

第二章 濾波器設計原理

2.1. 濾波器簡介

在微波通訊系統中，如雷達、測試與量測系統等，微波濾波器是相當關鍵的元件。濾波器是屬於被動電路(Passive circuit)，可以由集總式(Lumped)元件，如電感(Inductor)、電容(Capacitor)和電阻(Resistor)，或是由分散式(Distributed)元件，如微帶線(Microstrip line)、槽線(Slot line)和共平面波導微帶線(Coplanar waveguide line)等組成，經由適當設計可以產生微波濾波器。

對於微波(Microwave)或射頻(Radio Frequency, RF)頻率應用的濾波器電路，要使用集總元件實現共振電路的電容值和電感值是很困難的，而且使用集總元件構成的電路在微波頻率範圍會產生很大的寄生效應，造成電路特性難以預測，因此對於應用在微波頻率的濾波器電路必須使用分佈式元件加以實現。

一般微波濾波器依據濾波特性分為下列四種：(1)低通濾波器(Lowpass Filter)、(2)高通濾波器(Highpass Filter)、(3)帶通濾波器(Bandpass Filter)和(4)帶拒濾波器(Bandstop Filter)。若依據濾波器的通帶區(Pass band)頻率響應特性，可分為 Butterworth、Chebyshev 和 Elliptic 響應三種型式。一般而言，Chebyshev 型式的 Q 值(Quality factor)較高，且通帶區內有漣波(ripple)衰減，在截止區有較大衰減斜率，對訊號頻率的選擇性較佳。Butterworth 型式的通帶區頻率響應曲線最為平坦，並且不具有漣波衰減，但以相同數目的共振電路而言，其截止區內的衰減斜率比 Chebyshev 型式小。Elliptic 型式的通帶區內則沒有漣波，且在截止區內會有極點產生，造成較大的衰減特性[14]。

本章將介紹濾波器相關設計理論，包括：(1)集總元件式濾波器電路設計方法及其響應特性、(2)微帶線低通濾波器設計原理、(3)共面波導特性阻抗計算、(4)共面波導不連續截面效應、及(5)共面波導損耗。

2.2. 集總元件式濾波器設計

本節主要介紹集總元件式濾波器電路的設計方法，通常濾波電路設計是先設計低通濾波器，再經由刻度轉換方法，可以將低通濾波器轉換為帶通、帶拒與高通濾波器。

一般濾波器最常使用的設計方法是插入損失法(Insertion loss method)，首先由濾波器設計規格決定低通濾波器的原型電路，如圖 2.1 所示。圖 2.1(a)中 g_0 為訊號源電阻值(resistance)，圖 2.1(b)中 g_0 為訊號源電導值(conductance)。 g_k ($k=1、2、\dots、N$) 為串聯電感值或並聯電容值。當 g_n 為並聯電容值時，則 g_{n+1} 為負載電阻值。若 g_n 為串聯電感值時，則 g_{n+1} 為負載電導值。

對 $g_0=1\Omega$ 及 $\omega'=1 \text{ rad/s}$ 正規化(normalization)後可得到 g_1 至 g_{n+1} 元件值，其中 ω' 為低通濾波器原型電路的截止角頻率(cutoff angular frequency)。

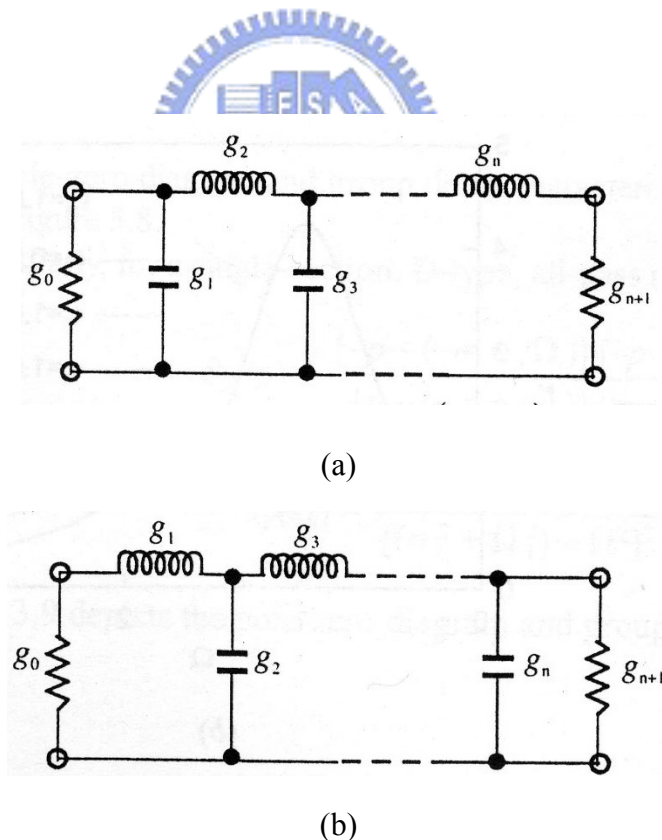


圖 2.1 低通濾波器原型電路，(a)低輸入阻抗結構，(b)高輸入阻抗結構[14]

(1) Butterworth 型式低通濾波器

對 Butterworth 型式而言，其插入損失可表示為(2.2-1)式。

$$IL(dB) = 10 \cdot \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2N} \right] \quad (2.2-1)$$

其中 N 為濾波器之階數， ω_c 為截止角頻率。因此濾波器原型電路的元件值 g_k 可表示為(2.2-2)式。

$$g_k = 2 \sin \left[\frac{2k-1}{2n} \pi \right] \quad k = 1, 2, \dots, n$$
$$g_{n+1} = 1 \quad (2.2-2)$$

(2) Chebyshev 型式低通濾波器

對 Chebyshev 型式而言，插入損失可表示為(2.2-3)式。

$$IL(dB) = 10 \log \left[1 + \left(10^{L_r/10} - 1 \right) \times T_n^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) \right] \quad (2.2-3)$$

其中 $T_n \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)$ 為 n 階 Chebyshev 多項式， L_r 為最大通帶漣波。其原型電路的元件值

g_n 可表示為(2.2-4)式、(2.2-5)式及(2.2-6)式。

$$g_1 = 2a_1 / \sinh \left(\frac{\beta}{2n} \right) \quad (2.2-4)$$

$$g_k = \frac{4a_{k-1}a_k}{b_{k-1}g_{k-1}} \quad k = 2, 3, \dots, n \quad (2.2-5)$$

$$g_{n+1} = \begin{cases} 1 & n = \text{odd} \\ \coth(\beta/4) & n = \text{even} \end{cases} \quad (2.2-6)$$

其中

$$a_k = \sin \frac{2K-1}{2n} \pi \quad k=1, 2, \dots, n$$

$$b_k = \sinh^2 \frac{\beta}{2n} + \sin^2 \frac{k\pi}{n} \quad k=1,2,\dots,n$$

$$\beta = \ln \left(\coth \frac{Lr}{17.372} \right)$$

經由上述計算可以求得低通濾波器原型電路的元件值，其中 $g_0=1\Omega$ 及 $\omega'=1 \text{ rad/s}$ ，而在實際應用電路設計，經由頻率轉換即可求得任意截止頻率(cutoff frequency, f_c)的低通濾波器電路，其電容與電感值分別表示為(2.2-7)式和(2.2-8)式。

$$L = \left(\frac{1}{2\pi f_c} \right) \left(\frac{Z_0}{g_0} \right) g_n \quad (2.2-7)$$

$$C = \left(\frac{1}{2\pi f_c} \right) \left(\frac{g_0}{Z_0} \right) g_n \quad (2.2-8)$$

2.3. 微帶線濾波器設計原理

微帶線式的微波濾波器型式有分為：(1)步階阻抗式(Stepped-impedance)、(2)開路截線(Open-stub)、(3)短路截線(End-stub)及(4)二分之一波長平行耦合(parallel-coupled)共振電路等。微帶線微波濾波器的設計流程主要分為兩個步驟，首先根據濾波器規格求得集總元件電路的元件值，再來選擇適當的微帶線型式實現此濾波器電路，以下介紹步階阻抗式微帶線濾波器的設計原理。

步階阻抗式微波濾波器的設計原理是利用高阻抗(High-impedance)和低阻抗(Low-impedance)傳輸線的串聯構成 L-C 共振電路，高阻抗傳輸線可被視為串聯電感性元件，低阻抗傳輸線可被視為並聯電容性元件，而電容和電感值的大小是由傳輸線的特性阻抗和長度所決定。以微帶線實現濾波器電路時，電容式微帶線的特性阻抗通常取為 20Ω ，電感性微帶線的特性阻抗取為 100Ω [14]。

當基板的厚度(h)和微帶線寬度(W)的比值 $W/h > 1$ 時，由(2.3-1a)和(2.3-1b)式，可求得微帶線的特性阻抗(Z_C)。

$$\varepsilon_{re} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left\{ \left(1 + 12 \frac{h}{W} \right)^{-0.5} + 0.04 \left(1 - \frac{W}{h} \right)^2 \right\} \quad (2.3-1a)$$

$$Z_C = \frac{120\pi}{2\pi\sqrt{\varepsilon_{re}}} \ln \left(\frac{8h}{W} + 0.25 \frac{W}{h} \right) \quad (2.3-1b)$$

當基板的厚度(h)和微帶線寬度(W)的比值 $W/h < 1$ 時，由(2.3-2a)和(2.3-2b)式，可求得微帶線的特性阻抗(Z_C)。

$$\varepsilon_{re} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left(1 + 12 \frac{h}{W} \right)^{-0.5} \quad (2.3-2a)$$

$$Z_C = \frac{120\pi}{2\pi\sqrt{\varepsilon_{re}}} \left\{ \frac{W}{h} + 1.393 + 0.677 \ln \left(\frac{W}{h} + 1.444 \right) \right\} \quad (2.3-2b)$$

因此分別將電感性和電容性傳輸線的特性阻抗代入(2.3-3)和(2.3-4)式，即可求得電感性和電容性傳輸線的長度。

$$l_L = \frac{\lambda_{gL}}{2\pi} \sin^{-1} \left(\frac{\omega_C L}{Z_{OL}} \right) \quad (2.3-3)$$

$$l_C = \frac{\lambda_{gC}}{2\pi} \sin^{-1} (\omega_C C Z_{OC}) \quad (2.3-4)$$

(2.3-3)和(2.3-4)式中的波長(λ_g)可由(2.3-5)式求得。

$$\lambda_g = \frac{300}{f(\text{GHz})\sqrt{\varepsilon_{re}}} \quad (\text{mm}) \quad (2.3-5)$$



2.4. 共面波導不連續效應

由電磁學與傳輸線相關理論可知當傳輸線結構有不連續截面，例如開路(Open)、短路(Short)、步階變化(Step change)的不連續截面，其不連續處會產生額外的電荷累積，導致微波線路電流密度分佈的改變，因此產生不可預期的寄生效應。而隨著電路操作頻率的提高，這些寄生效應會變的更加明顯，成為設計微波電路不可忽略的部份。因此以下介紹三種在共面波導結構中，訊號傳輸線的不連續結構：(1)開路截線(Open)、(2)短路截線(Short)、(3)步階變化(Step change)[15]。

(1) 共面波導開路截線 (Open)

共面波導開路截線的電路效應可以等效為電容，如圖 2.2 所示。由於開路截線末端會造成電荷推積與額外的邊際場效應，因此開路截線產生的等效電容 C_{oc} 是由訊號線和接地線的間隙(W)與訊號線開路端的間隙(G)產生，其等效電容值 C_{oc} 可用邊際效應延伸等效長度 l_{oc} 表示，其關係式表示為(2.4-1)式。

$$C = \frac{\tan(\beta l_{oc})}{\omega Z_0} \quad (2.4-1)$$

(2.4-1)式中

$$\beta : \frac{2\pi f}{C} \sqrt{\epsilon_{eff}} \text{ , 相位常數 (phase constant)}$$

ϵ_{eff} : 基板有效介電常數 (effective dielectric constant)

Z_0 : 共面波導特性阻抗 (CPW characteristic impedance)

C : 真空中之光速 (m/sec)

$$\omega : 2\pi f$$

當 l_{oc} 的長度小於操作頻率的波長時，(2.4-1)式可簡化為(2.4-2)式

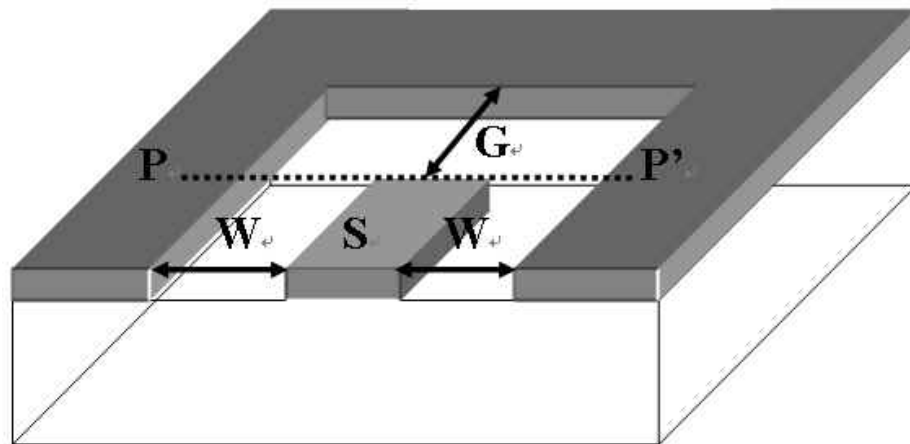
$$C_{oc} = \left(\frac{\beta}{\omega Z_0} \right) l_{oc} \quad (2.4-2)$$

在理想無損耗共面波導傳輸線的單位長度電容(F/meter)可表示為(2.4-3)式，

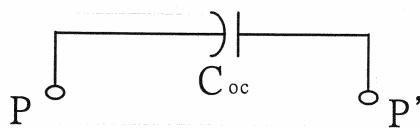
$$C = \frac{\beta}{\omega Z_0} \quad (2.4-3)$$

當共面波導傳輸線尺寸小於頻率波長時， l_{oc} 並不會隨著操作頻率變化而改變，但是 l_{oc} 是會隨著開路截面的幾何尺寸變化而改變，因此固定訊號線寬度(W)和訊號線與接地線間隙(S)時，等效電容值 C_{oc} 隨著開路末端與接地面間之間隙(G)變大而縮小，最後當 $G \geq S+2W$ 和 $0.2 \leq S/(S+2W) \leq 0.8$ 時，等效電容值 C_{oc} 會趨近定值，此時 l_{ext} 可近似為(2.4-4)式。

$$l_{ext} = \frac{s+2w}{4} \quad (2.4-4)$$



(a)



(b)

圖 2.2 (a)共面波導開路截線不連續結構，(b)等效電路圖[15]

(2) 共面波導短路截線 (Short)

共面波導的短路截線可等效為電感 L_{sc} ，如圖 2.3 所示。短路截線末端的不連續效應會產生電感效應，其等效電感值與截面幾何尺寸相關，等效電感值 L_{sc} 可表示為(2.4-5)

式。

$$L_{sc} = \left(\frac{2}{\pi} \right) \epsilon_0 \epsilon_{eff} (a + b) Z_0^2 \left\{ 1 - \frac{1}{\left[\cosh \left(60 \pi^2 / Z_0 \sqrt{\epsilon_{eff}} \right) \right]} \right\} \quad (2.4-5)$$

(2.4-5)式中

ϵ_{eff} : 基板等效介電常數

Z_0 : 共面波導特性阻抗

$$a : \frac{S}{2}$$

$$b : \frac{S+2w}{2}$$

(2.4-5)式也可簡化為(2.4-6)式。

$$L_{sc} = L \cdot l_{sc} = \frac{\beta Z_0}{\omega} \cdot l_{sc} \quad (2.4-6)$$

(2.4-6)式中

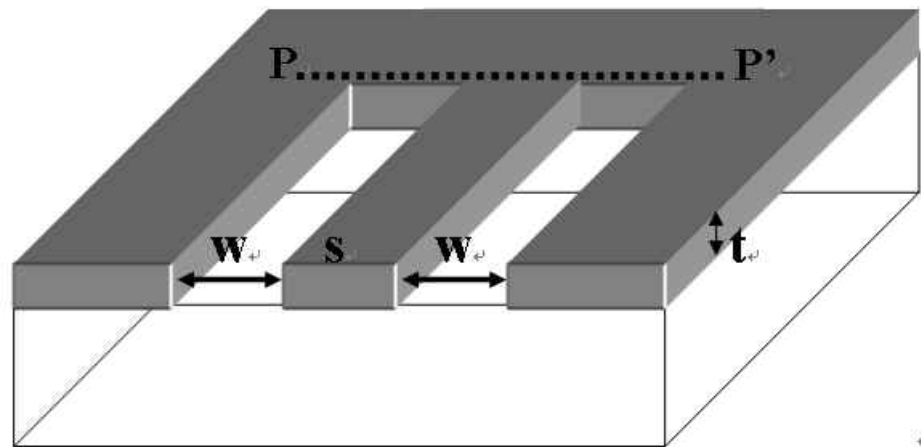
L : 單位長度電感(H/meter)

l_{sc} : 邊際效應延伸等效長度

$$\beta = \frac{2\pi f}{C} \sqrt{\epsilon_{eff}} \quad (\text{phase constant, 相位常數})$$

l_{sc} 的值是與訊號傳輸線和接地線之間間隙(W)所決定，另外 l_{sc} 的值也會因為導線厚度(t)變化而改變，當 $t \leq \frac{w}{3}$ 時， l_{sc} 的值可由(2.4-7)式計算。

$$l_{sc} = \frac{s+2w}{8} \quad (2.4-7)$$



(a)



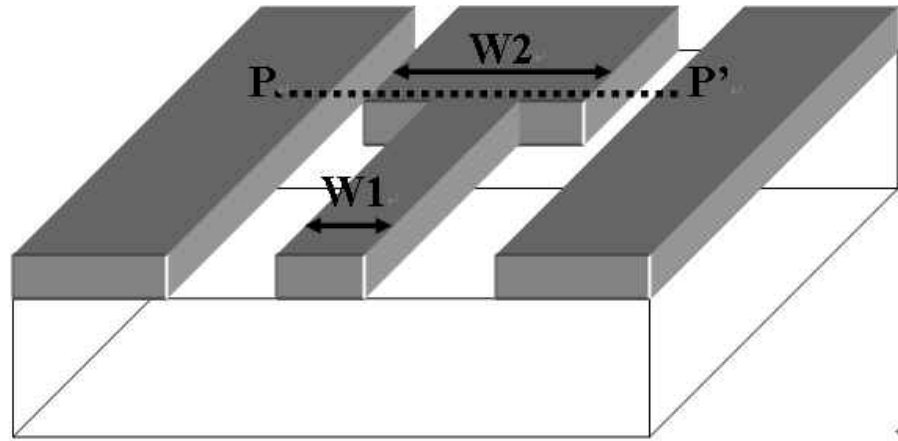
(b)

圖 2.3 短路截線不連續，(a)線路結構，(b)等效電路圖[15]

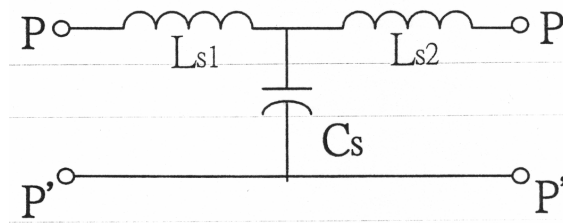
(3)共面波導步階變化(Step change)

由於共面波導傳輸線的特性阻抗(Characteristic impedance)是由訊號線的寬度(s)、訊號線和接地線的間隙(W)決定的，而利用步階阻抗原理設計的共面波導濾波器，為了要達到不同的特性阻抗值，因此在線路結構設計就會產生訊號線寬度變化的不連續結構，如圖 2.4 所示。此種訊號線寬度變化的不連續結構，在線路轉角處會產生等效電容與電感效應，而金屬厚度對等效電容影響較小，但是對等效電感比較有影響。

另外一種不連續截面如圖 2.5 所示，此種不連續截面會產生串聯與並聯的等效電容，其中 C_1 與 C_2 為邊際效應產生， C_3 為耦合效應產生，電容值的大小是由 $W1$ 和 $W2$ 的尺寸決定。

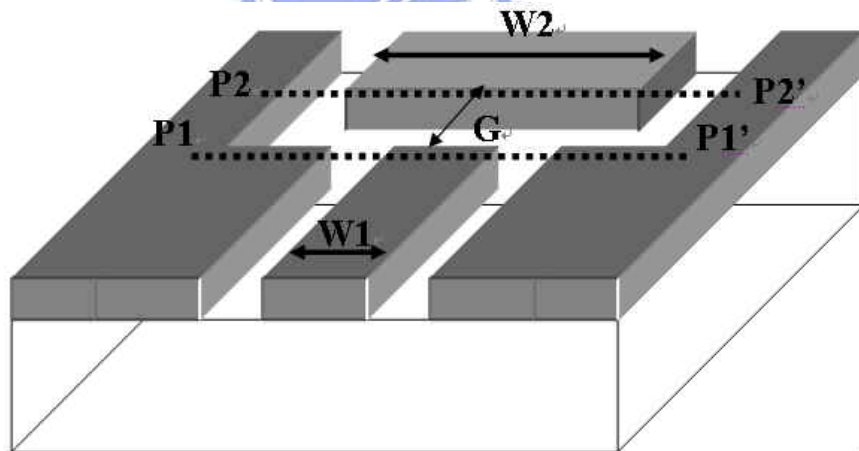


(a)

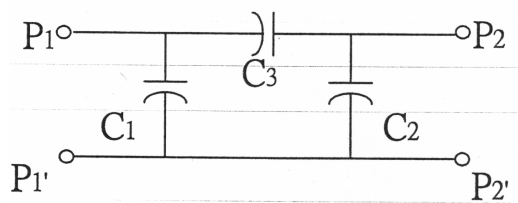


(b)

圖 2.4 步階變化截面(1)，(a)線路結構，(b)等效電路圖[15]



(a)



(b)

圖 2.5 步階變化截面(2)，(a)線路結構，(b)等效電路圖[15]

2.5. 共面波導特性阻抗

共面波導傳輸線的特性阻抗(Characteristic impedance、 Z_0)是由訊號線寬度(W)、訊號線與接地線的間隙(G)兩者決定，如圖 2.6 所示。文獻[16]指出當 G/W 的比值固定時，微波訊號頻率、訊號線寬度(W)和訊號線與接地線的間隙(G)的變化，對於共面波導傳輸線的特性阻抗影響很小。但是金屬厚度對於共面波導的特性阻抗是有影響的，所以本文利用 TXLine 軟體模擬共面波導傳輸線在不同金屬厚度的特性阻抗。TXLine 模擬參數如下：(1)微波訊號頻率為 5 GHz，(2)訊號線寬度(W)設定為 350 μm ，G/W 的比值分別為 0.5、1 和 2，(3)基板為石英基板($\epsilon_r = 3.8$ 、 $\tan \delta = 0.0004$)，基板厚度(H)為 1mm，(4)導線金屬為銅($\sigma = 5.8 \times 10^7 \text{ S/m}$)，金屬厚度(t)變化為 2~30 μm 。表 2.1 為 G/W 的比值為 0.5，特性阻抗與金屬厚度的關係，表 2.2 為 G/W 的比值為 1，特性阻抗與金屬厚度的關係，表 2.3 為 G/W 的比值為 2，特性阻抗與金屬厚度的關係。由模擬結果知道，在固定 G/W 比值的設定下，金屬厚度和共面波導的特性阻抗(Z_0)為反比關係，在相同金屬厚度條件下，特性阻抗和 G/W 的比值為正比關係，另一方面，其微波訊號能量的損失也會隨著金屬厚度增加而變小。

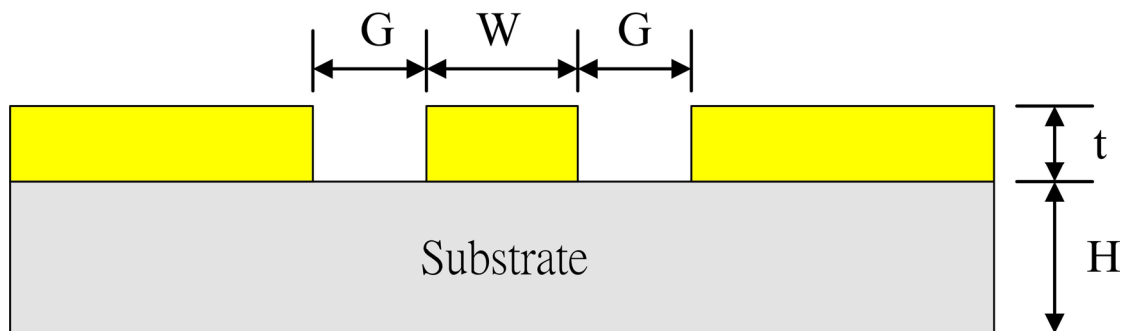


圖 2.6 共面波導截面示意圖

表 2.1 G/W 比值為 0.5，金屬厚度與特性阻抗關係

金屬厚度(μm)	2	5	10	15	20	25	30
特性阻抗(Ω)	78.6	77.6	76.4	75.2	74.2	73.2	72.6
能量損失(dB/m)	4.8	4.0	3.6	3.5	3.4	3.3	3.2

表 2.2 G/W 比值為 1，金屬厚度與特性阻抗關係

金屬厚度(μm)	2	5	10	15	20	25	30
特性阻抗(Ω)	96.3	95.5	94.4	93.4	92.5	91.6	90.8
能量損失(dB/m)	3.3	2.8	2.5	2.4	2.3	2.2	2.1

表 2.3 G/W 比值為 2，金屬厚度與特性阻抗關係

金屬厚度(μm)	2	5	10	15	20	25	30
特性阻抗(Ω)	118.4	117.7	116.7	115.8	114.9	114.2	113.4
能量損失(dB/m)	2.4	2.0	1.8	1.7	1.6	1.6	1.6

2.6. 共面波導損耗

文獻[15]指出共面波導傳輸線路的衰減常數(Attenuation constant)可由(2.6-1)式表示， α_c 是由金屬結構產生的導電損耗(conduction loss)， α_d 是由基板材料產生的介質損耗(dielectric loss)。

$$\alpha = (\alpha_c + \alpha_d) \text{ (Nepers/meters)} \quad (2.6-1)$$

基板材料產生的介質損耗 α_d 可由(2.6-2)式表示，由(2.6-2)式知道要減小介質損耗，必須選擇低介電常數(dielectric constant, ϵ_r)和低損耗正切常數(loss tangent, $\tan \delta$)的基板。

$$\alpha_d = \frac{\pi}{\lambda_0} \frac{\epsilon_r}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} q \tan \delta \text{ (Nepers/meters)} \quad (2.6-2)$$

(2.6-2)式中

$$\epsilon_{eff} = 1 + q(\epsilon_r - 1)$$

$$q = \frac{1}{2} \frac{K(k_1) K(k_0')}{K(k_1') K(k_0)}$$

$$k_1 = \frac{\sinh(\pi S / 4h_1)}{\sinh[\pi(S + 2W) / 4h_1]}$$

$$k_0 = \frac{S}{S + 2W}$$

$$k_1' = \sqrt{1 - k_1^2}$$

$$k_0' = \sqrt{1 - k_0^2}$$

另一方面，導線金屬產生的導電損耗可由(2.6-3)式表示， R_c 和 R_g 分別表示共面波導訊號線和接地線的單位長度電阻。

$$\alpha_c = \frac{R_c + R_g}{2Z_0} \quad (\text{Nepers/meters}) \quad (2.6-3)$$

(2.6-3)式中

$$R_c = \frac{R_s}{4S(1 - k_0^2)K^2(k_0)} \left[\pi + \ln\left(\frac{4\pi S}{t}\right) - k_0 \ln\left(\frac{1 + k_0}{1 - K_0}\right) \right]$$

$$R_g = \frac{R_s}{4S(1 - k_0^2)K^2(k_0)} \left[\pi + \ln\left(\frac{4\pi(S + 2W)}{t}\right) - \frac{1}{k_0} \ln\left(\frac{1 + k_0}{1 - K_0}\right) \right]$$

R_s 代表由集膚效應(Skin effect)造成的表面電阻(Surface resistance)，可由(2.6-4)式表示。集膚效應是指在導體傳遞的電流頻率越高時，金屬導線的截面積電流分佈並不是均勻的，電流會集中分佈在金屬線表面下某個深度，而此電流集中的表面深度稱為集膚深度，(2.6-4)式中的 σ 為金屬的導電率(S/m)， δ_s 為集膚深度(Skin depth)，集膚深度 δ_s 可由(2.6-5)式表示。

$$R_s = \frac{1}{\delta_s \sigma} \quad (\text{ohms}) \quad (2.6-4)$$

$$\delta_s = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} \quad (\text{m}) \quad (2.6-5)$$

(2.6-5)式中

$$\omega = 2\pi f \quad (\text{rad})$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \quad (\text{H/m})$$