

第一章 緒論

隨著網路時代的來臨，資訊的傳輸速率需求愈來愈大，這使得光纖通訊也隨之受到越來越多的重視。光纖通訊具有超高頻寬的特點，是其他傳輸方法所難以達到。在光纖通信系統中使用光纖光學元件具有很多的好處，而光纖光柵是全光纖元件的要角之一，在光纖通訊中有許多的應用，如波長選擇器、色散補償器等。此類的光纖光柵元件之光色散特性在應用上非常重要，也必須使用特殊的方法才有辦法來量測，本論文的主要目標之一即是要來發展一個量測光纖光柵色散特性的簡易方法。

1.1.1: 光纖光柵簡介

光纖光柵的製作方式是在光纖核心上產生週期性的折射率變化，如圖 1-1 所示。只要藉著改變光柵週期、折射率變化等參數即可改變光纖光柵的特性來適合不同的應用，像是色散補償器[1]、光纖感應器[2]、光纖雷射[3]、解調器、波長選擇器[4]等[5]，應用非常廣泛。

光在光纖中傳播時，不同波長的光會以不同的速度前進，此現象我們稱之為色散(Dispersion)效應，在經過長距離的傳輸後，光脈衝會慢慢地變寬，從而造成傳輸失真的情形。

要補償此色散的一個方法是使用啁啾光纖光柵(Chirp Fiber

Gratings)，此種啁啾光纖光柵的週期並不是固定的，最常見的是隨著光纖而線性增加，稱為線性啁啾光纖光柵(Linearly Chirp Fiber Grating)。啁啾光纖光柵可補償光纖系統中的色散效應，也就是能將變寬的脈衝再次的壓縮，如圖 1-2。我們可設計製作不同參數的光纖光柵來補償系統的色散。

1.1.2: 歷史背景

第一個發現光纖光折變效應 (Photosensitivity) 的是 Hill 等人[6], [7]，光折變效應是在某些摻雜質的玻璃光纖中，深紫外光的曝照會造成折射率的提高。Hill 等人在 1978 年利用氬離子雷射在摻鍺光纖中產生駐波，在此光纖中產生週期性的折射率變化，這是最早的光纖光柵。但是這個方法的缺點是效率不高及反射波長固定。

在 1989 年時，Gerry Meltz[8] 等人利用兩道紫外光從旁曝照在光纖上，從而可製作出不同反射光波長的反射式光纖光柵。這種方法的好處是自由度大，藉著調整兩道紫外光之間的角度就可以調整光纖光柵的反射波長，另外光感效率也可大大的提高。用這個方法即可將光纖光柵的反射波長調至 1530、1550nm，或是調整至需要的光纖雷射的波長。後來有人提出用相位光罩(Phase Mask)的方法來製作光纖光柵，此方法架設簡單且需要之光源對同調性的要求很低，所以馬上被普遍使用。

深紫外光對未特別處理過的光纖所能提高的折射率變化約 10^{-4} , Lemaire 等人[9]發現將光纖置於高壓的氫氣中 , 可將折射率變化提高至 0.001~0.01 , 如此可將光纖光柵的長度縮短並提高反射效率。

1.2: 啁啾光纖光柵

除了可用來補償光通訊系統中的色散效應 , 啁啾光纖光柵還有許多其他的應用 , 如光纖感測器、增益平坦器等。而啁啾光纖光柵最重要的光學特性之一就是時間延遲 , 量測光纖光柵時間延遲的方法有很多 , 例如 High-Coherence Interferometric method[10] , Low-Coherence Interferometric method[11] , 以及使用 Loop Mirror 架構的方法[12] , 但這些方法所需的架構裝備較複雜或是解析度較差 , 我們將會在第二章詳細的介紹一個快速、簡單、便宜的方法。

除了光纖光柵的時間延遲外 , 另外可用 OLCR(Optical Low-Coherence Reflectometry) [13] 可用來確定光纖光柵的位置、長度、耦合係數分佈 , 這些資訊在某些時候是不可或缺的。而我們只需透過離散剝皮法及光纖光柵色散特性量測結果 , 也可獲得一樣的資訊 (位置、長度、耦合係數分佈)。綜合以上 , 我們可獲得光纖光柵完整的資訊 , 包括了反射頻譜、相位、時間延遲、位置、長度、耦合係數分佈。

離散剝皮法是由 Feced[14] 等人提出 , 再由 Johannes

Skaar[15]簡化之。離散剝皮法被提出時，目的是設計光纖光柵的耦合係數分佈，只要給定目標反射頻譜及相位，離散剝皮法就可將對應的耦合係數分佈求出。現在我們將光纖光柵色散量測所得的反射頻譜及相位代入離散剝皮法，也可得到此光纖光柵的耦合係數分佈，有了光纖光柵的耦合係數分佈，我們可以確定、改善曝照光纖光柵的製程準確性[16]，或是用以提供我們此光纖光柵的資訊。

1.3: 論文架構

本論文大致上會分成兩大部分，(1)量測光纖光柵的時間延遲；(2)離散剝皮法的理論及反推結果。第一章是緒論，第二章則介紹光纖光柵的原理及色散量測之實驗架構和原理，第三章為離散剝皮法的反推理論及與實驗的驗證，第四章則為結論及未來之展望。

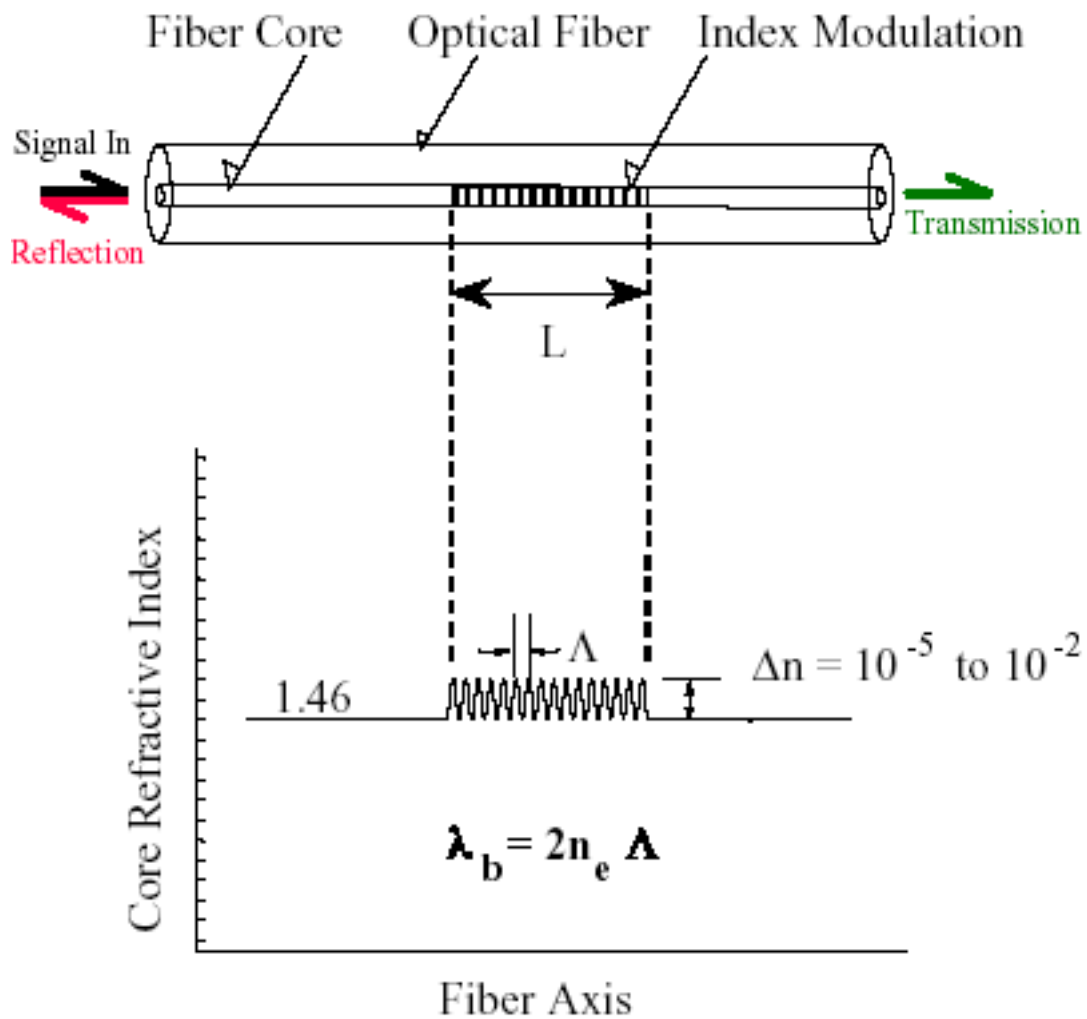


圖 1-1: 光纖光柵折射率在光軸上的分佈情形

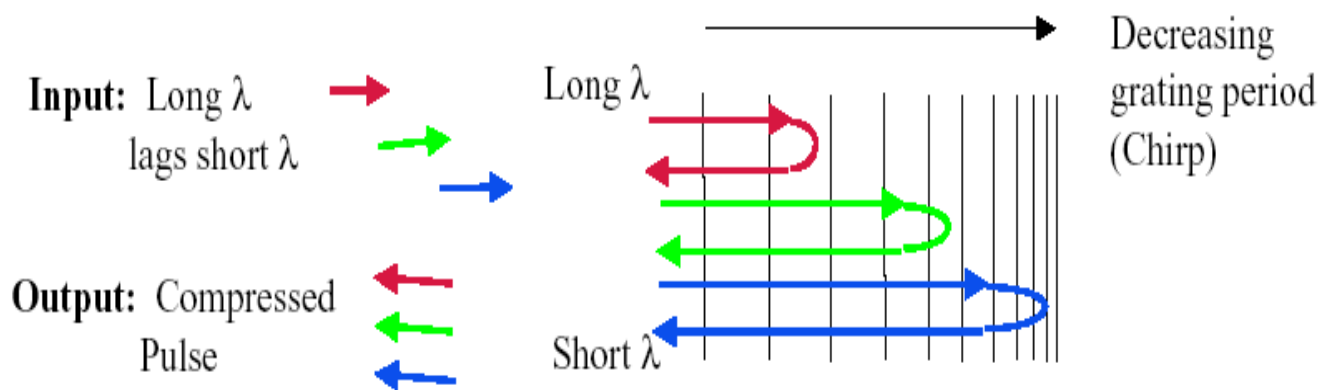


圖 1-2: 光脈衝經過啣啾光纖光柵被壓縮的情形

第二章 光纖光柵色散特性量測之實驗架構及原理

在此第二章中，我們會先簡介光纖光柵的基本原理，包括如何從耦合方程式(Coupled Mode Equations)推出光纖光柵的反射特性，然後再介紹量測光纖光柵相位頻譜及色散特性的實驗架構，最後則是實際實驗的量測結果。

2.1 模態耦合理論(Coupled-Mode Theory)

推導光纖光柵最常用的理論就是耦合模理論(Coupled-Mode Theory)，詳細的推導可參考[17],[18]。在這個部分，我們做了一些假設：(1)假設光纖是無損耗的(Lossless)且是單模光纖；(2)核心(core)跟包覆(cladding)的反射係數相差很小，所以磁場跟電場的方向可假設垂直於光前進的方向。

假設原來光纖的折射率分布為 $\bar{n}(x, y)$ ，光纖光柵的折射率分布為 $n(x, y, z)$ ，也就是光纖光柵的折射率是隨著 z 軸而變化。因為核心跟包覆的反射係數相差很小，所以我們假設 $\bar{n} \cong n \cong n_{eff} \cong n_{cl}$ ， n_{cl} 是在包覆的反射係數， n_{eff} 是等效折射率。我們令總電場是由正向跟反向模態的電場組成，

$$E_x(x, y, z) = b_1(z)\psi(x, y) + b_{-1}(z)\psi(x, y) \dots \dots \dots (2.1)$$

$b_{\pm 1}$ 代表沿著+z 及 -z 方向傳播，而 $\psi(x, y)$ 代表模態的分佈。未曝照的光纖符合 Scalar Wave Equation 如下：

$$\{\nabla_t^2 + k^2 \bar{n}^2(x, y) - \beta^2\}\psi = 0 \dots \dots \dots (2.2)$$

其中 k 是在真空中的波數(wavenumber)。對於光纖光柵則會滿足如下的 Scalar Wave Equation 如下：

$$\{\nabla_t^2 + k^2 n^2(x, y, z) + \partial^2 / \partial z^2\}E_x = 0 \dots \dots \dots (2.3)$$

將以上三式作個整理，可得

$$\frac{d^2}{dz^2}(b_1 + b_{-1})\psi + [\beta^2 + k^2(n^2 - \bar{n}^2)](b_1 + b_{-1})\psi = 0 \dots \dots \dots (2.4)$$

乘上 ψ ，再對整個 xy 平面作積分可得

$$\frac{d^2}{dz^2}(b_1 + b_{-1}) + [\beta^2 + 2kn_{co}D_{11}(z)](b_1 + b_{-1}) = 0 \dots \dots \dots (2.5)$$

其中 D_{11} 定義為如下，

$$D_{11}(z) = \frac{\frac{k}{2n_{co}} \int (n^2 - \bar{n}^2)\psi^2 dA}{\int \psi^2 dA} \dots \dots \dots (2.6)$$

我們可將(2.5)式分解成一組一階的微分方程組如下：

$$\begin{cases} \frac{db_1}{dz} = i(\beta + D_{11})b_1 + iD_{11}b_{-1} \\ \frac{db_{-1}}{dz} = -i(\beta + D_{11})b_{-1} - iD_{11}b_1 \end{cases} \dots \dots \dots (2.7)$$

光纖光柵之折射率分佈可表示成

$$n^2 - \bar{n}^2 = \Delta\epsilon_{r,ac}(z)\cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}z + \theta(z)\right) + \Delta\epsilon_{r,dc}(z) \dots\dots\dots(2.8)$$

其中 Λ 是光柵的週期， $\theta(z)$ 是啁啾量。

所以 D_{11} 又可化簡成下式

$$D_{11}(z) = \kappa(z)\exp\left(i\frac{2\pi}{\Lambda}z\right) + \kappa^*(z)\exp\left(-i\frac{2\pi}{\Lambda}z\right) + \sigma(z) \dots\dots\dots(2.9)$$

此處 $2\kappa = \frac{\eta k \Delta\epsilon_{r,ac}}{2n_{co}} e^{i\theta}$ ， $\sigma = \frac{\eta k \Delta\epsilon_{r,dc}}{2n_{co}}$ ， η 是光纖的侷限因子 (confinement factor)。為簡化(2.7)式，令一組新的光場振幅 $u(z)$ 和 $v(z)$ 滿足下式

$$\begin{cases} b_1(z) = u(z)\exp\left(+i\frac{\pi}{\Lambda}z\right)\exp\left(+i\int_0^z \sigma(z')dz'\right) \\ b_{-1}(z) = v(z)\exp\left(-i\frac{\pi}{\Lambda}z\right)\exp\left(-i\int_0^z \sigma(z')dz'\right) \end{cases} \dots\dots\dots(2.10)$$

將(2.10)式代入(2.7)式化簡得

$$\begin{cases} \frac{du}{dz} = +i\delta u + q(z)v \\ \frac{dv}{dz} = -i\delta v + q^*(z)u \end{cases} \dots\dots\dots(2.11)$$

(2.11)就是著名的耦合方程式，其中 $\delta = \beta - \pi/\Lambda$ 是波長與設計共振波長 ($\lambda_D = 2n_{eff}\Lambda$) 的波數差 (wavenumber detuning)， n_{eff} 是光纖模式的等效折射率 (effective index)， q 為光纖光柵的耦合係數 (coupling coefficient)

$$q(z) = i\kappa(z)\exp\left(-2i\int_0^z \sigma(z')dz'\right) \dots\dots\dots(2.12)$$

此係數與傳播常數 β 無關，但幾乎所有的光纖光柵之結構參數均被包

含在其中（除週期 Λ 之外）

$$\begin{cases} |q(z)| = \frac{\eta\pi \Delta n_{ac}(z)}{\lambda} \\ \arg q(z) = \theta(z) - 2\eta k \int_0^z \Delta n_{dc}(z') dz' + \frac{\pi}{2} \end{cases} \dots\dots\dots(2.13)$$

因此若 $q(z)$ 是已知，將其代入(2.11)式，光纖光柵之頻譜特性即可算出。

2.2 常見的數值解法

在這個部分，我們簡介一般計算光纖光柵的反射係數(或是穿透係數)的兩種算法，第一種是用 Runge-Kutta method 來解耦合模方程式或等效的 Riccati Equation，第二種是將光柵看成由很多段的均勻光柵 (Uniform Grating) 所組成，而均勻光柵的反射特性有解析解，可以利用轉換矩陣法 (Transfer Matrix Method) 來求解。

2.2.1 Riccati Equation

定義 $r(z; \delta) = v(z; \delta) / u(z; \delta)$ ，並將(2.11)式整理，我們可得

$$\frac{dr(z; \delta)}{dz} = -2i\delta r - q(z)r^2 + q^*(z) \dots\dots\dots(2.14)$$

(2.14)稱為 Riccati Equation。我們可用 Runge-Kutta method 以及邊界條件 $\gamma(L; \delta) = 0$ 將光柵從末端反推至 $z=0$ 就可以得到反射係數 $\gamma(0; \delta) = r(\delta)$ 。

2.2.2 轉換矩陣法 [19]

若是一個均勻光柵結構參數的光纖光柵，由(2.11)式可解出解析解：

$$\begin{aligned} r(\delta) &\equiv \frac{v(0)}{u(0)} = \frac{-q^* \sinh(\gamma L)}{\gamma \cosh(\gamma L) - i\delta \sinh(\gamma L)} \\ t(\delta) &\equiv \frac{u(L)}{u(0)} = \frac{\gamma}{\gamma \cosh(\gamma L) - i\delta \sinh(\gamma L)} \dots\dots\dots(2.15) \end{aligned}$$

其中 $r(\delta)$ 、 $t(\delta)$ 是光柵的反射係數與穿透係數， $\gamma^2 = |q|^2 - \delta^2$ 。有了 (2.15) 式就可迅速算出均勻光纖光柵之頻譜特性。更進一步，今若有一非均勻結構參數之光纖光柵要分析，則可視其為很多的短均勻光纖光柵所串接而成，每經一均勻光柵作用後，其光場變化如下

$$\begin{bmatrix} u(z + \Delta) \\ v(z + \Delta) \end{bmatrix} = T_j \cdot \begin{bmatrix} u(z) \\ v(z) \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.16)$$

其中轉換矩陣

$$T_j = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma\Delta) + i \frac{\delta}{\gamma} \sinh(\gamma\Delta) & \frac{q}{\gamma} \sinh(\gamma\Delta) \\ \frac{q^*}{\gamma} \sinh(\gamma\Delta) & \cosh(\gamma\Delta) - i \frac{\delta}{\gamma} \sinh(\gamma\Delta) \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.17)$$

上式可輕易地由 (2.15) 式推得。整個非均勻光纖光柵的光場變化便可由下式求得

$$\begin{bmatrix} u(L) \\ v(L) \end{bmatrix} = T \cdot \begin{bmatrix} u(0) \\ v(0) \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.18)$$

其中 T 為總轉換矩陣

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} = T_N \cdot T_{N-1} \cdot \dots \cdot T_2 \cdot T_1 \dots\dots\dots(2.19)$$

一旦 T 被算出，再代入邊界條件： $u(0)=1$ & $v(L)=0$ ，即可推導出

$$\begin{cases} r(\delta) = -T_{21}/T_{22} \\ t(\delta) = 1/T_{22} \end{cases} \dots\dots\dots(2.20)$$

此方法即所謂的“轉換矩陣法”。

2.3 實驗架構及原理

要知道一個光纖光柵的完整光學特性，除了反射率之外，我們也要知道反射光的相位。要知道反射率只需一個寬頻光源及頻譜分析儀即可，但是相位就無法如此簡單的獲得。之前也有部分的文獻在探討量測光纖光柵的時間延遲，如 Wiener-Lee transform[20]，但是這個方法對於真實的光纖光柵，有其限制性。另外也有 OCDR(Optical Coherence-Domain Reflectometry)的方式[21]，但是此方法需要一個精密的移動平台。另外還有如[22],[23]中的方法，不過[22]中的反射相位是由趨勢線量得，準確度不夠，[23]中的方法則是破壞性的量測方法，且訊雜比(S/N Ratio)較差。

我們所使用的量測架構如圖 2-1 所示，此架構類似於[22]中的架構，是典型的麥克森干涉儀架構，但是跟一般不同的是它兩端的長度不須相同，而且反射鏡不需移動，也不需要可調波長雷射，我們只需一個寬頻光源跟光譜分析儀。寬頻光由 Er-Fiber ASE(Amplified Spontaneous Emission) Broadband Source 發出，經過 50/50 的耦合器分光，一端經由光纖光柵反射，另一端由準直器和反射鏡反射，再經由耦合器分光並且產生干涉頻譜，干涉條紋由光譜分析儀(Optical Spectrum Analyzer)來觀察。

理論分析：

令路徑 1 為光由光纖光柵反射的路徑，路徑 2 為光經由反射鏡反射的路徑。走路徑 1 的光可表示成

$$\tilde{E}_1(\lambda) = E_1(\lambda) \cdot \exp(i \frac{2\pi}{\lambda} n_{eff} L_1 + i\phi(\lambda)) \dots \dots \dots (2.21)$$

令 $I_{grating} = \langle \tilde{E}_1^2 \rangle$ ， ϕ 是光纖光柵所造成的相位延遲，也就是(2.20)中的 $r = |r| \exp(i\phi)$ 的相位， L_1 為路徑 1 的距離。

由反射鏡反射回來的光可表示成

$$\tilde{E}_2(\lambda) = E_2(\lambda) \cdot \exp(i \frac{2\pi}{\lambda} n_{eff} L_2) \dots \dots \dots (2.22)$$

令 $I_{reflect} = \langle \tilde{E}_2^2 \rangle$ ，反射鏡對 1550nm 附近的光而言幾乎是無色散性， L_2 為光走路徑 2 的距離。

入射光譜儀的干涉光可表示成

$$\begin{aligned} I_{inter}(\lambda) &= \langle \tilde{E}_1^2(\lambda) \rangle + \langle \tilde{E}_2^2(\lambda) \rangle + \langle \tilde{E}_1(\lambda) \cdot \tilde{E}_2^*(\lambda) \rangle + \langle \tilde{E}_2(\lambda) \cdot \tilde{E}_1^*(\lambda) \rangle; \\ &= I_{grating} + I_{reflect} + 2 \cdot \sqrt{I_{reflect} \cdot I_{grating}} \cdot \cos(\frac{2\pi}{\lambda} n_{eff} \ell + \phi) \dots \dots \dots (2.23) \end{aligned}$$

$\ell = L_1 - L_2$ ；而 ℓ 是兩路徑的長度差，而典型的干涉條紋如圖 2-2。

我們可將 I_{inter} 作反複立葉轉換，並取其絕對值可得到如圖 2-3

之分佈，橫軸是兩路徑對應到的時間差，縱軸是 $I_{inter}(t)$ 的絕對值，如此就將原本在波長空間的干涉圖形轉換到時間空間。圖 2-3 在時間差為 0 的分量是由 $I_{grating}$ 、 $I_{reflect}$ 所造成，而會有位於 τ 、 $-\tau$

($\tau = \ell \cdot n_{eff} / c$) 的兩個分量則是因為 $\cos(x) = \frac{\exp(ix) + \exp(-ix)}{2}$ ，而 ϕ 的影響

主要是在位於 τ 及 $-\tau$ 的分量之上。要求出 ϕ 的分佈，我們可加一

個窗戶(Window)來取出位於 ℓ 的分量, 這個窗戶的寬度會影響到最後時間延遲的結果。一般而言, 窗戶越大, 時間延遲震盪的會越厲害, 這是因為包含了一些高頻的雜訊。而窗戶較小則可得到比較穩定的時間延遲, 因為大部分的高頻雜訊被壓制了, 但是高階項的變化也會被濾掉, 會有部分的失真。

再來我們將此分量位移到正中央, 此動作是將 ℓ (or τ) 強迫令為零, 再進行複立葉轉換, 即可得到 $\sqrt{I_{reflect} \cdot I_{grating}} \cdot \exp(i\varphi)$, 我們再取出 $\phi(\lambda)$ 即可得到光纖光柵相對的反射相位。若不將 ℓ (or τ) 強迫令為零, 則得到的反射相位為 $(\frac{2\pi}{\lambda} n_{eff} \ell + \varphi)$, 不是純粹的光纖光柵反射相位。

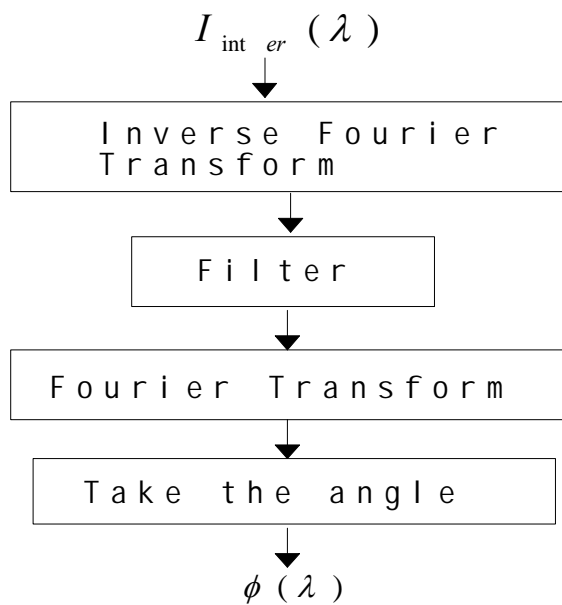
在這邊要注意的是路徑 1 要大於路徑 2。這是因為如果路徑 2 大於路徑 1 時, (2.23) 式將會變成

$$I_{inter}(w) = I_{grating} + I_{reflect} + 2 \cdot \sqrt{I_{reflect} \cdot I_{grating}} \cdot \cos(\frac{2\pi}{\lambda}(-\ell) - \varphi) \dots \dots \dots (2.24)$$

那我們所得到的相位就是 $-\varphi$ 。這也是為什麼路徑 1、2 不能有相同的長度, 如果路徑 1、2 是相同的長度, 當我們將 I_{inter} 反複立葉轉換時,

$I_{grating}$ 、 $I_{reflect}$ 與 $2 \cdot \sqrt{I_{reflect} \cdot I_{grating}} \cdot \cos(\frac{2\pi}{\lambda}(\ell) + \varphi)$ [此時的 $\ell = 0$] 的分量就會疊在一起, 而無法分開。

整個分析過程如下所示，



得到光纖光柵的反射相位之後，我們可以依據以下公式

$t = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} \cdot \frac{d(\phi(\lambda))}{d\lambda}$ 求得時間延遲 (group delay)，其中 t 為時間延遲。

因為我們慣用波長空間，所以我們採取 $t = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{d(\phi(\lambda))}{d\lambda}$ 的式子來計算時間延遲。

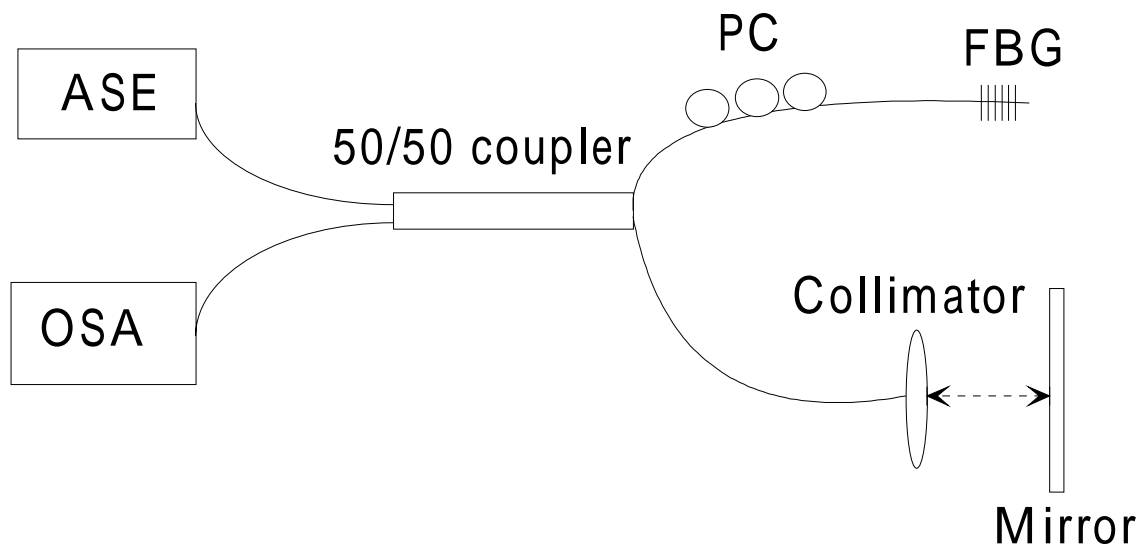


圖 2-1: 實驗架構示意圖

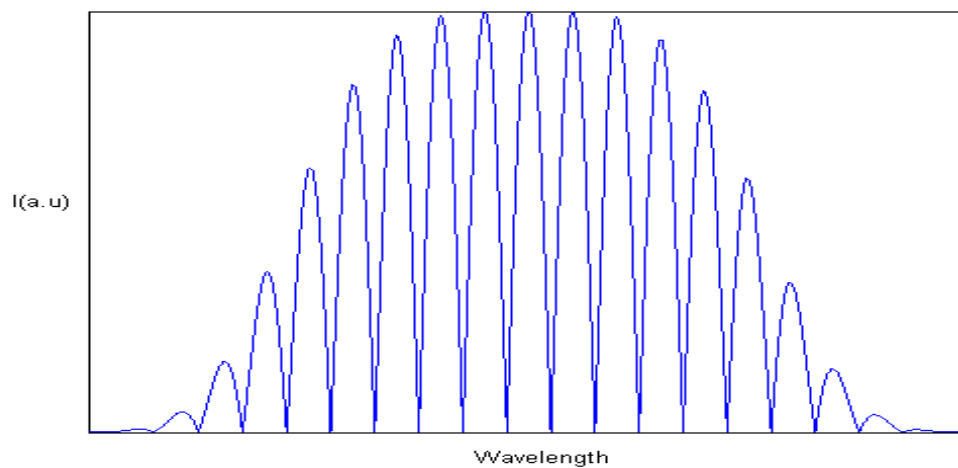


圖 2-2: 干涉光譜圖

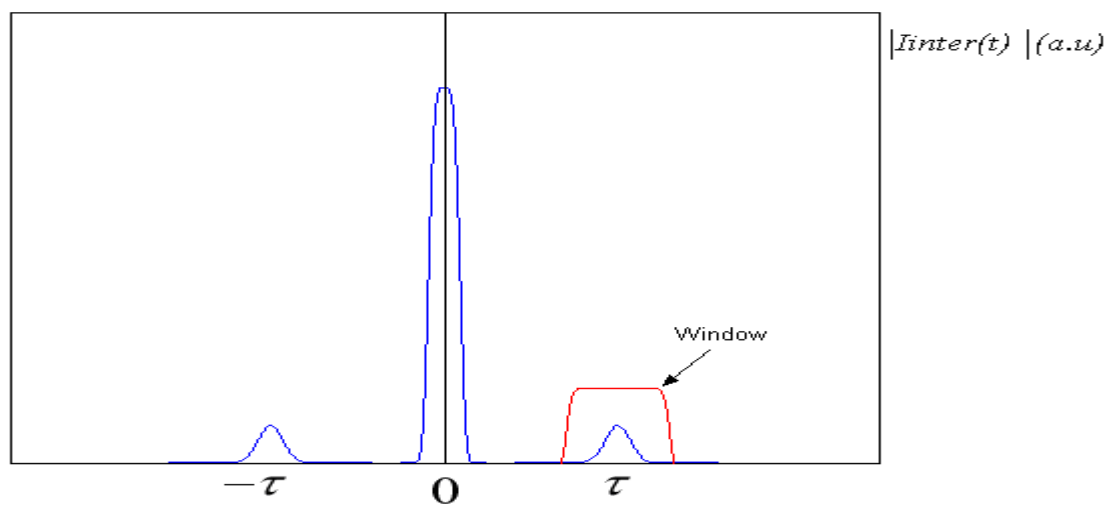


圖 2-3: 干涉光譜經反復立葉轉換後所得的圖形

2.4 實驗結果

我們量測了數個不同特性的光纖光柵，首先是一個高斯鐘型化 (Gaussian Apodization) 的光纖光柵，此光纖光柵的週期是線性啁啾的，最大反射率為 96.84%。我們可從光譜分析儀擷取如圖 2-4(a) 之光譜，將圖 2-4(a) 作反複立葉再加個窗戶取出再一次作複立葉轉換後，可得到相位(φ) 的分布，如圖 2-4(b)。最後用 $t = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{d(\varphi)}{d(\lambda)}$ 即可算出時間延遲，如圖 2-5。我們可以觀察到當光纖光柵的反射 ($I_{grating}$) 變弱時，時間延遲是非常混亂的，這是因為此時的 $\sqrt{I_{reflect} \cdot I_{grating}} \cdot \cos(\varphi)$ 非常的小，訊雜比(S/N Ratio) 非常的差。

而為了驗證此種架構的重複性，我們使用之前的光纖光柵反覆做了三次的量測，，從圖 2-6 可看出重複性非常一致，重複性約在 5psec 以內。這與 Modulation Phase Shift Method(MPSM) 的準確性差不多，一般 MPSM 的準確性約為 4~4.5psec[24]。

為了驗證實驗架構的準確性，我們將下面的光纖光柵送到工研院去量測，使用的研器為 Advantest 所生產的網路分析儀 (Network Analyzer)，型號為 Q7760，解析度可達到 0.001psec，準確度為 1.5psec。以下是一些量測結果的比較。

(i) 這是個高斯鐘型化的光纖光柵(令為光柵 a)，沒有啁啾。圖 2-7(a) 為我們量測所得的結果，圖 2-7(b) 為使用網路分析儀所量得的結果。

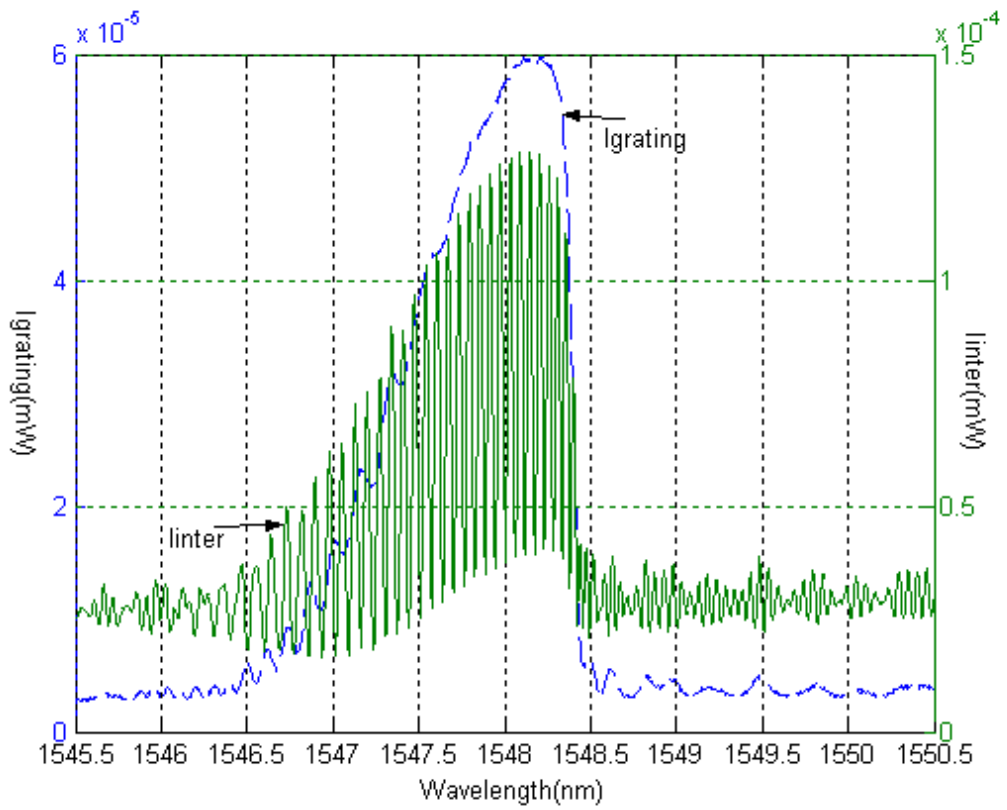
(ii) 這是個半高斯鐘型化的啁啾光纖光柵(令為光柵 b) , 啁啾量為 1.0nm/cm , 圖 2-8(a) 為我們量測所得的結果 , 圖 2-8(b) 為使用網路分析儀所量得的結果。

(iii) 這是個高斯鐘型化的啁啾光纖光柵(令為光柵 c) , 啁啾量為 1.0nm/cm , 圖 2-9(a) 為我們量測所得的結果 , 圖 2-9(b) 為使用網路分析儀所量得的結果。

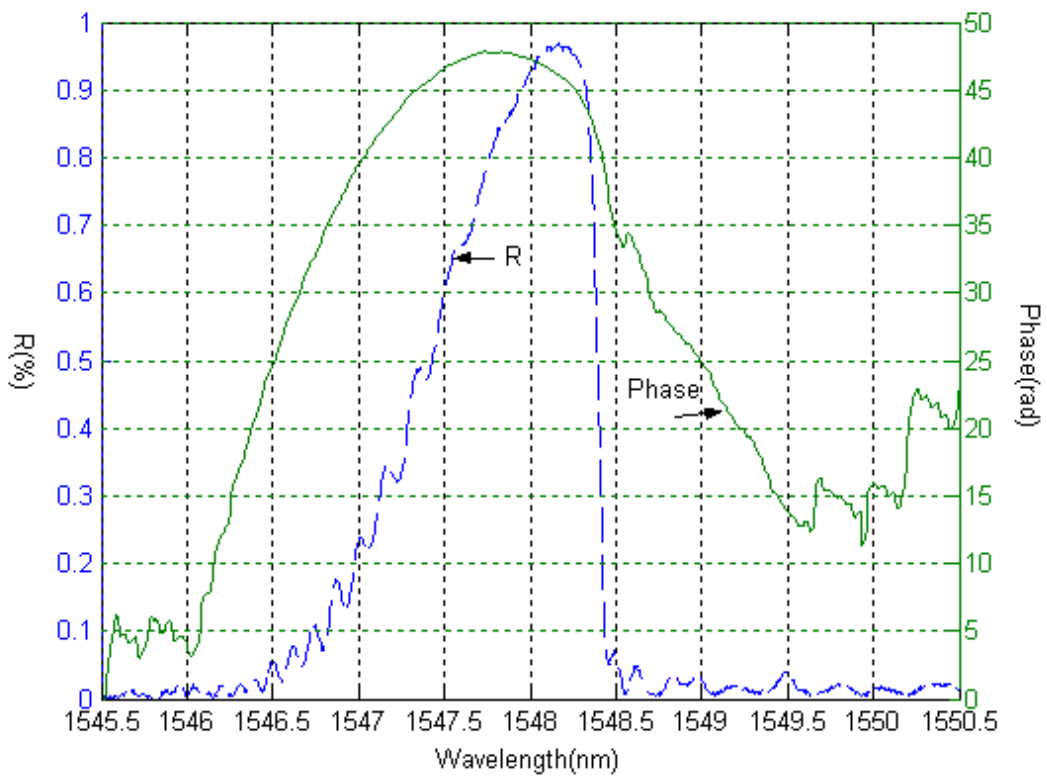
(iiii) 這是向 INNOVATIVE FIBER INC. 買的光纖光柵(令為光柵 d) , 圖 2-10(a) 為我們量測所得的結果 , 圖 2-10(b) 為使用網路分析儀所量得的結果。

從以上四個例子可看出 , 我們所架設的量測系統與網路分析儀所量的結果幾乎是一致的 , 這可以讓我們確定白光量測系統是準確無誤的。

兩種量測結果最大的不同的地方是使用白光量測系統的時間延遲非常平滑 , 而網路分析儀的時間延遲則有許多的小波紋 (Ripple) 。白光量測系統的時間延遲會如此平滑 , 是跟干涉條紋在時間空間所取的窗戶大小有關。如果將窗戶放大 , 所得的時間延遲也會有許多的波紋 , 但是放大窗戶同時會將許多的雜訊包含進來而造成失真。網路分析儀的時間延遲有許多的小波紋的原因則可能是當初在量測時並未做歸一化的動作 , 所以會有小波紋的出現。



(a)



(b)

圖 2-4: (a)高斯鐘型化光纖光柵的反射及干涉圖形，虛線為反射，實線為干涉。(b)反射頻譜與相位的關係圖。虛線為反射頻譜，實線為相位。

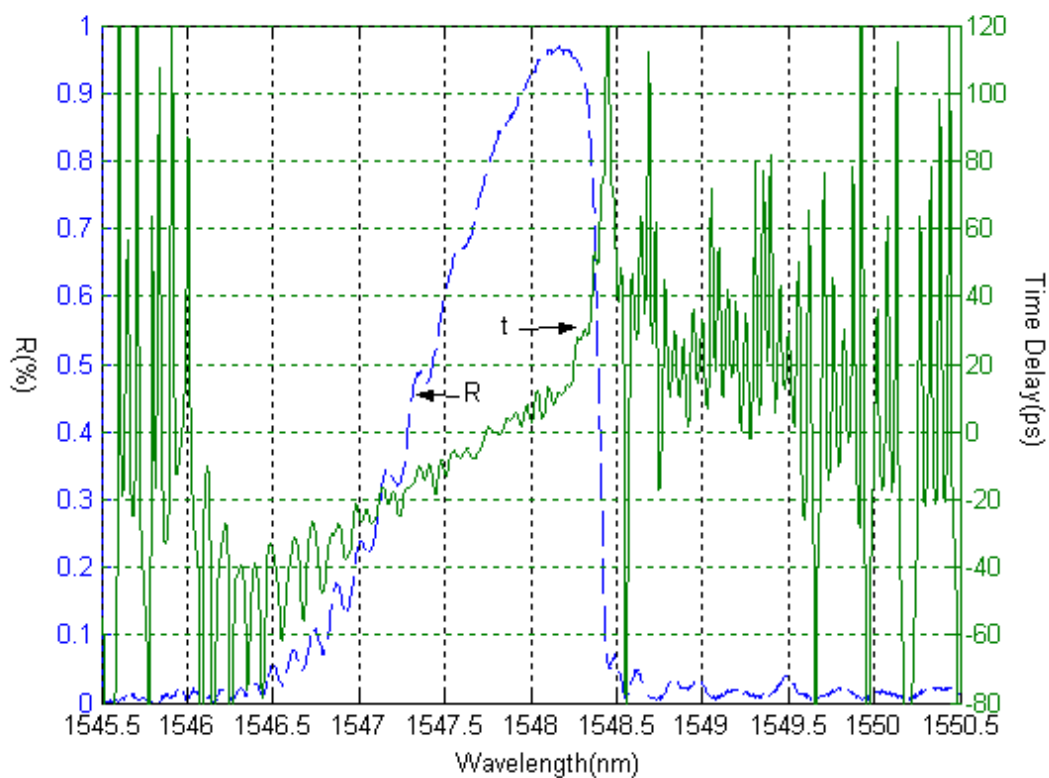


圖 2-5: 反射頻譜與時間延遲的關係圖。虛線為反射頻譜，實線為時間延遲。

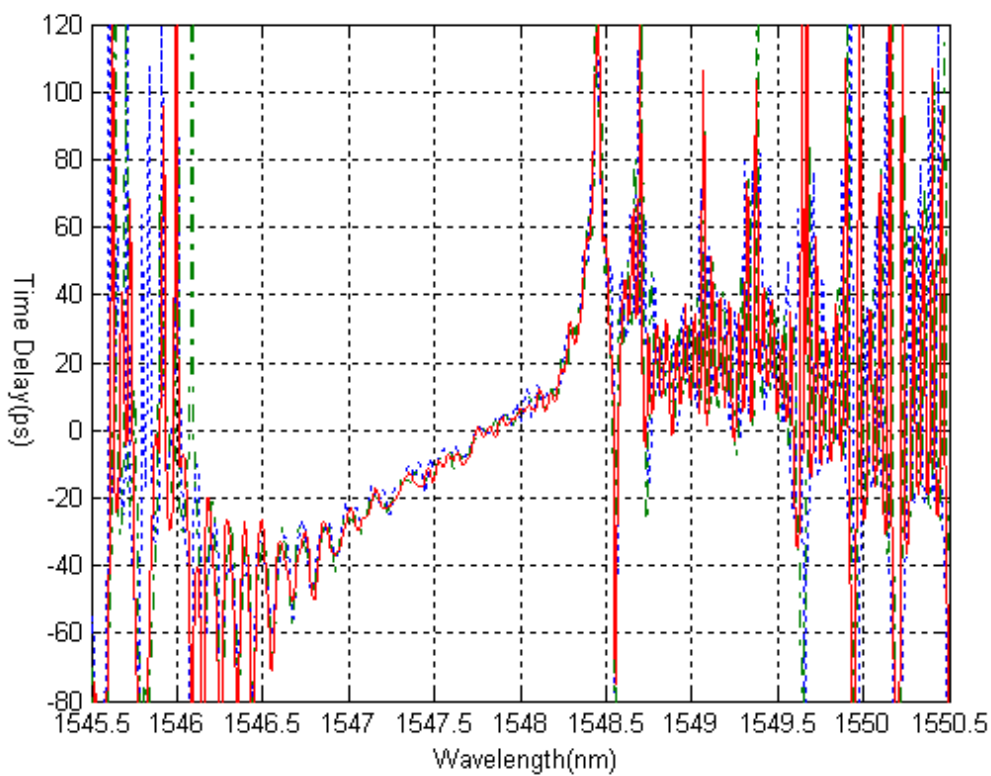
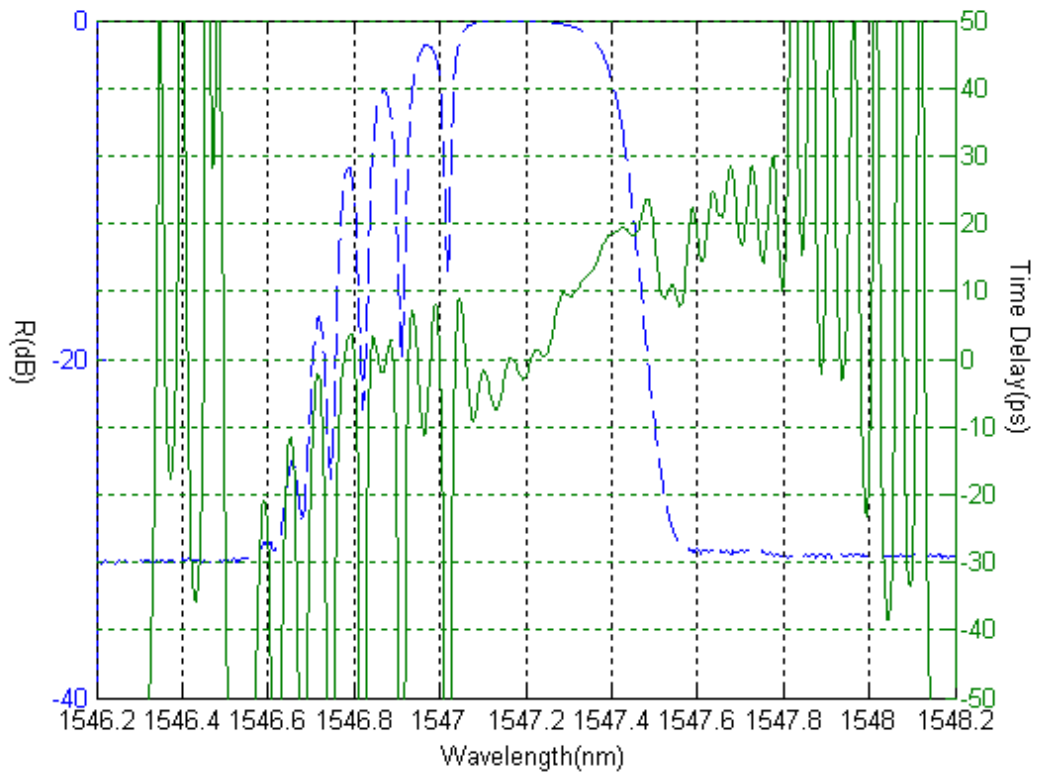
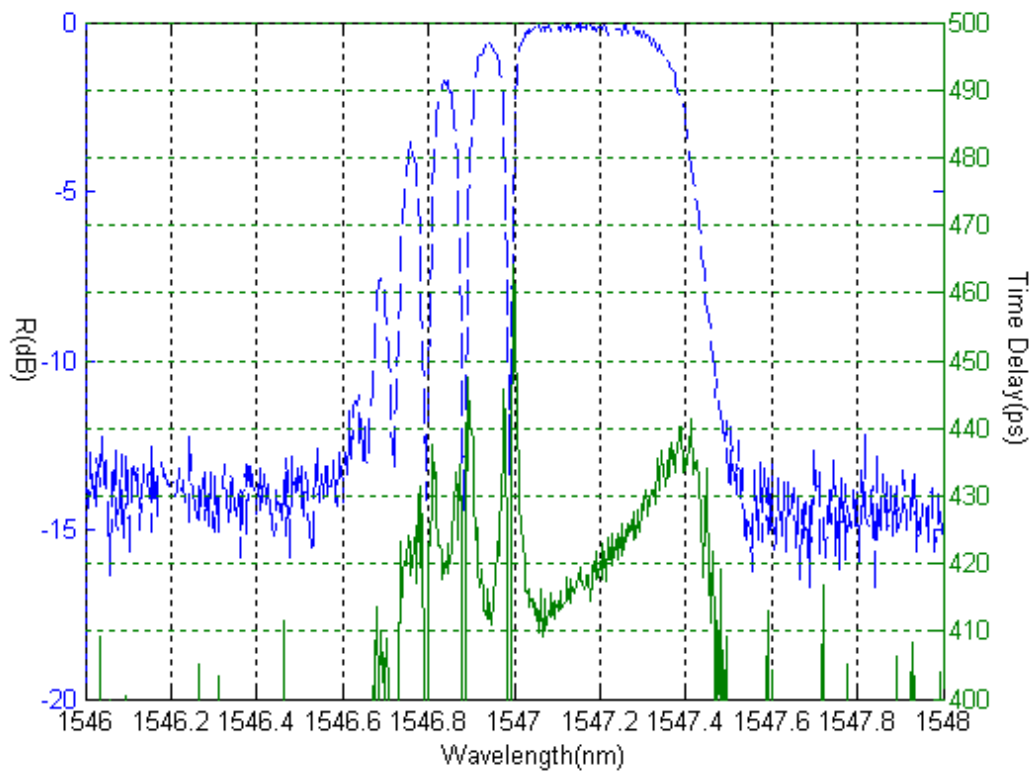


圖 2-6: 三次量測時間延遲的結果。

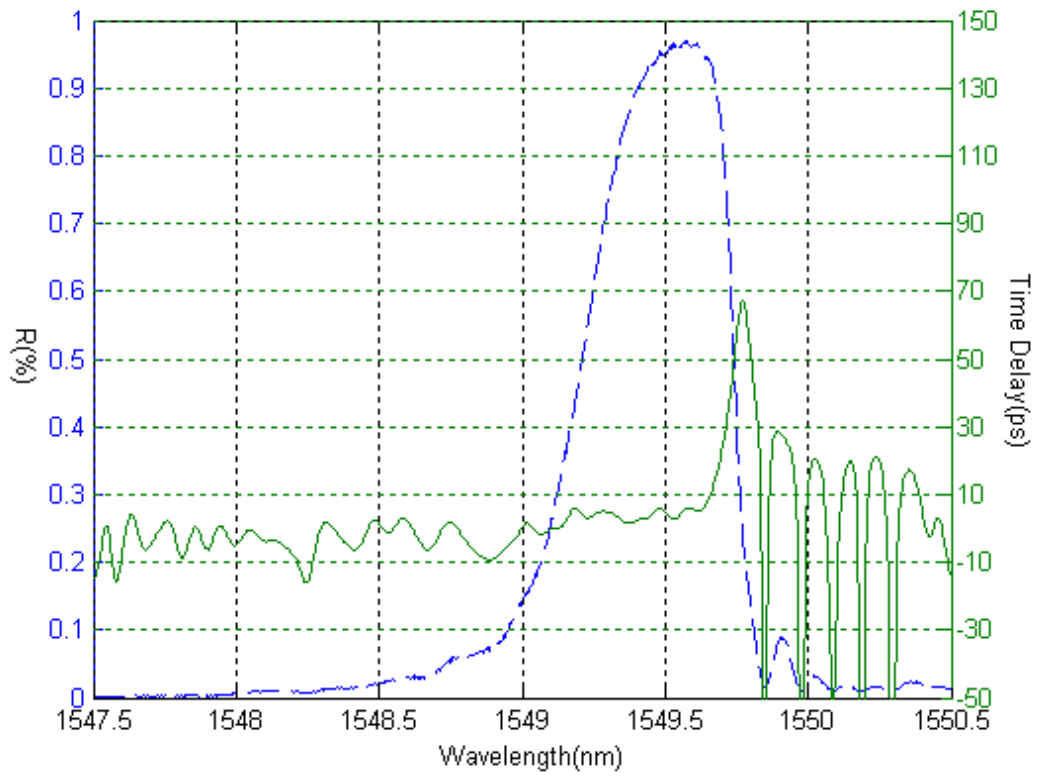


(a)

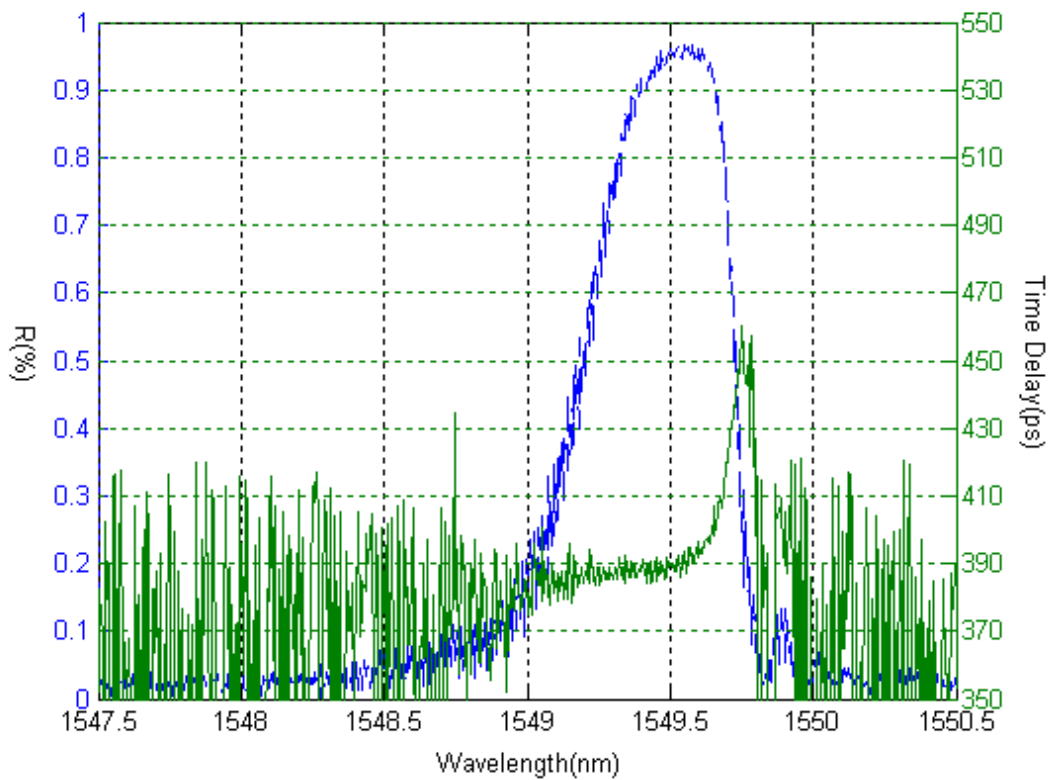


(b)

圖 2-7: (a)白光干涉法(b)網路分析儀量測光柵 a 的結果。虛線為反射頻譜，實線為時間延遲。

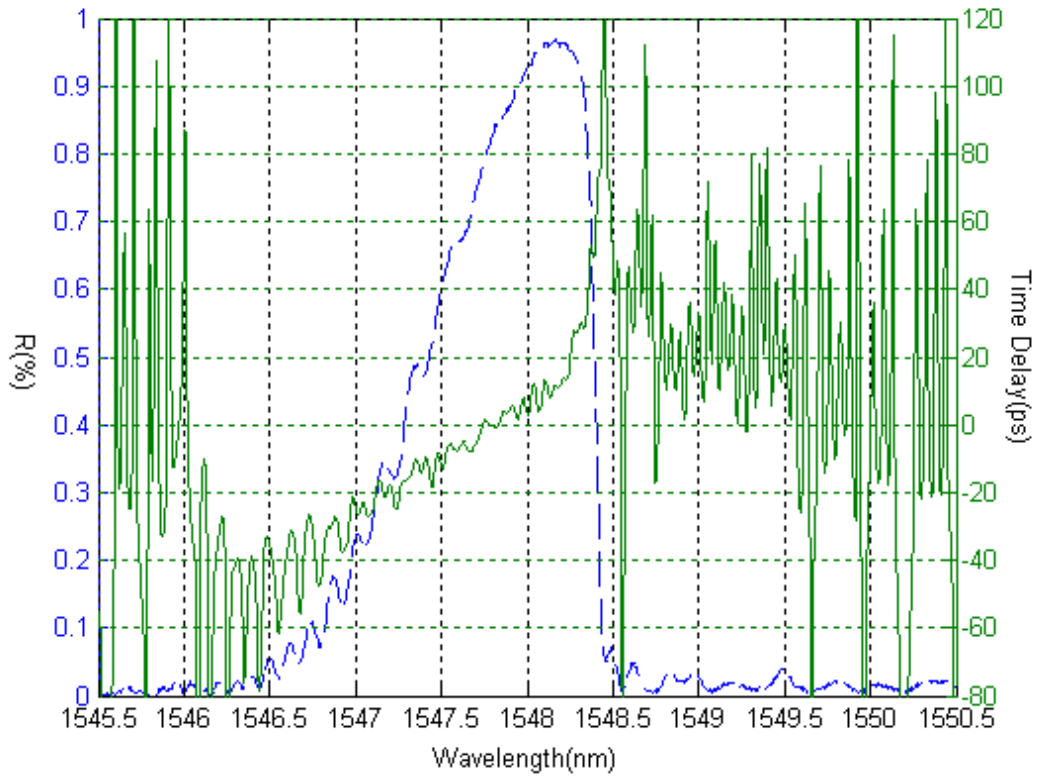


(a)

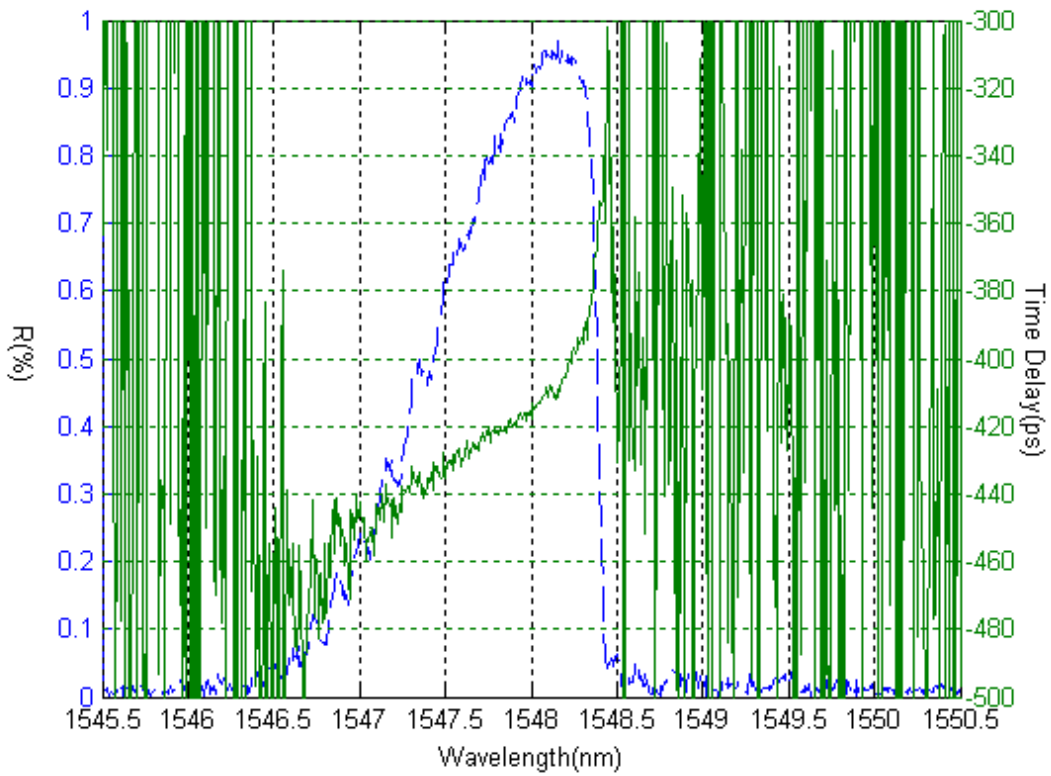


(b)

圖 2-8: (a)白光干涉法(b)網路分析儀量測光柵 b 的結果。虛線為反射頻譜，實線為時間延遲。

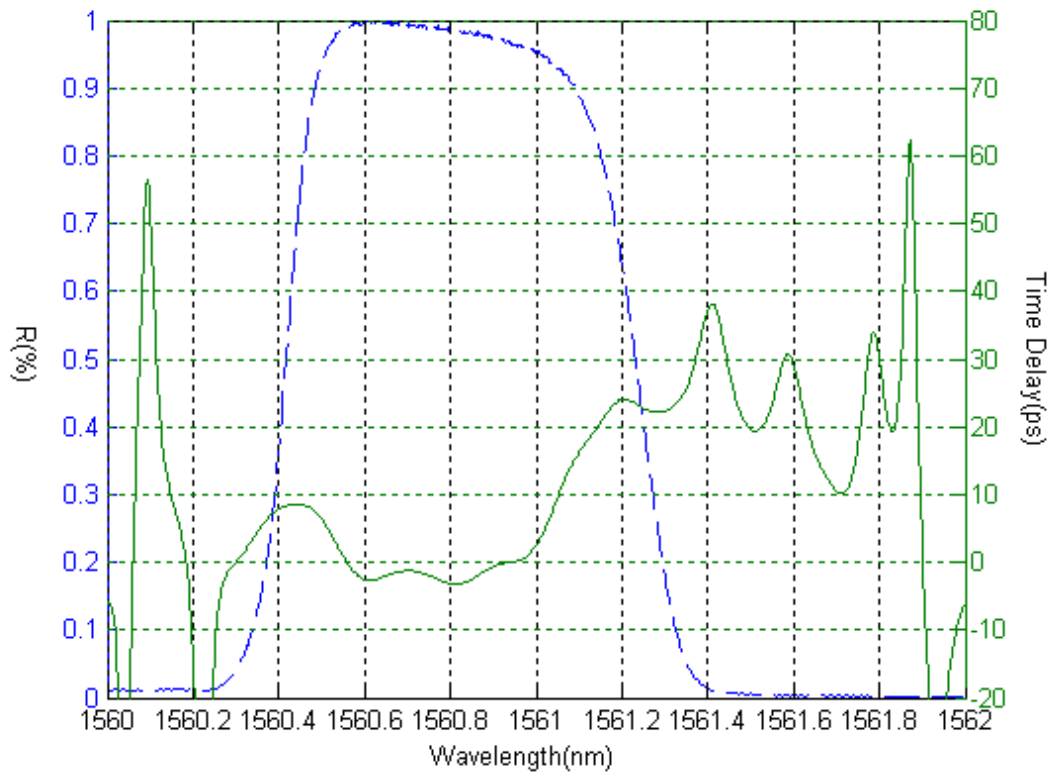


(a)

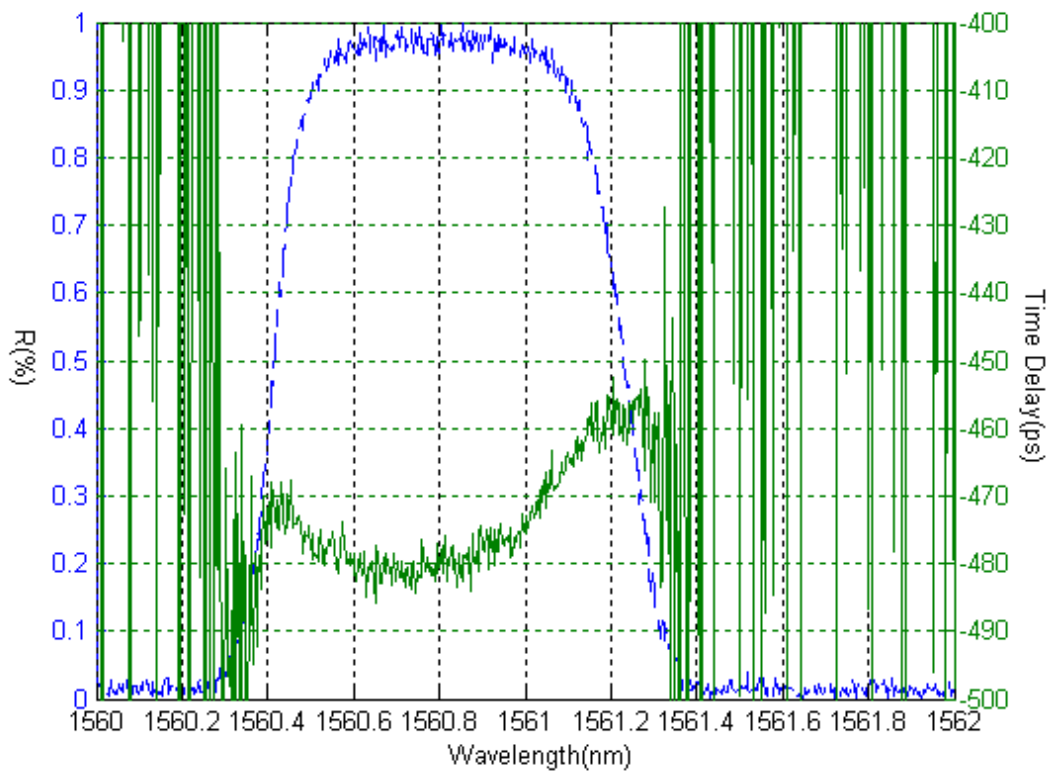


(b)

圖 2-9: (a)白光干涉法(b)網路分析儀量測光柵 c 的結果。虛線為反射頻譜，實線為時間延遲。



(a)



(b)

圖 2-10: (a)白光干涉法(b)網路分析儀量測光柵 d 的結果。虛線為反射頻譜，實線為時間延遲。

第三章 離散剝皮法(Discrete Layer-Peeling Method)的原理及實驗結果

離散剝皮法(Discrete Layer-Peeling Method , DLP)是將光纖光柵視為一段一段的反射器連接而成，只要給定反射係數(包含振幅及相位)，即可利用此法將光纖光柵的 $q(z)$ 求出，可用來設計或反推光纖光柵的結構[10]。

3.1 離散光柵模型法 (Discrete Grating Model Method)

在第二章中，我們利用轉換矩陣法求得一段均勻光纖光柵地表示式，如(2.17)，現在將均勻光纖光柵的轉換矩陣(2.17)分解成 $T_j = T^\Delta \cdot T_j^\rho$ ，其中

$$T^\Delta = \begin{bmatrix} \exp(i\delta\Delta) & 0 \\ 0 & \exp(-i\delta\Delta) \end{bmatrix} \dots\dots\dots(3.1)$$

是在 $q \rightarrow 0$ 時之矩陣 T_j ，猶如一段光纖的傳播矩陣；

$$T_j^\rho = \frac{1}{\sqrt{1-|\rho_j|^2}} \begin{bmatrix} 1 & -\rho_j^* \\ -\rho_j & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(3.2)$$

是在 $q \rightarrow \infty$ 和 $q\Delta = \text{constant}$ 時之矩陣 T_j ，猶如一獨立的反射器矩陣。經過這樣的分解後，一均勻光纖光柵的作用可等效為一段空白的光纖加上一個離散的反射器，此反射器之反射係數與光柵的耦合係數有下列關係：

$$\rho_j = -\tanh\left(q_j|\Delta\right) \frac{q_j^*}{|q_j|} \dots\dots\dots(3.3)$$

同理可推，一非均勻光纖光柵不但可視其為很多短均勻光纖光柵所串

接而成，亦可等效為一連串不同的反射器（ $\rho_j, j = 1, 2, \dots, N$ ）前後等間距排列而成，如圖 3-1 所示，此即為 ” 離散光纖光柵模型 ”。

將(3.2)、(3.3)式代入(2.16)式，可推出光纖內模態光場之反射係數在此離散反射器作用前後，其變化關係如下

$$r_j(\delta) \equiv \frac{v_j(\delta)}{u_j(\delta)} = \frac{\rho_j + r_{j+1}(\delta)\exp(2i\delta\Delta)}{1 + \rho_j^* r_{j+1}(\delta)\exp(2i\delta\Delta)} \dots\dots\dots(3.4)$$

利用上式之疊代關係，再加上邊界條件： $r_N(\delta) = 0$ ，即可迅速疊代出光纖光柵的反射頻譜 $r(\delta) = r_1(\delta)$ 。至於 Δ 之大小如何選擇要視光柵之耦合係數分佈 $q(z)$ 而定，因為離散光柵之反射係數 ρ_i 是由 $q(z)$ 之取樣值 q_i 來求得的。若 q_i 無法忠實反映 $q(z)$ ，則計算將有誤差。

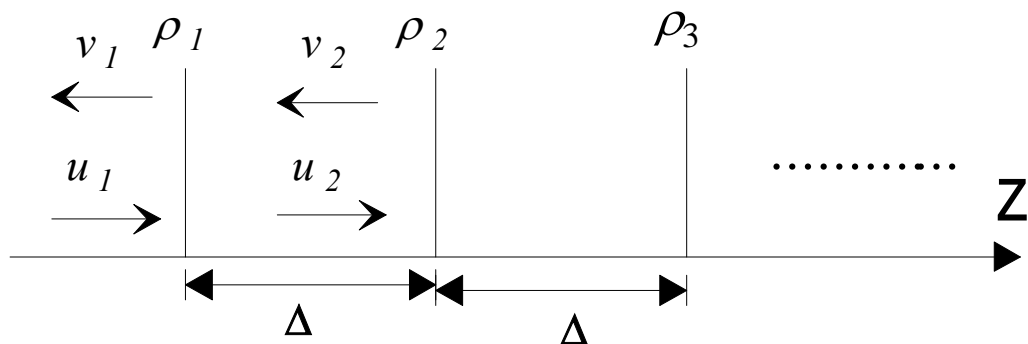


圖 3-1:離散光柵模型法之示意圖

3.2 離散剝皮法 (Discrete Layer-Peeling Method)

根據上一節的離散光柵模型,一光纖光柵可視為一連串的反射器 ($\rho_j, j = 1, 2, \dots, N$) 前後等間距排列而成。模態光場之反射係數在離散反射器作用前後,其變化關係如(3.4)式,今將此式之 $r_{j+1}(\delta)$ 抽出放在等號左邊, $r_j(\delta)$ 放入等號右邊,則此式又可變化為

$$r_{j+1}(\delta) = \exp(-2i\delta\Delta) \cdot \frac{r_j(\delta) - \rho_j}{1 - \rho_j^* r_j(\delta)} \dots\dots\dots(3.5)$$

利用上式,可由目標反射係數曲線反推至反射器 ρ_1 後所應有的反射係數曲線,這在往後進行光學剝皮 (Optical layer-peeling) 動作時會非常有用。至此,我們對於具目標反射特性的光纖光柵結構尚一無所知,只知目標反射係數曲線 $r(\delta)$ 。接著要設法由 $r(\delta) = r_1(\delta)$ 得知第一個離散光柵的反射係數 ρ_1 為何,方能利用(3.5)式求出 $r_2(\delta)$ 。將 $r(\delta)$ 表示成複立葉級數疊加如下式

$$r(\delta) = \sum_{\tau=0}^{\infty} h(\tau) \exp(i\delta\tau 2\Delta) \dots\dots\dots(3.6)$$

其中 $h(\tau)$ 是每一離散光柵的脈衝反應函數 (Impulse response)。此即將 $r(\delta)$ 視為每一離散光柵之脈衝反應函數的疊加,而各個離散光柵之脈衝反應間有相位差 $\exp(i\delta\tau 2\Delta)$ 。其中 $\tau = 0$ 時之脈衝反應即為第一個離散光柵的反射係數 ρ_1

$$\rho_1 = h_1(0) = \frac{\Delta}{\pi} \int_{-\pi/2\Delta}^{\pi/2\Delta} r_1(\delta) d\delta \dots\dots\dots(3.7)$$

此乃因為 $\tau = 0$ 時入射光只看到第一個離散光柵,尚未有其他離散光柵參與反應。今若以離散方式進行(3.7)式之反傅立葉積分,則 ρ_1 又可表示成

$$\rho_1 = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M r_1(m) \dots\dots\dots(3.8)$$

其中 $r_1(m)$ 是 $r_1(\delta)$ 在 $|\delta| \leq \pi/2\Delta$ 範圍中之離散取樣值， $M(M \geq N)$ 是頻譜的取樣數目。值得注意的是：方程式(3.6)~(3.8)對 $j = 1, \dots, N$ 均成立，亦即(3.8)式中的下標 1 可改成 $j, j = 1, \dots, N$ 。這是因為在求出 ρ_1 與 $r_2(\delta)$ 後，即可將第一離散光柵”剝除”，使入射光在 $\tau = 0$ 時所看到的離散光柵變為第二離散光柵，同理又可由 $r_2(\delta)$ 求出 ρ_2 ，以此類推。

在(3.7)式中，目標反射曲線 $r(\delta)$ 是表示成無限多項傅立葉級數展開，但實際的光纖光柵卻是有限長度的。因此為使目標曲線成為可施行的，必須利用數位訊號處理技巧，將理想的目標反射曲線經漢寧窗口處理程序 (Hanning-window procedure)，轉化為可實施的目標反射曲線 $r_1(\delta)$

$$h_1(\tau) = h(\tau) \cdot w(\tau) \dots\dots\dots(3.9)$$

$$r_1(\delta) = r(\delta) \otimes W(\delta) \dots\dots\dots(3.10)$$

其中算符 \otimes 代表旋積 (Convolution) 運算， $W(\delta)$ 是漢寧窗口函數 $w(\tau)$ 的傅立葉轉換。只有在經過此窗口處理後，脈衝反應 $h_1(\tau)$ 方能避免有振盪現象，藉此所求出之 ρ_j 方才接近需求。

綜合以上所述，離散剝皮法是依循下列步驟進行：

1. 將目標反射曲線經漢寧窗口處理(3.10)，使成為可施行之目標反射曲線 $r_1(\delta)$ 。
2. 利用目標反射曲線 $r_1(\delta)$ 與(3.8)式，求出 ρ_1 值。
3. 再將 $r_1(\delta)$ 與 ρ_1 代入(3.5)式，算出目標反射曲線 $r_2(\delta)$ 。
4. 重複步驟 2，求出相對應的 ρ_j 值，直到整個光纖光柵的 ρ_j 值均被求出。

最後利用上述之 ρ_j 值與(3.3)式代入(3.11)式

$$\begin{cases} |q_j| = \frac{-1}{2\Delta} \ln \left(\frac{1 - |\rho_j|}{1 + |\rho_j|} \right) \\ \arg q_j = -\arg \rho_j \end{cases} \dots\dots\dots(3.11)$$

即可反推出具目標特性曲線的光纖光柵結構參數 $q(z)$ 。

3.3 模擬設計結果

在此節中我們設計一個無色散帶通(Dispersionless band-pass)的濾波器，反射頻譜如下表示，

$$r(\delta) = \sqrt{R} \exp[-(\delta/\delta_{PB})^{20}] \dots\dots\dots (3.12)$$

$R = 0.90$ ， $\delta_{PB} = 19.2 \text{ cm}^{-1}$ ，也就是 FWHM(full width at half maximum)為 1nm，中心波長為 1550nm， $\Delta = 0.02 \text{ cm}$ ，對應的波長範圍約 4nm；令光纖光柵的長度 $L=10\text{cm}$ ，光纖光柵可分成 $N = L/\Delta = 500$ 段反射器，令 $M=1000$ 。

圖 3-2 是所設計的耦合係數實數項與光柵位置的關係圖。圖 3-3 是目標反射曲線與用 DLP 計算的比較圖，由圖中可看出大約在 100dB 以上時，兩者幾乎沒什麼差別。圖 3-4 是時間延遲的關係圖，在 1nm 的寬度大約只對應到 1ps 的時間延遲，與目標的無色散相差無幾。

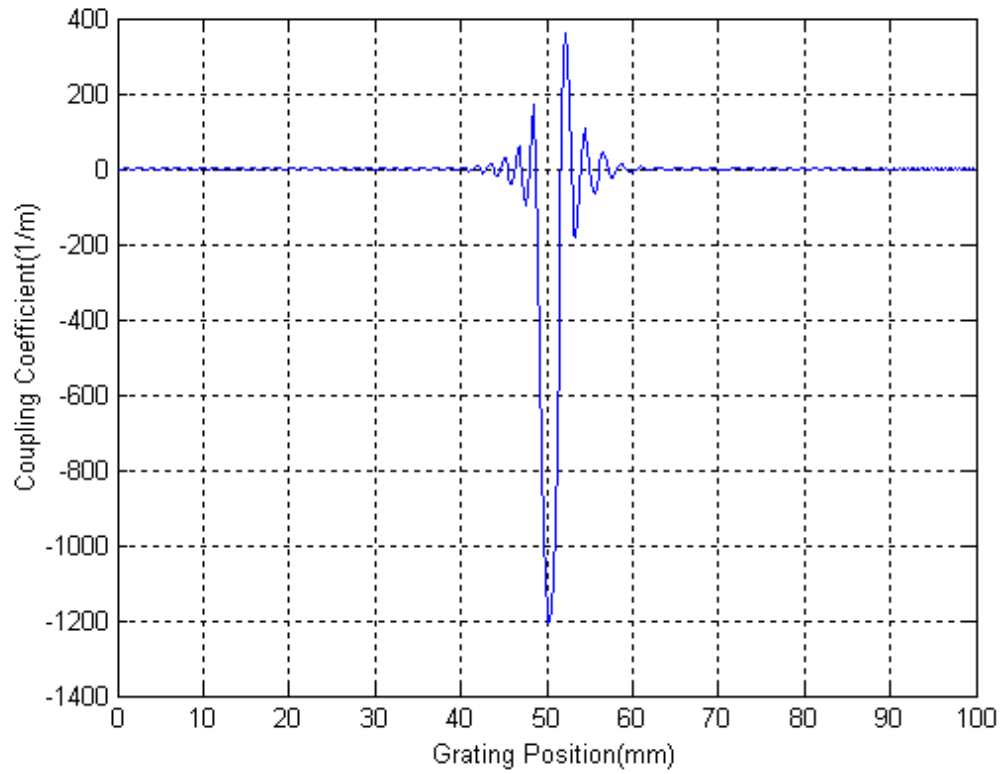


圖 3-2: 耦合係數實數項與光柵位置的關係圖。

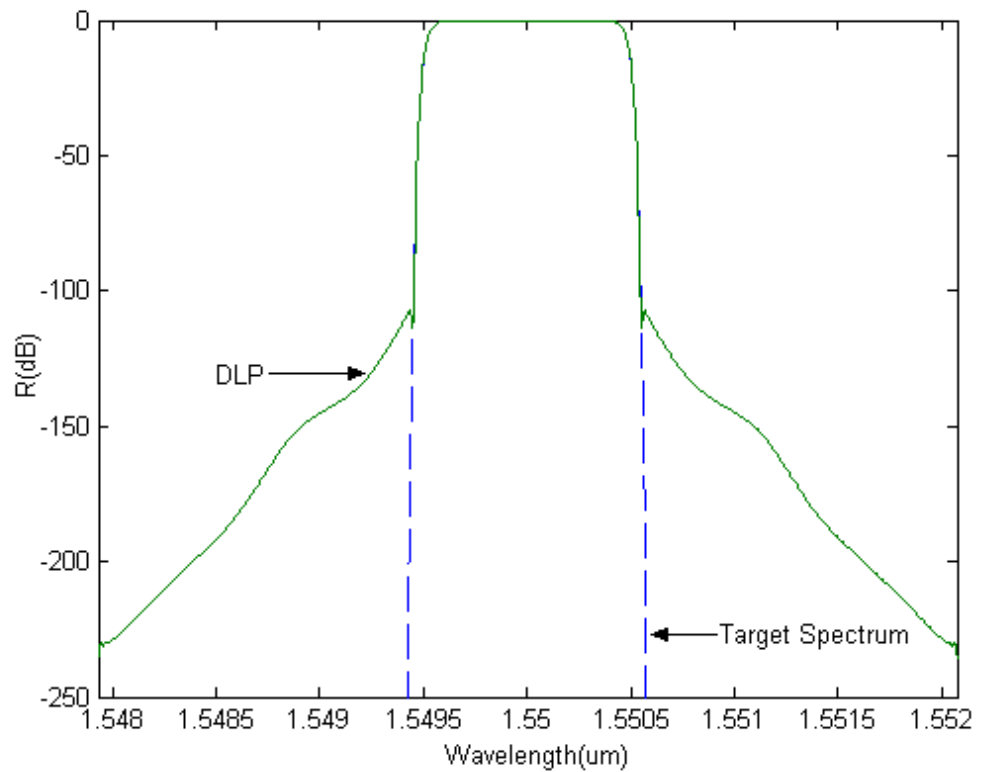


圖 3-3: 目標曲線與 DLP 所計算的反射頻譜之比較圖，虛線為目標曲線，實線為 DLP 的反射頻譜。

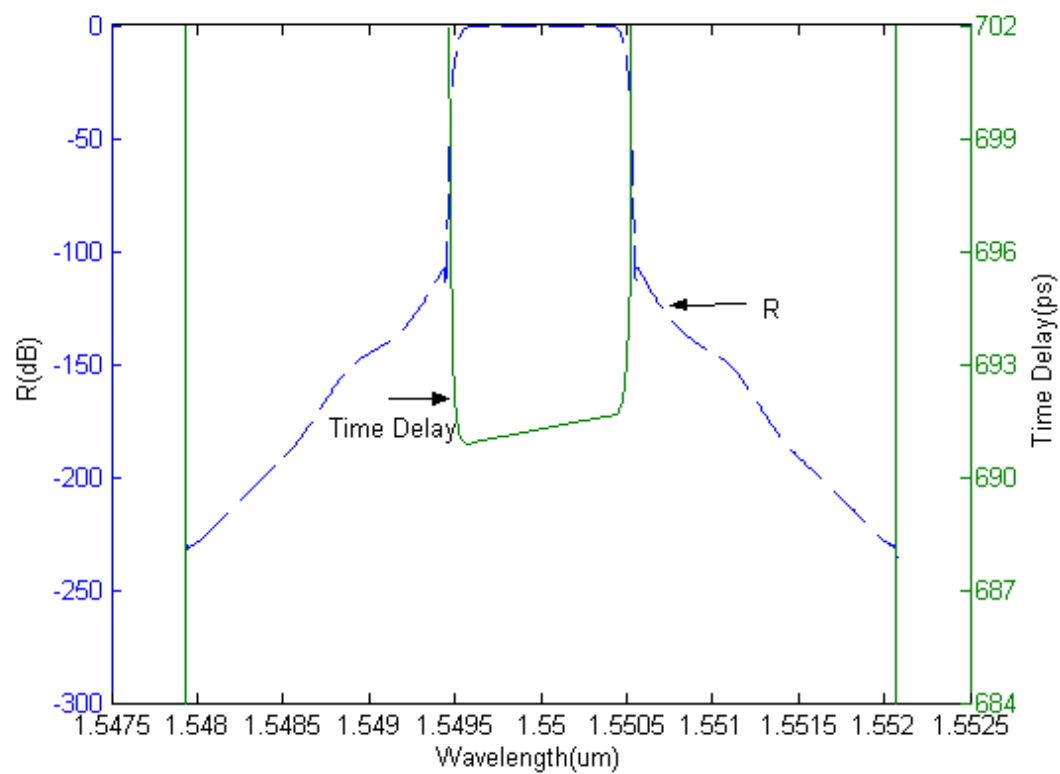


圖 3-4: DLP 的反射頻譜與時間延遲圖，虛線為 DLP 的反射頻譜，實線為時間延遲。

3.4 實驗結果與比較

由第二章中，我們可以量得光纖光柵的反射頻譜及相位，所以我們可以利用離散剝皮法(DLP)來反推耦合係數與光柵位置的關係。

第一個例子用在圖 2-8 的半高斯鐘型化的啁啾光纖光柵(光柵 b)，這裡的半高斯指的是指製作此光柵時，我們將一個高斯雷射光束擋住左半邊，只讓右半邊的光通過相位光罩，只有右半邊的光打在光纖上。將反射率及反射相位代入目標反射曲線，光柵的最大反射率為 96.84%，光柵長度約為 8mm，目標曲線跟相位如圖 3-5。圖 3-6 是反推的耦合係數的絕對值，與光纖光柵的長度、鐘型化互相吻合，圖 3-7 是目標反射曲線與 DLP 所反推的反射曲線，在 -50dB 以上是非常一致的。圖 3-8 是目標時間延遲及 DLP 反推的時間延遲。另外又取三次所量測的相位代入 DLP，可得到圖 3-9，可以看到這三次的量測結果幾乎沒有分別，代表此方法的重複率很高。若從光纖光柵的另一端量測相位時，預期應該會得到與圖 3-6 相反的圖形，結果如圖 3-10，與預期相符。

第二個例子是圖 2-9 的高斯鐘型化的啁啾光纖光柵(光柵 c)，將反射頻譜及反射相位代入目標反射曲線，光柵的最大反射率為 96.84%，光柵長度約為 16mm，目標曲線跟相位如圖 3-11。圖 3-12 是

反推的耦合係數的絕對值，與光纖光柵的長度、鐘型化互相吻合，在光柵的右半邊有一個凹陷。圖 3-13 是目標反射曲線與 DLP 所反推的反射曲線，在 -60dB 以上是非常一致的，圖 3-14 是目標時間延遲及 DLP 反推的時間延遲。圖 3-15 是分別三次的反推結果，重複率相當一致。若從光纖光柵的另一端量測相位時，預期應該會得到與圖 3-12 相反的圖形，結果如圖 3-16，與預期相符。

耦合係數在空間上的解析度，是由量測光柵時所取的波數差 (δ) 的範圍決定的，因為 $|\delta| \leq \pi/2\Delta$ ，當波數差的範圍愈大時， Δ 愈小；反之亦然。但是波數差的範圍愈大時，量測時間要愈久，容易造成雜訊的產生。受限於實驗上的要求，一般的 $\Delta \cong 150 \sim 250(\mu m)$ 。

另外我們也發現了離散剝皮法(DLP)的一個缺點，當反推的光柵週期是固定不變時，DLP 反推所得的長度及鐘型化均是錯誤的。

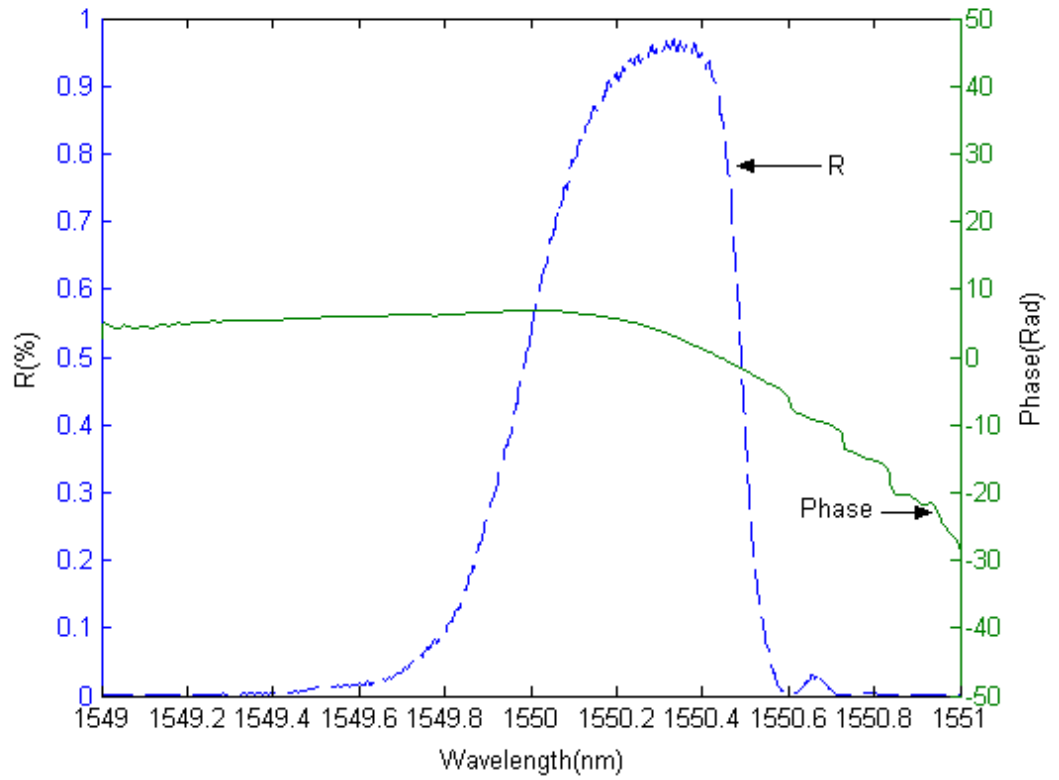


圖 3-5: 光柵 b 的目標反射曲線及相位。

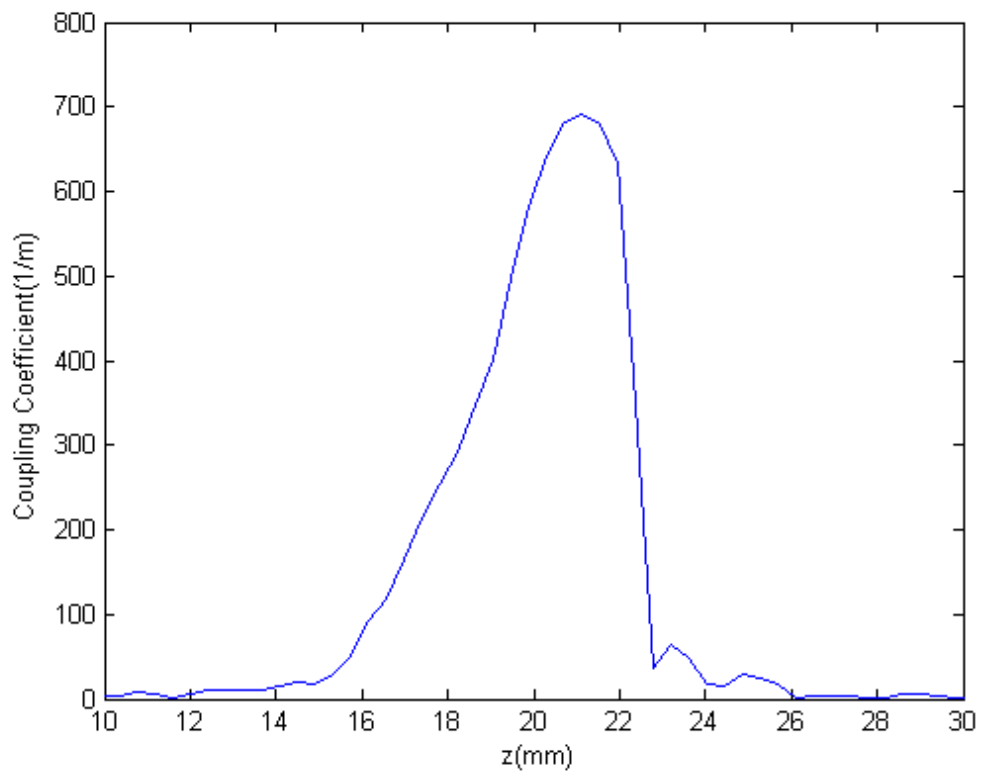


圖 3-6: 光柵 b 的耦合係數絕對值對光柵位置的分布圖。

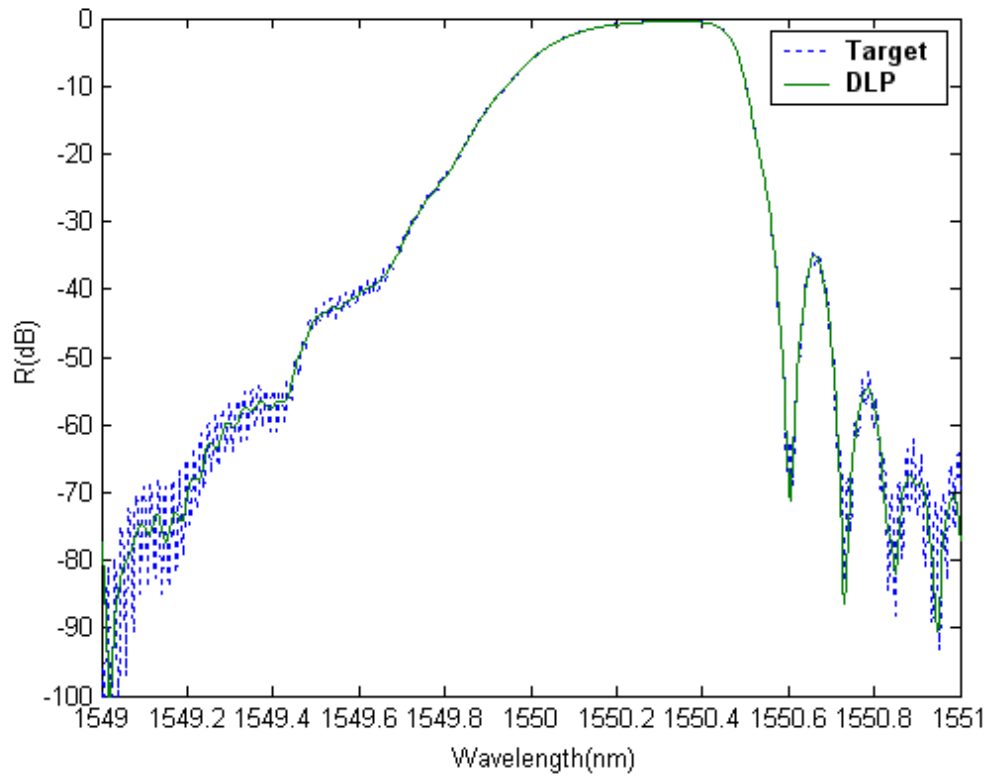


圖 3-7: 目標反射曲線及 DLP 反推所得的反射曲線, 實線為 DLP 所反推的, 虛線為目標反射曲線。

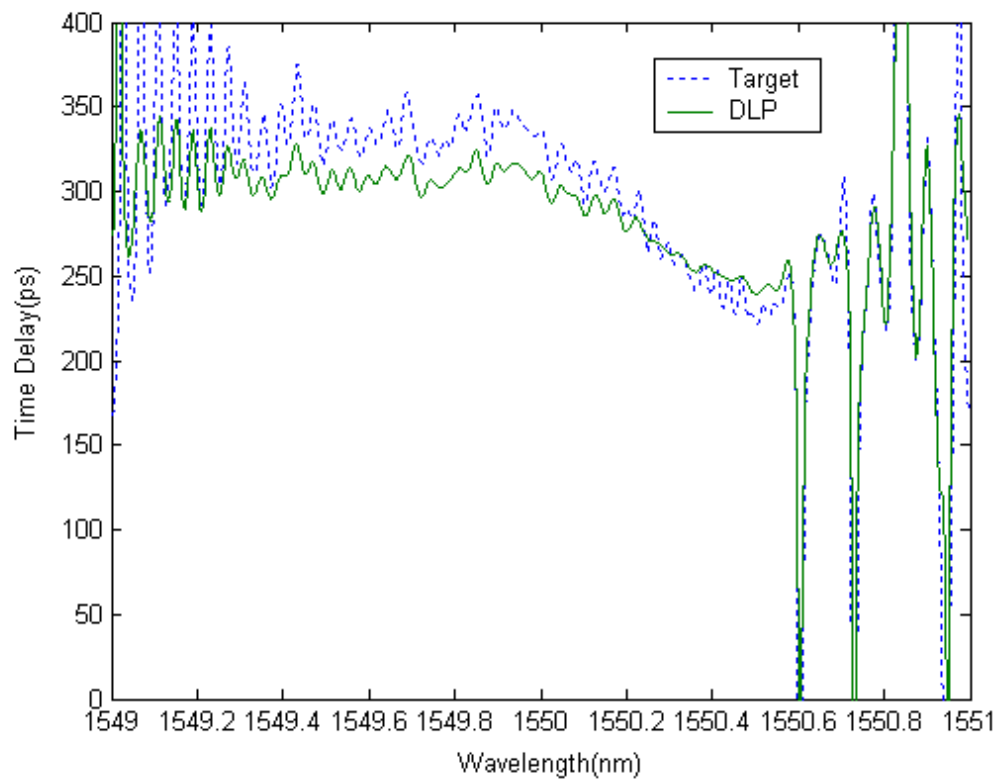


圖 3-8: 目標時間延遲及 DLP 反推的時間延遲, 實線為 DLP 的時間延遲, 虛線為目標時間延遲。

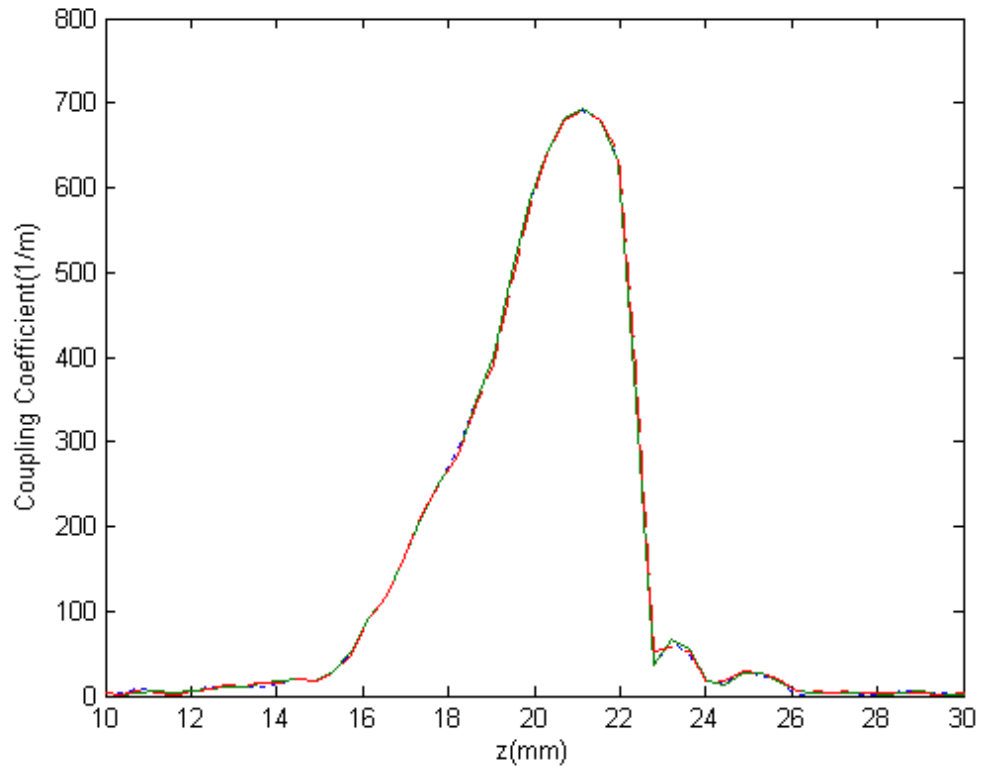


圖 3-9: 三次不同量測所反推的光柵 b 耦合係數絕對值分佈。

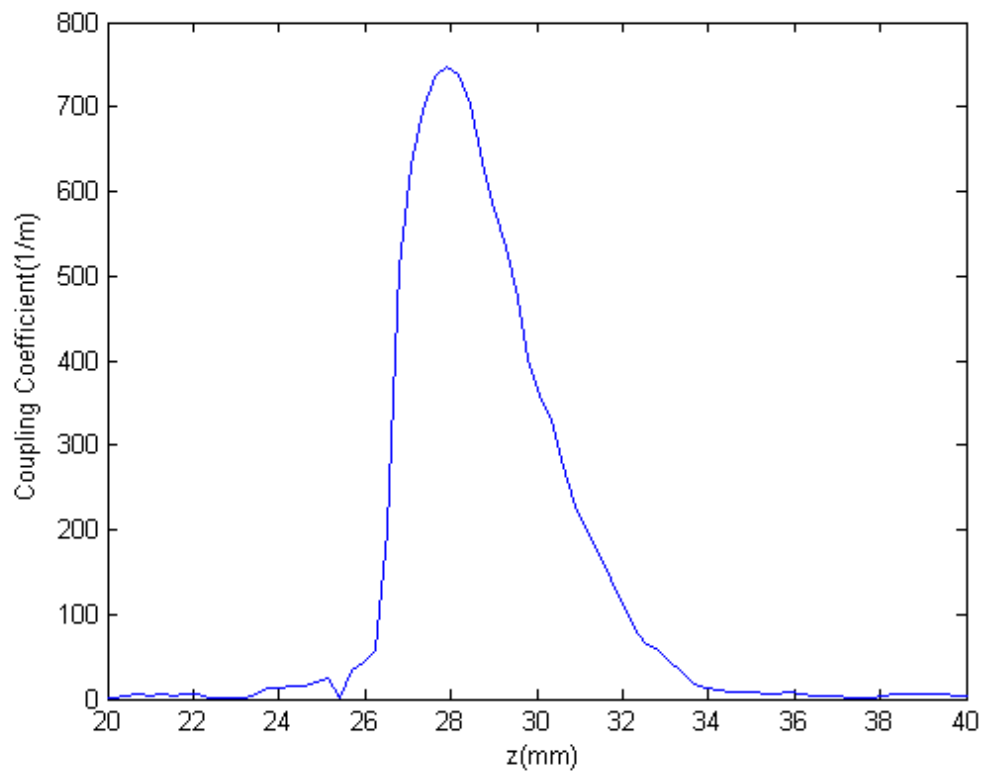


圖 3-10: 與圖 3-6 相反量測方向所得的耦合係數絕對值分佈。

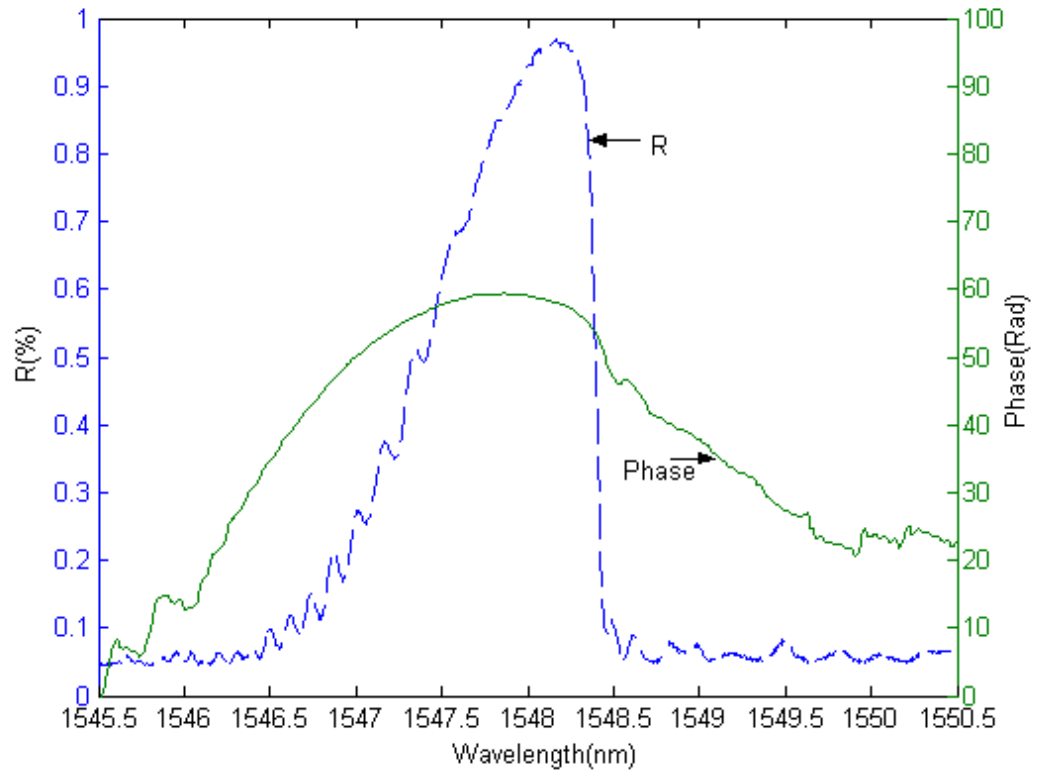


圖 3-11: 光柵 c 的目標反射曲線及相位。

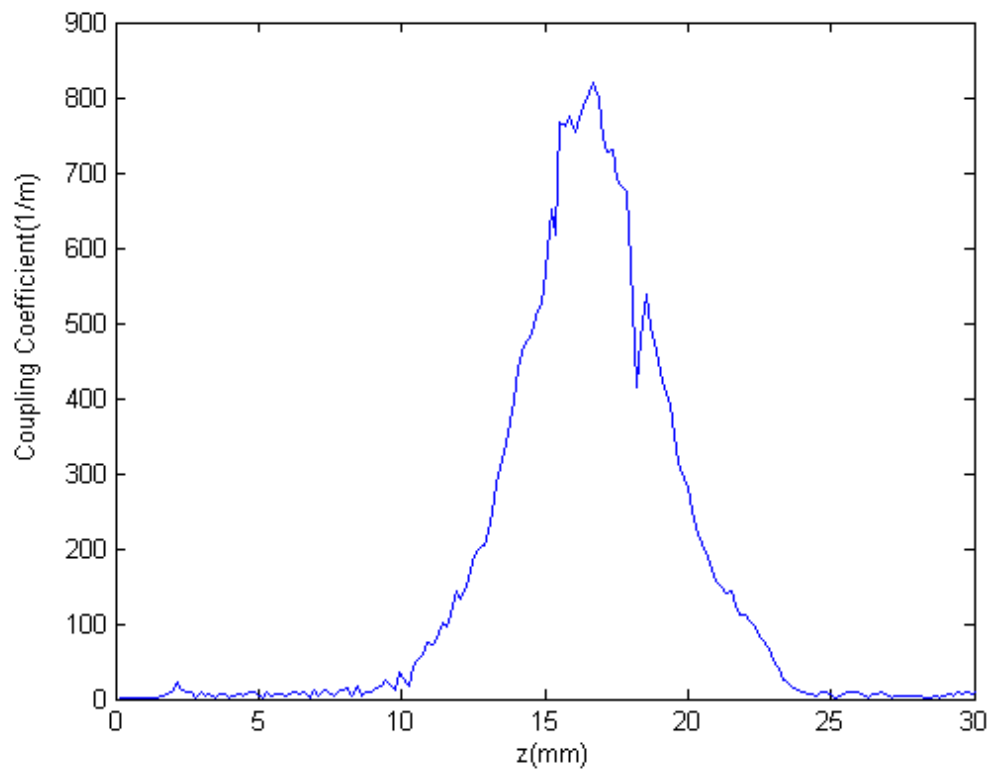


圖 3-12: 光柵 c 的耦合係數絕對值對光柵位置的分布圖。

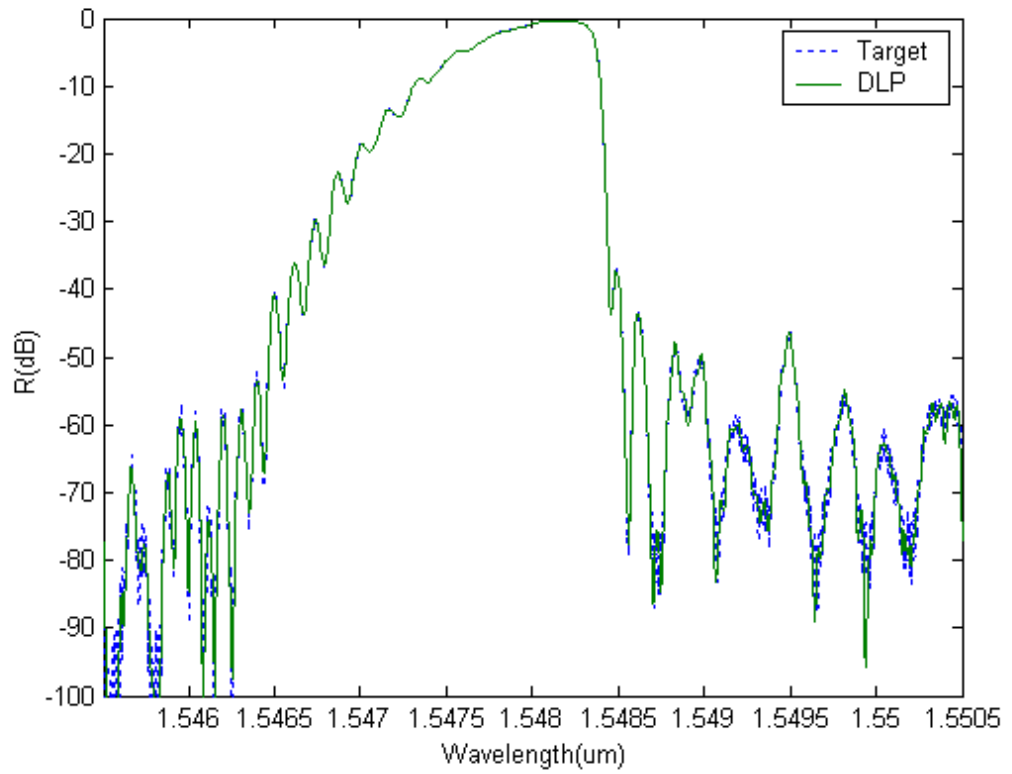


圖 3-13: 目標反射曲線及 DLP 反推所得的反射曲線，實線為 DLP 所反推的，虛線為目標反射曲線。

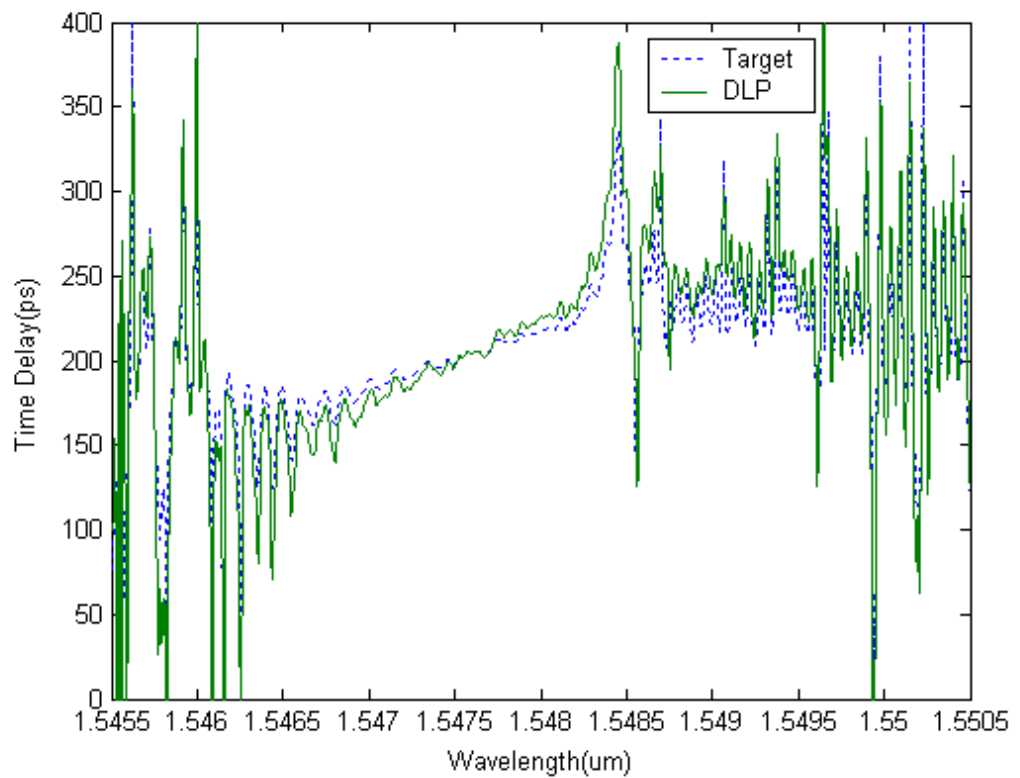


圖 3-14: 目標時間延遲及 DLP 反推的時間延遲，實線為 DLP 的時間延遲，虛線為目標時間延遲。

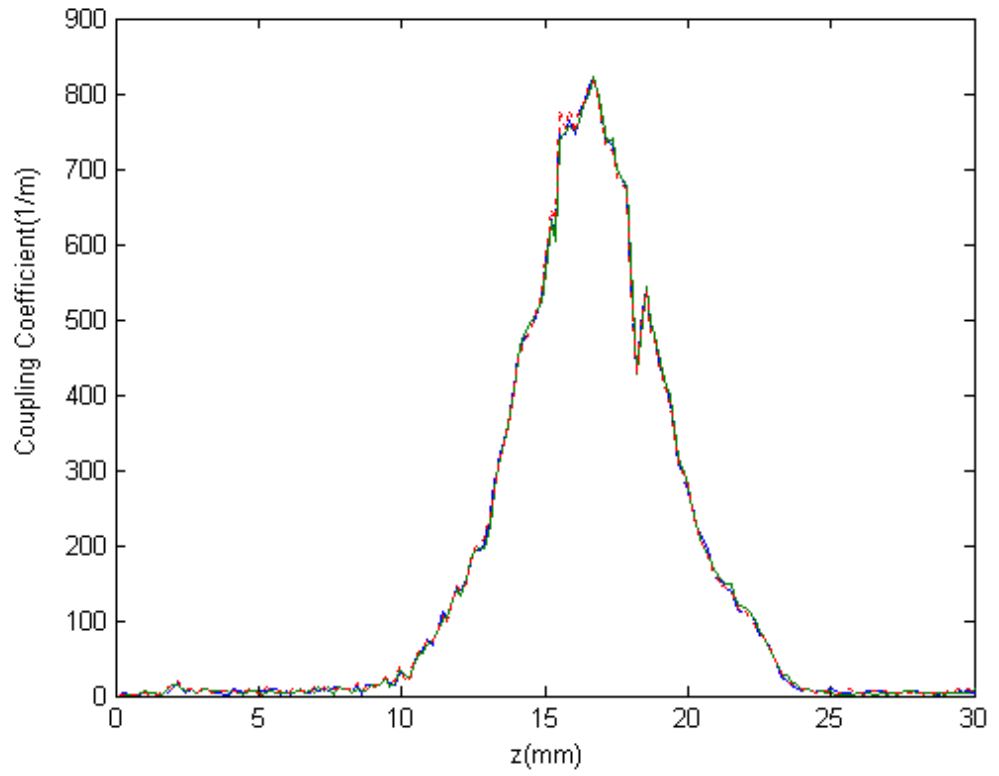


圖 3-15: 三次不同量測所反推的光柵 c 耦合係數絕對值分佈。

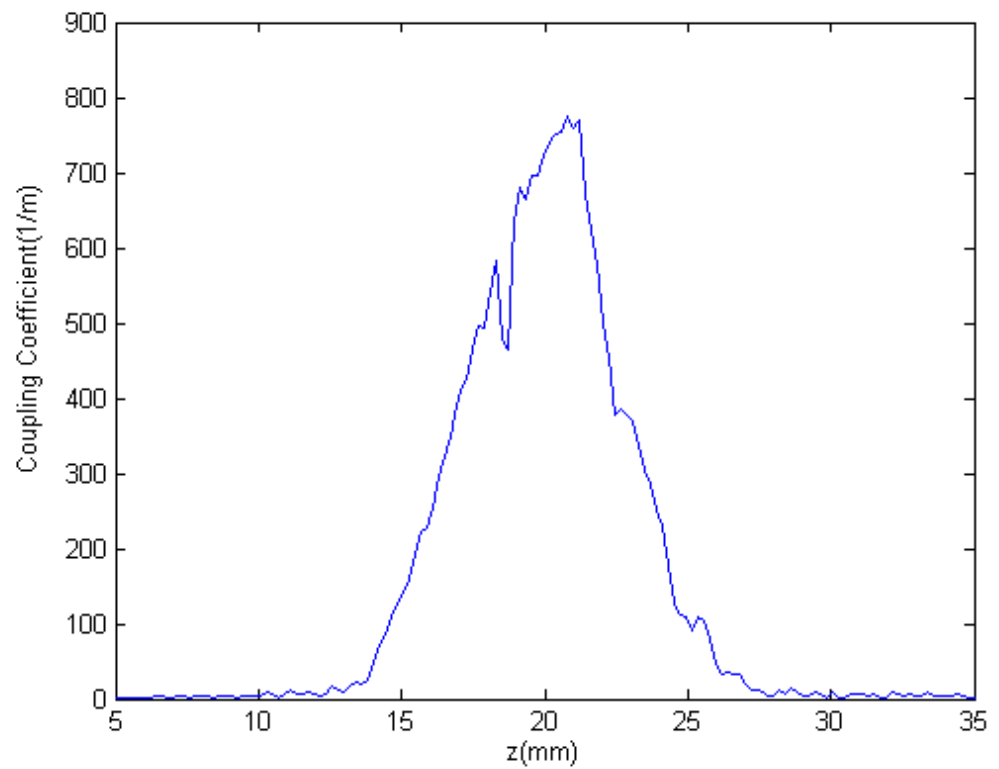


圖 3-16: 圖 3-12 相反量測方向所得的耦合係數絕對值分佈。

第四章 結論與未來展望

在本論文中我們架設一個麥克森干涉儀量測光纖光柵的色散特性，此架構的優點為快速、便宜、簡單，整個量測可在 5 分鐘內完成，且反射鏡不需移動掃描，干涉儀兩端的光路長也不必相同。經由重複量測，我們可知所量得的時間延遲準確性約為 5psec，與 MPSM 相差不大[18]，而與 Advantest 的網路分析儀相比，量測結果也非常吻合。但受限於光譜分析儀的解析度為 0.01nm，如果光纖光柵的帶寬是非常窄頻的(0.1nm)，則需將圖 2-1 中的寬頻光源、光譜分析儀換成可調波長雷射、功率計。

接著我們利用離散剝皮法跟光纖光柵的反射頻譜及相位，將光纖光柵的耦合係數分佈求出。耦合係數的空間解析度取決於量測色散特性時所取的波數差(δ)，若波數差越大，空間解析度越高，但波射差越大時，色散特性量測較容易有誤差，所以必須取一個適當的波數差，讓耦合係數的空間解析度夠高，但色散特性量測又不至於產生太大的誤差。我們量測了兩根光纖光柵來驗證離散剝皮法反推光纖光柵結構的準確性，所得的耦合係數與實驗條件均符合，由圖 3-6、圖 3-10 及圖 3-12、圖 3-16 可知當量測光纖光柵的方向不同時，所反推的耦合係數分佈亦隨之相反，而由耦合係數所計算的反射頻譜及色散特性均與量測結果相吻合。這些都可以讓我們確定所反推的耦合係數

分佈是正確無誤的。唯一的缺點是離散剝皮法反推不適用於固定週期的光纖光柵。有了以上的結果，我們可以得知光纖光柵的完整特性，包括反射頻譜、相位、時間延遲、位置、長度、耦合係數分佈。

未來的工作是將色散特性量測及離散剝皮法電腦自動化，讓我們在曝照光纖光柵時就能即時的監控耦合係數分佈，甚至更進一步的回饋至光柵曝照系統中，減少曝照過程中的誤差。

參考文獻

1. J. A. R. Williams, K. S. I. Bennion, and N. J. Doran, "Fiber dispersion compensation using a chirped in-fiber Bragg grating," *Electron. Lett.* **30**, pp. 985-987, 1997
2. Kersey A D, Davis M A, Patrick H J, LeBlanc M, Koo K P, Askins C G, Putnam M A and Friebele E J "Fiber grating sensors," *J. Lightwave Technol.* **15**, pp. 1442-1463, 1997
3. J. T. Kringlebotn, J. L. Archambault, L. Reekie, and D. N. Payne, "Er³⁺:Yb³⁺ -codoped fiber distributed-feedback laser," *Opt. Lett.* **19**, pp. 2101-2103, 1994
4. I. Baumann, J. Seifert, W. Nowak, and M. Sauer, "Compact all-fiber add-drop multiplexer using fiber Bragg gratings," *IEEE Photonics Technol. Lett.* **8**, pp. 1331-1333, 1996
5. C. R. Giles, "Lightwave applications of fiber Bragg gratings," *J. Lightwave Technol.* vol 15, pp. 1391-1404, 1997.
6. K.O. Hill, Y. Fujii, D. C. Johnson, and B. S. Kawasaki, "Photosensitivity in optical waveguides : Application to reflection filter fabrication," *Appl. Phys. Lett.* , vol 32 ,pp. 647-649, 1978.
7. B. S. Kawasaki, K.O. Hill, D. C. Johnson, and Y. Fujii, "Narrow-Band Bragg reflectors in optical fibers," *Opt. Lett.* vol. 20 ,pp. 440-445, 1981.
8. G. Meltz, W. W. Morey ,and W. H. Glenn, "Formation of Bragg gratings in optical fibers by a transverse holographic method," *Opt. Lett.* vol 14, pp. 823-825, 1989.
9. P. J. Lemaire, R. M. Atkins, V. Mizrahi, and W. A. Reed, "High pressure H₂ loading as a technique for achieving ultrahigh UV photosensitivity and thermal sensitivity in GeO₂ doped optical fibers," *Electron. Lett.*, vol 29, pp. 1191-1193, 1993
10. S. Barcelos, M.N. Zervas, R.I. Laming, D.N. Payne, L. Reekie, J.A. Rucknott, R. Kashyap, P.F. Mckee, F. Sladen, and B. Wojciechowicz, "High accuracy dispersion measurements of chirped fibre gratings," *Electron. Lett.*, 31,(15), pp. 1280-1282, 1995.
11. S.D. Dyer and K.B. Rochford, "Low-coherence interferometric measurements of fibre Bragg grating dispersion," *Electron. Lett.*, 35,(17), pp. 1485-1486, 1999.
12. A.K. Atieh, and I. Golub, "Scheme for measuring dispersion of chirped FBG using loop mirror configuration," *IEEE Photonics Technol. Lett.*, 13,(12), pp. 1331-1333, 2001.
13. P. Lambelet, P. Y. Fonjallaz, H. G. Limberger, R. P. Salathe, Ch. Zimmer, and H. H. Gilgen, "Bragg grating characterization by optical

- low-coherence reflectometry,” *IEEE Photonics Technol. Lett.*, vol. 5, pp.565-567,1993.
- 14.R. Feced ,M. N. Zervas, and M. A. Muriel, “An efficeint inverse scattering algorithm for the design of nonuniformfibre Bragg grating,”*J. Quantum El.*,vol. 35,pp.1105-1115,1999.
 15. J. Skaar, “Synthesis and characterization of fiber Bragg gratings,” PhD dissertation, The Norwegian University of Science and Technology, November 2000.
 - 16.A. V. Buryak and D. Yu. Stepanov, “Correction of systematic errors in the fabrication of fiber Bragg gratings,” *Opt. Lett.* vol 27, pp. 1099-1101,2002.
 - 17.A. W. Snyder and J. D. Love,*Optical Waveguide thepry*,Chapman & Hall,1983.
 - 18.L. Poladian, “Resonance Mode Expansions and Exact Solution for Nonuniform Gratings,” *Phys. Rev. E* ,vol 54,pp. 2963-2975,1985.
 - 19.T. Erdogan, “Fiber Grating Spectra,” *J. Lightwave Technol.* vol 15,pp. 1277-1294,1997.
 - 20.A.Carballar et al., “Phase reconstruction from reflectivity in fiber Bragg gratings,”*J. Lightwave Technol.*, vol. 3,pp. 1065-1075,1997.
 - 21.E. I. Petermann, Johannes Skaar et al., “Characterization of fiber Bragg gratings by sue of optical coherence-domain reflectometry,” *J. Lightwave Technol.*, vol. 17,pp. 2371-2378,1999.
 - 22.D. W. Hunag, C. C. Yang, “Reconstruction of fiber grating refractive-index profiles from complex Bragg reflection spectra,”*Appl. Lett.*, vol 38, pp.4494-4499,1999.
 - 23.J. Skaar, “Measuring the group delay of fiber Bragg gratings by use of end-reflection interference,” *Opt. Lett.*, vol 24, pp.1020-1022,1999.
 24. M.Soler, J.Prat, C.Santos, “Error Sources of Chromatic Dispersion Measurements in Dispersion Compensating Gratings,” , *IEEE/LEOS Workshop on Fibre and Optical Passive Components (WFOPC'2000)* , June 2002.