

第一章 序論

當一偏極光 (polarized light) 入射至物質表面時，其反射光與透射光的偏振態 (polarized state) 會因物質的光學特性而有所改變[1][2]。此種藉量測偏極特性的改變來推測物質之光學參數 (如折射率、吸收率、厚度等) 稱為橢圓偏光術 (ellipsometry) ，運用此技術所發展出來的儀器就是橢圓儀。

橢圓儀可說是與干涉儀精密度相當的一種測量儀器，它可測得待測物的厚度、折射率、吸收率等。根據運作原理的不同，橢圓儀大致可分為歸零式橢圓儀 (nulling ellipsometer) 與亮度式橢圓儀 (photometric ellipsometer) 。歸零式橢圓儀發展較早，所以市面上所購得的多屬此型，由於須尋找最暗點故需要有一個極靈敏的偵測器。Meyer et. al. [3] 測量析光片 (analyzer) 各個方位角下的反射光強度分布，並利用最小平方法 (Least-Squares Method) 來推算物質之光學特性。Chao [4] 僅量測析光片三個角度 (azimuth angle) 之光強度即可推算出所有的 Stokes Parameters ，並可消除非理想偏振片 (polarizer) 的影響；因此我們參考 Chao ，利用三個方位角的亮度，推算出和 Meyer 相似的全方位亮度分布，並依此找出各式樣品的橢圓參數。傳統的橢圓儀組成元件主要為 P (polarizer) 、補波片 C (compensater) 、待測樣品 S

(sample)、析光片 A (analyzer)，稱為 PCSA 系統，由於我們不用補波片，且用擴束系統及電子耦合偵測器 CCD (Charge-Coupled Device)收光，故稱為二維影像掃描式橢圓儀 ISE (Image Scanning Ellipsometer) [5]。

利用亮比式之方法 [6] [7] 更精確的校正偏光片與析光片之方位角到 $\pm 0.08^\circ$ 。我們將證明當偏光片之方位角固定於 $P = +45^\circ$ ，利用析光片在 0° 、 60° 、 120° 三個方位角下反射光之亮度值，可計算出反射光二維之 (φ, Δ) ，由於偏光片與析光片之方位角之校正必有誤差，我們可證明此誤差可用 $P = -45^\circ$ 所測得的 φ 與 Δ 值加以優化，進而算出二維的厚度值。我們同時可利用三個亮度來反算偏光片穿透軸與入射平面偏差的方位角偏差 [8]，且將各點的方位角偏差與已校正的方位角偏差做比較。實驗過程中，入射光經過偏光片旋轉後會有入射角偏差，使得樣品上的測試點有偏移的現象，造成我們因測量點的不同而有誤差；所以我們利用偏光片旋轉後各點 φ 值的相對偏移來計算光點的偏移量。

第二章 原理

2.1 光波的電場理論與橢圓偏極態理論

光在自然界中是以光波的形式呈現，光波的向量特性是以光波的偏振（電場方向）來表示。若光波沿 Z 軸方向前進；則電場振動方向（X - Y 平面）可表示為

$$\vec{E}(z,t) = E_x(z,t)\hat{i} + E_y(z,t)\hat{j} \quad (2.1)$$

其中

$$E_x(z,t) = E_{0x} \cos(\omega t - \kappa z + \delta_x) \quad (2.2a)$$

$$E_y(z,t) = E_{0y} \cos(\omega t - \kappa z + \delta_y) \quad (2.2b)$$

κ : 波數 (wave number)

ω : 角頻率 (angular frequency)

δ_x : x 方向之相位；

δ_y : y 方向之相位

由(2.2a)與(2.2b)兩式可得

$$\frac{E_x}{E_{0x}} = \cos \tau \cos \delta_x - \sin \tau \sin \delta_x \quad (2.3a)$$

$$\frac{E_y}{E_{0y}} = \cos \tau \cos \delta_y - \sin \tau \sin \delta_y \quad (2.3b)$$

將上兩式合併化簡可得

$$\frac{E_x}{E_{0x}} \sin \delta_y - \frac{E_y}{E_{0y}} \sin \delta_x = \cos \tau \sin(\delta_y - \delta_x) \quad (2.4a)$$

$$\frac{E_x}{E_{0x}} \cos \delta_y - \frac{E_y}{E_{0y}} \cos \delta_x = \sin \tau \sin(\delta_y - \delta_x) \quad (2.4b)$$

將(2.4a)式與(2.4b)式合併計算

$$\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} - 2 \frac{E_x}{E_{0x}} \frac{E_y}{E_{0y}} \cos \delta = \sin^2 \delta \quad (2.5)$$

$\delta = \delta_y - \delta_x$ (y 方向之相位與 x 方向之相位之相位差)

若將座標 (x, y) 旋轉一 θ 角, 則旋轉座標 (x', y') 為

$$\begin{aligned} E_x &= E'_x \cos \theta - E'_y \sin \theta \\ E_y &= E'_x \sin \theta + E'_y \cos \theta \end{aligned} \quad (2.6)$$

將(2.6)式代入(2.5)式中計算; 則可得

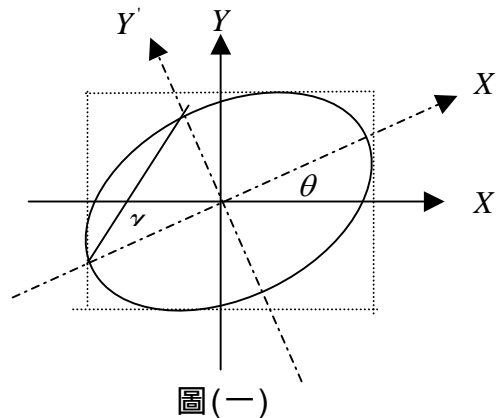
$$\frac{E_x'^2}{A^2} + \frac{E_y'^2}{B^2} = 1 \quad (2.7)$$

其中

$$\begin{aligned} A^2 &= E_{0x}^2 \cos^2 \theta + E_{0y}^2 \sin^2 \theta + 2E_{0x}E_{0y} \cos \delta \cos \theta \sin \theta \\ B^2 &= E_{0x}^2 \sin^2 \theta + E_{0y}^2 \cos^2 \theta - 2E_{0x}E_{0y} \cos \delta \cos \theta \sin \theta \end{aligned} \quad (2.8)$$

由(2.7)式可知; 光波在空間中任一點的電場分布為橢圓方程式, 所以

光波的偏振方向也為橢圓偏振形式. 如圖一



θ : 偏振角 (azimuth angle)
 χ : 離心率角 (elliptical angle)

2.2 橢圓偏極光之特例描述

(1) $E_{0y} = 0$; 則橢圓偏極光之偏振方向為

$$\begin{aligned} E_x(z, t) &= E_{0x} \cos(\tau + \delta_x) \\ E_y(z, t) &= 0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

為沿 x 方向之線偏振

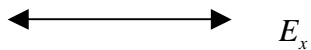


圖 (二)

(2) $E_{0x} = 0$; 則橢圓偏極光之偏振方向為

$$\begin{aligned} E_y(z, t) &= E_{0y} \cos(\tau + \delta_y) \\ E_x(z, t) &= 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

為沿 y 方向之線偏振

E_y



圖 (三)

(3) $\delta = 0$ or π ; 則(2.5)式可簡化為

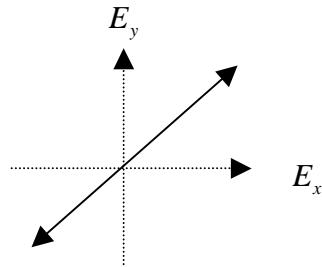
$$\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} \pm 2 \frac{E_x}{E_{0x}} \frac{E_y}{E_{0y}} = 0 \quad (2.11)$$

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}} \pm \frac{E_y}{E_{0y}} \right)^2 = 0 \quad (2.12)$$

$$E_y = \pm \left(\frac{E_{0y}}{E_{0x}} \right) E_x \quad (2.13)$$

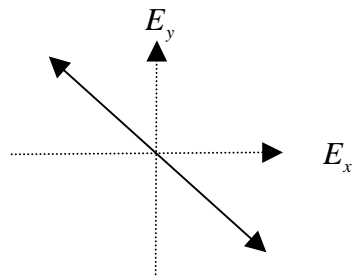
若 $E_{0y} = E_{0x}$; 則 $E_y = \pm E_x$

$\delta = 0$ 為 $+45^\circ$ 線偏振光



圖(四)

$\delta = \pi$ 為 -45° 線偏振光

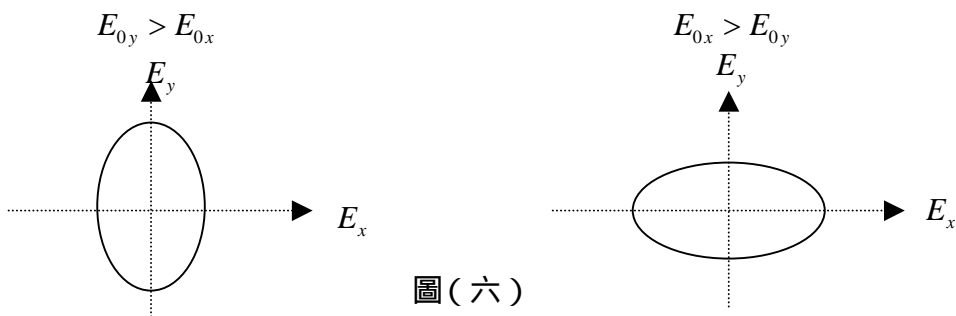


圖(五)

(4) $\delta = \frac{\pi}{2}$ or $\delta = \frac{3\pi}{2}$; 則

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}} \right)^2 = 1 \quad (2.14)$$

為橢圓偏振

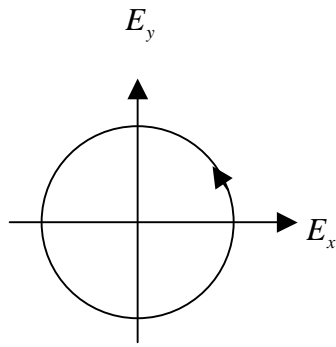


圖(六)

(5) $\delta = \frac{\pi}{2}$ or $\delta = \frac{3\pi}{2}$ and $E_{0y} = E_{0x} = E_0$; 則

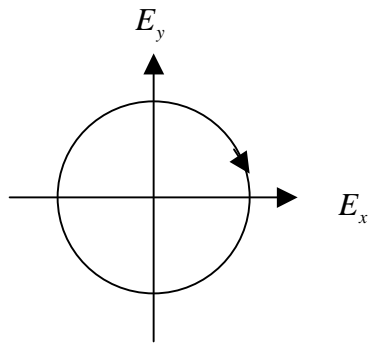
$$\frac{E_x^2}{E_0^2} + \frac{E_y^2}{E_0^2} = 1 \quad (2.15)$$

$\delta = \frac{\pi}{2}$ 為左旋圓偏振



圖(七)

$\delta = \frac{3\pi}{2}$ 為右旋圓偏振



圖(八)

2.3 Jones Vector 表示式

在描述空間中的光波偏振狀態時；會以 Jones Vector (行向量) 來表示一偏振光。

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x} e^{i\delta_x} \\ E_{0y} e^{i\delta_y} \end{bmatrix} = E_{0x} e^{i\delta_x} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{E_{0y}}{E_{0x}} e^{i\delta} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$\delta = \delta_y - \delta_x$$

(1) x 方向之線偏振光

$$\hat{E} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

(2) y 方向之線偏振光

$$\hat{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

(3) $+45^\circ$ 線性偏極光

$$\hat{E} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

(4) -45° 線性偏極光

$$\hat{E} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

(5) 右旋圓偏極光

$$\hat{E} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

(6) 左旋圓偏極光

$$\hat{E} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

2.4 Stokes Parameters 與 Mueller Matrix

由於 Jones Vector 只能表示純偏振光，但是不能表示非偏振光或部分偏振光；所以須用 Stokes Parameters 來表示非偏振光或部分偏振光。

設 $z = 0$ ；則光波的偏振可表示為

$$\begin{aligned} E_x(t) &= E_{0x} \cos(\omega t + \delta_x) \\ E_y(t) &= E_{0y} \cos(\omega t + \delta_y) \end{aligned}$$

Stokes Vector

$$S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

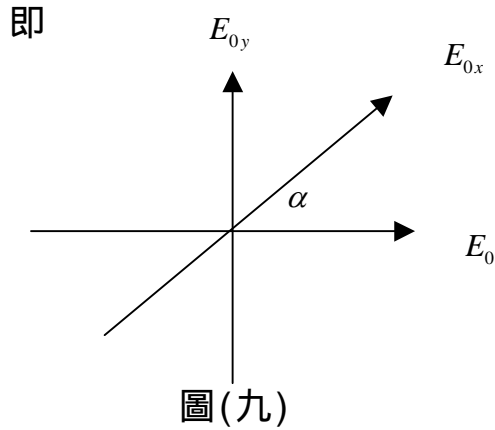
則各個參數分別為

$$\begin{aligned} S_0 &= E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \\ S_1 &= E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \\ S_2 &= 2E_{0x}E_{0y} \cos \delta \\ S_3 &= 2E_{0x}E_{0y} \sin \delta \end{aligned} \quad (2.24)$$

若

$$\begin{aligned} E_{0x} &= E_0 \cos \alpha \\ E_{0y} &= E_0 \sin \alpha \end{aligned} \quad (2.25)$$

α 為互補角 (auxiliary angle)



$$I_0 = E_0^2 = E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \quad (2.26)$$

所以 Stokes Vector 可表示為

$$S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \\ E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \\ 2E_{0x}E_{0y} \cos \delta \\ 2E_{0x}E_{0y} \sin \delta \end{bmatrix} = I_0 \begin{bmatrix} 1 \\ \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 2 \cos \alpha \sin \alpha \cos \delta \\ 2 \cos \alpha \sin \alpha \sin \delta \end{bmatrix} = I_0 \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \cos \delta \\ \sin 2\alpha \sin \delta \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

(1) x 方向的線偏振

$$S = I_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

(2) y 方向的線偏振

$$S = I_0 \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

(3) $+45^\circ$ 線偏振

$$S = I_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

(4) -45° 線偏振

$$S = I_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

(5) 右旋圓偏極光

$$S = I_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

(6) 左旋圓偏極光

$$S = I_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

當一入射光進入偏光元件時；可得 S' 與 S 之四個 Stokes

parameters 的相關性

$$\begin{aligned} S'_0 &= m_{00}S_0 + m_{01}S_1 + m_{02}S_2 + m_{03}S_3 \\ S'_1 &= m_{10}S_0 + m_{11}S_1 + m_{12}S_2 + m_{13}S_3 \\ S'_2 &= m_{20}S_0 + m_{21}S_1 + m_{22}S_2 + m_{23}S_3 \\ S'_3 &= m_{30}S_0 + m_{31}S_1 + m_{32}S_2 + m_{33}S_3 \end{aligned} \quad (2.34)$$

若表示成矩陣

$$\begin{bmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{30} & m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

偏光元件就可以以 Mueller matrix 表示；所以若偏光片的方位角為

θ 時，Mueller matrix 可表示為

$$M_p(2\theta) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

2.5 反射光與橢圓特性參數 (φ, Δ) 之定義

入射光經由介面形成反射光與穿透射光，所以經由介面條件所

導出介質表面的反射係數與穿透係數為

$$r_p = \frac{n_1 \cos \theta_0 - n_0 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_0 + n_0 \cos \theta_1} \quad (2.38a)$$

$$r_s = \frac{n_0 \cos \theta_0 - n_1 \cos \theta_1}{n_0 \cos \theta_0 + n_1 \cos \theta_1} \quad (2.38b)$$

$$t_p = \frac{2n_0 \cos \theta_0}{n_1 \cos \theta_0 + n_0 \cos \theta_1} \quad (2.38c)$$

$$t_s = \frac{2n_0 \cos \theta_0}{n_0 \cos \theta_0 + n_1 \cos \theta_1} \quad (2.38d)$$

r_p 為平行入射面方向之反射振幅係數

r_s 為垂直入射面方向之反射振幅係數

n_0 為入射前介質之折射率

n_1 為待測物之折射率

θ_0 為入射角

θ_1 為折射角

$$r_p = |r_p| e^{i\delta_p} \quad (2.39)$$

$$r_s = |r_s| e^{i\delta_s}$$

$$\tan \varphi e^{i\Delta} = \frac{r_p}{r_s} = \frac{|r_p|}{|r_s|} e^{i(\delta_p - \delta_s)} \quad (2.40)$$

由上式可知， $\tan \varphi = \frac{|r_p|}{|r_s|}$ ； $\Delta = \delta_p - \delta_s$

$\tan \varphi$ 為反射光在平行入射面與垂直入射面之振幅大小比值

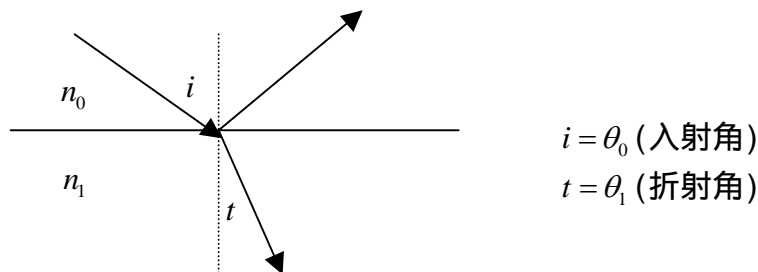
Δ 為反射光在平行入射面與垂直入射面之相位差

此為橢圓偏極參數，由此參數可推算偏極光經介質反射後介質的物理特性。

(1) 厚膜(單次反射)

由單次反射之反射係數比 $\tan \varphi \rho^{i\Delta} = \frac{r_p}{r_s} = \frac{|r_p|}{|r_s|} e^{i(\delta_p - \delta_s)}$ 、(2.38a)、(2.38b)

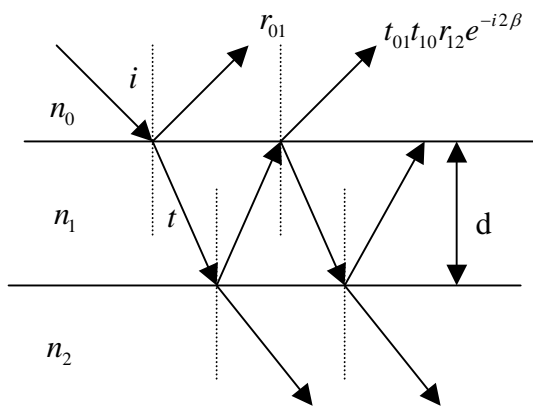
知 φ 、 Δ 與 n_0 、 n_1 、 θ_0 之函數關係。如下圖



$i = \theta_0$ (入射角)
 $t = \theta_1$ (折射角)

圖(十)

薄膜(多次反射)



圖(十一)

反射係數

$$r = r_{01} + t_{01}t_{10}r_{12}e^{-i2\beta} + t_{01}t_{10}r_{10}r_{12}^2e^{-i4\beta} + t_{01}t_{10}r_{10}^2r_{12}^3e^{-i6\beta} + \dots \quad (2.41)$$

穿透係數

$$t = t_{01}t_{12}e^{-i\beta} + t_{01}t_{12}r_{10}r_{12}e^{-i3\beta} + t_{01}t_{12}r_{10}^2r_{12}^2e^{-i5\beta} + \dots \quad (2.42)$$

$$\beta = 2\pi \left(\frac{d}{\lambda} \right) n_1 \cos \theta_1, \quad n_1 \cos \theta_1 = (n_1^2 - n_0^2 \sin^2 \theta_0)^{1/2}$$

d 待測物厚度

r_{01} 光由介質 0 入射到介質 1 的反射係數

r_{10} 光由介質 1 入射到介質 0 的反射係數

t_{01} 光由介質 0 入射到介質 1 的透射係數

t_{10} 光由介質 1 入射到介質 0 的透射係數

所以；如果為多次反射時

$$r = r_{01} + \frac{t_{01}g_{10}g_{12}e^{-i2\beta}}{1 - r_{01}g_{12}e^{-i2\beta}} \quad (2.43)$$

$$(r_{10} = -r_{01} ; t_{01}g_{10} = 1 - r_{01}^2)$$

由(2.40)式與(2.43)式可得

$$\tan \varphi e^{i\Delta} = \frac{r_{01p} + r_{12p}g_{12p}e^{-i2\beta}}{1 + r_{01p}g_{12p}e^{-i2\beta}} \frac{1 + r_{01s}g_{12s}e^{-i2\beta}}{r_{01s} + r_{12s}g_{12s}e^{-i2\beta}} \quad (2.44)$$

由上式可知 φ 、 Δ 是 n_0 、 n_1 、 n_2 、 θ_0 、 d 的相關函數。

藉由實驗值 $\tan \varphi$ 、 Δ 與已知值 n_0 、 n_2 、 θ_0 可求出待測物的折

射率 n_1 、厚度 d 。

2.6 反射光之 Stokes Parameters 與 Mueller Matrix

反射光的 Stokes Parameters

$$\begin{aligned}
 S_0' &= R_s R_s^* + R_p R_p^* \\
 S_1' &= R_s R_s^* - R_p R_p^* \\
 S_2' &= R_s R_p^* + R_p R_s^* \\
 S_3' &= i(R_s R_p^* - R_p R_s^*)
 \end{aligned} \tag{2.45}$$

又因

$$\begin{aligned}
 R_s &= \rho_s E_s \\
 R_p &= \rho_p E_p
 \end{aligned} \tag{2.46}$$

所以(2.45)式可寫成

$$\begin{aligned}
 S_0' &= (\rho_s \rho_s^*) E_s E_s^* + (\rho_p \rho_p^*) E_p E_p^* \\
 S_1' &= (\rho_s \rho_s^*) E_s E_s^* - (\rho_p \rho_p^*) E_p E_p^* \\
 S_2' &= (\rho_s \rho_p^*) E_s E_p^* + (\rho_p \rho_s^*) E_p E_s^* \\
 S_3' &= i((\rho_s \rho_p^*) E_s E_p^* - (\rho_p \rho_s^*) E_p E_s^*)
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

若寫成矩陣則可表示成

$$S' = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \rho_s \rho_s^* + \rho_p \rho_p^* & \rho_s \rho_s^* - \rho_p \rho_p^* & 0 & 0 \\ \rho_s \rho_s^* - \rho_p \rho_p^* & \rho_s \rho_s^* + \rho_p \rho_p^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_s \rho_p^* + \rho_p \rho_s^* & \rho_s \rho_p^* - \rho_p \rho_s^* \\ 0 & 0 & \rho_s \rho_p^* - \rho_p \rho_s^* & \rho_s \rho_p^* + \rho_p \rho_s^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \tag{2.48}$$

又因為

$$\rho_p = \rho_s \tan \varphi e^{i\Delta} \tag{2.49}$$

將(2.49)式代入(2.48)式；則可得

$$S' = \frac{\rho_s \rho_s^*}{2} \begin{bmatrix} 1 + \tan^2 \varphi & 1 - \tan^2 \varphi & 0 & 0 \\ 1 - \tan^2 \varphi & 1 + \tan^2 \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \tan \varphi \cos \Delta & -2 \tan \varphi \sin \Delta \\ 0 & 0 & 2 \tan \varphi \sin \Delta & 2 \tan \varphi \cos \Delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

將(2.50)式簡化為

$$S' = \frac{\rho_s \rho_s^*}{2 \cos^2 \varphi} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\varphi & 0 & 0 \\ \cos 2\varphi & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\varphi \cos \Delta & -\sin 2\varphi \sin \Delta \\ 0 & 0 & \sin 2\varphi \sin \Delta & \sin 2\varphi \cos \Delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

所以一無向性待測物 (isotropic sample) 之 Mueller Matrix 則

可表示為

$$M = \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\varphi & 0 & 0 \\ \cos 2\varphi & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\varphi \cos \Delta & -\sin 2\varphi \sin \Delta \\ 0 & 0 & \sin 2\varphi \sin \Delta & \sin 2\varphi \cos \Delta \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

2.7 偏光片方位角之判定

絕對零度方位角：

一入射光先通過偏光片入射至樣品再經由樣品反射通過析光片則可得
一出射光由光偵測器來接收。

光經過偏光片、樣品及析光片後之 Stokes vector 可表示為

$$S_f = M(A)M(\varphi, \Delta)M(P)S_0 \quad (2.53)$$

$M(\varphi, \Delta)$ 樣品

經由(2.53)式計算之後，Stokes Vector 的第一項為出射光的總亮度

I 。

$$I = I_0 (\sin^2 P \sin^2 A + \tan^2 \varphi \cos^2 P \cos^2 A + 0.5 \tan \varphi \cos \Delta \sin 2P \sin 2A) \quad (2.54)$$

假設 α 為偏光片方位角之偏差角， β 為析光片方位角之偏差角。

所量測出來的兩亮度比為

$$A = \frac{I(45^\circ + \alpha, \beta)}{I(45^\circ + \alpha, 90^\circ + \beta)} \quad (2.55)$$
$$B = \frac{I(-45^\circ + \alpha, \beta)}{I(-45^\circ + \alpha, 90^\circ + \beta)}$$

當 $\alpha, \beta < 10^\circ$ ，則由(2.55)式一階近似可寫成

$$A = \tan^2 \varphi - 2(2 \tan^2 \varphi \alpha - \sec^2 \varphi \tan \varphi \cos \Delta \beta) \quad (2.56a)$$

$$B = \tan^2 \varphi + 2(2 \tan^2 \varphi \alpha - \sec^2 \varphi \tan \varphi \cos \Delta \beta) \quad (2.56b)$$

當 β 固定於某值 β_i 時；上兩式可看出 A 與 B 對 α 呈線性關係且斜率相反。

若 $A = B = \tan^2 \varphi$ 時

$$2 \tan^2 \varphi \alpha - \sec^2 \varphi \tan \varphi \cos \Delta \beta = 0 \quad (2.57)$$

則 β 固定於某值 β_i 時，可得一 α_i 值；則此 α_i 值即為

(2.56a)(2.56b)兩式的交點。

(1) 當 $\theta_i = 45^\circ$ 時；

待測物：1050A SiO₂/Si

$$\beta = \beta_1 = -1^\circ ;$$

由 (2.56a)(2.56b)兩式可畫出 A、B 對 α 之圖

A 與 B 相交於一點時； $\alpha_1 = 0.98$ 同理當 $\beta = 0^\circ, 1^\circ$ ，則可得 α_2, α_3

(2) 當 $\theta_i = 75^\circ$ 時

重複上述步驟 $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ 得 $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ ；最後作圖 $(\alpha_i, \beta_i)_{i=1,2,3}$ 與

$(\alpha'_i, \beta'_i)_{i=1,2,3}$ 交於一點 (α, β) 此即為須校正角度。

2.8 PSA 系統求 (φ, Δ)

PSA 系統 (Polarizer Sample Analyzer) 架構為一入射光 S_i 經過偏光片 $M(P)$ 入射樣品 $M(\varphi, \Delta)$ 反射再經析光片 $M(A)$ 得一出射光 S_r ; 則矩陣乘積為

$$S_r = M(A)M(\varphi, \Delta)M(P)S_i \quad (2.58)$$

S_r 中的第一項代表強度 I ; 所以

$$I = I_0 (\sin^2 P \sin^2 A + \tan^2 \varphi \cos^2 P \cos^2 A + 0.5 \tan \varphi \cos \Delta \sin 2P \sin 2A) \quad (2.59)$$

上式中有三個未知數 , $\tan \varphi$ 、 $\cos \Delta$ 與 I_0 。故需三個方位角的亮度以推知三個未知數。

Meyer et.al 將 $P = 45^\circ$ 偏極光照射在金屬上 , 並測出反射光的分布圖 , 則所測之分布寫成下式

$$I(A) = \frac{L}{2} \cos^2 (A - \beta_0) + \frac{T}{2} \sin^2 (A - \beta_0) \quad (2.60)$$

故將 PSA 系統的亮度分布與 Meyer 的分布做比較而得橢圓偏極參數。當 $P = 45^\circ$ 時 , 亮度分布可寫為

$$I(A) = \frac{1}{2} I_0 (\sin^2 A + \tan^2 \varphi \cos^2 A + \tan \varphi \cos \Delta \sin 2A) \quad (2.61)$$

則上式可改寫成

$$I(A) = L \cos^2 (A - \beta_0) + T \sin^2 (A - \beta_0) = 0.5 [(L+T) + (L-T) \cos 2(A - \beta_0)] \quad (2.62)$$

比較(2.61)式與(2.62)式展開式及三角函數關係可得

$$\tan^2 \varphi = \frac{1 + \frac{L-T}{L+T} \cos 2\beta_0}{1 - \frac{L-T}{L+T} \cos 2\beta_0} \quad (2.63)$$

$$\cos \Delta = -\frac{\tan 2\beta_0}{\tan 2\varphi} \quad (2.64)$$

當 $A = 0^\circ$, $A = 60^\circ$, $A = 120^\circ$ 三個角度之亮度為

$$I(0) = 0.5[(L+T) + (L-T)\cos 2\beta_0] \quad (2.65)$$

$$I(60) = 0.5[(L+T) + (L-T)\cos 2(60 - \beta_0)] \quad (2.66)$$

$$I(120) = 0.5[(L+T) + (L-T)\cos 2(120 - \beta_0)] \quad (2.67)$$

由上三式可推導出

$$\tan 2\beta_0 = \frac{\sqrt{3}[I(60) - I(120)]}{2I(0) - [I(60) + I(120)]} \quad (2.68)$$

$$\frac{L-T}{L+T} \cos 2\beta_0 = \frac{2I(0) - [I(60) + I(120)]}{I(0) + I(60) + I(120)} \quad (2.69)$$

由(2.69)式代入(2.63)式可推出 φ 值, 由(2.68)式與 φ 值代入

(2.64)式可推出 Δ 值。

2.9 優化

若偏振片 P 在校正時有一誤差偏差角 α ，可令 $P = 45^\circ + \alpha$ ，析光片

A 在校正時有一誤差偏差角為則 $A + \beta$ ，(2.61)式可改成

$$\begin{aligned} I(A + \beta, \alpha) &= 0.5I_0[\sin^2(A + \beta) + \tan^2 \varphi \cos^2(A + \beta) + \\ &(\sin^2(A + \beta) - \tan^2 \varphi \cos^2(A + \beta))\cos 2\alpha + \tan \varphi \cos \Delta \sin 2A \cos 2\alpha] \\ &= L \cos^2((A + \beta) - \beta_0) + T \sin^2((A + \beta) - \beta_0) \end{aligned} \quad (2.70)$$

可推算出

$$\frac{L - T}{L + T} \cos 2(\beta_0 - \beta) = \frac{-(1 + \sin 2\alpha) + (1 - \sin 2\alpha)\tan^2 \varphi}{(1 + \sin 2\alpha) + (1 - \sin 2\alpha)\tan^2 \varphi} = RB \quad (2.71)$$

$$\tan^2 \varphi = \frac{(1 + \sin 2\alpha)(1 + RB)}{(1 - \sin 2\alpha)(1 - RB)} \quad (2.72)$$

RB 可由(2.71)式中三個角度的光強度推算出來。

同理，偏振片的方位角為 -45° 時；令 $P = -45^\circ + \alpha$

$$I'(A + \beta, \alpha) = L' \cos^2((A + \beta) - \beta_0) + T' \sin^2((A + \beta) - \beta_0) \quad (2.73)$$

$$\frac{L' - T'}{L' + T'} \cos 2(\beta_0' - \beta) = \frac{-(1 - \sin 2\alpha) + (1 + \sin 2\alpha)\tan^2 \varphi}{(1 - \sin 2\alpha) + (1 + \sin 2\alpha)\tan^2 \varphi} = RB' \quad (2.74)$$

$$\tan^2 \varphi = \frac{(1 - \sin 2\alpha)(1 + RB')}{(1 + \sin 2\alpha)(1 - RB')} \quad (2.75)$$

由(2.72)、(2.75)兩式可推算出

$$\tan \varphi = \left[\frac{(1 + RB)(1 + RB')}{(1 - RB)(1 - RB')} \right]^{1/4} \quad (2.76)$$

當 $\alpha = 0$ 時

$$\tan 2\beta_0 = -\tan 2\varphi \cos \Delta \quad (2.77)$$

$$\tan 2\beta'_0 = \tan 2\varphi \cos \Delta \quad (2.78)$$

由上兩式知： $\beta_0 + \beta'_0 = 180^\circ$ ；故取 $\bar{\beta} = \left[90^\circ - \left(\frac{\beta'_0 - \beta_0}{2} \right) \right]$

$$\text{所以 } \cos \Delta = \frac{-\tan 2\bar{\beta}}{\tan 2\varphi} \quad (2.79)$$

當 $\alpha \neq 0$ 時

$$\tan 2(\beta_0 - \beta) = -\tan 2\varphi \cos \Delta \cos 2\alpha \left(\frac{\cos 2\varphi}{\cos 2\varphi + \sin 2\alpha} \right) \quad (2.80)$$

$$\tan 2(\beta'_0 - \beta) = \tan 2\varphi \cos \Delta \cos 2\alpha \left(\frac{\cos 2\varphi}{\cos 2\varphi - \sin 2\alpha} \right) \quad (2.81)$$

$$\tan 2(\beta_0 - \beta) + \tan 2(\beta'_0 - \beta) = \tan 2\varphi \cos \Delta \cos 2\alpha \left(\frac{2\sin 2\alpha}{\cos^2 2\varphi - \sin^2 2\alpha} \right) \quad (2.82)$$

由上兩式知： $\beta_0 + \beta'_0 - 2\beta = 180^\circ + \delta$ ；故取

$$\bar{\beta} = \left[180^\circ - (\beta'_0 - \beta) + (\beta_0 - \beta) \right] / 2 = \left[180^\circ - \beta'_0 + \beta_0 \right] / 2$$

$$\text{所以 } \cos \Delta = \frac{-\tan 2\bar{\beta}}{\tan 2\varphi} \quad (2.83)$$

由上述的優化過程可推出較精確的 φ 與 Δ 。

2.10 反算方位角偏差

將(2.72)式與(2.75)兩式相除可得

$$\frac{(1 - \sin 2\alpha)}{(1 + \sin 2\alpha)} = \sqrt{\frac{(1 + RB)(1 - RB')}{(1 - RB)(1 + RB')}} = A \quad (2.84)$$

將上式整理化簡得

$$\sin 2\alpha = \frac{1 - A}{1 + A} \quad (2.85)$$

所以

$$\alpha = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{1 - A}{1 + A} \right) \quad (2.86)$$

由反算的方位角偏差角 α 角與已校正的方位角偏差角 α 角比較，

以判定此實驗數據的正確與否。

第三章 實驗步驟

3.1 實驗器材的測試與要求

由於此系統為全新的架構，所以對於雷射光的穩定度、偏光片及析光片的品質、擴束系統、CCD 的取像清晰度、CCD 對光強度的穩定度、CCD 對光強度的接受範圍、旋轉偏光片 P 後光點的偏移量及對光(不同的入射角所構成的反射面為同一平面)都要經過測試，避免對實驗產生不必要的誤差。

3.2 實驗器材及規格

雷射 (laser) : 廠商 : MELLESGRIOT ; 功率 : 5mw ; 波長 : 5435A

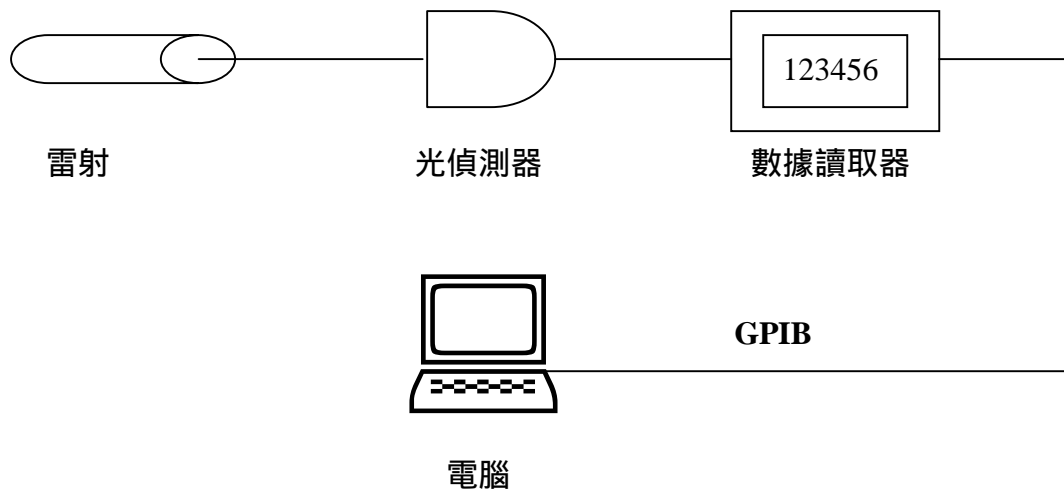
光偵測器 (detector) : 廠商 : Newport ; Model : 818-SL ; S/N : 2449

轉檯 (Two-Axis Motion Controller) : 廠商 : 宏惠 ; Model : 08THC-2 ;
NO : C99039

電子耦合偵測器 CCD (Charge-Coupled Device) : 廠商 : Sarlight
Xpress ; Model : MX516 16 bit CCD

偏光片 (polarizer) : 廠商 : MELLESGRIOT ; Model : 03 FPG 007

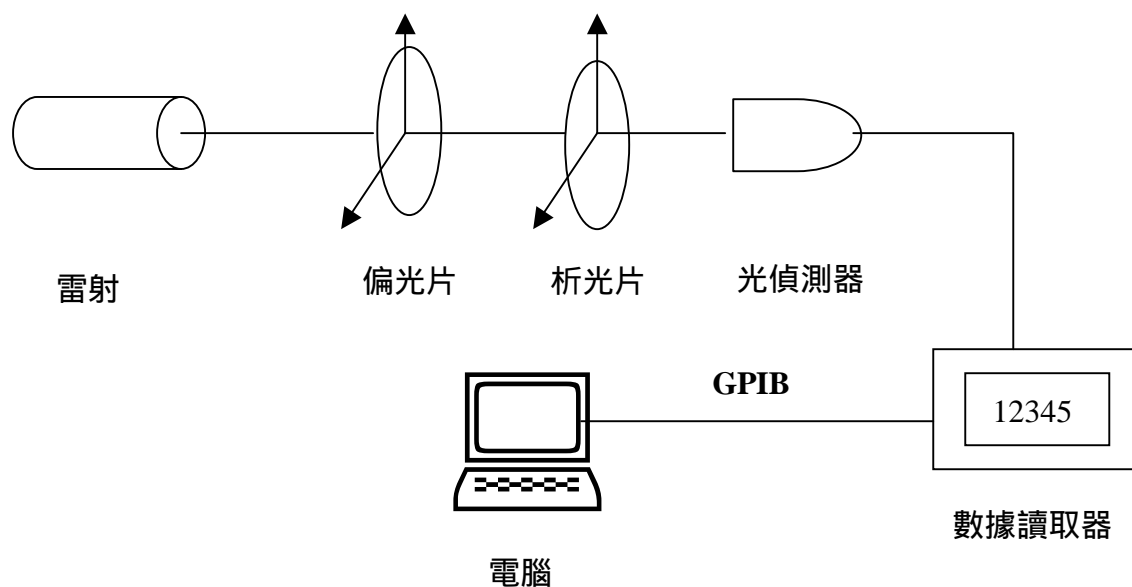
3.3 測量雷射光的穩定度



實驗有時是在開冷氣的狀態下進行，所以想對雷射光在有無冷氣下之穩定度進行了解。

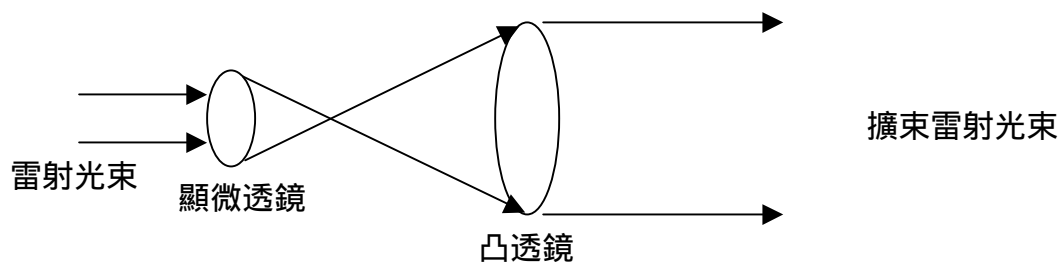
- (1) 關閉冷氣：將雷射光直接入射光偵測器，光偵測器連接數據讀取器（multimeter）再由數據讀取器外接 GPIB 將數據傳進電腦儲存，連續取值 3 小時以求穩定效果。
- (2) 開啟冷氣：重複上述步驟。分析環境溫度對實驗之影響。

3.4 測試偏光片及析光片的品質



將雷射光垂直入射偏光片及析光片由光偵測器收光，將析光片轉 360° ，每 5° 取一值，取最大值及最小值來計算。

3.5 擴束系統



雷射光經過顯微透鏡聚焦再用凸透鏡形成平行光，不同的凸透鏡可產生不同的放大倍率，此擴束系統放大率為 10 倍。

3.6 CCD 取像清晰度

CCD 的外接鏡頭焦距(f)為 100mm，取像前可先用成像公式粗略估計物距(p)與像距(q)的相對位置。

3.7 CCD 對光強度的穩定度

雷射光以高斯分布的光強度入射，當進入光學系統再至毛玻璃會有雜散的光出現，所以我們以 Gaussian Smoother Filter 的方式來恢復原來的分布狀態。故對原光強圖與 Gaussian Smoother Filter 的光強圖所計算值做比較。

(1)用 CCD 對同一光強的物體連拍 6 張，將其中一張圖作為分母，其他五張作為分子相除；比較相除後每一點光強度的變化。(2)對上述六張圖作 Gaussian Smoother Filter 處理，比較(1)(2)之結果。(3)將原光強圖與 Gaussian Smoother Filter 的光強圖對各種參數的計算。

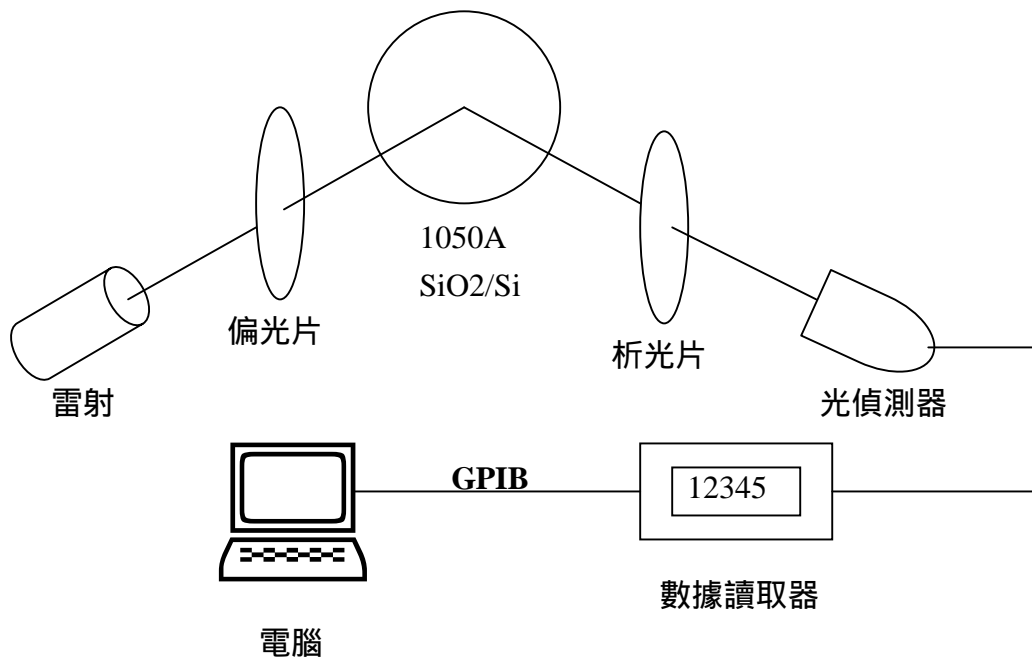
3.8 CCD 對光強度的接受範圍

將 CCD 過度曝光可得光強度的最大值，將 CCD 的鏡頭蓋蓋上可得光強度的最小值；因為實驗所取快門介於 5/1000 sec ~ 5/10 sec 之間，所以取三個快門值 5/1000 sec、5/100sec、5/10 sec 作研究。比較最大值與最小值的差值可求出我們所適用的灰階大小。

3.9 旋轉偏光片 P 後光點偏移量

雷射光垂直入射偏光片 P (旋轉角度 $+45^\circ$) 後以 70° 入射樣品後反射進入析光片 A (析光片旋轉方位角為 0° 、 60° 、 120°) 再經擴束系統由 CCD 取像及計算出最大之 φ ; 再入射偏光片 P (旋轉角度 -45°) 重複上述步驟計算出最大之 φ' 。比較 φ 及 φ' 的變化以求出偏光片由 $P = +45^\circ$ 到 $P = -45^\circ$ 毛玻璃上各個光點的移動距離。

3.10 方位角之校正



架設一個簡式橢圓儀進行微調，以 SiO_2/Si 、厚度 1050 \AA 為樣品。

(1)以入射角為 45° 入射，當光通個偏振片後在樣品上以 45° 反射再經析光片進入偵測器。

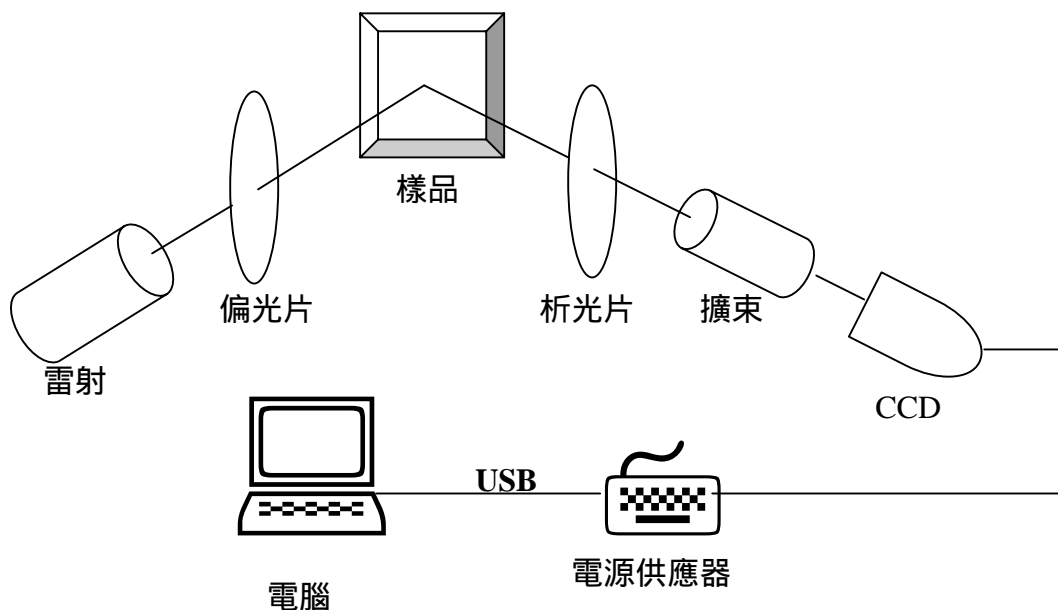
1. 將析光片 A 固定於 0° ，偏光片 P 設定在 $+45^\circ$ 轉 $-2^\circ:1^\circ:2^\circ$ ，每轉 1° 取一亮度值，再將偏光片 P 設定在 -45° 重複上述步驟。

2. 將析光片 A 固定於 90° ，偏光片 P 設定在 $+45^\circ$ 轉 $-2^\circ:1^\circ:2^\circ$ ，每轉 1° 取一亮度值，再將偏光片 P 設定在 -45° 重複上述步驟。

3. 將析光片 A 轉至 $\pm 1^\circ$ 及 $90^\circ \pm 1^\circ$ 重複步驟 (1)、(2)。

(2)以入射角為 75° 入射，重複上述步驟，再依原理即可推出偏光片及析光片的須微調角度。

3.11 量測 (φ, Δ)

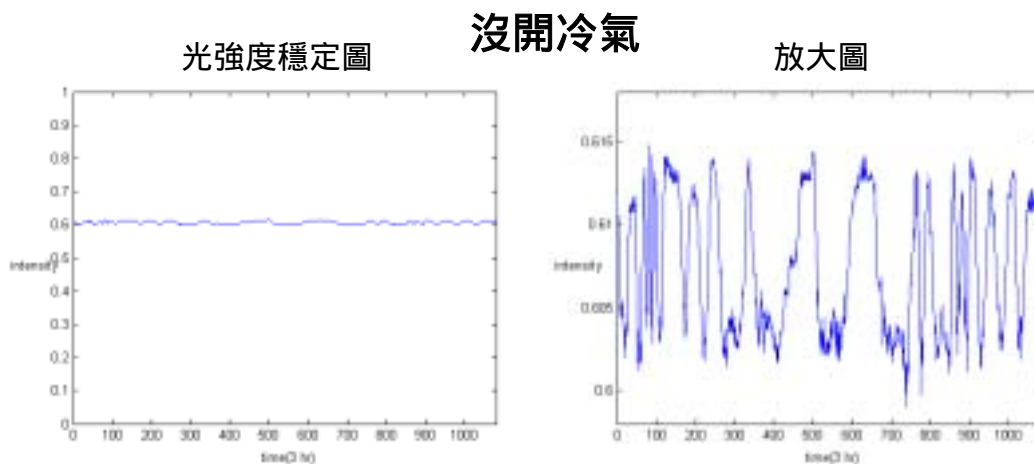


以 PSA 系統為基礎，將偏光片 P 方位角設定在 $P = +45^\circ$ ，旋轉析光片改變 A 方位角的角度，經擴束系統至毛玻璃以 CCD 取 $A = 0^\circ、60^\circ、120^\circ$ 的亮度圖 $I(0)、I(60)、I(120)$ 。利用(原理 2.8)運算，得二維的 $\tan \varphi$ 與 Δ 。再將偏光片轉至 $P = -45^\circ$ ，旋轉析光片改變 A 方位角的角度，經擴束系統至毛玻璃以 CCD 取 $A = 0^\circ、60^\circ、120^\circ$ 的亮度圖 $I'(0)、I'(60)、I'(120)$ 。利用(原理 2.8)運算，得二維的 $\tan \varphi'$ 與 Δ' 。將 $P = +45^\circ、P = -45^\circ$ 所得的亮度圖利用(原理 2.9)進行優化，則可得較佳二維之 $\tan \varphi$ 與 Δ 。將樣品的折射率代入則可推算其厚度。再將所量測三個角度的亮度去推算方位角偏差，以驗證實驗結果的正確性。

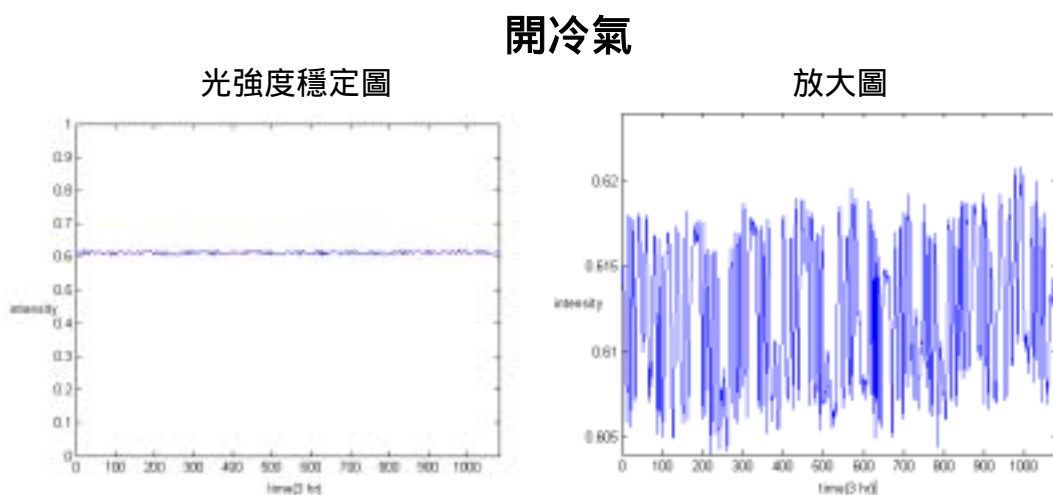
第四章 實驗結果

4.1 雷射光強度之穩定度

實驗有時是在開冷氣下進行，以下是以沒開冷氣與開冷氣的狀態對雷射光的穩定度進行測試，測試時間三小時。



由上兩圖可知，光強度以長時間來看為一穩定值，但若以短時間來看仍有微小的不規則快速震盪，震盪值為 $\pm 0.6\%$ 。



由上兩圖可知，光強度以長時間來看為一穩定值，但若以短時間來看仍有微小的不規則快速震盪，震盪值為 $\pm 1\%$ 。

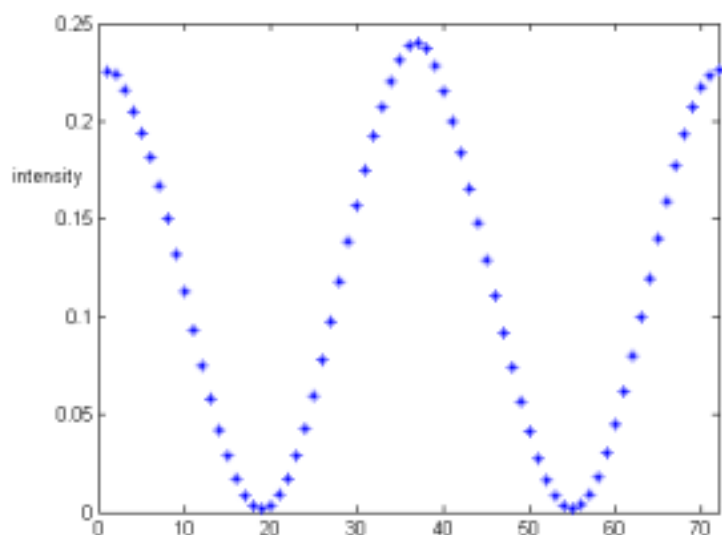
將上述開冷氣與沒開冷氣的光強平均值與標準差列表如下

空調狀態	平均值(mw)	標準差(mw)
沒開冷氣	0.607	0.004
開冷氣	0.612	0.004

由上述數據可知，雷射光在溫度變化的影響下其震盪值在 $\pm 1\%$ 以下，對我們實驗的誤差值影響不大。

4.2 偏光片及析光片的品質

將析光片旋轉 360° ，每轉 5° 取一值，取出最大值及最小值加以計算。



光強度最大值：0.233823mw

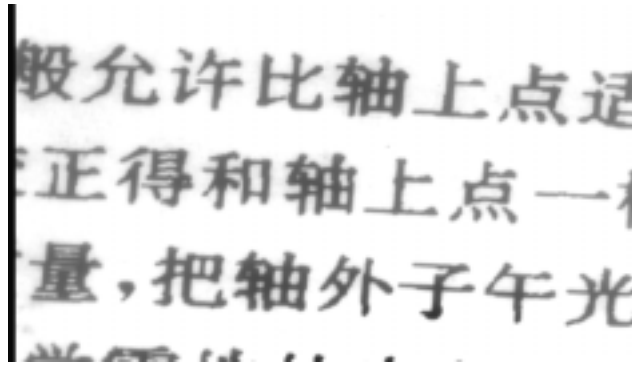
光強度最小值：0.000953mw

$$\text{degree of polarization} = \frac{P_{\max} - P_{\min}}{P_{\max} + P_{\min}} = 0.991$$

偏光片品質 = 0.996

4.3 CCD 取像清晰度

我們以大小為 12 的字作樣品拍攝，再由 CCD 上轉貼。如下圖



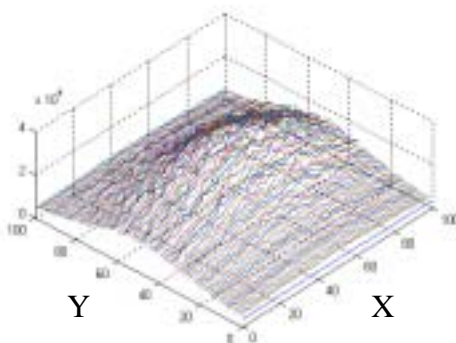
上圖中字體的清晰度佳，對於我們實驗光強度的解析亦能達到極佳的結果。

4.4 CCD 對光強度的穩定度

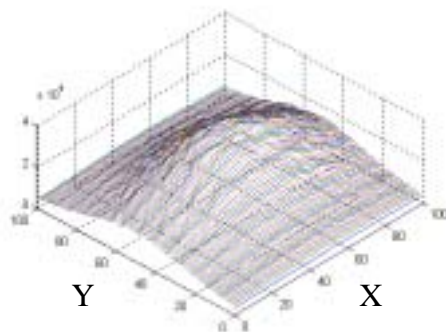
4.4.1 入射光之高斯分布二維圖

入射光以高斯分布的光強度形式入射，因為經過光學系統後出射光有雜亂的現象，以 Gaussian Smoother Filter 還原其原始狀態，下兩圖即為未經處理的入射光強與經過 Gaussian Smoother Filter 處理的入射光強之二維分布圖。

未經處理的入射光強

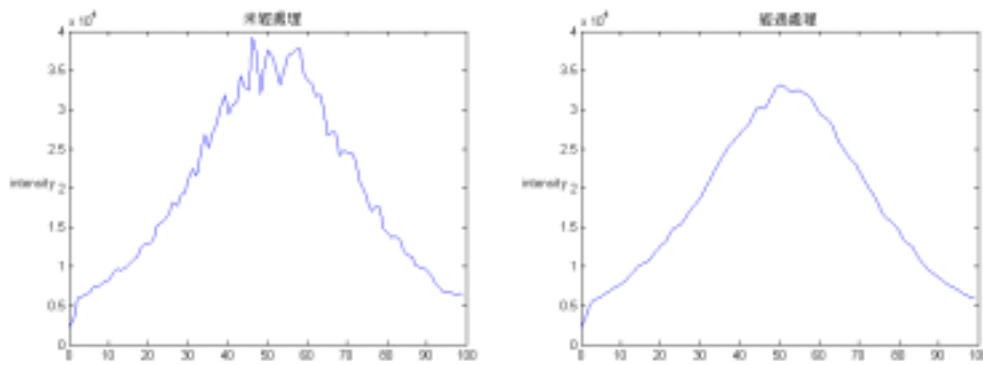


經過 Gaussian Smoother Filter 處理之入射光強



4.4.2 剖面分布圖

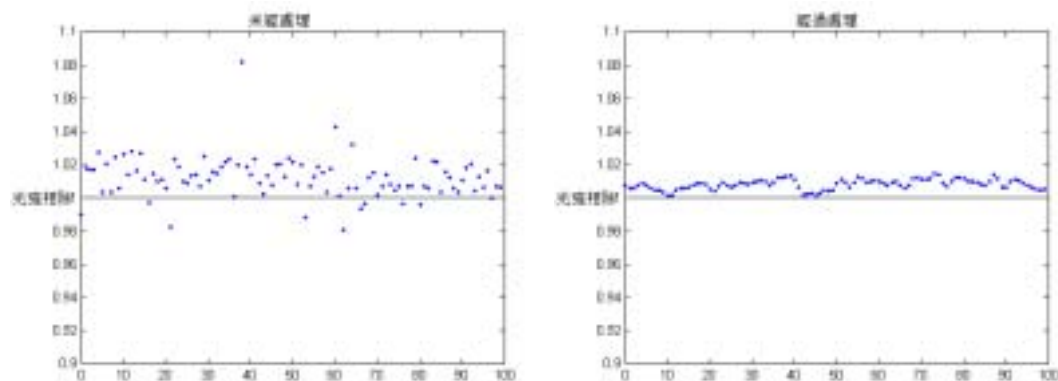
將上兩圖沿 X 軸 ($Y=50$) 取各點的光強度，如下圖



入射雷射光應為平滑高斯分布圖，但照射至毛玻璃後會造成散射而形成光強有雜亂的現象，所以用 Gaussian Smoother filter 的功能就能光強雜亂處作平滑處理以回復入射光原始狀態。

4.4.3 Gaussian Smoother Filter

將連拍的光強度圖相除，取沿 X 軸 (Y=50) 相除各點的光強度，下兩圖為各點的穩定值，比較未經處理的入射光強與經過 Gaussian Smoother Filter 處理的入射光強。



經過 Gaussian Smoother Filter 處理的入射光強穩定度高，對於數據之呈現有較佳的結果。

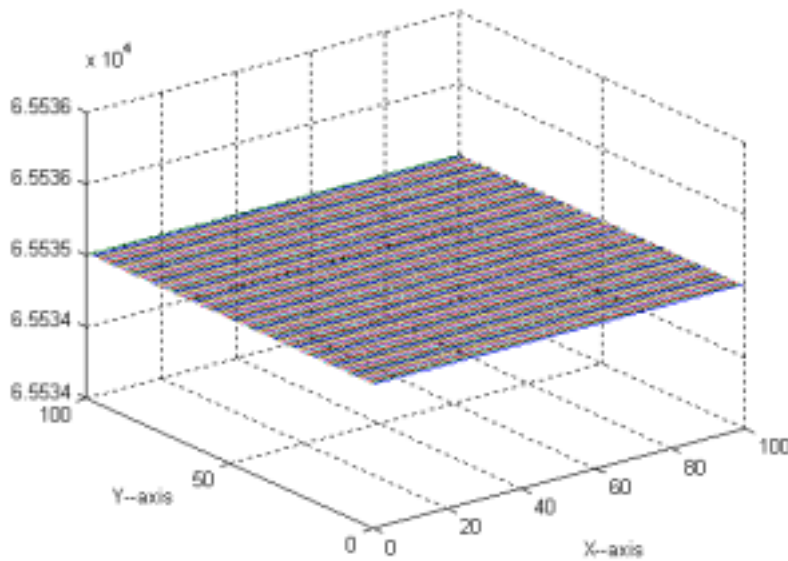
將連續取像的六張光強圖相除，取其平均值及標準差。

光強相除	未經處理		經過處理	
	平均值	標準差	平均值	標準差
I_1 / I	1.010	0.011	1.008	0.003
I_2 / I	1.002	0.008	1.000	0.002
I_3 / I	0.990	0.007	0.988	0.003
I_4 / I	1.009	0.011	1.006	0.005
I_5 / I	1.003	0.008	1.001	0.002

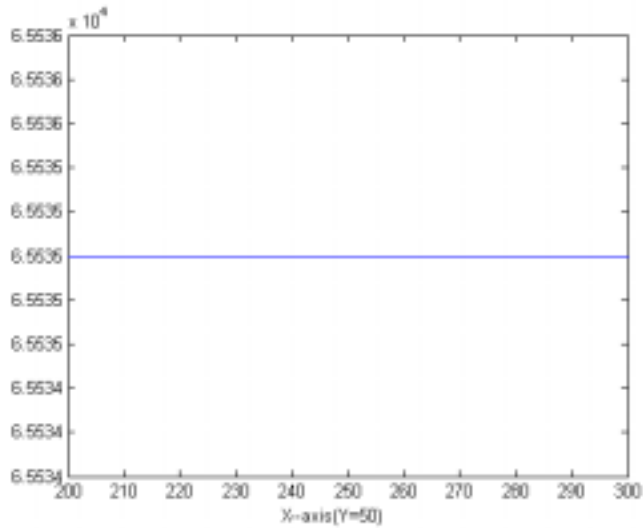
由上表可知，經過 Gaussian Smoother Filter 處理的入射光強穩定度高。

4.5 CCD 之灰階

將 CCD 過度曝光時；它的灰階 (gray level) 二維圖如下



若只取 X 方向(Y=50)來分析，剖面圖如下



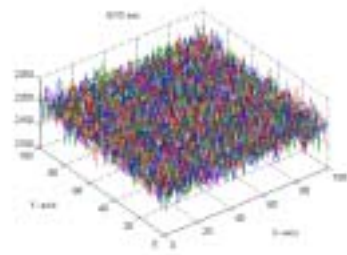
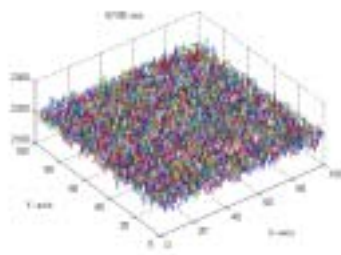
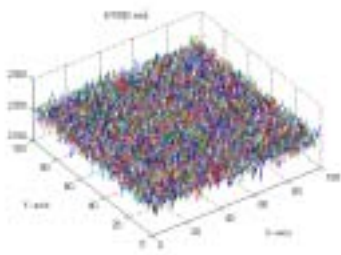
平均：65535 標準差：0

CCD 最小值時；它的灰階 (gray level) 剖面圖如下

快門：5/1000 sec

快門：5/100 sec

快門：5/10 sec

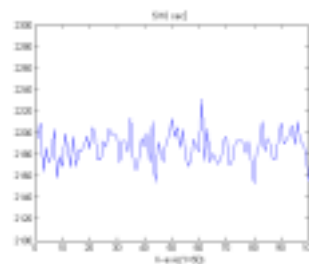
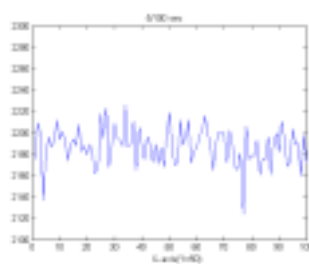
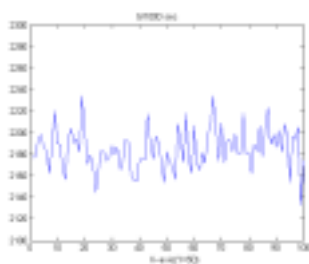


若只取 X 方向(Y=50)來分析，剖面圖如下

快門：5/1000 sec

快門：5/100 sec

快門：5/10 sec



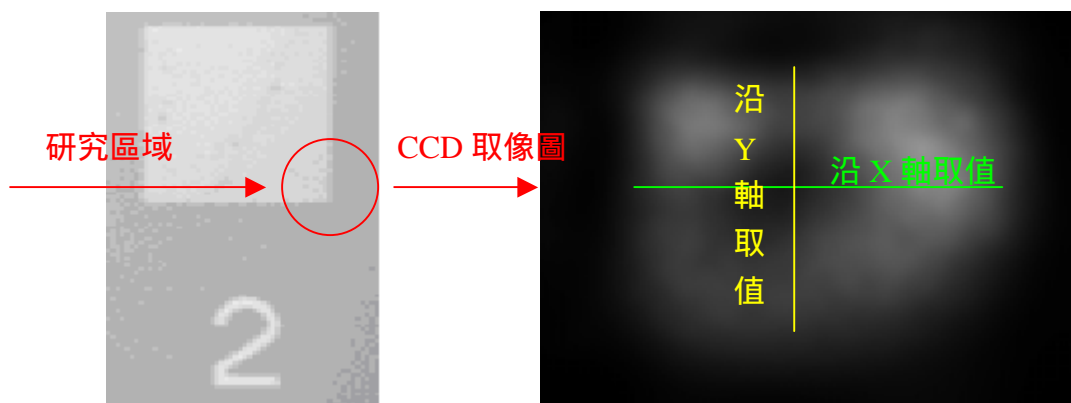
取二維圖 X 方向(Y=50)以不同快門來分析，列表如下

快門(sec)	平均值	標準差
5/1000	2185.03	18.49
5/100	2187.43	17.18
5/10	2187.01	14.26

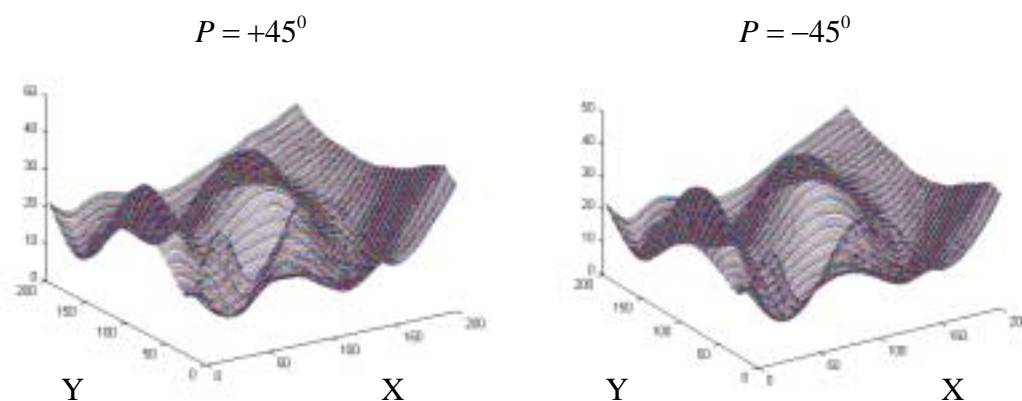
從上述可知，我們可利用的灰階範圍為 2188 ~ 65535。

4.6 旋轉偏光片 P 後光點偏移量

入射光經過偏光片旋轉後光點會有偏移的現象，造成我們因測量點的不同而有誤差，所以以偏光片旋轉後 ϕ 值相對位置來判斷光點的移動。我們取樣品的右下角作為研究的區域，如下列左圖；樣品經雷射光反射以 CCD 取像，如下列右圖。



二維圖中 $P = +45^\circ$ 與 $P = -45^\circ$ 最大 ϕ 值的相對座標位置。



將上兩圖的最大 φ 值的座標位置列於下表

方位角	最大 φ 值(度)	X	Y
$P = +45^\circ$	39.38	251	137
$P = -45^\circ$	41.13	246	146

依照上表，畫出沿 X 軸及沿 Y 軸的 φ 值

沿 X 軸取 300 點：

$P = +45^\circ$ 取點範圍 (X,Y) = (101:401,137)

$P = -45^\circ$ 取點範圍 (X,Y) = (96:396,146)

沿 Y 軸取 200 點：

$P = +45^\circ$ 取點範圍 (X,Y) = (251,37:237)

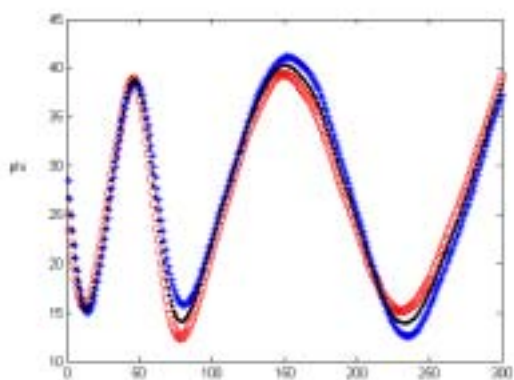
$P = -45^\circ$ 取點範圍 (X,Y) = (246,46:246)

$P = +45^\circ$: 紅線(o)

$P = -45^\circ$: 藍線(*)

優化 : 黑線(.)

沿 X 軸

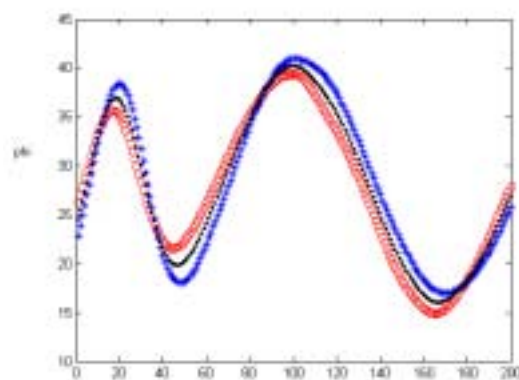


取值範圍：

$P = +45^\circ$ (x,y)=(101:401,137)

$P = -45^\circ$ (x,y)=(96:396,146)

沿 Y 軸

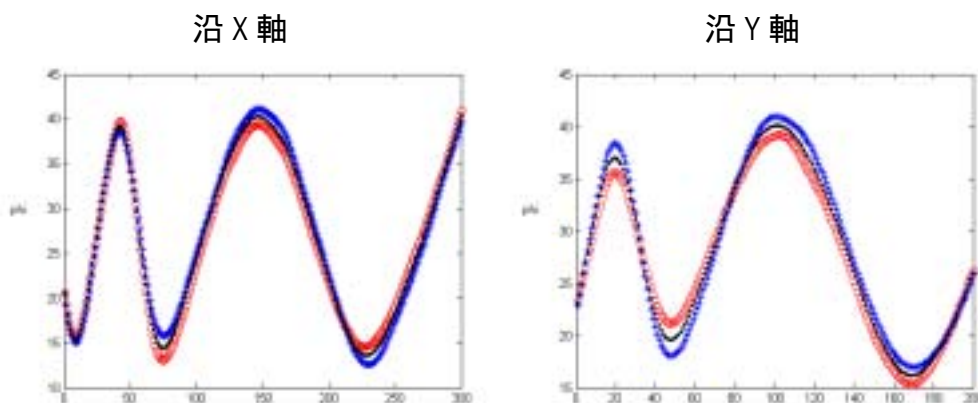


取值範圍：

$P = +45^\circ$ (x,y)=(251,37:237)

$P = -45^\circ$ (x,y)=(246,46:246)

將 $P = -45^\circ$ 沿 X 軸的 φ 值調整至最佳位置，再將沿 Y 軸的 φ 值調整至最佳位置，然後再以沿 X 軸的 φ 值驗證所調的位置是否為最佳點。



取值範圍：

$$P = +45^\circ \quad (x,y)=(101:401, 137)$$

$$P = -45^\circ \quad (x,y)=(98:398, 150)$$

取值範圍：

$$P = +45^\circ \quad (x,y)=(151,37:237)$$

$$P = -45^\circ \quad (x,y)=(248,50:250)$$

由上兩圖可知， $P = +45^\circ$ 的光點位置在 $(x,y)=(251, 137)$ 可對應 $P = -45^\circ$ 光點位置 $(x,y)=(248, 150)$ ；即由 $P = +45^\circ$ 旋轉至 $P = -45^\circ$ 的情形下，CCD 上各個光點位置會往 -x 方向移動 3 pixel、+y 方向移動 13 pixel。因為光點的偏移會造成干涉圖形光強度的變化進而造成 φ 值大小的變化，由上兩圖所示，沿 Y 軸的圖形的 φ 值的變化量明顯大於沿 X 軸的圖形的 φ 值的變化量，所以光點的沿 Y 方向的位移必大於沿 X 方向位移。

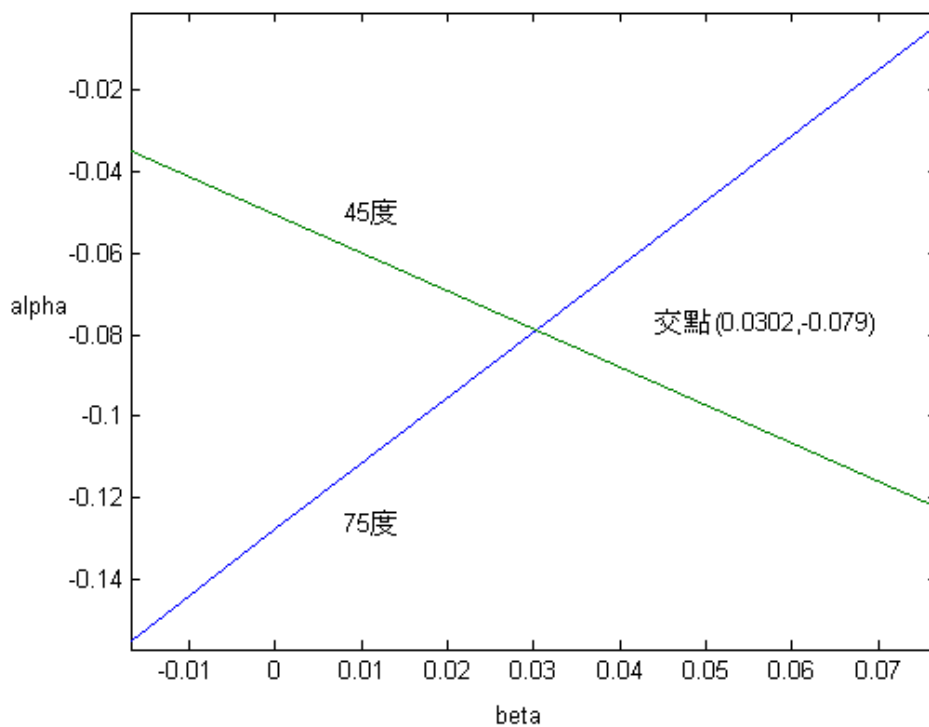
4.7 方位角之校正

下表為 1050 \AA SiO_2/Si 在入射角 45° 與 75° 下相對於 β 所測得的 α 角。

入射角度	β	α
45°	-1	0.98
	0	0.01
	1	-1.15
75°	-1	-0.52
	0	0.05
	1	0.71

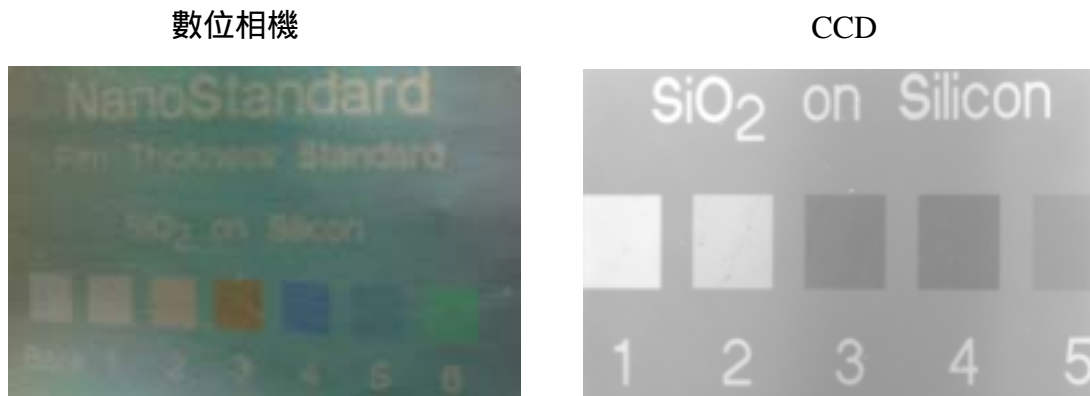
依照上表畫出 α 對 β 關係圖，且利用內插法得交點

$(\alpha, \beta) = (-0.08, 0.03)$ ， α 與 β 即為需校正的角度；如下圖所示



4.8 橢圓偏極參數 (φ, Δ) 測量結果及厚度計算

此兩張圖是樣品以數位相機及 CCD 所拍攝的照相圖，以下所研究的樣品為標示 2 的樣品。



從 CCD 上取值，則 $P = +45^\circ$ 時 $A = 0^\circ$ 、 $A = 60^\circ$ 、 $A = 120^\circ$ 最大光強度及位置與 $P = -45^\circ$ 時 $A = 0^\circ$ 、 $A = 60^\circ$ 、 $A = 120^\circ$ 最大光強度及位置，列表如下

偏光片方位角		$A = 0^\circ$	$A = 60^\circ$	$A = 120^\circ$
$P = +45^\circ$	最大光強度值	4360	25394	35169
	最大光強度位置	(293, 145)	(293, 145)	(293, 145)
$P = -45^\circ$	最大光強度值	4158	33317	25549
	最大光強度位置	(281, 171)	(281, 171)	(281, 171)

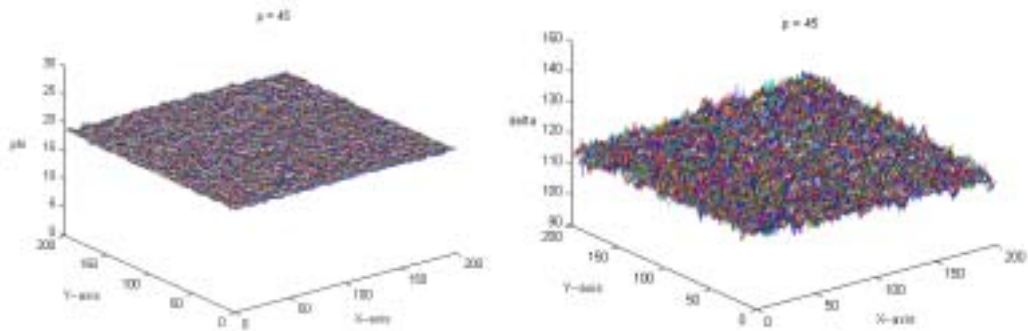
$P = +45^\circ$ 點 $(X, Y) = (293, 145)$ 對應於 $P = -45^\circ$ 點 $(X, Y) = (281, 171)$

所以各點的偏移皆以此位移來計算。

4.8.1 二維 (φ, Δ)

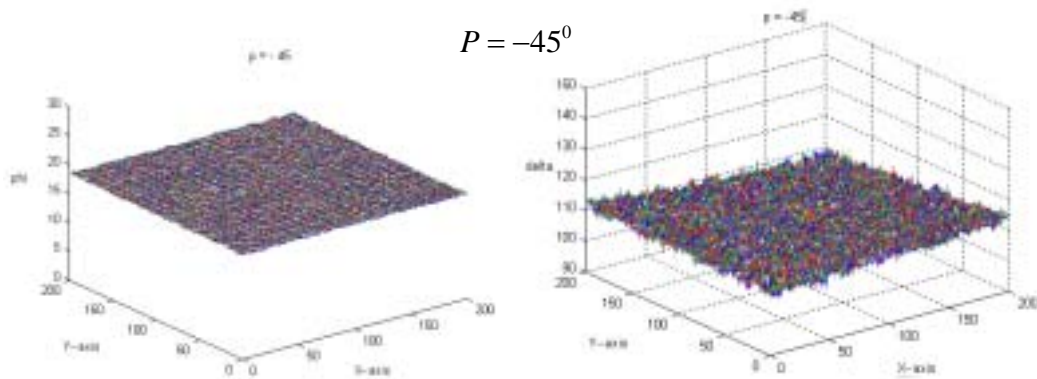
將 $p = +45^\circ$ 、 $p = -45^\circ$ 及優化的二維 φ 值與 Δ 值加以比較。

$P = +45^\circ$



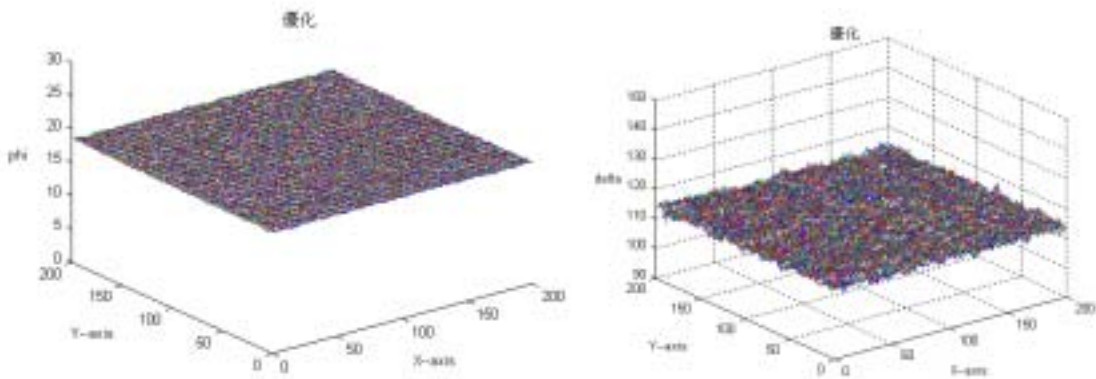
$P = +45^\circ$ 二維的 φ 值為一平面，但 Δ 值有向上升的趨勢，且震盪點較大。

$P = -45^\circ$



$P = -45^\circ$ 二維的 φ 值為一平面，但 Δ 值有向下降的趨勢，且震盪點較大。

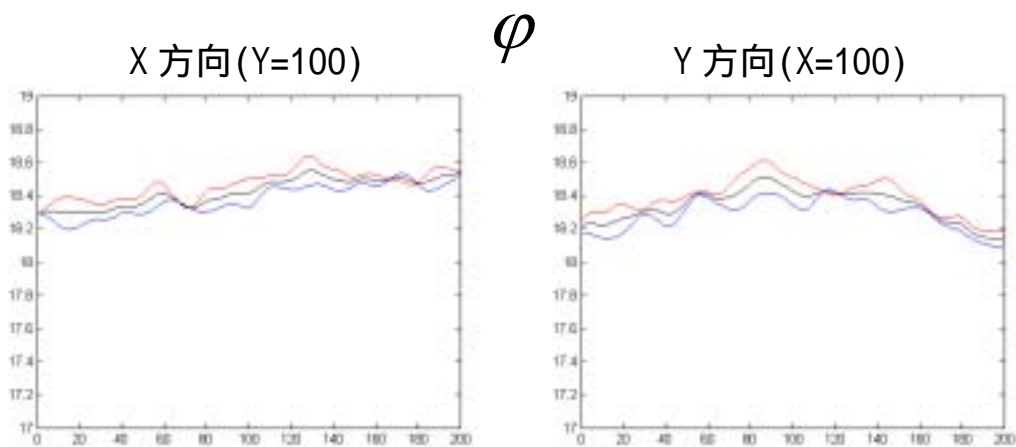
優化



經過優化之後 φ 值與 Δ 值皆為一平面，但 Δ 值的震盪點明顯比 φ 值大。

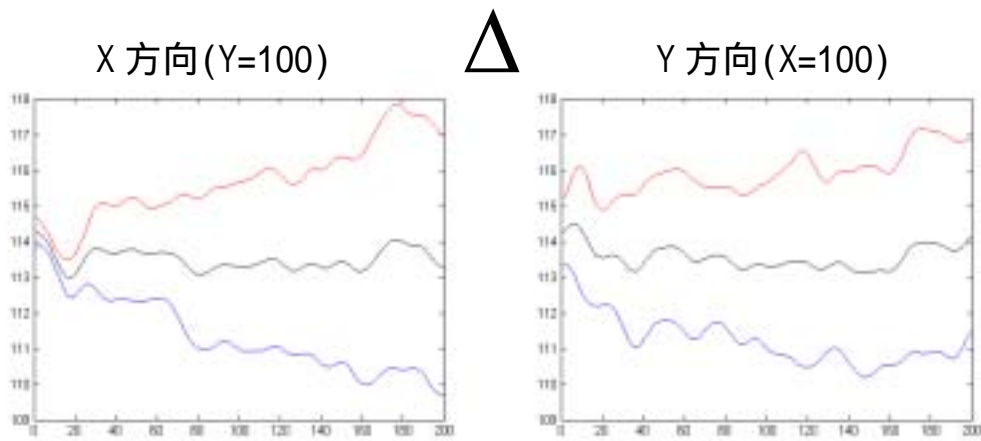
4.8.2 剖面 (φ, Δ) 圖

將上述之二維圖取 X 方向 ($Y=100$) 及 Y 方向 ($X=100$) 來分析。



將上兩圖的各線的平均值及標準差列於下表

		X 方向 ($Y=100$)		Y 方向 ($X=100$)	
偏光片之角度	顏色及位置	平均(度)	標準差(度)	平均(度)	標準差(度)
$p = +45^{\circ}$	紅(上)	18.47	0.08	18.39	0.11
$p = -45^{\circ}$	藍(下)	18.38	0.09	18.29	0.10
優化	黑(中)	18.42	0.08	18.34	0.10



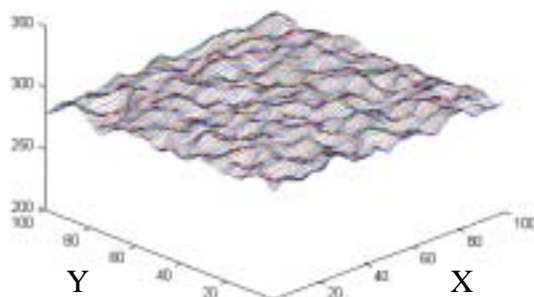
由沿 X 方向的圖可知, $P = +45^{\circ}$ 的 Δ 值有明顯往上升, $P = -45^{\circ}$ 的 Δ 值有明顯往下降的趨勢。這是因為析光片方位角偏差 β 所造成 Δ 值的誤差。此誤差可由優化的方式能將此誤差克服。

將上兩圖的各線的平均值及標準差列於下表

偏光片之角度	顏色及位置	X 方向(Y=100)		Y 方向(X=100)	
		平均(度)	標準差(度)	平均(度)	標準差(度)
$p = +45^{\circ}$	紅(上)	115.71	1.08	115.95	0.57
$p = -45^{\circ}$	藍(下)	111.34	1.04	111.22	0.68
優化	黑(中)	113.50	0.28	113.55	0.33

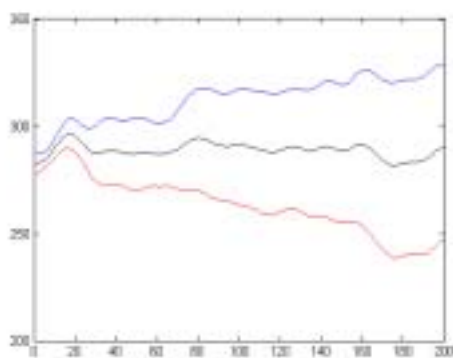
4.8.3 厚度計算

二維厚度圖

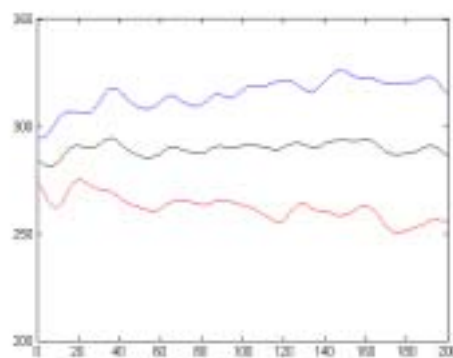


剖面圖

X 方向(Y=100)



Y 方向(X=100)



將上兩圖的各線的平均值及標準差列於下表

		X 方向(Y=100)		Y 方向(X=100)	
偏光片之角度	顏色及位置	平均(\AA)	標準差(\AA)	平均(\AA)	標準差(\AA)
$p = +45^\circ$	紅(上)	263	13	262	6
$p = -45^\circ$	藍(下)	313	10	315	7
優化	黑(中)	289	3	290	3

*精密儀器中心量測出來的數據：厚度值 = $297 \pm 6 \text{\AA}$

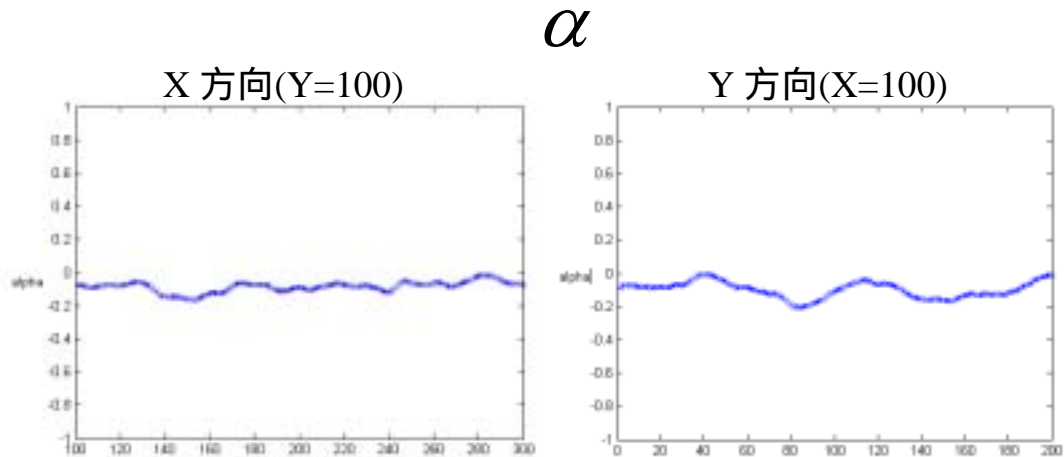
Standard Deviation.: 6.578E-4

Angle(deg): 75.408011 \pm 0.000429

Thick (μm): 0.029715 \pm 0.000584

4.10 反算方位角偏差

以上述的 $P = +45^\circ$ 與 $P = -45^\circ$ 所取的三個角度各點的亮度值取 X 方向 (Y=100) 及 Y 方向 (X=100) 來計算方位角 α 的誤差



將上兩圖的各線的平均值及標準差列於下表

取值方向	平均(度)	標準差(度)
X 方向(Y=100)	-0.10	0.05
Y 方向(X=100)	-0.08	0.03

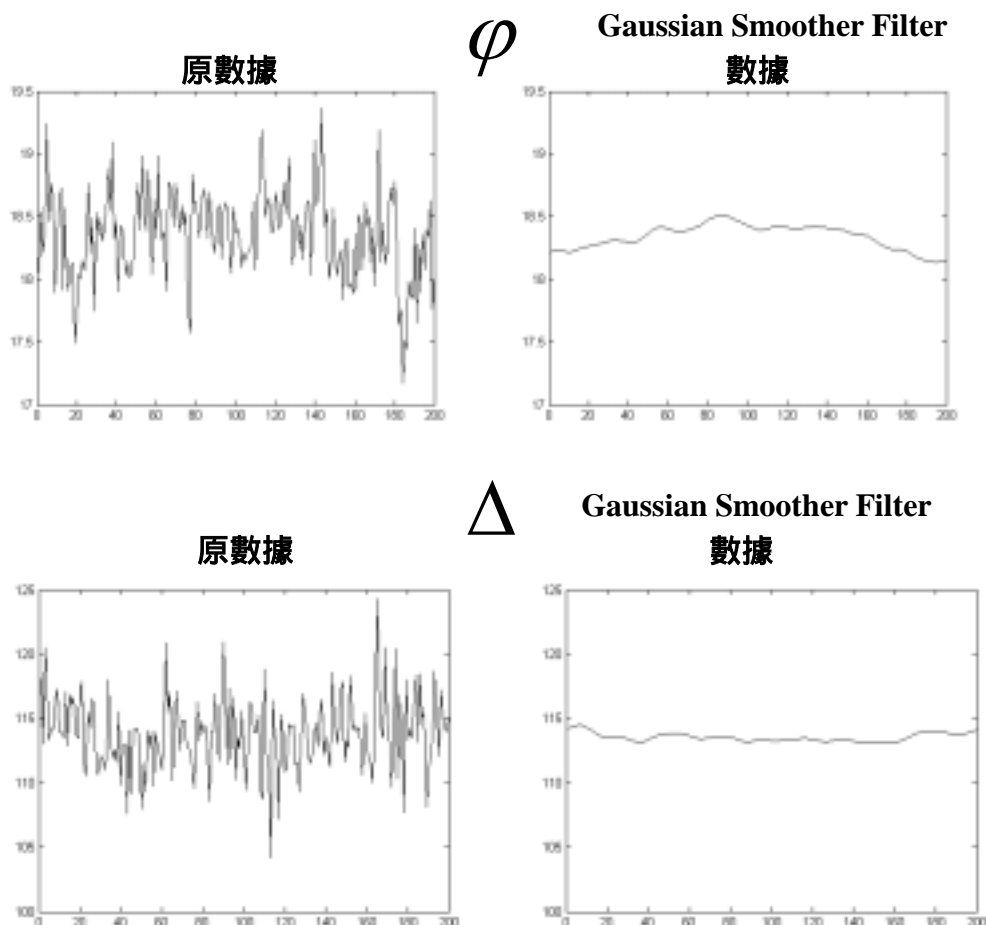
我們在做對光校正時偏光片穿透軸與入射平面的方位角偏差角校正的最佳值 $\alpha = -0.08^\circ$ ，而我們以量測的光強度值反推沿 X 軸 $\alpha = -0.1^\circ$ 、沿 Y 軸 $\alpha = -0.08^\circ$ 與校正值相當。

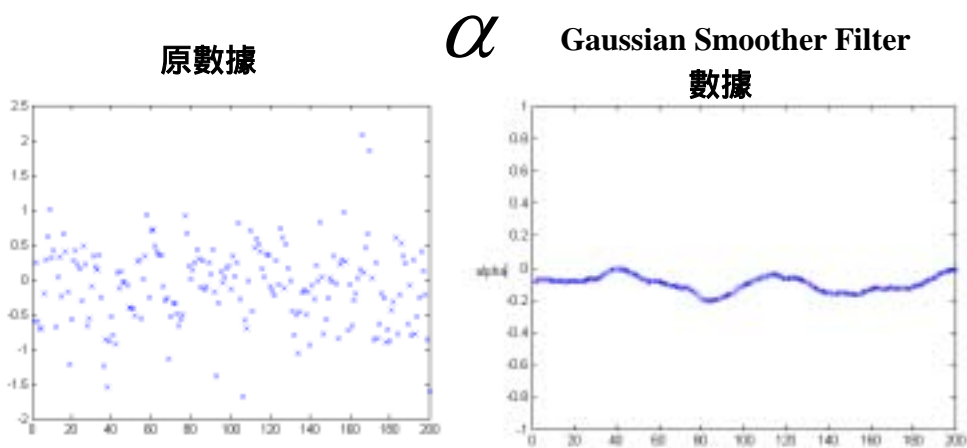
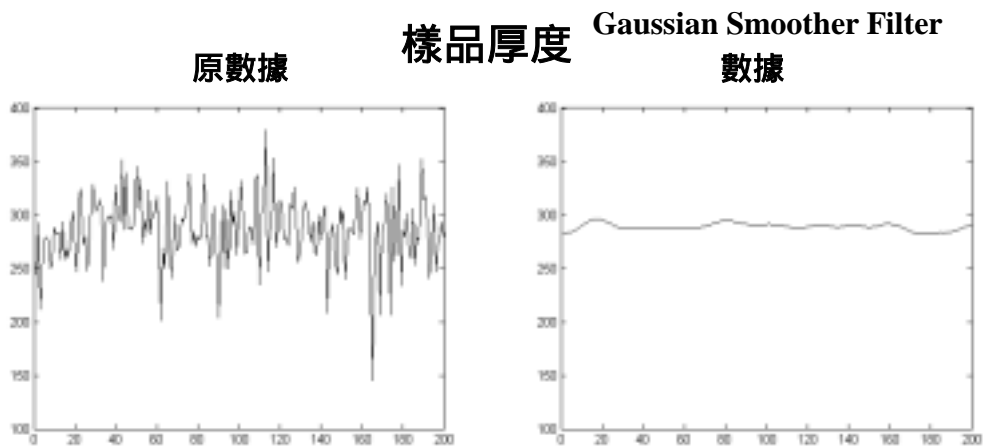
$\alpha \neq 0^\circ$ 對於 φ 值而言， φ 值只與量測的三個角度下的光強度有關，雖然 (α, β) 值的大小會影響到量測的三個角度下的光強度只是對於 φ 值影響有限，；故優化 φ 值為一相當準確的值。對於 Δ 值而言， (α, β) 值的大小會影響到量測的三個角度下的光強度，且在光強度相減情況下差異性更大，而且優化的過程中是假設 $\alpha = 0^\circ$ 所以

$\beta_0 + \beta'_0 = 180^\circ$, 但實驗的 $\alpha = -0.08^\circ$, 計算中心點值為 $\beta_0 - \beta = 9.04^\circ$ 、
 $\beta'_0 - \beta = 172.55^\circ$ 所以 $\beta_0 + \beta'_0 - 2\beta = 181.59^\circ \neq 180^\circ$, $\beta = -0.8^\circ$, $\bar{\beta} = 8.25^\circ$ 與 β
 無關, 則所得優化的 Δ 值為一準確值。但從 $P = +45^\circ$ 、 $P = -45^\circ$ 及優化的 Δ 值可看出, β 會影響 $P = +45^\circ$ 、 $P = -45^\circ$ 與優化 Δ 值的誤差量。

4.11 原數據與 Gaussian Smoother Filter 數據之比較

我們沿 Y 軸 ($X=100$) 取原數據與 Gaussian Smoother Filter 數據取剖面的 φ 、 Δ 、樣品厚度及 α 做比較。





將上述圖形取平均值與標準差，列表如下

	原數據		Gaussian Smoother Filter 數據	
	平均值	標準差	平均值	標準差
φ	18.37	0.35	18.34	0.10
Δ	113.83	2.85	113.55	0.33
樣品厚度	285	31	290	3
α	-0.09	0.56	-0.08	0.03

Gaussian Smoother Filter 對於數據的處理可去除光學系統中的灰塵或其他原因所造成的雜散光，使我們能更清楚得知道所測樣品的原始狀態。

第五章 討論與結論

傳統歸零式橢圓儀都有一補波片，但我們為了避免補波片造成色散現象而以無補波片的簡式橢圓儀為基礎設計而成的二維影像掃描式橢圓儀。同時做好實驗儀器的校正與測試(如光強穩定度、偏光片品質、確實對光等)，便可使實驗誤差在我們容許的範圍內。

由於偏光片與析光片之方位角精確與否影響 φ 值與 Δ 值，雖然我們有一優化的方法可解決方位角偏差的問題，但此方法只能得到一較精確的 φ 值，而 Δ 值卻受到校正誤差的影響，因此無法將 Δ 值優化出更好的結果，所以校正方位角是一項重要的步驟；同時我們也可以以三個角度之亮度反算偏光片之方位角誤差。

我們是以 CCD 為偵測儀，所以我們以量測的橢圓偏極參數 (φ, Δ) 可推算出薄膜二維的厚度，亦可以三個角度之亮度推算薄膜上各點的方位角偏差。因旋轉偏光片而造成的入射角偏差也可由相對應的 φ 值而得到解決。我們將所量測的數值與精密量測中心所量測的數值比較相近，且可以二維的方式表示為最大功用，若能配合即時量測更可開創其在工業上的實用性。

參考文獻

- [1] Edward Collett , ' POLARIZED LIGHT ' , cpt1 and pp21-89
- [2] Edward Collett , ' POLARIZED LIGHT ' , cpt1 and pp546-554
- [3] Erhard Meyer , Heike Frede , and Hans Knof , ' Optical Effect in Metal : Application of a Least-Squares Method to Measurement on Gold and Silver ' , J.Appl.Phys.Vol.38 , No.9(1967) , pp3682-3684
- [4] Y.F.Chao and W.F.Hsieh , ' Charge-Coupled device polarimetry and its measurement of the Stokes vector of light transmitted by a polymer plate ' , Applied Optical Vol.30 , No.28(1991) , pp4012-4013
- [5] A. H. Liu , P. C. Wayner , Jr. , and J. L. Plawsky , ' Image scanning ellipsometry for measuring nonuniform film thickness profiles ' , Applied Optics Vol.33 , No.7(1994) , pp1223-1229
- [6] Y. F. Chao , C. S. Wei , W. C. Lee , S. C. Lin , and T. S. Chao , ' The ellipsometric measurements on SiO_2 by intensity ratio technique ' , SPIE proceeding 2265 (1994) 171-180
- [7] 李文智, ' PSA 簡式橢圓儀 ' , 國立交通大學光電所碩士論文,1995,P22-23
- [8] Y. F. Chao , W. C. Lee , C. S. Hung and J. J. Lin , ' A three-intensity technique for polarizer-sample-analyser photometric ellipsometry and polarimetry ' , Appl. Phys.31(1998)1968-1974

附錄(一)

程式

MATLAB

程式(一)

同時畫出 2D 的 $P = + 45$ 、 $P = - 45$ 及優化之 ϕ 與 Δ

```
clear all;
fid=fopen('pa0l.txt');
pa=fscanf(fid,'%g');
fclose(fid);
fid=fopen('pa60l.txt');
pb=fscanf(fid,'%g');
fclose(fid);
fid=fopen('pa120l.txt');
pc=fscanf(fid,'%g');
fclose(fid);
fid=fopen('sa0l.txt');
sa=fscanf(fid,'%g');
fclose(fid);
fid=fopen('sa60l.txt');
sb=fscanf(fid,'%g');
fclose(fid);
fid=fopen('sa120l.txt');
sc=fscanf(fid,'%g');
fclose(fid);
for i=1:1:512;
    pa1=pa(i);
pb1=pb(i);
pc1=pc(i);
sa1=sa(i);
sb1=sb(i);
sc1=sc(i);
pRB(i)=((2*pa1-(pb1+pc1))./(pa1+pb1+pc1));
sRB(i)=((2*sa1-(sb1+sc1))./(sa1+sb1+sc1));
tanphi1(i)=sqrt(((1+pRB(i)).*(1+sRB(i)))./((1-pRB(i)).*(1-sRB(i))));
```

```

tanphi(i)=sqrt(tanphi1(i));
phi(i)=atan(tanphi(i)).*180/pi;
tanbeta1(i)=(sqrt(3)*(pb1-pc1))./(2*pa1-(pb1+pc1));
tanbeta2(i)=(sqrt(3)*(sb1-sc1))./(2*sa1-(sb1+sc1));
beta1(i)=atan(tanbeta1(i))*180/(2*pi);
beta2(i)=atan(tanbeta2(i))*180/(2*pi);
beta(i)=(180-beta2(i)+beta1(i))./2;
cosdel ta(i)=-(tan(2*beta(i)*pi/180))./tan(2*phi(i)*pi/180);
del ta(i)=acos(cosdel ta(i))*180/pi;
end
for i=1:1:512;
pa1=pa(i);
pb1=pb(i);
pc1=pc(i);
sa1=sa(i);
sb1=sb(i);
sc1=sc(i);
pRB(i)=((2*pa1-(pb1+pc1))./(pa1+pb1+pc1));
sRB(i)=((2*sa1-(sb1+sc1))./(sa1+sb1+sc1));
pPHI2(i)=(1+pRB(i))./(1-pRB(i));
sPHI2(i)=(1+sRB(i))./(1-sRB(i));
pPHI(i)=sqrt(pPHI2(i));
sPHI(i)=sqrt(sPHI2(i));
PHIp(i)=atan(pPHI(i));
PHIs(i)=atan(sPHI(i));
PHI2p(i)=(2*pPHI(i));
PHI2s(i)=(2*sPHI(i));
p2B0(i)=(sqrt(3)*(pb1-pc1))./(2*pa1-(pb1+pc1));
s2B0(i)=(sqrt(3)*(sb1-sc1))./(2*sa1-(sb1+sc1));
pB0(i)=atan(p2B0(i))./2+pi/2;
sB0(i)=atan(s2B0(i))./2+pi/2;
pCOSDEL(i)=-(p2B0(i))./tan(PHI2p(i));
sCOSDEL(i)=(s2B0(i))./tan(PHI2s(i));
pDEL(i)=acos(pCOSDEL(i));
sDEL(i)=acos(sCOSDEL(i));
pB0D(i)=pB0(i).*180/pi;
sB0D(i)=sB0(i).*180/pi;
pPHID(i)=PHIp(i).*180/pi;

```

```

sPHID(i)=PHIs(i). *180/pi;
pDELD(i)=pDEL(i). *180/pi;
sDELD(i)=sDEL(i). *180/pi;
end
i=1:1:512;
figure(1)
plot(i,pPHID(i), 'r', i, sPHID(i), 'b', i, phi(i), 'k')
figure(2)
plot(i,pDELD(i), 'r', i, sDELD(i), 'b', i, del ta(i), 'k')

```

程式(二)

同時畫出 3D 的 $P = + 45$ 、 $P = - 45$ 之 φ 與 Δ

```

clear all;
data1=fitsread('pa0b.fit');
data2=fitsread('pa60b.fit');
data3=fitsread('pa120b.fit');
data4=fitsread('sa0b.fit');
data5=fitsread('sa60b.fit');
data6=fitsread('sa120b.fit');
pa=data1(90:2:250,150:2:310);
pb=data2(90:2:250,150:2:310);
pc=data3(90:2:250,150:2:310);
sa=data4(40:2:200,170:2:330);
sb=data5(40:2:200,170:2:330);
sc=data6(40:2:200,170:2:330);
for i=1:80;
    j=1:80;
pa1=pa(i,j);
pb1=pb(i,j);
pc1=pc(i,j);
sa1=sa(i,j);
sb1=sb(i,j);
sc1=sc(i,j);

pRB(i,j)=((2*pa1-(pb1+pc1))./(pa1+pb1+pc1));
sRB(i,j)=((2*sa1-(sb1+sc1))./(sa1+sb1+sc1));
pPHI2(i,j)=(1+pRB(i,j))./(1-pRB(i,j));

```

```

sPHI2(i,j)=(1+sRB(i,j))./(1-sRB(i,j));
pPHI(i,j)=sqrt(pPHI2(i,j));
sPHI(i,j)=sqrt(sPHI2(i,j));
PHIp(i,j)=atan(pPHI(i,j));
PHIs(i,j)=atan(sPHI(i,j));
PHI2p(i,j)=(2*pPHI(i,j))./(1-pPHI2(i,j));
PHI2s(i,j)=(2*sPHI(i,j))./(1-sPHI2(i,j));
p2B0(i,j)=(sqrt(3)*(pb1-pc1))./(2*pa1-(pb1+pc1));
s2B0(i,j)=(sqrt(3)*(sb1-sc1))./(2*sa1-(sb1+sc1));
pB0(i,j)=atan(p2B0(i,j))./2+pi/2;
sB0(i,j)=atan(s2B0(i,j))./2+pi/2;
pCOSDEL(i,j)=-(p2B0(i,j))./(PHI2p(i,j));
sCOSDEL(i,j)=(s2B0(i,j))./(PHI2s(i,j));
pDEL(i,j)=acos(pCOSDEL(i,j));
sDEL(i,j)=acos(sCOSDEL(i,j));
pBOD(i,j)=pB0(i,j).*180/pi;
sBOD(i,j)=sB0(i,j).*180/pi;
pPHID(i,j)=PHIp(i,j).*180/pi;
sPHID(i,j)=PHIs(i,j).*180/pi;
pDELD(i,j)=pDEL(i,j).*180/pi;
sDELD(i,j)=sDEL(i,j).*180/pi;
    end
f1=reshape(pPHID,80,80);
f2=reshape(sPHID,80,80);
f3=reshape(pDELD,80,80);
f4=reshape(sDELD,80,80);
k=1;s=1;
for i=1:80;
    c(k)=i;
    k=k+1;
    for j=1:80;
        d(s)=j;
        s=s+1;
    end
end
e=reshape(d,80,80);
e1=transpose(e);
figure(1)

```

```

plot3(e,e1,f1)
figure(2)
plot3(e,e1,f2)
figure(3)
plot3(e,e1,f3)
figure(4)
plot3(e,e1,f4)
rotate3d on
grid on

```

程式(三)

畫出 3D 的優化之 φ 與 Δ

```

clear all;
data1=fitsread('pa0b.fit');
data2=fitsread('pa60b.fit');
data3=fitsread('pa120b.fit');
data4=fitsread('sa0b.fit');
data5=fitsread('sa60b.fit');
data6=fitsread('sa120b.fit');
pa=data1(80:2:280,1:4:400);
pb=data2(80:2:280,1:4:400);
pc=data3(80:2:280,1:4:400);
sa=data4(50:2:250,1:4:400);
sb=data5(50:2:250,1:4:400);
sc=data6(50:2:250,1:4:400);
for i=1:100;
    j=1:100;
        pa1=pa(i,j);
pb1=pb(i,j);
pc1=pc(i,j);
sa1=sa(i,j);
sb1=sb(i,j);
sc1=sc(i,j)
pRB(i,j)=((2*pa1-(pb1+pc1))./(pa1+pb1+pc1));
sRB(i,j)=((2*sa1-(sb1+sc1))./(sa1+sb1+sc1));
tanphi1(i,j)=sqrt(((1+pRB(i,j)).*(1+sRB(i,j)))./((1-pRB(i,j)).*(1-sRB(
i,j)))));

```



```

tanphi(i,j)=sqrt(tanphi1(i,j));
phi(i,j)=atan(tanphi(i,j)).*180/pi;
tanbeta1(i,j)=(sqrt(3)*(pb1-pc1))./(2*pa1-(pb1+pc1));
tanbeta2(i,j)=(sqrt(3)*(sb1-sc1))./(2*sa1-(sb1+sc1));
beta1(i,j)=atan(tanbeta1(i,j))*180/(2*pi);
beta2(i,j)=atan(tanbeta2(i,j))*180/(2*pi);
beta(i,j)=(180-beta2(i,j)+beta1(i,j))./2;
cosdel ta(i,j)=-(tan(2*beta(i,j)*pi/180))./tan(2*phi(i,j)*pi/180);
del ta(i,j)=acos(cosdel ta(i,j))*180/pi;
    end
f1=reshape(phi,100,100);
f2=reshape(del ta,100,100);
k=1;s=1;
for i=1:100;
    c(k)=i;
    k=k+1;
    for j=1:100;
        d(s)=j;
        s=s+1;
    end
end
end
e=reshape(d,100,100);
e1=transpose(e);
figure(1)
plot3(e,e1,f1)
figure(2)
plot3(e,e1,f2)
rotate3d on
grid on

```

程式(四)

取出光強圖中最亮點之位置

```

clear all;
data1=fitsread('mpa0b.fit');
pa=data1(1:1:290,1:1:512);
x1=max(max(data1))
[i,j]=find(pa>x1-1)

```

```

data2=fitsread('mpa60b.fit');
pb=data2(1:1:290,1:1:512);
x2=max(max(data2))
[i,j]=find(pb>x2-1)
data3=fitsread('mpa120b.fit');
pc=data3(1:1:290,1:1:512);
x3=max(max(data3))
[i,j]=find(pc>x3-1)
data4=fitsread('msa0b.fit');
pd=data4(1:1:290,1:1:512);
y1=max(max(data4))
[i,j]=find(pd>y1-1)
data5=fitsread('msa60b.fit');
pe=data5(1:1:290,1:1:512);
y2=max(max(data5))
[i,j]=find(pe>y2-1)
data6=fitsread('msa120b.fit');
pf=data6(1:1:290,1:1:512);
y3=max(max(data6))
[i,j]=find(pf>y3-1)

```

程式(五)

計算 α 值

```

fid=fopen('a1.m');
data=fscanf(fid,'%g');
fclose(fid);
i=1:5;
x(i)=data(i)./data(i+5);
y(i)=data(i+10)./data(i+15);
s=i-3;
p1=polyfit(s,x(i),1)
p2=polyfit(s,y(i),1)
t1=s.*p1(1)+p1(2)
t2=s.*p2(1)+p2(2)
plot(s,x(i),'o',s,y(i),'x',s,t1,s,t2)

```

程式(六)

畫出 α 對 β 關係圖

```
clear all;
x1=[1 2 3];
y1=[-1 0 1];
x2=[3 2 1];
y2=[-1 0 1];
p1=polyfit(x1,y1,1);
p2=polyfit(x2,y2,1);
x=-3:3;
t1=p1(1).*x+p1(2);
t2=p2(1).*x+p2(2);
plot(x,t1,x,t2)
```

程式(七)

取出偏光片光軸與析光片光軸相對偏差角

```
clear all;
fid=fopen('x0.txt');
pa=fscanf(fid,'%g');
fclose(fid);
i0=pa(1);
i60=pa(5);
i120=pa(7);
I1=i0+i60+i120;
Ia=(2*i0-i60-i120)./I1;
Ib=3^0.5*(i60-i120)./I1;
phi1=0.5*atan((Ib/Ia))*180/pi
```

程式(八)

計算 α 之誤差角

```
clear all;
fid=fopen('pa0le.txt');
pab=fscanf(fid,'%g');
fclose(fid);
fid=fopen('pa60le.txt');
```

```

pbb=fscanf(fid,'%g');
fclose(fid);
fid=fopen('pa120le.txt');
pcb=fscanf(fid,'%g');
fclose(fid);
fid=fopen('sa0le.txt');
pdb=fscanf(fid,'%g');
fclose(fid);
fid=fopen('sa60le.txt');
peb=fscanf(fid,'%g');
fclose(fid);
fid=fopen('sa120le.txt');
pfb=fscanf(fid,'%g');
fclose(fid);
for i=1:1:200;
Q=1;
NRP(i)=((2*pab(i)-(pbb(i)+pcb(i)))/(pab(i)+pbb(i)+pcb(i)))*Q;
NRA(i)=((2*pdb(i)-(peb(i)+pfb(i)))/(pdb(i)+peb(i)+pfb(i)))*Q;
NTANPHIP(i)=(1+NRP(i))/(1-NRP(i));
NTANPHIA(i)=(1+NRA(i))/(1-NRA(i));
A(i)=sqrt(NTANPHIA(i)/NTANPHIP(i));
B(i)=((1-A(i))/(A(i)+1));
alpha(i)=0.5*asin(B(i))*180/pi;
end
i=1:200;
fid=fopen('test.m','w');
fprintf(fid,'alpha:\n');
fprintf(fid,'%10.6f\n',alpha);
fclose(fid);
type test.m
plot(i,alpha(i),'x')

```

MATHEMATICA

程式(九)

代入 φ 與 Δ 求出厚度值

```
k = ReadList ["k\\szo2.txt", Number
l = 5435;
n1 = 1;
n3 = 4.086 - 0.0614;
n2 = 1.457;
Angle = 69.7;
Q1 = Angle - 30;
Q2 = ArcSin[n1 Sin Q1];
Q3 = ArcSin[n2 Sin Q1];
r01p = (n2 Cos Q1 - n3 Cos Q2) / (n2 Cos Q1 - n3 Cos Q3);
r12p = (n3 Cos Q2 - n1 Cos Q1) / (n3 Cos Q2 - n1 Cos Q3);
r01s = (n1 Cos Q1 - n2 Cos Q2) / (n1 Cos Q1 - n2 Cos Q3);
r12s = (n2 Cos Q2 - n3 Cos Q1) / (n2 Cos Q2 - n3 Cos Q3);
b = 2 * p * n2 * (d / l) * Cos Q1;
Rp = (r01p + r12p Exp - b) / (1 + r01p r12p Exp - b);
Rs = (r01s + r12s Exp - b) / (1 + r01s r12s Exp - b);
Ellip = Rp;
For[A = 0, A < 360, A += 1,
Y = k Sin[A];
D = k Cos[A];
Print k Sin[A] Cos[A];
g = FindRoot[Ellip Sin[A] - Y == 0, {A, 0, 360}, MaxIterations -> 100];
Print r12p;
ListPlot[{A, g["A"]}, PlotStyle -> Point, PlotRange -> {0, 360}, PlotJoined -> True];
Table[r12p, {A, 0, 360, 1}];
Export ["out.dat", {2350.751099040546, 1396.41480009175, 13917.226700507737,
13954.810815759261, 13953.560848929905, 13953.421987876223, 13957.397220423432,
13964.414980009175, 13964.414980009175}];
```

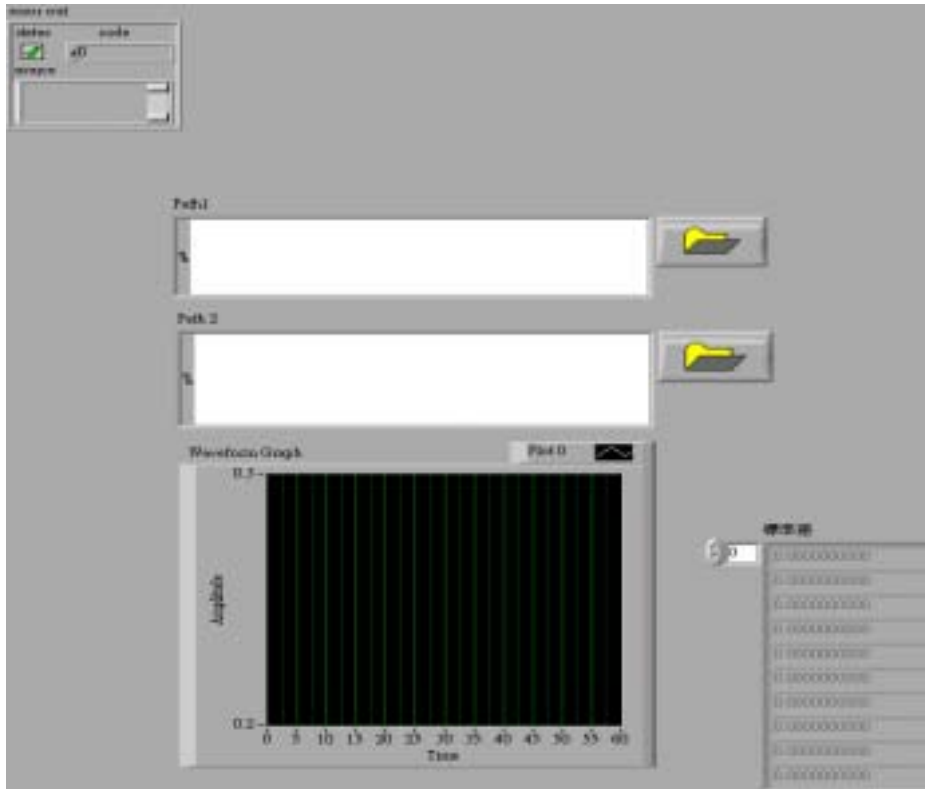
!! out.dat

LABVIEW

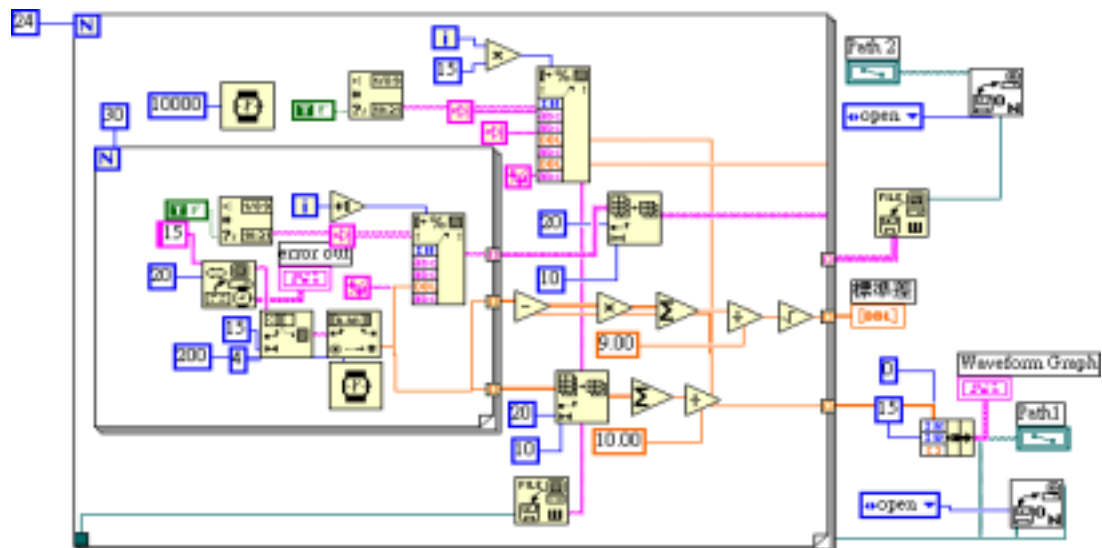
程式(十)

雷射光強度之穩定度

人機介面控制列



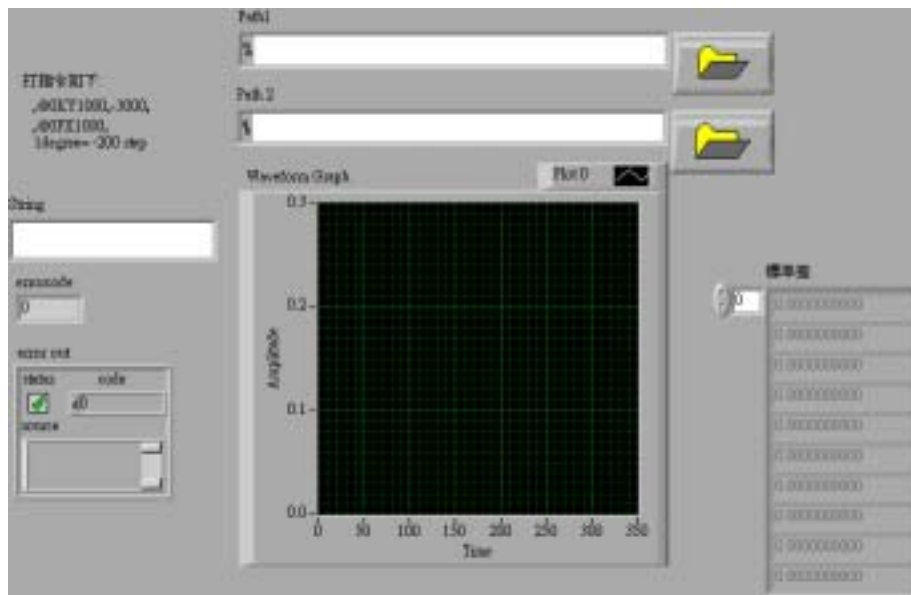
程式方塊圖如下：



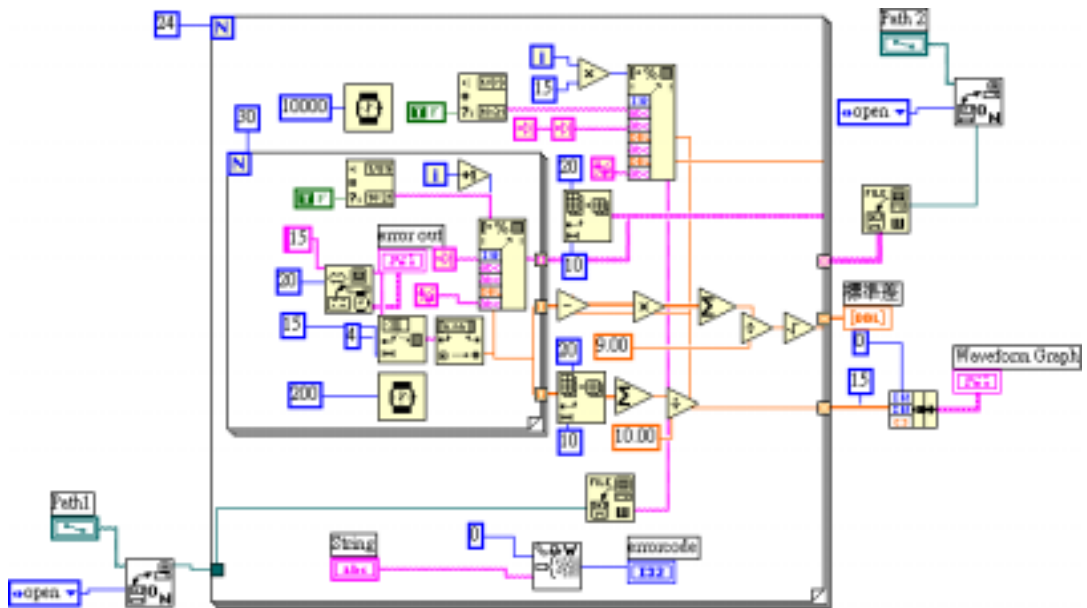
程式(十一)

Malus Law 及 degree of polarization

人機介面控制列



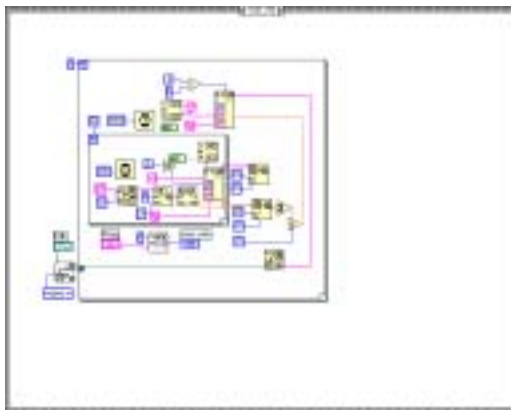
程式方塊圖如下：



程式(十二)
 α 、 β 校正程式
 人機介面控制列



path1~path12 的程式方塊圖如下：



string1~string36 的程式方塊圖如下：

