

國立交通大學

電信工程學系

碩士論文

OFDM 決策迴授等化系統設計與分析

Design and Analysis in Decision Feedback

Equalizer of OFDM System

研究生：施義浩

指導教授：張文鐘 博士

中華民國九十四年八月

# OFDM 決策迴授等化系統設計與分析

## Design and Analysis in Decision Feedback Equalizer of OFDM System

研究生：施義浩

Student : I-Hao Shih

指導教授：張文鐘 博士

Advisor : Dr. Wen-Thong Chang



Submitted to Department of Communication Engineering  
College of Electrical Engineering and Computer Science  
National Chiao Tung University  
In Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of  
Master  
in  
Communication Engineering

August 2005

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十四年八月

# OFDM 決策迴授等化系統設計與分析

研究生：施義浩

指導教授：張文鐘 博士

國立交通大學電信工程學系碩士班

## 摘 要

無線通道因為電磁波的反射、繞射等現象，會產生多重路徑干擾的衰減現象(multi-path fading effect)，因而造成系統效能降低、錯誤率提高等現象，所以在接收端都會使用等化器(equalizer)來補償通道效應並抑制干擾與雜訊。等化器會依架構與演算法而分類，其中以決策迴授等化器最能有效消除多路徑干擾且不會放大雜訊。

本篇論文主要的內容就是針對單載波系統(Single carrier system)中的決策性等化器構造，設計並推廣到正交分頻多工系統(OFDM system)，並且比較此架構與線性等化器架構的效能差異。此外，不同的等化系統受到通道估測誤差、通道編碼的影響也會不同，所以在這論文最後模擬的部分，我會把這些影響納入考慮並探討效能的差異。

# Design and Analysis in Decision Feedback Equalizer of OFDM System

Student: I-Hao Shih

Advisor: Dr. Wen-Thong Chang

Department of Communication Engineering  
National Chiao Tung University

## ABSTRACT

Due to the reflection and diffraction of the EM wave, the wireless channels have the multipath fading effects. These influences reduce the system performance and the bit error rates of transmission raise. Therefore, we use the equalizer at the receiver to compensate the multipath channel influences and suppress the noise effect. The architecture and algorithms of equalizers are different, and in which, the decision feedback equalizer can remove the multipath interference effectively without enhancing the noise.

In this thesis, we design the architecture and the algorithms of decision feedback equalizer which originally belonged to the single carrier system for OFDM system. We will compare the performances of our architecture and the linear equalizer. Furthermore, different equalization systems have different influences when they have channel estimation errors or with channel coding systems, so we will take these influences into account in the simulations which is in the end of this thesis.

## 誌 謝

兩年的研究生涯已經到了尾聲，能完成這篇論文，首先我要感謝我的指導教授張文鐘博士，藉由他在課業以及研究上的指導，讓我踏入了無線通訊這個領域。還有感謝口試當天的委員：鐘嘉德教授、蘇育德教授、林大衛教授，謝謝你們的建議跟指導，讓我的論文更為完備。

其次我要感覺我實驗室的伙伴：家瑋學長、旃偉學長、心賢學長、建華、其瑩、智維，在空閒時，能跟你們一起出遊跟唱歌，幫助我釋放讀書研究的壓力，在忙碌時，有你們的鼓勵打氣以及互相討論，讓我這兩年研究所的路走的並不孤單。然後我要感謝研究所這兩年來的好室友：啟宗、銘福、櫟壇，謝謝你們在生活上的照顧，包容我的作息，我受傷時能載我去看醫生，讓我在生活上能有個照應。

最後我更要感謝我的家人，我的求學生涯中多虧有你們的支持與關懷，令我對未來人生有了方向。

# 目 錄

	頁次
中文摘要 .....	I
英文摘要 .....	II
誌謝 .....	III
目錄 .....	IV
表目錄 .....	VI
圖目錄 .....	VII
第一章 簡介 .....	1
1.1 背景知識 .....	1
1.2 研究動機 .....	2
1.3 論文組織 .....	2
第二章 正交分頻多工簡介 .....	3
2.1 OFDM 架構 .....	3
2.2 通道效應與防護間區的插入 .....	6
2.3 領航式通道估測 .....	8
2.3.1 領航符號的位置安排 .....	9
2.3.2 領航符號位置上的通道響應估測 .....	12
2.3.3 通道內插 .....	14
2.4 線性等化器 .....	15
第三章 802.16 單載波調變系統等化器簡介 .....	18
3.1 單載波系統的頻域等化器 .....	18
3.2 單載波頻域等化器與迴授等化器 .....	20
3.3 單載波與 OFDM 的共存系統 .....	21

第四章 OFDM 決策迴授等化系統 .....	24
4.1 OFDM 決策迴授電路.....	24
4.1.1 OFDM DFE 架構.....	24
4.1.2 數學式子表示式與架構轉換.....	26
4.1.3 等化器係數演算法設計.....	27
4.1.4 雙重決策 OFDM 系統 .....	29
4.2 Block iterative decision feedback equalizer .....	31
4.2.1 BI-DFE 架構與等化器設計 .....	31
4.2.2 編碼系統的延伸.....	37
第五章 OFDM 決策迴授等化系統模擬 .....	40
5.1 系統模擬參數說明 .....	42
5.2 OFDM 決策迴授系統模擬 .....	44
5.3 OFDM BI-DFE 系統模擬 .....	53
5.4 通道估測誤差對決策等化器的影響 .....	60
第六章 結論 .....	66
參考文獻 .....	67

# 表 目 錄

	頁次
表 5.1.1 系統模擬參數 .....	42
表 5.1.2 通道模型的延遲與平均功率 .....	43





# 圖 目 錄

	頁次
圖 1.1 決策迴授等化器架構 .....	2
圖 2.1.1 多載波調變系統傳輸架構 .....	3
圖 2.1.2 分離式次載波頻率分配 .....	4
圖 2.1.3 重疊式次載波頻率分配 .....	4
圖 2.1.4 OFDM 傳送接收器的架構 .....	5
圖 2.2.1 沒有 guard interval 的 OFDM symbol .....	6
圖 2.2.2 含有 guard interval 的 OFDM symbol .....	6
圖 2.2.3 Cyclic prefix .....	7
圖 2.2.4 含有 cyclic prefix 的連續 OFDM symbol .....	7
圖 2.3.1 OFDM symbol 中 pilot 的編排方式 .....	9
圖 2.3.2 以時域與頻域的方式來編排 pilot 的位置 .....	10
圖 2.3.3 兩種常用的 pilot 編排方式 .....	12
圖 2.3.4 一階線性內插法示意圖，pilot space=4 .....	15
圖 3.1.1 SC-FDE 的傳送端架構 .....	19
圖 3.1.2 SC-DFE 的接收端架構 .....	19
圖 3.1.3 OFDM 等化器與 SC-DFE 複雜度比較 .....	20
圖 3.2.1 SC-FDE 的決策迴授等化器架構 .....	21
圖 3.3.1 SC-FDE 與 OFDM 的共存架構 .....	22
圖 4.1.1 時域迴授的 OFDM block DFE 架構 .....	25
圖 4.1.2 頻域迴授的 OFDM block DFE 架構 .....	27
圖 4.1.3 雙重決策 OFDM 架構 .....	30
圖 4.2.1 Block iterative DFE for OFDM system .....	31

圖 4.2.2 SC 決策迴授系統的編碼架構 .....	39
圖 4.2.3 OFDM BI-DFE 的編碼架構 .....	39
圖 5.0.1 不同調變方式在 AWGN 通道下的錯誤率 .....	41
圖 5.0.2 不同調變方式在 Rayleigh fading 通道下的錯誤率 .....	41
圖 5.1.1 Binary rate 1/2 convolutional encoder .....	44
圖 5.2.1 OFDM 完美迴授等化系統與線性等化系統在通道 A 的錯誤率比較 .....	45
圖 5.2.2 OFDM 完美迴授等化系統與線性等化系統在通道 B 的錯誤率比較 .....	45
圖 5.2.3 QPSK 調變在完美迴授等化系統下，線性等化係與不同迴授數目的效能 比較，通道 A .....	46
圖 5.2.4 QPSK 調變在完美迴授等化系統下，線性等化係與不同迴授數目的效能 比較，通道 B .....	47
圖 5.2.5 QPSK 調變在完美迴授等化系統下，線性等化器與不同迴授數目的星座 圖比較，通道 A，SNR = 20dB .....	48
圖 5.2.6 OFDM DFE 使用真實資料迴授的錯誤率比較 .....	49
圖 5.2.7 OFDM DFE 使用真實資料迴授的錯誤率比較，通道 B .....	50
圖 5.2.8 雙重決策 OFDM 系統在通道 A 的錯誤率比較 .....	51
圖 5.2.9 雙重決策 OFDM 系統在通道 B 的錯誤率比較 .....	51
圖 5.2.10 以時域方式解釋 OFDM 在多路徑通道下的干擾情況 .....	52
圖 5.3.1 QPSK 調變在通道 A 的情況下使用 BI-DFE 的錯誤率比較 .....	54
圖 5.3.2 QPSK 調變在通道 B 的情況下使用 BI-DFE 的錯誤率比較 .....	54
圖 5.3.3 16QAM 調變在通道 A 的情況下使用 BI-DFE 的錯誤率比較 .....	56
圖 5.3.4 16QAM 調變在通道 B 的情況下使用 BI-DFE 的錯誤率比較 .....	56
圖 5.3.5 16QAM 調變在 block iterative 等化系統下，不同等化疊代數目處理後的 星座圖比較，通道 A，SNR = 30dB .....	58
圖 5.3.6 16QAM 調變加上通道編碼在 BI-DFE 的錯誤率比較，通道 A .....	59
圖 5.3.7 16QAM 調變加上通道編碼在 BI-DFE 的錯誤率比較，通道 B .....	59

圖 5.4.1 Pilot 密度不夠時，內插法估出的通道響應與實際通道響應的差距…61

圖 5.4.2 Pilot 密度足夠時，內插法估出的通道響應與實際通道響應的差距…61

圖 5.4.3 Comb-type 通道估測在不同 pilot ratio 的效能比較，通道 A……………62

圖 5.4.4 Comb-type 通道估測在不同 pilot ratio 的效能比較，通道 B……………62

圖 5.4.5 OFDM BI-DFE 在 pilot ratio=1/4 的效能比較，通道 A ……………63

圖 5.4.6 OFDM BI-DFE 在 pilot ratio=1/4 的效能比較，通道 B ……………64

圖 5.4.7 OFDM BI-DFE 在 pilot ratio=1/8 的效能比較，通道 A ……………64

圖 5.4.8 OFDM BI-DFE 在 pilot ratio=1/8 的效能比較，通道 B ……………65



# 第一章 簡 介

## 1.1 背景知識

無線通訊的多重路徑效應會造成所謂的符號間干擾(inter-symbol interference, ISI)，意思就是傳送的訊號受到反射、延遲等現象，繼而影響其他要接收的資料，所以在接收端使用等化器的目的就是想把這些經由不同路徑傳送過來的通道效應給補償掉。

一般來說，等化器可分為線性(linear)跟非線性(non-linear)兩種[1]，線性等化器如強制歸零等化器(ZF-EQ)與最小平方誤差等化器(MMSE-EQ)等，ZF-EQ 的優點就是架構簡單、容易實現，缺點就是在通道有嚴重衰減(deep-fading)時，等化器會造成很嚴重的雜訊放大效應(noise enhancement)，而 MMSE-EQ 就是改善 ZF-EQ 會放大雜訊的問題，概念就是在有通道衰減的情況下同時考慮 ISI 跟雜訊，允許殘留 ISI 的影響以減輕雜訊放大的效應。

非線性等化器以決策迴授等化器(Decision feedback equalizer, DFE)最為普遍。概念就是在一連串的資料傳輸系統，使用已經決策好的資料配合通道的資訊來估測出 ISI 影響，然後在往後接收到的資料處理時會直接扣除這些 ISI 效應。由此可知在良好的通道估測情況下，DFE 並不會造成雜訊放大的效果，這也就是為何非線性等化器的效能會優於線性等化器的原因。

而決策迴授等化器的缺點就是迴授只能消除過去資料造成的 ISI (post-cursor ISI)，並不能消除未來資料造成的 ISI (pre-cursor ISI)。因此一般的 DFE 系統都會配合線性等化器來處理 pre-cursor ISI，如圖 1.1 所示。前端的 Feedforward filter(FFF)就是一種線性等化器，它雖然會放大雜訊，卻可以處理過去資料造成的 ISI 也可以處理未來資料造成的 ISI，而後端的 Feedback filter (FBF)就是決策迴授等化器，它雖然僅僅處理過去資料造成的 ISI 影響，但卻不會造成雜訊放大的效應。

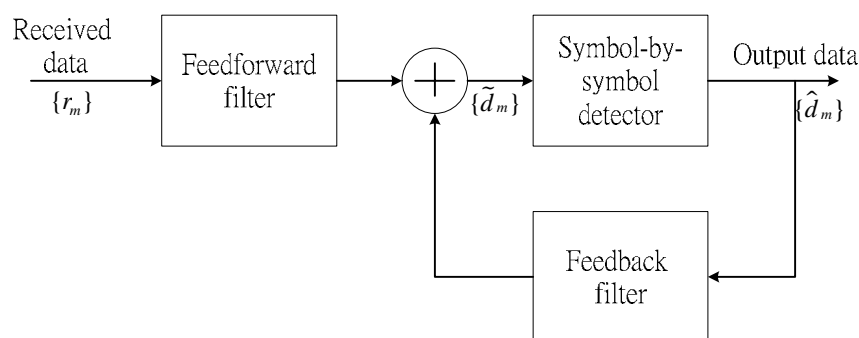


圖 1.1 決策迴授等化器架構

## 1.2 研究動機

正交分頻多工(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)系統是一種有效的抵抗多重路徑效應的調變方式，它可以把多重路徑的通道影響等同於雷利衰減(Rayleigh fading)通道影響。爲了讓 OFDM 有進一步更好的效能，我們試著把 DFE 架構運用在 OFDM 系統，

由之前的介紹可以知道，DFE 的架構適用在 Symbol-by-Symbol 的傳輸系統，也就是一般單載波傳輸架構才會使用，而 OFDM 系統是以一整個區塊(block)的資料爲處理對象，因此 symbol-by-symbol 的決策迴授系統並不適用於 OFDM 調變方式，所以我的論文主要是提出 block feedback 的 OFDM 等化器架構，希望藉由反覆性區塊決策迴授 (Block iterative decision feedback equalizer, BI-DFE)的架構來提高整體的效能。

## 1.3 論文組織

因爲我的系統都是以 OFDM 爲主，所以論文的第二章將簡述 OFDM 系統中的調變模式跟多路徑通道模型。另外，等化器的係數會決定於通道的狀況，所以在接收端一定要有通道估測的功能，所以在論文的第二章也會簡單介紹領航式通道估測(pilot-based channel estimation)的方法。第三章將簡單介紹單載波系統的 DFE 架構。第四章就會描述 OFDM 系統中 block-DFE 架構與演算法推導。第五章是我的模擬與效能比較，第六章是我的結論。

## 第二章 正交分頻多工簡介

正交分頻多工(OFDM)的概念就是將一串資料收集起來，利用多個不同且互相正交的次載波(subcarrier)去平行傳送，以達到有效利用頻寬以及高速傳輸的目的。另外，爲了抵抗多重路徑的通道影響，OFDM 的資料傳送前端會外加防護區間(Guard interval)來降低符號間干擾(ISI)，於是在接收端即可使用簡單的等化器來消除 ISI 影響。這一章我們將介紹 OFDM 的架構、通道影響、通道估測以及一般 OFDM 慣用的等化技術。

### 2.1 OFDM 架構 [2]

OFDM 源於多載波調變 (Multi-carrier modulation) 系統，其架構如圖 2.1.1 所示，在傳送端一連串的資料( $d_0, d_1, \dots, d_{M-1}$ )經過串列轉平行(serial-to-parallel, S/P)處理後，把每個資料負載在不同的次載波上總和後一起傳送， $M$  代表所使用的次載波數。

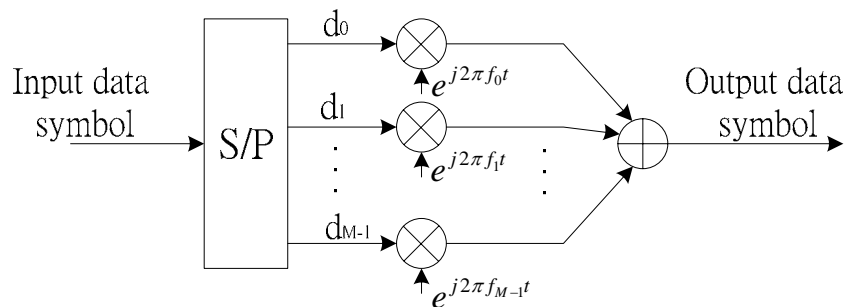


圖 2.1.1 多載波調變系統傳輸架構

多載波系統中  $M$  個次載波的頻率 ( $f_0, f_1, \dots, f_{M-1}$ ) 選擇要特別考慮，以防止不同頻率的訊號互相干擾(Inter-carrier Interference, ICI)。一般來說次載波的頻率選擇有兩種方式，第一種就是每個次載波的頻段彼此分開不互相重疊，而且兩個

頻段間都得空出一小段頻率，我們稱為 **Guard band**，那是為了防止不同頻率間干擾所必需添加的，如圖 2.1.2 所示。這樣一來只要接收端解調頻率正確，就不會產生不同頻段互相干擾的問題，但是這種頻率選擇方式有很嚴重的頻寬浪費。而另一種頻率選擇的方式就是讓每個次載波所使用的頻段有互相重疊，如圖 2.1.3 所示，只要所重疊的頻率滿足正交(orthogonal)的特性，此特性就是任一載波上的峰值點會其他載波上的零點的，如此一來接收端只要在次載波的峰值取樣，這樣就不會受到其他次載波頻段的干擾了。此種方式可以省下不少的頻寬，讓頻率使用更有效率，這也就是 **OFDM** 所使用的調變方式。

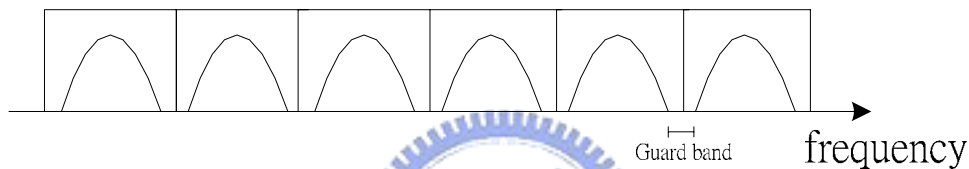


圖 2.1.2 分離式次載波頻率分配

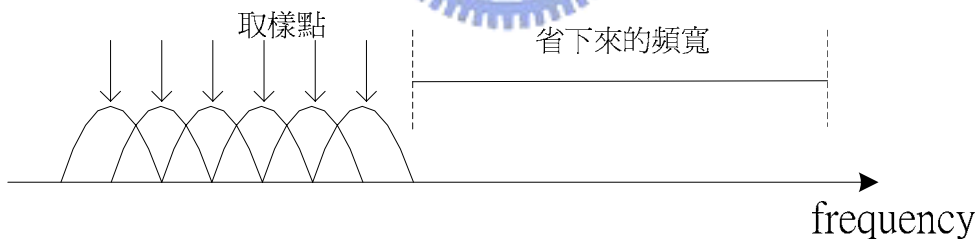


圖 2.1.3 重疊式次載波頻率分配

在實際硬體上，OFDM 可以使用逆離散傅立業轉換(Inverse-Discrete Fourier Transform, IDFT)來滿足每個次載波的正交性。為了簡化起見，我們只考慮基頻(baseband)訊號，時域上 OFDM symbol 傳送模式可用數學式子表示為：

$$a_m = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{l=0}^{M-1} A_l e^{j \frac{2\pi}{M} lm} \quad \text{for } m = 0, 1, \dots, M - 1 \quad (2.1-1)$$



其中， $M$  表示使用的次載波數， $A_l$  代表負載在第  $l$  個載波上的資料，而  $a_m$  的物理意義就是  $M$  個弦波的總和。以複雜度來分析的，IDFT 需要  $M^2$  個複數乘法器，若選擇  $M$  為 2 的次方數 ( $M = 2^x$ )，則 OFDM 調變可以更有效率的使用逆快速傅立葉轉換(Inverse-Fast Fourier Transform)來實現，因此只需要  $(M/2) \cdot \log_2(M)$  個複數乘法器，所以當  $M$  的選擇越大，則 IFFT 的複雜度會遠比 IDFT 來的低。

圖 2.1.4 表示 OFDM 傳送接收器的區塊圖。一開始的二位元資料以調變方式(如 PSK、QAM 等)做對應，再經過串列轉平行(serial-to-parallel, S/P)後的資料  $\{A_l\}$ ，就送入 IFFT 區塊去做轉換，IFFT 把資料轉換為時域上的信號後，經過平行轉串列(parallel-to-serial, P/S)後可得一連串要傳送的信號  $\{a_m\}$ ，最後再加上一段循環字首(Cyclic-Prefix, CP)後就是一整個 OFDM 傳送的 symbol  $\{\hat{a}_m\}$ ，其中加上 CP 的目的是為了減輕多路徑通道的效應，至於 CP 的內容將於下個小節介紹。OFDM symbol 經過通道後來到接收端，在接收端一開始的處理是先移除掉 CP，然後通過 S/P 跟 FFT 後轉回頻域的訊號  $\{R_l\}$ ，再經過一個線性等化器還原通道效應，得到的輸出  $\{Y_l\}$  即是我們要偵測的訊號。

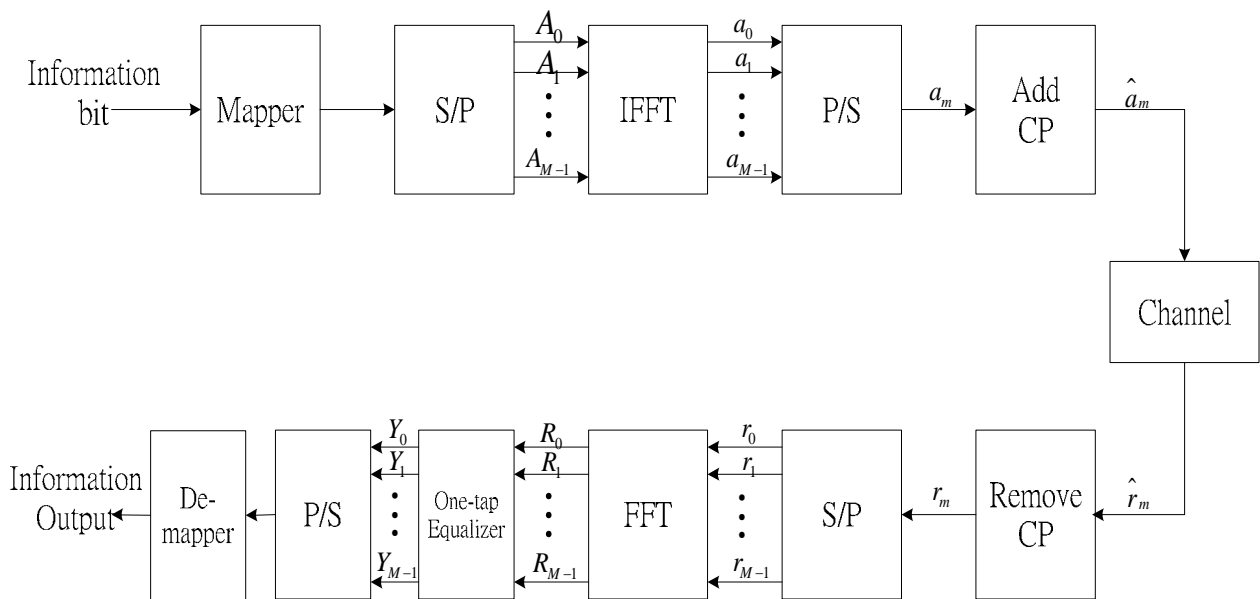


圖 2.1.4 OFDM 傳送接收器的架構



## 2.2 通道效應與防護間區的插入

OFDM 最大的特色之一就是該系統能有效的對抗多重路徑干擾，由於 OFDM 把  $M$  筆資料放在不同的次載波上傳送，所以每筆資料傳送的時間(symbol time) 可以拉長為  $M$  倍。當  $M$  越大，多重路徑的延遲即遠小於 symbol time。圖 2.2.1 表示一個簡單的雙路徑通道的情況下，OFDM symbols 可能遭受到的影響。圖中上面的區塊表示兩個連續傳送的 OFDM 資料，而下面的區塊代表同一筆資料經過反射、延遲後到達的資料，灰色的部分表示受到多重路徑而延遲收到的第  $n$  個 OFDM symbol，會影響沒有延遲的第  $n+1$  個 OFDM symbol。

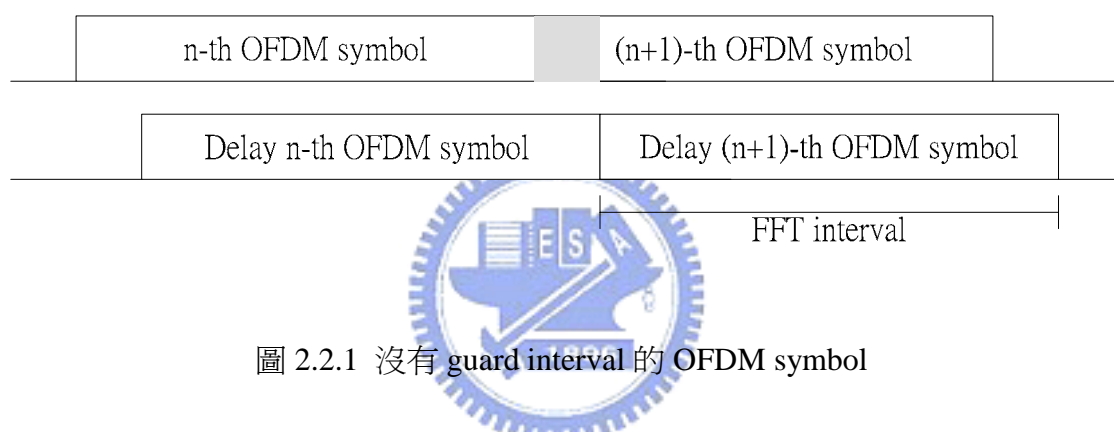


圖 2.2.1 沒有 guard interval 的 OFDM symbol

因此我們會在連續的兩個 OFDM symbol 之間空出一段時間，好讓不同 symbol 之間不會互相干擾，如圖 2.2.2 所示。但是這樣又會衍生出另一個問題，如圖灰色的區塊表示，因為空出一段空白的時間，以致於延遲收到的資料會造成載波間的正交性消失，造成不同載波之間的干擾。

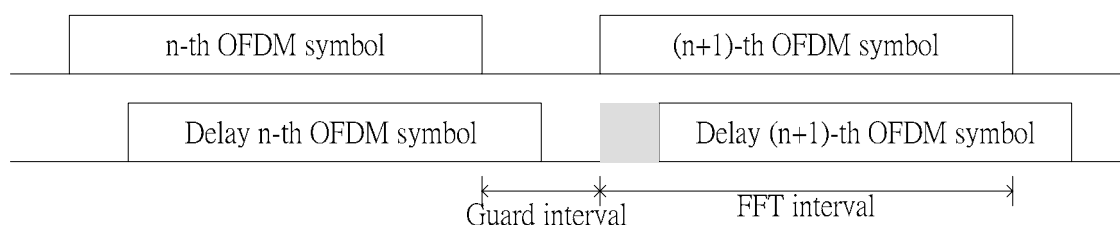


圖 2.2.2 含有 guard interval 的 OFDM symbol

所以爲了讓延遲的路徑也會滿足 FFT interval 內的正交性，在防護間區我們

不是不傳資料，而是傳送一小段該 symbol 的後半部資訊來滿足相同 symbol 之間的正交性，我們稱之為循環字首(Cyclic Prefix, CP)，如圖 2.2.3 所示。

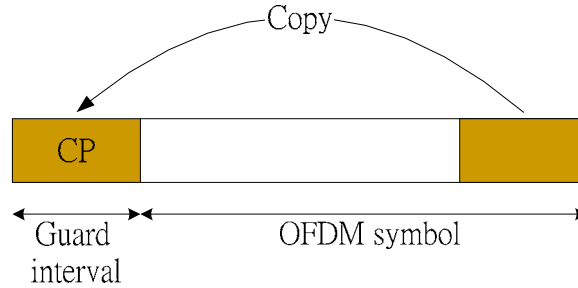


圖 2.2.3 Cyclic prefix

圖 2.2.4 表示加上 CP 的連續 OFDM symbol 在雙路徑通道下傳送的情況，以第 n+1 個符號來看，假設 CP 的長度大於通道脈衝響應(channel impulse response)的長度，所以沒有延遲的路徑在 FFT 區間是一整個正確的 OFDM 資料，而受到延遲的路徑在 FFT 區間則會變成一個迴旋偏移(circular shift)，所以我們可以根據這樣的特性，把 FFT 區間內收到的資料表示成 OFDM 傳送的資料跟通道脈衝響應作迴旋積(circular convolution)。

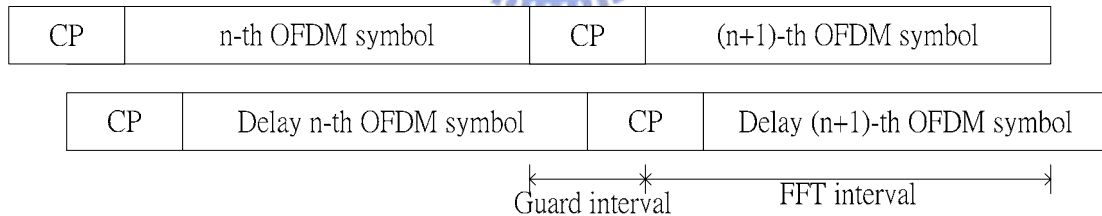


圖 2.2.4 含有 cyclic prefix 的連續 OFDM symbol

假設  $N$  代表循環字首的長度，也就是我們複製後端傳送資料的長度，以圖 2.1.4 的符號表示，加上 CP 後我們傳送的時域訊號  $\{\hat{a}_m\}$  可以表示為：

$$\hat{a}_m = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{l=0}^{M-1} A_l e^{j \frac{2\pi}{M} l(m-N)} \quad 0 \leq m \leq (M + N - 1) \quad (2.2-1)$$

通過通道後收到的資料  $\{\hat{r}_m\}$ ，可以表示成傳送資料與通道脈衝響應的線性旋積(linear convolution)再加上雜訊：

$$\hat{r}_m = \hat{a}_m * h_m + n_m \quad 0 \leq m \leq M + N + L - 1 \quad (2.2-2)$$

其中  $h_m$  為通道脈衝響應， $L$  為通道的最長路徑延遲，而  $n_m$  為加性白色高斯雜訊(AWGN)，對非時變通道而言  $h_m$  的值不隨時間而改變。把(2.2-2)式去掉 CP 後可得 OFDM 有效資料的部分  $\{r_m\}$ ，而且  $\{r_m\}$  可以等效於真正傳送資料  $\{a_m\}$  與通道脈衝響應的迴旋積加上雜訊：

$$r_m = a_m \otimes h_m + n_m \quad 0 \leq m \leq M - 1 \quad (2.2-3)$$

其中符號  $\otimes$  表示迴旋積(circular convolution)。因此 OFDM 有效資料部分經過 FFT 後轉回頻域訊號後，輸出可簡單的表示成原始訊號與通道頻譜響應的乘積：

$$R_l = A_l \cdot H_l + N_l \quad \text{for } l = 0, 1, 2, \dots, M - 1 \quad (2.2-4)$$

由上式可以知道，OFDM 系統經過多路徑通道後，通道效應在頻域上可以等同於訊號受到平坦衰減效應(flat fading effect)，因此要做通道效應的補償最簡單的只需要把  $\{R_l\}$  除以通道響應  $\{H_l\}$  即可： $Y_l = \frac{R_l}{H_l}$ ，故 OFDM 等化器處理的複雜度很低。但是這樣又會有雜訊放大的問題產生，所以才會有 MMSE 等化器設計，以及我們所提出來的 OFDM 決策迴授的概念，以減低雜訊放大的問題。

## 2.3 領航式通道估測

由上面的介紹，我們知道訊號會受到通道的衰減而失真，而在接收端要還原受損的資訊時，要知道通道的資訊，所以需要有通道估測的方法。OFDM 系統的通道估測可以分為領航式(pilot-based)[3][4]通道估測以及盲目式(blind-based)[5]通道估測兩種。領航式通道估測就是在傳送的資訊中額外加入一些已知的訊息，我們稱做為領航符號(pilot)，接收端就是利用那些已知訊息經過通道後的變化，去估測出整體的通道響應，而盲目式通道估測則是利用接收端收到資訊的正確性來估計通道。一般來說，領航式通道估測需要付出額外的頻寬去傳送 pilot，但相對的會有比較準確的估測能力，複雜度也比較低，而盲目式通道估測的優點就是

可以不浪費額外的頻寬，但估測出來的通道誤差會較大。在這篇論文裡，我們比較的是通道估測誤差對等化器效能的影響，所以只考慮效能較佳而且複雜度低的領航式通道估測。

### 2.3.1 領航符號的位置安排

領航符號的位置、密度會隨著不同的通道響應而有所改變，對一個 OFDM symbol 而言插入 Pilot 的方式如圖 2.3.1 所示，其中 pilot carrier 的位置就是代表該次載波是用來傳送 pilot 的，而 data carrier 是用來傳送我們要傳的資料的次載波。由圖可以看出 pilot 的密度越高，用來傳送 pilot 的載波就越多，相對的用來傳送資料的頻寬就變少了。

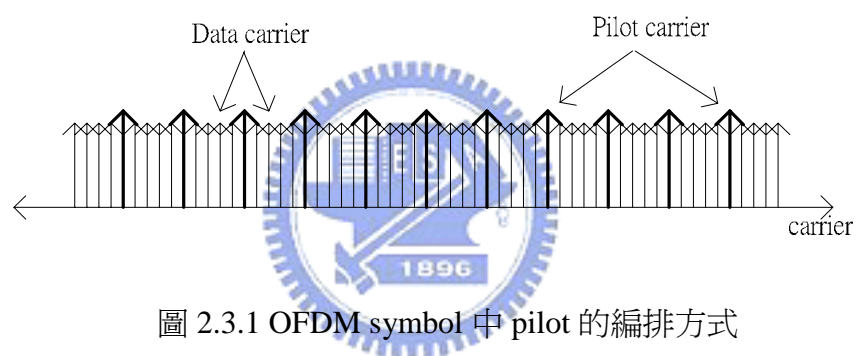


圖 2.3.1 OFDM symbol 中 pilot 的編排方式

將傳送的連續資料經果 S/P 之後的二維排列，也就是把 pilot 安排在時域與頻域來看，如圖 2.3.2 所示，其中橫軸是時間函數，代表不同的 OFDM 封包，每個封包為一個單位；縱軸是頻率函數，代表不同的 OFDM 次載波，每個次載波為一個單位。白色的區塊是要傳送資料的次載波，而灰色的區塊則用來傳送 pilot 的次載波。

接收端收到資料後的估測方式就是，先利用灰色部分已知的 pilot 資訊，配合在 pilot 位置上收到的訊號，估測出該點的通道值，之後再以內差法的方式計算出白色區塊(真正傳送的 data)的通道值。若先以一個時間點來看，就是對一個 OFDM symbol 做通道估測，用 pilot 算出的通道值做內插法後，得到是該 OFDM symbol 中其餘次載波上的通道響應。再以多個時間點來看，利用兩個已經算好

的 OFDM symbol 通道(含有 pilot 的 symbol)，用時間軸上的內插法去估計沒有 pilot 的 OFDM symbol 的通道響應。

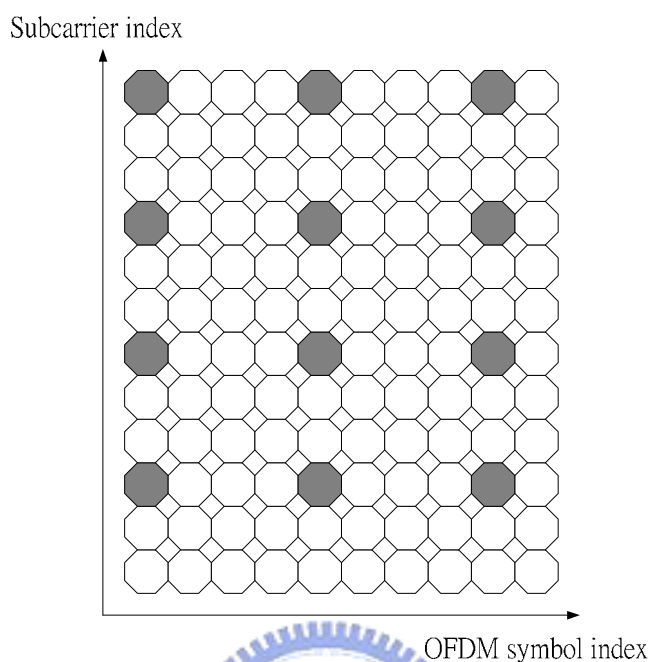


圖 2.3.2 以時域與頻域的方式來編排 pilot 的位置

對同一個 OFDM symbol 而言，Pilot 數目的多寡會影響 pilot 間隔(pilot spacing)，pilot 數越多表示 pilot spacing 越小，也代表 pilot 的密度越大，pilot 的密度越大，則使用內插法計算通道響應的誤差較小，通道估測越準確，但是 pilot 的數目越多，就會減少 data 的傳送量。相對的來說，如果 pilot 數目太少，雖然所能傳送的資料量多，卻會導致內插法的誤差提高，所以這面臨一個通道估測準確性跟資料傳送率之間的取捨(trade off)問題。

對通道來說，安排 pilot 就如同對該通道響應做取樣，由取樣的值來做內插法求其餘的點，所以不管是對時間軸上或者頻率軸上取樣，都需要滿足 Nyquist 取樣定理(sampling theorem)：取樣頻率必需大於兩倍單邊頻寬。以時間軸上的變化來說，變動的頻寬是都卜勒擴散(Doppler spread)  $f_{D_{\max}}$ ；而頻率軸上的變動頻寬就是通道的最大延遲擴散(delay spread)  $\tau_{\max}$ ，所以根據取樣定理：

$$f_t > f_{D_{\max}}$$

$$f_f > \tau_{\max}$$

其中  $f_t$  與  $f_f$  分別為時間與頻率軸上 pilot 擺放的頻率，取倒數後分別可看成時間軸與頻率軸上 pilot 的間隔：

$$\Delta t_p = \frac{1}{f_t} < \frac{1}{f_{D_{\max}}} \quad (2.3-1)$$

$$\Delta f_p = \frac{1}{f_f} < \frac{1}{\tau_{\max}} \quad (2.3-2)$$

$\frac{1}{f_{D_{\max}}}$  我們定義為同調時間(coherent time)，意義就是說在這段同調時間內通道受到多卜勒擴散會一致，而  $\frac{1}{\tau_{\max}}$  定義為同調頻寬(coherent bandwidth)，意義就是那這段同調頻寬內，所遭受到的延遲擴散會一致。因此簡單的來說，任兩個 pilot 在時間軸上的距離至少要小於同調時間；且任兩個 pilot 在頻率軸上的距離至少要小於同調頻寬，如此一來 pilot 之間的通道變化不會太大，用內插法即可比較準確的估測出通道。

不同的通道環境適合不同的 pilot 編排方式[6]，其中兩種最常被使用到的 pilot 編排方式，如圖 2.3.3 所示。第一種編排方式稱為 block-type，如圖 2.3.3(a)，此種編排方式的 pilot 佔滿某幾個特定 OFDM 的整個 symbol，因此我們不需要做頻率軸上的內插法，而是利用 pilot 排滿的 OFDM training symbol 去估測該時段的通道響應，再利用兩個 training symbol 得到的通道去內插其他時間點上的通道響應，所以可以看出，這種 pilot 編排方式適合使用在慢速衰減(slow fading)的通道。第二種編排方式稱為 comb-type，如圖 2.3.3(b)，此種編排方式跟第一種相反，它是把 pilot 安排在每個 OFDM symbol 的相同次載波位置上，而且每個 OFDM symbol 都是平均插入 pilot。因此我們不需要做時域上的內插，而是只需要頻域上的內插法即可求出整個通道響應，所以這種編排方式適合使用在快速衰減(fast fading)的通道環境。



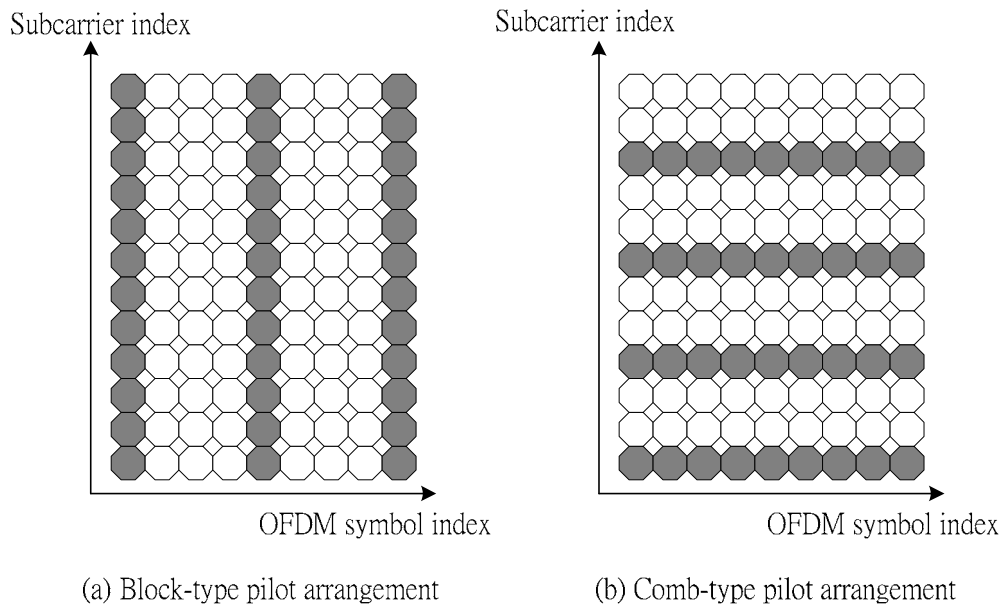


圖 2.3.3 兩種常用的 pilot 編排方式

在我們第五章的模擬裡，雖然使用的是固定式通道模型，比較適合 block-type pilot 編排方式，但是我們的目的是為了比較通道誤差對我們等化器設計的影響，所以採用的是 comb-type 編排方式來估測每個 OFDM symbol 的通道，所以之後的演算法介紹，都是以 comb-type 來進行討論。

### 2.3.2 領航符號位置上的通道響應估測

假設  $N_p$  代表每個 OFDM symbol 插入的 pilot 數目， $X_p(m)$  代表第  $m$  個 pilot 所傳送的值， $m$  的值介於  $1 \sim N_p-1$  之間，對於 comb-type 而言，將 pilot 的值均勻插入要傳送的資料後，我們可以把要傳送的訊號表示為：

$$X(k) = X(mL_p + l) = \begin{cases} X_p(m) & l = 0, m = 0, 1, \dots, N_p - 1 \\ \text{information data} & l = 1, 2, \dots, L_p - 1 \end{cases} \quad (2.3-3)$$

其中  $L_p = M/N_p$  代表任兩個 pilot 之間的時間隔，也就是說每  $L_p$  個資料中第一個訊號是 pilot，其餘才是真正要傳送的資料。而  $X_p(m)$  的值可以是任意的複數，也可以全部固定為同一個值以減少運算複雜度。假設  $H_p(m)$  代表第  $m$  個 pilot 位置上的

通道響應，而矩陣  $\mathbf{H}_p$  表示  $N_p$  個 pilot 位置上通道響應的集合：

$$\mathbf{H}_p = \begin{bmatrix} H_p(0) \\ H_p(1) \\ \vdots \\ H_p(N_p - 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H(0) \\ H(L_p) \\ \vdots \\ H((N_p - 1)L_p) \end{bmatrix} \quad (2.3-4)$$

接收端收到 pilot 位置上的訊號為  $Y_p(m)$ ， $m=0\dots N_p - 1$ ，以矩陣表示為全部集合可得：

$$\mathbf{Y}_p = \begin{bmatrix} Y_p(0) \\ Y_p(1) \\ \vdots \\ Y_p(N_p - 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y(0) \\ Y(L_p) \\ \vdots \\ Y((N_p - 1)L_p) \end{bmatrix} \quad (2.3-5)$$

我們不考慮次載波之間的干擾，由式子(2.2-4)的結果可知 pilot 上接收到的訊號可表示成：

$$\mathbf{Y}_p = \mathbf{X}_p \cdot \mathbf{H}_p + \mathbf{N}_p \quad (2.3-6)$$

其中  $\mathbf{X}_p$  是表示 pilot 值的矩陣，內容如下：

$$\mathbf{X}_p = \begin{bmatrix} X_p(0) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_p(1) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & X_p(N_p - 1) \end{bmatrix} \quad (2.3-7)$$

$\mathbf{N}_p$  矩陣表示 pilot 位置上的雜訊。

我們的目的就是要求得 pilot 位置上的通道響應  $\mathbf{H}_p$ ，以下我們使用一種最簡單常用的最小平方差(Least Square, LS) 演算法。在式子(2.3-6)中，我們已知的訊號為  $Y_p$  與  $X_p$ ，要估計通道響應  $\hat{\mathbf{H}}_p$  使平方誤差  $|\mathbf{Y}_p - \mathbf{X}_p \cdot \hat{\mathbf{H}}_p|^2$  最小，由[4]可以知道最佳解為：



$$\hat{\mathbf{H}}_p = \mathbf{X}_p^{-1} \cdot \mathbf{Y}_p \quad (2.3-8)$$

把(2.3-5)(2.3-7)代入上式後，可以得到：

$$\hat{\mathbf{H}}_p = \begin{bmatrix} \hat{H}_p(0) \\ \hat{H}_p(1) \\ \vdots \\ \hat{H}_p(N_p - 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_p(0)}{X_p(0)} \\ \frac{Y_p(1)}{X_p(1)} \\ \vdots \\ \frac{Y_p(N_p - 1)}{X_p(N_p - 1)} \end{bmatrix} \quad (2.3-9)$$

雖然 LS 演算法的複雜度低，但是卻很容易受到雜訊的影響而導致通道估測的不準確，所以有其他通道估測的演算法被提出來得到更好的估測效能，但在這論文裡我不是要比較通道估測的準確度，而是要探討估測誤差對我們系統的影響，所以就不繼續介紹其他更準確、更複雜的演算法。



### 2.3.3 通道內插

當我們估測出 pilot 位置上的通道響應 $\{\hat{H}_p\}$ 後，即可使用內插法求得其他用來傳送真正資料的載波位置上的通道響應，內插法的方式有一階、二階相位補償內插法等。一般來說，越高階的演算法估測出來的通道會越接近真正的通道值，但是複雜度也相對的高。在我們的模擬裡面，會用到的是一階線性內插法，概念如圖 2.3.4 所示，箭頭的部分表示 pilot 估出來的通道 $\{\hat{H}_p\}$ ，其餘圓圈上的通道值就是我們要利用內插法運算的目標，對第 k 個次載波而言通道響應為 $\hat{H}(k)$ 可表示成：

$$\hat{H}(k) = \hat{H}(mL_p + l) = \begin{cases} \hat{H}_p(m) & \text{for } l = 0, m = 0 \dots N_p - 1 \\ \hat{H}_{\text{interp}}(mL_p + l) & \text{for } l = 1 \dots L_p - 1, m = 0 \dots N_p - 1 \end{cases} \quad (2.3-10)$$

其中  $\widehat{H}_{\text{interp}}(mL+l)$  是利用內插法估測出來的通道響應值，利用一階線性內插法公式，可得：

$$\widehat{H}_{\text{interp}}(mL+l) = \widehat{H}_p(m) + \frac{1}{L_p} (H_p(m) - H_p(m-1)) \quad 0 < l < L, \quad 1 \leq m \leq N_p - 1 \quad (2.3-11)$$

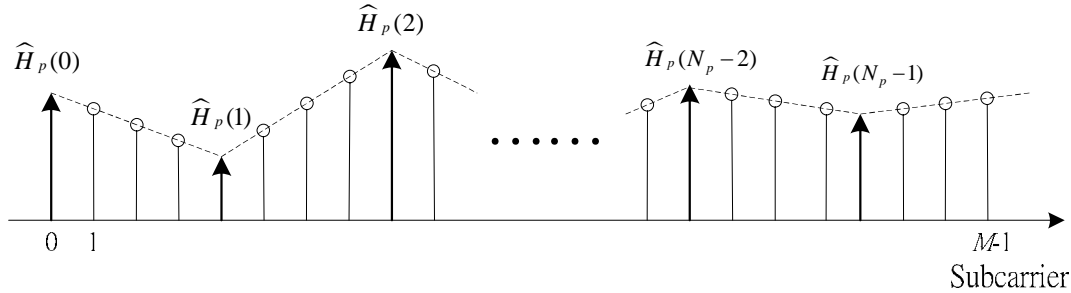


圖 2.3.4 一階線性內插法示意圖，pilot space=4

做完內插法後，通道估測就已經完成了，至於通道估測的誤差我們以均方誤差(Mean square error, MSE)來當指標，定義為：

$$MSE = E \left[ \left| H(k) - \widehat{H}_{\text{interp}}(k) \right|^2 \right] \quad (2.3-12)$$

其中  $k$  需滿足  $(m-1)L_p < k < mL_p$ ， $m = 1 \sim N_p - 1$ 。

當估測出通道響應值後，接收端即可利用這些資訊，對接收到的訊號進行通道還原，下一節我們先不考慮通道估測的效應，直接假設通道效應為已知然後去介紹一般 OFDM 慣用的等化技術。

## 2.4 線性等化器[7]

在 2.2 節我們已經介紹過接收到訊號  $R_i = H_i \cdot A_i + N_i$ ，若要還原通道效應，最直接的方法是把  $R_i$  直接除以通道效應，我們稱此方法為強制歸零(Zero forcing, ZF)等化：

$$Y_l = \frac{R_l}{H_l} = A_l + \frac{N_l}{H_l} \quad \text{for } l = 0, 1, \dots, M-1 \quad (2.4-1)$$

其中  $N_l / H_l$  就是雜訊除以通道響應，這一項會影響我們接收端資料的偵測，尤其當  $H_l$  的值很小時，會嚴重的放大雜訊，要改善這個影響就會有最小均方誤差等化器(Minimum mean square error, MMSE)的等化方法，假設  $\{W_l\}$  為接收端的等化器係數，所以接收到的資料經過等化器後輸出為：

$$Y_l = W_l \cdot R_l = W_l \cdot H_l \cdot A_l + W_l \cdot N_l \quad \text{for } l = 0, 1, \dots, M-1 \quad (2.4-2)$$

所以均方誤差可以定義為  $E[|Y_l - A_l|^2]$ ，假設訊號跟雜訊都是互相獨立而且平均為零，把(2.4-2)式代入後整理可得：

$$MSE = E[|Y_l - A_l|^2] = \sigma_a^2 |W_l \cdot H_l - 1|^2 + \sigma_n^2 |W_l|^2 \quad (2.4-3)$$

其中  $\sigma_a^2$  與  $\sigma_n^2$  分別是訊號與雜訊的平均功率，由式子可以看出，均方誤差的值會隨著通道影響與等化器係數而變化，因為通道影響對傳輸系統而言是固定的，所以我們要設計最佳的等化器係數  $\{W_l\}$  使得 MSE 最小，而且由(2.4-3)式可以看出 MSE 是以  $\{W_l\}$  為變數的二次曲線，所以可以由微分的概念求出一組最佳的等化器係數使得 MSE 最小，經過微分後可得最佳係數為：

$$W_l = \frac{H_l^*}{|H_l|^2 + (\sigma_n^2 / \sigma_a^2)} \quad \text{for } l = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad (2.4-4)$$

結果可以看出，MMSE 等化方式不僅僅只是為了消除通道影響，而是必需同時考慮通道響應大小與雜訊功率，最小化兩者所造成的均方誤差，這表示說 MMSE 等化器造成的雜訊放大效應會比 ZF 等化器來的小，可是在高 SNR(Signal-to-Noise Ratio)的情況下，(2.4-4)式中  $(\sigma_n^2 / \sigma_a^2)$  跟通道效應比起來會相對的小，所以 MMSE 等化器係數會近似 ZF 等化器係數。這個物理意義就是在高 SNR 的情況下，雜訊的影響會遠比通道效應來的小，所以在等化器設計時我們只要對通道去做補償即可。

不管是 MMSE 或者 ZF 等化器，都會有雜訊放大的影響，尤其在通道有零點的情況下更為嚴重，所以我們在第四章提出了決策迴授等化器(Decision feedback equalizer, DFE)運用在 OFDM 的系統上的演算法，目的是希望藉由決策迴授等化器不會放大雜訊的概念，來提升整體 OFDM 的效能。



## 第三章 802.16 單載波調變系統等化器簡介

近年來，無線寬頻存取(Broadband wireless access, BWA)技術有很大的進步，例如增加無線通訊系統的輕便性、提升傳輸速度與效能的維持，其中以提升傳輸速度的技術更令人感興趣，BWA 技術希望能提供 10Mb 每秒的傳輸速度，來滿足客戶對無線傳輸速度的要求。國際電機電子工程師協會(IEEE)訂定了一套 802.16a 的標準[8]，來規定一個都會型區域網路(Metropolitan area network, MAN)，該技術中定義了三種傳輸模式：Single carrier, OFDM and OFDMA，其中我們最感興趣的就是單載波調變系統對抗多路徑干擾的技術。

我們知道單載波調變系統不能像 OFDM 一樣，能有效抵抗多路徑干擾的通道效應，原因就是原始單載波等化器的架構是以時域的方式處理 ISI 影響，所以在[9][10][11]文獻裡有提出一套特殊的等化技術，讓單載波調變系統也使用頻域的等化方式，使效能能夠媲美 OFDM 傳輸系統。所以在這一章裡面，我們會稍微介紹這個新的等化技術，然後在下一章，我們再試著把這個等化技術推演至 OFDM 系統。

### 3.1 單載波系統的頻域等化器

對單載波調變系統而言，資料都是負載在同一個載波上，若為了滿足我們所需要的高傳輸率，傳送端則必需以很高的符元率(symbol rate)來調變。例如說在 QPSK 調變模式下，要達到 10Mb 每秒的速度，則符元率必需高達 5M symbol 每秒，對於以往的技術而言，高符元率代表符元傳送時間(symbol time)很小，因此受到多路徑通道的影響會更嚴重，例如說在符元率為 5M symbol 每秒的系統下，傳輸受到 10 us 的延遲時，就等同於 ISI 會對以後的第 50 個符元造成影響，因此一般時域等化器架構的複雜度就會相對的提高。

後來有人把 OFDM 等化的技術拿來應用，而提出了單載波頻域等化的方法

(Single-carrier with frequency domain equalization, SC-FDE)，該觀念跟 OFDM 一樣，就是把單載波的資料以整個區塊(block)來做處理。所以在傳送端，必需先規定哪些資料為一個區塊，然後再傳送。又爲了要滿足頻域等化器的條件，如第二章所述，也就是要讓接收的資料是傳送資料與通道脈衝響應的迴旋積，所以也要在資料傳送前端加上一串循環字首(Cyclic Prefix)，其傳送架構如圖 3.1.1 所示。

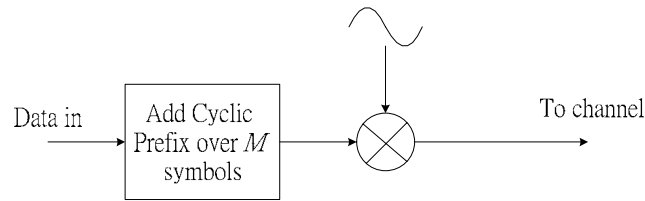


圖 3.1.1 SC-FDE 的傳送端架構

在接收端的處理，一開始跟 OFDM 系統一樣，去除循環字首後，把接收到的  $M$  個符元收集起來，再經過串列轉平行(S/P)後即可做 FFT 處理，FFT 輸出後就是頻域訊號了。跟以往單載波調變不同的是，SC-DFE 系統是在頻域上對通道做等化處理，就是在頻譜上對每個載波去做 1 tap 的複數乘法。等化器處理後完的訊號再經過 IFFT 轉回原來的時域訊號後，即可對每個符元去做偵測，整體接收端架構如圖 3.1.2 所示。

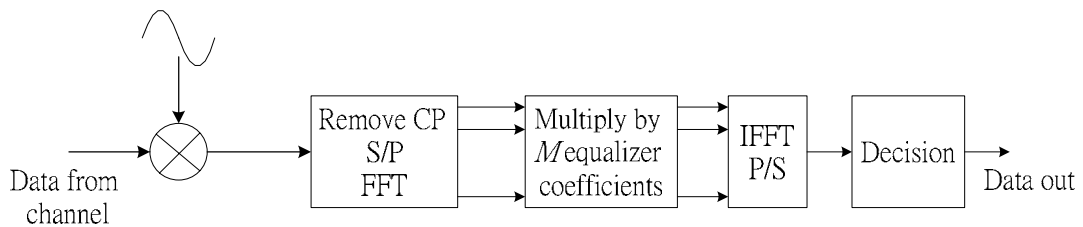


圖 3.1.2 SC-FDE 的接收端架構

單載波系統使用頻域等化器跟 OFDM 系統的複雜度比較，如圖 3.1.3，圖的上半部是 OFDM 整體的傳送與接收系統架構，而下半部是單載波使用頻域等化方式的價構圖。我們根據兩個架構的區塊來看，可以發現 OFDM 與 SC-FDE 不同的地方只有 IFFT 區塊的位置。這就是表示說 SC-FDE 的複雜度是跟 OFDM 系統一樣的，而且根據文獻上的說明，我們可以知道單載波系統沒有 OFDM 特有的 PAPR(peak-to-average-power ratio)問題，因此在實際的傳輸系統中，反而比 OFDM 節省功率放大器的使用。

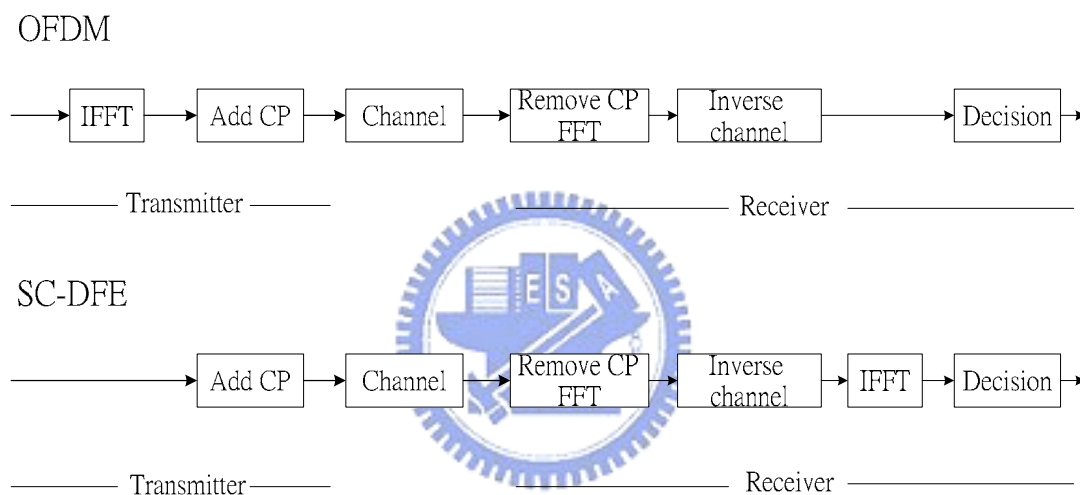


圖 3.1.3 OFDM 等化器與 SC-FDE 複雜度比較

### 3.2 單載波頻域等化器與迴授等化器

在多路徑通道有嚴重衰減的情況下，決策迴授等化器(DFE)可以減低線性等化器造成的雜訊放大效應，而有比線性等化器更好的效能，所以在單載波調變系統下，常會使用 DFE 來改善系統錯誤率。決策迴授等化器最原始的設計是 symbol-by-symbol 的架構，也就是說資料決策後就直接迴授到以後要處理的訊息，以消除他對以後資料所造成的 ISI 影響。

對我們前一節介紹的單載波頻域等化器而言，等化器處理完且在決策前，我



們必需把資料經過 IFFT 轉回時域的訊號，這樣才能對每個符元去做決策。所以就有人結合了頻域與時域等化的概念，而提出了頻域等化器加上決策迴授系統，如圖 3.2.1 所示，圖中前半部是單載波頻域等化器，是以  $M$  點的區塊資訊一起處理通道效應。圖的後半段即是迴授等化器，訊號傳送與多路徑干擾都是以時域的概念來描述，又因為頻域等化器的輸出即是時域訊號，因此我們可以直接決策後迴授處理頻域等化器沒處理完的 ISI 成分。

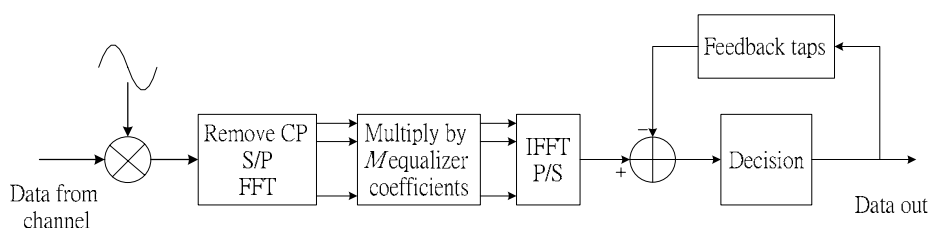


圖 3.2.1 SC-FDE 的決策迴授等化器架構

多加上決策迴授系統，是希望藉由兩個等化器架構彼此分工合作，一方面處理 ISI 效應，另一方面抑制雜訊放大的效果。所以在設計等化器係數部分，演算法必需同時考慮這兩個等化器係數，因此數學推導的過程也比一般的線性等化複雜的多。為了改善每次通道改變就得重新設計等化器係數的情況，也有人提出了 LMS 跟 RLS 等適應性等化系統，以簡化接收端的運算量。

### 3.3 單載波與 OFDM 的共存系統

我們知道無線通訊的使用都是以簡化用戶端(subscriber)的複雜度為主，原因是為了讓無線通訊用品達到輕薄省電的目的，所以我們會希望把複雜度高的運算留給基地台(base-station)去處理。因此對於資料的傳送與接收而言，可以定義一個雙模(dual-mode)系統，雙模的意思就是讓傳送與接收的資料處理方式不同，因此我們可以把運算少的處理模式都用在用戶端，運算多的模式都留給基地台。



由圖 3.1.3 的比較可以知道，單載波使用頻域等化器跟 OFDM 等化器的架構相比，只有 IFFT 處理位置的不同。OFDM 是在傳送端發射訊號前就處理 IFFT 運算，而在 SC-FDE 的系統，則是在接收端頻率等化器輸出後才做 IFFT 運算。因此我們可以歸納出對傳送端而言，SC-FDE 的傳送端的複雜度比較低，可是對接收端而言，OFDM 等化器的接收端擁有較少的複雜度。

因此就有研究提出了 OFDM 與單載波共存的架構，如圖 3.3.1 所示。根據定義，資料從用戶端傳送到基地台的傳輸過程，我們稱之為上行(uplink)，而資料從基地台傳送到用戶端，我們稱之為下行(downlink)。所以基於複雜度來考慮，對於用戶而言，為了節省運算的複雜度，上行的部分可以使用複雜度較低的 SC-FDE 傳送系統，而下行的部分則換成 OFDM 等化器系統，因此由圖 3.3.1 可以看出用戶端的架構比基地台還要小許多。簡單來說，該共存架構就是用戶端都不處理 IFFT 運算，而是把那些運算都留給基地台去處理，好讓用戶端有簡化的架構。

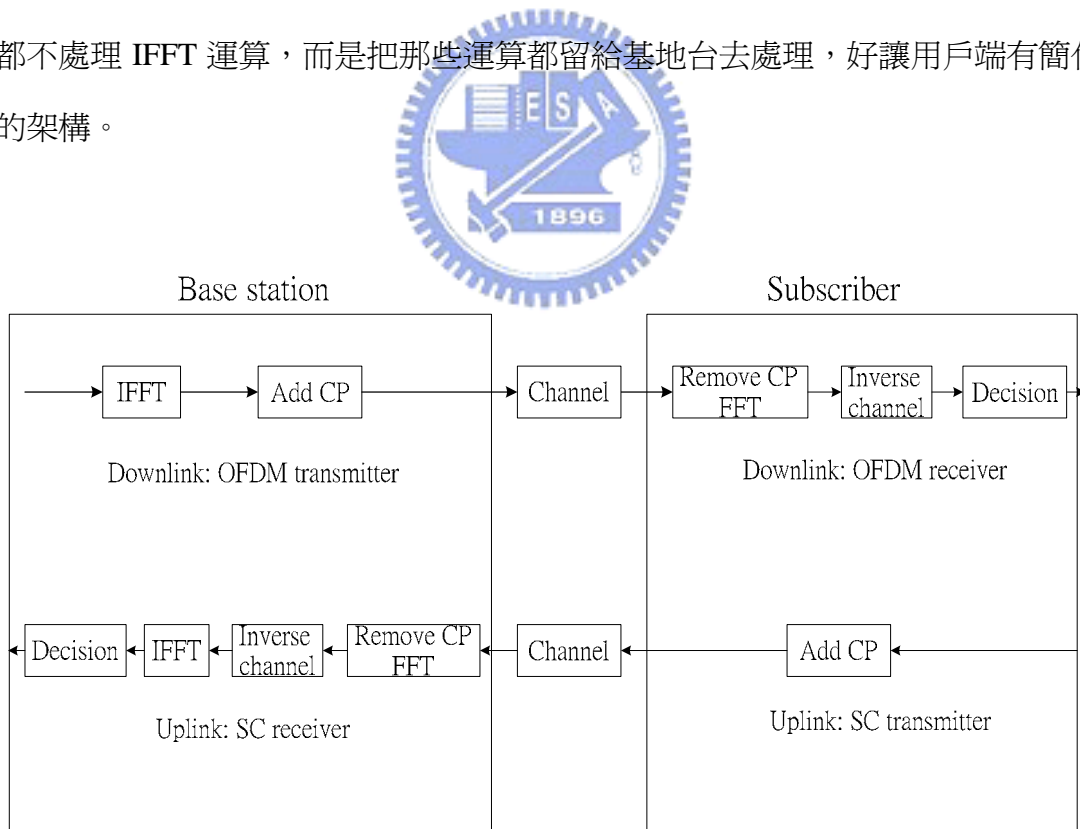


圖 3.3.1 SC-FDE 與 OFDM 的共存架構

以上就是我們簡單介紹單載波調變系統的最新等化技術，其中我們最感興趣的就是頻域等化器配合決策迴授系統，一般來說決策迴授等化器是適用於

symbol-by-symbol 的架構，這與 OFDM 的區塊(block)處理不同，所以我們再下一章將稍微改變迴授的架構，變成以區塊迴授為基準，期望 OFDM 系統也能有決策迴授等化的效果。



## 第四章 OFDM 決策迴授等化系統

在上一章我們已經簡單介紹了單載波調變系統，使用頻域等化器後再利用決策迴授等化器處理剩餘的 ISI，這一章的研究就是以那些理論與演算法為基礎，把決策迴授系統運用到 OFDM 調變，期望讓原本就有頻域等化的 OFDM 系統也能有決策迴授的效能改善。一般來說，多路徑通道效應是在時域上的干擾，所以決策迴授的架構是即時決策後即時迴授，而且迴授部分都是在時域上去扣除 ISI 影響的，但是對於資料都負載在頻域上的 OFDM 系統而言，就沒辦法讓每一筆資料決策後就立刻在時域上迴授到下一筆資料，為了跨越這項限制，我們試著用區塊迴授(block-feedback)的等化器概念來處理多路徑干擾。

區塊迴授的意思就是說，我們先針對同一個 OFDM symbol 去做處理，一次處理一整個 OFDM block，而且把該次處理完決策後的結果當作迴授資料，然後再以時域迴授的概念代回去處理同一筆 OFDM 資料以消除 ISI 影響。以下我們將介紹我們所做的兩種 OFDM DFE 的架構以及演算法，這兩種演算法都是由單載波 DFE 的概念推演而來的。

### 4.1 OFDM 決策迴授電路

跟一般的線性等化器不同的是，決策迴授等化器是把 ISI 影響分成兩個階段處理，如圖 1.1 所示，把接收到的資料先經過線性濾波器後，再利用之前決策好的信號來扣除 ISI 影響，所以線性濾波器與迴授濾波器的係數就是我們演算法要設計的，目標是讓兩個濾波器的處理能夠彼此配合而消除通道效應。

#### 4.1.1 OFDM DFE 架構

決策迴授等化器演算法的推導概念就是假設迴授的資料正確，再代回以後的資料去處理 ISI 影響，因此我們先不考慮迴授資料有錯誤的情況。OFDM block

DFE 的最初架構如圖 4.1.1 所示，該架構是參考單載波系統，使用頻域等化加上時域決策迴授的系統而推演出我們的架構。假設線性濾波器的輸出為  $\{Y_l\}$ ，是  $M$  點頻域上的訊號，為了處理迴授的問題，我們再把  $\{Y_l\}$  經過 IFFT 轉回時域的訊號  $\{y_m\}$ ，這樣一來才能利用時域的概念扣除 ISI 影響。

我們知道迴授處理主要是針對 ISI 來設計等化器，假設迴授的資料為正確的訊號  $\{A_l\}$ ，為了扣除在時域上的多路徑效應，我必需先把訊號轉成真正在通道上傳送的訊息，所以經過 IFFT 之後可以得到  $M$  點時域傳送的訊號  $\{a_m\}$ 。假設  $f_k$  表示等化器對通道第  $k$  個延遲的迴授量，至於  $k$  的大小跟數目是隨著我們等化器設計而定，所以對第  $m$  個時間點而言，迴授的成分可以寫成  $x_m$ ：

$$x_m = \sum_{k \in F_B} a_{m-k} \cdot f_k \quad (4.1-1)$$

其中  $F_B$  代表迴授路徑的集合， $B$  代表迴授處理的路徑數， $B$  越大迴授處理的 ISI 越多，若  $B=0$  表示我們不做迴授部分，只考慮線性等化器。在這裡我們可以把迴授濾波器看成一個迴授的脈衝響應，所以迴授成分  $\{x_m\}$  可以視為傳送的訊號與該脈衝響應的迴旋積。

把線性濾波器的輸出  $\{y_m\}$  扣除迴授的成分  $\{x_m\}$  後，可得等化器處理完的輸出  $\{z_m\}$ ，再經過 FFT 轉回頻域訊號  $\{Z_l\}$  後，才是我們 OFDM 要決策的資料。需要注意的是，迴授資料  $\{A_l\}$  的求法會在稍後介紹，而且在實際系統模擬裡，把  $\{A_l\}$  當作正確的訊號會影響模擬結果，因此我們在 4.2 節會對此假設作修正。

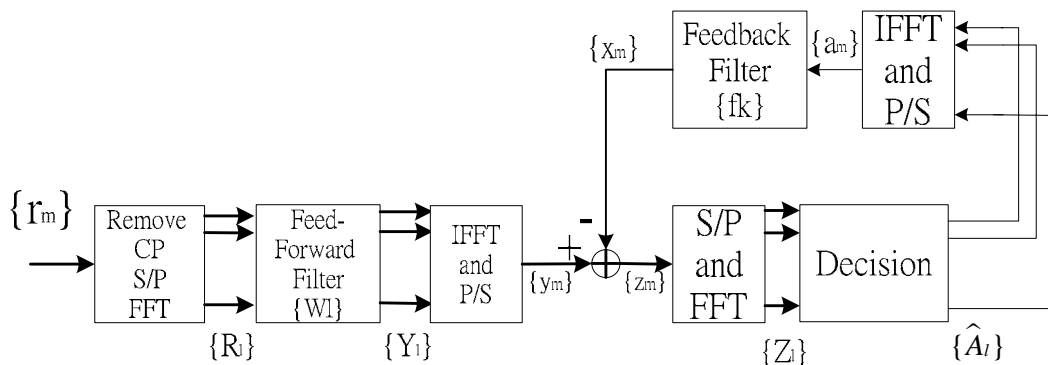


圖 4.1.1 時域迴授 OFDM block DFE 架構

### 4.1.2 數學式子表示式與架構轉換

假設每個 OFDM 使用的次載波數目為  $M$ ，負載在這些次載波上的資料為  $\{A_l\}$ ,  $l=0,1,\dots,M-1$ ，通道頻譜響應為  $\{H_l\}$ ，由第二章的介紹我們知道在接收端的 FFT 輸出  $\{R_l\}$  為：

$$R_l = FFT\{r_m\} = A_l H_l + N_l \quad \text{for } l = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad (4.1-2)$$

其中  $\{N_l\}$  為  $M$  個 AWGN 雜訊經過 FFT 後的輸出。假設圖 4.1.1 的 Feedforward filter 跟 feedback filter 係數分別為  $\{W_l\}$  跟  $\{f_k\}$ ，這也就是我們演算法要去設計的。這裡值得提醒的是，此架構中我們 Feedforward 濾波器是跟一般 OFDM 使用的等化器一樣，在頻域上對每個次載波做通道等化，而 feedback 部分則是先假設  $\{f_k\}$  是時域上的迴授量。所以經過迴授後的輸出為：

$$\begin{aligned} z_m &= y_m - x_m \\ &= IFFT\{R_l W_l\} - \sum_{k \in F_B} f_k^* \cdot a_{m-k} \quad \text{for } m = 0, 1, 2, \dots, M-1 \end{aligned} \quad (4.1-3)$$

再經過 FFT 後，也就是要送入決策的資料為：

$$\begin{aligned} Z_l &= R_l W_l - FFT \left\{ \sum_{k \in F_B} f_k^* \cdot a_{m-k} \right\} \\ &= R_l W_l - A_l \sum_{k \in F_B} f_k^* \cdot e^{-j \frac{2\pi}{M} kl} \quad \text{for } l = 0, 1, 2, \dots, M-1 \end{aligned} \quad (4.1-4)$$

對每個載波  $l$  而言，我們假設一個迴授係數(feedback coefficient)  $B_l$ ：

$$B_l = \sum_{k \in F_B} f_k^* \cdot e^{-j \frac{2\pi}{M} kl} \quad (4.1-5)$$

迴授係數的意義就是說，不同路徑( $k$ )對  $l$  載波的影響，很明顯的可以看出是個弦波和，也就是迴授處理的是對通道頻域上相位與增益做補償。所以(4.1-4)式可以寫成：

$$Z_l = R_l W_l - A_l B_l \quad \text{for } l = 0, 1, 2, \dots, M - 1 \quad (4.1-6)$$

由上式可以知道，我們把時域上的迴授量轉換成頻域上的迴授，也就是對每個次載波  $l$  而言，其迴授量為  $B_l$ ，因此整個 OFDM DFE 的架構可以把時域上兩個序列相減轉換兩個頻域上的序列相減，如圖 4.1.2 所示：

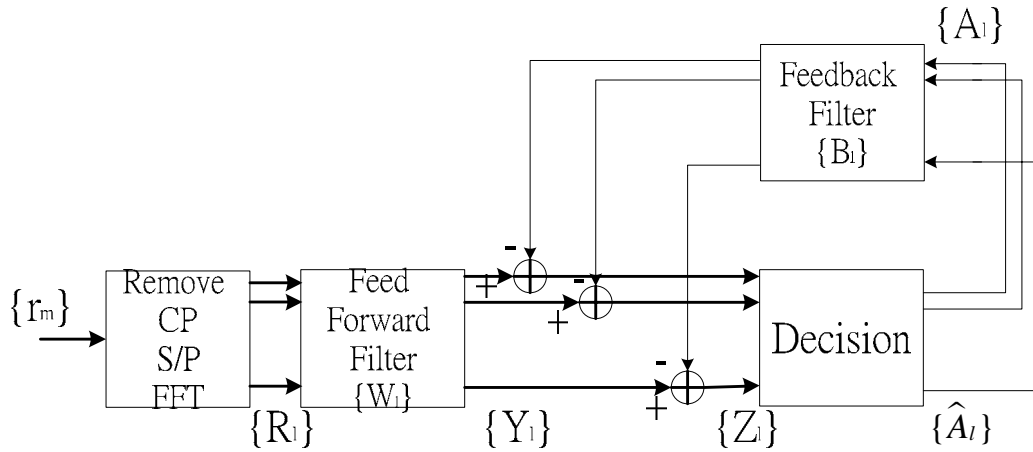


圖 4.1.2 頻域迴授的 OFDM block DFE 架構

### 4.1.3 等化器係數演算法設計

定義完等化器的架構後，我們接下來要做的就是設計一組濾波器係數  $\{W_l\}$  跟  $\{f_k\}$  來最佳化這個等化器系統，所以這一小節我們將介紹最小均方誤差(MMSE)演算法求等化器的係數。由式子(4.1-4)可知要送入決策的資料為  $Z_l$ ，因此可以知道對每個載波  $l$  而言，決策誤差  $e_l$  為：

$$e_l = Z_l - A_l \quad (4.1-7)$$

所以決策訊號與原始傳送資料的均方誤差(mean square error, MSE)可以寫成：

$$\begin{aligned} MSE &= E \left[ |Z_l - A_l|^2 \right] \\ &= E \left[ \left| R_l W_l - A_l \left( 1 + \sum_{k \in F_B} f_k \cdot e^{-j \frac{2\pi}{M} k \cdot l} \right) \right|^2 \right] \end{aligned} \quad (4.1-8)$$

為了簡化計算過程，我們令傳送的資料與雜訊都是相互獨立而且平均為零，其統計特性如下：

$$E[A_{l_1} \cdot A_{l_2}^*] = M \cdot \delta(l_1 - l_2)$$

$$E[N_{l_1} \cdot N_{l_2}^*] = M \sigma_n^2 \cdot \delta(l_1 - l_2)$$

其中， $\sigma_n^2$  為 AWGN 平均功率，而頻域上訊號與雜訊的功率必需為  $M$ ，原因是因為傅立業轉換的效應，根據 Parseval's theorem 可以知道訊號通過傅立業轉換後，功率會變成  $M$  倍，而訊雜比的定義則是時域上傳送的訊號跟雜訊的功率比，所以才會假設資料的功率為  $M$ 。代入後即可得知收到訊號的統計特性為：

$$E[R_{l_1} \cdot R_{l_2}^*] = M \cdot H_{l_1} H_{l_2}^* \cdot \delta(l_1 - l_2) + M \sigma_n^2 \cdot \delta(l_1 - l_2) \quad (4.1-9)$$

把式子(4.1-9)代入(4.1-8)後，我們可以展開每個載波  $l$  的均方誤差值為：

$$MSE = M \cdot |W_l|^2 \left( |H_l|^2 + \sigma_n^2 \right) - M \cdot W_l H_l F_l - M \cdot W_l^* H_l^* F_l^* + M \cdot |F_l|^2 \quad (4.1-10)$$

其中：

$$F_l = 1 + \sum_{k \in F_B} f_k^* \cdot e^{-j \frac{2\pi}{M} k \cdot l}, \quad l = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad (4.1-11)$$

由式子(4.1-10)與式子(4.1-11)可以看出，MSE 的變數有兩個，分別是  $\{W_l\}$  跟  $\{f_k\}$ ，因此我們要計算最小均方誤差的話，我們採用比較近似的分開微分方法。這裡我先對  $\{W_l\}$  微分後可得線性濾波器的係數為：

$$W_l = \frac{H_l^* \left[ 1 + \sum_{k \in F_B} f_k^* \cdot e^{-j \frac{2\pi}{M} k l} \right]}{\sigma_n^2 + |H_l|^2}, \quad \text{for } l = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad (4.1-12)$$

在(4.1-12)式子中可以看出線性濾波器的係數會決定於通道與迴授量，也就是說以迴授量的多寡來決定線性濾波器要處理 ISI 的程度。在決定完線性濾波器的係數後，把  $\{W_l\}$  代回(4.1-10)式，再對所有  $l$  取平均後可得新的 MSE 數學式：

$$MSE_{-new} = \frac{\sigma_n^2}{M} \sum_{l=0}^{M-1} \frac{|F_l|^2}{\sigma_n^2 + |H_l|^2} \quad (4.1-13)$$

在新的均方誤差式子可以看出變數只剩下迴授變數  $\{f_k\}$ ，又因為  $\{f_k, k \in F_B\}$ ，代表我們有  $B$  個  $f_k$  值需要去求得，所以我們把式子(4.1-13)分別對  $B$  個變數  $f_k$  微



分，微分完後可得到  $B$  個  $B$  元聯立方程式，寫成矩陣後即可使用逆矩陣的方式解變數  $\{f_k\}$ ，假設  $\mathbf{f}$  表示迴授濾波器的係數矩陣，也就是我們最終要求的數值，代入後即可表示成：

$$\mathbf{f} = \mathbf{V}^{-1} \cdot (-\mathbf{v}) \quad (4.1-14)$$

其中

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_{k_1} \\ f_{k_2} \\ \vdots \\ f_{k_B} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} v_0 & v_{k_1-k_2} & \cdots & v_{k_1-k_B} \\ v_{k_2-k_1} & v_0 & \cdots & v_{k_2-k_B} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{k_B-k_1} & v_{k_B-k_2} & \cdots & v_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_{k_1} \\ v_{k_2} \\ \vdots \\ v_{k_B} \end{bmatrix} \quad (4.1-15)$$

而矩陣裡面的元素  $v_k$ ：

$$v_k = \frac{\sigma_n^2}{M} \sum_{l=0}^{M-1} \frac{e^{-j\frac{2\pi}{M}k \cdot l}}{|H_l|^2 + \sigma_n^2} \quad (4.1-16)$$

線性濾波器的係數  $\{W_l\}$  的值會跟 feedback 的值  $\{f_k\}$  有關，也就是說當決定完迴授濾波器的係數後，我們就已經知道迴授量為多少，在依迴授量來決定線性濾波器係數，這也就是說決策迴授系統的兩個濾波器彼此分工合作以消除 ISI 跟雜訊影響。所以要求完整的等化器係數，我們得先決定我們要 feedback 的係數，由式(4.1-14)我們知道求  $\{f_k\}$  的過程得經過逆矩陣的運算，而如果  $F_B$  的數值越大，代表所要求的逆矩陣越大，這樣所需的複雜度也更高，但是相對的  $F_B$  越大，就表示迴授處理的 ISI 越多，雜訊放大效應會越小，所以效能會有更好的表現。當我們決定好迴授的量  $\{f_k\}$  之後，就可以代回(4.1-12)式，去求每個次載波上的的線性等化器係數。

#### 4.1.4 雙重決策 OFDM 系統

經過上面的推導後，在第四章的模擬裡會顯示出有迴授扣除 ISI 跟沒迴授的線性等化器的比較，效能會很明顯的有差異。然而對於實際的系統來說，我們需



要迴授的資訊才能處理 ISI 的通道影響，所以我們試著用兩次的等化決策處理，第一次只是普通的等化決策，而另外一次才是真正的決策迴授等化系統，系統架構如圖 4.1.3 所示：

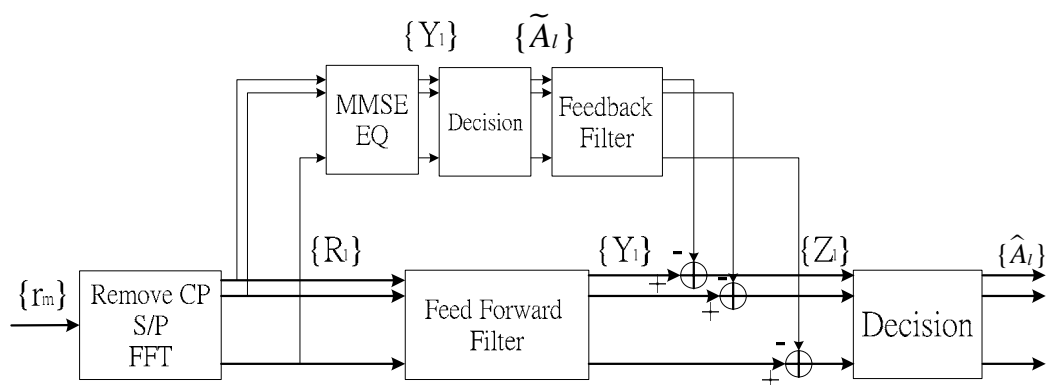


圖 4.1.3 雙重決策 OFDM 架構

資料經過 FFT 之後，上半部的處理是上一章我們所介紹的 OFDM MMSE 線性等化器的輸出，把決策之後的資料當作迴授資料  $\{\tilde{A}_l\}$ ，代回去同一筆資料處理第二次。而下半部的架構就是上述介紹的 OFDM 決策迴授系統，對於同一筆 OFDM 資料，我們先經過線性等化，然後再利用上面線性等化決策後的資料扣除 ISI 影響。

對於整個系統而言，我們要比較的是線性等化器輸出  $\{\tilde{A}_l\}$  與決策迴授等化器輸出  $\{\hat{A}_l\}$  的錯誤率好壞，模擬的部分會列在第四章來探討分析。但在這裡我們先提到說理論值迴授與實際值迴授的兩個系統，兩者的效能有很大的差異，所以在下一小節裡，我們將介紹另外一種架構跟演算法。與之前介紹的演算法不同點在於該演算法中有考慮迴授資訊的準確度來決定迴授的“可靠性”，意思是說錯誤率越低，迴授值會越可靠，也就盡量多利用迴授處理 ISI，相反如果錯誤率高，線性等化會不準確，我們就少用迴授處理 ISI。



其中  $\{W_l^{(i)}\}$  與  $\{B_l^{(i)}\}$  分別是線性濾波器與迴授濾波器的係數， $(i)$  表示第  $i$  次疊代，迴授的部分就是第  $(i-1)$  次疊代的輸出，配合著設計好的第  $(i)$  次迴授濾波器係數來當作 ISI 估計值。

對第  $(i)$  次疊代而言，接收到的資料  $\{R_l\}$  首先經過線性濾波器，然後在經過迴授扣除 ISI 效應後，可以得到要決策的訊號為：

$$Z_l^{(i)} = W_l^{(i)} \cdot R_l - B_l^{(i)} \cdot \hat{A}_l^{(i-1)} \quad \text{for } l = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad (4.2-1)$$

其中  $\{\hat{A}_l^{(i-1)}\}$  表示上一次疊代後決策的資料，而  $\{B_l^{(i)} \cdot \hat{A}_l^{(i-1)}\}$  的意義就是迴授端估測出來的 ISI 成分，所以訊號經過線性濾波器處理完後，再扣掉這些 ISI 影響。這裡需要特別提醒的是，當  $i=1$  的時候，我們只做線性等化而不處理迴授，所以我們不需要定義第一次疊代迴授部分的  $\{\hat{A}_l^{(0)}\}$  值。把(4.1-2)式的接收資料表示式代入(4.2-1)後整理可得：

$$Z_l^{(i)} = (W_l^{(i)} \cdot H_l \cdot A_l - B_l^{(i)} \cdot \hat{A}_l^{(i-1)}) + W_l^{(i)} \cdot N_l \quad \text{for } l = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad (4.2-2)$$

上式的  $\{Z_l\}$  代表該次疊代經過等化處理完後，要送入決策的訊號。以整體來說，(4.2-2)式包含訊號、等化器沒處理完的干擾項以及雜訊等三個成分，因為訊號經過通道與線性濾波器後，傳送資料的成分就會改變，以平均來看，(4.2-2)式可以表示成處理後的訊號加上干擾：

$$Z_l^{(i)} \rightarrow E[W_l^{(i)} \cdot H_l] \cdot A_l + v_l^{(i)} \quad (4.2-3)$$

其中第一項表示經過等化處理後平均的訊號，而第二項表示雜訊與干擾，並假設： $\gamma^{(i)} = E[W_l^{(i)} \cdot H_l]$ ，代入(4.2-2)後：

$$\begin{aligned} Z_l^{(i)} &= \gamma^{(i)} \cdot A_l + v_l^{(i)} \\ &= \gamma^{(i)} \cdot A_l + \left[ (W_l^{(i)} \cdot H_l - \gamma^{(i)}) A_l - B_l^{(i)} \cdot \hat{A}_l^{(i-1)} \right] + W_l^{(i)} \cdot N_l \end{aligned} \quad (4.2-4)$$

其中：

$$v_l^{(i)} = \left[ (W_l^{(i)} \cdot H_l - \gamma^{(i)}) A_l - B_l^{(i)} \cdot \hat{A}_l^{(i-1)} \right] + W_l^{(i)} \cdot N_l \quad (4.2-5)$$

在處理(4.2.-4)式之前，我們需先對傳送的訊號作一些假設，令傳送的資料  $\{A_l\}$  與偵測後的訊號  $\{\hat{A}_l^{(i-1)}\}$  皆為非相關序列，而且平均為零、能量為 1，也就是滿足：

$$\begin{aligned} E[A_l] &= 0, \quad \text{var}[A_l] = 1, \quad E[A_l \cdot A_j] = 0 \\ E[\hat{A}_l^{(i-1)}] &= 0, \quad \text{var}[\hat{A}_l^{(i-1)}] = 1, \quad E[\hat{A}_l^{(i-1)} \cdot \hat{A}_j^{(i-1)}] = 0 \end{aligned} \quad (4.2.6)$$

但是對於每個相同的次載波  $l$  上負載的信號而言， $\{A_l\}$  與  $\{\hat{A}_l^{(i-1)}\}$  是有相關性的，因此我們定義一個相關係數(correlation coefficient)  $\rho$ ：

$$E[A_l^* \cdot \hat{A}_j^{(i-1)}] = \rho^{(i-1)} \cdot \delta[l-j] \quad (4.2-7)$$

相關係數  $\rho^{(i-1)}$  的物理意義表示第  $(i-1)$  次疊代後的結果  $\{\hat{A}_l^{(i-1)}\}$  與真正傳送資料  $\{A_l\}$  的相關程度，該相關程度跟偵測的錯誤率有關，若錯誤率越低，則偵測的訊號會越接近實際傳送的訊號，即表示相關係數會越接近 1，若如果  $\hat{A}_l^{(i-1)} = A_l$ ，相關係數會等於 1。

利用相關係數與一些統計的概念，我們可以算出干擾跟雜訊項的變異數(variance)，由於雜訊與訊號的平均都為零，所以此變異數也可以看成干擾跟雜訊的功率：

$$\begin{aligned} \text{var}[v_l^{(i)}] &= E\left[ |W_l^{(i)} \cdot H_l - \gamma^{(i)}|^2 \right] - 2B_l^{(i)} \cdot \rho^{(i-1)} \cdot E\left[ W_l^{(i)} \cdot H_l - \gamma^{(i)} \right] \\ &\quad + E\left[ |B_l^{(i)}|^2 \right] + E\left[ |W_l^{(i)}|^2 \right] \sigma_n^2 \end{aligned} \quad (4.2-8)$$

我們把迴授的係數  $\{B_l^{(i)}\}$  部分整理成一項：

$$\begin{aligned} \text{var}[v_l^{(i)}] = & E\left[|W_l^{(i)}|^2\right] \sigma_n^2 + \left(1 - (\rho^{(i-1)})^2\right) \cdot E\left[|W_l^{(i)} \cdot H_l - \gamma^{(i)}|^2\right] \\ & + E\left[\left|B_l^{(i)} - \rho^{(i-1)} \cdot (W_l^{(i)} \cdot H_l - \gamma^{(i)})\right|^2\right] \end{aligned} \quad (4.2-9)$$

要處理這些等化器係數，我們利用(4.2-3)式把訊號對干擾加雜訊比(SINR)求出：

$$\begin{aligned} \text{SINR} = \frac{|\gamma^{(i)}|^2}{\text{var}[v_l^{(i)}]} = \frac{|\gamma^{(i)}|^2}{E\left[|W_l^{(i)}|^2\right] \sigma_n^2 + \left(1 - (\rho^{(i-1)})^2\right) \cdot E\left[|W_l^{(i)} \cdot H_l - \gamma^{(i)}|^2\right] \\ + E\left[\left|B_l^{(i)} - \rho^{(i-1)} \cdot (W_l^{(i)} \cdot H_l - \gamma^{(i)})\right|^2\right]} \end{aligned} \quad (4.2-10)$$

我們的目的就是求得等化器係數 $\{W_l^{(i)}\}$ 與 $\{B_l^{(i)}\}$ ，使得上式的 SINR 最大，很明顯的可以看出，跟迴授係數 $\{B_l^{(i)}\}$ 相關的只有在分母的一個平方項，要最大化 SINR 也就是說分母要越小越好，因此可以得到迴授濾波器係數為：

$$B_l^{(i)} = \rho^{(i-1)} \cdot (W_l^{(i)} \cdot H_l - \gamma^{(i)}) \quad \text{for } l = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad (4.2-11)$$

$\{B_l^{(i)}\}$ 的結果很明顯的可以看出，相關係數 $\rho^{(i)}$ 表示決策後資料的品質，當 $\{\hat{A}_l^{(i-1)}\}$ 的錯誤率高時，代表迴授部分估測出來的 ISI 成分可靠度低，而且相關係數 $\rho^{(i)}$ 會比較小，因此迴授佔有的比重也隨著相關係數而比較低。相對的來說，當 $\{\hat{A}_l^{(i-1)}\}$ 的錯誤率低時，估測出來的 ISI 比較準確，而且相關係數 $\rho^{(i)}$ 會比較接近 1，所以迴授部分也比較可靠。若當 $\hat{A}_l^{(i-1)} = A_l$ 的情況下，相關係數會等於 1，也就是說迴授部分可以正確的估測出接收資料 $\{R_l\}$ 所含有的 ISI 成分，因此迴授濾波器可以完整的消除 ISI 效應。另外還需特別定義當  $i=1$  的情況，也就是第一次疊代時，我們沒有之前決策的資訊，所以我們不做迴授處理，因此我們定義 $\rho^0 = 0$ ，也就是第一次疊代的迴授係數 $B_l^{(1)} = 0$ 。

而且由這裡可以看出，此迴授等化器不會受到決策先後的影響，也就是說我們不僅可以消除之前訊號的 ISI(postcursor ISI)，也可以消除之後訊號的 ISI (precursor ISI)，這是因為對 OFDM symbol 而言，資料都是整個區塊一起處理的，所以迴授部分也是整個區塊一起迴授，當我們估測 ISI 效應時，就已經把時域上前後的 ISI 效應都轉換成頻域上來考慮了。

再來我們要求線性濾波器的係數，把(4.2-11)代回(4.2-10)後，可以得到新的 SINR 為：

$$\text{SINR} \left( W_l^{(i)} \right) = \frac{|\gamma^{(i)}|^2}{E \left[ |W_l^{(i)}|^2 \right] \sigma_n^2 + \left( 1 - (\rho^{(i-1)})^2 \right) \cdot E \left[ |W_l^{(i)} \cdot H_l - \gamma^{(i)}|^2 \right]} \quad (4.2-12)$$

上式只有線性濾波器係數  $\{W_l^{(i)}\}$  是我們要調整的，因此要求得最佳的濾波器係數的話，可以對上式的變數微分，但在這裡我們用另外一種方式，先把 SINR 式子整理為：

$$\text{SINR} \left( W_l^{(i)} \right) = \frac{1}{\phi^{(i)} \left( W_l^{(i)} \right) - \left( 1 - (\rho^{(i-1)})^2 \right)} \quad (4.2-13)$$

其中：

$$\phi^{(i)} \left( W_l^{(i)} \right) = \frac{E \left[ |W_l^{(i)}|^2 \cdot \left( \sigma_n^2 + \left( 1 - (\rho^{(i-1)})^2 \right) |H_l|^2 \right) \right]}{|\gamma^{(i)}|^2} \quad (4.2-14)$$

我們這麼做的原因是想把等化器係數  $\{W_l^{(i)}\}$  給獨立出來，以便我們使用舒瓦茲不等式(Schwarz inequality)來求得最佳線性等化器係數，所以(4.2-14)的分母項可以拆成：

$$\begin{aligned}
|\gamma^{(i)}|^2 &= \left| E[W_l^{(i)} \cdot H_l] \right|^2 \\
&= \left| E \left[ \frac{H_l}{\sqrt{\sigma_n^2 + (1 - (\rho^{(i-1)})^2)} |H_l|^2} \cdot W_l^{(i)} \cdot \sqrt{\sigma_n^2 + (1 - (\rho^{(i-1)})^2)} |H_l|^2 \right] \right|^2
\end{aligned} \tag{4.2-15}$$

根據舒瓦茲不等式： $|E[X \cdot Y]|^2 \leq E[|X|^2] \cdot E[|Y|^2]$

等號成立在  $X = k \cdot Y^*$  的時候

於是(4.2-15)式可以整理成：

$$|\gamma^{(i)}|^2 \leq E \left[ \frac{|H_l|^2}{\sigma_n^2 + (1 - (\rho^{(i-1)})^2) |H_l|^2} \right] \cdot E \left[ |W_l^{(i)}|^2 \cdot (\sigma_n^2 + (1 - (\rho^{(i-1)})^2) |H_l|^2) \right] \tag{4.2-16}$$

等號成立在：

$$W_l^{(i)} \cdot \sqrt{\sigma_n^2 + (1 - (\rho^{(i-1)})^2) |H_l|^2} = \frac{H_l^*}{\sqrt{\sigma_n^2 + (1 - (\rho^{(i-1)})^2) |H_l|^2}} \tag{4.2-17}$$

經過整理後可得最佳線性等化器係數：

$$W_l^{(i)} = \frac{H_l^*}{\sigma_n^2 + (1 - (\rho^{(i-1)})^2) \cdot |H_l|^2} \quad \text{for } l = 0, 1, 2, \dots, M - 1 \tag{4.2-18}$$

也就是說，當線性濾波器的係數滿足(4.2-18)式時，會使(4.2-12)式的 SINR 最大，

把(4.2-18)代入(4.2-14)式之後，可得

$$\phi^{(i)} = E \left[ \frac{\sigma_n^2 + (1 - (\rho^{(i-1)})^2) |H_l|^2}{|H_l|^2} \right] \tag{4.2-19}$$

再把(4.2-19)代入(4.2-13)式之後，即可得我們最後所最大化的 SINR：



$$\text{SINR} = \frac{1}{E \left[ \frac{\sigma_n^2 + (1 - (\rho^{(i-1)})^2) |H_l|^2}{|H_l|^2} \right] - (1 - (\rho^{(i-1)})^2)} \quad (4.2-20)$$

值得注意的是當  $i=1$  的情況，由我們之前定義  $\rho^{(0)} = 0$  代入(4.2-18)後，可以得到第一次疊代的線性等化器係數：

$$W_l^{(1)} = \frac{H_l^*}{\sigma_n^2 + |H_l|^2} \quad \text{for } l = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad (4.2-21)$$

這跟我們第二章介紹的 OFDM MMSE 線性等化器設計係數是一樣的，而且先前有介紹過，在第一次疊代時我們不做迴授處理，因此第一次疊代的輸出就是一般 OFDM MMSE 等化器的結果。第一次疊代處理完後，即可求得該次處理的相關係數，然後再代回去做第二次疊代處理，以此類推可得第三次以上的處理結果。

至於相關係數的求法，在[11]裡有介紹如果用錯誤率來求該狀況下的相關係數，也就是在真實的系統裡，我們需先傳一筆已知的訊號，用那些資料測試出在通道下每一次疊代的平均錯誤率，然後用那些資訊再來求每一次疊代的相關係數，相關係數知道後即可求出每一次疊代所需的等化器係數。在我們下一章的系統模擬裡，我們只是簡單的用時間平均代替統計平均：

$$E[W_l^{(i)} \cdot H_l] \approx \frac{1}{M} \sum_{l=1}^{M-1} W_l^{(i)} \cdot H_l \quad (4.2-22)$$

以實際來說每次訊雜比、或通道改變的情況，相關係數又得重新計算，也就是系統要花多餘的時間與頻寬來測試這些錯誤率，由此可見這個系統比較適用於非時變的通道狀況。

#### 4.2.2 編碼系統的延伸

在只有雜訊的 AWGN 通道情況下，接收端不需要對通道做任何的補償，使用通道編碼(channel coding)即可大幅的改善整理效能，但在含有通道效應的系統

裡，尤其是跟頻率衰減有關的 OFDM 無線傳輸系統，通道效應會很嚴重的影響我們傳輸的訊號，這樣光編碼也不能改善多大效能，所以在這個情況下，編碼系統常常配合著通道等化來處理。

一般時域上的 DFE 系統，受限於 symbol-by-symbol 的架構，除了只能消除之前 symbol 造成的 ISI 的限制外，在編碼系統也會受到限制。也就是在一般 DFE 的迴授部分雖然有加上編碼，但是在決策迴授的時候，我們先迴授處理完後才能進行解碼，如圖 4.2.2 所示。但在我們介紹的 BI-DFE 系統中，資料可以以整個 OFDM symbol 來進行編碼、傳送、解碼以及迴授，如圖 4.2.3 所示，其中  $d(n)$  表示要傳送的二位元資料，經過編碼後以整個 OFDM symbol 為區塊來處理，所以在迴授端可以先解碼後才代回去扣除 ISI，以提高 ISI 估測的準確度。

另外在延遲時間較短的多重路徑通道情況，ISI 對於附近資料的影響較大，以迴旋碼(convolutional code)或格子編碼(trellis code)而言，編碼完還得多做交錯排列處理(Interleaving)後才傳送出去，因此對於 OFDM 系統來說，只要使用的次載波數  $M$  越大，通道延遲長度相對於整個 OFDM symbol 而言會很小，所以可以在整個 OFDM 區塊去做編碼跟交錯排列處理。在接收端，上一次疊代解碼完後要迴授的資料，就得再經過編碼跟交錯排列處理，然後再代回去迴授濾波器去扣除 ISI。

以上介紹完整個 OFDM 決策迴授的兩個方式，雖然演算法不同，但是可以把第二種 BI-DFE 看成第一種 OFDM DFE 方法的延伸，下一章我們會利用數據實際代入該系統去模擬，並且分析這些模擬結果、現象與效能好壞。

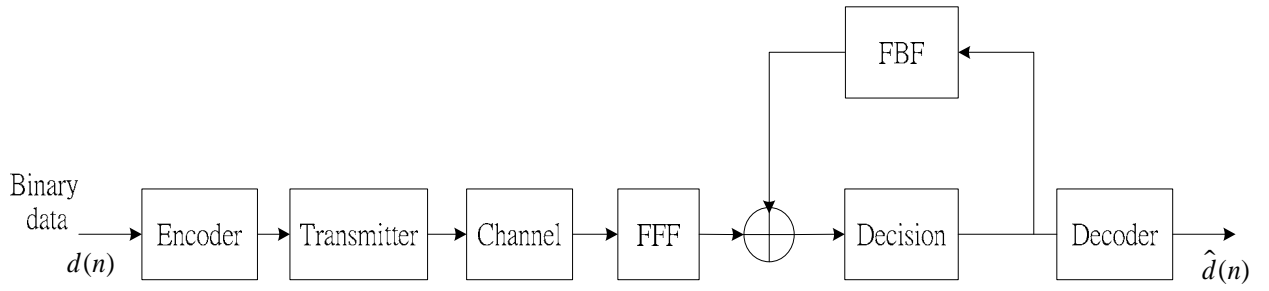


圖 4.2.2 SC 決策迴授系統的編碼架構

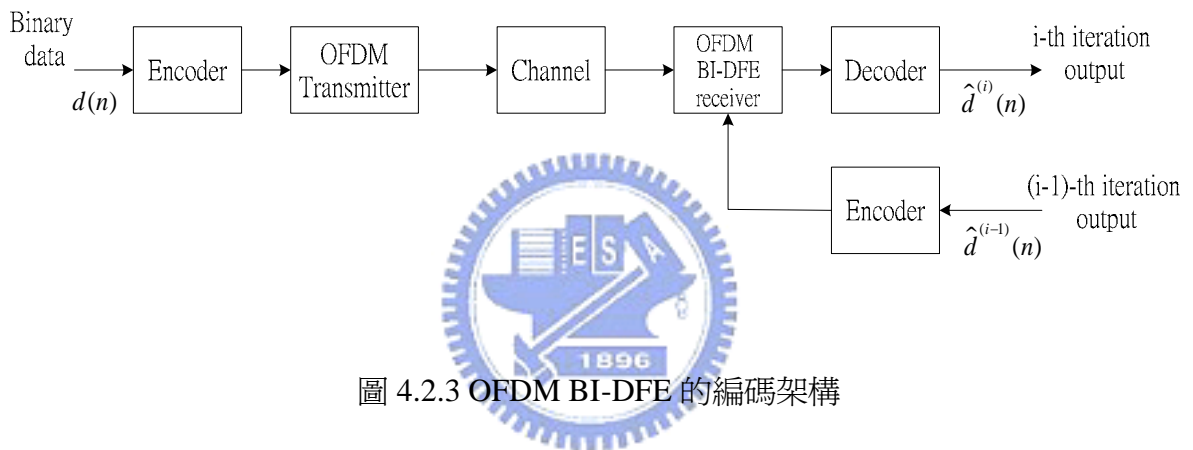


圖 4.2.3 OFDM BI-DFE 的編碼架構

## 第五章 OFDM 決策迴授等化系統模擬

說明完整個系統架構與演算法後，我們現在開始使用數據代入模擬。首先，以資料調變的方式來說，不管單載波或是多載波系統，數位資料傳輸的調變方式可以分爲很多種，例如用相位差異區分資料(PSK)或是用資料震幅區分資料(PAM)等，而我的系統模擬裡使用了四種調變方式：BPSK、QPSK、16QAM、64QAM。需要注意的是，爲了讓傳輸的假設跟我們演算法的假設一樣，我們必需讓資料調變的平均爲零、平均功率爲 1，所以對於高階調變(QPSK 以上)都必需把平均功率標準化(normalize)。

在本篇系統模擬裡，比較的標準就是傳輸過程中，不同訊雜比(SNR)情況下錯誤率(bit error rate, BER)的差異。通常造成資料傳輸錯誤的都是雜訊的效應，原因是雜訊可以看成一種隨機產生、沒辦法預測的資料，但如果通道雜訊是一種加成性白色高斯雜訊(AWGN)，我們即可利用他的統計特性來處理我們要傳輸的資料。假設在沒有通道衰減、反射、繞射等效應的情況下，傳輸過程中可以視爲只有受到白色高斯雜訊的影響，所以傳送端傳送與接收端接收的資料錯誤率如圖 5.0.1 所示。

如果通道是有衰減或者有多重路徑干擾的情況下，如同第二章的敘述，在接收端要處理這些通道效應的情況，反而會改變雜訊的特性，造成雜訊的放大而增加錯誤率。最明顯的例子就是 Rayleigh 通道，通道的特性就是訊號傳送過程中資料功率會受到衰減，加上雜訊後接收到的訊號變化更大，錯誤率也因而提高，如圖 5.0.2 所示。而一般 OFDM 調變系統在多重路徑通道的情況，通道在時域上的多路徑干擾效應會被傅立葉轉換成頻域上的影響，也就是變成對每個載波的干擾，因此可以等同於資料通過通道後，頻域載波上的資料遭受到一個 Rayleigh fading 增益影響再加上雜訊，所以錯誤率的比較與圖 5.0.2 相類似。

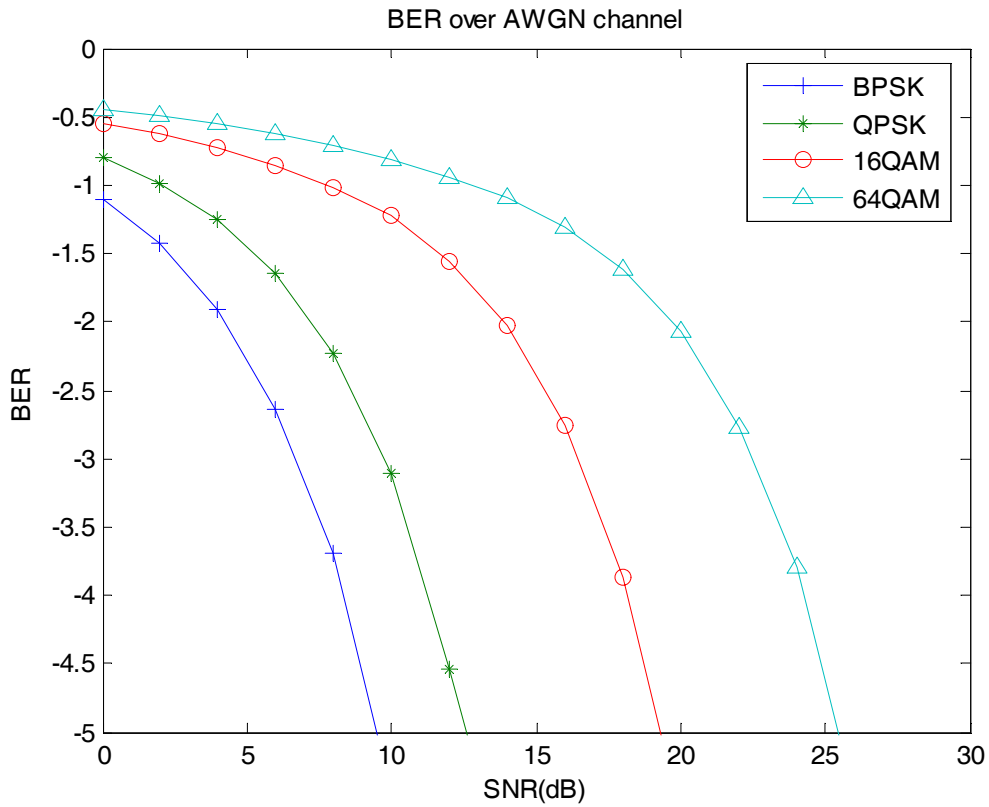


圖 5.0.1 不同調變方式在 AWGN 通道下的錯誤率

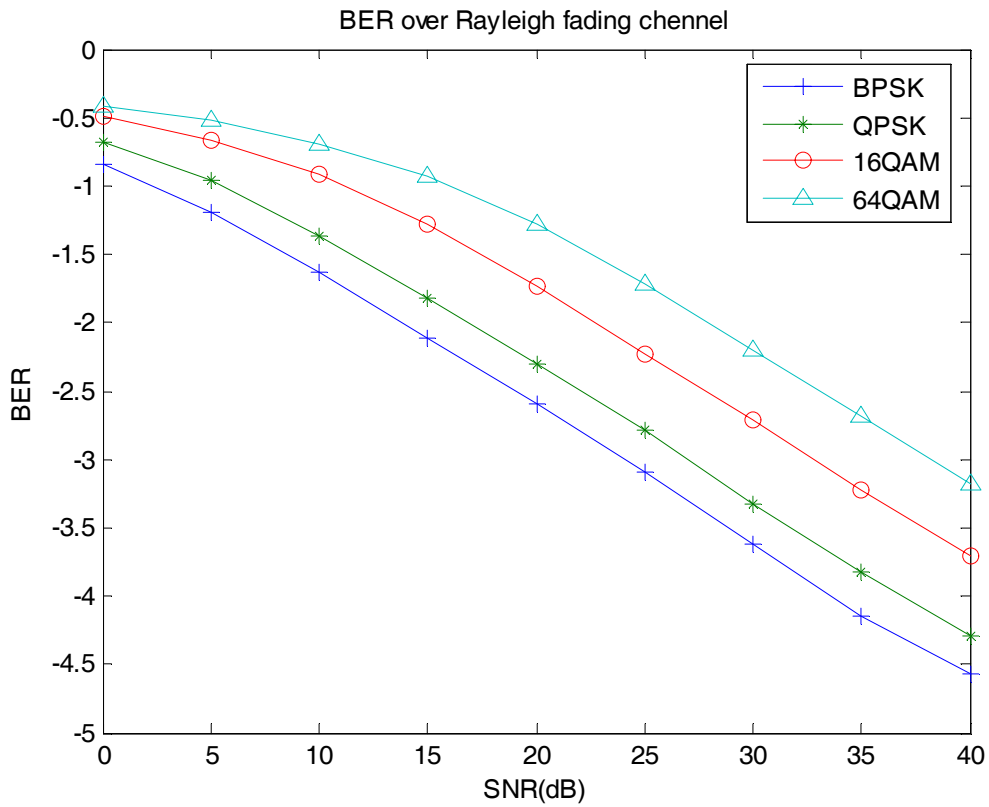


圖 5.0.2 不同調變方式在 Rayleigh fading 通道下的錯誤率

## 5.1 系統模擬參數說明

在這一節裡我們定義模擬裡所用到的系統參數、通道模型[14]以及通道編碼架構[15]。系統參數是根據 802.16 的規範而定，如表 5.1.1 所示，其中 pilot ratio 表示 pilot 符號與傳送資料的比例，我們在通道估測影響的章節裡，會比較 1/4 跟 1/8 的情況。

Simulation Parameters	
Modulation type	BPSK, QPSK, 16QAM, 64QAM
Pilot pattern	Comb-type
Pilot ratio	1/4, 1/8
Number of sub-carriers	2048
OFDM useful symbol duration	307.2 us
Guard interval	19.2 us
Carrier spacing	3.25 KHz
Carrier frequency	5 GHz
BW	6 MHz

表 5.1.1 系統模擬參數

通道主要以多重路徑通道模型(multipath channel model)來模擬，這裡我選擇了兩個針對 OFDM 所定的 802.16 通道規格，如表 5.1.2 所示。以通道 A 為例，該通道模型總共有六個路徑，每個路徑都是 Rayleigh fading 產生的增益，其中第一個路徑沒有受到延遲，衰減的平均增益是 0 dB，而第二個路徑受到 300 ns 的延遲，衰減平均功率是 -1 dB，依此類推至第六個路徑，而通道 B 也是相同的解釋方式。通道 A 跟通道 B 除了 Rayleigh 衰減的平均增益不同以外，最大的差別就在於通道路徑的延遲，由表我們可以看出通道 A 有較長的時域路徑延遲，而

通道 B 的時域路徑延遲比較短，如果把通道效應轉為頻譜響應來看，可以發現通道 A 的頻率響應變化較快，通道 B 則是有比較緩和的頻率響應曲線。因此根據第二章的描述，通道 B 有比較大的同調頻寬，所以對於通道估測來說，使用比較少的 pilot 密度即可達到通道估測的準確度。

Tap	Channel A		Channel B	
	Delay (ns)	Avg power (dB)	Delay (ns)	Avg power (dB)
1	0	0.0	0	0.0
2	300	-1.0	150	-3.6
3	750	-9.0	300	-7.2
4	1050	-10.0	450	-10.8
5	1800	-15.0	750	-18
6	2550	-20.0	1050	-25.2

表 5.1.2 通道模型的延遲與平均功率

一般來說，OFDM 系統都會加上編碼讓效能更好，以 802.16a 的規範來說，常用的就是迴旋編碼(Convolutional encoder)，我的模擬只用到一個 1/2 編碼率、長度為 7 的二進位迴旋碼，架構如圖 5.1.1 所示。該系統是一的位元輸入兩個位元輸出，輸出的產生方程式(Generating polynomial)分別是： $171_{\text{oct}}$  與  $133_{\text{oct}}$ 。

至於解碼的部分，我們用的是格子解碼(Trellis decoding)配合硬性決策(hard decision)，而解碼考量的長度會依通道長度來決定，一般來說只要大於十倍的通道最大延遲即可。



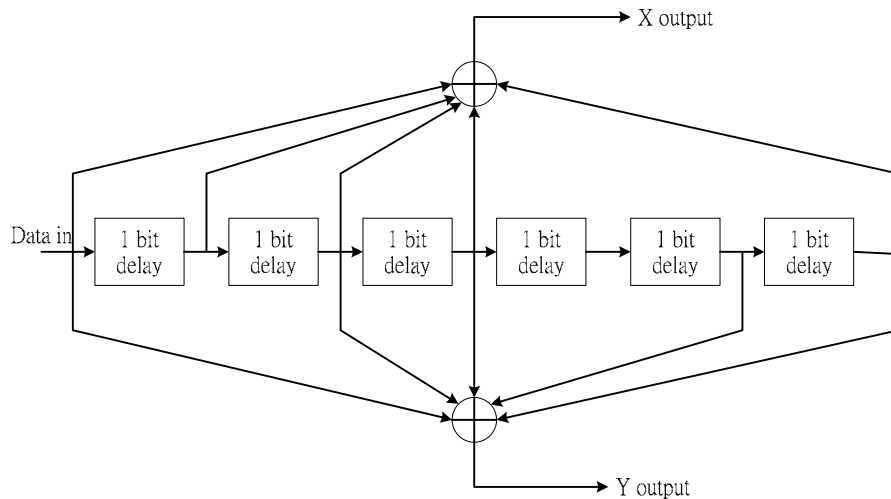


圖 5.1.1 Binary rate 1/2 convolutional encoder

## 5.2 OFDM 決策迴授系統模擬

在這一節裡我們先模擬 4.1 節推導的演算法，而且暫時不考慮通道估測誤差對決策迴授等化器的影響，也就是我們先假設接收端完美的知道通道響應的資訊，以此資訊來做通道等化處理。而且在同一個 OFDM symbol 傳輸過程中，我們假設通道是固定不變的，所以我們只要把假設的通道脈衝響應做完傅立葉轉換後，結果即是我們等化器所需要的通道響應值。

在第四章裡，我們有介紹決策迴授等化系統與一般 OFDM 線性等化器的不同，差別就在於迴授等化系統是利用已知的資料迴授扣除 ISI 造成的通道影響。至於迴授處理 ISI 的方法，我們第四章的第一小節裡是先假設迴授的資料是正確的，也就是迴授端能完整的估測出 ISI 造成的通道響應變化，以此補償通道的效應。圖 5.2.1 與圖 5.2.2 分別表示通道 A 跟通道 B 在沒有加上通道編碼的情況下，迴授處理兩個路徑的錯誤率比較。圖中 OFDM MMSE 等化器的輸出效能，就如同本章一開始我們介紹的 Rayleigh fading 通道效果一樣，是個斜直線，而含有迴授扣除 ISI 的 OFDM DFE 系統，跟線性等化器效能相比，則會有大幅的效能改善。

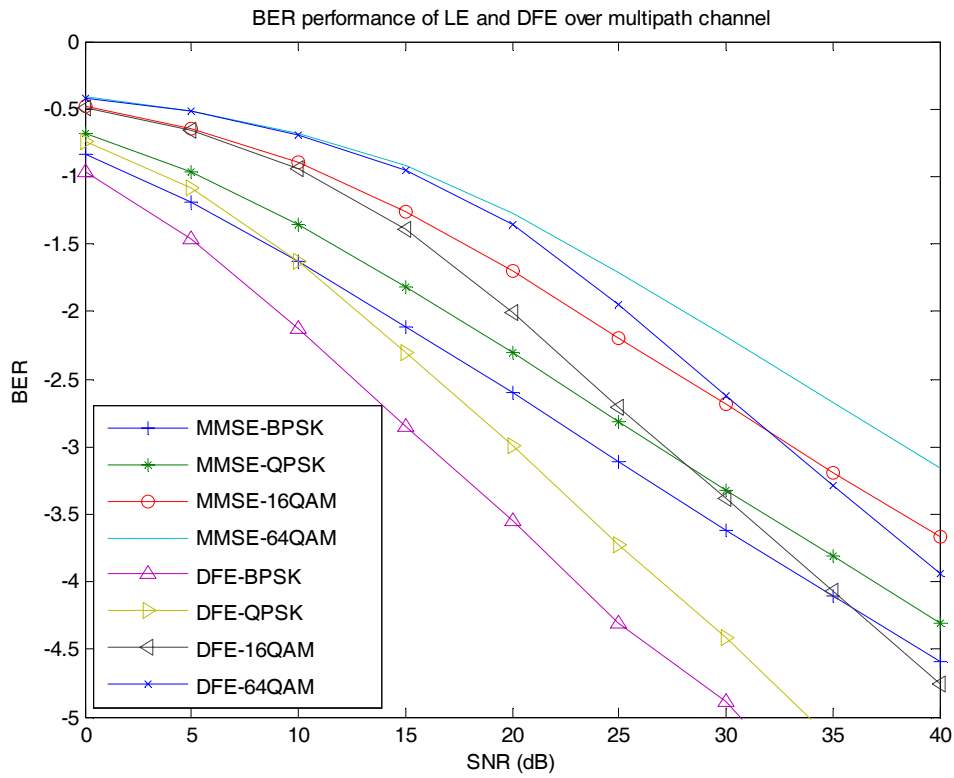


圖 5.2.1 OFDM 完美迴授等化系統與線性等化系統在通道 A 的錯誤率比較

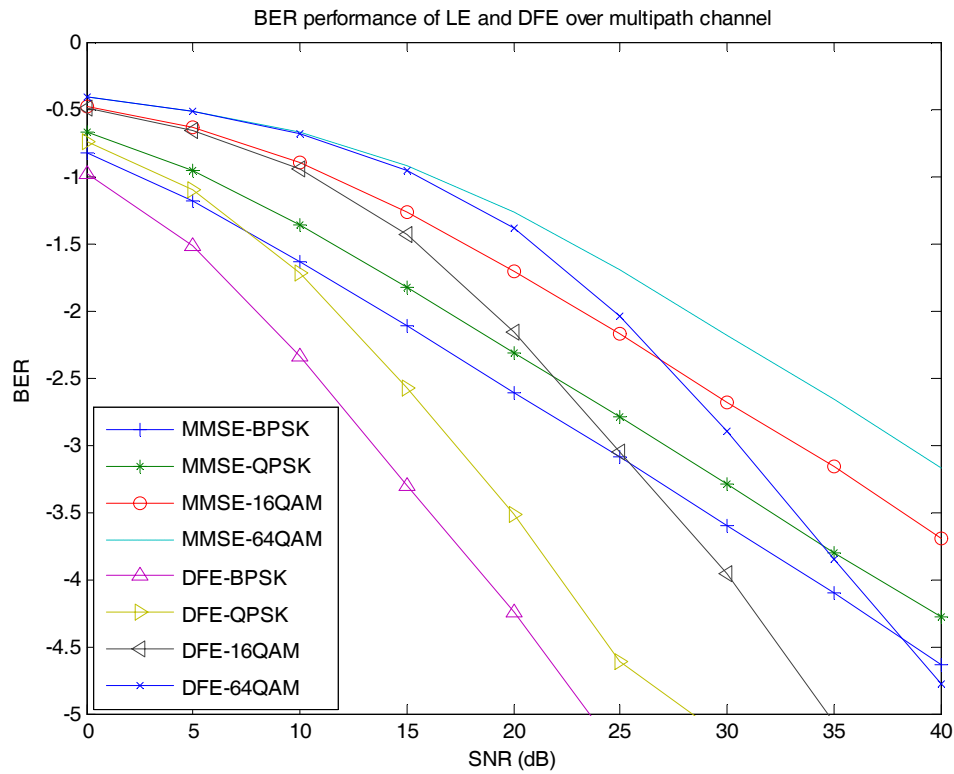


圖 5.2.2 OFDM 完美迴授等化系統與線性等化系統在通道 B 的錯誤率比較

在圖 5.2.1 與圖 5.2.2 中，以 QPSK 為例，可以發現在錯誤率為 $10^{-3}$ 的情況下，系統 SNR 在通道 A 的效能可以提升約 7~8dB 左右，在通道 B 的情況約可提升 10dB。效能變好原因就是迴授等化器處理了兩個路徑的 ISI 影響，補償了通道因為路徑影響的頻譜響應變化，而且在通道 B 的通道延遲較短的情況下，決策迴授處理的效果提升更多。而且我們可以推論，迴授處理的路徑數越多，系統效能一定會越好。圖 5.2.3 與圖 5.2.4 分別表示 OFDM 系統在通道 A 與通道 B 的情況，使用 QPSK 調變的模式下，線性等化器與不同迴授處理路徑數的 DFE 錯誤率比較，很明顯的可以看出迴授處理的路徑數越多，表示通道響應可以補償的越好，系統效能會更佳。

但是由第四章推出的式子(4.1-14)與(4.1-15)可以知道，若要迴授處理的路徑數目越多，則(4.1-15)式子中的 B 值就會越大，這也代表(4.1-14)中的逆矩陣的運算量會很大，因此這可以說是效能與處理運算量之間的取捨。

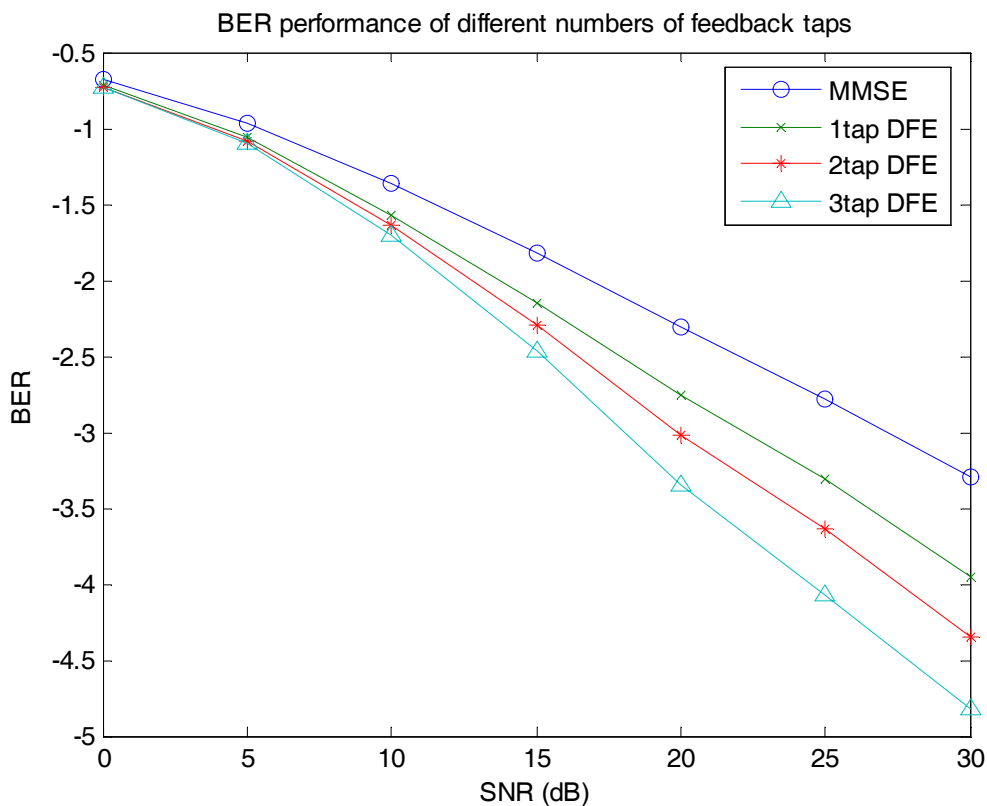


圖 5.2.3 QPSK 調變在完美迴授等化系統下，線性等化器與不同迴授數目的效能比較，通道 A

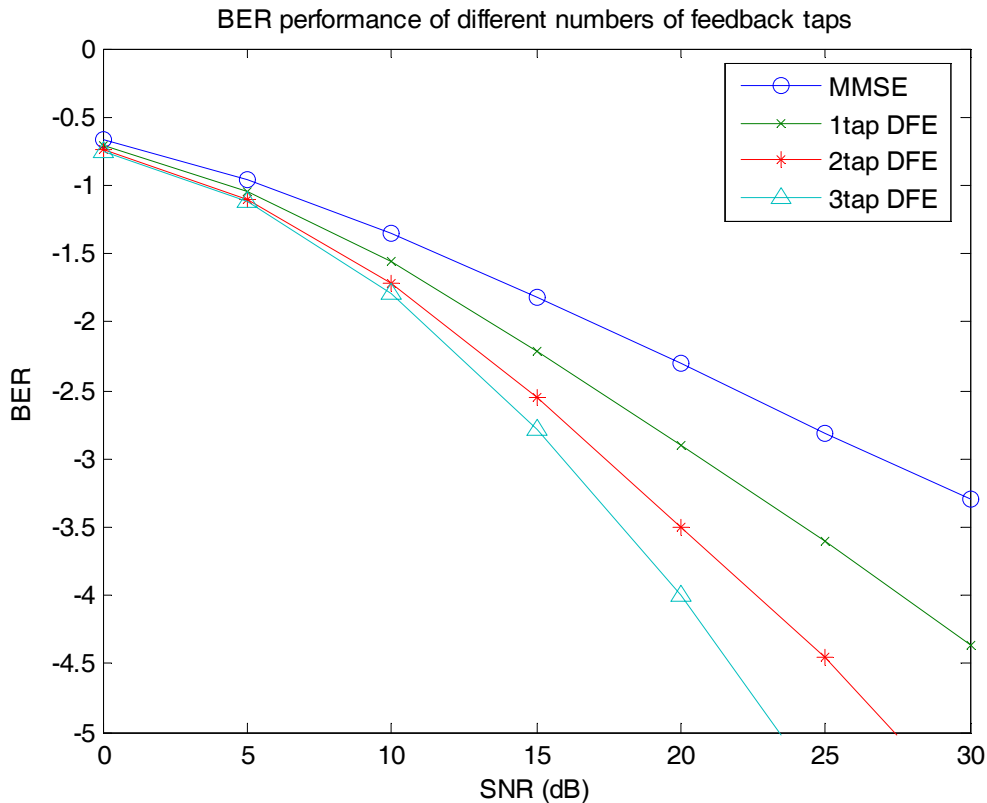
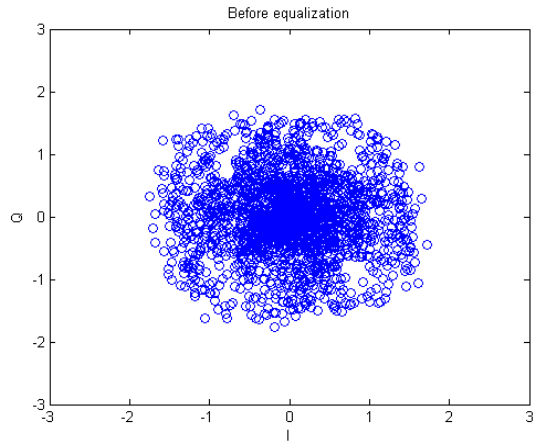


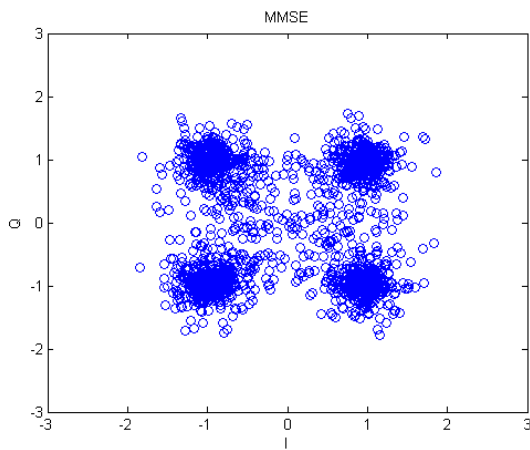
圖 5.2.4 QPSK 調變在完美迴授等化系統下，線性等化器與不同迴授數目的效能比較，通道 B



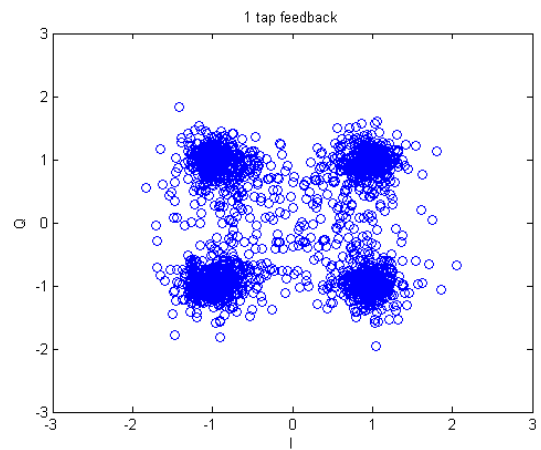
再來我們以  $SNR = 20\text{dB}$ ，QPSK 調變在通道 A 為例子，比較同一個 OFDM 符元中，每個載波上的資料在等化前與等化後所落在星座圖上的位置，如圖 5.2.5 所示。其中(a)表示一個 OFDM 符元在接收端，經過 FFT 之後所得的訊號落點，這也就是還沒經過等化器處理的訊號位置，可以看出資料集中在 0 的位置而且比較散亂。(b)表示訊號經過 MMSE 線性等化器處理後的訊號落點，(c)(d)(e)分別表示我們經過 1 tap、2 tap、3 tap 迴授根數的等化器後，處理完的訊號星座圖落點。由這些圖可以看出，經過等化器處理後的資訊都集中在  $(-1,-1), (1,-1), (-1,1), (1,1)$  附近，也就是 QPSK 訊號調變的位置，而且有迴授處理的比 MMSE 等化還要集中，迴授處理數越多的也比迴授處理少的還要集中，因此可以看出迴授處理的路徑越多，即可得到更準確的決策資訊，所以錯誤率也越低。



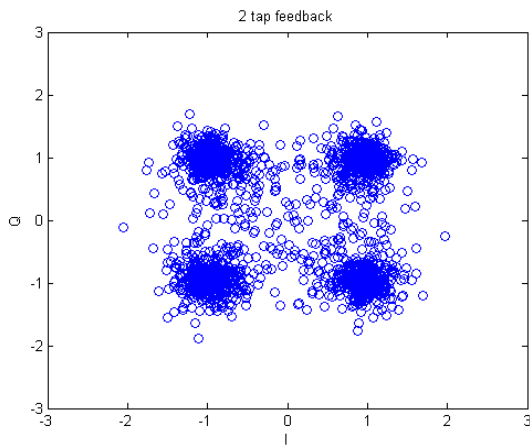
(a) Before equalization



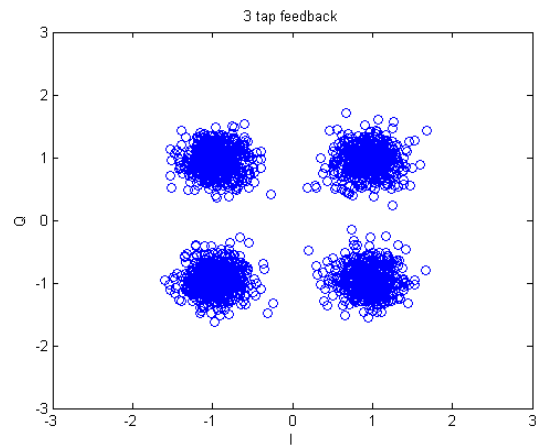
(b) MMSE equalization



(c) 1 tap feedback



(d) 2 tap feedback



(e) 3 tap feedback

圖 5.2.5 QPSK 調變在完美迴授等化系統下，線性等化器與不同迴授數目的星座圖比較，通道 A，SNR = 20dB

以上的模擬與比較都是基於接收端有正確的迴授資料，以那些正確的資料來估測出通道 ISI 的影響，並迴授至同一筆資訊以補償通道影響，這是理論部分，也就是在 4.1 節推導數學的模擬。但是在真實的無線傳輸系統裡，迴授資訊也就是要先求的資料，所以在不知道迴授資料的情況下，我們先以疊代的方式處理同一筆接收到的 OFDM 資料。

以 16QAM 在通道 A 與通道 B 的情況為例，在迴授根數  $F_B=2$  的情況，結果如圖 5.2.6 與圖 5.2.7 所示，其中 DFE-1 表示第一次處理，因為該次處理時我們沒有迴授資訊，所以不做迴授處理，所以得出來的錯誤率會很高，原因是第一次處理並沒有完全消除通道效應。第二次疊代的處理就有第一次疊代輸出的迴授資訊，雖然有比較好的改善，但是由於第一次處理的錯誤已經限制住迴授的效能，因此效能還不比一般的 MMSE 線性等化器好，而且第三次疊代處理之後就已經趨近於穩定了。

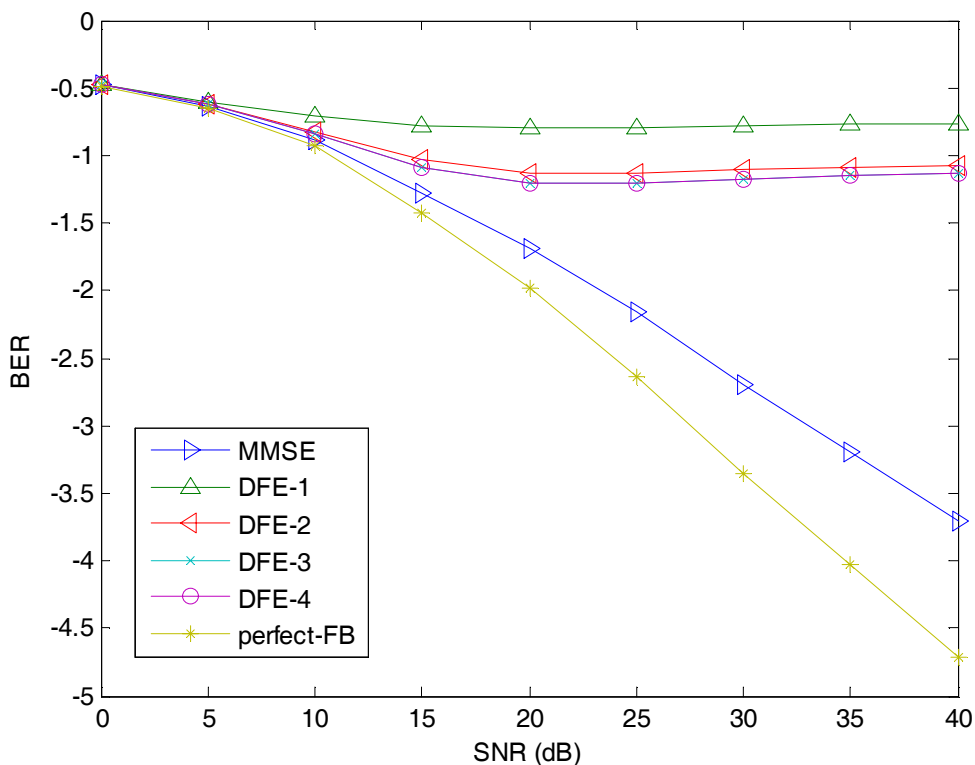


圖 5.2.6 OFDM DFE 使用真實資料迴授的錯誤率比較，通道 A

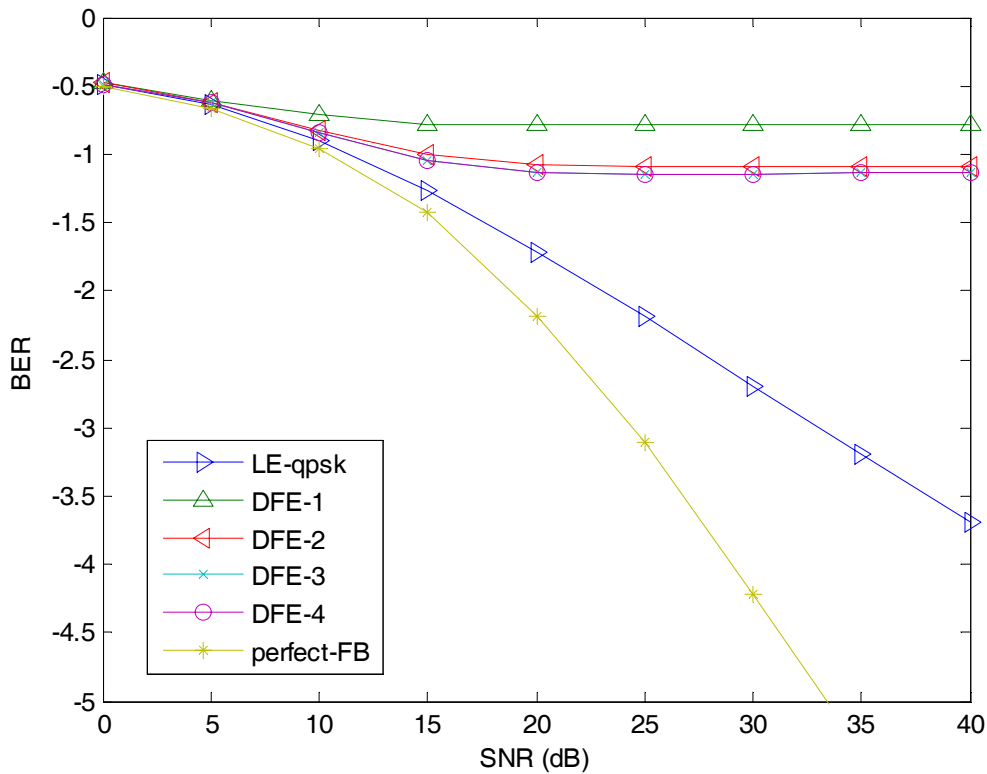


圖 5.2.7 OFDM DFE 使用真實資料迴授的錯誤率比較，通道 B

因此我們試著把第一次沒有迴授處理的情況下，使用 MMSE 線性等化器的輸出來當作迴授的資料，如圖 4.1.3 的 OFDM 雙重決策系統。經過模擬比較後，我們發現在使用線性等化器的輸出當作迴授資料的情況下，決策迴授系統的效能跟線性等化器的效能相比，兩個的錯誤率是差不多的，模擬結果如圖 5.2.8 與圖 5.2.9 所示。由模擬圖的比較我們可以發現，不管是 BPSK、QPSK 或是其他更高階的調變模式，使用決策迴授的錯誤率並沒有像演算法推導的那樣，比線性等化器系統的錯誤率還低，反而在低 SNR 的情況下，決策迴授等化的錯誤率還會比線性等化器高一些。



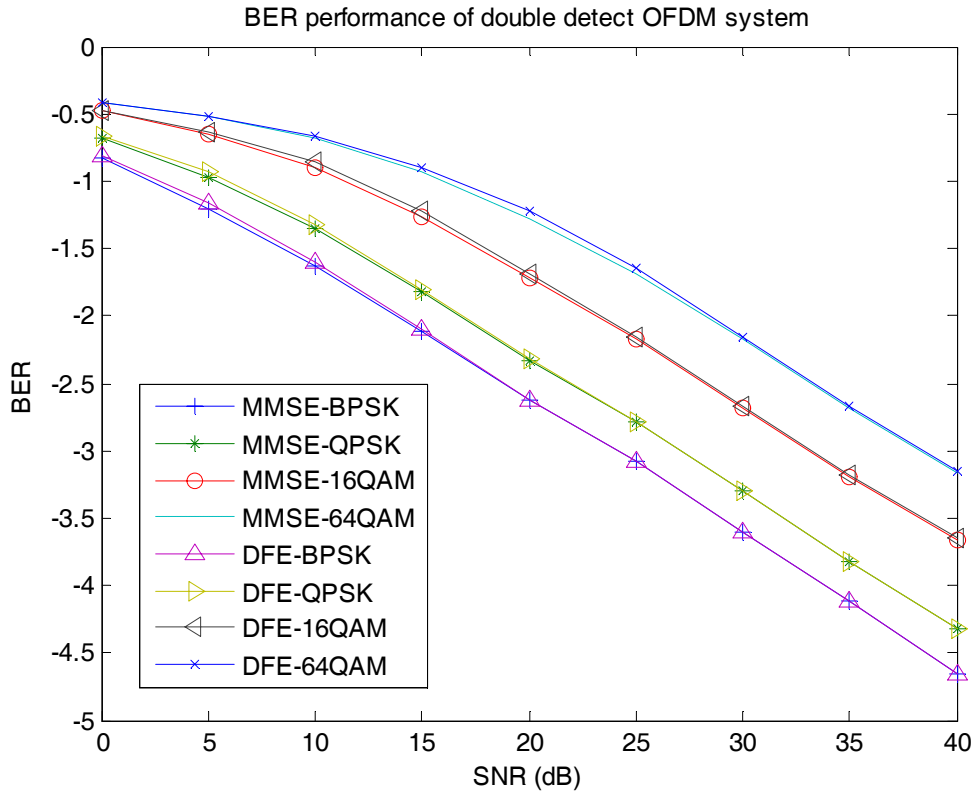


圖 5.2.8 雙重決策 OFDM 系統在通道 A 的錯誤率比較

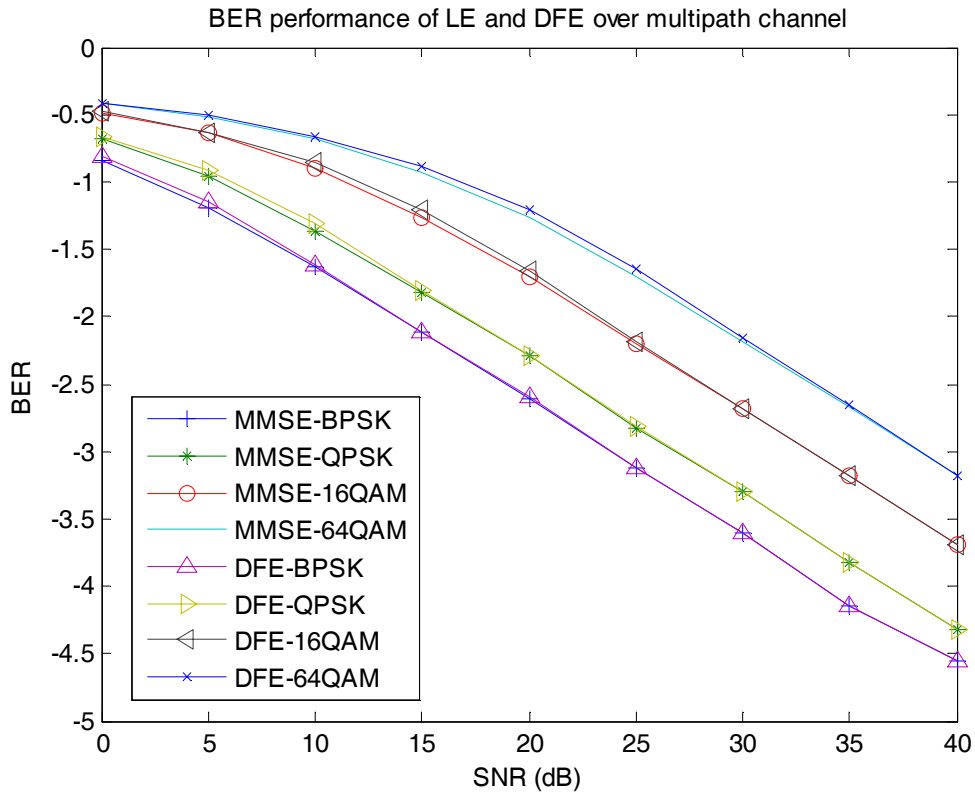


圖 5.2.9 雙重決策 OFDM 系統在通道 B 的錯誤率比較

爲了說明此一現象，我們做了以下的解釋：

1. 在一般的單載波調變模式下，決策迴授等化是每一筆資料即刻在進行決策與迴授，所以可以把決策迴授的效果延續到下一筆資料的決策。可是在我們 OFDM 的迴授系統中，由於資料是以整個區塊當作迴授處理的單位，所以當第一部份的線性等化器處理完後，以該輸出當作迴授資訊，那該迴授資訊的可靠度已經固定了(就是說錯誤的位置已經固定了)，把那些具有同樣可靠度的資訊代回去同一筆資料來做處理，所以沒辦法提升第二次處理效能。
2. 以架構來分析，如圖 4.1.3 的 OFDM 雙重決策區塊，我們原先的目的就是希望藉由上半部的等化器輸出資訊，估測出通道的 ISI 效應，然後對下半部的迴授等化處理系統做補償。但是我們了解多路徑通道效應經過傅立業轉換後，對 OFDM 來說會變成同樣載波資訊上的互相干擾，如圖 5.2.10 所示，所以對迴授處理而言，也將會是同一個載波上的資料迴授，所以發現當 MMSE 等化器輸出有錯誤時，估測出的 ISI 成分對該載波上的資料而言，也已經是個錯誤的訊息了，以那些錯誤的資訊迴授到同一個載波上去做處理，所以效能沒辦法更有效的提升。

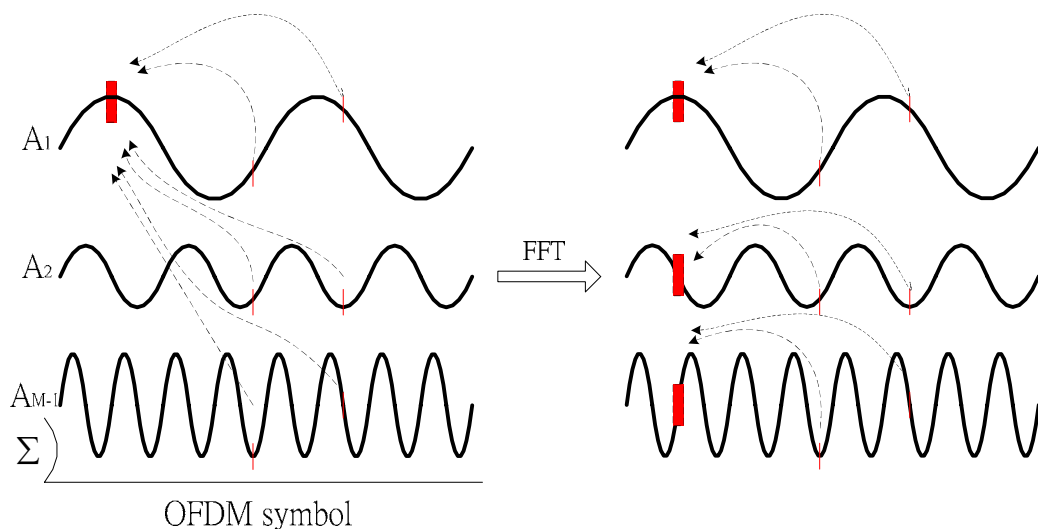


圖 5.2.10 以時域方式解釋 OFDM 在多路徑通道下的干擾情況

研究到這裡，我們知道多路徑通道對 OFDM 系統來說，會變成同樣頻率載波上的干擾，所以一般的 OFDM 線性等化處理只是在同樣的頻率上對訊號做通道的補償。而我們想要更進一步的利用迴授系統來提升效能，所以想到了 OFDM DFE 的架構與 MMSE 演算法，但是對該演算法來說，除非迴授端用的資訊的錯誤位置與該接收的不同，用那些資訊來估測 ISI 並處理才會有效改善錯誤，否則用同一個 symbol 的資訊一直重複處理，並不會有更好的效能。爲了改善這個問題，在下一節我們將分析另一種演算法與架構的模擬結果。

### 5.3 OFDM BI-DFE 系統模擬

由上一節的模擬，我們知道要讓 OFDM 決策迴授等化系統有更好的效能，則必需多考慮迴授資訊有錯誤的情況，也就是我們在演算法推導的過程中，必需考慮線性等化器輸出資訊與真實資訊的錯誤率，因此我們試著用 block iterative DFE 的架構來解這個問題。這一部份的系統架構與演算法我們已經在 4.2 節裡推導過了，演算法的部分是使用最大化訊號對干擾加雜訊比(SINR)，與 4.1 節單純的 DFE 架構不同的是，BI-DFE 有考慮每一次疊代時迴授資訊的錯誤情況，並根據那些錯誤情況來適應性調變該次疊代的濾波器係數，因此每一次疊代濾波器係數都會不同，如式子(4.2-11)與(4.2-18)所示。

由於演算法的關係，我先以相位調變-QPSK 來模擬，之後再說明爲何此演算法不適合震幅調變模式，以及改進的方法。對於相位調變而言，接收端在決策資料時是以該資料的相位來決策傳送的資料，以 QPSK 來說，最大化 SINR 的演算法並不會影響資料決策。在通道 A 與通道 B 的情況，使用編碼率 1/2 的迴旋碼，不同疊代數的 BI-DFE 錯誤率如圖 5.3.1 與 5.3.2 所示，其中第一個 iteration 就是沒有迴授部分，也就是一般 OFDM MMSE 等化器的錯誤率曲線，第二、第三個 iteration 表示有迴授的疊代處理，perfect feedback 曲線表示我們使用理論值(正確值)迴授的錯誤率曲線，該曲線代表迴授資料皆爲正確的情況下( $\rho=1$ )，迴授所能達到的最佳效能。

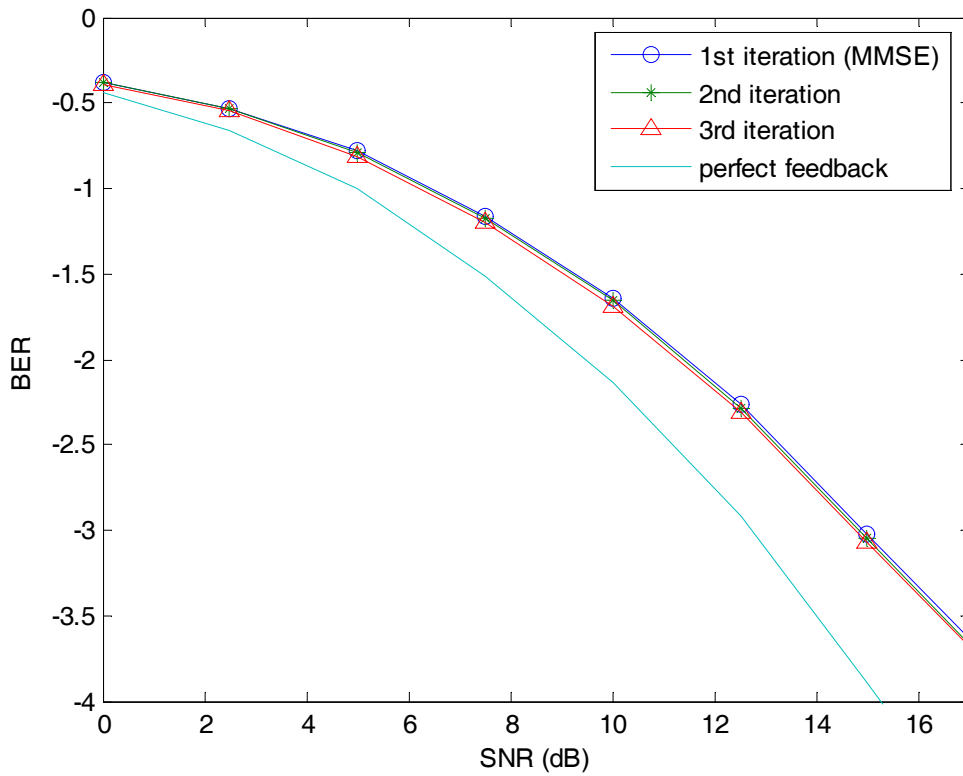


圖 5.3.1 QPSK 調變在通道 A 的情況下使用 BI-DFE 的錯誤率比較

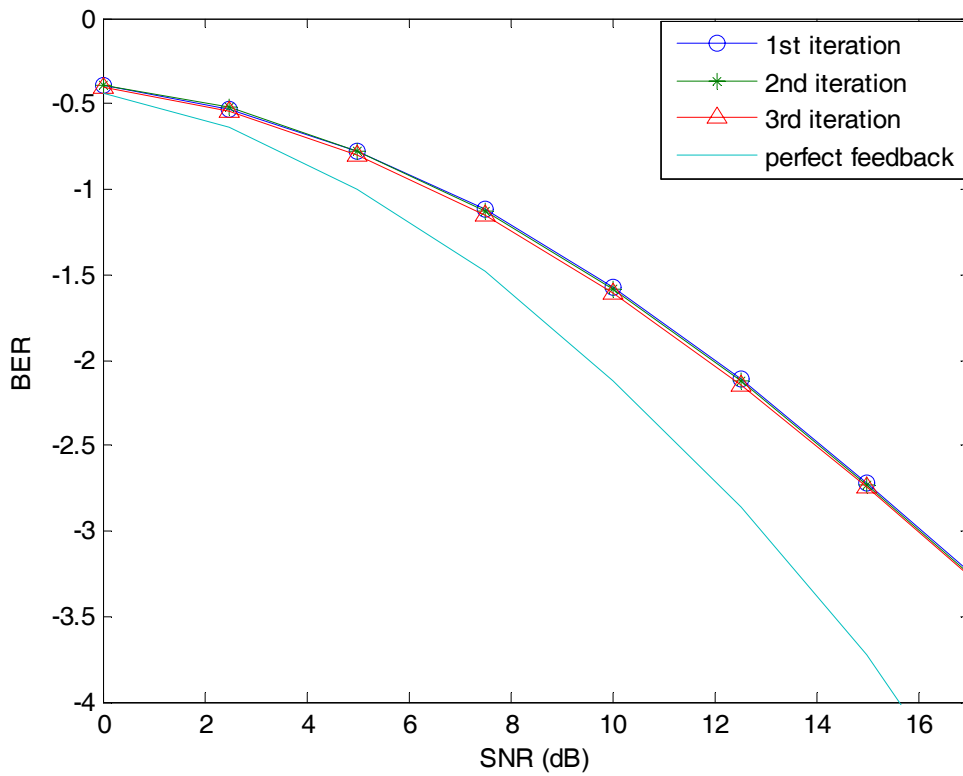


圖 5.3.2 QPSK 調變在通道 B 的情況下使用 BI-DFE 的錯誤率比較

由圖 5.3.1 與圖 5.3.2 可看出，在第一次疊代時，由於接收端沒有迴授資訊，我們只能以一般 OFDM MMSE 等化器的方式來處理接收到的資訊，到了第二次疊代處理時，我們就以第一次疊代處理的結果來當作迴授的資料，並以第一次迴授結果的好壞來設計第二次疊代處理的等化器係數，所以第二次處理的效能會比第一次還來的好。同樣的，到第三次疊代處理時，我們就以第二次疊代處理的結果當作迴授資訊，因此第三次疊代後的錯誤率會比第二次疊代還好，而迴授能達到的最佳效能是完美迴授的曲線。

對於震幅調變系統而言，例如 16QAM 與 64QAM 等，最大化訊號對干擾加雜訊比會造成訊號震幅的放大，雖然訊號功率比上干擾功率的比值是最佳化，卻會對決策時造成影響，所以基本上這個演算法對震幅調變是不適用的。但是在我們仔細觀察模擬的數據後，我們發現會放大訊號造成決策誤差的是線性濾波器係數，由式子(4.2-18)的分母部分，可以知道當相關係數  $\rho^{(i-1)}$  越接近 1，以致於  $(1 - (\rho^{(i-1)})^2)$  項會越接近 0，所以當雜訊功率很低的情況下，線性濾波器的係數會很大，所以資料在等化處理的時候會先乘以線性濾波器係數，此刻的訊號功率就已經放大了，這也就是導致震幅調變系統產生誤差的原因。

所以在這裡的模擬，我們不對線性濾波器做變動，而是只對迴授濾波器做適應性係數調變，也就是說 feedforward filter 係數  $\{W_i\}$  對每次疊代而言都是一樣的，而 feedback filter 係數  $\{B_i^{(i)}\}$  是根據第  $i$  次疊代而變化。由(4.2-11)式可以知道迴授濾波器係數  $\{B_i^{(i)}\}$  會隨著相關係數  $\rho^{(i-1)}$  與線性濾波器係數  $\{W_i\}$  而變化，當  $\{W_i\}$  固定時， $\{B_i^{(i)}\}$  的變化就只有跟相關係數有關連而已。

至於線性濾波器係數  $\{W_i\}$  的值，我們使用的是式子(2.4-4)的 MMSE 等化器係數，因為 MMSE 等化是一起考慮 ISI 與雜訊的影響，所以會有剩餘的 ISI 沒有消除乾淨，我們就利用迴授來扣除那些剩餘的 ISI 影響。以 16QAM 為例，對於不同疊代輸出的錯誤率比較如圖 5.3.3 與圖 5.3.4 所示，該比較是沒有加上通道編碼的情況。

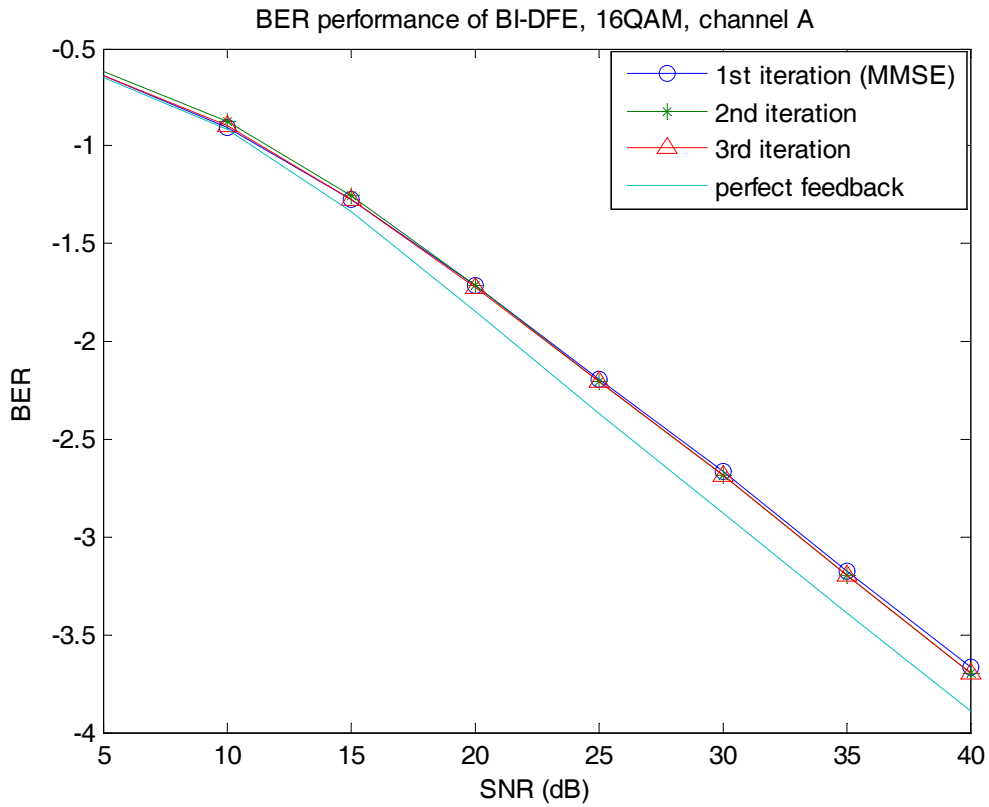


圖 5.3.3 16QAM 調變在通道 A 的情況下使用 BI-DFE 的錯誤率比較

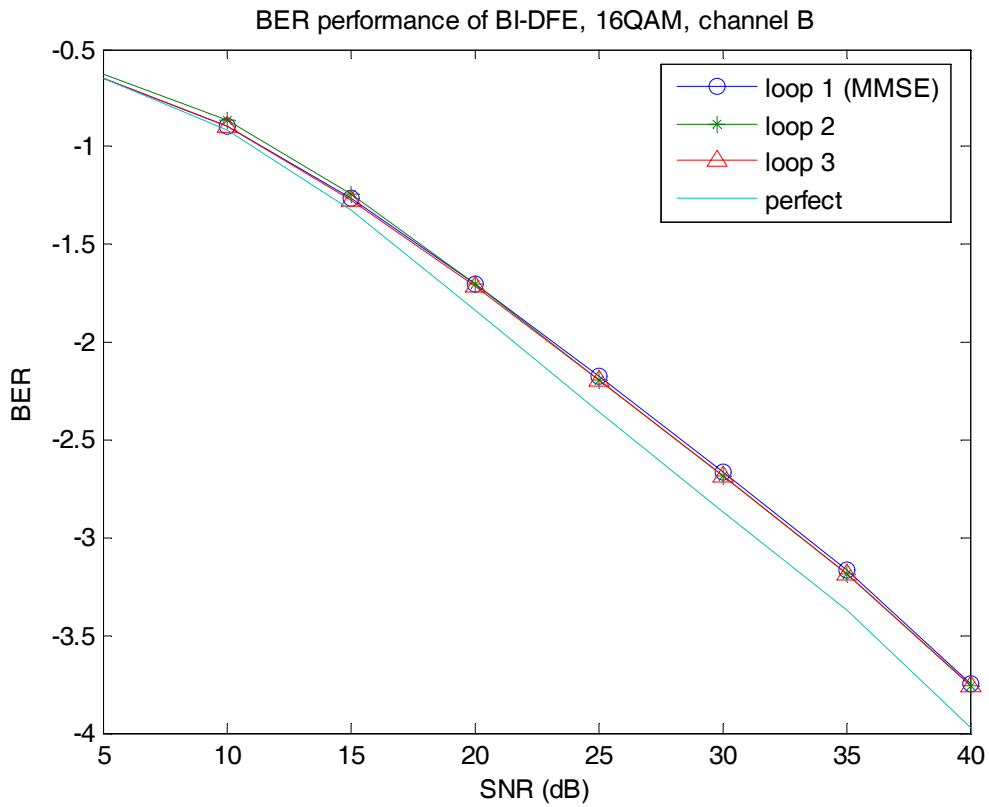


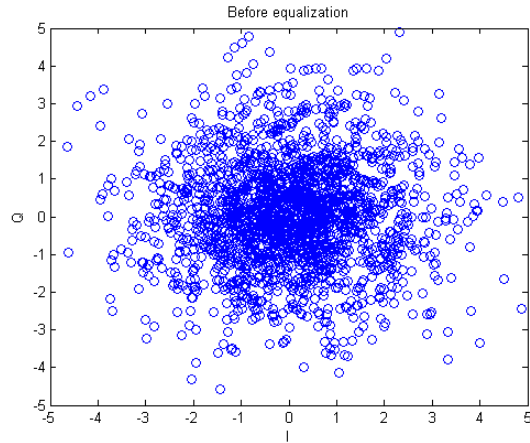
圖 5.3.4 16QAM 調變在通道 B 的情況下使用 BI-DFE 的錯誤率比較

由圖稍微可以看出在高 SNR 的情況下，第三次疊代處理已經有比 MMSE 等化效能還來的好一點。效能不會好很多的原因就是 OFDM MMSE 等化器的處理已經盡量把 ISI 成分消除掉了，而迴授處理的只是消除殘存的 ISI 成分，也只是改善那些稍微的影響，但足以證明說我們有加上適應性迴授處理的效果真的有比 MMSE 等化好。

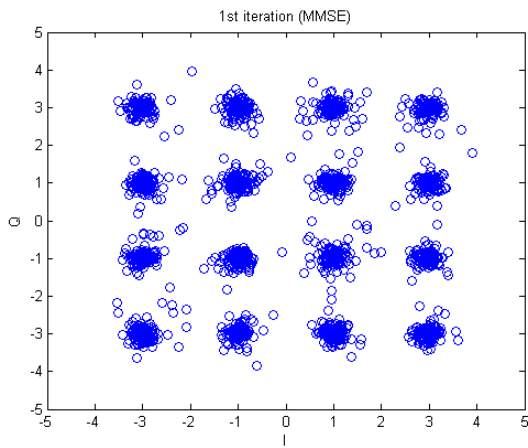
以通道 A 在 SNR = 30dB, 16QAM 調變為例子，我們把一個 2048 點的 OFDM symbol 的星座圖來看每次等化處理後的變化，如圖 4.3.5 所示。其中(a)表示 OFDM 符元在接收端經過 FFT 之後的每筆資料位置，也就是還沒經過等化處理的資料落點，由圖可以看出訊號受到通道影響後會散亂成一片，而且集中在零點附近。(b)表示我們經過第一次疊代(也就是 MMSE 等化)處理後資料所座落的點，因為是 16QAM 調變，所以等化器處理完的資料不管實部或虛部都落在-3, -1, 1, 3 的位置，只是仍有其他的點比較散亂。(c)(d)表示同一個 OFDM 符元經過第二與第三次疊代後的結果，與第一次的結果相比雖然差距不會很明顯，但卻可以看出某些點的位置不同，那也就是不同疊代處理的效應。(e)表示迴授資訊皆是正確值迴授的情況，也就是迴授等化所能達到的最好效能。

爲了讓錯誤率比較更爲明顯，我們使用 4.2.2 節說明過的 BI-DFE 配合通道編碼的方法。由於我們使用的是區塊迴授系統，所以迴授部分的資料可以先解碼，再以解碼過後比較正確的資料再經過一次編碼，然後代回去迴授扣除剩餘的 ISI 影響。因此，以比較正確的資料進行迴授後，處理完的資料當然也比較正確，之後再進行決策與解碼以得到更好的效能。以 16QAM 調變在通道 A 與通道 B 來模擬，其錯誤率曲線如圖 5.3.6 與圖 5.3.7 所示。

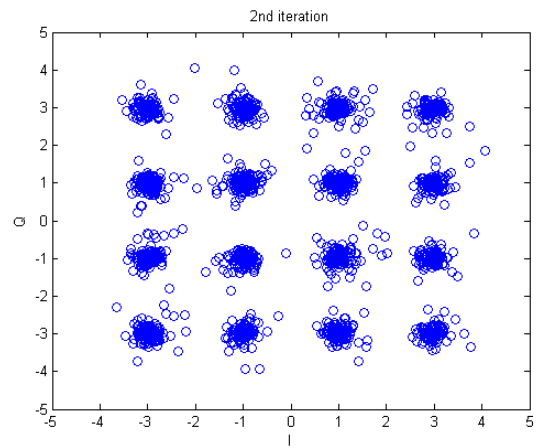




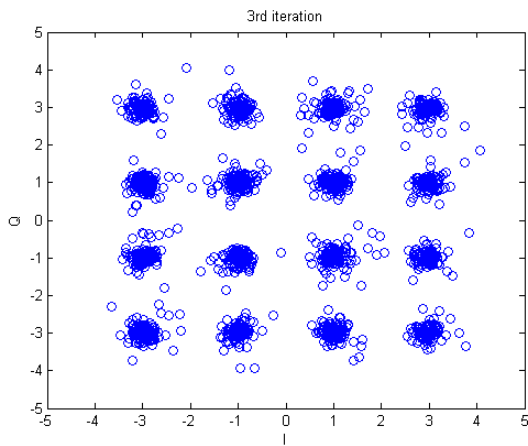
(a) Before equalization



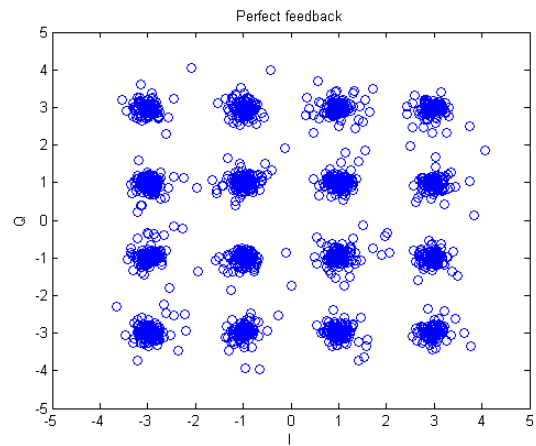
(b) 1<sup>st</sup> iteration



(c) 2<sup>nd</sup> iteration



(d) 3<sup>rd</sup> iteration



(e) Perfect feedback

圖 5.3.5 16QAM 調變在 block iterative 等化系統下，不同等化疊代數目處理後的星座圖比較，通道 A，SNR = 30dB

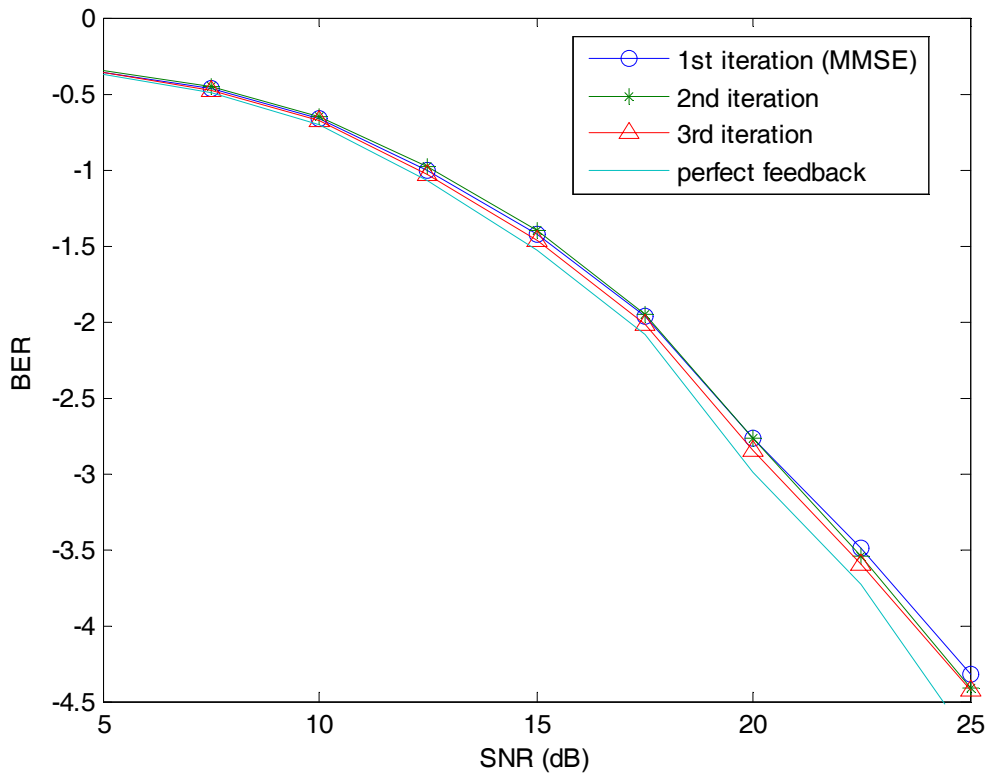


圖 5.3.6 16QAM 調變加上通道編碼在 BI-DFE 的錯誤率比較，通道 A

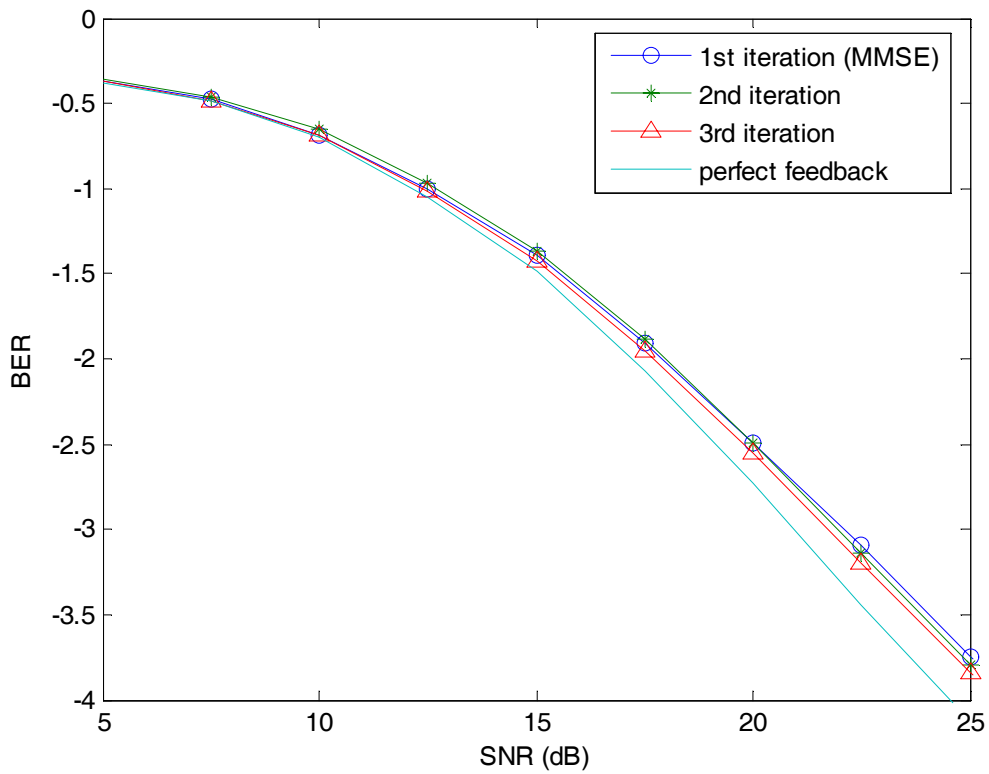


圖 5.3.7 16QAM 調變加上通道編碼在 BI-DFE 的錯誤率比較，通道 B

由上述錯誤率的圖可以知道，當 BI-DFE 系統使用通道編碼的情況，跟 MMSE 線性等化器相比，效能差距更為明顯。在我們的模擬裡發現，使用的疊代數目越高，模擬運算結果越久，效能應該是要越逼近於 perfect feedback 曲線。但我模擬算到第 5 個疊代時發現，錯誤率其實跟第三個疊代很接近，也就是說到第三個疊代時，疊代系統已經接近於穩定了。

到這裡我們對以上的模擬先下一個結論：從一開始的 OFDM DFE 係數設計開始，我們只是以通道的資訊來設計等化器每次迴授的係數，所以每次迴授處理的係數都是固定的，以這些固定的係數來等化同一筆 OFDM 資料，所得到的效能是一樣的。但是當系統演變至 BI-DFE 系統時，我們是以通道資訊以及迴授資料的正確程度來設計每次迴授所需的等化器係數，因此每次疊代的等化器係數都會變化，所以每次疊代處理後的結果都會稍微的改進一些，直到迴授系統趨近於穩定為止。



#### 5.4 通道估測誤差對決策迴授等化器的影響

以上的模擬與比較都是基於接收端有完美的通道資訊，但在實際的系統裡，傳收器必需要有一套通道估測的方法。對於使用頻域等化的 OFDM 系統來說，所需的通道資訊是頻譜響應，所以估測的方法只要在不同的次載波(頻率)上插入已知的訊息(pilot)，利用那些已知訊息的變化來求出整體的通道頻譜響應。傳送端如何在傳送的資料內插入 pilot，而接收端如何利用那些 pilot 來估測通道的演算法，pilot 位置上的通道響應我們是用 LS(least square)演算法來求出，而其餘傳送資料的載波位置上的通道響應值是用一階線性內插法求出，我們在第二章都已經有介紹過了，這裡我們就直接以模擬結果來分析通道估測對決策迴授等化器的影響。

對於 comb-type 通道估測而言，我們知道估測誤差的來源有兩個，第一種情況是 pilot 擺放密度不符合取樣定理，也就是有兩個 pilot 位置不在同調頻寬內，

如圖 5.4.1 所示，在這種情況下兩個 pilot 之間的通道變化太大，由內插法估測出來通道響應與實際通道響應之間的誤差也會很大。另一個通道估測誤差的原因是即使 pilot 密度符合取樣定理，而在通道內插時也會有誤差產生，如圖 5.4.2 所示，這種內插誤差遠比第一種原因還來的小，而且如果使用的內插法越複雜、階數越高，通道估測的誤差也會越小。

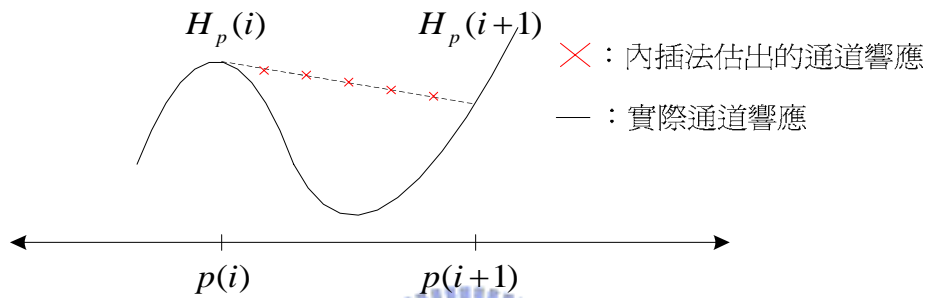


圖 5.4.1 Pilot 密度不夠時，內插法估出的通道響應與實際通道響應的差距

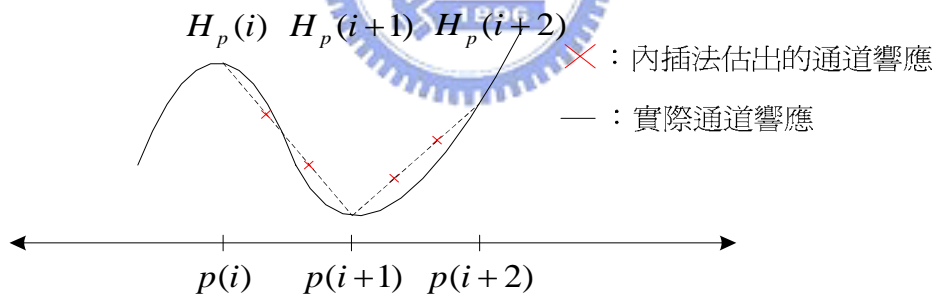


圖 5.4.2 Pilot 密度足夠時，內插法估出的通道響應與實際通道響應的差距

在我們使用的通道模型裡，通道 A 有較長的通道延遲，而通道 B 的延遲時間較短，對頻譜來說通道 A 的變化比較快，反之通道 B 的變化比較慢，因此對於通道估測來說，通道所需的 pilot 密度會比通道 B 還來的高。這裡我們使用 pilot ratio 為 1/4 與 1/8 兩種 pilot 密度來看，通道內插出來的平均 MSE 分別如圖 5.4.3 與 5.4.4 所示，很明顯可以看出在高 SNR 的情況，通道 B 估測的 MSE 會遠比通道 A 估測的 MSE 還來的小。

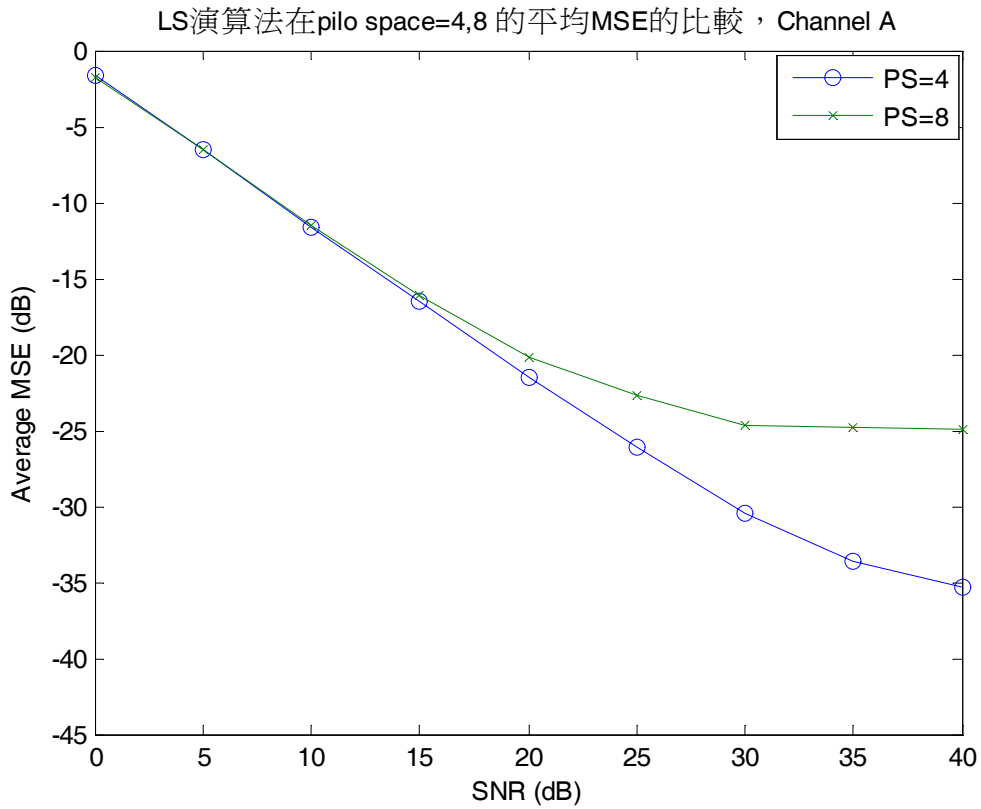


圖 5.4.3 Comb-type 通道估測在不同 pilot ratio 的效能比較，通道 A

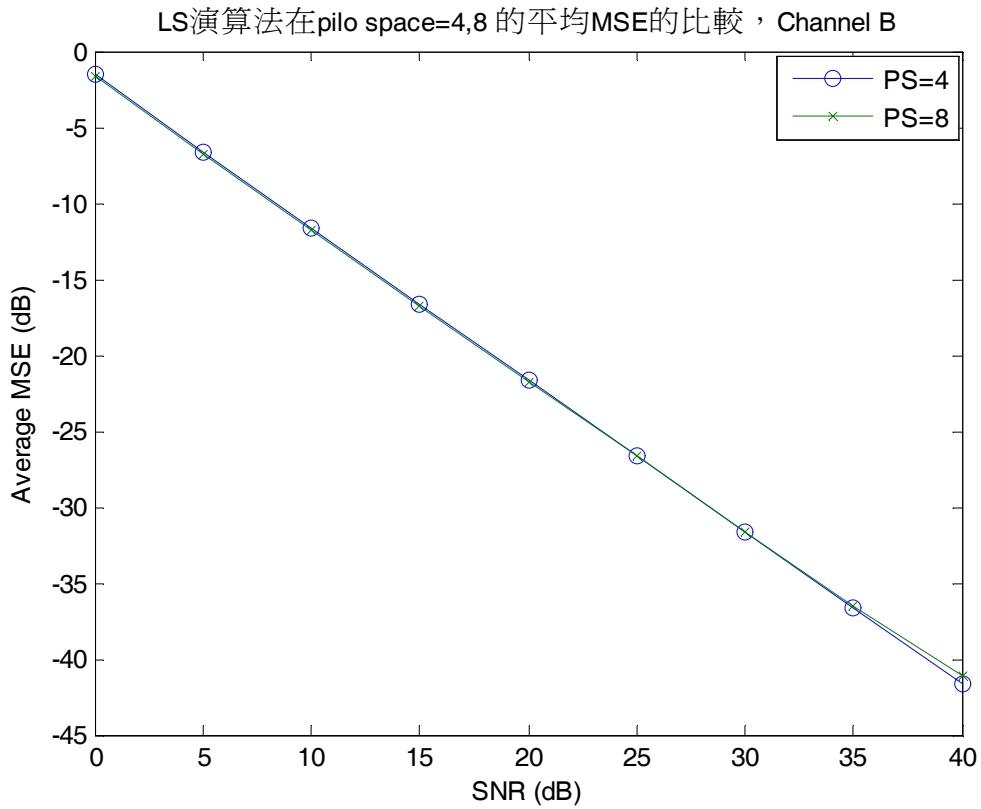


圖 5.4.4 Comb-type 通道估測在不同 pilot ratio 的效能比較，通道 B

接下來我們把通道估測誤差納入 OFDM BI-DFE 系統，來看通道估測對傳輸系統的影響。使用編碼率 1/2 的迴旋碼系統情況下，16QAM 調變模式在通道 A 與通道 B 估測的 pilot ratio=1/4 時的錯誤率曲線如圖 5.4.5 與 5.4.6 所示。由圖可以看出在 pilot 密度高的時候，BI-DFE 在通道 A 與通道 B 估出的通道誤差小，對我們的 OFDM 迴授等化系統影響還不至於很大，也可以看出在第三個 iteration 時，錯誤率的效能也是比第一個 iteration 時還要來的佳。但是在 pilot 密度比較低的時候，例如 pilot ratio=1/8 的情況，由 MSE 曲線可以看出，對通道 A 來說，內插誤差就遠比通道 B 還來的高，代入到我們的迴授等化系統後，錯誤率的比較如圖 5.4.7 與 5.4.8 所示。由圖可以看出在通道 A 頻譜響應變化快，在高 SNR 時通道 A 的通道估測比通道 B 較不準確，因此錯誤率在高 SNR 時也就沒辦法更進一步提升效能，所以可以看出在圖 5.4.7，SNR = 30dB 的時候，迴授跟沒有迴授的效能是一樣的，而估測較準的通道 B 則沒有此影響。

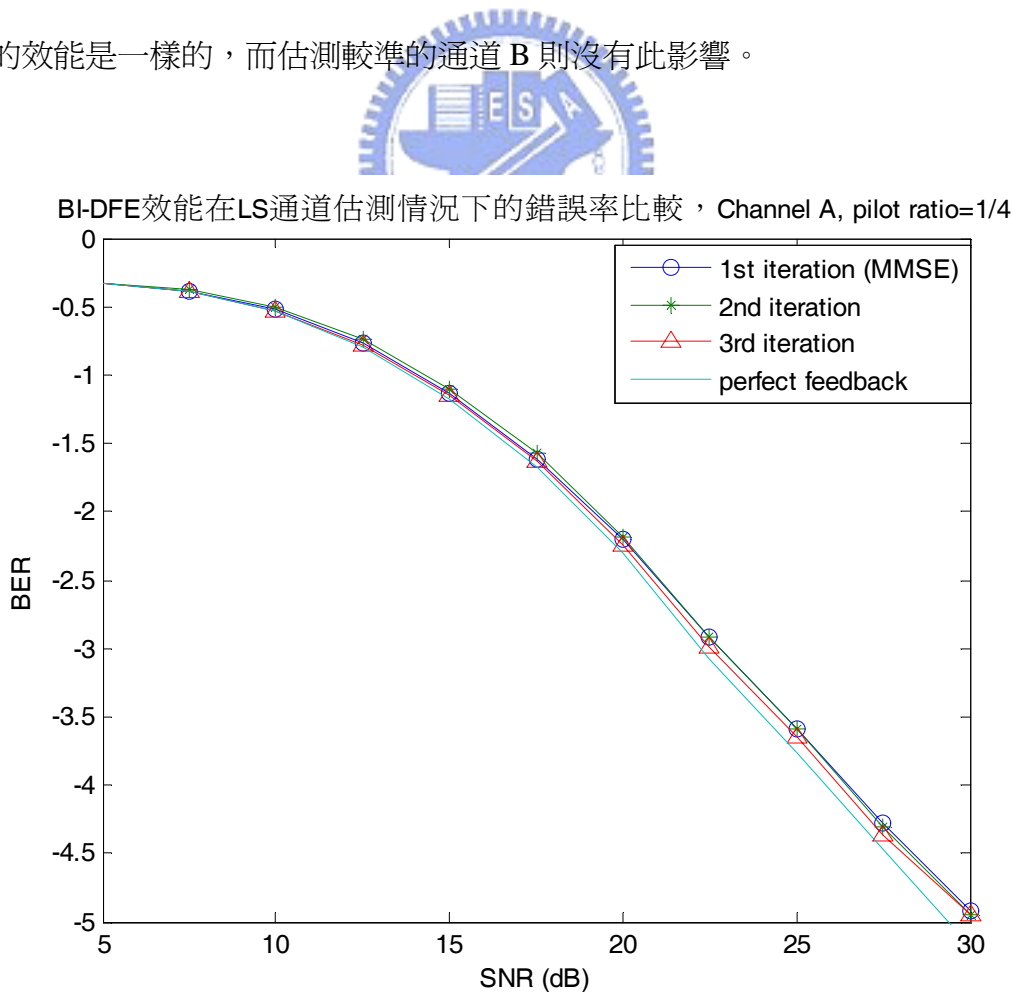


圖 5.4.5 OFDM BI-DFE 在 pilot ratio=1/4 的效能比較，通道 A

BI-DFE效能在LS通道估測情況下的錯誤率比較，Channel B, pilot ratio=1/4

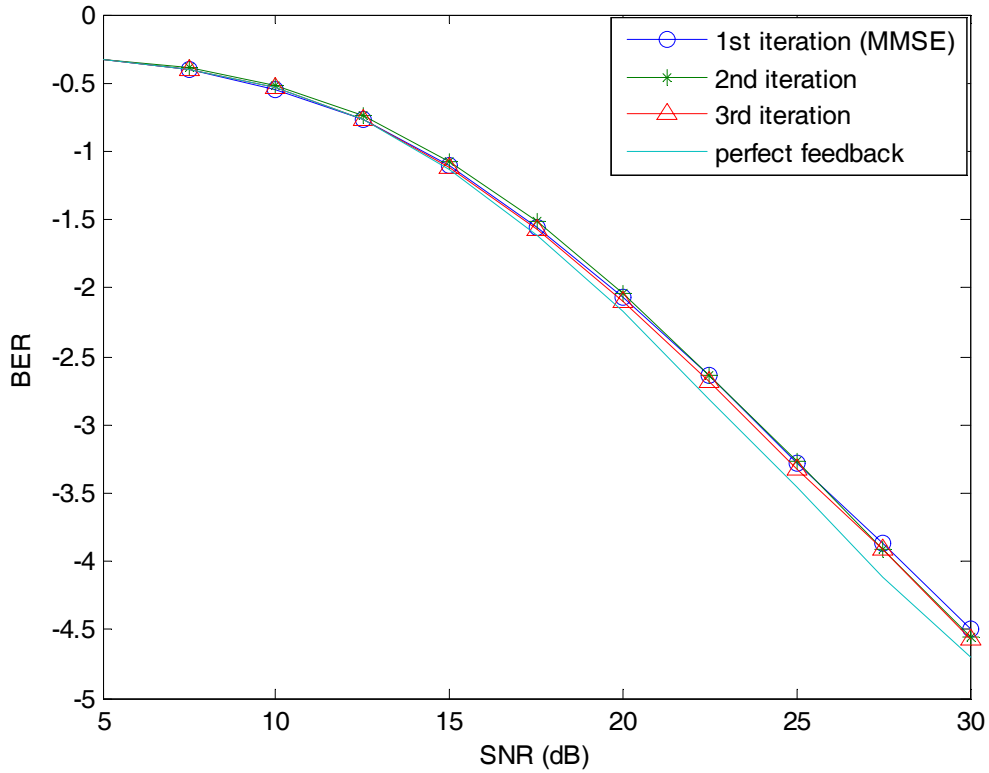


圖 5.4.6 OFDM BI-DFE 在 pilot ratio=1/4 的效能比較，通道 B

BI-DFE效能在LS通道估測情況下的錯誤率比較，Channel A, pilot ratio=1/8

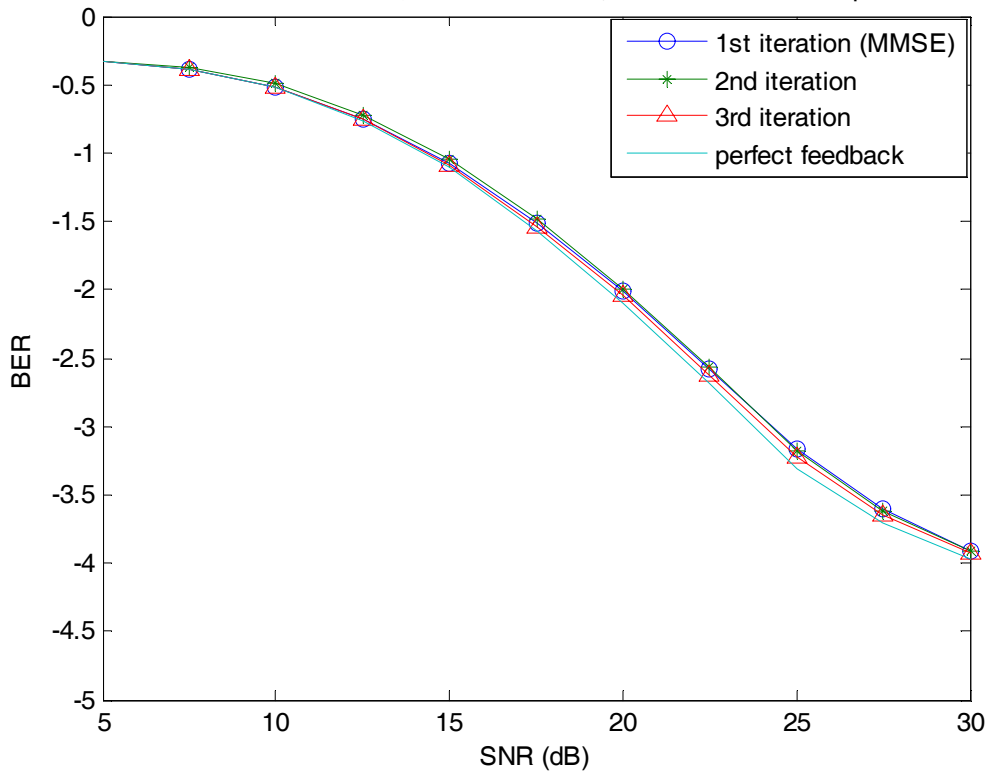


圖 5.4.7 OFDM BI-DFE 在 pilot ratio=1/8 的效能比較，通道 A

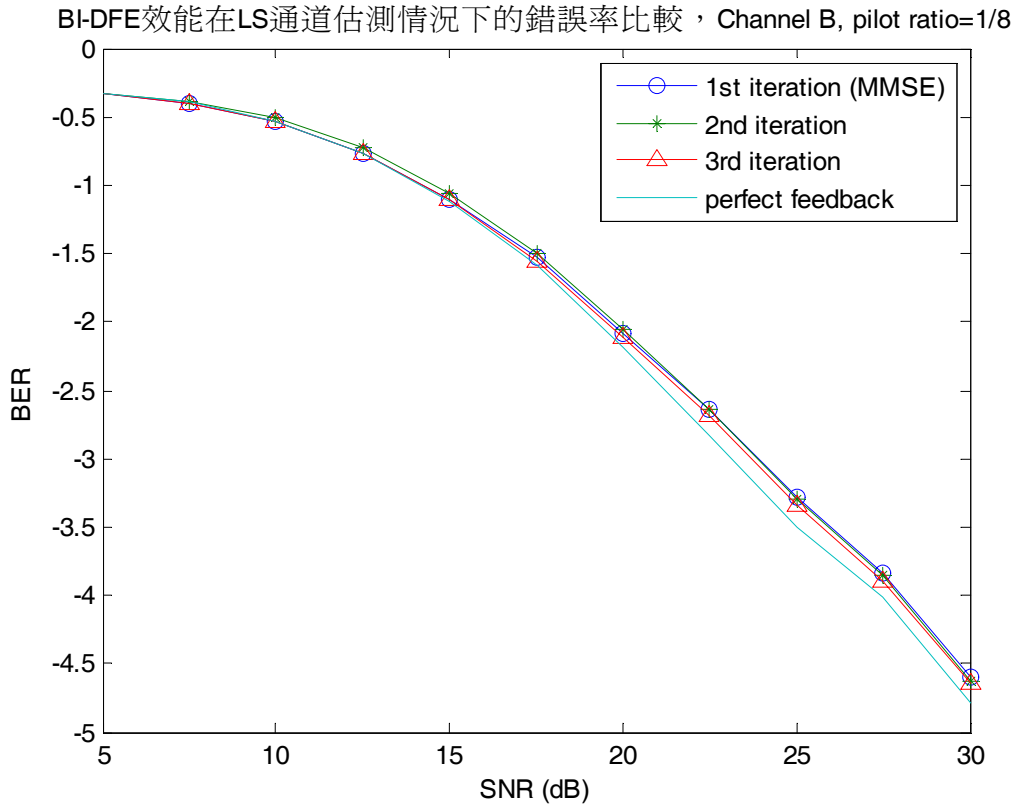


圖 5.4.8 OFDM BI-DFE 在 pilot ratio=1/8 的效能比較，通道 B

由上述比較的結果，我們可以看出通道估測的準確度對等化器系統的影響，從圖 5.4.3 與 5.4.4 來看，可以看出在 pilot 密度足夠的情況，內插法在高 SNR 時的通道估測誤差幾乎會跟 SNR 成正比，系統在高 SNR 時也比能有較低的錯誤率。但在 pilot 數不夠，或者通道變化太快時，高 SNR 的情況下通道內插產生的 MSE 幾乎不是內插法造成的，而是 pilot 密度不夠所造成的誤差，因此 MSE 沒辦法隨 SNR 提高而降低，這也會造成在高 SNR 時，錯誤率曲線沒辦法有效降低的原因。

對於接收機等化器的係數設計來說，我們除了需要通道頻譜響應的資訊以外，還需知道雜訊功率  $\sigma_n^2$ 。在我們的模擬裡，傳輸功率都是固定的，比較不同 SNR 就是比較不同雜訊功率的情況，也就是我們把不同的  $\sigma_n^2$  都代入模擬參數去做比較。但在實際的傳輸系統裡，雜訊功率是固定的，所以接收端也必需有能夠估測出雜訊功率的機制，這樣等化器係數才能設計，但雜訊估測這部份不是我們討論的範圍，因此就不對這方面做更詳盡的介紹。



## 第六章 結論

在這篇論文的研究裡，我們把單載波系統的決策迴授等化架構套用到正交分頻多工系統，與一般的 symbol-by-symbol 的迴授架構不同的是，我們使用整個區塊迴授架構，也就是把一個 OFDM block 都決策後，把決策完的資料迴授到同一筆 OFDM 接收的資料去做迴授等化處理。而迴授處理 ISI 的架構中，我們把時域上扣除多路徑效應的處理，轉換成頻域迴授的架構，因此對 OFDM 資料而言迴授等化處理後即可立即決策。

在演算法部分，我們發現相同的頻域迴授架構中，固定等化器係數的演算法，無法在迴授處理後取得比線性等化更好的錯誤率效能，這是因為在推導該演算法的過程中，我們不考慮迴授資訊的好壞與正確性，而迴授又是同樣次載波頻率上的迴授，因而造成迴授無法改善的結果。所以我們改用 block iterative 的概念與最大化 SINR 的演算法，這一部份推導過程中，我們有考慮每次迴授資訊的好壞程度，並由此設計該資料迴授處理的等化器係數，所以每次迴授處理的等化器係數都不會相同。由模擬結果顯示，每次迴授處理後效能都會有稍微的改進，尤其在加上編碼的情況更為明顯。

使用 OFDM 通道估測的情況，我們有比較兩種不同的通道模型，與兩個不同領航符號密度來做通道估測，我們發現在領航符號密度足夠，或者通道變化不快時，插入的領航符號頻率大於通道的同調頻寬，我們即可得到迴授等化比線性等化好的效能。但如果領航符號的出現頻率小於通道的同調頻寬，則通道估測的誤差提高，這不僅使等化系統錯誤率的提高，也使得迴授等化的效能沒辦法比線性等化系統來的好，因此我們歸納出要使迴授系統的效能提高，則接收端必需要有良好的通道資訊。

## 參考文獻

- [1] J. G. Proakis, **Digital Communications**, fourth edition, New York: McGraw Hill, 2001.
- [2] R. van Nee and R. Prasad, **OFDM Wireless Multimedia Communications**, Artech House, 2000.
- [3] J.-J. van de Beek, O. Edfors, M. Sandell, S.K. Wilson, and P. O. Borjesson, "On channel estimation in OFDM system," in Proc. IEEE 45<sup>th</sup> Vehicular Technology Conf., Chicago, IL, Jul. 1995, pp. 815-819.
- [4] Meng-Han Hsieh, Che-Ho Wei, "Channel estimation for OFDM systems based on comb-type pilot arrangement in frequency selective fading channels," IEEE Transactions on Consumer Electronics, vol. 44, Issue 1, Feb. 1998 Page(s):217 – 225.
- [5] A. Petropulu, Ruifeng Zhang, "Blind channel estimation for OFDM systems," Digital Signal Processing Workshop, 2002 and the 2nd Signal Processing Education Workshop. Proceedings of 2002 IEEE 10<sup>th</sup> 13-16 Oct. 2002 Page(s):366 – 370.
- [6] M.J.F.-G Garcia, S. Zazo, J.M. Paez-Borrillo, "Pilot patterns for channel estimation in OFDM," IEEE Electronics Letters. Volume 36, Issue 12, 8 June 2000 Page(s):1049 – 1050

- [7] L. Hanzo, C. H. Wong, M.S. Yee, **Adaptive wireless transceivers**, Wiley, 2002.
- [8] IEEE Std 802.16a-2003, **IEEE Standard for Local and Metropolitan Area Networks – Part 16: Air interference for Fixed Broadband Wireless Access Systems – Amendment 2: Medium Access Control Modifications and Additional Physical Layer Specifications for 2-11GHz**. New York: IEEE, April 1, 2003.
- [9] D. D. Falconer, S. L. Ariyavistitakul, A. Benyamin-Seeyarand B. Eidson, “Frequency domain equalization for single-carrier broadband wireless systems,” *IEEE Commun. Mag.*, vol. 40, no. 4, pp. 58-66, Apr. 2000
- [10] D. D. Falconer and S. L. Ariyavistitakul, “Broadband wireless using single carrier and frequency domain equalization,” *IEEE WPMC '02*, vol. 1, pp. 27-36, Oct. 2002.
- [11] N. Benvenuto, S. Tomasin, “On the comparison between OFDM and single carrier modulation with a DFE using a frequency-domain feedforward filter,” *Communications, IEEE Transactions on* Volume 50, Issue 6, June 2002 Page(s):947 - 955
- [12] G. K. Kaleh, “Channel equalization for block transmission systems,” *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, 1995, 13, (1), pp. 110-121
- [13] A. M. Chan, G. W. Wornell, “A class of block-iterative equalizers for intersymbol interference channels: fixed channel results,” *Communications, IEEE Transactions on* Volume 49, Issue 11, Nov. 2001 Page(s):1966 - 1976
- [14] N. Benvenuto, S. Tomasin, “Block iterative DFE for single carrier modulation,” *Electronics Letters* Volume 38, Issue 19, 12 Sep 2002 Page(s):1144 - 1145

[15] IEEE 802.16e-03/07 "OFDM (FFT 256) fixed and mobile system considerations," Vehicular A

[16] S. B. Wicker, **Error control systems for Digital Communication and Storage**, Prentice-Hall, 1995

