

第一章 前言

光學是研究光的傳播以及它和物質相互作用問題之科學，在長期之發展過程中，研究學者發展出一些有效的特殊方法與技術，使其成為應用性很強之科學，近年來更因雷射之發明(1960)與電腦科技之日新月異而促使光學電子化，進一步將光學與電子結合成為本世紀之新興科技。光電科技，更將是下一世紀之科技主流。光電科技於今日及未來，將廣泛地應用於量測、光通信、光資訊、國防、醫療甚至太空等科學，而其中又以光電量測為所有相關技術的基礎與根本。

在光電量測的眾多技術中，若是提到材料光學參數（如薄膜厚度、折射率等）之量測，則首推橢圓術(Ellipsometry)。橢圓術的原理是利用一已知其偏振態之偏極光，入射一待測物質，經由量測出射光與原先入射光間的偏振態變化，來反推此待測物質之光學特性[1]。而應用橢圓術設計發展的儀器則稱為橢圓儀(Ellipsometer)，橢圓儀中所用到的主要光學元件有：偏光片(polarizer)、補波片(compensator)、待測物(sample)及析光片(analyzer)，並依元件設置順序命名此系統(如PCSA系統)，上述系統中之補波片現已有被光彈調變器(Photoelastic Modulator—PEM)逐漸取代的趨勢[2]，光彈調變器是利用光彈效應來調變相位延遲[3]，因此它可以處理各波長，故可擴展成偏光光譜儀，此外應用光彈調變之量測系統不須轉動光學元件，可避免因機械轉動而造成寄生誤差(parasitic error)[3]，另外又因為調變器製作技術大幅提昇，更增加其穩定性，所以光彈調變器已廣泛地被採用在偏光量測上。

故本實驗室發展了以光彈調變器作為相位調變的P.PEM.S.A.型式的橢圓儀，並以用穿透方式[4, 5]成功的校準了各元件的相對偏振角(azimuthal angle)，現繼續發展反射式光彈調變量測系統，以量測各種材料（如不透明之材質）。

然而在建立一個精確之量測系統之前，完成系統中各個光學元件之參數校正是重要的基本工作，因此本論文將以光彈調變量測系統之相位調變振幅()校正[6]和內稟相位延遲()量測 橢圓參數 和 ? 量測為研究重點，且在量測系統中利用數據擷取方式 DAQ (Data Acquisition)，則可利用電腦發揮即時量測的優點，並濾除大量非調變頻率的雜訊，大幅提升橢圓儀的準確性與方便性。

本論文針對光調變系統校正與量測做廣泛的探討，分成六章，主要闡述的重點有三：

第一部份

介紹相位調變振幅()、內稟相位延遲()、 橢圓參數 和 ? 值，並推導量測的基本通式，除此之外並且對光彈調變式橢圓偏光儀量取之多倍頻信號進行優化的處理。

第二部份

校正光彈調變式橢圓偏光儀中的光彈調變器，利用數據擷取卡量取光彈調變器之多倍頻信號，進而換算光彈調變器的相位調變振幅及其內稟相位延遲。利用多倍頻信號比我們量出光彈調變器的相位調變振幅偏移了 0.020λ ，此偏差並且可以用其數據化之檢波波形加以應證。本研究並證明數據化之檢波波形的不對稱也因為光彈調變器的內稟相位延遲的存在。在相位調變振幅及其內稟相位延遲校正後所量測出橢圓參數 和 ? 值，並與商用橢圓儀的量測結果吻合。再透過多波長，使用固定調變相位延遲方式以 568.2nm 為中心波長，進行相位調變振幅校正和橢圓偏光參數量測，其結果亦和理論值吻合，而此實驗目的的一方面是預先為發展橢圓偏光光譜儀(spectroscopic-polarimeter/ellipsometer)做準備工作，一方面也可藉由實驗結果了解本量測技術的適用波長範圍。

第三部分

撰寫 LabVIEW 經由數據擷取卡 DAQ (Data Acquisition)可以取得倍頻信號程式(程式見附錄 A)，最後並且在光彈調變橢圓儀系統加入分割器(chopper)，證實所撰寫的程式可即時分析結果(橢圓參數

和 γ 值)，大幅提升橢圓儀的準確性與方便性。

本論文的章節概要整理如下：

第一章：前言

說明光彈調變器之發展應用 背景說明及本實驗研究動機 重點

第二章：原理

內容包括基本之偏光理論及光彈調變式橢圓偏光儀實驗系統的原理與數學模式，以及相位調變振幅(A)、內稟相位延遲(δ)、橢圓參數 α 和 γ 值基本通式推導。

第三章：信號的優化

光彈調變式橢圓偏光儀所量取到的多倍頻信號，由於系統誤差的影響，使信號發生了偏移，明顯和弦式理論信號不合，所以此章為介紹信號優化的原理並且和未優化信號結果比較。

第四章：實驗步驟

介紹實驗器材及所有光彈調變式橢圓偏光儀實驗系統的實驗方法及步驟。

第五章：實驗結果與討論

校正光彈調變器的相位調變振幅實驗結果並與檢波波形比較，證實相位調變振幅發生偏移，利用多倍頻信號換算內稟相位延遲，且校正後所量出橢圓參數 α 和 γ 值，並與商用橢圓儀的量測結果吻合。利用最小平方法推算相位調變振幅及其內稟相位延遲，證實數據化之檢波波形的不對稱因為光彈調變器的內稟相位延遲的存在，且透過多波長實驗使用固定調變相位延遲方式，說明量測方法的可行性，最後透過即時量測來證實系統的取樣點數。

第六章：結論

將本論文的貢獻作一個歸納，並列出參考文獻和附錄。

第二章 原理

2.1 偏振光的型態與表示法

我們通常以光波電場的時變分布來定義光波之偏振狀態，今假設一光波之傳播方向為 z 方向，其電場之振動方向將位於 X - Y 平面上，以 $\vec{E}(z,t)$ 表示空間中光波某一點之電場時變關係式：

$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j}$$

其中

k : 波數 (wave number)

w : 角頻率 (angular frequency)

d_x, d_y : x 及 y 之相位 (phase)

當 $z=0$ 時，電場之分布呈橢圓形(如圖 2-1)可寫成以下橢圓方程式：

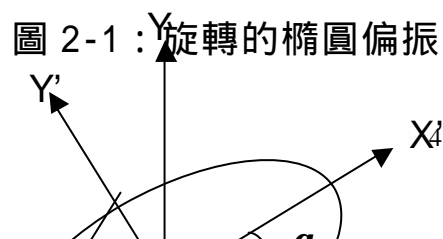
$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{A_x}\right)\left(\frac{E_y}{A_y}\right)\cos d = \sin^2 d \quad (2.1)$$

$$d = d_y - d_x$$

此橢圓可經旋轉後成正交橢圓，令 x', y' 為旋轉後之座標，則

q : 偏振角(azimuth angle)

e : 離心率角
(elliptical angle)



$$E_x = \cos q E'_x - \sin q E'_y$$

$$E_y = \sin q E'_x + \cos q E'_y$$

$$a^2 = \cos^2 q A_x^2 + \sin^2 q A_y^2 + 2A_x A_y \cos d \cos q \sin q$$

$$b^2 = \sin^2 q A_x^2 + \cos^2 q A_y^2 - 2A_x A_y \cos d \cos q \sin q$$

(2.1)式可簡化成：

$$\frac{E_x'^2}{a^2} + \frac{E_y'^2}{b^2} = 1$$

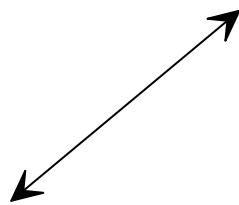
故光波在某一點之電場分布為橢圓型故稱橢圓偏振。

當 $d = 0, d = \pm p$ 時, 電場為沿著固定方向振動, 稱為線性偏振光(圖 2-2)。

當 $d \neq 0, d \neq \pm p$ 時, 電場之振動方向投影於平面為橢圓, 稱為橢圓偏振光(圖 2-3)。

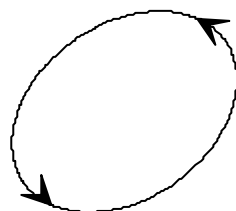
當 $d = \frac{p}{2}$, 之奇數倍時, 若 x 與 y 方向之振幅相等, 稱為圓偏振光(圖 2-4)。

線性偏振光 $d = 0, d = \pm p$



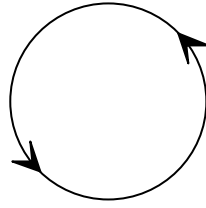
(圖 2-2 : 線性偏振光)

橢圓偏振光 $d \neq 0, d \neq \pm p$



(圖 2-3 : 橢圓偏振光)

圓偏振光 $d = \frac{p}{2}$ (X 方向與 Y 方向振幅相等時)



(圖 2-4 : 圓偏振光)

為方便描述光波之偏振狀態，通常以一 2×1 階矩陣表示電場，此矩陣稱為 Jones vector [7]

$$|E\rangle = \begin{bmatrix} A_x e^{i d_x} \\ A_y e^{i d_y} \end{bmatrix} e^{i(kZ - \omega t)}$$

一般而言 Jones vector 只能形容純偏振 (pure polarized) 光，不能形容非偏振 (unpolarized) 光或部份偏振 (partially polarized) 光，但一般光波大部份均為部份偏振光，故須用 Stokes Parameters 來代表。

2.2 Stokes Parameters 和 Mueller Matrix

Stokes Vector 為一 4×1 階矩陣 [7]

$$S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$$

其中 $S_0 = A_x^2 + A_y^2$

$$S_1 = A_x^2 - A_y^2$$

$$S_2 = 2A_x A_y \cos(d_y - d_x)$$

$$S_3 = 2A_x A_y \sin(d_y - d_x)$$

將基本定義代入可得

$$S = I_o \begin{bmatrix} 1 \\ p \cdot \cos 2q \cdot \cos 2e \\ p \cdot \sin 2q \cdot \cos 2e \\ p \cdot \sin 2e \end{bmatrix}$$

其中

p : 偏極度 (degrees of polarization)

I_o : 入射光強度 (Intensity)

$$p = \frac{(S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)^{\frac{1}{2}}}{S_o}, \quad p=1 \text{ 時為 pure polarized light}$$

光學介質可以用 Mueller Matrix (4 × 4 階矩陣) 表示, 理想偏振片之 Muller Matrix [7] 為

$$M = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2f & \sin 2f & 0 \\ \cos 2f & \cos^2 2f & \sin 2f \cdot \cos 2f & 0 \\ \sin 2f & \sin 2f \cdot \cos 2f & \sin^2 2f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

f 為偏振片透射軸 (transmission axis) 與入射面所夾之方位角

2.3 橢圓特性參數 χ 和 ψ 之定義

Fresnel 根據介面條件 (Boundary condition) 導出介質表

面的反射係數及穿透係數 [7]

$$r_p = \frac{n_1 \cos q_0 - n_0 \cos q_1}{n_1 \cos q_0 + n_0 \cos q_1} \quad (2.2)$$

$$r_s = \frac{n_0 \cos q_0 - n_1 \cos q_1}{n_0 \cos q_0 + n_1 \cos q_1} \quad (2.3)$$

$$t_p = \frac{2n_o \cos q_o}{n_1 \cos q_o + n_o \cos q_1} \quad (2.4)$$

$$t_s = \frac{2n_o \cos q_o}{n_o \cos q_o + n_1 \cos q_1} \quad (2.5)$$

這就是俗知的 Fresnel equation , 其中

r_p 為平行入射面方向之反射振幅係數

r_s 為垂直入射面方向之反射振幅係數

n_0 為入射前介質之折射率, 空氣折射率為 1.0

n_1 為待測物的折射率

q_0 為入射角

q_1 為折射角

也可寫成

$$r_p = |r_p| e^{i d_p}$$

$$r_s = |r_s| e^{i d_s}$$

$$\tan \Psi \cdot e^{i \Delta} = \frac{r_p}{r_s} = \frac{|r_p|}{|r_s|} e^{i (d_p - d_s)} \quad (2.6)$$

則 $\tan \Psi = \frac{|r_p|}{|r_s|}$, $\Delta = d_p - d_s$

$\tan \Psi$ 表反射光在平行入射面與垂直入射面之振幅大小比值

Δ 表反射光在平行入射面與垂直入射面之相位差

這兩參數通常被命名為橢圓偏光參數 (ellipsometric parameters), 橢圓儀所能測得的即為此參數, 如何藉此參數轉換為光學常數則須先了解偏極光經介質反射時所遵循的物理模式方能推算。

現在橢圓儀使用最廣的即為薄膜厚度的量測, 故我們就多次反射(如圖 2-5)來討論, 其反射與透射振幅係數為 [7]

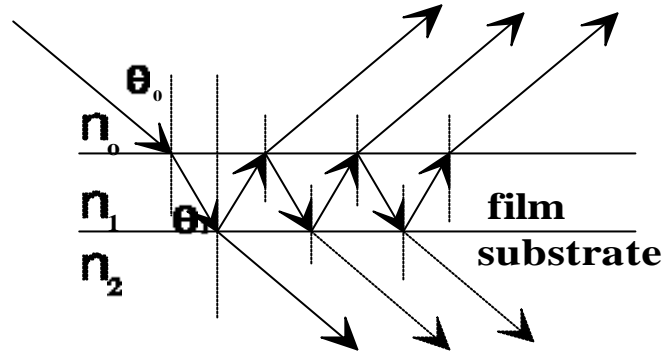


圖 2-5：多次反射型態

$$r = r_{01} + t_{01}t_{10}r_{12}e^{-i2b} + t_{01}t_{10}r_{10}r_{12}^2e^{-i4b} + t_{01}t_{10}r_{10}^2r_{12}^3e^{-i6b} + \Lambda \Lambda$$

$$t = t_{01}t_{12}e^{-ib} + t_{01}t_{12}r_{10}r_{12}e^{-i3b} + t_{01}t_{12}r_{10}^2r_{12}^2e^{-i5b} + \Lambda \Lambda \Lambda \Lambda$$

其中

$$b = 2p \left(\frac{d}{l} \right) n_1 \cos q_1, \quad n_1 \cos q_1 = (n_1^2 - n_0^2 \sin^2 q_0)^{\frac{1}{2}}$$

d 為待測物厚度

r_{01} 是光線從介質 0 入射到介質 1 的反射係數

r_{10} 是光線從介質 1 入射到介質 0 的反射係數

t_{01} 是光線從介質 0 入射到介質 1 的透射係數

t_{10} 是光線從介質 1 入射到介質 0 的透射係數

其它依此類推，若為無限多次反射則

$$r = r_{01} + \frac{t_{01} \cdot t_{10} \cdot r_{12} e^{-i2b}}{1 - r_{01} \cdot r_{12} e^{-i2b}} \quad (2.7)$$

$$\text{且 } r_{10} = -r_{01}, \quad t_{01}t_{10} = 1 - r_{01}^2$$

由(2.6)和(2.7)式之定義可得

$$\tan \Psi \cdot e^{i\Delta} = \frac{r_{01p} + r_{12p} \cdot e^{-i2b}}{1 + r_{01p} \cdot r_{12p} \cdot e^{-i2b}} \cdot \frac{1 + r_{01s} \cdot r_{12s} \cdot e^{-i2b}}{r_{01s} + r_{12s} \cdot e^{-i2b}}$$

我們依舊以 $\tan \Psi$ 和 Δ 表反射光在平行入射面與垂直入射面之振幅大小比值與相位差，由上述式子可知 Ψ 與 Δ 是 n_o 、 n_1 、 n_2 、 q_0 、 d 之函數。因此可以藉由 $\tan \Psi$ 、 Δ 和已知之 n_o 、 n_2 、 q_0 求出待測物的折射率、厚度 [8]。一無向性待測物 (isotropic sample) 之 Mueller Matrix 為 [7]

$$M = \begin{bmatrix} 1 & -\cos 2\Psi & 0 & 0 \\ -\cos 2\Psi & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\Psi \cdot \cos \Delta & \sin 2\Psi \cdot \sin \Delta \\ 0 & 0 & -\sin 2\Psi \cdot \sin \Delta & \sin 2\Psi \cdot \cos \Delta \end{bmatrix}$$

2.4 光彈調變系統之相位調變振幅(Δ_o)和內稟相位延遲(Δ_l)校正與橢圓參數 ϵ 和 γ 值量測原理

光彈調變器(Photoelastic Modulator—PEM)所提供的相位延遲為一個角頻率為 ω 的時間函數，一般可書寫為 $\Delta_p = d_o \sin \omega t$ ，其中 $d_o = 2p \cdot \Delta_o$ ， Δ_o 為光彈調變器的相位調變振幅， Δ_l 為內稟相位延遲， ω 為調變頻率，但非理想的 PEM 則會因為外加的電壓產生內稟雙折射 Δ_l ，使相位延遲的函數為 $\Delta_p = \Delta_l + d_o \sin \omega t$ ，為了方便推導通式，本章節皆以非理想的相位延遲函數計算，其中當 $\Delta_l = 0$ 時為即理想的 PEM。

我們將以反射和穿透式系統針對光彈調變器的相位調變振幅、內稟相位延遲和橢圓偏光參數 ϵ 和 γ 值進行基本通式推導，並透過理論上檢波器的波形，對相位調變振幅和內稟相位延遲進行分析，另外，在固定調變相位延遲下，進行不同波長光彈調變器相位調變振幅之理論式和橢圓偏光參數量測方法說明，最後利用即時量測系統，以理想的 PEM 推導橢圓偏光參數 ϵ 和 γ 值。

2.4.1 反射式系統：相位調變振幅定量量測校正原理

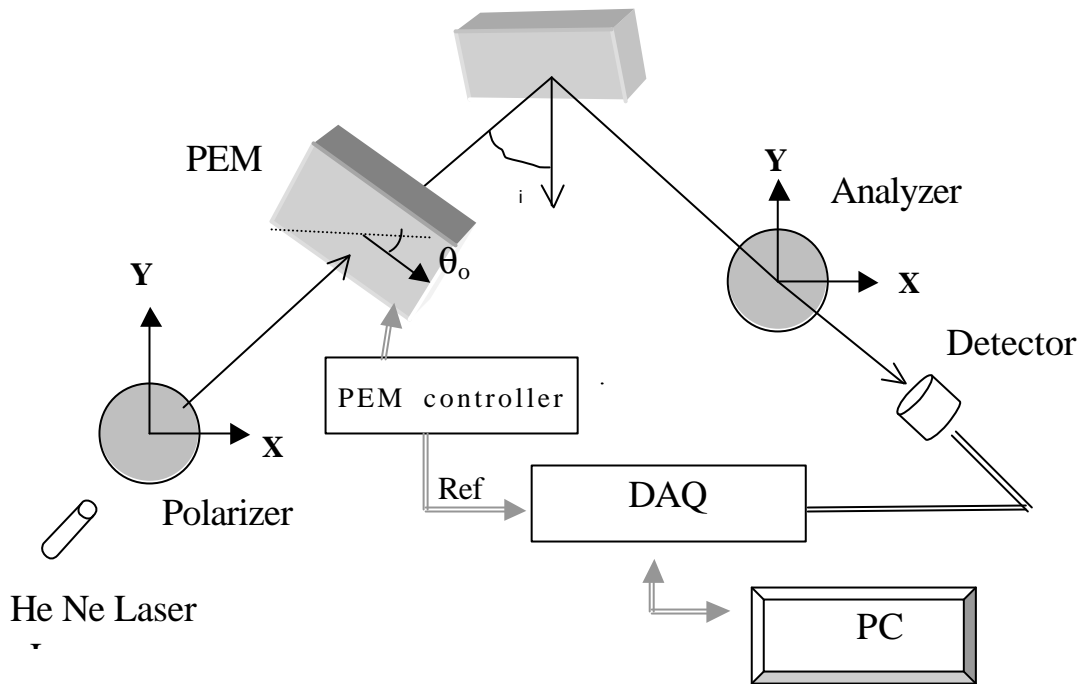


圖2-6：反射式光彈調變量測系統基本架構

當樣品的法線方向和入射光線所構成的平面為參考平面，而將光彈調變系統方位角調整至實際零點位置 [9]，即偏光元件的穿透軸及光軸在參考平面上，而當偏光元件的穿透軸或光軸和參考平面的差角即為其偏光元件的方位角，即為如圖 2-6 所示，並以此架構進行光彈調變器相位調變振幅 () 之校正。以史脫克向量 (Stokes vector) S_p 為入射偏振態通過光彈調變器 $M_{PEM}(q, \Delta_p)$ 並射入待測物 $R_{SAM}(\Psi, \Delta)$ 反射後再通過析光片 $M_A(A)$ ，則出射光之偏振態 S_f 的數學模式可寫成：

$$S_f = M_A(A) \cdot R_{SAM}(\Psi, \Delta) \cdot M_{PEM}(q, \Delta_p) \cdot S_p \quad (2.8)$$

若將偏光片之方位角置於 ± 45 度 ($P = \pm 45^\circ$)，光彈調變器光軸之方位角放在 0 度 ($q_0 = 0^\circ$)，經過推導後其射在各析光片之方位角的分佈為：

$$I(A) = 0.5I_0 [\sin^2 A + \tan^2 \Psi \cos^2 A \pm \tan \Psi \sin 2A (\cos \Delta \cos \Delta_p + \sin \Delta \sin \Delta_p)] \quad (2.9)$$

光彈調變器之相位延遲為 $\Delta_p = \Delta_I + d_0 \sin wt = \Delta_I + \Delta_p'$ ，其中若假設 $\Delta_p' = d_0 \sin wt$ ，而 $d_0 = 2p \cdot \Delta_0$ ， p 為光彈調變器的相位調變振幅， Δ_I 為內稟相位延遲， w 為調變頻率。針對 Δ_p' 我們可以採用傅立葉展開式表示如下：

$$\sin \Delta_p' = 2J_1(d_0) \sin wt + 2J_3(d_0) \sin 3wt + \dots \quad (2.10)$$

$$\cos \Delta_p' = J_0(d_0) + 2J_2(d_0) \cos 2wt + 2J_4(d_0) \cos 4wt + \dots \quad (2.11)$$

將 Δ_p 代入 (2.9) 式，經整理後可將 (2.10) 式、(2.11) 式代入，則可分別得到直流分量 I_{dc} 、一倍頻 I_{1f} 、二倍頻 I_{2f} 、三倍頻 I_{3f} 及四倍頻 I_{4f} ：

$$I_{dc}(P = \pm 45^\circ, A) = 0.5I_0 [\sin^2 A + \tan^2 \Psi \cos^2 A \pm \tan \Psi \cos(\Delta - \Delta_I) J_0(d_0) \sin 2A] \quad (2.12)$$

$$I_{1f}(P = \pm 45^\circ, A) = \pm I_0 [\tan \Psi \sin(\Delta - \Delta_I) J_1(d_0) \sin 2A] \quad (2.13)$$

$$I_{2f}(P = \pm 45^\circ, A) = \pm I_0 [\tan \Psi \cos(\Delta - \Delta_I) J_2(d_0) \sin 2A] \quad (2.14)$$

$$I_{3f}(P = \pm 45^\circ, A) = \pm I_0 [\tan \Psi \sin(\Delta - \Delta_I) J_3(d_0) \sin 2A] \quad (2.15)$$

$$I_{4f}(P = \pm 45^\circ, A) = \pm I_0 [\tan \Psi \cos(\Delta - \Delta_I) J_4(d_0) \sin 2A] \quad (2.16)$$

經由(2.13)、(2.15)或(2.14)、(2.16)式可得

$$\frac{I_{1f}}{I_{3f}} = \frac{J_1(d_o)}{J_3(d_o)} \quad \text{或} \quad \frac{I_{2f}}{I_{4f}} = \frac{J_2(d_o)}{J_4(d_o)} \quad \text{其中} \quad d_o = 2p \cdot \Delta_0 \quad (2.17)$$

即可算出 Δ_0 ，且不需考慮析光片方位角 A 。

2.4.2 穿透式系統：相位調變振幅定量量測校正和內稟相位延遲量測原理

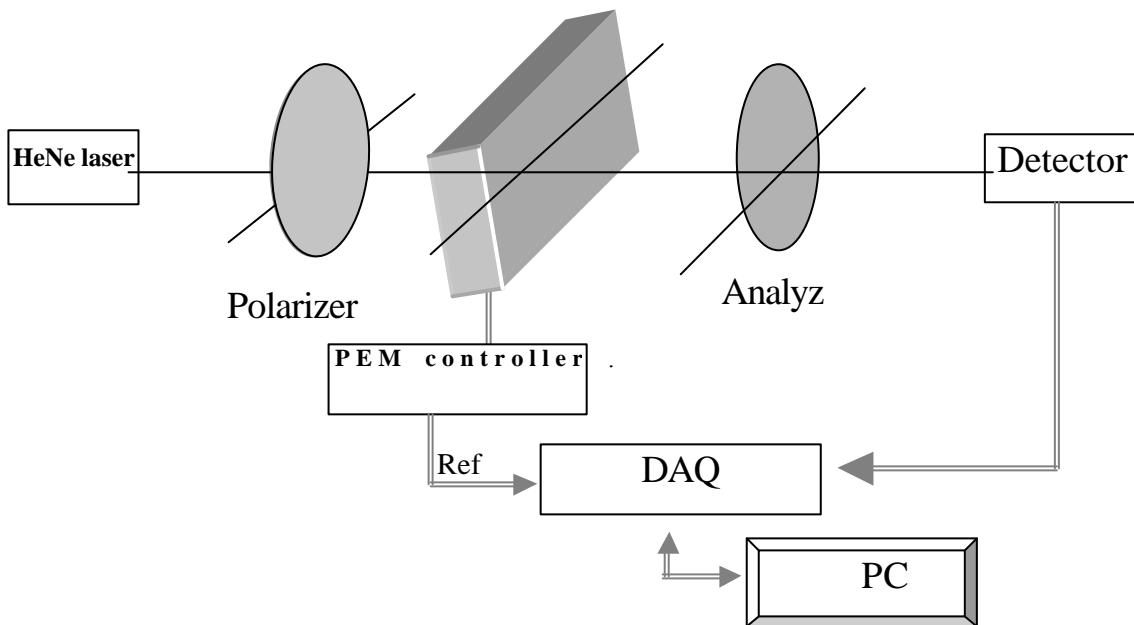


圖2-7：穿透式光彈調變定量量測系統

如圖 2-7 所示，以史脫克向量 (Stokes vector) S_p 為入射偏振態通過光彈調變器 $M_{PEM}(q, \Delta_p)$ ，再通過析光片 $M_A(A)$ ，則出射光之偏振態 S_f 的數學模式可寫成：

$$S_f = M_A(A) \cdot M_{PEM}(q, \Delta_p) \cdot S_p \quad (2.18)$$

若將偏光片之方位角置於 ± 45 度 ($P = \pm 45^\circ$)，光彈調變器光軸之方位角放在 0 度，經過推導後其射在各析光片之方位角的分佈為：

$$I(A) = 0.5I_0[1 \pm \sin 2A \cos \Delta_p] \quad (2.19)$$

光彈調變器之相位延遲為 $\Delta_p = \Delta_I + \mathbf{d}_0 \sin wt = \Delta_I + \Delta_p'$, 其中若假設 $\Delta_p' = \mathbf{d}_0 \sin wt$, 而 $d_0 = 2p \cdot \Delta_0$, p 為光彈調變器的相位調變振幅, Δ_I 為內稟相位延遲, w 為調變頻率。將 Δ_p 代入(2.19)式, 經整理後可將(2.10)式、(2.11)式代入, 則可分別得到直流分量 I_{dc} 、一倍頻 I_{1f} 、二倍頻 I_{2f} 、三倍頻 I_{3f} 及四倍頻 I_{4f} :

$$I_{dc}(P = \pm 45^\circ, A) = 0.5I_0[1 \pm \cos(\Delta_I)J_0(d_0) \sin 2A] \quad (2.20)$$

$$I_{1f}(P = \pm 45^\circ, A) = \mu I_0[\sin(\Delta_I)J_1(d_0) \sin 2A] \quad (2.21)$$

$$I_{2f}(P = \pm 45^\circ, A) = \pm I_0[\cos(\Delta_I)J_2(d_0) \sin 2A] \quad (2.22)$$

$$I_{3f}(P = \pm 45^\circ, A) = \mu I_0[\sin(\Delta_I)J_3(d_0) \sin 2A] \quad (2.23)$$

$$I_{4f}(P = \pm 45^\circ, A) = \pm I_0[\cos(\Delta_I)J_4(d_0) \sin 2A] \quad (2.24)$$

經由(2.21)、(2.23)或(2.22)、(2.24)式可得

$$\frac{I_{1f}}{I_{3f}} = \frac{J_1(d_0)}{J_3(d_0)} \quad \text{或} \quad \frac{I_{2f}}{I_{4f}} = \frac{J_2(d_0)}{J_4(d_0)} \quad \text{其中 } d_0 = 2p \cdot \Delta_0$$

即可算出 Δ_I , 且不需考慮析光片方位角 A 。

經由(2.21)、(2.22)或(2.23)、(2.24)式可得

$$\frac{I_{1f}}{I_{2f}} = -\frac{\sin \Delta_I J_1(d_0)}{\cos \Delta_I J_2(d_0)} \quad \text{或} \quad \frac{I_{3f}}{I_{4f}} = -\frac{\sin \Delta_I J_3(d_0)}{\cos \Delta_I J_4(d_0)} \quad \text{其中 } d_0 = 2p \cdot \Delta_0$$

$$\Rightarrow \Delta_I = -\tan^{-1}\left[\frac{I_{1f}J_2(d_0)}{I_{2f}J_1(d_0)}\right] \quad \text{或} \quad \Delta_I = -\tan^{-1}\left[\frac{I_{3f}J_4(d_0)}{I_{4f}J_3(d_0)}\right] \quad (2.25)$$

即可算出 Δ_I , 且不需考慮析光片方位角 A 。

2.4.3 穿透式系統：定性量測校正原理

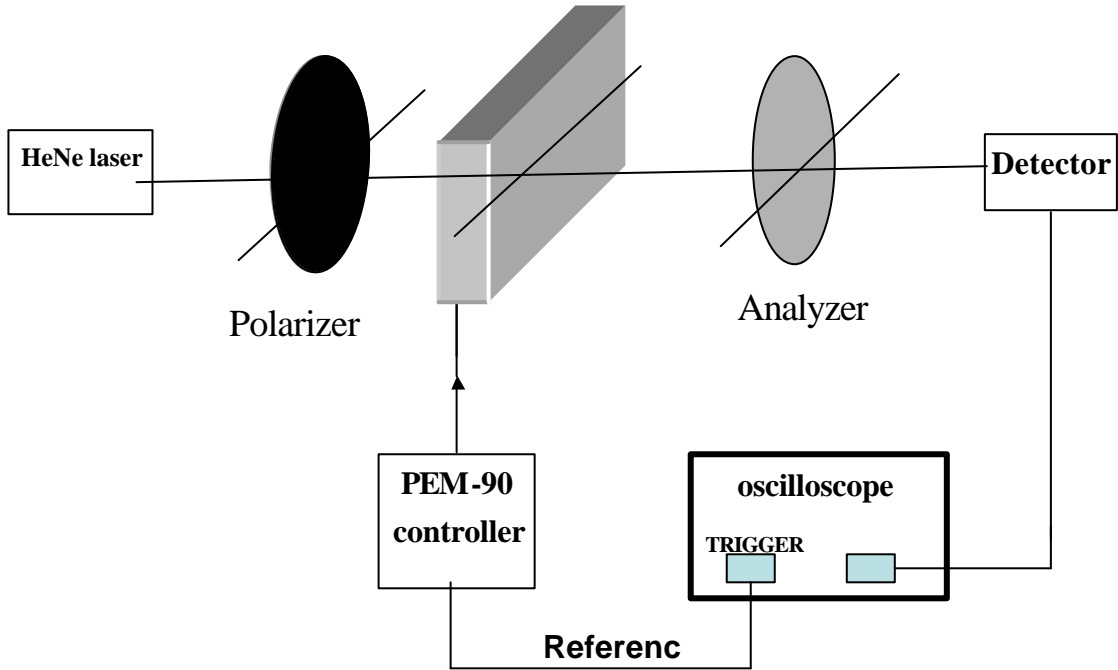


圖2-8：穿透式光彈調變定性量測系統基本架構

如圖 2-8 所示，以史脫克向量 (Stokes vector) S_p 為入射偏振態通過光彈調變器 $M_{PEM}(q, \Delta_p)$ ，再通過析光片 $M_A(A)$ ，則出射光之偏振態 S_f 的數學模式可寫成：

$$S_f = M_A(A) \cdot M_{PEM}(q, \Delta_p) \cdot S_p \quad (2.26)$$

若將偏光片之方位角置於 ± 45 度 ($P = \pm 45^\circ$)，光彈調變器光軸之方位角放在 0 度，析光片之方位角置於 $\mu 45$ 度 ($A = \mu 45^\circ$)，而光彈調變器之相位延遲為 $\Delta_p = \Delta_l + d_0 \sin wt$ ，其中 $d_0 = 2p \cdot \Delta_0$ ， Δ_0 為光彈調變器的相位調變振幅， Δ_l 為內稟相位延遲， w 為調變頻率。將 Δ_p 代入 (2.19) 式，其射在各析光片之方位角的分佈都為：

$$I(t) = 0.5I_o[1 - \cos(\Delta_l + d_0 \sin wt)] \quad (2.27)$$

$$\Rightarrow I(t) = 0.5I_o[1 - \cos(\Delta_l + 2p \cdot \Delta_0 \cdot \sin[2p \cdot 51000 \cdot t])] \quad (2.28)$$

$$\text{其中 } I_o = \frac{\text{量測的最大值}}{0.5[1 - \cos(\Delta_l + 2p \cdot \Delta_0)]_{MAX}}$$

(一)、PEM 操作手冊校正光彈調變器相位振幅方法 [10]

PEM 操作手冊校正相位調變振幅方法是用 Δ_0 在 0.45λ 、 0.5λ 和 0.55λ ，透過示波器中信號強度對時間波形比較，為何選這三點呢？可以透過(2.28)式，若考慮為理想的光彈調變器，內稟相位延遲(Δ_l)為 0，由式子可得：

$$I(t) = 0.5I_o[1 - \cos(2p \cdot \Delta_0 \cdot \sin[2p \cdot 51000 \cdot t])]$$

利用 $\Delta_0 = 0.45\lambda$ 、 0.5λ 和 0.55λ 畫圖，可得圖 2-9：

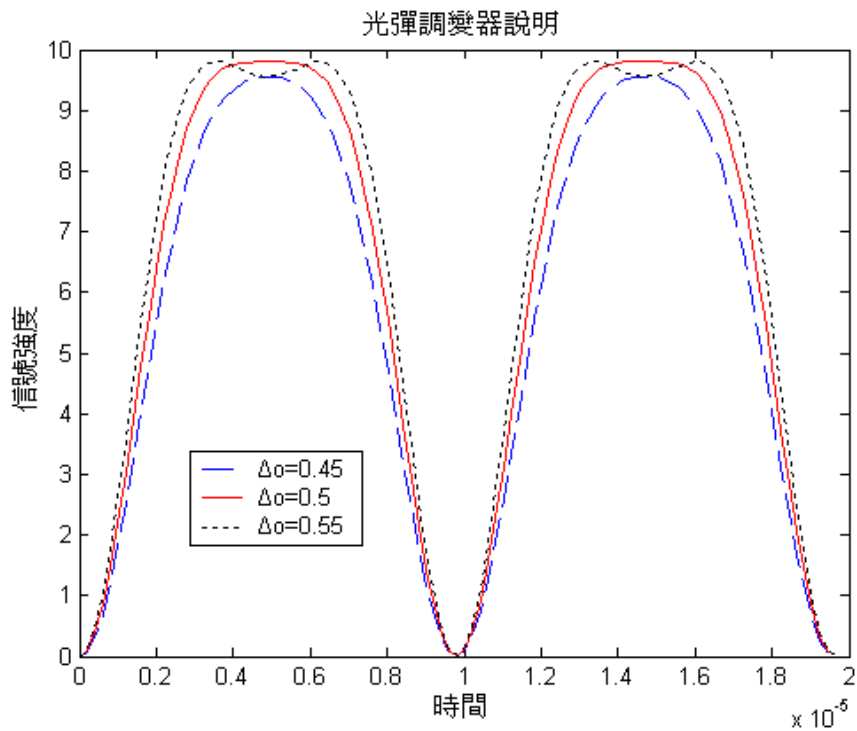


圖2-9： $\Delta_0 = 0.45\lambda$ 、 0.5λ 和 0.55λ 理論波形

由圖 2-9 可以知道，若為理想的光彈調變器可得到具有對稱性的波形，且在 $\Delta_0 = 0.5\lambda$ 時峰值地方是趨於平緩的，但在 $\Delta_0 > 0.5$ 時，如 $\Delta_0 = 0.55\lambda$ ，原本平緩的地方往下凹，出現區域極小值，而相對在兩邊就產生極大值，當 $\Delta_0 < 0.5$ 時，如 $\Delta_0 = 0.45\lambda$ ，原本平緩的地方

相對於 $\theta = 0.5\lambda$ 時強度變小，卻變成極大值，PEM 操作手冊校正方法就是透過 $\theta = 0.5\lambda$ 時峰值地方是否趨於平緩和 $\theta > 0.5$ 和 $\theta < 0.5$ 時是出現上面的特性來判斷 θ 是否準確，但是透過這種定性判斷方法，只能校正 θ 到小數一位，小數一位以後無法定量的知道。

(二)、使用最小平方法

用此方法原因是在使用上述方法時，所得波形應是呈對稱性，但是實驗結果卻曾經取到不具對稱性的圖形(圖 6-12)，於是利用理論式所得波形和實驗波形比較，使用最小平方法，透過均方差 (Mean square error) 計算，調整參數 (θ , μ)，使理論式和實驗值的均方差值為最小，此時之參數 (θ , μ) 即為校正之結果，最後發現是 μ 造成圖形形成不對稱原因。

2.4.4 反射式系統：橢圓參數 θ 和 μ 值量測原理

在完成反射式系統的相位調變振幅 (θ) 校正後，可由如圖 2-6 所示的實驗設置，求出待測物橢圓參數 θ 和 μ 值，由(2.12)、(2.13) 和 (2.14) 式可得：

$$I_{dc}(P = \pm 45^\circ, A = +45^\circ) = 0.5I_0[0.5 + 0.5 \tan^2 \Psi \pm \tan \Psi \cos(\Delta - \Delta_I)J_0(d_o)] \quad (2.29)$$

$$I_{dc}(P = \pm 45^\circ, A = -45^\circ) = 0.5I_0[0.5 + 0.5 \tan^2 \Psi \mu \tan \Psi \cos(\Delta - \Delta_I)J_0(d_o)] \quad (2.30)$$

$$I_{1f}(P = \pm 45^\circ, A = +45^\circ) = \pm I_0[\tan \Psi \sin(\Delta - \Delta_I)J_1(d_o)] \quad (2.31)$$

$$I_{1f}(P = \pm 45^\circ, A = -45^\circ) = \mu I_0[\tan \Psi \sin(\Delta - \Delta_I)J_1(d_o)] \quad (2.32)$$

$$I_{2f}(P = \pm 45^\circ, A = +45^\circ) = \pm I_0[\tan \Psi \cos(\Delta - \Delta_I)J_2(d_o)] \quad (2.33)$$

$$I_{2f}(P = \pm 45^\circ, A = -45^\circ) = \mu I_0[\tan \Psi \cos(\Delta - \Delta_I)J_2(d_o)] \quad (2.34)$$

由(2.31)、(2.33)和(2.32)、(2.34)式可得

$$\frac{I_{1f}(P = \pm 45^\circ, A = +45^\circ)}{I_{2f}(P = \pm 45^\circ, A = +45^\circ)} = \tan(\Delta - \Delta_I) \frac{J_1(d_o)}{J_2(d_o)} \text{ or}$$

$$\frac{I_{1f}(P = \pm 45^\circ, A = -45^\circ)}{I_{2f}(P = \pm 45^\circ, A = -45^\circ)} = \tan(\Delta - \Delta_I) \frac{J_1(d_o)}{J_2(d_o)}.$$

$$? \Delta = \Delta_I + \tan^{-1} \frac{I_{1f}(P = \pm 45^\circ, A = +45^\circ)J_2(d_o)}{I_{2f}(P = \pm 45^\circ, A = +45^\circ)J_1(d_o)} \text{ or} \quad (2.35)$$

$$\Delta = \Delta_I + \tan^{-1} \frac{I_{1f}(P = \pm 45^\circ, A = -45^\circ)J_2(d_o)}{I_{2f}(P = \pm 45^\circ, A = -45^\circ)J_1(d_o)} \quad (2.36)$$

透過 1 倍頻除以 2 倍頻信號可得在任何相位調變振幅()的 。

由 (2.31)、(2.32) 式可得

$$\sin(\Delta - \Delta_I) = \frac{I_{1f}(P = \pm 45^\circ, A = +45^\circ)}{\pm I_0 \tan \Psi J_1(d_o)} \text{ or} \quad (2.37)$$

$$\sin(\Delta - \Delta_I) = \frac{I_{1f}(P = \pm 45^\circ, A = -45^\circ)}{\mu I_0 \tan \Psi J_1(d_o)} \quad (2.38)$$

由 (2.33)、(2.34) 式可得

$$\cos(\Delta - \Delta_I) = \frac{I_{2f}(P = \pm 45^\circ, A = +45^\circ)}{\pm I_0 \tan \Psi J_2(d_o)} \text{ or} \quad (2.39)$$

$$\cos(\Delta - \Delta_I) = \frac{I_{2f}(P = \pm 45^\circ, A = -45^\circ)}{\mu I_0 \tan \Psi J_2(d_o)} \quad (2.40)$$

由 (2.37)、(2.39) 或 (2.38)、(2.40) 式平方相加可得

$$? \sin^2(\Delta - \Delta_I) + \cos^2(\Delta - \Delta_I) = \left(\frac{I_{1f}(P = \pm 45^\circ, A = +45^\circ)}{\pm I_0 \tan \Psi J_1(d_o)} \right)^2 + \left(\frac{I_{2f}(P = \pm 45^\circ, A = +45^\circ)}{\mu I_0 \tan \Psi J_2(d_o)} \right)^2 = 1 \quad (2.41)$$

$$\sin^2(\Delta - \Delta_I) + \cos^2(\Delta - \Delta_I) = \left(\frac{I_{1f}(P = \pm 45^\circ, A = -45^\circ)}{\pm I_0 \tan \Psi J_1(d_o)} \right)^2 + \left(\frac{I_{2f}(P = \pm 45^\circ, A = -45^\circ)}{\mu I_0 \tan \Psi J_2(d_o)} \right)^2 = 1 \quad (2.42)$$

由 (2.29)、(2.30) 式相加可得

$$I_{dc}(P = \pm 45^\circ, A = +45^\circ) + I_{dc}(P = \pm 45^\circ, A = -45^\circ) = 0.5 I_0 [\sec^2 \Psi]$$

$$? I_0 = 2[I_{dc}(P = \pm 45^\circ, A = +45^\circ) + I_{dc}(P = \pm 45^\circ, A = -45^\circ)] \cos^2 \Psi \quad (2.43)$$

將 (2.43) 式代入 (2.41)、(2.42) 式整理可得 Ψ

透過析光片旋轉 90 度，可以求得在任何相位調變振幅()的 Ψ ：

$$\Psi = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\sqrt{\left(\frac{I_{1f}(P = \pm 45^\circ, A = +45^\circ)}{\{[I_{dc}(A = 45^\circ) + I(A = -45^\circ)]J_1(d_o)\}} \right)^2 + \left(\frac{I_{2f}(P = \pm 45^\circ, A = +45^\circ)}{\{[I_{dc}(A = 45^\circ) + I(A = -45^\circ)]J_2(d_o)\}} \right)^2} \right) \quad (2.44)$$

$$\Psi = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\sqrt{\left(\frac{I_{1f}(P = \pm 45^\circ, A = -45^\circ)}{\{[I_{dc}(A = 45^\circ) + I(A = -45^\circ)]J_1(d_o)\}} \right)^2 + \left(\frac{I_{2f}(P = \pm 45^\circ, A = -45^\circ)}{\{[I_{dc}(A = 45^\circ) + I(A = -45^\circ)]J_2(d_o)\}} \right)^2} \right) \quad (2.45)$$

2.4.5 反射式系統：多波長相位調變振幅和橢圓參數 和 值量測原理

如圖 2-6 實驗設置所示，氬氖雷射改成用 Kr Ar 雷射以 488.0、514.5、520.8、568.2 和 647.1nm 五個波長進行量測，利用固定調變相位延遲方式，以 568.2nm 為中心波長，即 PEM 面板上的波長固定為 568.2 nm，光彈調變器所顯示的相位調變振幅()固定在 0.383λ，對任何波長都不調整面板上這二個值，即把 PEM 當做對任何波長的固定相位延遲調變器：

對任何波長固定相位調變振幅=實際量測出的 *568.2nm (2.46)

各波長量測出的 和波長成反比，而每次量測皆將偏光片方位角設定於 ±45 度位置，在利用(2.35)、(2.36)、(2.44)和(2.45)式可以推出在光彈調變器上某固定相位調變振幅()的橢圓參數 和 ? 值。

2.4.6 反射式系統：即時量測橢圓參數 和 值量測原理

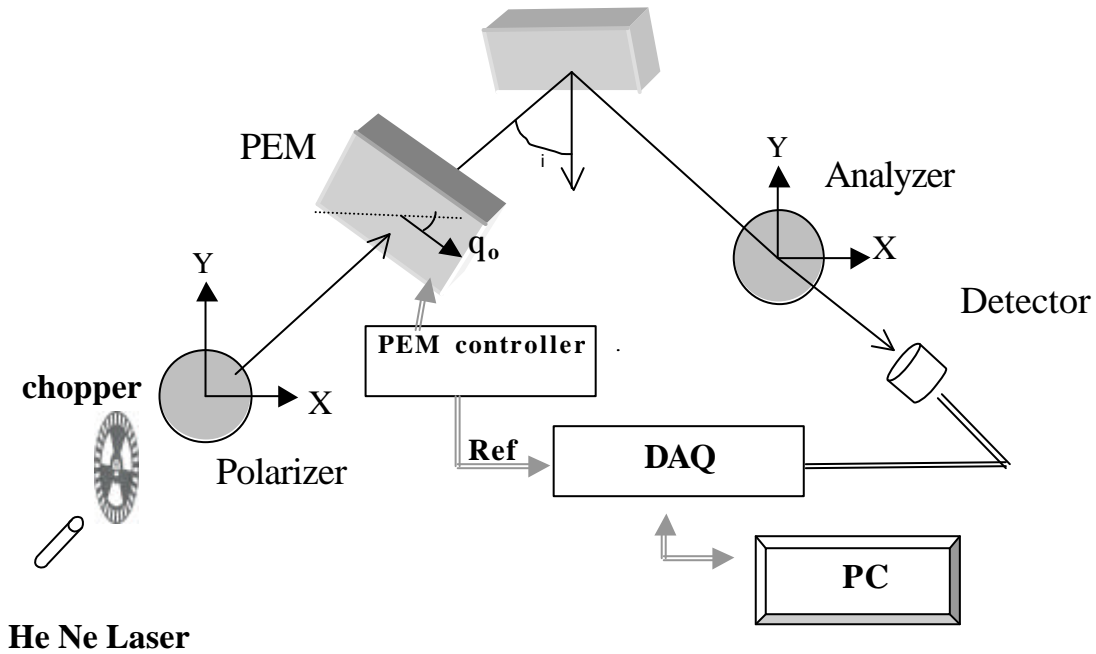


圖2-10：反射式光彈調變即時量測系統基本架構

在完成反射式系統的相位調變振幅()校正後，將相位調變振幅設在 $J_0(d_0) = 0$ 的地方(即真正 $\Delta_0 = 0.3831$ 的地方)，可由圖 2.10 的實驗設置即時求得待測物橢圓參數 和 ? 值，其中加入分割器(chopper)，目的是造成雷射光的阻隔效果，並期望光偵測器在接受到雷射光與沒有接受到雷射光時，能測出不同的橢圓參數，進一步證實此實驗架構的即時量測效果。

依圖 2.10 系統架構知道，若為理想的 PEM($i=0$)，將偏光片之方位角置於 -45 度 ($P = -45^\circ$)，光彈調變器光軸之方位角放在 0 度 ($q_0 = 0^\circ$)，析光片之方位角放在 $+45$ 度 ($A = +45^\circ$)，相位調變振幅設在 $J_0(d_0) = 0$ 的地方，由(2.12)、(2.13)、(2.14)式，則可分別得到直流分量 I_{dc} 、一倍頻 I_{1f} 和二倍頻 I_{2f} ：

$$I_{dc} = 0.25I_0[(1 + \tan^2 \Psi)] \quad (2.47)$$

$$I_{1f} = -I_0[\tan \Psi \sin \Delta J_1(d_0)] \quad (2.48)$$

$$I_{2f} = -I_0[\tan \Psi \cos \Delta J_2(d_0)] \quad (2.49)$$

由(2.48)、(2.49)式可得

$$\frac{I_{1f}}{I_{2f}} = \tan \Delta \frac{J_1(d_o)}{J_2(d_o)}$$

$$\Delta = \tan^{-1} \frac{I_{1f} J_2(d_o)}{I_{2f} J_1(d_o)} \quad (2.50)$$

由(2.48)式可得

$$\sin \Delta = \frac{I_{1f}}{-I_0 \tan \Psi J_1(d_o)} \quad (2.51)$$

由(2.49)式可得

$$\cos \Delta = \frac{I_{2f}}{-I_0 \tan \Psi J_2(d_o)} \quad (2.52)$$

由(2.51)、(2.52)式平方相加可得

$$\sin^2 \Delta + \cos^2 \Delta = \left(\frac{I_{1f}}{I_0 \tan \Psi J_1(d_o)} \right)^2 + \left(\frac{I_{2f}}{I_0 \tan \Psi J_2(d_o)} \right)^2 = 1 \quad (2.53)$$

由(2.47)式可得

$$I_0 = 4I_{dc} \cos^2 \Psi$$

代回(2.53)式整理可得

$$\Psi = \frac{1}{2} \sin^{-1} \sqrt{\left(\frac{I_{1f}}{2I_{dc} J_1(d_o)} \right)^2 + \left(\frac{I_{2f}}{2I_{dc} J_2(d_o)} \right)^2} \quad (2.54)$$

由(2.50)、(2.54)式，我們可藉由求得直流分量 I_{dc} 、一倍頻 I_{1f} 和二倍頻 I_{2f} 式可即時推算出橢圓參數 Ψ 和 Δ 值。

第三章 倍頻信號的優化

光彈調變式橢圓偏光儀所量取到的多倍頻信號，由於系統誤差的影響，使信號發生了偏移，明顯和未偏移弦式理論信號不合，所以此章分別以光彈調變系統穿透和反射式來介紹信號優化的原理並且和未優化信號結果比較。

3.1 穿透式系統

實驗基本設置同 2.4.2 節並依圖 2-7 之系統量測架構，光經過穿透式系統，出射光強度，由(2.21)、(2.22)、(2.23)和(2.24)可得到理論式如下：

$$I_{\text{理想}1f}(P = \pm 45^\circ, A) = \mu I_0 [\sin(\Delta_f) J_1(\mathbf{d}_o) \sin 2A] \quad (3.1)$$

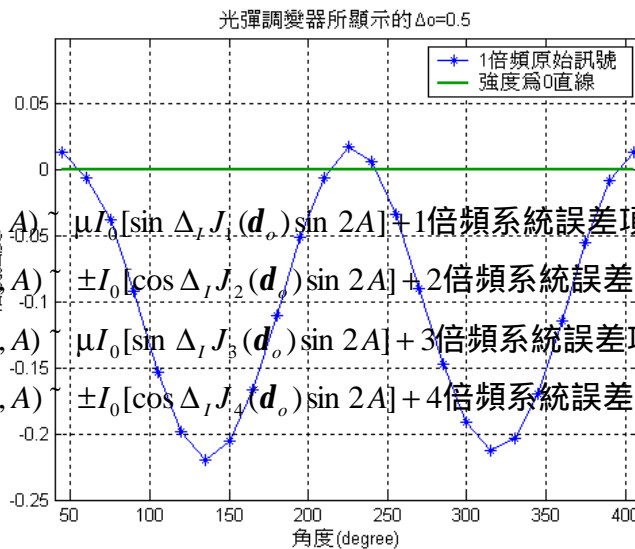
$$I_{\text{理想}2f}(P = \pm 45^\circ, A) = \pm I_0 [\cos(\Delta_f) J_2(\mathbf{d}_o) \sin 2A] \quad (3.2)$$

$$I_{\text{理想}3f}(P = \pm 45^\circ, A) = \mu I_0 [\sin(\Delta_f) J_3(\mathbf{d}_o) \sin 2A] \quad (3.3)$$

$$I_{\text{理想}4f}(P = \pm 45^\circ, A) = \pm I_0 [\cos(\Delta_f) J_4(\mathbf{d}_o) \sin 2A] \quad (3.4)$$

由理論上取出各倍頻信號應為弦波，但實際上取出來的信號發現

有偏移的現象，如圖 3-1，為光彈調變器所顯示 $\Delta o=0.5\lambda$ ，偏光片之方位角置於 -45 度，析光片在每 15 度取到的一倍頻強度，而此位移的現象可能是其他參數、背景雜訊或其他等系統誤差所造成影響。



所以實際

$$I_{\text{實際}1f}(P = \pm 45^0, A) = \mu I_0 [\sin \Delta_I J_1(d_o) \sin 2A] + 1\text{倍頻系統誤差項} \quad (3.5)$$

$$I_{\text{實際}2f}(P = \pm 45^0, A) = \pm I_0 [\cos \Delta_I J_2(d_o) \sin 2A] + 2\text{倍頻系統誤差項} \quad (3.6)$$

$$I_{\text{實際}3f}(P = \pm 45^0, A) = \mu I_0 [\sin \Delta_I J_3(d_o) \sin 2A] + 3\text{倍頻系統誤差項} \quad (3.7)$$

$$I_{\text{實際}4f}(P = \pm 45^0, A) = \pm I_0 [\cos \Delta_I J_4(d_o) \sin 2A] + 4\text{倍頻系統誤差項} \quad (3.8)$$

可利用析

奇倍頻系

充誤差項：

$$I_{\text{實際}(2n+1)f}(P = \pm 45^0, 0^0) = \text{奇倍頻系統誤差項}$$

$$I_{\text{實際}(2n+1)f}(P = \pm 45^0, 60^0) = \mu I_0 [\sin \Delta_I J_{2n+1}(d_o) \sin 60^0] + \text{奇倍頻系統誤差項}$$

$$I_{\text{實際}(2n+1)f}(P = \pm 45^0, 120^0) = \pm I_0 [\sin \Delta_I J_{2n+1}(d_o) \sin 60^0] + \text{奇倍頻系統誤差項}$$

$$\text{奇倍頻系統誤差項} = \frac{I_{\text{實際}(2n+1)f}(0^0) + I_{\text{實際}(2n+1)f}(60^0) + I_{\text{實際}(2n+1)f}(120^0)}{3} \quad (3.9)$$

偶倍頻系統誤差項計算如下：

$$I_{\text{實際}(2n)f}(P = \pm 45^0, 0^0) = \text{偶倍頻系統誤差項}$$

$$I_{\text{實際}(2n)f}(P = \pm 45^0, 60^0) = \pm I_0 [\cos \Delta_I J_{2n}(d_o) \sin 60^0] + \text{偶倍頻系統誤差項}$$

$$I_{\text{實際}(2n)f}(P = \pm 45^0, 120^0) = \mu I_0 [\cos \Delta_I J_{2n}(d_o) \sin 60^0] + \text{偶倍頻系統誤差項}$$

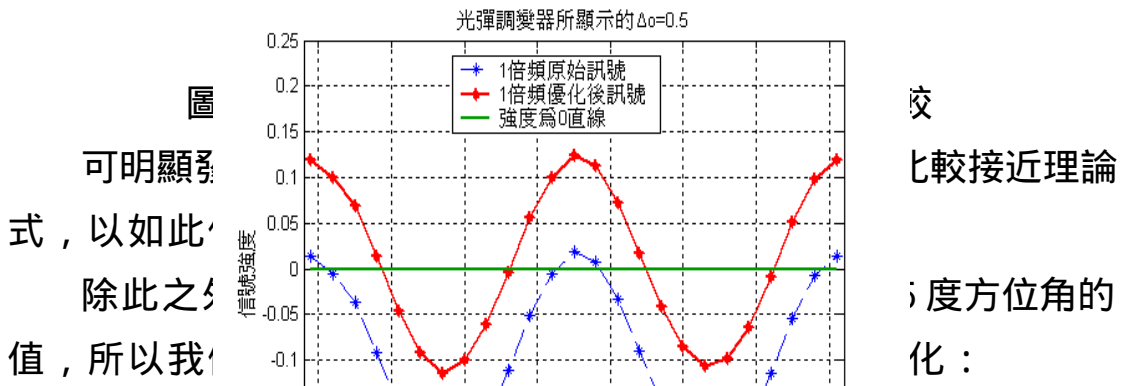
$$\text{偶倍頻系統誤差項} = \frac{I_{\text{實際}(2n)f}(0^0) + I_{\text{實際}(2n)f}(60^0) + I_{\text{實際}(2n)f}(120^0)}{3} \quad (3.10)$$

優化後的信號：

$$I_{\text{優化}(2n+1)f}(A) = I_{\text{實際}(2n+1)f}(A) - \text{奇倍頻系統誤差項} \approx I_{\text{理想}(2n+1)f}(A)$$

$$I_{\text{優化}(2n)f}(A) = I_{\text{實際}(2n)f}(A) - \text{偶倍頻系統誤差項} \approx I_{\text{理想}(2n)f}(A)$$

經優化之後和未優化信號比較：



可明顯
式，以如此
除此之
值，所以我

$$\sqrt{I_{1f}^2(A) + I_{1f}^2(A+45)} = I_0 \sin \Delta_I J_1(d_0) = |I_{1f}(A=45)| \quad (3.11)$$

$$\sqrt{I_{2f}^2(A) + I_{2f}^2(A+45)} = I_0 \cos \Delta_I J_2(d_0) = |I_{2f}(A=45)| \quad (3.12)$$

$$\sqrt{I_{3f}^2(A) + I_{3f}^2(A+45)} = I_0 \sin \Delta_I J_3(d_0) = |I_{3f}(A=45)| \quad (3.13)$$

$$\sqrt{I_{4f}^2(A) + I_{4f}^2(A+45)} = I_0 \cos \Delta_I J_4(d_0) = |I_{4f}(A=45)| \quad (3.14)$$

用此優化的原因是我們無法保證析光片方位角在+45度，但我們由上面式子可以知道，每個析光片角度 A 和 A+45 度平方相加開根號是跟析光片方位角在+45度取到強度一樣，再利用(3.11)式除以(3.13)式、(3.12)式除以(3.14)式：

$$\frac{|I_{1f}(A=45)|}{|I_{3f}(A=45)|} = \frac{J_1(d_0)}{J_3(d_0)} \quad (3.15)$$

$$\frac{|I_{2f}(A=45)|}{|I_{4f}(A=45)|} = \frac{J_2(d_0)}{J_4(d_0)} \quad (3.16)$$

同樣可以得到 θ_0 ，且不需考慮析光片方位角 A 。

利用(3.11)式除以(3.12)式、(3.13)式除以(3.14)式可得到：

$$\frac{|I_{1f}(A=45)|}{|I_{2f}(A=45)|} = \tan \Delta_I \quad (3.17)$$

$$\frac{|I_{3f}(A=45)|}{|I_{4f}(A=45)|} = \tan \Delta_I \quad (3.18)$$

同樣可以得到 θ_i ，且不需考慮析光片方位角 A 。

3.2 反射式系統

實驗基本設置同 2.4.1 節並依圖 2-6 之系統量測架構，光經過穿透式系統，出射光強度，由(2.13)、(2.14)、(2.15)和(2.16)可得到理論式如下：

$$I_{理想1f}(P = \pm 45^0, A) = \pm I_0 [\tan \Psi \sin(\Delta - \Delta_I) J_1(d_o) \sin 2A] \quad (3.19)$$

$$I_{理想2f}(P = \pm 45^0, A) = \pm I_0 [\tan \Psi \cos(\Delta - \Delta_I) J_2(d_o) \sin 2A] \quad (3.20)$$

$$I_{理想3f}(P = \pm 45^0, A) = \pm I_0 [\tan \Psi \sin(\Delta - \Delta_I) J_3(d_o) \sin 2A] \quad (3.21)$$

$$I_{理想4f}(P = \pm 45^0, A) = \pm I_0 [\tan \Psi \cos(\Delta - \Delta_I) J_4(d_o) \sin 2A] \quad (3.22)$$

由理論上取出各倍頻信號應為弦波，但實際上取出來的信號發現偏移的現象，如圖 3-3，為光彈調變器所顯示 $\theta_0 = 0.383\lambda$ ，偏光片之方位角置於 -45 度，析光片在每 15 度取到的一倍頻強度：

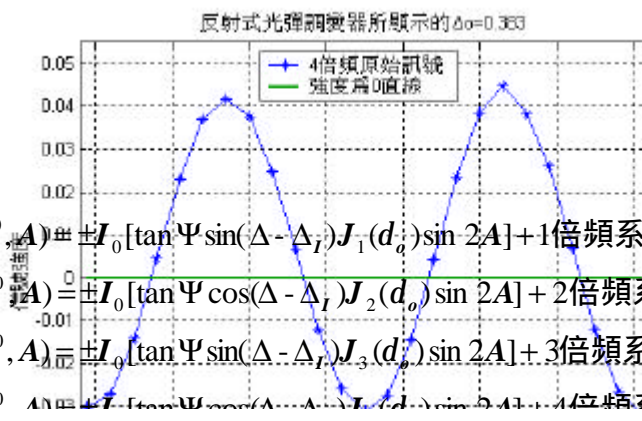
所以實際上

$$I_{實際1f}(P = \pm 45^0, A) = \pm I_0 [\tan \Psi \sin(\Delta - \Delta_I) J_1(d_o) \sin 2A] + 1倍頻系統誤差項 \quad (3.23)$$

$$I_{實際2f}(P = \pm 45^0, A) = \pm I_0 [\tan \Psi \cos(\Delta - \Delta_I) J_2(d_o) \sin 2A] + 2倍頻系統誤差項 \quad (3.24)$$

$$I_{實際3f}(P = \pm 45^0, A) = \pm I_0 [\tan \Psi \sin(\Delta - \Delta_I) J_3(d_o) \sin 2A] + 3倍頻系統誤差項 \quad (3.25)$$

$$I_{實際4f}(P = \pm 45^0, A) = \pm I_0 [\tan \Psi \cos(\Delta - \Delta_I) J_4(d_o) \sin 2A] + 4倍頻系統誤差項 \quad (3.26)$$



可利用的析光片在方位角 0、60 和 120 度算出各倍頻系統誤差項：

奇倍頻系統誤差項計算如下：

$$I_{\text{實際}(2n+1)f}(P = \pm 45^\circ, 0^\circ) = \text{奇倍頻系統誤差項}$$

$$I_{\text{實際}(2n+1)f}(P = \pm 45^\circ, 60^\circ) = \pm I_0 [\tan \Psi \sin \Delta J_{2n+1}(d_o) \sin 60^\circ] + \text{奇倍頻系統誤差項}$$

$$I_{\text{實際}(2n+1)f}(P = \pm 45^\circ, 120^\circ) = \mu I_0 [\tan \Psi \sin \Delta J_{2n+1}(d_o) \sin 60^\circ] + \text{奇倍頻系統誤差項}$$

$$\text{奇倍頻系統誤差項} = \frac{I_{\text{實際}(2n+1)f}(0^\circ) + I_{\text{實際}(2n+1)f}(60^\circ) + I_{\text{實際}(2n+1)f}(120^\circ)}{3} \quad (3.27)$$

偶倍頻系統誤差項計算如下：

$$I_{\text{實際}(2n)f}(P = \pm 45^\circ, 0^\circ) = \text{偶倍頻系統誤差項}$$

$$I_{\text{實際}(2n)f}(P = \pm 45^\circ, 60^\circ) = \pm I_0 [\tan \Psi \cos \Delta J_{2n}(d_o) \sin 60^\circ] + \text{偶倍頻系統誤差項}$$

$$I_{\text{實際}(2n)f}(P = \pm 45^\circ, 120^\circ) = \mu I_0 [\tan \Psi \cos \Delta J_{2n}(d_o) \sin 60^\circ] + \text{偶倍頻系統誤差項}$$

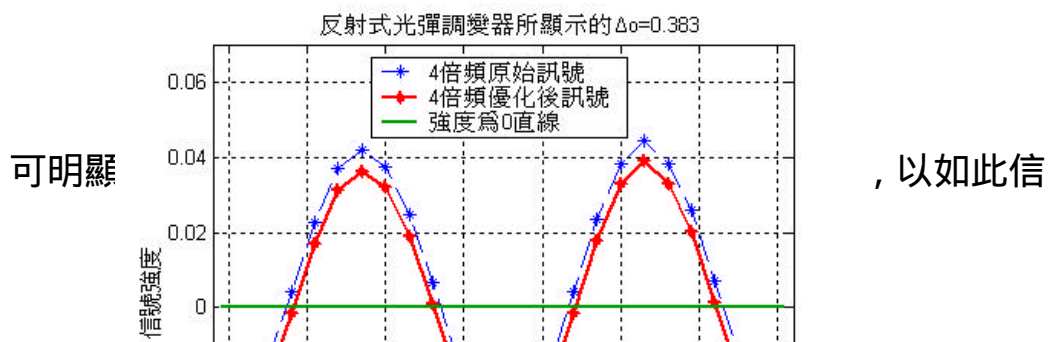
$$\text{偶倍頻系統誤差項} = \frac{I_{\text{實際}(2n)f}(0^\circ) + I_{\text{實際}(2n)f}(60^\circ) + I_{\text{實際}(2n)f}(120^\circ)}{3} \quad (3.28)$$

優化後的信號：

$$I_{\text{優化}(2n+1)f}(A) = I_{\text{實際}(2n+1)f}(A) - \text{奇倍頻系統誤差項} \approx I_{\text{理想}(2n+1)f}(A)$$

$$I_{\text{優化}(2n)f}(A) = I_{\text{實際}(2n)f}(A) - \text{偶倍頻系統誤差項} \approx I_{\text{理想}(2n)f}(A)$$

經優化之後和未優化信號比較：



號來作推算參數也比較有意義。

我們取到倍頻信號是析光片在每 15 度的值，所以我們可以利用析光片角度 A 和 A+45 度做優化：

$$\sqrt{I_{1f}^2(A) + I_{1f}^2(A + 45)} = I_0 \tan \Psi \sin \Delta J_1(d_0) = |I_{1f}(A = 45)| \quad (3.29)$$

$$\sqrt{I_{2f}^2(A) + I_{2f}^2(A + 45)} = I_0 \tan \Psi \cos \Delta J_2(d_0) = |I_{2f}(A = 45)| \quad (3.30)$$

$$\sqrt{I_{3f}^2(A) + I_{3f}^2(A + 45)} = I_0 \tan \Psi \sin \Delta J_3(d_0) = |I_{3f}(A = 45)| \quad (3.31)$$

$$\sqrt{I_{4f}^2(A) + I_{4f}^2(A + 45)} = I_0 \tan \Psi \cos \Delta J_4(d_0) = |I_{4f}(A = 45)| \quad (3.32)$$

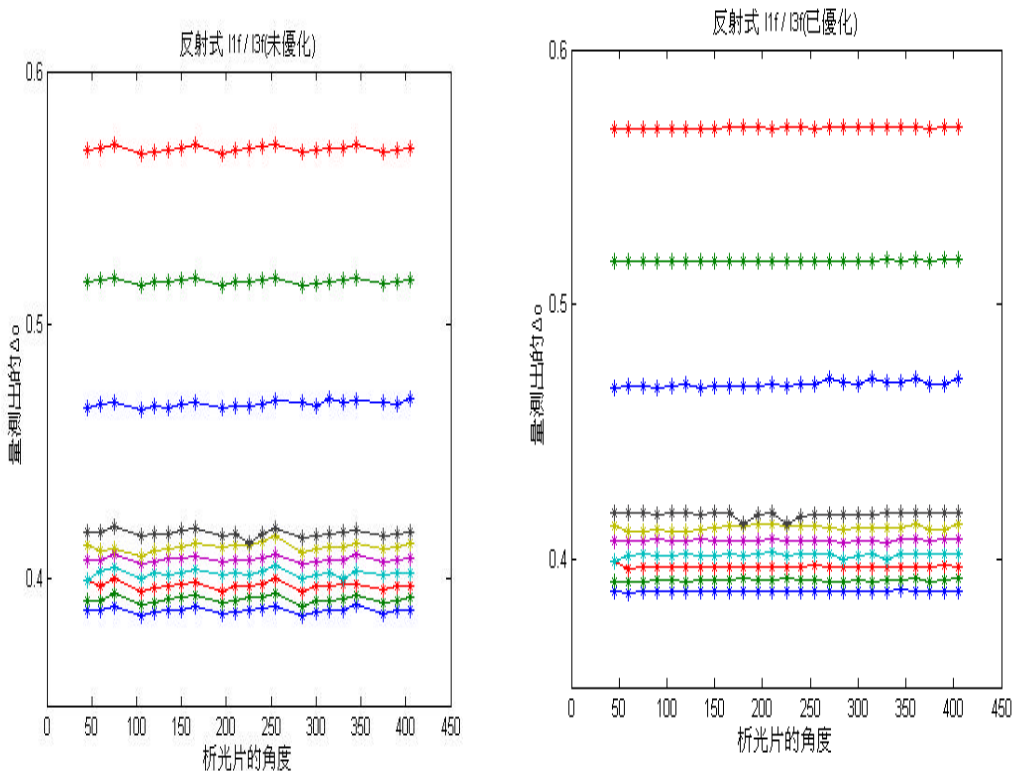
利用(3.29)式除以(3.31)式、(3.30)式除以(3.32)式可得到：

$$\frac{|I_{1f}(A = 45)|}{|I_{3f}(A = 45)|} = \frac{J_1(d_0)}{J_3(d_0)} \quad (3.33)$$

$$\frac{|I_{2f}(A = 45)|}{|I_{4f}(A = 45)|} = \frac{J_2(d_0)}{J_4(d_0)} \quad (3.34)$$

同樣可以得到 θ_0 ，且不需考慮析光片方位角 A。

下圖(圖 3-5)即表示入射角 75 度時，在樣品 $\theta = 75.50$ 度和 $\theta = 18.36$ 度，在光彈調變器所顯示 $\theta_0 = 0.383\lambda$ ，偏極片方位角 $P = -45$ 度優化和未優化所算出的 θ_0 。



(a)

(b)

圖 3-5：反射式優化和未優化所算出的 θ_0

因為析光片方位角可以在每十五度轉一次，總共轉了 24 次，所以我們在每個角度可以算 A 和 A+45 度量測到強度平方和開根號。

由理論式子所推出的 θ_0 ，不需考慮析光片方位角 A，很明顯可以發現如果未做此優化的動作，在圖 3-5(a)中 θ_0 跟析光片的角度 A 關係比較大，如果做優化的動作在 3-5(b)中 θ_0 跟析光片的角度 A 關係比較小，因為圖形看起來在各析光片角度 A 所量測到的 θ_0 平整多了。

第四章 實驗步驟

為了在實驗室中建立精確的橢圓偏光儀量測系統，先測量各種偏光元件的特性及其精確度乃是重要的基本工作。在本實驗中，我們將對光彈調變器的相位調變振幅 內稟相位延遲和橢圓偏光參數 θ_0 和 θ_1 值進行量測，並透過檢波器波形的取得，針對相位調變振幅和內稟相位延遲進行分析，另外為延伸此儀器為一多波長的橢圓偏光儀，在固定調變相位延遲下，進行五個不同波長光彈調變器的相位調變振幅校正和橢圓偏光參數量測，一方面是預先為發展橢圓偏光光譜儀 (spectroscopic-polarimeter/ellipsometer) 做準備工作，一方面也可藉由實驗結果了解本量測技術的適用波長範圍，最後透過橢圓偏光參數 θ_0 和 θ_1 值的即時量測可知道系統取樣速率。

實驗基本設置如下：

雷射光源：Melles Griot HeNe laser 10mw.

偏光片及析光片：Melles Griot 03FPG015 sheet polarizer of

extinction ratio 10^{-4} .

光偵檢器：Thorlabs PDA55 silicon pin diode

Spectral Range：400-1100nm

數擷取卡 DAQ (Data Acquisition)：NI PCI-6111

光彈調變器：Hinds PEM-90

商用橢圓儀：J. A. Woollam M44

4.1 反射式：相位調變振幅定量量測校正

實驗基本設置同 2.4.1 節圖 2-6 之系統量測架構，在光彈調變器與析光片間置入待測物，其中待測物為直徑 6 吋之 Si 晶片鍍上 SiO_2 且膜厚為 364 \AA ，在完成系統量測架構設置並完成對光後，將偏光片方位角固定在 -45 度及光彈調變器應變軸方位角調到零度位置，本實驗將入射角固定於 75 度，而在進行光彈調變器相位調變振幅 () 校正時，分別調整光彈調變器上的相位調變振幅 θ ，以 0.005λ 為間隔由 0.368 到 0.398 以及 0.45 、 0.5 和 0.55λ 三點做量測，利用數擷取卡 DAQ (Data Acquisition)，透過所撰寫 LabVIEW 程式(程式見附錄 A.3)，可同步擷取調變系統之多倍頻信號如：一倍頻 I_{1f} 、二倍頻 I_{2f} 、三倍頻 I_{3f} 及四倍頻 I_{4f} ，利用一倍頻除以三倍頻或二倍頻除以四倍頻即可分別校正出光彈調變器之相位調變振幅 ()，而每次量測皆將偏光片方位角設定於 -45 度位置，然後分別量取析光片方位角位於 0 度到 360 度以 15 度為間隔的 24 個不同位置的光強度，透過此 24 個光強度的量取，就可以得到每個析光片方位角的光彈調變器相位調變振幅 ()。

4.2 穿透式：相位調變振幅定量量測校正

實驗基本設置同 2.4.2 節並依圖 2-7 之系統量測架構，而實驗步驟和 4.1 中反射式：相位調變振幅 () 定量量測校正步驟一樣，不同在於一個是反射式系統，一個是穿透式系統。

4.3 穿透和反射式相位調變振幅定量量測比較

將穿透和反射式實驗結果比較，透過兩個系統來驗證相位調變振幅定量校正方法的準確性。

4.4 穿透式：相位調變振幅定性量測校正

實驗基本設置同 2.4.3 節並依圖 2-8 之系統量測架構，在完成系統量測架構設置並完成對光後，將偏光片方位角固定在-45 度及光彈調變器應變軸方位角調到零度位置，析光片方位角固定在+45 度，分別調整光彈調變器上的相位調變振幅 ϕ ，在 0.45λ 、 0.5λ 和 0.55λ 三點做量測，利用數擷取卡 DAQ，透過所撰寫 LabVIEW 程式可擷取時間訊號的波形，由所擷取到的波形可判斷光彈調變器相位調變振幅 (ϕ) 是否準確。

4.5 穿透式由波形推算內稟相位延遲和相位調變振幅

實驗基本設置同 2.4.3 節並依圖 2-8 之系統量測架構，在完成系統量測架構設置並完成對光後，將偏光片方位角固定在+45 度及光彈調變器應變軸方位角調到零度位置，析光片方位角固定在-45 度，分別調整光彈調變器上的相位調變振幅 ϕ ，在 0.45λ 、 0.5λ 和 0.55λ 三點做量測，利用數擷取卡 DAQ，透過所撰寫 LabVIEW 程式可擷取時間訊號的波形，透過所擷取到的波形使用最小平方法，可推算出內稟相位延遲和相位調變振幅。

4.6 穿透式：內稟相位延遲量測

實驗基本設置同 2.4.2 節並依圖 2-7 之系統量測架構，而實驗步驟和 4.2 節中穿透式：相位調變振幅 (ϕ) 定量量測校正步驟一樣，不同在於是利用一倍頻除以二倍頻或三倍頻除以四倍頻量測出光彈

調變器之內稟相位延遲(ϕ_0)，利用數擷取卡 DAQ (Data Acquisition)，透過所撰寫 LabVIEW 程式所取得倍頻信號代入(2.25)式就可以得到每個析光片方位角的光彈調變器內稟相位延遲(ϕ_0)(程式見附錄 C)。

4.7 反射式：橢圓參數 ϵ_1 和 ϵ_2 值量測

由 4.1 節的反射式相位調變振幅(ϕ_0)定量量測中，利用所取出來的直流分量和各倍頻信號代入(2.35)、(2.36)、(2.44)和(2.45)式中，可以推出在每個光彈調變器上某固定的相位調變振幅(ϕ_0)的橢圓參數 ϵ_1 和 ϵ_2 值，並與商用橢圓儀量測結果比較。

4.8 反射式：多波長相位調變振幅和橢圓參數 ϵ_1 和 ϵ_2 值量測

實驗基本設置同 2.4.1 節圖 2-6 之系統量測架構，在光彈調變器與析光片間置入待測物，其中待測物為直徑 6 吋之 Si 晶片鍍上 SiO_2 且膜厚為 364 \AA ，將入射角固定於 70 度，在完成系統量測架構設置並完成對光後，將偏光片方位角固定在 ± 45 度及光彈調變器應變軸方位角調到零度位置，利用固定調變相位延遲方式以 568.2nm 為中心波長，即 PEM 面板上的波長固定為 568.2nm，光彈調變器所顯示的相位振幅(ϕ_0)固定在 0.383λ ，對任何波長都不調整面板上這二個值，利用 Kr Ar 雷射：488.0、514.5、520.8、568.2 和 647.1nm 五個波長進行量測，而在進行光彈調變器相位調變振幅(ϕ_0)校正時，利用數擷取卡 DAQ，透過所撰寫 LabVIEW 程式，可同步擷取調變系統之直流分量 I_{dc} 和多倍頻信號如：一倍頻 I_{1f} 、二倍頻 I_{2f} 、三倍頻 I_{3f} 及四倍頻 I_{4f} ，利用一倍頻除以三倍頻或二倍頻除以四倍頻即可校正出光彈調變器之相位調變振幅(ϕ_0)，而每次量測皆將偏光片方位角設定於 ± 45 度位置，然後分別量取析光片方位角位於 0 度到 360 度以 15 度為

間隔的 24 個不同位置的光強度，透過此 24 個光強度的量取，就可以得到每個析光片方位角的光彈調變器相位調變振幅()，在利用 (2.35)、(2.36)、(2.44)和(2.45)式可以推出光彈調變器上某固定的相位調變振幅()的橢圓參數 和 ? 值。

4.9 反射式：即時量測橢圓參數 和 值

實驗基本設置同 2.4.6 節並依圖 2-10 系統量測架構，在光彈調變器與析光片間置入待測物，其中待測物為直徑 6 吋之 Si 晶片鍍上 SiO_2 且膜厚為 1000 \AA 左右，在完成系統量測架構設置並完成對光後，將偏光片方位角固定在 -45 度、析光片方位角固定在 +45 度及光彈調變器應變軸方位角調到零度位置，將相位調變振幅設在 $J_0(d_0) = 0$ 的地方(即真正 $\Delta_0 = 0.3831$ 的地方)，設定分割器(chopper)轉速約為 1~2 Hz，本實驗將入射角固定於 70 度，利用數擷取卡 DAQ，透過所撰寫 LabVIEW 程式(程式見附錄 A.4)，可同步擷取調變系統之直流分量 I_{dc} 和多倍頻信號如：一倍頻 I_{1f} 、二倍頻 I_{2f} ，並且即時進行(2.50)和(2.54)式運算而即時算出橢圓參數 和 ? 值。

第五章 實驗結果與討論

本論文依據前述之原理及實驗步驟，分別進行相位調變振幅定量、定性量測校正，內稟相位延遲和橢圓參數量測，且應用在多波長實驗上，最後進行即時量測實驗，所以擬將實驗結果分為以下討論：

5.1 反射式：相位調變振幅定量量測校正

利用反射式橢圓儀所計算出來各倍頻信號可以得到 γ_0 ，且不需考慮析光片方位角 A ，如 2.17 式中的

$$\frac{I_{1f}}{I_{3f}} = \frac{J_1(d_0)}{J_3(d_0)} \quad \text{或} \quad \frac{I_{2f}}{I_{4f}} = \frac{J_2(d_0)}{J_4(d_0)} \quad \text{其中 } d_0 = 2p \cdot \Delta_0$$

下圖(圖 5-1)為入射角 75 度時，樣品 $\gamma = 75.50$ 度和 $\gamma = 18.36$ 度，在光彈調變器 (Photoelastic Modulator PEM) 所顯示 $\gamma_0 = 0.383\lambda$ ，偏極片角度 $P = -45$ 度和析光片角度 $A = 45$ 度所算出來的一組 γ_0 ，利用圖解法所求得的交點即為所量測出來的 γ_0 。

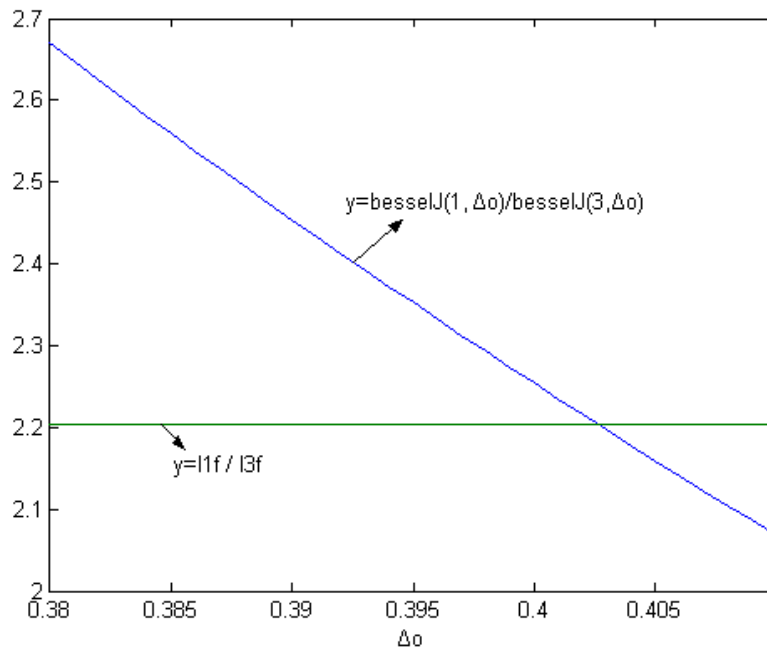


圖 5-1：圖解法求 Δ_0

而在進行光彈調變器相位調變振幅()校正時，分別調整光彈調變器上的相位調變振幅 Δ_0 ，以 0.005λ 為間隔由 0.368 到 0.398 以及 0.45、0.5、0.55 λ 三點做量測，利用數擷取卡 DAQ (Data Acquisition)，透過所撰寫 LabVIEW 程式可同步擷取調變系統之多倍頻信號如：一倍頻 I_{1f} 、二倍頻 I_{2f} 、三倍頻 I_{3f} 及四倍頻 I_{4f} ，利用一倍頻除以三倍頻和二倍頻除以四倍頻即可分別校正出光彈調變器之相位調變振幅()，下圖(圖 5-2)為實驗結果，其中理論線的部分是光彈調變器上面所顯示相位調變振幅()，和量測的結果要一致，所以理論線的斜率應為 1。

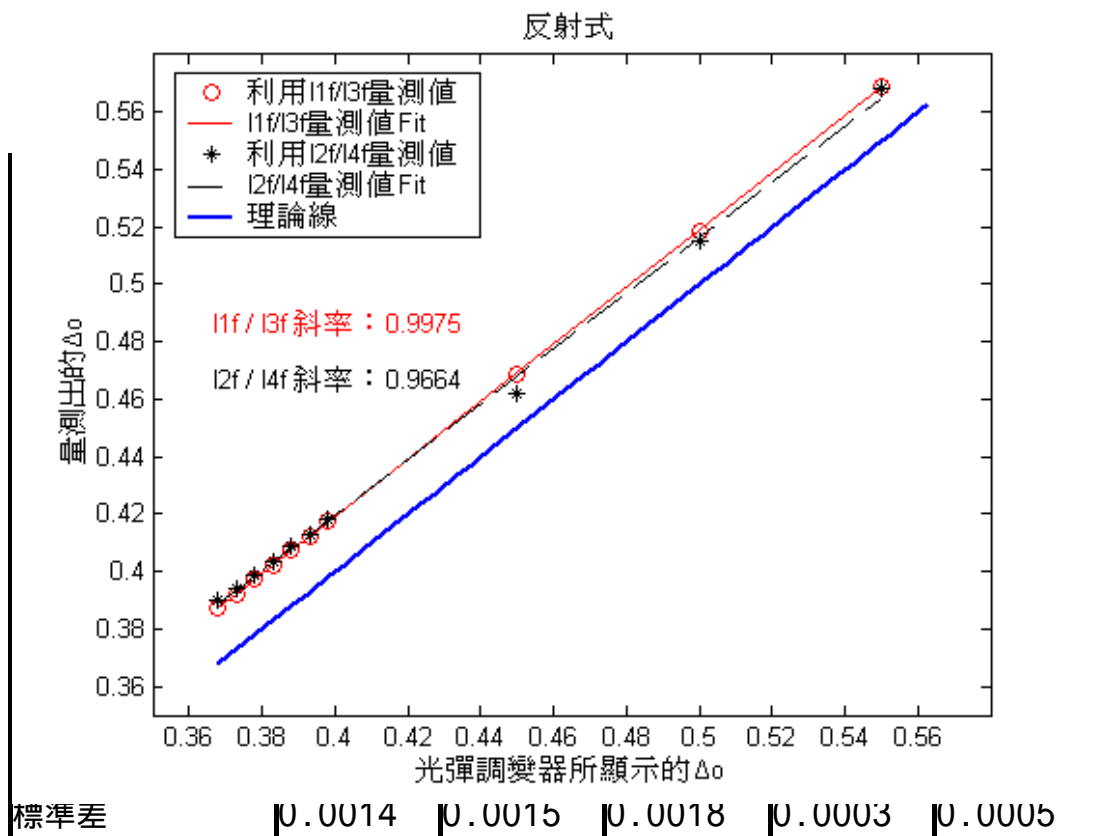
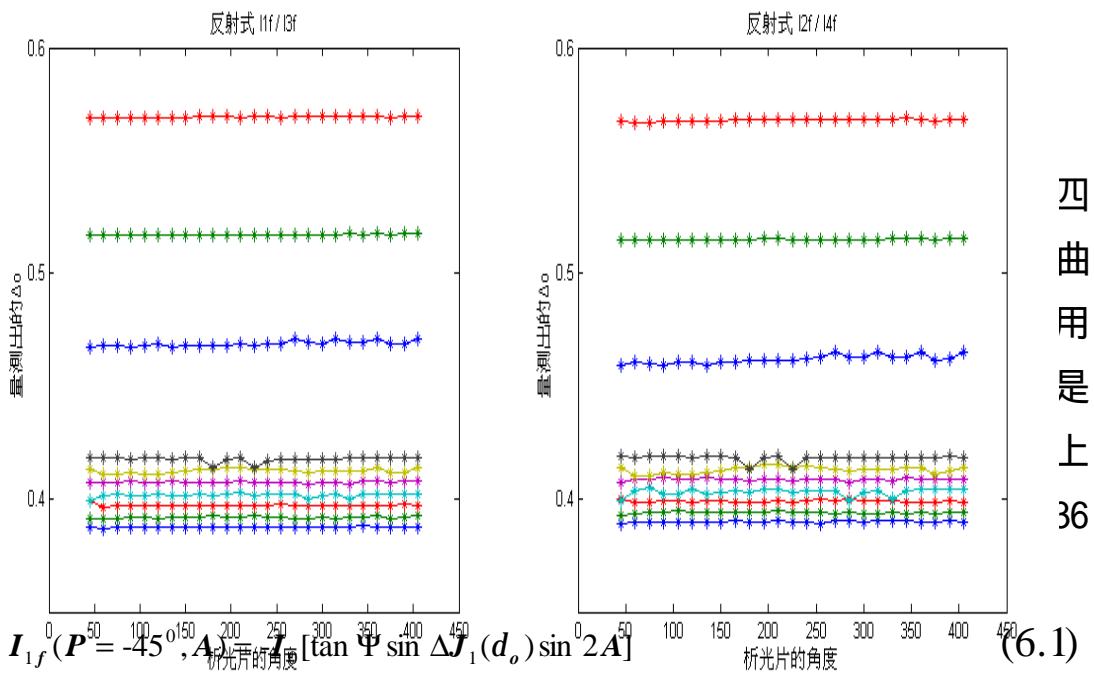


表 5-1：反射式反射式校正 ?₀

而由實驗結果如圖 5-2，可以發現不管利用一倍頻除以三倍頻或二倍頻除以四倍頻所得到相位調變振幅()的實驗線很明顯跟理論線有發生偏移的現象，而且利用一倍頻除以三倍頻所得到的斜率 0.9975 比用二倍頻除以四倍頻所得到斜率 0.9664 較吻合理論的斜率值 1，且每一點所量測出來的偏移量都在 0.020λ 左右(如表 5-1)，除此之外，利用基偶倍頻相除所得到的相位調變振幅()應該和析光片的方位角(A)無關，所以下圖(如圖 5-3)是所量測出相位調變振幅對析光片方位角(A)關係：

()對析光片的方位角(A)作圖：



四
曲
用
是
上
36

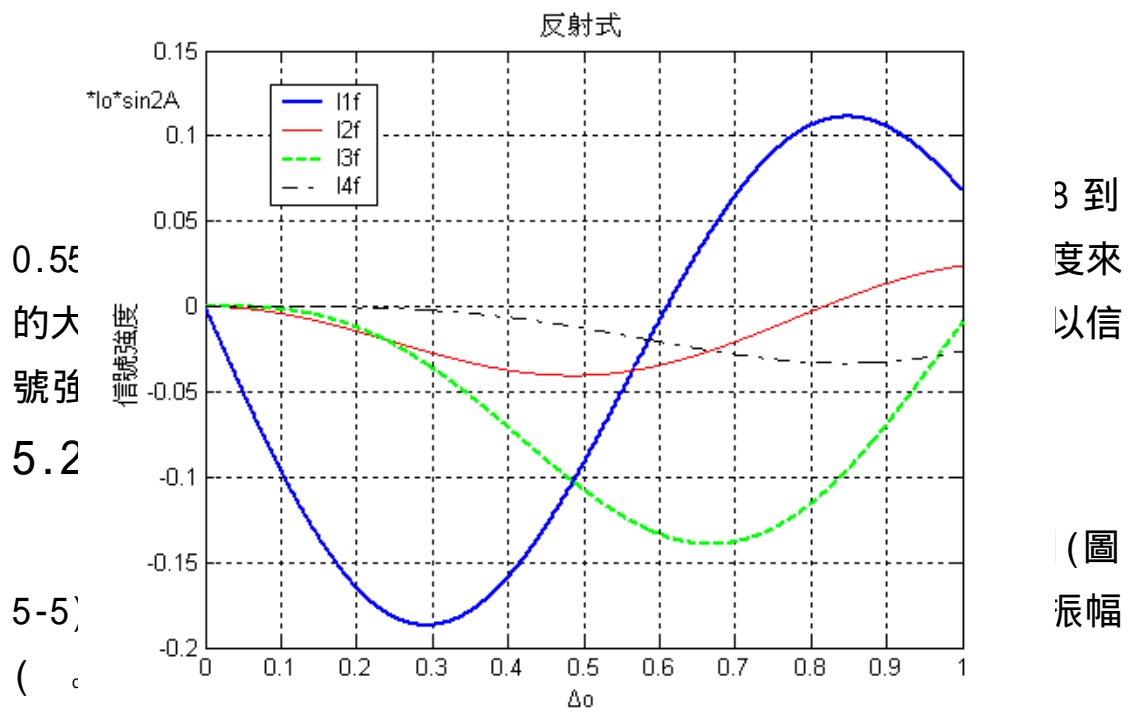
$$I_{1f}(P = -45^\circ, A) = I_0 [\tan \Psi \sin \Delta J_1(d_o) \sin 2A] \quad (6.1)$$

$$I_{2f}(P = -45^\circ, A) = -I_0 [\tan \Psi \cos \Delta J_2(d_o) \sin 2A] \quad (6.2)$$

$$I_{3f}(P = -45^\circ, A) = -I_0 [\tan \Psi \sin \Delta J_3(d_o) \sin 2A] \quad (6.3)$$

$$I_{4f}(P = -45^\circ, A) = -I_0 [\tan \Psi \cos \Delta J_4(d_o) \sin 2A] \quad (6.4)$$

可得下圖(圖 5-15)各倍頻相對的信號強度對相位調變振幅()
理論圖形：



0.5f
的大
號強
5.2
5-5)
(

3 到
度來
以信

(圖
振幅

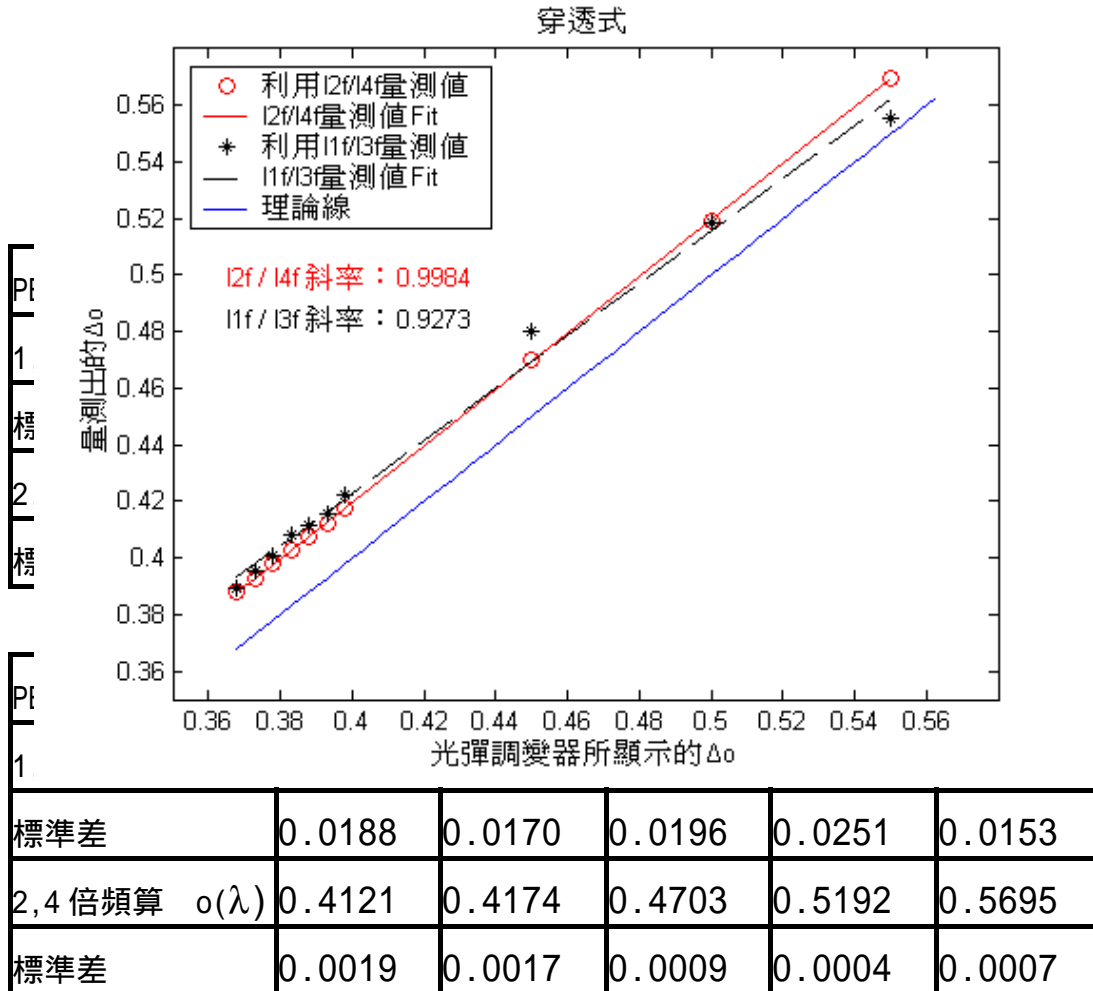
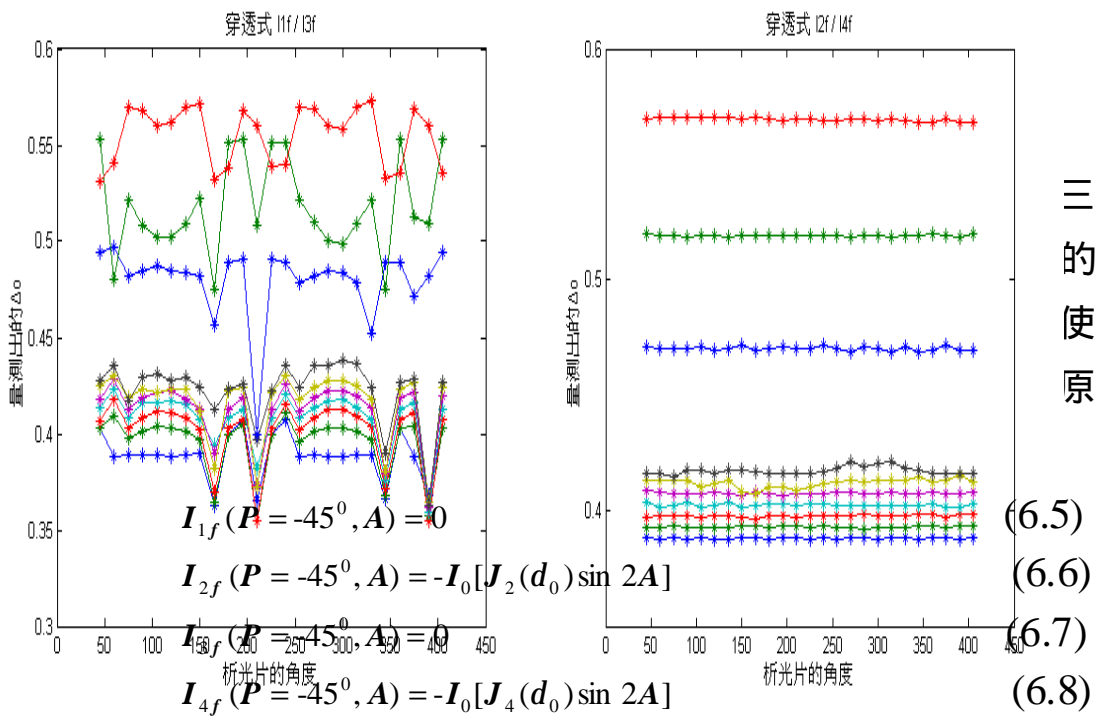


表 5-2：穿透式反射式校正 ϕ_0

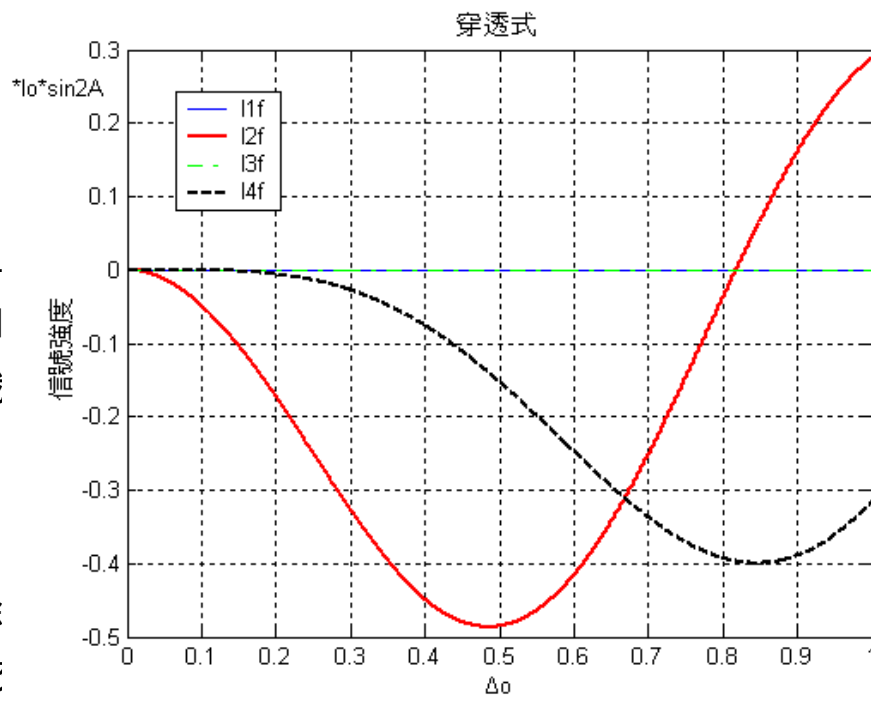
而由實驗結果如圖 5-5 可以發現不管利用一倍頻除以三倍頻或二倍頻除以四倍頻所得到相位調變振幅()的實驗線很明顯跟理論線有發生偏移的現象，而且利用二倍頻除以四倍頻所得到的斜率 0.9984 比用一倍頻除以三倍頻所得到的斜率 0.9273 較吻合理論的斜率值 1，且每一點所量測出來的偏移量都在 0.020λ 左右(如表 5-2)，除此之外，利用基偶倍頻相除所得到的相位調變振幅()應該和析光片的方位角(A)無關，所以下圖(圖 5-6)是所量測出相位調變振幅()對析光片方位角(A)作圖：



三
的
使
原

可以得到下圖(圖 5-7)各倍頻相對的信號強度對相位調變振幅()
理論圖形：

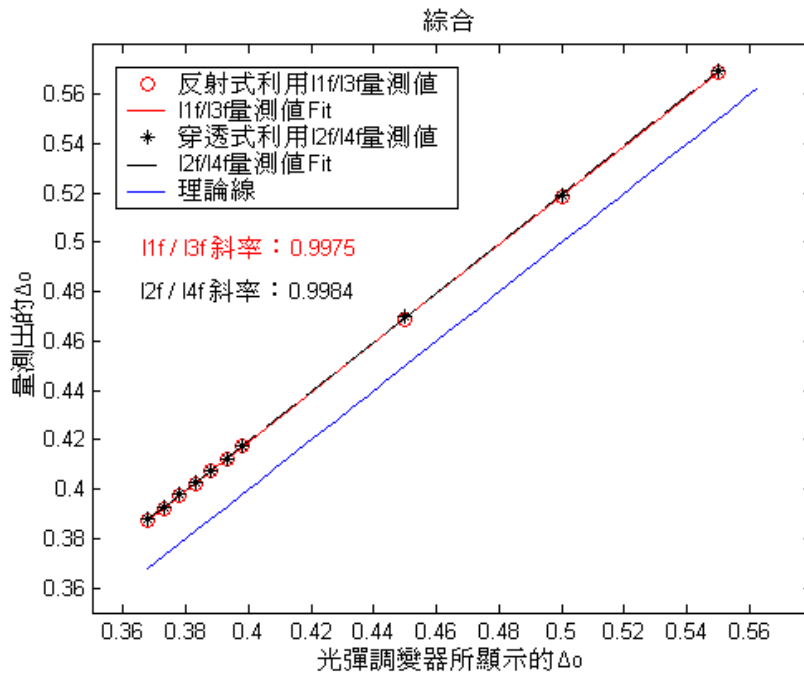
中二
一和
用我
5.3
相除
。車



，其
而且
該使

信號
得的

E
做出
振幅
近。
5.4
言
0.5



系統所
立調變
20λ附
0.45
bVIEW

程式可擷取到信號強度對時間訊號的波形，結果如下圖 5-9：

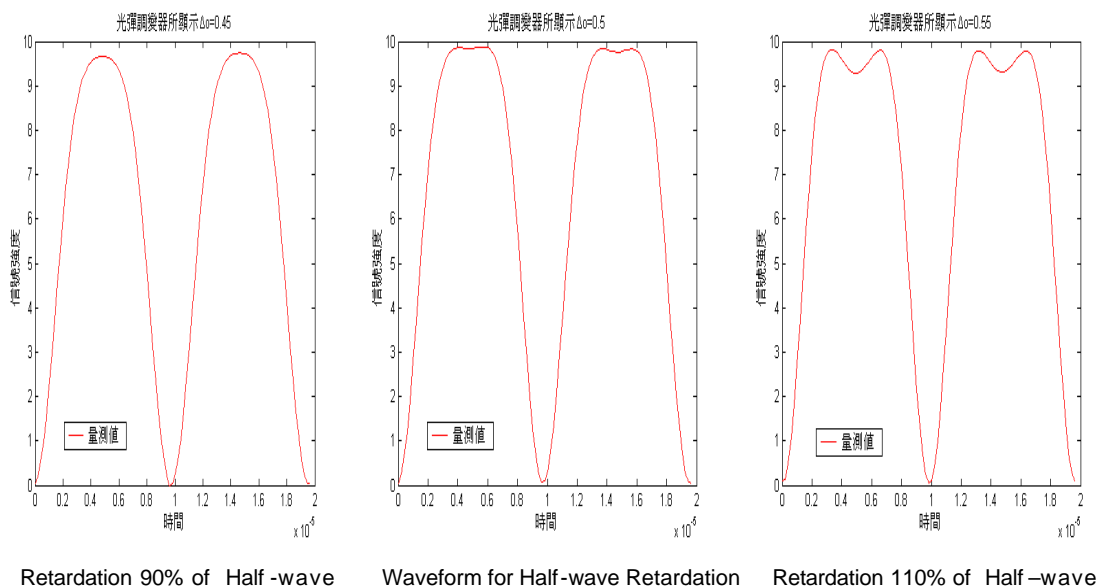


圖 5-9：理想 PEM 信號強度對時間訊號的波形

在光彈調變器操作手冊中說明只要透過 $\Delta\phi = 0.5\lambda$ 時的波形在峰值地方是否趨於平緩來判斷相位調變振幅，由實驗結果可以知道在峰值地方已經凹下去了，表示真正 $\Delta\phi$ 是比 0.5 大，至於大多少使用此方法無法定量知道，於是利用光彈調變器所顯示 $\Delta\phi$ 推算理論波形和

實驗波形來做比較，容易知道差別在那裡，結果如下圖 5-10：

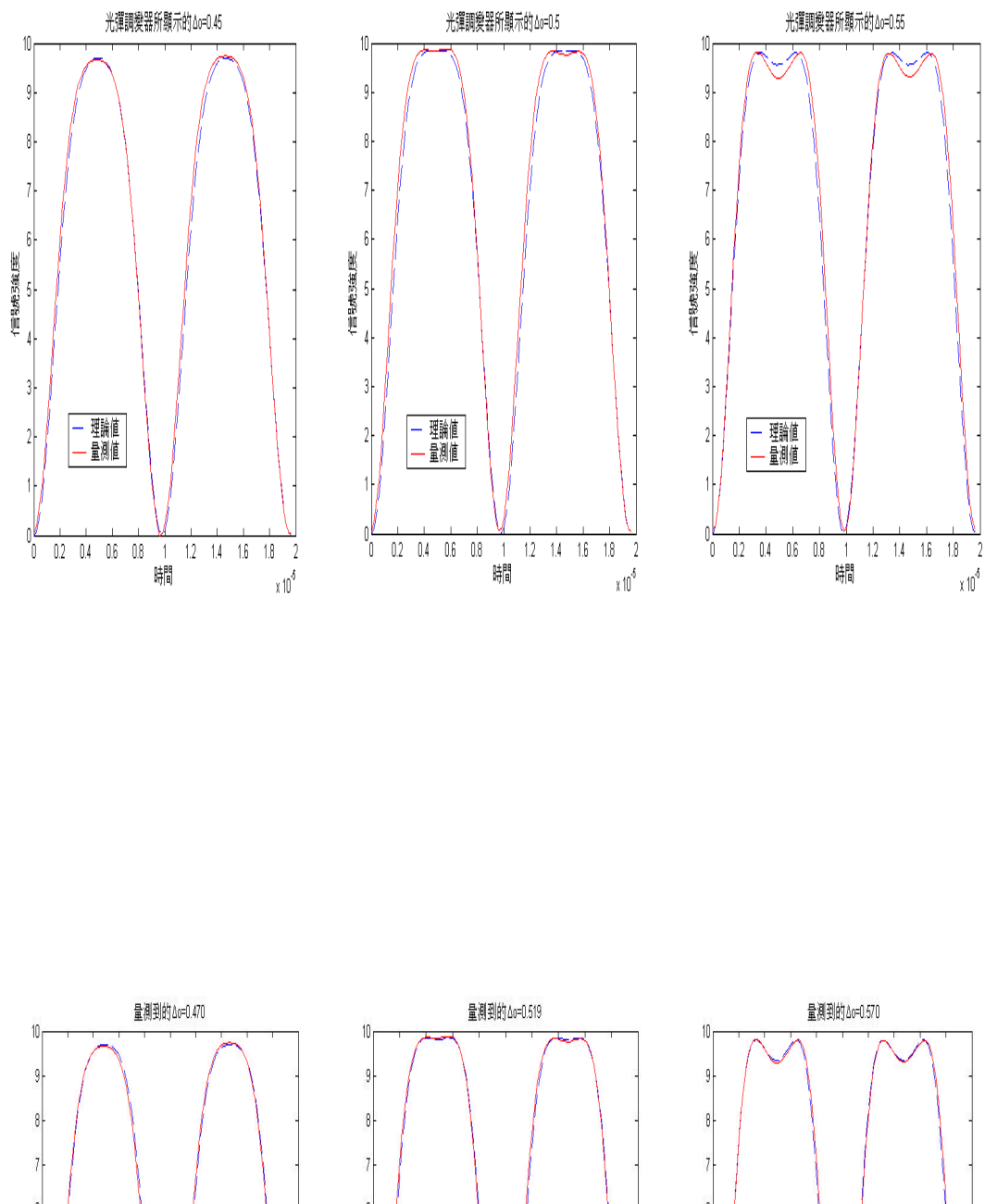
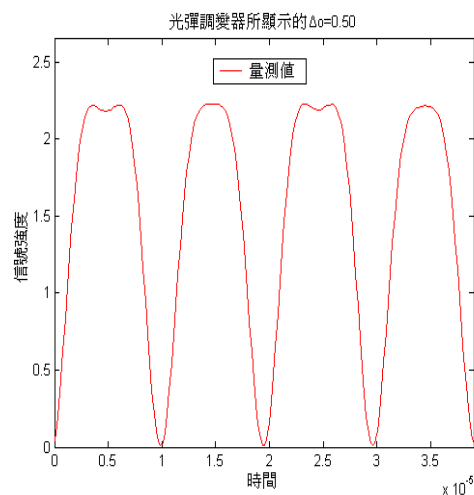
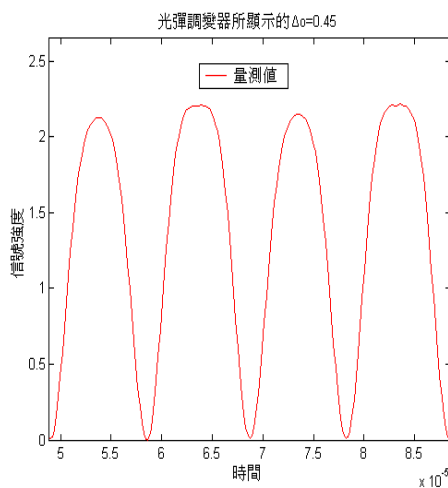


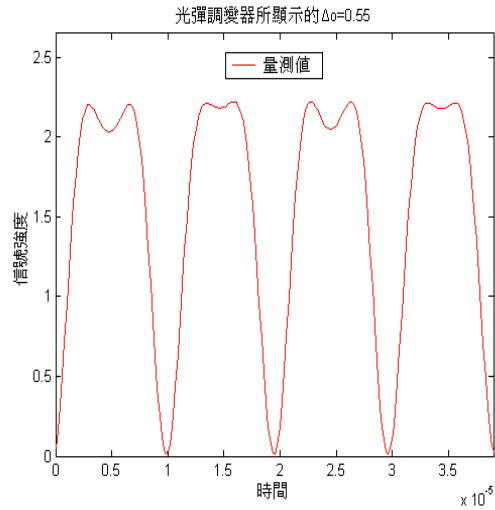
圖 5-11：校正。所推算理論波形和實驗值比較

由圖形(如圖 5-11)可以知道透過我們定量量測所得到的結果代入理論式和實驗的波形形狀吻合，此可以再次驗證，透過基偶倍頻信號相除所得到相位調變振幅的準確性。

5.5 穿透式由波形推算內稟相位延遲和相位調變振幅

在透過擷取時間訊號的波形過程中，曾經取得下圖(圖 5-12)的波形，當時是以為是 PEM 壞掉了，於是跟原廠廠商連絡，他給我的答覆是因為多重反射所造成的，但是可以由圖形來看，理想的 PEM 取下來的波形應呈對稱波形，但是由下圖波形明顯呈不對稱性，所以由此觀點出發有可能是參數 θ_1 所造成，於是就利用理論式所得波形和實驗波形比較，使用最小平方方法，透過均方差 (Mean square error) 計算，調整參數 (θ_0 , θ_1)，使理論式和實驗值的均方差值為最小，此時之參數 (θ_0 , θ_1) 即為校正之結果。





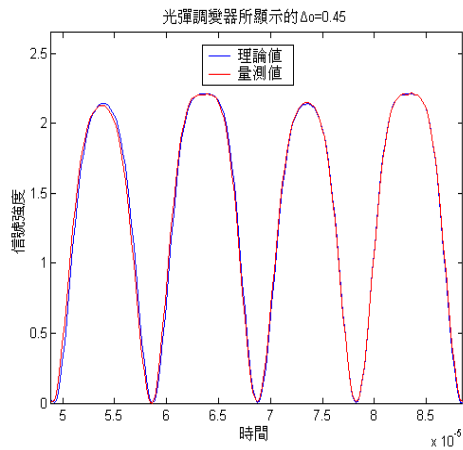
Retardation 110% of Half -wave

圖 5-12：非理想 PEM 信號強度對時間訊號的波形

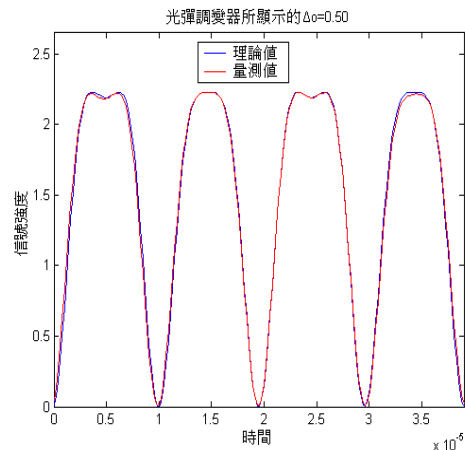
PEM所顯示的 σ	θ (度)	$\sigma(\lambda)$	MSE
0.450	8.97	0.467	0.0025
0.500	9.04	0.518	0.0025
0.550	9.01	0.57	0.0029

表5-3：經由擬合(Fit)後所算出參數(程式見附錄B)

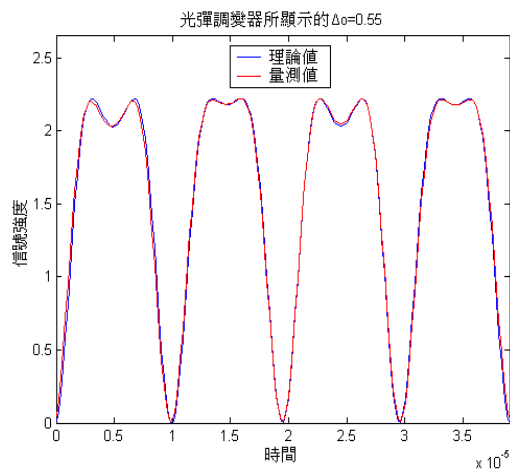
下圖(圖5-13)即是校正之後參數(σ , θ)理論和實驗圖形的結果：



Retardation 90% of Half -wave



Waveform for Half-wave Retardation



圖

由此方法所
是有很大的差別
形吻合，由此證
對稱性，且。

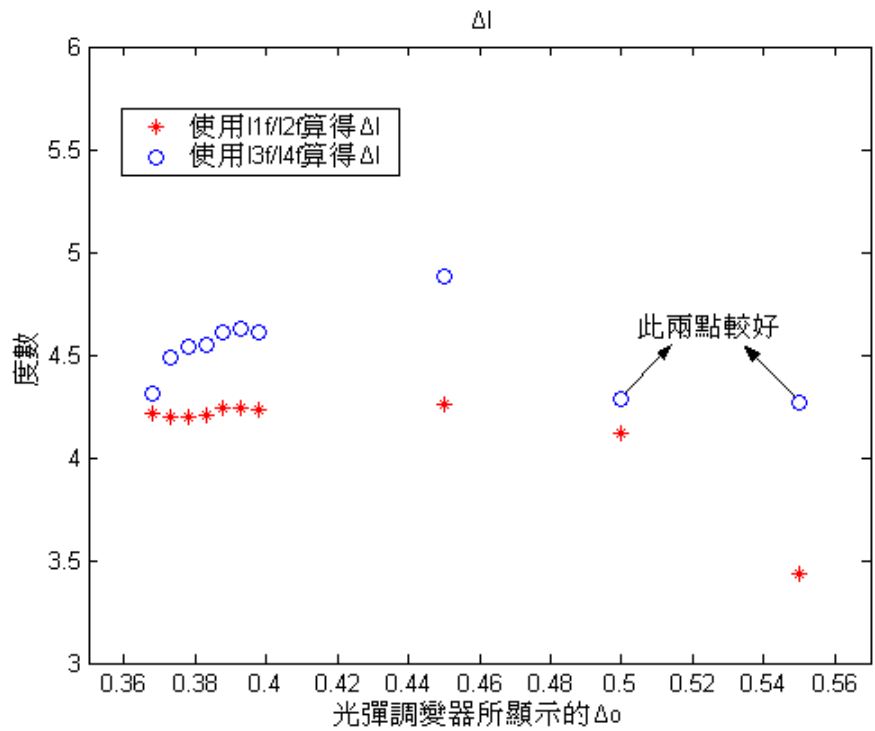
驗波形

理想 PEM $\alpha=0$ 度
實驗和理論圖波
才造成波形呈不
前的數據吻合。

5.6 穿透式：

而在進行光彈調變器內稟相位延遲(α)量測時，分別調整光彈調變器上的相位調變振幅 α ，以 0.005λ 為間隔由 0.368 到 0.398 以及 0.45 0.5 0.55λ 三點做量測，利用數擷取卡 DAQ(Data Acquisition)，透過所撰寫 LabVIEW 程式可同步擷取調變系統之多倍頻信號如：一倍頻 I_{1f} 、二倍頻 I_{2f} 、三倍頻 I_{3f} 及四倍頻 I_{4f} ，利用一倍頻除以二倍頻或三倍頻除以四倍頻即可分別量測出光彈調變器之內稟相位延遲(α)(程式見附錄 C)，下圖(圖 6-14)為實驗結果：

PEM 顯
1,2 倍
標準
3,4 倍
標準



PEM 顯
1,2 倍
標準

3,4 倍頻算	i (度)	4.63	4.61	4.88	4.28	4.27
標準差		0.16	0.17	0.14	0.07	0.09

表 5-4 : i 計算

由實驗結果可以發現相位調變振幅 Δ 。在 0.368 到 0.398 和 0.45 λ 利用一倍頻除以二倍頻所得到的內稟相位延遲 (i) 較三倍頻除以四倍頻好，除了標準差較小外 (表 5-4)，而且不同調變振幅所得到的內稟相位延遲 (i) 並不會差很大，但是相位調變振幅 Δ 。在 0.5 和 0.55 λ 就可以發現使用三倍頻除以四倍頻所得到的內稟相位延遲 (i) 較一倍頻除以二倍頻好，除了標準差較小外，而且和不同相位調變振幅所得到的內稟相位延遲 (i) 也較吻合。而主要的原因是跟信號的強度有關，由上面實驗結果可以得到 $i = 4.22$ 度，所以如果考慮 $i = 4.22$ 度代入理論式：

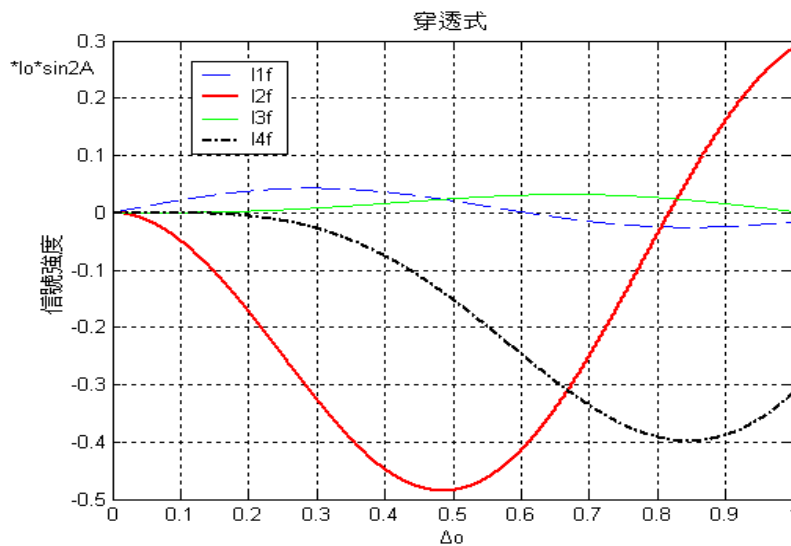
$$I_{1f}(P = -45^\circ, A) = +I_0[\sin \Delta I J_1(d_o) \sin 2A] \quad (6.9)$$

$$I_{2f}(P = -45^\circ, A) = -I_0[\cos \Delta I J_2(d_o) \sin 2A] \quad (6.10)$$

$$I_{3f}(P = -45^\circ, A) = +I_0[\sin \Delta I J_3(d_o) \sin 2A] \quad (6.11)$$

$$I_{4f}(P = -45^\circ, A) = -I_0[\cos \Delta I J_4(d_o) \sin 2A] \quad (6.12)$$

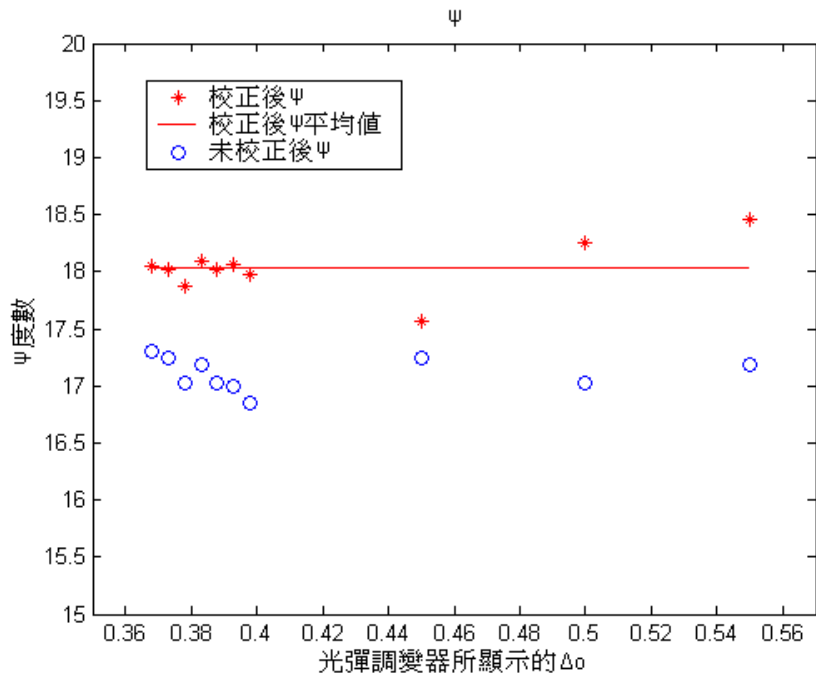
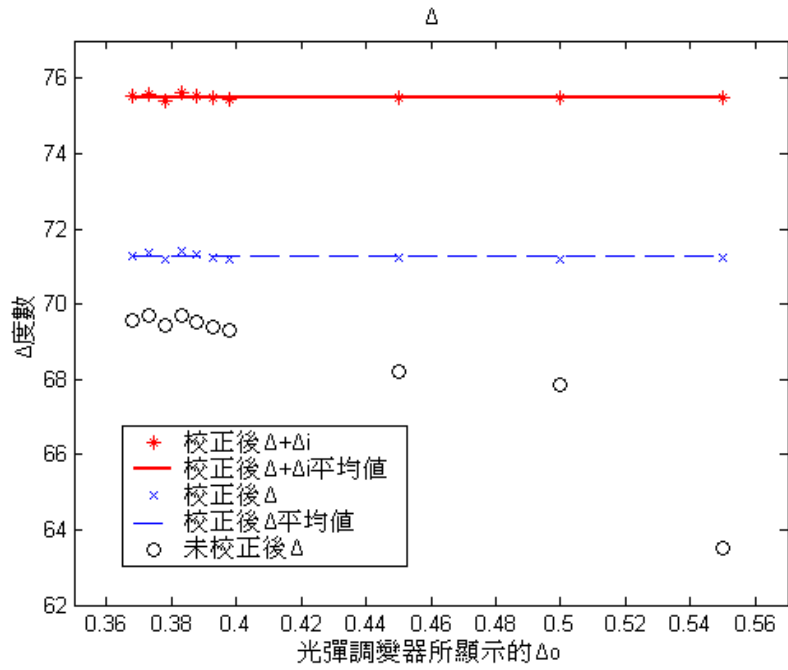
可以得到下圖(圖 5-15) 各倍頻相對的信號強度對相位調變振幅()
理論圖形：



可
信號大
時三倍
理論上
的內稟
5.7 反
利

i)
三倍頻
時候此
一倍頻
i) 所得到

式，可得到未校正相位調變振幅()和校正後相位調變振幅()所
推算出橢圓參數 和 ? 的差別，結果如下：



PEM 顯

校正

? 校正

厚度 (

其中在

PEM 顯

校正

? 校正

厚度 (A)

356.89 | 363.63 | 365.60 | 361 ±

364 ±2 (A)

98

43

98

.56

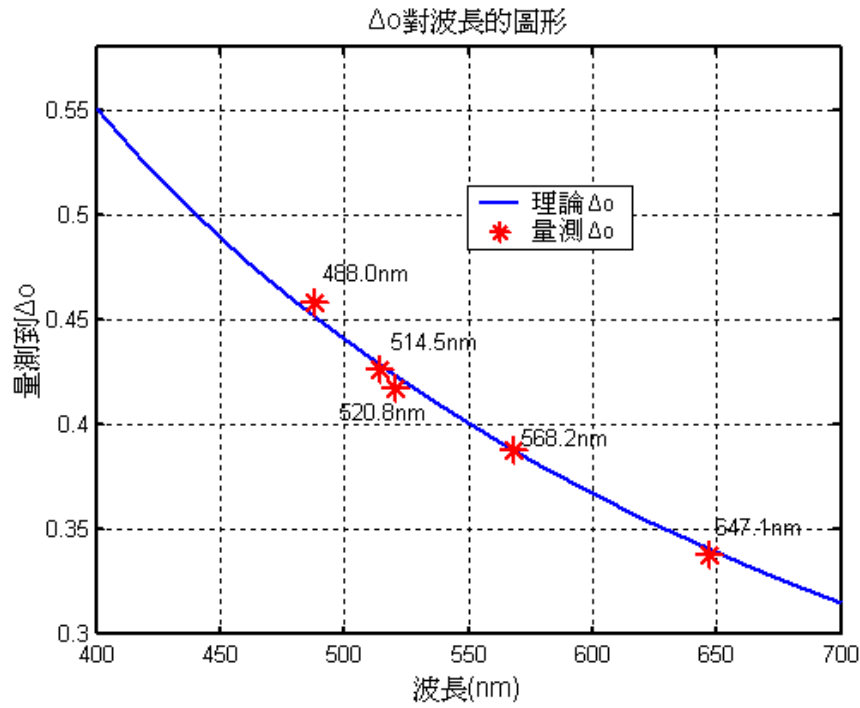
μm

表 5-5： α 、 β 和厚度計算(程式見附錄 D)

由圖 5-16 和 5-17 可以知道未校正和校正後相位調變振幅(α) 所得的橢圓參數 α 和 β 是有差別的，經由校正之後所得到的 α 明顯較未校正來的大，且不受相位調變振幅(α)影響而變小，如此也和商業橢圓儀所量測 β 較吻合，同理經由校正之後所得到的 β 明顯較未校正來的大，也和商業橢圓儀量量測結果接近，但 α 值所量測的結果沒有 β 值來的接近商業橢圓儀量量測結果，主要的原因是 α 值的計算是透過直流信號，而直流信號除了我們未做優化外，且雜訊也較大，所以量測到的值會較小，但透過此種方法的量測已經接近一般商業橢圓儀所量測出來的結果，且優點是相位調變振幅在任何位置皆可量測橢圓參數 α 和 β ，並一定要放在 0.383λ 這一點。

5.8 反射式：多波長相位調變振幅和橢圓參數 α 和 β 值量測

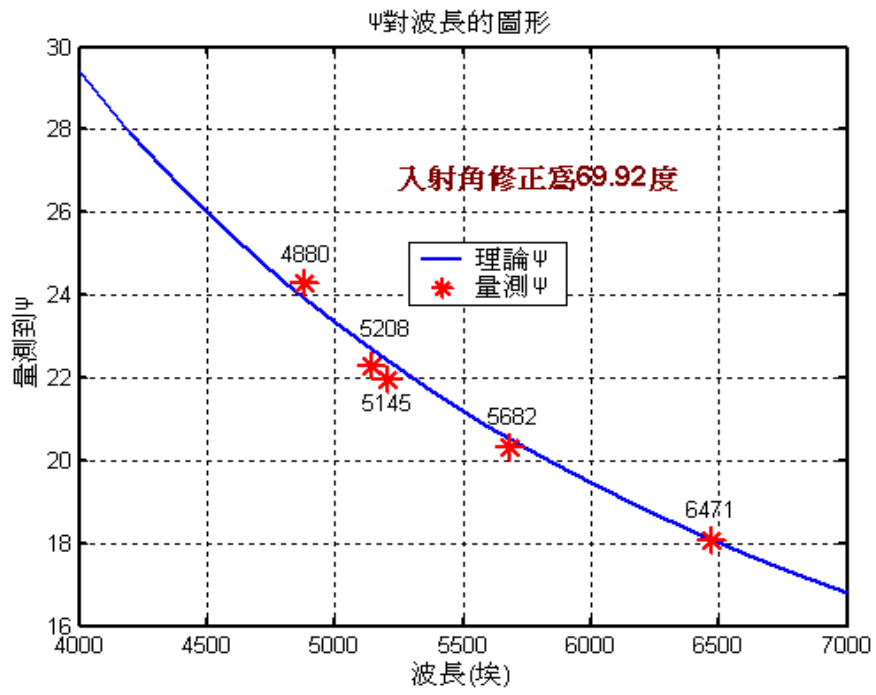
將偏光片固定在 45 度及光彈調變器應變軸方位角調到零度位置，入射角在 70 度，光彈調變器所顯示的相位振幅(α) 固定在 0.383λ 和波長固定在 568.2nm ，利用 Kr Ar 雷射： 488.0 、 514.5 、 520.8 、 568.2 和 647.1nm 五個波長進行光彈調變器相位調變振幅(α)校正，結果如下：



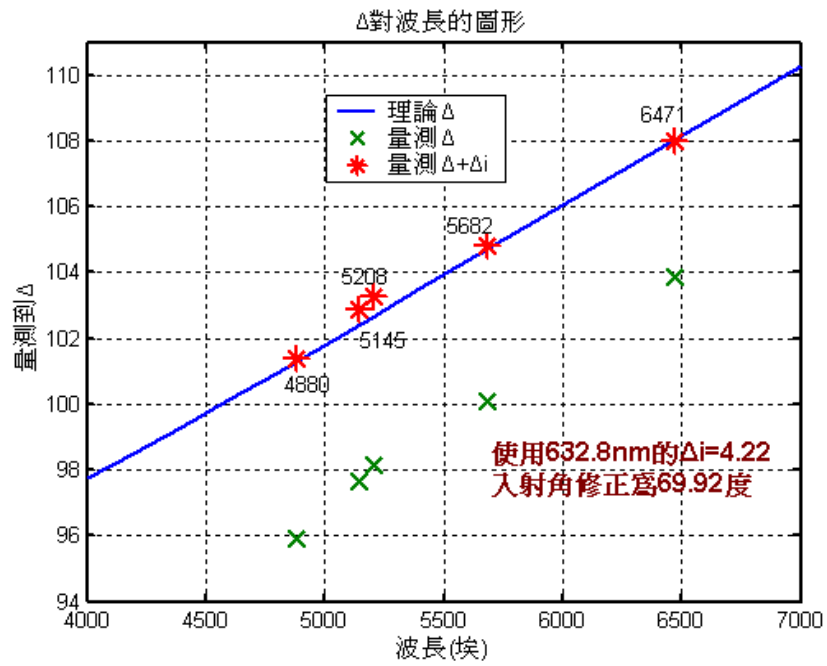
(2.4) 透過對應相位調變振幅()是跟理論值吻合(圖 5-17)，由此再次證明利用奇偶倍頻信號求得相位調變振幅()的可靠性。

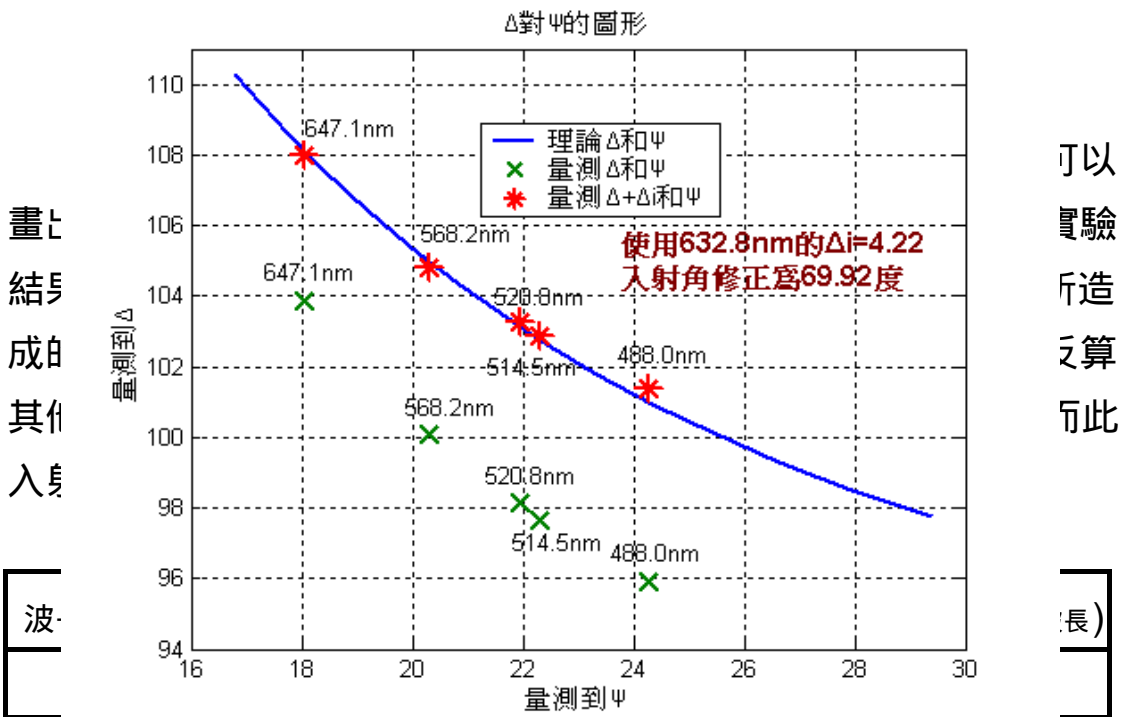
再利用(2.35)、(2.36)、(2.44)和(2.45)式可以推出在每個光彈調變器上某固定的相位調變振幅()橢圓參數 和 ? 值，再對橢圓參數 和 ? 值對波長、橢圓參數 對 ? 作圖，結果如下(圖 5-18、圖 5-19 和圖 5-20)

為 (可於作



修正
-18)
是由





畫上
結果
成由
其他
入身

可以
實驗
所造
之算
而此

波長	量測到Δ	量測到ψ	其他
514.5	97.66	22.30	5.19
520.8	98.15	21.95	5.13
568.2	100.11	20.30	4.70
647.1	103.88	18.06	4.13

表 5-7： 、 ? 和 對各波長量測值

5.9 反射式：即時量測橢圓參數 和 值

以 632.8nm 波長的雷射光為光源，以 70 度入射角射向樣品，偏極片放在 -45 度，檢偏片放在 +45 度。分割器(chopper)轉速約為 1~2Hz，可以得到以下數據結果(若考慮為理想 PEM $\epsilon_i=0$)。

	平均值	標準差
(度)	33.44	0.07
(度)	77.33	0.02
厚度(Å)	945	1

表 5-8 : 、 ? 和厚度平均值和標準差

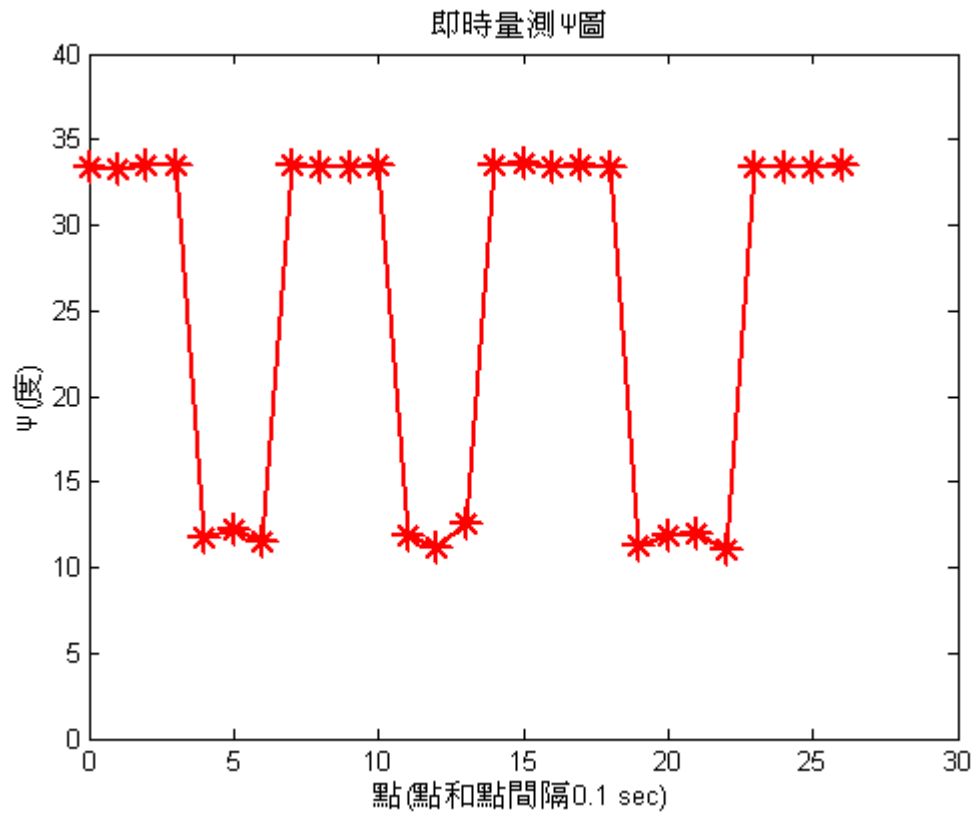


圖 5-21 : ? 對時間圖

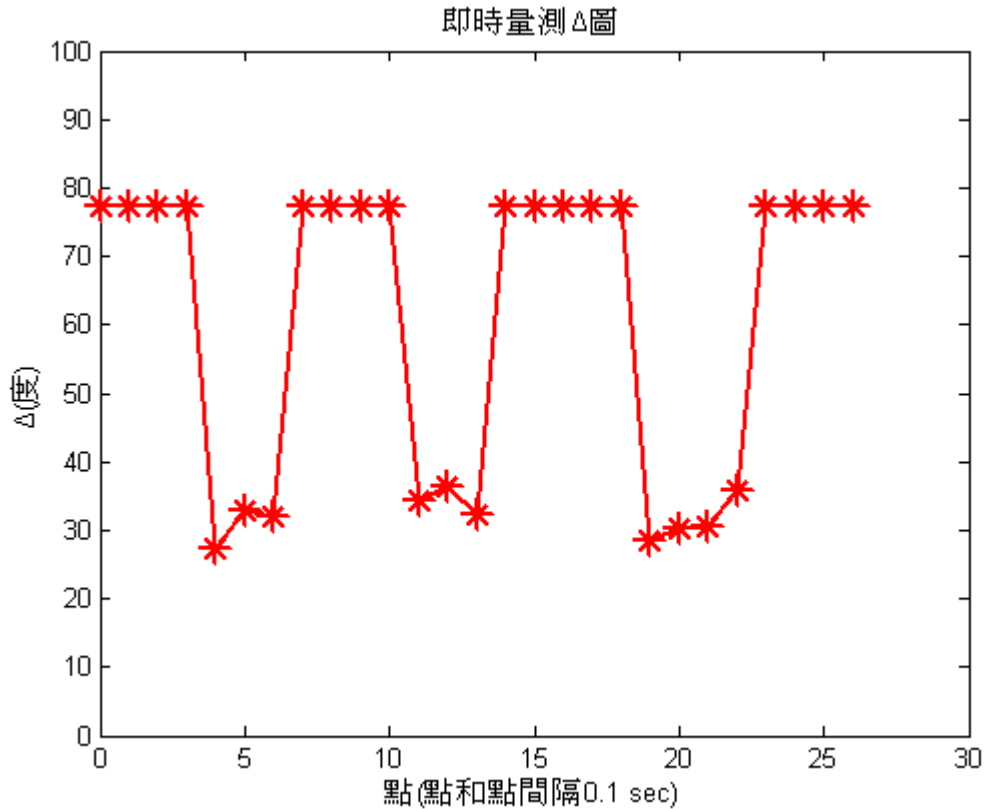


圖 5-22： 對時間圖

觀察上面 Δ 與 θ 對時間所作的圖(圖 5-21 和圖 5-22)，因為由分割器輸出的參考訊號為方波，在光偵測器有接收到雷射光與沒有接收到雷射光時，如我們預期的其波形亦以方波呈現，其中較高的值是光偵測器有接收到光時所算出的結果，較低的值是沒有接收到雷射光時所算出的結果，由於本橢圓儀是亮比式橢圓儀，從實驗原理中的 θ 與 Δ 推算方法可知，當雷射光被分割器擋住時，是無限小除以無限小，所以極微弱的背景光線都可能使程式推算出 θ 與 Δ 值。

我們可以看到 θ -t 圖與 Δ -t 圖(圖 5-21 和圖 5-22)，每一區間約取值三至五次，造成間隔大小不固定的原因是驅動分割器轉動的馬達在轉速慢時無法提供穩定的轉速，因此取點數無法固定。在程式方塊圖中(程式見附錄 A.4)，我們設定每 0.1 秒執行一次迴圈(即運算出一個 θ 值)，由實驗結果看出程式在一秒內得到十個點，此與我們預估相符。

第六章 結論

在光彈調變系統之相位調變振幅()線上校正中，透過奇偶倍頻比，可分別用於穿透及反射式架構。因為受到 Δ 的影響，在反射式架構中，使用奇倍頻比較偶倍頻比好($\cos \Delta \ll \sin \Delta$)，穿透式架構中使用偶倍頻比較奇倍頻比好($\sin \Delta \ll \cos \Delta$)。在內稟相位延遲()量測中，透過一二倍頻比或三四倍頻比，可用於穿透架構，其中當相位調變振幅在 0.383λ 附近時，使用一二倍頻比較三四倍頻比好($J_1(d_o) > J_3(d_o), J_2(d_o) > J_4(d_o)$)，但相位調變振幅在 0.55λ 附近時，使用三四倍頻比較一二倍頻比好($J_1(d_o) \approx 0$)。而且兩者在量測系統中皆利用數據擷取方式 DAQ (Data Acquisition)，則可利用電腦發揮即時量測的優點，同步量測倍頻光亮度比值，可免除光強度波動影響，並濾除大量非調變頻率的雜訊。

此外在光彈調變穿透系統利用 DAQ 擷取到數據化之檢波波形，透過穿透和反射式系統對相位調變振幅校正，證實相位調變振幅發生偏移 0.020λ ，此偏差並且可以用數據化之檢波波形加以應證。本研究並透過對波形的分析使用最小平方法亦可以推算相位調變振幅和內稟相位延遲，並證明檢波波形的不對稱是因為光彈調變器的內稟相位延遲的存在。在相位調變振幅及其內稟相位延遲校正後所量測出橢圓參數 和 ? 值，並與商用橢圓儀的量測結果吻合。再透過多波長，使用固定調變相位延遲方式以 568.2nm 為中心波長，進行相位調變振幅校正和橢圓偏光參數量測，其結果亦和理論值吻合，而此實驗預先為發展橢圓偏光光譜儀 (spectroscopic-polarimeter/ellipsometer) 做準備工作，另一方面也可藉由實驗結果了解本量測技術的適用波長範圍。

透過 LabVIEW 由資料擷取卡取得倍頻信號，可以知道倍頻信號振幅和相位，可等效為鎖相放大器，用此做數據擷取及信號處理的技術可彈性整合系統並節省成本，所以最後使用此進行即時量測，經由數據擷取卡 DAQ 與電腦儀控，並加入分割器(chopper)，證實所撰寫的程式可每秒量測到十點橢圓參數 ϵ 和 θ 值，所以透過撰寫 LabVIEW 自動化量測程式，大幅提升橢圓儀的準確性與方便性。

由文內之各項理論及實驗可知線上校正與即時量測為本系統之特色，也因此確立了光彈調變量測系統的可行性，對未來系統後續之發展奠定了良好之基礎。

參考文獻

- [1] E. Collet: Polarized Light (Marcel Dekker, New York, 1992).
- [2] S.N. Jaspersen and S. E. Schnatterly, “An Improved Method for High Reflectivity Ellipsometry Based on a New Polarization Modulation Technique” , *Rev. Sci. Instrum.* **40** (1969) 761.
- [3] J. C. Kemp, “Piezo-Optical Birefringence Modulators:New Use for a Long-Known Effect” , *J. Opt. Soc. Am.* **8** (1969) 950.
- [4] Y. F. Chao and C. K. Wang, “Direct Determination of Azimuth Angle in Photoelastic Modulator System” , *Jpn. J. Appl. Phys.* **37** (1998) 3558.
- [5] C.K. Wang and Y.F. Chao, “Measurement of Optical Activity using a Photoelastic Modulator System” , *Jpn. J. Appl. Phys.* **38** (1999) 941.
- [6] O. Acher, E. Bigan and B. Drevillon, “Improvements of phase-modulated ellipsometry” ,*Rev. Sci. Instrum.* **60** (1989) 65-77.
- [7] M. Azzam and N. M. Bashara, “ Ellipsometry and Polarized Light”, (North- Holland, Amsterdam, 1980), cpt1 & pp491.
- [8] Samuel S. So, “ Ellipsometric analyses for an absorbing surface film on an absorbing substrate with of without an intermediate surface layer” ,*Surface Science* **56** (1976) 97-108.
- [9] Meng-Wei Wang and Yu-Faye Chao, “Azimuth Alignment in Photoelastic Modulation Ellipsometry at a Fixed Incident Angle”, *Jpn. J. Appl. Phys.* **41** (2002) 3981-3986.
- [10] T. C. Oakberg, J. Trunk and J. C. Sutherland: “Calibration of photoelastic modulators in the vacuum UV”, *SPIE Proceedings* **4133** (2000) 101- 111.
- [11] 王夢偉, ”單軸各向異性晶體之橢圓偏光參數量測” 國立交通大學光電研究所八十六年碩士論文,1997

- [12] 王正男和惠汝生,“自動量測系統 LabVIEW”,全華科技圖書股份有限公司 1999.
- [13]蕭子健、周森益、鄭博修、林珮瑜和黃欽章,“LabVIEW 分析篇”,高立圖書有限公司 2001.

附錄 A：LabVIEW 程式在資料擷取卡上應用

A.1 LabVIEW 基本介紹：

LabVIEW (Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench) 是由 National Instrument 所發展出的應用軟體，提供圖繪型的程式設計環境 (graphical programming) 來設計程式，採行所謂的虛擬儀表 (Virtual Instrument, VI) 來達成設計儀測系統的目的，避免繁瑣的人機介面 (MMI, man machine interface) 設計細節與控制系統規劃流程等問題，方便使用者能在短時間內對系統的設計及實現能有整體的概念，達到處理人與機器之間的命令信號，使系統能夠自動化起始設定 (initializing)、測試 (testing)、控制 (controlling)、顯示 (monitoring) 與量測 (measuring) 等用途。

比起語法複雜、學習困難且開發時間長的 C 語言，透過 LabVIEW 的圖繪型程式設計環境，我們只須將設計邏輯圖形化，不僅可避免記憶繁雜的指令，又可縮短學習設計的時間，並且還有極人性化的除錯功能來幫助修正程式，最實用的是還可將設計成果定義成一個副屬虛擬儀表 (SubVI) 以方便在另一個相關設計內重覆使用。

A.2 資料擷取 (DAQ) 卡基本介紹

LabVIEW 的 DAQ (Data Acquisition) 擷取函式庫 [12]，包含可控制 NI (National Instruments) DAQ 卡的 VIs。這張卡附有許多功能，例如類比數位 (A/D) 轉換、數位類比 (D/A) 轉換、數位輸入輸出 (I/O)、及計數或計時等功能。而每一張卡皆可提供不同的資料擷取和產生訊號的速度。每一個 DAQ 卡都被設計應用在特定的硬體平台的作業系統之下，而所有型號的 DAQ 卡及功能可以參閱 NI 的目錄。

DAQ 系統的基本任務，就是測量與產生真實世界裡的生理訊號。因此在電腦系統量測訊號前，感測器或換能器須將生理訊號，轉換成

電壓或電流的訊號。通常，DAQ 卡可視為整個 DAQ 系統，但 DAQ 卡也只是個系統的一部分。不如大多數的儀器，有時候是不能直接將訊號連結到 DAQ 卡上。在 DAQ 卡轉換訊號成數位資訊前，必先確定訊號無誤時，才由軟體控制 DAQ 系統擷取原始資料，分析資料與顯示結果。

A.3 LabVIEW 由資料擷取卡取得倍頻信號程式

一、 LabVIEW 前置面板程式介紹

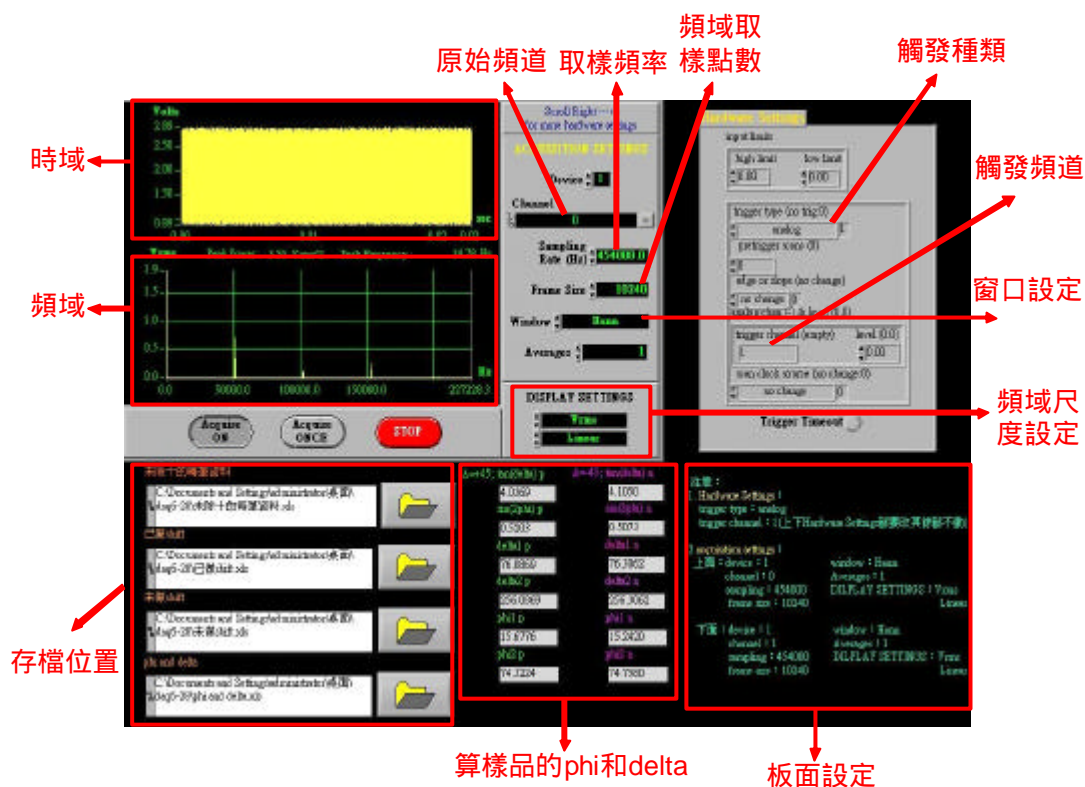


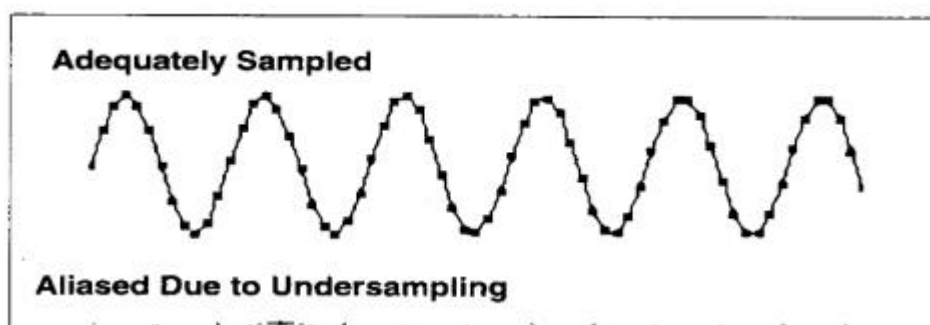
圖 A-1：前置面板

在 LabVIEW 前置面板程式部分如圖 A-1 所示，包含了時域圖形、頻域圖形、存檔位置、算樣品的 ϕ 和 δ 、原始頻道、取樣頻率、頻域取樣點數、觸發種類、觸發頻道、頻域尺度設定、窗口設定和板面設定，其中說明如下 [13]：

- 1、時域圖形：在實驗中透過資料擷取 (DAQ) 卡對一個訊號取樣，而這些經由資料擷取 (DAQ) 卡得到的數值常為此訊號在被取樣的瞬間振幅，這種分布在不同時間點上數列所構成的圖形，就代表此一訊號的時域圖形。
- 2、頻域圖形：即透過離散傅利葉轉換 (Discrete Fourier Transform; DFT) 將一個訊號在時域中取樣的數列變換成頻域中的數列，將所轉換所得數列對頻率所構成的圖形，即為頻率圖形。DFT 就是這

種將訊號在時域中的觀測值轉換成到頻域中的觀測值的一種演算法。

- 3、存檔位置：此地方即為設定檔案要存檔的地方，其中檔案包括：未除十的每筆資料、已做位移資料、未做位移資料和樣品的 和 資料。
- 4、算樣品的 和 ：此地方是當整個程式跑完時，利用析光片角度在 $A=45$ 度和 $A=-45$ 度所計算出來樣品的 和 。
- 5 原始頻道：由光偵測器所收到信號，利用 BNC 線接到資料擷取(DAQ) 卡上的孔道位置。
- 6、取樣頻率：考慮一個類比訊號 $x(t)$ ，並以稱之間隔 t 秒來取樣，間隔 t 即為取樣間隔，其倒數 $1/t$ 稱之取樣頻率。類比-數位轉換 (ADCs) 是資料擷取 (DAQ) 卡上的一部分，在類比輸入系統中為重要的參考數值為 DAQ 卡上的擷取輸入訊號速率之選擇，決定了 A/D 轉換的執行次數，取樣速率太低，會導致沒有足夠的點數來重現類比訊號之原貌。下圖 A-2 即顯示出一個適當地取樣訊號，以及取樣速率過低所產生的影響。



sampling : 454000
frame size : 10240

DILPLAY SETTINGS : Vrms
Linear

下面 : device : 1

window : Hann

channel : 1

Averages : 1

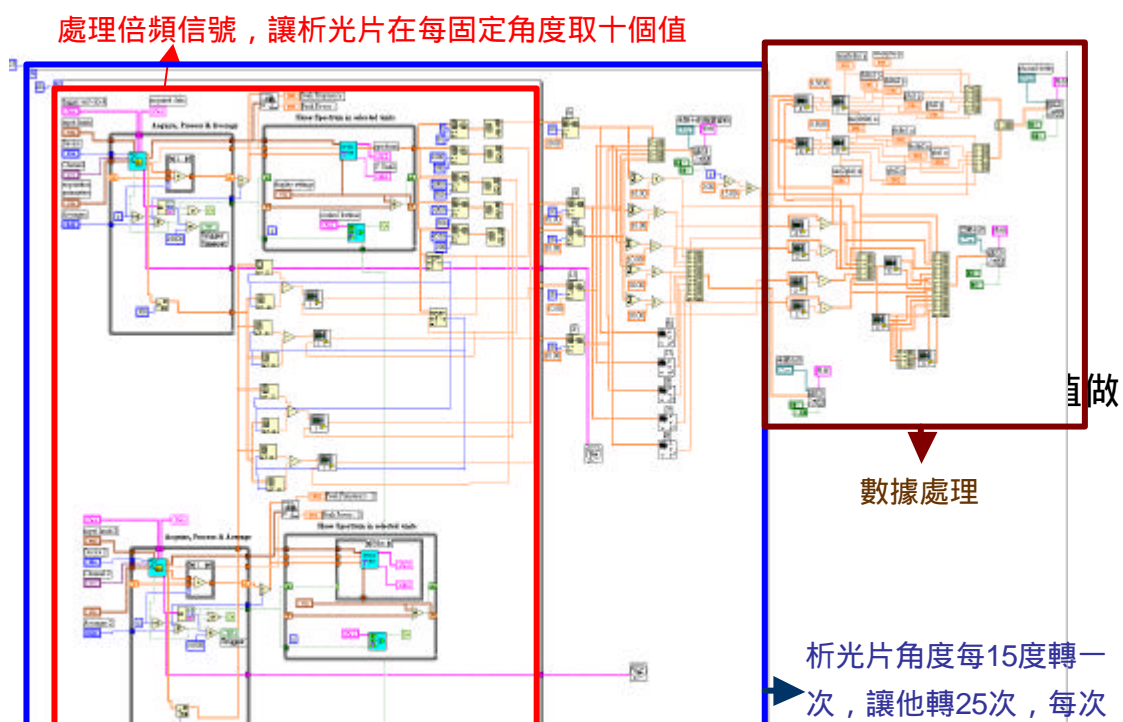
sampling : 466000

DILPLAY SETTINGS : Vrms

frame size : 10240

Linear

二、 LabVIEW 程式方塊流程圖介紹



實驗室的析光片轉台，它是利用 IND 的介面卡來進行旋轉的動作，程式是用 Q-basic 所寫的，所以資料擷取 (DAQ) 卡必須按照析光片旋轉完後取值，而在本實驗中析光片是每 15 度轉一次，總共轉了 24 次，每旋轉一次是 10.417 秒，所以析光片轉一次總共時間是 4 分 10 秒，而在旋轉一次 10.417 秒過程當中包括了取值等待的時間和旋轉到下一過角度所花的時間，而利用析光片等待時間，做取值動作在固定的角度取 10 個值，每個值時間間隔為 0.2 秒，而這 10 個值的平均值才是我們所要的。為了配合檢光片旋轉的時序，於是設計了兩個 for loop，第一部分的 for loop 是在某個角度取十個值，而第二部分 for loop 是取完十個值在做平均，總共做 24 個角度，也就是做 24 次，為了避免取到轉台剛轉完的值，於是我讓第一部分的 for loop 在某個角度取二十個值，而只用後面十個值，也就是說當轉台轉完後停了兩秒再取值，如此取到的值較準確。

(1) 第一部分

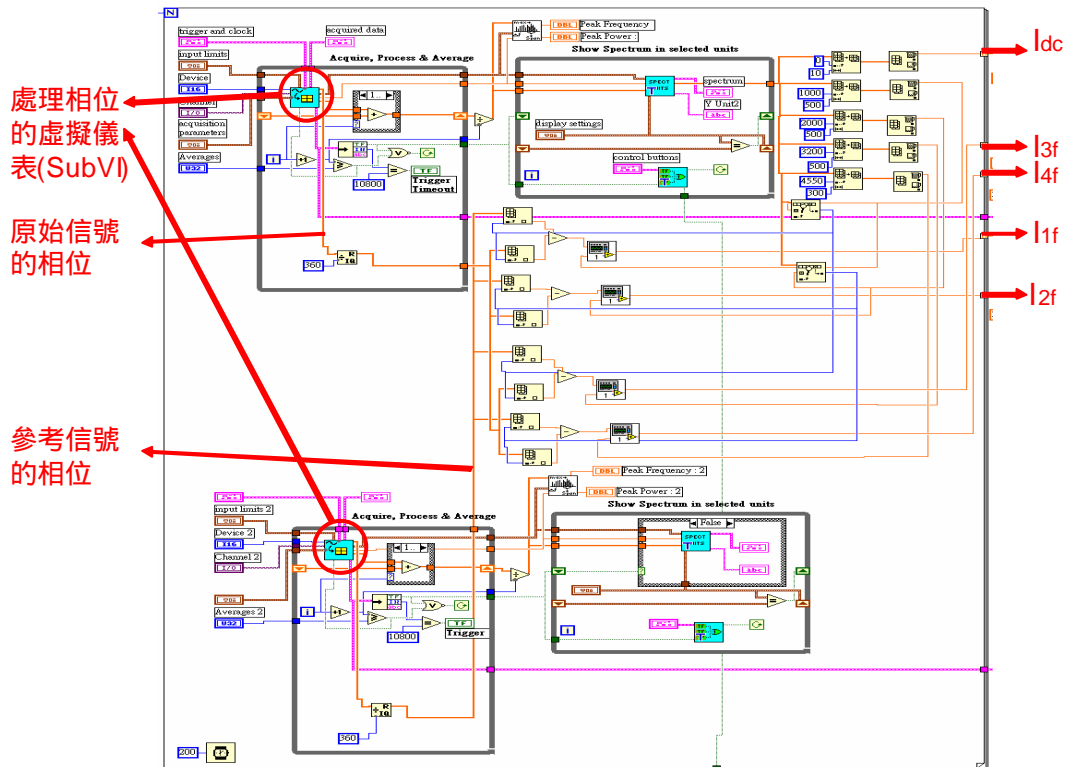
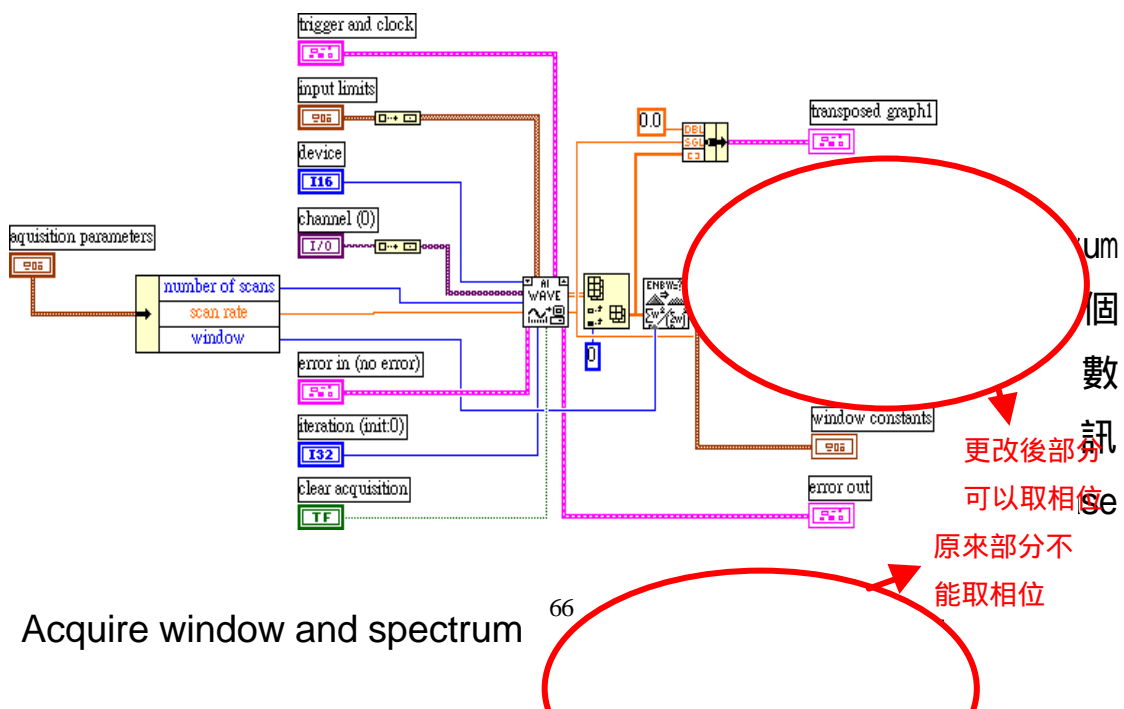


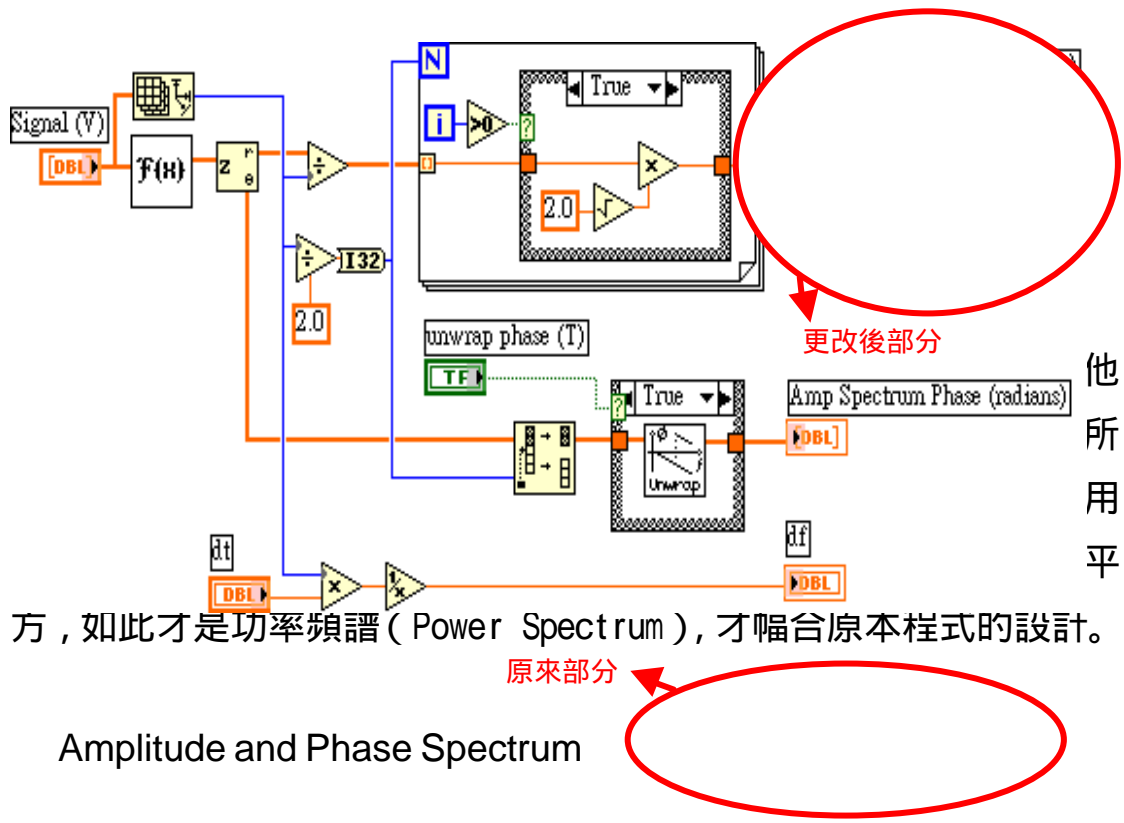
圖 A-4：第一部分程式方塊流程圖

上圖 A-4 中 for loop 中的四個 while loop (粗線部分) 是在 LabVIEW 程式中內建的程式，而 LabVIEW 程式中內建的程式只能看頻譜，無法知道相位，必須更改裡面的程式，而其中上圖中兩個紅圈部分即為我更改的部分，更改此部分後即可以判斷相位，知道倍頻信號的正負號。

而兩個紅圈部分是 LabVIEW 中的副虛擬儀表而他的程式方塊流程圖如下圖 A-5：



Spectrum) 虛擬儀表，即可以取得相位，其程式方塊流程圖如下：



方，如此才是功率頻譜 (Power Spectrum)，才幅台原本程式的設計。

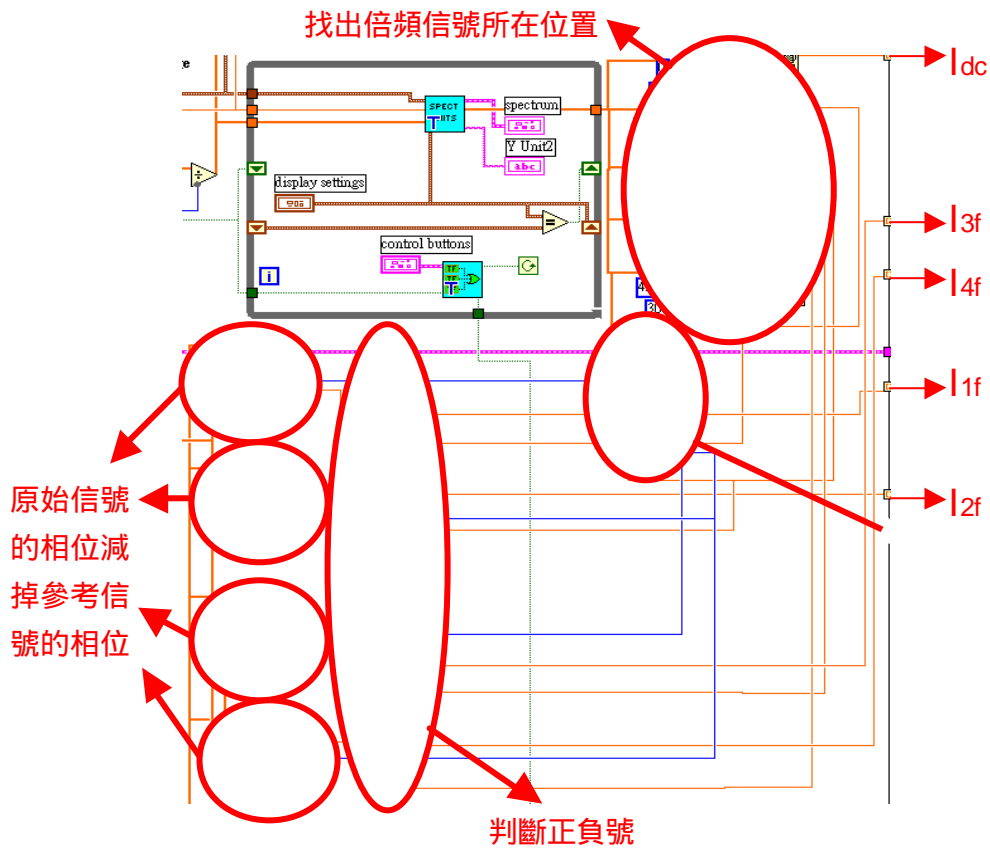
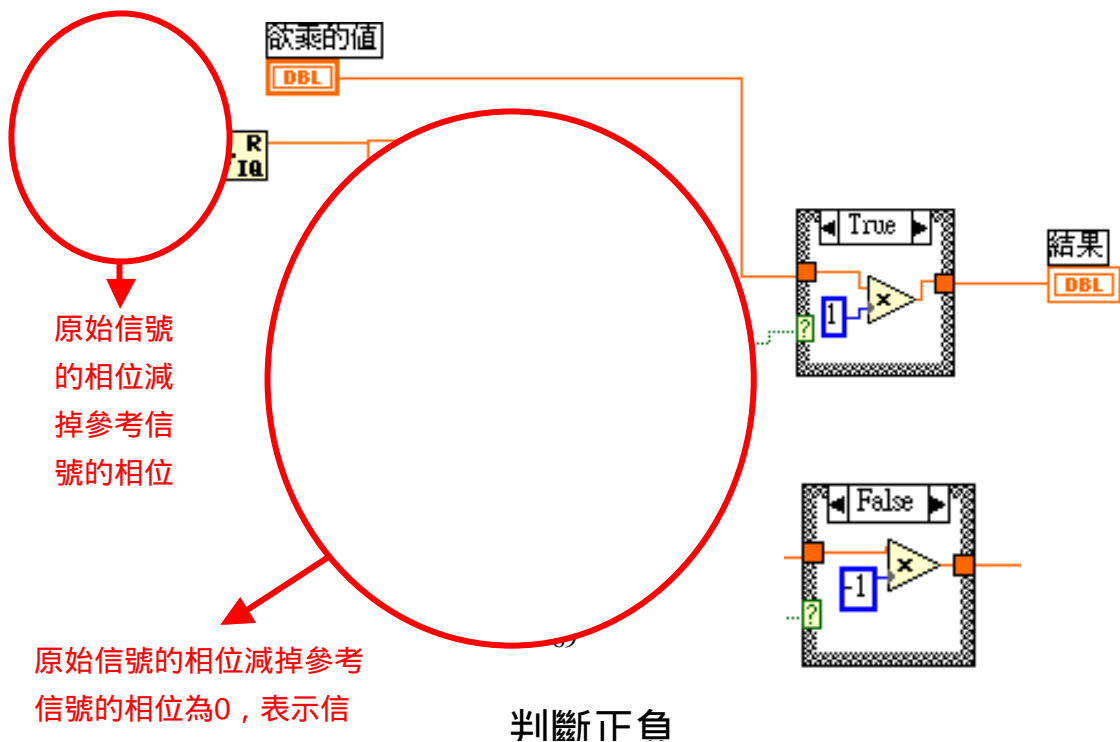


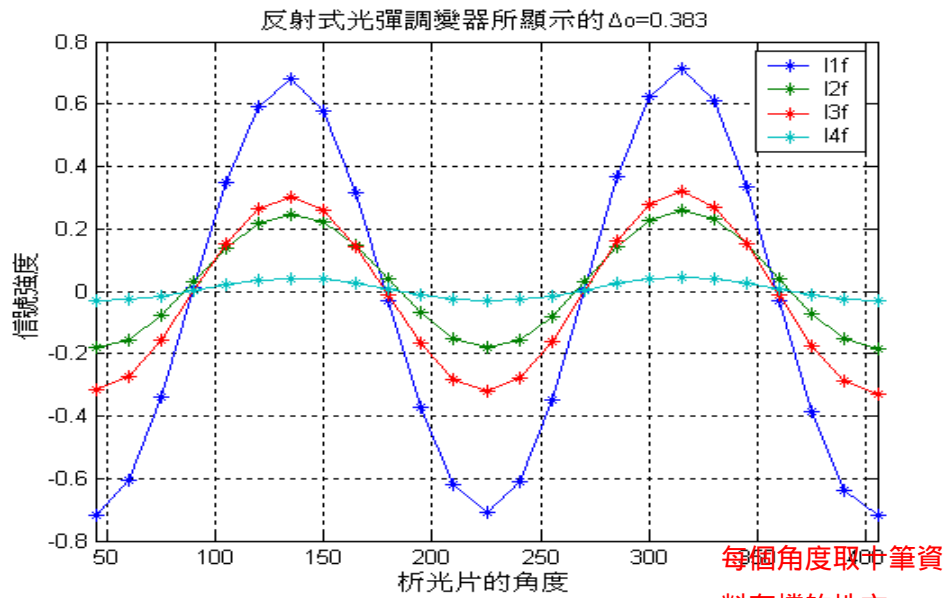
圖 A-7：多頻信號取得程式方塊流程圖

由此程式可以知道此訊號在時域中取樣的數列變換成頻域中的數列，一次所變換成的點數為 5120 點，我們要從這些點中取出我們所須的倍頻信號，而光彈調變器 (Photoelastic Modulator PEM) 的參考頻率是以 51KHz，所以我們取到一倍頻的頻率是 51KHz、二倍頻的頻率是 102KHz、三倍頻的頻率是 153KHz 和四倍頻的頻率是 204KHz，所以只要將這些倍頻頻率相對應的點，從 5120 點中取出即為倍頻信號的強度，而其中一倍頻位置是在這 5120 點中的第 1000 點到第 1500 之間，二倍頻位置是在第 2000 點到第 2500 之間，三倍頻位置是在第 3200 點到第 3700 之間，四倍頻位置是在這 5120 點中第

4550 點到第 4850 之間 (如圖 A-7 所示), 利用 LabVIEW 程式取出倍頻信號在各個範圍中的最大值, 此即為倍頻信號的強度。

相位的判斷是利用原始信號的相位減掉一倍頻方波參考信號的相位, 所以必須找出倍頻信號的索引 (index), 才能知道相同索引的參考和原始信號的相位, 如此相減才可判斷正負號, 而當原始信號的相位減掉參考信號的相位為0度, 表示信號為正的, 原始信號的相位減掉參考信號的相位為180度, 表示信號為負的 (如圖A-8)。





調變器
以 15 度
固定角度
的。

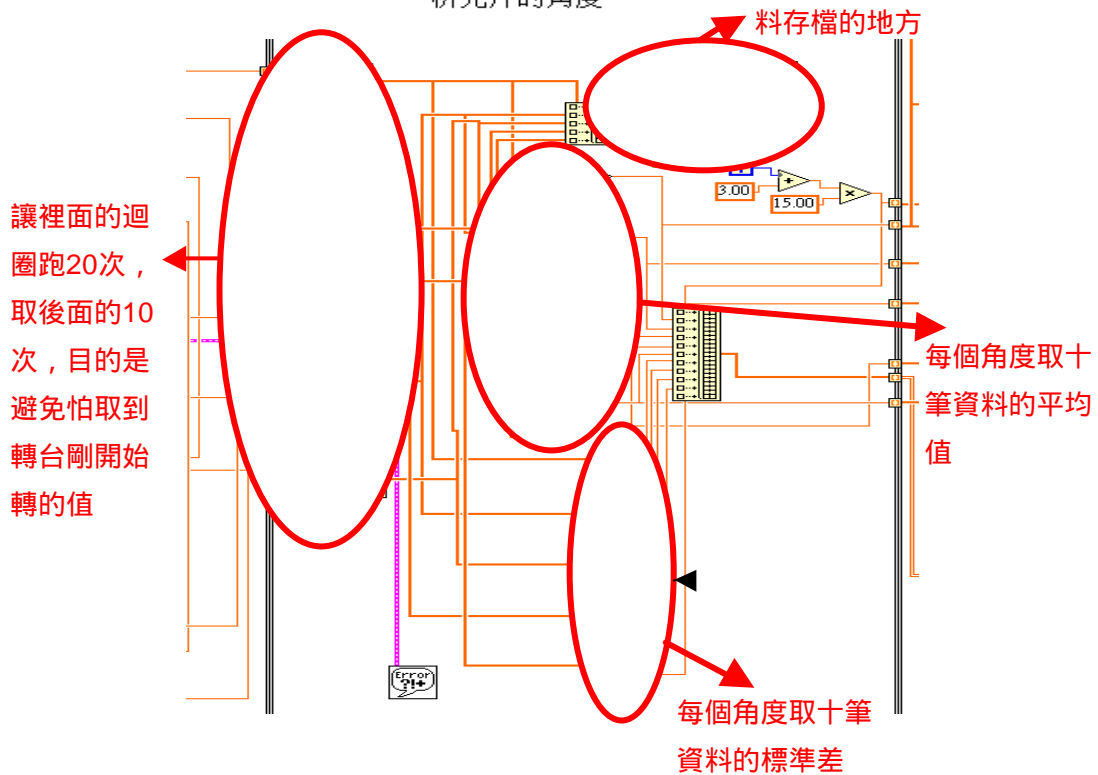


圖 A-10：第二部分程式方塊流程圖

為了避免取到轉台剛轉完的值，於是我讓第一部分的 for loop 在某個角度取二十個值，而在第二部分程式方塊流程圖中只取後面十個值，也就是說當轉台轉完後停了兩秒再取值，如此取到的值較準確，除此之外也可以計算這十個值的標準差，方便作數值分析，如圖 A-10 所示。

(3) 第三部分

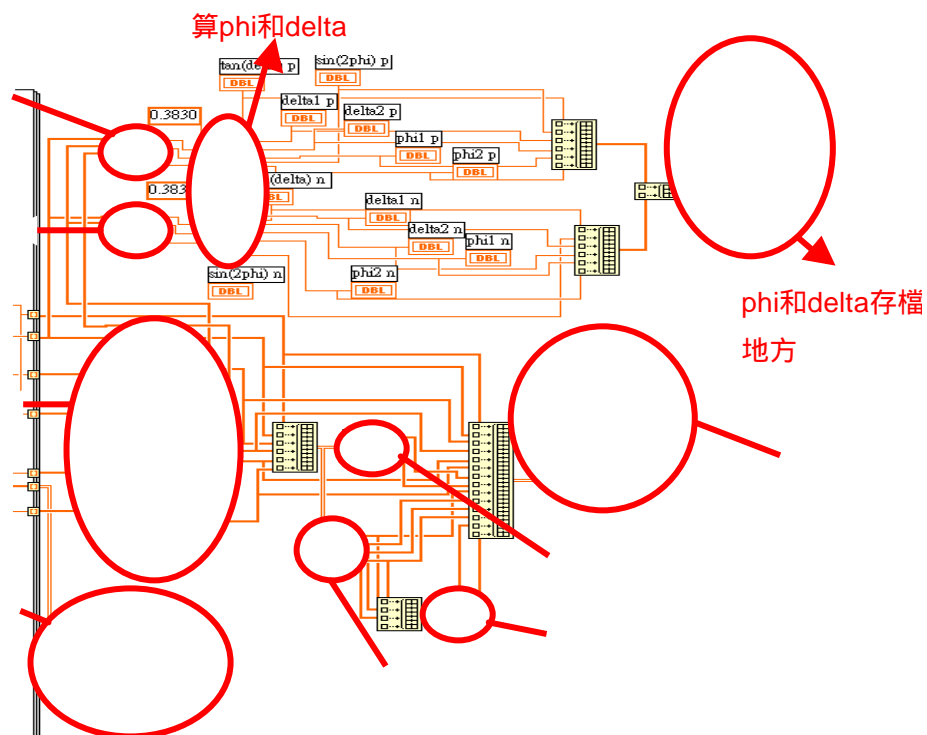
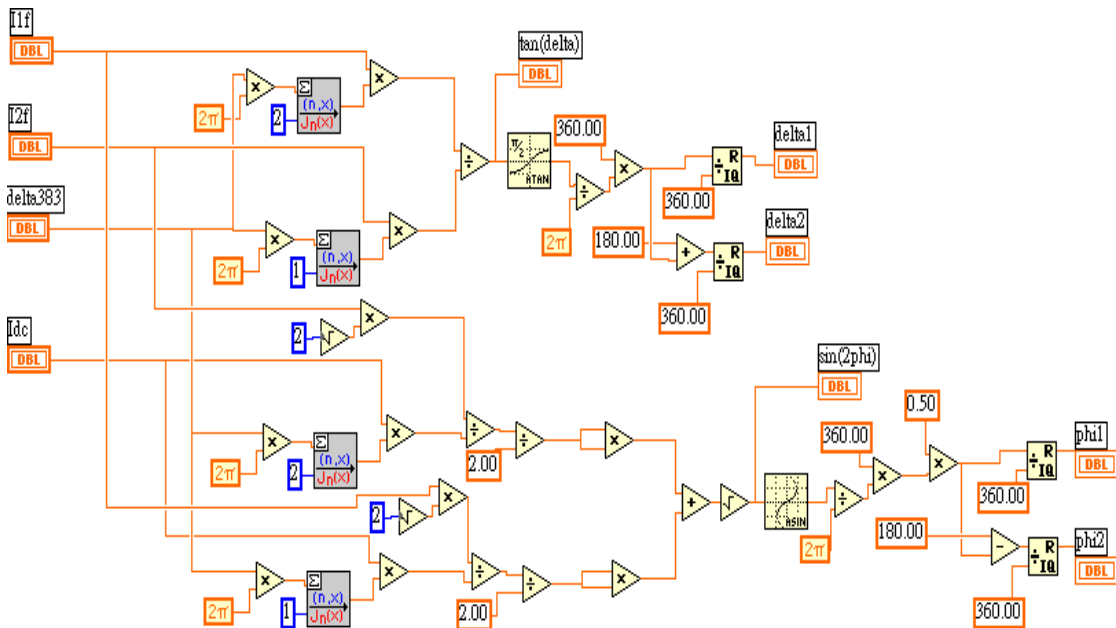


圖 A-11：第三部分程式方塊流程圖數據處理



卜圖(圖 A-13)為樣品 $\theta = 75.50$ 度和 $\phi = 18.36$ 度，仕光學調變器 (Photoelastic Modulator PEM) 所顯示 $\tan^{-1} \left(\frac{I_{1f} J_2(d_o)}{I_{2f} J_1(d_o)} \right)$ 偏極片角度 $P = -45$ 度和析光片角度 $A = 45$ 度所算出來的一組 θ_0 ，利用圖解法所求得的交點即為所量測出來的 θ_0 。

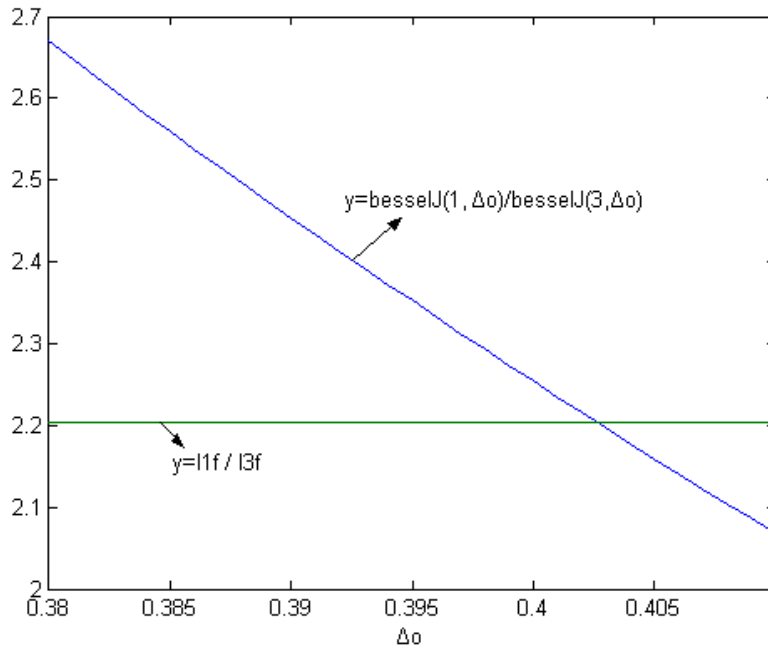


圖 A-13：圖解法求 θ_0

而在下圖(圖 A-14)中即是 LabVIEW 取 θ_0 的程式，是利用所量測出來的 I_{1f} 和 I_{3f} 相除所得值與 $\text{Bessel}(1, \theta_0)$ 和 $\text{Bessel}(3, \theta_0)$ 相除所得到的值相減取最小的值出來，此值即是圖解法所代表的交點，也就是所量測到的 θ_0 ，而 for loop 執行的次數即是代表取出來的 θ_0 準確位數。

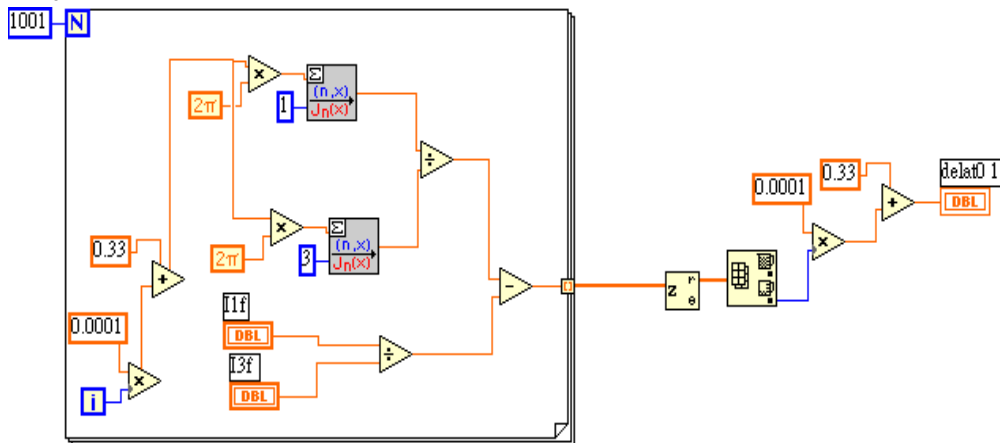


圖 A-14：LabVIEW 取 θ_0 的程式

又因為我們析光片的角度可以在每十五度轉一次，總共轉了 25 次，所以我們在每個角度可以算出 θ_0 ，下圖(圖 A-15)即是利用

LabVIEW 中的移位暫存器 (Shift Register) , 使取得的信號在 for loop 中一直跑, 下圖(圖 A-15)中有 7 的虛擬儀表即是圖 4-14 中計算 θ_0 的程式, 我把他寫成副虛擬儀表, 如此即可以在不同的析光片角度求出量測出來的 θ_0 。

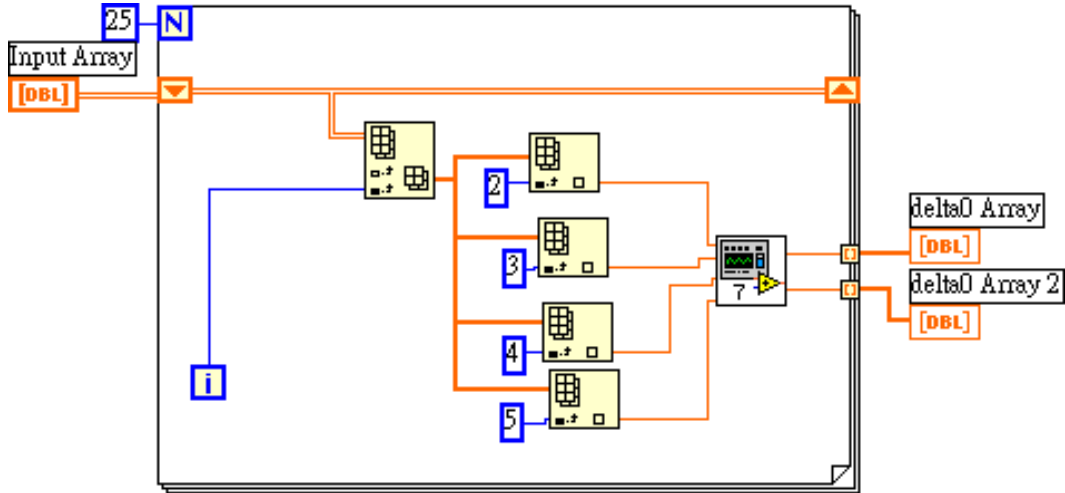
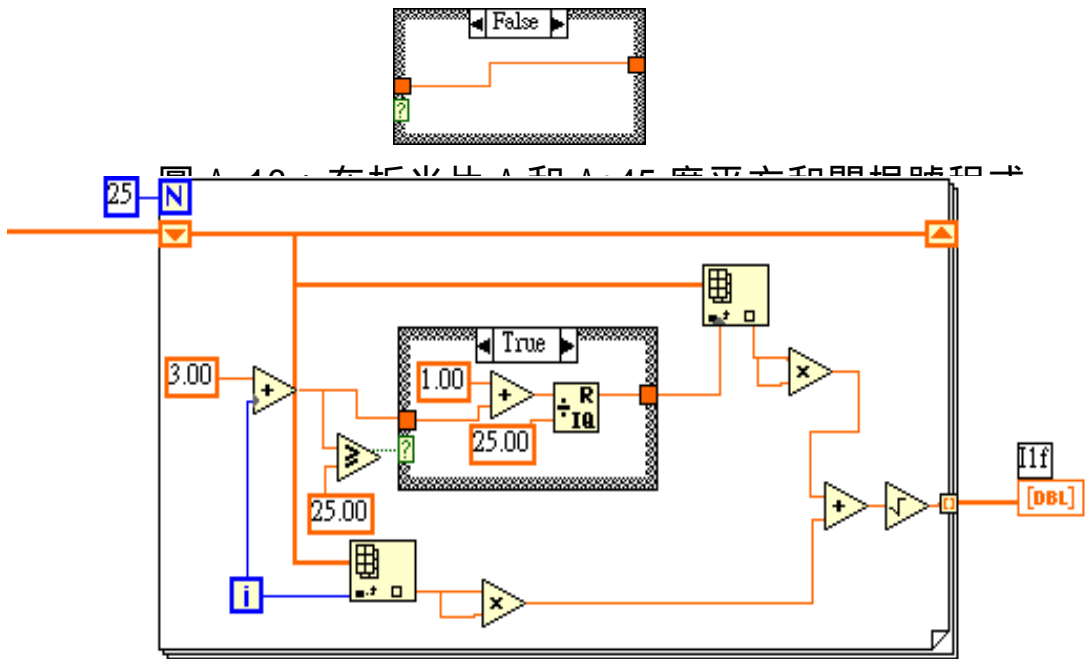


圖 A-15 : 25 個都算 delta0 程式

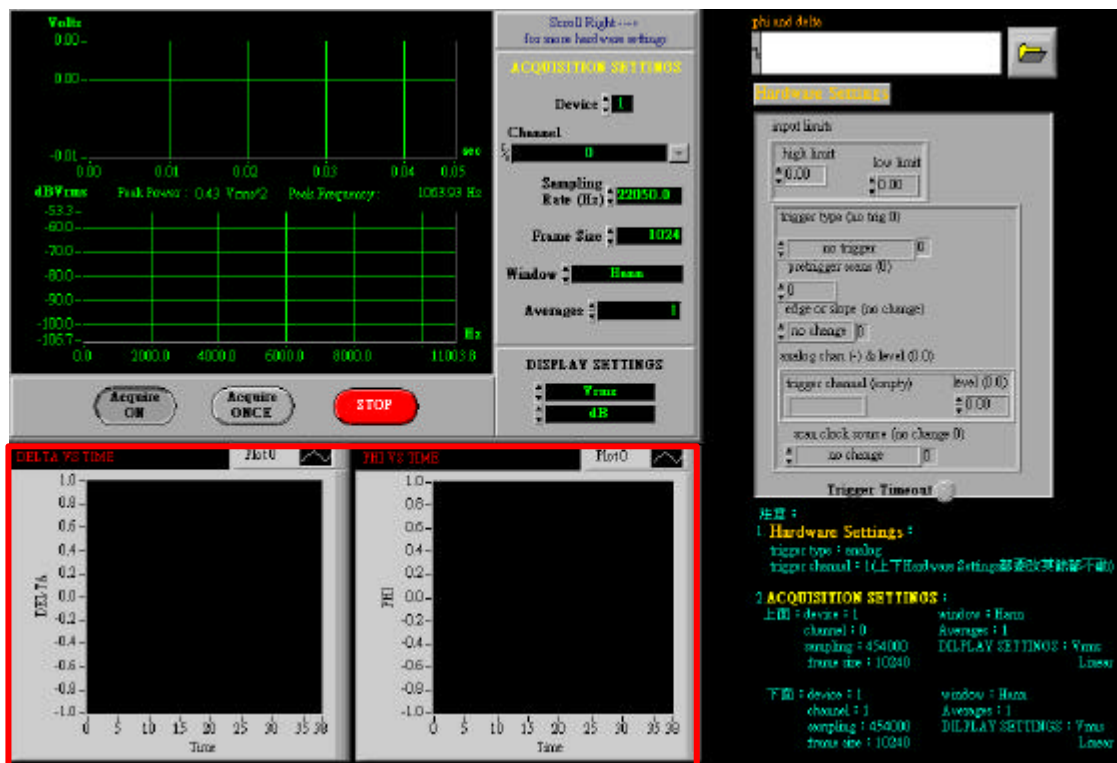
同樣利用每個析光片的方位角 A 和 $A+45$ 度強度平方和開根號, 透過此優化的動作同樣可以得到 θ_0 , 且不需考慮析光片方位角 A , 如 (3.33) 和 (3.34) 式 :

$$\frac{|I_{2f}(A = 45)|}{|I_{4f}(A = 45)|} = \frac{J_2(d_o)}{J_4(d_o)} \quad \text{或} \quad \frac{|I_{2f}(A = 45)|}{|I_{4f}(A = 45)|} = \frac{J_2(d_o)}{J_4(d_o)}$$



A.4 LabVIEW 由資料擷取卡即時量測 橢圓參數 和 值

一、 LabVIEW 前置面板程式介紹

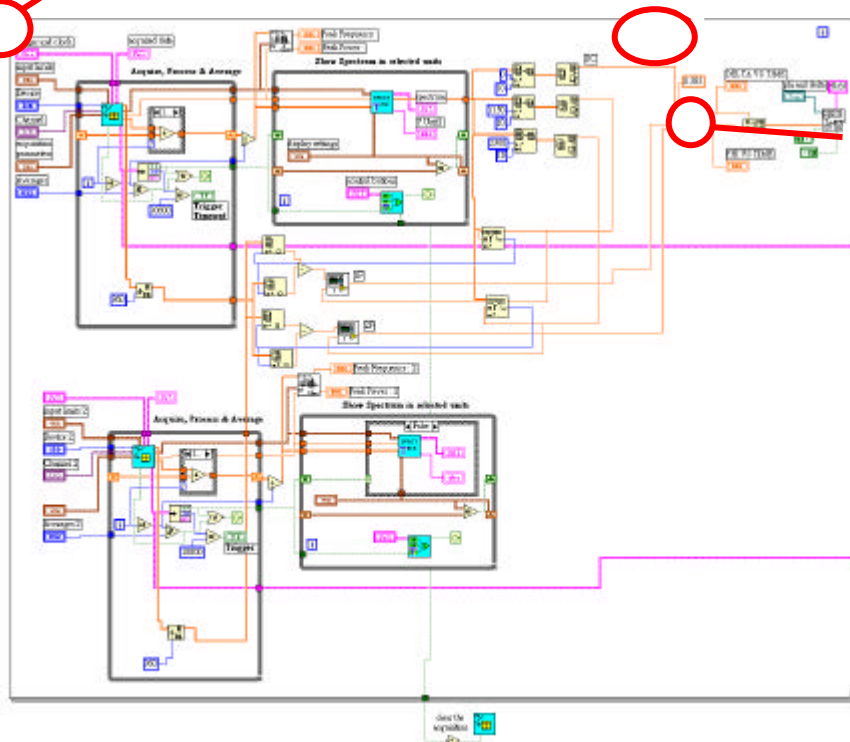


phi和delta以Scope Chart顯示圖形

二、 LabVIEW 程式方塊流程圖介紹

取phi和delta的點數

圖(如
流程
行的
量 I_{dc}
式相
過算
次在
分,



算phi和
delta虛擬
表(SubVI)
塊流程
式方塊
程式執
直流分
頻 I_{4f} 程
頻 I_{2f} 透
值,其
時間部
設定執

行一次for loop所需要的時間可以到達1ms，即是在一秒鐘可以執行1000次for loop，也就是說在一秒鐘可以取到1000點橢圓參數和值，但實際上經由我測試結果僅可以取到10點橢圓參數和值，利用圖A-18中取和的點數乘上取一點和所需要的時間即可以控制進行即時量測所需要的時間了，用此方法也可以測試LabVIEW在此系統上實際執行一次for loop所需要的時間，以便知道取1點橢圓參數和值系統實際上所需時間。

附錄 B：使用最小平方法算 δ_0 和 δ_1 ，MATLAB 程式

```
clear
disp('*** delta0 and delta1***');
delta0i=0.46;
delta0f=0.48;
deltai=5;
deltalf=15;
I0=1.105957;
detanumber=244;
x1=[0.009766    0.019531    0.068359    0.15625    0.283203    0.419922    0.581055    0.742187
     0.913086    1.083984    1.245117    1.396484    1.538086    1.655273    1.762695    1.850586
     1.918945    1.982422    2.026367    2.060547    2.089844    2.104492    2.119141    2.124023
     2.128906    2.124023    2.114258    2.099609    2.075195    2.045898    2.001953    1.953125
     1.884766    1.811523    1.713867    1.591797    1.459961    1.318359    1.157227    0.996094
     0.825195    0.654297    0.493164    0.34668    0.219727    0.112305    0.043945    0.004883
     -0.004883    0.039062    0.126953    0.249023    0.390625    0.551758    0.727539    0.913086
     1.09375    1.269531    1.435547    1.582031    1.71875    1.831055    1.928711    2.006836
```

2.070312	2.119141	2.15332	2.177734	2.1875	2.197266	2.202148	2.207031
2.207031	2.207031	2.211914	2.207031	2.202148	2.197266	2.1875	2.163086
2.133789	2.089844	2.036133	1.962891	1.870117	1.762695	1.635742	1.489258
1.328125	1.152344	0.97168	0.791016	0.605469	0.439453	0.292969	0.170898
0.083008	0.024414	0.009766	0.024414	0.078125	0.166016	0.302734	0.449219
0.605469	0.776367	0.947266	1.118164	1.279297	1.430664	1.567383	1.68457
1.791992	1.875	1.948242	2.006836	2.050781	2.084961	2.109375	2.128906
2.143555	2.148437	2.148437	2.143555	2.133789	2.119141	2.094727	2.06543
2.021484	1.967773	1.899414	1.811523	1.708984	1.591797	1.459961	1.308594
1.147461	0.981445	0.805664	0.634766	0.473633	0.327148	0.200195	0.102539
0.039062	0.009766	0.019531	0.058594	0.151367	0.268555	0.415039	0.581055
0.756836	0.9375	1.118164	1.293945	1.459961	1.606445	1.738281	1.855469
1.948242	2.026367	2.084961	2.128906	2.163086	2.182617	2.197266	2.207031
2.211914	2.207031	2.207031	2.211914	2.22168	2.207031	2.207031	2.197266
2.182617	2.158203	2.124023	2.084961	2.021484	1.943359	1.855469	1.743164
1.611328	1.464844	1.298828	1.123047	0.942383	0.761719	0.585937	0.419922
0.273437	0.15625	0.073242	0.019531	0.009766	0.029297	0.092773	0.19043
0.317383	0.463867	0.625	0.795898	0.966797	1.132812	1.289062	1.435547
1.572266	1.689453	1.787109	1.870117	1.943359	1.99707	2.041016	2.075195
2.094727	2.114258	2.124023	2.128906	2.128906	2.119141	2.109375	2.094727
2.070312	2.041016	1.992187	1.933594	1.865234	1.777344	1.674805	1.557617
1.420898	1.274414	1.113281	0.942383	0.771484	0.605469	0.444336	0.302734
0.180664	0.092773	0.039062	0.014648];				

i=1;

for delta0=delta0i:0.001:delta0f;

j=1;

for deltal=deltali:0.1:deltalf;

k=1;

for t1=0.00004898:0.00004898/243:0.00004898*2;

I1(i,j,k)=((I0-I0.*cos(deltal.*pi/180+delta0.*2*pi*sin(2*pi*51000*t1)))-x1(k))^2;

k=k+1;

end

MSE(i,j)=sum(I1(i,j,:))./detanumber;

j=j+1;

end

i=i+1;

end

MSE1=min(min(MSE))

%算 delta0 和 deltal

s=1;

for m=delta0i:0.001:delta0f;

t=1;

for n=deltali:0.1:deltalf;;

b(s,t)=MSE1;

while (b(s,t)-MSE(s,t)==0)

s

t

delta01=delta0i+(s-1).*0.001

deltal1=deltali+(t-1).*0.1

if (b(s,t)-MSE(s,t)==0)

break

end

end

t=t+1;

end

s=s+1;

```

end

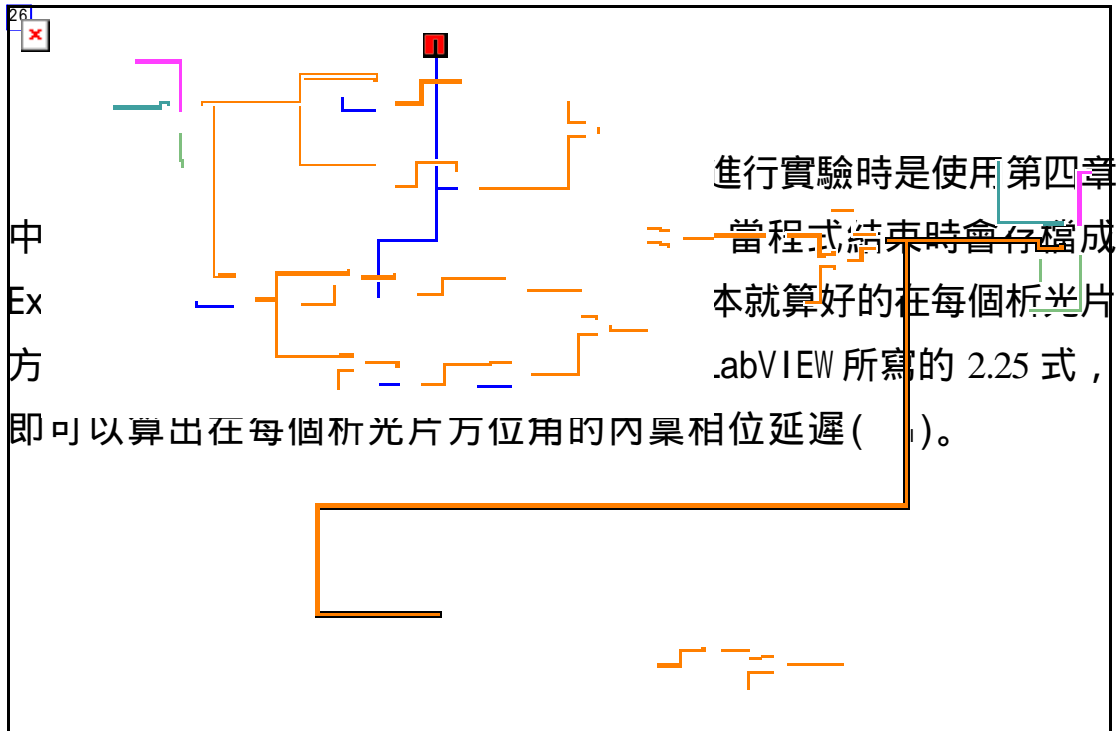
%多算小數一位
i=1;
for delta0=delta01-0.01:0.001:delta01+0.01;

j=1;
for delta1=delta1-0.3:0.01:delta1+0.3;

k=1;
for t1=0.00004898:0.00004898/243:0.00004898*2;
l1(i,j,k)=((l0-l0.*cos(delta1.*pi/180+delta0.*2*pi*sin(2*pi*51000*t1)))-x1(k))^2;
k=k+1;
end
MSE11(i,j)=sum(l1(i,j,:))./detanumber;
j=j+1;
end
i=i+1;
end
MSE2=min(min(MSE11))
%算 delta0 和 delta1
s=1;
for m=delta01-0.01:0.001:delta01+0.01;
t=1;
for n=delta1-0.3:0.01:delta1+0.3;
b(s,t)=MSE2;
while ( b(s,t)-MSE11(s,t)==0 )
s
t
delta02=(delta01-0.01)+(s-1).*0.001
delta12=(delta1-0.3)+(t-1).*0.01
if ( b(s,t)-MSE11(s,t)==0 )
break
end
end
t=t+1;
end
s=s+1;
end

```

附錄 C：使用 LabVIEW 算 方塊流程圖



附錄 D : Mathematica 算 SiO₂/Si 厚度程式

```
l = Input "Please Input wavelength"
n1 = 1;
n3 = 3.858 - 0.018;
n2 = 1.46;
Angle = Input "Please Input incident angle in degree"
Q1 = Angle / 180;
Q2 = ArcSin(Q1
```