

## 第五章

### 時間回轉波源的個案探討

#### 5.1 簡介

我們先簡述金屬空腔(PEC cavity)代表的意思，金屬空腔是指四周都是由金屬為邊界的模擬環境，一旦有波源在這種環境中被激發則由於沒有吸收邊界將電磁波截斷，因此空間中將一直充斥著經過金屬邊界不停反射的電磁場，在聲波的研究中，關於在這樣會不停反射的環境中研究時間回轉相關的問題，將它歸為時間回轉空腔(Time Reversal cavity)[30,31]的研究。有研究提到可以利用時間回轉波源(Time Reversal Source)來提高聚焦解析度[32]，由於我們對這個現象感到有趣，因此我們便試著在電磁方面的時間回轉模擬中作類似的比較，以下便開始描述實驗內容。

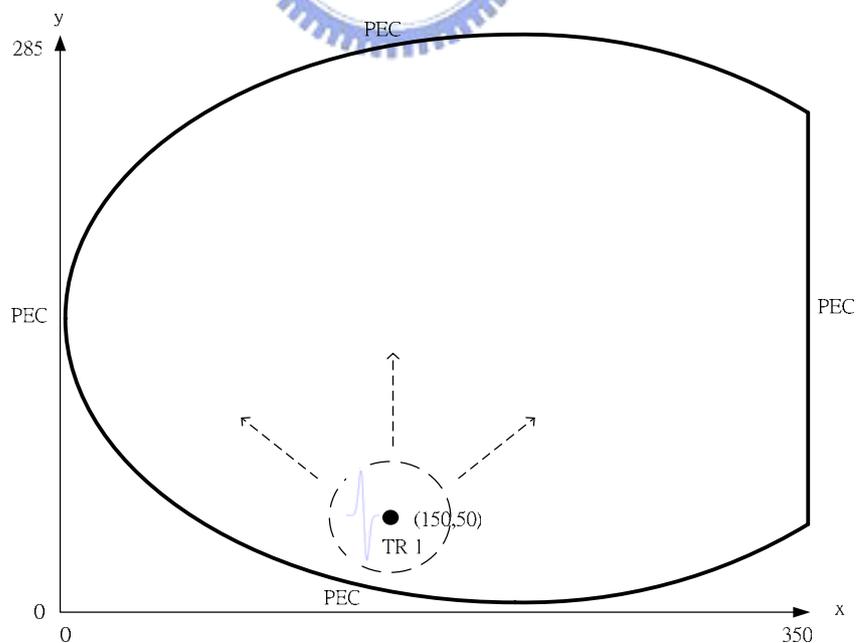


圖 5.1 時間回轉空腔(Time Reversal Cavity)

## 5.2 電磁學上時間回轉波源的模擬

圖 5.1 的環境代表的是個電磁學上的一個時間回轉空腔，它滿足了在一封閉環境中，四周都以金屬當邊界的條件，一旦我們於 TR 1 的位置激發一個脈波，它將會持續地在這個環境中傳播，利用橢圓的形狀則是參考了文獻中[1]中提到橢圓的外型容易讓環境中的任一點接收到來自四面八方的波，關於截角的使用，則是為了免除空腔中不需要的自我共振。

我們先簡述 Dr. Mathias Fink 提出的時間回轉波源(Time Reversal Source)，它提出當由 TR 1 位置激發一波源，同時記錄下同一位置經由反射回來的訊號，當我們將它作時間回轉後，Dr. Fink 將由反射回來的波作時間回轉並視它為時間回轉場(Time Reversal Field)，而若把波源項也作時間反轉，則我們稱它作時間回轉波源(Time Reversal Source)，並且 Dr. Fink 利用(5.1)式及(5.2)式說明有時間回轉波源的 Reverse process 與沒有時間回轉波源的 Reverse process，在聚焦時候會有明顯的差異，甚至可以達到超解析(super-resolution)，(5.1)式代表僅用時間回轉場的 Reverse process 在聚焦時會包含兩個成分，第 1 項代表收斂的成分，第 2 項代表發散的成分，由於第 2 項存在的原因，才會造成在聚焦時的解析度被侷限，但若 Reverse process 是用時間回轉場(Time Reversal Field)以及時間回轉波源(Time Reversal Source)同時激發，如圖 5.2 所示[32]，則時間回轉波源代表的便是可以消除(5.1)式第 2 項的成份，如(5.2)式所示，則這時的聚焦便只剩下(5.1)式中的收斂項，自然可以得到高解析度。

基於以上的分析，我們使用圖 5.1 的空間來作類似的模擬，我們仍然使用 TM FDTD 來作模擬，且  $\Delta t = 1ps$ ， $\Delta x = \Delta y = 1mm$ ：首先，我們在 Forward process 中，於 TR 1 位置處激發一 UWB 脈波，接著記錄下 TR 1 位置處 100000 步的 Ez 電場資料，接著我們必須先決定要用來作時間回轉場的時間範圍，我們用圖 5.3 來說明當我們用 10000 步到 20000 步的 Ez 電場作時間回轉場的情況，最上面的圖代表完整接收到的 100000 步的 Ez 電場資料，中間的圖代表我們僅截取出其中 10000 步到 20000 步的 Ez 電場，最下面的

圖代表當這段場作時間回轉後便是我們說的時間回轉場(Time Reversal Field)；圖 5.4 則說明另外一種情況，代表時間回轉場再加上時間回轉波源，上面與中間的圖與圖 5.3 一樣，差別在最下面的圖我們於它的尾巴處加上一時間回轉後的激發波源，與圖 5.3 文獻中的圖相比，的確時間回轉波源的震幅比時間回轉場來的大。因此，以下使用上述兩種方式來比較有無時間回轉波源帶來的解析度影響。所有比較情況如表 5.1 所示。

表 5.1 在時間回轉空腔中將要比較的情況，

	包含時間回轉波源的回轉場	不包含時間回轉波源的回轉場
10000 步~20000 步	TRF + TRS	TRF
10000 步~50000 步	TRF + TRS	TRF
10000 步~100000 步	TRF + TRS	TRF

TRF：時間回轉場(Time Reversal Field)

TRS：時間回轉波源(Time Reversal Source)

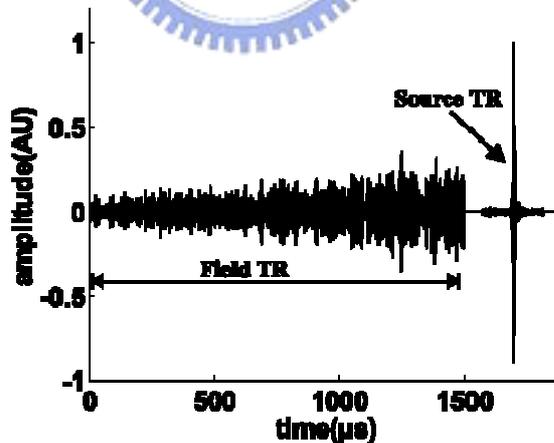


圖 5.2 時間回轉場以及時間回轉波源[32]

$$\Psi_{TRC}(\vec{r}, t) = A^* \frac{e^{-ik_0 R}}{4\pi R} e^{-i\omega t} - A^* \frac{e^{ik_0 R}}{4\pi R} e^{-i\omega t} \quad (5.1)$$

$$\Psi_{TRS}(\vec{r}, t) = A^* \frac{e^{ik_0 R}}{4\pi R} e^{-i\omega t} \quad (5.2)$$

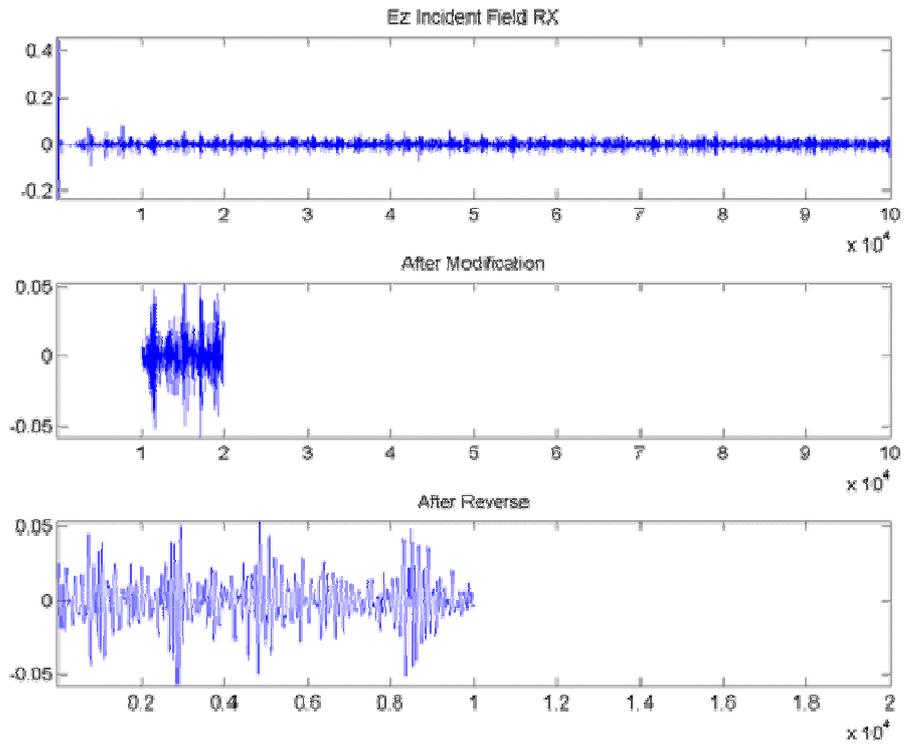


圖 5.3 時間回轉場的產生過程

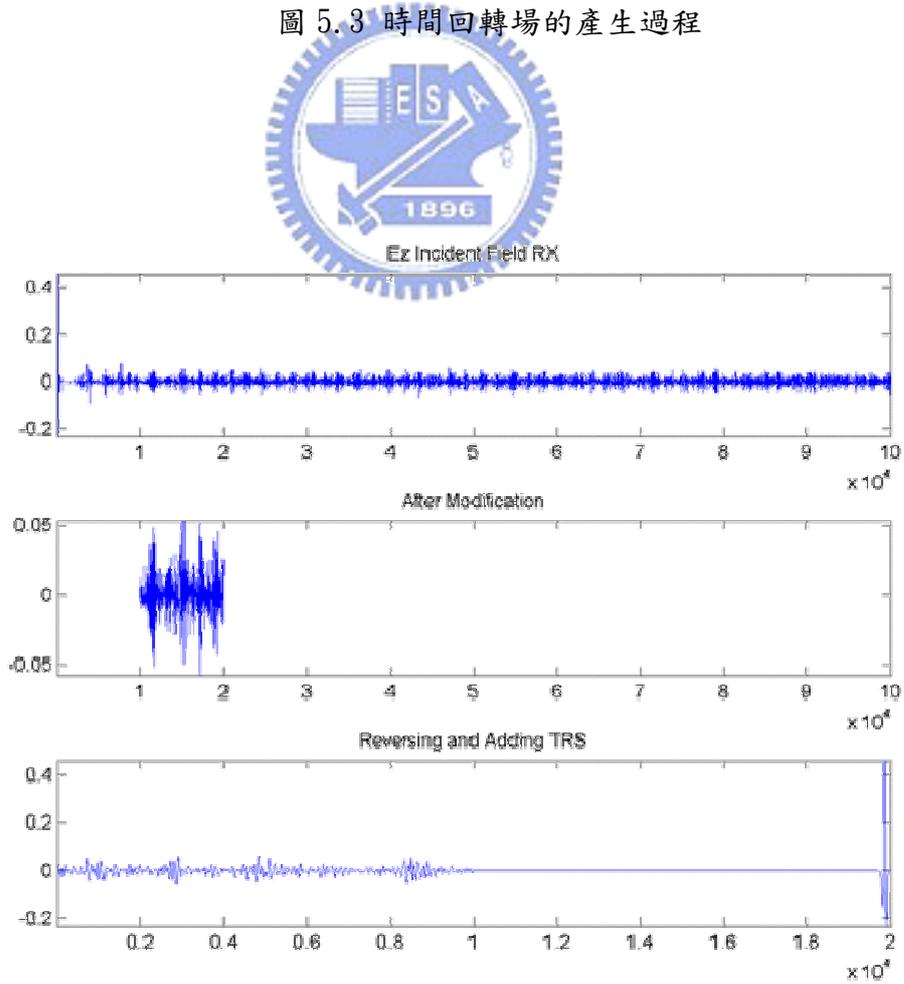


圖 5.4 時間回轉場並加上時間回轉波源的產生過程

圖 5.5(a)、5.5(b)展示了圖 5.1 中 TR 1 位置處時域資料以及聚焦時刻的解析度比較，觀察 5.5(c)、5.5(d)的比較圖，在增加了 TRS 後，聚焦時刻的解析度提升了不少，而峰值的差距大約是 0.16(V/m)。接著我們考慮將時間回轉場的時間長度拉大到 40000 步。

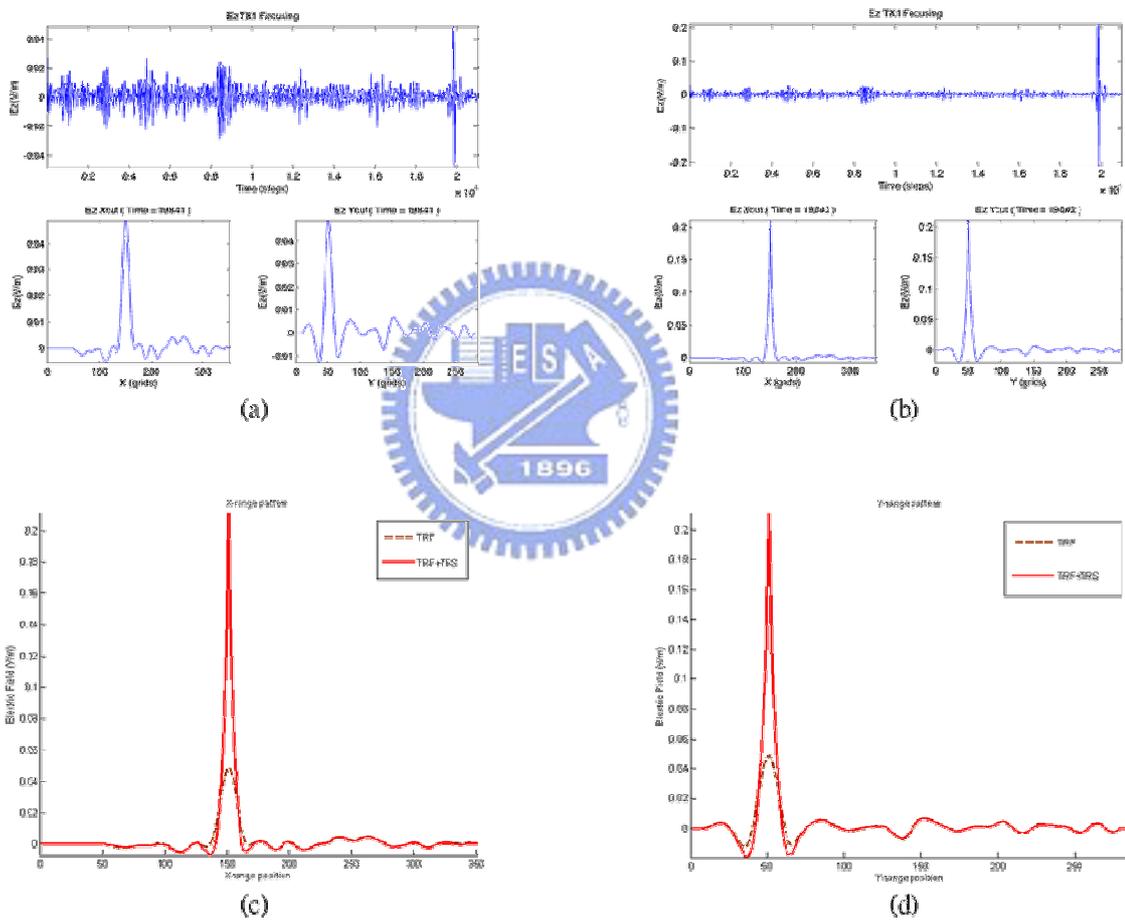


圖 5.5 Reverse procee:10000 步~20000 步資料與比較 (a) 利用 TRF 聚焦的時域與空間資料 (b) 利用 TRF+TRS 聚焦的時域與空間資料 (c) 有無 TRS 在 x 方向解析度比較 (d) 有無 TRS 在 y 方向解析度比較

圖 5.6(a)、5.6(b)展示了 TR 1 位置處時域資料以及聚焦時刻的解析度比較，觀察圖 5.6(c)、圖 5.6(d)的比較圖，在增加了 TRS 後，聚焦時刻的解析度提升的程度便不如圖 5.5(c)、圖 5.5(d)來的好，而峰值的差距仍是大約 0.16(V/m)。接著我們考慮最後一個情況，將時間回轉場的時間長度拉大到 90000 步。

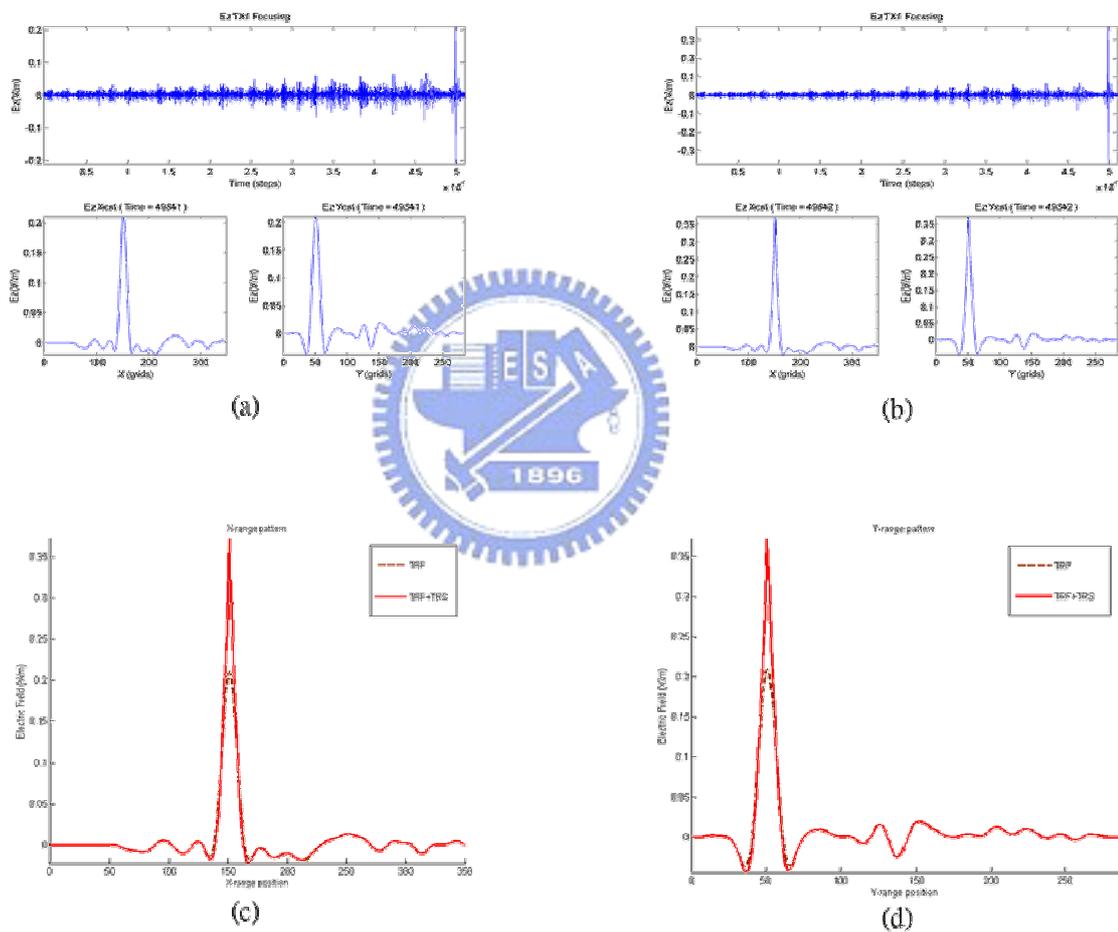


圖 5.6 Reverse procee:10000 步~50000 步資料與比較 (a) 利用 TRF 聚焦的時域與空間資料 (b) 利用 TRF+TRS 聚焦的時域與空間資料 (c) 有無 TRS 在 x 方向解析度比較 (d) 有無 TRS 在 y 方向解析度比較

圖 5.7(a)、5.7(b)展示了 TR 1 位置處時域資料以及聚焦時刻的解析度比較，觀察 5.7(c)、5.7(d)的比較圖，在增加了 TRS 後，聚焦時刻的解析度提升又比之前圖 5.6(c)、圖 5.6(d)來的差，而峰值的差距仍是大約  $0.16(V/m)$ 。由於這三個情況中聚焦的峰值差距都是相同的，因此我們懷疑時間回轉波源 (Time Reversal Source) 可能僅提供了疊加 (super-position) 的效果，為了驗證個部分，我們便模擬僅僅激發時間回轉波源來看它的峰值是否為  $0.16(V/m)$ 。

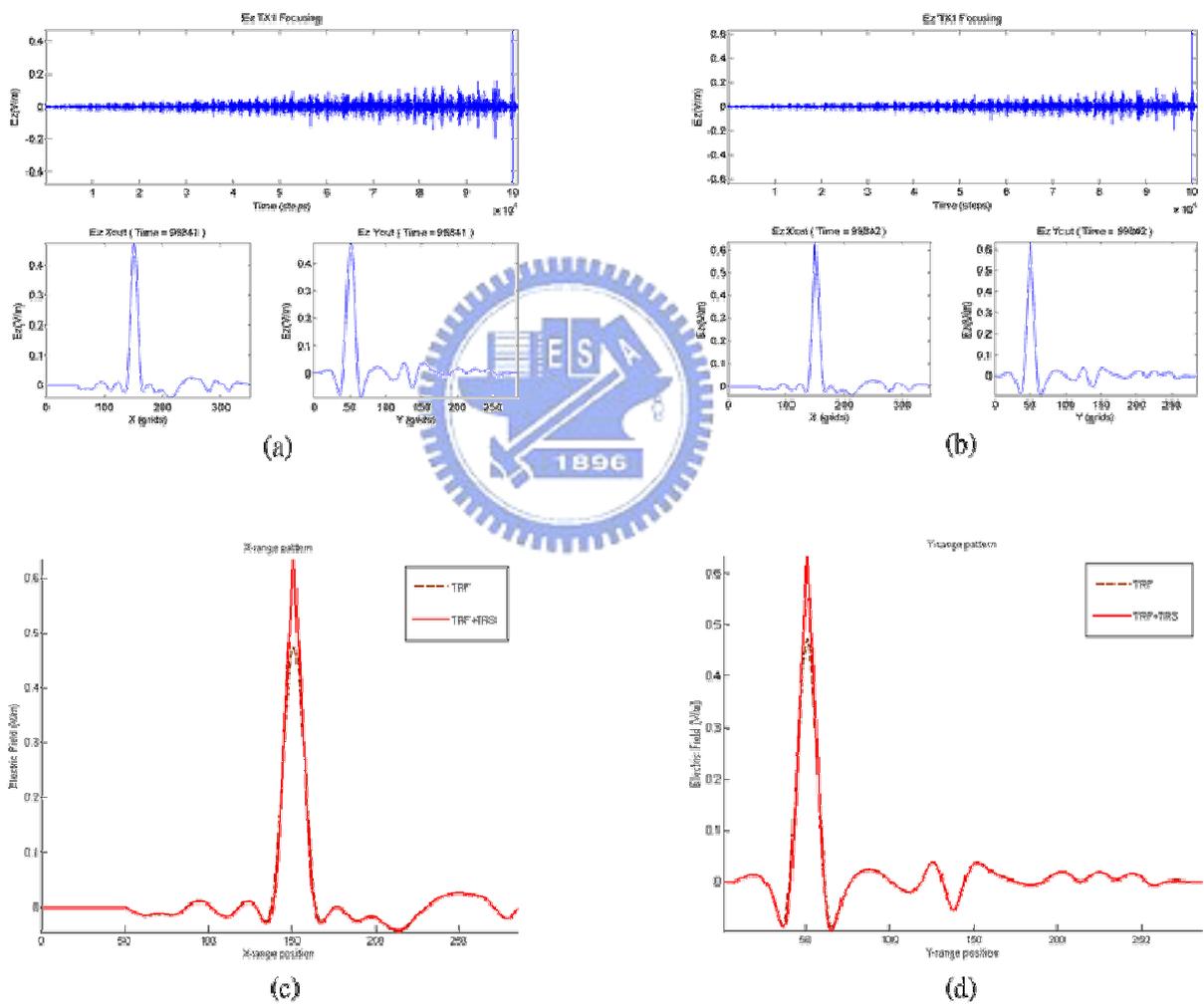


圖 5.7 Reverse procee:10000 步~100000 步資料與比較 (a) 利用 TRF 聚焦的時域與空間資料 (b) 利用 TRF+TRS 聚焦的時域與空間資料 (c) 有無 TRS 在 x 方向解析度比較 (d) 有無 TRS 在 y 方向解析度比較

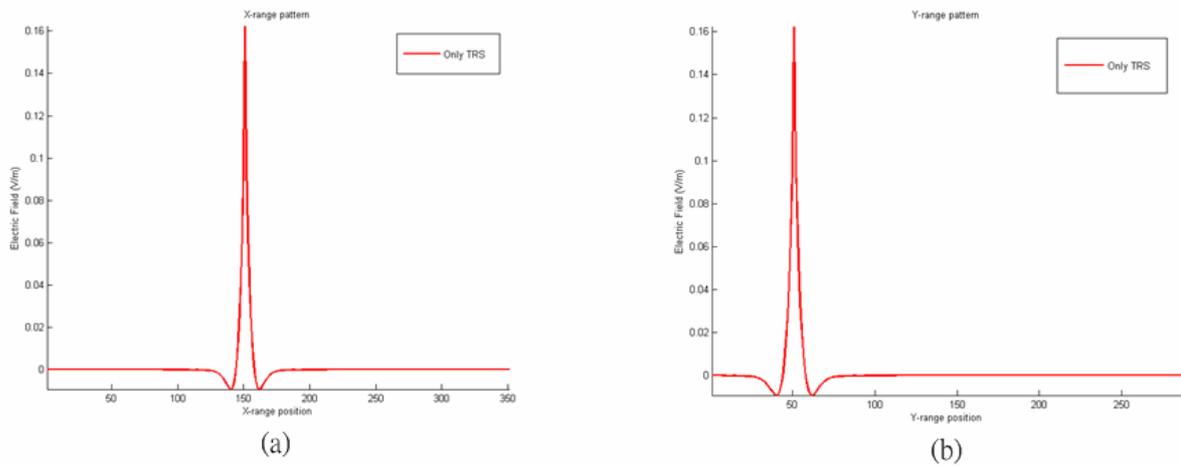


圖 5.8 僅激發時間回轉波源(TRS)的解析度 (a) x 方向解析度 (b) y 方向解析度

由圖 5.8 我們看到僅激發時間回轉波源(TRS)時，在 TR 1 位置處有一劇烈變化的峰值，並且大小恰好為 0.16(V/m)左右，於是經由這三個實驗我們對增加時間回轉波源(TRS)來增加解析度的方法於結論中作討論。



### 5.3 結論

我們將我們對時間回轉波源的可行性與否分析如下：

1. 首先，利用同點收發訊號的實驗方式，似乎並不適當，因為時間回轉波源(TRS)根據 Dr. Fink 所說的必須加在同一位置上才能消除波在聚焦時的發散成份，但實際環境中，我們不會知道我們發出去的波會聚焦於何處，因此我們也不可能在那個位置加上時間回轉波源(TRS)。
2. 根據 Dr. Fink 所說的，於時間回轉波源(TRS)必須在原本的時間回轉場(TRF)要聚焦的時刻才發射出來，以達到消除波在聚焦時的發散成份，但同樣地，一般的情況下，我們不可能會知道何時時間回轉場(TRF)會發生聚焦的現象，因此我們也不可能在那個時間加上時間回轉波源(TRS)。
3. 假設 Dr. Fink 所說的 TRS 機制是成立的，則考慮我們剛才模擬的三種情況，在 Reverse process 中使用不同時間長度時間回轉場(TRF)時，得到的聚焦峰值依次為  $0.05(\text{V/m})$ 、 $0.22(\text{V/m})$ 、 $0.5(\text{V/m})$ ，這說明了隨者時間回轉場(TRF)的時間長度增加，聚焦的峰值強度也跟著增加，則其中聚焦波的發散成份大小必定不同，試問如何能用同一個時間回轉波源(TRS)來消除不同時間長度的時間回轉場(TRF)聚焦時的發散成份。又或是僅能在特定時間長度的時間回轉場(TRF)情況下成立，這點我們便難以去驗證了。

在這裡雖然我們並沒有在電磁的模擬上看到時間回轉波源(TRS)提供顯著的聚焦解析度增加，但從我們的三個實驗中，我們可以看到即便是作單一收發機同點的時間回轉實驗，我們都確實能看到時間回轉後的訊號確實會聚焦的現象，再次證明這樣的實驗方式可行性是相當大的。