot \cancel{G_{o, j'}(\phi_{0, j})} \cdot R^{-l} \cdot \chi_0} \cdot \lambda_j(y) \\
&\quad \cdot \left(\frac{\cancel{G_{o, j'}(\phi_{0, j})}}{G_{0, j}(y)}\right) \cdot \left(\frac{G_{o, j'}(y)}{\cancel{G_{o, j'}(\phi_{0, j})}}\right) \cdot \frac{2}{R^2 \theta_s} dx dy \\
&= \int_0^{2\pi} \int_0^R x \cdot \sum_{j'=0, j' \neq j}^{\nu-1} \left(\frac{G_{o, j'}(y)}{G_{0, j}(y)}\right) \cdot \left(\frac{P_0(j')}{P_0(j)}\right) \cdot \lambda_j(y) \cdot \frac{2}{R^2 \theta_s} dx dy \\
&= \int_0^{2\pi} \underline{\underline{(G R_{j, \text{intra}}(y))}} \cdot \lambda_j(y) \cdot \left(\int_0^R x \cdot \frac{2}{R^2 \theta_s} dx\right) dy \\
&= \frac{1}{\theta_s} \cdot \int_0^{2\pi} (G R_{j, \text{intra}}(y)) \cdot \lambda_j(y) dy \\
&= G R_{j, \text{intra}, \text{uniform}}
\end{aligned}$$

(4.13b)

(c)

$$\begin{aligned}
& \int_0^{2\pi} \int_0^R x \cdot \frac{N}{S_0(x, y)} \cdot \lambda_j(y) \cdot f_{r, \theta}(x, y) dx dy \\
&= \int_0^{2\pi} \int_0^R x \cdot \frac{N}{S_0(R, \phi_{0,j})} \cdot \lambda_j(y) \cdot \left(\frac{R}{x}\right)^{-l} \cdot \left(\frac{G_{0,j}(\phi_{0,j})}{G_{0,j}(y)}\right) \cdot \frac{2}{R^2 \theta_s} dx dy \\
&= \int_0^{2\pi} \int_0^R x \cdot \frac{N}{P_0(j) \cdot G_{0,j}(\phi_{0,j}) \cdot R^{-l} \cdot \chi_0} \cdot \lambda_j(y) \cdot \left(\frac{R}{x}\right)^{-l} \cdot \left(\frac{G_{0,j}(\phi_{0,j})}{G_{0,j}(y)}\right) \cdot \frac{2}{R^2 \theta_s} dx dy \\
&= \int_0^{2\pi} \int_0^R x \cdot \frac{N}{P_0(j) \cdot R^{-l} \cdot \chi_0} \cdot \lambda_j(y) \cdot \left(\frac{R}{x}\right)^{-l} \cdot \left(\frac{1}{G_{\phi_{0,j}}(y)}\right) \cdot \frac{2}{R^2 \theta_s} dx dy \\
&= \frac{N}{P_0(j) \cdot R^{-l} \cdot \chi_0} \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^R x \cdot \left(\frac{R}{x}\right)^{-l} \cdot \left(\frac{1}{G_{\phi_{0,j}}(y)}\right) \cdot \frac{2}{R^2 \theta_s} \cdot \lambda_j(y) dx dy \\
&= \frac{N}{P_0(j) \cdot \chi_0} \cdot \frac{2}{R^2 \theta_s} \cdot \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{G_{\phi_{0,j}}(y)}\right) \cdot \left(\int_0^R x^{l+1} dx\right) \cdot \lambda_j(y) dy \\
&= \frac{2}{l+2} \cdot \left[\frac{1}{\theta_s} \int_0^{\theta_s} \left(\frac{1}{G_{\phi_{0,j}}(y)}\right) \cdot \lambda_j(y) dy \right] \cdot \frac{N}{P_0(j) \cdot R^{-l} \cdot \chi_0} \\
&= \beta_{j, \text{uniform, beamforming}} \cdot \frac{N}{P_0(j) \cdot R^{-l} \cdot \chi_0}
\end{aligned}$$

(4.13c)

由(4.13a) (4.13b) (4.13c)可以整理 $F_{\text{uniform, beamforming}}$ 如下式(4.14) :

$$\begin{aligned}
& F_{\text{uniform, beamforming}} \\
&= \sum_q \frac{\left(\frac{D_{q,j}}{R}\right)^{-l} \cdot \eta_{j, \text{beamforming}, q} \cdot \chi_q}{\chi_0} + GR_{j, \text{intra, uniform}} + \beta_{j, \text{uniform, beamforming}} \cdot \frac{N}{P_0(j) \cdot R^{-l} \cdot \chi_0} \\
&= GR_{j, \text{intra, uniform}} + \frac{\sum_q \left(\frac{D_{q,j}}{R}\right)^{-l} \cdot \eta_{j, \text{beamforming}, q} \cdot \chi_q + \beta_{j, \text{uniform, beamforming}} \cdot \frac{N}{P_0(j) \cdot R^{-l}}}{\chi_0} \\
&= GR_{j, \text{intra, uniform}} + \frac{\sum_q \omega_{j, \text{uniform, beamforming}}^q \cdot \chi_q + \beta_{j, \text{uniform, beamforming}} \cdot \frac{N}{P_0(j) \cdot R^{-l}}}{\chi_0}
\end{aligned}$$

(4.14)

相關參數定義如下：

$I_{inter,q,j}(x,y)$	使用者在主細胞內座標為(x,y)的位置，從細胞 q 之扇區 j 內感受到的同頻干擾量
$I_{intra,j}(x,y)$	使用者在主細胞內座標為(x,y)的位置，在主細胞之扇區 j 內感受到的同扇區同頻干擾量
$S_0(x,y)$	使用者在主細胞內座標為(x,y)的位置，接收到的訊號功率
$G_{0,j}(y)$	使用者在主細胞內座標為(x,y)的位置，在主細胞之扇區 j 內感受到的天線增益
$G_{q,j}(\theta_{qj})$	使用者 i 在主細胞之扇區 j 的細胞邊緣時，感受到同頻細胞 q 之扇區 j 相對使用者 i 角度為 $\theta_{q,i}$ 的天線增益
$G_{q,j}(\theta_q(x,y))$	使用者在主細胞內座標為(x,y)的位置，感受到同頻細胞 q 之扇區 j 相對使用者 i 角度為 $\theta_q(x,y)$ 的天線增益
$GR_{j,inter,q}(x,y)$	使用者在主細胞內座標為(x,y)的位置，感受到同頻細胞 q 之個扇區間同頻干擾與訊號強度比
$\eta_{j,beamforming,q}$	使用者均勻分佈且系統為轉換式波束成形系統之干擾信號比調整參數
$GR_{j,intra}(y)$	使用者在主細胞內座標為(x,y)的位置，感受到同細胞內其他扇區間之同頻干擾與訊號強度比
$GR_{j,intra,uniform}$	使用者均勻分佈在系統中，感受到同細胞內其他扇區間之平均同頻干擾與訊號強度比
$\beta_{j,uniform,beamforming}$	使用者均勻分佈且系統為轉換式波束成形系統之雜訊信號比調整參數
$\varpi_{j,uniform,beamforming}^q$	同頻細胞 q 在使用者位在主細胞均勻分佈時，且系統使用了轉換式波束成形系統之下，其對數高斯分佈隨機變數 χ_q

$$\text{之調整參數} = \left(\frac{D_{q,j}}{R} \right)^{-l} \cdot \eta_{j,beamforming,q}$$

所以最後我們可以將上面四種情況的 F-factor 整理如下：

case1 :

$$F_{boundary,omni-directional} = \frac{\left(\sum_q \varpi^q_{boundary,omni-directional} \cdot \chi_q \right) + \frac{N}{P_0 \cdot R^{-l}}}{\chi_0}$$

case2 :

$$F_{uniform,omni-directional} = \frac{\left(\sum_q \varpi^q_{uniform,omni-directional} \cdot \chi_q \right) + \beta_{uniform,omni-directional} \cdot \frac{N}{P_0 \cdot R^{-l}}}{\chi_0}$$

case3 :

$$F_{j,boundary,beamforming} = GR_{j,intra,boundary} + \frac{\sum_q \varpi^q_{j,boundary,beamforming} \cdot \chi_q + \frac{1}{K^2} \cdot \frac{N}{P_0(j) \cdot R^{-l}}}{\chi_0}$$

case4 :

$$F_{uniform,beamforming} = GR_{j,intra,uniform} + \frac{\sum_q \varpi^q_{j,uniform,beamforming} \cdot \chi_q + \beta_{j,uniform,beamforming} \cdot \frac{N}{P_0(j) \cdot R^{-l}}}{\chi_0}$$

將上面各種情況之下的 F-factor 的形式寫成一個標準式，如式(4.15)：

$$F = GR_{intra} + \frac{\sum_q \varpi^q \cdot \chi_q + \beta \cdot \frac{N}{S_{boundary}}}{\chi_0} \quad (4.15)$$

透過標準式方便我們接下來討論要如何計算各種情況下，F-factor 的平均值，已進一步計算不同情況下的系統容量：

首先觀察 χ 為一個對數高斯隨機變數(log-normal rv)，其對數域(dB domain)的平均值與標準差分別為 m_χ 與 σ_χ ，則其機率密度函數(probability density function)如下式(4.16)：

$$f(\chi) = \frac{1}{\chi \cdot \beta \sqrt{2\pi} \sigma_\chi} \exp \frac{-(10 \log \chi - m_\chi)^2}{2\sigma_\chi^2} \quad \text{where } \beta = \frac{\ln(10)}{10}$$

$$E[\chi] = f(m_\chi, \sigma_\chi) = \exp \left[\beta m_\chi + \frac{\beta^2 \sigma_\chi^2}{2} \right] \quad (4.16)$$

$$\text{Var}[\chi] = g(m_\chi, \sigma_\chi) = \exp \left[2\beta m_\chi + \beta^2 \sigma_\chi^2 \right] (\exp \left[\beta^2 \sigma_\chi^2 \right] - 1)$$

定義標準式中 $\sum_q \varpi_q \cdot \chi_q = \chi_t$ ，其中 χ_q 為一個對數高斯隨機變數，而 χ_t 為其線性組合， χ_t 可近似對數高斯隨機變數[14]，其平均與變異數可計算如下：

$$E[\chi_t] = \sum_q f(m_{\chi_q} + 10 \log[\varpi_q], \sigma_{\chi_q}) = f(m_{\chi_t}, \sigma_{\chi_t})$$

$$\text{Var}[\chi_t] = \sum_q g(m_{\chi_q} + 10 \log[\varpi_q], \sigma_{\chi_q}) = g(m_{\chi_t}, \sigma_{\chi_t})$$

where $f(a, b) = \exp \left[\beta a + \beta^2 b^2 / 2 \right]$ $g(a, b) = \exp \left[2\beta a + \beta^2 b^2 \right] \cdot (\exp \left[\beta^2 b^2 \right] - 1)$

而定義 $\sum_q \varpi_q \cdot \chi_q + \beta \cdot \frac{N}{S_{\text{boundary}}} = \chi_t'$ ，則 χ_t' 之平均與變異數為：

$$E[\chi_t'] = E \left[\chi_t + \frac{N}{S_{\text{boundary}}} \cdot \beta \right] = E[\chi_t] + \frac{N}{S_{\text{boundary}}} \cdot \beta$$

$$\text{Var}[\chi_t'] = \text{Var}[\chi_t]$$

透過上面的結果，可以進一步計算出 χ_t' 在對數域(dB domain)上面的平均

m_{χ_t} 與標準差 σ_{χ_t} 如下：

$$\sigma_{\chi_t'} = \frac{1}{\beta^2} \ln \left(\frac{\text{Var}[\chi_t']}{E^2[\chi_t']} + 1 \right)$$

$$m_{\chi_t'} = \frac{\ln(E[\chi_t'])}{\beta} - 0.5 \cdot \beta \cdot \sigma_{\chi_t'}^2$$

而標準式中， χ_0 的在對數域上(dB domain)的平均 m_0 與標準差 σ_0 已知的情況下，定義 $X_{\chi_t'}$ 與 X_0 分別為高斯分佈隨機變數，其平均為零而標準差分別為 $\sigma_{\chi_t'}$

與 σ_0 ，則 $\chi_t' = 10^{\frac{m_{\chi_t'} + X_{\chi_t'}}{10}}$ ， $\chi_0 = 10^{\frac{m_0 + X_0}{10}}$ 。

$\frac{\chi_{t,j}'}{\chi_0} = 10^{\frac{m_{\chi_{t,j}'} - m_0 + X_{\chi_{t,j}'} - X_0}{10}}$ 可為一個對數高斯分佈的隨機變數，其對數域(dB

domain)的平均值 $m_{\frac{\chi_t'}{\chi_0}}$ 與標準差 $\sigma_{\frac{\chi_t'}{\chi_0}}$ 分別如下：

$$m_{\frac{\chi_t'}{\chi_0}} = m_{\chi_t'} - m_0 \quad \sigma_{\frac{\chi_t'}{\chi_0}} = \sqrt{(\sigma_0)^2 + (\sigma_{\chi_t'})^2}$$

所以 F-factor 的平均值可以計算如下：

$$E[F] = GR_intra + f \left(m_{\frac{\chi_t'}{\chi_0}}, \sigma_{\frac{\chi_t'}{\chi_0}} \right)$$

$$\text{Var}[F] = g \left(m_{\frac{\chi_t'}{\chi_0}}, \sigma_{\frac{\chi_t'}{\chi_0}} \right)$$

其中

$$f(a,b) = \exp[\beta a + \beta^2 b^2 / 2]$$

$$g(a,b) = \exp[2\beta a + \beta^2 b^2] \cdot (\exp[\beta^2 b^2] - 1)$$

由以上四個 case 來看，case4 是最普遍的狀況，當 $GR_intra=0$ 並且不考慮天線增益的影響，即為 case1。在推導的過程當中，都會運用將使用者處在任一點

座標為 (x, y) 的位置相對使用者位在邊界的位置作個轉換，目的是可以更明顯的看出當細胞涵蓋範圍增加的同時，同頻細胞間干擾的影響程度，這部份的討論會在數值分析結果作詳細的說明。



第五章 數值分析結果與討論

數值分析結果

透過第四章的數學推導式，我們可以將在此章節討論蜂巢式 OFDMA 系統在理想功率控制(ideal power control)下，頻率重複使用係數(Frequency Reuse Factor)、波束個數(Beam Numbers)、涵蓋範圍(Cell Radius)對系統平均容量的影響。

以下我們考慮兩個天線陣列，一為 LES(Linear Equally Spaced)天線陣列，使用無指向性天線(omni-directional antenna)來產生天線場型(antenna pattern)，並且使用的天線個數即為波束個數。而另一組為三角形陣列天線，使用指向性天線來產生天線場型，波束個數也等同於天線個數。以下均採用 QPSK 的調變機制與 1/2 的編碼率。

首先我們先觀察不同的頻率重複使用係數之下，波束個數與系統容量的關係圖，圖(5.1)系列為 LES 陣列的圖形：

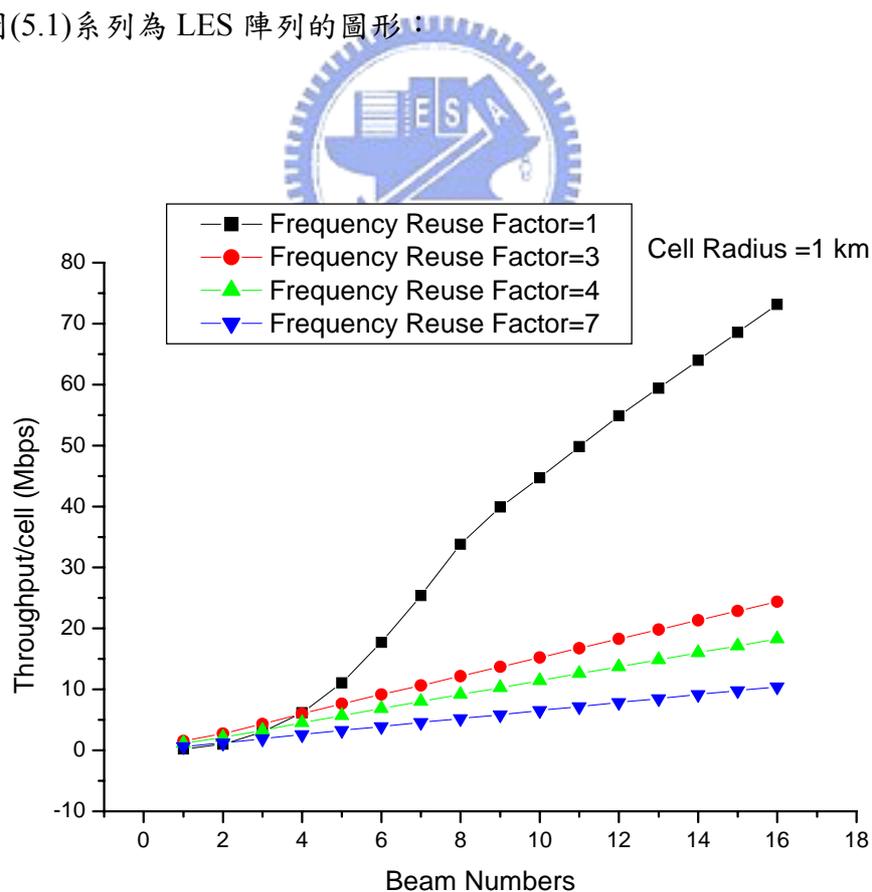


圖 (5.1.1)LES 細胞涵蓋範圍=1 公里

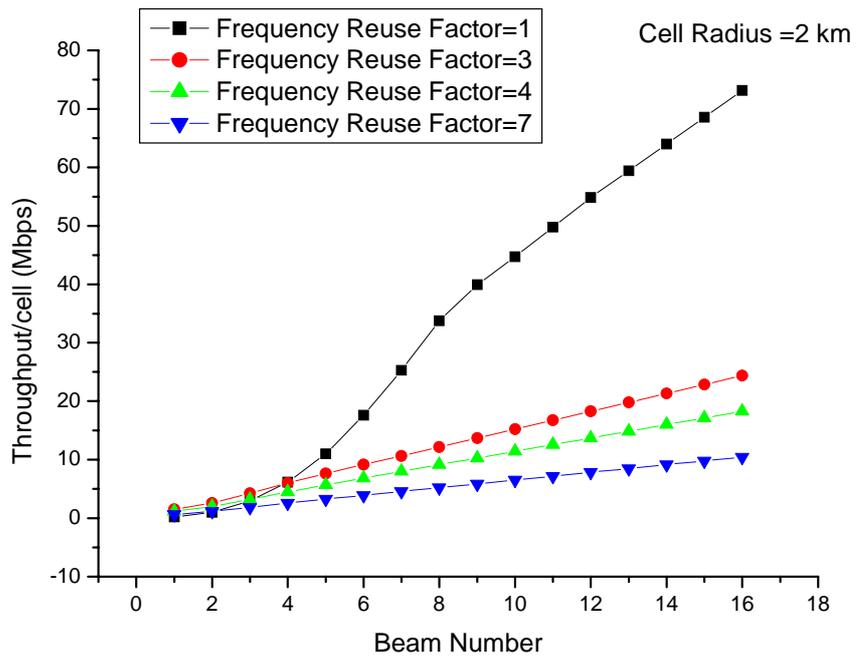


圖 (5.1.2) LES 細胞涵蓋範圍=2 公里

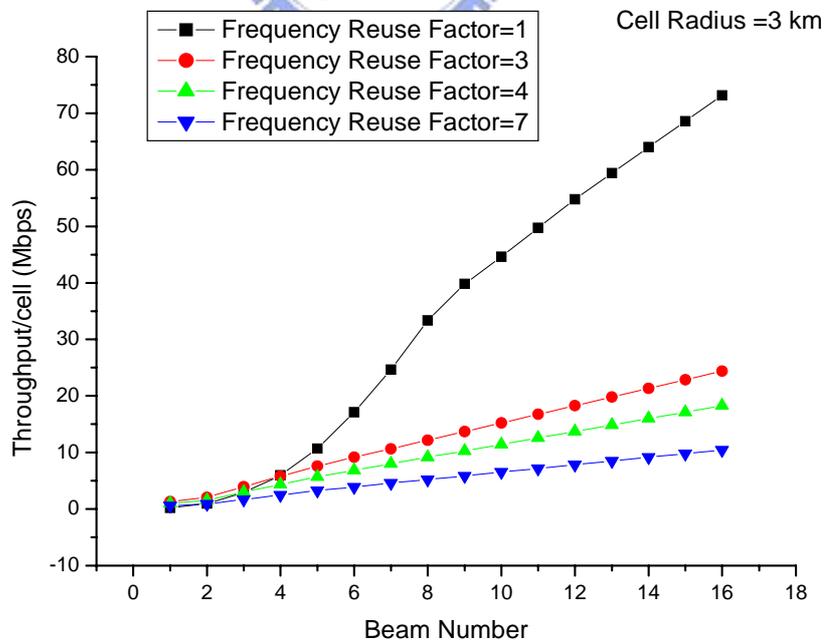


圖 (5.1.3) LES 細胞涵蓋範圍=3 公里

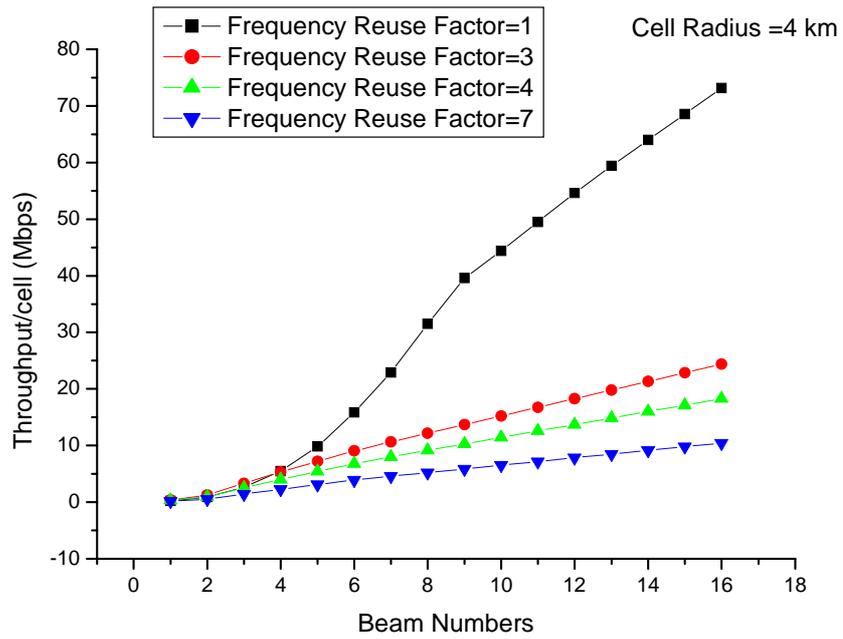


圖 (5.1.4) LES 細胞涵蓋範圍=4 公里

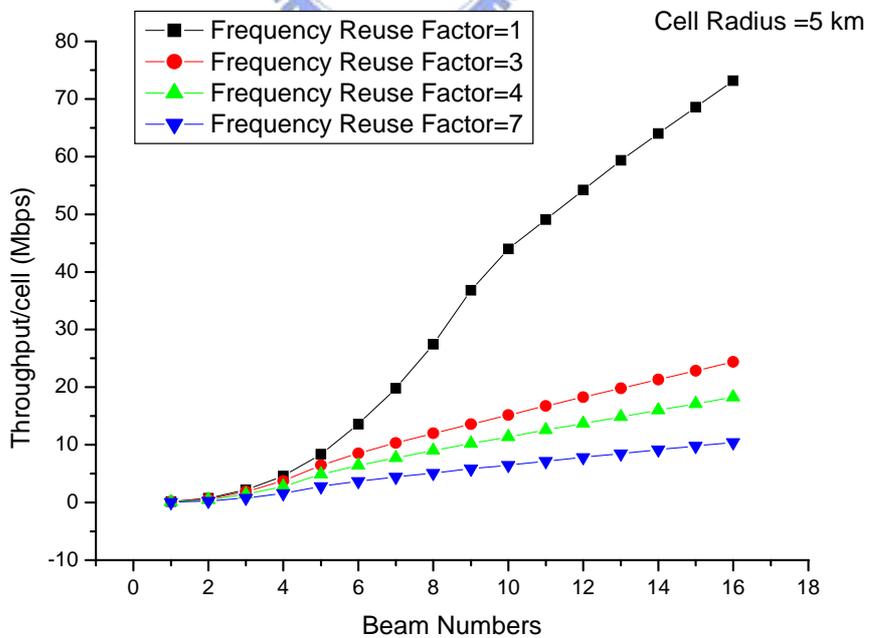


圖 (5.1.5) LES 細胞涵蓋範圍=5 公里

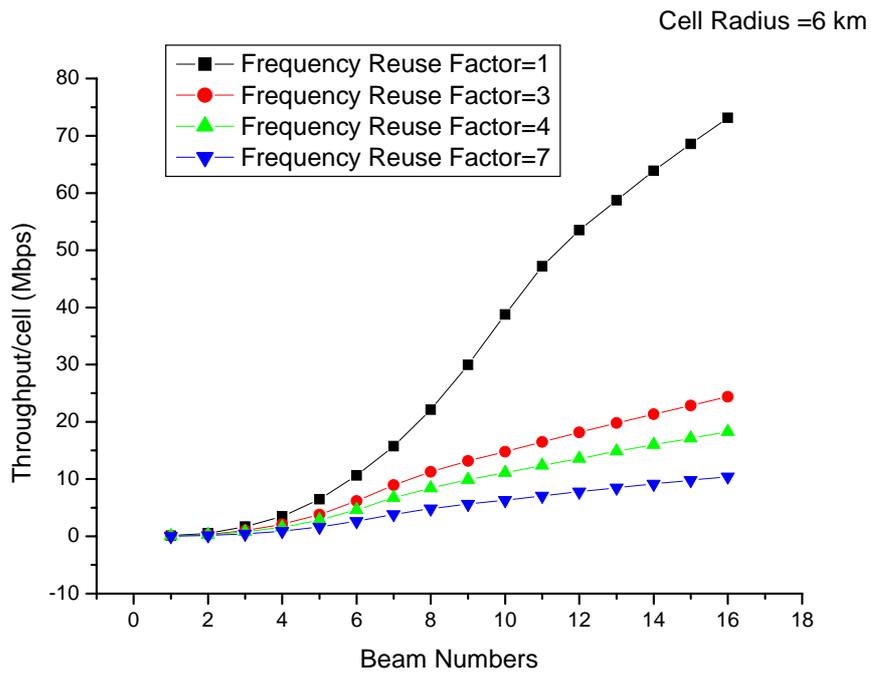


圖 (5.1.6) LES 細胞涵蓋範圍=6 公里

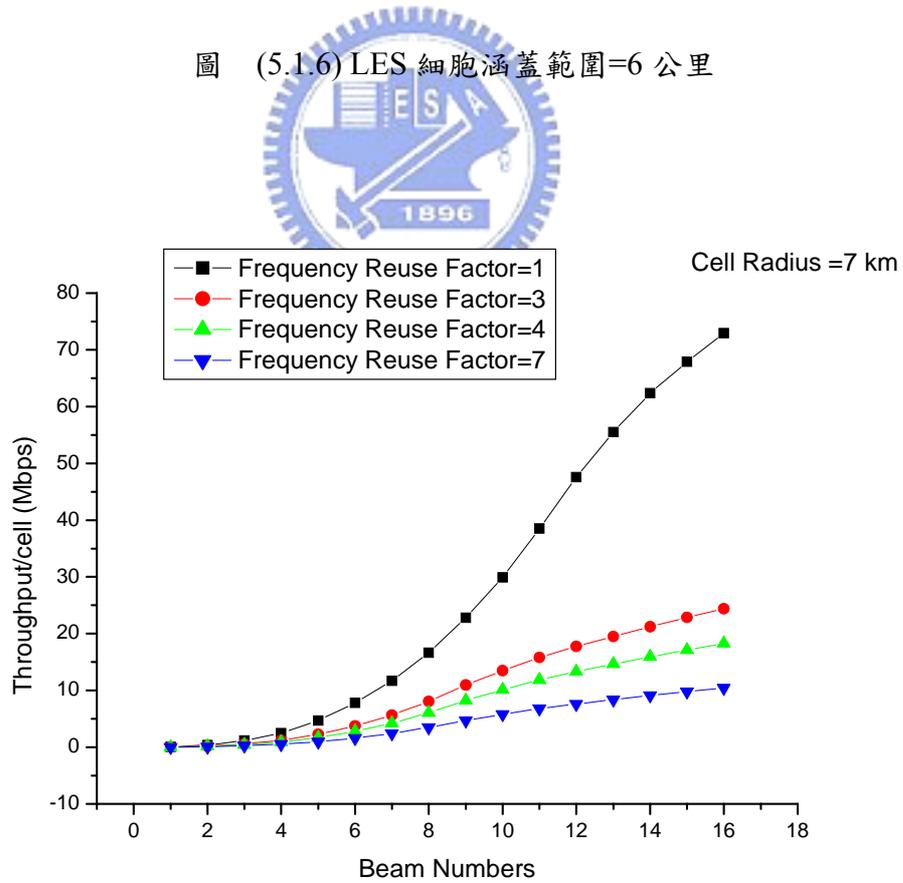


圖 (5.1.7) LES 細胞涵蓋範圍=7 公里

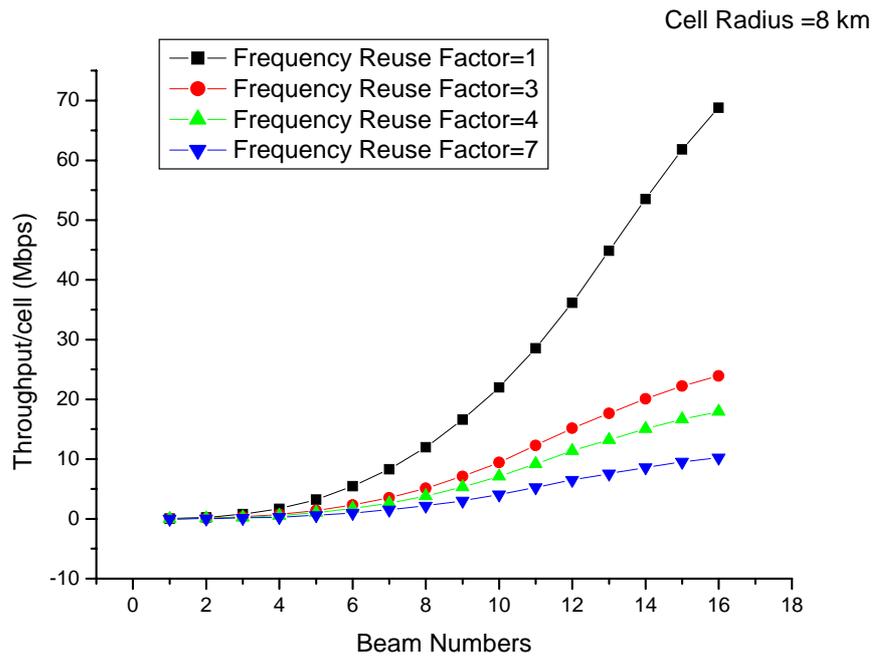


圖 (5.1.8) LES 細胞涵蓋範圍=8 公里

另外三角型陣列在不同的頻率重複使用係數之下，波束個數與系統容量的關係圖，圖(5.2)系列為三角形陣列的圖形：

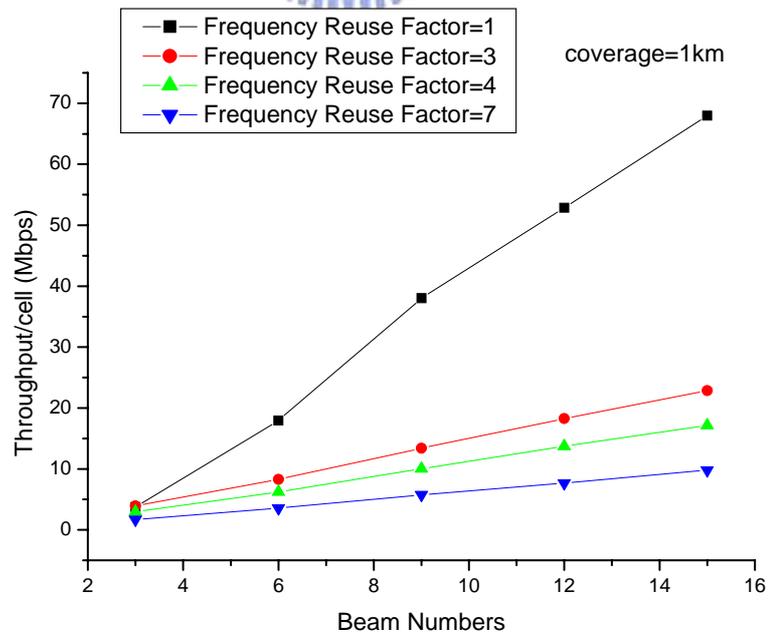


圖 (5.2.1)triangle 細胞涵蓋範圍=1 公里

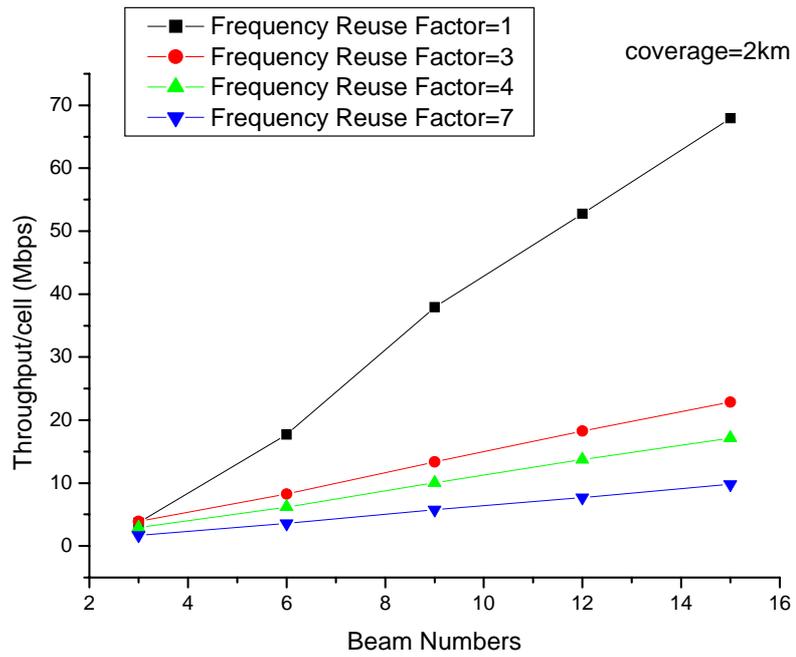


圖 (5.2.2) triangle 細胞涵蓋範圍=2 公里

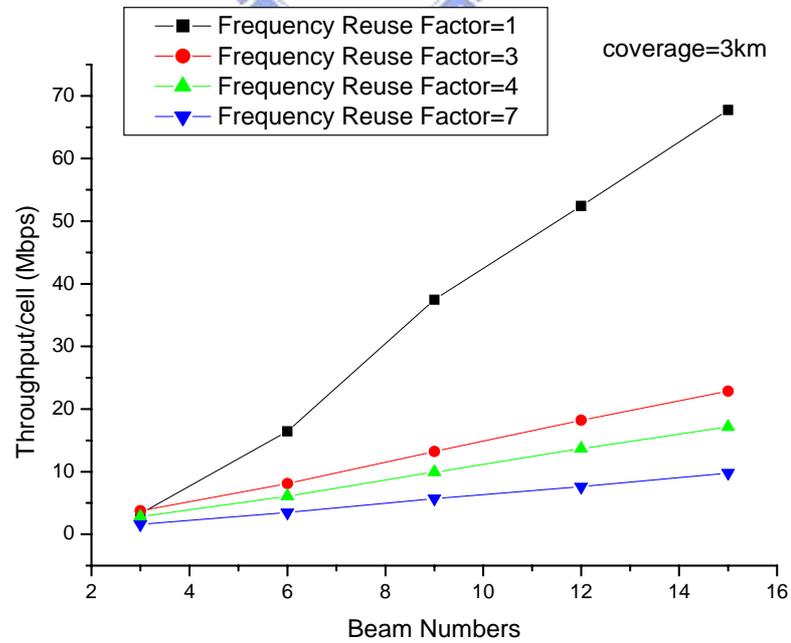


圖 (5.2.3) triangle 細胞涵蓋範圍=3 公里

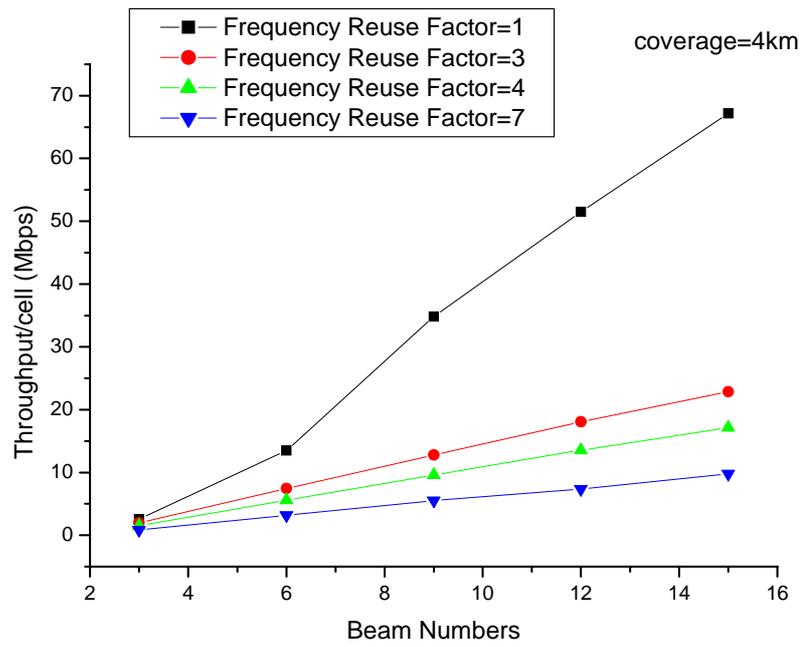


圖 (5.2.4) triangle 細胞涵蓋範圍=4 公里

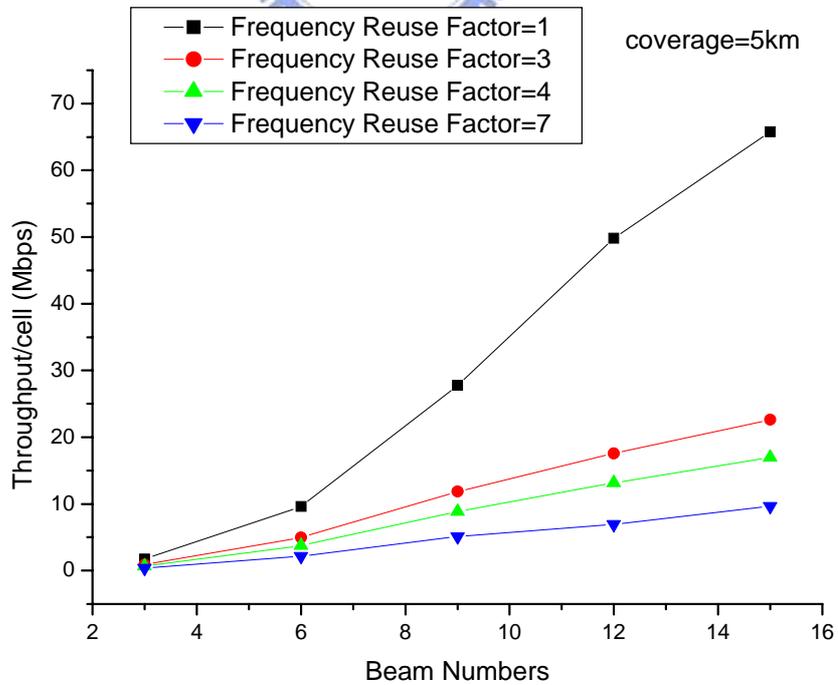


圖 (5.2.5) triangle 細胞涵蓋範圍=5 公里

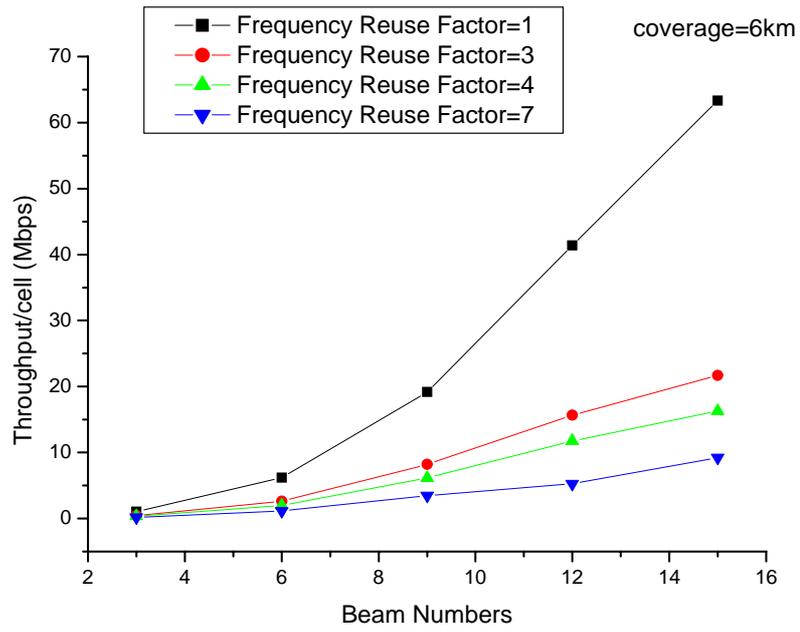


圖 (5.2.6) triangle 細胞涵蓋範圍=6 公里

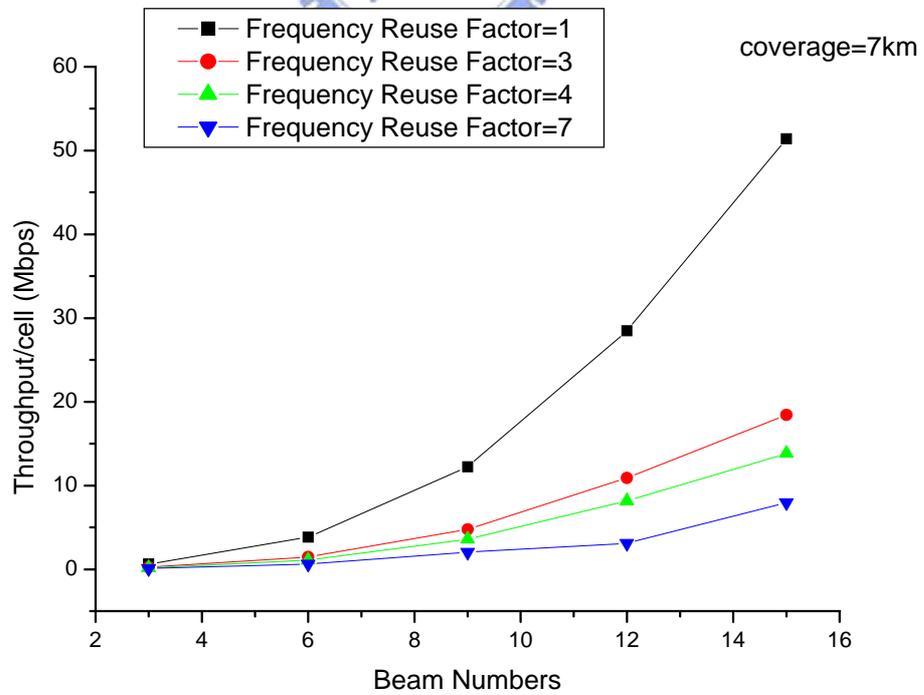


圖 (5.2.7) triangle 細胞涵蓋範圍=7 公里

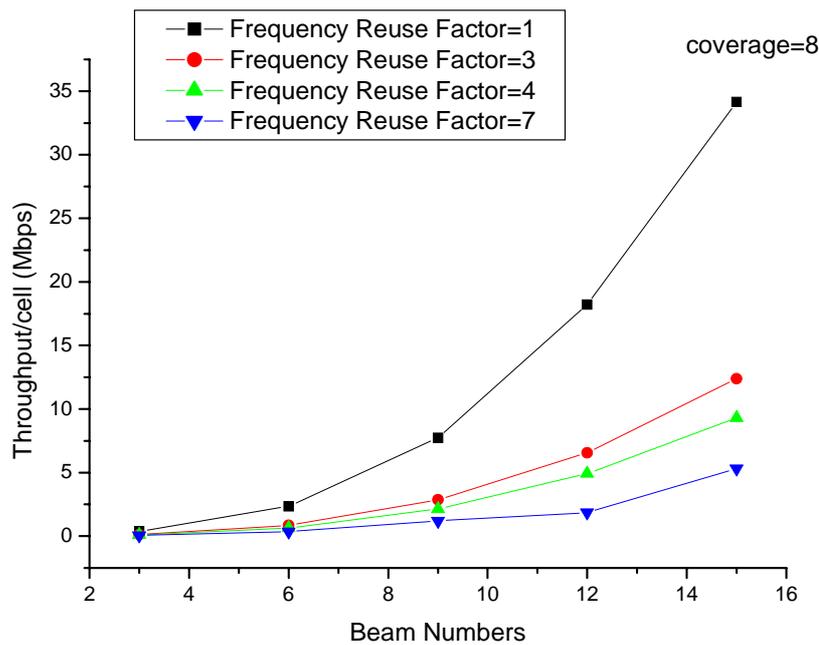


圖 (5.2.8) triangle 細胞涵蓋範圍=8 公里

根據圖(5.1)，圖(5.2)中，可以觀察到兩個現象：

1. 在任何的細胞涵蓋範圍下，頻率重複使用係數為 1 就容量的觀點來看，是較佳的選擇。
2. 系統容量隨著波束個數的增加，也隨之增加。

透過以上兩個現象我們可以推論，雖然採用大於 1 的頻率重複使用係數可以有效降低同頻細胞間干擾的現象；但同時會降低每個細胞可以使用的頻寬範圍，減低集群效率(trunking efficiency)。透過數值分析結果發現，採用大於 1 的頻率重複使用係數在波束個數足夠的情況下，對系統容量造成的傷害大過透過降低同頻細胞間干擾所帶來的好處。

另外我們可以觀察到，頻率重複使用係數為 1 的好處在波束個數越高的情況下好處越明顯，原因是因為影響系統容量的因素除了同頻細胞間的干擾之外，還有同細胞間扇區之間的干擾與雜訊的影響，當波束個數增加的同時，表示同頻細胞間的同頻干擾越不明顯，同細胞間扇區之間的干擾與雜訊成為主要影響系統容量的參數，而這兩個參數與頻率重複使用係數並無相關性。換言之，當波束個數越高時，不同同頻係數之間，細胞內同細胞間扇區之間的干擾與雜訊的量越接近，訊號雜訊比相近的情況下，重覆使用係數為 1 所帶來集群效率(trunking efficiency)，也就是細胞內系統頻寬較高對系統容量帶來的好處就越明顯。

接著我們觀察不同的波束個數之下，細胞涵蓋範圍與系統容量的關係圖，圖(5.3)為 LES 陣列的圖形：

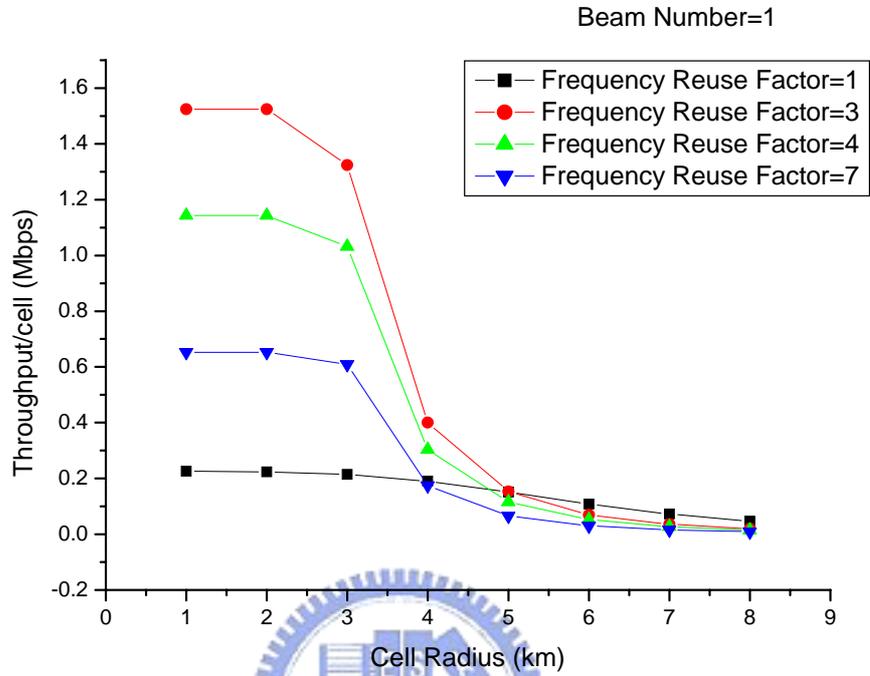


圖 (5.3.1) LES 波束個數 = 1

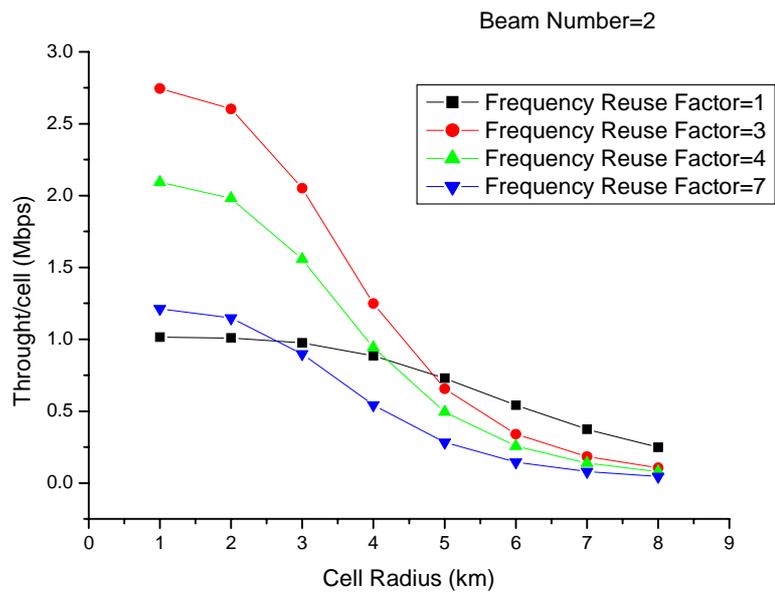


圖 (5.3.2) LES 波束個數 = 2

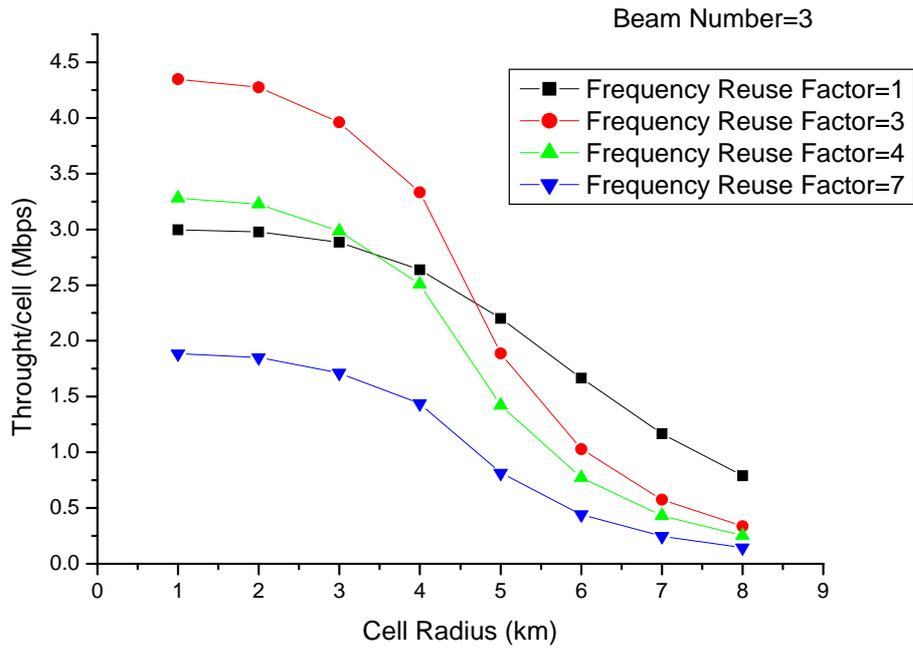


圖 (5.3.3) LES 波束個數 = 3

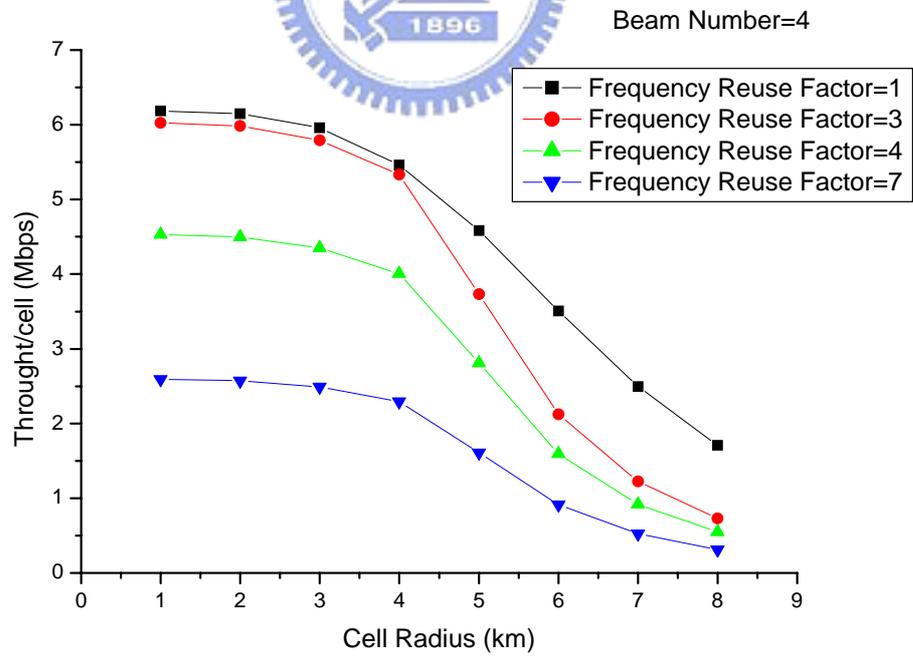


圖 (5.3.4) LES 波束個數 = 4

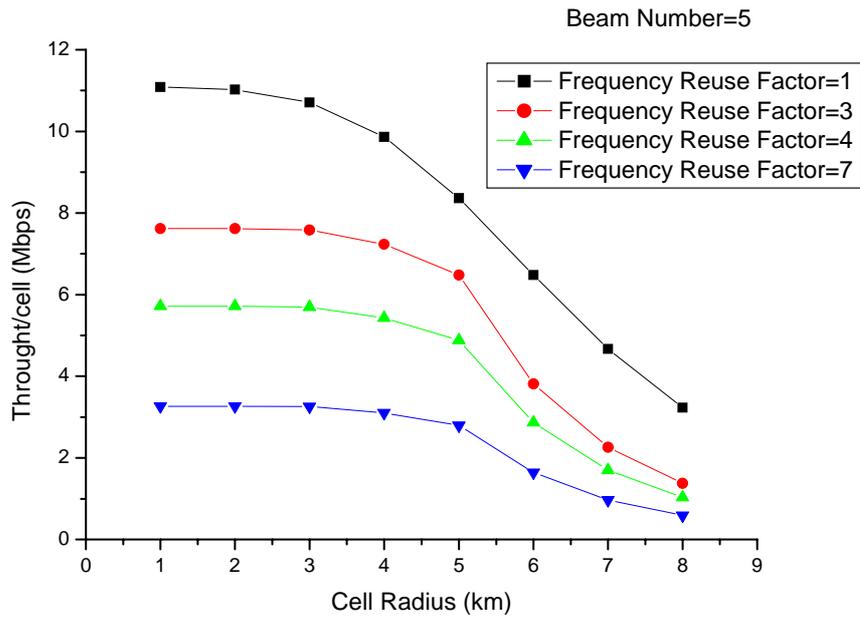


圖 (5.3.5) LES 波束個數 = 5

圖(5.4) 為三角天線陣列，觀察不同的波束個數之下，細胞涵蓋範圍與系統容量的關係圖：

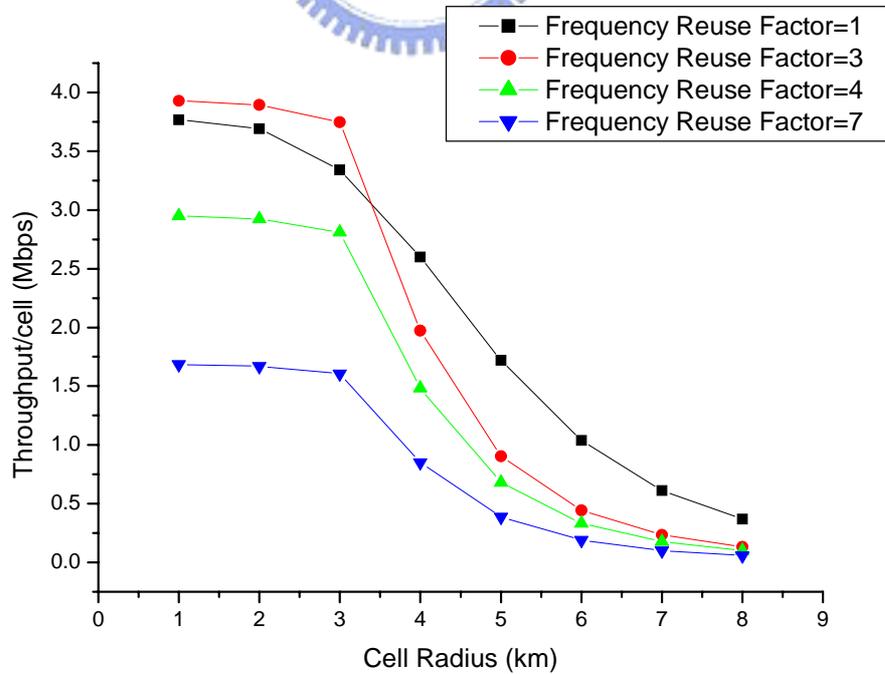


圖 (5.4.1) triangle 波束個數 = 3 (每邊波束個數=1)

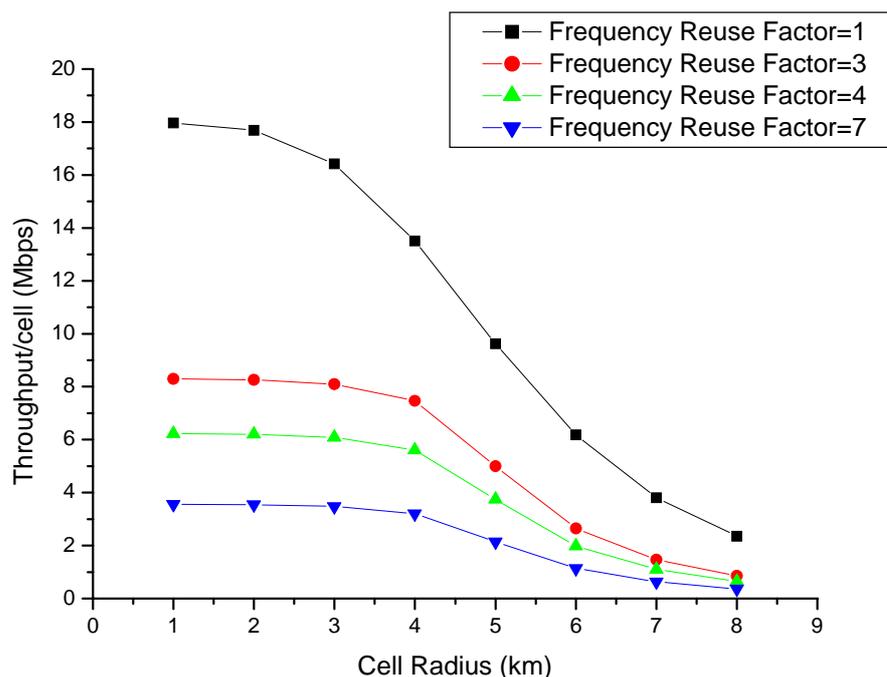


圖 (5.4.2) triangle 波束個數 = 6 (每邊波束個數=2)

透過圖(5.3)與(5.4)系列我們可以觀察到一個現象就是頻率重複使用係數為 1 擁有較大系統容量的結果並非在任一波束個數下都成立。以 LES 為例，至少需要使用 4 個波束個數以上這樣的結論才成立；而三角天線陣列則是要 6 個總波束以上才有以上的結論。

原因可以是因為波束使用個數不夠多的情況下，對於降低同頻細胞干擾的幫助有限，此時透過增加頻率重複使用係數來降低同頻干擾的程度遠高於透過波束在空間上過濾同頻干擾。而且對系統容量所帶來的幫助高過細胞頻寬下降造成集群效率降低所帶來的傷害。因此在波束個數不夠多的情況下，必須透過增加頻率重複使用係數來增加系統容量。

另外我們可以觀察圖(5.3.1)在涵蓋範圍 4 公里之內，此時平均接收到的訊號功率較強，相對雜訊的干擾對系統的影響較小；同時細胞間干擾在不同的頻率重複使用係數下均相同，因此此時細胞容量為同頻細胞間干擾為主要因素，因此透過增加頻率重複使用係數對系統容量的改善高過細胞頻寬下降造成集群效率降低所帶來的傷害。但超過 4 公里此時平均接收到的訊號功率較小，雜訊干擾的影響漸漸成為主要影響系統容量的因素，因此透過增加頻率重複使用係數對系統容量的改善低過細胞頻寬下降造成集群效率降低所帶來的傷害。

接下來我們觀察在頻率重複使用係數固定的情況下，不同的波束個數其細胞涵蓋範圍與系統容量的關係圖，圖(5.5)系列表示 LES 天線陣列：

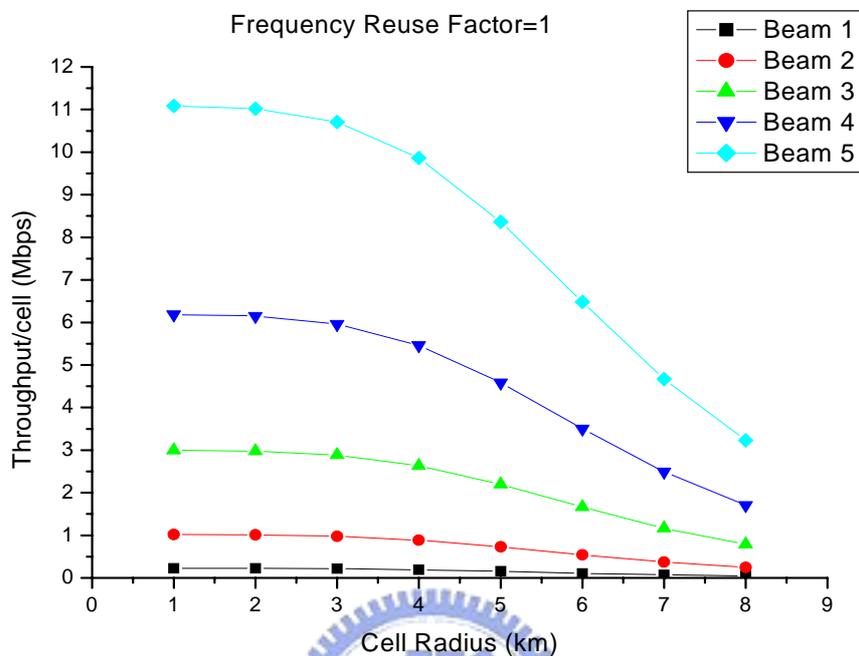


圖 (5.5.1) LES 波束個數 = 1~5 (RF=1)

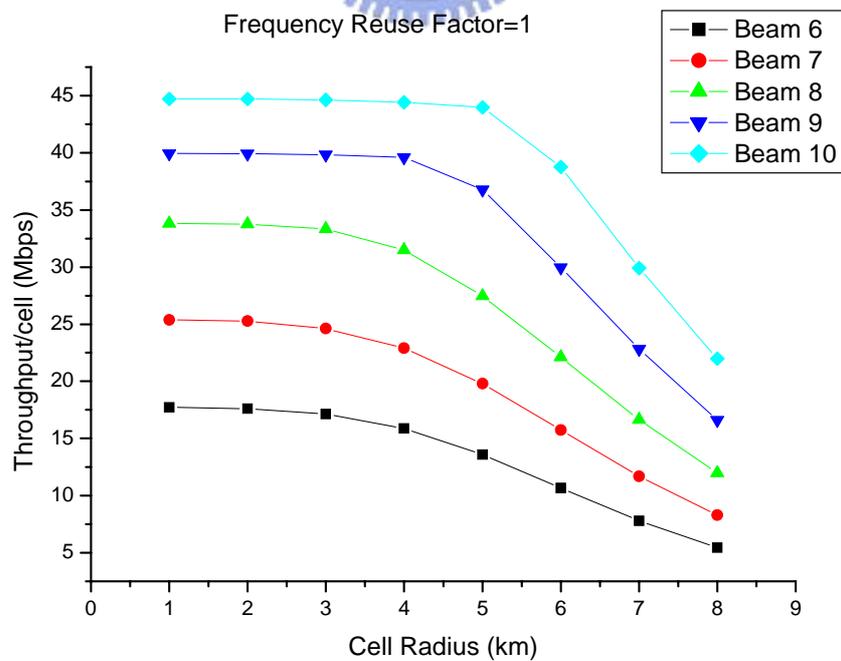


圖 (5.5.2) LES 波束個數 = 6~10 (RF=1)

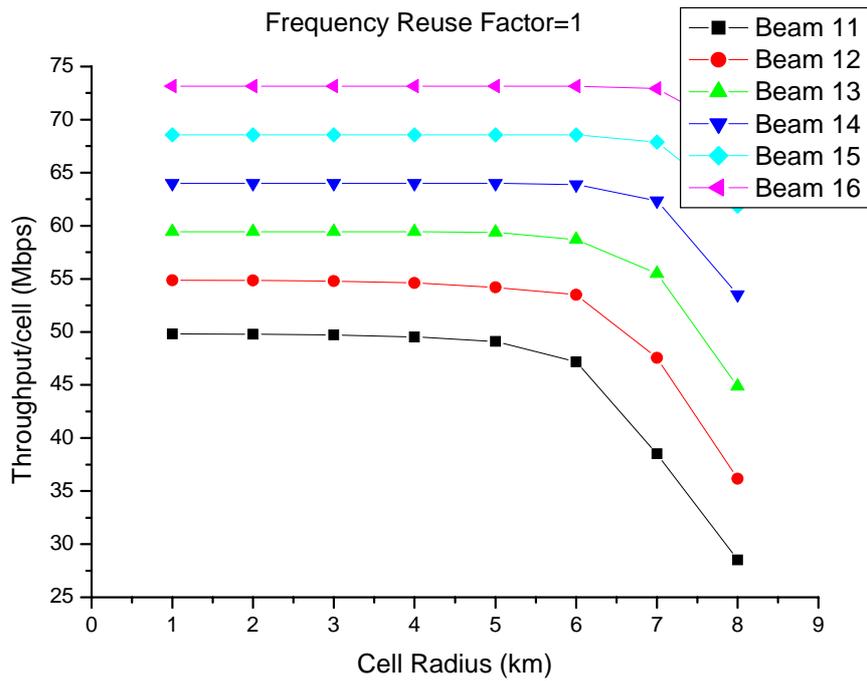


圖 (5.5.3) LES 波束個數 = 11~16 (RF=1)

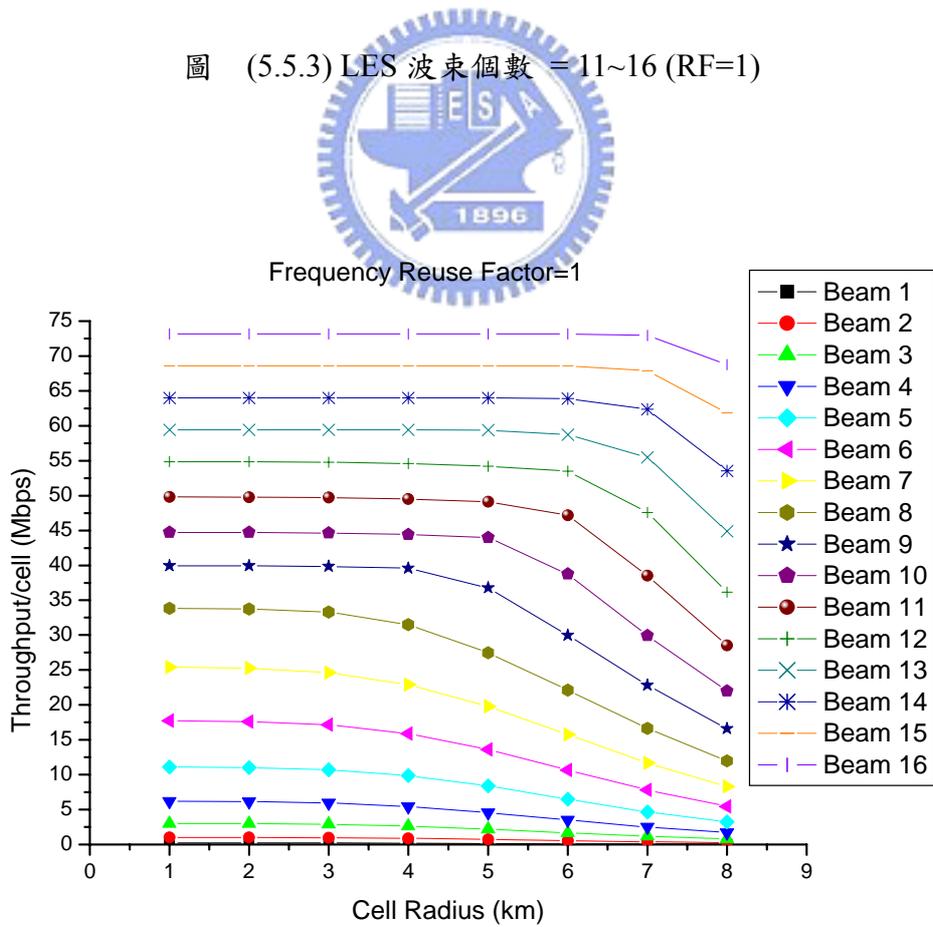


圖 (5.5.4) LES 波束個數 = 1~16 (RF=1)

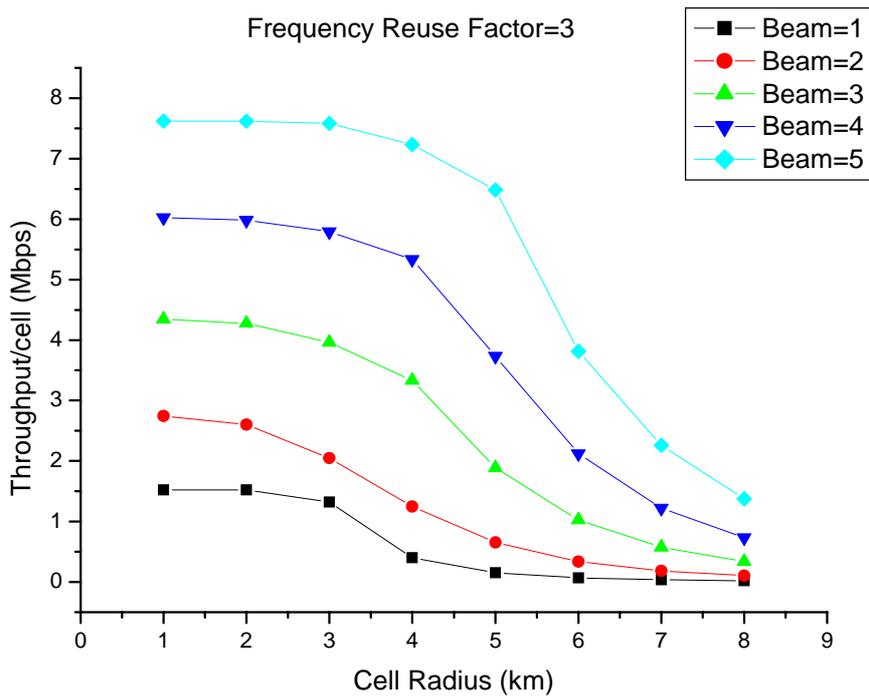


圖 (5.5.5) LES 波束個數 = 1~5 (RF=3)

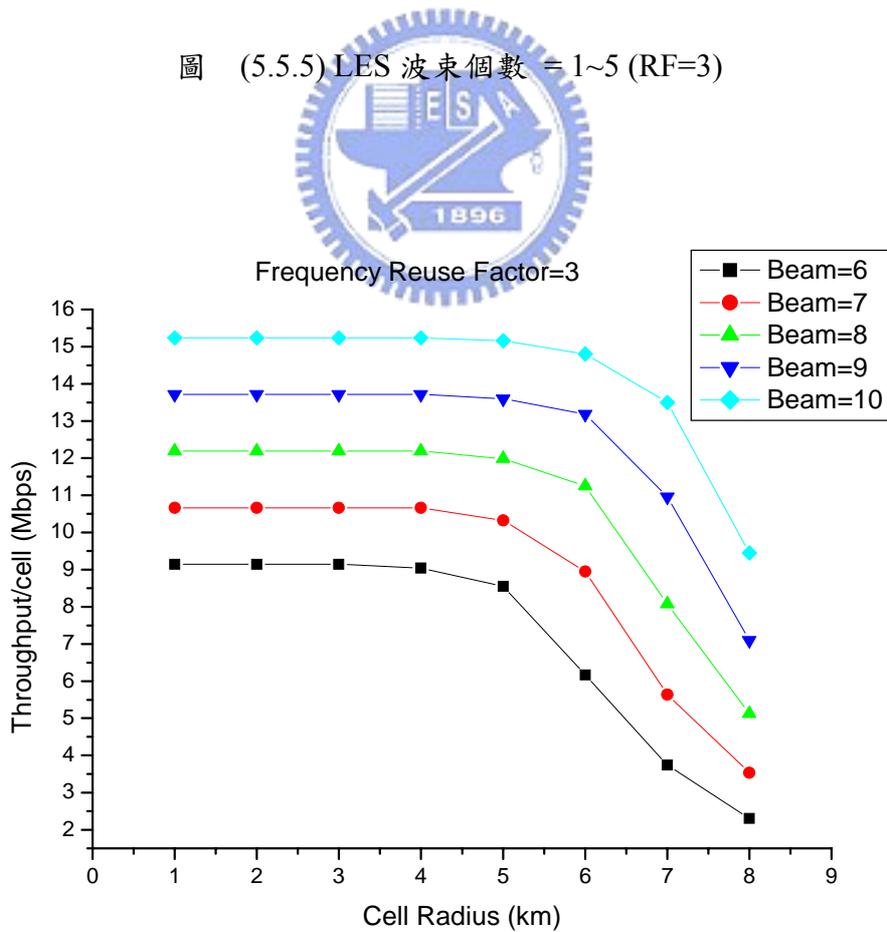


圖 (5.5.6) LES 波束個數 = 6~10 (RF=3)

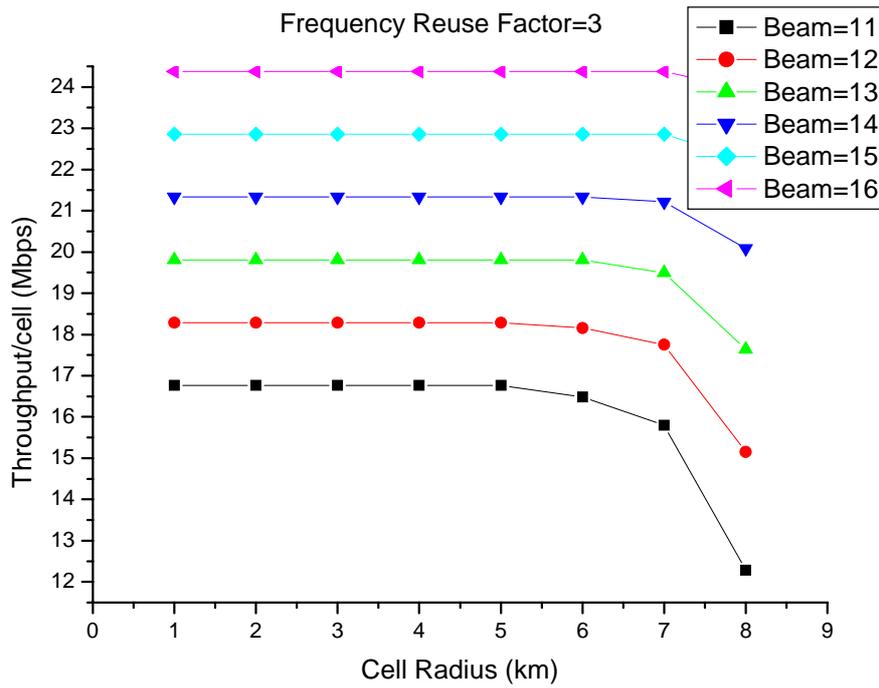


圖 (5.5.7)LES 波束個數 = 11~16 (RF=3)

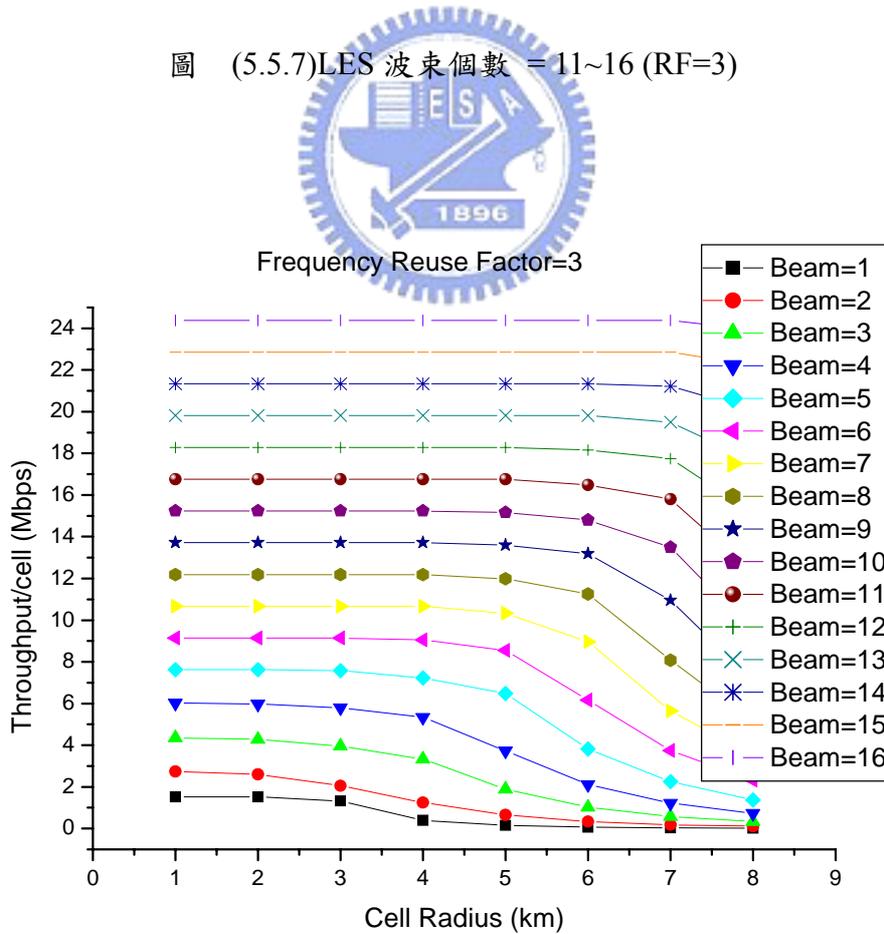


圖 (5.5.8)LES 波束個數 = 1~16 (RF=3)

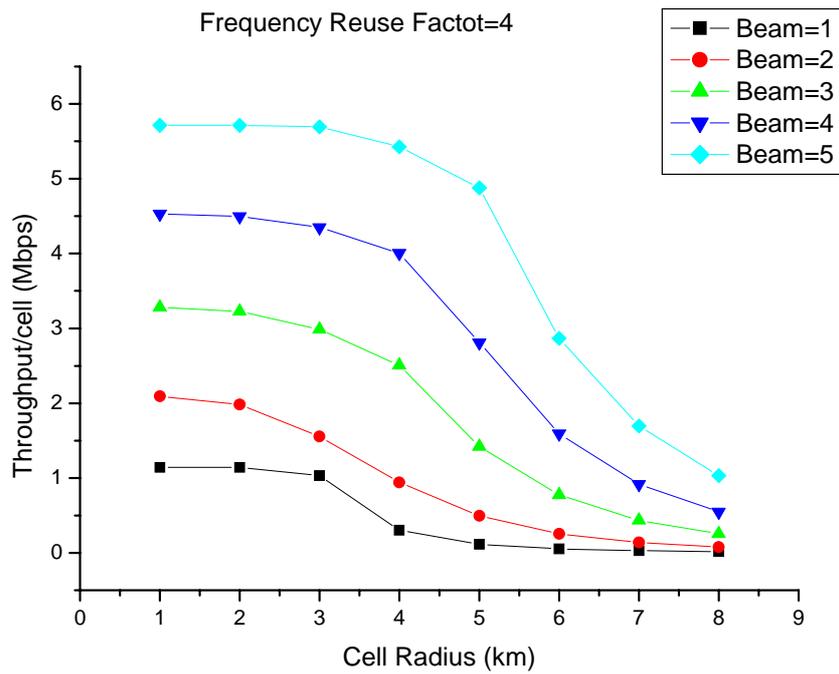


圖 (5.5.9) LES 波束個數 = 1~5 (RF=4)

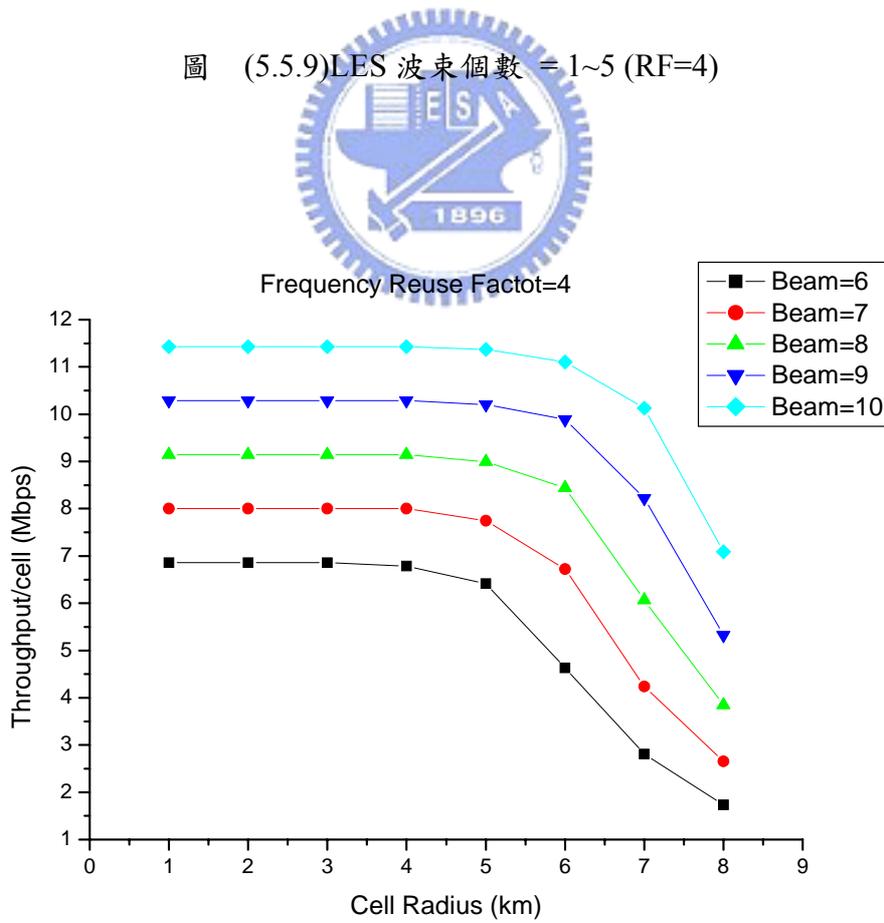


圖 (5.5.10) LES 波束個數 = 6~10 (RF=4)

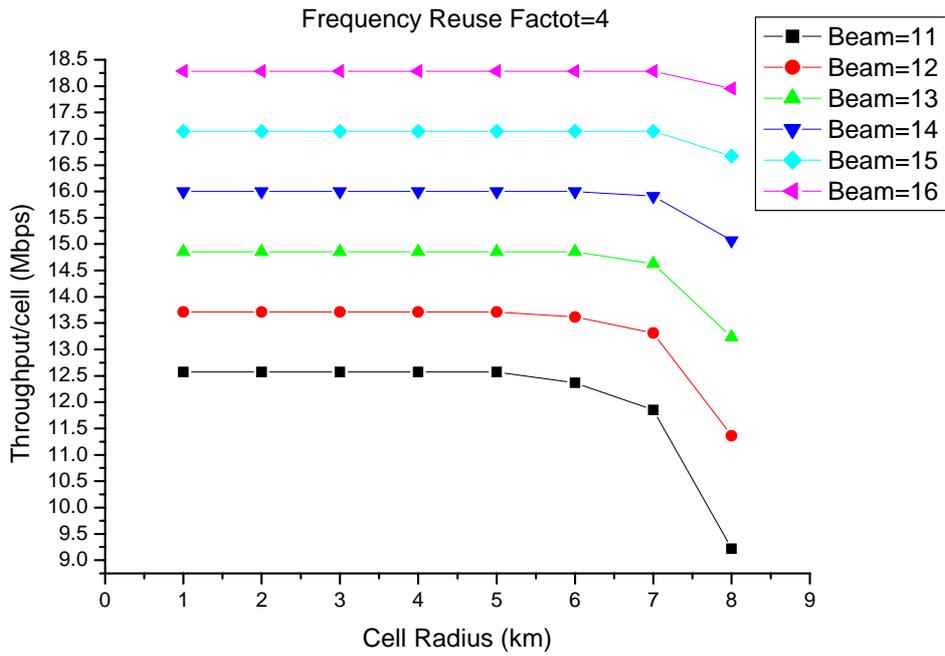


圖 (5.5.11)LES 波束個數 = 11~16 (RF=4)

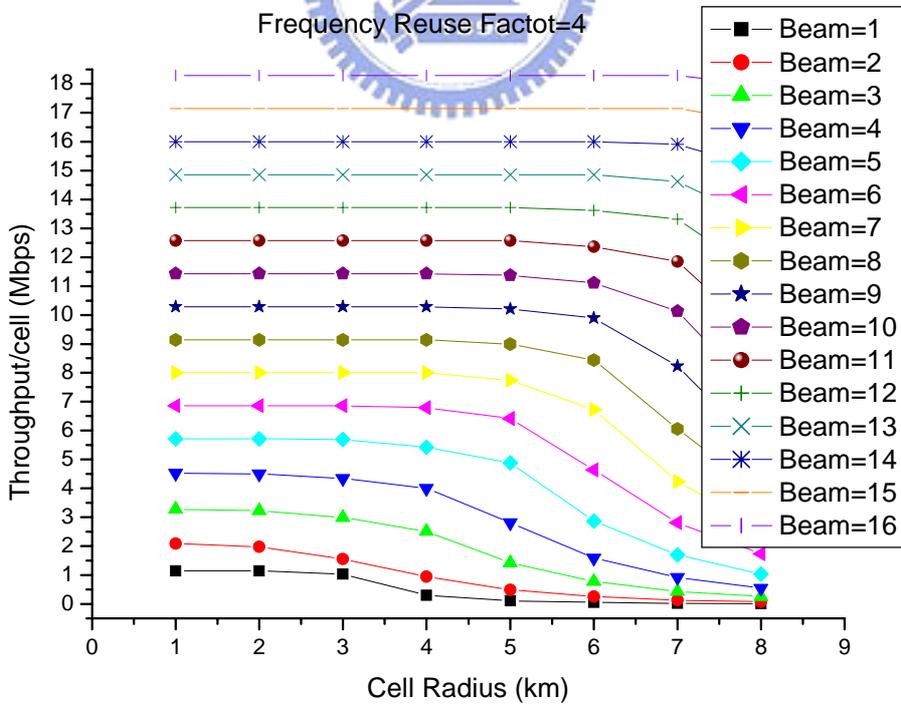


圖 (5.5.12)LES 波束個數 = 1~16 (RF=4)

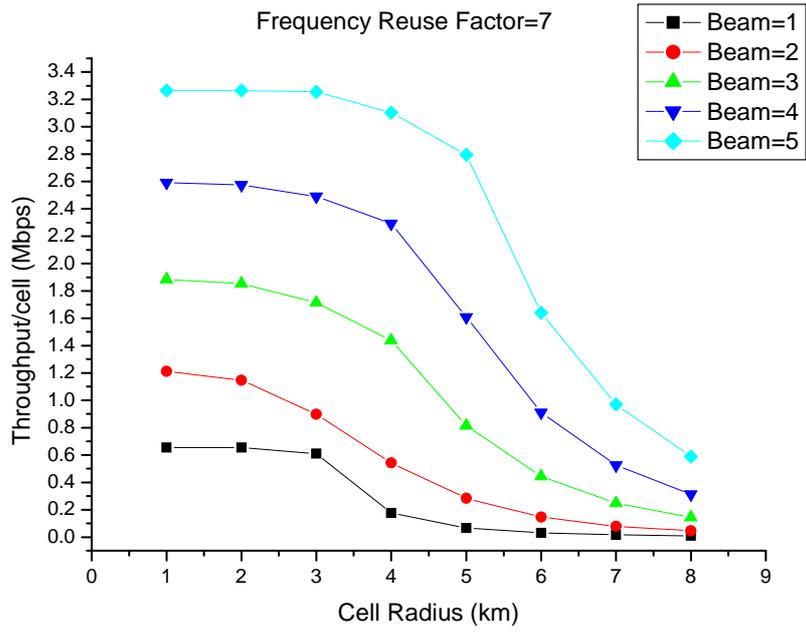


圖 (5.5.13)LES 波束個數 = 1~5 (RF=7)

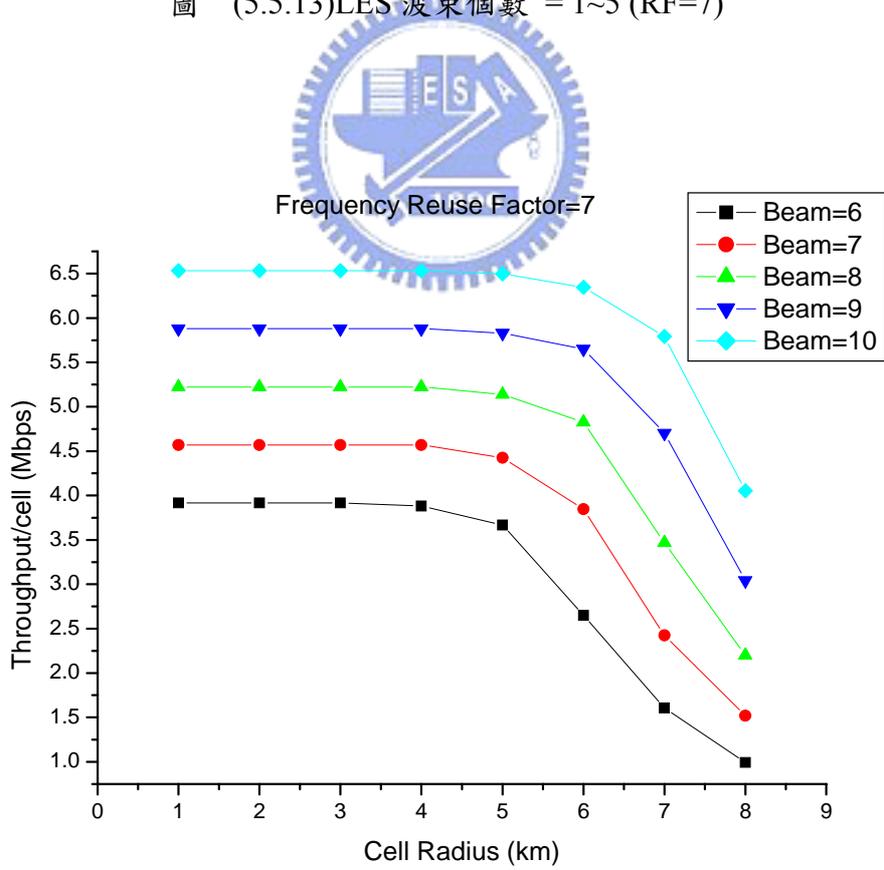


圖 (5.5.14)LES 波束個數 = 6~10 (RF=7)

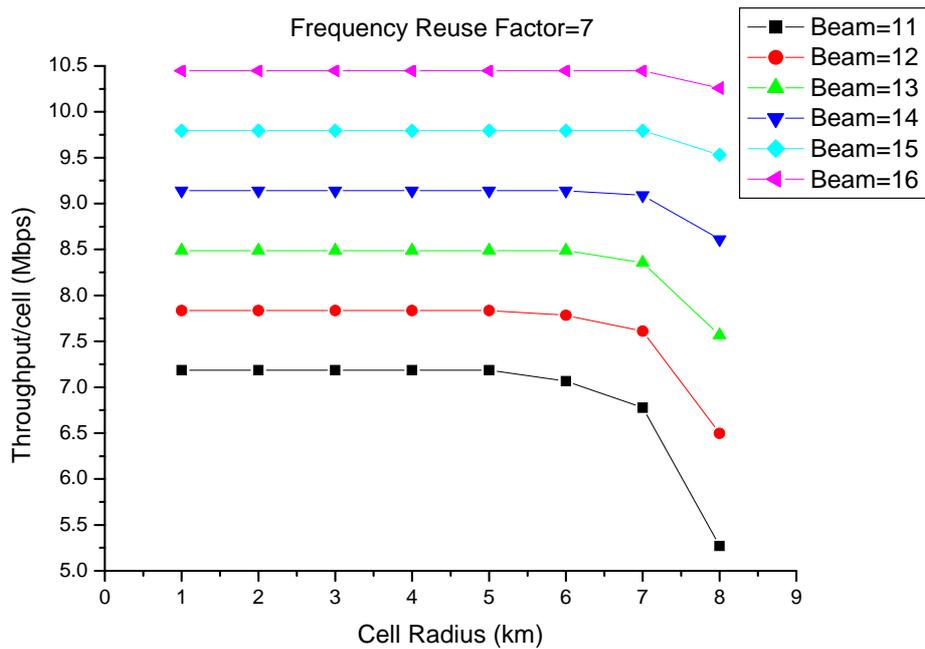


圖 (5.5.15) LES 波束個數 = 11~16 (RF=7)

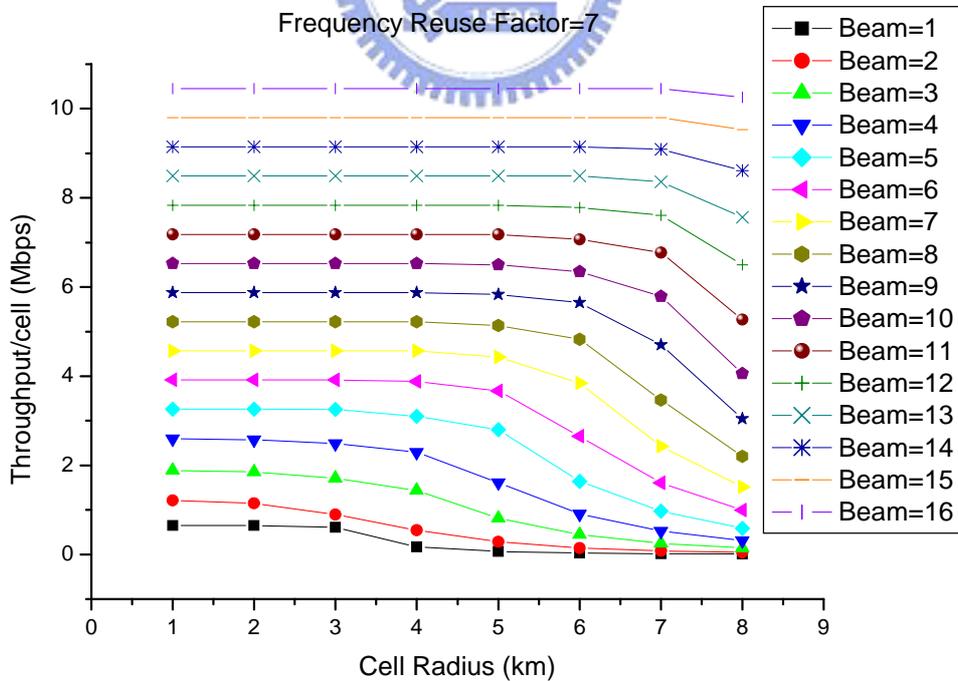


圖 (5.5.16) LES 波束個數 = 1~16 (RF=7)

透過圖(5.5)系列，固定頻率重複使用係數，觀察不同的波束個數下，其涵蓋範圍與系統容量的關係。可以發現當細胞涵蓋範圍增加的時候，系統的容量會也隨之下降。原因是因為使用者平均接收到的訊號功率下降了，由第四章針對干擾係數(F-factor)分析中，考慮使用者均勻分布在有使用扇區架構的蜂巢式系統中，如下式(5.1):

$$F_{\text{uniform,beamforming}} = GR_{j,\text{intra,uniform}} + \frac{\sum_q \omega_{j,\text{uniform,beamforming}}^q \cdot \chi_q + \beta_{j,\text{uniform,beamforming}} \cdot \frac{N}{P_0(j) \cdot R^{-l}}}{\chi_0} \quad \text{式(5.1)}$$

可以發現同頻干擾(intra_cell interference 和 inter_cell interference)訊號強度的比值，與細胞涵蓋範圍並沒有相關性，而與熱雜訊訊號強度比有關係。當細胞涵蓋範圍增加的時候，使用者平均接收到的信號功率下降，在熱雜訊強度不隨涵蓋範圍而改變的情況下，會造成熱雜訊訊強度的比例上升，造成系統容量的下降。

另一個有趣的現象就是在波束個數多的情況下，系統容量隨著細胞涵蓋範圍增加而下降的趨勢，一直到特定的距離才顯示出來，在此距離之前，系統的容量並不隨著涵蓋範圍增加而減少。例如圖(5.5.14)中，波束個數為 10 的曲線在涵蓋範圍為五公里之前都是幾乎水平，超過五公里之後才有開始往下降的幅度。這樣的現象在波束個數越多的情況下，此特定距離會隨之增加，如圖(5.5.15)中波束個數為 14~16 的情況此特定距離為七公里，超過七公里之後才有開始往下降的幅度。

原因是因為熱雜訊訊強度的比例中 $\beta_{j,\text{uniform,beamforming}}$ 的值是天線增益倒數的平均值(參考式(4.13c))，換言之，系統的平均天線增益越大， $\beta_{j,\text{uniform,beamforming}}$ 越小。所以在波束個數少的情況下， $\beta_{j,\text{uniform,beamforming}}$ 較大，隨著細胞涵蓋範圍的增加熱雜訊訊強度的比例變動也較大，所以反映在容量的下降趨勢上較明顯。

而在波束個數高的情況下， $\beta_{j,\text{uniform,beamforming}}$ 較小，反映在細胞涵蓋範圍的增加造成熱雜訊訊強度的比例變動幅度也較小；同時因為波束個數高也造成同頻細胞間干擾大幅下降，使得干擾係數(F-factor)的值很小，反映在系統容量上有可能造成平均可使用子通道個數超過系統規劃的子通道個數，換句話說，傳送功率

還有剩的情況下，子通道個數已經用完了，於是平均可使用的子通道數便被限制在系統規劃的子通道個數，如式(4.6)中所反映的現象。因此以圖(5.5.14)中，波束個數為 10 的曲線在涵蓋範圍為五公里之前都是幾乎水平的原因，是因為在五公里之前，干擾係數(F-factor)的值都很小，都有平均可使用的子通道數被限制在系統規劃的子通道個數的現象，所以系統容量維持一致，直到超過五公里之後才開始反應系統容量下降的趨勢。而波束個數越高，同樣涵蓋範圍下干擾係數(F-factor)的值越小，所以此特定距離也拉大了。

從另一個角度來思考，當波束個數越多的時候，系統的容量會受限於系統所規劃的總子通道數，換句話說，此系統所規劃的總子通道數應該可以支援更大的系統涵蓋範圍。相對於波束個數較小的情況，在同樣的系統容量上，波束個數較多的情況可以支援更高的涵蓋範圍，以避免受限於總子通道數的情況發生，浪費了系統所規劃的功率上限。



第六章 結論與未來工作展望

此研究論文提供一個蜂巢式 OFDMA 系統下的容量分析工具，在不同的天線陣列下產生的波束場型、不同的波束個數(扇形個數)、頻率重複使用係數、不同的細胞涵蓋範圍之下，考慮上述的影響，計算出系統平均可以提供的容量。對於系統供應商來說，在有限的頻寬之下，希望可以用最經濟的方式來滿足使用者的服務需求，以達到最大的經濟效益。本文提出的容量分析工具可以提供給系統供應商在佈建 OFDMA 系統的網路時一個參考的依據。

而在數值分析結果討論中也各自說明了上述參數對系統容量影響的程度，並且也證明了頻率重複使用係數為 1 以系統容量的觀點來看，在 OFDMA 系統中不但是可行也是較佳的選擇，也達到了最佳的集群效率與實現軟性換手技術在 OFDMA 系統的可能性。

此研究討論下鏈路的容量分析，未來希望可以延伸到上鏈路的容量分析，討論蜂巢式 OFDMA 系統下，不同的天線陣列所產生的波束場型、不同的波束個數(扇形個數)、頻率重複使用係數、不同的細胞涵蓋範圍之下，上鏈路平均可以提供的系統容量。另外也可以延伸此分析工具去設計智慧型天線系統下不同的天線陣列或天線結構所產生的波束場型，以更有效的對抗同頻干擾，來進一步提升系統的容量。

附錄

Appendix A

針對在 OFDMA 系統下採用”分散式子通道形成方式—置換式子載波模式”所達到的平均同頻干擾功率的效果可以透過機率分析的方式來驗證：

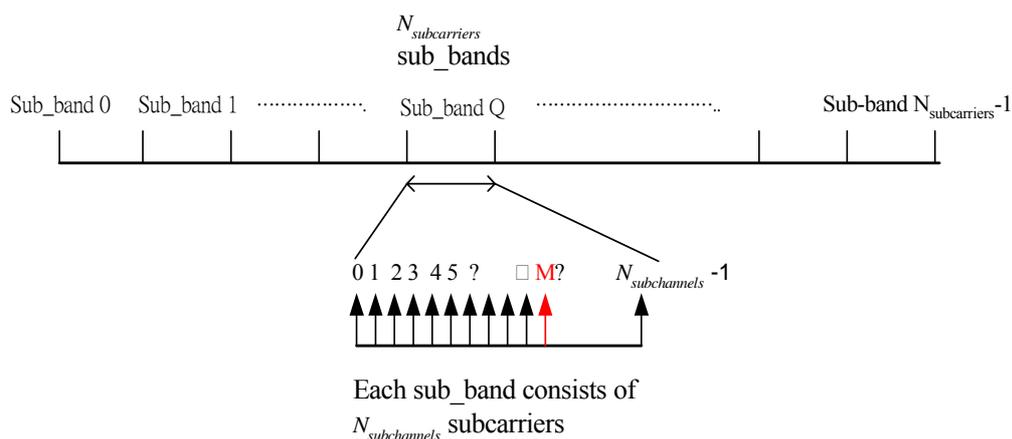
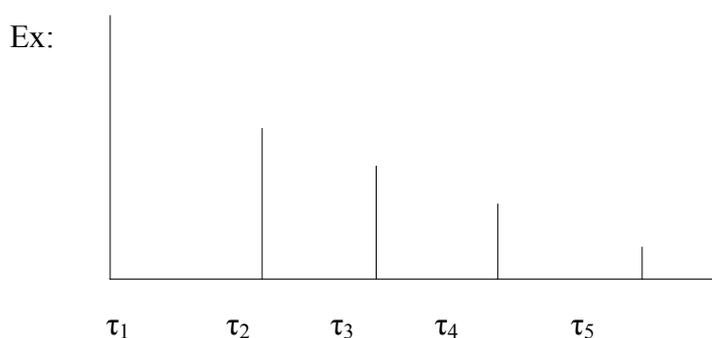


圖 分散式子通道形成方式—置換式子載波模式實現示意圖

觀察第 Q 個子頻寬內第 M 根子載波被分配給第 i 個子通道在主細胞中所感受到的平均同頻干擾量。

在討論平均同頻干擾量之前，先觀察一個多路徑環境的統計特性(multipath environment)：



由於每個路徑 h_n 都是平均為零的複數高斯分佈(zero mean Complex Gaussian)，觀察子載波 k 其頻域上面的通道響應 H_k ：

$$H_k = \sum_{n=0}^{N_{FFT}-1} h_n \cdot e^{-j \frac{2\pi kn}{N_{FFT}}}$$

由上式可知 H_k 也是一個平均為零的複數高斯分佈， $|H_k|^2$ 即為一個 chi-平方分佈的隨機變數且其機率密度函數(probability density function)與子載波位置無關 (independent of k)，所以 $E[|H_k|^2] = E[|H|^2]$ 在不同子載波上一致。

$P_{j,k,Q}(x_{j,k,Q}) = T_{j,k,Q} \cdot |H_{x_{j,k,Q}}|^2$ 定義為接收端觀察到第 j 個細胞內第 k 個子通道在第 Q 個子頻寬內選擇編號 $x_{j,k,Q}$ 的子載波上接收到的功率。探討在接收端觀察同一個訊號在同一個子頻寬中，選擇不同的子載波傳送時，其平均接收功率：

$$T_{j,k,Q} \cdot \text{AVG} \left[|H_{x_{j,k,Q}}|^2 \right] \cong T_{j,k,Q} \cdot E \left[|H_{x_{j,k,Q}}|^2 \right] = T_{j,k,Q} \cdot E \left[|H|^2 \right] = P_{j,k,Q}$$

所以傳送端在同一子頻寬中，選擇不同的子載波傳送訊號，在傳送功率不變的前提下，其平均接收功率相同。

在主細胞內第 i 個子通道觀察在第 Q 個子頻寬中編號為 M 的子載波上的接收功率定義為 $I_{0,i,Q}(M)$ ：

$$I_{0,i,Q}(M) = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^{K_j} P_{j,k,Q} \cdot \lambda_{j,k,Q,M}(x_{j,k,Q})$$

其中 $\lambda_{j,k,Q,M}(x_{j,k,Q})$ 定義為第 j 個細胞內第 k 個子通道在第 Q 個子頻寬內選擇編號為 $x_{j,k,Q}$ 的子載波傳送訊號時，對第 M 個子載波影響的功率比。

當接收端接收到的訊號沒有超過保護區間(guard interval)時：

$$\begin{cases} \lambda_{j,k,Q,M}(x_{j,k,Q}) = 1, & x_{j,k,Q} = M \\ \lambda_{j,k,Q,M}(x_{j,k,Q}) = 0, & x_{j,k,Q} \neq M \end{cases}$$

而當接收端接收到的訊號超過保護區間時，子載波上的功率會有溢散的現象：

$$\begin{cases} \lambda_{j,k,Q,M}(x_{j,k,Q}) < 1, & x_{j,k,Q} = M \\ \lambda_{j,k,Q,M}(x_{j,k,Q}) > 0, & x_{j,k,Q} \neq M \end{cases}$$

但根據計算模擬的結果發現，溢散的功率相當小，超過 95% 以上的功率還是會集中在該子載波上，因此 $\lambda_{j,k,Q,M}(x_{j,k,Q})$ 的函數值還是可以適用在訊號無超過保護區間的情況。

由於 $x_{j,k,Q}$ 是一個 i.i.d 的均勻分布隨機變數 (uniformly distributed random variable)，分佈範圍在 $[0, 1, 2, \dots, N_{\text{subchannels}} - 1]$ 之內，所以其機率密度函數

$$\text{Prob}(x_{j,k,Q} = 0, 1, 2, \dots, N_{\text{subchannels}} - 1) = \frac{1}{N_{\text{subchannels}}}$$

所以根據均勻分佈隨機變數的機率模型，可以計算平均同頻干擾 $\overline{I_{0,i,Q}(M)}$ ：

$$\begin{aligned} \overline{I_{0,i,Q}(M)} &= E_{x_{j,k,Q}} [I_{0,i,Q}(M)] = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^{K_j} E_{x_{j,k,Q}} [P_{j,k,Q} \cdot \lambda_{j,k,Q,M}(x_{j,k,Q})] \\ &= \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^{K_j} \sum_{x_{j,k,Q}=0}^{N_{\text{subchannels}}-1} P_{j,k,Q} \cdot \lambda_{j,k,Q,M}(x_{j,k,Q}) \cdot \text{Prob}(x_{j,k,Q} = 0, 1, 2, \dots, N_{\text{subchannels}} - 1) \\ &= \frac{1}{N_{\text{subchannels}}} \cdot \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^{K_j} P_{j,k,Q} \cdot \lambda_{j,k,Q,M}(M) = \frac{1}{N_{\text{subchannels}}} \cdot \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^{K_j} P_{j,k,Q} = \frac{P_{o,i,Q}}{N_{\text{subchannels}}} \end{aligned}$$

其中 $P_{o,i,Q}$ 定義為使用者在主細胞中使用第 i 個子通道觀察在第 Q 個子頻寬內的總接收功率。

根據上面的結果我們可以進一步推論主細胞內的使用者使用第 i 個子通道時平均接收的同頻干擾如下：

$$\begin{aligned} I_i &= \sum_{Q=0}^{N_{\text{subcarriers}}-1} I_{o,i,Q}(M) \\ \Rightarrow \overline{I_i} &= E_{x_{j,k,Q}} \left[\sum_{Q=0}^{N_{\text{subcarriers}}-1} I_{o,i,Q}(M) \right] = \frac{1}{N_{\text{subchannels}}} \cdot \sum_{Q=0}^{N_{\text{subcarriers}}-1} \sum_{j=1}^J \sum_{k=0}^{K_j} P_{j,k,Q} \\ &= \frac{1}{N_{\text{subchannels}}} \cdot \sum_{Q=0}^{N_{\text{subcarriers}}-1} P_{0,i,Q} = \frac{P_{\text{total}}}{N_{\text{subchannels}}} \end{aligned}$$

其中 P_{total} 表示接收端觀察到總頻寬內的總功率。

由上述的結果可以發現，當 OFDMA 系統使用了”分散式子通道形成方式—置換式子載波模式”之下，其感受的平均同頻干擾為系統總接收功率的平均量，而平均量的大小取決於系統的總通道數，也就是子頻寬內子載波的總個數。

在系統總子載波個數不變的前提下，增加系統的子通道數似乎可以換得更低的平均同頻干擾，也就是執行”分散式子通道形成方式—置換式子載波模式”時，將子頻寬切割的範圍拉大，子頻寬的個數減少，最後的結果會發現子通道內子載波的個數也變少了。雖然受到更低的平均同頻干擾，可以使用的子通道數也變多了。但每一個分配單位(子通道)能承載的資料量也變少了，因此對於系統的總容量似乎並不會有預期的改善幅度，甚至會有衰退的現象。因此在執行”分散式子通道形成方式—置換式子載波模式”根據不同的環境設計最佳化的子通道個數，也就是決定子頻寬內子載波的個數也會是一個重要的議題。

接著我們可以定義在 OFDMA 系統下執行”分散式子通道形成方式—置換式子載波模式”時的處理增益(processing gain)：

在理想功率控制的前提下，使用 i 子通道的使用者感受到的平均訊號雜訊比 $SINR_i$ 如下：

$$\begin{aligned}
 SINR_i &= \frac{S_i}{I_i + Noise} = \frac{S_i}{\frac{P_{total}}{N_{subchannels}} + N_o \cdot \Delta f \cdot N_{subcarriers}} & , I_o &= \frac{P_{total}}{BW_{total}} \\
 &= \frac{E_b \cdot c \cdot m \cdot \Delta f \cdot N_{subcarriers}}{\frac{\Delta f \cdot N_{subcarriers}}{BW_{total}} \cdot P_{total} + N_o \cdot \Delta f \cdot N_{subcarriers}} = c \cdot m \cdot \left(\frac{E_b}{I_o + N_o} \right)_{i,req} & (1)
 \end{aligned}$$

在經過簡單的轉換，可得到 $SINR_i$ 與 interference margin 的倒數 $SINR_{total}$ 關係如下：

$$SINR_i = N_{subchannels} \cdot \frac{S_i}{P_{total} + N_o \cdot BW_{total}} = N_{subchannels} \cdot SINR_{total} \quad (2)$$

根據(1)和(2)的結果，可定義處理增益(PG)如下式：

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{E_b}{I_o + N_o} \right)_{i,req} &= PG_i \cdot \frac{S_i}{P_{total} + N_o \cdot BW_{total}} = PG_i \cdot SINR_{total}, \\
 PG_i &= \frac{N_{subchannels}}{c \cdot m} = \frac{1}{c \cdot m} \cdot \frac{1}{Jamming Prob.}
 \end{aligned}$$

其中碰撞機率(jamming probability):

$$Jamming\ Prob. = \frac{1}{N_{subchannels}}$$

各參數定義如下：

$\left(\frac{E_b}{I_0 + N_0} \right)_{i,req}$ 使用者需求位元能量與干擾雜訊密度比值 (Bit Energy to

Interference Noise Density ratio)

P_{total}

總頻寬接收功率

$N_{subchannels}$

系統總子通道數

$N_{subcarriers}$

子通道內總子載波數

I_0

干擾密度

Δf

子載波間距(subcarrier spacing)

BW_{total}

系統總頻寬 ($\Delta f \cdot N_{subcarriers} \cdot N_{subchannels}$)

c, m

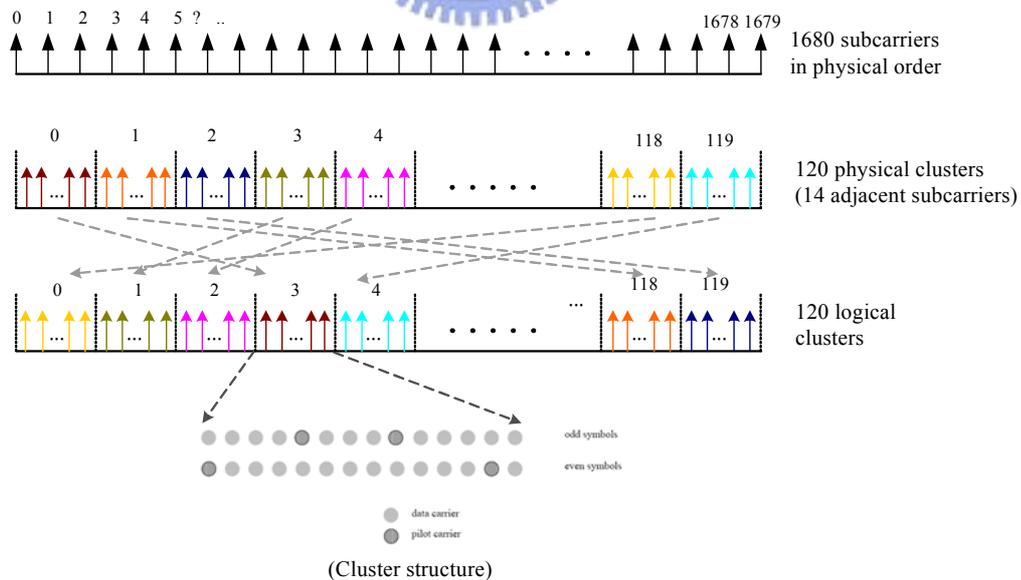
編碼率與調變機制 (code rate and modulation scheme)



Appendix B

在第三章討論子載波置換模式中，提到實現分散式子通道形成方式—置換式子載波模式的做法，在 Appendix B 裡面要介紹另一種做法，適用在有扇區 (sector) 的細胞架構(三個扇區, three sectors)，且無分區多工 (spatial division multiplexing) 的扇區內頻率重複率用的機制。這樣的做法出現在 802.16-2004 的規格書內，稱此作法為 PUSC (partial usage subchannelization) 的子載波置換方式。以下將列出其做法並且討論其處理增益：

1. 首先將所有的子載波切割相鄰連續的子載波為一個個的群組 (cluster)，其中包含了標的和資料子載波。以規格書內為例子，切割 1680 根子載波成 120 個群組，每個群組包含 14 根子載波。兩個群組組成一個子通道。
2. 將編號 0~119 的群組 (physical clusters) 重新編號的動作，將這些群組重新打散成不連續的群組 (logical clusters)。其中每個細胞都必須做重新編號的動作。
3. 將重新編號的群組，0~23 號編制為第 0 個群落 (Group 1)，24~39 號編制為第 2 個群落 (Group 1)，40~63 號編制為第 3 個群落 (Group 3)，64~79 號編制為第 4 個群落 (Group 4)，80~103 號編制為第 5 個群落 (Group 5)，104~119 號編制為第 6 個群落 (Group 6)。雙數號群落包含 24 個群組，單數號群落包含 16 個群組。示意圖如下：



0-23 clusters	24-39 clusters	40-63 clusters	64-79 clusters	80-103 clusters	104-119 clusters	6 major groups
---------------	----------------	----------------	----------------	-----------------	------------------	----------------

4. ⁰ 將每個群落裡面的 ² 子載波重新分配成子通道 ⁴ 之前，先決定標的子載

波的位置，如遇到單數信號時，標的子載波位置如上方陰影部份；如遇到雙數信號時，標的子載波位置如下方陰影部份。示意圖如下：

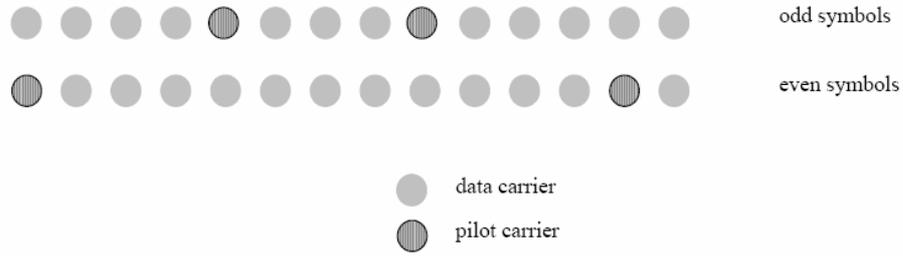
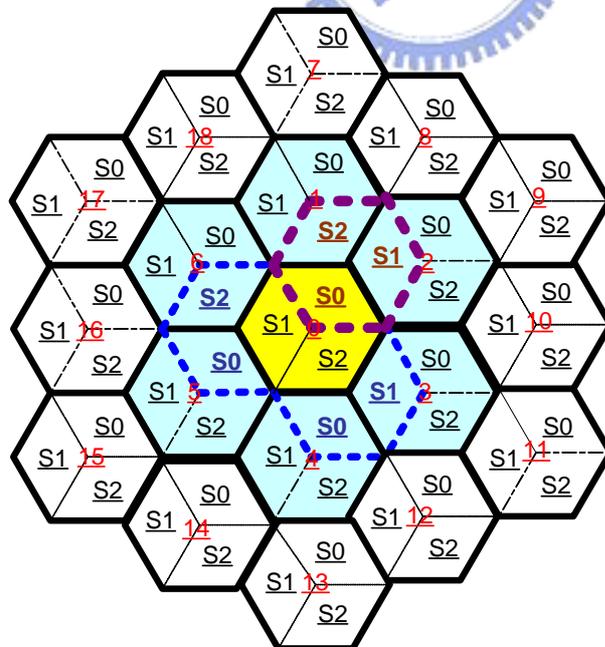


Figure 234—Cluster structure

5. 決定了標的子載波的位置之後，就要開始分配剩下的資料子載波成為子通道。每個子通道包含 24 個子載波。其步驟就重複第三章介紹子載波置換的做法。也就是將雙數的群落(group)內所有的子載波切割成 24 個子頻寬，每個子頻寬包含 12 根子載波；而單數的群落(group)內所有的子載波切割成 24 個子頻寬，每個子頻寬包含 8 根子載波。

將做好子通道分配的六個群落，分配給三個扇區，每個扇區不得重複選取同樣的群落(Ex.S0(0,1),S1(2,3),S2(4,5))。三個扇區的細胞結構如下圖所示：



不同的細胞之間有不同的分配，分配的法則可能是依據使用者分佈的情形，當使用主分布在某個扇區有較多使用者時，該扇區便分配較多的群落來服務

扇區內的使用者。

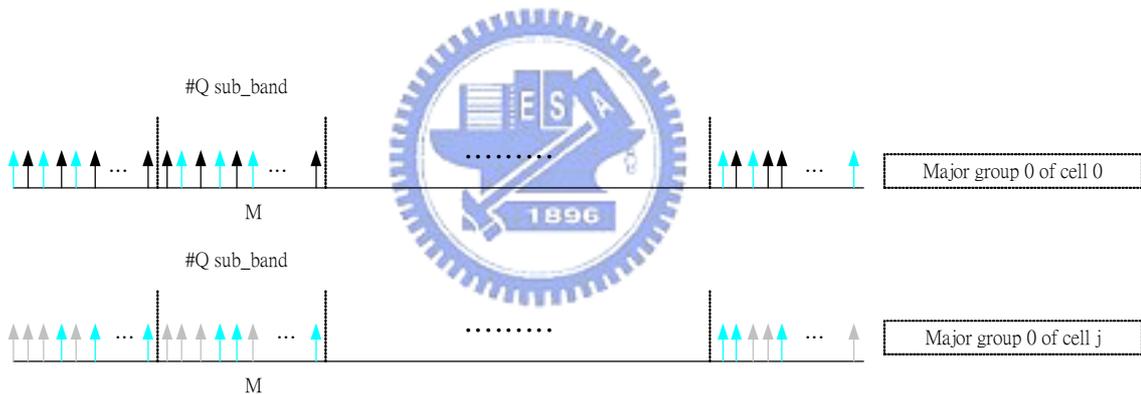
PUSC 這樣的”分散式子通道形成方式—置換式子載波模式”做法跟第三章所描述的做法不同的地方在：

1. 不同的細胞其扇區之間的子載波並非完全重複。
2. 扇區與扇區之間的子載波數並不一定相同。

這樣的差異性使得處理增益的計算上跟以往略有不同，將說明如下：

首先考慮一個單純的情況，在固定扇區與扇區之間子載波數的情況下，不同細胞之間的三個扇區均隨機被分配到一個雙數的群落(24 個群組,12 個子通道)。由於不同的細胞其扇區之間的子載波並非完全重複，因此碰撞機率(jamming probability)並不只 1/12，所以必須計算子載波重複的機率，才能真正計算出子載波間碰撞的機率，示意圖如下：

其中相同顏色的表示在分配子載波到子通道的過程中，重複的子載波。



首先定義 $\kappa(even, even) = \frac{\overline{OCLU(even, even)}}{\# \text{ of clusters in the even major group}}$ 為群組重複

的機率，也就是不同扇區間，真正影響的功率比例。如果 $\kappa(even, even)=1$ 表示

同頻扇區間的傳送功率將成為接收端的同頻干擾；否則表示只有 $\kappa(even, even)$ 比

例的傳送功率會成為接收端的同頻干擾。其中 $\overline{OCLU(even, even)}$ 為扇區被分配到

雙數群落(group)的情況下，平均重複到的群組數(cluster)。計算如下：

$$Prob[OCLU(even, even) = n] = \frac{C_n^{24} \cdot C_{24-n}^{96}}{C_{24}^{120}} \quad \text{note that } n \in [0, 24]$$

$$\overline{OCLU(even, even)} = \sum_{n=1}^{24} n \cdot Prob[OCLU(even) = n] = 4.8$$

$$\kappa(even, even) = \frac{\overline{OCLU(even, even)}}{\# \text{ of clusters in the even major group}} = \frac{4.8}{24} = \frac{1}{5}$$

仿照上面的算法，接下來考慮三個扇區都被分配到單數的群落時，其群落重複機率：

$$\kappa(odd, odd) = \frac{\overline{OCLU(odd, odd)}}{\# \text{ of clusters in the odd major group}} = \frac{32/15}{16} = \frac{2}{15}$$

所以一樣我們可以計算出主扇區被分配到單數或雙數群落時，相對同頻扇區之間被分配到單數或雙數群落時，平均重複的群組數：

$$\overline{OCLU(odd, even)} = \overline{OCLU(even, odd)} = 3.2$$

接下來定義 $(\varsigma, \tau)_j$ ，(ς and $\tau = 0, 1, 2, 3$) 表示在細胞中第 j 個扇區被分配到的雙數群落數 ς 與單數群落數 τ 。

而 $\kappa(\varsigma_0 + \tau_0, \varsigma_j + \tau_j)$ 表示主細胞某一個扇區被分配到 $\varsigma_0 + \tau_0$ 個群落數時以及

同頻細胞內第 j 個扇區被分配到 $\varsigma_j + \tau_j$ 的情形下，此時的群組重複機率：

$$1. \quad \kappa(even, \varsigma_j + \tau_j) = \frac{\overline{OCLU(even, \varsigma_j + \tau_j)}}{\text{total \# of clusters in the cell } j}$$

$$= \frac{4.8 \times \varsigma_j + 3.2 \times \tau_j}{24 \times \varsigma_j + 16 \times \tau_j} = \frac{1}{5} \cdot \frac{24 \times \varsigma_j + 16 \times \tau_j}{24 \times \varsigma_j + 16 \times \tau_j} = \frac{1}{5}$$

$$2. \quad \kappa(odd, \varsigma_j + \tau_j) = \frac{\overline{OCLU(odd, \varsigma_j + \tau_j)}}{\text{total \# of clusters in the cell } j}$$

$$= \frac{3.2 \times \varsigma_j + \frac{32}{15} \times \tau_j}{24 \times \varsigma_j + 16 \times \tau_j} = \frac{2}{15} \cdot \frac{24 \times \varsigma_j + 16 \times \tau_j}{24 \times \varsigma_j + 16 \times \tau_j} = \frac{2}{15}$$

所以定義處理增益如下：

$$\frac{E_b}{I_0} = \frac{W}{R} \cdot \left(\frac{C}{I} \right)_{sub-band} = \frac{W}{R} \cdot \left(\frac{C}{\kappa \cdot I} \right)_{sub-band} = \frac{W}{R \cdot \kappa} \cdot \left(\frac{C}{I} \right)_{sub-band} = PG_{\kappa} \cdot \left(\frac{C}{I} \right)_{sub-band}$$

最後可以計算出在任何情況下的處理增益：

$$PG_{\kappa(even,even)} = \frac{W}{R \cdot \kappa(even,even)} = \frac{N_{subchannels}(even)}{m \cdot c \cdot \kappa(even,even)} = \frac{12}{m \cdot c \cdot 1/5} = \frac{60}{m \cdot c}$$

$$PG_{\kappa(odd,odd)} = \frac{W}{R \cdot \kappa(odd,odd)} = \frac{N_{subchannels}(odd)}{m \cdot c \cdot \kappa(odd,odd)} = \frac{8}{m \cdot c \cdot 2/15} = \frac{60}{m \cdot c}$$

$$\therefore PG_{\kappa(odd,\zeta_j+\tau_j)} = \frac{8}{m \cdot c \cdot 2/15} = \frac{60}{m \cdot c}$$

$$PG_{\kappa(even,\zeta_j+\tau_j)} = \frac{12}{m \cdot c \cdot 1/5} = \frac{60}{m \cdot c}$$

$$\therefore PG_{\kappa(\zeta_0+\tau_0,\zeta_j+\tau_j)} = \frac{60}{m \cdot c}, (\zeta \text{ and } \tau = 0,1,2,3) :$$

透過上面的討論我們可以發現，透過 PUSC 的子載波置換方式，其處理增益與各同頻細胞間分配的群落數也就是分配到的細胞數並不相關性。並且在固定服務型態(fix modulation scheme and code rate)的前提下，處理增益都是定值。這是一個有趣的發現，而這樣的特性是否較第三章討論的子載波置換模式更有利於三個扇區的細胞結構，並且扇區之間無頻率重複使用的架構下。或是在某種情境之下，這樣的模式是否更適用於 OFDMA 系統，類似這樣的疑問還待未來的研究去解答。

參考文獻

- [1] Cheong Yui Wong, Roger S. Cheng, Khaled Ben Letaief, Ross D. Murch, "Multiuser OFDM with Adaptive Subcarrier, Bit, and Power Allocation", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol 17, pp.1747-1758, October 1999
- [2] Didem Kivanc, Guoqing Li, and Hui liu, "Computationally Efficient Bandwidth Allocation and Power Control for OFDMA", *IEEE Transactions on Wireless Communication*, vol.2, pp.1150-1158, November 2003
- [3] Mustafa Ergen, Sinem Coleri, and Pravin Varaiya, "OoS Aware Adaptive Allocation for Fair Scheduling in OFDMA Based Broadband Wireless Access Systems", *IEEE Transaction on Broadcasting*, vol 49, pp.362-370, December 2003
- [4] I.kim, H.L.Lee, B.kim, and Y.H.Lee, "On The Use of Linear Programming for Dynamic Subchannel and Bit Allocation in Multiuser OFDM", *IEEE GLOBECOM'01*, vol. 6, pp.3648-3652, June 2001
- [5] P. Bisaglia, F. Boccardi, V.D Amico, M. Moretti, B. Scanavino, D. Veronesi, "On the capacity comparison of multi-user access techniques for fourth generation cellular TDD OFDMA-based systems", *VTC 2005 Spring the 61st IEEE Vehicular Technology Conference*, 30 May – 1 June 2005
- [6] Rami Lee, Joungeol Kim, Jaehwang Yu, Joosilk LEE, Dongwoo Kim, "Capacity Analysis Considering Channel Overhead for Mobile Internet Access (WiBro)", *VTC 2005 Spring the 61st IEEE Vehicular Technology Conference*, 30 May – 1 June 2005
- [7] Arunabha Ghosh, David R. Wolster, Jeffrey G. Andrews and Runhua Chen: "Broadband Wireless Access with Wimax/802.16: Current Performance Benchmarks and Future Potential.", *IEEE Communicaiton Magazine*, pp.129-136 February 2005
- [8] Richard Van Nee and Ranjee Prasad, *OFDM for Wireless Multimedia Communications*, Artech House, 2000.
- [9] IEEE Standard for Local and metropolitan area networks . October 2004
- [10] <http://ieee802.org/16> IEEE802.16Broadband Wireless Access Working Grup

[11] Israel Koffman, Vincentio Roman, “Broadband Wireless Access Solutions Based on OFDM Access in IEEE 802.16”, *IEEE Communication Magazine*, pp.96-103, April 2002

[12] J.C. Liberti and T.S. Rappaport, *Smart Antennas for Wireless Communications : IS-95 and Third Generation CDMA Applications*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1999

[13] Universal Mobile Telecommunications System (UMTS); Selection Procedures for the Choice of Radio Transmission Technologies of the UMTS”, TR 101 112 V3.2.0(1998-04), UMTS 30.03 version 3.2.0..

[14] Wan Choi, Jin Young Kim, ”Forward-Link Capacity of a DS/CDMA System with Mixed Multirate Sources”, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 50, pp.737-749, May 2001

