

國立交通大學

電信工程學系碩士班

碩士論文

應用於數位廣播系統之編碼正交分頻多工
傳輸技術及基於渦輪等化之編碼正交分頻
多工/分碼多重存取傳輸技術之比較

A Comparison between Coded OFDM and
Turbo Equalization Based Coded
OFDM/CDMA Transmission Techniques for
Digital Broadcasting Applications

研究生：陳冠樺

指導教授：黃家齊 博士

中華民國九十四年六月

應用於數位廣播系統之編碼正交分頻多工傳輸
技術及基於渦輪等化之編碼正交分頻多工/分碼
多重存取傳輸技術之比較

A Comparison between Coded OFDM and Turbo
Equalization Based Coded OFDM/CDMA
Transmission Techniques
for Digital Broadcasting Applications

研究生：陳冠樺

Student : Guan-Hua Chen

指導教授：黃家齊 博士

Advisor : Dr. Chia-Chi Huang



A Thesis
Submitted to Institute of Communication Engineering
College of Electrical Engineering and Computer Science
National Chiao Tung University
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master of Science
in
Communication Engineering
June 2005
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十四年六月

應用於數位廣播系統之編碼正交分頻 多工傳輸技術及基於渦輪等化之 編碼正交分頻多工/分碼多重存取 傳輸技術之比較

研究生：陳冠樺

指導教授：黃家齊 博士

國立交通大學
電信工程研究所



由於編碼正交分頻多工傳輸技術無法利用多路徑分集增益來提升訊號抵抗雜訊的能力，導致系統效能受限於多路徑通道干擾。針對上述的問題，本論文提出一種使用具有完美正交性的華氏碼作為展頻碼，也就是將編碼正交分頻多工傳輸技術結合分碼多重存取傳輸技術，使訊號分散在各個次載波上傳送，並在系統接收端使用包含軟性多路徑干擾消除器之渦輪等化技術，以消除通道對傳送訊號造成的多路徑干擾，並且利用等化器及解碼器以遞迴方式傳遞軟性資訊，來提升等化器進行多路徑干擾消除及解碼器解碼的能力。此外我們也針對現有的編碼正交分頻多工傳輸技術之接收架構做改良，將帶有通道狀態資訊的軟性資訊提供給接收機之威特比演算法做分析。最後經由電腦模擬驗證上述所有技術在多路徑衰減通道中可有效的提高效能。

A Comparison between Coded OFDM and Turbo Equalization Based OFDM/CDMA Transmission Techniques for Digital Broadcasting Applications

Student: Guan-Hua Chen

Advisor: Dr. Chia-Chi Huang

Institute of Communication Engineering
National Chiao Tung University



Abstract

OFDM transmission technique cannot utilize the multipath diversity gains to improve signal-to-noise performance. To solve this problem, in this thesis we combine the OFDM and CDMA transmission technique with walsh codes which has perfect orthogonality for data spreading. And we also propose a turbo equalization based OFDM/CDMA transmission techniques for digital broadcasting application to improve the performance of the multipath interference cancellation and the channel decoder by using the iterative pass of soft information between equalizer and decoder. Besides, for COFDM system we propose a modified Viterbi algorithm to improve performance effectively by using the channel state information. Finally, the performances of these techniques mentioned above were evaluated by computer simulation in multipath fading channels and from the simulation results, the performances are improved effectively.

誌謝

首先我要感謝我的指導老師黃家齊教授在課業及研究上的指導，帶領我進入無線通訊的領域，更感謝老師使我有更寬闊的人生觀。

其次我要感謝黃朝旺學長及劉肖真學姊，在研究方面他們給予我莫大的幫助及教導，並且不厭其煩地協助我解決問題。接著我要感謝古孟寧學長及子豪給予我論文上的協助，還要謝謝清凱及永哲解決我電腦與程式方面的問題。此外還要感謝慈惠及香君學姊幫助我釋放讀書壓力及給予我正面的思考態度。我也要再次感謝無線通訊實驗室的所有成員，陪我一起度過兩年開心且豐富的研究生活。

最後我更要感謝我的家人，在我的求學生涯中不斷地給予我關懷與支持，成為我讀書的原動力，更讓我對未來的人生有了方向。



目錄

第一章、簡介	1
1.1 COFDM 系統簡介.....	1
1.2 Coded OFDM/CDMA 系統簡介.....	6
1.3 交錯器技術介紹.....	7
1.4 通道模型.....	10
1.5 關於本論文.....	11
第二章、渦輪等化技術之簡介.....	12
2.1 發展背景.....	12
2.2 渦輪等化技術.....	14
第三章、Coded OFDM/CDMA 系統架構及接收機分析.....	16
3.1 傳送端架構.....	16
3.2 接收端架構.....	19
3.2.1 Coded OFDM/CDMA 系統下的渦輪等化架構...	19
3.2.2 軟性部分等化通道匹配技術.....	21
3.2.3 軟性多路徑干擾消除技術.....	28
3.2.4 BCJR 解碼器.....	33
3.2.5 SOVA 解碼器.....	37
3.2.6 解碼器運算複雜度之比較.....	40
第四章、COFDM 系統架構及接收機分析.....	41
4.1 傳送端架構	41
4.2 接收端架構.....	42
4.2.1 威特比演算法.....	43
4.2.2 軟性單軌等化技術.....	46
4.2.3 改良式威特比演算法.....	47

第五章、電腦模擬結果及分析.....	49
5.1 Coded OFDM/CDMA 系統模擬結果.....	49
5.1.1 模擬環境及系統參數.....	49
5.1.2 模擬結果及討論.....	51
5.2 COFDM 系統模擬結果.....	61
5.2.1 模擬環境及系統參數.....	61
5.2.2 模擬結果及討論.....	63
第六章、結論及未來方向	66
參考文獻	68
個人簡歷	



表目錄

表 3.1、解碼器複雜度之比較	40
表 5.1、Coded OFDM/CDMA 系統模擬環境設定.....	49
表 5.2、Coded OFDM/CDMA 系統迴旋碼設定.....	50
表 5.3、Coded OFDM/CDMA 系統其他參數設定.....	50
表 5.4、COFDM 系統模擬環境設定.....	61
表 5.5、COFDM 系統迴旋碼設定.....	61
表 5.6、COFDM 系統其他參數設定.....	61



圖目錄

圖 1.1、一個插有護衛間隔的 OFDM 完整符元示意圖.....	1
圖 1.2、DVB-T 系統傳送端架構圖.....	2
圖 1.3、DAB 系統傳送端架構圖.....	3
圖 1.4、頻率選擇性衰減通道的頻率響應圖.....	5
圖 1.5、資料位元乘上華氏碼的示意圖.....	7
圖 1.6、符元交錯器示意圖.....	8
圖 1.7、(M, S) S-隨機交錯器示意圖.....	8
圖 1.8、位元交錯器示意圖.....	9
圖 2.1、包含通道編碼的傳送端架構圖.....	12
圖 2.2、包含通道編碼單一方向傳遞的接收端架構圖.....	13
圖 2.3、渦輪等化架構.....	14
圖 2.4、外質資訊概念示意圖.....	15
圖 3.1、Coded OFDM/CDMA 系統傳送端架構圖.....	16
圖 3.2、編碼率 1/2、強制長度為 7 的迴旋編碼器.....	17
圖 3.3、Coded OFDM/CDMA 系統下的渦輪等化技術架構圖.....	19
圖 3.4、渦輪等化技術第零級架構圖.....	21
圖 3.5、多路徑干擾消除技術運作原理示意圖.....	29
圖 3.6、渦輪等化技術第一級(以上)架構圖.....	29
圖 3.7、 x_1 、 y 與 x_0 之關係示意圖.....	31
圖 3.8、等效加入雜訊的碼位元以及離散位元機率分布圖.....	34
圖 3.9、迴旋編碼器的格子圖.....	34
圖 3.10、BCJR 演算法流程圖.....	37
圖 4.1、COFDM 系統傳送端架構圖.....	41
圖 4.2、COFDM 系統接收端架構圖.....	43

圖 4.3、格子狀結構圖 (code rate 1/2, 4-state).....	44
圖 4.4、威特比演算法方塊圖.....	45
圖 5.1、渦輪等化架構搭配 BCJR 解碼在雙路徑固定通道下，比較不同 段長的系統效.....	53
圖 5.2、渦輪等化架構搭配 BCJR 解碼在雙路徑衰減通道下，比較不同 段長的系統效能.....	54
圖 5.3、渦輪等化架構搭配 BCJR 解碼在雙路徑固定通道下，段長為 20×256×2 位元，比較有無使用位元交錯技術的系統效能.....	55
圖 5.4、渦輪等化架構搭配 BCJR 解碼在雙路徑固定通道下，段長為 100×256×2 位元，比較有無使用位元交錯技術的系統效能....	55
圖 5.5、渦輪等化架構搭配 BCJR 解碼在雙路徑衰減通道下，段長為 20×256×2 位元，比較有無使用位元交錯技術的系統效能.....	56
圖 5.6、渦輪等化架構搭配 BCJR 解碼在雙路徑衰減通道下，段長為 100×256×2 位元，比較有無使用位元交錯技術的系統效能....	56
圖 5.7、渦輪等化架構搭配 SOVA 解碼在雙路徑固定通道下，比較不同 段長的系統效能.....	57
圖 5.8、渦輪等化架構搭配 SOVA 解碼在雙路徑衰減通道下，比較不同 段長的系統效能.....	58
圖 5.9、渦輪等化架構搭配 SOVA 解碼在雙路徑固定通道下，段長為 20×256×2 位元，比較有無使用位元交錯技術的系統效能.....	59
圖 5.10、渦輪等化架構搭配 SOVA 解碼在雙路徑固定通道下，段長為 100×256×2 位元，比較有無使用位元交錯技術的系統效能.....	59
圖 5.11、渦輪等化架構搭配 SOVA 解碼在雙路徑衰減通道下，段長為 20×256×2 位元，比較有無使用位元交錯技術的系統效能.....	60
圖 5.12、渦輪等化架構搭配 SOVA 解碼在雙路徑衰減通道下，段長為 100×256×2 位元，比較有無使用位元交錯技術的系統效能.....	60
圖 5.13、比較威特比解碼器在 AWGN 環境下的系統效能.....	64
圖 5.14、比較威特比解碼器在雙路徑固定通道下的系統效能.....	65
圖 5.15、比較威特比解碼器在雙路徑衰減通道下的系統效能.....	65

第一章

簡介

1.1 COFDM 系統簡介

由於快速傅立葉 (FFT) 的使用，使得可提供高速傳輸的正交分頻多工技術 (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM) [1][2] 已被廣泛地使用在現今的數位廣播系統上，利如數位影像廣播之地面廣播系統 (DVB-T)，如圖 1.2 所示，以及數位音響廣播系統 (Eureka 147 DAB System)，如圖 1.3 所示。

OFDM 主要的概念是把原本高速的資料利用多個低速且彼此正交的次載波來傳送，這使得系統較不易受到通道延遲擴展 (delay spread) 的影響，且達到提高頻寬使用效益的目的。每個 OFDM 傳輸訊號的前面還加入了護衛間隔 (guard interval)，護衛間隔中所放置的是 OFDM 有效符元循環延伸 (cyclic extension) 的訊號，以降低通道的多路徑效應所造成符元間的干擾 (Inter-Symbol Interference, ISI)。一個插有護衛間隔的 OFDM 完整符元如圖 1.1 所示。

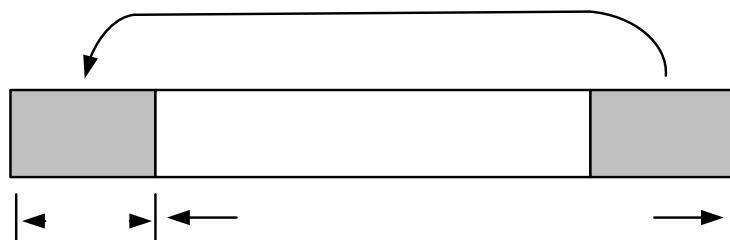


圖 1.1 一個插有護衛間隔的 OFDM 完整符元示意圖

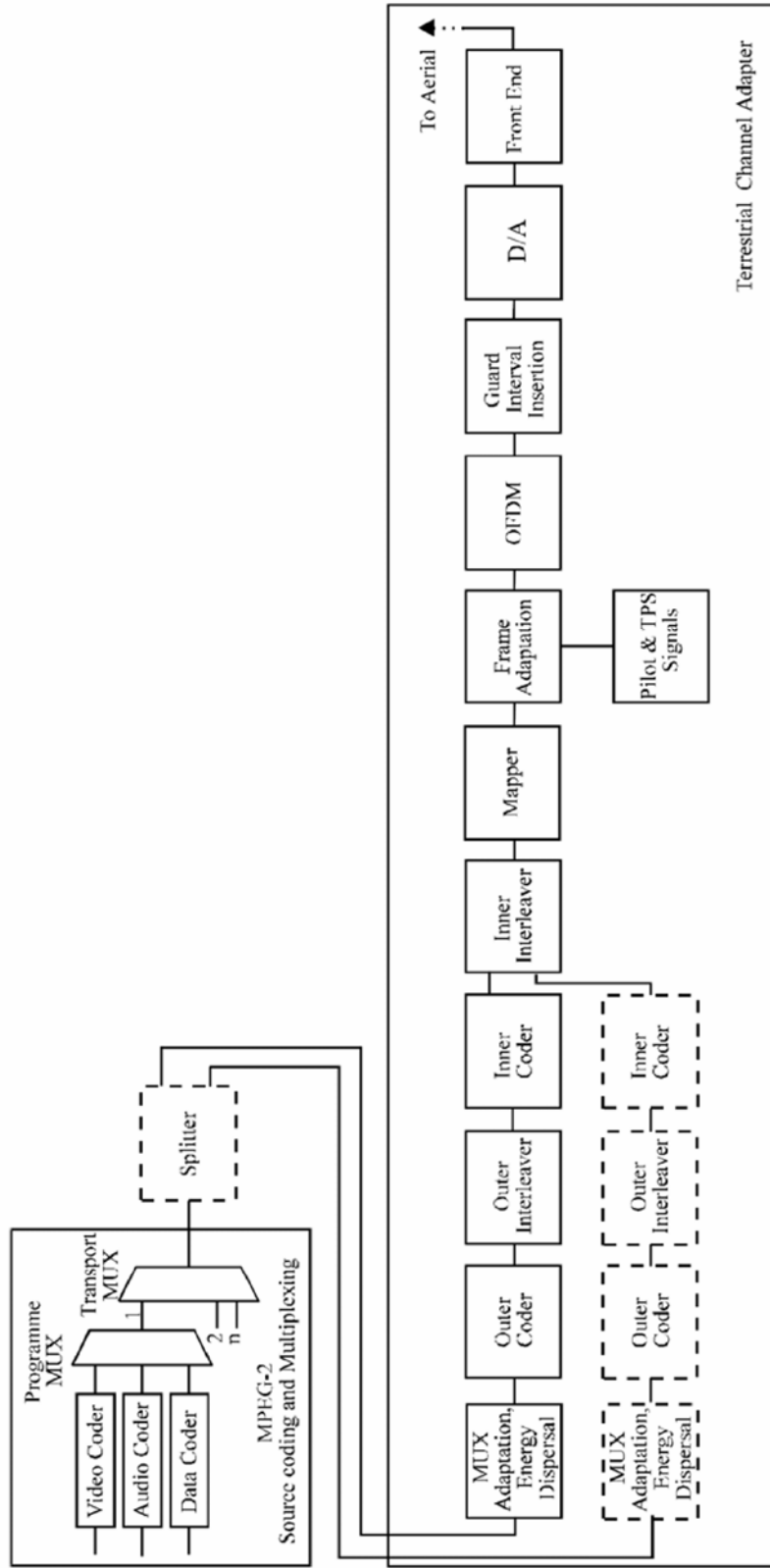


圖 1.2 DVB-T 系統傳送端架構圖[3]

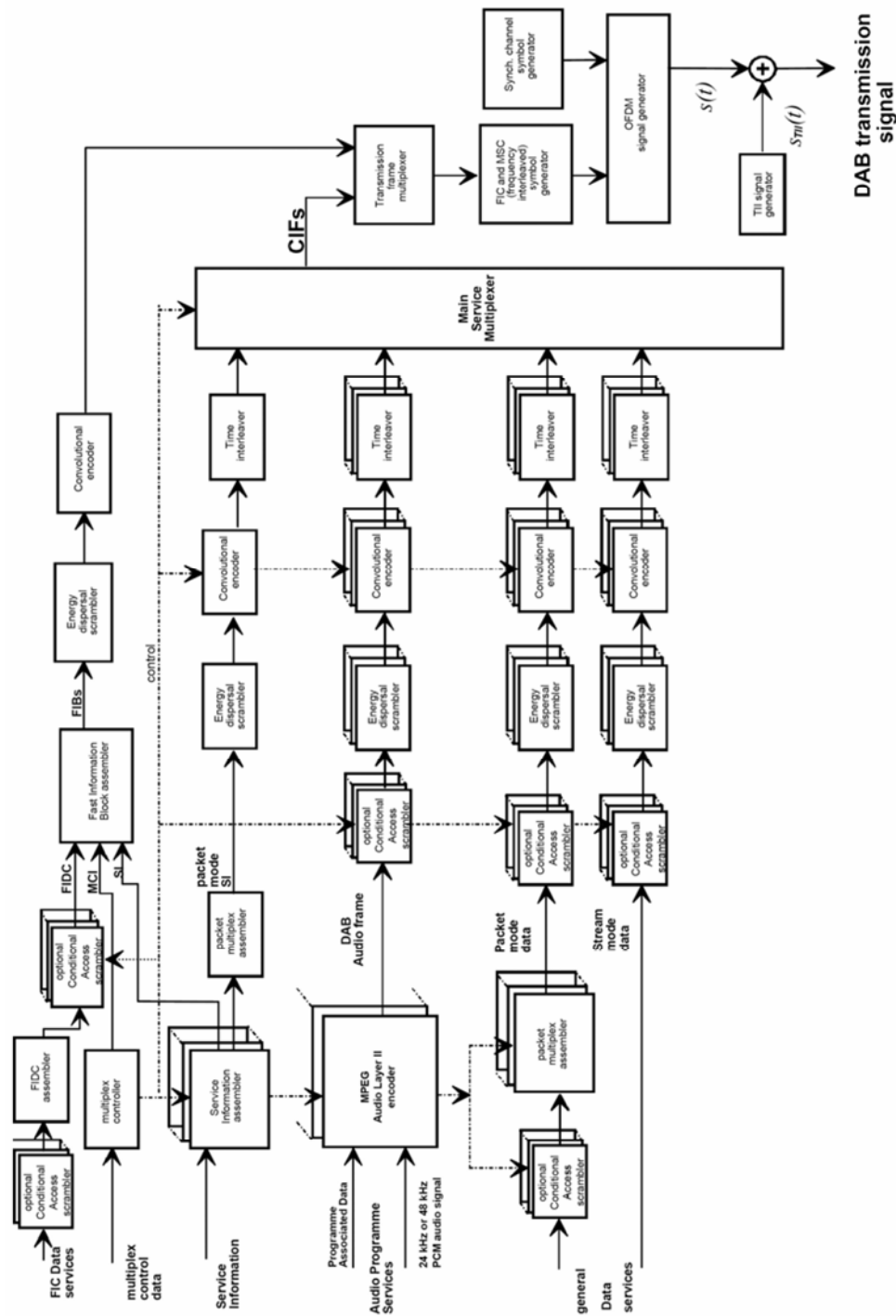


Figure 1: Conceptual DAB emission block diagram

圖 1.3 DAB 系統傳送端架構圖 [4]

OFDM 還有另外一個優點在於降低了接收端等化器的運算複雜度，這是由於 OFDM 傳送訊號是由多個正交的窄頻訊號所組成，故頻率選擇性衰減通道 (frequency selective fading channel) 對於每個載波上的窄頻訊號所遭遇到的通道環境，都可視之為平坦衰減通道 (flat fading channel)，這使得通道等化器在實作上變的簡單。

由頻域上來看，對於單一載波的系統而言，系統效能容易受到通道衰減或是干擾 (interference) 的影響而變差，然而 OFDM 系統是利用多個載波來傳送資料，所以只有少部分的資料會遭受到較差的通道環境，而這些影響可以使用通道編碼 (channel coding) 的方式將錯誤更正回來，這種採用錯誤控制碼 (error control code) 來恢復丟掉資訊的 OFDM 系統被稱為編碼正交分頻多工系統 (COFDM) [5]。對於數位通信系統，離散信號源產生二位元字符的資料流，系統傳送端的通道編碼器 (channel encoder) 依預定的規則加入冗餘 (redundancy) 位元，通道解碼器 (channel decoder) 則在接收端將冗餘除去並決策所傳送的資料，通道編碼器與通道解碼器共同的目標為降低通道雜訊的影響，亦即在通道編碼器與通道解碼器之間的錯誤最小。在固定的調變系統中，外加冗餘位元在編碼訊息中意味著必須增加傳輸頻寬，且使用錯誤控制碼會增加系統的複雜性，特別是在接收端的解碼部分。因此使用錯誤控制碼以達到提高資料的傳送品質，在設計上必須在頻寬與系統複雜性方面取得平衡。

迴旋碼 (convolutional code) 為被廣泛使用的通道編碼方式，如 DVB-T 的內層編碼器 (inner coder)，以及 DAB 的通道編碼。對於迴旋碼而言，編碼過程如同以編碼器的脈衝響應對輸入串列做離散時間迴旋運算 (discrete-time convolution)，故因此而得名，其中脈衝響應的時間對應編碼器的記憶體。而在接收端的通道解碼，迴旋碼的解碼方式是利用一種有效率的演算法做解碼，即威特比演算法 (Viterbi algorithm) [6]，威特比演算法是一種最小距離解碼器 (minimum distance decoding)，它在可外加白色高斯雜訊分布的通道條件下是最佳的選擇。

由於計算距離的方式不同，威特比演算法又分為以下兩種，解調器使用二位元量化方式進行硬式決策 (Hard-Decision)，使其輸出只產生 0 與 1，接著威特比演算法利用解調器的輸出來計算漢明距離 (Hamming distance)，故稱之為硬式決策解碼。然而利用二分法 (1/0) 的硬式決策將會造成接收端不能回復的資訊損失，

要減少這種損失可以採用軟式決策 (Soft-Decision) 解碼方式，保留接收訊號的可靠度，其將原本計算漢明距離的方式改為計算歐幾里德距離 (Euclidean Distance)，將可提供解碼器做更準確的判斷。

但由於在 OFDM 系統下，接收端的強制歸零等化器 (Zero Forcing Equalization) 會發生雜訊放大 (Noise Enhancement) 的問題，造成某些載波上資料的可靠度極糟。圖1.4 所示為雙重路徑通道，路徑延遲為一個OFDM有效符元的1/16，路徑能量比為1:1的通道頻率響應。由圖顯示對於載波個數為256的OFDM傳輸系統，在遭受頻率選擇性衰減通道時，某些載波頻率的通道環境是非常糟的，由圖1.4中可看出甚至在256個載波中就有16個完全衰減掉的零 (Null) 存在，放在這些載波上的資料經過強制歸零等化器的補償後反而造成訊號非常不可信賴，這會導致對於可靠度敏感的軟決定解碼，由於這些非常不可靠的資料而做出錯誤的決策，而嚴重影響系統的效能。因此我們將引入帶有通道狀態資訊 (channel state information, CSI) 的軟性資訊提供給威特比演算法做分析[7] [8]，換句話說，我們更將原本為硬入硬出 (hard in-hard out) 的威特比演算法，延伸為計算強制歸零等化器輸出訊號的軟性資訊 (Soft Information)，即將訊號遭受的通道環境以及外加雜訊因素考慮進去，故可使得進入威特比解碼器的收到訊號，帶有相當可靠的資訊，便可以提升解碼器解碼的準確性。本篇論文將在第四張有更詳細的介紹。

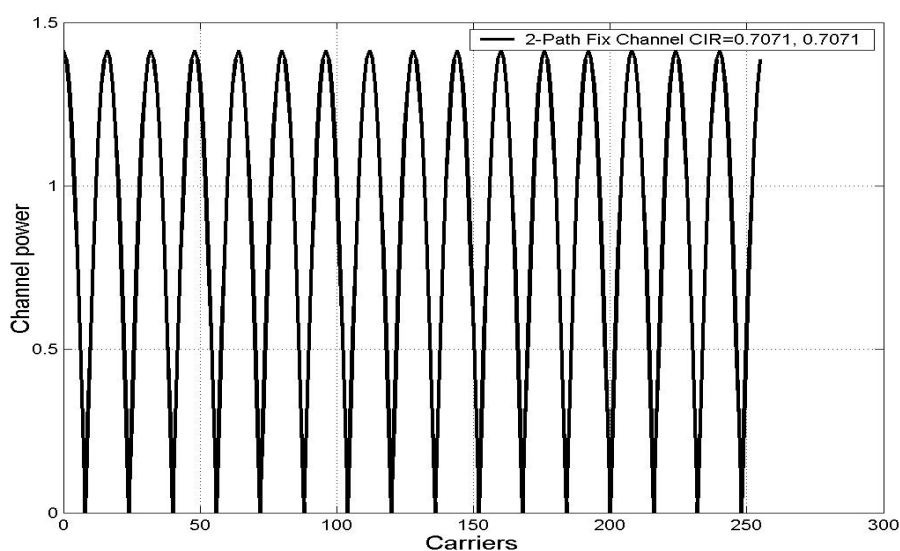


圖 1.4 頻率選擇性衰減通道的頻率響應圖

1.2 Coded OFDM/CDMA 系統簡介

OFDM 調變技術提高了整體系統的傳輸速度，且由於每個載波頻率間具有彼此正交的特性，故節省了頻寬的使用，但也由於每筆資料是放在每個獨立的載波上，彼此之間並不相關，以致於當訊號透過傳送端受到多路徑通道干擾，若某個載波上的訊號因干擾而完全消失時，對於接收端的等化器而言，就無法利用其他載波上的資料來找回此消失的訊號，也就是無法利用多路徑分集增益

(multipath diversity gain) 來提升訊號抵抗雜訊的能力。

OFDM 系統的接收機是先經過單軌等化器 (one-tap equalizer) 將收到訊號的通道效應消除，然後做硬性決策等化器的輸出訊號，再將此筆決策後的訊號送入解碼器做解碼。比較硬性決策出來的訊號，如同前一節所闡述，軟性訊號更提供了收到資訊的可靠度。為了提升原有系統的效能，有別於以往 COFDM 接收機單一方向的處理方式，接著在第三章將會介紹的渦輪等化技術 (Turbo Equalization) [9] [10][11] 就是利用渦輪 (turbo) 的方式，分別將等化器及解碼器各別產生的軟性資訊，再次提供給另一方做分析來產生新的資訊，如此不斷的循環來得到更可靠的訊號，因此可達到更好的效能。本篇論文的渦輪等化架構中，後級的解碼器分別使用了具有軟入軟出 (soft in-soft out) 的 BCJR 解碼器及 SOVA 解碼器，在論文第三章將有更詳細的介紹。對於前級的等化器而言，一般使用於單一載波系統的渦輪等化架構下的等化器，無法直接使用在 OFDM 多載波系統上，這是由於單軌等化器並不適用於渦輪等化技術，而多載波等化器的運算複雜度極高，無法實際應用於渦輪等化架構。

因此，綜合以上兩大問題，我們加上具有正交特性的華氏碼 (Walsh code)，即加入 CDMA 調變技術，來增進 OFDM 系統抵抗通道干擾的能力。由於乘上華氏碼的資料會被分散到各個載波上，由圖 1.5 所示，使得原本互相獨立的載波上的訊號變得彼此有關連，所以在接收端就可以利用部分多路徑通道干擾消除技術 (Multipath Interference Cancellation, MPIC) [12]，取代運算複雜度極高的多載波等化器。此外在 OFDM/CDMA 系統下，MPIC 利用多路徑分集增益，將分析出來每個通道路徑的訊號利用最大比例合併 (maximum ratio combining) 的運算處理，以提供更準確的訊號給後級的解碼器做解碼，而渦輪等化架構是靠等化器及

解碼器不斷地相互傳遞軟性訊號。對於產生軟性訊號的 Soft MPIC 將在第三章做更詳細的說明。

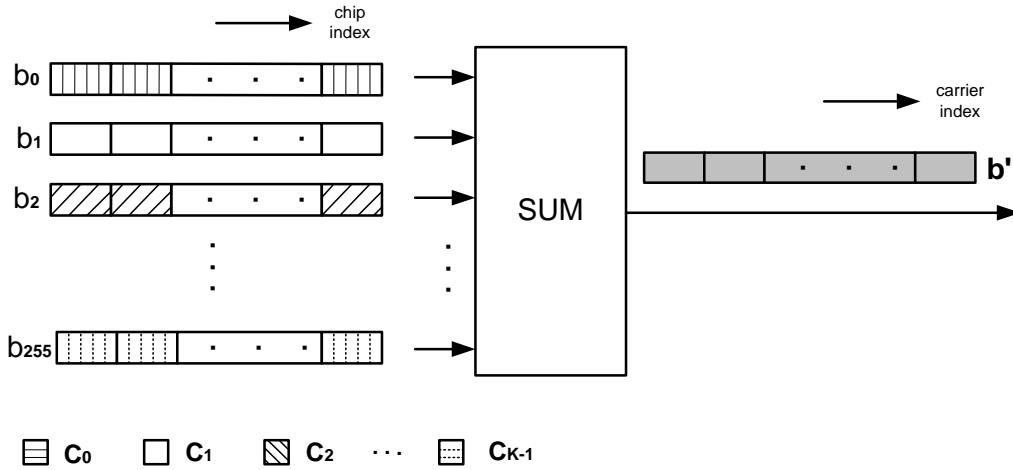


圖 1.5 資料位元乘上華氏碼的示意圖

1.3 交錯器技術介紹



由於本篇論文所討論的兩個系統均加入了錯誤更正碼，這使得交錯器在系統中成為不可或缺的角色。使用交錯器的目的在於打散輸入資料之間的相關性，避免在解碼時因為傳輸錯誤而造成錯誤蔓延（error propagation）的現象，也就是當錯誤控制在一個較小且解碼器能解析的範圍內，則解碼器就能將發生錯誤的位元更正回來。本論文所介紹的兩大傳輸系統均使用了兩種交錯技術，分別為符元交錯以及位元交錯，我們將在此小節分別做介紹。

● 符元交錯技術

圖 1.6 展示進行符元交錯的示意圖，每個長度為 OFDM 符元長度 N 的碼向量 \mathbf{b}_i ，但由於使用 QPSK 調變故對應的段長 (block length) 為 $2N$ 個位元，即 $\mathbf{b}_i = [b_{i,0}, b_{i,1}, b_{i,2}, \dots, b_{i,2N-1}]$ 。將 M 個碼向量 $\{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_M\}$ 為一個群組進行符元交錯，並且碼向量中 $2N$ 個位元又分成 p 個群組，每個群組使用相同的數個交錯方式如圖 1.6 所示。交錯方式是利用 (M, S) S-隨機交錯器 (S-random interleaver)，方式是將 M 個位元隨機的攪亂，並且確保相鄰的位元都能散開至少間隔 S 個位元。圖 1.7

表示的是 (M, S) S-隨機交錯器的示意圖。

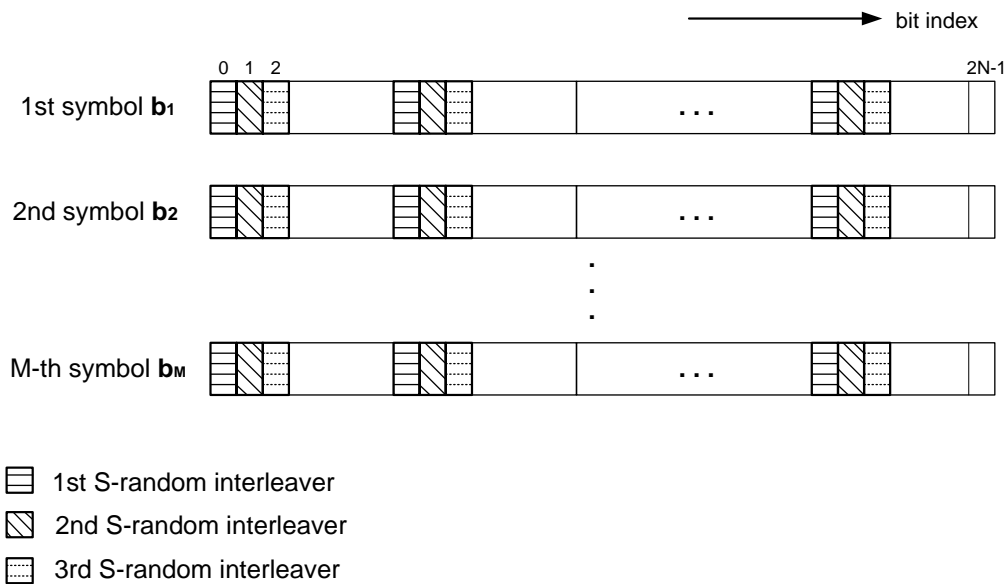


圖 1.6 符元交錯器示意圖

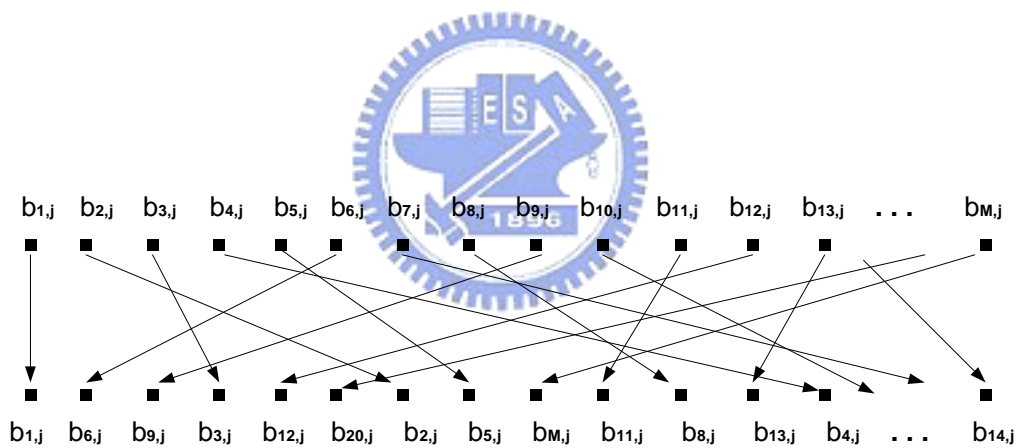


圖 1.7 (M, S) S-隨機交錯器示意圖[9]

符元交錯的目的是在於對抗由於都卜勒效應造成通道會隨著時間做衰減的情形，由於 OFDM 系統與 OFDM/CDMA 系統所遭遇的通道環境均為緩慢衰減 (slow fading)，對於一個 OFDM 符元而言，所遭受到的通道環境幾乎是不變的，如此就會產生一個問題，就是當某個時間點所傳送的 OFDM 符元遭遇的通道環境很差時，整個符元甚至相鄰數個 OFDM 符元上的資料都會變的相當不可靠，這對於接收端的解碼器是非常不利的，因此需要作符元交錯也就是在時域上進行打亂的動作，來使相鄰的位元遭受不同的通道環境，減少因衰減通道所造成資料在時間上有衰減的相關性，以降低接收訊號發生連續性錯誤的機會。

- 位元交錯技術

資訊位元序列除了作符元交錯外，針對每個符元還進行位元交錯的動作，同於前面介紹的符元交錯，位元交錯技術也是利用 S-隨機交錯器來將每個位元打亂。圖 1.8 展示了位元交錯的方式，是以兩倍 OFDM 符元長度個數的位元為一組，其內部進行攪亂的動作。應用於 COFDM 系統的符元交錯技術與應用在 Coded OFDM/CDMA 系統上的作用不同，我們將在第三、四章兩個系統架構裡會加以說明。

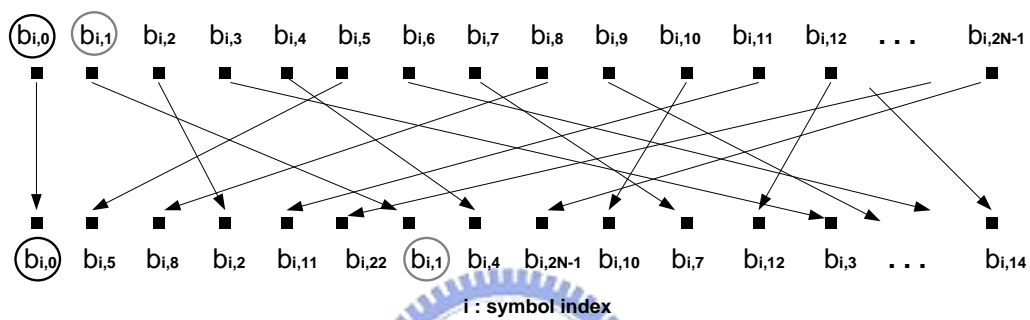


圖 1.8 位元交錯器示意圖

1.4 通道模型

本論文在電腦模擬中所使用的通道模型有兩種，分別為雙路徑固定通道以及雙路徑衰減通道，此小節將說明這兩種通道的數學模型。

- **雙路徑固定通道**

雙路徑固定通道 (two-path fixed channel) 為一靜態通道，即通道環境在時域上不會產生衰減，它的通道基頻脈衝響應為：

$$h(t) = a_1 \delta(t) + a_2 \delta(t - \tau)$$

其中 a_1 與 a_2 為兩條路徑的複數常數增益，在論文的模擬設定此兩數均為實數 $\sqrt{0.5}$ ，即兩條路徑有相同的能量大小， τ 表示第二條路徑相對於第一條路徑的時間延遲。

- **雙路徑衰減通道**

雙路徑衰減通道 (two-path fading channel) 為一動態通道，是由於都卜勒效應而造成通道環境在時域上產生衰減的情形，它的通道基頻脈衝響應為：

$$h(t) = \sqrt{0.5} \times a_1(t) \times \delta(t) + \sqrt{0.5} \times a_2(t) \times \delta(t - \tau)$$

其中 $a_1(t)$ 與 $a_2(t)$ 為兩條路徑的複數變數增益，分別由兩個獨立的傑克衰減模型 (Jake's fading model) 所產生，其數學表示式如下。

$$a_k(t) = \frac{1}{\sqrt{N_f}} \sum_{n=1}^{N_f} \exp(j2\pi f_n t + \phi_{k,n}), \quad k=1,2$$

其中 $f_n = f_d \cos(\frac{2\pi n}{N_f})$ ， f_d 為最大都卜勒頻率 (Doppler frequency)， $\phi_{k,n}$ 是第

k 條路徑中第 n 個弦波的初始相位。

1.5 關於本論文

本論文將提出一種能適用於 Coded OFDM/CDMA 傳輸技術下的渦輪等化架構，此外還對於現有 COFDM 傳輸技術下的接收機做改良，最後並以電腦模擬分別評估兩個系統在雙路徑固定通道及雙路徑衰減通道下的效能。首先在第二章我們將介紹渦輪等化架構之發展背景以及外質資訊 (extrinsic information) 的概念，第三章則描述 Coded OFDM/CDMA 系統傳送端及接收端之架構，系統接收端將介紹一種搭配多路徑干擾消除技術之渦輪等化架構，我們將詳細說明其運作機制及原理。接著在第四章我們將介紹 COFDM 系統接收機之改良後的單軌等化器以及威特比演算法，第五章則是以電腦模擬來驗證兩個傳輸系統之效能，最後我們在第六章提出結論並且探討未來可供研究的方向。



第二章

渦輪等化技術之簡介

2.1 發展背景

對於現今的數位通信系統而言，在已知信號傳送功率與通道頻寬下，再加上接收機雜訊的功率頻譜密度，便決定了每個位元信號能量與雜訊功率頻譜密度比率 E_b/N_0 ，而功率頻譜密度比率也決定了誤碼率。在實際設計系統時，由於傳送信號功率時常被限制而造成 E_b/N_0 比率無法提升，因此經常有某些調變方式無法提供足夠好的資料品質，即無法達到較低的誤碼率。對於固定的 E_b/N_0 而言，要提升資料品質的實際做法就是加入錯誤控制碼於系統中。另一個使用通道編碼的動機是降低 E_b/N_0 但是仍然能維持固定的誤碼率，而降低 E_b/N_0 可以解說成減少傳送的功率。錯誤控制碼的目的在於保護傳送資料，對於一連串的资料流受到外加雜訊的干擾造成隨機的單一位元錯誤，或是可能發生在短暫的連續位元錯誤所做的保護機制。為了確保發生的位元錯誤是隨機性的出現，以及避免發生一連長串的連續位元錯誤，在系統裡頭必須加上交錯器（interleaver）重新排序傳送資料。經過的編碼後的系統傳送端如圖 2.1 所示。

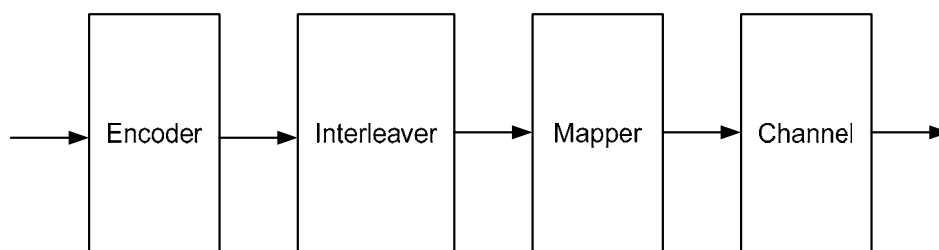


圖 2.1 包含通道編碼的傳送端架構圖

當訊號經過通道受到符元間的干擾（ISI）而造成失真時，傳統使用錯誤控制碼以保護傳送的資料仍然無法得到極佳的資料品質。而當傳輸通道頻寬有限或是訊號經過通道由於很多自然因素所造成的失真，都應該在接收訊號做通道解碼

之前被補償回來，這種補償通道效應的機制我們稱之為通道等化技術（channel equalization）。

對於接收端而言，此時所要處理的任務就是要估計被傳送的原始資料，由於資訊經過通道編碼以及外在的通道環境因素，計算上有太多的參數需要同時被考慮，造成直接由收下來的觀測訊號分析原始的資料複雜度太高，故在大部分實際的作法是將通道等化及通道解碼的部份分開處理，如圖 2.2 所示，先對收下來的訊號進行通道響應的補償，補償後的資料接著就做解調變以得到對應的二位元資料流，然後經過解交錯器（de-interleaver）還原資料流的排序，最後送入解碼器決策資料流，使得位元錯誤率最小化。已經有相當多的等化器被設計用來對抗不同的通道環境及外加雜訊的干擾，線性等化器的訴求在於使得均方錯誤

（mean-squared error, MSE）最小，而非線性等化器的訴求則是當給定通道資訊及傳送訊號的信號空間模型的前提下，讓觀察訊號的相似性（likelihood）函數最大，換句話說也就是得到最佳化的符元錯誤比率（symbol-error-rate）。

最直接實現圖 2.2 通道等化程序與解碼程序分離的架構就是對等化器輸出 \hat{x}_k 進行硬性決定以決策傳送的調變訊號，然後將這些做完硬性決策的符元解調至其所對應的位元 \hat{c}_k ，經過解交錯器後得到的 \hat{b}_k 再被送進解碼器，於是得到估計的位元資訊 \hat{a}_k 。如同第一章所描述，硬式決策會造成接收端失去外在（如通道環境）的資訊。而對於圖 2.2 架構考量外在環境對訊號所造成的影響，所以對於進行通道補償的等化器可計算每個接收符元的軟性資訊 $s(x_k)$ ，再經由解調器及解交錯器我們便能得到資料序列的軟性資訊 $s(b_k)$ ，藉由此筆軟性資訊就可以達到 BER 最佳化的解碼。相較於硬式決策，軟性資訊能提供更多的訊息以及可靠度給解碼器做解碼，故可提升系統的效能。

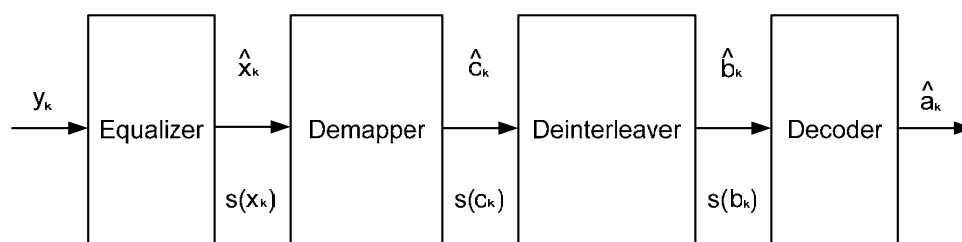


圖 2.2 包含通道編碼單方向傳遞的接收端架構圖

2.2 渦輪等化技術

渦輪碼 (turbo codes) [13] 是近年來通道編碼領域上的一大突破，從渦輪碼極佳的性能表現顯示出軟性資訊不應只由單一的方向傳遞。由圖 2.3 所示，解碼器接收軟性資訊 $s(b_k)$ 以後，同樣也會產生新的軟性資訊，那麼這筆新的軟性資訊就可以在經過交錯器後，扣除掉內質資訊後所剩下來的外質資訊 $s'(b_k)$ 再重新給等化器做分析，這樣的程序可視為信賴度傳送 (belief propagation) 或稱之訊息傳遞 (message passing) 的概念，這種有回授機制的接收端架構被描述在圖 2.3，這種技術又稱為渦輪等化技術[9]。

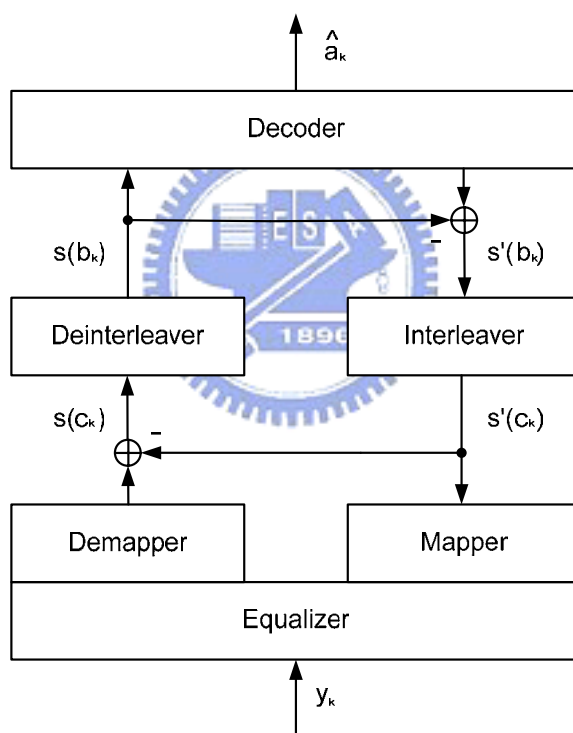


圖 2.3 渦輪等化架構[9]

在第三章進行描述及分析使用在 Coded OFDM/CDMA 系統架構下的渦輪等化技術之前，先介紹外質資訊的概念，而利用對數相似比 (log-likelihood ratio, LLR) 是最方便描述這種觀念。

當等化器收下訊號 \mathbf{y} 以後，就可以計算每個碼位元的對數相似比：

$$\begin{aligned}
 P(c_k = c | \mathbf{y}) &= \sum_{\forall \mathbf{c}: c_k = c} P(\mathbf{c} | \mathbf{y}) = \sum_{\forall \mathbf{c}: c_k = c} \frac{P(\mathbf{y} | \mathbf{c})P(\mathbf{c})}{P(\mathbf{y})} \\
 L(c_k | \mathbf{y}) &= \ln \frac{\sum_{\forall \mathbf{c}: c_k = 1} P(\mathbf{y} | \mathbf{c})P(\mathbf{c})}{\sum_{\forall \mathbf{c}: c_k = 0} P(\mathbf{y} | \mathbf{c})P(\mathbf{c})} = \ln \frac{\sum_{\forall \mathbf{c}: c_k = 1} P(\mathbf{y} | \mathbf{c}) \prod_{i=1}^{nK} P(c_i)}{\sum_{\forall \mathbf{c}: c_k = 0} P(\mathbf{y} | \mathbf{c}) \prod_{i=1}^{nK} P(c_i)} \\
 &= \ln \frac{\sum_{\forall \mathbf{c}: c_k = 1} P(\mathbf{y} | \mathbf{c}) \prod_{i \neq k}^{nK} P(c_i)}{\sum_{\forall \mathbf{c}: c_k = 0} P(\mathbf{y} | \mathbf{c}) \prod_{i \neq k}^{nK} P(c_i)} + \underbrace{L(c_k)}_{\text{intrinsic term}} \\
 &= \underbrace{\ln \frac{\sum_{\forall \mathbf{c}: c_k = 1} P(\mathbf{y} | \mathbf{c}) \prod_{i \neq k}^{nK} P(c_i)}{\sum_{\forall \mathbf{c}: c_k = 0} P(\mathbf{y} | \mathbf{c}) \prod_{i \neq k}^{nK} P(c_i)}}_{\text{extrinsic term}} + L_{\text{int}}(c_k) \\
 &= L_{\text{ext}}(c_k | \mathbf{y}) + L_{\text{int}}(c_k)
 \end{aligned} \tag{2-1}$$

假設迴旋碼的編碼率為 $1/n$ ，故一次處理一段碼序列的長度為 nK 。

式子 2-1 中，對數相似比由兩個成分所組成，第一項我們稱之為碼位元 c_k 的外質資訊，第二項則稱之為碼位元 c_k 的內質資訊。如圖 2.4 所示，它記算兩個對數相似比的差當做外質訊息。換句話說，等化器或解碼器計算得到的對數相似比與回授到該等化器或解碼器的本質訊息之間的差，就是外質訊息。事實上，外質訊息就是當我們探討信號與補償通道效應或解碼後之關係時，所獲得的資訊增量，在圖 2.3 的渦輪等化架構中，等化器及解碼器相互傳遞的就是碼位元的外質訊息。當經過多次相互的傳遞訊息、分析，將可以讓外質訊息的可靠度愈來愈佳。

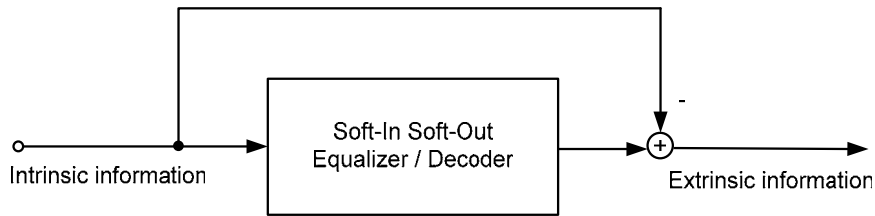


圖 2.4 外質資訊概念示意圖[14]

第三章 Coded OFDM/CDMA 系統架構 及接收機分析

在第一章提到由於一般使用於單一載波系統的渦輪等化架構下的等化器，無法直接使用在 OFDM 多載波系統上，這是由於放在每個載波上的傳送訊號已經不是單純的 QPSK 符元，而是類似高斯雜訊的訊號值，這造成等化器的運算複雜度極高而無法實際應用。已經有其他的研究提出可用於 OFDM 系統的渦輪等化技術[13]，但是由於其等化器的作法是在頻域下分別對於每個載波做路徑干擾消除的動作，這導致運算複雜度太高，所以在此章我們將介紹一種能夠使用在含錯誤更正碼的 OFDM/CDMA 系統的渦輪等化技術，以提升多路徑通道環境下的系統效能。

3.1 傳送端架構

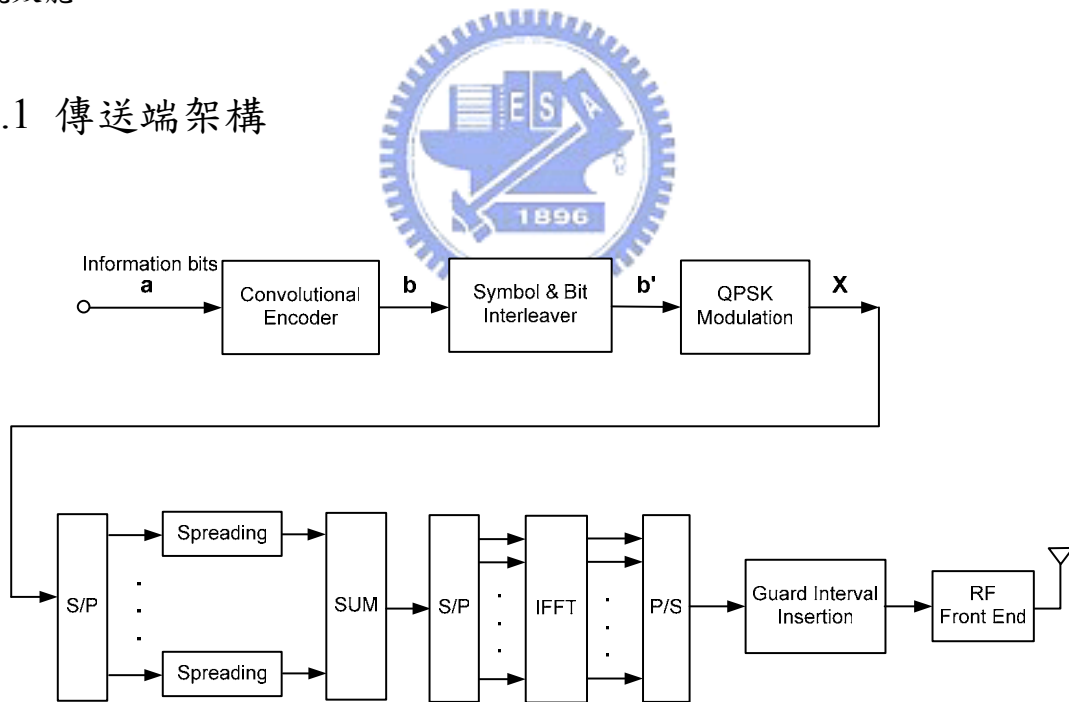


圖 3.1 Coded OFDM/CDMA 系統傳送端架構圖

一個經過二位元迴旋碼編碼的 OFDM/CDMA 傳送端系統架構如圖 3.1，首先資料流先經過編碼率為 1/2，強制長度 (constraint length) 為 7，如圖 3.2 所示的迴旋編碼器。其中編碼器的強制長度定義為一個訊息位元輸入編碼器後所能影響輸出的移位數目，所以經由編碼後的資料位元將會與鄰近的位元有相關，接收

端解碼器就可利用此相關性將錯誤的位元更正回來。

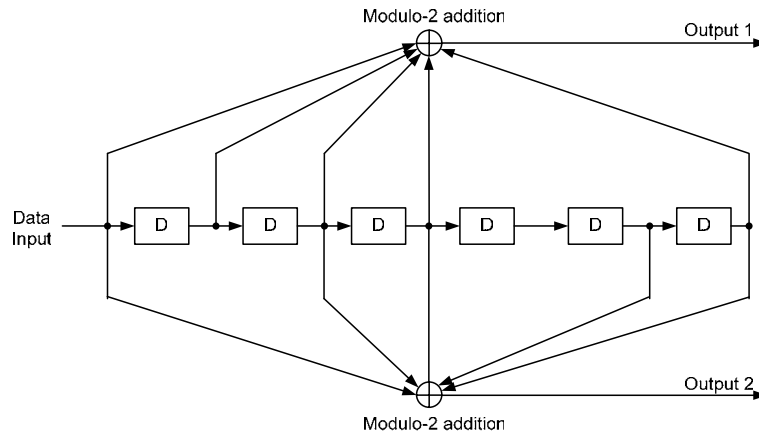


圖 3.2 編碼率 1/2、強制長度為 7 的迴旋編碼器[3]

經過編碼後的碼序列 \mathbf{b} 接著會進入二維的交錯器，分別進行符元交錯以及位元交錯的處理。由第一章對交錯器的描述，符元交錯的目的在於減少因衰減通道所造成資料在時間上有衰減的相關性，以降低接收訊號發生連續性錯誤的機會。做完符元交錯的資訊位元序列接著進行位元交錯的處理。經過位元交錯程序後會讓同一個 QPSK 符元實部及虛部上的資料位元分別乘上不同的華氏碼。

訊號經過二維交錯器攪亂後所得到重新排序的碼序列 \mathbf{b}' 接著進行 QPSK 調變， $2K$ 個位元資料進行 QPSK 調變後可得到 K 個 QPSK 符元，其中 QPSK 符元以數學式表示如下：

$$X_k = P_k + jQ_k, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad P_k, Q_k \in \{\pm 1/\sqrt{2}\} \quad (3-1)$$

其中 P_k 、 Q_k 分別為 QPSK 符元上實部、虛部的訊號。

接著每個 QPSK 符元將分別乘上華氏碼的各個切片 (chip)。華氏碼是由一組稱為哈得馬矩陣 (Hadamard matrices) 的特殊方陣群所產生[16]，欲得到 $N \times N$ 的哈得馬矩陣 \mathbf{H}_N 以產生所需要長度為 $N = 2^n$ 的華氏碼可依照如下的遞迴步驟：
(N 為 IFFT 的長度)

$$\mathbf{H}_1 = [1] \quad \mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_4 = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_2 & \mathbf{H}_2 \\ \mathbf{H}_2 & \overline{\mathbf{H}_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

⋮

$$\mathbf{H}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{N/2} & \mathbf{H}_{N/2} \\ \mathbf{H}_{N/2} & \overline{\mathbf{H}_{N/2}} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{h}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{h}_K \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

其中 \mathbf{h}_i 為 \mathbf{H}_N 矩陣中第 i 列的列向量，即一個長度為 N 的華氏碼。任意兩個不同的華氏碼間滿足下列特性：

$$\mathbf{h}_i \mathbf{h}_j^T = \sum_{k=1}^N h_{ik} h_{jk} = \begin{cases} N & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (3-3)$$

亦即兩相異華氏碼之間滿足正交的特性。

由於華氏碼的正交特性，所以在沒有通道效應的情況下，接收端可以分別取出每個訊息符元。但由於通道的多路徑干擾效應會破壞華氏碼的正交性，於是造成彼此間的干擾，故需搭配多路徑干擾消除技術來消除通道所造成的干擾，以還原華氏碼之間的正交特性。

乘上正交碼後資料接著進行疊加的動作，疊加的方式由第一章圖 1.5 所展示，所以我們可以得到 IFFT 的輸入訊號以數學式表示如下：

$$\text{IFFT input} = \left(\sum_{k=1}^K X_k \mathbf{c}_k \right)_{N \times 1}, \quad \mathbf{c}_k = [c_{k,1}, c_{k,1}, \dots, c_{k,N}]^T, \quad c_{k,i} \in \{-1, 1\} \quad (3-4)$$

其中 \mathbf{c}_k 為第 k 個資料所使用的華氏碼， N 為華氏碼長度。以上展頻疊加的動作就能讓原來放在單一載波上的資料位元的訊號都將被載在各個次載波上傳送。

接著經過 IFFT 後訊號則成為

$$\text{IFFT} \left\{ \sum_{k=1}^K X_k \mathbf{c}_k \right\}_{N \times 1} = \mathbf{F}_{N \times N}^{-1} \cdot \left(\sum_{k=1}^K X_k \mathbf{c}_k \right)_{N \times 1}$$

其中 \mathbf{F}^{-1} 代表 IFFT 矩陣。

最後在每個 OFDM 有效符元前面加上可抵抗碼際干擾 (ISI) 的護衛間隔 (guard interval), 便可以將訊號傳送出去而完成傳送端的運作。

3.2 接收端架構

介紹完 Coded OFDM/CDMA 系統的傳送端架構後, 3.2 節將介紹系統接收端之渦輪等化架構, 並且在各個小節中, 分別介紹渦輪等化架構之前級等化器以及後級解碼器的運作原理。首先在 3.2.1 小節中, 我們先說明整個 Coded OFDM/CDMA 系統接收端的運作機制及流程。

3.2.1 Coded OFDM/CDMA 系統下的渦輪等化架構

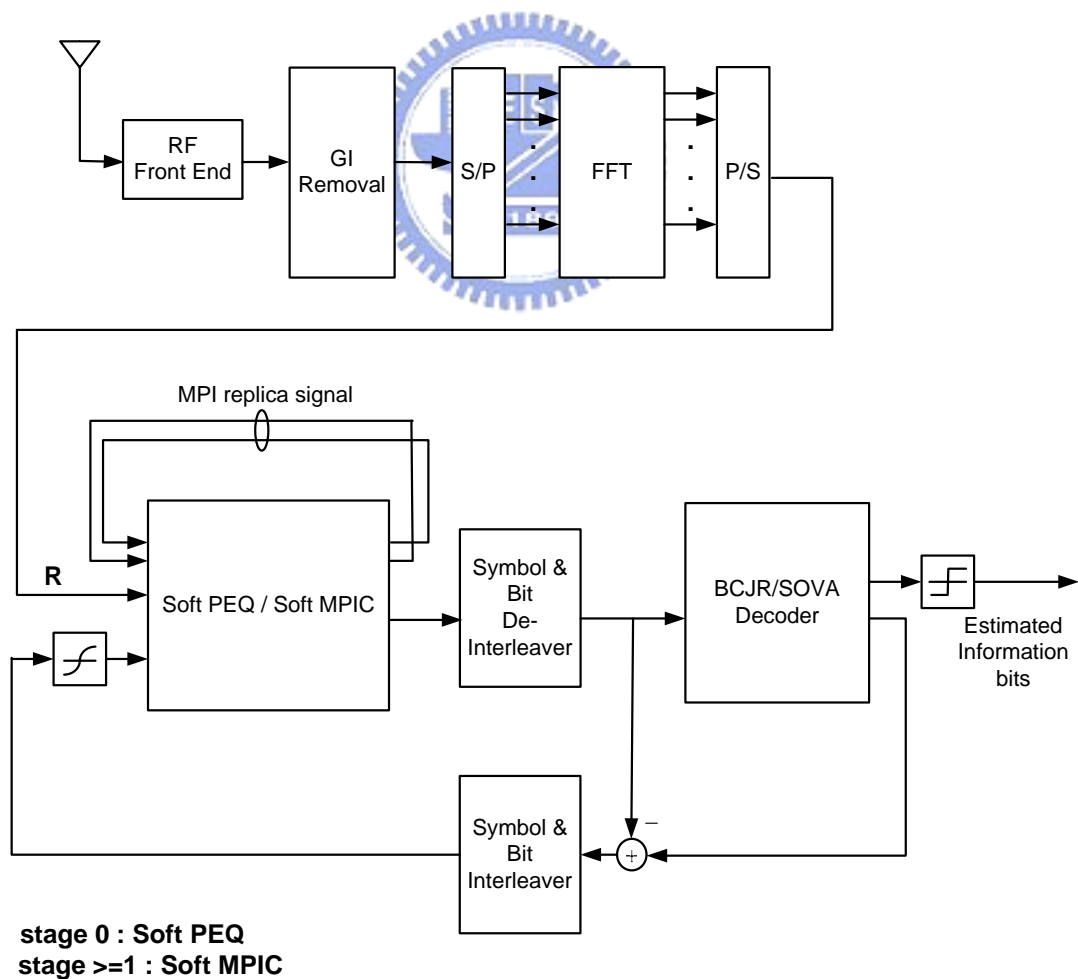


圖 3.3 Coded OFDM/CDMA 系統下的渦輪等化技術架構圖

Coded OFDM/CDMA 系統接收端架構圖如圖 3.3 所示，無線電頻率（radio frequency, RF）訊號經由射頻頭端（RF front end）轉換成基頻訊號後，接著移除訊號的護衛間隔，再經過 FFT 的轉換就可以得到每個次載波上的訊號，以提供給接下來的渦輪等化架構進行後續的分析處理。

這些經過 FFT 被轉回頻域接收訊號 \mathbf{R} 由數學式子表示如下

$$\text{Channel output : } \mathbf{R} = \mathbf{H} \left(\sum_{k=1}^K X_k \mathbf{c}_k \right) + \mathbf{N}$$

$$\mathbf{H} = \text{diag}(H_1, H_2, \dots, H_N)$$

$$\mathbf{N} = [N_1, N_2, \dots, N_N]^T$$

其中 \mathbf{H} 代表通道的頻率響應， H_i 則分別表示通道在不同載波上的頻率增益， \mathbf{N} 則代表時域上為加成性白色高斯雜訊（Additive White Gaussian Noise, AWGN）向量在頻域上的表現。

接收訊號 \mathbf{R} 接著進入通道等化器進行通道效應補償的動作，這裡使用一種強而有力的多路徑干擾消除技術，簡稱 MPIC，但由於第一次剛收進來的訊號尚未被解析出來，所以我們在第一次等化器的處理（我們稱之為第零級）是使用部分等化通道匹配技術。部分等化通道器又簡稱 PEQ（partial equalizer），PEQ 的優點在於能夠針對不同的通道環境及外加雜訊做調整，由於在第二章所描述的，我們需要得到碼位元的外質資訊來讓等化器及解碼器分析，故在 3.2.2 節將會介紹能產生軟性資訊的軟式部分等化通道匹配技術，同樣在 3.2.3 節將會介紹軟式多路徑干擾消除技術。當第零級的 PEQ 估計出資料序列後，接下來從渦輪等化架構的第一級以後，MPIC 就可以利用估計出的資料重建每個路徑的接收訊號，並且可以重新估計傳送的資料序列以及計算對數相似比，這將會比第零級所計算出資料序列的對數相似比可靠度來得佳。以上等化器的動作處理完後，於是我們將這些碼序列的對數相似比送至解碼器，在這之前必須先經過解交錯器還原原始的碼位元順序，接著才送進解碼器做分析。同樣地，我們使用了兩種具有軟入軟出的軟式解碼器，分別為 BCJR 解碼器以及 SOVA 解碼器。解碼器經過運算後得到碼位元後置機率的對數相似比，接著再扣掉進入解碼器的內質資訊就可以得到碼位元的外質資訊，這些外質資訊在經過交錯器的打亂後，重新送回等化器做為等化器的內質機率，接著又重新開始渦輪等化架構的下一級分析。

經過幾次以上所敘述的等化器及解碼器分析軟性資訊以及互相傳遞後置機率的動作，所得到的對數相似比可靠度將會愈來愈佳，最後解碼器會對資訊位元的對數相似比做硬性決策，就可得到所要估計的資訊位元序列。

本章中，我們先假設通道的估計是完美的，即通道為已知。此章的重點在於渦輪等化架構前級的等化器以及後級的解碼器如何得到碼序列的軟性資訊以及兩者之間如何作軟性資料的傳遞。

3.2.2 軟性部分等化通道匹配技術

圖 3.4 為渦輪等化架構的第零級架構圖，圖中前級的等化器是使用軟性部分等化通道匹配技術，首先針對轉至頻域接收訊號進行通道匹配 (channel matching)。由於我們假設通道資訊為已知，所以我們在此小節不討論通道估計的方法。做完通道匹配後的訊號接著做解展頻的動作，解完展頻的資料我們將求其軟性資訊，計算出來每個碼位元的軟性資訊將會經過解交錯器，並且送至後級的軟性解碼器做分析，軟性解碼器會計算出可靠度更加的軟性資訊，扣除掉等化器提供的內質訊息後，將外質訊息回傳給前級的等化器，等化器利用此軟性資訊就可以進行資料決策、重建傳送資料以及多路徑干擾重建等處理。重建的多路徑干擾將會提供給渦輪等化架構的下一級 MPIC，以進行多路徑干擾消除的處理。

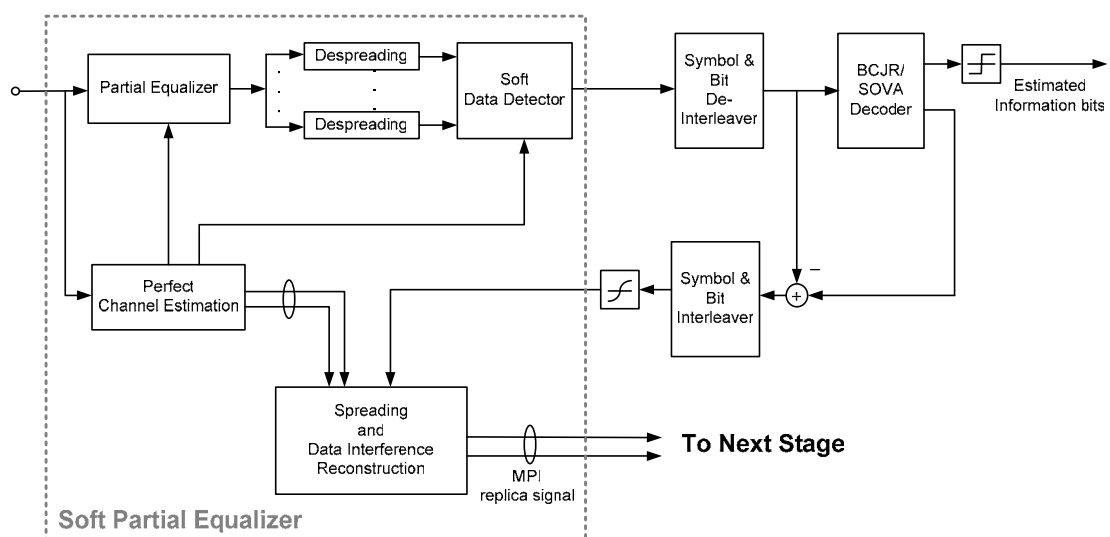


圖 3.4 渦輪等化技術第零級架構圖

本論文所使用的通道匹配方式為部份等化合併方式（partial equalization combining），通道匹配的動作可用數學表示如下：

$$\mathbf{W}^* \mathbf{R} = \mathbf{W}^* \left\{ \mathbf{H} \left(\sum_{k=1}^K X_k \mathbf{c}_k \right) + \mathbf{N} \right\} = \mathbf{W}^* \mathbf{H} \left(\sum_{k=1}^K X_k \mathbf{c}_k \right) + \mathbf{W}^* \mathbf{N} \quad (3-5)$$

$$\mathbf{W} = \text{diag}(W_1, W_2, \dots, W_N)$$

$$W_i = H_i / |H_i|^{1+\beta}, \quad -1 \leq \beta \leq 1$$

其中 W_i 為第 i 個次載波訊號所需要乘上的權值係數。

這種通道匹配方式將各次載波上的相位均調整為零。而在次載波增益正規劃的部份，則引入了可調整的參數 β ，藉由 β 的選擇，部分等化合併可以在干擾或雜訊的抑制中做調整。但本篇論文不再深入討論 β 最佳值的選擇[17][18]，而對於兩種不同的通道環境我們是直接選定兩個不同的 β 值來套用整個系統。

完成了通道匹配的動作後，接著就要做解展頻的動作且進行資料決策，方法是把通道匹配後的資料乘上不同的華氏碼 \mathbf{c}_j ，然後計算每個碼位元的軟性資訊。欲得到碼位元的軟性資訊，首先必須計算資料的統計平均值（mean）與變異數（variance），故我們先對解展頻後的資料進行相關的計算如下。

我們首先針對第 j 個華氏碼作解展頻的動作：

$$\begin{aligned} \hat{X}_j &= \mathbf{c}_j^T \left\{ \mathbf{W}^* \mathbf{H} \left(\sum_{k=1}^K X_k \mathbf{c}_k \right) + \mathbf{W}^* \mathbf{N} \right\} \\ &= X_j \sum_{i=1}^N W_i^* H_i + \sum_{k \neq j} X_k \left(\sum_{i=1}^N W_i^* H_i c_{j,i} c_{k,i} \right) + \sum_{i=1}^N c_{j,i} W_i^* N_i \\ &= X_j \sum_{i=1}^N \frac{|H_i|^2}{|H_i|^{1+\beta}} + \sum_{k \neq j} X_k \left(\sum_{i=1}^N \frac{|H_i|^2}{|H_i|^{1+\beta}} c_{j,i} c_{k,i} \right) + \sum_{i=1}^N c_{j,i} \frac{H_i^*}{|H_i|^{1+\beta}} N_i \\ &= X_j \sum_{i=1}^N |H_i|^{1-\beta} + \sum_{i=1}^N \left(|H_i|^{1-\beta} \sum_{k \neq j} X_k c_{j,i} c_{k,i} \right) + \sum_{i=1}^N c_{j,i} \frac{H_i^*}{|H_i|^{1+\beta}} N_i \end{aligned}$$

$$= X_j \sum_{i=1}^N |H_i|^{1-\beta} + \sum_{i=1}^N \left(\psi_i \sum_{k \neq j} X_k c_{j,i} c_{k,i} \right) + \sum_{i=1}^N c_{j,i} \frac{H_i^*}{|H_i|^{1+\beta}} N_i \quad (3-6)$$

其中 $\psi_i = |H_i|^{1-\beta} - \kappa$, $\kappa = h_{\text{eq}}[0]$, $h_{\text{eq}}[n] = \text{IDFT} \left\{ |H_i|^{1-\beta} \right\}$

此時解展頻後的資料被分為三項，(3-6)式中的第一項是經過通道補償後所欲得到的資料 (desired data)，第二項是經過通道補償後由於通道衰減而造成原本彼此正交的展頻碼間有相關性所產生的干擾，最後一項則是經過解展頻與通道匹配後的頻域雜訊。其中值得注意的是(3-6)式中第二項的 ψ_i ，由於 $|H_i|^{1-\beta}$ 代表的是各次載波上的通道頻率增益與通道匹配後所得的結果，而這是由通道中所有路徑在第*i*個載波上的頻域訊號所組成，然而實際上通道中的第一條路徑乘上的展頻碼在解展頻時並不會產生干擾。意思是第一條路徑在每個載波上的頻率增益是一個固定的常數，對於展頻碼而言仍能維持其正交性，故在解展頻時不會產生干擾，所以我們必須將此常數值 κ 自 $|H_i|^{1-\beta}$ 中扣除，亦即各載波的資料干擾其實只因 ψ_i 而產生，如此我們在計算統計平均值與變異數時才不會發生嚴重誤差。

我們首先分別計算(3-6)式中第二、三項的平均值與變異數，首先先看最後一項由雜訊所造成的部份：

$$\begin{aligned} E \left[\text{Re} \left(\sum_{i=1}^N c_{j,i} \frac{H_i^*}{|H_i|^{1+\beta}} N_i \right) \right] &= E \left[\text{Im} \left(\sum_{i=1}^N c_{j,i} \frac{H_i^*}{|H_i|^{1+\beta}} N_i \right) \right] = 0 \\ \text{Var} \left[\text{Re} \left(\sum_{i=1}^N c_{j,i} \frac{H_i^*}{|H_i|^{1+\beta}} N_i \right) \right] &= \text{Var} \left[\text{Im} \left(\sum_{i=1}^N c_{j,i} \frac{H_i^*}{|H_i|^{1+\beta}} N_i \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \text{Var} \left[\sum_{i=1}^N c_{j,i} \frac{H_i^*}{|H_i|^{1+\beta}} N_i \right] = \frac{\sigma_n^2}{2} \sum_{i=1}^N \frac{|H_i|^2}{|H_i|^{2(1+\beta)}} = \frac{\sigma_n^2}{2} \sum_{i=1}^N |H_i|^{-2\beta} \end{aligned} \quad (3-7)$$

其中 $E[N_i^2] = \sigma_n^2$

接著我們繼續計算(3-6)式中第二項的平均值與變異數，為了方便起見，我們引入一個新的變數 $x_i = \sum_{k \neq j} X_k c_{j,i} c_{k,i}$ ，並且先將 X_k 視為 ± 1 的訊號，也就是BPSK調變的情況，由於我們使用了 ± 1 的展頻碼，故 $X_k c_{j,i} c_{k,i}$ 的值也會是 ± 1 ，所以 x_i 就

成了一個類似隨機漫步 (random walk) 的隨機變數，其值則由 $X_k c_{j,i} c_{k,i}$ 等於+1 或-1 的次數來決定。不失一般性地，我們將 $X_k c_{j,i} c_{k,i}$ 出現-1 的次數視為一個二項分佈 (binomial distribution) 的隨機變數 y_i (實際上這個假設在傳送端資料 X_k 出現±1 機率相同時的情況下是成立的)，則 y_i 的離散機率分佈 (discrete probability distribution) 如下式：

$$\begin{aligned}
 P(y_i | K-1) &= \binom{K-1}{y_i} p^{y_i} (1-p)^{K-1-y_i} \\
 E[y_i] &= p \cdot (K-1) = \frac{K-1}{2} \\
 \text{Var}[y_i] &= p \cdot (1-p) \cdot (K-1) = \frac{K-1}{4}
 \end{aligned} \tag{3-8}$$

其中 p 代表 y_i 出現-1 的機率，而 $1-p$ 則代表 y_i 出現 1 的機率。

所以我們可以得到 x_i 與 y_i 之間的關係為：

$$\begin{aligned}
 x_i &= 1 \cdot (K-1-y_i) + (-1) \cdot y_i \\
 &= (K-1) - 2y_i
 \end{aligned}$$

其中 K 為展頻碼的數目， $K-1$ 為二項隨機變數試驗的總次數。

利用以上機率的觀念，我們可以開始計算(3-6)式中第二項的平均值及變異數：

$$\begin{aligned}
 E\left[\sum_{i=1}^N \left(\psi_i \sum_{k \neq j} X_k c_{j,i} c_{k,i}\right)\right] &= E\left[\sum_{i=1}^N (\psi_i x_i)\right] = \sum_{i=1}^N (\psi_i E[x_i]) = 0 \\
 \text{Var}\left[\sum_{i=1}^N \left(\psi_i \sum_{k \neq j} X_k c_{j,i} c_{k,i}\right)\right] &= \text{Var}\left[\sum_{i=1}^N (\psi_i x_i)\right] = E\left[\left(\sum_{i=1}^N (\psi_i x_i)\right)^2\right] \\
 &= E\left[\left(2 \sum_{i=1}^N (\psi_i y_i) - (K-1) \sum_{i=1}^N \psi_i\right)^2\right] \\
 &= 4E\left[\left(\sum_{i=1}^N \psi_i y_i\right)^2\right] - (K-1)^2 \left(\sum_{i=1}^N \psi_i\right)^2 \\
 &= 4E[\varphi^2] - (K-1)^2 \left(\sum_{i=1}^N \psi_i\right)^2
 \end{aligned} \tag{3-9}$$

其中 $\varphi = \sum_{i=1}^N (\psi_i y_i)$

我們先利用動差母函數 (moment-generating function) 的觀念來計算 $E[\varphi^2]$ 的值。若我們對一個隨機變數的動差母函數 $M(t)$ 取自然對數 (nature logarithm) 得到累積產生函數 (cumulant-generating function) $R(t)$ ，則 $R(t)$ 與 $M(t)$ 之間有以下的關係：

$$R(t) \equiv \ln[M(t)], \quad R'(t) = \frac{M'(t)}{M(t)}$$

$$R''(t) = \frac{M(t)M''(t) - (M'(t))^2}{(M(t))^2}$$

又 $M(0)=1$ ，故

$$\begin{aligned} \mu &= M'(0) = R'(0) \\ \sigma^2 &= M''(0) - (M'(0))^2 = R''(0) \end{aligned} \tag{3-10}$$

因此(3-9)式中 $E[\varphi^2]$ 的計算可由 y_i 的動差母函數逐步推導而得：

$$\begin{aligned} \therefore M_{y_i}(t) &= E[e^{t \cdot y_i}] = \sum_{y_i=0}^{K-1} (e^{t \cdot y_i} \cdot P(y_i | K-1)) = \left(\frac{1}{2}\right)^{K-1} (1+e^t)^{K-1} \\ \therefore M_{\psi_i y_i}(t) &= M_{y_i}(\psi_i t) = \left(\frac{1}{2}\right)^{K-1} (1+e^{\psi_i t})^{K-1} \\ M_\varphi(t) &= \prod_{i=1}^N \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{K-1} (1+e^{\psi_i t})^{K-1} \right] = \left(\frac{1}{2}\right)^{N(K-1)} \prod_{i=1}^N (1+e^{\psi_i t})^{K-1} \end{aligned} \tag{3-11}$$

接著

$$\begin{aligned} R_\varphi(t) &= \ln[M_\varphi(t)] = N(K-1) \ln\left(\frac{1}{2}\right) + (K-1) \sum_{i=1}^N \ln(1+e^{\psi_i t}) \\ R'_\varphi(t) &= \frac{M'_\varphi(t)}{M_\varphi(t)} = (K-1) \sum_{i=1}^N \frac{\psi_i e^{\psi_i t}}{1+e^{\psi_i t}} \\ R''_\varphi(t) &= (K-1) \sum_{i=1}^N \frac{\psi_i^2 e^{\psi_i t} (1+e^{\psi_i t}) - (\psi_i e^{\psi_i t})^2}{(1+e^{\psi_i t})^2} \end{aligned} \tag{3-12}$$

所以

$$\begin{aligned} R'_\varphi(0) &= \frac{K-1}{2} \sum_{i=1}^N \psi_i, \quad R''_\varphi(0) = \frac{K-1}{4} \sum_{i=1}^N \psi_i^2 \\ E[\varphi^2] &= M''_\varphi(0) = R''_\varphi(0) + (M'_\varphi(0))^2 = R''_\varphi(0) + (R'_\varphi(0))^2 \end{aligned}$$

$$= \frac{K-1}{4} \sum_{i=1}^N \psi_i^2 + \frac{K-1}{4} \left(\sum_{i=1}^N \psi_i \right)^2 \quad (3-13)$$

我們將(3-13)式帶回(3-9)式即可得到

$$\begin{aligned} \text{Var} \left[\sum_{i=1}^N (\psi_i x_i) \right] &= 4E[\phi^2] - (K-1)^2 \left(\sum_{i=1}^N \psi_i \right)^2 \\ &= 4 \left[\frac{K-1}{4} \sum_{i=1}^N \psi_i^2 + \frac{K-1}{4} \left(\sum_{i=1}^N \psi_i \right)^2 \right] - (K-1)^2 \left(\sum_{i=1}^N \psi_i \right)^2 \\ &= (K-1) \sum_{i=1}^N \psi_i^2 \end{aligned} \quad (3-14)$$

這裡需要注意的是，在推導的過程中我們是假設 X_k 為 ± 1 的 BPSK 調變訊號，實際上在本篇論文模擬的系統架構， X_k 則是實部、虛部各為 $\pm 1/\sqrt{2}$ 的 QPSK 調變訊號，所以我們可以將 X_k 的實部、虛部分開來討論，兩者的統計特性與上述的推導結果只差一個比例的常數關係，故 \hat{X}_j 在實部或虛部的變異數均為

$$\begin{aligned} \text{Var}[\text{Re}\{\hat{X}_j\}] &= \text{Var}[\text{Im}\{\hat{X}_j\}] \\ &= \frac{1}{2} \text{Var} \left[\sum_{i=1}^N (\psi_i x_i) \right] + \frac{1}{2} \text{Var} \left[\sum_{i=1}^N c_{j,i} \frac{H_i^*}{|H_i|^{1+\beta}} N_i \right] \\ &= \frac{K-1}{2} \left(\sum_{i=1}^N \psi_i^2 \right) + \frac{\sigma_n^2}{2} \sum_{i=1}^N |H_i|^{-2\beta} \end{aligned} \quad (3-15)$$

而由(3-6)式可得 \hat{X}_j 的統計平均值

$$E[\hat{X}_j] = X_j \sum_{i=1}^N |H_i|^{1-\beta} \quad (3-16)$$

推導至此，我們已經可以利用 \hat{X}_j 的統計平均值以及變異數來計算它的軟性資訊，在此假設符元 $\hat{X}_j = \hat{P}_j + j\hat{Q}_j$ ，並假設傳送端資料為 ± 1 的機率是相等的，則其軟性資訊的對數相似比如下（以虛部為例）：

$$L(Q_j | \hat{Q}_j) = \ln \frac{P(Q_j = +\sqrt{1/2} | \hat{Q}_j)}{P(Q_j = -\sqrt{1/2} | \hat{Q}_j)} = \ln \frac{P(\hat{Q}_j | Q_j = +\sqrt{1/2})}{P(\hat{Q}_j | Q_j = -\sqrt{1/2})} \quad (3-17)$$

其中

$$P(\hat{Q}_j | Q_j = +\sqrt{1/2}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{Q_j}^2}} \exp\left(-\frac{(\hat{Q}_j - m)^2}{2\sigma_{Q_j}^2}\right) \quad (3-18)$$

$$P(\hat{Q}_j | Q_j = -\sqrt{1/2}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{Q_j}^2}} \exp\left(-\frac{(\hat{Q}_j + m)^2}{2\sigma_{Q_j}^2}\right)$$

$$L(Q_j | \hat{Q}_j) = \frac{1}{2\sigma_{Q_j}^2} \left[(\hat{Q}_j + m)^2 - (\hat{Q}_j - m)^2 \right] \quad (3-19)$$

其中 $m_{Q_j}^+ = -m_{Q_j}^- = m = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sum_{i=1}^N |H_i|^{1-\beta}$ ，而利用(3-15)式即可得到變異數

$$\sigma_{Q_j}^2 = \text{Var}[\text{Im}\{\hat{X}_j\}]。$$

計算出來的軟性資訊 $L(Q_j | \hat{Q}_j)$ 接著經過解交錯器後就進入解碼器進行軟性資訊的分析動作。軟性解碼器如何得到軟性資訊我們將會在 3.3.4 與 3.3.5 小節分別做介紹。當碼序列的後置機率從後級解碼器反饋回等化器後，等化器便利用高正切(hypertangent)函數將碼位元軟性資訊的對數相似比映射成軟性位元(soft bits)，將其值域對應至 $\pm 1/\sqrt{2}$ 的區間，即成為軟性決策後的資料輸出，以數學式子表示如下

$$\tilde{Q}_j = E[\hat{Q}_j] = \frac{1}{\sqrt{2}} \tanh\left(\frac{LLR_{Q_j}}{2}\right) \quad (3-20)$$

同樣地我們也能得到實部經過軟性決策後的軟性位元 \tilde{P}_j ，也就完成了符元

$$\tilde{X}_j = \tilde{P}_j + j\tilde{Q}_j \text{ 的決策。}$$

軟性決策後的資料符元重新經過展頻後，在搭配通道效應便可重建出軟性的多路徑通道干擾。

其中多路徑通道的頻率響應可表示成各路徑頻率響應的和

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2 + \cdots + \mathbf{H}_L$$

假設通道的路徑數目為 L ，而重建的第 p 個路徑的干擾 \mathbf{I}_p 可以表示如下：

$$\mathbf{I}_p = \mathbf{H}_p \left(\sum_{k=1}^K \hat{X}_k \mathbf{c}_k \right), \quad p=1,2,\dots,L \quad (3-21)$$

此重建出來的 L 個多路徑通道干擾即為等化器第零級干擾消除重建方塊的輸出，這些重建的多路徑通道干擾將供下一級 MPIC 進行扣除干擾的動作。我們將在 3.2.3 小節對 MPIC 進行分析，同樣地也將推導 MPIC 如何得到資料的軟性資訊。

3.2.3 軟性多路徑干擾消除技術

無論使用何種傳輸技術，無線通訊系統面臨的最大挑戰之一就是通道環境對傳輸訊號所造成的效應。從頻域上來看，通道對訊號頻譜產生了頻率選擇性 (frequency selective) 的振幅調整作用，從時域上來看，通道則對訊號產生了多路徑效應，造成接收端收到多份具有不同路徑延遲與衰減的傳送端訊號，這些訊號加總後便形成了多路徑干擾，造成訊號失真，因此降低了系統的效能。對於接收端而言，重建這些干擾的效應並消除之就是 MPIC 所需完成的任務，此小節將對 MPIC 的運作過程進行分析，並且計算能提供給後級解碼器做可靠度分析的軟性資訊。

圖 3.5 表示了 MPIC 的運作原理，首先對通道環境進行估計，並且做第一次原始資料的粗略估計，於是我們就可以利用這些估計出的資料符元以及通道估計的結果，分別重建經過各個路徑的傳送訊號。這些訊號對於彼此而言都是多路徑的干擾，故我們將這些干擾訊號個別由最初的接收訊號中扣除，於是就可以單獨抽離出許多不含其他路徑干擾的單一路徑接收訊號。接著將這些單一路徑的接收訊號做適當的合併以收集傳送訊號的能量並達到路徑分集的效果。當大部分的多

路徑干擾被消除後，我們就可以估計出更可靠的原始資料，於是又可以重新進行以上重建干擾、消除干擾的動作。

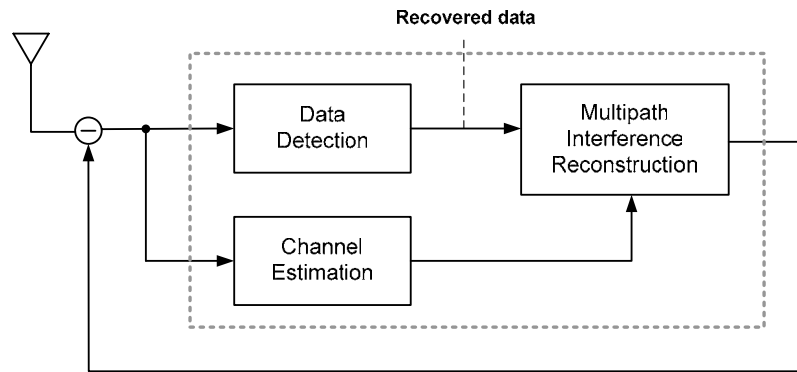


圖 3.5 多路徑干擾消除技術運作原理示意圖

接著我們將說明 OFDM/CDMA 系統渦輪等化架構下第一級以後，用於前級等化器的軟性多路徑干擾消除技術，並且計算輸出的軟性資訊。由圖 3.6 所示，用於前級等化器的干擾重建消除方塊功能與前小節所介紹的部分等化通道匹配技術其實很類似，但由於資料訊號造成的多路徑干擾可由前一級提供，故此級在通道估計與通道匹配的運作上和第零級仍略有不同，下面我們將針對相異之處做說明。

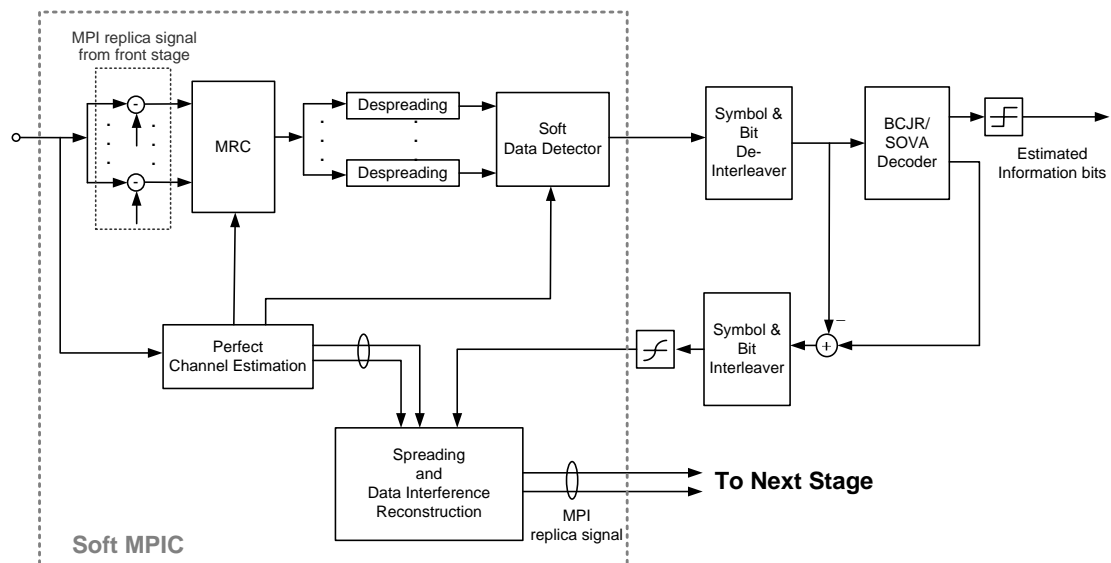


圖 3.6 渦輪等化技術第一級(以上)架構圖

在此級中由於我們擁有重建各路徑上的資料訊號干擾，故可以將這些干擾從接收訊號中一一扣除，獨自抽離出各路徑的資料，但仍有無法移除的雜訊。與前一級的通道匹配比較，由(3-6)式即可了解通道匹配並無法還原華氏碼之間的正交性，但此級若能成功地將各路徑的資料精準分離，則理論上各個單一路徑上的資料中，其華氏碼之間便可維持完美的正交特性，此時雜訊就成為干擾的主要來源，所以我們只要使用最大比例合併（maximum ratio combining, MRC）對各路徑的資料作通道匹配即可，這是由於當傳送訊號在沒有干擾的情況下只受到雜訊的影響時，MRC 會是最好的通道匹配方式。做完通道匹配後，再將匹配後各路徑資料做加總，以收集分散在各路徑的能量達到路徑分集的效果。以上所描述的運作流程可以用數學表示如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_p &= \mathbf{H} \left(\sum_{k=1}^K X_k \mathbf{c}_k \right) + \mathbf{N} - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^L \mathbf{I}_q \\ &= \mathbf{H} \left(\sum_{k=1}^K X_k \mathbf{c}_k \right) - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^L \mathbf{H}_q \left(\sum_{k=1}^K \hat{X}_k \mathbf{c}_k \right) + \mathbf{N}, \quad p = 1, 2, \dots, L \end{aligned} \quad (3-22)$$

$$\text{Data before despreading} = \sum_{p=1}^L \mathbf{H}_p^* \mathbf{D}_p \quad (3-23)$$

其中 \mathbf{D}_p 為單獨分離出來第 p 個路徑的資料， \mathbf{H}_p^* 是針對第 p 個路徑的頻率響應產生的通道匹配係數， L 則為通道的多路徑數目。

資料進行完多路徑干擾消除、通道匹配與路徑資料合併後，其後的動作均與第零級等化器相同，故此處不再重複描述。接著我們進行軟性輸出的分析，首先我們先從簡單的問題看起，假設接收端收到兩個來自不同路徑 h_0 、 h_1 的資料 x_0 、 x_1 ，收到的訊號 y 可表示為

$$y = (h_0 x_0 + h_1 x_1) + n = z + n \quad (3-24)$$

其中 n 為 AWGN，其變異數為 σ_n^2 。

由(3-24)式中可以看出資料 x_0 、 x_1 與加上通道效應的訊號 z 存在著一定的關

係，而訊號 z 在加上未知雜訊 n 即是我們接收到的訊號，故對於 x_0 、 x_1 與觀察訊號 y 而言存在著某機率分布的關係，換言之，當系統提供 x_1 的資訊以及觀察訊號 y 如圖 3.7 所示，則我們可以得到 x_0 的軟性資訊如以下的機率關係式：

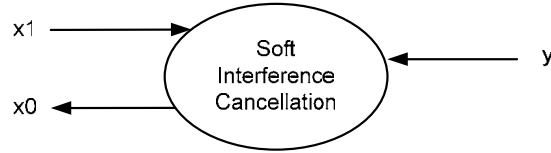


圖 3.7 x_1 、 y 與 x_0 之關係示意圖

其中

$$P^{\text{int}}(y) = c_y \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_n^2}(y-z)^2\right)$$

$$p^{\text{int}}(x_1 = +1) = p_1$$

$$p^{\text{int}}(x_1 = -1) = 1 - p_1$$

所以我們可以得到 x_0 的後置機率如下：

$$\begin{aligned} p^{\text{ext}}(x_0 = x) &= p(x_1 = +1, y | x_0 = x) + p(x_1 = -1, y | x_0 = x) \\ &= c_{x_0} \left\{ p_1 \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_n^2}(y - (h_0x + h_1))^2\right) \right. \\ &\quad \left. + (1 - p_1) \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_n^2}(y - (h_0x - h_1))^2\right) \right\} \\ &\approx c_{x_0} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_n^2}(y - (h_0x + h_1(2p_1 - 1)))^2\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} LLR^{\text{ext}}(x_0) &= \ln \frac{P^{\text{ext}}(x_0 = +1)}{P^{\text{ext}}(x_0 = -1)} \approx \frac{2}{\sigma_n^2} h_0 (y - h_1(2p_1 - 1)) \\ &= \frac{2}{\sigma_n^2} h_0 (y - h_1 E[x_1]) \end{aligned} \tag{3-25}$$

若我們試圖解釋上式，就會發現 x_0 的軟性資訊是先將收到的訊號 y 扣除掉 x_1 的期望值與通道效應形成的干擾值，再與本身經過的通道效應做匹配的動作，最後除以雜訊的變異數 σ_n^2 再乘上因子 2，若我們將 x_0 與 x_1 想成是不同次載波上

的展頻碼切片，而 h_0 與 h_1 是不同路徑的次載波之頻率響應，則(3-25)式可以衍伸成如下的關係式，而得到碼位元的軟性資訊：

($\hat{X}_k = \hat{P}_k + j\hat{Q}_k$ ，此以實部為例)

$$LLR_{p_j} = \frac{2}{N\sigma_n^2} \operatorname{Re} \left\{ \mathbf{c}_j^T \left[\sum_{p=1}^L \mathbf{H}_p^* \left(\mathbf{R} - \bar{\mathbf{H}}_p \left(\sum_{k=1}^K E[\hat{X}_k] \mathbf{c}_k \right) \right) \right] \right\} \quad (3-26)$$

where $\bar{\mathbf{H}}_p = \mathbf{H} - \mathbf{H}_p$, $\mathbf{R} = [R_1, R_2, \dots, R_N]^T$

其中 $\bar{\mathbf{H}}_p$ 代表的是扣除第 p 個路徑的頻率響應後其餘路徑的頻率響應之總和， \mathbf{R} 則是接收端經過 FFT 轉換後的頻域訊號，在(3-26)式的中括弧裡，行向量的每一個元素都是一個展頻碼切片上的資料，且均經過了類似(3-25)的處理，其流程如下：

1. 先從收到的訊號中扣除來自所有相同位置的展頻碼切片、資料符元和第 p 個路徑以外其他路徑加上通道效應所形成的干擾。
2. 接著針對路徑 p 的通道頻率響應做匹配的動作，得到第 p 個路徑上的資料。
3. 將所有 L 個路徑得到的切片資料做加總。
4. 加總後所得到的行向量最後再對第 j 組展頻碼進行解展頻的動作而得到第 j 個估計符元。
5. 解展頻後所得到的值乘上因子 $2/N\sigma_n^2$ ，即可得到第 j 個符元軟性資訊的對數相似比。

其中 $E[\hat{X}_k]$ 是利用前一級渦輪等化架構中之等化器干擾消除重建方塊決策後的資料符元來取代。重新有了資料符元的軟性資訊後，實部虛部上對應的碼位元序列的軟性資訊同樣會被送到後級解碼器做分析。當解碼器重新計算得到可靠度更加的軟性資訊後，會將其回饋給前級等化器，於是我們便再一次使用(3-20)式的高正切函數，進行符元的軟性決策，資料符元的實部與虛部均以相同的決策方式如下：

$$\begin{aligned}\tilde{P}_j &= E[\text{Re}\{\hat{X}_j\}] = \frac{1}{\sqrt{2}} \tanh\left(\frac{LLR_{p_j}}{2}\right) \\ \tilde{Q}_j &= E[\text{Im}\{\hat{X}_j\}] = \frac{1}{\sqrt{2}} \tanh\left(\frac{LLR_{q_j}}{2}\right)\end{aligned}\tag{3-27}$$

上式即為渦輪等化架構第一級等化器中的干擾消除重建方塊，軟性資料決策的作法。

3.2.4 BCJR 解碼器

BCJR 演算法是由 Bahl、Cocke、Jelinek 及 Raviv 所發明，用來解決最大後置機率（MAP）偵測的問題[19]。BCJR 演算法不同於威特比演算法基於以下幾個觀點：

- 由於 BCJR 演算法為軟入軟出（soft-in-soft out）解碼演算法，其中包含兩個遞迴運算，分別為前向遞迴及後向遞迴，兩個遞迴皆包含軟性決策，然而威特比演算法只有一個包含軟性決策的前向遞迴，遞迴終端則是做硬性決策，其是藉由許多殘存路徑的特地一條來決定輸出結果。然而也由於 BCJR 演算法包含兩個遞迴方向的運算，所以運算複雜度會高於威特比演算法。
- BCJR 為最大後置機率解碼器，藉由估計編碼字中每個位元的後置機率（posteriori probability）來使得位元錯誤率降到最低。最後在 BCJR 演算法的軟性輸出必須作硬性決策以重建原來的資料序列。而威特比演算法為一最大相似性序列估測器（maximum likelihood sequence estimator），其是對整個序列找出一條使得相似函數最大的路徑，並不是針對每個位元找最可能的值，故 BCJR 演算法的平均位元錯誤率會比威特比演算法來的低。

實際上 BCJR 演算法可以使用在等化器以及解碼器上，但由於這裡的系統架構是使用在解碼器的部份，故我們直接從解碼器的角度來說明 BCJR 演算法。由圖 3.8 所示，前端的等化器（Soft PEC / Soft MPIC）輸出一段序列段長為符元交

錯器的長度與位元交錯器的長度之乘積的軟性資訊 $\{L(b'_k | \mathbf{R})\}$ ，經過解交錯器後得到一段碼序列 $\{L(b_k | \mathbf{R})\}$ 則可計算 b_k 的後置機率：

$$P(b_k = b | \mathbf{R}) = \frac{\exp(b \cdot L(b_k | \mathbf{R}))}{1 + \exp(L(b_k | \mathbf{R}))}, \quad b \in \{0,1\} \quad (3-28)$$

對於解碼器而言，收到碼位元 b_k 的後置機率可以將其等效成圖 3.8，也就是對於解碼器來說，碼序列的後置機率所代表的意義相當於傳送端的碼序列受到外加雜訊而造成收下來觀測訊號的不確定性，故產生碼序列的機率分布。也就是我們可以将圖 3.8 中的碼序列 $\tilde{\mathbf{b}}$ 視為解碼器的接收訊號，這種情況類似傳送訊號經過外界通道造成訊號衰減且受到外加雜訊的干擾，所以對於接收端等化器而言有著觀察訊號的不確定性，利用此觀點可以幫助我們進行下面的分析。

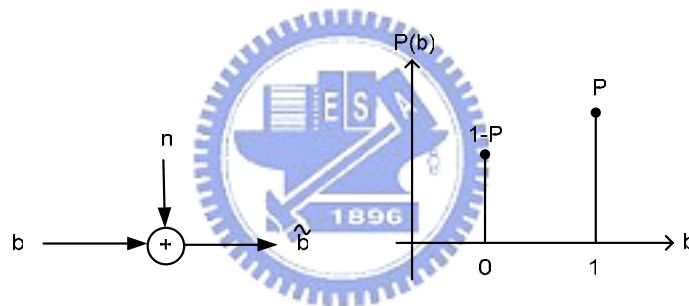


圖 3.8 等效加入雜訊的碼位元以及離散位元機率分布圖

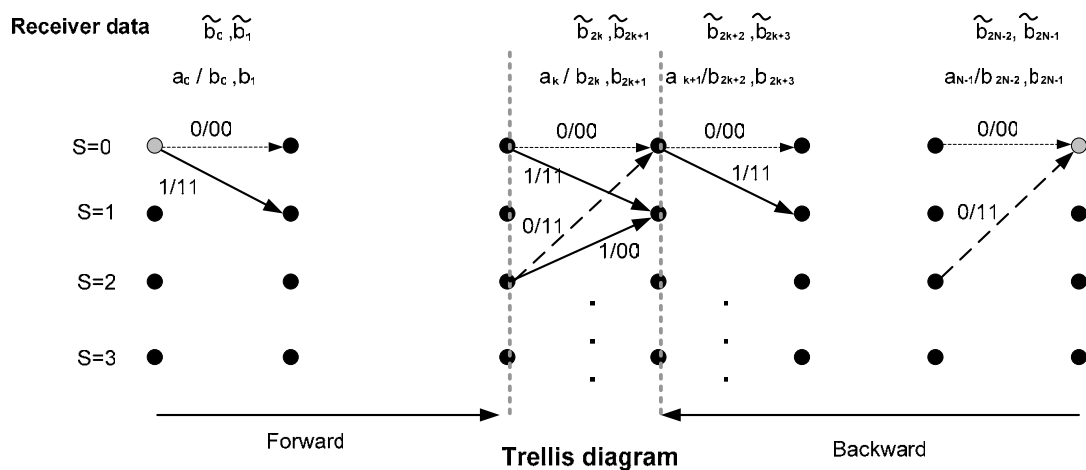


圖 3.9 迴旋編碼器的格子圖

首先，對於收到觀察序列 $\tilde{\mathbf{b}}$ 的情況下資訊位元 a_k 的後置機率為：(其中 B 代表所有可能的 branch)

$$P(a_k = a | \tilde{\mathbf{b}}) = \sum_{\forall (i,j) \in B, a_{i,j}=a} P(s_k = r_i, s_{k+1} = r_j | \tilde{\mathbf{b}}) \quad (3-29)$$

(3-29)式可以由圖 3.9 分析，在第 k 個 stage 中發生 $a_k=a$ 的可能性即為所有 $a_k=a$ 的 branch 這麼多種情形，故機率就是將這些 branch 發生的機率加起來。

$$\text{其中 } P(s_k = r_i, s_{k+1} = r_j | \tilde{\mathbf{b}}) = \frac{P(s_k, s_{k+1}, \tilde{\mathbf{b}})}{P(\tilde{\mathbf{b}})}$$

$$P(s_k, s_{k+1}, \tilde{\mathbf{b}}) = P(s_k, s_{k+1}, \tilde{\mathbf{b}}_0, \tilde{\mathbf{b}}_1, \dots, \tilde{\mathbf{b}}_{k-1}, \tilde{\mathbf{b}}_k, \tilde{\mathbf{b}}_{k+1}, \dots, \tilde{\mathbf{b}}_{N-1}) \quad (3-30)$$

利用貝氏定理 (Bayes' rule) : $P(x, y) = P(x | y) \cdot P(y)$

我們可將(3-30)式分解成(3-31)式

$$P(s_k, s_{k+1}, \tilde{\mathbf{b}}) = P(s_k, \tilde{\mathbf{b}}_0, \tilde{\mathbf{b}}_1, \dots, \tilde{\mathbf{b}}_{k-1}) \cdot P(s_{k+1}, \tilde{\mathbf{b}}_k | s_k) \cdot P(\tilde{\mathbf{b}}_{k+1}, \dots, \tilde{\mathbf{b}}_{N-1} | s_{k+1}) \quad (3-31)$$

(3.31)式中三項分別為：

- 前向估測 : $\alpha_k(s_k) = P(s_k, \tilde{\mathbf{b}}_0, \tilde{\mathbf{b}}_1, \dots, \tilde{\mathbf{b}}_{k-1})$
- 後向估測 : $\beta_{k+1}(s_{k+1}) = P(\tilde{\mathbf{b}}_{k+1}, \dots, \tilde{\mathbf{b}}_{N-1} | s_{k+1})$ (3-32)
- 轉換因子 : $\gamma_k(s_k, s_{k+1}) = P(s_{k+1}, \tilde{\mathbf{b}}_k | s_k)$

$\alpha_k(s_k)$ 及 $\beta_{k+1}(s_{k+1})$ 分別可以利用遞迴 (recursive) 的方式計算得到：

$$\bullet \quad \alpha_k(s) = \sum_{\forall s' \in S} \alpha_{k-1}(s') \gamma_{k-1}(s', s) \quad (3-33)$$

$$\text{初始值 : } \begin{cases} \alpha_0(0) = 1 \\ \alpha_0(s) = 0, & s \neq 0 \end{cases}$$

$$\bullet \quad \beta_k(s) = \sum_{\forall s' \in S} \beta_{k+1}(s') \gamma_k(s, s') \quad (3-34)$$

$$\text{初始值 : } \begin{cases} \beta_N(0) = 1 \\ \beta_N(s) = 0, & s \neq 0 \end{cases}$$

前向及後向估測的初始值是由於每段碼序列起點從零狀態出發，而終點也會回到零狀態位置。

轉換因子 $\gamma_k(s_k, s_{k+1})$ 的計算如下：

$$\begin{aligned}\gamma_k(s_k, s_{k+1}) &= P(s_{k+1}, \tilde{\mathbf{b}}_k | s_k) \\ &= P(s_{k+1} | s_k) \cdot P(\tilde{\mathbf{b}}_k | s_k, s_{k+1})\end{aligned}\quad (3-35)$$

其中迴旋編碼器的編碼率為 $1/n$ ，則(3-35)式可展開為

$$\gamma_k(s_k, s_{k+1}) = P(a_k = a_{i,j}) \cdot P(\tilde{\mathbf{b}}_{2k} | s_k, s_{k+1}) \cdot P(\tilde{\mathbf{b}}_{2k+1} | s_k, s_{k+1}) \quad (3-36)$$

(3-36)式假設每個碼位元是互相獨立的，但實際上由於編碼會讓鄰近的碼位元彼此之間有相關性，然而在解碼器之前放置的解交錯器可以讓位元的相關性降低。故可以預期的，碼序列的段長（block length）會影響解碼器的效能，也就是當處理的碼序列段長愈長時，交錯器攪亂的程度也愈好，故位元之間的相關性會愈低，則愈接近(3-36)式的假設。

對於解碼器而言，(3-36)式的 $P(a_k = a_{i,j})$ 由於沒有辦法更新（例如渦輪碼兩個解碼器則可以互相傳遞 $P(a_k = a_{i,j})$ ），所以都假設 $P(a_k = a_{i,j}) = 0.5$ ，因此對於此渦輪等化技術系統，解碼器只能提供 ML 解碼器的效能，而無法達到 MAP 解碼器的效能。(3-36) 式中的 $P(\tilde{\mathbf{b}}_{2k} | s_k, s_{k+1}) \cdot P(\tilde{\mathbf{b}}_{2k+1} | s_k, s_{k+1})$ 則是利用(3-28)式由等化器輸出且經過解交錯器後轉換而來的 $P(b_k = b | \mathbf{R})$ 而來。BCJR 演算法的流程最後如圖 3.10 所示，利用外界收到的觀測訊號以及前置機率，就可以求出轉換因子 $\gamma_k(s_k, s_{k+1})$ ，接著分別計算前向估測 $\alpha_k(s_k)$ 及後向估測 $\beta_{k+1}(s_{k+1})$ ，就可以得到每個資料位元的對數相似比：

$$L(a_k | \mathbf{b}') = \ln \frac{P(a_k = 1 | \mathbf{b}')}{P(a_k = 0 | \mathbf{b}')} = \ln \frac{\sum_{\forall (i,j) \in B, a_{i,j}=1} \alpha_k(r_i) \cdot \gamma_k(r_i, r_j) \cdot \beta_{k+1}(r_j)}{\sum_{\forall (i,j) \in B, a_{i,j}=-1} \alpha_k(r_i) \cdot \gamma_k(r_i, r_j) \cdot \beta_{k+1}(r_j)} \quad (3-37)$$

同樣地，我們利用相同的運算流程也可以得到碼位元的對數相似比。

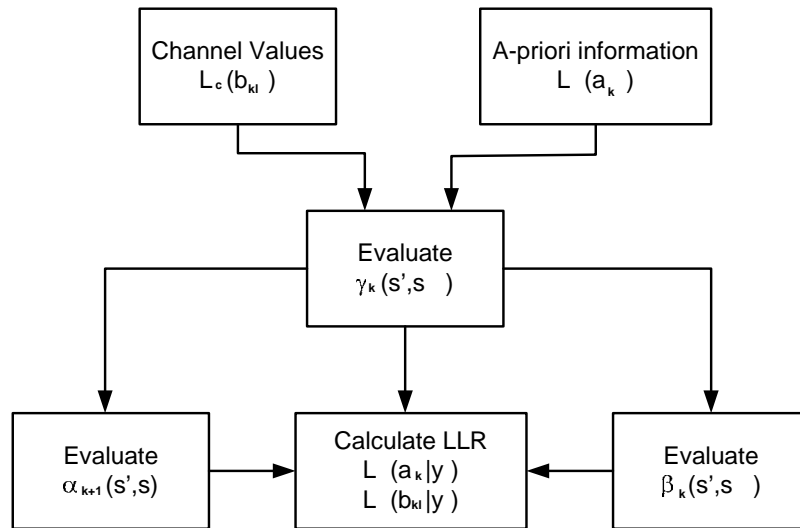


圖 3.10 BCJR 演算法流程圖

3.2.5 SOVA 解碼器

威特比演算法最早是用來解迴旋編碼，是利用選擇格子圖中編碼序列與接收序列差異最小的方法做為迴旋碼解碼的方法。而 SOVA (Soft Output Viterbi Algorithm) 則考慮輸入位元的軟性資訊同時也提供了輸出位元的可靠度，因此效能較威特比演算法來的好，但也由於雙向的運算程序造成運算複雜度的增加，此小節我們將介紹 SOVA 解碼的程序[13]。

SOVA 解碼器計算輸出軟性資訊的對數相似比 $\Lambda(c_i)$ 如下式：

$$\Lambda(c_i) = \log \frac{P_r \{c_i = 1 | \mathbf{r}^\tau\}}{P_r \{c_i = 0 | \mathbf{r}^\tau\}} \quad (3-38)$$

其中 \mathbf{r}^τ 為接收序列， $P_r \{c_i = i | \mathbf{r}^\tau\}$, $i=0,1$ 為傳送符元的後置機率。

同威特比演算法，SOVA 解碼器選擇一條編碼序列 \mathbf{c} 使得到最小的 path metric $\mu_{\tau, \min}$ 來做為最大相似 (maximum likelihood, ML) 路徑。

由 ML 法則：

$$P_r \{\mathbf{c} | \mathbf{r}^\tau\} \propto \exp(-\mu_{\tau, \min})$$

假設在時間點 t 所估計的 ML 符元為 1，我們將 t 時間點符元 1 的互補符元 0 的最小的 path metric 表示為 $\mu_{t,c}$ ，因此可以得到如下的關係式：

$$\begin{aligned} P_r(c_t = 1 | \mathbf{r}^\tau) &\propto \exp(-\mu_{\tau,\min}) \\ P_r(c_t = 0 | \mathbf{r}^\tau) &\propto \exp(-\mu_{t,c}) \end{aligned}$$

則可以得到以下的對數相似比：

$$\begin{aligned} \log \frac{P_r\{c_t = 1 | \mathbf{r}^\tau\}}{P_r\{c_t = 0 | \mathbf{r}^\tau\}} &\propto \log \frac{\exp(-\mu_{\tau,\min})}{\exp(-\mu_{t,c})} \\ &= \mu_{t,c} - \mu_{\tau,\min} \end{aligned} \quad (3-39)$$

現在我們再令時間點 t 時所有 $c_t = 1$ 路徑中最小的 path metric 為 μ_t^1 ，同理，令時間點 t 時所有 $c_t = 0$ 路徑中最小的 path metric 為 μ_t^0 ，則由於以上的假設在時間點 t 所估計的 ML 符元為 1，故我們可以得到 $\mu_t^1 = \mu_{\tau,\min}$ 以及 $\mu_t^0 = \mu_{t,c}$ ，所以 (3-39) 式便可改寫成

$$\log \frac{P_r\{c_t = 1 | \mathbf{r}^\tau\}}{P_r\{c_t = 0 | \mathbf{r}^\tau\}} \propto \mu_t^0 - \mu_t^1 \quad (3-40)$$

實際上我們可以發現，即使改變假設情況為時間點 t 所估計的 ML 符元為 0，我們仍然可以得到相同的 (3-40) 式。也就是不管 ML 硬性決策出來的位元是 0 或 1， t 時間符元軟性資訊的對數相似比均可表示成 (3-41) 式

$$\Lambda(c_t) = \log \frac{P_r\{c_t = 1 | \mathbf{r}^\tau\}}{P_r\{c_t = 0 | \mathbf{r}^\tau\}} \propto \mu_t^0 - \mu_t^1 \quad (3-41)$$

換言之，SOVA 在時間點 t 的軟性輸出即為時間點 t 時所有 $c_t = 0$ 路徑中最小的 path metric 扣除所有 $c_t = 1$ 路徑中最小的 path metric。SOVA 在段長為有限長度下時可視為雙向遞迴的演算法則。

SOVA 解碼程序歸納如下：

● 前向遞迴

1. 設定初始值：

$$t = 0, S_0 = 0, \mu_0^{(x)}(S_0 = 0) = 0, \mu_0^{(x)}(S_0 \neq 0) = \infty, S_\tau = 0$$

$$x = 0, 1$$

2. 將時間點 t 增加 1：

計算所有會進入時間點 t 的每個節點 (node) 的 branch metrics 以及 path metrics，對於每個節點均比較進入此節點的 path metrics 並且找出殘存者 (surviver)。每個節點均只保留殘存者且儲存其 path metric。

步驟 2 將重複直到時間 t=τ 為止。

3. 節點 S_τ 的殘存者即為 ML 路徑且它的 metric 為 $\mu_{\tau, \min}$ 。

● 後向遞迴

1. 設定初始值：

$$t = \tau, S_\tau = 0, \mu_\tau^{(x)}(S_\tau = 0) = 0, \mu_\tau^{(x)}(S_\tau \neq 0) = \infty, S_0 = 0$$

$$x = 0, 1$$

2. 將時間點 t 減少 1：

計算所有會進入時間點 t 的每個節點的 branch metrics 以及 path metrics，對於每個節點均比較進入此節點的 path metrics 並且找出殘存者。每個節點均只保留殘存者且儲存其 path metric。

步驟 2 將重複直到時間 t=0 為止。

● 軟性決策

1. 設定 t=0

2. 將時間點 t 增加 1：

利用 ML 法則估計出 $c_t = i, i \in \{0, 1\}$ ，得到 $\mu_t^i = \mu_{\tau, \min}$ ，並且利用(3-42)

式找出 $\mu_t^c, c = i \oplus 1, \oplus$ 表示模 2 的加法。

$$\mu_t^c = \min_{l, c} \left\{ \mu_{t-1}^f(l') + v_t^c(l', l) + \mu_t^b(l) \right\} \quad (3-42)$$

其中 $l', l = 0, 1, \dots, M_s - 1$, $\mu_{t-1}^f(l')$ 為前向遞迴在時間點 $t-1$ 時進入節點 l' 殘存者的 path metric, $\nu_t^c(l', l)$ 則代表時間點 t 下估計符元的互補符元從 l' 至 l 的 branch metric, 最後 $\mu_t^b(l)$ 則代表後向遞迴在時間點 t 時進入節點 l 殘存者的 path metric。

最後便可計算出對數相似比 $\Lambda(c_t) = \mu_t^0 - \mu_t^1$ 。

以上即為 SOVA 解碼的過程, 為了降低解碼的運算複雜度, 對於後向遞迴以及軟性決策可以同時進行。

3.2.6 解碼器運算複雜度之比較

表 3.1 比較 3.2.4 及 3.2.5 小節所介紹的軟入軟出解碼器在每個時間點的運算複雜度, 其是針對 (n, k) 的迴旋編碼, 編碼器包含 ν 個移位暫存器。在計算對數相似性函數時, MAP 演算法考慮所有格子圖上的路徑, 只是將其分成兩大類, 考慮時間點 t 時, MAP 演算法將 t 時間符元為 0 的所有路徑與 1 的所有路徑分開, 分別計算出 0 與 1 的對數相似性函數。然而對於 SOVA 解碼器而言, 在計算對數相似性函數時, 解碼器在時間點 t 只考慮兩條路徑, 一條是 ML 路徑, 另一條則是 ML 路徑在時間點 t 的決策符元的互補符元其最佳路徑。

表 3.1 解碼器複雜度之比較[11]

	MAP	SOVA
add.	$2 \cdot 2^k \cdot 2^\nu + 6$	$2 \cdot 2^k \cdot 2^\nu + 9$
multipl.	$5 \cdot 2^k \cdot 2^\nu + 8$	$2^k \cdot 2^\nu$
max ops		$2 \cdot 2^\nu - 1$
exp.	$2 \cdot 2^k \cdot 2^\nu$	

第四章

COFDM 系統架構及接收機分析

第三章我們介紹了整個Coded OFDM/CDMA系統傳送端至接收端的運作原理。由於華氏碼的使用，以及渦輪等化架構需要前級的等化器與後級解碼器不斷地互相傳遞資料來產生新的資訊，加上BCJR解碼器與SOVA解碼器的運作皆為前向遞迴以及後向遞迴的兩個運算，且兩遞迴運算皆包含軟性決定，這都使得整個Coded OFDM/CDMA系統的複雜度太高。所以本章我們將針對COFDM原有的接收端架構中的威特比解碼器做簡單的改善，以增進原有COFDM系統的效能。

4.1 傳送端架構

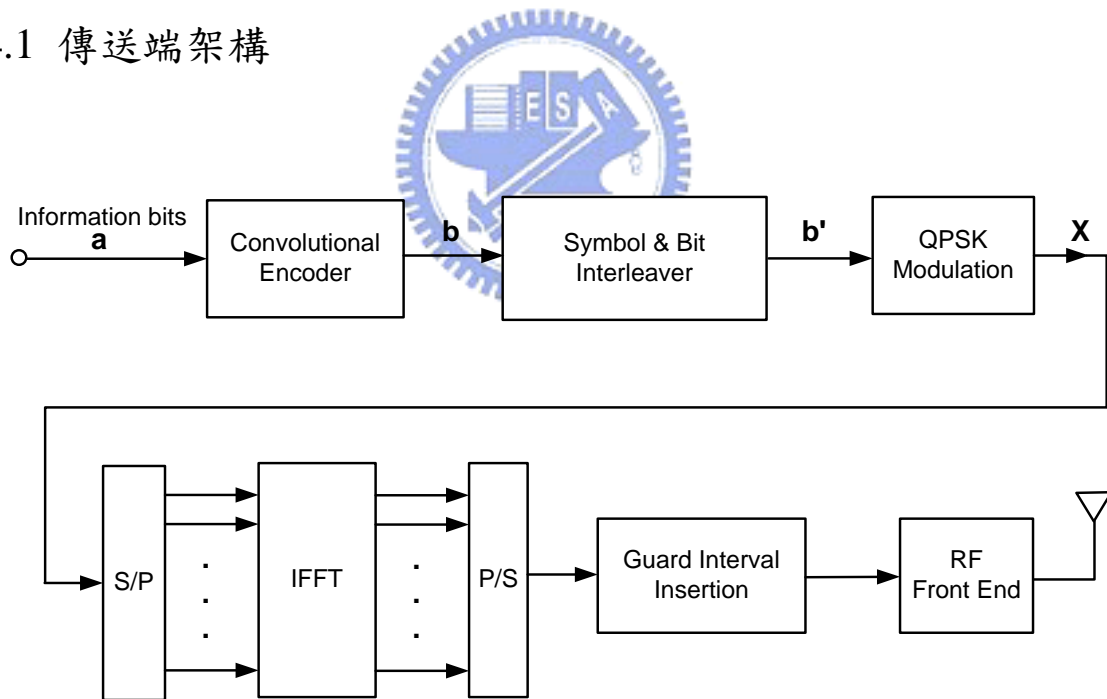


圖 4.1 COFDM 系統傳送端架構圖

一個經過二位元迴旋碼編碼的 OFDM 傳送端系統架構如圖 4.1 所示，首先資料流先經過編碼率為 1/2，強制長度為 7 的迴旋編碼器，其中迴旋編碼器架構同第三章中的圖 3-2。經過編碼後的碼序列 **b** 接著會進入二維度的交錯器，分別進行符元交錯以及位元交錯的處理。如同第一章對交錯器的介紹，在這裡符元交錯的目

的也和第三章 Coded OFDM/CDMA 系統的符元交錯器使用目的相同，在於減少因衰減通道所造成資料在時間上有衰減的相關性，以降低接收訊號發生連續性錯誤的機會。做完符元交錯的資訊位元序列接著再進行位元交錯。其是以一個 OFDM 符元長度為單位，內部進行攪亂如圖 1.8。然而這裡做位元交錯的目的則和第三章 Coded OFDM/CDMA 系統使用位元交錯器的目的不同。COFDM 傳送端架構中的位元交錯是使得一個 OFDM 符元放在各個載波上的資料被打散，以降低頻率選擇性衰減通道的干擾。

訊號經過二維交錯器攪亂後的訊號 \mathbf{b}' 接著做 QPSK 調變。2N 個位元資料進行 QPSK 調變後可得到 N 個 QPSK 符元 (假設所有載波上均放資料)，其中第 k 個 QPSK 符元 X_k 用數學式子表示如下：

$$X_k = P_k + jQ_k, \quad k=1,2,\dots,N, \quad P_k, Q_k \in \{\pm 1/\sqrt{2}\} \quad (4-1)$$

其中 P_k 、 Q_k 分別為 QPSK 符元上實部、虛部的訊號， $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_N]^T$

接著經過 IFFT 後訊號變成：

$$IFFT\{\mathbf{X}\}_{N \times 1} = \mathbf{F}_{N \times N}^{-1} \cdot \mathbf{X} \quad (4-2)$$

其中 \mathbf{F}^{-1} 代表 IFFT 矩陣。



最後在每個 OFDM 有效符元前面加上可抵抗碼際干擾的護衛間隔，便可以將訊號傳送出去而完成傳送端的運作。

4.2 接收端架構

COFDM 系統接收端架構如圖 4.2 所示，無線電頻率訊號經由射頻頭端轉換成基頻訊號後，接著移除訊號的護衛間隔，再經過 FFT 的轉換就可以得到所有次載波上的訊號 \mathbf{R} ，提供給接下來的單軌等化器進行通道等化的處理。這裡使用了一種軟性的單軌等化器，其會計算輸出的軟性資訊。原理是將訊號所遭遇的通道狀態資訊一起考慮進來，取代原本作硬性決策後不帶有可靠度資訊的 0 與 1 位元。我們將在 4.2.2 小節對軟性單軌等化器作介紹，並且計算輸出位元的軟性資訊。接

著我們將軟性單軌等化器所計算的碼位元軟性資訊的對數相似比送至解碼器。但在這之前必須先經過解交錯器還原原始碼位元的順序，接著才送進解碼器做分析。解碼器的部份我們使用傳統的威特比解碼器，只是不同於以硬性決策後的位元當輸入的威特比解碼，這裡我們將利用經過解交錯器後，從軟性單軌等化器計算碼序列的軟性資訊的對數相似比 $LLR(b_k)$ 來做為威特比解碼器的輸入。在 4.2.3 小節我們將對此改良式的威特比演算法做說明，威特比演算法解碼後的資料即是我們所要估計的資訊位元。

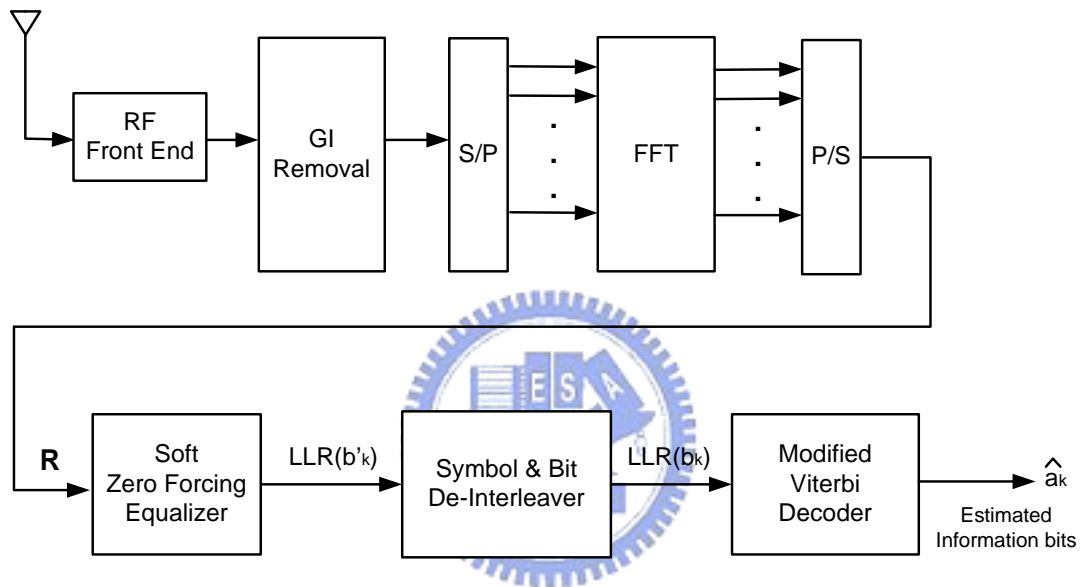


圖 4.2 COFDM 系統接收端架構圖

4.2.1 威特比演算法

在介紹改良式的威特比演算法之前，我們先回顧傳統的威特比演算法。威特比演算法的運作原理是依照最大相似性解碼，選擇一個碼序列 \bar{v} 使得(4-3)式所表示的條件機率最大化。

$$P(\bar{r} | \bar{v}) = \prod_{i=0}^{n-1} P(r_i | v_i) \quad (4-3)$$

其中 \bar{v} 代表傳送端所傳送的碼序列， \bar{r} 則代表經過含有雜訊通道的接收序列。

將式子兩邊同取對數，對於二元對稱通道(BSC)，(4-3)式可以改寫成下式：

$$P(\bar{r} | \bar{v}) = \prod_{i=0}^{n-1} (1-p) \left(\frac{p}{1-p}\right)^{d_H(r_i, v_i)} \quad (4-4)$$

當 $r_i \neq v_i$ 時，則 r_i 與 v_i 的漢明距離 $d_H(r_i, v_i) = 1$ 。反之當 $r_i = v_i$ ， $d_H(r_i, v_i) = 0$ 。

由(4-4)式中可以看出，最大相似性解碼相當於選擇一個碼序列 \bar{v}' 使得(4-5)式最小化。

$$d_H(\bar{r}, \bar{v}) = \sum_{i=0}^{n-1} d_H(r_i, v_i) \quad (4-5)$$

威特比演算法是利用格子狀結構反覆的進行以下將介紹的解碼程序，來找出最接近接收序列 \bar{r} 的碼序列 \bar{v}' 。以下說明其運作原理：先假設母迴旋編碼器有 m 個移位暫存器，且編碼率為 $1/n$ 。

$S_i^{(k)}$ 表示第 i 級的狀態， $k = 0, 1, \dots, 2^m - 1$ ，在格子狀結構中，每個狀態 $S_i^{(k)}$ 均有一個對應的 metric ($M(S_i^{(k)})$)，及對應的路徑 $\bar{y}^{(k)}$ 。每個分支均有對應的碼 $\bar{v}[i] = (v_0[i], v_1[i], \dots, v_{n-1}[i])$ 。 $\bar{r}[i] = (r_0[i], r_1[i], \dots, r_{n-1}[i])$ 表示經過含雜訊通道的輸出。

在剛開始進行威特比解碼前需要先初始 metric 及路徑：

$$i = 0: \quad M(S_0^{(k)}) = 0, \quad \bar{y}_0^{(k)} = (.) \quad (\text{empty}) \quad (4-6)$$

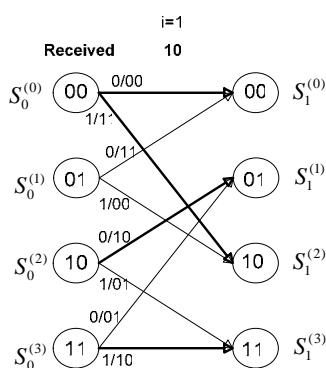


圖 4.3 格子狀結構圖(code rate 1/2，4-state)

接著每一級均進行以下的解碼步驟[20]：

1. 計算每個分支的 branch metric：

$$BM_i^{(b)} = d_H(\bar{r}[i], \bar{v}[i]) \quad (4-7)$$

$$\text{其中 } b \equiv \sum_{l=0}^{n-1} v_l[i] 2^{n-1-l}$$

2. 對於每一個狀態 $S_i^{(k)}, k = 0, 1, \dots, 2^m - 1$ ，將兩個會進入此狀態的分支在步驟 1 所計算出的權重 $BM_i^{(b_1)}, BM_i^{(b_2)}$ ，加上進入的分支之前狀態的累積 metric $M(S_{i-1}^{(k_1)}), M(S_{i-1}^{(k_2)})$ 後，比較並且選擇較小相加後的 metric 的分支，於是產生新的累積 metric：

$$M(S_i^{(k)}) = \min\{M(S_{i-1}^{(k_1)}) + BM_i^{(b_1)}, M(S_{i-1}^{(k_2)}) + BM_i^{(b_2)}\} \quad (4-8)$$

3. 對於每一個狀態 $S_i^{(k)}, k = 0, 1, \dots, 2^m - 1$ ，將步驟 2 勝出的分支，在前一級停留的狀態的殘存路徑(survivor paths)，加入勝出分支的碼 $\bar{v}_{k_j}, j \in \{1, 2\}$ ，更新並儲存新的殘存路徑 $\bar{y}^{(k)}$ ：

$$\bar{y}_i^{(k)} = (\bar{y}_{i-1}^{(k_j)}, \bar{v}_{k_j}) \quad (4-9)$$

4. 當 i 大於解碼深度 L 時， $\bar{y}_{i-L}^{(k')}$ 即為解碼器的輸出碼序列，其中 k' 指狀態 $S^{(k')}$ 有最小的累積權重。

設定 $i = i + 1$ ，且返回步驟 1 繼續進行解碼的動作。

以上的解碼步驟如圖 4.4 所示：

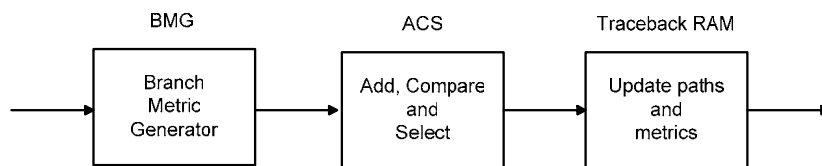


圖 4.4 威特比演算法方塊圖[19]

4.2.2 軟性單軌等化技術

經過 FFT 後轉回頻域上的訊號 \mathbf{R} 接著送進單軌等化器，單軌等化器對每個次載波上的接收訊號分別進行通道匹配的动作。由於改良式威特比演算法需要碼位元的軟性資訊來進行解碼，所以這裡我們還需要計算輸出碼位元的軟性資訊。

首先經過 FFT 後第 k 個次載波上的接收訊號 R_k 可表示為：

$$R_k = H_k \cdot X_k + N_k \quad (4-10)$$

其中 $\mathbf{R} = [R_1, R_2, \dots, R_N]^T$ ， H_k 、 N_k 分別為通道頻率響應以及時域上為可加成性白色高斯雜訊在第 k 個次載波上的頻率增益。

則經過單軌等化器進行通道等化的動作後，每個次載波上的訊號可表示成：

$$Y_k = X_k + \frac{N_k}{H_k} \quad (4-11)$$

由上式 X_k 、 Y_k 以及 H_k 之特定關係，我們可以計算出通道等化後次載波上訊號 Y_k 的統計平均值及變異數如下式：

$$\begin{aligned} \mu_{Y_k} &= E[Y_k] = X_k + \frac{1}{H_k} E[N_k] = X_k \\ \sigma_{Y_k}^2 &= \text{Var}[Y_k] = E[(Y_k - \mu_{Y_k})^2] = E\left[\left(\frac{N_k}{H_k}\right)^2\right] = \frac{\sigma_n^2}{\|H_k\|^2} \end{aligned} \quad (4-12)$$

同樣地，我們可以得到 Y_k 上實部、虛部的統計平均值及變異數：（此以實部為例）

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Re}\{Y_k\}} &= E[\text{Re}\{Y_k\}] = \text{Re}\{X_k\} \\ \sigma_{\text{Re}\{Y_k\}}^2 &= \text{Var}[\text{Re}\{Y_k\}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_n^2}{\|H_k\|^2} \end{aligned} \quad (4-13)$$

因此利用以上的統計平均值及變異數，我們就可以得到輸出碼位元的軟性資訊的對數相似比：（假設 c_{2k} 為對應符元 X_k 實部上資料的碼位元）

$$\begin{aligned}
LLR(c_{2k}) &= \ln \frac{P[c_{2k} = 1]}{P[c_{2k} = 0]} = \ln \frac{P[\text{Re}\{X_k\} = 1/\sqrt{2}]}{P[\text{Re}\{X_k\} = -1/\sqrt{2}]} \\
&= \ln \frac{\exp\left(-\frac{(\text{Re}\{Y_k\} - 1/\sqrt{2})^2}{2 \cdot \sigma_{\text{Re}\{Y_k\}}^2}\right)}{\exp\left(-\frac{(\text{Re}\{Y_k\} + 1/\sqrt{2})^2}{2 \cdot \sigma_{\text{Re}\{Y_k\}}^2}\right)} \\
&= \sqrt{2} \cdot \frac{\text{Re}\{Y_k\}}{\sigma_{\text{Re}\{Y_k\}}^2} \propto \frac{\text{Re}\{Y_k\}}{\sigma_n^2 / \|H_k\|^2} = \text{Re}\{Y_k\} \cdot \frac{\|H_k\|^2}{\sigma_n^2}
\end{aligned} \tag{4-14}$$

由(4-14)式得到的軟式資訊可以看出通道狀態資訊 (CSI) 已經被考慮進去，通道狀態資訊可評估特定次載波上所帶資訊的可靠度。由於傳統的單軌等化器有一個極嚴重的缺失，就是會造成某些特地載波頻率上輸出雜訊放大的問題，這就是由於當通道環境在此特定載波頻率上衰減的情況很嚴重時，則等化器進行通道匹配的动作時，同時也會讓此頻率上的雜訊乘上一個極大的通道頻率增益，故此時等化器輸出的資料是極不可靠的。因此我們考慮通道狀態資訊，也就是能讓後級的解碼器知道碼序列的可靠度，便可增加解碼器解碼的準確性。

4.2.3 改良式威特比演算法

由於接收端解碼器收到的訊息從原本是經過硬式決策的二位元 0 與 1，改成接收單軌等化器輸出訊號的軟性資訊，也就是可視為解碼器收到碼序列的可靠度。因此威特比演算法解碼也採取計算可利用接收訊號的可靠度的歐幾里德距離，取代原本漢明距離的計算。

假設迴旋編碼器的輸出為 $\mathbf{a} = [a_1, a_2, \dots, a_n]^T$ 、解碼器輸入為 $\mathbf{c} = [c_1, c_2, \dots, c_n]^T$ ，其中迴旋編碼器的編碼率為 $1/n$ ，則歐幾里德距離的計算如以下數學式：

$$\begin{aligned}
\text{Euclidean distance} &= (a_1 - c_1)^2 + (a_2 - c_2)^2 + \dots + (a_n - c_n)^2 \\
&\propto -(a_1 c_1 + a_2 c_2 + \dots + a_n c_n)
\end{aligned} \tag{4-15}$$

由第一章所述，對於威特比解碼器而言，威特比演算法為一最大相似性序列估測器，其是對整個序列找出一條使得相似函數最大的路徑，由(4-15)式可等效於使 $\sum(a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n)$ 最大。然而這裡解碼器收到的資料序列 \mathbf{b} 已經被軟性單軌等化器所計算出的軟性資訊 $\{\text{LLR}(c_i)\}$ 所取代，故我們從 $(a_1\text{LLR}(c_1) + a_2\text{LLR}(c_1) + \dots + a_n\text{LLR}(c_n))$ 可以得知，具有可靠度的軟性資訊將成為解碼器計算歐幾里得距離時所增加的權重。當收下來的位元序列遭遇衰減情況嚴重的通道環境，而造成位元的可靠度極差時，會讓此碼位元的軟性資訊極小，所以計算歐幾里得距離作為 branch metric 時就相當於乘上一個較小的權重。相反地，當收下來的位元序列可靠度極佳時，就相當於給 branch metric 一個較大的權重，來幫助解碼器做正確的判斷。

由第五章的電腦模擬可以發現，使用具有可靠度的軟性資訊做為輸入的威特比演算法，將比傳統硬性決策的威特比演算法解碼效能來的佳。



第五章

電腦模擬結果及分析

5.1 Coded OFDM/CDMA 系統模擬結果

本論文提出使用於 Coded OFDM/CDMA 系統接收端之渦輪等化技術。前級等化器使用軟性資料重建多路徑干擾，並且以遞迴的方式在軟性等化器及軟性解碼器之間傳遞軟性資訊，本節將分析其模擬結果。

5.1.1 模擬環境及系統參數

表 5.1 Coded OFDM/CDMA 系統模擬環境設定

調變(modulation)	QPSK
載波頻率(carrier frequency)	2GHz
頻寬(total bandwidth)	5MHz
次載波個數(number of subcarriers)	256
有效符元時間(useful symbol time)	51.2 μ s
護衛間隔(guard interval)	12.8 μ s
整個符元時間(overall symbol time)	64 μ s
展頻因數(spreading factor)	256
車速(vehicle speed)	120 km/hr
都普勒頻率(Doppler frequency)	222.22 Hz

路徑個數(path number)	2
最大延遲擴散(max delay spread)	3.2 μ s

表 5.2 Coded OFDM/CDMA 系統迴旋碼設定

碼率(code rate)	1/2
強制長度(Constraint length)	7
產生器多項式(Generator polynomial)	{171, 133} _{oct}

表 5.3 Coded OFDM/CDMA 系統其他參數設定

符元交錯器(symbol interleaver)	S-random interleaver 分別使用(20, 3)及(100, 7)
位元交錯器(bit interleaver)	(512, 16) S-random interleaver
部分等化通道匹配(Partial Equalizer)	Fix Channel: $\beta=0.7$ Fading Channel: $\beta=0.5$

Coded OFDM/CDMA 系統電腦模擬的通道模型及假設條件為：

1. 能量 1:1 的雙路徑固定通道。
 2. 能量 1:1 的雙路徑衰減通道，由傑克衰減模型產生。
- 假設接收端已達到完美通道估計
 - 假設接收端已知傳送端所使用的華氏碼
 - 假設傳送端與接收端已達到載波同步與符元同步

5.1.2 模擬結果及討論

5.1 圖到 5.6 圖為渦輪等化架構搭配 BCJR 解碼器，比較不同段長（段長指符元交錯器處理的資料長度與位元交錯器處理的資料長度之乘積）以及有無使用位元交錯器的系統效能。我們將逐一進行討論。首先圖 5.1 顯示在雙路徑固定通道環境下，比較不同段長的系統效能。由圖中可以得知在固定通道的環境下，段長位元數為 $20 \times 256 \times 2$ 與段長為 $100 \times 256 \times 2$ 位元均能達到極佳的系統效能，也就是當一次處理段長為 $20 \times 256 \times 2$ 位元的資料序列的渦輪等化架構，在 E_b/N_0 大於 3dB 的情況下，已經可以達到只有可加性白色高斯雜訊分佈的通道環境下的系統效能。此外還有另一個值得注意的地方，從圖中亦可以發現當渦輪等化架構所執行的遞迴次數增加，系統效能也隨之被改善。這代表了在前級等化器及後級解碼器之間傳遞資料的軟性資訊可靠度會隨著遞迴次數增加也愈佳。但由圖中可知系統效能改善程度會隨著渦輪等化器遞迴次數增加而減緩，這代表遞迴次數有上限。

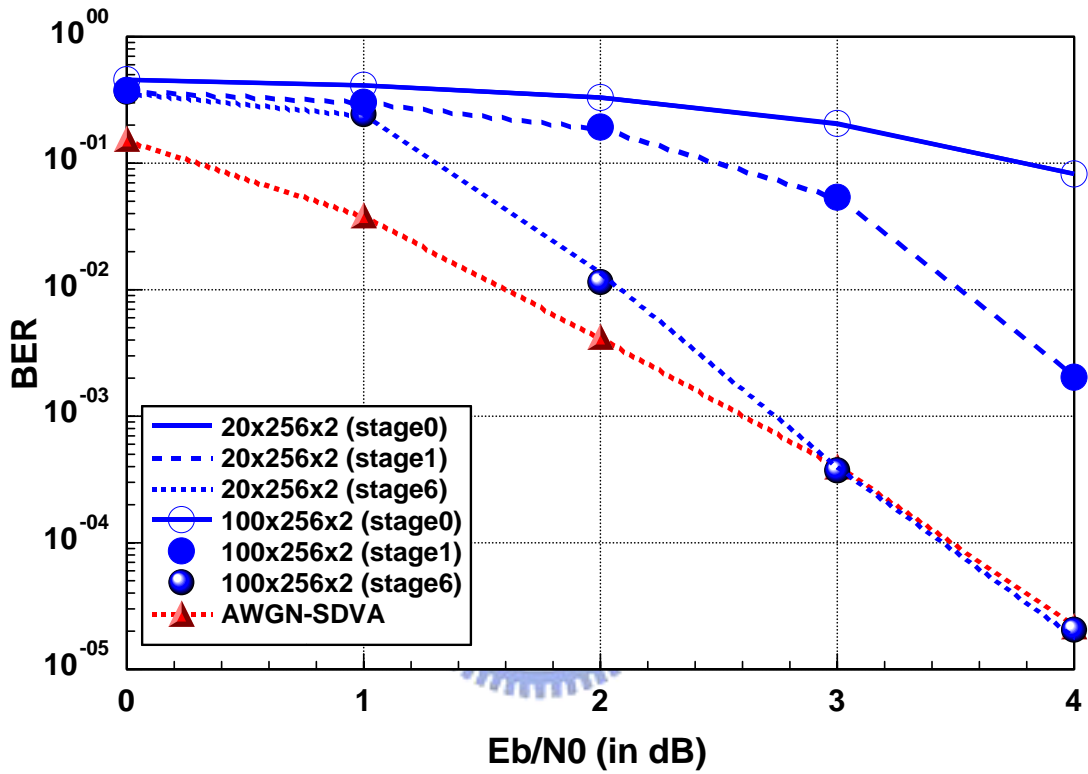


5.2 圖顯示在雙路徑衰減通道環境下，比較不同段長的系統效能，由圖中可以得知在衰減通道的環境下，將段長位元數為 $20 \times 256 \times 2$ 增加至 $100 \times 256 \times 2$ 位元可以增加系統效能。顯示了一次處理的資料長度愈長，也就是交錯器能夠使相鄰的位元打到更遠的位置而使得遭受到的通道環境愈不同，對於解碼器而言，每個輸入位元的相關性也愈低，愈能接近 BCJR 演算法的假設條件，因此提升了系統的效能。在圖 5.2 的模擬中，同時我們將載波頻率由 2GHz 提升至 4GHz，以提高通道環境在時域上的衰變次數，亦即降低了鄰近的傳送訊號遭受通道衰減影響所產生的相關性。由圖中可以發現，對於同樣一次處理資料段長為 $100 \times 256 \times 2$ 位元的系統而言，通道變化較快的系統模擬效能會較通道變化較慢的系統模擬效能來的佳，也再次驗證前面所說明的，當每個資料位元的相關性愈低時，系統的效能也愈佳。

5.3 圖顯示在雙路徑固定通道環境下，一次處理的資料位元數長度為 $20 \times 256 \times 2$ 的情況下，比較有無使用位元交錯技術的系統效能。由 5.3 圖可以發現，系統效能亦有提升當使用了位元交錯技術。

由第三章 3.2.6 小節可以知道，資料序列的長度過長將會造成系統運算複雜度過高。我們比較 5.3 圖及 5.4 圖可以觀察出，一次處理的資料位元數長度為 $20 \times 256 \times 2$ 的情況下，使用位元交錯技術的系統效能，與一次處理的資料位元數長度為 $100 \times 256 \times 2$ 的情況下，但未使用位元交錯技術的系統效能幾乎相同。這表示的意義就是我們可以增加使用簡單的位元交錯技術來取代一次處理極長的資料序列。然而，從 5.4 圖至 5.6 圖發現使用位元交錯器並不會對系統有所改善，這是由於當多路徑通道干擾嚴重時，展頻碼之間的正交性破壞嚴重，於是增加了符元之間的干擾。

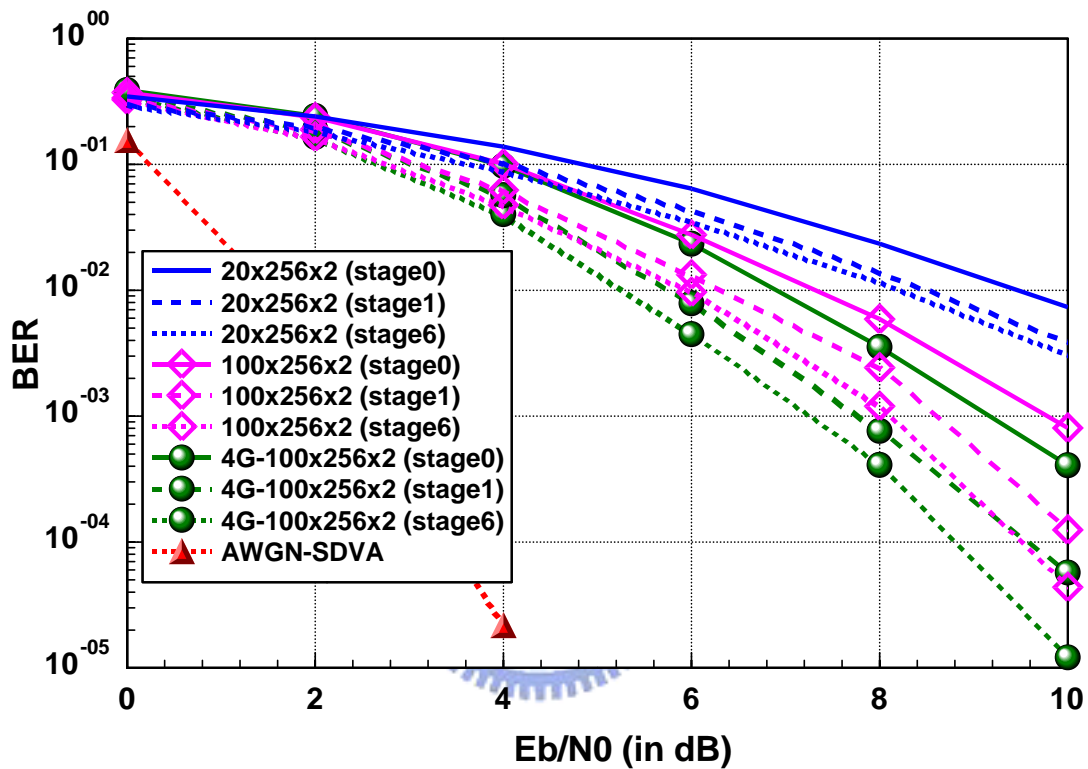
接下來從 5.7 圖到 5.12 圖為渦輪等化架構搭配 SOVA 解碼，比較不同段長以及有無使用位元交錯器的系統效能，由於模擬結果顯示使用 SOVA 解碼與使用 BCJR 解碼的系統效能均相同。實際上由 3.2.4 小節介紹 BCJR 演算法時就可以知道兩者會達到相同系統效能的原因。對於只有一個解碼器的渦輪等化架構而言，BCJR 演算法無法得到資訊的事前機率，這使得原本為 MAP 解碼的 BCJR 演算法只能達到 ML 解碼的效能。然而由 3.2.6 小節顯示 MAP 解碼器的運算複雜度較 SOVA 解碼器來的高，所以這也顯示了我們能將渦輪等化架構後級 BCJR 解碼器以 SOVA 解碼器取代，以降低系統的運算複雜度。



2-Path Fix Channel
 CIR={0.7071, 0.7071}

圖 5.1 渦輪等化架構搭配 BCJR 解碼在雙路徑固定通道下，

比較不同段長的系統效能



2-Path Fading Channel
 $f_c=2\text{G Hz}$ / $v_c=120\text{ us}$ / $T_s=64\text{ us}$
 $\text{CIR}=\{0.7071, 0.7071\}$

圖 5.2 渦輪等化架構搭配 BCJR 解碼在雙路徑衰減通道下，

比較不同段長的系統效能

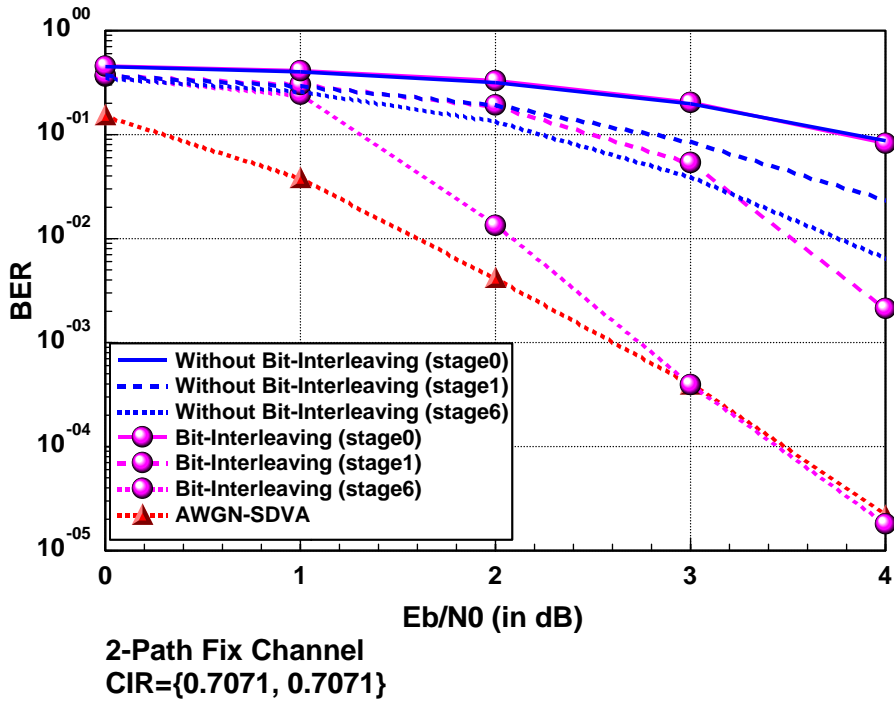


圖 5.3 渦輪等化架構搭配 BCJR 解碼在雙路徑固定通道下，
段長為 $20 \times 256 \times 2$ 位元，比較有無使用位元交錯技術的系統效能

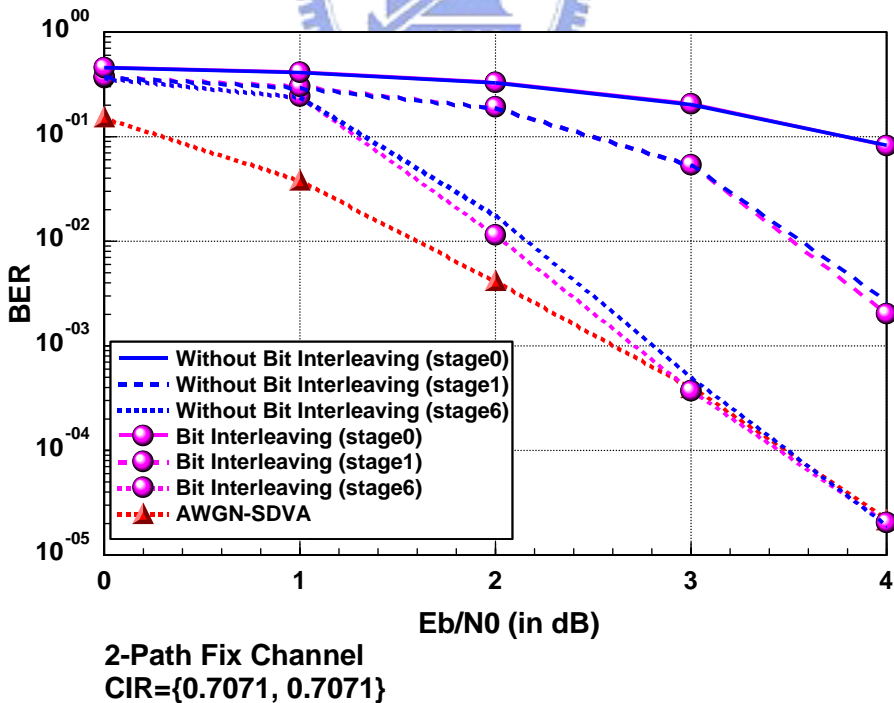


圖 5.4 渦輪等化架構搭配 BCJR 解碼在雙路徑固定通道下，
段長為 $100 \times 256 \times 2$ 位元，比較有無使用位元交錯技術的系統效能

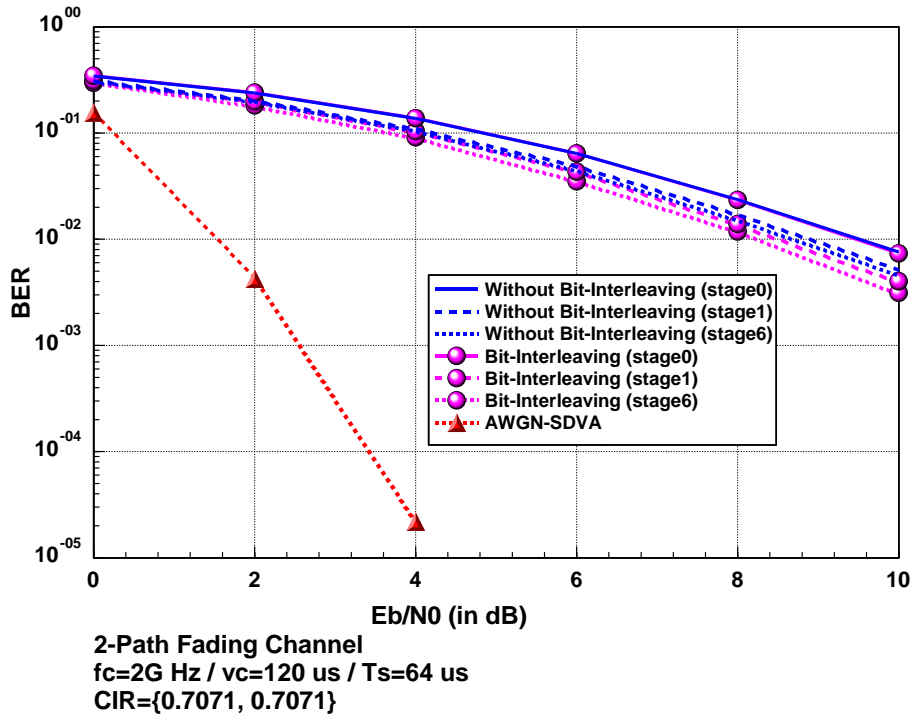


圖 5.5 渦輪等化架構搭配 BCJR 解碼在雙路徑衰減通道下，
段長為 $20 \times 256 \times 2$ 位元，比較有無使用位元交錯技術的系統效能

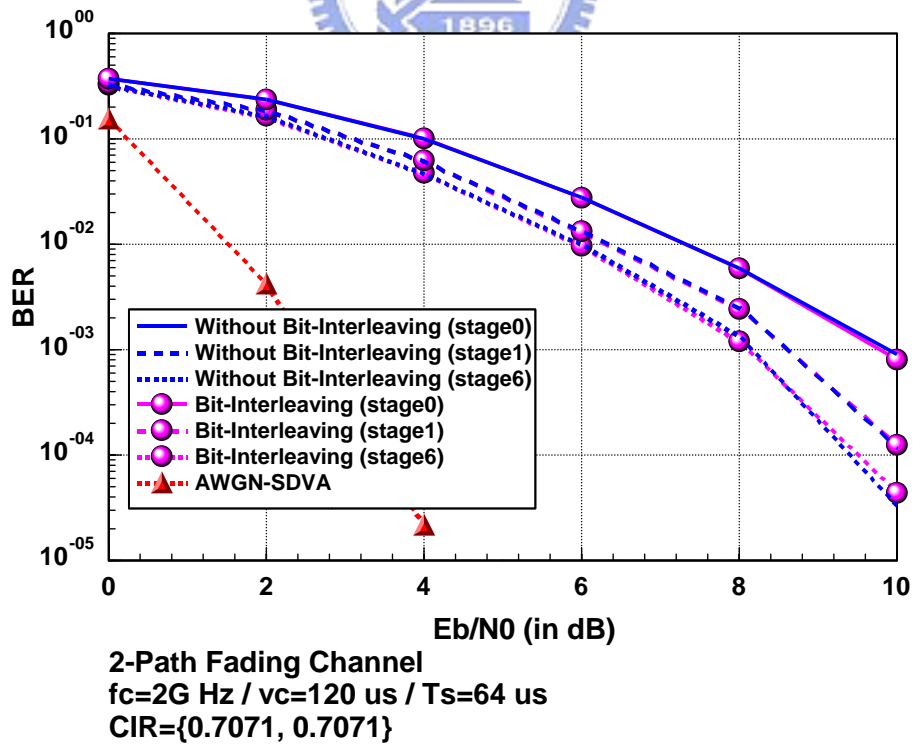
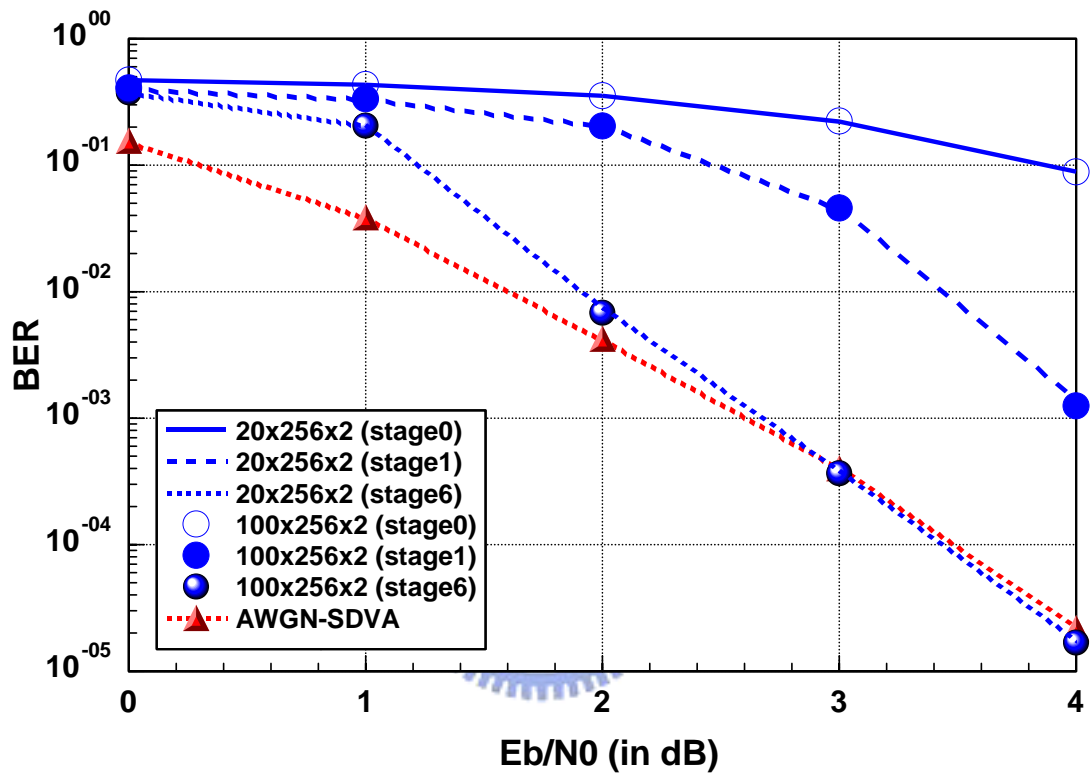


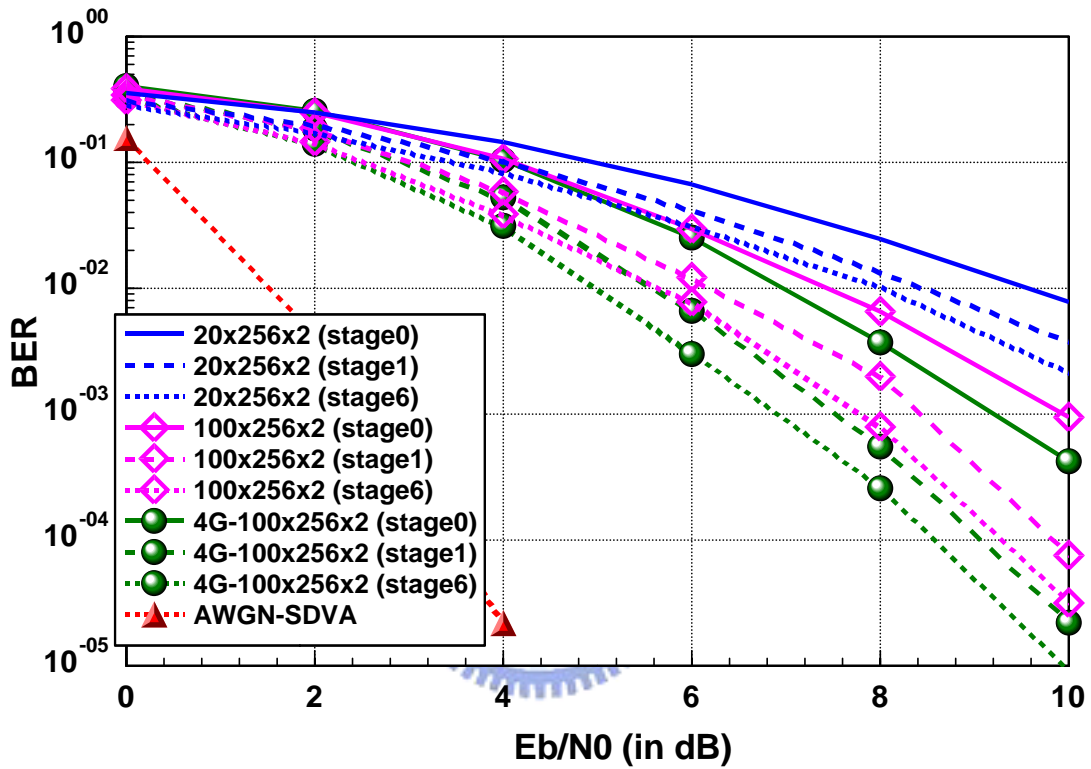
圖 5.6 渦輪等化架構搭配 BCJR 解碼在雙路徑衰減通道下，
段長為 $100 \times 256 \times 2$ 位元，比較有無使用位元交錯技術的系統效能



2-Path Fix Channel
 CIR={0.7071, 0.7071}

圖 5.7 渦輪等化架構搭配 SOVA 解碼在雙路徑固定通道下，

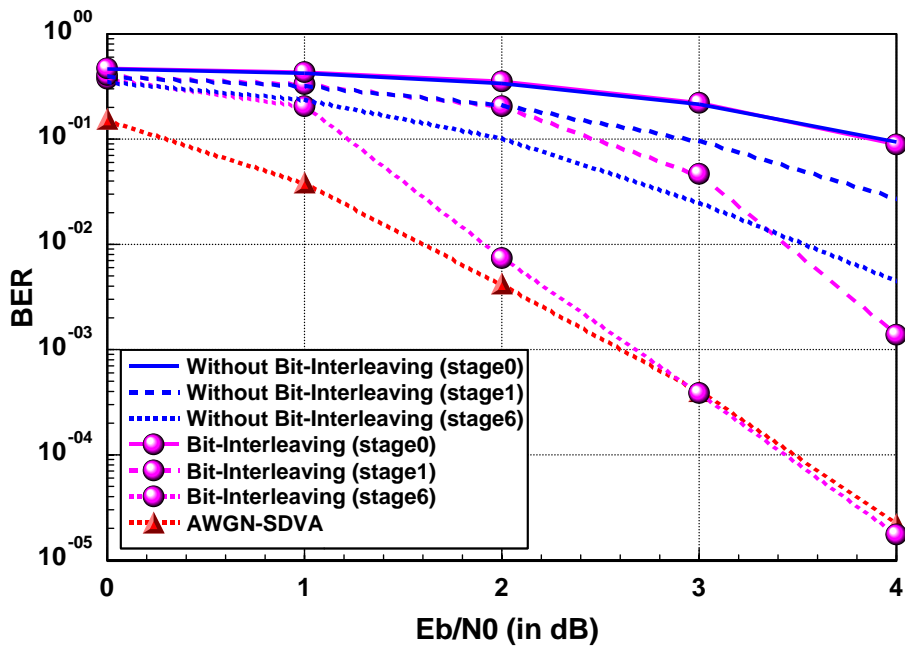
比較不同段長的系統效能



2-Path Fading Channel
 $f_c=2\text{G Hz}$ / $v_c=120\text{ us}$ / $T_s=64\text{ us}$
 $\text{CIR}=\{0.7071, 0.7071\}$

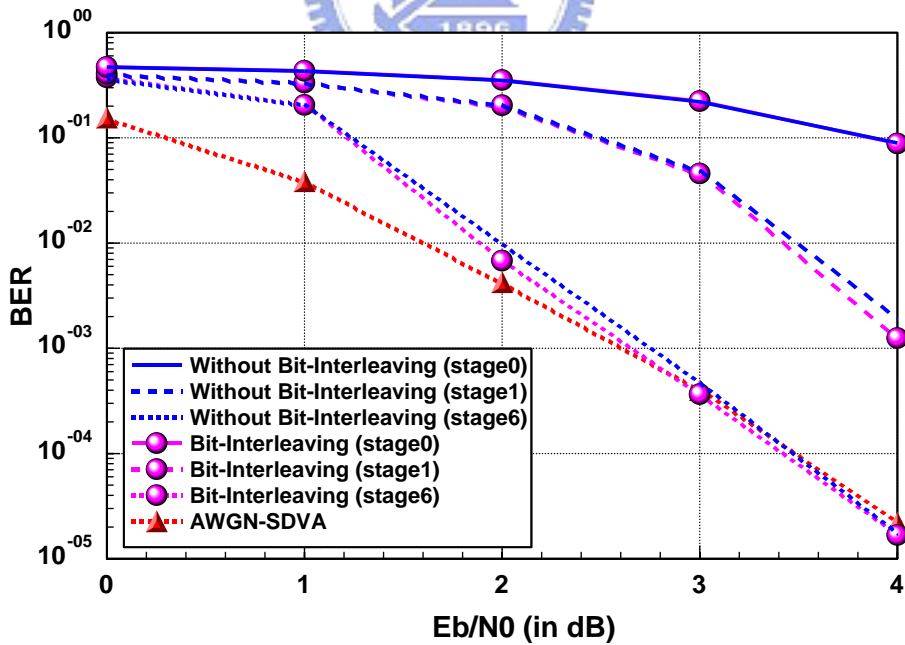
圖 5.8 渦輪等化架構搭配 SOVA 解碼在雙路徑衰減通道下，

比較不同段長的系統效能



2-Path Fix Channel
CIR={0.7071, 0.7071}

圖 5.9 渦輪等化架構搭配 SOVA 解碼在雙路徑固定通道下，
段長為 $20 \times 256 \times 2$ 位元，比較有無使用位元交錯技術的系統效能



2-Path Fix Channel
CIR={0.7071, 0.7071}

圖 5.10 渦輪等化架構搭配 SOVA 解碼在雙路徑固定通道下，
段長為 $100 \times 256 \times 2$ 位元，比較有無使用位元交錯技術的系統效能

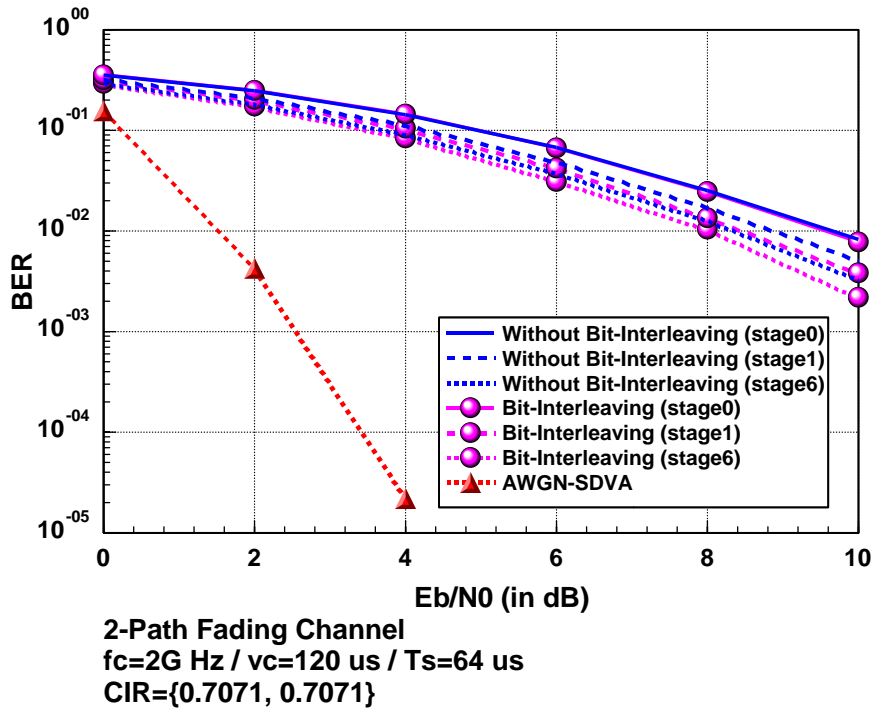


圖 5.11 渦輪等化架構搭配 SOVA 解碼在雙路徑衰減通道下，段長為 $20 \times 256 \times 2$ 位元，比較有無使用位元交錯技術的系統效能

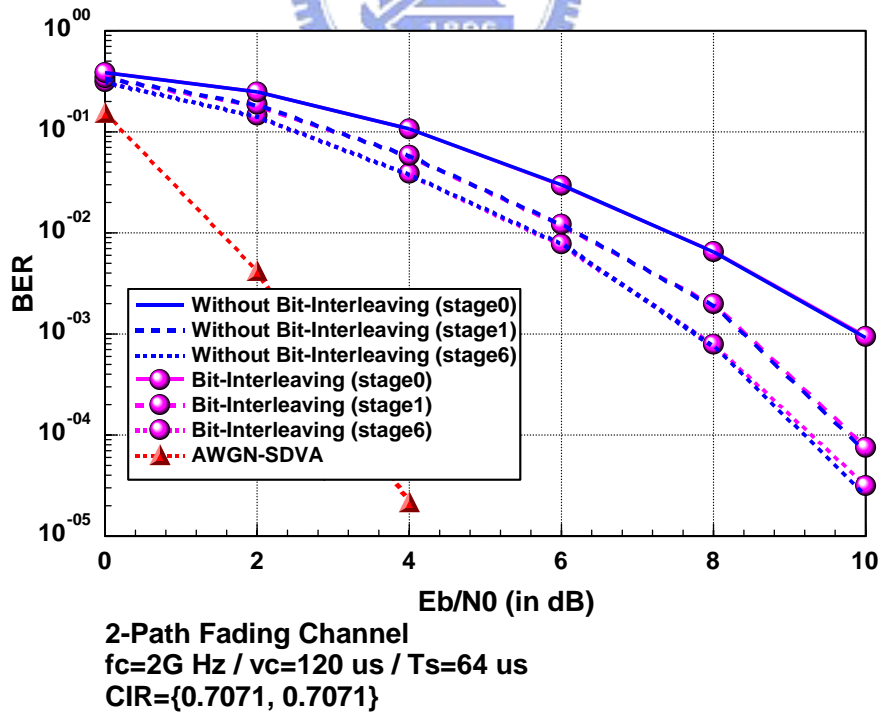


圖 5.12 渦輪等化架構搭配 SOVA 解碼在雙路徑衰減通道下，段長為 $100 \times 256 \times 2$ 位元，比較有無使用位元交錯技術的系統效能

5.2 COFDM 系統模擬結果

本論文針對傳統 COFDM 系統接收端做改良式威特比演算法解碼，計算單軌等化器輸出的軟性資訊以提供威特比演算法作更可靠的解碼判斷。由電腦模擬結果驗證加入軟性資訊提供可靠度判斷能提升 COFDM 系統效能。

5.2.1 模擬環境及系統參數

在本小節的模擬中，系統的通道模型與假設條件與前小節相同，此處再次列出系統模擬環境及參數如下：

表 5.4 COFDM 系統模擬環境設定

調變(modulation)	QPSK
載波頻率(carrier frequency)	2GHz
頻寬(total bandwidth)	5MHz
次載波個數(number of subcarriers)	256
有效符元時間(useful symbol time)	51.2 μ s
護衛間隔(guard interval)	12.8 μ s
整個符元時間(overall symbol time)	64 μ s
車速(vehicle speed)	120 km/hr
都普勒頻率(Doppler frequency)	222.22 Hz
路徑個數(path number)	2
最大延遲擴散(max delay spread)	3.2 μ s

表 5.5 COFDM 系統迴旋碼設定

碼率(code rate)	1/2
強制長度(Constraint length)	7
產生器多項式(Generator polynomial)	{171, 133} _{oct}

表 5.6 COFDM 系統其他參數設定

符元交錯器(symbol interleaver)	(100, 7) S-random interleaver
位元交錯器(bit interleaver)	(512, 16) S-random interleaver



5.2.2 模擬結果及討論

5.13 圖顯示在可加成性白色高斯雜訊分佈的通道環境下，輸入為軟性資訊的威特比演算法系統效能與軟性決策之威特比演算法系統效能相同。均比未能提供可靠度分析的硬性決策好 2dB。

5.14 圖及 5.15 圖分別模擬在雙路徑固定通道環境以及雙路徑衰減通道環境下，比較分別以硬性決策後的碼位元和軟性資訊為輸入的威特比演算法之系統效能。由兩張模擬結果圖中可以發現，輸入為軟性資訊的威特比演算法系統效能較硬性決策之威特比演算法系統效能來的佳。甚至在圖 5.14 雙路徑固定通道環境下， E_b/N_0 在 6 至 7dB 時 BER 就能達到 10^{-5} ，只差可加成性白色高斯雜訊分佈的通道環境下的系統效能約 2dB。此小節的模擬結果驗證了第四章所述，考慮了通道狀態資訊後的接收訊號的軟性資訊，提供給系統解碼器更可靠的資訊做解碼，因此提升了系統的效能。

此外在 5.14 圖及 5.15 圖的模擬中，我們還比較了利用軟性決策所得到的軟性位元，來取代軟性資訊當作為威特比解碼器的輸入。由圖中可以發現，利用軟性資訊解碼的系統效能仍較軟性位元佳，但兩者差異不大。甚至由圖 5.14 的雙路徑衰減通道環境下，兩者系統效能幾乎一樣，這是由於當遭遇的通道環境較糟時，單軌等化器輸出資料的軟性資訊可靠度值不會太大，於是利用高正切函數做軟性決策會接近線性區域，這和利用線性的對數相似比所得到的軟性資訊對於威特比解碼是等效的。實際上由於對軟性資訊做非線性的軟性決策會產生誤差，特別發生在高訊號雜訊比時，故其效能會較差。

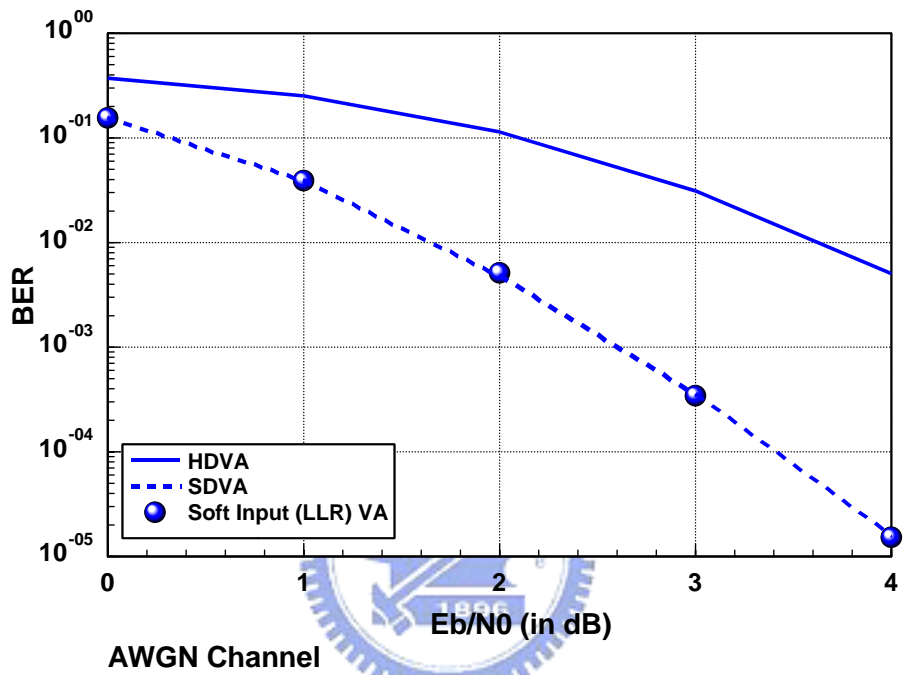
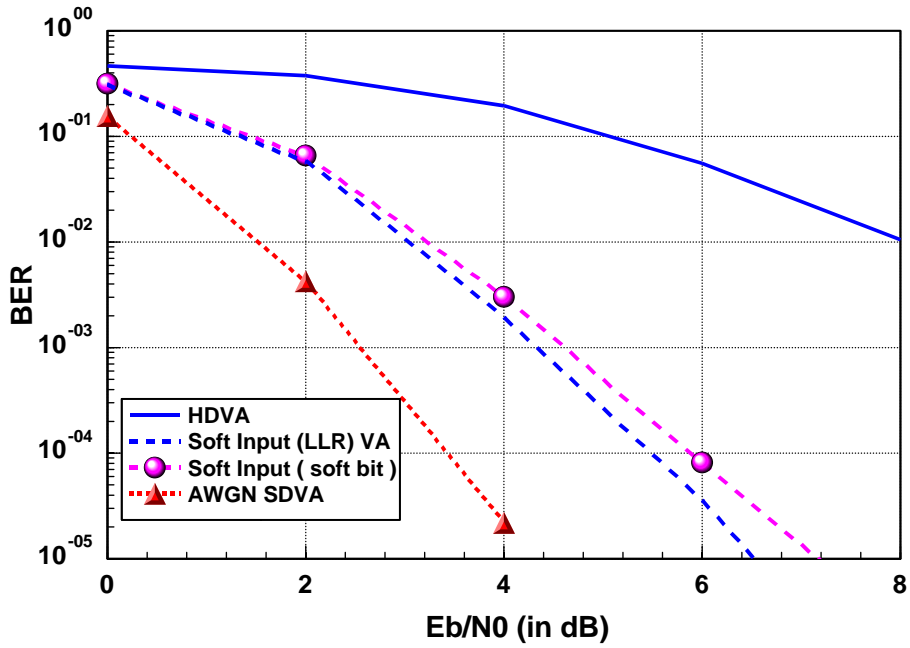
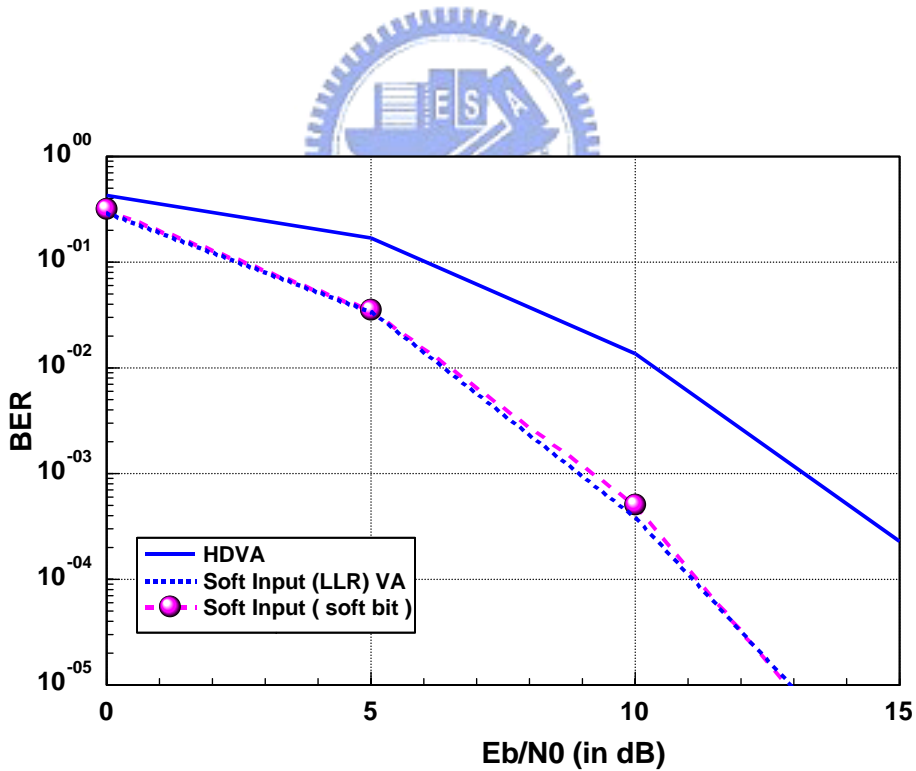


圖 5.13 比較威特比解碼器在 AWGN 環境下的系統效能



2-Path Fix Channel
CIR={0.7071, 0.7071}

圖 5.14 比較威特比解碼器在雙路徑固定通道下的系統效能



2-Path Fading Channel
 $f_c=2G$ / $v_c=120$ km/hr / $T_s=64\mu s$
CIR={0.7071, 0.7071}

圖 5.15 比較威特比解碼器在雙路徑衰減通道下的系統效能

第六章

結論及未來方向

隨著通訊數位化的發展，國際電視節目已趨向於數位化傳送。我國目前的數位電視影像廣播是採用歐規的 DVB-T 標準，而 DVB-T 正是使用 COFDM 傳輸技術。然而，COFDM 仍無法避免由於多路徑通道的嚴重訊號干擾進而導致數位訊號的品質降低。造成的影響如在訊雜比 (SNR) 較低的地區，影像常有斷訊或星狀點干擾的情況出現。因此在論文第四章所介紹考慮通道狀態資訊，利用帶有通道狀態資訊的軟性資訊提供給威特比解碼的 COFDM 傳輸系統之軟性接收機技術，就能進一步應用於 DVB-T 系統上，將可以提高訊號的正確率而提升數位電視廣播技術的收訊品質。

第三章我們介紹了一種強而有力適用於 Coded OFDM/CDMA 系統接收端之渦輪等化架構，提出一個使用具有完美正交性的華氏碼作為展頻碼，也就是將 COFDM 傳輸技術結合 CDMA 傳輸技術，使訊號分散在各個次載波上傳送。系統接收端使用包含軟性多路徑干擾消除器之渦輪等化技術，以消除通道對傳送訊號所造成的多路徑干擾。並且利用等化器及解碼器以遞迴方式傳遞軟性資訊。接收端解碼器輸出的位元軟性資訊回饋給多路徑干擾消除器，提升了等化器對付通道衰減所造成的干擾效應。我們由第五章的電腦模擬結果驗證了渦輪等化架構極佳的系統效能。但由分別搭配 BCJR 解碼器與 SOVA 解碼器的模擬結果中，可知道兩者達到的系統效能均相同，這是由於 BCJR 解碼器在我們的渦輪等化架構下無法得到碼位元的前置機率，故無法達到 MAP 解碼的性能。研究如何能使 BCJR 解碼器得到碼位元的前置機率而達到 MAP 解碼效能，如類似渦輪解碼架構使用雙解碼器互相傳遞資訊。對於提升傳輸系統效能而言，這是未來可繼續研究的方向。然而若就系統複雜度的考量，渦輪等化架構下的 BCJR 解碼器與 SOVA 解碼器的運算複雜度仍太高，研究可適用於渦輪等化技術之低複雜度軟性解碼器也是未來我們可研究的重點之一。

最後經由第五章電腦模擬驗證本論文提出兩種系統接收機技術在多路徑衰減通道中均可有效的提高效能。然而，在第五章的電腦模擬中，我們都假設通道估計是完美的，通道估計的準確性是否對系統效能造成深遠的影響是一個值得探討的問題，因此我們應繼續模擬並比較不同程度上通道估計的誤差，來觀察其對系統效能所造成的影響。如何設計一準確的通道估計方法，也是未來值得我們努力研究的方向。



參考文獻

- [1] William Y.Zou, Yiyan Wu, “COFDM: AN OVERVIEW”, *IEEE Transactions on broadcasting*, Vol. 41, No. 1, pp. 1-5, March 1995.
- [2] Ashish Pandharipande, “Principles of OFDM”, *IEEE Potentials*, pp. 16-19, April/May 2002.
- [3] European Telecommunication Standard ETS 300 744, “Digital Video Broadcasting (DVB); Framing structure, channel coding and modulation for digital terrestrial television”, ETSI, 2001.
- [4] European Telecommunication Standard ETS 300 401, “Radio Broadcasting Systems; Digital Audio Broadcasting (DAB) to mobile, portable and fixed receivers”, ETSI, 2001.
- [5] J.H. Stott, “The how and why of COFDM”, *EBU Technical Review*, pp. 1-14, Winter 1998.
- [6] A. J. Viterbi, “Convolutional Codes and Their Performance in Communication Systems”, *IEEE Transactions*, Vol. 19, Issue 5, pp. 751-772, Oct 1971.
- [7] Weon-cheol Lee, Hyung-Mo Park, Kyung-jin Kang, Kuen-bae Kim, “Performance Analysis of Viterbi Decoder Using Channel State Information in COFDM System”, *IEEE Transactions on broadcasting*, Vol. 44, No. 4, pp. 488-496, December 1998.
- [8] Enis Akay, Ender Ayanoglu, “High Performance Viterbi Decoder for OFDM Systems”, *IEEE Vehicular Technology Conference*, pp. 323-327, May 2004.
- [9] Ralf Koetter, Andrew C. Singer, Michael Tüchler, “Turbo Equalization”, *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 67-80, January 2004.
- [10] Michael Tüchler, Ralf Koetter, Andrew C. Singer, “Turbo Equalization: Principles and New Results”, *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 50, No. 5, pp.754-767, May 2002.
- [11] C. Douillard, M. Jezequel, C. Berrou, A. Picart, P. Didier, and A. Glavieux, “Iterative correction of intersymbol interference: Turbo equalization”, *European Trans. Telecomm.*, vol. 6, pp. 507–511, Sept.–Oct 1995.
- [12] Higuchi, K., Fujiwara, A., Sawahashi, M., ”Multipath interference canceller for high-speed packet transmission with adaptive modulation and coding scheme in W-CDMA forward link”, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 20, NO. 2, pp. 419-432, February 2002.

- [13] B. Vucetic, J. Yuan, *Turbo Codes : principle and application*, Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [14] Simon Haykin, *Communication System*, 4th ed. John Wiley & Sons, 2001.
- [15] Satoshi Suyama, Hiroshi Suzuki, Kazuhiko Fukawa, “An OFDM Receiver Employing Turbo Equalization for Multipath Environments with Delay Spread Greater than the Guard Interval”, IEEE Vehicular Technology Conference, pp. 632-636, April 2003.
- [16] Andrew J. Viterbi, *CDMA: Principles of Spread Spectrum Communication*, Addison-Wesley, 1995.
- [17] Mei-Ling Wang, “A Study on Downlink Receiver Design for OFDM/CDMA-based Mobile Communication System”, M.S. Thesis, Dept. Com. Eng., NCTU, Hsinchu, ROC, 2001.
- [18] Slimane, S.B., “Partial equalization of multi-carrier CDMA in frequency selective fading channels”, IEEE Conference, Vol. 1, pp. 26-30, June 2000.
- [19] Hanzo, Liew, Yeap, *Turbo Coding, Turbo Equalization and Space-Time Coding*, John Wiley & Sons, 2002.
- [20] Robert H. Morelos-Zaragoza, *The Art of Error Correcting Coding*, John Wiley & Sons, 2002.
- [21] Therodore S. Rappaport, *Wireless Communications*, Prentice Hall PTR, 1996.
- [22] J. G. Proakis, *Digital Communications*, New York: McGraw-Hill, 1989.